

## Statistische Charakterisierung der Druckzonentiefe vorgespannter Gläser

Kerstin Thiele<sup>1</sup>, Michael Kraus<sup>2</sup>, Jens Schneider<sup>1</sup>, Jens Nielsen<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Technische Universität Darmstadt, Institut für Statik und Konstruktion, Franziska-Braun-Straße 3, 64287 Darmstadt, Deutschland; thiele@ismd.tu-darmstadt.de; schneider@ismd.tu-darmstadt.de

<sup>2</sup> ETH Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion sowie Immersive Design Lab (IDL), Stefano-Francini-Platz 5, 8093 Zürich, Schweiz; kraus@ibk.baug.ethz.ch

<sup>3</sup> Technical University of Denmark, Department of Civil Engineering Structures and Safety, Brovej, 118, 117, 2800 Kgs. Lyngby, Dänemark; jhn@byg.dtu.dk

### Abstract

Infolge variierender Produktionsbedingungen erfolgt der thermische Vorspannprozess von Gläsern nicht vollständig homogen. Daraus entstehen lokale Unterschiede in den Eigenspannungen. Um die statistischen Verteilungen von charakterisierenden Größen des Eigenspannungsprofils in thermisch vorgespanntem Flachglas zu bestimmen, wurden mehr als 100 Proben mit einem Streulicht-Polariskop (SCALP) untersucht. Die Messungen wurden an zuvor definierten Stellen in drei Richtungen an beiden Oberflächen der Probekörper durchgeführt. Dies ermöglicht die quantitative Auswertung und Kalibrierung statistischer Modelle der Druckzonentiefe sowie der Homogenität der Vorspannungsprofile.

**Statistical characterization of compression zone depth in pre-stressed glasses.** Due to varying production conditions, the thermal tempering process of glass is not fully homogeneous. This results in local differences in the residual stresses. In order to determine the statistical distributions of characterizing quantities of the residual stress profile in thermally toughened flat glass, more than 100 samples were examined with a scattered light polariscope (SCALP). The samples were examined at previously defined locations from both surfaces in three directions with respect to the pre-stress profiles. This allows the quantitative evaluation and calibration of statistical models of the compression zone depth and the homogeneity of the prestress profiles.

**Schlagwörter:** *thermisch vorgespantes Flachglas, Druckzonentiefe, Streulicht-Polariskop, statistische Auswertung*

**Keywords:** *thermally tempered glass, compression zone depth, scattered light polariscope, statistical evaluation*

*Glasbau* 2022. Herausgegeben von Bernhard Weller, Silke Tasche.

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs License, which permits use and distribution in any medium, provided the original work is properly cited, the use is non-commercial and no modifications or adaptations are made.

Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

## 1 Einleitung und Motivation

Glas ist ein sprödes Material, dessen Festigkeit hauptsächlich durch Mikrorisse definiert wird. Beim thermischen Vorspannen von Glas werden durch einen geeigneten Abkühlungsprozess Druckspannungen an der Oberfläche und Zugspannungen in der Glasmitte eingebracht. Die Oberflächendruckspannungen haben den Zweck, die dort befindlichen Mikrorisse zu überdrücken, sodass das Glas unter Last erst dann versagt, wenn die Druckspannung überwunden wird und der Mikroriss weiterwachsen kann.

Da der thermische Prozess nicht komplett homogen erfolgen kann, variieren die Oberflächendruckspannungen über die Fläche des Glases aber auch zwischen den Glasoberflächen. Diese Unterschiede sind Ursache der optischen Anisotropie-Effekte, die im polarisierten Licht sichtbar werden können. Dabei handelt es sich um schwarz-weiße bis hin zu farblichen Mustern, die aufgrund der doppelbrechenden Eigenschaften von Glas erkennbar werden. Aktuelle Forschungsergebnisse zu optischen Anisotropie-Effekten werden in [1, 2, 3] beschrieben.

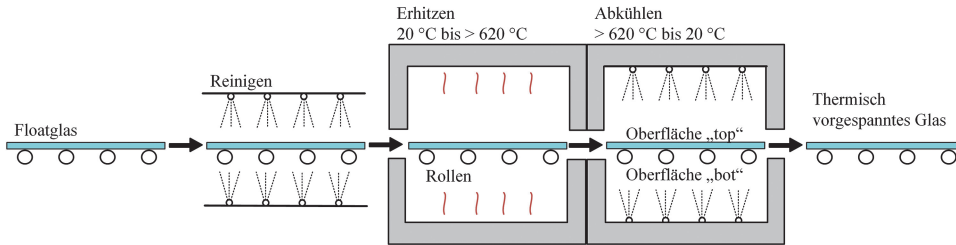
Der Verlauf der Vorspannungen über die Dicke des Glases infolge eines ideal homogenen Vorspannprozesses kann näherungsweise als Parabel beschrieben werden [4, 5]. Durch das Abkühlen der Gläser mit Luft aus Düsen während des Vorspannprozesses variieren die Spannungsverläufe über die Fläche des Glases. Bisherige Untersuchungen zu Vorspannungsprofilen sind u. a. die in [6] dargestellten Ergebnisse an den Kanten vorgespannter Gläser vor und nach dem Schleifen sowie die in [7] beschriebenen Resultate lokaler Untersuchungen der Oberflächendruckspannungen aufgrund der Abkühlung mit Düsen. Vor kurzem hat Nielsen et al. in [8] Untersuchungen zur Druckzonentiefe in thermisch vorgespanntem Glas veröffentlicht. Diese Untersuchung zeigt eine Abhängigkeit der Druckzonentiefe von der Glasdicke. Insgesamt kann aufgrund der Literaturlage festgestellt werden, dass durch die Rollen, auf denen das Glas transportiert wird, sowie durch die mögliche unterschiedliche Einstellung zwischen Ober- und Unterhitze im Ofen, Vorspannungsunterschiede zwischen den Glasoberflächen zu erwarten sind.

Um die Unterschiede der charakterisierenden Größen von Oberflächendruckspannungen beschreiben und statistisch modellieren zu können, wurden mehr als 100 Probekörper mit einem Streulicht-Polariskop (SCALP) von beiden Glasoberflächen untersucht. Dabei wurde nur thermisch vorgespanntes Flachglas untersucht. Gebogene Gläser oder chemisch vorgespanntes Glas sind nicht Gegenstand dieser Forschung.

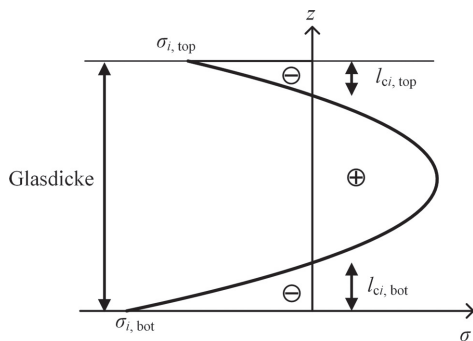
## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Eigenspannungen im thermisch vorgespannten Flachglas

In Bild 1 ist der thermische Vorspannprozess schematisch dargestellt. Das saubere Glas wird auf eine Temperatur über dem Glasübergang erhitzt und danach zügig mit Druckluft, die aus Düsen auf das Glas trifft, abgekühlt [5]. Dafür wird es auf Rollen transportiert. Im Folgenden erhalten Werte, die der oberen Oberfläche zugeordnet werden, den Index „top“, vgl. Bild 1. Werte, die der unteren Seite des Glases mit Kontakt zu den Rollen im Vorspannprozess zugeordnet werden, erhalten den Index „bot“.



**Bild 1** Schematische Darstellung des thermischen Vorspannprozesses mit Definition der oberen Glasoberfläche („top“) sowie der unteren Glasoberfläche („bot“) (© K. Thiele, ISM+D, nach [5])

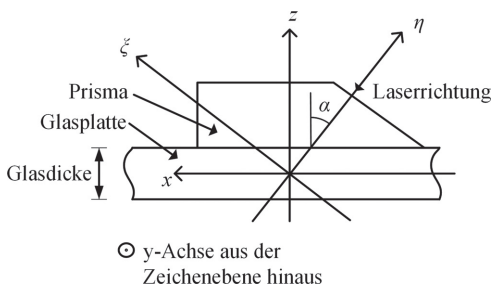


**Bild 2** Schematische Darstellung der Eigenspannungsverteilung im thermisch vorgespannten Glas (© K. Thiele, ISM+D, nach [8])

Die resultierenden Eigenspannungen aus dem thermischen Vorspannprozess können gut durch eine Parabel angenähert werden [4, 5]. In Bild 2 ist eine allgemeine Darstellung der Eigenspannungen nach einem Vorspannprozess dargestellt. Darin sind  $\sigma_{i,top}$  und  $\sigma_{i,bot}$  die  $i$ -ten Hauptspannungen an Ober- und Unterseite des Glases. Die zu der  $i$ -ten Hauptspannung an Ober- und Unterseite zugehörigen Druckzonentiefen werden mit  $l_{ci,top}$  und  $l_{ci,bot}$  bezeichnet.

## 2.2 Streulicht-Polariskop

Für die experimentellen Untersuchungen zur Ermittlung der Vorspannungsprofile hinsichtlich Spannungshöhe und Druckzonentiefe wurde das Streulicht-Polariskop SCALP-05 der Firma Glasstress Ltd. verwendet. Eine genaue Beschreibung der Funktionsweise des Streulicht-Polariskops wird in [11] gegeben. Um dem interessierten



**Bild 3** Schematische Darstellung des Streulicht-Polariskop (SCALP) mit Definition der Koordinatenachsen (© K. Thiele, ISM+D, nach [9])

Leser ein besseres Verständnis der Ergebnisse zu ermöglichen, wird an dieser Stelle eine kurze Einführung in das Messsystem dargestellt.

Bei der Verwendung eines Streulicht-Polariskops wird ein polarisierter Laserstrahl unter einem definierten Winkel  $\alpha$  in den Glasprobekörper geleitet, dessen Streuung seitlich von einer Kamera aufgenommen wird, vgl. Bild 3. Die Streuung ist abhängig von den sekundären Hauptspannungen (Hauptspannungen in der Ebene senkrecht zum Laserstrahl) und der Photoelastischen Konstante  $C$ , die hier zu  $2,72 \text{ TPa}^{-1}$  angenommen wurde [9, 12]. Aus der Intensität der Streuung entlang des Laserstrahls wird die optische Verzögerung berechnet und durch eine Funktion angenähert, wobei die Spannungen im Glas dann durch Ableiten dieser Funktion ermittelt werden. Da die Eigenspannungen thermisch vorgespannter Gläser gut durch ein Polynom 2. Ordnung beschrieben werden können, ist die Regression eines Polynoms 3. Ordnung für die Messwerte der Verzögerung ein etabliertes Vorgehen. Bei dem hier verwendeten Streulicht-Polariskop SCALP-05 können allerdings auch andere Funktionen ausgewählt werden. Nach [9] liegt die Genauigkeit der Angabe der Oberflächendruckspannungen des SCALP bei 5% für Oberflächenspannungen größer als 20 MPa.

Da beim Eintritt des Lasers in den Probekörper an der Glasoberfläche immer ein Teil des Lasers reflektiert wird, ist die Messung an dieser Stelle von Messartefakten überlagert. Die Software des Herstellers erkennt die betroffenen Messwerte automatisch und exkludiert diese aus der Kurvenanpassung. Die Werte der Spannungen an der Oberfläche resultieren dann aus einer Extrapolation der regressierten Kurve.

Unter der Voraussetzung, dass keine Spannungen in Dickenrichtung des Glases ( $\sigma_z = 0$ ) wirken, können die Spannungen der  $\xi\eta$ -Ebene senkrecht zum Laser, vgl. Bild 3, die den Laserstrahl beeinflussen, wie in Gl. (1) dargestellt, zusammengefasst werden.

$$\sigma_{\xi\eta} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)^2 \sigma_x & \cos(\alpha) \tau_{xy} & -\sin(\alpha) \cos(\alpha) \sigma_x \\ \cos(\alpha) \tau_{xy} & \sigma_y & -\sin(\alpha) \tau_{xy} \\ -\sin(\alpha) \cos(\alpha) \sigma_x & -\sin(\alpha) \tau_{xy} & \sin(\alpha)^2 \sigma_x \end{pmatrix} \quad (1)$$

Aus Gl. (1) können die sekundären Hauptspannungen durch Hauptachsentransformation bestimmt werden. Bei der Messung von thermisch vorgespanntem Glas sind die Richtungen der Hauptspannungen unbekannt, sodass  $\tau_{xy}$  einer Messung ungleich Null ist. Es müssen Messungen mindestens in drei Richtungen durchgeführt werden, um die Unbekannten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  zu bestimmen.

### 2.3 Statistische Methoden

Im Rahmen der Untersuchungen in diesem Beitrag werden Methoden der deskriptiven und explorativen Statistik verwendet, um bisher unbekannte Zusammenhänge in den Daten der Vorspannungsprofile zu finden und hierdurch neue Hypothesen zu generieren. Diese Hypothesen werden dann im Rahmen der Anwendung von Methoden der schließenden Statistik mittels wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden auf ihre Gültigkeit untersucht.

Zur Beschreibung der Messdaten dienen der Mittelwert  $\mu$  sowie die Varianz  $V$ . Statistische Hypothesentests bezüglich der Messdatenverteilung werden mit dem (nicht-

parametrischen) Kolmogorov-Smirnov-Test (KS-Test) [13, 14, 15, 16] durchgeführt. Für die numerische Umsetzung wird Matlab R2018a [18] verwendet.

Der KS-Test prüft die Nullhypothese  $H_0$ , dass zwei Zufallsvariablen von einer identischen Verteilung beschrieben werden können. Die alternative Hypothese  $H_1$  sagt aus, dass die zwei Zufallsvariablen von unterschiedlichen Verteilungen beschrieben werden. Der KS-Test wertet dazu den absoluten Abstand der zwei empirischen Verteilungsfunktionen aus, siehe Gl. (2). Ist der Abstand klein, können beide Zufallsvariablen mit derselben Verteilungsfunktion beschrieben werden und die Nullhypothese  $H_0$  kann als gültig betrachtet werden.

$$D = \max(|F_1(x) - F_2(x)|) \quad (2)$$

Die alternative Hypothese  $H_1$  kann durch die Hypothese, dass die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable 1 größer oder kleiner ist als die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen 2, ersetzt werden. Dazu wird nicht der absolute Abstand, sondern der tatsächliche Wert genutzt, siehe Gl. (3).

$$D = \max(F_1(x) - F_2(x)) \quad (3)$$

Die in diesem Beitrag durchgeführten Hypothesentests verwenden ein Signifikanzniveau von  $\alpha_{\text{sig}} = 0,05$ . Die Entscheidung über die Annahme der Nullhypothese  $H_0$  erfolgt anhand des Signifikanzwerts ( $p$ -Wert). Der  $p$ -Wert entspricht dabei dem kleinsten Signifikanzniveau, bei dem die Nullhypothese  $H_0$  gerade noch verworfen werden kann.

Zur Modellierung der ortsabhängigen statistischen Eigenschaften der Vorspannung und einer seiner charakterisierenden Größen, der Druckzontiefe, wird die Methode der Regression mit Gauß-Prozessen [16] aus dem Bereich des Maschinellen Lernens (ML) verwendet. Die Gauß-Prozess-Regression (GPR) ist ein nichtparametrischer, Bayes'scher Ansatz zur Regression von Daten  $y$  nach Gl. (4) bei Datensätzen mit geringem Umfang unter Berücksichtigung einer Priorverteilung für die Daten in Form von  $f(x) \sim GP(m(x), k(x, x'))$ .

$$y(x) \sim GP(m(x), k(x, x') + \delta_{ij} \sigma_n^2) \quad (4)$$

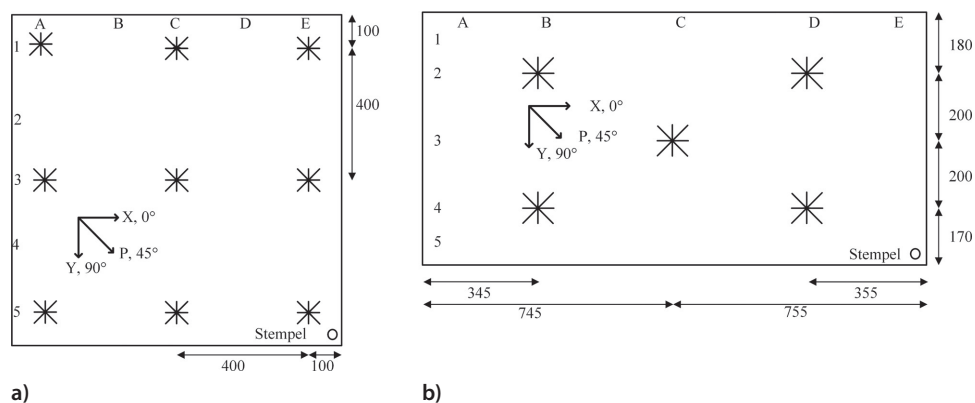
Dabei ist  $m(x)$  die Mittelwertfunktion und  $k(x, x')$  die Kovarianzfunktion zusammen mit der Annahme von homosedastisch-normalverteiltem Messfehler mit Varianz  $\sigma^2$ .

### 3 Experimentelle Untersuchungen

In Tabelle 1 sind die Eigenschaften der untersuchten Probekörper aufgelistet, wohingegen in Bild 4 die zwei untersuchten Formate dargestellt sind. Es wurden vorgespannte Flachgläser der beiden Formate von zwei Glasveredlern untersucht. Die Probekörper des Formats 1000 mm × 1000 mm in den Glasdicken 6 mm und 15 mm wurden nur von Glasveredler A bereitgestellt. Im Format 750 mm × 1500 mm wurden Probekörper mit 6 mm, 8 mm, 10 mm und 12 mm Glasdicke, sowie Kalknatron-Silikatglas (SLG) und Kalknatron-Silikatglas mit reduziertem Eisengehalt (Low Iron SLG) untersucht. An den Gläsern, die hier als Einscheibensicherheitsglas (ESG) aufgelistet sind, wurde

Tabelle 1 Übersicht der untersuchten Glasprobekörper

Glasveredler	Glasart	ESG/TVG	Format	Nominale Dicke	Gesamtzahl Messpunkte (Anzahl Probekörper)
			[mm <sup>2</sup> ]	[mm]	
A	SLG	ESG	1000 × 1000	6	63 (7)
B	SLG	ESG	750 × 1500	6	25 (5)
B	Low Iron SLG	ESG	750 × 1500	6	30 (6)
A	SLG	ESG	750 × 1500	8	15 (3)
B	SLG	ESG	750 × 1500	8	35 (7)
A	SLG	TVG	750 × 1500	8	15 (3)
B	SLG	TVG	750 × 1500	8	15 (3)
A	SLG	ESG	750 × 1500	10	15 (3)
A	SLG	TVG	750 × 1500	10	15 (3)
A	SLG	ESG	750 × 1500	12	15 (3)
B	SLG	ESG	750 × 1500	12	35 (7)
A	Low Iron SLG	ESG	750 × 1500	12	15 (3)
B	Low Iron SLG	ESG	750 × 1500	12	35 (7)
A	SLG	TVG	750 × 1500	12	15 (3)
B	SLG	TVG	750 × 1500	12	35 (7)
A	Low Iron SLG	TVG	750 × 1500	12	15 (3)
B	Low Iron SLG	TVG	750 × 1500	12	35 (7)
A	SLG	ESG	1000 × 1000	15	112 (11)



**Bild 4** Probekörpergeometrien und Definition der Messpunkte bzw. Messrichtungen, Maße in [mm]; a) 1000 × 1000 mm<sup>2</sup> mit 9 Messpunkten; b) 750 × 1500 mm<sup>2</sup> mit 5 Messpunkten (© K. Thiele, ISM+D)

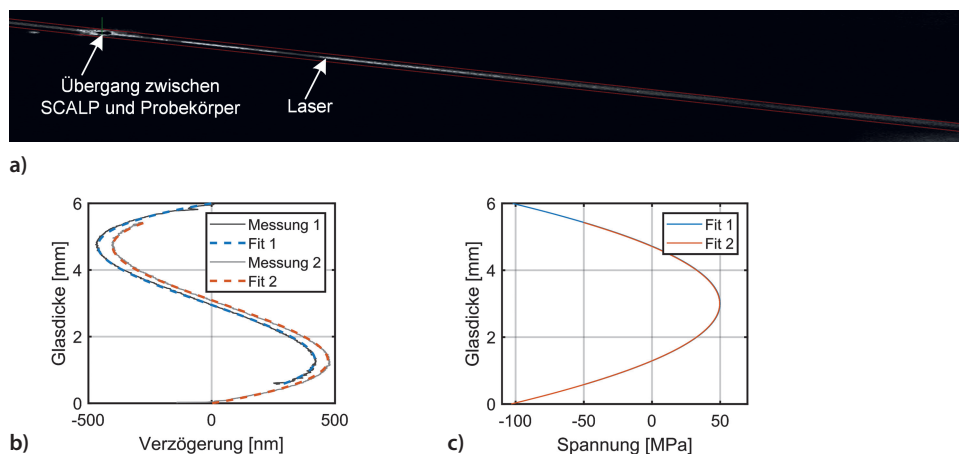
eine Oberflächendruckspannung zwischen 90 und 120 MPa gemessen. An Gläsern, die hier als Teilvorgespanntes Glas (TVG) aufgelistet sind, wurde eine Oberflächendruckspannung zwischen 40 und 60 MPa gemessen. Die nach ASTM C 1048-04 [19] geforderte Mindestoberflächendruckspannung für ESG von 69 MPa und die geforderte Oberflächendruckspannung für TVG zwischen 24 und 52 MPa, erfüllen diese Gläser. 20% der gemessenen Punkte an TVG liegen zwischen 50 MPa und 60 MPa und überschreiten damit den in der ASTM geforderten Bereich leicht.

Alle Gläser wurden im ähnlichen Zeitraum und zur Beurteilung der Anisotropieeffekte hergestellt. Da der thermische Vorspannprozess von vielen Faktoren abhängt, z. B. der Jahreszeit oder der Menge Glas pro Ofenpaket, ist der vorhandene Datensatz nicht repräsentativ.

In Bild 4 sind die Messpunkte sowie die Richtungen der drei Messungen je Punkt für die beiden untersuchten Formate dargestellt. Es wurde auf einen ausreichend großen Abstand der Messpunkte zur Glaskante geachtet, um den Einfluss des unterschiedlichen Eigenspannungszustandes an der Kante zu minimieren. Insgesamt wurden im Rahmen dieser Untersuchung Messdaten an 540 Messpunkten, an denen jeweils drei Messungen an beiden Oberflächen durchgeführt wurden, erhoben.

Die Probekörper wurden vor der Messung mit Fensterreiniger gereinigt und auf eine Papierunterlage mit den Markierungen der Messpunkte gelegt. Für die Messung mit SCALP sollte die Oberfläche möglichst frei von Verschmutzungen sein, sodass die Messpunkte zusätzlich mit Isopropanol gereinigt wurden. Die Messpunkte wurden dann mit permanenter Farbe markiert, sodass eine einfachere Ausrichtung des SCALPs möglich ist und möglichst derselbe Punkt auf der Rückseite für die Messung lokalisiert werden kann.

Zur Minimierung von Reflektionen an den Glasoberflächen zwischen SCALP und Probekörper, welche die Genauigkeit der Messung potentiell reduzieren, wird eine Flüssigkeit mit möglichst glasähnlichem Brechungsindex aufgebracht. Dafür wurde



**Bild 5** Darstellung einer Messung an einem Messpunkt an einem 6 mm Glas; a) Kamerabild des Lasers; b) gemessene Verzögerung für Messung 1 (Oberfläche „top“) und Messung 2 (Oberfläche „bot“); c) berechnete Spannungsverläufe jeweils für die Messung 1 und 2 (© K. Thiele, ISM+D)

„Immersion Liquid Code 5095“ von Cargille Laboratories mit einem Brechungsindex von 1,52 bei einer Wellenlänge von 635 nm verwendet.

Weitere Störeinflüsse auf die Messung können auch durch äußere Lichtquellen entstehen. Um diesen Effekt zu minimieren, wurde der Raum größtmöglich verdunkelt. Da die Messung mit SCALP auch sensitiv auf die Beschaffenheit der Oberfläche zur Ablage des Probekörpers reagiert, wurde darauf geachtet, dass die Papierunterlage mit den Markierungen aus dunklerem und nicht reflektierendem Papier besteht.

Bild 5 zeigt exemplarisch den Verlauf einer Messung an einem Probekörper mit 6 mm. Dabei zeigt Bild 5a das Kamerabild des SCALP. In Bild 5b ist der gemessene Verlauf der Verzögerung des Lasers für die zwei Messungen von Ober- und Unterseite und in Bild 5c die daraus abgeleiteten Spannungen dargestellt.

### 3.1 Vereinfachte Ermittlung der Hauptspannungen

Der Hersteller des SCALP, GlasStress Ltd., stellt ein Verfahren zur Bestimmung der Hauptspannungen und ihrer Richtungen zur Verfügung, welches eine Messung in vier Richtungen erfordert [9]. Im Rahmen des vorliegenden Beitrags wurden jedoch nur drei Richtungen vermessen und die Hauptspannungen und deren Richtungen über ein vereinfachtes Verfahren bestimmt.

Betrachtet man Gl. (1), erhält man aus jeder der drei Messungen sekundäre Hauptspannungen, die von den drei Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  abhängig sind. Vereinfacht wurde hier angenommen, dass aus der Messung in  $x$ -,  $p$ - und  $y$ -Richtung direkt die Spannungen in  $y$ -,  $pI$ - und  $x$ -Richtung folgen. Nachdem für jede Messung die Verzögerungen einzeln kalibriert wurden und die Spannungen als Ableitung der regressierten Funktion ermittelt wurden, fand die Berechnung der Hauptspannungen wie folgt statt:

$$\tau_{xy} = \sigma_{pI} - \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \quad (5)$$

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}\right), \quad \phi_2 = \phi_1 + \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos(2\phi_1) + \tau_{xy} \sin(2\phi_1) \quad (7)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos(2\phi_2) + \tau_{xy} \sin(2\phi_2) \quad (8)$$

### 3.2 Ermittlung der Druckzonentiefe

Die Druckzonentiefe  $l_{ci}$  gibt die Dicke des überdrückten Bereichs des thermisch vorgespannten Glases an, siehe Bild 2. Die Bestimmung der Druckzonentiefe kann auf zwei Arten aus den Messwerten erfolgen. Bei den Messdaten der Verzögerung entspricht die Lage des Spannungswechsels von Druck zu Zug der Lage des oberflächennahen lokalen Extremums, vgl. Bild 5b. Auf diese Art kann die Druckzonentiefe relativ genau bestimmt werden, da in dieser Distanz zur Oberfläche die Messwerte sehr exakt vorliegen und kein zusätzliches Korrigieren der Messwerte infolge möglicher Störeinflüsse notwendig ist.

Im Rahmen dieses Beitrags wurden die Druckzontiefen  $l_{ci}$  als Nulldurchgang der, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, ermittelten Hauptspannungen  $\sigma_i$  bestimmt, vgl. Bild 5c. Dafür muss zunächst eine Funktion anhand der Messwerte regressiert werden, deren Ableitung den Spannungsverlauf liefert. Bei der Ermittlung der Druckzontiefe über den Wert der Spannungen ist demnach die Unsicherheit bezüglich der für die Anpassung verwendeten Funktion im Rahmen des vereinfachten Verfahrens enthalten.

Die Druckzontiefe wird im Folgenden als auf die nominale Dicke normierter Wert angegeben. Der Unterschied der Druckzontiefen zwischen Oberfläche „top“ und „bot“ wird mit dem Quotienten  $r_{1ci}$  angegeben, vgl. Gl. (9).

$$r_{1ci} = \frac{l_{ci,top}}{l_{ci,bot}} \quad (9)$$

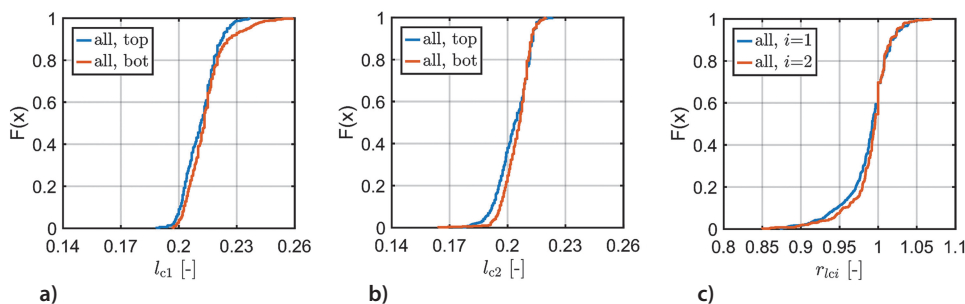
## 4 Resultate der statistischen Auswertungen

Nachfolgend werden aufgrund der gebotenen Kürze dieses Beitrags lediglich ausgewählte Resultate der Auswertungen mithilfe der in Abschnitt 2.3 genannten statistischen Methoden vorgestellt.

In den folgenden Kapiteln 4.1 bis 4.3 wird jeweils die Hypothese  $H_0$  gegen die alternative Hypothese  $H_1$ , dass die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen  $x_1$  größer ist als die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen  $x_2$ , getestet. Eine Widerlegung der Hypothese  $H_0$  bedeutet für die Verteilungsfunktionen der Druckzontiefen  $l_{ci}$ , dass die Druckzontiefen der Zufallsvariablen  $x_1$  statistisch signifikant dünner sind als die der Zufallsvariablen  $x_2$ . Für die Verteilungsfunktionen der Quotienten  $r_{1ci}$  bedeutet dies, dass die Unterschiede zwischen den Oberflächen „top“ und „bot“ für Zufallsvariable  $x_1$  statistisch signifikant größer sind als für Zufallsvariable  $x_2$ .

### 4.1 Unterschiede der Druckzontiefe zwischen den Oberflächen

Zunächst werden Daten aller 540 Messpunkte betrachtet. In Bild 6a und b sind Verteilungsfunktionen der Druckzontiefen zu den Hauptspannungen 1 und 2 an den beiden Oberflächen „top“ und „bot“ gegeben. Bild 6c zeigt die Verteilungen der Quotienten  $r_{1ci}$ .



**Bild 6** Verteilungsfunktionen; a) Druckzontiefe zu Hauptspannung 1; b) Druckzontiefe zu Hauptspannung 2; c) Verhältnis der Druckzontiefen oben/unten (© K. Thiele, ISM+D)

**Tabelle 2** Mittelwert, Standardabweichung und Definition der Zufallsvariablen sowie Signifikanzwerte  $p$  der KS-Tests. Es wurden alle Daten der 540 Messpunkte verwendet

	$l_{c1,top}$ [-]	$l_{c1,bot}$ [-]	$l_{c2,top}$ [-]	$l_{c2,bot}$ [-]	$r_{lc1}$ [-]	$r_{lc2}$ [-]
$\mu$	0,211	0,214	0,203	0,205	0,988	0,991
$\sigma$	7,17 E-5	1,01 E-4	7,11 E-5	4,66 E-5	9,11 E-4	7,68 E-4
KS-Test	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
$p$	3,54 E-4		3,22 E-6		1,09 E-2	

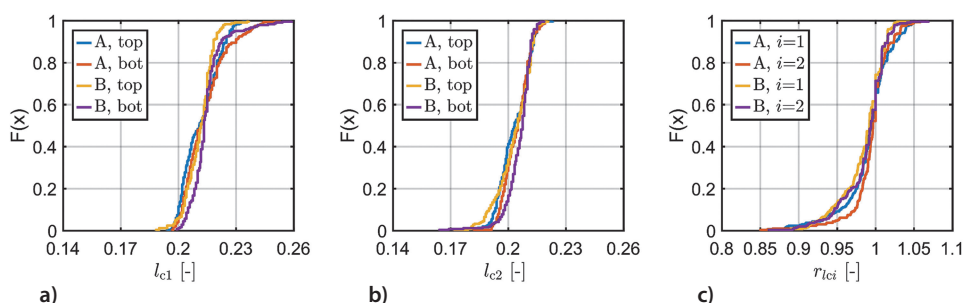
Tabelle 2 beinhaltet die Mittelwerte, Standardabweichungen und die Definition der Zufallsvariablen  $x_1$ ,  $x_2$  sowie die Signifikanzwerte  $p$  der KS-Tests für die sechs untersuchten Verteilungen.

Sowohl aus den Mittelwerten, den KS-Test-Ergebnissen als auch Bild 6a und b zeigt sich, dass die Druckzonentiefen der Hauptspannungen 1 und 2 an der Oberfläche „top“ etwas kleiner sind als an der Oberfläche „bot“. Bild 6c zeigt, dass der Unterschied der Druckzonentiefen zwischen den Oberflächen für die Hauptspannungen 1 größer ist. Für Hauptspannung 1 als auch für Hauptspannung 2 weisen 60 % der Messpunkte eine geringere Druckzonentiefe an Oberfläche „top“ auf als an Oberfläche „bot“.

## 4.2 Abhängigkeit vom Hersteller

Um mögliche Unterschiede in den Daten der Probekörper von Hersteller A und Hersteller B zu detektieren, sind in Bild 7 die ausgewerteten Daten der 540 Messpunkte je Hersteller dargestellt. Tabelle 3 gibt die Mittelwerte, Standardabweichungen und die Definition der Zufallsvariablen  $x_1$ ,  $x_2$  sowie Signifikanzwerte  $p$  der KS-Tests für die zwölf untersuchten Verteilungen. Grau hinterlegte Werte markieren, dass die Hypothese  $H_0$  beim gewählten Signifikanzlevel nicht widerlegt werden konnte.

Probekörper beider Hersteller zeigen ein ähnliches Bild. Die Druckzonentiefen an der Oberfläche „top“ sind geringer als an der Oberfläche „bot“. Die Verteilung der Druckzonentiefen in den untersuchten Probekörpern ist unabhängig vom Hersteller.



**Bild 7** Verteilungsfunktionen für Hersteller A und B; a) Druckzonentiefe zu Hauptspannung 1; b) Druckzonentiefe zu Hauptspannung 2; c) Verhältnis der Druckzonentiefen oben/unten (© K. Thiele, ISM+D)

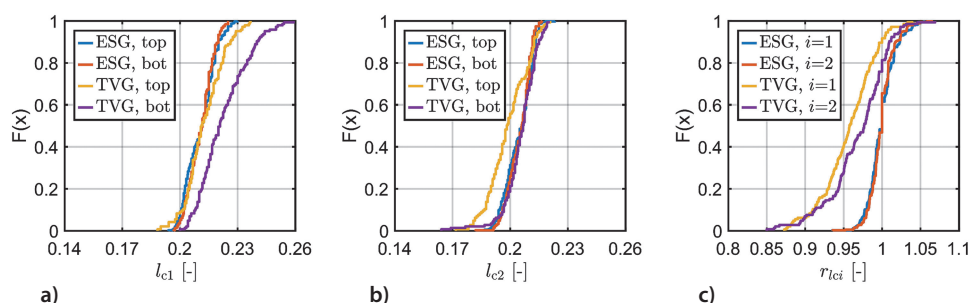
**Tabelle 3** Mittelwert, Standardabweichung und Definition der Zufallsvariablen sowie Signifikanzwerte  $p$  der KS-Tests. Für Hersteller A wurden Daten an 295 Messpunkten, für Hersteller B Daten an 245 Messpunkten je Verteilung genutzt

	$l_{c1,top}$	$l_{c1,bot}$	$l_{c2,top}$	$l_{c2,bot}$	$r_{lc1}$	$r_{lc2}$
A $\mu$	0,211	0,214	0,203	0,204	0,991	0,994
$\sigma$	8,87 E-5	1,20 E-4	6,41 E-5	4,59 E-5	9,98 E-4	7,04 E-4
KS-Test	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
$p$	5,16 E-3		1,13 E-2		2,30 E-2	
B $\mu$	0,211	0,215	0,203	0,206	0,985	0,987
$\sigma$	5,14 E-5	7,85 E-5	7,98 E-5	4,68 E-5	7,90 E-4	8,22 E-4
KS-Test	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
$p$	3,07 E-4		4,40 E-5		1,32 E-1	

### 4.3 Abhängigkeit vom Vorspanngrad

Um mögliche Unterschiede zwischen den Daten der Probekörper verschiedener Glasgüten zu untersuchen, sind in Bild 8 die Verteilungsfunktionen der Messdaten bezüglich ESG und TVG dargestellt. In Tabelle 4 sind die Mittelwerte, Standardabweichungen und Signifikanzwerte  $p$  der KS-Tests zusammengefasst. Dabei sind Zellen, bei denen die Nullhypothese  $H_0$  beim gewählten Signifikanzlevel nicht widerlegt werden konnte, grau hinterlegt. In Zeile drei und vier der Tabelle sind die Ergebnisse der KS-Tests angegeben, die für jeden der sechs untersuchten Werte die Abstände Verteilungsfunktionen von ESG und TVG prüft. Dabei ist in Zeile drei die Hypothese getestet worden, dass die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable  $x_1$  (ESG) größer ist als die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable  $x_2$  (TVG).

Bei den untersuchten Probekörpern ist ein deutlicher Unterschied der Verteilungsfunktionen der Druckzonentiefen zwischen ESG und TVG erkennbar, wobei die Vari-



**Bild 8** Verteilungsfunktionen für Vorspanngrade ESG und TVG; a) Druckzonentiefe zu Hauptspannung 1; b) Druckzonentiefe zu Hauptspannung 2; c) Verhältnis der Druckzonentiefen oben/unten (© K. Thiele, ISM+D)

**Tabelle 4** Mittelwert, Standardabweichung und Definition der Zufallsvariablen sowie Signifikanzwerte  $p$  der KS-Tests. Für ESG wurden Daten von 395 Messpunkten, für TVG Daten von 145 Messpunkten je Verteilung genutzt

		$l_{c1,top}$	$l_{c1,bot}$	$l_{c2,top}$	$l_{c2,bot}$	$r_{lc1}$	$r_{lc2}$
ESG	$\mu$	0,2108	0,2109	0,2047	0,2048	0,9994	0,9993
	$\sigma$	6,02 E-5	4,21 E-5	4,97 E-5	3,63 E-5	3,10 E-4	2,51 E-4
	KS-Test	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
	$p$	1,62 E-2		1,27 E-4		1,75 E-1	
TVG	$\mu$	0,2128	0,2227	0,1992	0,2056	0,9567	0,9690
	$\sigma$	1,01 E-4	1,62 E-4	1,07 E-4	7,47 E-5	1,21 E-3	1,51 E-3
	KS-Test	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
	$p$	5,55 E-7		4,51 E-10		6,86 E-4	
$x_1 = \text{ESG}, x_2 = \text{TVG}$							
	$p$	2,87 E-3	2,07 E-19	7,59 E-1	2,16 E-3	1,00 E0	9,90 E-1
$x_1 = \text{TVG}, x_2 = \text{ESG}$							
	$p$	5,51 E-1	1,00 E0	2,04 E-8	6,34 E-1	7,4 E-40	4,1 E-23

anz der Daten der TVG-Probekörper größer ist als die der ESG-Probekörper. Die untersuchten TVG-Probekörper weisen für die Hauptspannung 1 eine signifikant dickere Druckzonentiefe auf als die untersuchten ESG-Probekörper.

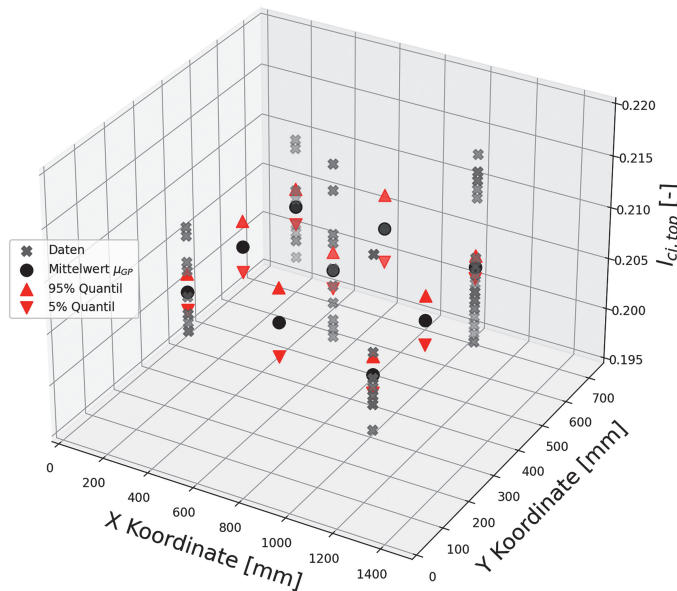
Für Hauptspannung 2 sind die beobachteten Druckzonentiefen der Oberfläche „top“ bei TVG signifikant dünner, an Oberfläche „bot“ allerdings signifikant dicker als die beobachteten Druckzonentiefen bei ESG. Bild 8c sowie Tabelle 4 zeigen, dass der Unterschied  $r_{lc1}$  je Messpunkt bei TVG deutlich größer ist als für ESG.

#### 4.4 Ortsabhängigkeit der Vorspannung

Eine erste Regressionsstudie von Gauß-Prozessen für die bezogene Druckzonentiefe oben wurde für 12 mm dicke Gläser der Probekörper mit Abmaßen von  $750 \times 1500 \text{ mm}^2$  durchgeführt. Die Mittelwertfunktion ist in Bild 9 zusammen mit den Trainingsmesswerten (Punkte) dargestellt.

Die mittlere Vorspannung scheint nach Bild 9 eher konstant und wenig vom Ort abzuhängen, der Variationskoeffizient kann zu ca. 10% errechnet werden.

Das Trainieren des Gauß-Prozesses war erfolgreich und liefert somit ein Modell für die ortsabhängige Vorhersage der bezogenen Druckzonentiefe oben inkl. Unsicherheitsquantifizierung. Im Zuge der weiteren Forschung muss nun ein Hyperparameter-tuning sowie die Kalibrierung weiterer Gauß-Prozesse für die verbleibenden Größen durchgeführt werden, sodass generellere Aussagen möglich werden.



**Bild 9** Mittelwertfunktion des Gauß-Prozesses und Messwerte der bezogenen Druckzonentiefe oben bei den Probekörpern mit Abmaßen von  $750 \times 1500 \text{ mm}^2$  und 12 mm Dicke (© M. Kraus, ETHZ)

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieses Beitrags wurden Daten zu charakterisierenden Größen des Eigenspannungsprofils in thermisch vorgespanntem Flachglas an mehr als 100 Proben mit einem Streulicht-Polariskop (SCALP) erhoben. Die Proben wurden an definierten Stellen von beiden Oberflächen in drei Richtungen untersucht. Aus den erhaltenen Ergebnissen wurden statistische Kenngrößen sowie statistische Verteilungen bestimmt und verschiedene Hypothesen bezüglich möglicher Unterschiede der Vorspannungsprofile zwischen Glasober- und Glasunterseite getestet. Wesentliche Erkenntnisse sind hierbei, dass die Druckzonentiefen in der Mehrheit der Daten:

- der Hauptspannungen 1 und 2 an der Oberseite „top“ etwas kleiner sind als an der Glasunterseite „bot“ und der Unterschied in der Druckzonentiefe bei Hauptspannungen 1 größer ist,
- und deren Statistik unabhängig vom Hersteller gleich ist,
- Unterschiede in den statistischen Eigenschaften der Vorspannungsprofile zwischen TVG und ESG festgestellt werden können.

Schließlich wurde ein erstes Gauß-Prozess-Regressionsmodell zur Modellierung der Ortsabhängigkeit der bezogenen Druckzonentiefe kalibriert. Im Mittel variieren, bei den hier gemessenen Probekörpern, die Druckzonentiefen konstant über die Scheibe mit einem Variationskoeffizienten von ca. 10%. Damit liefert dieser Beitrag quantitative Einblicke und Aussagen bezüglich der Druckzonentiefe sowie zur Homogenität der Vorspannungsprofile.

Der thermische Vorspannprozess ist ein komplexer Vorgang, der von vielen Parametern abhängt, die die Druckzonentiefe sowie die Oberflächendruckspannung beein-

flussen. Der vorliegende Datensatz beruht auf Probekörpern, die in einem ähnlichen Zeitraum hergestellt wurden, unterschiedliche Produktionsbedingungen sind hierin nicht enthalten.

Künftige Forschung ermöglicht das Testen weiterer Hypothesen bezüglich der Eigenschaften der Druckzonentiefe wie beispielsweise zur Abhängigkeit von der Glasdicke und weiteren Herstellungsspezifika. Insbesondere die weitere Untersuchung der lokalen Vorspanncharakteristika mithilfe von Gauß-Prozess-Regressionsmodellen erlaubt schließlich eine genauere Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten für die Vorspannung kommender Generationen von Bemessungsnormen.

## 6 Danksagung

Die Ergebnisse entstanden innerhalb des vom BMWi geförderten WIPANO-Projektes „Bewertungskriterien zur Normung von Anisotropie-Effekten bei thermisch vorgespanntem Flachglas“. Die Autoren danken dem BMWi für die Förderung und den Projektpartnern für die gute Zusammenarbeit.

## 7 Literatur

- [1] Fachverband Konstruktiver Glasbau e.V. (2019) *Merkblatt FKG 01/2019 Die visuelle Qualität von Glas im Bauwesen – Anisotropien bei thermisch vorgespanntem Flachglas*.
- [2] Dix, S.; Müller, P.; Schuler, C.; Kolling S.; Schneider, J. (2021) Digital image processing methods for the evaluation of optical anisotropy effects in tempered architectural glass using photoelastic measurements in: *Glass Structures & Engineering*, Basel: Springer Nature Switzerland AG.
- [3] Feldmann, M.; Kasper, R.; Di Biase, P.; Schaaf, B.; Schuler, C.; Dix S.; Illguth, M. (2017) Flächige und zerstörungsfreie Qualitätskontrolle mittels spannungsoptischer Methoden in: Weller, B.; Tasche, S. [Hrsg.] *Glasbau 2017*, Berlin: Ernst & Sohn, S. 327–338.
- [4] Laufs, W. (2000) Ein Bemessungskonzept thermisch vorgespannter Gläser [Dissertation]. RWTH Aachen.
- [5] Schneider, J.; Kuntsche, J.; Schula, S.; Schneider, F.; Wörner, J.-D. (2016) *Glasbau: Grundlagen, Berechnung, Konstruktion*, Berlin/Heidelberg: Springer Vieweg.
- [6] Weller, B.; Lohr, K. (2018) Influence of Regrinding Depth on Edge Strength of Tempered Glass in: *Challenging Glass 6 – Conference on Architectural and Structural Applications of Glass*.
- [7] Karvinen R.; Aronen, A. (2019) Influence of Cooling Jets on Stress Pattern and Anisotropy in Tempered Glass in: *GPD Glass Performance Days*.
- [8] Nielsen, J.H.; Thiele, K.; Schneider, J.; Meyland, M.J. (2021) Compressive zone depth of thermally tempered glass in: *Construction and Building Materials*, Elsevier. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.125238>
- [9] GlasStress Ltd. (2021) *Scattered Light Polariscopes SCALP Instruction Manual*.
- [10] Aben, H.; Guillemet, C. (1993) *Photoelasticity of Glass*, Berlin/Heidelberg: Springer.
- [11] Aben, H.; Anton, J.; Errapart, A. (2008) Modern Photoelasticity for Residual Stress Measurement in Glass in: *Strain*, pp. 40–48. <https://doi.org/10.1111/j.1475-1305.2008.00422.x>

- [12] Ramakrishnan, V.; Ramesh, K. (2016) A novel method for the evaluation of stress-optic coefficient of commercial float glass in: *Measurement*, pp. 13–20.
- [13] Massey, F.J. (1951) The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit in: *Journal of the American Statistical Association*, Elsevier, pp. 68–78. <https://doi.org/10.2307/2280095>
- [14] Marsaglia, G.; Tsang, W.; Wang, J. (2003) Evaluating Kolmogorov's Distribution in: *Journal of Statistical Software*.
- [15] Razali, N.M.; Wah, Y.B. (2011) Power comparisons of Shapiro-wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests in: *Journal of statistical modeling and analytics*.
- [16] Rasmussen C.E.; Nickisch, H. (2010) Gaussian processes for machine learning (GPML) toolbox in: *The Journal of Machine Learning Research*, pp. 3011–3015.
- [17] Miller, L.H. (1956) Table of Percentage Points of Kolmogorov Statistics in: *Journal of the American Statistical Association*, pp. 111–121.
- [18] Mathworks (2021) [online], [https://de.mathworks.com/help/index.html?s\\_tid=CRUX\\_lftnav](https://de.mathworks.com/help/index.html?s_tid=CRUX_lftnav)
- [19] ASTM Standard C1048-04 (2004) *Standard Specification for Heat-Treated Flat Glass – Kind HS, Kind FT Coated and Uncoated Glass*.

