Nicht in eBib 26.9.78

Einiges über η und q, Joule, Kelvin und bit

Karl R. Scheuter

Die Fähigkeit, Überlegungen über Aufwand und Nutzen anzustellen, unterscheidet den Menschen von allen übrigen Lebewesen. Doch ist der Begriff des Wirkungsgrades, wie wir ihn heute verstehen, eigentlich noch jung. Erst die von N.L.S. Carnot (1796-1832) geschaffenen gedanklichen Hilfsmittel der vollkommenen Maschine und der reversiblen Kreisprozesse und das von I.R. Mayer (1814-1878) im Jahre 1842 erstmalig öffentlich ausgesprochene Prinzip der Äquivalenz von Wärme und Arbeit haben dem Begriff des Wirkungsgrades jene Bedeutung verliehen, welche er in der heutigen Technik für uns hat.

Unter dem Wirkungsgrad wird allgemein der Quotient

$$\eta = \frac{W}{Q} \qquad (1)$$

verstanden, der angibt, welcher Bruchteil der zur Aufrechterhaltung eines technischen Prozesses notwendigen Arbeit Q in Nutzarbeit W übergeht. Aus dieser Definition geht hervor, daß die Bezeichnung Wirkungsgrad für den Quotienten η nicht sehr glücklich gewählt ist. Dieser soll nämlich nicht den Grad, also das Ausmaß einer Wirkung, sondern die Güte eines ablaufenden Prozesses (und damit die Güte der ihn durchführenden technischen Einrichtung) beschreiben. Der Begriff Gütegrad würde wohl passender sein.

Will man nun für einen beliebigen Prozeß eine Gütegradaussage machen, dann müssen die Nutzarbeit W, aber auch die notwendige Arbeit Q vorerst definiert werden. Beide Größen können jedoch bei ein und demselben Prozeß von unterschiedlich Interessierten unterschiedlich und speziell definiert werden. Jeder Gütegrad η ist also ein spezieller Gütegrad, der einen Prozeß bzw. eine ihn durchführende technische Einrichtung nur nach einem, nie jedoch nach allen denkbaren Gesichtspunkten bewertet. Die Möglichkeit der quantitativen Bewertung unter speziellen, nicht nur rein technischen, sondern beispielsweise auch wirtschaftlichen Gesichtspunkten hat die technische Entwicklung in ungeahntem Maße vorangetrieben.

Der Stand des Maschinenbaues von heute wäre ohne den Begriff des Wirkungs- oder Gütegrades undenkbar.

Nun war es überall dort leicht, aus dem Wirkungsgraddenken Nutzen zu ziehen, wo die in Gl. (1) auftretenden Arbeiten W und Q quantitativ erfaßt werden konnten. Dies war bei durch Kraftmaschinen vollzogenen technischen Prozessen seit langem möglich.

Bei drucktechnischen Prozessen ist das Ziel nicht der Gewinn von Arbeit im landläufigen, jedermann vertrauten Sinn. Der Sinn eines drucktechnischen Prozesses besteht doch darin, die in einer Vorlage vorhandene Bildinformation auf ein Druckprodukt zu übertragen. Um einem derartigen Prozeß eine Größe in der Art des durch Gl. (1) definierten Gütegrades zuordnen zu können, mußte die Information und ihr Maß erst einmal definiert werden. Schließlich mußte erkannt werden, daß der Begriff und das Maß der Information über die Entropie ein Maß für die Arbeit liefert, welche für die Informationserzeugung erforderlich ist.

Claude E. Shannon /1/ hat 1948 das Maß der Information definiert. Ausgehend von der Tatsache, daß die Information durch das Auftreten einer räumlichen oder zeitlichen Folge von voneinander unterscheidbaren Signalen oder Ereignissen in einem Ereignisraum entsteht und ausgehend von der Erkenntnis, daß der Beitrag jedes einzelnen Signales an die Information eine Funktion der Seltenheit seines Auftretens in dieser Folge ist, kam er zwingend auf die Definition des Informationsbeitrages $I(x_i)$ eines einzelnen Signales x_i, das mit der Häufigkeit $p(x_i)$ (d.h. mit der Seltenheit $\frac{1}{p(x_i)}$) auftritt. Die Definitionsgleichung für die Information lautet:

$$I(x_i) = K \cdot \log_a \frac{1}{p(x_i)} \qquad (2)$$

In dieser Gleichung ist die Konstante K, welche die Dimension des Informationsmaßes bestimmt, genau so wie die Basis a frei wählbar.

Shannon erkannte sofort, daß seine Definitionsgleichung mit der von L. Boltzmann gefundenen Definitionsgleichung für die Entropie

$$S(x_i) = K_B \cdot \log_e p(x_i) \ (\text{Joule.K}^{-1})$$

$$= -K_B \cdot \log_e \frac{1}{p(x_i)} \ (\text{Joule.K}^{-1}) \qquad (3)$$

bis auf das Vorzeichen formal übereinstimmt. Er benutzte deshalb für die Angabe der Menge einer Information nicht den Begriff "Information", sondern den Begriff "Entropie einer Nachricht".

Der Beweis, daß die Übereinstimmung der beiden Definitionsgleichungen nicht nur eine formale ist, sondern daß Information und Entropie zwei Bezeichnungen für das gleiche sind, also auch physikalisch übereinstimmen, wurde erst 1962 durch Brillouin /2/ schlüssig erbracht. Diese Übereinstimmung begründet sich auf der Erkenntnis, daß Information, für sich selbst gesehen etwas immaterielles, stets an ein materielles, physikalisches System gebunden ist und daß Arbeit aufgewendet werden muß, um einem solchen System Information aufzuprägen. Heute müßte diese Erkenntnis eigentlich eine Selbstverständlichkeit sein, denn niemand kann bestreiten, daß z.B. zum Füllen eines Kernspeichers elektrische Arbeit aufgewendet werden muß und daß diese Arbeit und damit die Entropie des Speichers ein Maß für die im Kernspeicher entstandene Information darstellt.

Es ist anzunehmen, daß Shannon dieser Übereinstimmung in der Tat nur formalen Charakter beigemessen hat. Wäre ihm die physikalische Übereinstimmung von Information und Entropie bereits bewußt gewesen, so darf man wohl mutmaßen, dann hätte Shannon für die Kostante K die Boltzmann'sche Konstante und für die Basis a die natürliche Zahl e gewählt und geschrieben

$$I(x_i) = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot \ln \frac{1}{p(x_i)} \ (\text{Joule.K}^{-1}) \qquad (2.1)$$

Die Information hätte dann in der Tat die kohärent von den SI-Basiseinheiten abgeleitete Dimension der Entropie. Als Einheitsmenge der Information wäre dann jene Information zu verstehen, welche als Folge der zu ihrer Erzeugung notwendigen Arbeit zu einer Entropieerhöhung des Ereignisraumes von 1 Joule.K^{-1} führt.

Shannon ist jedoch anders vorgegangen. Er wählte als Einheitsmenge jene Information, welche entsteht, wenn eine Frage gleichermaßen mit Ja oder Nein beantwortet werden kann. Aus dieser Forderung ergab sich für die Konstante K=1 und für die Basis des Logarithmus a=2, also

$$I(x_i) = \mathrm{ld}\,\frac{1}{p(x_i)}\ \{\mathrm{bit}\} \qquad (2.2)$$

Die Dimension "bit" wurde von Shannon neu geschaffen. Sie bezieht sich auf etwas Immaterielles und ist deshalb nicht a priori mit irgendeinem physikalisch-technischen Prozeß verbunden.

Der Vergleich der Gleichungen (2.1) und (2.2) zeigt natürlich sofort, daß man {bit} in {Joule.K^{-1}} umrechnen kann und umgekehrt. Es ist ganz einfach

$$I(x_i)\ \{\mathrm{Joule}.K^{-1}\} = 0{,}9565.10^{-23}\cdot I(x_i)\ \{\mathrm{bit}\} \qquad (4.1)$$

bzw.

$$I(x_i)\ \{\mathrm{bit}\} = 1{,}045.10^{23}\cdot I(x_i)\ \{\mathrm{Joule}.K^{-1}\} \qquad (4.2)$$

Aus den Gleichungen (4.1) und (4.2) kann man eine wesentliche Erkenntnis ziehen, wenn man sich klar macht, welche Information man mit der Atbeit L=1 {Joule} = 1(Ws) erzeugen kann. Diese Arbeit wird beispielsweise dann geleistet, wenn eine Masse von 1(Kg) gegen das Schwerefeld um 0,1(m) angehoben wird. Wird diese Arbeit an einem System, d.h. hier an einem Ereignisraum bei der Temperatur $\theta=20^{o}C=$ 293 K geleistet, dann erhöht sich dessen Entropie um den Betrag S=1/293 {Joule.K^{-1}}. Nach Gleichung (4.2) entspricht dies der Information $I(x_i)=3{,}57.10^{20}$(bit), welche beispielsweise in einem Durchschnittlichen Schwarz-Weiß-Bild von rund 2.10^{6}(km^2) Fläche auftritt. Anders gesagt ist die Arbeit, welche notwendig ist, um jene Informationen zu erzeugen, welche dem Menschen täglich angeboten und von ihm aufgenommen werden können, so ungeheuer klein, daß sie weder gespürt noch gemessen werden kann. Damit entzieht sich jedoch der direkte Zusammenhang zwischen Arbeit, Entropie und Information der unmittelbaren menschlichen Erfahrung.

An sich ist es völlig gleichgültig, ob man die Information in der einen oder der anderen Dimension mißt. Und doch scheint die Einführung des Begriffes "bit" und seine allgemeine Anwendung in der Informationstheorie nicht folgenlos geblieben zu sein. Der Begriff "bit" regt als Dimension und Maß für etwas Immaterielles nicht an, sich in der Art der Maschinenbau-Ingenieure mit jenen Prozessen zu beschäftigen, die notwendigerweise mit der Informationsübertragung verbunden sind. Er regt also schließlich auch nicht an, etwa die Frage nach einem Gütegrad zu stellen. Es ist deshalb auch nicht ganz verwunderlich, daß diese Frage schließlich von Maschinenbau-Ingenieuren, also von informationstheoretischen Außenseitern gestellt, behandelt und - bezogen auf den speziellen Bereich der Druck- und Vervielfältigungstechnik - auch gelöst wurde und zwar mit den bekannten ingenieurmäßigen Mitteln der Thermodynamik.

K. Wolf /3/ hat über die im Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren durchgeführten grundlegenden systemanalytischen und informationtheoretischen Arbeiten berichtet. Seine Arbeit gipfelte in der informationstheoretisch-thermodynamischen Ableitung des Gütegrades (in neuerer, normgerechter Schreibweise)

$$q = \frac{H_0+T}{H_0+H(x)+H(y|x)} = \frac{H_0+T}{H_0+H(y)+H(x|y)} \tag{5}$$

Darin ist

H_0 die der Entropie einer idealen Volltonfläche, z.B. Papierweiß, entsprechende Information in {bit}.

T die Transinformation in {bit} als jener Anteil der Reproduktion, die unmittelbar aus der Vorlage stammt.

$H(x)$ die Information der Vorlage in {bit}.

$H(y|x)$ die irrelevante Information in {bit}, welche als Folge von Störungen im Prozeß (Rauschen etc.) entstanden ist.

$H(y)$ die Information der Reproduktion in {bit}.

$H(x|y)$ die Äquivokation in {bit} als jene Information der Vorlage, welche beim Durchlaufen des Prozesses verloren ging.

Das Informationsflußdiagramm, Abb. 1 zeigt den Zusammenhang dieser Größen. Es ist identisch mit dem den Prozeß der Übertragung kennzeichnenden Entropieflußdiagramm.

Da alle im Gütegrad q auftretenden Größen nur durch Messung bestimmt werden können, ist er objektiv und von einem Beobachter unabhängig.

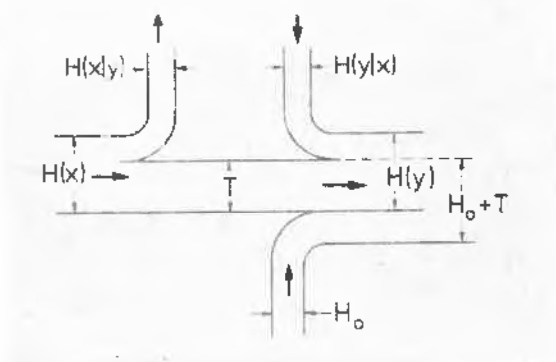

Abb. 1 Informationsflußdiagramm eines drucktechnischen Prozesses

Ein Beobachter, der z.B. Motoren arbeiten sieht, ist durch die visuelle Beobachtung nicht in der Lage zu entscheiden, welcher der Motoren den besten oder den schlechtesten Wirkungsgrad hat. Anders ist das bei drucktechnischen Prozessen. Ein Beobachter, welcher Reproduktionen der gleichen Vorlage systematisch mit dieser vergleicht, kann die Reproduktionen leicht in eine Qualitätsrangfolge bringen. Er wird dann die Auffassung vertreten, daß jener Prozeß, welcher die beste Reproduktion erzeugt hat, der beste der Prozesse sei. So gewinnt er schließlich eine durch subjektive Beobachtung gewonnene Güterangfolge der Prozesse, welche der Qualitätsrangfolge der Reproduktionen entspricht. Da die Produkte eines drucktechnischen Prozesses für die visuelle Nutzung bestimmt sind, muß diese Güterangfolge als verbindlich anerkannt werden. Damit ist aber auch festgestellt, daß der durch die Gleichung (5) definierte objektive Gütegrad q nur dann sinnvoll und brauchbar ist, wenn er zu einer Güterangfolge führt, welche mit der subjektiv gewonnenen Güterangfolge übereinstimmt. R. Hradezky /4/ hat mit Hilfe psycho-physikalischer Experimente den Nachweis der statistisch gesicherten Übereinstimmung gebracht. Die Einschränkung "statistisch gesichert" sagt aus, daß die subjektive Bewertung mit einer gewissen, von der Einstellung und Disposition der Beobachter abhängigen Unsicherheit behaftet ist. Die Unsicherheit ist bei Fachleuten allerdings sehr klein und bei Laien erstaunlicherweise gar nicht merklich größer. Diese Unsicherheit ist wohl auch mit verantwortlich für die unendlichen Diskussionen über die Druckqualität. Der objektive Gütegrad q, welcher der subjektiven Bewertung durch einen "mittleren" Beobachter genau entspricht, ist im Rahmen der Meßgenauigkeit streng gültig und kann nicht mehr Anlaß von Qualitätsdiskussionen sein.

Der Ansatz von K. Wolf /3/ leistet, wie R. Hradezky /4/ außerdem nachgewiesen hat, noch mehr. Es ist nämlich auch möglich, Teilprozesse zu beurteilen. Schließlich kann aus den Meßdaten, welche für die Berechnung der Gütegrade der Teilprozesse notwendig sind, der Gütegrad eines auf diesen Teilprozessen aufgebauten Gesamtprozesses mit guter Sicherheit vorausgesagt werden. Damit ist die Möglichkeit gegeben, Prozeßänderungen vorweg zu bewerten.

Das von R. Hradezky benutzte Meßgerät, ein mechanisch und elektronisch umgebauter Scanner, ist ein reines Laborgerät, das für praxismäßige Messungen unhandlich ist. Trotzdem fand es eine erste praktische Nutzanwendung im Rahmen des z.Z. laufenden Forschungsvorhabens "Innovation auf dem Gebiet der Reproduktion von Information auf Bedruckstoffen". Hier stellte sich unter anderm die Aufgabe, neue Verfahren im Vergleich zu den konventionellen Druckverfahren hinsichtlich der Druckqualität zu bewerten. Dazu eignet sich der Gütegrad q vorzüglich.

Unter den neueren Verfahren zur Reproduktion von Information auf Bedruckstoffen spielen die elektro-phototgraphischen eine bedeutende Rolle. In Kopiergeräten finden diese Verfahren weltweit Anwendung. Deshalb wurden auf 53 unterschiedlichen Geräten Kopien einer Bildvorlage hergestellt und vorerst einmal visuell, also subjektiv bewertet. Die besten Kopien wurden mittels des von R. Hradezky /4/ beschriebenen Scanners ausgewertet und der Gütegrad q bestimmt. Zum Vergleich standen im Offsetverfahren hergestellte Drucke mittlerer Qualität zur Verfügung. Es ergaben sich folgende Werte.

Verfahren	Gütegrad
Elektrophotographie	$0,52 < q < 0,57$
Offsetverfahren	$0,68 < q < 0,71$

Um diese Werte in ein Gesamtbild zu bringen, seien folgende Näherungswerte herangezogen

Verfahren	Gütegrad
Konventioneller Druck, Druckmakulatur	$q \leq 0,64$
optimaler konventioneller Druck	$q \simeq 0,75$
Photographisches Verfahren (Vorlage - Negativ - Positiv)	$q \simeq 0,86$

In den Augen eines zünftigen Druckers erzeugen die nach dem Verfahren der Elektrophotographie arbeitenden Geräte also nur Makulatur. In sehr vielen der heutigen Anwendungsbereiche spielt dies zwar keine wesentliche Rolle. Doch im Hinblick auf weitere Anwendungsbereiche bemühen sich die Hersteller von Kopiergeräten, die chemische und die Elektroindustrie mit einem enormen Mitteleinsatz um eine Verfahrensverbesserung, also um eine Steigerung des Gütegrades q.

Aufgrund der wenigen bisherigen Untersuchungen kann die für den niedrigen Gütegrad q ausschlaggebende Schwachstelle der elektrophotographischen Verfahren und der Schwierigkeitsgrad ihrer Behebung geahnt werden. Bei den konventionellen Druckverfahren ist diese Schwachstelle in einem langen Weg der Evolution weitgehend entschärft worden. Im übrigen ist die elektrophotographisch erzeugte autotypische Offset-Druckform ein Beispiel, das treffend zeigt, wie mit Hilfe des hohen Gütegrades q der konventionellen Druckmaschine die Schwachstelle der rein elektrophotographischen Verfahren überspielt werden kann.

Literaturverzeichnis:

/1/ SHANNON, C.E., "A mathematical theory of Communication" Bell Syst. techn. J. 27, 1948

/2/ BRILLOUIN, L., "Science and information theory", Academic Press, 1962

/3/ WOLF, K., "Beitrag zur Systemtheorie der Druckverfahren", Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1970

/4/ HRADEZKY, R., "Objektive Qualitätsbeurteilung von Druckprodukten und Möglichkeiten zur analytischen Behandlung von Reproduktions- und Druckprozessen mit Hilfe der Informationstheorie", Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1977

(1) $$\eta = \frac{W}{Q} \qquad \cancel{\frac{1}{p(x)}}$$

(2) $$I(x_i) = K \cdot \log_a \cdot \frac{1}{p(x_i)}$$

(3) $$S(x_i) = K_B \cdot \log_e \, p(x_i) \quad [\text{Joule} \cdot K^{-1}]$$

$$= - K_B \cdot \log_e \frac{1}{p(x_i)} \; [\text{Joule} \cdot K^{-1}]$$

(2.1) $$I(x_i) = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot \ln \frac{1}{p(x_i)} \quad [\text{Joule} \cdot K^{-1}]$$

(2.2) $$I(x_i) = \text{ld} \, \frac{1}{p(x_i)} \quad [\text{bit}]$$

(4.1) $$I(x_i) \quad [\text{Joule} \cdot K^{-1}] = 0{,}9565 \cdot 10^{-23} \cdot I(x_i) \; [\text{bit}]$$

(4.2) $$I(x_i) \quad [\text{bit}] = 1{,}045 \cdot 10^{23} \cdot I(x_i) \; [\text{Joule} \cdot K^{-1}]$$

(5) $$q = \frac{H_0 + T}{H_0 + H(x) + H(y|x)} = \frac{H_0 + T}{H_0 + H(y) + H(x|y)}$$