Beschreibung und Analyse der Wechselwirkung zwischen Strömung und Gebäudeform unter Verwendung eines dynamischen Stabwerkmodells

Von der Fakultät für Architektur
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Alexander Hentschel

aus Nürnberg

D 17

Darmstadt 2003

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Dietger Weischede
Korreferent:	Prof. Dipl.-Ing Karl Heinz Petzinka
Tag der Einreichung:	10. Juni 2003
Tag der mündlichen Prüfung:	2. Juli 2003

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2000 bis 2003 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Entwerfen und Tragwerksentwicklung (ehemals: Entwerfen und Konstruktiver Ingenieurbau) am Fachbereich Architektur der Technischen Universität Darmstadt.

Dem Leiter des Fachgebietes, Herrn Professor Dr.-Ing. Dietger Weischede, der mich zu diesem Thema anregte, danke ich ganz besonders für vielfältigen Rat, Motivation und Unterstützung. Herrn Professor Dipl.-Ing. Karl Heinz Petzinka bin ich für die Übernahme des Koreferats sehr verbunden.

Darüber hinaus möchte ich all jenen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Fenja Kopf, die mir bei der Reinschrift des Manuskripts zur Seite stand.

Herrn Mark Fahlbusch, meinem Kollegen am Fachgebiet, der mich in der Lehre entlastete.

Meiner Familie für ihre Geduld.

Darmstadt, im März 2003

Alexander Hentschel

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 5

2 Anwendungen der Gebäudeaerodynamik 7

2.1 Geschichtlicher Überblick 7

2.2 Natürliche Klimatisierung 11

2.3 Strömung als Katalysator für die dynamische Formfindung 13

2.4 Erfassen der statischen Lasten 17

2.5 Beurteilung des dynamischen Verhaltens von Bauwerken 19

3 Mechanische Grundlagen 21

3.1 Grundlagen der Kinematik und Dynamik 22

3.1.1 Grundlagen der Statik 22

3.1.2 Grundlagen der Kinematik 24

3.1.3 Newtonsche Axiome – Grundlagen der Kinetik 26

3.1.4 Prinzip von d'Alembert 28

3.2 Grundlagen der Strömungsmechanik 29

3.2.1 Lagrangesche und Eulersche Betrachtungsweise 29

3.2.2 Stromröhre-Stromlinie-Bahnlinie 30

3.2.3 Kontinuität 31

3.2.4 Drücke 32

3.2.5 Reynoldszahl 33

3.2.6 Bernoulli-Gleichung 34

3.2.7 Bewegungsgleichungen normal zur Stromlinie 36

3.2.8 Potentialtheorie 38

3.2.9 Grenzschicht 39

3.2.10 Ablösung 40

3.2.11 Beeinflussung der Grenzschicht 45

3.2.12 Turbulenz, Wirbelbildung 46

3.2.13 Navier Stokessche Gleichungen 48

3.2.14 Dissipation 50

3.3 Der natürliche Wind 52

3.3.1 Eigenschaften der atmosphärischen Luft 53

3.3.1.1 Molekularer Aufbau 53

3.3.1.2 Viskosität 54

3.3.2 Struktur des Windes 56

3.3.2.1 Atmosphärische Grenzschicht 56

3.3.2.2 Hauptwindrichtung 57

3.3.2.3 Böenwirkung 59

3.4 Besonderheit der Gebäudeaerodynamik 59

4 Hilfsmittel zur Strömungsanalyse 61
4.1 Windkanaluntersuchungen 61
4.2 Wasserkanal 65
4.3 Strömungssimulation mit CFD 65
4.4 Validierung und Kalibrierung 70
5 Dynamische Stabwerkmodelle 73
5.1 Der Begriff Stabwerkmodell 73
5.2 Definition des dynamischen Stabwerkmodells 74
5.3 Actio und Reactio in dynamischen Stabwerkmodellen 76
5.4 Entwicklung vier grundlegender dynamischer Probleme . 77
5.4.1 Der freie Fall 77
5.4.2 Der Wurf 80
5.4.3 Das mathematische Pendel 83
5.4.4 Stoß - Impulstransport 88
5.5 Analyse und Wertung der Vorgehensweise 91
5.6 Erweiterung der dynamischen Stabwerkmodelle auf eine gebäudeaerodynamische Fragestellung 93
5.6.1 Vorgehensweise 94
5.6.2 Ermittlung der Stromlinien mit Hilfe von Bernoulli und Umlenkgeschwindigkeiten 100
5.6.3 Simulation mit Ansys zur Ermittlung der Lage der Stromlinien 102
5.6.4 Beschreibung der Ergebnisse der Simulation 104
5.6.5 Einfluß der Wirbelform 107
5.6.6 Trennung der Einflüsse 111
5.6.7 Vektorielle Entwicklung des Impulsflusses 113
5.6.8 Zusammenfassung 115
6 Schluß und Ausblick 117
7 Anlagen 121
8 Literatur- und Quellenverzeichnis 149
9 Lebenslauf 153

Verwendete Zeichen

A Fläche, Amplitude
F Kraft
G Schubmodul
I Impuls
M Moment
L Drehimpuls
R Krümmungsradius
Re Reynoldszahl
T Schwingungsdauer

a Beschleunigung
d Dicke
e Einheitsvektor
f Frequenz
g Erdgravitation
h Höhe
l Länge
m Masse
p Druck
q Flächenlast
r Radius, Bahnvektor
s Strecke
t Zeit
x, y, z karthesische Koordinaten
u, v, w Geschwindigkeiten

γ Winkel
η dynamische Viskosität
ν kinematische Viskosität
ρ Dichte
τ Schubspannung
ω Winkelgeschwindigkeit

1 Einleitung

Das Wechselspiel von Luft- und Wasserströmungen mit Hindernissen und Begrenzungen in der Natur fasziniert den Menschen von jeher. Nicht umsonst gelten Bilder wie die Dünenformen, das Mäandern von Flüssen oder die voll stehenden Segel eines Schiffes als inspirierend. Gleichzeitig ist diese Inspiration und unsere Wahrnehmung von Strömung immer mit einem gewissen Mysterium verbunden, da zwar die sich aus ihr ergebenden Formen ablesbar sind, die Vorgänge, die überhaupt zu diesen Formen führen, bleiben dagegen unsichtbar und uns verschlossen.

Seit einigen Jahren wird die Aerodynamik in vielen Projekten als integraler Bestandteil der Architektur berücksichtigt, um so die Klimatisierung, den Komfort und die Nachhaltigkeit von Gebäuden zu optimieren, Windlasten zu minimieren und filigrane Strukturen zu realisieren oder um generell zu neuen Formen zu finden.

Für die maßgeblich an der Strukturoptimierung beteiligten Architekten und Tragwerksplaner bieten sich in der Regel Windkanalversuche und computergestützte Simulationen als empirische Hilfsmittel, um Variationen von Gebäudeformen zu überprüfen. Um nicht nur Formen zu optimieren, sondern auch grundsätzlich neue und eigenständige Wege zu gehen, fehlt oftmals das grundlegende Verständnis für die komplexen Prinzipien der Strömungsmechanik und die richtige Einschätzung entwurfsrelevanter Größen im Sinne der Gebäudeaerodynamik. Mathematisch formulierte Grundlagen mögen zwar exakt sein, bieten dem Planer aber kaum kreatives Potential. Die zunehmende Relevanz der Aerodynamik im Bauwesen erfordert neue Formen des Erkenntnisgewinns.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher für diesen Kreis von Fachplanern eine verständliche und greifbare Form der Kompetenz in strömungsmechanischen Fragestellungen zu entwickeln und die wesentlichen Effekte der Wechselwirkung von Strömungen mit Gebäudeformen aus der unübersichtlichen Anzahl strömungsmechanischer Grundlagen und Effekte zu extrahieren. Neben der Bedeutung der Gebäudeform für die Form der sich ergebenden Strömungsbilder wird auch die Bedeutung der Form der Stromlinien für die Größenordnungen der angreifenden Kräfte beschrieben.

Einen Beitrag zur nachvollziehbaren Verfolgung dynamischer Prozesse und der aus ihnen resultierenden Kräfte liefern dabei die sogenannten dynamische Stabwerke, die aus den klassischen Stabwerkmodellen im Laufe der vorliegenden Arbeit entwickelt wurden. Dynamische Stabwerkmodelle bieten eine anschauliche Möglichkeit der Darstellung von Gleichgewichtszuständen in kinematischen Systemen, die sich nicht zwischen Kräften allein, sondern zwischen Kräften und entsprechenden kinematischen Größen einstellen.

Ausgehend von der Historie und den Grundlagen der Anwendung der Gebäudeaerodynamik werden die wesentlichen mechanischen Begriffe möglichst transparent erläutert, um dann anhand konkreter Fragestellungen zunächst den Begriff der dynamischen Stabwerkmodelle zu definieren, beispielhaft zu erläutern und dann die Anwendbarkeit auf die Strömungsmechanik zu entwickeln.

Darauf aufbauend und mit den Erkenntnissen aus der Entwicklung des dynamischen Stabwerkmodells, wird eine aerodynamische Fragestellung untersucht und analysiert. Als Grundlage und zur Kalibrierung dienen computergestützte Simulationen.

Die vorliegende Arbeit versteht sich dabei nicht als katalogisierendes Nachschlagwerk, sondern als Grundlage zur weiteren Vertiefung in die Gebäudeaerodynamik.

2 Anwendungen der Gebäudeaerodynamik

2.1 Geschichtlicher Überblick

Die Beurteilung von Stadt- und Gebäudeplanung aus bauphysikalischer Sicht mit Kriterien der Aerodynamik ist nichts Neues. Im ältesten Buch über Architektur, das überhaupt bekannt ist, schrieb Vitruv von einem Gegensatz zwischen den Forderungen einmal nach guter Stadtstraßendurchlüftung und zum anderen nach Schutz der Gebäude vor direkter Windeinwirkung. Er machte im ersten Jahrhundert vor Christus aus seiner Sorge um die Gesundheit der Bewohner der römischen Städte die Windströmung zu einem Stadtplanungskriterium. " Diese (Haupt- und Nebenstraßen) aber werden richtig ausgerichtet werden, wenn aus den Nebenstraßen auf kluge Weise die Winde ausgeschlossen werden. Wenn diese (Winde) kalt sind, tun sie weh, wenn sie warm sind, lassen sie kränkeln, wenn sie feucht sind schaden sie (der Gesundheit)." [50]

Davon leitete er ein Konzept der Straßenführung ab, in dem ein Rastersystem entsteht, welches garantiert, dass keine der acht Hauptwindrichtungen, von denen er unter Berufung auf Andronikos ausgeht, unmittelbar auf eine Straßenflucht trifft.

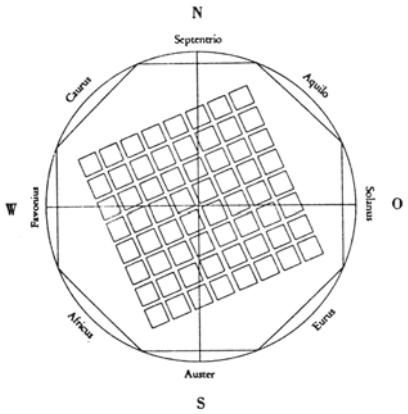


Abb 2-1: Stadtgrundriss Vitruv [50]

In äquatorialen Gegenden Afrikas und Indiens nutzte man den Wind schon in der Zeit vor Christus und bis heute indirekt durch Wasserkühlung oder direkt durch sogenannte Windtürme (bagdir) zur Klimatisierung von Gebäuden mit einer Art low-tech Klimaanlage.

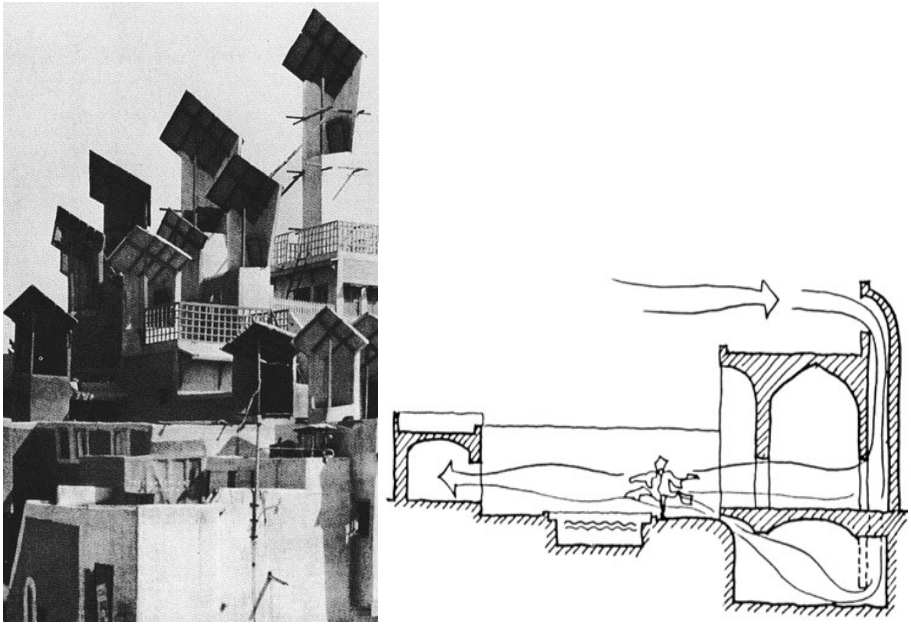


Abb. 2-2: Windtürme in Indien und Prinzipskizze [20]

Augenfällig sind hoch über die Dächer ragende trichterförmige Schachtöffnungen, die sich zur Hauptwindrichtung hin orientieren. Heißer Wind wird tagsüber in den Schacht gedrückt und kühlt sich an der Oberfläche der dicken, massiven Schachtwände ab. Die sich abkühlende, schwerer werdende Luft sinkt abwärts im Schacht des Windturmes. Um einen zusätzlichen Kühleffekt zu erzielen, werden die Schächte mancherorts mit leicht tropfenden Tongefäßen ausgestattet. Die abgekühlte Luft strömt schließlich in die Erdgeschossräume.

Während der Nacht kühlen die nach und nach aufgewärmten Schachtwände der Windtürme wieder aus. Sie funktionieren nun in umgekehrter Richtung, denn die Außenluft ist in den Abendstunden kühler als die Schachtwände, so dass eine Schlotwirkung eintritt und aus den unteren Geschossen die Raumluft nach oben saugt. Auf diese Art wird der Auskühlungsprozeß der Wohnräume beschleunigt, da kühle Luft von außen nachströmen kann. Die Strömungsrichtung kehrt sich um, sobald die Temperatur der Schachtwände im Laufe des Vormittags im Verhältnis niedriger als die des eindringenden Windes ist.

Mit der industriellen Revolution erhöhten sich Schadstoffausstoß und Wohndichte, was zu einer Verschlechterung der Luftqualität in den Städten führte. Dies lieferte Denkanstöße, sich erneut mit dem Thema der Stadtdurchlüftung zu beschäftigen.

Durch die Entwicklung leistungsfähigerer Baustoffe wie Stahl und Stahlbeton wurden Konstruktionen leichter und Spannweiten größer und damit leider auch anfälliger für durch die Böigkeit des Windes verursachte Schwingungen. Auf diese Weise erweiterte sich die aerodynamische Betrachtungsweise über klimatechnische Aspekte hinaus auch auf baukonstruktive und statische Prinzipien und Ansätze. In früheren Jahrhunderten traten Schäden durch Wind an Bauwerken nur selten auf, da die meist aus Stein gebauten Konstruktionen nach alten aus der Erfahrung von Generationen stammenden Regeln errichtet waren. Durch das hohe Eigengewicht spielte die Windkraft keine Rolle.

Doch sorgten in der Neuzeit immer wieder, durch Windeinflüsse verursachte, spektakuläre Einstürze von Bauwerken dafür, dass das Interesse der Ingenieure an Forschung und Entwicklung auf diesem Gebiet stieg.

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts begannen Ingenieure wie Eiffel in Frankreich, Wissenschaftler wie Vogt in Dänemark, Langley in den USA und später Flachsbarth in Deutschland mit ersten, stark auf empirischen Erkenntnissen basierenden, Arbeiten auf dem Gebiet der Erforschung von Kräften, die der Wind an Bauwerken erzeugt, und über die Natur des Windes. Auf Grundlage dieser Forschungen entwickelten sich, je nach Land stark voneinander abweichende, erste Angaben zu Windlastansätzen für Bauwerke [27].

Gleichzeitig führte die moderne Strömungsmechanik zu Beginn des 20. Jahrhunderts zu großen Erfolgen, da es insbesondere durch Prandtl, mit Hilfe der durch ihn eingeführten Grenzschichttheorie, gelungen war, die empirisch orientierte Wissenschaft der Hydraulik wieder mit der theoretischen Hydrodynamik zu vereinen und Synergieeffekte aus der Kombination eines rein empirischen Ansatzes mit einem naturwissenschaftlichen zu gewinnen. Die beiden Disziplinen strebten zuvor durch die große Divergenz der Ergebnisse der hochentwickelten Eulerschen Bewegungsgleichungen und den auf Experimenten basierenden Erkenntnissen, zum Beispiel über Reibungsverluste und Widerstandskräfte, stark auseinander [44].

Eine ebenso katalysierende Wirkung auf die Fortentwicklung der Auseinandersetzung mit der Gebäudeaerodynamik hatten Katastrophen. Hier nur drei Schadensfälle als Beispiel. Der Einsturz der Firth of Tay-Bridge am 28.12.1879. Die Gußeisenkonstruktion der Brücke stürzte auf fast einen Kilometer Brückenlänge unter der Last eines Sturms ein [27]. Ein vollbesetzter Eisenbahnzug

wurde mit in die Tiefe gerissen, es starben 75 Personen. Als Hauptursache des Versagens wurde später die generelle Unterschätzung der Windlasten in ihrer Größe ermittelt.

Einsturz der Tacoma Narrows Bridge 1940 [28]. Nur vier Monate nach ihrer Eröffnung brach die Stahlhängebrücke mit einer Hauptspannweite von 924 Metern unter enormen Schwingungen und Verformungen bei einer relativ geringen Windgeschwindigkeit von circa 70 Stundenkilometern in sich zusammen. Obwohl unter Fachleuten über den Versagensmechanismus im Detail bis heute diskutiert wird, so ist inzwischen erwiesen, dass das rhythmische Abreissen der Strömung am extrem schlanken Überbau, verbunden mit der geringen Biege- und Torsionssteifigkeit der Brücke zu dem resonanten Versagen führte.

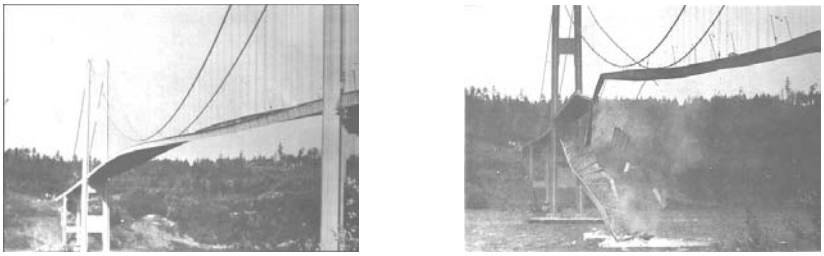


Abb. 2-3: Aufschaukeln und Einsturz der Tacoma Narrow Bridge [55]

Ein anderes aerodynamisches Phänomen führte 1965 zum Einsturz von 3 Kühltürmen in einer Gruppe von insgesamt acht während eines Sturms in Ferrybridge, England [37]. Die eigentlich im Windschatten der ersten Reihe stehenden Kühltürme wurden über eine längere Zeit durch die periodische Ablösung von Wirbelballen an der Reihe im Luv so stark beansprucht, dass sie versagten.

Abb. 2-4: Kühltürme Ferrybridge [37]

Durch Windkräfte verursachte Schäden nehmen nach einer Schadenstatistik der Münchner Rückversicherung [4] gerade auch im Zusammenhang mit den in den letzten Jahren wieder häufiger und stärker auftretenden Stürmen zu. So sind die Hauptintentionen sich mit der Gebäudeaerodynamik auseinander zu setzen auch heute noch entweder statisch-konstruktiver oder unter dem Gesichtspunkt nachhaltigen Bauens gebäudeklimatischer Natur.

2.2 Natürliche Klimatisierung

Von Ilg wird in [9] ausführlich der Zusammenhang zwischen der Umströmung von Gebäuden durch Wind und den damit verbundenen Vor- und Nachteilen für eine natürliche Belüftung und Klimatisierung aufgezeigt. Mit dieser Art der Klimatisierung können sowohl Symptome aus dem Sick-Building-Syndrom verhindert werden, als auch in gemäßigten Breiten bei einem entsprechenden Nutzerverhalten ein gewisses Maß an Nachhaltigkeit erreicht werden.

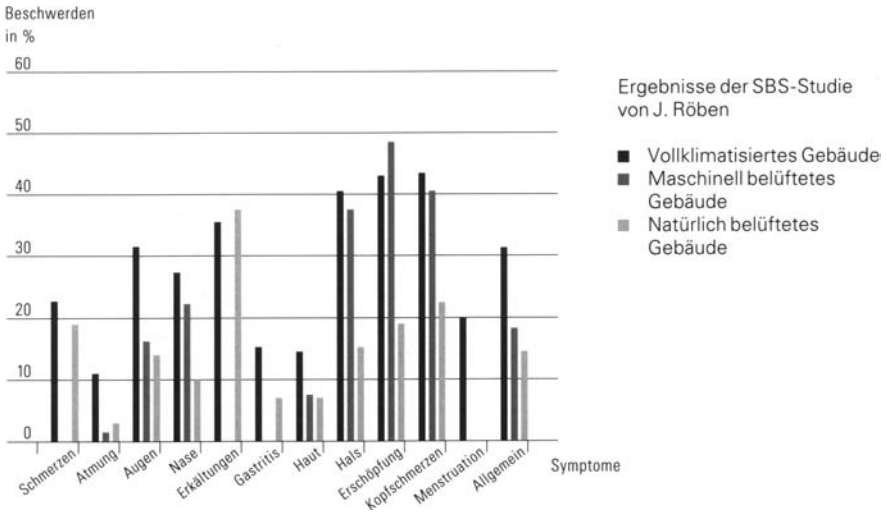


Abb. 2-5: Zusammenhang Belüftungsart und Sick-Building-Syndrom [9]

Dennoch hat sich in den letzten Jahren in unseren Breiten ein Gebäudetypus entwickelt, der mit Systemmischungen aus mechanischer und natürlicher Belüftung arbeitet, um so die Nachteile, die sich aus einer nur mechanischen oder nur natürlichen Lüftung ergeben, wie zum Beispiel ein erhöhter Energiebedarf und schlechte Durchlüftung bei Windstille, zu kompensieren.

Neben den Einflüssen aus den um ein Bauwerk vorherrschenden Windverhältnissen wird auf die Bedeutung der Thermik für die Ausbildung definierter Strömungsverhältnisse in Gebäuden hin-

gewiesen, die sich in Abhängigkeit der auftretenden Temperaturdifferenzen in ähnlichen Größenordnungen bewegen können.

Will man den Einfluss der äußeren Gebäudegeometrie auf das Strömungsverhalten untersuchen, so ist zu aller erst die direkte Nachbarbebauung zu berücksichtigen, da sich durch diese in der Regel eine sehr diffuse Druckverteilung am zu untersuchenden Gebäude ergibt.

Gewünschte Druckverteilungen an der Außenhaut eines Gebäudes können durch eine integrative Berücksichtigung der Gebäudeform oder durch den additiven Einsatz zusätzlicher Bauteile erfolgen. Exemplarisch steht der Ansatz von Renzo Piano bei der Entwicklung der Form des Kulturzentrum Tijbaou [7] für die Integration, das GSW-Hochhaus Sauerbruch Hutton mit einem aufgesetzten Ventouri-Flügel für die Addition. Der Ventouri-Flügel ist ein geeignetes Mittel um kontrolliert an der Unterseite Unterdruck zur Entlüftung zu erzeugen.

Abb. 2-6: GSW-Hochhaus mit Ventouri-Flügel [14]

Beim Kulturzentrum Tjibaou dagegen wurde die segelartige Hauptfassade mit ihrer Lamellenstruktur direkt gegen die Hauptwindrichtung des Süd-Ost-Passats ausgerichtet. So kann man sowohl die direkte Belüftung durch die öffenbaren Lamellen ermöglichen, als auch bei stärkeren Winden und geschlossenen Lamellen einen Unterdruck in der hinter den Lamellen liegenden Doppelfassade dadurch erzeugen, dass der Wind über die verti-

kal geöffnete Fassade streicht. Zusätzlich wird im gesamten Bereich der Dächer der hinter den Segeln liegenden Anbauten ein natürlichen Unterdruck erzeugt. Der integrative Ansatz der Nutzung des Windes zur Gebäudeklimatisierung erfordert dabei immer einen wesentlich höheren Aufwand in der Vorplanung und zur Absicherung des Konzeptes, in diesem Fall mit Hilfe ausgedehnter Studien im Windkanal.

Abb. 2-7: Kulturzentrum Tjibaou [7]

2.3 Strömung als Katalysator für die dynamische Formfindung

"Die Forderung der Nachahmung der Natur fundiert die europäische Architekturlehre seit Vitruv. In platonisch pythagoräischer Tradition galten die Maßverhältnisse der Natur, die ontologisiert das Weltganze im Sinne einer harmonia mundi konstituierten, auch für die Architektur. Proportion, Symmetrie und Harmonie stellten sich nicht als variable kulturelle Geschmacksurteile dar, sondern waren Abbilder einer als unveränderlich gedachten Maßordnung des Seins, die sich in Zahlenverhältnissen zum Ausdruck bringen ließ. Die Idealität dieser kosmischen Mathematik wurde erkennbar im Großen, wie im Kleinen." [47] In diesem Sinne beeinflusste die Naturwissenschaft die architektonische Haltung bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Abgelöst wurde diese Art der Nachahmung der Natur durch die Verwendung der Natur als kreatives Potential im Rahmen einer Ästhetik des Inventiven. In der Zeit der Industrialisierung und Verwissenschaftlichung bot sich der Architektur durch die technologischen Entwicklungen ein neuer Handlungsrahmen , in dem die Natur kaum mehr eine Rolle spielte.

Erst in den siebziger Jahren des 20. Jahrhunderts stellt sich, verursacht durch die Energiekrise, ein neues ökologisches Bewusstsein ein, was dazu führt, dass auch im Verhältnis zwischen Architektur und Natur ein neuer Zusammenhang entsteht, der sich durch den Wunsch nach Nachhaltigkeit von der klassischen Tradition abhebt.

Beflügelt durch die immens steigende Leistungsfähigkeit handelsüblicher Computer und die Popularisierung komplexer wissenschaftlicher Begriffe und Theorien, wie "Raum-Zeit-Kontinuum" und die Einsteinsche Relativitätstheorie, sowie durch die ersten Veröffentlichungen der Chaostheorie entwickelt sich gegen Ende des 20. Jahrhunderts ein Ansatz neuer Architektur nach dem Dekonstruktivismus. Sanford Kwinter und Greg Lynn begleiten diese Entwicklung theoretisch.

"Wir sehen heute, wie sich nicht nur eine neue Theorie der Natur entwickelt – eine Theorie, die auf Dynamik, Komplexität, Diskontinuitäten und Ereignissen basiert - , sondern auch eine neue (allerdings noch unvollständige) Architektur, welche die gleichen fundamentalen Rhythmen eines freien Werdens aufnimmt. Die Strukturen, die uns im ausgehenden 20. Jahrhundert interessieren, sind nicht mehr die Dispositionen oder Bewegungen von isolierten Formen, sondern vielmehr die eingebettete Materie in den Geburtswehen der Erschaffung, die in freier und kontinuierlicher Variation und Kombination mit äußeren Kräften beständig neue Fähigkeiten, Attribute, Mischungen, und Zustände erfindet und freisetzt. Oszillation ist in diesem Sinne keine statische Operation mehr, die zwei Endpunkte über einen Raum hinweg verbindet, sondern vielmehr (...) ein echter Motor, der eine morphogenetische Maschine in eine neue, nicht-lineare Welt treibt, in der nichts vorhersagbar ist – mit Ausnahme der Transformation selbst." [30, S. 47]

Aus der mechanischen Sicht lässt sich der oben zitierte Wunsch nach neuen Formbildungsprinzipien und -mechanismen als ein Blick in ein zweiphasiges Fluid interpretieren, deren Randbedingungen und Materialeigenschaften frei und rein nach gestalterischen Gesichtspunkten formuliert werden.

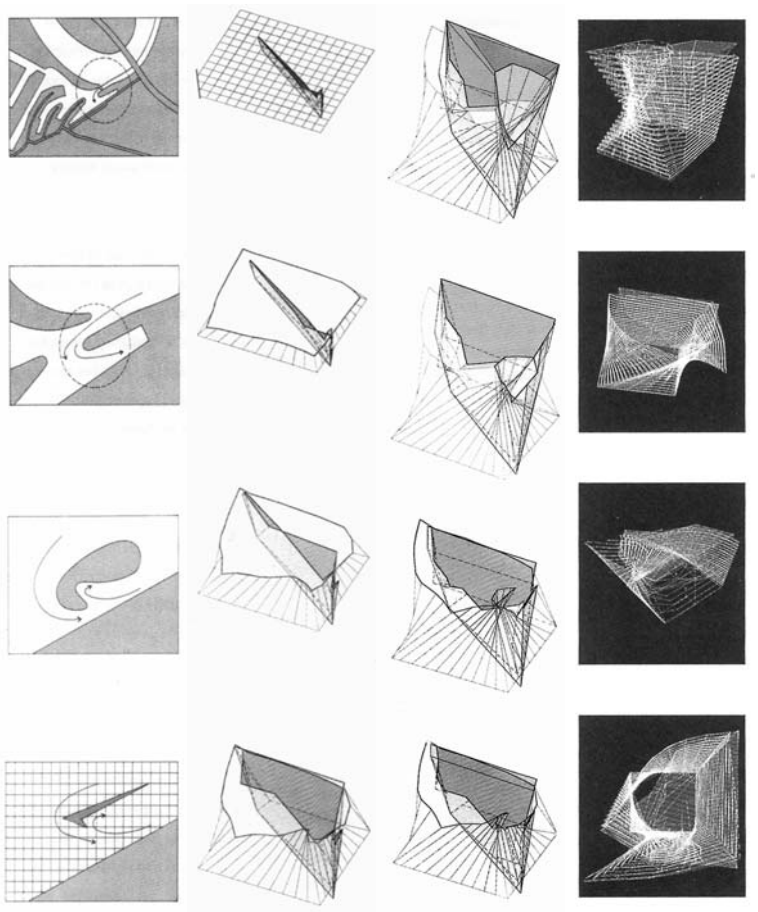


Abb. 2-8: Dynamische Entwicklung einer Form, Peter Eisenman, Haus Immendorf [47]

In den zur Ermittlung der Form verwendeten Simulationsprogrammen werden dabei zwar häufig physikalische Begriffe wie "Welle", "Teilchenströmung" oder "Elastizität" verwendet um die Parameter festzulegen, die verwendeten Berechnungsalgorithmen basieren aber nicht auf physikalischen Gesetzen, sondern geben vielmehr einen Anschein der Wirklichkeit wider, der frei von der tatsächlichen Komplexität der naturwissenschaftlichen Grundlagen ist. So lässt sich auch die große Diskrepanz zwischen dem Stand der naturwissenschaftlichen Grundlagenforschung und den hohen Ansprüchen an die Formfindungsinstrumente der Architekten erklären. Das heißt, die architekturtheoretische Grundlage dieses neuen Formwillens bezieht sich in seiner Entstehung zwar auf die Naturwissenschaften, in der Anwendung geht dieser Bezug aber real verloren.

Auch Krause leitet den Wunsch nach dynamischer Formfindung aus dem veränderten Raumbegriff der Naturwissenschaften seit Ende des 19. Jahrhunderts ab. "Das Paradox ist nun, dass jener Rationalismus, der ganz im Zeichen der Statik steht, in seinen

Ergebnissen eine Kinematik fundiert, die in Physik und Technologie eine Dynamik entwickelt, die alles statisch gedachte über den Haufen wirft, auch ihren guten alten Raumbegriff." [29] Mit diesem Gedanken wird der Übergang von der, bis Ende des 19. Jahrhunderts, vorherrschenden Gedankenwelt der Allgemeingültigkeit der Newtonschen Mechanik hin zur Entdeckung der Anwendungsgrenzen der Newtonschen Mechanik und der damit verbundenen Entwicklung der Relativitätstheorie beschrieben.

„Die Fusionierung der Begriffe von Raum und Zeit ist eine Konsequenz aus der erfolgreichen Entwicklung der Kinematik und der Elektrodynamik. Dass sie kategorial getrennt behandelt werden, führt bereits Minkowski auf die Dogmatik der klassischen Mechanik zurück, denn 'Gegenstand unserer Wahrnehmung sind immer Orte und Zeiten verbunden. Es hat niemand einen Ort anders bemerkt als zu einer Zeit, eine Zeit anders als einen Ort.' [33] Die neue Theorie rehabilitiert also zunächst die Wahrnehmung gegen das Dogma." [29]

Mit der zunehmenden Etablierung der CAD-Programme in den Architekturbüros und exponentiell wachsenden Rechnerleistungen hat sich so aktuell eine neue Richtung in der Architektur herausgebildet, die eng mit den Begriffen "Strömung", "Bewegung" und "Dynamik" verbunden ist und damit eine neue Art freier Formen erzeugt, nicht intuitiv sondern am Rechner generiert als rein geometrische und durch die Instrumente rationalisierte Form. Die Blob Architektur, mit dem Signum des einflächigen und nichtorientierten Möbiusbandes, versucht die klassischen räumlichen Ordnungsmuster aufzulösen und ein Neues Raum-Zeit-Konzept zu entwickeln.

Diese sehr theoretische Betrachtungsweise kann zuerst nicht direkt mit der Gebäudeaerodynamik in Verbindung gebracht werden. Bedenkt man aber zum einen die begrifflichen Übereinstimmungen und die häufig generierten Abstraktionen von Menschenströmen, Verkehrsflüssen oder, wie beim BMW-Pavillion von Bernhard Franken, den Versuch, die Interferenzen zwischen einem Fahrzeug und dem ihm umgebenden Fluid, der Luft, abzubilden, so sind die Überschneidungen mit der physikalischen Gebäudeaerodynamik offensichtlich.

Interessant ist auch in welchem Zusammenhang Dynamik in der Architektur gesehen werden kann, und wie sie sich in der Ausbildung freier Formen, über das Hilfsmittel strömungsähnlicher Einflüsse, manifestiert.

2.4 Erfassen der statischen Lasten

Windlasten sind nicht-ständige Lasten, deren Auftreten mit einem statistischen Kennwert zu versehen sind, damit sie in quasi-statische Lasten umgewandelt werden können. Für die Normwindlast wird bei Bauwerken mit üblicher planmäßiger Lebensdauer eine, auf einen Betrachtungszeitraum von einem Jahr bezogene, Überschreitungswahrscheinlichkeit von 0,02 vorgegeben. Damit ergibt sich, dass die anzunehmende extreme Windgeschwindigkeit eine Wiederkehrperiode von 50 Jahren aufweist.

In der für Windlasten geltenden DIN 1055-4 (8.86) geht man von einem, mit der Höhe zunehmenden, Böengeschwindigkeitsdruck aus, der der exponentiellen Funktion

$$q = 0{,}75 \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{0{,}22} \qquad \text{(mit z als Betrachtungshöhe über Gelände)}$$

folgt. Der einfacheren Handhabung wegen, wird diese Exponentialfunktion noch auf eine Treppenkurve gemittelt, die die Staudrücke nach den Höhen 0-8, 8-20, 20-100 und über 100 Meter unterscheidet.

Im Zuge der Europäisierung der Normen wird auch die Windlastnorm angepasst und erneuert [12]. So führte die Häufung von Schadensfällen trotz normengerechter Auslegung von Bauteilen zu einem neuen Ansatz für die Bemessungsstaudrücke. Zukünftig soll das, um das zu betrachtende Gebäude, liegende Gelände durch vier unterschiedliche Exponentialfunktionen berücksichtigt werden. Und darüber hinaus wird die geografische Lage des betrachteten Ortes in einer sogenannten Windzonenkarte bewertet, die Auskunft über die vorherrschenden mittleren Windgeschwindigkeiten gibt.

Mit Hilfe von Widerstandsbeiwerten, den sogenannten c-Werten, werden in Abhängigkeit von der Gebäudegeometrie aus den Staudrücken die Kräfte ermittelt, die auf ein Bauwerk oder Einzelbauteil wirken. Die c-Werte, die in Abhängikeit von der Geometrie von der Norm vorgegeben werden, wurden empirisch durch Versuche ermittelt und decken die Formenvielfalt von Gebäuden nur sehr grob - dabei in der Regel auf der sicheren Seite liegend - ab.

	Windzone			
Geländekategorie	**1**	**2**	**3**	**4**
I – offene See				$1{,}66(z/10)^{0{,}19}$
II – landwirtschaftliches Gebiet	$0{,}78(z/10)^{0{,}24}$	$1{,}00(z/10)^{0{,}24}$	$1{,}34(z/10)^{0{,}24}$	
III – Vorstädte, Wälder	$0{,}60(z/10)^{0{,}31}$	$0{,}77(z/10)^{0{,}31}$	$1{,}03(z/10)^{0{,}31}$	
IV - Stadtgebiete	$0{,}41(z/10)^{0{,}40}$	$0{,}53(z/10)^{0{,}40}$	$0{,}71(z/10)^{0{,}40}$	

Abb. 2-9: Windzonenkarte und Staudrücke nach E DIN 1055-4 [38]

Die Gebäudeaerodynamik setzt sowohl beim Einfluß der Nachbarbebauung, als auch bei der diskretisierten Gebäudegeometrie mit Windkanalversuchen und Kraftmessungen oder numerischen Simulationen an, indem sie ein sehr genaues Abbild der c-Werte in Abhängigkeit der wirklich vorherrschenden geometrischen Verhältnisse geben kann. Abschattende Wirkungen von Bauteilen untereinander werden dabei ebenso untersucht und berücksichtigt, wie auch negativ wirkende Interferenzen. Auf diese Weise können in der Regel sowohl lokal auftretende Extremwerte, wie

auch global günstigere Ansätze für die Windlasten ermittelt werden.

Als anzustrebende Eingangsparameter für den Versuch im Windkanal wie für die numerische Simulation können die gleichen Windgeschwindigkeitsprofile herangezogen werden, die auch Grundlage für die Staudruckkurven in der Norm sind.

2.5 Beurteilung des dynamischen Verhaltens von Bauwerken

Die Anwendung neuester Technologien in Material- und Systemwahl führt zu immer schlankeren und leichteren Konstruktionen. Dies bewirkt gleichzeitig eine gesteigerte Anfälligkeit der Tragstrukturen gegenüber dynamischen Beanspruchungen. Bei Bauwerken mit relativ geringen Steifigkeiten im Verhältnis zu ihren Abmessungen führt der Nachweis der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit gegenüber dynamischen Beanspruchungen zu die Gestalt beeinflussenden Ergebnissen.

Die dynamische Beanspruchung entsteht aus dem turbulenten Geschwindigkeitsfeld des ungestörten natürlichen Windes, aus der Strömungsablösung am Bauwerk selbst oder aus der an der Nachbarbebauung entstehenden Wirbelbildung.

Der natürliche Wind wird in der Gebäudeaerodynamik oftmals als eine, auf dem 10-min Mittelwert basierende Grundströmung definiert, die durch eine auf dem 5-sec Mittelwert basierende Böigkeit überlagert wird. Die Windlast besteht dementsprechend aus einer statischen Grundlast mit einer überlagerten schwankenden Last aus der Windturbulenz. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Böenlast nicht gleichzeitig auf alle Flächen eines Bauteils wirkt, und bei zunehmenden Lasteinzugsflächen vermindert werden kann. Die Böigkeit tritt in weit gestreuten Frequenzen auf. Die Reaktion von Tragstrukturen ist statisch auf die Grundlast, quasi-statisch auf die niederfrequenten und, bei entsprechenden Eigenfrequenzen, resonant auf die höher frequenten Böenlasten.

Nach DIN 1055 Teil 4 gelten Bauwerke unter Windbeanspruchung dann als schwingungsanfällig, wenn der Verformungsanteil aus dem dynamischen Lastanteil des Windes in der Größe von maximal 10% der Verformung unter dem statischen Anteil liegt.

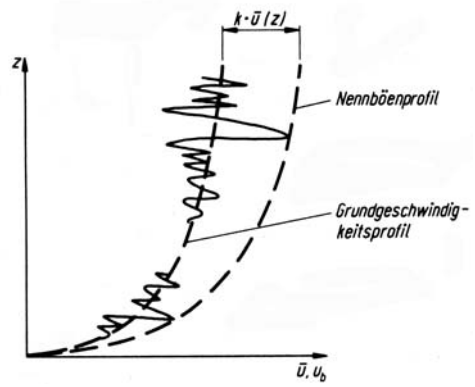


Abb. 2-10: Geschwindigkeits- und Nennböenprofil [13, S. 838]

Schwankungen aerodynamischer Kräfte ergeben sich aus dem turbulenten Strömungsfeld des ungestörten Windes oder auch aus der turbulenten Nachlaufzone bei Ablösung einer Grenzschicht an einem Gebäude. Bei der Umströmung eines Körpers entstehen in Folge definierter Abrisskanten und der Reibung zwischen seiner Oberfläche und der Luftströmung Strömungsablösungen und aus diesen Störungen Wirbel.

Das Schwingungsverhalten wird maßgeblich von folgenden äußeren Faktoren beeinflußt: Anströmgeschwindigkeit des Windes, Turbulenz der Anströmung, Körpergeometrie, Querschnitt und Anordnung der Nachbarbebauung.

In der Tragstruktur selbst wird die Antwort auf die dynamische Anregung durch die Größe der angreifenden Kräfte, der Gebäudemasse, der Steifigkeit und Dämpfung und durch das Verhältnis der Eigenfrequenz zur Anregerfrequenz bestimmt.

Schwingungen lassen sich sowohl in Hauptrichtung der Strömung beobachten (Böeninduzierte Schwingungen), als auch, noch häufiger, quer dazu (Wirbelinduzierte Schwingungen). Von selbstinduzierten Schwingungen spricht man, wenn sich Strukturen auf Grund geringer Biege- und Torsionssteifigkeit so verformen, dass dadurch weiterer Strömungsabriss entsteht, der wiederum zu dynamischen Anregungen führt. In der Gebäudeaerodynamik wird dieses spezielle Verhalten durch das Sondergebiet der Aeroelastik abgedeckt.

3 Mechanische Grundlagen

Die Mechanik beschreibt und bestimmt die Bewegungen von Körpern sowie die Kräfte, die mit diesen Bewegungen im Zusammenhang stehen. Die Mechanik kann dabei in die Teilgebiete der Kinematik und der Dynamik unterteilt werden. Die Kinematik ist dabei die Lehre vom geometrischen und zeitlichen Bewegungsablauf, ohne dass die Kräfte als Ursache oder Wirkung für die Bewegung betrachtet werden. Die Dynamik dagegen befasst sich mit dem Zusammenspiel von Kräften und Bewegungen. Die Lehre der Dynamik kann in die Statik und in die Kinetik unterteilt werden. Die Statik stellt dabei die Betrachtung der Kräftegleichgewichte im Extremfall des ruhenden Körpers dar, während sich die Kinetik mit tatsächlichen Bewegungen unter der Wirkung von Kräften beschäftigt. Das heißt, die Kinetik ist die inhaltliche Verknüpfung der Statik und der Kinematik.

Da die dynamischen Stabwerkmodelle sowohl Bewegungs- wie auch Kraftverläufe während der Bewegung beschreiben sollen, müssen diese also auf der Statik und Kinematik aufbauen, und ihre theoretische Grundlage aus der Kinetik beziehen.

Eine Übersicht über die Struktur der Mechanik und die Zusammenhänge ihrer Teilgebiete zeigt Abbildung 3-1.

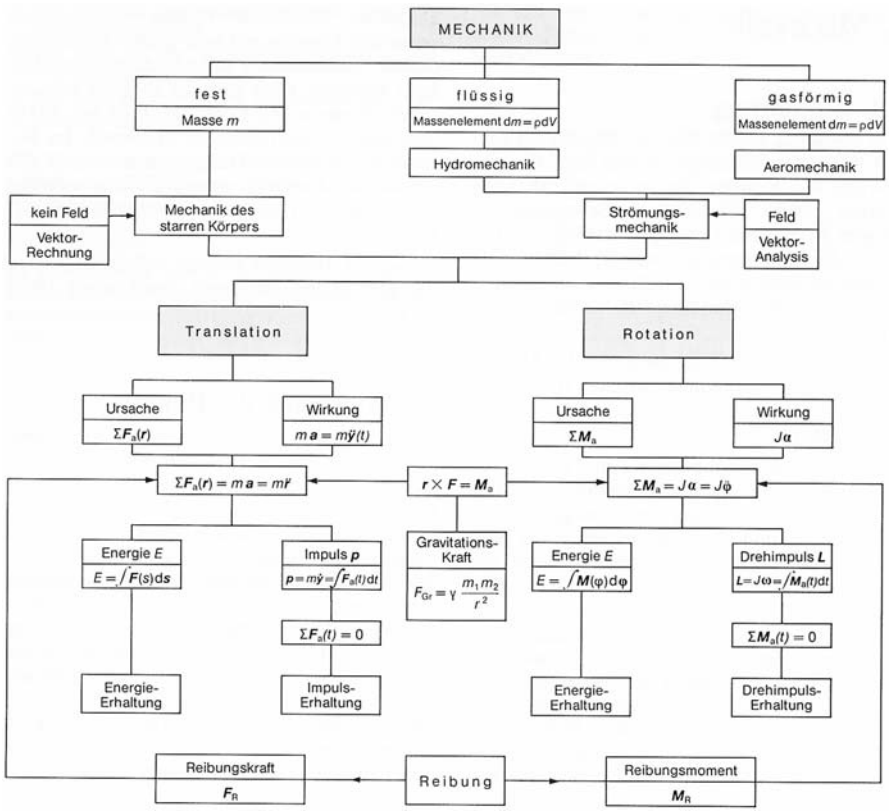


Abb. 3-1: Struktogramm der Mechanik [18]

Während der Ursprung der Statik in der Antike liegt, ist die Kinetik dagegen eine sehr viel jüngere Wissenschaft. Die planmäßige Erforschung der Naturgesetze begann im 16. und 17. Jahrhundert in der Mechanik. So wurde beispielsweise durch die Fallversuche von Galilei (1564 bis 1642) erstmals das gezielte Experiment als Hilfsmittel wissenschaftlicher Erkenntnis in der Physik eingeführt. Galileis Untersuchungen zur Dynamik wurden von Huygens (1629 bis 1695) fortgeführt und von Newton (1643 bis 1727) zu einem gewissen Abschluss gebracht. Die klassische Mechanik beruht auf den, nach ihm benannten, Newtonschen Axiomen.

Strömende Flüssigkeiten und Gase sind Gegenstand der Strömungsmechanik. Diese beschreibt den Transport von Massen (Flüssigkeiten und Gasen) auf Grund der Schwerkraft oder von Druckdifferenzen unter der Berücksichtigung der Molekülreibung. In der Hydromechanik werden die inkompressiblen und in der Aeromechanik die kompressiblen Strömungen untersucht. Häufig werden aber auch Gase von ihrem Strömungsverhalten her als inkompressibel angesehen, wenn ihre Strömungsgeschwindigkeit kleiner als ein Drittel der Schallgeschwindigkeit ist.

Im Folgenden werden die mechanischen Grundlagen erläutert, die zum Verständnis der Modellierung der Dynamischen Stabwerke notwendig sind.

3.1 Grundlagen der Kinematik und Dynamik

3.1.1 Grundlagen der Statik

Eine Kraft ist eindeutig bestimmt durch ihren Angriffspunkt, ihre Größe und ihre Richtung. Eine Kraft ist somit eine gerichtete Größe, ein Vektor. Ein Kraftvektor wirkt in seiner Richtungslinie (Wirkungslinie), wobei die Pfeilspitze des Vektors den Richtungssinn definiert. Dies bedeutet auch, dass Kräfte, ohne dabei Änderungen im Gesamtgleichgewicht hervorzurufen, entlang ihrer Wirkungslinie beliebig verschoben werden können. Der Betrag einer Kraft kann zeichnerisch, durch die Wahl eines geeigneten Maßstabes, als Strecke dargestellt werden.

Greifen mehrere Kräfte an einem Körper an, oder schneiden sich ihre Wirkungslinien in einem Punkt, so können diese Kräfte durch eine resultierende Kraft, die Resultierende, dargestellt werden. Die zeichnerische Ermittlung der Resultierenden geschieht durch die Übernahme der Kraftvektoren aus dem Lageplan in ein Krafteck und die Verbindung des Anfangpunktes des ersten

Kraftvektors mit dem Endpunkt des letzten Vektors im Krafteck. Mathematisch entspricht dieses Vorgehen der Vektoraddition.

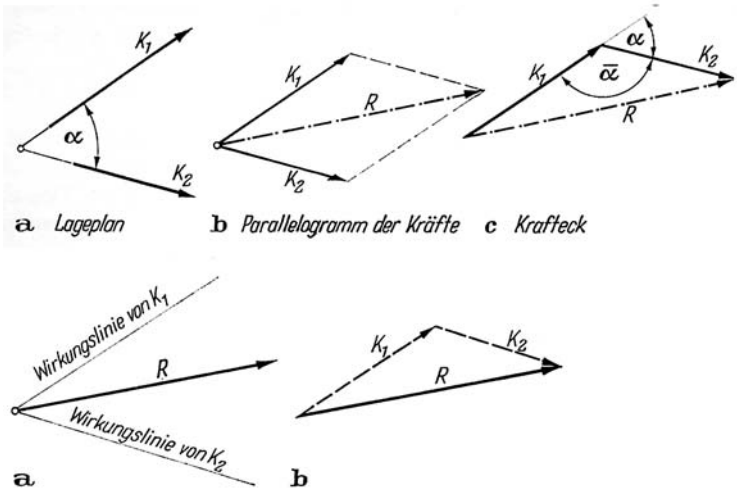


Abb. 3-2: Lageplan und Krafteck [19]

Im Rückschritt kann die Resultierende wieder in den Lageplan übernommen werden, indem man die im Krafteck angetragenen Kräfte in jeweils zwei Komponenten zerlegt, die sich alle in einem frei wählbaren Punkt, dem sogenannten Pol, schneiden. Die Komponenten sind die sogenannten Polstrahlen, die nun in dem Lageplan parallel verschoben werden und mit den Kräften zum Schnitt gebracht werden. Der Schnittpunkt zwischen dem ersten und letzten übertragenen Polstrahl liefert dann die Lage der Wirkungslinie der Resultierenden.

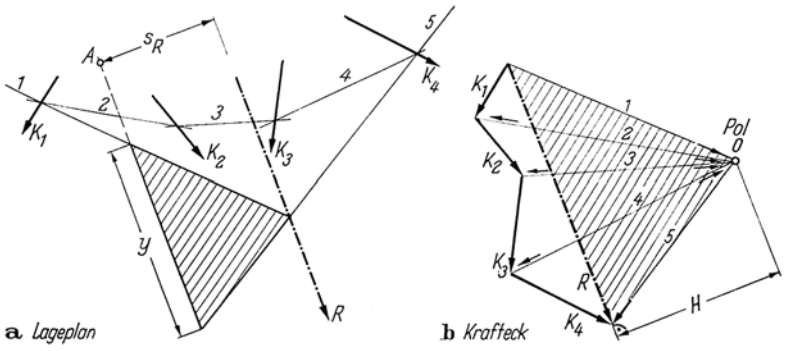


Abb. 3-3: Lageplan und Krafteck mit Polstrahlen [19]

3.1.2 Grundlagen der Kinematik

Die Bewegung eines Punktes im Raum wird durch die Kinematik beschrieben. Sie kann als Geometrie der Bewegungen aufgefasst werden, wobei nach den Ursachen dieser Bewegung nicht gefragt wird. Dies geschieht durch die Angabe von Ortskoordinaten und deren Zeitabhängigkeit. Die Kinematik beschreibt die Bewegung materieller Punkte geometrisch-analytisch.

Der Ort eines Punktes P kann in Bezug zu einem raumfesten Bezugspunkt durch einen Ortsvektor r eindeutig festgelegt werden. Ändert sich die Lage von P mit der Zeit t, so beschreibt r(t) die Bahn des Punktes P. Betrachtet man nun zwei benachbarte Lagen P und P' eines Punktes zu zwei Zeitpunkten t und t+Δt, dann ist die Änderung des Ortsvektors während der Zeitspanne +Δt durch

$\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t)$ beschreibbar.

Die Geschwindigkeit von P ist definiert als Grenzwert der zeitlichen Änderung des Ortsvektors:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r(t + \Delta t) - r(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} = \dot{r}\,.$$

Damit ist die Geschwindigkeit v definiert als die zeitliche Ableitung des Ortsvektors r. Die Geschwindigkeit ist ein Vektor. Da die Änderung Δr des Ortsvektors im Grenzfall $\Delta t \to 0$ in Richtung der Tangente an die Bahn im Punkt P zeigt, ist auch die Geschwindigkeit stets tangential zur Bahn gerichtet. Der Richtungssinn der Geschwindigkeit stimmt mit dem Durchlaufsinn der Bahn überein.

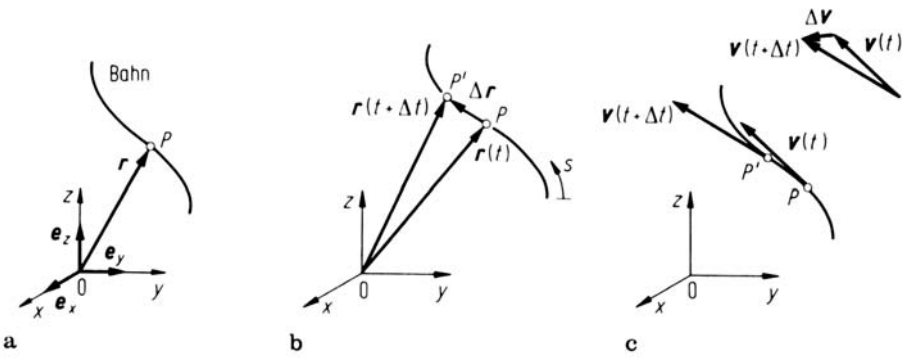


Abb. 3-4: Bahn, Ortsvektor, Geschwindigkeit [17]

Führt man als Maß für den zurückgelegten Weg die Bahnlänge s ein, so lässt sich der Betrag der Geschwindigkeit angeben. Der Punkt hat dann bis zur Lage P den Weg s und bis P' den Weg

$s + \Delta s$ zurückgelegt. Mit $|\Delta r| = \Delta s$ lässt sich die Bahngeschwindigkeit dann als

$$|v| = v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

ausdrücken. Die Geschwindigkeit hat die Dimension Strecke/Zeit.

Im allgemeinen hängt auch die Geschwindigkeit von der Zeit ab. In den benachbarten Lagen P und P' hat der betrachtete Punkt die Geschwindigkeiten $v(t)$ und $v(t + \Delta t)$. Dann ist die Änderung des Geschwindigkeitsvektors durch $\Delta v = v(t + \Delta t) - v(t)$ gegeben. Die Beschleunigung ist definiert als Grenzwert der Geschwindigkeitsänderung:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{r}\,.$$

Die Beschleunigung ist somit gleich der ersten Ableitung von v bzw. der zweiten Ableitung von r. Auch die Beschleunigung ist ein Vektor und hat die Dimension Strecke/Zeit². Da aber Δv nach Abbildung 3-4 in keinem erkennbaren Zusammenhang mit der Bahn steht, kann man über Richtung und Größe der Beschleunigung zunächst keine weiteren Aussagen treffen.

Die Beschreibung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung eines Punktes wurden zuvor ohne Verwendung spezieller Koordinaten eingeführt. Sie lassen sich je nach konkreter Aufgabenstellung aber auch in einem geeigneten Koordinatensystem beschreiben.

Mit den Einheitsvektoren e_x, e_y, e_z, und 0 als Ursprung eines raumfesten Systems x,y,z, lässt sich der Ort, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung so z.B. in karthesischen Koordinaten darstellen:

$$r(t) = x(t) \cdot e_x + y(t) \cdot e_y + z(t) \cdot e_z$$

$$v = \dot{r} = \dot{x} \cdot e_x + \dot{y} \cdot e_y + \dot{z} \cdot e_z$$
$$a = \dot{v} = \ddot{r} = \ddot{x} \cdot e_x + \ddot{y} \cdot e_y + \ddot{z} \cdot e_z$$

Die Beträge der Geschwindigkeit und der Beschleunigung folgen dann nach Pythagoras aus den Komponenten zu:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \text{ und } a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}\,.$$

3.1.3 Newtonsche Axiome – Grundlagen der Kinetik

Begründet auf Erfahrungen aus Experimenten und Extrapolation erfasste Newton die Wechselwirkung zwischen beschleunigenden und beschleunigten Systemen und formulierte drei Axiome (Axiom: festgelegter Grundsatz einer Theorie) zur Mechanik, welche die Begriffe Kraft und Masse definieren, ihre Verknüpfung angeben und ein Maßsystem definieren.

Die Kinetik untersucht die Ursachen für die Bewegung eines Körpers. Jeder Körper besteht aus Materie; er hat eine Masse und eine geometrische Ausdehnung, d.h. ein Volumen. Einfache Verhältnisse liegen dann vor, wenn die geometrische Ausdehnung des Körpers klein ist im Vergleich zu den Dimensionen (Abmessungen, Abstände), in denen sich der Körper bewegt. [18, S. 31]

Die außerordentlichen Erfolge der Newtonschen Mechanik, beispielsweise in der Astronomie und der Wärmelehre, nährten lange Zeit den Glauben, dass sich alle Naturerscheinungen auf die Mechanik zurückführen ließen. Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurde jedoch klar, dass es für die Newtonsche Mechanik auch feste Gültigkeitsgrenzen gibt.

Die Newtonschen Axiome beschreiben die makroskopische Welt der klassischen Mechanik exakt; sie versagen allerdings bei der Beschreibung der mikroskopischen Welt der Atome, zum Beispiel in der Quantenmechanik, oder bei Geschwindigkeiten, die nicht mehr klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind, zum Beispiel in der Relativitätstheorie.

Das erste Newtonsche Axiom definiert ein Bezugssystem, in dem alle drei Axiome gelten. Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Mechanik nehmen ihre einfachste mathematische Form an, wenn sie für ein Bezugssystem angeschrieben werden, in dem die Geschwindigkeit eines Körpers ohne äußere Einwirkungen konstant ist. Man nennt ein solches System Inertialsystem.

1. Axiom – Trägheitsgesetz:

Jeder Körper behält seine Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung so lange bei, wie er nicht durch äußere Kräfte gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern. Eine alternative Formulierung für das erste Axiom ist: Wenn auf einen Massepunkt keine Kraft wirkt, so ist der Impuls konstant. [17, S. 33]

2. Axiom – Aktionsgesetz, Grundgesetz der Mechanik:

Die zeitliche Änderung der Bewegungsgröße, des Impulses

$I = m \cdot v$, ist gleich der resultierenden Kraft F.

Um eine konstante Masse zu beschleunigen ist eine Kraft F erforderlich, die gleich dem Produkt aus Masse m und Beschleunigung a ist.

$$F = m \cdot a.$$

Nach dem zweiten Newtonschen Axiom ist die Kraft eine vektorielle physikalische Größe, deren Richtung parallel zur Beschleunigung ist. Für die Addition von Kräften und die Zerlegung einer Kraft in verschiedene Kraftrichtungen gelten die Regeln der Vektorrechnung. [18, S. 33]

Der Bewegungszustand eines Körpers ändert sich demnach unter dem Einfluss einer Kraft und seine Momentangeschwindigkeit erhöht oder erniedrigt sich. Nach der Newtonschen Formulierung ist die Bewegungsgröße eines Körpers der Impuls. Der Impuls ändert sich unter dem Einfluss einer Kraft F gemäß F = dI/dt. Die Kraft ist gleich der zeitlichen Änderung des Impulses. Die Wirkung einer Kraft F auf einen Körper im Zeitintervall Δt wird als Kraftstoß bezeichnet. Dieser führt zu einer Änderung des Impulses p eines materiellen Punktes mit der konstanten Masse m. [18, S.42]

Integriert man das Newtonsche Grundgesetz

$$\frac{d}{dt}(mv) = F$$

über die Zeit, so erhält man den Impulssatz

$$mv - mv_0 = \int_{t_0}^{t} F dt\,.$$

Hiernach ist die Änderung des Integrals $I = m \cdot v$ zwischen dem Zeitpunkt t_0 und einer beliebigen Zeit t gleich dem Zeitintegral über die Kraft. Wenn F während dieser Zeitspanne Null ist, bleibt der Impuls unverändert (Impulserhaltung):

$$I = mv = mv_0 = const.$$ [17, S.47ff]

Die zum Moment M in der Statik analoge kinetische Größe ist das Impulsmoment L.

$$\frac{dL}{dt} = M$$

Sowohl das erste wie das zweite Newtonsche Axiom formulieren einen Zusammenhang zwischen der kinematischen Größe der Beschleunigung und den Größen Kraft und Masse. Kritisch betrachtet erscheint dieser Zusammenhang zwar empirisch

begründet jedoch als willkürlich, da die Größen Kraft und Masse nicht unabhängig voneinander erklärt werden können. Der Begriff der Kraft ist uns aus der Gewohnheit heraus vertraut, sie ist messbar und fühlbar. Die Masse gehört zu den SI-Basiseinheiten, wobei der Kilogrammprototyp als Grundlage dient, d.h. es bedarf einer Vorschrift die einen Massenvergleich erst ermöglicht. Als Vorschrift dient die Trägheit als Eigenschaft der Masse und die Gravitation, womit man aber wieder das 1. Newtonschen Axiom bemühen muss.

Neben der Trägheit dient der Massebegriff auch als Synonym für eine Materiemenge, die über den Proportionalitätsfaktor "Dichte" mit dem Volumen in Verbindung gesetzt wird. Dichte und Materiemenge lassen sich wiederum nur über die Trägheit messen.

3. Axiom – Wechselwirkungsgesetz

actio = reactio:

Wirkt ein Körper 1 auf einen Körper 2 mit der Kraft F_{12}, so wirkt der Körper 2 auf den Körper 1 mit der Kraft F_{21}; beide Kräfte haben den gleichen Betrag, aber entgegengesetzte Richtungen. [18, S. 32]

3.1.4 Prinzip von d'Alembert

Kräfte auf einen Körper bewirken eine Beschleunigung. Schreibt man das Newtonsche Aktionsgesetz um, so lautet es

$$F + (-m \cdot a) = 0 .$$

J. d'Alembert interpretierte den Ausdruck $(-m \cdot a)$ als die Trägheitskraft $F_t = -m \cdot a$. Mit dieser Trägheitskraft können dynamische Probleme auf statische zurückgeführt werden. Hierbei wird zusätzlich zu realen physikalischen Kräften, die auf einen Körper wirken und durch ihre Resultierende beschrieben werden, eine Trägheitskraft eingeführt. [18, S.39] Trägheit ist der Widerstand eines Körpers gegen die Bewegungsänderung. Das Maß für die Trägheit ist die Masse. [18, S.32]

Im beschleunigten System ist der Körper im statischen Gleichgewicht, wenn die Summe aller Kräfte, einschließlich der Trägheitskräfte, gleich null ist.

3.2 Grundlagen der Strömungsmechanik

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen der Strömungsmechanik so weit dargestellt, dass es möglich ist ein umfassendes Verständnis für Strömungsvorgänge zu entwickeln und Schlüsse für die Gebäudeaerodynamik zu ziehen. Gleichzeitig sind die im weiteren beschriebenen Grundlagen auch die Basis zur Entwicklung des dynamischen Stabwerkmodells für Strömungen.

Die Vielschichtigkeit und Komplexität der Strömungslehre führte in der Vergangenheit, insbesondere an den Universitäten und anderen Forschungseinrichtungen, zu einer starken Unterteilung in Einzeldisziplinen, die sich dann schwerpunktmäßig mit nur jeweils wenigen Phänomenen der Strömungslehre beschäftigten. Ein ganzheitlicher Ansatz zum Verständnis der mechanischen und dynamischen Vorgänge in Strömungen wird dabei oftmals vernachlässigt. Der Versuch Strömungsvorgänge nicht experimentell, z.b. im Windkanal, zu untersuchen sondern mit immer feineren numerischen Modellen zu beschreiben, führt zusätzlich dazu, dass der Schwerpunkt in der Fachliteratur sehr häufig auf die Mathematik und Lösungsalgorithmen gelegt wird, was die Zugänglichkeit der Thematik für Nicht-Mathematiker erheblich erschwert.

3.2.1 Lagrangesche und Eulersche Betrachtungsweise

Die Lagrangesche Betrachtungsweise verfolgt die Bewegungen der einzelnen Teilchen des Fluids in ihrem zeitlichen Verlauf. Diese Methode entspricht der Vorgehensweise in der Dynamik, wenn das Verhalten, von auf einen Punkt konzentrierten Massen, betrachtet wird.

In der Strömungsmechanik wird diese Art der Betrachtung von Bewegungen nur selten verwendet, da der Rechenaufwand hierfür sehr hoch ist.

Die Eulersche Betrachtungsweise beschreibt die Strömung dagegen in einem fest vorgegebenen Koordinatensystem. In jedem Punkt des Koordinatensystems werden Gleichgewichtsbedingungen für die Dichte, den Druck, die Temperatur und die Geschwindigkeit formuliert. Die dabei ermittelten Werte beziehen sich auf ein Fluidteilchen, das sich gerade an diesem Punkt befindet. Es interessiert also nicht das "Einzelschicksal" eines Fluidteilchens, sondern die Veränderung der Zustandsgrößen verschiedener Teilchen in Abhängigkeit des Ortes und, bei instationären Strömungen, der Zeit.

Die im weiteren angegebenen Berechnungsgrundlagen beziehen sich immer auf die Eulersche Betrachtungsweise.

3.2.2 Stromröhre-Stromlinie-Bahnlinie

Bahnlinien beschreiben die Bewegungsbahnen eines individuellen Fluidteilchens. Sie werden insbesondere bei der Sichtbarmachung von Strömungen im Windkanal genutzt, indem man der Luftströmung leichte, nicht transparente Fluide, z.B. Rauch, beimischt, die der Strömung nahezu ohne Schlupf folgen. Fotografiert man diese Strömung nun mit einer langen Belichtungszeit, so erhält man als Darstellung die Bahnlinien. Fotografiert man die Strömung hingegen mit einer sehr kurzen Belichtungszeit, so erhält man als Darstellung ein Richtungsfeld der momentanen Geschwindigkeitsvektoren, in das man in einem nächsten Schritt die Stromlinien, als Kurven die von den Geschwindigkeitsvektoren tangiert werden, eintragen kann.

In stationären Strömungen, d.h. wenn sich die Lage und Größe der Geschwindigkeitsvektoren an einem bestimmten Ort nicht über die Zeit ändert, sind Bahn- und Stromlinien zueinander identisch.

Wählt man im Raum eine beliebige geschlossene Kurve und trägt die durch diese Kurve gehenden Stromlinien an, so erhält man ein Gebilde, das als Stromröhre bezeichnet wird. Die Mantellinien der Stromröhre sind Stromlinien. Durch die Mantelfläche kann daher keine Masse ein- oder austreten.

Wird die, durch die Raumkurve der Stromröhre beschriebene Fläche infinitesimal klein, so spricht man nicht mehr von einer Stromröhre, sonder von einem Stromfaden.

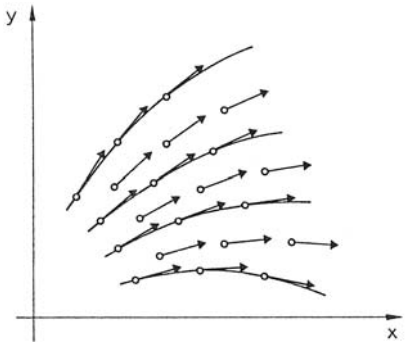


Abb. 3-6: Geschwindigkeitsvektoren und Stromlinien [48]

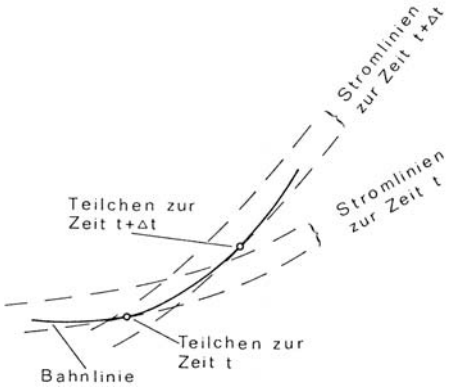


Abb. 3-5: Stromlinie und Bahnlinie einer instationären Strömung [48]

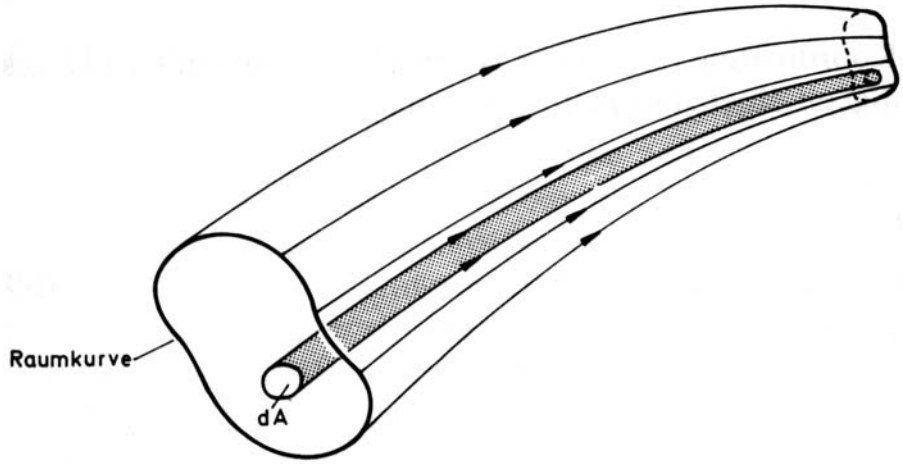


Abb. 3-7: Stromröhre [16]

3.2.3 Kontinuität

Die Kontinuitätsbedingung ist eine Grundgleichung der Strömungsmechanik, sie beschreibt die Konstanz des Massenstroms. Das bedeutet dass die, während einer bestimmten Zeitspanne durch einen Strömungsvorgang in einen Kontrollraum eintretende Masse der, im gleichen Zeitraum, aus dem Kontrollraum austretenden Masse entsprechen muss. In der Stromfadentheorie reduziert sich der, ansonsten im Strömungsfeld frei wählbare Kontrollraum, auf den Abschnitt einer Stromröhre. Betrachtet man hierzu, wie im Fall von Luftströmungen mit geringer Geschwindigkeit üblich, inkompressible Fluide so lässt sich die Konstanz des Massenstroms auf eine Konstanz des Produkts aus Geschwindigkeit und durchströmter Querschnittsfläche, des Volumenstroms, reduzieren.

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A = konst.$$
$$\rho = konst.$$
$$\Rightarrow v \cdot A = konst.$$

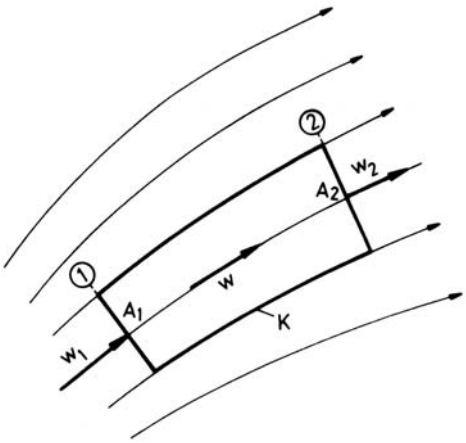


Abb. 3-8: Stromröhre als Kontrollraum [16]

3.2.4 Drücke

Auf Grund der leichten Verschieblichkeit der Moleküle in Fluiden wirken sich Kräfte in ruhenden Fluidvolumen sofort auf das gesamte Volumen aus. Es kommt zu einem einheitlichen Zustand in den Fluiden, der durch den Druck p beschrieben wird. Dieser statische Druck ist in allen Richtungen gleich und durch den Quotienten aus der Kraft dF und der dazu senkrecht liegenden Begrenzungsfläche dA definiert.

$$p = \frac{dF}{dA}$$

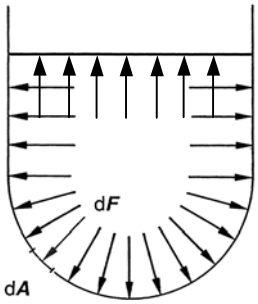


Abb. 3-9: Definition des Drucks

Diese Art des Drucks wird in der Physik häufig auch als Betriebsdruck bezeichnet.

Untersucht man nun Fluide in Bewegung, so stellt man fest, dass sich der messbare Druck, in Abhängigkeit der Messmethode, aus mehreren Komponenten zusammensetzt und auch nicht mehr in allen Richtungen gleich ist.

Man muss zwischen Druckbetrachtungen in der Strömungsebene und senkrecht dazu unterscheiden. Zu dem bekannten statischen Druck kommen in Richtung der Geschwindigkeitskomponenten, dynamische Druckanteile hinzu. Diese werden in der Literatur [18] oftmals als Staudruck bezeichnet, obwohl sich durch die Dynamik des Fluids ebenso Sogwirkungen einstellen können.

Die in Abbildung 3-10 dargestellten klassischen Druckmessgeräte stellen den Zusammenhang zwischen statischem Druck und Staudruck anschaulich dar.

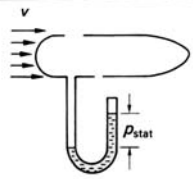
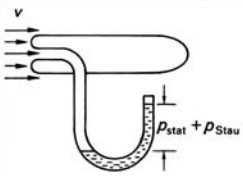
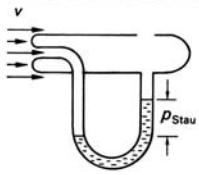
Bezeichnung	Drucksonde	Pitot-Rohr	Prandtlsches Staurohr
Skizze			 Differenzmessung von Pitot-Rohr und Drucksonde
Meßgröße	statischer Druck	statischer Druck und Staudruck	Staudruck, Strömungsgeschwindigkeit
Berechnungs-Formel	$p = p_{stat}$	$p_{ges} = p_{stat} + \frac{\rho v^2}{2}$	$p_{dyn} = \frac{\rho v^2}{2}$ $v = \sqrt{\frac{2 p_{dyn}}{\rho}}$

Abb. 3-10: Klassische Druckmessgeräte [18]

3.2.5 Reynoldszahl

An strömenden Teilchen wirken als äußere Kräfte Druckkräfte, Reibungskräfte sowie die Trägheitskraft. Wenn man sich nun die Frage stellt, wann bei geometrisch ähnlichen Körpern und Randbedingungen die Bewegungen im Strömungsfeld geometrisch ähnlich verlaufen, so müssen an vergleichbaren Stellen die Verhältnisse zwischen diesen drei Kraftgrößen gleich sein.

Die dimensionslose Reynoldszahl, benannt nach dem Entdecker des Ähnlichkeitsgesetzes Osborne Reynolds, beschreibt das Verhältnis zwischen Reibungskräften und den Trägheitskräften, und gibt damit die Möglichkeit, geometrisch ähnliche Körper in ihrem Strömungsverhalten zu vergleichen. Das Verhältnis zur dritten Kraftgröße ist in der Reynoldszahl indirekt mit enthalten, da sich ein Gleichgewicht zwischen allen drei Kräften formulieren lässt.

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dx} = [\eta] \cdot [L] \cdot [v]$$

$$F_t = m \cdot a = [\rho] \cdot [L]^2 \cdot [v]^2$$

$$\mathrm{Re} = \frac{l \cdot v \cdot \rho}{\eta} = \frac{l \cdot v}{\nu}$$

Das Verhältnis der Viskosität zur Dichte wird auch als kinematische Viskosität bezeichnet.

Die Reynoldszahl wird auf leicht messbare Größen bezogen. l ist eine letztendlich frei wählbare, aber für die betrachtete Situation charakteristische Länge. So wird bei Rohr- und Kanalströmungen in der Regel der Durchmesser als charakteristische Länge, bei umströmten Körpern in zweidimensionaler Betrachtung die Höhe

oder Breite als charakteristisches Maß gewählt. Als Geschwindigkeit wählt man die ungestörte Anströmgeschwindigkeit.

Als kritische Reynoldszahl bezeichnet man den Wert von Re, bei dem ein Strömungsfeld vom laminaren zum turbulenten Strömungsbild umschlägt. Dieser kritische Wert kann nur empirisch durch Versuche ermittelt werden. Zu einigen Formen, die seit langem Gegenstand der Strömungsforschung sind, wie längs angeströmte Platten, Rohre oder Kugeln sind die kritischen Reynoldszahlen bekannt.

3.2.6 Bernoulli-Gleichung

Der von Newton formulierte Impulserhaltungssatz ist ein Axiom der Mechanik und gilt daher auch für strömende Fluide. Die Impulserhaltung beschreibt den Zusammenhang zwischen der Impulsänderung über die Zeit und die dabei wirkenden Kräfte. Eine Impulsänderung kann nur stattfinden, wenn auch Kräfte wirken.

$$\frac{dI}{dt} = F \quad \text{(Newton)}$$

mit der mathematischen Formulierung für die Forderung nach Kontinuität in einem Kontrollraum

$$\frac{dm}{dt} = -\iint_K \rho \cdot v \cdot dA$$

und der Integration entlang einer Stromröhre (Abbildung 3-11), lässt sich die Bernoulli-Gleichung in der sogenannten Energieform formulieren. [16, S. 85]

$$\frac{1}{2}v_2^2 + \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{1}{2}v_1^2 + \frac{p_1}{\rho_1} + \int_1^2 p \cdot d(\frac{1}{\rho})$$

In der Druckform geschrieben und ohne Berücksichtigung von Druckverlusten heißt es dann für inkompressible Fluide:

$$\frac{1}{2}v_2^2 \cdot \rho + p_2 = \frac{1}{2}v_1^2 \cdot \rho + p_1$$

Die Bernoulli-Gleichung beschreibt also den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit entlang einer Stromlinie oder den gemittelten Geschwindigkeiten in einer Stromröhre und den dabei entstehenden dynamischen Druckanteilen.

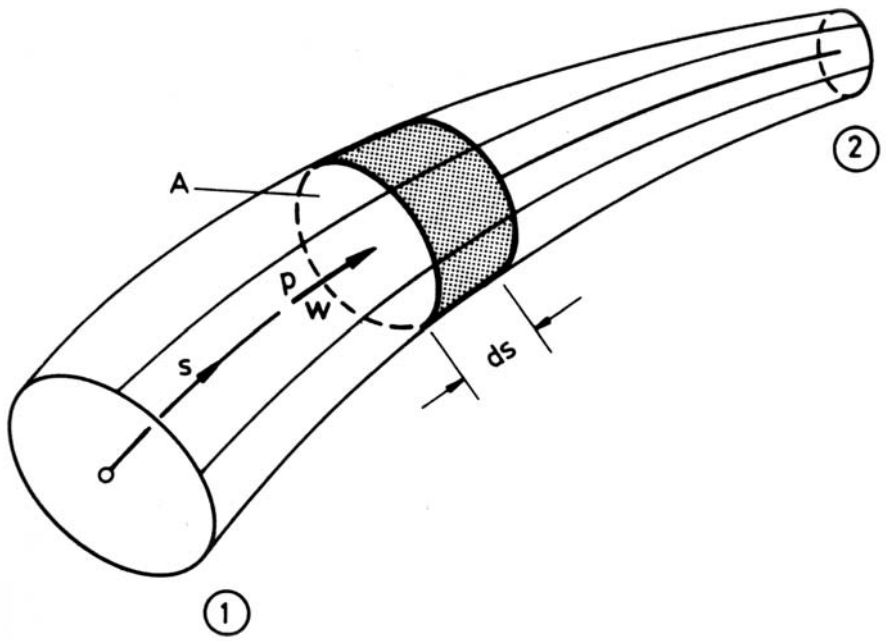


Abb. 3-11: Stromröhre mit Stromröhrenelement der Länge ds [16]

Die Herleitung aus dem Impulserhaltungssatz und die Integration entlang der Bewegungsrichtung erklärt auch, warum die Bernoulli-Gleichung nur entlang der Stromlinie anwendbar ist.

Formuliert man die Bernoulli-Gleichung in der, in der Hydrodynamik gebräuchlicheren, Höhenform und erweitert die Darstellung noch um den Anteil der potentiellen Energie, so macht Abbildung 3-12 aus der Hydrodynamik die Zusammenhänge zwischen kinetischer Energie, Druckenergie und potentieller Energie nochmals klar. Wichtig ist hierbei auch die Erkenntnis, dass es sich beim Druck um eine Form gespeicherter innerer Energie handelt.

Setzt man Reibungsfreiheit und damit verlustfreien Energietransport voraus, so ist die Summe aus potentieller Energie, kinetischer Energie und eben der Druckenergie konstant. Bezogen auf Abbildung 3-12 bedeutet dies, dass sich an der Stelle 1 im Vergleich zur Behälteroberfläche ein Teil der potentiellen Energie in kinetische Energie umgewandelt hat. Gleichzeitig zeigt die Höhe der Flüssigkeitssäule, die Druckhöhe, die Größe der Druckenergie an. An Stelle 2 behält die Geschwindigkeit, aus Gründen der Kontinuität, ihre Größe bei, die Abnahme der potentiellen Energie durch das tiefer Fließen sorgt aber dafür, dass die Druckenergie und damit die Druckhöhe zunimmt.

Höhenform der Bernoulli-Gleichung:

$$\frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + \frac{p_2}{g \cdot \rho} + z_2 = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + \frac{p_1}{g \cdot \rho} + z_1$$

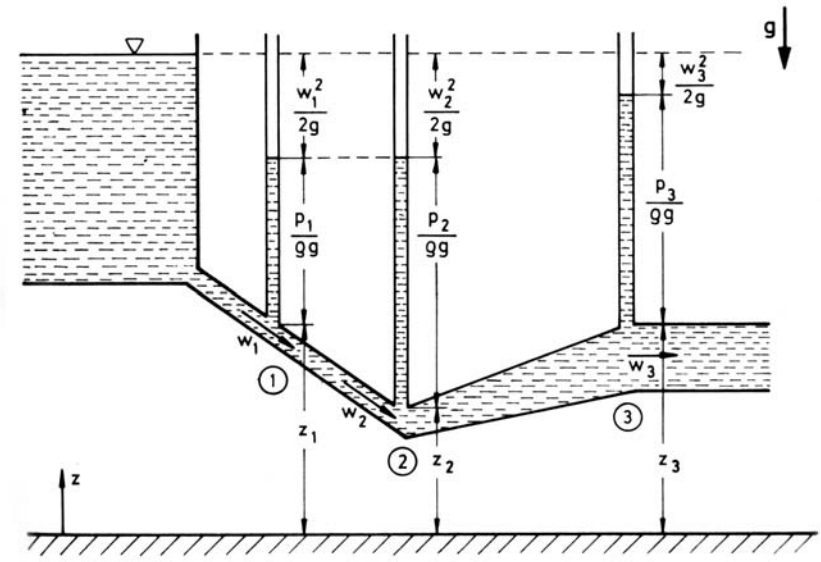


Abb. 3-12: Reibungslose Rohrströmung [16]

3.2.7 Bewegungsgleichungen normal zur Stromlinie

Wenn man die Gültigkeit der Bernoulli-Gleichung nur längs einer Stromlinie anerkennt, so muss es dennoch möglich sein, Gleichgewichte zu formulieren, die auf eine ähnliche Weise das Verhalten von Drücken normal zur Stromlinie beschreiben.

Hinweise hierzu findet man auch in [48] und [41]. Betrachtet man nicht die Beschleunigungen längs einer Stromlinie, sondern die, durch eine Umlenkung der Stromlinie und die Masse eines Fluidelements entstehenden Zentripetalbeschleunigungen, so lässt sich über das 1. Newtonsche Axiom ein Kräftegleichgewicht, zwischen den durch die Fluidmasse hervorgerufenen Trägheitskräften und den Drücken auf das Fluidelement, formulieren:

$$\frac{\delta p}{\delta r} = \rho \cdot \frac{v^2}{R}$$

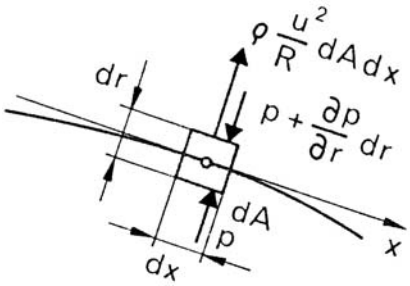


Abb. 3-13: Druckgradient normal zur Stromlinie [48]

Löst man die Stromlinie in eine polygonale Darstellung einzelner Geschwindigkeitsvektoren auf (Abbildung 3-14), so lassen sich an jedem Polygonpunkt "Umlenkgeschwindigkeiten" konstruieren, die im Gleichgewicht mit den Geschwindigkeitsvektoren stehen.

Interpretiert man die Stromlinie als durch Kreisabschnitte zusammengesetzte Kurve, so bezieht sich die "Umlenkgeschwindigkeit" nicht nur auf den Knickwinkel der zwei sich im Polygonpunkt treffenden Geschwindigkeitsvektoren, sondern gleichzeitig auf den gleich großen Öffnungswinkel der Kreisbahn. Gleichzeitig bezieht sich die "Umlenkgeschwindigkeit" also auch auf die zum Öffnungswinkel gehörende Zeitspanne, die sich aus der zum Geschwindigkeitsvektor gehörenden Winkelgeschwindigkeit und dem jeweiligen Radius der Kreisbahn ergibt.

Durch diese Betrachtungsweise lässt sich der Druckgradient normal zur Stromlinie nicht nur als Funktion der Geschwindigkeit auf der Stromlinie formulieren, sondern auch als Funktion der "Umlenkgeschwindigkeiten".

Mit dem Kosinussatz lässt sich die Beziehung zwischen v und v_u beschreiben:

$$v_u = \frac{v^2}{r} \cdot \Delta t$$

Mit Hilfe der Annahme einer Kreisbewegung lassen sich r und Delta t in Abhängigkeit des Abstandes der Polygonpunkte s, der Geschwindigkeit auf der Stromlinie v und des Öffnungswinkels Alpha beschreiben:

$$r = s \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 - \cos\alpha)}}$$

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha}{v} \cdot r = \frac{\alpha}{v} \cdot s \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 - \cos\alpha)}}$$

und damit

$$\Delta p = \frac{v_u \cdot v \cdot d}{\alpha \cdot s \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 - \cos\alpha)}}} \cdot \rho$$

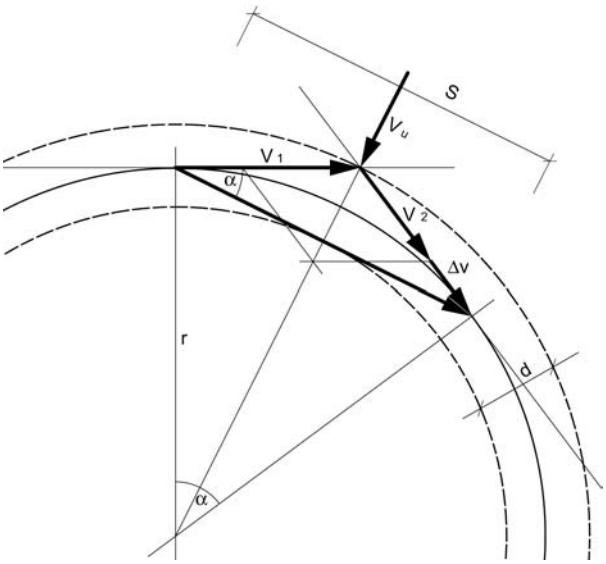


Abb. 3-14: Zusammenhang Bahn- und Umlenkgeschwindigkeit

Mit diesem Zusammenhang gelingt es, den Druckgradienten, der sich senkrecht zur umgelenkten Stromlinie einstellt, nur in Abhängigkeit grafisch leicht konstruierbarer Größen auszudrücken. Damit bietet sich die Möglichkeit, Gleichgewichte zwischen der Summe der Druckgradienten und den Bernoulli-Drücken grafisch darzustellen und, wenn die Druckverluste nicht bekannt sind, die an einer Struktur wirkenden Über- beziehungsweise Unterdrücke zu beschreiben.

3.2.8 Potentialtheorie

Der Begriff der Potentialtheorie stammt ursprünglich aus der Mathematik und beschreibt eine von Joseph-Louis Lagrange 1773 entdeckte Lösung für lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Die Ergebnisse der Potentialtheorie werden in zahlreichen physikalischen Disziplinen verwendet, in denen die Frage nach Transportproblemen über partielle Differentialgleichungen beschrieben werden muss, so zum Beispiel der Stromfluss in der Elektrostatik, der Wärmetransport in der Thermodynamik oder die Ausbreitung von Magnetfeldern in der Magnetostatik. Aus der numerischen Anwendung der Potentialtheorie bildete sich das Gebiet der konformen Abbildungen [5], welches grafische Lösungsmöglichkeiten der Fragestellungen der Potentialtheorie entwickelte.

In der Strömungsmechanik werden mit der Potentialtheorie reibungslose und wirbelfreie Strömungen beschrieben. Trotz dieser grundlegenden Vorbedingungen hat die Potentialtheorie auch

heute noch ihre Berechtigung, da sie sich auf die Außenbereiche von Strömungen anwenden lässt, in denen die Viskosität keine Rolle mehr spielt.

3.2.9 Grenzschicht

Bei der Umströmung von Körpern mit realen Fluiden, d.h. Fluiden, bei denen in der Modellbildung Reibungskräfte zwischen den strömenden Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit berücksichtigt werden, bildet sich zwischen der Wandung des Körpers und dem Fluid eine dünne Schicht, die sogenannte Grenzschicht aus, in der der Übergang der Strömungsgeschwindigkeiten vom Betrag 0 an der Wand zur maximalen Geschwindigkeit des ideellen, reibungsfreien Fluids stattfindet.

Die Grenzschicht lässt sich sowohl laminar als auch turbulent beschreiben. In der Wirklichkeit wird sich aber aus einer anfangs laminar verlaufenden Grenzschicht durch die mit den Reibungsvorgängen verbundene Dissipation immer eine turbulente entwickeln.

Trotz der geringen Ausdehnung dieser Schicht, sind die Vorgänge in ihr maßgeblich verantwortlich für das Auslösen turbulenter Strömungsvorgänge und den Strömungswiderstand des zu betrachtenden Körpers.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts entwickelte Ludwig Prandtl die sogenannte Grenzschichttheorie . Sie stellt historisch betrachtet die Wiederzusammenführung der stark theoretisch orientierten Wissenschaft der theoretischen Hydrodynamik, basierend auf den Eulerschen Bewegungsgleichungen, und der stark empirisch ausgerichteten Hydraulik dar. Die theoretische Hydrodynamik hatte zwar die mathematische Beschreibung der Bewegungsvorgänge in idealen Fluiden weit entwickelt, ihre Ergebnisse standen aber in krassem Widerspruch zu realen Erkenntnissen – besonders in den wichtigen Fragen zu Druckverlusten in Rohren und Kanälen sowie der Körperwiderstände. Für die technisch bedeutenden Fluide Luft und Wasser sind die Viskositäten sehr klein, und somit auch die durch die Viskosität hervorgerufenen Reibungskräfte im Vergleich zu den Schwer- bzw. Druckkräften. Daher machte es auch lange Zeit Schwierigkeiten einzusehen, dass die in der klassischen Theorie vernachlässigten Reibungskräfte einen entscheidenden Einfluss auf den Ablauf der Bewegungen haben sollten.

Wie groß der Einfluss der Grenzschichtbetrachtung für den Strömungswiderstand ist, lässt sich aus einem Vergleich realer

Messungen mit der, auf der Potentialtheorie beruhenden, Betrachtung des d'Alembertschen Paradoxons erkennen: Vollständig umströmte Körper haben in der reibungslosen Strömung keinen Widerstand.

Die mathematische Modellierung der Grenzschicht hat sich bis heute zu einem so umfangreichen Teilgebiet der Strömungsforschung entwickelt, dass es von einzelnen Forschern in all seinen Nuancen kaum noch überblickt werden kann. Nach Angaben in [44] stieg die Anzahl der wissenschaftlichen Veröffentlichungen zu diesem Thema 1995 auf etwa 800 pro Jahr.

Einen umfassenden Überblick über den Stand in der Entwicklung der Grenzschichttheorie gibt das Grundlagenwerk von Schlichting [44].

Bis heute ist es allerdings nicht gelungen das Grenzschichtproblem theoretisch allgemein zu lösen, da die äußere nahezu ungestörte Strömung und die Grenzschicht in komplexen Wechselwirkungen stehen, die Grenzschichttheorie aber physikalische Größen der Außenströmung als Eingangswerte benötigt. Treffend wird dies von Prandtl in [41] beschrieben. "Gewöhnlich legt man der Grenzschichtrechnung die Druckverteilung der Potentialströmung um den Körper zugrunde. Die genaue Potentialströmung entspricht jedoch einer Körperform, die gegenüber der wirklichen Form gemäß der Verdrängungswirkung der Grenzschicht verdickt ist und die sich wegen des vorhandenen Flüssigkeitswiderstandes hinten nicht schließt, d.h., der Ersatzkörper erstreckt sich nach hinten ins Unendliche zur theoretischen Darstellung dieser Verdickung. Da der Druck der Potentialströmung am geschlossenen Körper hinten auf den Staudruck ansteigt, die Grenzschicht diesen Anstieg aber nicht überwinden kann, findet am hinteren Ende im allgemeinen selbst bei größten Reynoldszahlen eine starke wechselseitige Beeinflussung zwischen äußerer Strömung und Grenzschicht statt. Die Gesamtkräfte am Körper werden durch diese Wechselwirkung wesentlich beeinflusst. Es ist noch nicht gelungen dieses Problem theoretisch allgemein zu lösen."

3.2.10 Ablösung

In der Modellvorstellung kann das gesamte Strömungsfeld eines bei hoher Reynoldszahl angeströmten Körpers in zwei Bereiche eingeteilt werden: In die reibungslose Außenströmung und in die wandnahe Grenzschicht. Auf Grund der geringen geometrischen Ausdehnung der Grenzschicht in Querrichtung kann die Druck-

verteilung in dieser Richtung als konstant angenommen werden, so dass sich der Druck von der reibungslosen Außenströmung durch die Grenzschicht bis zur Wand fortsetzt. Die Druckverteilung an der Körperkontur lässt sich also unter Vernachlässigung der Reibung und unter der Vorgabe, dass sich noch keine Wirbel gebildet haben, die eine virtuelle Körperkontur erzeugen, ermitteln.

Die Reibungseffekte in Strömungen wirken sich praktisch nur in der Grenzschicht aus und der Druckverlauf am Körper ist gleich dem in reibungsloser Strömung. Daraus könnte man folgern, dass der Druckwiderstand auch in reibungsbehafteten Strömungen stets verschwindet. Das stimmt jedoch nur, wenn bei der Körperumströmung keine Ablösung auftritt.

In Strömungen, bei denen es zur Ablösung kommt, bilden sich Verwirblungsgebiete, die die reibungslose Außenströmung von der Grenzschicht abdrängen, was dazu führt, dass der Druck der reibungslosen Außenströmung hinter der Ablösestelle nicht wieder auf die Größe des Staupunktes auf der der Strömung zugewandten Seite ansteigen kann.

Je weiter vorne an einem Körper Ablösung auftritt, um so größer ist der Strömungswiderstand, bzw. um so größer ist der Druckwiderstand im Verhältnis zum Reibungswiderstand.

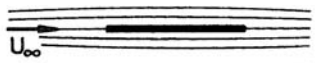
Körper	Druckwiderstand	Reibungswiderstand
	0 %	100 %
	≈ 10 %	≈ 90 %
	≈ 90 %	≈ 10 %
	100 %	0 %

Abb. 3-15: Widerstandsanteile umströmter Körper [16]

Als Auslöser für die Ablösung der Grenzschicht lassen sich zwei strömungsmechanische Vorgänge anführen. Zum einen die durch die Reibungskräfte verursachte Energiedissipation in der Grenzschicht in Wandnähe bei kontinuierlichen Wandverläufen, im Weiteren als Ablösung durch Reibung benannt, und zum Anderen die Ablösung durch geometrische Diskontinuitäten, im weiteren als Abriss bezeichnet.

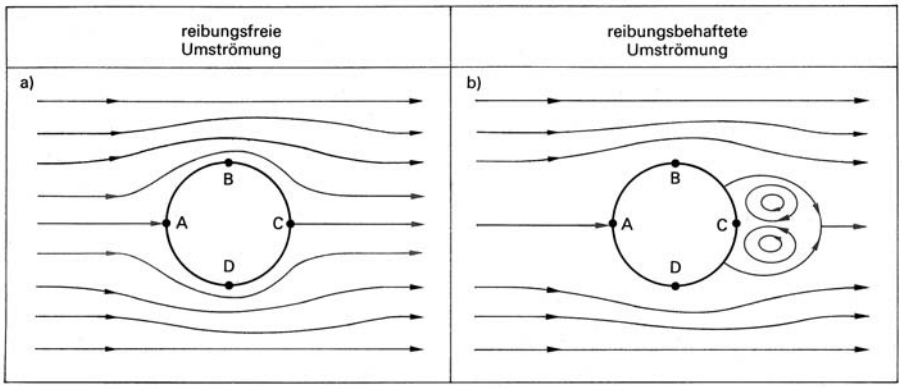


Abb. 3-16: Gegenüberstellung von reibungsfreier und reibungsbehafteter Strömung [18]

Anhand der schematischen Darstellung in Abbildung 3-16 und aus dem Vergleich reibungsfreier Strömung mit reibungsbehafteter Strömung lässt sich der Vorgang Ablösung durch Reibung sehr anschaulich darstellen.

Im reibungsfreien Idealfall wird an der Stelle A (Staupunkt) die kinetische Energie der Strömung komplett in den maximalen Staudruck, nach der Bernoulli-Gleichung, umgewandelt. An den Stellen B und D hingegen wird die Strömungsgeschwindigkeit maximal und der Druck damit minimal. Ohne die Wirkung von Reibungskräften werden die Fluidteilchen auf dem Weg von A nach B, beziehungsweise von A nach D, auf die maximale Geschwindigkeit beschleunigt. Im Umkehrschluss werden Fluidteilchen auf dem Weg von B nach C, beziehungsweise von D nach C, durch die ansteigende Druckkraft also wieder bis auf v=0 abgebremst.

Betrachtet man nun eine mit Reibung behaftete Strömung, so verlieren die Fluidteilchen im Randgebiet auf dem Weg von A nach C durch Reibung Energie, damit sinkt die Geschwindigkeit also schon vor dem Erreichen des Punktes C auf null. Da der Druck aber noch weiter ansteigt, kann es im weiteren sogar zu einer Rückströmung kommen und die Grenzschicht wird von der Körperberandung abgelöst. Hinter der Ablösestelle bildet sich ein Totwassergebiet in dem sich durch Impulstransport aus dem äußeren Strömungsfeld Wirbel bilden. Die Wirbelbildung erfolgt zwar zeitversetzt, aber immer paarweise und entgegengesetzt drehend, um dem Drehimpulserhaltungssatz zu gehorchen.

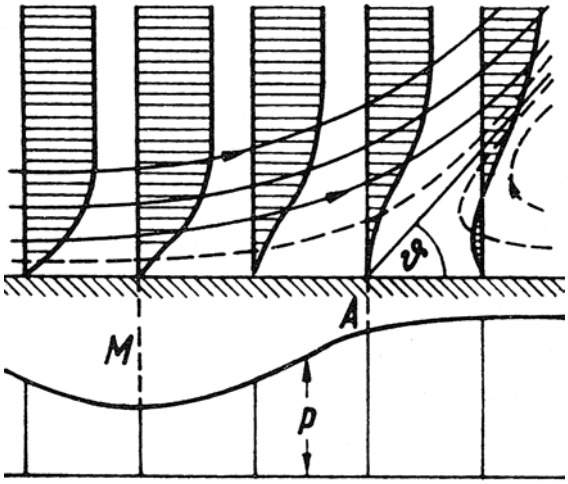


Abb. 3-17: Geschwindigkeitsprofil und Druckverlauf bei Ablösung [16]

Abbildung 3-17 stellt diesen Vorgang mit der Auswirkung auf das Geschwindigkeitsprofil nochmals qualitativ dar.

Es gilt: Grenzschichten in Gebieten mit Druckanstieg sind ablösegefährdet. Turbulente Grenzschichten lösen dabei später ab als laminare, d.h. der Druckwiderstand ist bei turbulenten Grenzschichten geringer als bei laminaren. Begründen kann man dies mit dem stärkeren Impulsaustausch zwischen Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit und deren stärkeren Durchmischung. An turbulent umströmten Körpern erhalten die wandnahen Schichten ständig Impuls von der äußeren reibungslosen Strömung, so dass es nicht so leicht zur Ablösung kommt.

Bei der Umströmung scharfer Kanten, d.h. letztendlich bei geometrischen Diskontinuitäten, löst sich die Strömung immer ab. Daher liegen bei scharfkantigen Körpern die Ablösepunkte, unabhängig von der Anströmgeschwindigkeit, der Turbulenz und der Viskosität im Voraus fest. Damit erklärt sich auch, warum der Strömungsverlauf bei solchen Körpern von der Reynoldszahl nahezu unabhängig ist.

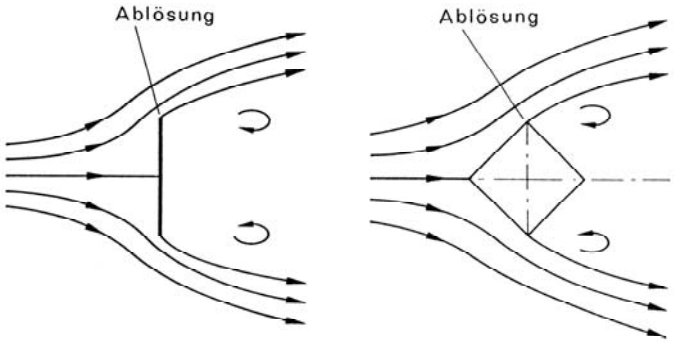


Abb. 3-18: Strömungsabriß an geometrischen Diskontinuitäten [48]

Der Strömungsabriss lässt sich mit der Vorstellung erklären, dass Fluide bestrebt sind, weder Geschwindigkeiten noch Drücke auf unendliche Größen ansteigen zu lassen. Betrachtet man den Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten längs einer Stromlinie und den Druckgradienten quer zur Stromlinie so fällt auf, dass das Ablenken eines Stromfadens um eine scharfe Kante lokal eine unendlich große Krümmung bedeutet, d.h. der Krümmungsradius fällt an dieser Stelle auf Null. Der voran formulierte Zusammenhang zwischen Druckgradienten und Krümmungsradius der Stromlinie lässt erkennen, dass der Druckgradient in diesem Fall unendlich groß werden muss. Da sich der Druckgradient nach außen hin auf den Referenzdruck der reibungslosen Außenströmung bezieht, bedeutet dies, dass sich an scharfen Kanten ein Unterdruckgebiet unendlicher Größe auszubilden versucht. Damit ist, nach Bernoulli, ein Geschwindigkeitsanstieg an der Kante auf unendliche Größe verbunden.

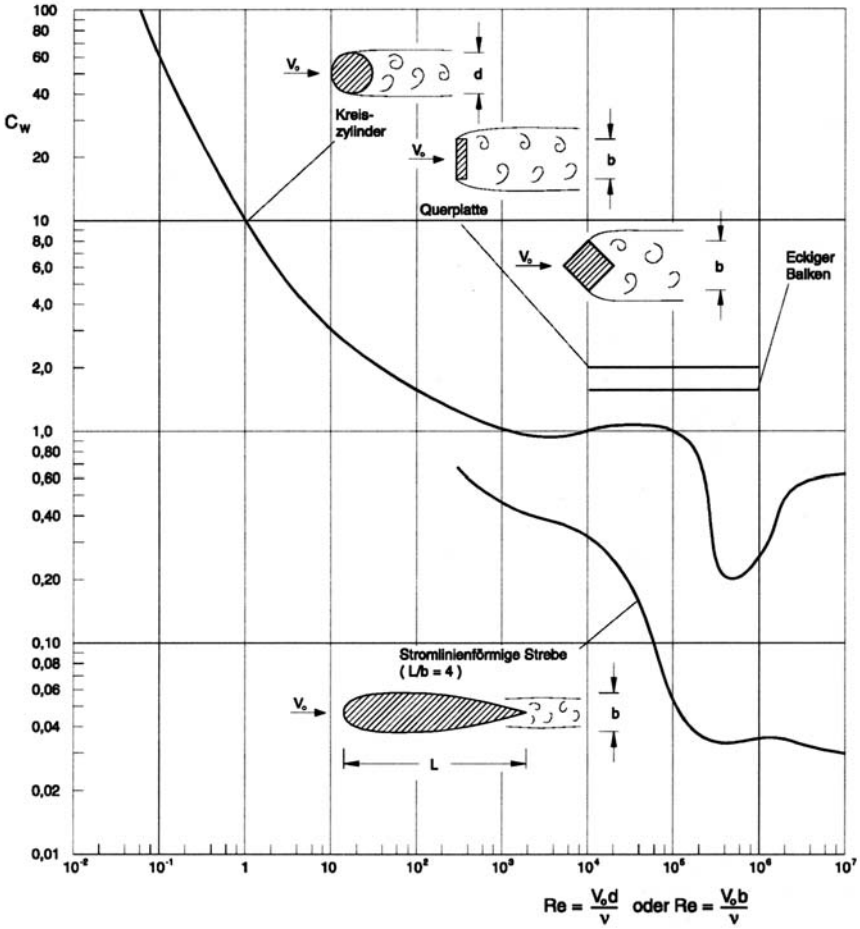


Abb. 3-19: Abhängigkeiten des Strömungswiderstandes bei verschiedenen Geometrien [25]

Abbildung 3-19 stellt die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes verschiedener Geometrien, in Form des dimensionslosen

Formbeiwertes c_w, von der Reynoldszahl dar. Sehr gut ist zu erkennen, dass bei der Zylinderform die Lage der Ablösepunkte, und damit die Größe der Sogkräfte im Nachlauf, stark von der Geometrie und der Anströmgeschwindigkeit abhängt, während bei den scharfkantigen Körpern, die Form des Nachlaufes bei veränderlicher Geschwindigkeit konstant bleibt und nur von der Lage der Abrisskanten abhängt.

3.2.11 Beeinflussung der Grenzschicht

Um Ablösung zu verhindern und die Grenzschicht stabil zu halten, bieten sich grundsätzlich zwei Möglichkeiten an. Zum einen kann man versuchen, den sich in der Grenzschicht immer mehr verzögernden Anteil des Fluids zu entfernen, oder diesem Anteil von außen kinetische Energie zuzuführen um die Verzögerung zu kompensieren.

Die erste Möglichkeit lässt sich durch Absaugen der Grenzschicht von der Innenseite des umströmten Körpers aus realisieren. Abbildung 3-20 zeigt die Strömung in einer Querschnittserweiterung mit und ohne Absaugung. Die weißen Pfeile markieren die Stellen der Absaugung.

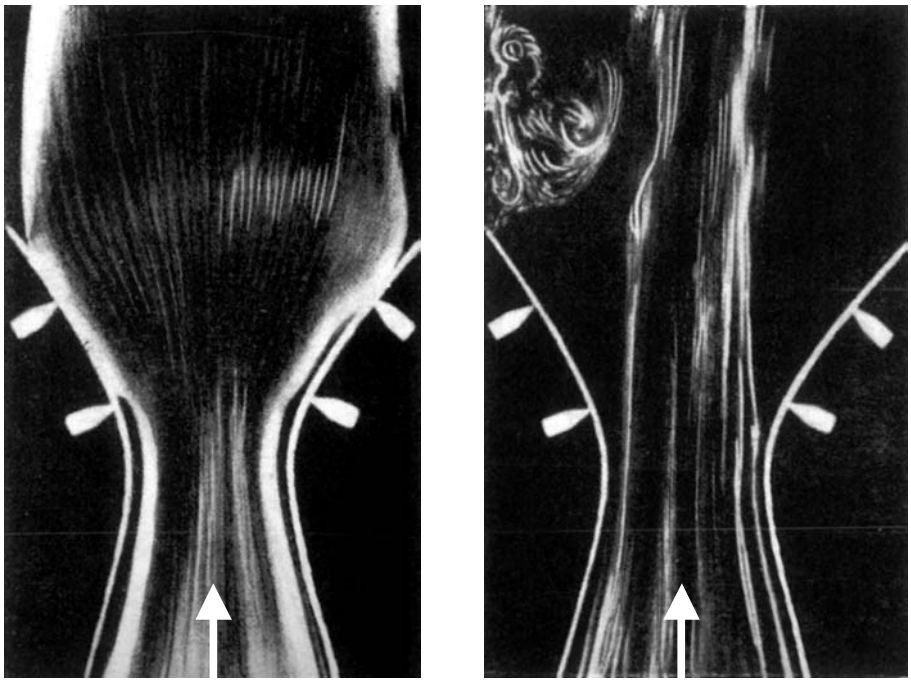


Abb. 3-20: Grenzschichtverhalten mit / ohne Absaugung [41]

Kinetische Energie lässt sich z.B. nach dem unten dargestellten Prinzip des Düsenflügels zuführen. Die Grenzschicht des ersten Profils wird in die Außenströmung des zweiten Profils gelenkt

und hat dort nahezu keine Auswirkungen auf die Umströmung des zweiten Profils. Die sich am zweiten Profil auf der Sogseite ausbildende Grenzschicht muss nun nur noch einen Teil des Druckanstiegs überwinden und löst daher erst später ab. Betrachtet man allerdings das Gesamtsystem so muss man feststellen, dass man sich den Vorteil der späteren Ablösung mit einem höheren Druckwiderstand erkauft.

Abb. 3-21: Düsenflügel [41]

Auch das Einblasen von Fluid, von der Körperinnenseite aus, in die Grenzschicht kann eine Möglichkeit sein der Grenzschicht kinetische Energie zuzuführen. Beim Einblasen selbst ist die Geschwindigkeit des einzublasenden Fluids sehr genau auf die Geschwindigkeit der Grenzschicht einzustellen und die Richtung muss absolut tangential zur Oberfläche erfolgen. Damit lässt sich dieses Verfahren aber nur sehr schwer technisch realisieren.

3.2.12 Turbulenz, Wirbelbildung

Die vorab beschriebenen Betrachtungen von Strömungsvorgängen sind im wesentlichen globaler Natur, d.h. sie liefern nur globale Aussagen über das gesamte Fluid in einem gewählten Kontrollraum dessen Randbedingungen bekannt sind. Einzelheiten der Strömung in diesem Kontrollraum bleiben dabei unberücksichtigt. Will man lokale Aussagen über Strömungen erhalten, so ergeben sich die Erhaltungssätze für Masse, Energie und Impuls in Form von partiellen Differentialgleichungen.

Da sich anhand der partiellen Differentialgleichungen nur schwer ein Verständnis für die lokalen Vorgänge entwickeln lässt, wird hier die von Prandtl [41] entwickelte Modellvorstellung der Trennungsflächen beschrieben.

Als Trennungsfläche werden Flächen bezeichnet, die zwei Strömungen voneinander trennen, so lässt sich auch die Grenze zwischen zwei Stromröhren als Trennungsfläche bezeichnen. Unterstellt man nun, dass solche Trennungsflächen nie ganz frei von Störungen, d.h. Imperfektionen, sind, die sich zum Beispiel durch Temperaturunterschiede oder Störungen im Zufluss ergeben können, so stellt sich in der Trennfläche eine leichte Wellung

ein. Die Wellung bewegt sich dabei mit dem Mittelwert der in den betrachteten Strömungen vorherrschenden Geschwindigkeiten fort. In Abbildung 3-22 ist das Bezugssystem so gewählt, dass sich der Beobachter mit der Welle mitbewegt. Durch diese Betrachtungsweise scheint sich das obere Fluid nach rechts zu bewegen, das untere Fluid nach links. Analysiert man nun die vorherrschenden Druckverhältnisse mit Hilfe der Bernoulli-Gleichungen und der Bewegungsgleichungen normal zur Stromlinie und unter der Vorgabe einer stationären Strömung, so ergibt es sich, dass in den Wellentälern Unterdruck und in den Wellenbergen Überdruck herrscht. (In Abbildung 3-22 durch + und – angedeutet)

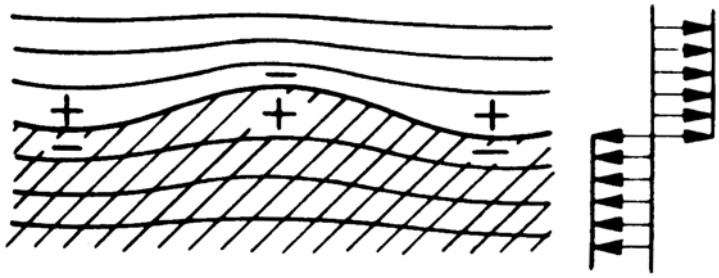


Abb. 3-22: Gewellte Trennungsfläche [41]

"Diese Druckverteilung zeigt aber deutlich, dass die Bewegung nicht stationär sein kann; es wird sich vielmehr die Flüssigkeit in den Überdruckgebieten nach dem benachbarten Unterdruckgebiet hin in Bewegung setzen, was offenbar bedeutet, dass die Wellung stärker wird." [41, S. 49] Die weitere Entwicklung der Trennfläche ist in Abbildung 3-23 skizziert.

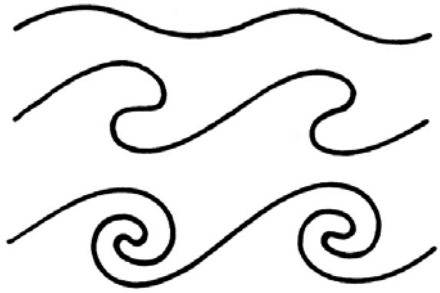


Abb. 3-23: Entstehung von Wirbeln aus Wellen einer Trennungsfläche [41]

Das Interessante an der Modellvorstellung der Trennflächen zur Erklärung der Wirbelbildung und damit sozusagen des Stabilitätsversagens der Stromröhren ist die Analogie zur Entwicklung

des Stabilitätsversagens in der Statik, und damit die Nachvollziehbarkeit für Tragwerksplaner und Architekten.

Neben der Wirbelbildung lässt sich mit Hilfe der Trennflächen auch der Strömungsabriss näher beschreiben. Nimmt man hinter einer Kante einen Wirbel an, der der Kante auch noch von weiter hinten Fluid zuführt, dann sind die Bedingungen für eine Trennungsfläche erfüllt. Die Trennungsfläche wird vom Wirbel gekrümmt und „aufgewickelt“ und führt dem Wirbel dabei neues Fluid zu, so dass der Wirbel wächst. Wirbel und Trennungsfläche sind eine Einheit und entstehen aus winzigen Anfängen. In Abbildung 3-24 ist diese Wirbelbildung grafisch beschrieben. Der Erstwirbel entfernt sich allmählich von der Kante und die Trennungsfläche, die an der Kante immer wieder neu gebildet wird, zerfällt wie oben beschrieben in einzelne Wirbel.

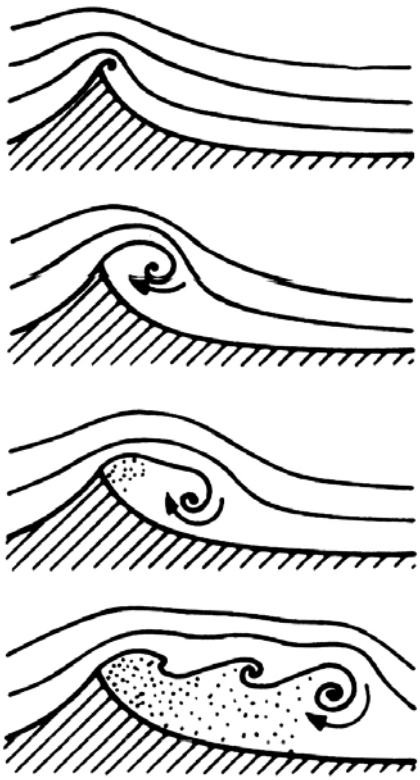


Abb. 3-24: Bildung von Trennflächen hinter einer Kante [41]

3.2.13 Navier Stokessche Gleichungen

Die nach Claude Navier (1785-1836) und Sir George Stokes (1819-1903) benannten Bewegungsgleichungen beschreiben das Gleichgewicht zwischen Trägheitskräften, Volumenkräften, Druckkräften und Reibungskräften. Sie gelten zu jedem Zeitpunkt und an jeder Stelle des Strömungsraums. Ausgehend von der Eulerschen Betrachtungsweise sind sie nicht lineare partielle Dif-

ferentialgleichungen zweiter Ordnung und bilden zusammen mit der Kontinuitätsbedingung ein System von, im Fall zweidimensionaler Betrachtung der Strömung, drei gekoppelten partiellen Differentialgleichungen für die Funktionen v(x,y); u(x,y) und p. Die sogenannten Bewegungsgleichungen der Strömung.

"Eine allgemeine Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen gibt es bis heute nicht. Hauptgrund für die Schwierigkeiten ist der nichtlineare Charakter der Differentialgleichung infolge der Produkte in den Trägheitsgliedern. Nur für gewisse Grenzfälle sind Lösungen bekannt." [16, S. 118]

Kontinuitätsbedingung in differentieller Form:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Navier-Stokes-Gleichungen für zweidimensionale Strömungen:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) = k_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right) = k_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

Die Darstellung der Gleichungen erfolgt in kartesischer Weise, u ist die Geschwindigkeit in x-Richtung, v entsprechend die Geschwindigkeit in y-Richtung. Für stationäre Strömungen wird der Anteil der lokalen Beschleunigung $\frac{\partial u}{\partial t}$ null, es existiert nur noch der konvektive Anteil der Beschleunigung $u \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$.

Auf die mathematische Herleitung der Gleichungen wird hier nicht weiter eingegangen, sondern auf [16, S.115ff] verwiesen. Auf eine wesentliche mathematische Eigenschaft der Navier-Stokes-Gleichungen muss an dieser Stelle aber dennoch hingewiesen werden: Wie man aus der Herleitung in [42, S.53] sehen kann, besitzen die partiellen Differentialgleichungen im mathematischen Sinn elliptischen Charakter, dies bedeutet, dass sich lokal auftretende Druckschwankungen nicht nur auf die Orte in der direkten Nachbarschaft auswirken und dann abklingen, sondern dass das gesamte Strömungsfeld davon betroffen ist. Dies ist auch der Grund dafür warum Turbulenzen oftmals als chaotisch beschrieben werden. Eine anschauliche Beschreibung des

Begriffes elliptisch für die mathematische Beschreibung von Turbulenzen stammt daher auch aus der Chaostheorie [6]: Der Flügelschlag eines Schmetterlings in China ist in der Lage einen Wirbelsturm in den USA zu verursachen.

3.2.14 Dissipation

Mit reibungsbehafteten Strömungsvorgängen ist auch immer ein Energieverlust verbunden, der auf die Erzeugung von Wärmeenergie durch Reibung zurückzuführen ist. Reibung entsteht zum einen am Übergang zwischen dem strömenden Fluid und der begrenzenden Wand, zum anderen aber auch im Fluid selbst zwischen Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit.

Von einer Dissipation kann man sprechen, da die entstehende Wärme durch Konvektion im Strömungsfeld des Fluids unwiderruflich abgeführt wird.

Betrachtet man eine Strömung in einem gerade verlaufenden und konstanten Querschnitt, so wird klar, dass die Energiedissipation in Strömungen zu einer Reduktion der Druckenergie führt, da die Geschwindigkeiten und der Massenstrom aus Gründen der Kontinuität konstant sein müssen.

Die zwischen Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeiten auftretenden Reibungen hängen von der Geschwindigkeitsdifferenz und den damit auftretenden Schubkräften ab. Das heißt, im Bereich großer Geschwindigkeitsgradienten, so zum Beispiel in Wirbeln ist mit einer großen Dissipation von Energie zu rechnen.

Die Auswirkung der Dissipation zeigt der Vergleich der Abbildungen 3-12 und 3-25. Im Gegensatz zur in Abbildung 3-12 dargestellten reibungslosen Rohrströmung wird in Abbildung 3-25 eine Rohrströmung unter dem Einfluss von Reibung und mit dem charakteristischen Verlust an Druckhöhe, mit h_v gekennzeichnet, dargestellt.

Um die Verluste in z.B. den Bernoulli-Gleichungen zu berücksichtigen muss den die Strömung beschreibenden Gleichungen ein Verlustterm in Form einer Verlusthöhe oder eines Energieverlustes, je nach Gleichungsform, beigefügt werden.

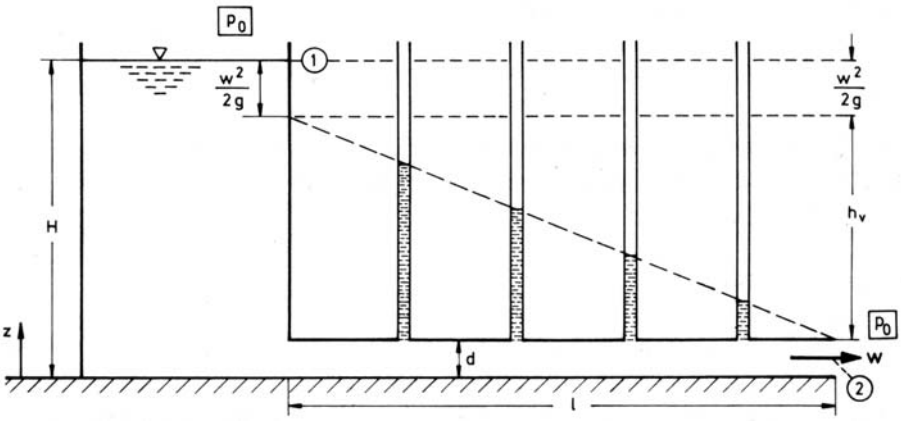


Abb. 3-25: Reibungsbehaftete Strömung in einem Ausflussrohr mit Verlusthöhe [16]

Für die Beschreibung der Energieverluste wird häufig ein Verlustbeiwert verwendet, der den Energieverlust in Relation zur kinetischen Energie der Strömung setzt. Da die Reibungsverluste für die Auslegung von Rohrsystemen eine sehr große Rolle spielen und bei Strömungen in Rohren noch relativ überschaubare Strömungsverhältnisse herrschen, wurden in der Rohrhydraulik eine große Anzahl von Verlustbeiwerten in Abhängigkeit von Rauhigkeiten, Reynoldszahlen oder geometrischen Diskontinuitäten empirisch ermittelt.

Bei freier Umströmung von Körpern treten ebenfalls lokal Verluste auf, diese sind aber wesentlich schwerer als solche zu identifizieren, da sie sich in einem regen Energieaustausch mit dem großen umliegenden Strömungsfeld befinden und von Druckfeldern aus anderen Einflüssen überlagert werden. Messbar wären Sie nur über die entstehende Wärme. Die Wärme wiederum wird aber durch die hohe Konvektion schneller abgeführt als sie messbar wäre.

Möglichkeiten der direkten numerischen Beschreibung der Dissipation, in Verbindung mit den Navier-Stokesschen Gleichungen, liefern unter anderem Lamb [31, S.646 ff] und Wieghardt [52, S.141ff]. Die dort beschriebenen Gleichungen sind allerdings wiederum partielle Differentialgleichungen und nicht direkt lösbar. Sie dienen jedoch oftmals als Grundlage für die in der computergestützten Simulation verwendeten Lösungsalgorhithmen der verschiedenen Turbulenzmodelle.

3.3 Der natürliche Wind

[56], [8], [48], [23], [26], [9]

Als Wind bezeichnet man durch Luftdruckunterschiede und Temperaturunterschiede bewegte Luft. Diese Unterschiede des Luftdrucks auf einer bestimmten Strecke nennt man Luftdruckgradient. Das heißt: Luftteilchen in hohem Druck sind bestrebt einen anderen Zustand, nämlich den des geringen/tiefen Drucks, zu erreichen, damit weht der Wind aus dem barometrischen Hoch ins Tief. Die Kraft, die auf die bewegten Teilchen einwirkt, heißt Luftdruckgradientkraft. Die Geschwindigkeit hängt dabei von der Größe der Druckdifferenz bezogen auf den Abstand zweier Gebiete unterschiedlichen Luftdrucks voneinander ab.

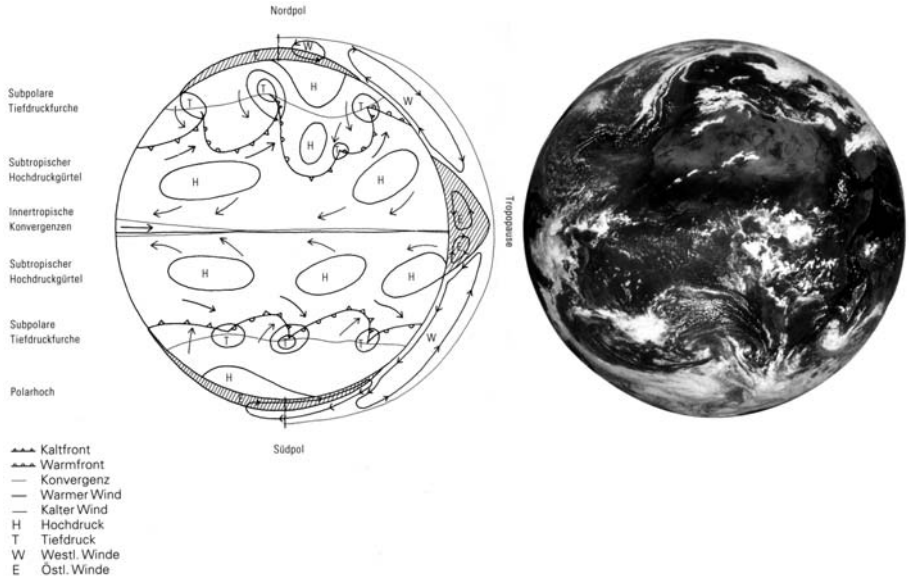


Abb. 3-26: globale Zirkulationsmuster [9]

Die durch den Luftdruckgradienten entstehende Strömung wird ferner von der Corioliskraft und der Zentrifugalkraft der Erdrotation beeinflußt. Infolge der Corioliskraft wird der Wind auf der Nordhalbkugel durch die Erdrotation nach rechts, auf der Südhalbkugel nach links abgelenkt. Durch die so entstandene Krümmung der Luftbewegungsbahnen entsteht zusätzlich eine Zentrifugalkraft. Je höher die Windgeschwindigkeit ist, desto stärker ist die Bahn der Luftteilchen gekrümmt, da die Einflüsse der Corioliskraft und der Zentrifugalkraft zunehmen (siehe auch Abbildung 3-26). Diese spiralförmige Bewegung findet man z.B. in den Tiefdruckwirbeln der Wetterkarten.

Die Bewegung der Luftmassen unter dem Einfluss der drei Kräfte (Luftdruckgradienten-, Coriolis- und Zentrifugalkraft) nennt man

Gradientenwind; er tritt oberhalb einer Höhe von 300 – 600 m über der Erdoberfläche auf. Die dort entstehenden globalen Zirkulationsmuster führen zu den regional typischen, vorherrschenden bodennahen Winden.

Unterhalb dieser Grenze wird die Luftströmung durch turbulente Reibung gebremst. Dadurch bildet sich ein vertikales Geschwindigkeitsprofil, das heißt, mit zunehmender Höhe vom Boden nimmt die Windgeschwindigkeit zu. Außerdem ändert sich die mittlere Windrichtung.

Neben dem globalen, durch Luftdruckgradienten in der Atmosphäre hervorgerufenen, Wind gibt es auch noch lokale Windsysteme, die sogenannten Berg- und Talwinde bzw. Land- und Seewinde, die sich aus Temperaturgradienten entwickeln. So entstehen Berg- und Talwinde durch unterschiedliche Aufheizung durch Sonneneinstrahlung auf die verschieden geneigten Hänge und Talsohlen. An sonnenbeschienenen Hängen sowie an sonnigen, ansteigenden Talsohlen bilden sich tagsüber Aufwinde (Talwinde), während kühle Luft in der Talmitte absinkt. Kühlen sich nachts die Oberflächen ab, so entwickeln sich an den Hängen kühle Abwinde (Bergwinde), die auf die Talsohle absinken und die dort vorhandene, warme Luft verdrängen, so dass sie über der Talmitte aufsteigt. Durch unterschiedliche Ausrichtung der Sonne entstehen auf diese Weise komplexe Windsysteme. Wie bei Winden üblich sind der Land- und der Seewind nach ihren Richtungen benannt, aus denen sie kommen. Ein Landwind entwickelt sich zum Beispiel in klaren Nächten, wenn die über dem Wasser gelagerte Luft wärmer ist als die über Land.

Auf Grund der guten Durchmischung erwärmt sich die Oberfläche größerer Wassermassen bei Sonneneinstrahlung nur langsam. Durch Verdunstung wird darüber gelagerte Luft zusätzlich abgekühlt. Die über der sich schnell erwärmten Landoberfläche aufsteigende Luft sinkt über dem Wasser wieder ab. Nachts kehrt sich der Vorgang um.

3.3.1 Eigenschaften der atmosphärischen Luft

3.3.1.1 Molekularer Aufbau

Luft ist das Gasgemisch, das die Erdatmosphäre bildet. Es besteht aus rund 78% Stickstoff, 21% Sauerstoff und Spuren von weiteren Gasen, von Wasserdampf, Staub, Abgasen und Schwebstoffen. Der Zustand der Luft kann durch Angaben zu Feuchte, Druck, Dichte, Temperatur und Viskosität beschrieben

werden. Die Dichte und die Viskosität sind wesentlich von Druck und Temperatur abhängig. Außerdem ändern sich Dichte, Temperatur und Druck mit zunehmender Höhe über dem Erdboden, die Dichte der Luft beträgt bei 20°C und 10^5 Pa 1,2 kg/m³.

Gase allgemein haben das Bestreben, den zur Verfügung stehenden Raum auszufüllen und werden dabei, im Gegensatz zu den Flüssigkeiten, nicht durch Oberflächenspannungen daran gehindert. Bei Gasen beträgt der mittlere Molekülabstand in der Regel ein mehrfaches des mittleren Moleküldurchmessrs, so dass sich nur sehr geringe Kohäsionskräfte ausbilden. Die Kraftübertragung und Wechselwirkung zwischen Gasmolekülen lässt sich daher modellhaft auf Stöße und den damit verbundenen Impulsaustausch beschränken. In einem ruhenden Gas sind die Moleküle auf Grund der Molschen Molekülbewegung, in Abhängigkeit der Temperatur, dennoch in Bewegung, nur dass der Mittelwert über alle Einzelgeschwindigkeiten der Moleküle Null ist. In einer Gasströmung hingegen entspricht dieser Mittelwert dann genau der Strömungsgeschwindigkeit.

3.3.1.2 Viskosität

Bei Gasen und Flüssigkeiten hängt die Fähigkeit Schubspannungen auszubilden von der Verformungsgeschwindigkeit ab. Das Verhältnis von Schubspannung zur Verformungsgeschwindigkeit wird durch die dynamische Viskosität beschrieben.

Dieses Verhältnis ist allerdings nichtlinear, da die Viskosität selbst wiederum von den Schubspannungen abhängt. Von Newtonschen Fluiden spricht man, wenn der Zusammenhang idealisierend als linear angenommen wird, was bei den häufigsten Strömungsproblemen zu ausreichend genauen Ergebnissen führt. Wird die (dynamische) Viskosität auf die Dichte des Fluids normiert so spricht man von der sogenannten kinematischen Viskosität.

In Abbildung 3-27 sind die dynamische (durchgezogene Linie) und die kinematische (strichlierte Linie) für verschiedene newtonsche Fluide dargestellt

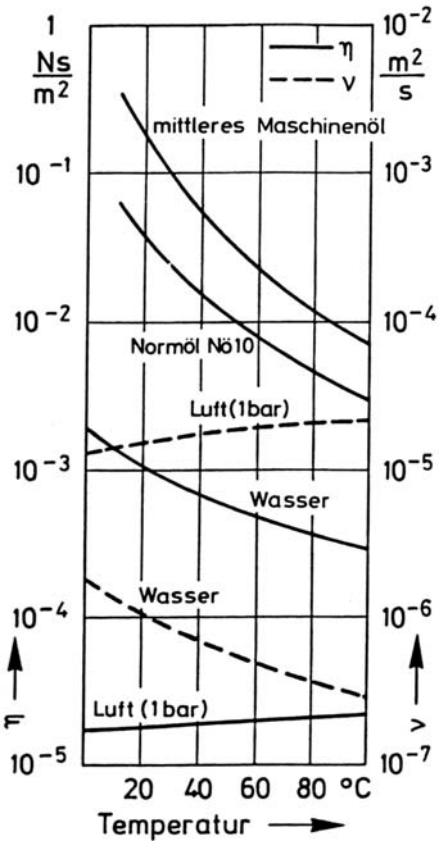


Abb. 3-27: Viskositäten [23]

$\gamma = \frac{\tau}{G}$ *für Festkörper* $\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta(\tau)}$ *für Fluide*

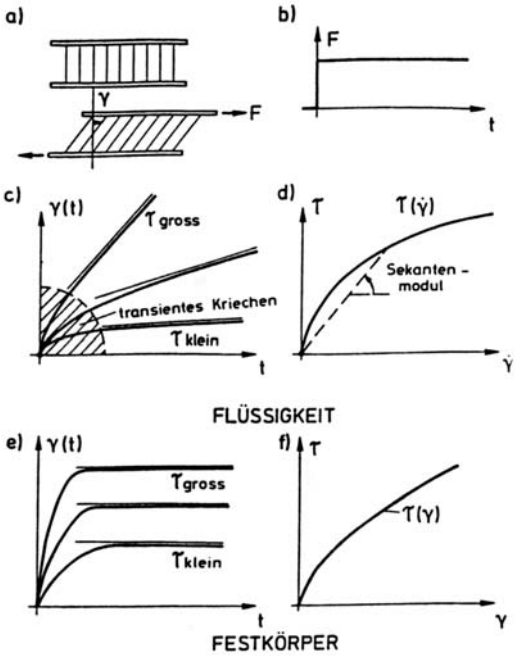


Abb. 3-28: Gegenüberstellung des Verhaltens unter Schubverformung von Festkörpern und Fluiden [23]

Während bei einem festen Körper Schubspannungen endliche Verformungen bewirken, gibt ein Gas einer scherenden Beanspruchung unbegrenzt nach, die Verformung hört erst auf, wenn keine Schubspannungen mehr wirken. Bei Festkörpern beschreibt das Schubmodul den Zusammenhang zwischen Schubspannung und Verzerrung, bei Fluiden hingegen die Viskosität den Zusammenhang zwischen Schubspannung und Verzerrungsgeschwindigkeit. Diese Analogien sind anschaulich in Abbildung 3-28 dargestellt.

3.3.2 Struktur des Windes

3.3.2.1 Atmosphärische Grenzschicht

Wie bereits unter 3.2 beschrieben bilden sich Grenzschichten allgemein an der Oberfläche umströmter Körper aus, da es keine absolut glatten, die Strömung nicht beeinflussenden Materialoberflächen gibt. Das gleiche gilt natürlich auch für die globale Betrachtung von Windströmungen in der Atmosphäre.

In der Atmosphäre nimmt auf Grund der Oberflächenreibung zum Boden hin die Windgeschwindigkeit ab, während durch die störenden Oberflächeneinflüsse die Böigkeit und Turbulenz zunimmt. Die atmosphärische Grenzschicht ist etwa 300 bis 1000 m dick und gekennzeichnet durch einen regen vertikalen Austausch von Luftmassen und Energie. Reibungs-, Trägheits-, Auftriebs und Druckkräfte innerhalb der Grenzschicht führen zu einer komplexen Wirbelstruktur, die nur mit statistischen Methoden beschrieben werden kann. Immer wieder neu entstehende Wirbel haben eine Ausdehnung, die der Dicke der Grenzschicht entspricht, und zerfallen kaskadenartig, solange in immer kleinere und kleinere im Raum drehende Wirbel, bis von der enthaltenen Schwankungsenergie endgültig nur noch Wärme übrig bleibt. Im Diagramm in Abbildung 3-29 ist der Übergang von großen in kleine Wirbel unter Energiedissipation dargestellt, F_u beschreibt dabei das Differential der Varianz der Geschwindigkeiten in Abhängikeit von der Frequenz n ihres Auftretens.

Zur mathematischen Herleitung wird auf Cook [8] verwiesen.

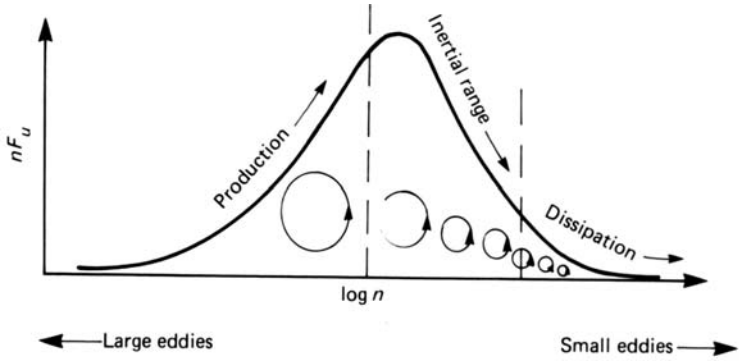


Abb. 3-29: Zerfall der Wirbel [8]

Die Atmosphärische Grenzschicht spielt in der Gebäudeaerodynamik eine wichtige Rolle, da alle Bauwerke in ihr liegen. Die Form des Geschwindigkeitsprofils der gemittelten Geschwindigkeiten hängt von den Bodenrauhigkeiten ab und wird oftmals mit Hilfe von Expotentialfunktionen beschrieben. Abbildung 3-30 zeigt den Vergleich der Stundenmittel der Geschwindigkeiten für drei Geländekategorien.

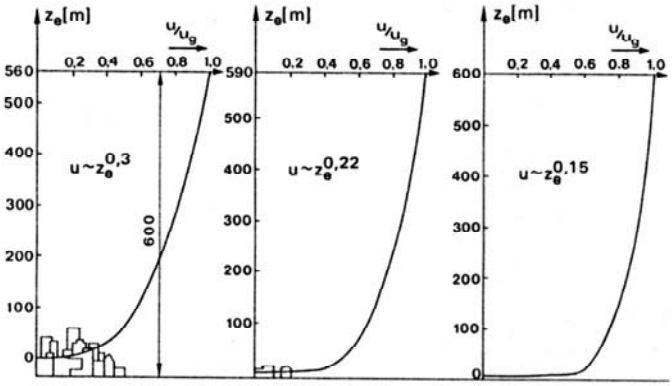


Abb. 3-30: Geschwindigkeitsprofile für verschiedene Bodenrauhigkeiten [48]

3.3.2.2 Hauptwindrichtung

Die Windgeschwindigkeiten an einem Ort schwanken sehr stark, sowohl in ihrer Intensität als auch in ihrer Richtung. An jedem Ort gibt es Richtungen, aus denen der Wind wesentlich häufiger weht als aus den übrigen. Dieser Einfluss wird oftmals beim Studium des Windeinflusses auf Bauwerke zu wenig berücksichtigt, denn meist wird nur nach den Maximalwerten der Windgeschwindigkeiten, unabhängig von der Richtung ihres Auftretens gefragt.

Neuere Untersuchungen im Rahmen der Überarbeitung der Windzonenkarte für die E-DIN 1055, März 2001 zeigen, dass insbesondere die extremen Windgeschwindigkeiten, die durch Sturmtiefs induziert werden, eine merkliche Abhängigkeit von der Windrichtung haben. In Abbildung 3-31 ist beispielsweise die relative Häufigkeit von extremen Windgeschwindigkeiten in Düsseldorf in Abhängigkeit von der Himmelsrichtung aufgetragen.

Baulich lässt sich bei Kenntnis der Angaben aus der Windrosendarstellung sehr leicht auf die Hauptwindrichtungen reagieren, z.B. durch die Wahl geeigneter Ent- und Belüftungsbereiche an Fassaden, wobei jedoch immer die lokalen Einflüsse der umgebenden Bebauung berücksichtigt werden müssen.

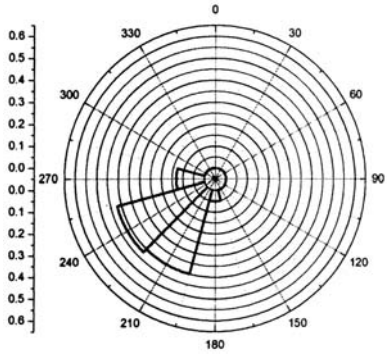


Abb. 3-31: Relative Häufigkeit von extremen Windgeschwindigkeiten am Beispiel Düsseldorfs [26]

Will man die Angaben zu Auftretenswahrscheinlichkeiten extremer Werte in der Hauptwindrichtung auch zur Angabe von charakteristischen Bemessungswindlasten, unabhängig von einer Angabe der Richtung, verwenden, so sind die erforderlichen statistischen Betrachtungen zu aufwendig, um sie in den Windzonenkarten zu berücksichtigen. Eine alternative Möglichkeit wäre in diesem Fall nur gegeben, wenn man verschiedene Windzonenkarten in Abhängigkeit der Himmelsrichtungen verwenden würde. Dies wurde für die Normung aber aus Gründen der Übersichtlichkeit verworfen.

3.3.2.3 Böenwirkung

Die Angaben der Geschwindigkeiten in den Geschwindigkeitsprofilen beruhen in der Regel auf Messungen bzw. statistischen Berechnungen der 10-Minuten Mittelwerte. Auftretende Maximalwerte werden dagegen über eine Mittellungszeit von wenigen Sekunden, je nach Messstation, ermittelt. Mit Böigkeit werden diese Extremwerte bezeichnet.

Aussagen zur Größe der Böigkeit des Windes an einem Ort lassen sich machen, indem aus dem Verhältnis der maximalen Geschwindigkeit zur mittleren Geschwindigkeit ein Böigkeitsfaktor ermittelt wird. Der Böigkeitsfaktor ist damit auch ein Maß für die Turbulenzintensität.

Böen überlagern die mittleren Windgeschwindigkeiten in bestimmten Frequenzen und sind daher als dynamische Lasten einzuordnen, mit dem Böigkeitsfaktor ist es möglich, von den quasi statischen Windlasten auf dynamische Ersatzlasten zu schließen.

3.4 Besonderheit der Gebäudeaerodynamik

Die Gebäudeaerodynamik ist ein relativ junger Wissenschaftszweig, der in erster Linie aus dem Bedarf nach normativen Grundlagen entstand. Während sich die klassische Strömungsmechanik aus der Rohrhydraulik und später der Aerodynamik in der Luftfahrt- und Fahrzeugindustrie entwickelte, so liegen die Ursprünge der Gebäudeaerodynamik in der Baustatik und Bauphysik.

Gegenüber der klassischen Strömungsmechanik, die sich als ein sehr in sich geschlosser Wissensbereich darstellt, ist die Gebäudeaerodynamik ein Sammelbecken der unterschiedlichsten Disziplinen. Hier mischen sich Bauingenieurwesen mit Maschinenbau, Meteorologie, Statistik und Architektur. Dies mag mit ein Grund dafür sein, dass es an Universitäten oftmals zwar Forschungseinrichtungen für Strömungslehre, aber keine für Gebäudeaerodynamik gibt. Die Erforschung geäudeaerodynamischer Phänomene findet in der Regel an privatwirtschaftlich organisierten Instituten statt.

Eine weitere Besonderheit im technischen Sinn ist die bewusst gewollte und notwendige Turbulenz in der Anströmung in der Gebäudeaerodynamik. Während alle anderen Bereiche der Strömungslehre die Turbulenz im Strömungsfeld als Reaktion auf eine zu untersuchende Störung verstehen, so ist die Abbildung

des natürlichen Windes und sein Wechselspiel mit Bauwerksgeometrien im Detail nur mit turbulenter Anströmung als Aktion möglich.

Die Interferenzen zwischen den Turbulenzen in der Anströmung und den Turbulenzen, die durch die Bauwerksgeometrie entstehen, machen die theoretische Beschreibbarkeit dieser Strömungsart daher nahezu unmöglich. Dies mag auch ein Grund dafür sein, dass im Bereich der Gebäudeaerodynamik wesentlich mehr mit empirischen Methoden geforscht und gearbeitet wird als in anderen Bereichen der Strömungslehre.

4 Hilfsmittel zur Strömungsanalyse

4.1 Windkanaluntersuchungen

[37]; [15]; [40]; [48]; [3]; [53]

Ein Instrument zur realitätsnahen Vorhersage der windbedingten Strömungsverhältnisse um und in Gebäuden ist der Grenzschichtwindkanal.

Diese in der Gebäudeaerodynamik eingesetzten Windkanäle unterscheiden sich wesentlich von den klassischen, die man im Flugzeug- und Fahrzeugbau verwendet. Im klassischen Fall wird angestrebt, eine gleichförmige, möglichst turbulenzarme Strömung zu erzeugen. Im Gegensatz hierzu ist für Gebäudeuntersuchungen die natürliche Windströmung bei annähernd neutraler thermischer Schichtung der atmosphärischen Bodengrenzschicht maßstäblich zu simulieren, d.h. es muss eine hochturbulente Strömung erzeugt werden. Zu den Gesetzmäßigkeiten gebäudeaerodynamischer Geschwindigkeitsprofile, sowohl auf logarithmischer wie auf potenzieller Basis gibt Plate in [40] sehr genaue Beschreibungen.

Tabelle 1 zeigt die vielfältigen Anwendungsbereiche und Ausrichtungen von Windkanalversuchen. In der Regel werden hierzu geschlossene Versuchsstände, wie in der Schemaskizze in Abbildung 4-1 dargestellt, mit kurzen Anlaufstrecken und einer offenen Luftführung verwendet. Die Vorteile dieser Anordnung liegen im wesentlichen in den geringeren Abmessungen der Gesamtanlage im Bereich von ca. 8-12 Metern.

Diesen Vorteil erkauft man sich allerdings mit einer gröberen Modellierung der natürlichen Grenzschicht, die über Stolperleisten, Turbulenzgeneratoren (zum Beispiel Counihankegel oder Gitter [3]) und kleinere Rauhigkeitselemente zur besseren Vermischung erzeugt wird. Die grobe Modellierung bewirkt im Vergleich zu langen Anlaufstrecken allerdings auch eine schnellere Entwicklung der Höhe des Grenzschichtprofils bezogen auf die Anlauflänge, was zur Folge hat, dass trotz kürzerer Anlauflänge größere Modellmaßstäbe getestet werden können. Die Anlauflänge selbst beträgt etwa 4 Meter.

lfd. Nr.	Bezeichnung	Untersuchungsgegenstand	Beispiele für Untersuchungs-methoden	Modellart
1	Großräumige Windfelder	topographische Einflüsse auf Windgeschwindigkeiten: - Aufstellung von Windenergieanlagen - Winderosion	Strömungssichtbarmachung, Geschwindigkeitsmessungen	kleinmaßstäbliches Landschafts- oder Stadtmodell
2	lokale Windfelder	bodennahe Geschwindigkeitsfelder an Gebäuden und Gebäudegruppen: - Windprofil und Windturbulenz - Entwicklung von Windschutzmaßnahmen - Gebäudelüftung	wie 1) zusätzlich: Tracergas-Methode Erosionsverfahren	Gebäude und Gebäudegruppen
3	Aerodynamische Beiwerte für mittlere, statische Windlasten	- Mittlere Beiwerte für statische Drücke, Kräfte, Momente in Anlehnung an Normen - Interferenzeffekte durch Nachbarbebauung - Teilflächenlasten Wandschubspannungen	Druckmessungen mit Druckmeßdose und Scanivalve, Kraftmessungen mit Waagen,	starres Gebäudemodell, evtl. einschließlich Nachbarbebauung, Abschnittsmodell mit Endscheiben
4	Aerodynamische Beiwerte für dynamische Windlasten	- fluktuierende Winddrücke und ihre Korrelationen im Zeit und Frequenzbereich - fluktuierende Kräfte und Momente - zusätzliche dynamische Lasten durch Interferenz - Teilflächenlasten	Druckmessungen mit dynam. hochauflösenden Druckmeßdosen, Kraftmessungen mit dynamischen Waagen	wie 3)
5	Dynamische Reaktion	- dynamische Tragwerksreaktionen - Schwingungsanfälligkeit - Schwingungen: Böenresonanz, Wirbelresonanz	Dehnungsmessungen dynamische Verformungsmessungen	Replika,aeroelastisches, dynamisch ähnliches Modell, starres Modell mit Feder-Dämpfer-Lagerung
6	bewegungsinduzierte Schwingungen	- aerodynamische Dämpfung - Galloping - Flattern	wie 5) zusätzlich: Kraftmessungen mit dynamischen Waagen, "forced-oscillation-method"	wie 5) zusätzlich: bewegtes Modell

Tabelle 1: Anwendungsbereiche und Ziele von Windkanalversuchen [53, S.3]

Abb.4-1: Schematische Darstellung eine Windkanals mit kurzer Anlaufstrecke Windkanal [48]

Neben der Forderung nach einer naturgetreuen Abbildung der Windverhältnisse wird auch eine mechanische Ähnlichkeit zwischen Modell und Realität verlangt, ohne dass es zu Einflüssen aus der Versperrung (in der Regel < 5% der Querschnittsfläche) durch das Modell im Windkanal kommen darf. Daher ergeben sich bei Windkanälen mit kurzen Anlaufstrecken, bei Strömungsgeschwindigkeiten bis ca. 50 m/s und einem Windkanal-

querschnitt von 4 m² mögliche Gebäudemodellmaßstäbe von 1:100 bis 1:200.

Die Ähnlichkeit der Anströmung zur Ermittlung statischer Windlasten wird über den Vergleich der folgenden Parameter erreicht:

a) Verlauf des Geschwindigkeitsprofils der mittleren Geschwindigkeiten über die Windkanalhöhe, dabei muss die Höhe des Profils mindestens das dreifache der Gebäudehöhe betragen.

b) Die Turbulenzintensität, das heißt der Böigkeitsfaktor, gebildet aus dem Verhältniswert zwischen der im Grenzschichtprofil gemessenen Maximalgeschwindigkeit und der mittleren Geschwindigkeit

c) Die Verteilung der Geschwindigkeitsschwankungen über die Frequenz in Modell und Natur müssen übereinstimmen.

Die Mechanische Ähnlichkeit der Bauwerksumströmung ergibt sich aus der Überprüfung der Übereinstimmung weiterer Parameter:

d) Die an einer charakteristischen Länge des Modells ermittelte Reynoldszahl muss der in der Natur entsprechen. Bei Gebäudeformen, bei denen die Umströmung im wesentlichen durch die Lage der Ablösepunkte an scharfen Kanten geprägt ist, verliert die geforderte Ähnlichkeit der Reynoldszahlen allerdings, wie in Kapitel 3.2 gezeigt, an Bedeutung.

Bei aeroelastischen Untersuchungen im Windkanal sind noch weitere Parameter hinsichtlich ihrer Ähnlichkeit zu überprüfen, um eine realistische Abbildung der komplexen Wechselwirkungen zwischen Strömung und Struktur zu gewährleisten. Haupteinflüsse sind die Steifigkeiten und Eigenfrequenzen des Bauwerks in Modell und Realität, sowie die Geschwindigkeitsschwankungen in Größe und Frequenz. Hinweise hierzu liefert sowohl Sockel in [48] als auch die Windkanalrichtlinie, die in Zusammenarbeit der Windtechnologischen Gesellschaft e.V. mit dem VDI hauptsächlich zur Qualitätssicherung entstand [21].

Strömungsrichtung und –geschwindigkeit, sowie Turbulenzgrößen können durch sog. Staudrucksonden, Hitzedrahtanemometer oder optische Verfahren wie die Laser-Doppler-Anemometrie gemessen werden. Einen qualitativen Eindruck der Strömungsverhältnisse liefert die Visualisierung mit Nebel, der rückwirkungsfrei der Strömung eingedampft und über geeignete

Beleuchtungsverfahren in Lichtschnitten, z. B. durch die Laser-Lichtschnitttechnik, sichtbar gemacht wird.

Bei der Laser - Lichtschnitttechnik wird der Lichtstrahl eines Lasers in einer Ebene stark aufgeweitet, so dass eine Lichtebene entsteht. Wird diese Lichtschnittebene in Strömungsräume gelegt, so werden Strömungsstrukturen auf Grund unterschiedlicher Lichtstreuprozesse sichtbar.

Zur Simulation der Ausbreitung von Fortluft und Abgasen und zur Bewertung der Emissionssituation an Fassaden kommen im Windkanal Tracer-Gas-Verfahren zum Einsatz. Das Tracer-Gas-Verfahren übernimmt dabei die Rolle des zu untersuchenden Schadgases und der Schadstoffkonzentration in der Fortluft. Durch lokale Entnahme und Analyse der Luft an verschiedenen Stellen auf der Gebäudehülle lässt sich so für jede kritische zu erwartende Schadstoff- oder Fortluftquelle das zugehörige Konzentrationsfeld bei verschiedenen Windsituationen ermitteln. In einem iterativen Prozess wird die aus lufthygienischer Sicht optimale Position von Fortluftöffnungen, Kaminen und Zuluftöffnungen erarbeitet.

Drücke und Druckverteilungen werden in der Regel mit Hilfe von kleinen (<1 mm) Messbohrungen mit Drucksensoren an der Modelloberfläche und einem über Schläuche angeschlossenen Druckmesssystem ermittelt. Die Bohrungen sind mit größter Sorgfalt und ohne Grate an den Rändern herzustellen, da sonst durch Messung von Sekundärströmungen große Fehler entstehen.

Eine weitere Möglichkeit zur Druckmessung sind optische Messverfahren. Bei dieser Methode ist die Oberfläche mit einem druckempfindlichen Lack zu beschichten. Zur Auswertung der sich bei Druck- oder Sogeinwirkung einstellenden Farbschattierungen ist ein hochauflösendes Bildverarbeitungssystem erforderlich. Optische Verfahren werden aber auf Grund der höheren Anforderungen an Präzision, Reinigung und der geringeren Messempfindlichkeit nur in Sonderfällen eingesetzt.

Kräfte und Momente können mit Hilfe von Windkanalwaagen gemessen werden. Im einfachsten Fall sind dies Kraftmesser, die mittels einer Feder funktionieren. Dabei ist darauf zu achten, dass das Strömungsfeld durch die Aufhängung des Modells nicht beeinträchtigt wird. Als Windkanalwaagen werden entweder Außenwaagen oder Einbauwaagen eingesetzt. Als Außenwaagen verwendet man in der Gebäudeaerodynamik bevorzugt Bodenwaagen oder Unterflurwaagen. Auch können Kräfte und

Momente, da es sich um vektorielle Größen handelt, rechnerisch ermittelt werden, wenn die Druckverteilung bekannt ist und die durch die Luftströmung auf die Gebäudeoberfläche übertragenen Reibungskräfte gegenüber den Druck- und Sogkräften vernachlässigbar sind.

Der Aufwand zur Herstellung der Gebäudemodelle und der an sie angeschlossenen Messpunkte ist erheblich, so dass Windkanalversuche in der Regel erst zum Einsatz kommen, wenn die Entwurfsphase bereits abgeschlossen ist und nur noch geringe lokale Korrekturen an der Gebäudegeometrie zur Steuerung von Effekten der Windströmung möglich sind.

4.2 Wasserkanal

Gebäudegeometrien mit gerundeten Formen, deren Umströmung stark von der Reynoldszahl abhängt und die in Segmenten unterteilt werden können, so dass die Form der Grenzschicht im Versuch keine maßgebliche Rolle spielt, können auch in einem Wasserkanal getestet werden. Wasser bietet den Vorteil, dass der Modellmaßstab um den Faktor 10 erhöht werden kann, da die kinematische Viskosität von Wasser bei 10° in etwa um den Faktor 10 zäher ist.

Stromlinien im Wasserkanal lassen sich sehr leicht mit Hilfe von eingeblasener Luft sichtbar machen. Die Kraftmesstechnik und der allgemeine Versuchsaufbau sind dagegen aufwändiger als bei den herkömmlichen Windkanaluntersuchungen.

4.3 Strömungssimulation mit CFD

[39], [24], [54], [1], [46], [36], [35], [49], [22]

Der Begriff CFD steht für »Computational Fluid Dynamics«, was mit »Rechenbetonte Strömungsdynamik« übertsetzt werden kann. Es handelt sich dabei um ein mathematisches Modell zur rechnergestützten Simulation von Strömungen. Die computergestützte Strömungssimulation ist ein relativ junger Wissenschaftszweig, der erst gegen Ende der fünfziger Jahre durch entsprechende Rechnerleistungen und ihre expotentielle Weiterentwicklung ermöglicht wurde. Die Ursprünge der CFD-Anwendungen liegen in der Luft- und Raumfahrt; mittlerweile sind sie eine fest etablierte Methodik in vielen Forschungsrichtungen, wie zum Beispiel im Maschinenbau, der Meteorologie und der Klimaforschung.

CFD in der Gebäudeaerodynamik wird dagegen, auf Grund der großräumigen und komplexen Strömungssituationen und der Überlagerung verschiedenster Strömungsphänomene (Abbildung 4-2) erst seit circa 20 Jahren vermehrt erprobt und angewendet.

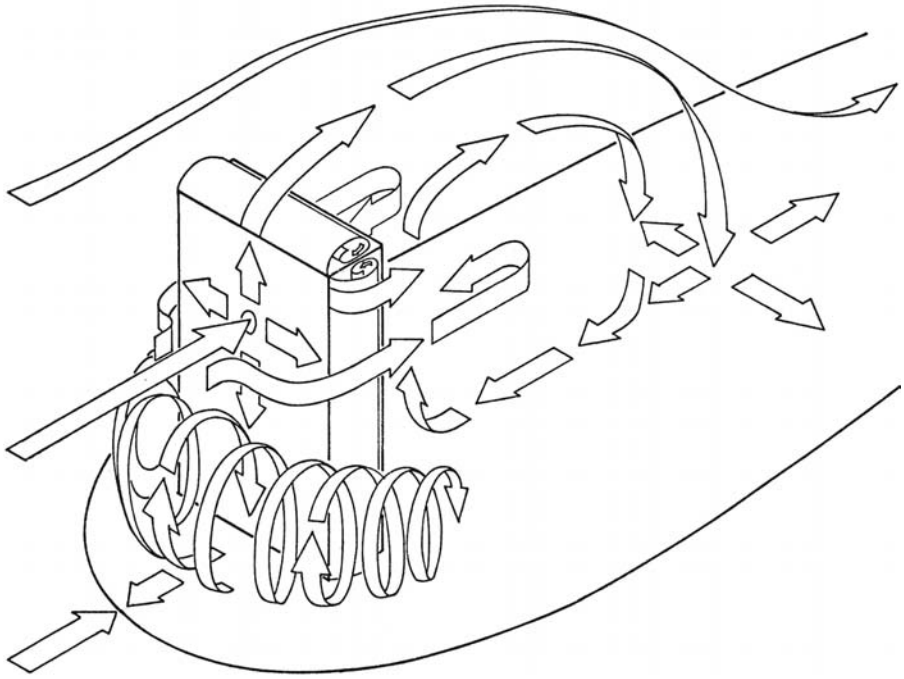


Abb.4-2: Überlagerung verschiedenster Strömungsphänomene, schematisch [43]

Wie bereits in Kapitel 3.2 beschrieben, wird die Bewegung eines turbulenten Fluids vollständig mit den Navier Stokesschen Gleichungen beschrieben. Theoretisch kann damit an jedem beliebigen Punkt in einem Strömungsfeld das Gleichgewicht aller wirksamen Kräfte gebildet werden.

Nur für einige wenige Grenzfälle können diese Gleichungen allerdings allgemein analytisch gelöst werden.

Um die partiellen Differentialgleichungen für eine konkrete Fragestellung nutzen zu können, muss das für alle Raumpunkte geltende System von Gleichungen diskretisiert werden, das heißt man beschränkt sich auf einen endlichen Bereich, den Lösungsraum, der in kleine, getrennte (diskrete) Volumen unterteilt wird, für die dann die Navier-Stokes-Gleichungen näherungsweise durch Iterationen gelöst werden können.

Ähnlich wie bei einem gescannten Foto wird der Rechenaufwand maßgeblich durch Abmessung und die Auflösung des Lösungsraumes festgelegt. Bei der Simulation turbulenter Strömungen

ist jedoch, in Abhängigkeit der Lösungsalgorithmen, immer eine minimale Auflösung vorgegeben, um die Turbulenz sinnvoll abzubilden.

Die Vorgehensweise zur Simulation von Strömung wird in der Regel in drei aufeinander aufbauende Schritte gegliedert - das Preprocessing, das Mainprocessing und das Processing.

Im Preprocessing wird die zu untersuchende Geometrie, der umgebende Raum mit der diskretisierten Netzstruktur modelliert. Gleichzeitig werden in dieser Phase alle notwendigen physikalischen Randbedingungen, wie das Geschwindigkeitsprofil der Anströmung, Viskosität, Referenzdrücke und Dichte definiert.

Die eigentliche Lösung der Gleichungen für jeden Punkt im diskreten Gitter findet im Mainprocessing statt. Nach erfolgreicher konvergenter Lösung der Gleichungen schließt sich das Postprocessing an.

Die in der Regel durch die vielen Freiheitsgrade unübersichtlich große Datenflut von Berechnungsdaten wird in geeigneter Form, zum Beispiel als Druckverteilungen oder Vektorangaben zu Geschwindigkeiten, in einfachen Darstellungen visualisiert. Erst das Postprocessing ermöglicht es die komplexen Strömungsvorgänge zu fassen. Allerdings bezeichnen Kritiker der Methodik CFD daher auch oftmals als „Colorful Fluid Dynamics".

Im Anschluss an das Postprocessing folgt eine Bewertung und kritische Überprüfung der Simulation. Durch Wiederholung der Simulation mit einem veränderten Gitter oder einem Vergleich der Ergebnisse mit ähnlichen Problemen im Windkanalexperiment oder in der Natur versucht man die Genauigkeit der Ergebnisse abzuschätzen.

Zur Berechnung von Turbulenz muss der Raum verhältnismäßig fein genug diskretisiert sein, damit Wirbel überhaupt »entstehen«. Selbst kleinste Wirbel beeinflussen das Gesamtströmungsbild. Mit steigender Reynoldszahl werden die Wirbelstrukturen aber kleiner. Um diese zu erfassen, ist also eine Verfeinerung des Gitters notwendig. Aus ökonomischer Sicht ist man allerdings bemüht, die Gitter grob zu halten und nur im Bereich erwartungsgemäß großer Turbulenzen lokal zu verfeinern.

Bei den Berechnungsverfahren unterscheidet man zwischen Linearen und Nicht Linearen. Die linearen Berechnungsverfahren beschreiben durch die Annahme von Reibungsfreiheit und Drehungsfreiheit ideale, laminare Strömungen. Die nicht linearen Berechnungsverfahren beschreiben turbulente Strömungen.

Ob eine Direkte Numerische Lösung der Navier Stokesschen Gleichungen, Direct Numerical Simulation (DNS), realisiert werden kann, hängt entscheidend vom Größenverhältnis der Wirbel und damit von der Auflösung der Gitter ab.

Eine erste Vereinfachung, um numerische Simulationen auch für komplexe Strukturen praktisch nutzbar machen zu können, ergibt sich aus der Vergröberung des Diskretisierungsgitters. Somit werden nur die größeren Wirbelstrukturen (Large Eddys = große Wirbel) erfaßt, die jedoch immer noch etwa 95% der kinetischen Energie transportieren. Hierdurch wird die Strömung im wesentlichen charakterisiert und der Einfluss der Kleinstwirbel wird modellhaft durch einen mathematischen Term, den Subgrid-scale-Tensor beschrieben.

Das LES-Verfahren ist auf Grund der immer noch hohen Rechenzeiten bislang nur für wenige Ingenieuranwendungen einsetzbar.

Das Reynold-Averaged-Navier-Stokes-Verfahren beschreibt die gesamte Turbulenz durch ein empirisches Modell. Dabei wird die Turbulenz zunächst über die Zeit gemittelt, das heißt es handelt sich um eine stationäre Betrachtung, auch wenn die Ergebnisse in nach Zeitschritten animierter Form präsentiert werden können.

Durch diese mathematische Beschreibung entstehen neue Unbekannte, die durch verschiedene Terme substituiert werden können. Dieser Teil der Gleichung stellt das Turbulenzmodell dar. Je nach Wahl des substituierenden Terms und dessen Herkunft, beispielsweise aus empirischen Untersuchungen, wird die Turbulenz unterschiedlich beschrieben. Die Wahl des geeigneten Turbulenzmodells und die Auswertung der Ergebnisse setzt aerodynamische Kenntnisse und Erfahrung voraus.

Die gängigsten Modelle sind das Reynoldsspannungsmodell (RSM), der Prandtlsche Mischungswegeansatz und das k-ε-Modell.

Bei heutigen Rechenkapazitäten sind diese Verfahren für ingenieurmäßige Anwendungen gut geeignet.

Die CFD-Grundlagenforschung befasst sich mit der Erstellung und Optimierung von Turbulenzmodellen, während im Bereich der anwendungsbezogenen Forschung die Interpretation der vorhandenen Modelle im Vordergrund steht.

Ein numerisches Iterationsverfahren muss stabil sein, das heißt mit fortschreitender Berechnung dürfen sich die Fehler zur exakten Lösung nicht verstärken. Die Näherung an die Lösung der partiellen Differentialgleichungen wird mit einer begrenzten An-

zahl von Schritten, die aber immer noch im Bereich von mehreren Hundert bis Tausend liegt, bis zum Erreichen eines Konvergenzkriteriums durchgeführt. Es bleibt eine Differenz zur exakten Lösung der Gleichung. Divergieren die Ergebnisse, so kommt es zu keiner Lösung und man spricht von einer instabilen Lösung.

Allein durch die Rundung von Dezimalzahlen (bei älteren Rechnern nach der 13. Stelle) können Rundungsfehler entstehen, die sich über die Dauer des Berechnungsprozesses vergrößern.

Das numerische Verfahren muss das Konvergenzkriterium erfüllen, was bedeutet, dass die Lösung gleichmäßig und stetig gegen die exakte Lösung konvergieren sollte. Das Verfahren sollte konservativ sein, dies bedeutet die Erfüllung der ersten zwei Hauptsätze der Thermodynamik.

Oftmals können beim RANS-Verfahren verwendete unterschiedliche Turbulenzmodelle auch zu abweichenden Ergebnissen führen. Während beispielsweise das k-ε-Modell die Viskosität eines Fluids auch im Bereich der Grenzschicht berechnet, wird beim Prandtlschen Mischungswegansatz die Grenzschicht als gesonderte Zone verstanden und die Viskosität mit Erfahrungswerten beschrieben. Dies spart zwar Rechenzeit, allerdings setzt dies die Kenntnis der Modelle und ihrer Eigenschaften voraus, um die Ergebnisse interpretieren zu können.

Trotz oftmals ablehnender Haltung der Genehmigungsbehörden wird CFD in der Architektur in mehreren Bereichen eingesetzt.

Windgeschwindigkeit und -richtung können vor allem im städtebaulichen Kontext, in großen Innen- oder Fassadenräumen hohe Auf- und Abwinde oder Zugeffekte erzeugen. Mit CFD können dazu Windkomfortbetrachtungen durchgeführt werden.

Ebenso wird CFD vielfach zur Überprüfung haustechnischer Konzepte in Bezug auf das Raumklima oder natürliche Belüftung verwendet. Und ebenso kann die Methode dafür eingesetzt werden, Brandschutzkonzepte und Entrauchung oder den Schutz vor Emmisiionen zu überprüfen.

Globale Größen wie der resultierende Widerstand, Auftrieb, Druckverlust und Wärmeübergang lassen sich experimentell relativ leicht ermitteln - im Gegensatz zur Messung lokaler Größen wie Druck, Dichte und Temperatur, die einen erheblichen Aufwand an Zeit und Geld bedeutet. Durch die frühe Verwendung von CFD im Entwurfsprozess wird es möglich, Thematiken wie

zum Beispiel die natürliche Belüftung zu integrieren und zu simulieren.

4.4 Validierung und Kalibrierung

Ein wesentliches Problem, das sich bei der Simulation gebäudeaerodynamischer Fragestellungen, sowohl im Windkanal als auch mit CFD, ergibt, ist die Kalibrierung. Dies gilt insbesondere für die Art und den Verlauf des Geschwindigkeitsprofils mit dem das zu untersuchende Objekt angeströmt wird und bei Computersimulationen auch für die Wahl des „richtigen" Turbulenzmodells zur realitätsnahen Abbildung der durch das Gebäude verursachten Turbulenzen.

Während es bei Windkanalversuchen oftmals noch möglich ist, Nachbarbebauung oder umgebende Bebauung so großflächig abzubilden, dass Effekte strukturinduzierter Turbulenzen berücksichtigt sind, so lässt dies die Abhängigkeit der erforderlichen Rechenkapazität von der Netzgröße bei CFD in der Regel nicht zu. Daher ist bei CFD-Berechnungen in der Regel eine Validierung durch Windkanalversuche notwendig. Die Computersimulation erhält ihre Berechtigung allerdings dennoch durch die Möglichkeit in der Konzeptphase einer Planung Varianten schneller und damit kostengünstiger zu entwickeln und zu überprüfen. Darüber hinaus kann der Umfang der erforderlichen Validierung natürlich auch durch entsprechende Erfahrung minimiert werden.

Aber auch bei Windkanalversuchen stellt sich die Frage nach der Übereinstimmung mit der Natur und der erforderlichen Kalibrierung der Grenzschichtprofile in der Anströmung. Vergleichsmessungen im Feld [2] können zum einen nie der gebäudeinduzierten Turbulenz eines noch in der Planung befindlichen Bauwerks vorgreifen und zum anderen stellen Feldmessungen immer eine extreme Diskretisierung auf nur wenige Orte im gesamten Strömungsfeld dar. Aus dieser fehlenden Kalibrierungsmöglichkeit erklärt sich auch die oftmals große Zurückhaltung von Genehmigungsbehörden, wenn es darum geht, Windlasten mit Hilfe vorangehender Windkanalversuche zu reduzieren.

Wie groß die Schwankungsbreite von Ergebnissen aus Windkanalversuchen im Hinblick auf ermittelte Druckverteilungen an der Gebäudeoberfläche sein kann, zeigt der bereits im Jahr 1991 gestartete Ringversuch der Windtechnologischen Gesellschaft e. V. zur Qualitätssicherung. An der Untersuchung nahmen insgesamt 12 private wie öffentliche Windkanaleinrichtungen aus Däne-

mark, Deutschland, Holland, Österreich und der Schweiz teil. Zu untersuchen war die Umströmung eines Würfels mit 50 Metern Kantenlänge in einem atmosphärischen Windfeld einer Vorstadt. Im Jahr 1997 wurde die zweite Phase dieser Versuchsreihe abgeschlossen und Ergebnisse veröffentlicht. [21] Bei den gemessenen Druckverteilungen traten erhebliche Unterschiede zwischen verschiedenen Windkanälen auf. So gab es im Bereich des Staudrucks im Luv Abweichungen von bis zu 33% zwischen Maximal- und Minimalwerten, im Sogbereich des Nachlaufs sogar bis zu 80%. Neben messtechnischen Ungenauigkeiten und der Wahl des Modellmaßstabs liegt der Hauptgrund für diese großen Abweichungen in der Modellierung der Turbulenz in der Anströmung.

5 Dynamische Stabwerkmodelle

5.1 Der Begriff Stabwerkmodell

Aufbauend auf dem durch Moersch geprägten Begriff der Fachwerkanalogie [34] wurde durch Schlaich und Weischede die Systematik des Konstruierens mit Hilfe von Stabwerkmodellen entwickelt [43; 51] und in der darauf folgenden Zeit durch weitere Arbeiten vertieft. Der Begriff „Stabwerkmodell“ steht dabei gerade nicht für ein weiteres Hilfsmittel der Statik zum Bemessen von Bauteilen, denn die mögliche Vektoraddition von Kräften ist eine Grundlage seit es das Fach der Statik gibt, sondern er steht für den Erkenntnisgewinn der erzielt wird durch die konsequente Verfolgung von Kräften von der Kraftquelle, z.B. dem Angriffspunkt äußerer Lasten, bis zur „Mündung“, z.B. den Auflagern.

Der Lastpfad, der den Weg von der „Quelle“ bis zur „Mündung“ beschreibt, wird grafisch über die Konstruktion von Kraftecken ermittelt und stellt damit eine anschauliche Umsetzung der analytischen Formulierung der Momenten- und Kräftegleichgewichte in jedem Schnittpunkt eines Bauteils dar. Die Knoten, in denen sich die Stäbe, das heißt Kraftvektoren und ihre Materialisierung, treffen, haben dabei auf Grund der hier auftretenden Lastkonzentrationen ein hohe Bedeutung für die konstruktive Entwicklung der Bauteile. Durch die Entwicklung sogenannter Diskontinuitätsbereiche [51] gelingt es dabei, auch in Bereichen, in denen die technische Biegelehre keine Lösungsansätze für die Darstellung des Kraftflusses bietet, ohne hohen numerischen Aufwand computergestützter Berechnungen zu nachvollziehbaren Lösungen zu kommen. Trotz der inzwischen weit entwickelten numerischen Berechnungsmöglichkeiten mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente [32] verliert die Analyse des Kraftflusses mit Stabwerkmodellen ihre Berechtigung nicht. Die problemgerechte Modellierung von Finite Element Netzen und die Interpretation der Computerergebnisse setzt insbesondere bei komplexen Tragwerken ein hohes Maß an statischem Verständnis voraus. Und gerade dieses Verständnis kann durch das Arbeiten mit Stabwerkmodellen entwickelt und vertieft werden. Der Begriff Stabwerkmodell steht nämlich nicht für einen bestimmten Berechnungsansatz, sondern für einen geistigen methodischen Ablauf, der lückenlosen Verfolgung von Kräften, die auf ihrem Lastweg in etwa den diskretisierten Hauptspannungen entsprechen. Die Darstellung des Stabwerkes selbst ist dabei nur das bildliche Ergebnis dieses logischen Prozesses.

Seit Mitte der 80er Jahren gilt die Arbeit mit Stabwerkmodellen als anerkanntes Mittel in der Praxis und Lehre sowohl zum Entwerfen von Tragwerken und in der Lehre als auch zum Konstruieren und Bemessen von baulichen Strukturen. Dennoch und auf Grund langwieriger Normungsprozesse dauerte es lange Zeit, bis die Stabwerkmodellierung auch ein im Stahlbetonbau zulässiges Hilfsmittel nach einer DIN- Norm wurde [10]. Stabwerkmodelle werden hier als wertvolles Hilfsmittel für die Bemessung von Bauteilen bezeichnet, bei denen das Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr vorausgesetzt werden kann, das heißt die technische Biegelehre nicht mehr gilt. Da die Steifigkeiten der Druckstreben im Stahlbeton nur schwer abgeschätzt werden kann, wird empfohlen, mit statisch bestimmten Stabwerkmodellen zu arbeiten und sie bei Mehrdeutigkeiten nach dem Prinzip der Erfüllung der minimalen Formänderungsarbeit in den Stäben zu beurteilen.

Die Bedeutung der Anwendung von Stabwerkmodellen ergibt sich letztendlich aus dem großen Einfluß des Kraftflusses auf die Formgebung von Bauwerken im Ganzen bis hin zum Detail und dem ständigen Wechselspiel mit und der Überprüfung von konzeptionellen Entwurfsansätzen.

Rein mechanisch betrachtet steht der Begriff der Stabwerkmodelle für nichts anderes als die rein vektorielle Entwicklung von Kräftegleichgewichten im betrachteten Bauteil. Auftretende Momente werden hierfür in Kräftepaare zerlegt, und die Randbedingungen an den Diskontinuitätsbereichen, deren Ausdehnung mit Hilfe des Prinzips von St. Vènant festgelegt werden kann, über die zur Verfügung stehenden globalen Gleichgewichtsbedingungen der Stabstatik ermittelt.

5.2 Definition des dynamischen Stabwerkmodells

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde in Analogie zu den klassischen Stabwerkmodellen eine Vorgehensweise entwickelt, die es möglich macht, das Spiel zwischen Kräften und dynamischen Größen, wie Beschleunigungen und Geschwindigkeiten vektoriell zu entwickeln und darzustellen, das dynamische Stabwerkmodell. Der Begriff „Stab“ steht dabei in erster Linie für die vektorielle Verbindung zweier Orte, unter Berücksichtigung der auf Grund von Geschwindigkeiten und damit Impulsen oder Beschleunigungen verursachten Wegen. Die maximal mögliche grafische Lösbarkeit steht dabei - wie bei den klassischen Stabwerkmodellen im Vordergrund, um eine Entwicklung und einen

damit verbundenen entsprechenden Erkenntnisgewinn bei der Bearbeitung zu erzielen.

Betrachtet man das zweite Newtonsche Axiom (siehe auch Kapitel 3.1), so wird hier doch ein Gleichgewicht zwischen Kräften auf der einen Seite und auf Massen bezogene Beschleunigungen auf der anderen Seite formuliert. Damit lässt sich postulieren, dass sich auch ein Körper in Bewegung im Gleichgewicht befindet, nur herrscht das Gleichgewicht nicht mehr zwischen Kräften, so wie wir es aus unserer Erfahrung heraus gewohnt sind, sondern zwischen Kräften und Bewegungen. Erst die Formulierung der sogenannten Trägheitskraft durch d'Alembert stellt ein, allerdings nur scheinbares, Kräftegleichgewicht her, um dem dritten Axiom auch bei Bewegung zu genügen. Verzichtet man auf die d'Alembert`sche Formulierung, so erfordert dieses neue Verständnis von Gleichgewichten dann allerdings ein Denken in Zeitschritten, da sich das Gleichgewicht immer nur als Momentaufnahme in einem sich ständig verändernden Prozess darstellt.

Im dynamischen Stabwerkmodell wird daher auf eine Abbildung der Trägheitskraft verzichtet und die Betrachtung von Kräften wird durch auf entsprechende Massen normierte Beschleunigungen ersetzt, was es ermöglicht rein kinetische Größen darzustellen. Berücksichtigt man die Massennormierung, so ist das dynamische Stabwerkmodell eine Erweiterung des klassischen Stabwerkmodells. In der Lagrange`schen Betrachtungsweise, d.h. der Verfolgung einzelner Körper mit der ihnen anhaftenden kinetischen Zustandsgrößen, stellt das dynamische Stabwerk eine vektorielle Verbindung und Entwicklung der Größen Beschleunigung, Geschwindigkeit, und zurückgelegter Weg dar.

Auf Basis der physikalischen Grundlage, dass die kinetischen Größen Beschleunigung und Geschwindigkeit beziehungsweise Geschwindigkeit und zurückgelegter Weg jeweils über die physikalische Größe Zeit gekoppelt sind, muss eine Darstellungsweise entwickelt werden, die neben dem rein grafischen Maßstab einen zweiten Maßstab, den der Zeitschritte, berücksichtigt. Wechselt man in ein und derselben Darstellung den grafischen Maßstab im Verhältnis des Zeitschrittmaßstabes, so ist es möglich die dynamischen Stäbe mit physikalischen Mehrdeutigkeiten zu belegen, oder ohne Aufwand Beschleunigungen in Geschwindigkeiten und Geschwindigkeiten in zurückgelegte Strecken zu wandeln. Ausführlich wird diese Vorgehensweise anhand konkreter Fragestellungen in Kapitel 5.4 behandelt.

5.3 Actio und Reactio in dynamischen Stabwerkmodellen

Im Sinne der Newtonschen Mechanik bezeichnen die Begriffe „Actio“ und „Reactio“ ganz allgemein das Wechselwirkungsgesetz nach dem zu jeder an einem ruhenden Körper wirkenden Kraft eine Gegenkraft existiert. In der Statik dagegen werden häufig die äußeren Kräfte als „Actio“ bezeichnet, während die sich daraus ergebenden Lagerreaktionen als „Reactio“ gelten. Verfolgt man den Kraftfluß im Bauteil, so gelten die am Knoten ankommenden und bekannten Kräfte als „Actio“, während die Weiterleitung dann die „Reactio“ ist.

Die Verwendung der Begriffe erscheint oftmals willkürlich und folgt vielfach mehr dem Prinzip bekannte Kräfte gelten als „Actio“, während die unbekannten dann als „Reactio“ bezeichnet werden.

Im dynamischen Stabwerk wird die Bedeutung dieser Begriffe nun erweitert, da sie sich nicht mehr nur auf Kräfte beziehen, sondern auch auf zusätzliche kinetische Größen. Global werden die Kräfte und Geschwindigkeiten, die einen Bewegungsvorgang auslösen, als dynamische „Actio“ bezeichnet; die „Reactio“ definiert sich dann über eine vorgegebene Zeitdauer, nach der alle auf den Körper wirkenden Kräfte, seine Geschwindigkeit und der bis dahin zurückgelegte Weg als „Reactio“ gelten. Betrachtet man einzelne Zeitschritte innerhalb der vorgegebenen Zeitdauer, ähnlich den inneren Kräften, so lassen sich wiederum die Begriffe lokal definieren. Alle Bewegungen verursachenden Größen, die aus dem Zeitschritt vorher übernommen werden, gelten als „Actio“ und führen innerhalb des Zeitschrittes zu einer neuen „Reactio“, neuen Kräften, Geschwindigkeiten und Orten.

Durch die Betrachtungsweise von „Actio“ und „Reactio“ lässt sich ein weiterer interessanter Zusammenhang zwischen statischem und dynamischem Stabwerk formulieren: Während im statischen Stabwerkmodell der Kraftfluss durch die Bauteilgeometrie und statische Randbedingungen festgelegt wird, sind es beim dynamischen Stabwerkmodell die „Geometrie“, also die Größe der Zeitschritte und kinetische Randbedingungen. Unter kinetischen Randbedingungen werden dabei feste Begrenzungen oder Führungen der Bewegungsbahn bezeichnet.

5.4 Entwicklung vier grundlegender dynamischer Probleme

5.4.1 Der freie Fall

Bewegung mit konstanter Beschleunigung und der Anfangsgeschwindigkeit Null

Bewegungen mit konstanter Beschleunigung werden auch gleichförmig beschleunigte Bewegungen genannt und treten in der Natur zum Beispiel beim Freien Fall oder beim senkrechten Wurf im Erdschwerefeld auf. Die Gravitation der Erde ruft dabei die konstante Erdbeschleunigung g hervor. Beim freien Fall ist dazu auch die Anfangsgeschwindigkeit 0.

Für jeden, entsprechend der Skalierung, zu betrachtenden Zeitschritt Δt werden die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg vektoriell ermittelt. Da es sich beim freien Fall um eine Bewegung entlang einer Linie handelt, muss man eine Darstellungsart wählen, die gewährleistet, dass trotz der gleichen Richtung aller auftretenden Vektoren, die Übersichtlichkeit nicht leidet. Deshalb werden die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg auf drei verschiedenen Achsen aufgetragen.

Die einzige auf den als Massenpunkt diskretisierten, Körper wirkende äußere Kraft ist die Gewichtskraft G. Sie ist gleich dem Produkt aus Masse und Erdbeschleunigung. Daher können wir direkt mit der vektoriellen Darstellung der Beschleunigung beginnen. Als Zeitschritt wird Δt=1s gewählt und als Maßstab 1:500, d.h. 1cm Vektorlänge entsprechen als Weg 5 m, als Geschwindigkeit 5m/s und als Beschleunigung 5 m/s². Die Wahl des Zeitschrittes als Zehnerpotenz ermöglicht es, die Größe eines Beschleunigungsvektors grafisch direkt als Geschwindigkeitsvektor und die eines Geschwindigkeitsvektors als Wegvektor, mit einem Sprung im Darstellungsmaßstab, als vielfaches der Zehnerpotenz, zu übernehmen.

Anhand der in Kapitel 3.1 formulierten Gleichungen und der im folgenden qualitativ abgebildeten realen Verläufe der Beschleunigung, der Geschwindigkeit und des zurückgelegten Weges in Abhängigkeit zur Zeit und den dazu strichliert eingetragenen Bereichen der Zeitschrittanalyse zeigen, dass man bei der vektoriellen Ermittlung der zurückgelegten Wege, die ermittelten Geschwindigkeiten um -0,5 delta t verschieben muss, um so mit den mittleren Geschwindigkeiten zu arbeiten.

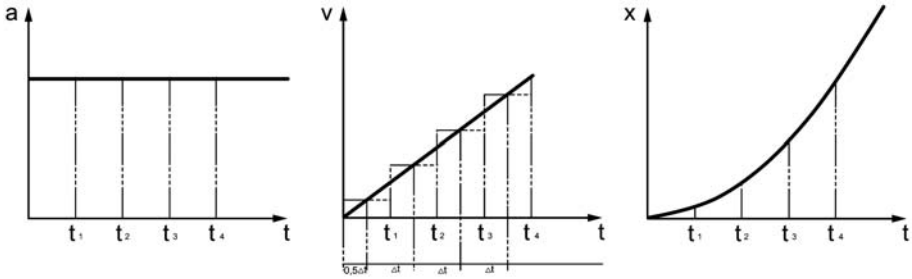


Abb. 5-1: Zusammenhang zurückgelegter Weg und Geschwindigkeit bei konstanter Beschleunigung

Zur vektoriellen Konstruktion des Geschwindigkeitsverlaufs und der Bewegungsbahn geht man nun wie folgt und in der Abbildung 5-2 dargestellt vor.

1. Schritt: Zum Zeitpunkt t_0=0 wirkt auf den Massenpunkt eine Beschleunigung a=9,81 m/s² und er bewegt sich mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0, in diesem Fall mit v_0=0.

2. Schritt: Während der Zeitspanne $\Delta t=t_1-t_0$=1s baut sich nun auf Grund der Beschleunigung a eine Geschwindigkeit $\Delta v_1 = a \cdot \Delta t$ auf. Um die oben erläuterte, notwendige Verschiebung der Zeitachse um 0,5 Δt zu berücksichtigen, wird aus dem ersten Zeitschritt für die weitere Betrachtung nur $v_1^{'} = 0{,}5 \cdot \Delta v$ mitgeführt. $v_0 + v_1^{'}$ ist dafür verantwortlich, dass der Massenpunkt im betrachteten Zeitschritt den Weg der Größe $(v_0 + v_1^{'}) \cdot \Delta t$ zurücklegt.

3. Schritt: Zum Zeitpunkt t_1 läßt sich nun die absolute Geschwindigkeit über $v_1 = v_0 + v_1^{'}$ und der bis dahin zurückgelegte Weg $x_1 = x_0 + \Delta x_1$ ermitteln, gleichzeitig wirkt nun wieder die konstante Beschleunigung a auf den betrachteten Massenpunkt.

Die Schritte 1 bis 3 lassen sich nun beliebig oft wiederholen und bis zum Ende des gewählten Gesamtzeitraums fortsetzen.

In Anlage 1.1 ist die vektorielle Entwicklung der Lösung dieser Fragestellung über mehrere Zeitschritte, in Anlage 1.2 das sich hieraus ergebende Dynamische Stabwerkmodell, dargestellt. An den Knoten sind die, in den jeweiligen Zeitpunkten wirkenden, Kräfte und am Endknoten die resultierende Geschwindigkeit angetragen. Die Stäbe selbst liefern eine Information über die resultierenden Ortänderungen. Sowohl die Länge der Stäbe, als

auch die resultierende Geschwindigkeit am Endknoten steht immer in Bezug zu den gewählten Zeitschritten.

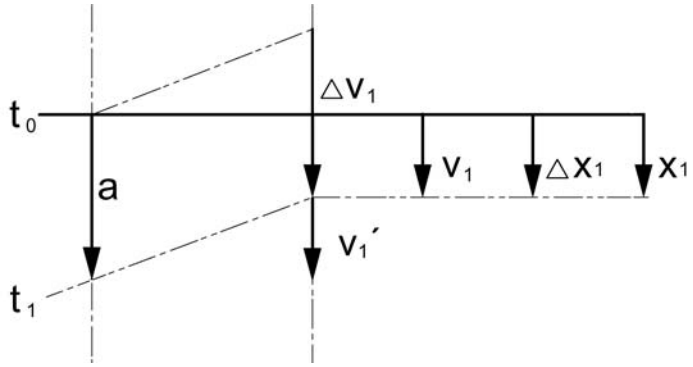


Abb. 5-2: Vektorielle Entwicklung

Die mechanisch analytische Lösung der Aufgabe erfolgt über eine einfache beziehungsweise zweifache Integration der Bewegungsgleichungen und dem Einsetzen der Randbedingungen.

$$a = \text{const} = \dot{v} = \ddot{x}$$
$$v_{t=0} = 0$$
$$x_{t=0} = 0$$

Der Verlauf der Geschwindigkeiten und der Wege lässt sich so in Abhängigkeit der Zeit darstellen.

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$
$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

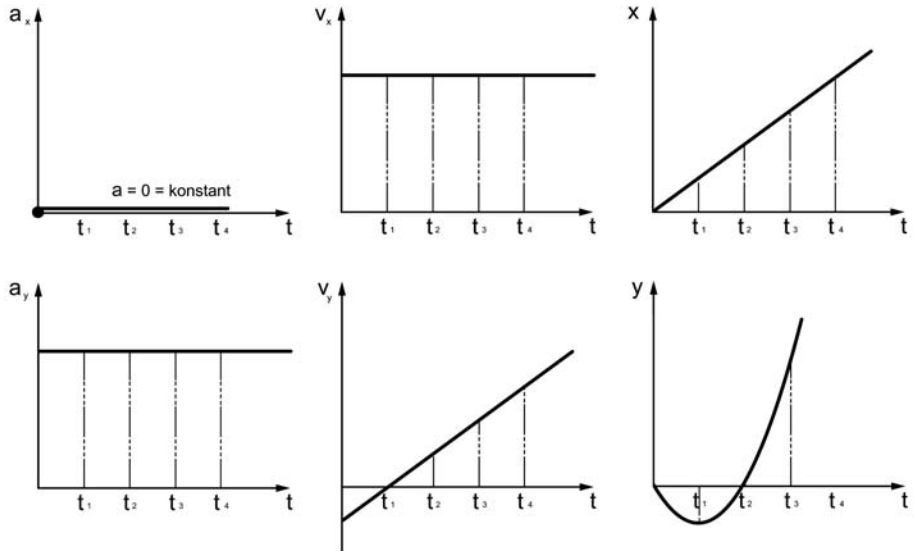
Die rechnerisch ermittelten Werte stimmen mit den vektoriell ermittelten Größen exakt überein:

$$a = 9{,}81\frac{m}{s^2}, \quad t = 4s, \quad \Rightarrow \quad v = 39{,}2\frac{m}{s}, \quad x = 78{,}5m$$

5.4.2 Der Wurf

Bewegung mit konstanter Beschleunigung und beliebig gerichteter Anfangsgeschwindigkeit

Beim Wurf mit beliebig gerichteter Anfangsgeschwindigkeit ist es zweckmäßig die Bewegung in zwei zueinander orthogonalen Komponenten, in der Vertikalen und in der Horizontalen, zu betrachten, da die durch die Gravitation hervorgerufene Beschleunigung nur in der Vertikalen auftritt. Die durch die Abwurfgeschwindigkeit verursachte horizontale Geschwindigkeitskomponente bleibt damit über den betrachteten Gesamtzeitraum hinweg konstant, während der vertikale Geschwindigkeitsanteil durch die von der Beschleunigung verursachten Geschwindigkeiten beeinflusst wird. In der folgenden Abbildung sind die Verläufe der Beschleunigung, der Geschwindigkeit und des Weges über die Zeit, getrennt in vertikale und horizontale



Richtung, qualitativ aufgetragen.

Abb. 5-3: Zusammenhänge der Beschleunigung, Geschwindigkeit und Weg getrennt in horizontale (x) und vertikale (y) Richtung

Die vektorielle Entwicklung des Geschwindigkeits- und Bewegungsablaufes erfolgt aus Gründen der Übersichtlichkeit getrennt und in der Darstellung vertikal verschoben. Zur Ermittlung der Geschwindigkeiten wird die auf den Massenpunkt wirkende konstante Beschleunigung nur zu Beginn der Darstellung aufgetragen. In den einzelnen Zeitschritten werden dann nur noch die durch die Beschleunigung verursachten Geschwindigkeitsanteile angetragen, die mit der resultierenden

Geschwindigkeit des vorherigen Zeitschritts addiert werden, um so die neu herrschende Geschwindigkeit zu ermitteln.

Für die vorliegende Fragestellung wird ein Zeitschritt von $\Delta t=1/10s$, $v_0=4m/s$ und ein Abwurfwinkel von 35° gewählt.

1. Schritt: Zum Zeitpunkt $t_0=0$ wirkt auf den Massenpunkt eine Beschleunigung $a=9{,}81\ m/s^2$ und er bewegt sich mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 in 35° Neigung zur Horizontalen.

2. Schritt: Während der Zeitspanne $\Delta t=t_1-t_0=0{,}1s$ baut sich nun auf Grund der Beschleunigung a eine Geschwindigkeit $\Delta v_1 = a\cdot\Delta t$ auf.

3. Schritt: Zum Zeitpunkt t_1 läßt sich nun die absolute Geschwindigkeit über die vektorielle Addition

$\vec{v}_{R1} = \vec{v}_0 + \Delta\vec{v}$ ermitteln.

Die Schritte 1 bis 3 lassen sich nun beliebig oft wiederholen und bis zum Ende des gewählten Gesamtzeitraums fortsetzen. Der Verlauf der Gesamtgeschwindigkeit stellt sich als die Verbindung der zu den einzelnen Zeitpunkten entstehenden resultierenden Geschwindigkeiten dar.

Will man nun den zu diesem Geschwindigkeitsverlauf gehörenden Bahnverlauf ermitteln, so muss der Maßstab der zurückgelegten Wege in der Darstellung im Verhältnis Δt geändert werden. Auf diese Weise können die zur Ermittlung des Geschwindigkeitsverlaufs, angetragenen Geschwindigkeitsvektoren direkt in Wegvektoren umgewandelt werden. Allerdings darf der, durch Δv_1 hervorgerufene, Wegvektor wieder nur zur Hälfte angetragen werden, um die vorab beschriebene erforderliche Verschiebung der Zeitschritte um 0,5 Δt bei konstanten Beschleunigungen zu berücksichtigen.

Im folgenden werden die zwei alternativen Möglichkeiten die Bewegungsbahn zu beschreiben aufgezeigt:

Variante 1 (Abbildung 5-4; Anlage 2.1)

1. Schritt: Bis zum Zeitpunkt t_1 bewegt sich der Massenpunkt mit der konstanten, horizontalen Komponente der Anfangsgeschwindigkeit v_0. Daher kann diese Komponente vektoriell auch als horizontale Richtungsänderung übernommen werden.

Gleichzeitig baut sich gegen die vertikale Komponente der Anfangsgeschwindigkeit, verursacht durch die Beschleunigung a, eine Geschwindigkeit Δv auf. Die vertikale Komponente der Anfangsgeschwindigkeit wird wie die horizontale Komponente direkt als vektorielle vertikale Richtungsänderung übernommen.

Die entgegengerichtete Komponente Δv wird um 0,5 Δv abgemindert, um die erforderliche Verschiebung der Zeitschritte zu berücksichtigen, und dann ebenso als Wegkomponente übernommen.

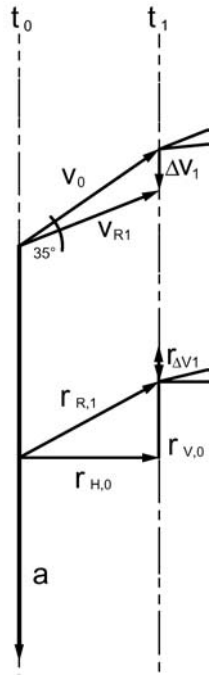


Abb. 5-4: vekorielle Ermittlung der resultierenden Wege und Geschwindigkeiten

2. Schritt: Alle angetragenen Wegkomponenten werden zur resultierenden Ortsänderung addiert.

Die Schritte 1 und 2 können nun bis zum Ende des betrachteten Zeitraums wiederholt werden, wobei man zum Zeitpunkt t_2 $1{,}5 \cdot \Delta v$ in einen Vektor der Ortsänderung übersetzt, zum Zeitpunkt t_3 $2{,}5 \cdot \Delta v$, usw.

Aus dem bereits beschriebenen Vorgehen und der vektoriellen Addition läßt sich schließen, dass es ebenso zulässig ist, in jedem betrachteten Zeitpunkt eine Ortsveränderung entsprechend dem Geschwindigkeitsvektor der Anfangsgeschwindigkeit zu verwenden und mit einem Wegvektor, ermittelt aus Δv, mit der Berücksichtigung von 0,5 Δv im ersten Zeitschritt, zu addieren. In den Anlagen 2.1 und 2.2 sind beide Vorgehensweisen dargestellt und man kann erkennen, dass sie zum selben Ergebnis führen.

In Anlage 3 ist das Dynamische Stabwerkmodell für den Wurf in 6 Zeitschritten dargestellt. Die Stäbe beschreiben wieder sowohl die Ortänderung wie auch resultierende Geschwindigkeiten in Bezug auf die Größe des Zeitschrittes. An den Knoten sind die

wirkenden Kräfte, am Anfangs- und Endknoten dazu noch die entsprechenden Geschwindigkeiten angetragen.

Die grafische Analyse liefert für das Ende des dargestellten Zeitraums von 0,7s eine horizontale Geschwindigkeit von v_x=3,3m/s und eine vertikale Geschwindigkeit von 4,6m/s. Der in diesem Zeitraum zurückgelegte horizontale Weg beträgt 2,3m, der vertikale Weg gemessen vom Abwurfpunkt beträgt 0,8m.

Für die analytische Lösung legt man zweckmäßigerweise den Koordinatenursprung in den Abwurfpunkt und stellt die Bewegungsgleichungen in kartesischen Koordinaten auf. Einfache beziehungsweise zweifache Integration und das Einsetzen der Randbedingungen liefern dann die Gleichungen für den Verlauf der Geschwindigkeiten und der zurückgelegten Wege in den jeweiligen Koordinatenrichtungen in Abhängigkeit der Zeit.

$$m \cdot \ddot{x} = 0 \qquad \dot{x}(t=0) = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$m \cdot \ddot{y} = -m \cdot g \qquad \dot{y}(t=0) = v_0 \cdot \sin\alpha$$

$$x(t=0) = 0$$

$$y(t=0) = 0$$

$$\dot{x} = C_1 \qquad \dot{x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$x = C_1 \cdot t + C_2 \qquad x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$$

$$\dot{y} = -g \cdot t + C_3 \qquad \dot{y} = g \cdot t - v_0 \cdot \sin\alpha$$

$$y = -g \cdot \frac{t^2}{2} + C_3 \cdot t + C \qquad y = g \cdot \frac{t^2}{2} - v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t$$

Für den betrachteten Zeitraum von 7/10s liefert die analytische Lösung somit die Ergebnisse: x=2,29m, y=0,8 0m, v_x=3,28m/s, v_y=4,57m/s

Die Ergebnisse der grafischen Lösung stimmen also mit denen der analytischen überein.

5.4.3 Das mathematische Pendel

Geführte Bewegung mit veränderlicher Beschleunigung – Schwingung

Unterliegt eine Zustandsgröße eines Körpers zeitlichen Schwankungen, so spricht man von einer Schwingung. Das Pendel ist ein klassisches Beispiel für schwingende Systeme. Von einem mathematischen, im Gegensatz zum physikalischen, Pendel spricht man, wenn die Masse in ihrem Schwerpunkt aufgehängt ist, und sich somit als punktförmig idealisieren lässt.

Zur Untersuchung, ob es möglich ist, das dynamische Verhalten eines schwingenden Pendels abzubilden, wird eine ungedämpfte Bewegung betrachtet. Das Pendel wird um 45° ausgelenkt, um so eine Schwingung in Gang zu setzen. Da die Eigenfrequenz des Pendels unabhängig von der Größe der schwingenden Masse [18, S. 351], aber abhängig von der Länge des Pendels ist, wird diese so ausgelegt, dass nach 6 Zeitschritten, in diesem Fall 6 Sekunden, eine halbe Schwingungsdauer durchlaufen ist. Wie man im weiteren sehen kann, ist auf diese Art eine bessere Kontrolle der grafischen Methodik möglich.

Als Grundlage zur Entwicklung der Pendelbewegung wird die Anfangsgeschwindigkeit zu null und die Länge des Pendels mit 35,8 Meter angesetzt.

In Abbildung 5-4 ist die Entwicklung der Pendelbewegung für die ersten zwei Zeitschritte dargestellt, in Anlage 4 für alle sechs Zeitschritte.

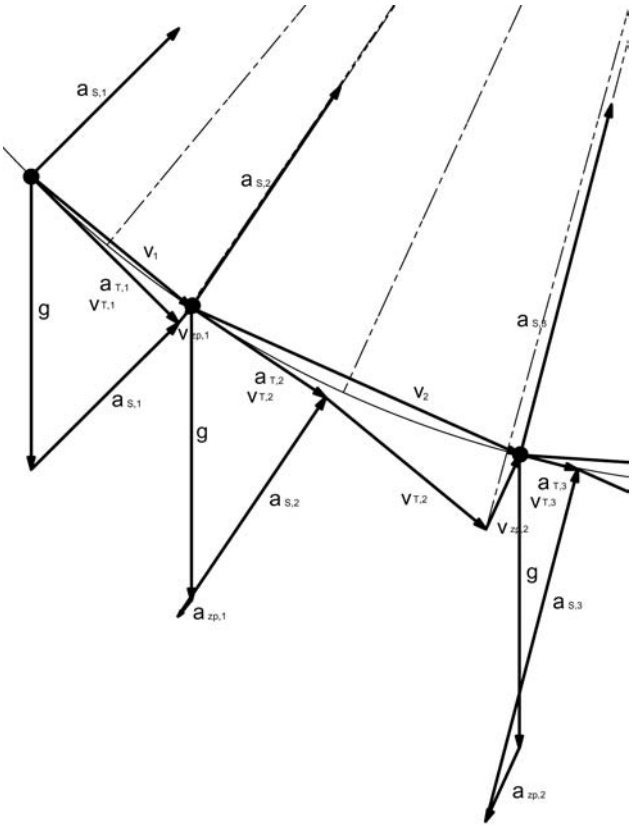


Abb. 5-4: Pendelbewegung in zwei Zeitschritten

In dem Moment, in dem das Pendel aus seiner ausgelenkten Lage heraus die Bewegung beginnt, wirken auf die Pendelmasse zwei Kräfte, die Seilkraft und die Gewichtskraft. Wandelt man diese Kräfte durch eine Normierung auf die Pendelmasse in Be-

schleunigungen, erkennt man, das diese nicht im Gleichgewicht stehen können, sondern dass sich eine dritte Beschleunigung einstellen muss, die in tangentialer Richtung zur Kreisbahn stehen muss, da es sich ja um eine geführte Bewegung handelt. Die Beschleunigung in Seilrichtung $a_{S,1}$ steht mit der Gravitation g und der tangentialen Beschleunigung $a_{T,1}$ im Gleichgewicht. Durch die Betrachtung der Bewegung in Sekundenschritten lässt sich die tangentiale Beschleunigung direkt in einen tangentialen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_{T,1}$ umwandeln. Da dieser im betrachteten Zeitschritt aber nicht seine Richtung beibehält und sich aus dieser Geschwindigkeit eine Zentripetalbeschleunigung aufbaut, wird ein Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_{ZP,1}$ eingeführt, dessen Richtung näherungsweise in Richtung der Winkelhalbierenden zwischen dem Mittelpunkt der Kreisbahn und den Anfangs- und Endpunkten von $\vec{v}_{T,1}$ liegt. $\vec{v}_{ZP,1}$ wird mit $\vec{v}_{T,1}$ addiert, so dass der resultierende Geschwindigkeitsvektor die Kreisbahn schneidet. Durch die günstige Wahl der Zeitschritte entspricht dieser resultierende Geschwindigkeitsvektor direkt dem resultierenden Ortsvektor.

In den weiteren Zeitschritten können die resultierenden Orte auf die selbe Weise entwickelt werden, wenn man jeweils bei der Ermittlung der neuen tangentialen Beschleunigung die Zentripetalbeschleunigung und bei der Ermittlung des resultierenden Ortsvektors die Geschwindigkeit aus dem aus dem Zeitschritt vorher berücksichtigt.

In Anlage 4 erkennt man, dass man auf diese Art der Entwicklung zwar sehr schön die Charakteristik der Pendelbewegung erkennen kann, dass aber leider, durch die sehr grobe Wahl der Zeitschritte, ein nicht unbeträchtlicher Fehler entsteht, der sich durch mehrmaliges Hin- und Herschwingen immer weiter verstärkt.

In Anlage 5 ist daher eine zweite Möglichkeit für die Entwicklung der Bewegung in kleineren Zeitschritten, in diesem Fall 0,5 Sekunden, dargestellt. Durch die Wahl kleinerer Zeitschritte entfällt allerdings die Möglichkeit sämtliche dynamische Größen in einer Darstellung zu konstruieren, da jetzt die ermittelte Beschleunigung jeweils dem halben Geschwindigkeitszuwachs und der ermittelte Geschwindigkeitszuwachs der halben zurückgelegten Wegstrecke entspricht. Aus dem ermittelten Wegvektor ergibt sich dann der neue Ort, an dem im nächsten Zeitschritt die resultierenden Beschleunigungen entwickelt werden.

Zur Übersichtlichkeit sind in Anlage 5 nur die tangentialen Größen dargestellt.

In Anlage 4 ergibt sich das Dynamische Stabwerkmodell eindeutig als Verbindung zwischen den resultierenden Orten nach den jeweiligen Zeitschritte. Die Größe und Richtung der Stäbe beschreiben sowohl die Ortänderung wie die hierfür erforderliche resultierende Geschwindigkeit. Die in Anlage 5 beschriebene Entwicklung reduziert eine mögliche Darstellung als Dynamisches Stabwerkmodell dagegen auf eine polygonale Darstellung der Bewegungsbahn ohne daraus die Geschwindigkeiten direkt ableiten zu können.

Wie man in der Gegenüberstellung der grafisch entwickelten Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und zurückgelegten Wegen mit den analytisch ermittelten Größen in Abbildung 5-5 - 5-7 erkennen kann, reduziert sich der, in Anlage 4 dargestellte, Fehler durch die Halbierung der Zeitschritte schon erheblich.

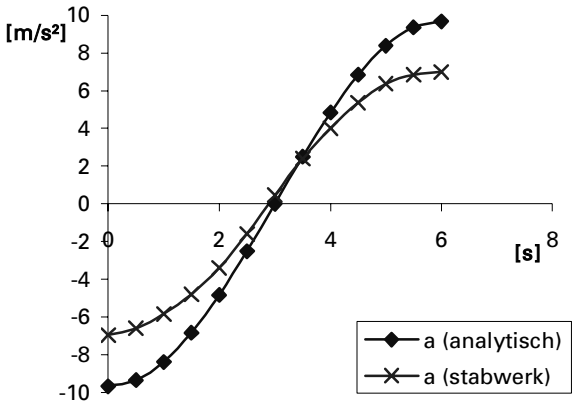


Abb. 5-5: Gegenüberstellung Beschleunigung der Pendelbewegung, grafisch und analytisch ermittelt

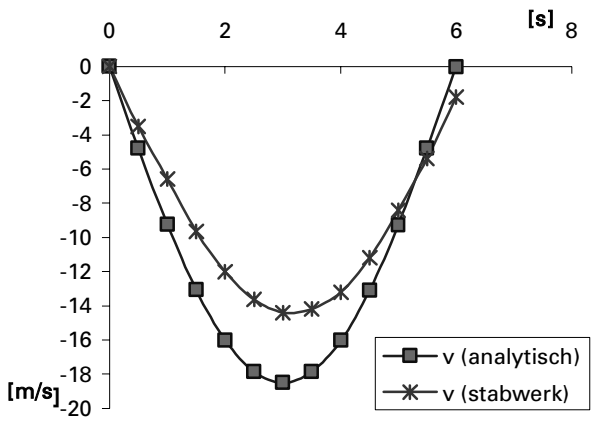


Abb. 5-6 Gegenüberstellung Geschwindigkeit der Pendelbewegung, grafisch und analytisch ermittelt

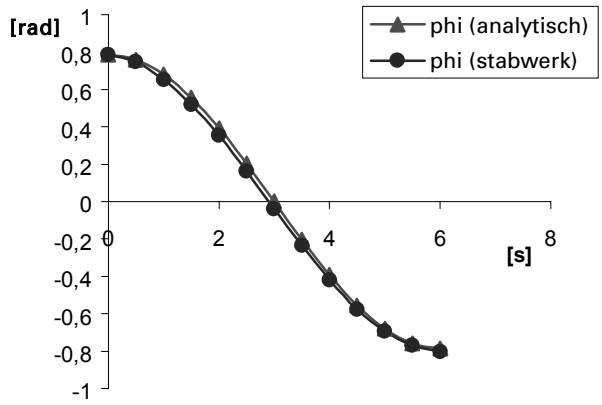


Abb. 5-7 Gegenüberstellung Öffnungswinkel der Pendelbewegung, grafisch und analytisch ermittelt

Da es sich bei der Schwingung eines Pendels um eine harmonische Schwingung handelt [17, S.189], lässt sich die Bewegungsgleichung als Sinus- bzw. Cosinusfunktion beschreiben und somit analytisch lösen. Die Konstanten A und B können über Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt t=0 bestimmt werden.

$$\varphi(t) = A \cdot cos(\omega \cdot t) + B \cdot sin(\omega \cdot t)$$
$$\dot{\varphi}(t) = -A \cdot \omega \cdot sin(\omega \cdot t) + B \cdot \omega \cdot cos(\omega \cdot t)$$
$$\ddot{\varphi}(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot cos(\omega \cdot t) - B \cdot \omega \cdot sin(\omega \cdot t)$$
$$\text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\text{für} \quad \varphi(t=0) = 0{,}25\pi \quad \text{und} \quad \dot{\varphi}(t=0) = 0$$
$$\text{wird} \quad A = 0{,}25\pi \quad \text{und} \quad B = 0$$

Will man schwingende Systeme mit Dämpfung darstellen, so benötigt man als Eingangsparameter den material- und strukturabhängigen Dämpfungsbeiwert, mit diesem lassen sich dann, sowohl grafisch wie analytisch, in jedem betrachteten Zeitschritt die entsprechenden neu entstandenen Geschwindigkeitsanteile vermindern.

5.4.4 Stoß - Impulstransport

Stöße zwischen zwei Körpern sind gekennzeichnet durch eine sehr große Kraft, die über einen sehr kurzen Zeitraum zwischen diesen wirkt. Um Geschwindigkeiten nach dem Stoß zu ermitteln, führt man eine sogenannte Stoßkraft $\hat{F}$ ein [17, S.48], die der Integration der auftretenden Kraft während des Stoßes über die Stoßzeit entspricht. Die maximalen Kräfte, die während eines Stoßes auftreten, können nur dann exakt bestimmt werden, wenn die Stoßzeit t_s und die Stoßzahl e bekannt sind.

$$\hat{F} = \int_0^{t_s} F dt$$

Mit dieser Formulierung lässt sich der Impulserhaltungssatz als

$$m \cdot \overline{v} - m \cdot v = \hat{F}$$

schreiben.

Die Stoßkraft lässt sich in zwei Abschnitten, in der Kompressions- und in der Restitutionsperiode, beschreiben. Auf diese Weise lassen sich während des Stoßes auftretende Dissipationen in Folge von Wärmeentwicklung oder plastischer Verformungen der Körper mit Hilfe der Stoßzahl e beschreiben. Dissipation ist bei einem Stoß zwischen Einzelmassen immer gleichbedeutend mit geringeren Geschwindigkeiten nach dem Stoß, das heißt mit einem Verlust an kinetischer Energie.

$$\hat{F}_R = e \cdot \hat{F}_K$$

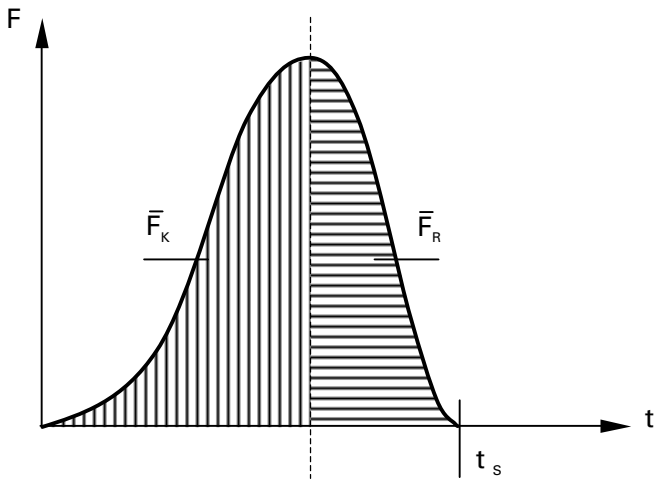


Abb. 5-8: Verlauf der Stoßkraft

Bei einer Stoßzahl e=1 spricht man von einem elastischen Stoß, bei e=0 von einem vollplastischen und bei 0≤e≤1 von einem teilelastischen Stoß.

Stöße zwischen einer Einzelmasse und unverschieblichen Körpern lassen sich mit Hilfe der Kompressions- und des Restitutionsanteils der Stoßkraft und mit der Zerlegung der auftretenden Geschwindigkeiten in zwei zueinander senkrechte Komponenten vektoriell lösen. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass $\hat{F}_K$ der Geschwindigkeit vor dem Stoß entgegen gerichtet ist, während $\hat{F}_R$ und die Geschwindigkeit nach dem Stoß gleich gerichtet sind, da Geschwindigkeiten während des Stoßes, ähnlich den Reflexionen in der Optik, ihre Richtung ändern und daher die Formulierung der Impulssätze für die Kompressions- und die Restitutionsperiode wie folgt aussehen:

$$\hat{F}_K = -m \cdot v$$

$$\hat{F}_R = m \cdot \bar{v}$$

Die Vorgehensweise ist in Abbildung 5-9 für den Fall eines Stoßes einer Einzelmasse mit einer glatten Wand ($\acute{F}_y = 0$), bei einer Stoßzahl von e=0,5 dargestellt.

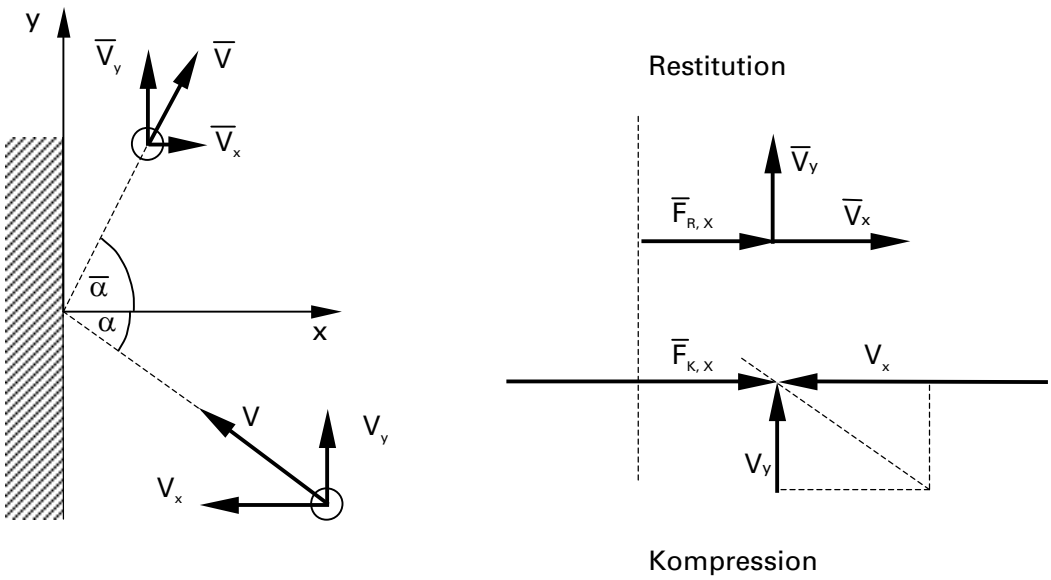


Abb. 5-9: Stoß an einer glatten Wand

Betrachtet man den Stoß zwischen 2 sich bewegenden oder verschieblichen Massen, so ist eine vektorielle Lösung nicht mehr möglich, da neben den zwei unbekannten Geschwindigkeiten nach dem Stoß auch noch eine dritte Geschwindigkeit, die gemeinsame Bewegung v* während des Stoßes, unbekannt ist. Eine Lösung von Problemen dieser Art ist nur noch analytisch mit Hilfe der Impulssätze und der Stoßzahl e möglich. Die Ergebnisse wiederum können vektoriell dargestellt werden.

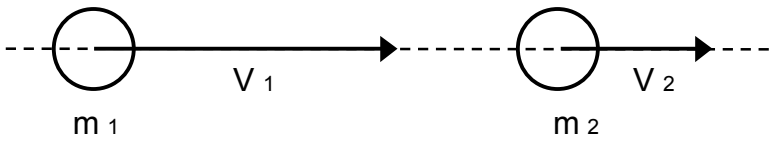


Abb. 5-10: Stoß zwischen zwei sich bewegenden Körpern

$$m_1 \cdot (v^* - v_1) = -\hat{F}_K$$
$$m_2 \cdot (v^* - v_2) = \hat{F}_K$$
$$m_1 \cdot (\bar{v}_1 - v^*) = -\hat{F}_R$$
$$m_2 \cdot (\bar{v}_2 - v^*) = \hat{F}_R$$
$$\hat{F}_R = e \cdot \hat{F}_K$$

Mit diesen Gleichungen stehen fünf Gleichungen für die fünf unbekannten Größen $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$, v^*, $\hat{F}_K$ und $\hat{F}_R$ zur Verfügung, so dass sich die Geschwindigkeiten nach dem Stoß durch Auflösen in Abhängigkeit der Anfangsgeschwindigkeiten, der Massen und der Stoßzahl e beschreiben lassen.

$$\bar{v}_1 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 - e \cdot m_2 \cdot (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$
$$\bar{v}_2 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + e \cdot m_1 \cdot (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

Für einen ideal plastischen Stoß (e=0) ergibt sich damit, dass sich beide Körper nach dem Stoß in gleicher Geschwindigkeit weiterbewegen, die auch der gemeinsamen Geschwindigkeit v* am Ende der Kompressionsperiode entspricht.

Im Sonderfall des ideal elastischen Stoßes zweier Körper gleicher Masse ergibt sich, dass ein direkter Impulsaustausch zwischen den Körpern stattfindet, das heißt Körper 1 bewegt sich mit der Anfangsgeschwindigkeit des Körpers 2 nach dem Stoß weiter, während sich Körper 2 mit der Anfangsgeschwindigkeit des Körpers 1 nach dem Stoß weiterbewegt.

Der Impuls des Gesamtsystems bleibt, unabhängig von der Art des Stoßes, immer erhalten.

5.5 Analyse und Wertung der Vorgehensweise

Die Methodik der dynamischen Stabwerkmodelle stellt Bewegungsvorgänge und die dabei wirkenden Kräfte vom Prinzip her anschaulich dar. Für Bewegungen mit konstanter Beschleunigung stimmen die grafischen Ergebnisse exakt mit denen der Analytik überein. Schwingungen und die dabei auftretenden nicht konstanten Beschleunigungen lassen sich nur durch eine feinere Unterteilung der Zeitschritte und einem damit verbunde-

nen größeren grafischen Aufwand in angemessener Genauigkeit darstellen. Bauteilrelevante Dämpfungen lassen sich zwar darstellen, zur Ermittlung der Größe der Dämpfung muss aber, nach wie vor, auf die empirisch ermittelten Kennwerte aus der Bauwerksdynamik zurückgegriffen werden.

Bei der Lagrangeschen Betrachtung von Körpern als idealisierte konzentrierte Massenpunkte, lässt sich die Energie als Zustandsgröße des Körpers zwar aus seiner Lage und Geschwindigkeit indirekt ableiten, sie lässt sich aber nicht als eigenständige vektorielle Größe darstellen, da sie ungerichtet ist. Dissipation durch Entstehung von plastischer Verformung oder Wärme lässt sich daher nur indirekt durch eine Verminderung der ermittelten Geschwindigkeiten berücksichtigen.

Die Anschaulichkeit und Anwendbarkeit der dynamischen Stabwerke hängt, in Abhängigkeit der zu untersuchenden Fragestellung und der Dauer der Gesamtbetrachtung, stark vom gewählten Maßstab, sowohl in der Darstellung als auch in den Zeitschritten ab. Für Bewegungen mit konstanten Beschleunigungen empfiehlt es sich, die Zeitschritte und Darstellungsmaßstäbe so zu wählen, dass die Geschwindigkeiten direkt als zurückgelegte Wegstrecken übernommen werden können. Bei Bewegungen mit nicht konstanten Beschleunigungen, insbesondere bei Schwingungen, ist diese Vorgehensweise ebenso zulässig, es muss allerdings überprüft werden, in welcher Größe die Fehler liegen, damit nicht unsinnige Bewegungsabläufe entwickelt werden, wie zum Beispiel Aufschaukeln ohne Anregung.

Interessante Analogien stellen sich bei der Konstruktion der Bewegungsbahnen zwischen statischen Sonderfällen und dynamischen Abläufen dar. So entsteht die parabelförmige Bewegungsbahn beim Wurf durch eine gleichförmige und richtungskonstante Beschleunigung ähnlich der Verformungsfigur einer Seillinie unter Gleichstreckenlast. Und die Bewegungsbahn aus der sich eine konstante Zentripetalbeschleunigung ergibt, entspricht der Ringform eines Seils unter gleichmäßiger radialgerichteter Gleichstreckenlast.

5.6 Erweiterung der dynamischen Stabwerkmodelle auf eine gebäudeaerodynamische Fragestellung

Im Weiteren wird nun untersucht, in wie weit es möglich ist, mit Hilfe der Denkweise der dynamischen Stabwerkmodelle Strömung sinnvoll abzubilden und zu entwickeln. Zweck ist es, Größenordnungen von Drücken oder Kräften an Rändern von geometrischen Störungen im Strömungsfeld zu ermitteln.

Hierzu wird die weitere Betrachtung auf eine zweidimensionale Anströmung einer scharfkantigen Geometrie mit einem konstanten Geschwindigkeitsprofil von 20 m/s beschränkt. Das Verhältnis von Länge zu Höhe der Kante wird mit 5:3 festgelegt.

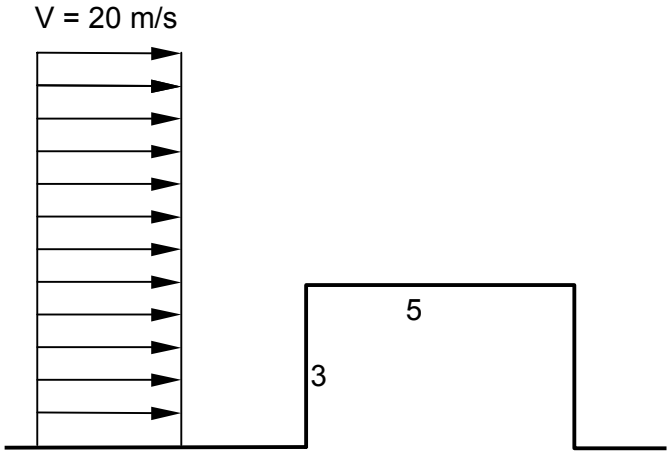


Abb. 5-11: Angeströmte Geometrie

Die Begrenzung auf scharfkantige Körper erscheint sinnvoll, da so Ablösepunkte festliegen und eine Unabhängigkeit von der Reynoldszahl erreicht wird. Damit ist es möglich, die weiteren Erkenntnisse als geometrisch dimensionslose, sogar als diskrete Rauhigkeit, und von der Anströmgeschwindigkeit unabhängig zu interpretieren. Die Beschränkung auf die Zweidimensionalität und das konstante Geschwindigkeitsprofil reduziert die Komplexität und die Größe der Turbulenz im Strömungsfeld, Aussagen über die Größenordnung der auftretenden Drücke scheinen nach [48, S. 62] dennoch möglich zu sein, und alle wesentlichen Effekte der Umströmung wie Staudruck, Strömungsabriss und Wirbelbildung im Nachlauf, treten auf. Durch die geringere Turbulenz der Anströmung bildet sich zum einen kein Fußwirbel aus, der auf Grund seiner geringen räumlichen Ausdehnung nur einen geringen Einfluss auf die Druckverteilung hat, und die Unterdrücke in den Sogbereichen im Nachlauf und auf der Oberseite der Kante werden größer, da der Eintrag an Energie in Form von Turbulenz geringer ist.

Die Wahl der einfachen und unspektakulären Rechteckgeometrie erscheint so zwar im architektonischen Sinn als trivial, im Sinne der Strömungslehre aber durch die Überlagerung von Druckfeldern und Turbulenzen aus unterschiedlichen Einflüssen als hochkomplex.

5.6.1 Vorgehensweise

Um zu einer Entwicklung von Strömungsvorgängen überzugehen, müssen die physikalischen Grundlagen sowohl hinsichtlich ihrer vektoriellen Darstellbarkeit als auch der analytischen Lösbarkeit, zur Bereitstellung sinnvoller Randbedingungen, überprüft werden.

Dank der Eulerschen Betrachtungsweise und unter der Voraussetzung stationärer Strömungen entfällt die grafisch aufwändige zeitabhängige Konstruktion zurückgelegter Wege, dafür wird es erforderlich konvektive Beschleunigungen mit damit verbundenen Geschwindigkeitsänderungen von Ort zu Ort zu berücksichtigen. Eine stationäre Betrachtungsweise scheint gerechtfertigt, da in der Regel nur die Mittelwerte der Drücke von bautechnischer Relevanz sind. Hochfrequente Turbulenzen werden durch die stationäre Betrachtung vernachlässigt, sie spielen jedoch bei der Entwicklung des Strömungsfeldes auf Grund ihrer geringen Energie, im Vergleich zu Turbulenzen mit einer niederen Frequenz, eine untergeordnete Rolle.

Durch die Zeitunabhängigkeit stationärer Strömungen wird das unter 5.2 beschriebene dynamische Stabwerkmodell zu einem reinen Impulsmodell. Durch die Beschreibung der Umlenkungen des Volumenstroms lassen sich so, in einer Zweikomponentendarstellung, unter Zuhilfenahme des Impulserhaltungssatzes und unter Berücksichtigung der Dichte des strömenden Fluids, wie in Abbildung 5-12 dargestellt, resultierende Kräfte ermitteln.

Auf Grundlage der Bedeutung der Zentripetalbeschleunigungen, die sich aus geführten Bewegungen auf gekrümmten Bahnen ergeben, lässt sich annehmen, dass wohl auch die Umlenkung des Impulsflusses in einem Strömungsfeld Einfluß auf die Druckverteilung an der Oberfläche des umströmten Körpers haben muss. Unterlegt wird diese Annahme durch die häufige Verwendung des Impulserhaltungssatzes in der Hydrodynamik bei der Berechnung von Umlenkkräften in Krümmern oder der Kraft, die durch einen, auf eine feste Berandung auftreffenden Freistrahl verursacht wird [16, S.86; 41]. Charakteristisch für die Berechnung von Kräften mit Hilfe des Impulssatzes ist der Vorteil, dass

man nur Kenntnis über die Randbedingungen, insbesondere des Drucks (siehe auch Kapitel 3.2), an den Begrenzungen eines Kontrollraums haben muss, ohne genauere Informationen über die Strömungsvorgänge im Kontrollraum selbst zu besitzen. Nachteilig ist allerdings, dass man auf diese Weise nur Aussagen über resultierende Kräfte erhalten kann, nicht aber über die damit verbundenen Druckverläufe an den betrachteten Berandungen, da sich diese sehr komplex aus Druckanteilen des Strömungsfeldes selbst, der Grenzschicht und Transversalbeschleunigungen zusammensetzt.

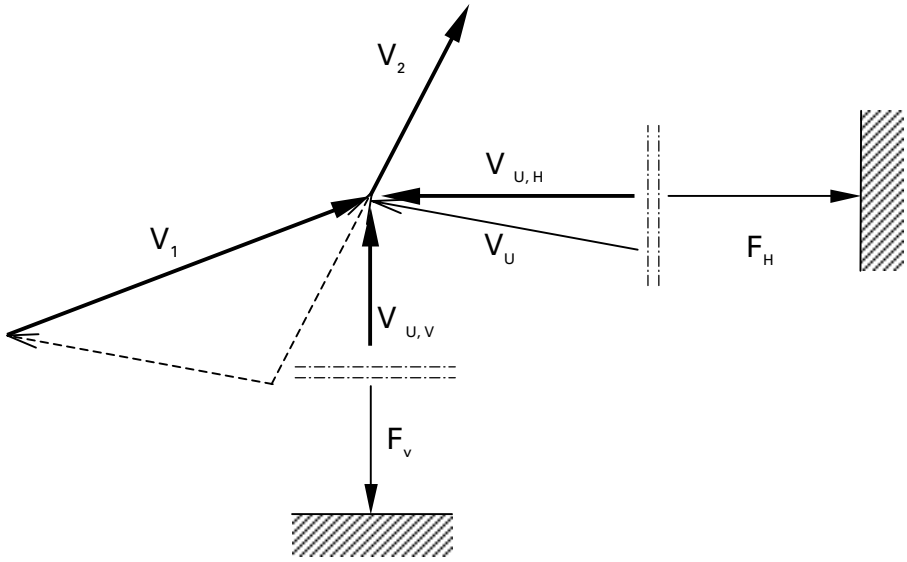


Abb. 5-12: Impulsmodell

In stationären Strömungen müssen sich die, durch Umlenkung der Stromlinien „freiwerdenden", Impulse immer auf einen festen Rand beziehen. Blieben Anteile in Richtung des Strömungsfeldes so könnte die Strömung nicht stationär sein, da diese Anteile Beschleunigungen entsprechen. So wie das Seil des Pendels die Zentripetalkräfte der schwingenden Masse kompensiert, so ist es der Unterdruck - der negative Impuls am Rand bei einer konkaven Umströmung, beziehungsweise der Überdruck – der positive Impuls bei einer konvexen Umströmung, der die Umlenkung der Geschwindigkeit kompensiert.

Die Umlenkung der Stromlinie und die vorherrschende Strömungsgeschwindigkeit sind also als actio, die dabei entstehenden Drücke oder Kräfte als reactio einzuordnen.

Neben der Frage, ob es möglich ist, resultierende Kräfte aus der Umlenkung von Stromröhren zu erhalten, so interessiert es auch, welche Aussagen über eine Betrachtung des Impulstransports

längs mehrerer nebeneinander liegender Stromröhren gemacht werden können.

Hierfür wird eine Strömung betrachtet, die zwischen zwei ruhenden Rändern mit einem konstanten Geschwindigkeitsprofil einströmt. Unterteilt man den Raum zwischen den Rändern in mehrere Stromröhren, so lassen sich die Geschwindigkeiten, die an den Rändern der Stromröhren vorliegen, zu Beginn des Einströmens angeben. Direkt am Rand muss die Geschwindigkeit der Strömung aus Gründen der Verträglichkeit Null sein, an allen anderen Stellen der Stromröhren entspricht sie der einströmenden Geschwindigkeit. Durch die Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen der ersten und zweiten Stromröhre kommt es zu Reibungskräften, die die zweite Stromröhre abbremsen. Daher bilden sich im nächsten Schritt Reibungskräfte zwischen der zweiten und dritten Stromröhre aus, diese beschleunigen nun wiederum Stromröhre 2 und bremsen die dritte Stromröhre ab. Die Reibungskräfte entsprechen dabei den geschwindigkeitsabhängig auftretenden Schubspannungen in Fluiden. Nach jedem Schritt wird die Kontinuität sichergestellt.

Die Abbildung 5-13 zeigt die Modellierung der oben beschriebenen Betrachtung. Exzentrizitäten zwischen den angetragenen Geschwindigkeiten und den bremsenden Kräften werden nicht verfolgt, da sie letztendlich als Quelle von Turbulenz interpretiert werden können und in einer vereinfachten, d.h. laminaren Betrachtung nicht weiterverfolgt werden.

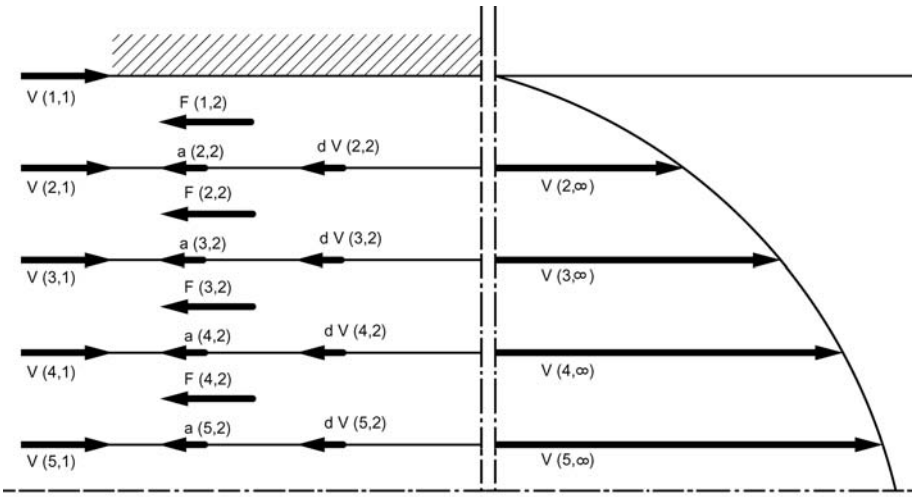


Abb. 5-13: Modellierung des Impulstransports zwischen parallelen Stromröhren

Auf Grund der Anzahl der Stromröhren und der vielen Schritte, die nötig sind, damit sich die Geschwindigkeiten bis zur Mitte der

Strömung ausgeglichen haben, ist eine grafische Entwicklung nicht mehr sinnvoll. Die beschriebene Modellierung wird daher numerisch gelöst. (siehe Anlage 6)

Abbildung 5-14 zeigt den Verlauf der Entwicklung des Geschwindigkeitsprofils in 20 Schritten bei 12 Stromröhren und einer Anfangsgeschwindigkeit von 5.

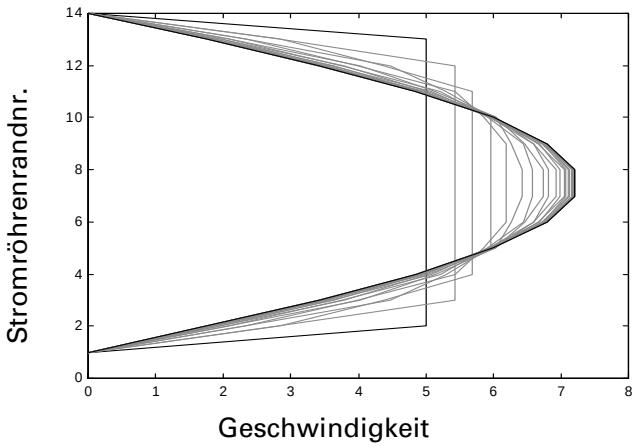


Abb. 5-14: Geschwindigkeitsverteilung unter Berücksichtigung des Impulsflusses

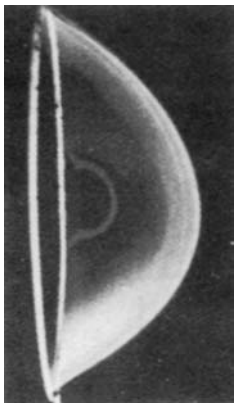


Abb. 5-15: Prandtls Membrananalogie [23, S.193]

Die Form des Geschwindigkeitsprofils nähert sich nach 12 Schritten bereits sehr einer Parabelform an und beschreibt damit Prandtls Membrananalogie. „Die Durchbiegung (Anmerkung: Verformung) einer mit konstantem Druck belasteten, auf einem geschlossenen Draht aufgespannten Seifenhaut entspricht der Geschwindigkeitsverteilung einer laminaren Rohrströmung gleichen Querschnitts.“ [23, S. 193]. Im Falle turbulenter Strömung stellt sich die Geschwindigkeitsverteilung nicht mehr nur über den reinen Impulstransport in Strömungsrichtung ein, sondern es findet ein vermehrter Energieaustausch zum Randbereich hin statt, auf Grund der höheren Geschwindigkeitsgradienten in diesem Bereich. Das Profil wird völliger.

Druckgradienten quer zur Stromrichtung können sich ohne Umlenkungen nicht ausbilden, längs der Stromrichtung wird sich stromabwärts gerichtet ein Druckverlust, verursacht durch die Dissipation, einstellen. Dieser Druckverlust kann allerdings weder mit geringem Aufwand berechnet werden, noch lassen sich Drücke und Energie in Form von Wärme vektoriell eindeutig beschreiben, da sie ungerichtete Zustandsgrößen sind. Noch dazu lässt sich der Verlust an innerer Energie nicht über eine Reduktion der kinetischen Energie, also der Geschwindigkeit wie

beim klassischen Stoß, darstellen, da dies die Kontinuitätsbedingung verletzen würde.

Es ist also durchaus möglich, ingenieurmäßig mit physikalisch relativ einfachen Mitteln und unter Berücksichtigung des Impulsflusses und damit vektoriell darstellbar, Effekte strömender Fluide abzubilden, wenn der Einfluß von Turbulenz und Dissipation gering ist.

Diese Problematik wird anhand der folgenden Betrachtung nochmals anschaulich dargestellt. In Abbildung 14 und 5-17 sind zwei Möglichkeiten der Querschnittserweiterung einer Strömung dargestellt. Für beide Situationen sei der Referenzdruck und die Geschwindigkeit am Einlass gleich, so dass auch die Geschwindigkeiten am Auslass gleich sein müssen und sich im Flächenverhältnis des Ein- und Auslasses verändern.

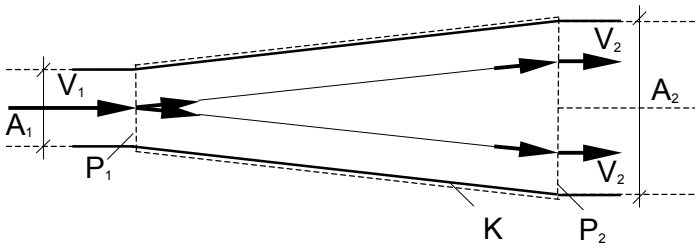


Abb. 5-16: gleichmäßige Querschnittserweiterung

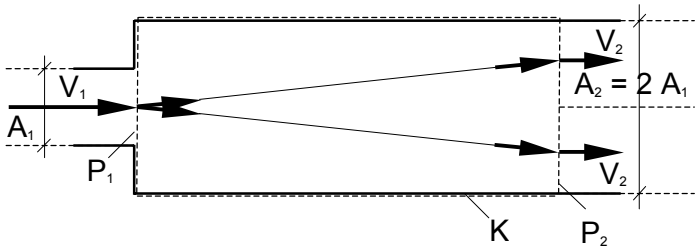


Abb. 5-17: plötzliche Querschnittserweiterung

Der jeweils wirkende Druck am Auslass lässt sich über die Anwendung des Impulssatzes bestimmen, die Austrittsgeschwindigkeiten sind in beiden Fällen gleich und durch die Kontinuität bestimmt. Der wesentliche Unterschied beim Aufstellen der Impulsgleichgewichte entsteht durch den auf eine größere Kontrollfläche wirkenden Referenzdruck p_1 bei der plötzlichen Erweiterung.

Gleichmäßige Erweiterung:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad \text{Kontinuität}$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 \quad \text{Bernoulligleichung}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1^2 - v_2^2\right) \quad \text{Druckdifferenz}$$

Plötzliche Erweiterung:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad \text{Kontinuität}$$

$$p_1 \cdot A_2 + \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2 + \rho \cdot v_2^2 \cdot A_2 \quad \text{Impulserhaltungssatz}$$

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot v_2 \cdot \left(v_1 - v_2\right) \quad \text{Druckdifferenz}$$

Vergleicht man nun die Druckdifferenzen, die sich zwischen Ein- und Auslass ergeben, so stellt man fest, dass die Druckdifferenz im Fall der plötzlichen Erweiterung um den Betrag

$$\Delta p_{\text{Verlust}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1 - v_2\right)^2$$

größer ist. Dieser Druckanteil ist der aus der Dissipation herrührende Druckverlust. Interessanter Weise entspricht er in seiner Art der Geschwindigkeitsabhängigkeit dem Energieverlust beim unelastischen Stoß zweier fester Körper. Obwohl bei der plötzlichen Erweiterung kein Stoß vorliegt, wird auf Grund dieses Zusammenhangs in der Strömungsmechanik häufig vom Stoßverlust gesprochen.

Entwickelt man die vektorielle Darstellung der Stromlinien aus der Kontinuitätsbedingung, so stellt sich im Fall der plötzlichen Erweiterung das selbe Bild dar wie im Fall der gleichmäßigen Erweiterung. Die jeweils entgegengesetzt gerichteten Umlenkungen am Ein- und Auslass, lassen sich als qualitative Darstellung des Druckgefälles zwischen p_1 und p_2 interpretieren.

Der rechnerisch ermittelte Druckverlust zeigt jedoch, dass das Druckgefälle im Falle der plötzlichen Erweiterung wesentlich größer sein muss. Man kann also folgern, dass die Umlenkung, wie in Abbildung 5-18 dargestellt, später stattfinden muss und damit steiler wird. Dieser Zusammenhang lässt sich allerdings nur unter Kenntnis des analytischen Ergebnisses und qualitativ, da ohne Angaben zur Ausbreitung der Druckfelder, darstellen.

Als Grund für die spätere Umlenkung könnte man einen Wirbel anführen, der sich direkt am Einlass ausbildet. Dabei muss man sich auch im klaren sein, das man die strömungsmechanischen Grundlagen verlässt, sobald man Dissipation durch Verlagerung des Impulstransportes ersetzt.

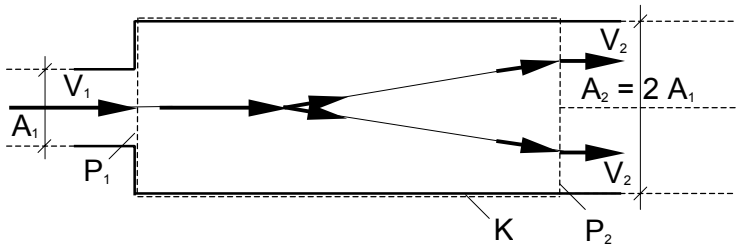


Abb. 5-18: stärkere Umlenkung

5.6.2 Ermittlung der Stromlinien mit Hilfe von Bernoulli und Umlenkgeschwindigkeiten

Weißt man der Form des Stromlinienverlaufes nun also eine hohe Bedeutung für an den Rändern wirkende Kräfte zu, so stellt sich die Frage, wie es zu einer Entwicklung dieser Form, im Sinne der dynamischen Stabwerke, kommen kann.

Mit Hilfe der Kontinuitätsbedingung, der Bernoulligleichung und des in Kapitel 3.2.7 hergeleiteten Zusammenhanges zwischen den sogenannten Umlenkgeschwindigkeiten und dem durch sie verursachten Druckanteil ist es möglich, eine in sich geschlossene Lösung für die Stromlinienform zu ermitteln.

Ausgehend von einem geschätzten Stromlinienverlauf und der Randbedingung, dass die letzte Stromlinie am oberen Rand parallel zur Hauptstromrichtung ist, werden Stromröhren gezeichnet, die wiederum durch auf den Stromlinien senkrecht stehenden Linien in ein regelmäßiges Netz unterteilt werden. Die Stromlinie wird nun polygonal in den Schnittpunkten des Netzes dargestellt, so dass an jedem Schnittpunkt mit Hilfe der Stromröhrenbreite und der Kontinuitätsbedingung rechnerisch ein Geschwindigkeitsbetrag ermittelt werden kann. Mit Hilfe dieser Geschwindigkeitsbeträge und dem in der Bernoulli-Gleichung formuliertem Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsänderung und Druckänderung kann ein Druckverlauf längs den Stromlinien ermittelt werden. An jedem Schnittpunkt des Netzes findet eine Umlenkung des ankommenden Geschwindigkeitsvetors statt und zwischen zwei Punkten wird er konvektiv beschleunigt um der Kontinuität zu genügen. Aus der Umlenkung kann eine Umlenkgeschwindigkeit vektoriell ermittelt

werden, die dann durch den in Kapitel 3.2.7 formulierten Zusammenhang in eine Druckveränderung umgerechnet wird. In Abbildung 5-19 ist diese Vorgehensweise schematisch dargestellt. Das Problem der nicht möglichen vektoriellen Entwicklung der Drücke wird durch die Berechnung umgangen.

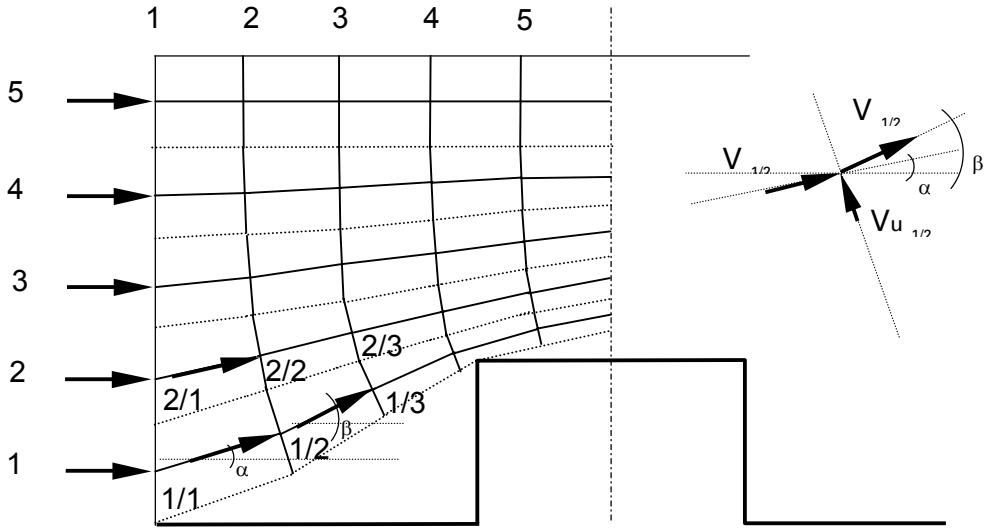


Abb. 5-19: Konstruktion der Stromlinien (schematisch)

Addiert man nun Druckveränderungen entlang der Netzlinien, die senkrecht auf den Stromlinien stehen, auf, so muss dieser Druck dem, der sich durch Bernoulli ergebenden Druckdifferenz entsprechen, da der Druck an einer bestimmten Stelle des Strömungsfeldes ja in allen Richtungen gleich sein muss. Durch grafische und rechnerische Iteration lässt sich auf diese Art ein Stromlinienbild ermitteln, dass den Ergebnissen der Potentialtheorie sehr nahe liegt und entsprechend symmetrisch zur Symmetrieachse des umströmten Körpers verläuft. Das heißt aber gleichzeitig, dass es auf diese Art zwar möglich ist Sogbereiche auf der Körperoberseite darzustellen, aber nicht den Sog auf der Leeseite. Das Stromlinienbild ist hier wie auf der Staudruckseite konvex gekrümmt. Durch die grafische Ermittlung der Umlenkgeschwindigkeiten ergeben sich zwei Probleme: Zum einen reagiert das System sehr sensibel auf die Änderung der Umlenkwinkel zwischen zwei Iterationsschritten, da die Geschwindigkeiten jeweils quadratisch in die Ermittlung der Drücke eingehen, zum anderen muss das Netz relativ fein sein, um sinnvolle Ergebnisse zu erhalten und dies führt zu geringen Umlenkwinkeln und damit oftmals grafisch kaum noch darstellbaren Umlenkgeschwindigkeiten.

Ein Versuch mögliche Reibungskräfte in dieser Darstellung zu integrieren schlägt fehl, da dann zum einen gleichzeitig von der Geschwindigkeit unabhängige Dissipation dargestellt werden müsste und zum anderen keine Aussage mehr darüber möglich ist, ob die Bernoullikonstante der einzelnen Stromröhren gleich ist. Damit ist der Vergleich der Druckgradienten, sozusagen als aus der Geometrie folgende geforderte Gleichgewichtsbedingung, längs und senkrecht zu den Stromlinien nicht mehr möglich.

5.6.3 Simulation mit Ansys zur Ermittlung der Lage der Stromlinien

Da die grafische Ermittlung des Verlaufs der Stromlinien keinen wesentlichen Beitrag zur Frage der auf einen Körper wirkenden Kräfte liefern kann, wird die in Abbildung 5-11 gezeigte Strömungssituation nun mit Hilfe einer computergestützten Berechnung simuliert. Die Simulation soll dabei als Grundlage für die weiteren Betrachtungen und in sich geschlossene Lösung eines Strömungsproblems dienen, um daran die vektorielle Darstellbarkeit von Strömung zu entwickeln und zu überprüfen. Zur Simulation wird das am Fachbereich Maschinenbau der TU Darmstadt in den Rechenzentren frei verfügbare Programmpaket Ansys mit dem CFD-Strömungslöser Flotran [1] verwendet. Die Berechnungen mit Flotran basieren auf der Finite-Element-Methode und lassen eine Simulation turbulenter Strömungen in einer stationären Betrachtungsweise mit einer Vielzahl verschiedener Turbulenzmodelle zu.

Die Simulation soll nicht nur Aufschluss über die Bedeutung der Stromlinien mit dem auf ihnen stattfindenden Impulstransport geben, sondern gestattet es auch im Vorfeld der eigentlichen Untersuchung, nach geometrischen Gesetzmäßigkeiten zu suchen, die einen Zusammenhang zwischen ähnlichen Geometrien und den an ihnen durch Strömung auftretenden Kräften formulieren.

Vor der eigentlichen Simulation ist es nötig eine erforderliche Mindestgröße des Kontrollraums zu bestimmen, die gewährleistet, dass die an der Oberfläche der untersuchten Geometrie auftretenden Drücke in ihrer Größe nahezu unabhängig von der Form des Kontrollraums sind und sich am oberen Rand nur geringe Geschwindigkeitsdifferenzen aus der Einschnürung ergeben.

Durch eine Vielzahl von Berechnungen bei einem gleichbleibendem Geschwindigkeitsprofil mit 20 m/s und gleicher

Störgeometrie bei veränderlicher Größe des Kontrollraumes wurden die, in Abbildung 5-20 dargestellten, Abmessungen ermittelt. Die erforderlichen Randbedingungen am Kontrollraum sind in Abbildung 5-21 dargestellt.

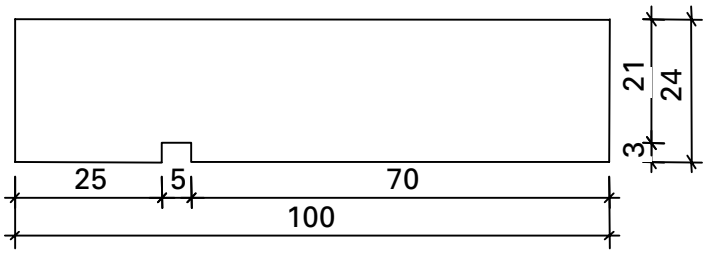


Abb. 5-20: Abmessungen des Kontrollraums

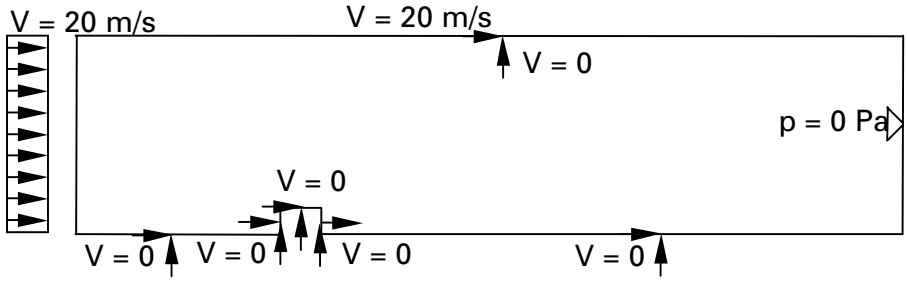


Abb. 5-21: Randbedingungen am Kontrollraum

Der Kontrollraum wird nun mit einem feinmaschigen Netz von Elementen gefüllt, wobei es erforderlich ist in Bereichen mit vermutlich hohen Geschwindigkeits- oder Druckgradienten das Netz sehr stark zu verfeinern. Dies gilt im vorliegenden Fall für alle festen Ränder, an denen die Strömungsgeschwindigkeit zum Stillstand kommt, und an der der Strömung zugewandten Abrisskante mit den lokal sehr starken Umlenkungen.

Nach der Modellierung des Netzes wurde im Rahmen der vorliegenden Dissertation zunächst die Turbulenz mit dem Standard k-ε-Modell abgebildet, da es in einer Vielzahl von Veröffentlichungen für die Simulation von gebäudeaerodynamischen Fragestellungen als geeignet bewertet wird [36, 35, 49], und stationär durchgeführt. Die Ergebnisse der Berechnung mit dem Standard k-ε-Modell sind in den Anlagen 8-9 dargestellt.

Nun war zu überprüfen, ob die erhaltenen Ergebnisse unabhängig von der Netzgeometrie sind. Hierzu wurde die Geschwindigkeit in der Anströmung in mehreren Schritten verändert und insbesondere die Stromlinienbilder miteinander

verglichen. Dabei zeigte es sich, dass zum einen eine weitere Verfeinerung des Netzes in den Bereichen der Ränder der Störgeometrie erforderlich war und zum anderen das Standard k-ε-Modell nicht wirklich befriedigende Ergebnisse im Hinblick auf die zu erwartende Ablösestelle lieferte. Die Ablösung wird hier durch eine Überbewertung der Turbulenz im Bereich großer Druckgradienten verhindert. Die endgültige Netzgeometrie ist in Anlage 13 dargestellt, sie wird durch 12254 Knoten beschrieben, die Rechendauer bei mindestens 10000 Iterationen beträgt dabei etwa 8 Stunden auf einem herkömmlichen PC.

Wegen der unbefriedigenden Darstellung der Ablösung mit dem Standard k-ε-Modell wurde die Simulation unter den gleichen Randbedingungen auch noch mit einem von Shih, Zhu und Lumley erweiterten k-ε-Modell [46] durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Berechnung waren Netzunabhängig und die Ablösung mit einem entsprechenden Nachlauf wurde wesentlich besser abgebildet. Die Ergebnisse der Berechnung sind in den Anlagen 10-11 dargestellt und dienen als Grundlage für alle weiteren Betrachtungen.

5.6.4 Beschreibung der Ergebnisse der Simulation

Die für die weitere Betrachtung wesentlichen Ergebnisse der Simulation sind der Verlauf der Stromlinien, die resultierenden Geschwindigkeitsverteilungen im Strömungsverlauf und die sich aus dem Strömungsfeld ergebenden Druckverteilungen (siehe Anlage 8-11). In den Anlagen 10 und 11 sind die Ergebnisse dargestellt, die sich aus dem von Shih, Zhu und Lumley erweiterten k-ε-Modell ergeben. Wechselt man von der dimensionslosen Darstellung in der Simulation zu Abmessungen in Metern und einem Anströmprofil in Metern pro Sekunde, so ergeben sich die dargestellten Drücke in Pascal. Die Druckverteilung für den Bereich der Kante ist mit den entsprechenden c_p-Werten in Abbildung 5-22 dargestellt.

Stelle	1	2	3	4	5	6	7	8
C_p-Wert	0,8	0,69	-1,42	-1,28	-1,24	-1,21	-1,13	-1,07

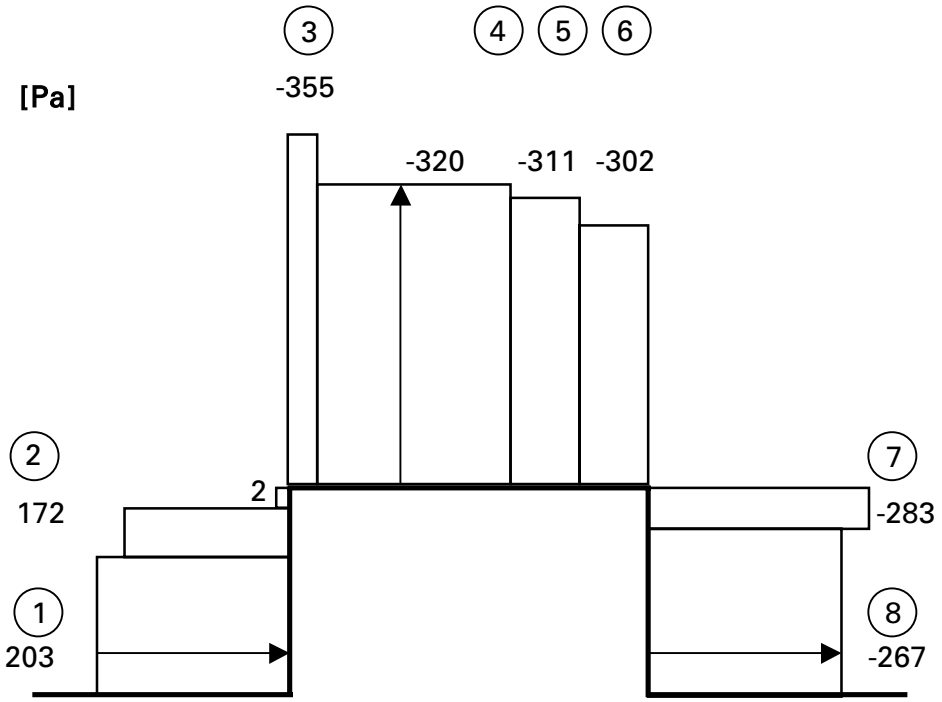


Abb. 5-22: Druckverteilung und Druckbeiwerte aus der Simulation (Anlage 10, 11)

Anhand des Stromlinienbildes und der Druckverteilung im Kontrollraum lassen sich sechs charakteristische Bereiche für die Umströmung der Kante festlegen:

a) Staudruck im Luv: Die Luft vor dem Hindernis staut sich und sorgt dafür, dass die nachfolgende Strömung umgelenkt wird. Auf Grund der fehlenden Turbulenz in der Anströmung bildet sich im Bereich des gestauten Luftkeils kein Fußwirbel aus. Die Umlenkung ist daher auch mit geringen Turbulenzen verbunden, es findet in diesem Bereich kaum Dissipation statt. Der c_p-Wert stimmt gut mit Werten in der Literatur und der Normung überein.

b) Das Sogmaximum an der der Strömung zugewandten Ecke: Wie bereits im Kapitel 3.2 beschrieben sind geometrische Diskontinuitäten mit starken Druckgradienten und zusätzlich mit Strömungsabriß verbunden. Daher er-

scheint es plausibel, dass hier das Sogmaximum liegt. Durch die Netzgnerierung und FE-Berechnung stellt sich dieses Maximum als singulärer Punkt dar.

c) Abklingende Sogbereiche auf der Oberseite der Kante: Der Strömungsabriß an der Ecke führt zu großen Turbulenzen. Diese Turbulenzen sorgen dafür, dass in einem hohen Maß ein Energietransport von der Hauptströmung zur Oberseite der Kante hin statt findet. Daher klingt das Sogmaximum relativ schnell ab und es bildet sich ein, durch die Umlenkung des Impulsflusses bestimmter, relativ gleichmäßiger Sogbereich aus. Die gemittelten c_p-Werte im Sogbereich auf der Oberseite liegen über den Angaben in der Norm [11] und vergleichbaren Windkanaluntersuchungen [21]. Man kann dies zum einen mit der fehlenden Turbulenz in der Anströmung und mit der auf die Zweidimensionalität begrenzten Betrachtungsweise und dem damit verbundenen geringeren Impulstransport zum Rand hin erklären.

d) Umfahrung des Fußwirbels im Lee: Für die Ausprägung des Sogbereiches im Lee gilt für Höhe der c_p-Werte das selbe wie bereits an der Oberseite der Kante beschrieben. Interessant ist, wie groß zum einen die Ausdehnung des Fußwirbels ist und zum anderen wie gering daher die Umlenkung des Impulsflusses der Hauptströmung ist. Im Vergleich mit der Luvseite ist daher klar, dass sich der Sog in diesem Bereich nicht mit reiner Impulsflussumlenkung zu erklären ist. Die Größe des durch den Fußwirbel erzeugten Störbeiches liegt in der Länge in etwa bei der elffachen Kantenhöhe. Das heißt erst nach dieser Strecke wird in Bodennähe wieder eine Geschwindigkeit erreicht, die in etwa der Anströmgeschwindigkeit entspricht. Dies liegt unter den Angaben von Sockel [48, S.34], der die Größe des Störbereiches mit der 18-fachen Höhe angibt oder der DIN-Norm [11], die im Fall der Berücksichtigung von Abschattungen sogar vom 25-fachen spricht. Als Ursache für den Unterschied zwischen der Simulation und diesen Angaben kann wieder die Begrenzung auf eine zweidimensionale Betrachtung angeführt werden, denn damit fehlt der Fußwirbel im Luv, der sich bei einer dreidimensionalen Betrachtung hufeisenförmig um das Hindernis legt und so die Bereiche im Lee mit zusätzlicher Turbulenz versorgt.

e) Der Wirbel im Lee: Der Fußwirbel im Lee bildet ein in sich geschlossenes Stromlinienbild, der Druckgradient entlang der Trennung zwischen dem Wirbelgebiet und der Hauptströmung ist gering. Die Wirbelform folgt der Hauptströmung mit kontinuierlicher Krümmung, während sie sich auf der anderen Seite versucht, dem Verlauf der festen Ränder anzupassen. Zur Hauptströmung hin steigt die Bahngeschwindigkeit im Wirbel etwa auf die Strömungsgeschwindigkeit der Hauptströmung, während sie an den Rändern gegen null geht.

f) Energieverlust im gesamten Strömungsfeld: Betrachtet man den Verlauf der Druckfelder in Bezug zum Referenzdruck am Ende des Kontrollraums, so erkennt man, dass der Druck zum Beginn des Kontrollraums hin ansteigt. Dieser Anstieg strahlt hauptsächlich von der der Strömung zugewandten Ecke der Kante aus. Der erhöhte Druck, mit dem man folglich in den Kontrollraum einströmen muss, um am Ende den zu Null gesetzten Referenzdruck zu erreichen, entspricht dem durch Dissipation verursachten Druckverlust. Für die Größe der Dissipation liegen keine Vergleichswerte vor, da sich bei Windkanalversuchen oder in der Natur weder die durch Dissipation verursachte Wärme, auf Grund der großen Konvektion, messen lässt oder das gesamte Druckfeld so exakt vermessen werden kann.

5.6.5 Einfluß der Wirbelform

Wie man in den Stromlinienbildern der Strömungssimulation erkennen kann und voran beschrieben wurde, nimmt der Wirbel auf der Leeseite der angeströmten Kante einen großen Raum ein, der für die restlichen Stromlinien des Strömungsfeldes wie eine zusätzliche Kontur zu wirken scheint. Die Wirbelform ist in sich geschlossen und erhält ihren Impuls zur Bewegung durch die Hauptströmung.

Betrachtet man zunächst einen idealisierten, kreisrunden und in sich geschlossenen Wirbel, der eine Randgeschwindigkeit entsprechend der umströmenden Geschwindigkeit hat, so erkennt man, dass sich alle entstehenden Druckgradienten kurzschließen. Es entsteht ein Gebiet mit Unterdruck im Zentrum des Wirbels, das sich auf einen konstanten Referenzdruck am Außenrand des Wirbels bezieht.

Das Geschwindigkeitsprofil am Radius des Wirbels lässt sich mit einem dreieckigen Verlauf idealisieren, von Null im Zentrum auf die Geschwindigkeit der Außenströmung ansteigend.

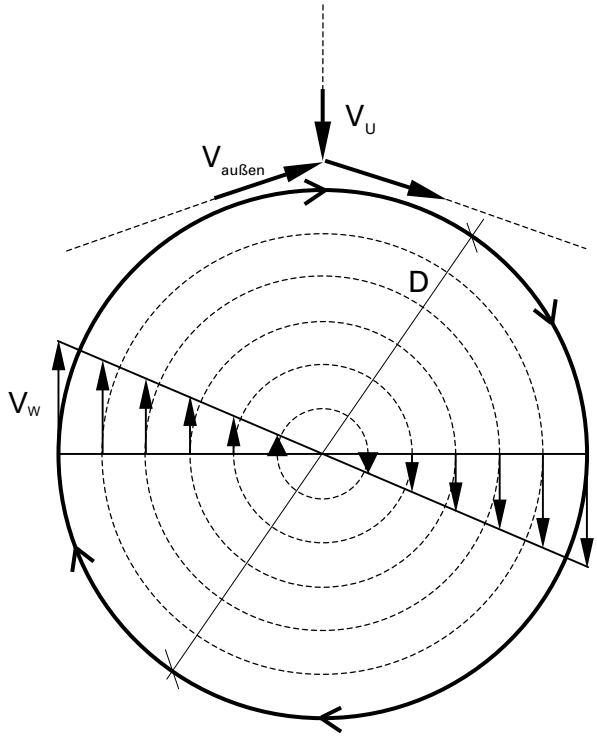


Abb. 5-23: Idealisierter Wirbel

Die Strömungssimulation (Anlage 11) zeigt allerdings, dass die Form des Fußwirbels hinter der Kante stark von der idealisierten Kreisform abweicht. Gleichzeitig unterscheidet sich das Geschwindigkeitsprofil an der den festen Rändern zugewandten Seite, von dem der Hauptströmung zugewandten Seite. Daher wird nun untersucht, welche Druckdifferenzen sich an den Rändern des Wirbels aus diesen Abweichungen von der Idealform ergeben. Der Wirbel selbst liegt in einem Bereich mit geringen Schwankungen im Druckfeld, das heißt die Drücke an den Rändern des Wirbels können als konstant angenommen werden.

Abbildung 5-24.1 zeigt den wiederum idealisierten Verlauf der Geschwindigkeiten entlang des Krümmungsradiuses auf der Seite der Hauptströmung, die Geschwindigkeit am Wirbelrand entspricht der der Außenströmung, in Abbildung 5-24.2 muss die Geschwindigkeit an der Berandung dagegen auf Null absinken.

R_m beschreibt in diesen Darstellungen jeweils den mittleren Krümmungsradius.

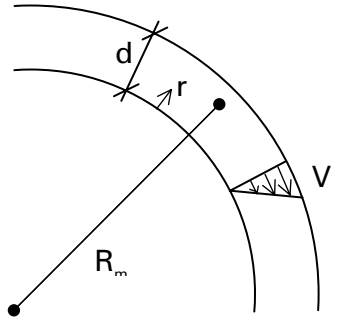


Abb. 5-24.1: Idealisiertes Geschwindigkeitsprofil im Wirbel auf der Seite der Hauptströmung

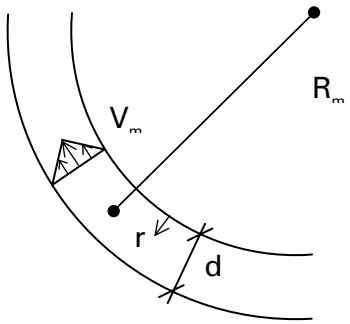


Abb. 5-24.2: Idealisiertes Geschwindigkeitsprofil im Wirbel auf der Seite der Ränder

Um nun mit Hilfe der in Kapitel 3.2.7 getroffenen Feststellungen zu Druckverläufen senkrecht zur Stromlinie Druckdifferenzen entlang des mittleren Radius zu ermitteln, werden sowohl Angaben zum mittleren Krümmungsradius und zur absoluten Größe der mittleren Strömungsgeschwindigkeit im Wirbel auf der dem Rand zugewandten Seite aus der Simulation benötigt. Da es sich bei der Betrachtung um stationäre Strömung handelt, darf davon ausgegangen werden, dass sich die, in Abbildung 5-25 dargestellten Umlenkungen U kurzschließen müssen, da sie ansonsten einen neuen Beitrag zu konvektiven Beschleunigungen im Strömungsfeld liefern würden.

In Abbildung 5-26 sind die maßgeblichen Krümmungsradien dargestellt.

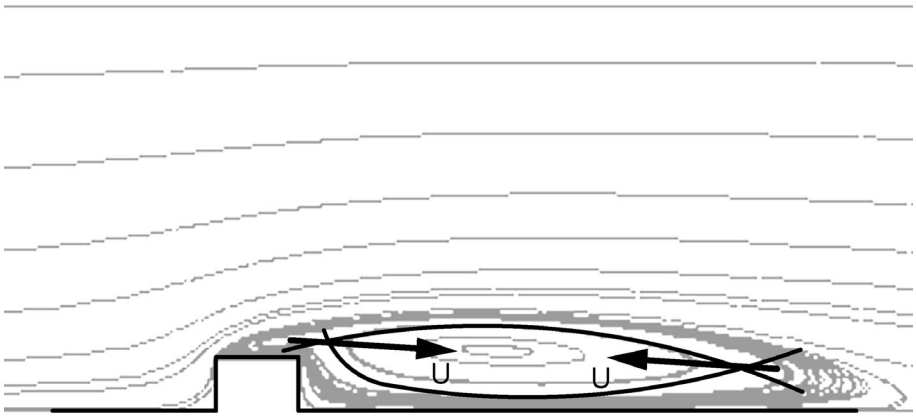


Abb. 5-25: Umlenkungen in Richtung der Hauptströmung

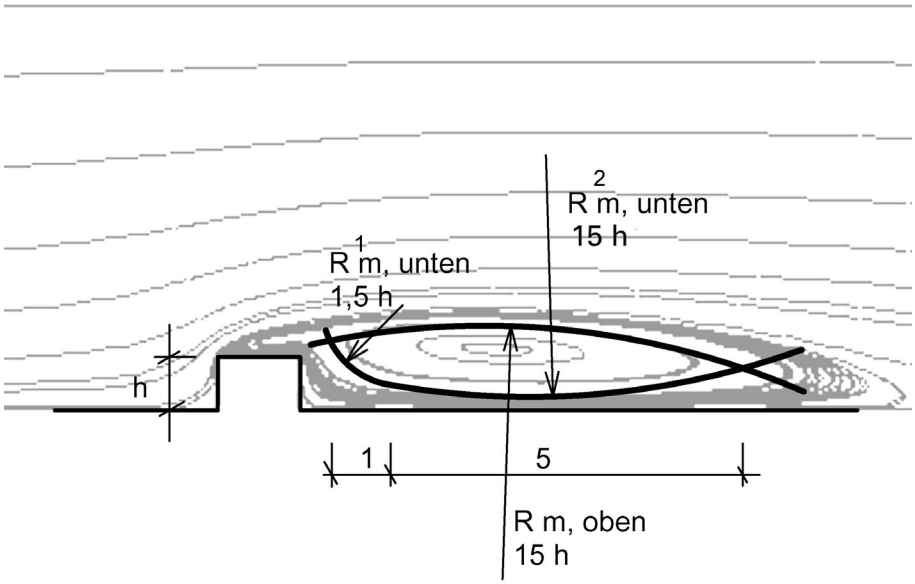


Abb. 5-26: Krümmungsradien des Fußwirbels

Der mittlere Krümmungsradius an der Oberseite beträgt kontinuierlich das 15-fache der Kantenhöhe h. Der mittlere Krümmungsradius an der Unterseite wird aus zwei Anteilen gemittelt:

$$R_{m,unten} = \left(\frac{1}{6}\cdot 1{,}5 + \frac{5}{6}\cdot 15\right)\cdot h = 12{,}8h$$

Die Dicke der „Wirbelstromröhre“ entspricht sowohl an der Ober- wie an der Unterseite in etwa der Kantenhöhe.

Berücksichtigt man die Einschnürung der Hauptströmung durch die Wirbelgeometrie, so ergibt sich an der Oberseite eine Randgeschwindigkeit von:

$$v = \frac{8}{6}\cdot 20 = 26{,}7 ms^{-1}$$

Die Geschwindigkeit in der Mitte der Wirbelstromröhre an der Unterseite ergibt sich aus den Ergebnissen der Strömungssimulation zu v_m=6 ms^{-1}. Mit diesen Randbedingungen können jetzt sowohl Druckgradienten an der Ober- wie an der Unterseite ermittelt werden.

$$\Delta p_{oben} = d\cdot\rho\cdot\frac{v_m^2}{R_m} = 3\cdot 1{,}25\cdot\frac{13{,}4^2}{15\cdot 3} = 15{,}0\ Pa$$

$$\Delta p_{unten} = d\cdot\rho\cdot\frac{v_m^2}{R_m} = 3\cdot 1{,}25\cdot\frac{3{,}0^2}{12{,}8\cdot 3} = 0{,}8\ Pa$$

Das Ergebnis der Ermittlung der Druckgradienten zeigt, dass sich aus der Differenz von Δp_{oben} und Δp_{unten} an der Seite der festen Ränder ein Unterdruck ergeben muss:

$$\Delta p = \Delta p_{oben} - \Delta p_{unten} = 14{,}2\ Pa$$

5.6.6 Trennung der Einflüsse

Mit der unter 5.6.4 angestellten Betrachtung über die Wirbelform wurde ein erster Schritt getan, verschiedene Auswirkungen der Strömung getrennt voneinander zu betrachten. In den strömungsmechanischen Grundlagen wird zwar kein Superpositionsprinzip formuliert, geht man allerdings von einer stationären Betrachtungsweise aus und vollzieht die Trennungen an Linien mit geringen Druckgradienten, so ist diese Vorgehensweise zur Erfassung der Einflüsse in wesentlichen Größenordnungen zulässig.

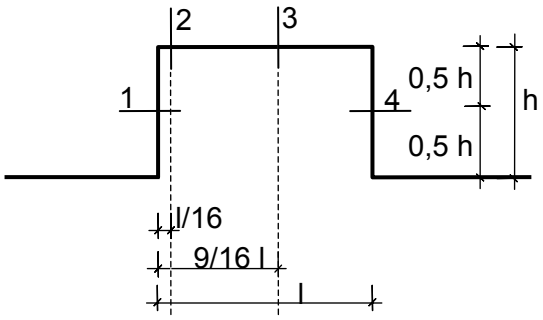


Abb. 5-27: Charakteristische Orte

Auf den Rändern werden mit Berücksichtigung der unter 5.6.4 beschriebenen charakteristischen Bereiche vier Punkte festgelegt, an denen die aus der Strömung resultierenden Kräfte angetragen werden (Abbildung 5-28). Die Betrachtung resultierender Kräfte macht eine Berücksichtigung der Kräfte, die aus der Umlenkung des Impulsflusses entstehen, möglich. Die Resultierenden werden aus der detaillierten Darstellung der Druckverläufe in Abbildung 5-22 errechnet. Die in Abbildung 5-27 gezeigte Lage dieser Punkte ergibt sich im Luv und Lee aus den dort herrschenden, nahezu gleichmäßigen, Druckverteilungen. Um die Sogspitze auf der Oberseite der Kante abzubilden werden hier zwei Punkte (Stelle 2 und 3) angeordnet. Die Lage von Punkt 2 wird in Anlehnung an DIN 1055 bei l/16 festgelegt, Punkt 3 ergibt sich dann in der Mitte der verbleibenden Fläche auf der Oberseite.

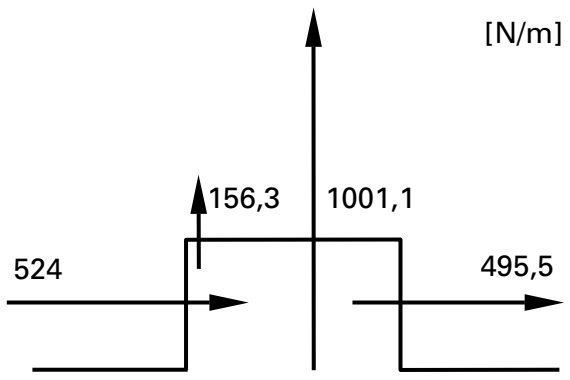


Abb. 5-28: Aus der Strömung resultierende Kräfte

Aus dem in Anlage 10 dargestellten Verlauf der Druckfelder lässt sich ein Druckverlust von 104,5 Pa ermitteln. Eine Vergleichssimulation mit einem „leeren“ Kontrollraum und reiner Bodenrauhigkeit zeigt, dass dieser Verlust zu 99% auf die Störung durch die Kante zurückzuführen ist. Gleichzeitig kann man an den Druckfeldern um die Kante herum erkennen, dass in etwa 80% dieses Verlustes von der luvseitigen Ecke verursacht werden und die restlichen 20% im Lee entstehen. Daher werden, wie in Abbildung 5-29 dargestellt, die aus dem Druckverlust resultierenden Kräfte an den Stellen 2 und 3 mit 83,6 Pa Druckverlust ermittelt, die Resultierende an der Stelle 4 mit dem vollen Verlust.

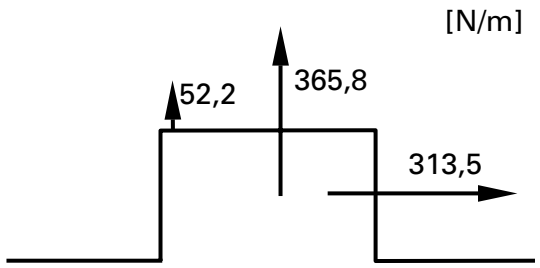


Abb. 5-29: Aus dem Druckverlust resultierende Kräfte

Mit den in Abschnitt 5.6.5 ermittelten Zusammenhängen zur Ausbildung von Druckgradienten und Druckdifferenzen im Wirbelgebiet lässt sich der im Lee durch den Wirbel verursachte Sog ermitteln. Er beträgt 14,2 Pa. Die Resultierende aus dem durch den Fußwirbel verursachten Unterdruck beträgt somit 42,6 N/m.

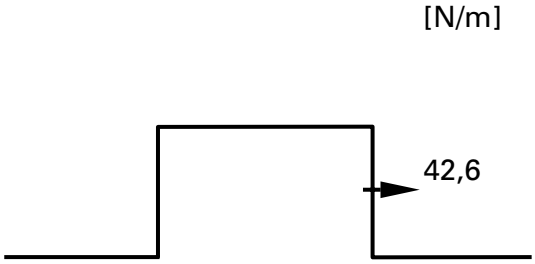


Abb. 5-30: Aus dem Wirbelgebiet resultierende Kräfte

5.6.7 Vektorielle Entwicklung des Impulsflusses

Zunächst werden die Grundlagen, auf denen die vektorielle Entwicklung des Impulsflusses beruht, dargestellt:

Die in Kapitel 5.6.6 angestellten Betrachtungen legen zum einen die Punkte fest an denen Umlenkungen diskretisiert werden und zum anderen ergibt sich die Größe der Umlenkkräfte aus den Differenzen der insgesamt resultierenden Kräften und den unter 5.6.6 ermittelten Kraftanteilen aus Wirbelform und Dissipation.

Zur Darstellung des Impulsflusses muss der Kontrollraum in mindestens zwei Bereiche eingeteilt werden, die zum einen die Umströmung und zum anderen die Verdrängung durch die Störgeometrie abbilden. Unabhängig von der Wahl der absoluten Größe dieser Bereiche muss kein Druckanstieg nach Bernoulli bei der freien Umströmung von Körpern berücksichtigt werden, da es sich zum einen nicht um Unterteilungen im Sinne von Stromröhren handelt und es sich zum anderen um die Abbildung einer freien Umströmung mit geringem Versperrungsgrad (14%) handelt. Die Unterteilungen müssen gleiche Abmessungen haben, als Bezugsgröße wählt man hierzu am besten die Höhe der Störung selbst. Durch die gleichen Abmessungen lassen sich die Impulsflüsse als gleichberechtigte Geschwindigkeitsvektoren darstellen. Diese Geschwindigkeitsvektoren werden in den Mitten der gewählten Bereiche beim Ein- und Ausströmen angetragen.

Die Kontinuitätsbedingung muss für vertikale Schnitte durch die gewählten Bereiche erfüllt sein. Die Kontinuitätsbedingung wird bei den jeweils an einem Knoten ankommenden Geschwindigkeiten überprüft.

Das Geschwindigkeitsprofil der Anströmung ist eine Randbedingung und bekannt, es gilt auch für das Auströmen sobald die Störung durch den Nachlauf überwunden ist.

Die Größe des Nachlaufs wird aus den Simulationen als bekannt voraus gesetzt.

Die Umlenkgeschwindigkeiten werden in zwei Komponenten, parallel zur Hauptströmung und senkrecht dazu, dargestellt, um so eine Grundlage für die Anwendung des Impulssatzes zu erhalten. Die an den charakteristischen Stellen wirkenden Kräfte werden dann mit der Formulierung der Impulssätze in vertikaler und horizontaler Richtung ermittelt.

$$F_{i,V} = \rho \cdot v_V^2 \cdot h \quad \text{[N/m]}$$

$$F_{i,H} = \rho \cdot v_H^2 \cdot h \quad \text{[N/m]}$$

Die Richtungsänderungen der Geschwindigkeitsvektoren durch Umlenkgeschwindigkeiten an einem Knoten werden bis zum nächsten Knoten beibehalten. Die durch die Kontinuitätsbedingung erforderlichen Änderungen der Geschwindigkeitsbeträge auf dem Weg zwischen diesen Knoten lassen sich im Sinne der konvektiven Beschleunigungsanteile der Navier Stokesschen Gleichungen interpretieren.

In Anlage 12 sind das Endergebnis der vektoriellen Entwicklung und die vektoriellen Gleichgewichte an den einzelnen Knoten dargestellt. In Abbildung 5-31 sind die an der Kante aus den Umlenkgeschwindigkeiten wirkenden Kräfte abgebildet.

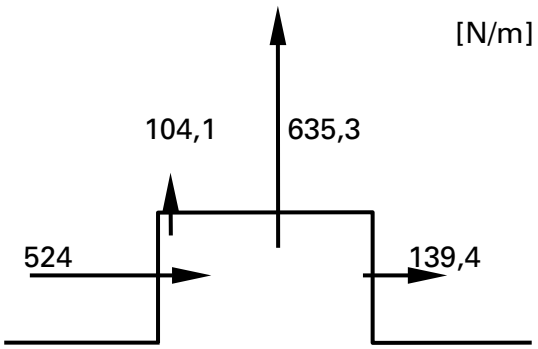


Abb. 5-31: Aus der Umlenkung des Impulsflusses resultierende Kräfte

An Stelle 1 im Bereich I wird der Impulsfluss ($v_{0/1}$) um 55° umgelenkt, die Geschwindigkeit reduziert sich dabei. Dies erscheint auch als plausibel, da die vertikale Geschwindigkeit am Rand Null sein muss und erst auf dem Weg in die Höhe durch eine zunehmende Anzahl von umgelenkten Fluidteilchen beschleunigt wird.

Der umgelenkte Impulsfluß ($v_{1/2}$) trifft an Stelle 2 im Bereich II auf die zunächst ungestörte Anströmgeschwindigkeit ($v_{0/2}$). Beide Geschwindigkeiten werden im gleichen Maße korrigiert, so dass sie der Kontinuitätsbedingung genügen. Das heißt zwischen Stelle 1 und 2 findet eine starke konvektive Beschleunigung statt. Da sich die Umlenkung an Stelle 2 auf eine relativ kleine Fläche bezieht, findet hier nur eine geringe Umlenkung statt. Die weiterführende Geschwindigkeit ($v_{2/3}$) genügt ohne Korrektur der Kontinuitätsbedingung, da an Stelle 2 nur Umlenkungen in vertikaler Richtung stattfinden.

An Stelle 3 findet sowohl eine Umlenkung wie auch eine Aufteilung der Geschwindigkeiten in die Bereiche I und II statt. Der Geschwindigkeitsanteil ($v_{3/5}$), der im Bereich II verbleibt, wird auf der Länge von der elffachen Kantenhöhe nur wieder zentriert, was zu einem vernachlässigbaren Winkel von 1,3° führt. Ein zweiter Geschwindigkeitsanteil ($v_{3/4}$) wird wieder in den Bereich I, ebenfalls nach der elffachen Kantenhöhe, zurückgeführt.

An Stelle 4 ist sowohl die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung ($v_{4/0}$), wie auch der horizontale Anteil der Umlenkung ($v_{u,H}$) bekannt. Die fehlenden Größen lassen sich dann vektoriell ermitteln.

5.6.8 Zusammenfassung

In den vorhergehenden Abschnitten wurde zum einen gezeigt, dass es auf Grund der komplexen Zusammenhänge im Strömungsfeld, die zusammenfassend in den Navier Stokesschen Gleichungen formuliert sind, nicht möglich ist, ein realistisches Strömungsbild aus der Denkweise der dynamischen Stabwerke heraus, und ohne unterstützende Kenntnisse zu entwickeln.

Gleichwohl hat die vehemente Frage der dynamischen Stabwerkmodelle nach resultierenden Kräften und Umlenkungen zu einer neuen Sichtweise und Interpretationsmöglichkeit von Strömungsvorgängen geführt. Wesentlich ist hierbei die im Abschnitt 5.6.6 postulierte, nach Dissipation, Wirbelform und Impulsflussumlenkung getrennte Betrachtung von Effekten in der stationären Strömung. Die in sich geschlossene Lösung der resultierenden Kräfte im vorangegangenen Abschnitt untermauert die Berechtigung dieser Betrachtungsweise. Stellt man diese Art der pragmatischen Lösung der mathematisch-theoretischen gegenüber, so erkennt man auch sehr gut den Vorteil in ihrer Übersichtlichkeit.

Im Sinne der klassischen Stabwerkmodelle stellt allerdings jede neue Störgeometrie im Strömungsfeld eine neue Diskontinuität dar, so dass sich ein unendlicher Katalog von Diskontinuitäten entwickeln ließe. Und während die Ausdehnung von Diskontinuitätsbereichen bei den klassischen Stabwerken in der Regel klein gegenüber den Bereichen der Biegeelemente ist, was den Konstruktionsaufwand begrenzt, stellt das Strömungsfeld in sich ein einziges Diskontinuitätselement dar. Eine Entsprechung für die Biegeelemente gibt es bei Strömungen nicht.

Eine weitere wichtige Erkenntnis, die sich aus dem Vorhergehenden ergibt, ist, dass die komplexen Betrachtungen zur Turbulenz und den Energiebilanzen in Strömungsfeldern zwar unabdingbar für die Ermittlung der Formen der Druck- und Geschwindigkeitsverteilung sind, dass aber, wenn nur resultierende Kräfte an festen Rändern von Interesse sind, wesentlich einfachere Betrachtungen möglich sind.

6 Schluß und Ausblick

Die vorliegende Arbeit zeigt, dass es möglich ist, mit Hilfe der Methodik der Dynamischen Stabwerkmodelle, dynamische Prozesse im Sinne der Lagrangeschen Betrachtungsweise zu entwickeln, zu lösen und verständlich zu machen.

Neben der grafischen Bearbeitung muss dabei immer noch zusätzlicher analytischer Aufwand betrieben werden, wenn es in etwa darum geht durch das Materialverhalten verursachte Energieverluste oder nichtlineare Kopplungen von Einzelmassen zu beschreiben.

Die Anwendbarkeit der Dynamischen Stabwerkmodelle wird bei der Verfolgung von Einzelmassen und ihrem Zusammenwirken durch die erforderliche Übersichtlichkeit der Darstellung begrenzt, da die Stäbe des Modells mehrere Funktionen übernehmen müssen. Während es bei den klassischen Stabwerkmodellen letztendlich nur eine Information ist, die ein Stab liefert, nämlich die Hauptrichtung des Kraftflusses, so sind es bei den Dynamischen Stabwerkmodellen Angaben zu Kraftrichtung, Größe der Beschleunigung, Geschwindigkeit und der Ortänderung immer in bezug auf eine bestimmte Größe des Zeitschrittes.

Obwohl die Dynamischen Stabwerkmodelle wesentlich größeren Einschränkungen unterliegen als die klassischen Stabwerkmodelle, so ist ihre Vorgehensweise dennoch von gleichgroßem didaktischem Wert, da sie ebenso unablässig nach den wesentlichen Einflüssen und dem Grund ihres Auftretens und der Art ihres Zusammenspiels fragt. Eine Entwicklung zum nächsten Knoten ist erst möglich, wenn am vorherigen alle Fragestellungen geklärt sind.

Versucht man die Methodik der Dynamischen Stabwerkmodelle auf die Strömungsmechanik zu erweitern, um möglichst realitätsnah Strömungsfelder zu entwickeln, so erkennt man, dass das Zusammenspiel der Zustandsgrößen zum einen zu komplex ist und zum anderen ungerichtete, im Stabwerkmodell damit nicht darstellbare, Größen einen zu großen Einfluss auf die Strömung ausüben, um zum Erfolg zu kommen.

Beschränkt man sich allerdings auf die Darstellung der gerichteten Größen des Strömungsfeldes im Dynamischen Stabwerkmodell, so lässt sich der Impulsfluss abbilden. Geschieht dies anhand von Auswertungen simulierter oder gemessener Strömungsfelder, so lassen sich nun die Größen-

ordnungen der Einflüsse aus Dissipation, Wirbelbildung und Impulsumlenkung voneinander trennen.

Auf diese Weise steht eine neue Betrachtungsweise zur Verfügung, die die nach wie vor erforderlichen Strömungssimulationen mit dem Windkanal oder CFD nachvollziehbarer machen und es ermöglicht, diese kreativ zu unterstützen.

Mit den beschriebenen Analogien zwischen Umlenkungen von Kräften in den klassischen Stabwerkmodellen, Umlenkungen kinematischer Größen und Umlenkung des Impulsflusses in strömungsmechanischen Fragestellungen bildet sich ein tieferes Verständnis für Dynamik und Strömung.

Die Beschreibung und Extraktion wesentlicher strömungsmechanischer und gebäudeaerodynamischer Grundlagen in der vorliegenden Arbeit macht die Bedeutung der Dissipation von Energie für die auf einen Baukörper wirkenden Kräfte in den Sogbereichen deutlich.

Um den Entwurfsprozess bei der Entwicklung von Gebäudeformen, die in einem planmäßigen Zusammenhang mit der durch Wind verursachten Umströmung stehen, zu unterstützen, sollte man daher für die Zukunft Profilkataloge mit verschiedenen Gebäudeformen und –konfigurationen mit Hilfe geeigneter Simulationen entwickeln. Der Begriff des Profilkatalogs stammt ursprünglich aus der Luftfahrt und bezeichnet die katalogisierte Erfassung von strömungsmechanischen Eigenschaften und auftretenden Kräften bei Tragflächenprofilen.

Neben dem zahlenmäßigen Erfassen der Versuchsergebnisse sollte ein Profilkatalog für Bauwerke stets auch eine Abbildung des resultierenden Impulsflusses als Dynamisches Stabwerkmodell enthalten. Dieses gibt anschaulich die Größenordungen der Haupteinflüsse wider und beschreibt dabei die Stromlinienform und mögliche Wirbelgebiete im wesentlichen.

Kataloge dieser Art für Bauwerke gibt es bisher auf Grund der geometrischen Vielfalt der Baukörper und der umgebenden Bebauung nicht. Die Auswertung der Simulation mit Hilfe des Stabwerkgedankens ermöglicht nun eine Zuordnung der auftretenden Kräfte nach ihrer Größenordnung zu den sie verursachenden Strömungseffekten. Damit bietet sich ein neues Instrument zur Verständnismäßigen Erfassung und zum kreativen Arbeiten mit der Wechselwirkung zwischen Strömung und Gebäudeform. Auswirkungen von Formveränderungen auf die resultierenden Kräfte können getrennt nach Einflüssen aus Dissi-

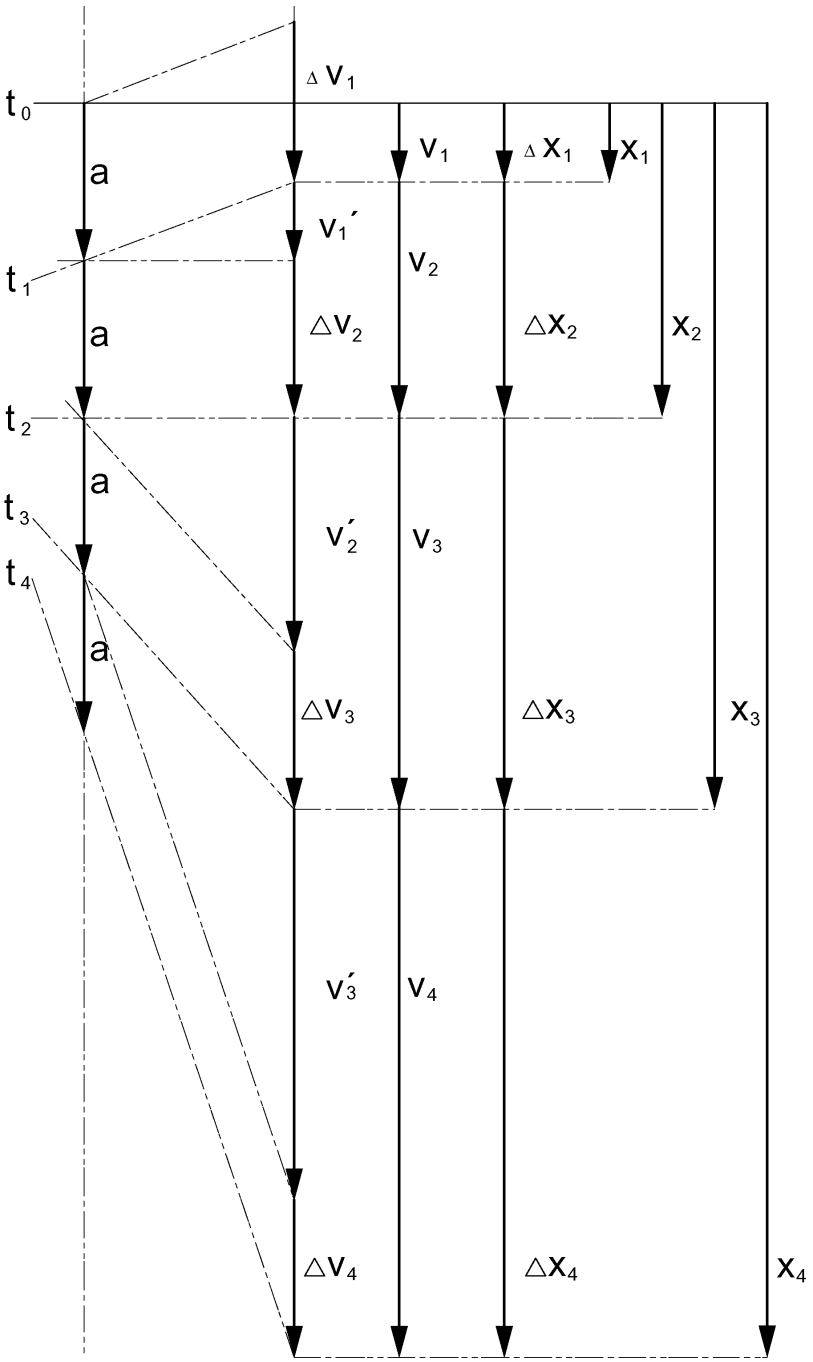
pation, Wirbelform im Nachlauf und Impulsflussumlenkung bewertet werden.

Die Simulation sollte aus Gründen der Schnelligkeit, der leichteren Handhabbarkeit (nach einer gewissen Einarbeitungszeit in die Software) und der geringeren Kosten mit Hilfe von CFD durchgeführt werden. Allerdings muss, vor der eigentlichen Simulation, im Rahmen des Katalogs dann eine sorgfältige Auswahl und Kalibrierung des rechnergestützten Modells und insbesondere der zu wählenden Turbulenzmodelle erfolgen.

Entwickelt man die Anschaulichkeit der Wechselwirkung zwischen Luftströmung und Gebäudeform in Zukunft weiter, so wird sich auf diese Art ein zusätzlicher Fundus für Tragwerksplaner und Architekten bei der Entwicklung neuer Bauformen, sei es im Hinblick auf eine bauphysikalische Optimierung, eine neue Formensprache oder eine Minimierung der Belastungen, bieten.

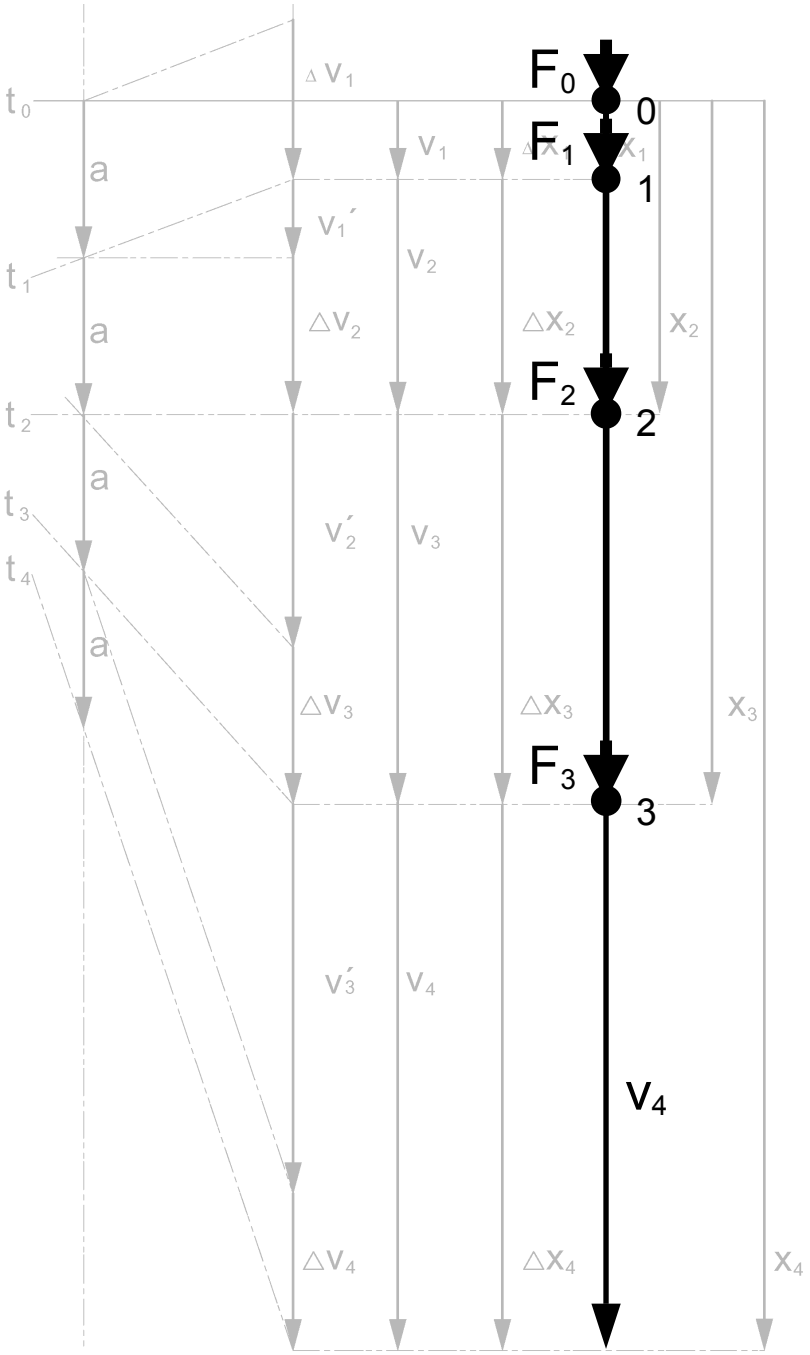
7 Anlagen

ANLAGE 1.1 – Vektorielle Entwicklung der Bewegungsgrößen für das Dynamische Stabwerkmodell des „freien Falls“, Δt=1s

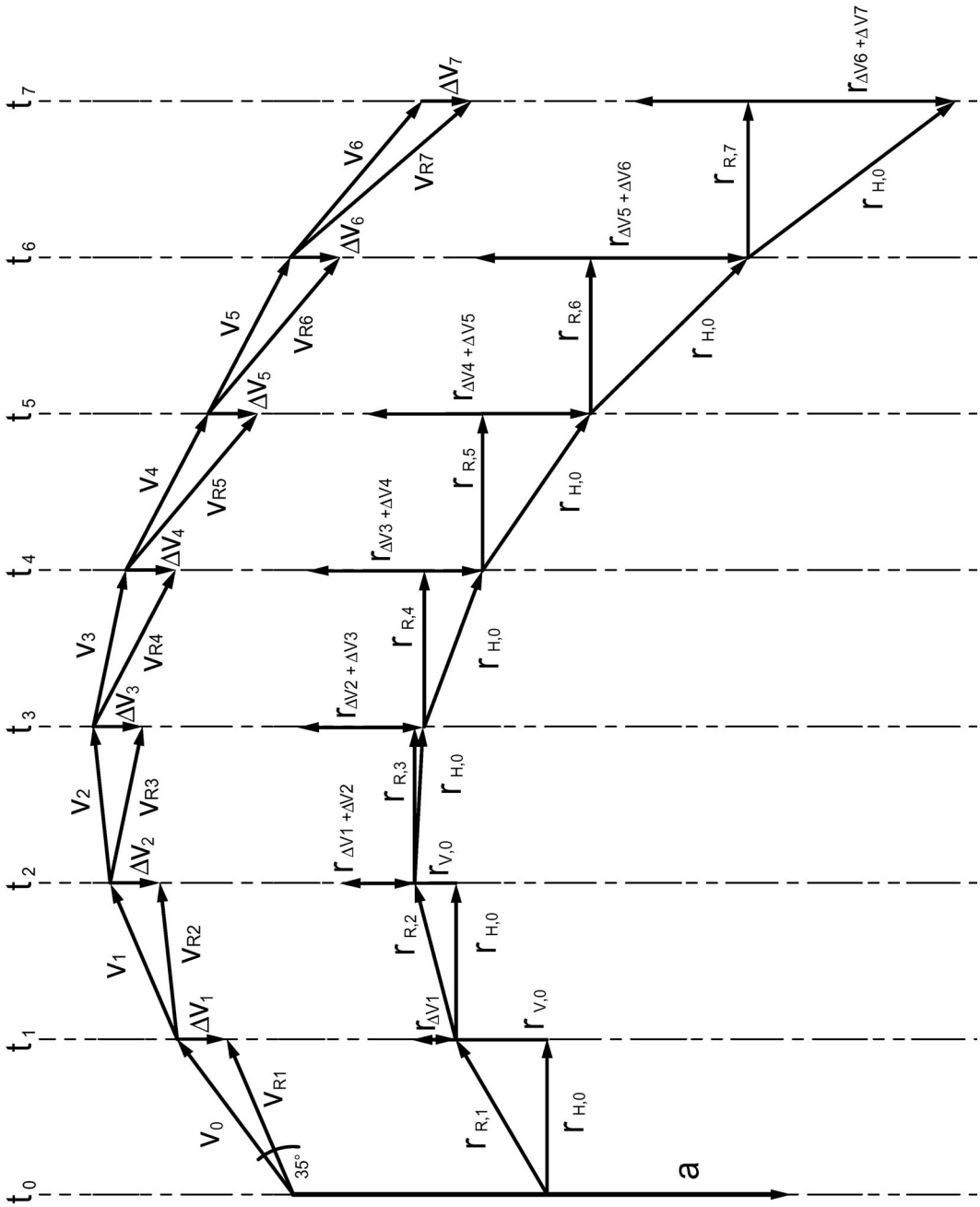


M 1:500

ANLAGE 1.2 – Dynamisches Stabwerkmodell für den „freien Fall“

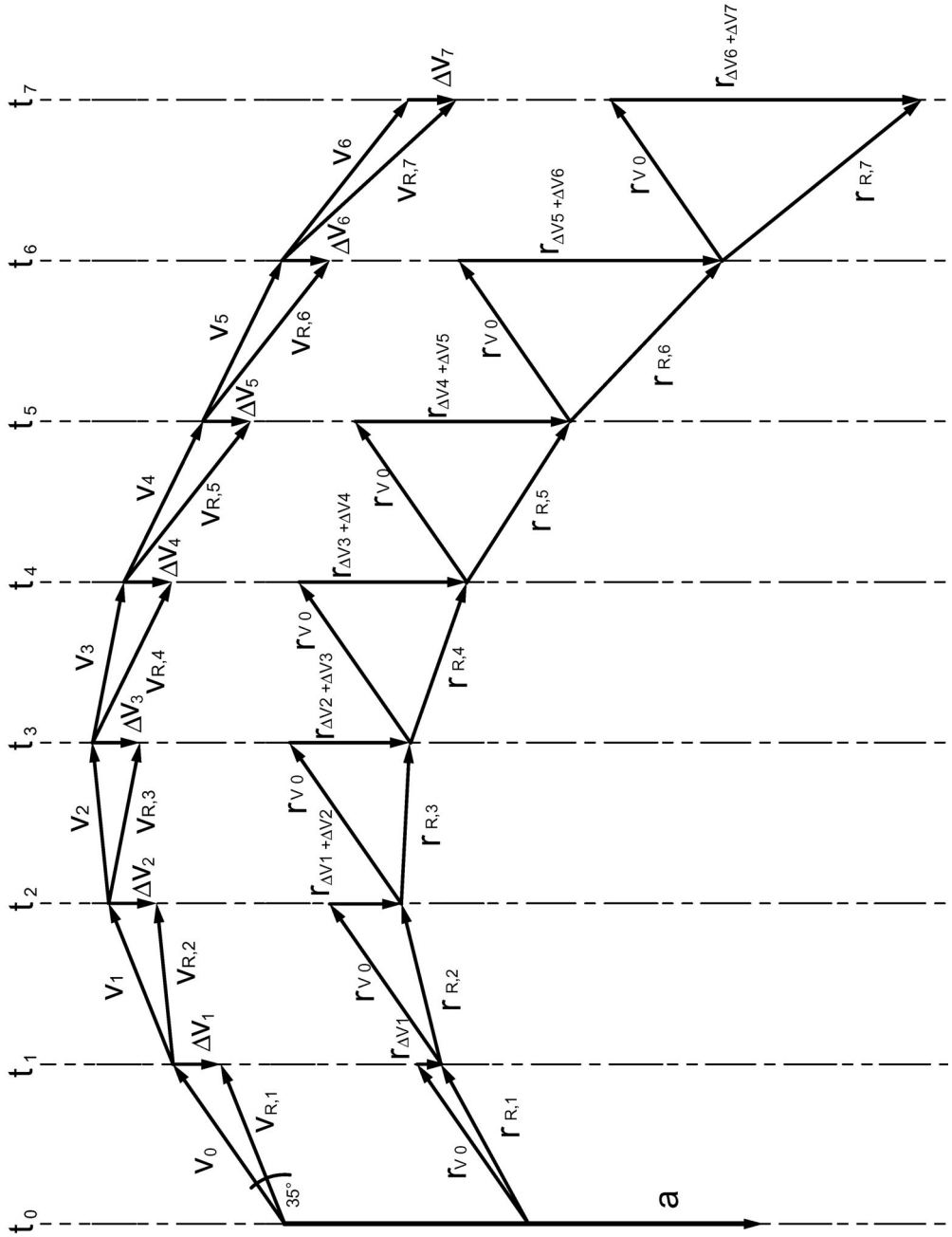


ANLAGE 2.1 - Vektorielle Entwicklung der Bewegungsgrößen für das Dynamische Stabwerksmodell für den „Wurf“, Variante 1



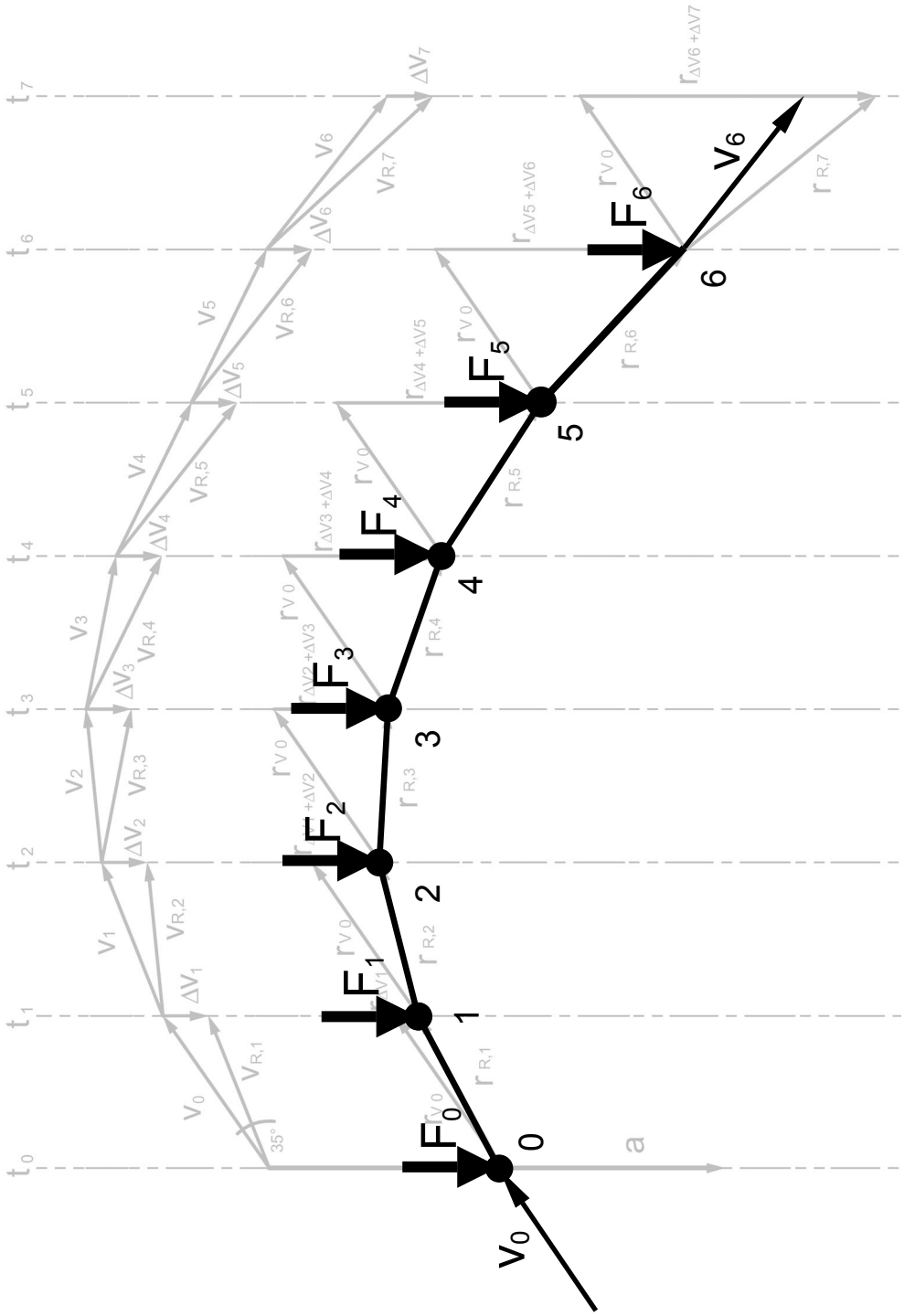
M 1:150

ANLAGE 2.2 - Vektorielle Entwicklung der Bewegungsgrößen für das Dynamische Stabwerksmodell für den „Wurf“, Variante 2

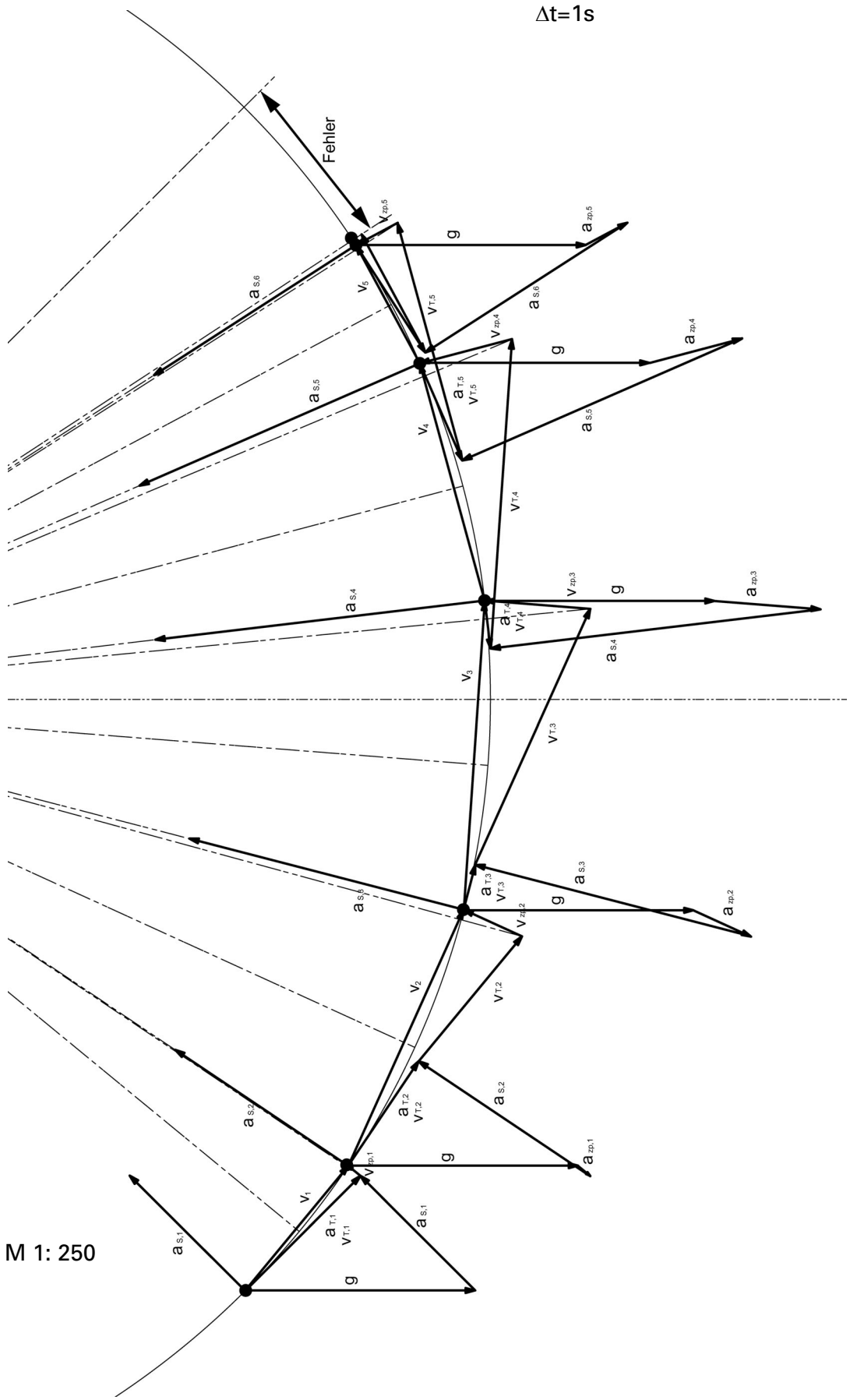


M 1:150

ANLAGE 3 - Dynamisches Stabwerkmodell für den „Wurf“

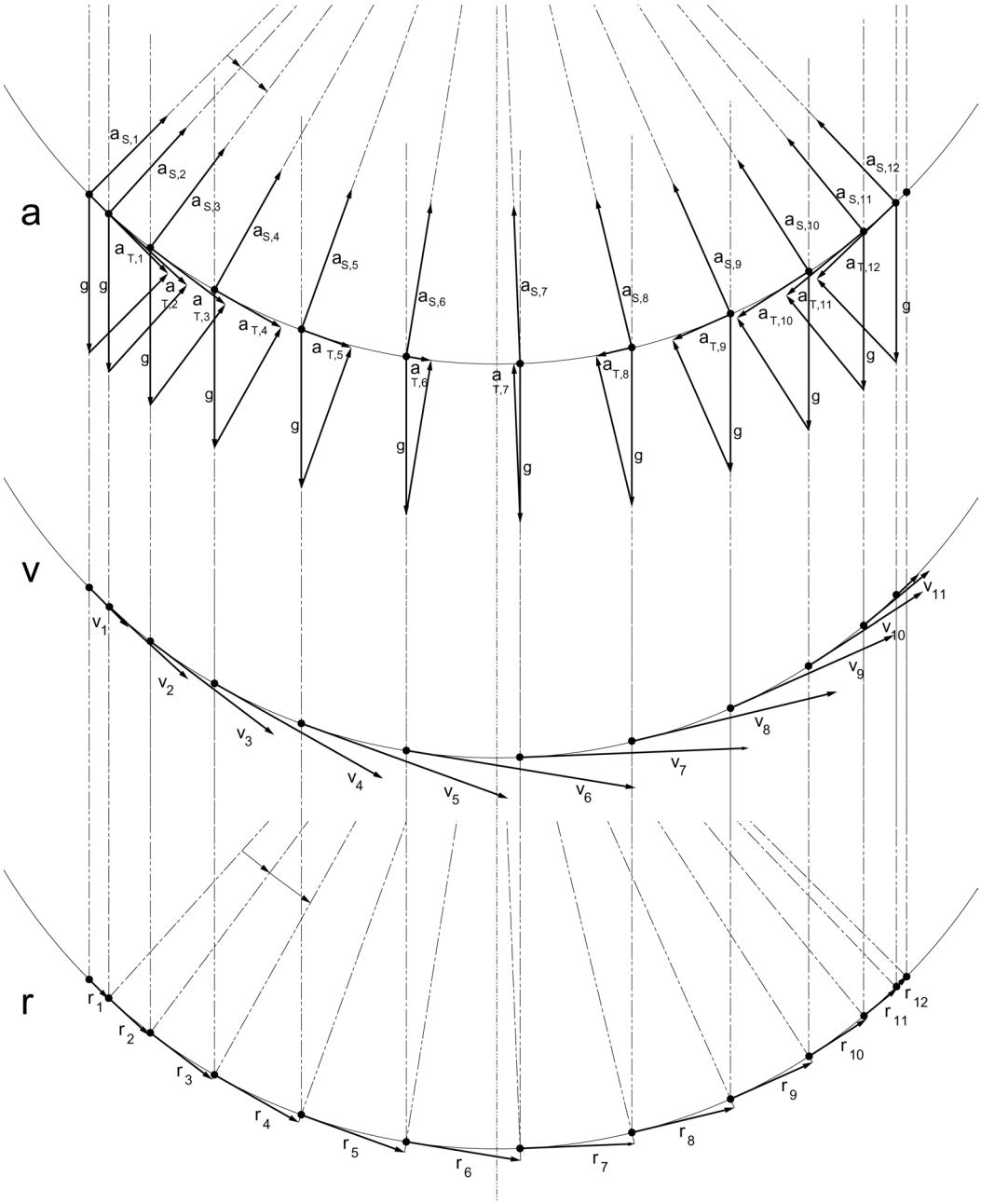


ANLAGE 4 - Dynamisches Stabwerkmodell für das „Pendel“



ANLAGE 5 - Dynamisches Stabwerkmodell für das „Pendel“

Δt=0,5s

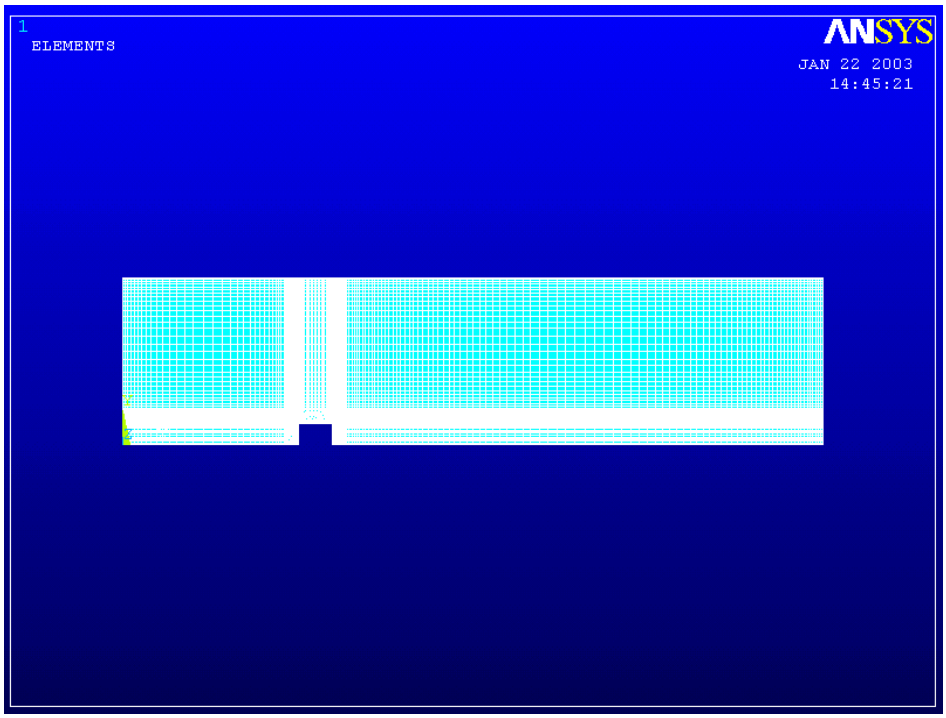


M 1: 450

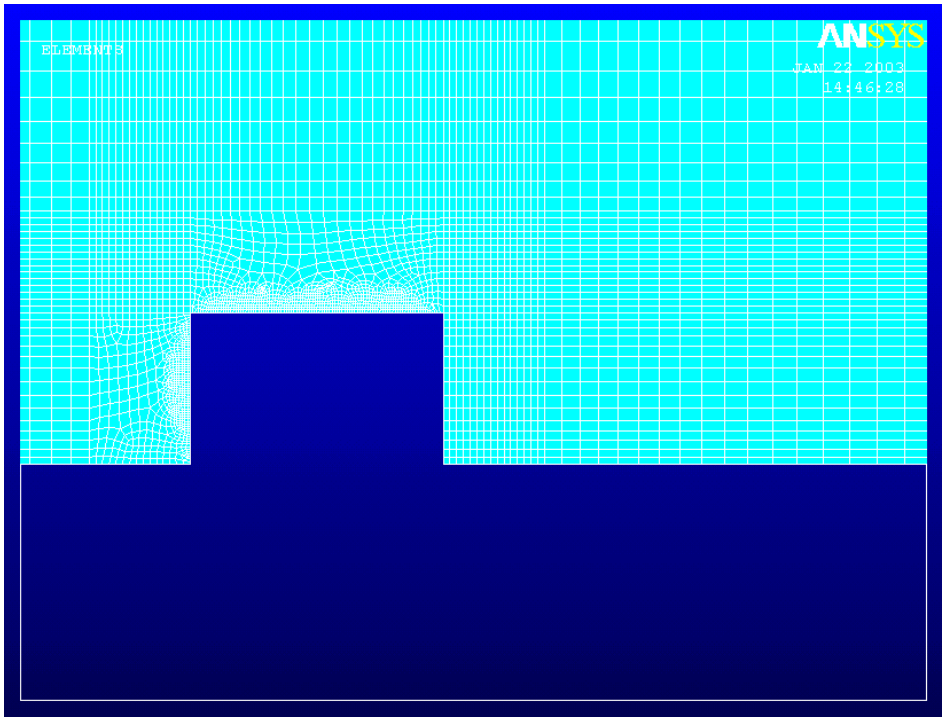
```
clear all;

T = .01;
anzStreifen= 12;
anzSchritte = 20;

V = 5;          %  anfangsgeschwindigkeit
c = 20;         %  reibungskoeffizient
M = 5;          %  gesamtmasse
m = M/anzStreifen;

sumVsoll = V * anzStreifen;

for i = 2 : (anzStreifen+1)
  v(i,1) = V;
  streifenNr(i) = i;
end

v(1,1) = 0;
v(anzStreifen+2,1) = 0;
streifenNr(1) = 1;
streifenNr(anzStreifen+2) = anzStreifen+2;

for i = 1 : (anzStreifen+1)
  F(i,1) = 0;
end

schrittNr(1) = 1;
streifen = v(:,1);
plot(streifen,streifenNr,'-m'); hold on

for j = 2 : anzSchritte
  for i = 1 : (anzStreifen+1)
    F(i,j) = c .* (v(i,j-1) - v(i+1,j-1));
  end;

  sumV = 0;

  for i = 2: (anzStreifen+1)
    a(i,j) = (F(i-1,j) - F(i,j)) ./m;
    dv(i,j) = T * a(i,j);
    v(i,j) = v(i,j-1) + dv(i,j);
    sumV = sumV + v(i,j);
  end;
  v = sumVsoll/sumV *v;

  schrittNr(j) = j;
  streifen = v(:,j);

  plot(streifen,streifenNr,'-g'); hold on

end;

schrittNr(anzSchritte) = anzSchritte;
streifen = v(:,anzSchritte);
plot(streifen,streifenNr,'-r'); hold on
```

ANLAGE 7 – Strömungssimulation, Netzgeometrie

Netzgeometrie „Kontrollraum“

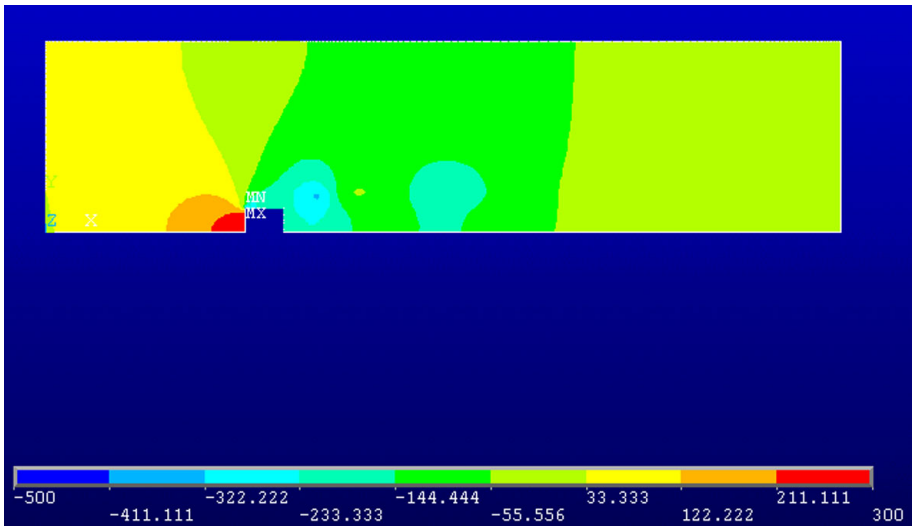


Netzgeometrie „Berandung“

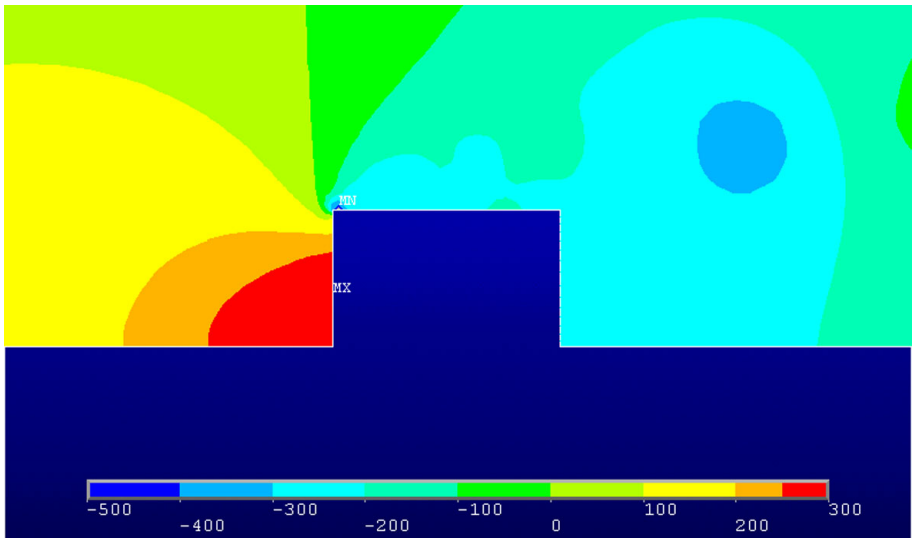


ANLAGE 8 – Auswertung der Simulation mit dem Standard k-ε-Modell

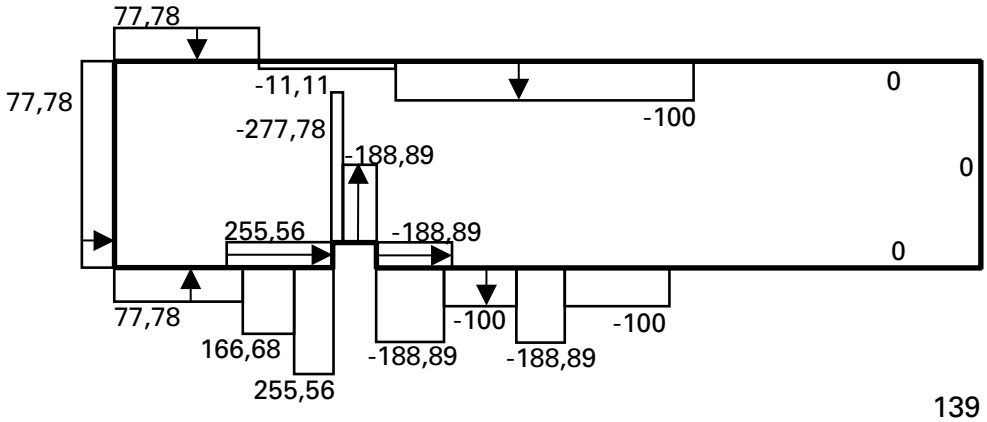
Druckfeld „Kontrollraum“:



Druckfeld „Berandung“:

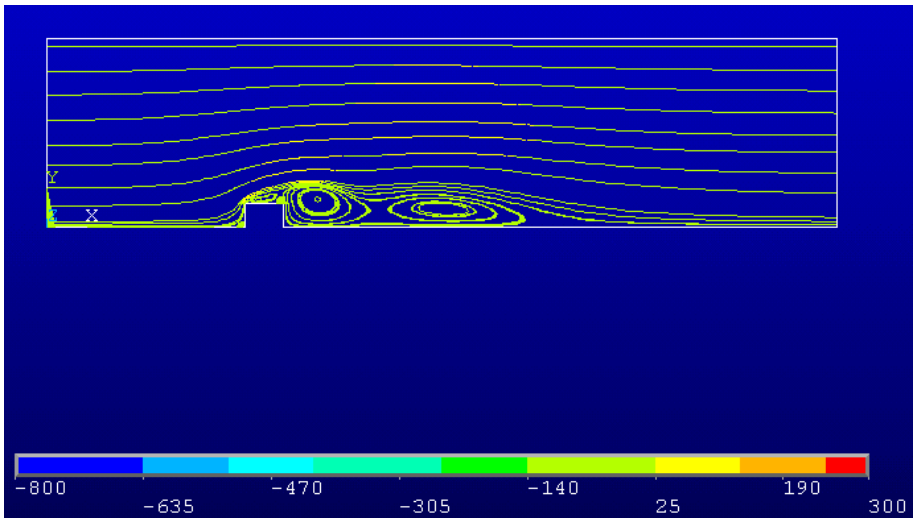


Druckverlauf an den Rändern [Pa]:

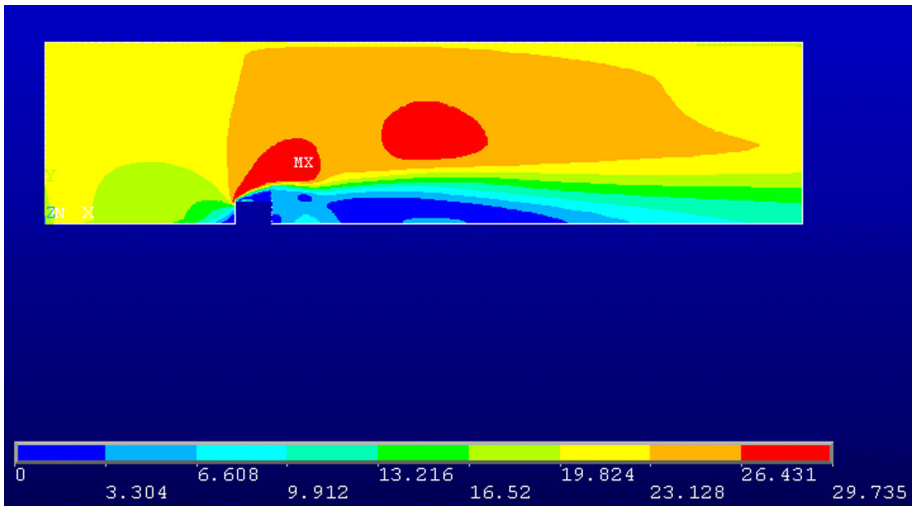


ANLAGE 9 - Auswertung der Simulation mit dem Standard k-ε-Modell

Verlauf der Stromlinien:

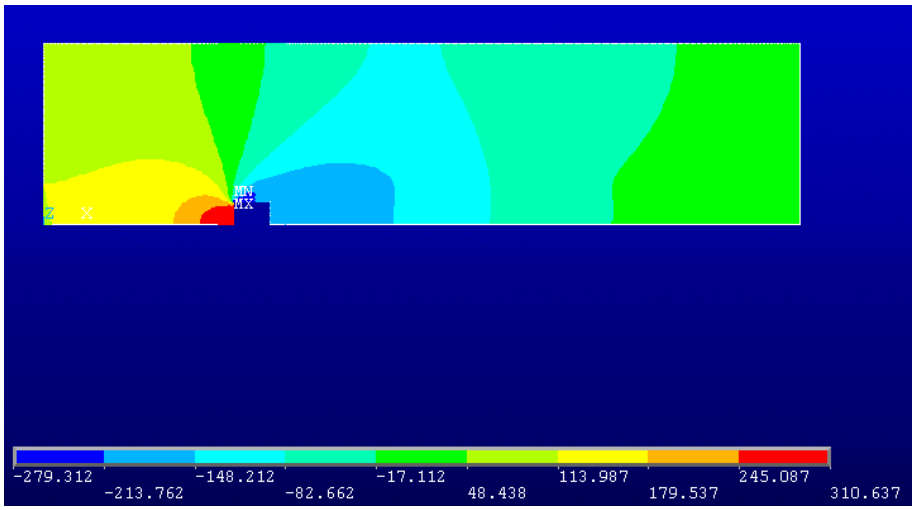


Geschwindigkeitsfeld im Kontrollraum:

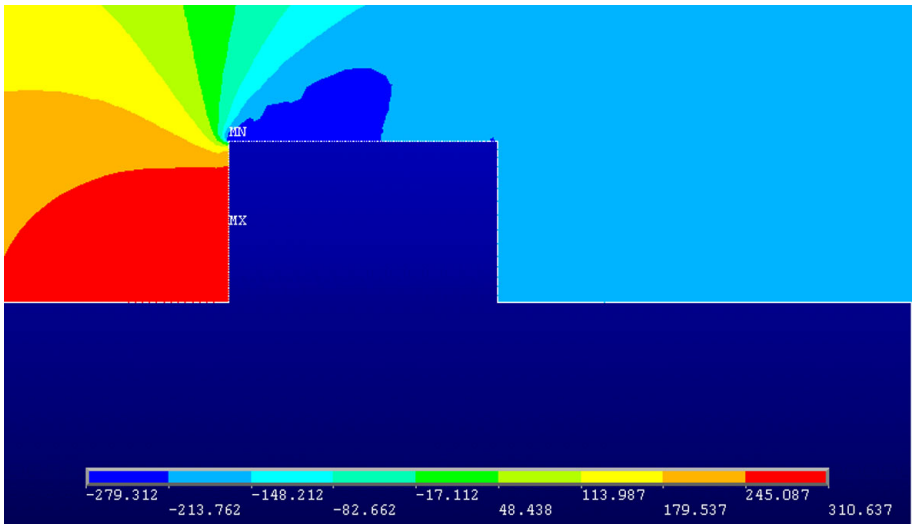


ANLAGE 10 - Auswertung der Simulation mit dem nach Shih, Zhu und Lumley erweiterten k-ε-Modell

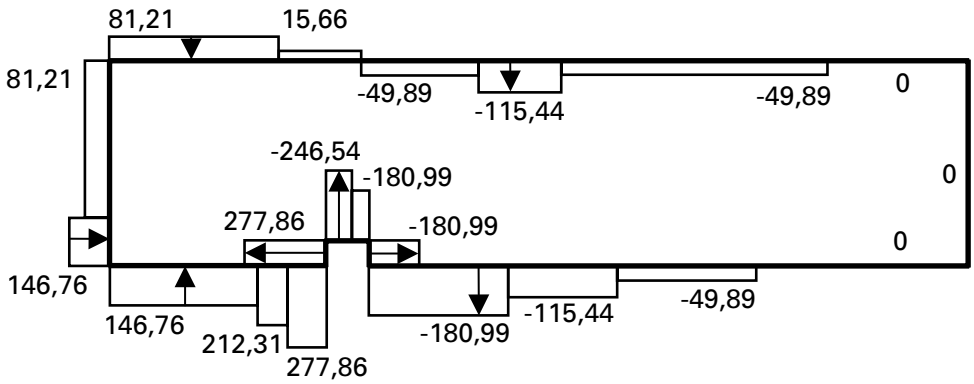
Druckfeld „Kontrollraum“:



Druckfeld „Berandung“:

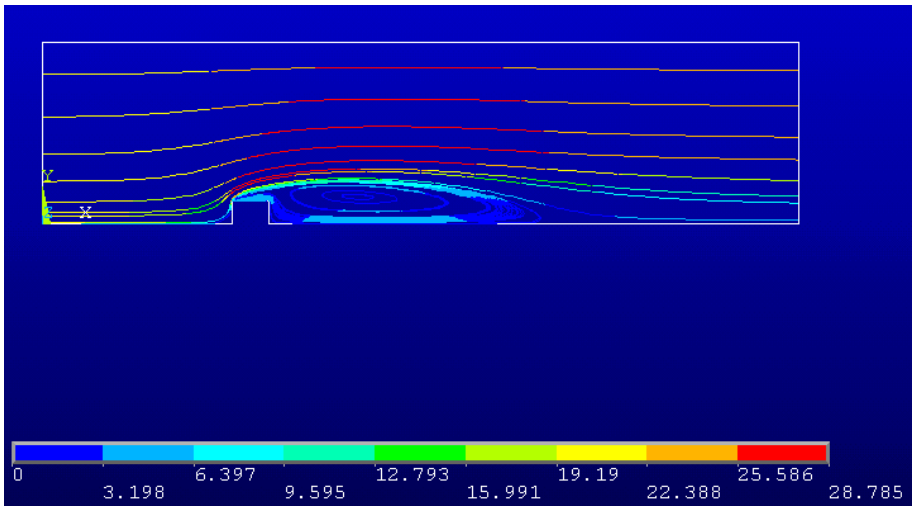


Druckverlauf an den Rändern [Pa]:

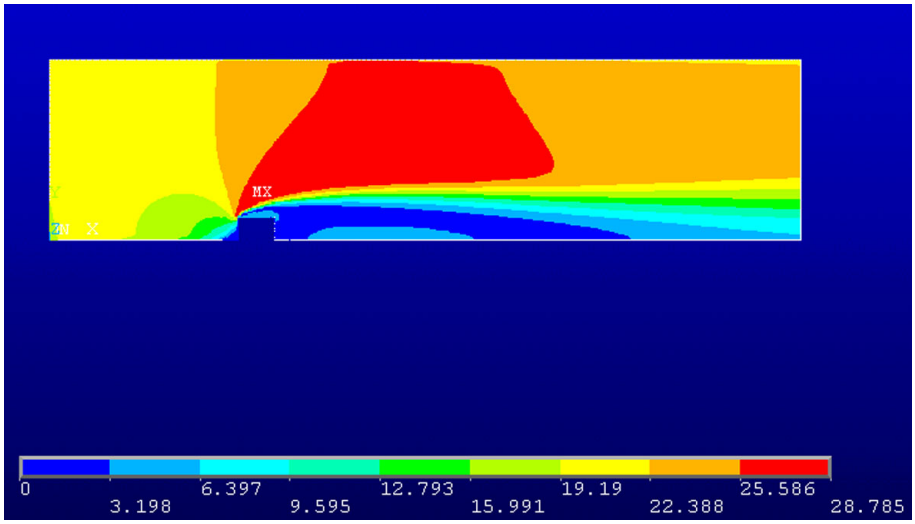


ANLAGE 11 - Auswertung der Simulation mit dem nach Shih, Zhu und Lumley erweiterten k-ε-Modell

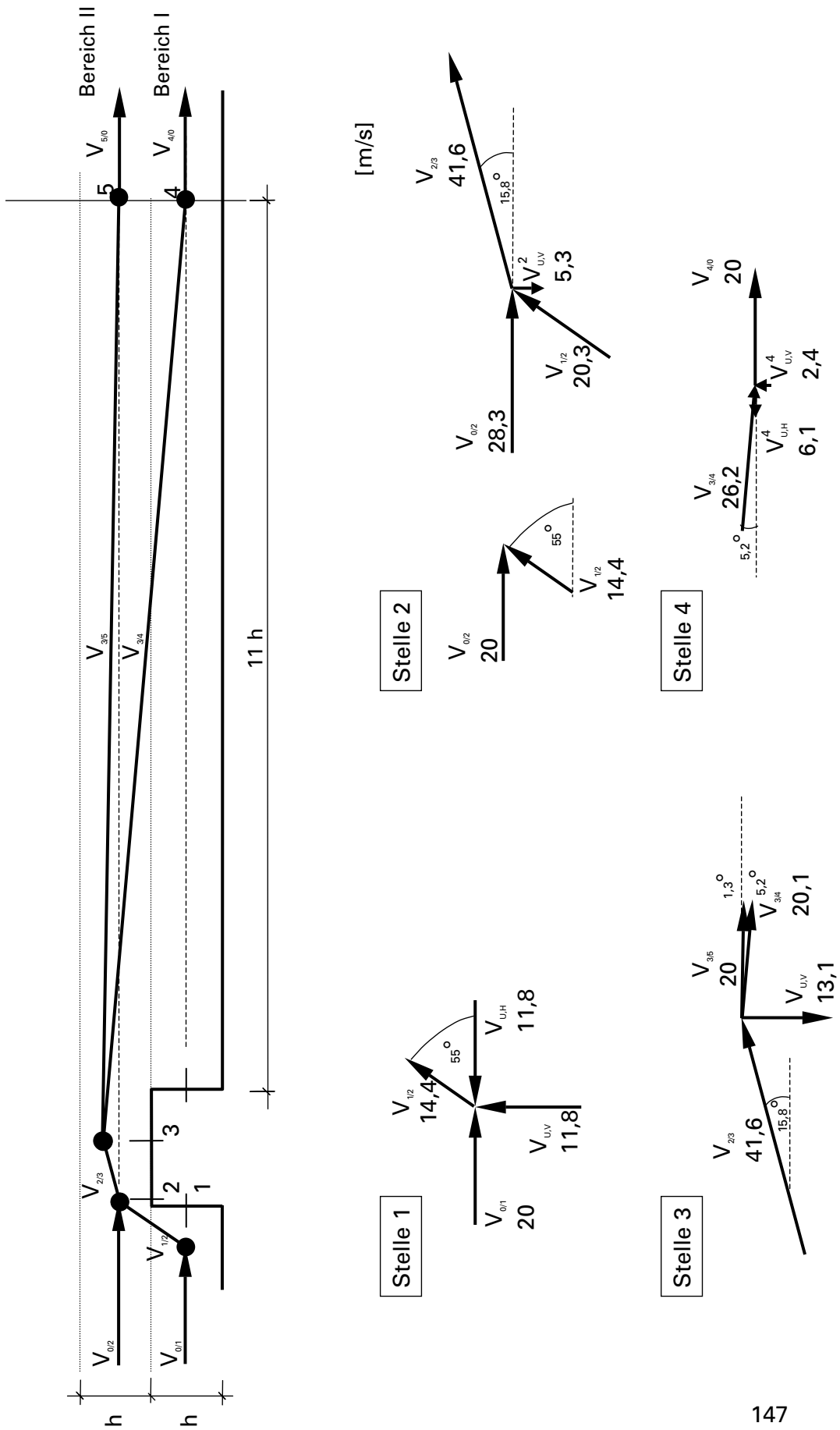
Verlauf der Stromlinien:



Geschwindigkeitsfeld im Kontrollraum:



ANLAGE 12 – Impulsmodell der umströmten Kante



8 Literatur- und Quellenverzeichnis

[1] Ansys, CFD Flotran Analysis Guide 5.7, Ansys Inc, Houston

[2] A. Bachmann, Feldmessungen der Windgeschwindigkeiten an Hochhäusern in Frankfurt/Main, in: Vortragsband der 7. Dreiländertagung D-A-C-H 2001, Windtechnologische Gesellschaft e.V., Aachen, 2001

[3] H. Berneburg, Wirkung unterschiedlicher Anströmarten auf Umströmung und Belastung einfacher Gebäudemodelle, TU Berlin, Dissertation, 1981

[4] G. Berz, R. Hausmann, E. Rauch, Winterstürme in Europa, Schadensanalyse 1999 - Schadenspotenziale, Münchner Rückversicherungs Gesellschaft, 2001

[5] A. Betz, Konforme Abbildung, Springer Verlag, Berlin 1964

[6] J. Briggs, F. D. Peat, Die Entdeckung des Chaos, Deutscher Taschenbuch Verlag, 1999

[7] P. Buchanan, Renzo Piano Building Workshop, Hatje Verlag, 1995

[8] N. J. Cook, The designer`s guide to wind loading of building structures, Verlag Butterworths, London, 1985

[9] K. Daniels, Technologie des Ökologischen Bauens, Birkhäuser Verlag, Basel 1999

[10] DIN 1045-1, in: Betonkalender 2000, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2000

[11] DIN 1055, Teil 4: Lastannahmen für Bauten, Verkehrslasten, Windlasten bei nicht schwingungsanfälligen Bauwerken, August 1986

[12] E Din 1055-4: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 4: Windlasten, Entwurf 03.2001]

[13] J. Eibl, U. Haussler-Combe, Baudynamik in: Betonkalender 1997, Verlag Ernst und Sohn, Berlin, 1997

[14] K. Forster, I. Hutton, M. Mostafari, WYSIWYG – Sauerbruch Hutton Architects, AA Publications, London, 1999

[15] H.J. Gerhardt, Wind loads on high-rise buildings, in: International Conference “Trends in tall buildings”, Frankfurt, Tagungsband, 2001

[16] K. Gersten, Einführung in die Strömungsmechanik, Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1989

[17] D. Gross, W. Hauger, W. Schnell, Technische Mechanik 3, Springer Verlag Heidelberg, 1990

[18] E. Hering, R. Martin, M. Stohrer, Physik für Ingenieure, VDI Verlag, 1989

[19] K. Hirschfeld, Baustatik, Theorie und Beispiele, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg, 1965

[20] G. Hillmann, J. Nagel, H. Schreck, Klimagerechte und Energiesparende Architektur, Verlag C. F. Müller, Karlsruhe 1982

[21] N. Hölscher, WTG-Ringversuche in Grenzschichtwindkanälen, 2. Zwischenbericht, Windtechnologische Gesellschaft e.V. Aachen, 1997

[22] B. Hübner, D. Dinkler, Numerische Analyse aeroelastischer Instabilitäten von Brückenquerschnitten, in: Windeinwirkungen im Bauwesen, Windtechnologische Gesellschaft e. V., Aachen, 2001

[23] K. Hutter, Fluid- und Thermodynamik, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg, 1995

[24] S. Jakirlic, C. Tropea, Läßt sich Turbulenz simulieren?, in: Thema Forschung 1/99]

[25] G. H. Jirka, Hydromechanik, Institut für Hydromechanik der Universität Karlsruhe, 2001, Vorlesungsskript

[26] M. Kasperski, Eine neue Windzonenkarte in Deutschland, in: Vortragsband der 7. Dreiländertagung D-A-C-H 2001, Windtechnologische Gesellschaft e.V., Aachen, 2001

[27] A. Koerte, Zwei Eisenbahnbrücken einer Epoche, Birkhäuser Verlag, Basel,1992

[28] J. Koughan, The collapse of the Tacoma Narrows Bridge, Evaluation of competing Theories of ist Demise, and the effects of the disaster of succeeding bridge designs, Departement of mechanical engineering, University of Texas at Austin, 1996

[29] J. Krause, Raum aus Zeit – Architektur in Bewegung, in: Arch^{+}, Heft 148

[30] Sanford Kwinter, der Genius der Materie. Eisenmans Projekt für Cincinnati, Die Architektur des Ereignisses, in: Arch^{+}, Heft 119/120.,

[31] H. Lamb. Lehrbuch der Hydrodynamik, B.G. Teubner Verlag, Leipzig/Berlin, 1931

[32] M. Link, Finite Elemente in der Statik und Dynamik, B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1984

[33] H. Minkowski, Raum und Zeit (1908); in H.A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski, Das Relativitätsprinzip, Eine Sammlung von Abhandlungen, Teubner Verlag, Stuttgart, 1990

[34] E. Moersch, Die Bemessung im Eisenbetonbau, Verlag Konrad Witwer, Stuttgart, 1950

[35] S. Murakami, A. Mochida Y Hayashi, Scrutinizing k-ε evm and asm by means of LES and wind tunnel for flowfield around cube, in: 8. Symposium on turbulent shear flows, München, September 1991, Tagungsband

[36] S. Murakami, A. Mochida R. Ooka, Numerical Simulation of Flowfield over Surface – mounted Cube with various second moment closure modeks, in: 9. Symposium on turbulent shear flows, Kyoto Japan, August 1993, Tagungsband

[37] H.-J. Niemann, J. Sahlem, Windkanalversuche als Grundlage für sturmsichere Bauwerke, in: Rubin-Wissenschaftsmagazin der Ruhr-Universität Bochum 2/97]

[38] H.-J. Niemann, M. Hortmanns, Die neue DIN 1055 T4, in: Windeinwirkungen im Bauwesen, Windtechnologische Gesellschaft e. V., Aachen, 2001

[39] B. Ochocinski, Numerische Simulation von Luftströmungen für Architekten und TGA-Planer, www.fbta.uni-karlsruhe.de/simbau/luft/luft1.htm

[40] E. J. Plate, Windprofile in der Gebäudeaerodynamik, in Windprobleme in dichtbesiedelten Gebieten, Windtechnologische Gesellschaft, Aachen , 1994

[41] L. Prandtl, K. Oswatitsch, K. Wieghardt, Führer durch die Strömungslehre, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1990

[42] J. C. Rotta, Turbulente Strömungen, B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1972

[43] J. Schlaich, D. Weischede, Detailing of concrete structures, CEB-Bulletin d'information Nr. 150, CEB bureau de Paris, 1982

[44] H. Schlichting, K. Gersten, Grenzschichttheorie, Springer Verlag, 1997

[45] J. Schmalz, Entwicklung von Planungskriterien zur Vermeidung unerwünschter Windgeschwindigkeiten in den Freiräumen von Wohngebieten mit hoher städtebaulicher Dichte, Dissertation, TU Berlin, 1977

[46] Rita J. Schnipke, A streamline upwind finite element method for laminar and turbulent flow, Dissertation, University of Virginia, 1986

[47] Ulrich Schwarz, Emergenz und Morphogenese. Zum Verhältnis von aktueller Architektur und neuem naturwissenschaftlichen Denken, In Bewegung, Oktagon Verlag,1994]

[48] H. Sockel, Aerodynamik der Bauwerke, Vieweg Verlag, 1984

[49] H. Van Oort, B. Stork, Vergleich von CFD-Berechnungen und Windkanalmessungen der Umströmung einfacher geometrischer Körper, in: Windprobleme in dichtbesiedelten Gebieten, 3. WTG-Tagung 1993, Aachen

[50] Vitruvius Pollio, Marcus, Zehn Bücher über Architektur, Übersetzung und mit Anmerkungen versehen von Curt Fensterbusch, Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 1987

[51] D. Weischede, Untersuchungen zum methodischen Konstruieren im Stahlbetonbau, Dissertation, Institut für Massivbau, Stuttgart 1983

[52] K. Wieghardt, Theoretische Strömungslehre, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1965

[53] WTG-Richtlinie, Windtechnologische Gesellschaft e.V., Ruhr-Universität Bochum, Aerodynamik im Bauwesen, 1994

[54] www.fluent.com

[55] www.structurae.de/de/structures/data/str00074.php

[56] J. A. Zuranski, Windeinflüsse auf Baukonstruktionen, Verlagsgesellschaft Rudolf Müller, Köln-Braunsfeld, 1979

9 Lebenslauf

Geboren	21.02.1968
Geburtsort	Nürnberg
Eltern	Ulrike Hentschel, geb. Hecker, Apothekerin Konrad Hentschel, Apotheker
Schulbildung	1974-1978 Volksschule Eibenweg, Nürnberg
	1978-1987 Sigmund-Schuckert-Gymnasium, Nürnberg
Zivildienst	1988-1989 Rotes Kreuz Nürnberg, Mobiler Sozialer Hilfsdienst
Studium	1990-1995 Fachbereich Bauingenieurwesen Technische Universität Darmstadt
	Abschluß: Diplombauingenieur

Tätigkeiten neben dem Studium

1992 – 1994
Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Massivbau der TU Darmstadt

1994 – 1995
Studentische Mitarbeit im Ingenieurbüro für Tragwerksplanung,
Prof. M. Pfeifer, Darmstadt

Berufliche Tätigkeit

1996 – 1998
Als Tragwerksplaner im Ingenieurbüro
Breitschaft + Partner,
Beratende Ingenieure VBI, Nürnberg

1998 - 2003
Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet
Entwerfen und Tragwerksentwicklung
Prof. Dr.-Ing. D. Weischede,
Fachbereich Architektur der TU Darmstadt

seit April 2003
Partner im Ingenieurbüro Dr. Kreutz + Partner,
Beratende Ingenieure, Nürnberg