Numerische Modellierung zur Betriebsoptimierung von Wasserverteilnetzen

Vom
Fachbereich 13
- Bauingenieurwesen und Geodäsie -
der Technischen Universität Darmstadt

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades eines
„Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)“

von

Dipl.-Ing. Christian Hähnlein
aus Wiesbaden

Erstreferent: Prof. Dipl.-Ing. Dr. nat. techn. Wilhelm Urban
Koreferent: Prof. Dr.-Ing. Mohammed Haytham Habbob

Tag der Einreichung: 05. November 2007
Tag der mündlichen Prüfung: 11. Februar 2008

D 17

Darmstadt im Februar 2008

Eine dauerhaft existenzfähige Gesellschaft ist technisch und wirtschaftlich noch immer möglich. Sie könnte lebenswertere Perspektiven haben als eine Gesellschaft, die ihre Probleme durch konstante Expansion zu lösen versucht. Der Übergang zu einer dauerhaft existenzfähigen Gesellschaft erfordert den sorgfältigen Ausgleich zwischen langfristigen und kurzfristigen Zielvorstellungen; der Nachdruck muss auf ausreichende Versorgung, gerechte Verteilung und Lebensqualität und weniger auf Produktionsausstoß gelegt werden. Dazu ist mehr erforderlich als nur Produktivität und Technologie; gefragt sind Reife, partnerschaftliches Teilen und Weisheit.

Aus: *Die Grenzen des neuen Wachstums, 1992*

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen des DFG-Graduiertenkollegs „Technisierung und Gesellschaft“ in Kooperation mit dem Fachgebiet Wasserversorgung und Grundwasserschutz des Instituts WAR der Technischen Universität Darmstadt.

Während der vierjährigen Tätigkeit im Rahmen des Graduiertenkollegs und am Institut WAR konnte ich die interdisziplinäre Zusammenarbeit mit Gesellschafts- und Geisteswissenschaftlern und die unterschiedlichen Teilbereiche des Fachbereichs Bauingenieurwesen kennen lernen. Außerdem konnte ich zur Weiterentwicklung verschiedener Anwendungen und in der Lehre beitragen, sowie den Einsatz des entwickelten Optimierungsmodells am Beispiel einer Versorgungszone eines großen deutschen Wasserversorgungsunternehmens erproben. Dabei konnte bestätigt werden, dass durch die Anwendung eines numerischen Optimierungsmodells zur Steuerung von Kreiselpumpen in Wasserverteilnetzen ein hohes Potenzial zur Einsparung von Pumpenergiekosten vorhanden ist.

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht deshalb die Entwicklung von numerischen Algorithmen in MATLAB zur Implementierung in ein Modell zur optimalen Steuerung von Pumpen zur Reinwasserverteilung in Wasserverteilnetzen auf Basis des Skelett-Modells. Der tägliche Betrieb eines Wasserverteilnetzes kann mit dem entwickelten Optimierungsmodell somit realitätsnah simuliert werden. Die mathematischen und programmiertechnischen Grundlagen dieses Optimierungsmodells werden in dieser Arbeit vorgestellt.

Diese Arbeit wurde nach der „neuen deutschen Rechtschreibung“ in der überarbeiteten amtlichen Fassung vom 01. August 2006 abgefasst.

Wiesbaden im November 2007 Christian Hähnlein

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen, die mich bei diesem Forschungsvorhaben unterstützt haben, herzlich bedanken. Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dipl.-Ing. Dr. nat. techn. Wilhelm Urban[1], der mit großem Engagement die Weiterentwicklung der Betriebsoptimierung auf Basis des Skelett-Modells verfolgt, für die Übernahme des Themas, die Begutachtung und für die Betreuung während der gesamten Zeit. Meinem Zweitgutachter Herrn Prof. Dr.-Ing. Haytham Habbob[2] danke ich herzlich für die Idee zu der vorliegenden Arbeit, die Bereitstellung seiner Vorarbeiten, die große fachliche Unterstützung und die vielen wertvollen Ratschläge für das Gelingen dieser Arbeit. Herrn Prof. Dr. Karl Schilcher[3] und Herrn Dr. Mustapha Azzouz[4] danke ich für die fundierte fachliche Unterstützung beim mathematischen und programmiertechnischen Teil, ohne den diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Ebenfalls bedanken möchte ich mich beim kooperierenden Wasserversorgungsunternehmen für die Möglichkeit, das entwickelte Optimierungsmodell auf Basis eines Messprogramms in der Praxis zu testen.

Des Weiteren möchte ich allen Professorinnen und Professoren, Stipendiatinnen und Stipendiaten sowie assoziierten Mitgliedern des DFG-Graduiertenkollegs „Technisierung und Gesellschaft“ für die interdisziplinäre Zusammenarbeit und die schöne Zeit bei diversen Tagungen, Exkursionen und Seminaren danken. Weiterhin danken möchte ich allen Professorinnen und Professoren sowie Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts WAR für die Unterstützung und die angenehme Arbeitsatmosphäre.

Dem Graduiertenkolleg „Technisierung und Gesellschaft“ der Deutschen Forschungsgemeinschaft und den Freunden der TUD[5] danke ich für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit.

Ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, meiner Freundin, meiner Familie und meinen Freunden für das mir entgegengebrachte Verständnis und deren Unterstützung in schwierigen Situationen.

Diese Arbeit wurde mit LaTeX unter Opensuse-Linux erstellt. Ich danke allen Entwicklern freier Software für die Bereitstellung dieser professionellen Werkzeuge.

[1] Fachgebiet Wasserversorgung und Grundwasserschutz, Institut WAR, TU Darmstadt
[2] Sektion Umweltingenieurwesen, Fakultät für Bauingenieurwesen, Aleppo Universität, Syrien
[3] Fachgebiet Theoretische Elementarteilchen-Physik (ThEP), Universität Mainz
[4] Fachgebiet Theoretische Elementarteilchen-Physik (ThEP), Universität Mainz
[5] Vereinigung von Freunden der Technischen Universität zu Darmstadt E.V.

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird ein numerisches Optimierungsmodell zur optimalen Steuerung des Einsatzes und des Schaltzeitpunktes von Pumpen zur Reinwasserverteilung, unter Berücksichtigung des aktuellen hydraulischen Systemzustandes im Verteilnetz, entwickelt. Das Optimierungsmodell wird mit der in dieser Arbeit geschilderten Funktionalität in MATLAB implementiert. Das Verteilnetz wird dabei als vereinfachtes „semi-virtuelles" hydraulisches Rohrnetzmodell, dem sogenannten Skelett-Modell, abgebildet. Im Skelett-Modell werden nur diejenigen Rohrnetzelemente berücksichtigt, die für eine näherungsweise hydraulische Simulation des Verteilnetzes erforderlich sind. Hierzu werden einige Knoten im Verteilnetz ausgewählt, an denen der Druck in Echtzeit (online) gemessen wird. Zur Bestimmung der Rohrleitungswiderstände und der Knotenentnahmeströme wird die Singulärwertzerlegung als praktikables Lösungsverfahren vorgeschlagen und angewandt.

Die hydraulischen Simulationen bei den Optimierungsrechnungen werden auf Basis des Skelett-Modells mit dem zur Anwendungsreife weiterentwickelten Knoten-Strang-Verfahren durchgeführt. Dabei wird das weiterentwickelte Skelett-Modell in das im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Optimierungsmodell auf Basis der Diskreten Dynamischen Optimierung eingebunden. Das entwickelte numerische Optimierungsmodell berechnet für jeden beliebigen Systemzustand im Verteilnetz ein optimales Steuerregime aller Pumpen bei geringstem Pumpenergieverbrauch unter Einhaltung aller Nebenbedingungen (z.B. minimale Knotendruckhöhen, minimale Behälterwasserstände). Bei der Modellierung muss stets zwischen Verteilnetzen mit und ohne Hochbehälter unterschieden werden.

Das entwickelte numerische Optimierungsmodell wird im Rahmen eines Praxistests in einer ausgewählten Versorgungszone eines großen deutschen Wasserversorgungsunternehmens ohne Hochbehälter getestet. Das Ziel ist hierbei, neben der Verifizierung der Anwendbarkeit des Skelett-Modells als Rohrnetzmodellierungsmethode, das Einsparpotenzial an Pumpenergie durch Anwendung des numerischen Optimierungsmodells gegenüber der in der Praxis verwendeten Steuerungsweise der Pumpen zu berechnen. Als Lösung ergeben sich, im Vergleich zur herkömmlichen Pumpensteuerung und in Abhängigkeit vom untersuchten Betriebszustand, prozentuale Pumpenergieeinsparungen von bis zu 22,3%.

Abstract

The topic of this study is the development of a numerical optimization model for the control of pumps in drinking water distribution networks taking into account the online hydraulics of the system. The developed optimization model with its functionality is implemented in MATLAB. The drinking water distribution network is thereby approximated as a simplified semi-virtual hydraulic model, the so called Skeleton-Model. Only those water distribution network elements that are necessary for an approximate hydraulic simulation are mapped into the Skeleton-Model. For this purpose several junction nodes are selected for real-time (online) measurement of the pressure. For the determination of the pipe resistance and the required flow rate at the junctions a method based on the singular value decomposition is applied.

The Node-String-Method combined with the Skeleton-Model is developed to the point that it can be put into use in hydraulic simulations in optimization calculations. Thereby the refined Skeleton-Model is embedded in a newly developed optimization model based on the discrete dynamic programming. The numerical optimization model determines an optimal control scheme for all pumps for any state of the system in the water distribution network. Thereby all constraints have to be satisfied e.g. the minimal required pressure at the junction nodes or the minimal heads at the storage tanks. There are too different kinds of modeling methods for drinking water distribution networks with or without storage tanks.

The developed numerical optimization model is verified within the context of an on-road test in a selected real water distribution network without storage tank. The objective is the verification of the applicability of the Skeleton-Model as a water distribution network modeling method on the one hand, and the determination of the energy saving potential by application of the numerical optimization model in comparison to the conventionally applied control of pumps on the other hand. The results show that in comparison to the conventionally applied control of pumps savings of pump energy up to 22.3 percent are possible depending on the operation status.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

KAPITEL 1

Einleitung

In dieser Arbeit werden numerische Algorithmen in MATLAB zur Implementierung in ein Optimierungsmodell entwickelt. Das Optimierungsmodell dient zur Betriebsoptimierung des Einsatzes und des Schaltzeitpunktes von Reinwasserpumpen unter Berücksichtigung der aktuellen Hydraulik im Verteilnetz und damit der Minimierung des Pumpenergieverbrauchs bei der Verteilung von Trinkwasser.

1.1 Problemstellung

Die Verknappung von nicht erneuerbaren Ressourcen und steigende Energiekosten führen dazu, dass Betriebsprozesse in der Wasserversorgung optimiert werden müssen. Optimal bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Betriebskosten und damit der Einsatz von natürlichen Ressourcen auf ein Minimum reduziert werden sollen. Dabei spielt die Zeit bis zur Amortisierung von Investitionsmaßnahmen zur Reduzierung der Betriebskosten eine wichtige Rolle. Darüber hinaus gilt, dass die Versorgung mit einwandfreiem Trinkwasser an jedem Ort, zu jeder Zeit und mit erforderlichem Druck sichergestellt sein muss.

Seitdem Personalcomputer und deren weiterhin zunehmende enorme Rechenleistung verfügbar sind, nimmt die Bedeutung von numerischen, d.h. auf Computeralgorithmen basierenden Simulationsmodellen sehr stark zu. Ob beispielsweise in den Natur- und Ingenieurwissenschaften, in der Medizin oder in den Wirtschaftswissenschaften, in den meisten Wissenschaftsbereichen gehören numerische Simulationsmodelle bereits zum Standard. Sie stellen ein leistungsfähiges und effizientes Werkzeug zur Abbildung und Modellierung von naturwissenschaftlichen Vorgängen dar und sind daher auch in vielen ingenieurwissenschaftlichen Bereichen unverzichtbar. In der Wasserversorgung beispielsweise werden numerische Modelle zur Simulation des hydraulischen Verhaltens von Wasserverteilnetzen eingesetzt, jedoch ist in Deutschland der Stand der Entwicklung der Betriebs- bzw. Steuerungsoptimierung in der Wasserversorgung weitestgehend auf die Installierung von Hardware - meist ohne intelligent arbeitende Software - be-

schränkt[1].

Die Implementierung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und in der Praxis getesteten numerischen Optimierungsmodells hat zusätzlich zwei direkte gesellschaftlich relevante Auswirkungen:

1. Zum einen werden durch die ermöglichten Energieeinsparungen die Betriebskosten gesenkt. Diese Einsparungen können an den Verbraucher weitergegeben werden, ohne das Netz zu verändern und ohne die Versorgungssicherheit zu beeinträchtigen.

2. Zum anderen werden durch die Senkung des Energiebedarfs der Pumpen auch natürliche Ressourcen und die Umwelt geschont.

Jahr	**Wasserpreis in $\frac{€}{m^3}$**	**Veränderung zum Vorjahr in %**
1992	1,18	-
1993	1,32	+ 11,7
1994	1,43	+ 8,1
1995	1,49	+ 4,7
1996	1,56	+ 4,5
1997	1,60	+ 2,7
1998	1,64	+ 2,6
1999	1,67	+ 1,6
2000	1,69	+ 1,5
2001	1,70	+ 0,6
2002	1,71	+ 0,6
2003	1,72	+ 0,6
2004	1,77	+ 2,9
2005	1,81	+ 2,3

Tabelle 1.1: Entwicklung der Wasserpreise in Deutschland von 1992 - 2002 (in Euro pro Kubikmeter), Quelle: BGW-Wasserstatistik (2006).

Die Wasserpreise in Europa und insbesondere in Deutschland sind in den letzten Jahrzehnten kontinuierlich gestiegen. In Tabelle 1.1 ist die Entwicklung der letzten Jahre in Deutschland zusammengefasst. Gründe dafür sind die sehr hohe Qualität des Trinkwassers, die hohe Versorgungssicherheit, die zentrale Verteilung des Trinkwassers und vor allem steigende Betriebskosten. Dass hierzulande jederzeit, für jedermann an jedem Ort ein Zugang zu einwandfreiem Trinkwasser mit dem erforderlichen Druck besteht, ist ein beträchtlicher Komfort, der den hohen Lebensstandard in Deutschland erheblich mitbestimmt. Gerade der Mangel an qualitativ hochwertigem Trinkwasser ist ein wesentliches

[1] Cembrowicz R. G. (1990)

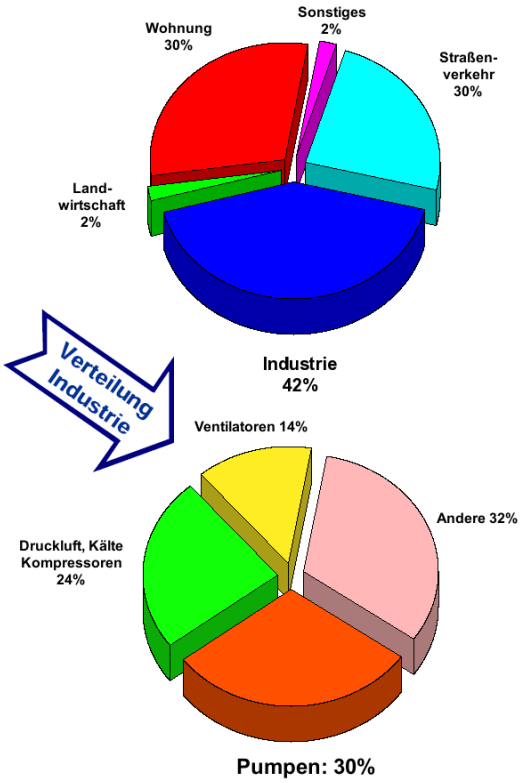


Abbildung 1.1: Energieverbrauch in der Europäischen Union, Quelle: Radgen, P. (2006).

Kennzeichen von Schwellen- und Drittweltländern, die in der Folge mit Mangelerscheinungen und damit zusammenhängenden Krankheiten zu kämpfen haben, die - abgesehen von persönlichen Schwierigkeiten - auch wiederum sehr hohe soziale Kosten verursachen. Der hohe Lebensstandard ist also ein Zustand, der unbedingt auch weiterhin wünschenswert ist. Trotzdem sind die entstehenden Kosten für den einzelnen in vielen Fällen beträchtlich. Eine Reduktion der Trinkwasserpreise ohne Einschränkungen in der Versorgung stellt also eine weitere Verbesserung der Lebensbedingungen in Deutschland dar.

Darüber hinaus ist aber die Einsparung von elektrischer Energie für den Betrieb von Reinwasserpumpen auch umweltpolitisch von höchster Bedeutung. Auch bei der Trinkwasserversorgung werden, in Abhängigkeit von den topographischen Randbedingungen, große Mengen an elektrischer Energie für den Betrieb von Reinwasser- und Brunnenpumpen benötigt. Der Pro-Kopf-Energieverbrauch in Deutschland ist weltweit einer der höchsten. Der Stromverbrauch (brutto) ist in Deutschland seit 1990 um 11% gestiegen und liegt im Jahr 2005 bei 611 TWh. Im afrikanischen Tschad beispielsweise lag im Jahr 1995 der Pro-Kopf-Stromverbrauch bei 4 kWh, in den USA dagegen bei 12711. In China wurden statistisch 780 kWh pro Kopf verbraucht, in Deutschland 6330. Der durchschnittliche Stromverbrauch je Erdbewohner lag bei 2245 kWh. In Tabelle 1.2 ist der Pro-Kopf-

Primärenergieverbrauch und der Anteil an der Weltbevölkerung dargestellt. Beim Pro-

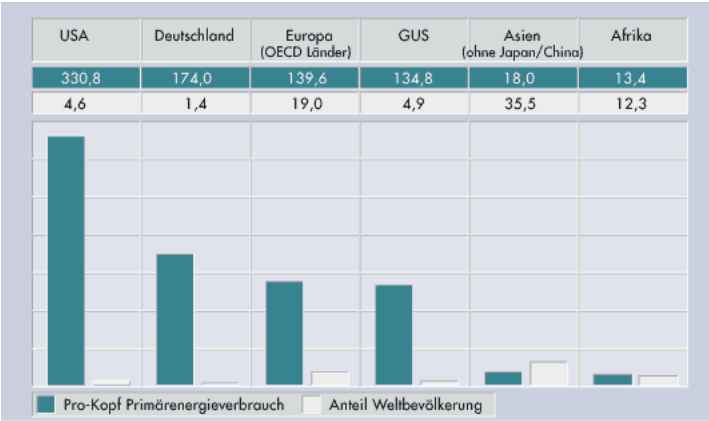


Abbildung 1.2: Pro-Kopf-Primärenergieverbrauch in Gigajoule (GJ) und Anteil an der Weltbevölkerung, Quelle: Bayerisches Staatsministerium für Wirtschaft, Infrastruktur, Verkehr und Technologie (2007).

Kopf-Stromverbrauch rangiert Deutschland in der Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (OECD) im Mittelfeld. Die USA verbrauchen pro Kopf ca. doppelt so viel Strom wie die Deutschen. Trotz erreichter Erfolge bestehen nach wie vor erhebliche Potenziale zur Erhöhung der Stromeffizienz in Deutschland[2].

In Europa fallen in etwa **42%** des Gesamtenergieverbrauchs auf die Industrie, **30%** auf die Haushalte, **24%** auf den Straßenverkehr sowie **4%** auf die Landwirtschaft und Sonstiges. In Abbildung 1.1 ist dies schematisch dargestellt. Ein hoher Anteil des industriellen Energieverbrauchs entsteht durch den Betrieb von Pumpen. Es fallen in der Europäischen Union ca. 30% des Gesamtenergieverbrauchs der Industrie auf den Betrieb von Pumpen. Vielen Pumpen laufen nicht effizient, weil diese entweder ineffizient gesteuert werden, die Anlagen schlecht ausgelegt sind oder veraltete Pumpen verwendet werden. Die Deutsche Energie Agentur[3] hat bei Pumpensystemen in Deutschland ein jährliches Energieeinsparpotenzial von 15 Milliarden KWh pro Jahr errechnet. Das mögliche durchschnittliche Einsparpotenzial setzt sich dabei wie in Tabelle 1.2 dargestellt zusammen. Das Energieeinsparpotenzial beim Betrieb von Pumpen hängt besonders von deren Steuerungsweise ab. Durch die Anwendung eines numerischen Optimierungsmodells zur Bestimmung des optimalen Einsatzes und des optimalen Schaltzeitpunktes in Kombination mit einer optimierten Anlagenauslegung und dem Austausch der Pumpen gegen effizientere neue, ist das Energieeinsparpotenzial bereits beträchtlich.

[2]Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2006)
[3]DENA (2007)

3%	Auswahl von Pumpen mit höherem Wirkungsgrad
4%	Auswahl angepasster Pumpengröße
3%	Bessere Installation / Wartung
10%	Bessere Anlagenauslegung
20%	**Regelung des Pumpensystems**
40%	**Mögliches Einsparpotenzial**

Tabelle 1.2: Durchschnittliche Einsparpotenziale in Pumpensystemen, Quelle: Centre for Renewable Energy Sources 2005.

1.2 Zielsetzung

Die tägliche Versorgung mit Trinkwasser in Verteilnetzen wird, in Abhängigkeit von den topographischen Randbedingungen, üblicherweise mit Kreiselpumpen sichergestellt. Für den Betrieb von Kreiselpumpen ist elektrische Energie erforderlich, die einen großen Anteil an den Betriebskosten von Wasserversorgungsunternehmen haben kann. Infolge gestiegener Energiepreise und der aktuellen Diskussion über Energieeffizienz sowie Klimawandel ist die häufig angewendete, veraltete Steuerung von Pumpen im realen Netzbetrieb zu optimieren.

Obwohl die Entwicklung von hydraulischen Simulationsmodellen, die der Abbildung des hydraulischen Verhaltens vermaschter und verästelter Netze dienen und somit für Langzeitoptimierungsprobleme einsetzbar sind, weit fortgeschritten ist, spielen Optimierungsmodelle für den täglichen Betrieb im Rahmen der Betriebs- bzw. Steuerungsoptimierung (Kurzzeitoptimierung) von Pumpen sowie der Bewirtschaftung der Behälter immer noch eine untergeordnete Rolle. Der reale Betrieb der Pumpen ist infolge der Nichtberücksichtigung der aktuellen Hydraulik im Verteilnetz ineffizient.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines in MATLAB programmierten numerischen Optimierungsmodells zur Optimierung des täglichen Betriebes von Pumpen zur Reinwasserverteilung unter Berücksichtigung der aktuellen Hydraulik im Verteilnetz.

1.3 Struktur der Arbeit

Die Arbeit ist in fünf Hauptkapitel unterteilt. Ausgehend von der Einleitung und einem interdisziplinären Exkurs in Kapitel 1 werden im zweiten Kapitel der Stand der Forschung und die naturwissenschaftlichen Grundlagen zu diesem Thema dargelegt. Dazu werden zu Beginn die allgemeinen mathematischen Grundlagen (Kapitel 2.2) dieser Arbeit und die mathematischen Ansätze zur Modellierung von Rohrnetzelementen (Kapitel 2.3) eines Verteilnetzes erklärt. Daran anschließend werden alle Verfahren zur hydraulischen Simulation von Wasserverteilnetzen (Kapitel 2.4) und die Rohrnetzmodellierung,

d.h. die mathematische Abbildung eines Wasserverteilnetzes in einem numerischen Modell (Kapitel 2.5) vorgestellt. Im letzten Teil (Kapitel 2.6) werden alle mathematischen Optimierungsmethoden und deren Anwendung in der Wasserverteilung beschrieben.

Im dritten Hauptkapitel wird das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und in MATLAB programmierte numerische Optimierungsmodell beschrieben. Ausgehend von einer allgemeinen Beschreibung von Wasserverteilnetzarten und der allgemeinen Darstellung von Optimierungspotenzialen in der Wasserverteilung (Kapitel 3) werden die Module Knoten-Strang-Verfahren (Kapitel 3.3), Skelett-Modell (Kapitel 3.4) und das entwickelte numerische Optimierungsmodell (Kapitel 3.5) für Verteilnetze mit und ohne Hochbehälter detailliert vorgestellt. Zusätzlich wird anhand eines theoretischen Berechnungsbeispiels (Kapitel 3.5.11) das allgemeine Optimierungspotenzial in einem Verteilnetz mit Gegenbehälter aufgezeigt.

Im vierten Hauptkapitel dieser Arbeit werden die Ergebnisse der Anwendung des Optimierungsmodells vorgestellt. Ausgehend von der Auswahl einer Versorgungszone eines deutschen Wasserversorgungsunternehmens (Kapitel 4.3) wird das in der Praxis durchgeführte Messprogramm (Kapitel 4.4) zur Verifizierung des Optimierungsmodells beschrieben. Aus dem Messprogramm ergeben sich verschiedene Betriebszustände, die im ersten Schritt der Erstellung des Skelett-Modells (Kapitel 4.6) dienen. Nach der Festlegung der Nebenbedingungen und Kenndaten (Kapitel 4.7) werden die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für die ausgewählten Betriebszustände (Kapitel 4.8) vorgestellt.

Im fünften und letzten Hauptkapitel wird die gesamte Arbeit kurz zusammengefasst und ein Ausblick für die weitere Forschung gegeben.

1.4 Interdisziplinäre Aspekte dieser Arbeit

1.4.1 Allgemeines

Das DFG-Graduiertenkolleg „Technisierung und Gesellschaft“, in dessen Rahmen diese Arbeit entstand, beschäftigt sich mit verschiedenen interdisziplinären Themen. Das Ziel ist es unter anderem, eine gegenseitige thematische Befruchtung zwischen verschiedenen Fachrichtungen, wie beispielsweise der Soziologie, der Philosophie, der Geschichte, der Linguistik, der Pädagogik und den Ingenieurwissenschaften zu erreichen. In diesem Kapitel werden also, neben der rein ingenieurwissenschaftlichen Herangehensweise bei der Erstellung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten numerischen Optimierungsmodells zur Betriebsoptimierung von Wasserverteilnetzen, auch interdisziplinäre Aspekte betrachtet. Hierzu soll das Thema Netzwerke und Simulation in anderen Disziplinen, wie beispielsweise den Sozialwissenschaften, behandelt werden.

1.4.2 Allgemeine Technologie der Netzwerke

Technische Netzwerke dienen der Grundfunktion des Transports von Stoffen, Energie oder Informationen. Sie stellen räumliche Konkretisierungen von Systemstrukturen dar und können nach formalen oder materiellen Gesichtspunkten klassifiziert werden. Aus diesem gemeinsamen Grundmerkmal aller Netzwerke können einige soziotechnologische Prinzipien abgeleitet werden. Netzwerke stellen ein kollektives Nutzungspotenzial bereit, das erst in notwendig hinzutretenden Nutzungsakten, häufig unter Einsatz privater Endgeräte, realisiert wird. Zu diesem Thema gibt es eine Fülle an Literatur. Verwiesen wird vor allem auf Ropohl[4], Lenk und Ropohl[5], Broch et al.[6], Boysen et al.[7] und Böhme et al.[8].

1.4.2.1 Begriffliche Definition

Die Verwendung von Metaphern spielt in den Sprachen der Natur- und Ingenieurwissenschaften eine bedeutende Rolle. Besonders deutlich wird dies beim Begriff des Netzes oder Netzwerkes. Im ursprünglichen Sinne wird der Begriff des Netzes oder Netzwerkes als ein von Tieren oder Menschen verfertigtes textiles Flächengefüge aus vielfach miteinander verknüpften Fäden, die eine relativ niedrige Fadendichte aufweisen, verwendet. Dabei besteht der größte Teil der Fläche aus Elementen, die als „fadenumgrenzendes Nichts“[9], als Masche oder als „Lakune“ bezeichnet werden[10]. Im metaphorischen Sprachgebrauch werden die Elemente von Netzwerken als „Knoten“ und die Relationen

[4] Ropohl G. (1988)
[5] Lenk H. und Ropohl G. (1978)
[6] Broch J. et al. (2007)
[7] Boysen S. et al. (2007)
[8] Böhme H. et al. (2004)
[9] DIN 61250 (1967)
[10] Schnegelsberg G. (1971): S. 41ff

(Verbindungen) als „Fäden“ bezeichnet. Bei der Graphentheorie werden als Netzwerke Systeme bezeichnet, deren zugrunde liegende Struktur sich mathematisch als Graph modellieren lässt und die über Mechanismen zu ihrer Organisation verfügen. In der modellistischen Sprache der Graphentheorie, die eine spezielle strukturale Systemtheorie darstellt, besteht der Graph dabei aus einer Menge von Elementen, die als Knoten oder Ecken bezeichnet werden und mittels Relationen, den sogenannten Kanten, miteinander verbunden sind. Die Relationen werden bei Wasserverteilnetzen auch als Stränge bezeichnet.

1.4.2.2 Der Netzwerkbegriff in Einzelwissenschaften

In den Sozialwissenschaften wie der Ethnologie, der Soziologie und der Psychologie wird der Netzwerkbegriff als „Soziales Netzwerk“, der eine Beschreibung sozialer Interaktionen beliebigen Typs darstellt, übernommen. In der Politikwissenschaft wird der Netzwerkbegriff bei Politiknetzwerken verwendet. Darunter versteht man in der Steuerungstheorie das Zusammenwirken privater und öffentlicher Akteure in bestimmten Politikbereichen. Andere Autoren verwenden den Begriff des Netzwerkkonzeptes für die allgemeine Bezeichnung verschiedener Formen öffentlich-privater Kooperationen, die nicht unbedingt dezentral organisiert sein müssen. Eine der neuesten Entwicklungen stellt die „Differierende Netzwerktheorie“ (DFN-Theorie) dar[11]. Auch wenn viele Akademiker das mittlerweile für falsch halten, hat sich der Begriff Netzwerk, der auch als Computernetzwerk bezeichnet wird, in der Computerwelt verbreitet. In den Kulturwissenschaften wird neuerdings versucht, den Netzwerkbegriff als Basis zur Verständigung von Einzelwissenschaften über bestimmte Gegenstandsbereiche nutzbar zu machen und somit transdisziplinär zu konzeptualisieren[12].

1.4.2.3 Strukturformen von Netzwerken

Netzwerke besitzen wie alle Systeme nicht nur eine Funktion, die zu Beginn dieses Kapitels als ihr Transportverhalten bestimmt wurde, sondern auch eine in Kapitel 1.4.2.1 beschriebene Struktur. In Abbildung 1.3 sind die Graphen typischer Netzwerkstrukturen, die auch als „Netzwerktopologien“ bezeichnet werden[13], dargestellt. Die Linienstruktur ist die einfachste Form eines Netzwerkes und wird in der Informationstechnik auch als „Bus“ bezeichnet. Aus der Linie entsteht ein Ring, der bereits eine einzelne Masche darstellt, wenn der Endknoten wieder mit dem Anfangsknoten verbunden wird. Werden mehrere Ringe derart verbunden, dass jeweils zwei Ringe mindestens eine Kante und deren anliegende Knoten gemeinsam haben, ergibt sich ein Maschennetz. Verzweigen sich ausgehend vom Anfangsknoten fortschreitend von jedem Knoten zwei oder mehr Kanten, wird eine solche Struktur als Baum oder im Sprachgebrauch von Siedlungswas-

[11] Bockstette C. (2003)
[12] Böhme H. et al. (2004): S. 17ff
[13] Gerke P.R. (1982): S. 41f

serwirtschaftlern auch als Verästelungsnetz bezeichnet. Eine Sonderform der Baumstruktur ist die Sternstruktur. Die Klassifikation solcher Strukturformen ist bei weitem keine

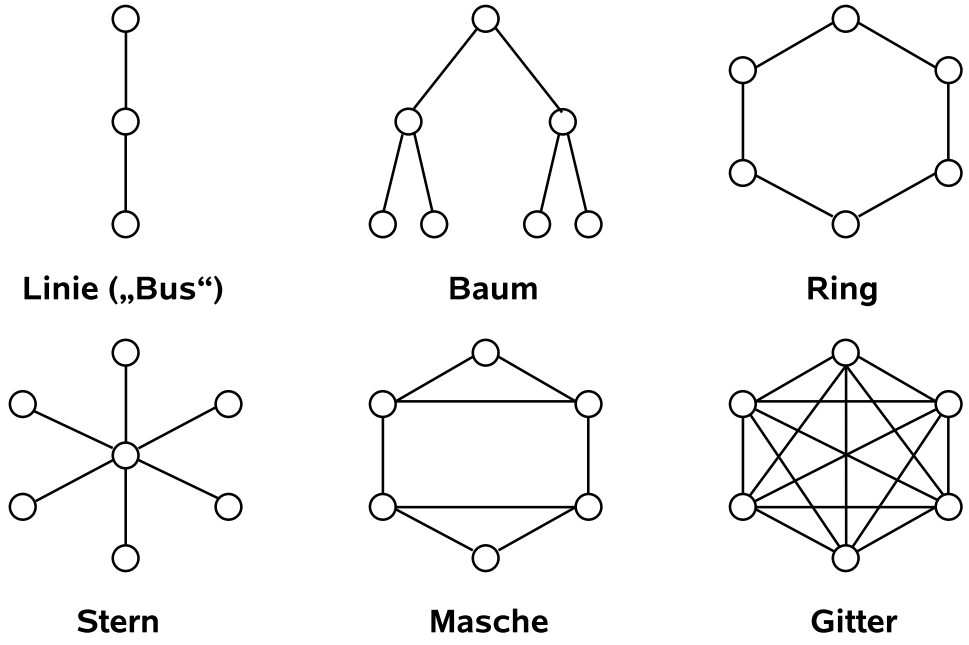


Abbildung 1.3: Netzwerk-Strukturen nach Ropohl G. (1988): S. 156

formale Angelegenheit. Bei der inhaltlichen Betrachtung der Transportfunktion und ihrer sachtechnischen Realisierung ergeben sich jeweils bestimmte Zuordnungen, die ein Optimum an Funktionserfüllung und Realisierungsaufwand darstellen. Soll beispielsweise ein homogenes Gut von einem Ausgangspunkt an eine Vielzahl von Endpunkten bzw. von einer Vielzahl an Ausgangspunkten an einen Endpunkt verteilt werden, empfiehlt sich die Baumstruktur. Dabei kann für große Teile der Transportstrecke eine Kante für zahlreiche Endknoten genutzt werden. Somit sind individualisierte Zuleitungen nur noch im Nahbereich der Endknoten erforderlich. Baumstrukturen finden sich somit bei Abwassersystemen und bei Programmverteilungsnetzen in der Informatik. Bei Wasserversorgungsnetzen hat sich jedoch das Maschennetz durchgesetzt, da sich dadurch die Versorgungssicherheit erhöht und die Verweilzeit des Wassers reduziert. Werden dagegen wechselseitige Transportwege zwischen allen Knoten des Netzes wie beispielsweise bei Telefonnetzen benötigt, wird man zunächst an die dezentrale Lösung der Gitterstruktur denken. Die Sternstruktur mit einem zentralen Vermittlungsknoten leistet dies jedoch, mit geringfügigen Einschränkungen, ebenfalls und spart dabei eine Vielzahl von Netzleitungen ein.

Die Netzstruktur kann man danach unterscheiden, ob die zentralen Knoten der einfachen Verteilung oder Zusammenführung dienen, und danach, ob eine gezielte Vermittlung bewerkstelligt wird. Schließlich ist die Netzstruktur noch dadurch zu charakterisieren, welchen ontologischen Status (Ontologie: Grundstrukturen der Realität) die Fäden bzw.

Kanten aufweisen. Die Fäden des Graphenmodells besitzen bei den meisten technischen Netzwerken reale sachtechnische Entsprechungen in Form von Leitungen, Straßenzügen, Gleissträngen und dergleichen mehr. Es existieren aber auch Netzwerke, in denen die Kanten lediglich **virtuellen** Charakter haben. Dazu gehören vor allem drahtlose Kommunikationsnetzwerke, Flugnetze und das im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelte **Skelett-Modell**.

1.4.2.4 Funktionsformen von Netzwerken

Die zu Beginn festgelegte Transportfunktion bedeutet die zielgemäße Transformation der Raum- und Zeitkoordinaten einer in sich gleichbleibenden Gegebenheit, also die gesteuerte, eine gewisse Zeitspanne beanspruchende Ortsveränderung irgendwelcher Objekte. Dabei erfolgt eine Dreiteilung der Materie in Masse, Energie und Information. In Tabelle 1.3 sind Beispiele für die sich ergebenden drei Klassen von Netzwerken dargestellt. Bezüglich der Transportfunktion muss zwischen **unvollständigen** und **vollständigen** Netzwerken unterschieden werden. Unvollständige Netzwerke bedürfen zusätzlicher Sachsysteme (z.B. Fahrzeuge in Verkehrsnetzen), um eine funktionsfähige Transportfunktion überhaupt zu ermöglichen. Bei vollständigen Netzwerken (z.B. Wasserverteilnetze) wird die Transportfunktion allein durch die physikalisch-konstruktiven Gegebenheiten (Druckdifferenz zwischen Einspeisung und Zapfstelle) ermöglicht. Bei vollständigen Netzen ist also die Transportfunktion permanent durch Betätigung eines Ventils, Schalters oder ähnlichem am Endknoten gewährleistet (z.B. in Wasserverteilnetzen

Kategorie des Transportgutes	Beispiele
Masse (Stoffe, Personen)	Wasserverteilnetz Straßennetz Eisenbahnnetz Flugnetz Brauchwassernetz Kanalnetz
Energie	Gasnetz Stromnetz Fernwärmenetz
Information	Telefonnetz Mobilfunk Internet Rundfunk- und Fernsehnetze Fernseh-Kabelnetz Integriertes Digitalnetz

Tabelle 1.3: Technische Netzwerke.

durch Öffnen eines Wasserhahns). Bei unvollständigen Netzwerken müssen jedoch erst private oder kollektiv disponierte Nutzersysteme in Funktion treten, die in der Regel diskontinuierlich in Betrieb genommen werden.

Weiterhin muss zwischen **logistischen** und **strategischen** Netzwerken unterschieden werden. Bei logistischen Netzwerken erfolgt die Versorgung mit Gütern, die prinzipiell auch auf anderem Wege erbracht werden kann. Bei strategischen Netzwerken wäre die Transportfunktion ohne Netzwerk nicht realisierbar. Ropohl[14] weist im Hinblick auf die ökologische Kritik an „großtechnischen“ zentralisierten Systemen darauf hin, dass logistische Netze durch Alternativen ersetzbar sind, während strategische Netzwerke für die entsprechende soziotechnische Funktion unentbehrlich sind.

1.4.2.5 Netzwerke als soziotechnische Systeme

Technische Netzwerke stehen in soziotechnischen Zusammenhängen. Dabei ist die technische Funktion auf individuelle Nutzer ausgelegt und stellt somit in sich ein gesellschaftliches Verhältnis her. Dabei entspricht die Menge der individuellen Nutzer der Vielzahl der in der Transportfunktion miteinander verknüpften Knoten. Der Nutzer lässt sich dabei auf überindividuelle Regelungen ein. Damit sind nicht nur organisatorische, ökonomische und rechtliche Regelungen gemeint, sondern auch Handlungsregulative, die in Funktion, Struktur und Konstruktion des Netzwerkes technisch inkorporiert sind. Dazu zählen[15]

- Kompatibilitätsprinzip,
- Monopolprinzip,
- Öffentlichkeitsprinzip,
- Dominanzprinzip.

Beim **Kompatibilitätsprinzip** eines Netzwerkes wird die Standardisierung bestimmter Parameter verlangt. Ein klassisches Beispiel ist die Nennweite der Gleise eines Eisenbahnnetzes. Einmal festgelegt, determiniert diese den nachfolgenden Bau von Gleisanlagen und Schienenfahrzeugen. Ein weiteres Beispiel ist die Festlegung der Netzspannung in Stromnetzen, bei der die Nutzer auf bestimmte Anschlussgeräte festgelegt sind. Beim Kompatibilitätsprinzip liegt also ein technischer Sachzwang vor, der vom Netzwerk ausgeht und das Nutzerverhalten bestimmten Mustern unterwirft.

Beim **Monopolprinzip** ist die Konkurrenz artgleicher Netzwerke praktisch ausgeschlossen. Bei strategischen Netzwerken besitzt das Monopolprinzip sogar uneingeschränkte Gültigkeit. Konkurrieren beispielsweise zwei Telefonnetze unverbunden untereinander,

[14] Ropohl G. (1988): S.159
[15] Ropohl G. (1988): S. 159f

wäre die Kommunikation zwischen den Teilnehmern verschiedener Netzwerke unmöglich. Bei logistischen Netzwerken ist Konkurrenz prinzipiell möglich, in vielen Fällen jedoch ökonomisch unzweckmäßig. Bei Wasserversorgungsnetzen beispielsweise müssen die hohen Kosten für die Netzerrichtung und die Netzunterhaltung sinnvollerweise auf viele Anschlüsse verteilt werden. Netzkonkurrenz würde dann den Fixkostenanteil je Anschluss wesentlich erhöhen.

Aus dem Monopolprinzip folgt das **Öffentlichkeitsprinzip**, das die Nutzung aller angeschlossenen Individuen zu garantieren hat. Dabei unterliegt die Teilhabe an einem Netzwerk nicht privatrechtlicher Vertragsfreiheit, wenn individuelles soziotechnisches Handeln auf die Verfügbarkeit eines Netzwerkes angewiesen ist und somit ein Nutzer möglicherweise ausgeschlossen werden könnte. Netzwerke stehen deshalb generell in einem Spannungsverhältnis, das zwischen dem privaten Charakter der Nutzung und den Nutzungsvoraussetzungen besteht[16]. So können nur im Rahmen öffentlich kontrollierter Netzwerke privat angeeignete Subsysteme frei disponiert werden. Infolge der Netzabhängigkeit garantiert das Privateigentum an Nutzersystemen jedoch nicht die uneingeschränkte Verfügungsgewalt (z.B. Verkehrsstau).

Aus dem Kompatibilitäts-, dem Monopol- und dem Öffentlichkeitsprinzip folgt ein Systemzwang, der als **Dominanzprinzip** bezeichnet wird. Es kommt in der soziotechnischen Prägung individuellen Handelns durch Art, Struktur und Organisationsform des jeweiligen Netzwerkes zum Ausdruck. Wird von Netzwerk-Dominanz gesprochen, unterwerfen sich Menschen der Herrschaft der Netzwerke nur in dem Maße, in dem die Nutzungsvorteile freiwillig angenommen werden und sie deren sozioökonomische Nutzungsbedingungen nicht in politischer Willensbildung ihren wirklichen Bedürfnissen anpassen[17].

1.4.3 Einführung in die Simulationstechnik

1.4.3.1 Allgemeines

In diesem Kapitel soll ein kurzer Überblick über die Grundlagen und die Anwendung von Simulationen in verschiedenen Bereichen gegeben werden.

1.4.3.2 Begriffliche Definition

Wird von Simulation oder Simulierung gesprochen, handelt es sich um die Analyse von Systemen, die für die theoretische oder formelmäßige Behandlung zu kompliziert sind. Dabei finden Experimente in einem virtuellen Labor, d.h. im Normalfall mit einem Computer statt. Simulationen basieren auf diversen mathematischen Verfahren zur Modellierung von Systemprozessen und -zuständen, die auf unterschiedlichen Computer-Umge-

[16] Krämer-Badoni T. et al. (1971): S.55
[17] Linde H. (1972)

bungen implementiert sind. Sie leiten sich aus theoretischen Ansätzen, Beobachtungen und Messungen einer oder mehrerer Anwendungsdisziplinen her. Somit bilden Mathematik, Informatik und Disziplinenwissen die Grundlage jeder Simulation. Simulationen erlauben dem Wissenschaftler einen Prozess durch einen anderen zu imitieren. In Abbildung 1.4 ist die prinzipielle Vorgehensweise bei der Simulation dargestellt.

Abbildung 1.4: Vorgehensweise bei der Simulation

1.4.3.3 Anwendungsbeispiele

Die Anwendung von Simulationen ist in den meisten Wissenschaftsbereichen nicht mehr wegzudenken. Eines der bekanntesten Anwendungsbeispiele ist die Simulation des Wetters für die Wettervorhersage. Naturwissenschaftler simulieren die Formation und Entwicklung von Sternen und ganzer Galaxien[18] und die Dynamik von nuklearen Reaktionen[19]. Sozialwissenschaftler beschäftigen sich zum Beispiel mit der Simulation des Ausbruchs von Kriegen[20] und Ökonomen mit der Simulation der Entwicklung einer Volkswirtschaft[21] - um nur wenige Beispiele zu nennen. Die Philosophie ist der einzige Wissenschaftsbereich in dem die Simulation bisher meistens vernachlässigt wurde. In jüngster Zeit wurden jedoch einige Artikel zu diesem Thema veröffentlicht[22].

1.4.3.4 Modell

Zu Beginn einer Simulation findet die Modellfindung statt. Bei der Neuentwicklung eines Modells wird von Modellierung gesprochen. Ist ein vorhandenes Modell für eine zu lösende Problemstellung verfügbar, so müssen die Parameter des Modells eingestellt und kalibriert werden. Der Begriff „Modell“ wird dabei in den einzelnen Wissenschaftsdisziplinen teilweise mit unterschiedlichen Bedeutungen verwendet. Zur Beschreibung eines Modells wird häufig der Ansatz von Bunge[23] verwendet. Dabei ist eine zugrun-

[18] Kippenhahn R. und Weigert A. (1991)
[19] Blättel B. et al. (1993)
[20] Hermann C. und Hermann M. (1972)
[21] Anderson P. et al. (1988)
[22] Hartmann S. (1996): S.1f
[23] Bunge M. (1967)

de liegende Theorie ein integraler Teil eines Modells. Ein Modell besteht dabei aus zwei Komponenten:

- Generelle Theorie und
- Spezielle Beschreibung eines Objektes oder Systems (Modellobjekt).

Das Billiard-Ball-Modell eines Gases illustriert dies: In diesem Fall ist die generelle Theorie die Newtonsche Mechanik, die spezielle Beschreibung enthält Angaben über die Eigenschaften eines Gases. Es gibt in den Natur- und Ingenieurwissenschaften viele Beispiele für Modelle wie die von Bunge. In den Sozialwissenschaften ist es jedoch nicht mehr so einfach, Modelle dieser Form zu finden. Für diese Modelle existiert häufig keine generelle Theorie. Eine Ausnahme bilden die Wirtschaftswissenschaften in denen die mikroökonomische Theorie eine fundamentale Theorie darstellt[24].

Für die Zielsetzung dieses Kapitels ist es also ausreichend, ein Modell als eine „Menge an Annahmen über ein bestimmtes System“ zu charakterisieren[25]. Es muss dabei zwischen **statischen** und **dynamischen** Modellen unterschieden werden. Bei statischen Modellen wird die Zeit nicht berücksichtigt. Ein dynamisches Modell beinhaltet auch Annahmen über die Änderungen eines Systems mit der Zeit. Bei den meisten Modellen in den Natur-, Ingenieur- und Sozialwissenschaften handelt es sich um dynamische Modelle. Besonders in den Sozialwissenschaften werden jedoch oftmals dynamische Aspekte mit statischen Modellen betrachtet, was aber teilweise nicht sinnvoll ist[26].

1.4.3.5 Simulation

Eine Simulation wird ermöglicht, wenn die Gleichungen des grundsätzlich zugrunde liegenden Modells gelöst werden. Dabei ersetzt die Simulation einen realen Prozess durch einen abstrahierten vereinfachten Prozess. Hierbei verweist der Begriff „Prozess“ ausschließlich auf ein System, dessen Zustand sich mit der Zeit ändert. Wird eine Simulation mit Hilfe eines Computers durchgeführt, spricht man von einer Computersimulation. Humphreys[27] erweitert diese Definition und sagt, dass eine Computersimulation eine beliebige computerimplementierte Methode zur Erforschung der Eigenschaften von mathematischen Modellen sei, bei denen analytische Methoden nicht verfügbar sind. Das bedeutet konkret, dass es durch die Verfügbarkeit von Simulationen nicht mehr notwendig ist, fragwürdige Approximationen zur Ableitung analytisch lösbarer Gleichungen durchzuführen. Die meisten besonders interessanten nichtlinearen gewöhnlichen Differenzialgleichungen und die meisten partiellen Differenzialgleichungen besitzen beispielsweise keine analytische Lösung. Bevor numerische Simulationen mit Computern möglich waren, mussten diese Gleichungen sehr stark vereinfacht werden (z.B. durch Linearisierung

[24] Lind H. (1993): S. 493ff
[25] Redhead M. (1980): S. 146
[26] Hartmann S. (1996): S.5
[27] Humphreys P. (1991): S. 501

nichtlinearer Teile). Die daraus gewonnene Lösung war jedoch unter Umständen wenig sinnvoll.

Es muss generell zwischen **kontinuierlichen** und **diskreten** Simulationen unterschieden werden. Bei kontinuierlichen Simulationen sind die zugrunde liegende Raum-Zeit-Struktur und die möglichen Zustände kontinuierlich, d.h. die möglichen Zustandsänderungen je Zeitintervall sind unendlich groß. Das dazugehörige Modell wird dabei gewöhnlich durch Differenzialgleichungen beschrieben. Kontinuierliche Simulation wird beispielsweise auf der Ebene analoger Strom- und Spannungsverläufe bei integrierten Schaltkreisen angewendet. Diskrete Simulationen basieren auf diskreten Raum-Zeit-Strukturen und erlauben somit nur endlich viele Zustandsänderungen je Zeitintervall. Somit sind alle möglichen Zustände des Systems diskret. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Optimierungsmodell ist ein diskretes Simulationsmodell. Auch hier sollte erwähnt werden, dass bei der numerischen Integration einer Differenzialgleichung ebenfalls diskrete Raum-Zeit-Lösungen verwendet werden.

1.4.3.6 Die Funktionen der Simulationen

Zu den verschiedenen Funktionen der Simulationen in der Wissenschaft zählen[28]:

- Simulation als eine Technik: Erforschung der dynamischen Eigenschaften eines Systems,
- Simulation als heuristisches Werkzeug: Entwicklung von Hypothesen, Modellen und Theorien,
- Simulation als Ersatz für ein Experiment: Durchführung von numerischen Experimenten,
- Simulation als Werkzeug für Experimente: Unterstützung bei der Durchführung von Experimenten,
- Simulation als pädagogisches Werkzeug: Verständnis über den Ablauf von Prozessen.

1.4.3.6.1 Simulation als eine Technik: Ein großer Vorteil der Anwendung von Simulation ist, dass Wissenschaftler damit die detaillierte Dynamik eines realen Prozesses erforschen können. In vielen Fällen ist es nicht möglich, Informationen über ein System aus einem Experiment ableiten zu können: Der betrachtete Zeitraum ist entweder zu lang (z.B. Entwicklung von Galaxien) oder zu kurz (z.B. Kernreaktionen). In diesen Fällen ist es ohne Simulationen meist nicht möglich, einen Erkenntnisgewinn aus dem Verhalten eines Systems über die Zeit zu erhalten. Das gilt besonders für sehr komplexe Systeme, die aus vielen untereinander agierenden Subsystemen bestehen. Diese Subsysteme können

[28] Hartmann S. (1996): S.6

beispielsweise in der Physik aus Atomen bestehen oder in der Soziologie aus Menschen.

Weiterhin können bestimmte Approximationen Effekte verhindern, die normalerweise bei der Behandlung mit einem vollständigen Modell auftreten. Deshalb müssen in manchen Fällen die Gleichungen exakt gelöst werden. Dabei bedeutet „exakt", dass die numerische Lösung in diesem Fall nicht exakt im Sinne einer analytischen Lösung ist, obwohl prinzipiell bei der rechnergestützten Bestimmung einer numerischen Lösung einer Differenzialgleichung die Diskretisierung des Raumes und der Zeit beliebig klein gewählt werden kann, was daher eine beliebig genaue Lösung liefert. Eine analytische Lösung ist also eine Lösung, die sich durch die bekannten elementaren Funktionen ausdrücken lässt. Eine numerische Lösung wird dagegen mit einem Computer berechnet und ist selbst keine Funktion.

Die Möglichkeit, mit einem Simulationsvorgang sehr präzise Lösungen von Gleichungen zu finden, hat eine interessante Konsequenz: Es erlaubt die Verifizierung der zugrunde liegenden Theorie oder des zugrunde liegenden Modells. Hierzu sollen die folgenden zwei Fälle vorgestellt werden:

1. Diskrete Simulation: In diesem Fall kann über den Vergleich der Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und den empirischen Daten das zugrunde liegende Modell verifiziert werden.

2. Kontinuierliche Simulation: Dieser Fall ist komplizierter, deshalb werden zwei Fälle betrachtet:

   - Es ist keine zugrunde liegende Theorie vorhanden: Die Ursache für Abweichungen zwischen Simulationsergebnissen und experimentellen Daten kann prinzipiell auf falsche Grundannahmen des Modells zurückzuführen sein. Mit einer Analyse des Modells können jedoch die falschen Annahmen erkannt und beseitigt werden[29].
   - Es existiert eine zugrunde liegende Theorie: Es muss dann zwischen der zugrunde liegenden Theorie und den Grundannahmen des Modells unterschieden werden. Die Ursachen für Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und experimentellen Daten können nun entweder eine falsch zugrunde liegende Theorie, falsche Grundannahmen oder beides sein.

   Laymon[30] hat die folgenden Kriterien, wann die Zulässigkeit einer Theorie bestätigt bzw. nicht bestätigt werden kann, veröffentlicht:

   - Eine wissenschaftliche Theorie ist bestätigt, wenn gezeigt werden kann, dass verbesserte und realistischere Grundannahmen im Modell zu genaueren Simulationsergebnissen führen.

[29] Wissenschaftler entwickeln normalerweise Strategien, um falsche Grundannahmen im Modell zu erkennen. Siehe hierzu z.B. Franklin A. (1986).

[30] Laymon R. (1985): S. 155

- Eine wissenschaftliche Theorie kann nicht bestätigt werden, wenn verbesserte und realistischere Grundannahmen im Modell nicht zu genaueren Simulationsergebnissen führen.

1.4.3.6.2 Simulation als heuristisches Werkzeug: Simulationen spielen eine bedeutende Rolle bei der Entwicklung von Hypothesen, Modellen oder neuen Theorien. Die Analyse von Ergebnissen vieler verschiedener Simulationsdurchläufe mit jeweils verschiedenen Parametern **kann** zum Erkennen von neuen Gesetzmäßigkeiten führen, die sonst nicht von den Grundannahmen hätten abgeleitet werden können. Einige dieser Hypothesen können wieder als Grundannahme eines neuen, einfacheren Modells dienen. Diese Vorgehensweise ist häufig in den Natur- und Ingenieurwissenschaften zu finden. Physiker beispielsweise nutzen diesen Sachverhalt, um die Konsequenzen durch eine vereinfachte Modellierung zu erforschen. Auch bei dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten numerischen Optimierungsmodell wird derart vorgegangen.

Bei weniger komplexen Prozessen können Simulationen, wegen der größeren Ähnlichkeit des Modells zu den zugrunde liegenden Prozessen, ein sehr gutes Abbild dieser geben. Sind die kausalen Zusammenhänge der untersuchten Prozesse jedoch weniger gut verstanden, sollte der Versuch gewagt werden, die Änderungen des zu untersuchenden Prozesses zu imitieren und somit einen Erkenntnisgewinn zu erzielen. Das Modell wird dann als ein Entscheidungshilfesystem bei der Entwicklung neuer Theorien verwendet. Dabei können auch Manipulationen des Modells und der anschließende Vergleich mit der realen Entwicklung versucht werden[31].

Dieser Ansatz führt jedoch zwangsläufig zu Problemen[32]:

1. Der Erkenntnisgewinn ist unter Umständen gering, wenn nicht vollständig verstandene Grundannahmen verwendet werden.

2. Soziale Strukturen sind so komplex, dass auch mit Hochleistungscomputern keine brauchbaren Simulationsergebnisse mit Bezug zur Realität gefunden werden können.

1.4.3.6.3 Simulation als Ersatz für ein Experiment: Simulation kann Wissenschaftlern Erkenntnisgewinne liefern, die mit Experimenten nicht möglich bzw. zu aufwendig wären. Die Durchführung eines Experiments kann also unmöglich sein aufgrund von pragmatischen, theoretischen oder ethischen Gründen. Ein **pragmatisch** unmögliches Experiment wäre beispielsweise die Untersuchung der Bildung von Galaxien. Ein Beispiel für ein **theoretisch** unmögliches Experiment wäre die Untersuchung der Auswirkung von Änderungen fundamentaler Konstanten wie beispielsweise die Ladung eines Elektrons.

[31] Schultz R. und Sullivan E. (1972): S. 10
[32] Hartmann S. (1996): S.10

Ein **ethisch** unmögliches Experiment wäre beispielsweise die Untersuchung der Auswirkungen von hohen Dosen radioaktiver Strahlen auf die Zellsubstanz eines Menschen. Neben Theorie und Experiment stellt die Simulation die dritte Säule der Wissenschaft dar[33].

Die Fragestellung ist nun, was der Unterschied zwischen numerischen Experimenten in den Natur- und Ingenieurwissenschaften und in den Sozialwissenschaften ist. Methodisch unterscheiden sich diese relativ wenig. In den Natur- und Ingenieurwissenschaften beruhen numerische Experimente durchaus stärker auf einer fundierten Basis als in den Sozialwissenschaften. Die Zulässigkeit von Modellen ist in den Natur- und Ingenieurwissenschaften häufig durch Anwendung bei diversen Problemen bereits in einem bestimmten Parameterbereich bestätigt. Weiterhin sind die Modelle in „starke Theorien" eingebunden. Diese solide Basis führt dazu, dass derartige Modelle in den Natur- und Ingenieurwissenschaften vertrauenswürdig sind. In den Sozialwissenschaften führt die häufig fehlende solide Basis dazu, dass numerische Experimente nicht vertrauenswürdig sind[34].

1.4.3.6.4 Simulation als Werkzeug für Experimente: Computersimulationen sind ein hervorragendes Werkzeug zur Unterstützung realer Experimente. Dazu zählen:

- Entwicklung einer Idee,
- Vorauswahl möglicher Systeme und Konfigurationen,
- Analyse von Experimenten.

Eine Idee wird entwickelt, wenn neue Hypothesen bei der Durchführung verschiedener Simulationen durch die Änderung bestimmter Parameter gefunden werden. Dann kann diese Hypothese mit einem realen Experiment überprüft werden.

Eine Vorauswahl möglicher Systeme und Konfigurationen durch Anwendung einer Simulation hat häufig pragmatische Gründe. Es ist beispielsweise in der Hochenergiephysik häufig zu zeit- und kostenaufwendig, die richtigen Parameter eines zu demonstrierenden Prozesses in einem realen Experiment zu finden[35].

Wenn triviale oder wohlverstandene Effekte im realen Experiment als Störgröße auftreten, können Simulationen bei der Analyse von Experimenten helfen den eigentlichen Effekt durch Vernachlässigung dieser Störgrößen sichtbar zu machen. Diese Methodik wird häufig bei realen Experimenten in den Natur- und Ingenieurwissenschaften sowie den Sozialwissenschaften angewendet.

[33] Humphreys P. (1994): S. 103
[34] Hartmann S. (1996): S.11
[35] Barger V. et al. (1986)

1.4.3.6.5 Simulation als pädagogisches Werkzeug: Simulationen liefern einen wertvollen Beitrag zum Verständnis bestimmter Prozesse. Damit ist es möglich, durch Anwendung der Simulation und der Visualisierung der Ergebnisse, ein Verständnis des zugrunde liegenden Prozesses und eine Intuition für die möglichen Auswirkungen durch Änderung der Parameter zu entwickeln. Diese Methodik ist häufig billiger und schneller als die Durchführung realer Experimente (wenn dies überhaupt möglich ist). Voraussetzung dafür ist allerdings, dass das zugrunde liegende Modell vertrauenswürdig ist. Hierbei gibt es keine Unterschiede zwischen den Natur- und Ingenieurwissenschaften sowie den Sozialwissenschaften. Die numerische Simulation wird beispielsweise in den Vorlesungen zur theoretischen Quantenmechanik verwendet, um Lösungen der Schrödinger-Gleichung anschaulich darzustellen. In den Sozialwissenschaften werden z.B. Geburts- und Todesprozesse oder die Entwicklung der Weltbevölkerung und der natürlichen Ressourcen simuliert. In den Ingenieurwissenschaften werden Simulationen bei der Entwicklung neuer Flugzeuge eingesetzt, um das Flugverhalten bereits vor dem ersten Testflug überprüfen zu können.

1.4.4 Schlussfolgerung

In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass Simulationen in allen wissenschaftlichen Disziplinen ein unverzichtbares Werkzeug zum Verständnis von komplexen Prozessen sind. Die Basis einer Simulation ist das zugrunde liegende Modell, das eine generelle Theorie und eine spezielle Beschreibung eines Objektes oder Systems enthält. Mit Hilfe der Simulation werden die Gleichungen des Modells gelöst. Dabei muss generell zwischen kontinuierlichen und diskreten Simulationen unterschieden werden. Mit Simulationen können numerische Experimente durchgeführt werden, die eine Extrapolation von Daten im experimentell nicht mehr zugänglichen Rahmen erlauben. Simulationen können real ablaufende Experimente unterstützen und bieten eine nützliche Methode, um neue Modelle oder Theorien entwickeln zu können.

KAPITEL 2

Stand der Forschung

2.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden alle grundlegenden Zusammenhänge, die bei der Entwicklung des numerischen Optimierungsmodells verwendet werden, vorgestellt. Im ersten Teil geht es dabei um die allgemeinen mathematischen Grundlagen. Im zweiten Teil werden alle mathematischen Grundlagen zur hydraulischen Simulation von Verteilnetzen vorgestellt. Im letzten Teil erfolgt ein Überblick über die mathematischen Optimierungsmethoden sowie deren Anwendung bei der Optimierung von Wasserverteilnetzen.

2.2 Allgemeine mathematische Grundlagen

2.2.1 Newton-Verfahren

Mit dem Newtonschen Näherungsverfahren (benannt nach *Isaac Newton*, auch Newton-Raphson-Verfahren) lassen sich Näherungslösungen für nichtlineare Funktionen, die die Bedingung $F_i(\vec{x}) = 0$ mit $i = 1, ..., m$ und $\vec{x} \in \Re_n$ erfüllen, d.h. Näherungen der Nullstellen dieser Funktion finden. Es gilt allgemein:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_k} = \lim_{x_0 \to x} \frac{F_i(\vec{x}) - F_i(\vec{x}_0)}{(x - x_0)_k} = J_{ik} \tag{2.1}$$

Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial F_i}{\partial x_k}$ der Funktion werden als Jacobi-Matrix J_{ik} bezeichnet. Mit der Startlösung $\vec{x}_0$ zur Gleichung $F_i(\vec{x}) = 0$ ergibt sich die nächste Korrektur zu:

$$(x_1)_k = (x_0)_k - \sum_{i=1}^{m} (J^{-1})_{ki} \cdot F_i(\vec{x}_0) \tag{2.2}$$

mit $k = 1, ..., n$

In Matrixnotation:

$$x_1 = x_o - J^{-1} F(x_0) \tag{2.3}$$

2.2.2 Singulärwertzerlegung (SVD)

2.2.2.1 Allgemeines

Der Begriff „Singulärwert“ wurde erstmalig von Emile Picard um 1910 in Verbindung mit Integralgleichungen verwendet[1]. Picard nutzte in diesem Zusammenhang das Adjektiv „singulär“, um etwas Außergewöhnliches zu bezeichnen. Erst 1965 wurde der erste effektive SVD-Algorithmus von Golub und Kahan[2] publiziert. Eine weitere Variante dieses Algorithmus wurde 1970 von Golub und Reinsch[3] entwickelt. Diese Form wird bis heute verwendet. 1980 wurde der SVD-Algorithmus im Rahmen der ersten MATLAB-Version veröffentlicht[4]. Die SVD ist eines der effizientesten Hilfsmittel der linearen numerischen Algebra. Sie liefert eine Vielzahl wichtiger Informationen über eine Matrix. In manchen Fällen wird die SVD nicht nur ein Problem mit einer Matrix diagnostizieren, sondern dieses auch in einem verallgemeinerten Sinne lösen. Die SVD ist z.B. die Methode der Wahl, um lineare least-square Probleme zu lösen.

Die SVD findet auch Anwendung bei großen Matrizen, deren Dimensionen weit über Zehntausend erreichen können. Die Existenz von präzisen und effizienten Computeralgorithmen für die Berechnung der Pseudoinversen macht die SVD so wertvoll. Die SVD ist ein wichtiges Werkzeug für verschiedene Anwendungen. In diesem Kapitel sollen kurz die wichtigsten Anwendungsgebiete dargestellt werden. Weitere Details finden sich z.B. in Press et al.[5], Höcker und Kartvelishvili[6] sowie Kalman[7].

2.2.2.2 SVD einer Matrix

„Theorem“: Jede Matrix ist invertierbar (im verallgemeinerten Sinne), und demzufolge ist auch jedes lineare Gleichungssystem lösbar. Das lineare Gleichungssystem kann also auch unterbestimmt und inkonsistent sein.

Zur Veranschaulichung dient ein einfaches lineares Gleichungssystem. In den Kapiteln 3.4 und 4.6 sind Details zur Anwendung der SVD zur Erstellung eines Skelett-Modells aus einem Wasserverteilnetz zu finden. Betrachtet wird ein Vektor im n-dimensionalen Raum $\Re_n$. Die Abbildung im linearen Gleichungssystem ergibt einen Vektor im m-dimensionalen Raum $\Re_m$. Das Gleichungssystem wird dargestellt durch eine $m \times n$ Matrix, die den Vektor aus $\Re_n$ in den Vektor $\Re_m$ transformiert.

[1] Stewart G.W. (1992)
[2] Golub G. und Kahan W. (1965)
[3] Golub G. und Reinsch C. (1970)
[4] Moler C. (2006)
[5] Press W. H. et al. (1992)
[6] Höcker A. und Kartvelishvili V. (1995)
[7] Kalman D. (2002)

Hinweis: Der reelle Vektorraum $\Re_n$ wird durch das Skalarprodukt charakterisiert. Es gilt:

$$(\vec{f} \cdot \vec{g}) = \sum_{i=1}^{n} f_i g_i \tag{2.4}$$

2.2.2.2.1 Eigenwertzerlegung: Die Eigenwertzerlegung (EVD) kann bei einer quadratischen und symmetrischen $n \times n$ Matrix A (d.h. $A^T = A$) mit dem Rang n angewendet werden. Es existiert eine orthogonale $n \times n$ Matrix V und eine $n \times n$ Diagonalmatrix Λ sodass gilt

$$A = V \Lambda V^T. \tag{2.5}$$

- Die reellen Eigenwerte λ_k sind die Diagonalelemente der Matrix Λ. Es existieren n Eigenwerte wobei mehrfach vorkommende Eigenwerte jeweils mehrfach gezählt werden müssen. Die Eigenwerte können der Größe nach geordnet werden, $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq ... \geq |\lambda_n|$.
- Die Spalten $\vec{v}_k$ von V sind die orthonormalen Eigenvektoren von A,

$$A\vec{v}_k = \lambda_k \vec{v}_k. \tag{2.6}$$

- Wenn die Matrix A den Rang n hat, so sind die n Eigenvektoren $\vec{v}_k$ linear unabhängig, d.h. sie bilden eine Basis in $\Re_n$.

Werden Matrizen als lineare Transformationen betrachtet, dann überführt die Matrix A den Raum $\Re_n$ in $\Re_m$, und der Vektor $\vec{v}_k$ dient als vorteilhafte Basis. Wenn der Vektor $\vec{f}$ ein beliebiger Vektor in $\Re_n$ ist, dann bilden die Zahlen $(\vec{v}_k \cdot \vec{f})$ die Komponenten von $\vec{f}$ in dieser Basis, d.h.:

$$\vec{f} = \sum_{k=1}^{n} (\vec{v}_k \cdot \vec{f})_n \vec{v}_k. \tag{2.7}$$

Außerdem gilt:

$$A\vec{f} = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k (\vec{v}_k \cdot \vec{f})_n \vec{v}_k \tag{2.8}$$

Hat die Matrix A den Rang $p < n$, dann hat A den Eigenwert 0 mit der Multiplizität $n - p$, d.h. $\lambda_{p+1} = \lambda_{p+2} = ... = \lambda_n = 0$. Die dazugehörigen Eigenvektoren spannen den Nullraum $N(A)$ der Matrix A auf. Aus den Gleichungen (2.7) und (2.8) ergibt sich:

$$\vec{f} = P\vec{f} + \sum_{k=1}^{p} (\vec{v}_k \cdot \vec{f})_n \vec{v}_k. \tag{2.9}$$

Dabei ist Pf die Projektion von f auf $N(A)$. Es gilt:

$$A\vec{f} = \sum_{k=1}^{p} \lambda_k (\vec{v}_k \cdot \vec{f})_n \vec{v}_k. \tag{2.10}$$

Das Ergebnis wird als **Spektraldarstellung** der orthogonalen Matrix A bezeichnet. Diese Darstellung kann dazu dienen, die Funktion einer Matrix zu definieren:

$$G(A)\vec{f} = \sum_{k=1}^{p} G(\lambda_k)(\vec{v}_k \cdot \vec{f})_n \vec{v}_k. \tag{2.11}$$

Das singuläre System: Im Allgemeinen ist die Matrix A eine rechteckige $m \times n$ Matrix oder eine nichtsymmetrische $n \times n$ Matrix. Die Singulärwertzerlegung (SVD) der Matrix A liefert eine nützliche Verallgemeinerung der EVD. Die SVD besagt, dass es die orthogonalen Matrizen U und V und die Diagonalmatrix D gibt, sodass gilt:

$$A = UDV^T, \tag{2.12}$$

wobei U eine $m \times m$, V eine $n \times n$ und D eine diagonale $m \times n$ Matrix ist. Die Diagonalelemente von D, mit:

$$D_{ii} \equiv \sigma_i \tag{2.13}$$

sind stets nicht-negativ und können so angeordnet werden, dass $\sigma_i \geq \sigma_{i+1}$ gilt.

Beispiel 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.553 & -0.833 \\ 0.833 & 0.553 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.2 & 0 & 0 \\ 0 & 4.56 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.464 & 0.737 & 0.491 \\ 0.424 & 0.301 & -0.854 \\ 0.777 & -0.605 & 0.173 \end{bmatrix}$$

Beispiel 2:

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 11 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 11 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.314 & 0.921 & 0.233 \\ 0.792 & -0.118 & -0.599 \\ 0.524 & -0.372 & 0.766 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14.8 & 0 \\ 0 & 6.11 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.399 & 0.917 \\ 0.917 & -0.399 \end{bmatrix}$$

Beispiel 3:

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.447 & 0.894 \\ 0.894 & 0.447 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.0 & 0 \\ 0 & 1.58 \times 10^{-38} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.447 & -0.894 \\ 0.894 & 0.447 \end{bmatrix}$$

Darstellung des singulären Systems: Es sei A eine beliebige $m \times n$ Matrix. Dabei ist der Rang der Matrix stets kleiner gleich dem Minimum der Anzahl an Zeilen oder Spalten $p \leq \min(m, n)$. Die Transformation führt also von $\Re_n$ auf $\Re_m$. Betrachtet wird im ersten Schritt der Definitionsbereich $\Re_n$ und der Wertebereich $\Re_m$ des Gleichungssystems. Zu diesem Zweck wird die $n \times n$ Matrix $\bar{A} \equiv A^T A$ und die $m \times m$ Matrix $\tilde{A} \equiv AA^T$ mit den folgenden Eigenschaften betrachtet (Beweis siehe später):

- Beide Matrizen sind symmetrisch:

$$\bar{A}^T = (A^T A)^T = A^T (A^T)^T = A^T A = \bar{A}.$$

- Das gleiche gilt für $\tilde{A}$.
- Beide Matrizen sind positiv semidefinit:

$$(\bar{A}f \cdot f) = (A^T Af \cdot f) = (Af \cdot Af) = ||Af||_m \geq 0.$$

- Beide Matrizen haben den Rang p mit:

$$p = \dim R(A), \quad n - p = \dim N(A).$$

- Beide Matrizen haben exakt die gleichen Eigenwerte mit der selben Multiplizität.
- Beide Matrizen haben p positive Eigenwerte $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_p^2$, der Eigenwert 0 hat die Multiplizität $n - p$ für die Matrix $\bar{A}$ und $m - p$ für die Matrix $\tilde{A}$. Wenn $m \neq n$ ist, dann hat die Matrix mit der größten Dimension den Eigenwert 0.

Diskussion: $A^T A$ ist symmetrisch, sodass eine EVD:

$$A^T A = VDV^T,$$

mit den Diagonalelementen σ_i^2 und Eigenvektoren $\vec{v}_i$

$$A^T A\vec{v}_i = \sigma_i^2 \vec{v}_i$$

existiert. Die Spalten der Matrix V bilden eine orthonormale Basis $\{\vec{v}_1, \vec{v}_{2,}..., \vec{v}_n\}$ in $\Re_n$. Nachdem das orthogonale Komplement des Nullraums (Kern) A die Beziehung $N(A)_\perp$ $= N(A^T A)_\perp$ erfüllt, gilt dass

- die Menge $\{\vec{v}_1, \vec{v}_{2,}, ..., \vec{v}_p, \vec{v}_{p+1}, ..., \vec{v}_n\}$ den Raum $\Re_n$ aufspannt,
- die Menge $\{\vec{v}_1, \vec{v}_{2,}, ..., \vec{v}_p\}$ den Raum $N(A)_\perp$ aufspannt,
- die Menge $\{\vec{v}_{p+1}, ..., \vec{v}_n\}$ den Raum $N(A)$ aufspannt.

Dann gilt:

$$A\vec{v}_i \cdot A\vec{v}_j = (A\vec{v}_i)^T (A\vec{v}_j) = (\vec{v}_i)^T A^T (A\vec{v}_j) = (\vec{v}_i)^T \sigma_j^2 \vec{v}_j = \sigma_j^2 (\vec{v}_i \cdot \vec{v}_j) = \sigma_j^2 \delta_{ij}. \tag{2.14}$$

Daher ist die Bildmenge $\{A\vec{v}_1, A\vec{v}_2, ..., A\vec{v}_n\}$ orthogonal, und die nicht verschwindenden Vektoren in dieser Menge bilden eine Basis für den Wertebereich von A, der mit $R(A)$ bezeichnet sein soll (R steht für Englisch „range“).

Für jeden Vektor $\vec{v}_k$ ($k = 1, ..., p$), der ein Vektor in $\Re_n$ ist, kann ein Vektor in $\Re_m$ definiert werden. Es gilt:

$$\vec{u}_i = \frac{A\vec{v}_i}{|A\vec{v}_i|} = \frac{1}{\sigma_i} A\vec{v}_i \quad \text{mit} \quad ß = 1, ..., p \tag{2.15}$$

wobei die Gleichung 2.14, d.h. $|A\vec{v}_i| = \sigma_i$ verwendet wurde.

Alle Vektoren $\vec{u}_i$ sind von Null verschieden (da $\vec{v}_i \in N(A)_\perp$ für $i = 1, ..., p$). Sie sind die Eigenvektoren $\tilde{A} = AA^T$ mit den Eigenwerten σ_i^2, da gilt:

$$\begin{aligned}\tilde{A}\vec{u}_i &= AA^T\vec{u}_i = \frac{1}{\sigma_i}(AA^*)A\vec{v}_i = \frac{1}{\sigma_i}A(A^TA)\vec{v}_i \\ &= \frac{1}{\sigma_i}A\sigma_i^2\vec{v}_i = \sigma_i^2\vec{u}_i.\end{aligned}$$

Jeder positive Eigenwert von $\bar{A}$ ist auch ein positiver Eigenwert von $\tilde{A}$. Die Basis $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, ..., \vec{u}_p\}$ kann erweitert werden zur Basis $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, ..., \vec{u}_m\}$ in $\Re_m$, wenn $p < m$ ist. Beachte, dass jeder der $\vec{u}_i$ ein Spaltenvektor mit m Komponenten ist.

Die Vektoren $\vec{v}_i$ und $\vec{u}_i$ sind die Lösungen des *verschobenen Eigenwert Problems*. Es gilt:

$$A\vec{v}_k = \sigma_k\vec{u}_k \quad \text{und} \quad A^T\vec{u}_k = \sigma_k\vec{v}_k. \tag{2.16}$$

Die erste Gleichung folgt aus Gleichung 2.15, die zweite Gleichung ergibt sich wie folgt:

$$\frac{1}{\sigma_k}A^T\vec{u}_k = \frac{1}{\sigma_k^2}A^TA\vec{v}_k = \vec{v}_k. \tag{2.17}$$

Gleichung 2.16 lautet in Matrixnotation:

$$AV = UD \quad (\text{und } A^TU = VD^T). \tag{2.18}$$

wobei die Vektoren $\vec{v}_i$, die Spalten von V und die Vektoren $\vec{u}_i$ die Spalten von U bilden. Die $m \times n$ Matrix D hat die σ_i auf der Hauptdiagonalen, alle anderen Matrixelemente sind gleich Null. Die Gleichung 2.18 kann geschrieben werden als:

$$A = UDV^T, \tag{2.19}$$

was die SVD der Matrix A darstellt.

Zusammenfassung:

Eine reelle $m \times n$ Matrix A kann ausgedrückt werden als $A = UDV^T$, wobei U und V orthogonale $m \times m$ und $n \times n$ Matrizen sind. Die Matrix D ist eine diagonale $m \times n$ Matrix mit den Einträgen σ_i auf der Hauptdiagonalen, alle anderen Elemente sind gleich Null. Die Matrix V entsteht aus der EVD von $A^TA = VDV^T$, wobei D diagonal ist mit Elementen σ_i^2 in absteigender Größe. Die Elemente $\vec{u}_i$ von U sind die nicht verschwindenden Bildvektoren $A\vec{v}_i$, $i = 1, ..., p$ von $\vec{v}_i$ von A, wobei diese Vektoren, falls notwendig, zu $\Re_m$ ergänzt werden müssen. Die positiven Zahlen σ_i werden als **Singulärwerte** bezeichnet, die Vektoren $\vec{u}_i$ und $\vec{v}_i$ werden als **singuläre Vektoren** und die Menge $\{\sigma_k; \vec{u}_k, \vec{v}_k\}$ als **singuläres System** der Matrix A bezeichnet. Die singulären Vektoren $\vec{v}_k$ bilden eine orthogonale Basis in $N(A)_\perp = R(A^T)$. Die singulären Vektoren $\vec{u}_k$ bilden eine orthogonale Basis in $N(A^T)_\perp = R(A)$.

2.2.2.2.2 SVD: Die Singulärwertzerlegung einer Matrix A ist die Verallgemeinerung der Spektraldarstellung einer symmetrischen Matrix. Es sei $\vec{f}$ ein beliebiger Vektor in $\Re_n$, dann gilt:

$$\vec{f} = P\vec{f} + \sum_{k=1}^{p} (\vec{f} \cdot \vec{v}_k)_n \vec{v}_k, \tag{2.20}$$

wobei $P\vec{f}$ die Projektion (Komponente) von $\vec{f}$ auf $N(A)$ ist mit:

$$P\vec{f} = \sum_{k=p+1}^{n} (\vec{f} \cdot \vec{v}_k)_n \vec{v}_k. \tag{2.21}$$

Es gilt dann:

$$A\vec{f} = \sum_{k=1}^{p} (\vec{f} \cdot \vec{v}_k)_n A\vec{v}_k \tag{2.22}$$

oder

$$A\vec{f} = \sum_{k=1}^{p} \sigma_k (\vec{f} \cdot \vec{v}_k)_n \vec{u}_k, \tag{2.23}$$

da $A\vec{v}_k = \sigma_k \vec{u}_k$.

Gleichung 2.23 ist die Spektraldarstellung der Matrix A.

2.2.2.3 Anwendungen

Die SVD wird beispielsweise in den folgenden Bereichen angewendet:

1. **Berechnung der EVD** der $A^T A$ z.B. in der Statistik in Verbindung mit einer Kovarianzmatrix. Die direkte Berechnung von $A^T A$ ist numerisch empfindlich.

2. **Least Square Probleme:**

Es sei $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n\}$ eine Menge von Vektoren und $\vec{b}$ ein gegebener Vektor. Gesucht sind die Koeffizienten $x_1, x_2, ..., x_n$, die die beste Approximation von $\vec{b}$ bilden, in dem Sinne dass

$$\left| \vec{b} - \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i x_i \right| \tag{2.24}$$

minimal wird. Die Gleichung 2.24 kann in der Form geschrieben werden:

$$\left| \vec{b} - A\vec{x} \right| = \min, \tag{2.25}$$

wobei die Spalten von A durch die Vektoren $\vec{a}_i$ mit:

$$A = [\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n] \tag{2.26}$$

aufgebaut sind. Dieses Variationsproblem wird durch die Eulersche Gleichung mit:

$$A^T A\vec{x} = A^T \vec{b} \tag{2.27}$$

gelöst.

3. **Pseudoinverse**

Wenn $D = (s_{ij})$ eine reelle $n \times m$ Matrix von diagonaler Form ist, dann wird eine $m \times n$ Matrix definiert durch

$$D^+ = (s_{ji}^+) = \begin{cases} = \frac{1}{s_{ii}} & \text{für } i = j \text{ und } s_{ii} \neq 0 \\ = 0 & \text{sonst,} \end{cases} \tag{2.28}$$

d.h. D^+ wird aus D konstruiert durch Transposition und Ersetzung der nicht verschwindenden Elemente auf der Diagonalen durch ihr Inverses.

Wenn $A = UDV^T$, dann ist die Moore-Penrose-Inverse[8] [9] oder Pseudoinverse definiert durch:

$$A = UDV^T \quad \rightarrow \quad A^+ = VD^+U^T. \tag{2.29}$$

Wenn $A\vec{x} = \vec{b}$ ein (möglicherweise unterbestimmtes oder inkonsistentes) lineares Gleichungssystem darstellt, dann wird die **Pseudolösung** definiert durch

$$A\vec{x} = \vec{b} \quad \rightarrow \quad \vec{x} = A^+\vec{b} = VD^+U^T\vec{b}, \tag{2.30}$$

wobei

$$D^+ \equiv diag[\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, ..., \frac{1}{\sigma_k}, 0, 0, ..., 0]_{n \times m} \tag{2.31}$$

ist. Wenn $\sigma_{l+1} \ll \sigma_l, \sigma_{l-1}, ..., \sigma_k$, dann wird auch $\frac{1}{\sigma_k} = 0$ für $k > l$ gesetzt.

Eigenschaften der Pseudoinversen:

- Die Norm des Fehlers $A\vec{x}^+ - \vec{b}$ ist minimal.
- Die Norm von $\vec{x}^+$ ist minimal.

Spezialfälle: $\vec{x}^+$ ist die eigentliche Lösung im Fall eines eindeutig lösbaren Systems. $\vec{x}^+$ ist die Lösung mit der kleinsten Norm in einem linearen System mit mehreren Lösungen.

2.2.2.3.1 Beispiele: Bei diskreten inversen Problemen ist die Lösung der Matrix A oft rangdefizient. Kleine Fehler in Daten von $\vec{b}$ bewirken dann größere Änderungen in der Lösung $\vec{x}$. Betrachtet wird dazu das folgende Beispiel:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4.001 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{und } \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

[8] Moore E.H. (1920)
[9] Penrose R. (1955)

Die Matrix A hat den Rang 3 (ist aber aber sehr nah an Rang 2) und ist invertierbar. Die Lösung lautet:

$$\vec{x} = A^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} -1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}.$$

Wenn die Daten $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.005 \\ 1 \end{bmatrix}$ geringfügig verändert werden, ändert sich die Lösung jedoch völlig. Es gilt:

$$\vec{x} = A^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} 4.0 \\ -9.0 \\ 5.0 \end{bmatrix}.$$

Der Schlüssel zu diesem Problem liegt in der SVD. Es gilt:

$$U = \begin{bmatrix} 0.518 & -0.48 & -0.708 \\ 0.518 & -0.482 & 0.707 \\ 0.68 & 0.733 & 8.25 \times 10^{-4} \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} 10.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0.334 & 0 \\ 0 & 0 & 2.88 \times 10^{-4} \end{bmatrix};$$

$$V^T = \begin{bmatrix} 0.396 & 0.561 & 0.727 \\ 0.822 & 0.135 & -0.553 \\ 0.409 & -0.816 & 0.408 \end{bmatrix}.$$

Die Konditionszahl der Diagonalmatrix D ist sehr groß. Sie beträgt $10.4/(2.88 \times 10^{-4}) = 3.61 \times 10^4$. Zur Stabilisierung wird nun die Pseudoinverse $X = VD^+U^T$ verwendet. Es gilt:

$$X = \begin{bmatrix} 0.396 & 0.561 & 0.727 \\ 0.822 & 0.135 & -0.553 \\ 0.409 & -0.816 & 0.408 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{10.4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.334} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.518 & -0.48 & -0.708 \\ 0.518 & -0.482 & 0.707 \\ 0.68 & 0.733 & 8.25 \times 10^{-4} \end{bmatrix}^T;$$

$$X = \begin{bmatrix} -1.16 & -1.17 & 1.83 \\ -0.166 & -0.167 & 0.333 \\ 0.831 & 0.834 & -1.17 \end{bmatrix}.$$

Die Inverse ist nun stabil. Es gilt:

$$X \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.0 \\ 0.495 \end{bmatrix}; \quad X \begin{bmatrix} 1 \\ 1.005 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.506 \\ -8.35 \times 10^{-4} \\ 0.499 \end{bmatrix}.$$

Beispiel für ein MATLAB-Code:

```
c1=[1 2 4 8]'
c2=[3 6 9 12 ]'
c3=c1-4*c2+0.0001*(rand(4,1)-0.5*[1 1 1 1 ]')
c4=[3 5 8 7]'
b=2*c1-7*c2+0.001*(rand(4,1)-0.5*[1 1 1 1]')
A=[c1 c2 c3 c4]
[U,D,V]=svd(A)
G=D'
G(1,1)=1/D(1,1)
G(2,2)=1/D(2,2)
G(3,3)=1/D(3,3)
r1=b-A*V*G*U'*b
e1=sqrt(r1'*r1)
tol=0.001
B=pinv(A,tol)
x=B*b
```

2.2.2.3.2 SVD einer quadratischen Matrix: Wenn die Matrix A quadratisch ist, dann sind die Matrizen U, V und D ebenfalls quadratisch. Alle Matrizen haben die gleiche Dimension. Ist die Matrix A nicht-singulär, so ist die verallgemeinerte Inverse gleich der Inversen und die Singulärwerte sind die Absolutwerte der Eigenwerte der Matrix A. Die Inverse der Diagonalmatrix D erhält man, indem die Diagonaleinträge (Singulärwerte) durch die Reziproken ersetzt werden. Die Matrix A kann auch singulär sein, d.h. mindestens ein Singulärwert ist gleich Null. In diesem Fall kann die Matrix A nicht invertiert werden, d.h. es existiert nur die Pseudoinverse. Es werden in der Matrix D^+ nur die nicht-verschwindenden Singulärwerte durch ihren Reziprokwert ersetzt (**abgeschnittene Singulärwertzerlegung**). Die verbleibenden Diagonalelemente setzt man gleich Null. Bei den orthogonalen Matrizen U und V entspricht die Inverse der Transponierten. Ist die Matrix A selbst orthogonal, sind alle Singulärwerte σ_k gleich 1. Das folgende Beispiel soll die Lösung eines linearen Gleichungssystems mit der SVD exemplarisch darstellen. Gegeben ist das folgende Gleichungssystem in der Form $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$:

$$\begin{aligned} 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 &= 24 \\ -6 \cdot x_1 - 19 \cdot x_2 + 24 \cdot x_3 &= 0 \\ -6 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 &= -11. \end{aligned}$$

Die Matrix A nimmt dann die folgende Gestalt an:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 5 \\ -6 & -19 & 24 \\ -6 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Die Singulärwertzerlegung liefert die Matrizen:

$$U = \begin{pmatrix} 0.2177 & \text{- } 0.6352 & 0.7410 \\ 0.9708 & 0.0628 & \text{- } 0.2314 \\ 0.1005 & 0.7697 & 0.6304 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 32.1264 & 0 & 0 \\ 0 & 7.1455 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9148 \end{pmatrix};$$

$$V^T = \begin{pmatrix} \text{- } 0.1797 & \text{- } 0.9658 & \text{- } 0.1868 \\ \text{- } 0.6180 & 0.2586 & \text{- } 0.7425 \\ 0.7654 & \text{- } 0.0180 & \text{- } 0.6433 \end{pmatrix}.$$

Die inverse Matrix A^+ errechnet sich nach Gleichung 2.29 zu:

$$A^+ = \begin{pmatrix} \text{- } 0.0667 & 0.0333 & \text{- } 0.2333 \\ \text{- } 0.6286 & 0.1714 & \text{- } 0.4857 \\ \text{- } 0.5143 & 0.1857 & \text{- } 0.4429 \end{pmatrix}.$$

Die Lösung des Gleichungssystems ergibt sich zu:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \text{- } 0.0667 & 0.0333 & \text{- } 0.2333 \\ \text{- } 0.6286 & 0.1714 & \text{- } 0.4857 \\ \text{- } 0.5143 & 0.1857 & \text{- } 0.4429 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ 0 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9667 \\ \text{- } 9.7429 \\ \text{- } 7.4714 \end{pmatrix}.$$

2.2.2.3.3 SVD mit weniger Gleichungen als Unbekannten: Sind in einem linearen Gleichungssystem weniger Gleichungen M als Unbekannten N vorhanden, dann existiert keine eindeutige Lösung. Normalerweise gibt es dann $N - M$ dimensionale Lösungsfamilien. Mit der SVD kann dann der gesamte Lösungsbereich gefunden werden. Gegeben sind die Matrix A und der Vektor $\vec{b}$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 3 & -56 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Die Singulärwertzerlegung liefert die Matrizen:

$$U = \begin{pmatrix} \text{-0.0529} & 0.9986 \\ 0.9986 & 0.0529 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 56\ .1567 & 0 & 0 \\ 0 & 9.2424 & 0 \end{pmatrix};$$

$$V^T = \begin{pmatrix} 0.0515 & 0.2333 & -0.9711 \\ -0.9986 & 0.0038 & -0.0520 \\ -0.0085 & 0.9724 & 0.2331 \end{pmatrix}.$$

Die Pseudoinverse von A^+ errechnet sich nach Gleichung 2.29 zu:

$$A^+ = \begin{pmatrix} 0.0252 & 0.0022 \\ 0.0013 & -0.0177 \\ 0.1051 & 0.0054 \end{pmatrix}.$$

Die Lösung des Gleichungssystems ergibt sich zu:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -0.0710 \\ -0.0395 \\ -0.3044 \end{pmatrix}.$$

Die Lösung ist derjenige dreidimensionale Vektor, der von dem in diesem Beispiel zweidimensionalen Wertebereich der möglichen Ergebnisse den kleinsten Abstand hat.

2.2.2.3.4 SVD mit mehr Gleichungen als Unbekannten: Gegeben sind die Matrix A und der Vektor $\vec{b}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 \end{pmatrix};$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Die Singulärwertzerlegung liefert die Matrizen:

$$U = \begin{pmatrix} -0.1589 & 0.7794 & 0.5281 & 0.2974 \\ -0.3108 & 0.4865 & -0.8164 & 0.0088 \\ -0.5388 & 0.0473 & 0.2246 & -0.8106 \\ -0.7667 & -0.3920 & 0.0637 & 0.5044 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 22.6557 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3109 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0000 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$V^T = \begin{pmatrix} -0.4954 & -0.7667 & -0.4082 \\ -0.5738 & -0.0640 & 0.8165 \\ -0.6522 & 0.6388 & -0.4082 \end{pmatrix}.$$

In der Diagonalmatrix D ist der Singulärwert $D_{3,3}$ gleich Null. Das bedeutet, dass im Gleichungssystem nur zwei Gleichungen linear unabhängig sind. Das Gleichungssystem ist also unterbestimmt, obwohl 4 Gleichungen für 3 Unbekannten vorhanden sind. Die least square Lösung des Gleichungssystems ergibt sich zu:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -0.4921 \\ -0.0771 \\ 0.3379 \end{pmatrix}.$$

2.3 Modellierung der Rohrnetzelemente

Um Optimierungsrechnungen durchführen zu können, muss das Verteilnetz als numerisches Modell abgebildet werden. Jedes einzelne, für eine ausreichend genaue Abbildung notwendige Rohrnetzelement, wird mit Hilfe von mathematischen Gleichungen beschrieben. In Abhängigkeit von der gewünschten Genauigkeit des Ergebnisses können bzw. müssen Vereinfachungen vorgenommen werden. Ein Wasserverteilnetz wird als ein Gebilde aus Strängen und Knoten (Behälter- und Nicht-Behälter-Knoten) modelliert. Die Tabellen 2.1 und 2.2 geben einen kurzen Überblick über die Beschreibung der Rohrnetzelemente und die verwendete Symbolik.

Netzelement	**Model-lierung**	**Index-menge**	**Variable**	**Vektor**	**Dimension**
Behälterknoten	Knoten i	$\tilde{B}$	$\tilde{H}_i, \tilde{c}_i$	$\tilde{H}, \tilde{c}$	$\tilde{b}$
Reinwasserbehälter	Knoten i	$\hat{B}$	$\hat{H}_i, \hat{c}_i$	$\hat{H}, \hat{c}$	$\hat{b}$
Hochbehälter	Knoten i	$\breve{B}$	$\breve{H}_i, \breve{c}_i$	$\breve{H}, \breve{c}$	$\breve{b}$
Verzweigung, Entnahmen	Knoten i	$\bar{B}$	$\bar{H}_i, \bar{c}_i$	$\bar{H}, \bar{c}$	$\bar{b}$
Strang	Strang (j,k)	$\bar{L}$	$\bar{R}_{jk}, \bar{Q}_{jk}$	$\bar{R}, \bar{Q}$	$\bar{l}$
selbsttätiges Regelorgan	Strang (j,k)	$\tilde{L}$	$\tilde{R}_{jk}, \tilde{Q}_{jk}$	$\tilde{R}, \tilde{Q}$	$\tilde{l}$
gesteuertes Regelorgan	Strang (j,k)	$\breve{L}$	$\breve{R}_{jk}, \breve{Q}_{jk}$	$\breve{R}, \breve{Q}$	$\breve{l}$
Pumpe, starr	Strang (j,k)	$\hat{L}$	$\hat{R}_{jk}, \hat{Q}_{jk}$	$\hat{R}, \hat{Q}$	$\hat{l}$
Pumpe, drehzahlgeregelt	Strang (j,k)	$\widehat{L}$	$\widehat{R}_{jk}, \widehat{Q}_{jk}$	$\widehat{R}, \widehat{Q}$	$\widehat{l}$

Tabelle 2.1: Einteilung der Rohrnetzelemente.

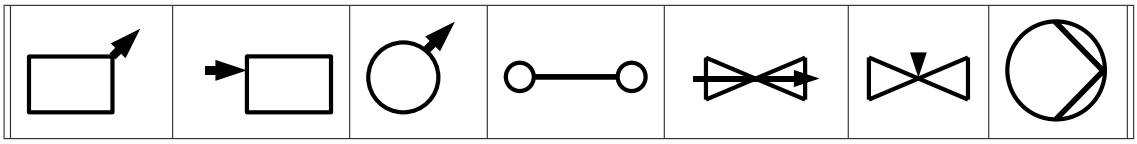


Tabelle 2.2: Verwendete Symbole von links nach rechts: Reinwasserbehälter, Hochbehälter, Entnahme, Strang, selbsttätiges Regelorgan, gesteuertes Regelorgan, Pumpe.

2.3.1 Knoten

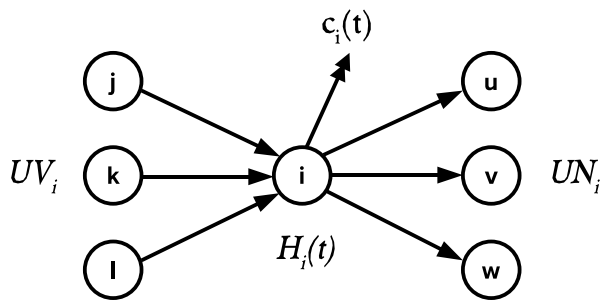
2.3.1.1 Allgemeines

Als Knoten i eines Wasserverteilnetzes werden die folgenden Systemelemente bezeichnet:

Nicht-Behälter-Knoten

- Verzweigung, Entnahmen, Einspeisungen und Änderung der Strangcharakteristik $(i) \in \bar{B}$

Einem Knoten i werden die Systemvariablen Knotendruckhöhe $H_i(t)$ und Knotenentnahmestrom $c_i(t)$ zugeordnet. Für jeden Knoten i sei UV_i die Menge seiner unmittelbaren Vorgängerknoten und UN_i die Menge seiner unmittelbaren Nachfolgerknoten.



Behälter-Knoten

- Reinwasserbehälter $(i) \in \hat{B}$
- Hochbehälter $i \in \breve{B}$

Für die Massenerhaltungsbilanzen (Kontinuitätsbeziehung) an den Behälter- und Nicht-Behälter-Knoten gelten folgende Beziehungen, wobei $A_i(H_i(t))$ die wasserstandsabhängige Grundfläche des Behälter-Knotens ist:

Nicht-Behälter-Knoten

$$\sum_{j \in UV_i} Q_{ji}(t) - \sum_{k \in UN_i} Q_{ik}(t) - c_i(t) = 0 \tag{2.32}$$

$i \in \bar{B}$
vektoriell:

$$f_1(\bar{Q}(t); \bar{c}(t)) = 0 \tag{2.33}$$

wobei:

$$[f_1(\bar{Q}(t); \bar{c}(t))]_i = \sum_{j \in UV_i} Q_{ji}(t) - \sum_{k \in UN_i} Q_{ik}(t) - c_i(t). \tag{2.34}$$

Behälter-Knoten

$$\sum_{j \in UV_i} Q_{ji}(t) - \sum_{k \in UN_i} Q_{ik}(t) - c_i(t) = A_i(H_i(t)) \cdot \frac{dH_i(t)}{dt} \tag{2.35}$$

$i \in \tilde{B}$
vektoriell:

$$f_2(\tilde{Q}(t); \tilde{H}(t); \tilde{c}(t)) = \frac{d\tilde{H}}{dt} \tag{2.36}$$

wobei:

$$[f_2(\tilde{Q}(t); \tilde{H}(t); \tilde{c}(t))]_i = \frac{1}{A_i(H_i(t))} \cdot \left(\sum_{j \in UV_i} Q_{ji}(t) - \sum_{k \in UN_i} Q_{ik}(t) - c_i(t) \right). \tag{2.37}$$

2.3.1.2 Reinwasserbehälter

Wasserwerke dienen als gedachte Schnittstelle zwischen der Wasserverteilung und der Wasseraufbereitung in Kombination mit der Wassergewinnung. Wassergewinnung und -aufbereitung sollen in geeigneter Weise bei der Steuerung eines Wasserverteilungssystems mit einbezogen werden. Hierzu wird der Reinwasserbehälter des Wasserwerkes in das Modell aufgenommen. Reinwasserbehälter sind Speicherbehälter im Wasserwerk mit einer festen Speicherkapazität und dem steuerbaren Einspeisestrom $\hat{c}_i(t)$. Das gespeicherte Wasservolumen ändert sich mit der Zeit während der Simulation. Bei der Modellierung von Reinwasserbehältern werden Wassergewinnung und Wasseraufbereitung zusammengefasst. Reinwasserbehälter werden als Behälter-Knoten $i \in \hat{B}$ modelliert. Die geodätische Höhe der Behältersohle $\hat{h}_{i,\text{geod.}}$ und die Grundfläche $\hat{A}_i(H_i(t))$ werden als Systemkonstanten zugeordnet. Es sind obere und untere Schranken für die Höhe des Wasserspiegels $\hat{H}_i(t)$ festgesetzt. Die untere Schranke $\hat{H}_{i,\min}$ ergibt sich aus dem minimalen Wasserstand im Reinwasserbehälter. Die obere Schranke $\hat{H}_{i,\max}$ ist durch den maximalen Wasserstand im Reinwasserbehälter festgesetzt. Es gilt:

$$H_{i,\min} \leq H_i(t) \leq H_{i,\max}; \tag{2.38}$$

$i \in \hat{B}$
vektoriell:

$$\hat{H}_{\min} \leq \hat{H}(t) \leq \hat{H}_{\max}. \tag{2.39}$$

Der minimale und der maximale Einspeisestrom $\hat{c}_i(t)$ in den Reinwasserbehälter ergibt sich aus der Leistungsfähigkeit der Wasseraufbereitung. Dies lässt sich wie folgt zusammenfassen:

$$c_{i,\min} \leq c_i(t) \leq c_{i,\max}; \tag{2.40}$$

$i \in \hat{B}$
vektoriell:

$$\hat{c}_{\min} \leq \hat{c}(t) \leq \hat{c}_{\max}. \tag{2.41}$$

Das Einspeisevolumen $\hat{C}_i$ in den Reinwasserbehälter ergibt sich aus dem Integral des Einspeisestroms $\hat{c}_i(t)$ über die Zeit. Das jährliche Einspeisevolumen $\hat{C}_i$ ist begrenzt durch die Wasserentnahmerechte bzw. das Wasserdargebot des betrachteten Wasserwerkes. Es gilt:

$$\int_0^T c_i(t)dt \leq C_i. \tag{2.42}$$

$i \in \hat{B}$

2.3.1.3 Hochbehälter

Hochbehälter sind Knoten mit einer festen Speicherkapazität. Das gespeicherte Wasservolumen ändert sich mit der Zeit während der Simulation.

Hochbehälter werden als Behälter-Knoten $i \in \breve{B}$ modelliert. Die geodätische Höhe $\breve{h}_{i,\text{geod.}}$ der Behältersohle und die Grundfläche $\breve{A}_i$ werden dem Behälter als Systemkonstanten zugewiesen. Bei allen Behältern sind Schranken für die Höhe des Wasserspiegels $\breve{H}_i(t)$ festgesetzt. Die untere Schranke $\breve{H}_{i,\min}(t)$ ergibt sich aus der vorgeschriebenen Stör- und Feuerlöschreserve bzw. aus der Behältersohle. Die obere Schranke $\breve{H}_{i,\max}(t)$ ist durch den Behälterüberlauf festgesetzt.

Es gilt:

$$H_{i,\min} \leq H_i(t) \leq H_{i,\max} \tag{2.43}$$

$i \in \breve{B}$
oder vektoriell:

$$\breve{H}_{\min} \leq \breve{H}(t) \leq \breve{H}_{\max}. \tag{2.44}$$

Ist der Wasserspiegel mit dem Überdruck $p_i(t)$ belastet, gilt für den Randwert[10]:

$$H_i(t) = H^0(t) + \frac{p_i(t)}{\rho \cdot g}. \tag{2.45}$$

$i \in \breve{B}$

2.3.1.4 Verzweigungen und Entnahmen

Zu Verzweigungen und Entnahmen zählen die folgenden Elemente eines Verteilnetzes, die als Nicht-Behälter-Knoten i mit $i \in \bar{B}$ modelliert werden:

- Verzweigungspunkte $i \in \bar{B}$

[10] Ludewig D. (1989): S. 128

- Einspeisepunkte $i \in \bar{B}$
- Entnahmepunkte $i \in \bar{B}$
- Änderung der Strangcharakteristik $i \in \bar{B}$

Die geodätische Höhe $\bar{h}_{i,\text{geod.}}$ wird dem Nicht-Behälter-Knoten als Konstante zugeordnet. Für die Energiehöhe $\bar{H}_i(t)$ gelten obere und untere Schranken. Details zu Mindestdruckhöhen in Wasserverteilnetzen finden sich z.B. im DVGW-Merkblatt W 403. Die untere Schranke ergibt sich aus einer erforderlichen Mindestdruckhöhe am Knoten. Die obere Schranke wird durch den zulässigen Maximaldruck festgelegt. Es ergibt sich somit:

$$H_{i,\min} \leq H_i(t) \leq H_{i,\max}; \tag{2.46}$$

$i \in \bar{B}$
vektoriell:

$$\bar{H}_{\min} \leq \bar{H}(t) \leq \bar{H}_{\max}. \tag{2.47}$$

Der äußere Volumenstrom $\bar{c}_i(t)$ wird als Variable zugeordnet. Das Vorzeichen des äußeren Volumenstroms ist bei Einspeisung positiv und bei Entnahme negativ.

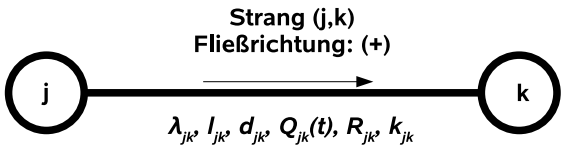
2.3.2 Stränge

Als Strang (j,k) werden folgende Elemente des Rohrnetzes bezeichnet:

- Rohrleitungen $(j,k) \in \bar{L}$
- selbsttätige Regelorgane $(j,k) \in \tilde{L}$
- gesteuerte Regelorgane $(j,k) \in \breve{L}$
- Pumpen $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

2.3.2.1 Rohrleitungen

Rohrleitungen werden als Netzelemente (j,k) mit $(j,k) \in \bar{L}$ mit dem Rohrleitungswiderstand $\bar{R}_{jk}$, der Länge l_{jk}, dem Durchmesser d_{jk}, dem Widerstandsbeiwert λ_{jk}, der betrieblichen Rauigkeit k_{jk} und dem vorzeichenbehafteten inneren Volumenstrom $\bar{Q}_{jk}(t)$ modelliert. Eine Rohrleitung ist stets durch zwei Knoten begrenzt. Ist $\bar{Q}_{jk}(t)$ positiv, so ist der Volumenstrom vom Knoten j zum Knoten k gerichtet, ist $\bar{Q}_{jk}(t)$ negativ, so weist die Fließrichtung vom Knoten k zum Knoten j.



In jeder Rohrleitung verursacht die hydraulische Reibung einen Druckhöhenverlust. Dieser Druckhöhenverlust wird nach dem Gesetz von Darcy-Weisbach berechnet. Es gilt:

$$H_j(t) - H_k(t) = \frac{8 \cdot \lambda_{jk} \cdot l_{jk}}{\pi^2 \cdot d_{jk}^5 \cdot g} \cdot Q_{jk}^2(t). \tag{2.48}$$

$(j,k) \in \bar{L}$
Mit

$$R_{jk} = \frac{8 \cdot \lambda_{jk} \cdot l_{jk}}{\pi^2 \cdot d_{jk}^5 \cdot g} \tag{2.49}$$

ergibt sich

$$H_j(t) - H_k(t) = R_{jk} \cdot Q_{jk}^2(t) \tag{2.50}$$

bzw.

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{|H_j(t) - H_k(t)|}{R_{jk}}} \cdot sign(H_j(t) - H_k(t)). \tag{2.51}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

In Matrixnotation:

$$f_3(\bar{Q}(t), \bar{H}(t), \bar{R}) = 0, \tag{2.52}$$

wobei:

$$[f_3(\bar{Q}(t), \bar{H}(t), \bar{R})]_{jk} = Q_{jk}(t) - \sqrt{\frac{|H_j(t) - H_k(t)|}{R_{jk}}} \cdot sign(H_j(t) - H_k(t)). \tag{2.53}$$

Ein alternativer Ansatz zur Bestimmung des Druckhöhenverlustes in einer Rohrleitung ist die weit verbreitete Formel von Hazen-Williams mit dem Rohrleitungswiderstand r_{jk}^{HW}. Es gilt:

$$\Delta H_a(Q_{jk}(t)) = r_{jk}^{HW} \cdot |Q_{jk}(t)|^{1,85} \cdot sign(Q_{jk}(t)). \tag{2.54}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

2.3.2.1.1 Widerstandsbeiwert: Zur Bestimmung des Widerstandsbeiwertes $\bar{\lambda}_{jk}$, auch Reibungskoeffizient genannt, wird die Prandtl-Colebrook-Gleichung für turbulente Strömung (Reynoldszahl $Re > 2300$) verwendet. Es gilt:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{jk}}} = -2,0 \cdot \log\left(\frac{2,51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{\lambda_{jk}}} + \frac{k_{jk}}{3,7 \cdot d_{jk}}\right). \tag{2.55}$$

$(j,k) \in \bar{L}$
Im hydraulisch rauen Bereich ($Re >> 2300$) ist der Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ nur noch

eine Funktion von $\frac{k_{jk}}{d_{jk}}$. Der erste Term $\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\cdot\sqrt{\lambda_{jk}}}$ innerhalb der Klammer geht somit gegen Null und kann vernachlässigt werden. Diese Vereinfachung wird als Gesetz von Prandtl-Kármán für hydraulisch raue Rohrleitungen bezeichnet. Es gilt dann:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{jk}}} = -2,0 \cdot \log\left(\frac{k_{jk}}{3,7 \cdot d_{jk}}\right). \tag{2.56}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Im Übergangsbereich ist der Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ eine Funktion von $\frac{k_{jk}}{d_{jk}}$ und Re. Die Prandtl-Colebrook-Gleichung ist in diesem Bereich nur iterativ lösbar. Als Vereinfachung wird häufig das Gesetz von Prandtl-Kármán für hydraulisch glatte Rohrleitungen verwendet. Es gilt:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{jk}}} = -2,0 \cdot \log\left(\frac{2,51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{\lambda_{jk}}}\right). \tag{2.57}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Die Grenze zwischen hydraulisch glattem und hydraulisch rauem Bereich wird als Konstanzgrenze bezeichnet. Es gilt:

$$\mathrm{Re} \cdot \sqrt{\lambda_{jk}} = \frac{200 \cdot d_{jk}}{k_{jk}}. \tag{2.58}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Ist der Fließzustand laminar ($Re < 2300$), so gilt für den Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ das Gesetz von Hagen-Pousseuille[11]:

$$\lambda_{jk} = \frac{64}{\mathrm{Re}} = 64 \cdot \left(\frac{\nu}{v_m \cdot d_{jk}}\right). \tag{2.59}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Der Druckhöhenverlust ist dann eine lineare Funktion des Volumenstroms. Dabei ist ν die kinematische Viskosität und v_m die mittlere Geschwindigkeit. Die mathematischen Zusammenhänge sind im Moody-Diagramm in Abbildung 2.1 dargestellt. Die Berechnungsmethode für den Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ nach *Prandtl* und *Colebrook* ist mathematisch sehr präzise und wurde durch diverse Praxistests bestätigt. Bei Optimierungsrechnungen sind derartig präzise mathematische Ansätze meist nicht erforderlich. Der Rechenaufwand, besonders in sehr großen Verteilnetzen, steigt dadurch stark. Problematisch ist vor allem die Sprungstelle zwischen laminarem und turbulentem Fließzustand. Bei ableitungsbasierten nichtlinearen Optimierungsmethoden bereitet zusätzlich die asymptotische Inkorrektheit der ersten Ableitung bei Anwendung der Prandtl-Colebrook-Gleichung bei großen Volumenströmen Probleme. Hierfür haben Burgschweiger et al.[12] eine Näherungsfunktion mit asymptotischer Korrektheit bis zur zweiten Ableitung entwickelt. Details finden sich in der angegebenen Veröffentlichung.

[11] DVGW (1981): Gl. 2

[12] Burgschweiger J. et al. (2004): S. 8ff

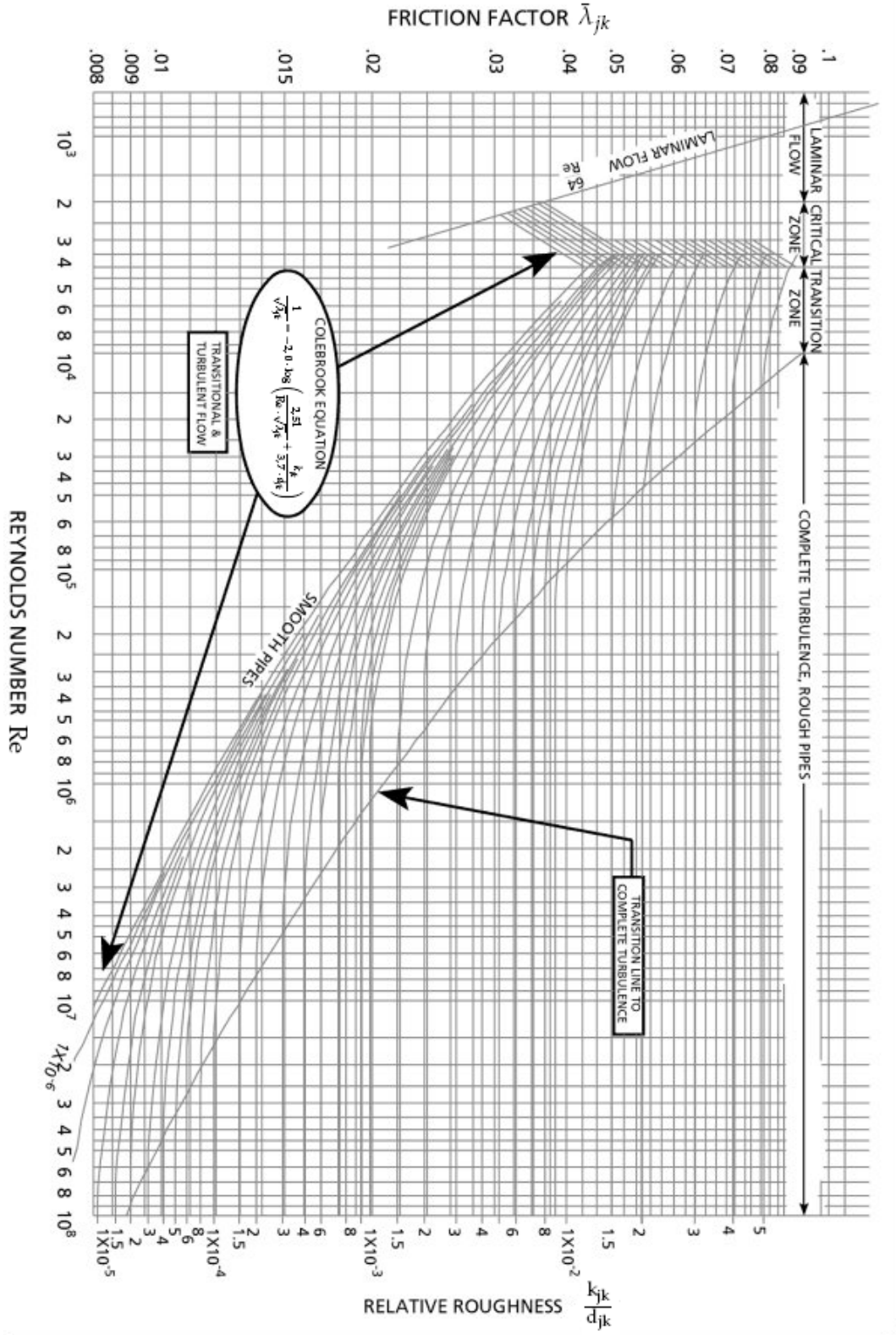


Abbildung 2.1: Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ für technisch raue Rohre als Funktion der Reynoldszahl Re und der Rauigkeit $\frac{\bar{k}_{jk}}{\bar{d}_{jk}}$ im Moody-Diagramm.

2.3.2.2 Regelorgane

Zu den selbsttätigen und gesteuerten Regelorganen im Verteilnetz zählen z.B. die Druckminderer, Rückflussverhinderer und die Schieber. Regelorgane werden, mit Ausnahme der Rückflussverhinderer, mathematisch als Stränge mit veränderlichem Widerstand modelliert. Es wird zwischen selbsttätigen und gesteuerten Regelorganen unterschieden.

2.3.2.2.1 Selbsttätige Regelorgane: Zu den wichtigsten selbsttätigen Regelorganen gehören:

- Druckminderer $(j,k) \in \tilde{L}$ und
- Rückflussverhinderer $(j,k) \in \bar{\bar{L}}$.

Druckminderer mit zwei Strömungsrichtungen werden in der Wasserversorgung nicht eingesetzt. Es gibt drei Möglichkeiten einen Druckminderer zu betreiben:

Im **ersten** Fall wird der Druckminderer in die gewünschte Richtung $j \rightarrow k$ durchströmt. Die Energiehöhe $\tilde{H}_j(t)$ vor dem Druckminderer ist größer als die zulässige Maximalhöhe $\tilde{H}_{k,\text{const.}}$. Durch eigenständige Veränderung des Widerstandes $\tilde{R}_{jk}(\tilde{Q}(t)), \tilde{H}(t))$ im Druckminderer wird die gewünschte Höhe $\tilde{H}_{k,\text{const.}}$ eingestellt. Es gilt für $H_k(t) < H_j(t)$ und $H_{k,\text{const.}} < H_j(t)$:

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{\left|H_j(t) - H_{k,\text{const.}}\right|}{R_{jk}(Q(t), H(t))}}. \tag{2.60}$$

$(j,k) \in \tilde{L}$

Im **zweiten** Fall ist die Energiehöhe $\tilde{H}_k(t)$ kleiner als die zulässige Maximalhöhe $\tilde{H}_{k,\text{const.}}$. Der Druckminderer wird ebenfalls in die gewünschte Richtung $j \rightarrow k$ durchströmt. Es stellt sich der Mindestwiderstand $\tilde{R}_{jk,\text{min}}$ ein. Es gilt für $H_k(t) \leq H_j(t) \leq H_{k,\text{const.}}$:

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{\left|H_j(t) - H_k(t)\right|}{R_{jk,\text{min}}}}. \tag{2.61}$$

$(j,k) \in \tilde{L}$

Im **dritten** Fall wird der Druckminderer entgegen der Strömungsrichtung angeströmt. In diesem Fall wirkt der Druckminderer als Rückflussverhinderer und sperrt somit die Rohrleitung entgegen der Fließrichtung. Die Energiehöhe $\tilde{H}_j(t)$ ist kleiner als die Energiehöhe $\tilde{H}_k(t)$. Es gilt:

$$H_j(t) \leq H_k(t) \text{ und } Q_{jk}(t) = 0. \tag{2.62}$$

$(j,k) \in \tilde{L}$

Für den Betrieb eines selbsttätigen Rückflussverhinderers, der z.B. in Kombination mit einer Kreiselpumpe betrieben wird, sind die folgenden zwei Fälle zu unterscheiden:

Für $H_j > H_k$ gilt:

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{|H_j(t) - H_k(t)|}{R_{jk}}}, \tag{2.63}$$

$(j,k) \in \bar{\bar{L}}$
oder für $H_j \leq H_k$ gilt:

$$Q_{jk}(t) = 0. \tag{2.64}$$

$(j,k) \in \bar{\bar{L}}$

2.3.2.2.2 Gesteuerte Regelorgane: Zu den gesteuerten Regelorganen zählen:

- Schieber $(j,k) \in \breve{L}$
- Ringkolbenschieber $(j,k) \in \breve{L}$

Bei diesen Elementen wird der innere Widerstand $\breve{R}_{jk}(t)$ durch äußere Eingriffe verändert. Es gilt:

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{|H_j(t) - H_k(t)|}{R_{jk}(t)}} \cdot sign(H_j(t) - H_k(t)). \tag{2.65}$$

$(j,k) \in \breve{L}$
In Matrixnotation:

$$f_4(\breve{Q}(t), \breve{H}(t), \breve{R}(t)) = 0, \tag{2.66}$$

wobei:

$$[f_4(\breve{Q}(t), \breve{H}(t), \breve{R}(t))]_{jk} = Q_{jk}(t) - \sqrt{\frac{|H_j(t) - H_k(t)|}{R_{jk}(t)}} \cdot sign(H_j(t) - H_k(t)). \tag{2.67}$$

2.3.2.3 Reinwasserpumpen und Pumpwerke

Die Versorgung mit Trinkwasser zu jeder Zeit, an jedem Ort und mit erforderlichem Druck wird durch Schaltung einzelner Kreiselpumpen erreicht. Bei der Steuerung von Wasserverteilnetzen spielen die Pumpen in den Pumpstationen somit eine entscheidende Rolle. Kreiselpumpen besitzen eine konstante Förderrichtung und werden als Rohrnetzelemente mit veränderlichen Eigenschaften aufgefasst. Sie werden, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, mathematisch als ein Speicherbehälter in Verbindung mit einem Strang modelliert.

Eine Kreiselpumpe bewirkt zwischen zwei Knoten j und k eine Druckerhöhung, wobei die Förderhöhe $H_i(t)$, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ vom Förderstrom Q_{jk}, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ abhängig ist

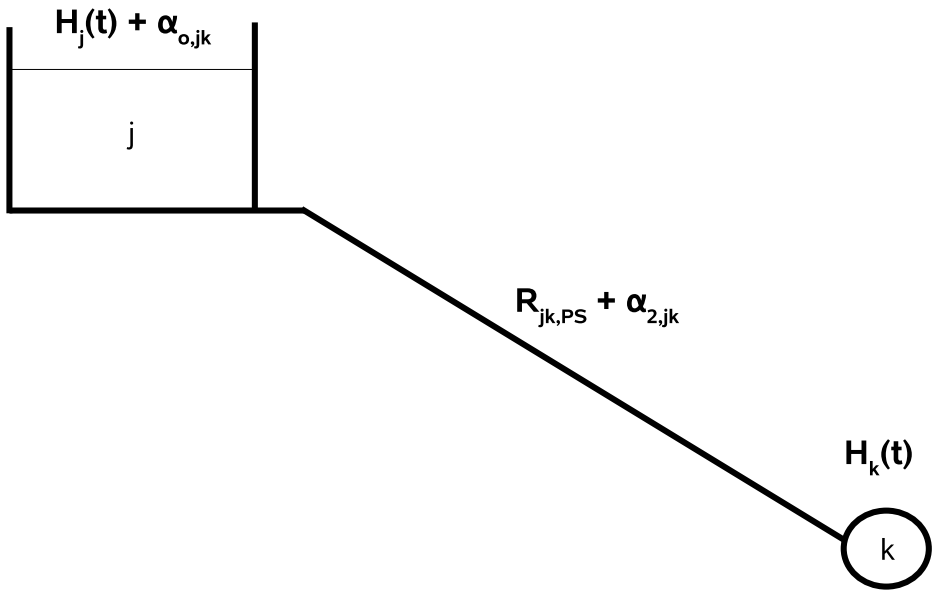


Abbildung 2.2: Modellierung einer Kreiselpumpe als Behälter mit dem Wasserspiegel $H_i(t) + \alpha_{0,jk}$ und einem Pumpenstrang mit dem Widerstand $R_{jk,\mathrm{PS}} + \alpha_{2,jk}$.

($Q - H - Kurve$). Die Förderrichtung sei $j \rightarrow k$. Mathematisch kann eine solche Kurve durch Parabeln mit den Parametern α_{jk} folgender Form angenähert werden[13]:

a) kubische Parabel durch vier Punkte:

$$H_i(t) = \alpha_{0,jk} - \alpha_{1,jk} \cdot Q_{jk}(t) - \alpha_{2,jk} \cdot Q_{jk}^2(t) - \alpha_{3,jk} \cdot Q_{jk}^3(t) \tag{2.68}$$

$(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

b) quadratische Parabel mit linearem Glied durch 3 Punkte:

$$H_i(t) = \alpha_{0,jk} - \alpha_{1,jk} \cdot Q_{jk}(t) - \alpha_{2,jk} \cdot Q_{jk}^2(t) \tag{2.69}$$

$(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

c) quadratische Parabel ohne lineares Glied durch 2 Punkte:

$$H_i(t) = \alpha_{0,jk} - \alpha_{2,jk} \cdot Q_{jk}^2(t) \tag{2.70}$$

$(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

Für eine exakte mathematische Beschreibungen des gesamten Bereichs der Pumpenkennlinie ist Gleichung a) am besten geeignet. Bei der Rohrnetzmodellierung ist nur der Bereich der hydraulischen Pumpenkennlinie von Bedeutung, bei dem ein vertretbarer Wirkungsgrad der Pumpe vorherrscht. Für Optimierungsrechnungen sind somit die Gleichungen in b) und c) vollkommen ausreichend, wobei die Gleichung in b) sehr gute Näherungen für den gesamten Bereich der Pumpenkennlinie liefert. Habbob[14] und Sturm[15]

[13] Ludewig D. (1989): S. 129
[14] Habbob M.H. (1987)
[15] Sturm M. (1985)

schlagen für die Modellierung von Pumpen im Rahmen der Optimierung die quadratische Parabel ohne lineares Glied durch 2 Punkte (Gleichung c)) vor.

Beim Betrieb von Kreiselpumpen werden die folgenden drei Arbeitszustände unterschieden:

1. **Arbeitszustand gesperrt:** Alle Pumpen sind abgeschaltet und der Pumpenstrang ist durch einen Rückflussverhinderer gesperrt. Es wird keine Energie verbraucht und der Steuerindex $K_{jk}(t)$ beträgt Null. Es gilt:

$$Q_{jk}(t) = 0. \tag{2.71}$$

   $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

2. **Arbeitszustand frei:** Keine Pumpe ist in Betrieb, und es ist eine geöffnete und durchflossene Umgehungsleitung mit dem Widerstand $\bar{R}_{jk}$ vorhanden. Es wird keine zusätzliche Energie verbraucht. Mit dem Steuerindex $K_{jk}(t) = 0$ gilt:

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{|H_j(t) - H_k(t)|}{R_{jk}}} \cdot sign(H_j(t) - H_k(t)). \tag{2.72}$$

   $(j,k) \in \bar{L}$
   Dieser Arbeitszustand tritt selten auf und wird nicht näher betrachtet.

3. **Arbeitszustand Pumpe in Betrieb:** Dieser Arbeitszustand verbraucht Energie. Es muss zwischen Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl gefahren und Pumpen die mit Drehzahlregelung betrieben werden, unterschieden werden.

2.3.2.4 Pumpen mit konstanter Drehzahl

Die hydraulische Pumpenkennlinie wird mit ausreichender Genauigkeit durch eine quadratische Parabel ohne lineares Glied in Gleichung 2.70 beschrieben. Aus dem zulässigen Dauerbetriebsbereich ergeben sich obere Schranken $\hat{Q}_{jk,\max}$ und untere Schranken $\hat{Q}_{jk,\min}$ für die zulässigen Förderströme $\hat{Q}_{jk}(t)$ einer einzelnen Pumpe. Es gilt:

$$Q_{jk,\min} \leq Q_{jk}(t) \leq Q_{jk,\max}. \tag{2.73}$$

$(j,k) \in \hat{L}$

Für die zulässigen Förderströme beim Betrieb mehrerer Pumpen mit dem Steuerindex $K_{jk}(t) > 0$ gilt weiterhin:

$$Q_{jk}(t) = \sqrt{\frac{\alpha_{0,jk}(K_{jk}(t)) + H_j(t) - H_k(t)}{\alpha_{2,jk}(K_{jk}(t))}} \tag{2.74}$$

$(j,k) \in \hat{L}$

und

$$Q_{jk,\min}(K_{jk}(t)) \leq Q_{jk}(t) \leq Q_{jk,\max}(K_{jk}(t)). \tag{2.75}$$

$(j,k) \in \hat{L}$

In Matrixform:

$$f_5(\hat{Q}(t), \hat{H}(t), \hat{K}(t)) = 0; \tag{2.76}$$

$$\hat{Q}_{\min}(\hat{K}(t)) \leq \hat{Q}(t) \leq \hat{Q}_{\max}(\hat{K}(t)), \tag{2.77}$$

wobei:

$$[f_5(\hat{Q}(t), \hat{H}(t), \hat{K}(t))]_{jk} = Q_{jk}(t) - \sqrt{\frac{\alpha_{0,jk}(K_{jk}(t)) + H_j(t) - H_k(t)}{\alpha_{2,jk}(K_{jk}(t))}}. \tag{2.78}$$

Die Gesamtleistungsaufnahme $\hat{N}_{jk}(Q_{jk}(t), H_i(t))$ des Pumpenmotors kann in Abhängigkeit vom Wirkungsgrad $\eta_{jk}(K_{jk}(t), Q_{jk}(t))$ und der Druckhöhe $H_i(t)$ wie folgt bestimmt werden:

$$N_{jk}(Q_{jk}(t), H_i(t)) = \frac{Q_{jk}(t) \cdot (H_k(t) - H_j(t)) \cdot \rho_w \cdot g}{\eta_{jk}(K_{jk}(t), Q_{jk}(t))}. \tag{2.79}$$

$(j,k) \in \hat{L}$
Die Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme $\hat{N}_{jk,\text{mech.}}(Q_{jk}(t))$ an der Pumpenwelle kann näherungsweise durch eine lineare Funktion folgenden Typs mit den Parametern β_{jk} angenähert werden[16]:

$$N_{jk,\text{mech.}}(Q_{jk}(t)) = \beta_{0,jk} + \beta_{1,jk} \cdot Q_{jk}(t). \tag{2.80}$$

$(j,k) \in \hat{L}$
Durch Regression aus den Punkten der hydraulischen Pumpenkennlinie und der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme können die Parameter $\hat{\alpha}_{0,jk}$, $\hat{\alpha}_{1,jk}$, $\hat{\beta}_{0,jk}$ und $\hat{\beta}_{1,jk}$ bestimmt werden.

Die Parameterpaare $(\hat{\alpha}_{0,jk}, \hat{\alpha}_{2,jk})$ und Schranken $(\hat{Q}_{jk,\min}, \hat{Q}_{jk,\max})$ sind beim Betrieb mehrerer Pumpen (parallel, Reihenschaltung) abhängig von der gewählten Pumpenkombination. Allen möglichen Pumpenkombinationen werden die Steuerindizes $\hat{K}_{jk}(t) = 1, 2, 3, ..., n$ zugewiesen. Die Beträge der Parameter und Schranken sind dementsprechend

[16] Sturm M. und Vetters K. (1985): S. 9

auch abhängig vom gewählten Steuerindex. Es gilt:

$$\begin{aligned}
\hat{\alpha}_{0,jk} &= \hat{\alpha}_{0,jk}(\hat{K}_{jk}(t));\\
\hat{\alpha}_{2,jk} &= \hat{\alpha}_{2,jk}(\hat{K}_{jk}(t));\\
\hat{\beta}_{0,jk} &= \hat{\beta}_{0,jk}(\hat{K}_{jk}(t));\\
\hat{\beta}_{1,jk} &= \hat{\beta}_{1,jk}(\hat{K}_{jk}(t));\\
\hat{Q}_{jk,\min} &= \hat{Q}_{jk,\min}(\hat{K}_{jk}(t));\\
\hat{Q}_{jk,\max} &= \hat{Q}_{jk,\max}(\hat{K}_{jk}(t)).
\end{aligned} \tag{2.81}$$

2.3.2.5 Pumpen mit Drehzahlregelung

Die hydraulische Kennlinie einer drehzahlgeregelten Pumpe kann durch Änderung der Drehzahl $v_{jk}(t)$, $(j,k) \in \widehat{L}$ innerhalb des Kennlinienfeldes verschoben werden. Die Änderung der Pumpendrehzahl wird durch Frequenzumformung erreicht. Die Drehzahlregelung wird deshalb häufig auch als **FU-Regelung** bezeichnet. Die hydraulische Pumpenkennlinie kann unter Verwendung der Pumpenkennlinie bei Nenndrehzahl ohne lineares Glied aus Gleichung 2.70 in Abhängigkeit von der eingestellten Drehzahl $v_{jk}(t)$, $(j,k) \in \widehat{L}$ wie folgt mathematisch beschrieben werden:

$$H_j(t) - H_k(t) = \left(\frac{v_{jk}(t)}{v_{jk}^0}\right)^2 \cdot \alpha_{0,jk}^0 - \alpha_{2,jk}^0 \cdot Q_{jk}^2(t). \tag{2.82}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

Wird die Pumpenkennlinie bei Nenndrehzahl mit linearem Glied aus Gleichung 2.69 verwendet, gilt die folgende Näherungsgleichung:

$$H_j(t) - H_k(t) = \left(\frac{v_{jk}(t)}{v_{jk}^0}\right)^2 \cdot \alpha_{0,jk}^0 - \left(\frac{v_{jk}(t)}{v_{jk}^0}\right) \cdot \alpha_{1,jk}^0 \cdot Q_{jk}(t) - \alpha_{2,jk}^0 \cdot Q_{jk}^2(t). \tag{2.83}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

Aus dem zulässigen Dauerbetriebsbereich ergeben sich obere Schranken $\widehat{Q}_{jk,\max}$ und untere Schranken $\widehat{Q}_{jk,\min}$ für die Förderströme $\widehat{Q}_{jk}(t)$. Es gilt für den Betrieb einer einzelnen Pumpe:

$$Q_{jk,\min} \leq Q_{jk}(t) \leq Q_{jk,\max}. \tag{2.84}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

Weiterhin gilt beim Betrieb mehrerer Pumpen mit $K_{jk}(t) > 0$ für die zulässigen Förderströme:

$$Q_{jk,\min}(K_{jk}(t)) \leq Q_{jk}(t) \leq Q_{jk,\max}(K_{jk}(t)). \tag{2.85}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

In Matrixform:

$$f_6(\widehat{Q}(t), \widehat{H}(t), \widehat{K}(t), \widehat{v}(t)) = 0, \tag{2.86}$$

wobei:

$$[f_6(\widehat{Q}(t), \widehat{H}(t), \widehat{K}(t), \widehat{v}(t))]_{jk} = H_j(t) - H_k(t) - \left(\frac{v_{jk}(t)}{v_{jk}^0}\right)^2 \cdot \alpha_{0,jk}^0 + \alpha_{2,jk}^0 \cdot Q_{jk}^2(t). \quad (2.87)$$

Für die mechanische Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle einer drehzahlgeregelten Pumpe gilt durch Anwendung der Affinitätsgesetze:

$$N_{jk,\text{mech.}}(Q_{jk}(t), v_{jk}(t)) = (\left(\frac{v_{jk}(t)}{v_{jk}^0}\right)^3 \cdot \beta_{0,jk}^0 + \left(\frac{v_{jk}(t)}{v_{jk}^0}\right)^2 \cdot \beta_{1,jk}^0 \cdot Q_{jk}(t)). \quad (2.88)$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

Die Parameter $\alpha_{0,jk}$ und $\alpha_{1,jk}$ der hydraulischen Pumpenkennlinie sowie die Parameter $\beta_{0,jk}$ und $\beta_{1,jk}$ der Kennlinie der Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle werden bei Pumpen mit starrer Drehzahl und bei Pumpen mit FU-Regelung im Allgemeinen bei Nenndrehzahl v_{jk}^0 vom Pumpenhersteller angegeben. Sind die Parameter nicht bekannt, so müssen diese aus Messungen ermittelt werden.

2.4 Verfahren zur hydraulischen Simulation von Wasserverteilnetzen

2.4.1 Die Problematik vermaschter Netze

Ein Wasserverteilungssystem wird, wie bereits in Kapitel 2.3 beschrieben, als ein Netz, bestehend aus Knoten (Anzahl B)) und Strängen (Anzahl L), modelliert[17]. Dieses Netz mit $\bar{L}$ Leitungen, $\hat{L}$ + $\widehat{L}$ Pumpen, $\tilde{L}$ selbsttätigen Regelorganen und $\breve{L}$ gesteuerten Regelorganen enthält

$$\bar{L} + \hat{L} + \tilde{L} + \breve{L} = L \tag{2.89}$$

knotenverbindende Komponenten, die als Stränge bezeichnet werden. Die B Knoten (Behälter- und Nicht-Behälter-Knoten) des Verteilnetzes werden in Knoten mit bekannter Energiehöhe (Anzahl B_b) und in Knoten mit unbekannter Energiehöhe (Anzahl B_u) unterschieden, $B = B_b + B_u$. Die Knoten mit bekannter Energiehöhe werden als Randwertknoten bezeichnet. Für ein maschenfreies System ist $B_b = 1$ und $B_u = L$. Ausgehend vom Randwertknoten wird durch jeden Strang ein neuer Knoten erreicht. In vermaschten Netzen sind zwischen den Knoten zusätzliche Verbindungen vorhanden, die sogenannte echte Maschen bilden. Sind mindestens zwei Randwertknoten vorhanden, bilden sich sogenannte Pseudomaschen[18].

In einem vermaschten Netz gilt für die Gesamtzahl m aller Maschen:

$$m = L - B + 1. \tag{2.90}$$

Dabei ist $B_b - 1$ die Gesamtzahl aller sogenannten Pseudomaschen. Um den hydraulischen Zustand im Verteilnetz bestimmen zu können, sind B_u Knotendruckhöhen und L Strangvolumenströme zu berechnen. Die Gesamtzahl der Unbekannten im gesamten System ist also $B_u + L$. An Gleichungen stehen zur Verfügung:

- B Massenerhaltungsbilanzen nach Gleichung 3.3,
- L Stranggleichungen nach Gleichung 3.2 für Rohrleitungen, Pumpen und Regelorgane.

Die Gleichungen der zweiten Gruppe sind nichtlinear, sodass direkte Lösungen nicht möglich sind. Das Gleichungssystem kann somit nur iterativ gelöst werden.

2.4.2 Übersicht der Berechnungsverfahren

Zur stationären Simulation der Hydraulik von Wasserverteilnetzen (früher „Rohrnetzberechnung“) sind verschiedene mathematische Verfahren entwickelt worden. Hierzu zählen das Hardy-Cross-Verfahren (1936), das Knoten-Verfahren (1972), die Finite-Elemente-Methode (1978) und das Knoten-Strang-Verfahren (1987). Im Folgenden werden

[17] siehe hierzu Tabelle 2.1
[18] Ludewig D. (1989): S. 142f

die grundlegenden mathematischen Zusammenhänge und die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren vorgestellt.

2.4.2.1 Hardy-Cross-Verfahren

Das erste Verfahren zur Simulation der Hydraulik von Wasserverteilnetzen wurde vom US-amerikanischen Bauingenieur *Hardy Cross* erfunden und 1936 entwickelt. Das Verfahren nach Hardy Cross (auch Cross-Verfahren) wurde ursprünglich im Jahr 1932 in der Elastostatik zur Berechnung hochgradig statisch unbestimmter Rahmentragwerke angewendet. Die Methode beruht auf der sukzessiven Verteilung der aus äußeren Belastungen entstehenden Spannungen und Verformungen („Relaxation") auf die Knoten und Stäbe eines elastischen Systems, so dass die Residualkräfte (z.B. Momentensummen an den Knoten) verschwinden. Vier Jahre später übertrug *Cross* seine Methode auf Rohrleitungsnetze, die auch als „maschenorientierte Rohrnetzberechnung" bezeichnet wird[19]. Der mathematische Beweis für die Existenz eines eindeutigen hydraulischen Gleichgewichtszustandes erfolgte jedoch erst in den fünfziger Jahren[20].

Die Strömung in einem vermaschten Netz genügt zwei mathematischen Bedingungen. An jedem Nicht-Behälter-Knoten muss, entsprechend dem Kontinuitätsgesetz, die Massenerhaltungsbilanz für die Strangvolumenströme und Knotenentnahmeströme bzw. Einspeisungen erfüllt sein. Es gilt:

$$\sum_{j \in UV_i} Q_{ji}(t) - \sum_{k \in UN_i} Q_{ik}(t) - c_i(t) = 0. \tag{2.91}$$

$i \in \bar{B}$

Nach dem Gesetz von Darcy-Weisbach gilt für den Druckhöhenverlust h_s jedes einzelnen Strangs:

$$h_s = H_j(t) - H_k(t) = \frac{8 \cdot \lambda_{jk} \cdot l_{jk}}{\pi^2 \cdot d_{jk}^5 \cdot g} \cdot Q_{jk}^2(t). \tag{2.92}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Des Weiteren gilt nach *Bernoulli* für jede einzelne Masche eines Verteilnetzes die sogenannte „Maschenregel". Diese besagt, dass die Summe der Druckverlusthöhen h_s in einer Masche Null ergibt. Es gilt:

$$\sum_{Masche} h_s = \Delta H_m. \tag{2.93}$$

Für die Druckdifferenzhöhe ΔH_m ist bei geschlossenen Maschen der Wert $\Delta H_m = 0$ einzuführen. Bei offenen Maschen entspricht die Druckdifferenzhöhe ΔH_m der Druckdifferenz zwischen dem Anfangs- und Endknoten dieser Masche (z.B. Druckdifferenz zwischen zwei Hochbehältern). Die Knotenentnahmen $\bar{c}_i(t)$, die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ der Stränge und die Netzeinspeisungen $Q_{zu}(t)$ werden bei der Berechnung als konstante Größen aufgefasst.

[19] Pelka W. et al. (1984): S. 34ff
[20] Deuerlein J. (2003): S. 509

Das algorithmische Konzept des Hardy-Cross-Verfahrens sieht iterative Korrekturen von Anfangsschätzwerten der Strangvolumenströme oder alternativ der Druckhöhenverluste in den Strängen solange vor, bis der hydraulische Gleichgewichtszustand erreicht ist. Die Schätzwerte der Anfangsvolumenströme müssen die Massenbilanzgleichung an jedem Knoten erfüllen. Die Korrektur der Strangvolumenströme ΔQ_m für eine geschlossene Masche errechnet sich für jede einzelne Iterationsstufe aus folgender Gleichung:

$$\Delta Q_m = -\frac{\sum_s R_{jk} \cdot \left|Q_{jk}\right| \cdot Q_{jk}}{2 \cdot \sum_s R_{jk} \cdot \left|Q_{jk}\right|}. \tag{2.94}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Für eine offene Masche, die auch als „Pseudomasche“ bezeichnet wird, gilt:

$$\Delta Q_m = -\frac{-\Delta H_m + \sum_s R_{jk} \cdot \left|Q_{jk}\right| \cdot Q_{jk}}{2 \cdot \sum_s R_{jk} \cdot \left|Q_{jk}\right|}. \tag{2.95}$$

$(j,k) \in \bar{L}$

Die Korrektur kann sofort am betreffenden Wert angebracht werden (Einzelschrittverfahren), oder es werden im aktuellen Iterationsschritt die Korrekturen für alle Maschen bzw. Knoten gesammelt und dann insgesamt angebracht (Gesamtschrittverfahren). Je nach Genauigkeit des Startvektors ist bis zum Erreichen der gewünschten Genauigkeit eine große Anzahl an Iterationszyklen notwendig. Das maschenorientierte Einzelschrittverfahren konvergiert erfahrungsgemäß besser als das Gesamtschrittverfahren, da es letztendlich die Anwendung des Newton-Verfahrens zur Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems auf die einzeln betrachtete Masche ist. Weiteres zur Berechnung findet sich in Ludewig[21].

Die Hauptvorteile dieses Verfahrens sind:

- Es ist ein einfaches Verfahren, das für kleine Netze manuell zu bewältigen ist.

Die wichtigsten Nachteile sind:

- Die Konvergenzrate, mit der die exakte Lösung angenähert wird, zeigt sich beim Hardy-Cross-Verfahren als in hohem Maße von der Netzstruktur und der Datenkonfiguration abhängig. Festgestellt wurden Einflüsse von Anzahl, Typ und relativer Netzposition der Randbedingungen, des Vermaschungsgrades und der Netzgröße. Weitere Details sind in Schröder und Pelka[22] zu finden.

[21] Ludewig D. (1989): S. 142ff
[22] Schröder D. und Pelka W. (1986): S. 394

- Das Berechnungsverfahren ist mathematisch nicht immer stabil.
- Es können keine Pumpen modelliert werden.
- Der programmiertechnische Aufwand ist beim Hardy-Cross-Verfahren sehr groß.

2.4.2.2 Knotenorientierte Verfahren

Im Gegensatz zum maschenorientierten Verfahren nach Hardy Cross sind bei knotenorientierten Verfahren, die auch als Knoten-Verfahren bezeichnet werden, die Maschen eines Netzes bedeutungslos. Das primäre Ziel ist die Ermittlung der Knotendruckhöhen, aus denen unter Verwendung der Stranggleichungen und der Pumpenkennlinien sofort die Volumenströme ermittelt werden können. Bis Anfang der 70er Jahre war die knotenorientierte Berechnung weniger bekannt. Gründe dafür sind u.a.[23]:

- die verbreitete (irrtümliche) Ansicht, dass ohne Einbeziehen der sogenannten Maschenregel keine Lösung gefunden werden kann,
- die ungünstigen Konvergenzeigenschaften der knotenorientierten Berechnung bei der Einzel-Iteration und
- die vergleichsweise größeren Gleichungssysteme, die bei der knotenorientierten Berechnung entstehen.

Der zuletzt genannte Grund stellte nur in den Anfängen des Computerzeitalters mit kleinen Speichern und niedrigen Rechengeschwindigkeiten ein objektives Hindernis dar. Inzwischen ist die Gleichwertigkeit bzw. Überlegenheit der knotenorientierten Berechnung international allgemein anerkannt. Vorteile sind vor allem die geringere Programmlänge und die realitätsnahe Modellierung der Netze.

Mathematische Berechnung

Die Aufgabenstellung besteht darin, bei vorgegebenen Behälterwasserständen $\tilde{H}_i(t)$, vorgegebenen äußeren Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ und vorgegebenen Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ den sich einstellenden hydraulischen Zustand des Systems, d.h. die Druckhöhen $\bar{H}_i(t)$ an den Knoten, zu berechnen.

Zur Berechnung der unbekannten Druckhöhen werden die nach Q aufgelösten Stranggleichungen 3.2 in die Massenerhaltungsbilanzen 3.3 für jeden einzelnen Knoten eingesetzt. Es entsteht ein nichtlineares Gleichungssystem mit gleicher Anzahl an Gleichungen

[23] Ludewig D. (1985): S. 179

und Unbekannten, das sich iterativ mit Hilfe des Newton-Verfahrens lösen lässt. Es gilt:

$$F_i^{(3)}(\vec{H}) = \sum_{j \in UV_i} \left[\sqrt{\frac{|H_j - H_i|}{R_{ji}}} \cdot sign\left(H_j - H_i\right) \right] - \sum_{k \in UN_i} \left[\sqrt{\frac{|H_i - H_k|}{R_{ik}}} \cdot sign\left(H_i - H_k\right) \right] - c_i = 0. \tag{2.96}$$

$i \in \bar{B}$

Ausgehend vom geschätzten Startvektor $\vec{H}_k^0$ für die Druckhöhe wird nach der Iterationsvorschrift

$$\vec{H}_k^+ = \vec{H}_k^0 + \vec{h} \tag{2.97}$$

eine verbesserte Druckhöhe $\vec{H}_k^+$ berechnet. Der Korrekturvektor $\vec{h}$ ist die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$J \cdot \vec{h} = -(F^{(3)}(\vec{H})), \tag{2.98}$$

mit der Jacobi-Matrix J:

$$J = \left(\frac{\partial F^{(3)}}{\partial H} \right). \tag{2.99}$$

Die partiellen Ableitungen ergeben sich wie folgt:

Ausgehend von der Funktion

$$F(H_j, H_k) = \sqrt{\frac{|H_j - H_k|}{R_{jk}}} \cdot sign(H_j - H_k) \tag{2.100}$$

werden zwei Fälle unterschieden:

Fall a): Es gilt $H_j > H_k$

Die Funktion $F(H_j, H_k)$ nimmt folgende Gestalt an:

$$|H_j - H_k| = H_j - H_k;\ sign(H_j - H_k) = 1. \tag{2.101}$$

Es ergibt sich:

$$F(H_j, H_k) = \sqrt{\frac{H_j - H_k}{R_{jk}}}. \tag{2.102}$$

Die partiellen Ableitungen ergeben sich für Fall a) zu:

$$\frac{\partial F}{\partial H_j} = \frac{1}{2 \cdot R_{jk} \cdot \sqrt{\frac{H_j - H_k}{R_{jk}}}};\ \frac{\partial F}{\partial H_k} = -\frac{1}{2 \cdot R_{jk} \cdot \sqrt{\frac{H_j - H_k}{R_{jk}}}}. \tag{2.103}$$

Fall b): Es gilt $H_k > H_j$

Die Funktion $F(H_k, H_j)$ nimmt folgende Gestalt an:

$$\left|H_j - H_k\right| = H_k - H_j,\ sign(H_j - H_k) = -1; \tag{2.104}$$

$$F(H_j, H_k) = -\sqrt{\frac{H_k - H_j}{R_{jk}}}. \tag{2.105}$$

Die partiellen Ableitungen ergeben sich für Fall b) zu:

$$\frac{\partial F}{\partial H_j} = \frac{1}{2 \cdot R_{jk} \cdot \sqrt{\frac{H_k - H_j}{R_{jk}}}}; \frac{\partial F}{\partial H_k} = -\frac{1}{2 \cdot R_{jk} \cdot \sqrt{\frac{H_k - H_j}{R_{jk}}}}. \tag{2.106}$$

Es ist erkennbar, dass beim Differenzieren die Signumfunktion entfällt und die Betragsstriche unter der Wurzel erhalten bleiben. Für beide Fälle gilt somit für die partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial F}{\partial H_j} = \frac{1}{2 \cdot R_{jk} \cdot \sqrt{\frac{\left|H_j - H_k\right|}{R_{jk}}}} \text{ und } \frac{\partial F}{\partial H_k} = -\frac{1}{2 \cdot R_{jk} \cdot \sqrt{\frac{\left|H_j - H_k\right|}{R_{jk}}}}. \tag{2.107}$$

Die Jacobi-Matrix ist unter Verwendung des Knotenverfahrens zur hydraulischen Berechnung von Wasserverteilnetzen stets symmetrisch und positiv definit. Aufgrund des meist geringen Verknüpfungsgrades zwischen Knoten und Strängen ist die Jacobi-Matrix dünn besetzt.

Die Hauptvorteile dieses Verfahrens sind:

- Freie Wahl von Prozessvariablen, nach denen das System gelöst wird, ist möglich.
- Die Stabilität dieses Verfahrens ist praktisch unabhängig von der Größe und Geometrie des Wasserverteilnetzes[24].
- Es können problemlos Pumpen bzw. Pumpstationen modelliert werden.
- Der Aufwand bei der Programmierung ist beim Knoten-Verfahren kleiner als beim Hardy-Cross-Verfahren.

Die wichtigsten Nachteile sind:

- Der Startvektor für die Knotendruckhöhen muss möglichst gut gewählt werden, um eine schnelle Konvergenz erreichen zu können, was besonders bei großen Netzwerken schwierig zu erreichen ist.

[24] Habbob M.H. (1987): S. 55

- In Abhängigkeit vom Startvektor neigt das Konvergenzverhalten u.U. zu starken Schwingungen, die oft viele Iterationszyklen erforderlich werden lassen.
- Besonders bei geringen Entnahmen muss ein Verfahren zur Beschleunigung der Konvergenz angewendet werden.
- Nullvektoren sind als Startvektoren nicht zulässig.

Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens schlägt Ludewig[25] beispielsweise die Methode der Widerstands- oder Leitwertlinearisierung (WLL) vor. Näheres zu knotenorientierten Verfahren findet sich in der Literatur beispielsweise unter Chenoweth[26], Hoyer[27] und Ludewig[28] [29].

2.4.2.3 Finite-Elemente-Methode

Ende der dreißiger Jahre wurden erstmals Spannungsanalysen in mechanischen Systemen mit Hilfe von numerischen Methoden gelöst. Dies war der erste Schritt zur Entwicklung der Finiten-Elemente-Methode (FEM). 1956 wurde erstmals das Konzept der FEM im „Journal of Aeronautical Science“ vorgestellt. Nach 1960 entwickelte sich die FEM rasch, und gegen Ende der 60er Jahre wurden erste Bücher mit den wissenschaftlichen Grundlagen veröffentlicht[30]. 1975 wurde die FEM erstmals auf die Problematik der Berechnung von Wasserverteilnetzen übertragen[31]. In Schröder und Pelka[32] finden sich Details zu den mathematischen Grundlagen der FEM in der Wasserverteilung.

Die örtliche Größe des Energieverlustes (Druckverlust) ist eine Funktion des Volumenstroms Q und der maßgebenden Rohr- und Fluidparameter (Durchmesser d, Wandrauigkeit k des Rohres und kinematische Viskosität ν des Fluids). Es gilt:

$$\frac{dH}{dx} = f(Q, d, k, v). \tag{2.108}$$

Die Eigenschaften des strömenden Mediums und des Rohres können zu einer Widerstandsgröße zusammengefasst werden. Es gilt:

$$\frac{dH}{dx} = f(w(x), Q(x)), \tag{2.109}$$

mit:

$$w(x) = f(d(x), k(x), Q(x), v). \tag{2.110}$$

[25] Ludewig D. (1985)
[26] Chenoweth A.L. (1974)
[27] Hoyer W. (1984)
[28] Ludewig D. (1971)
[29] Ludewig D. (1985)
[30] Ida N. und Bastos J.P.A. (1997): S. 265f
[31] Collins A.G. und Johnson L.R. (1975): S. 385ff
[32] Schröder D. und Pelka W. (1986)

Das allgemeine Fließgesetz für die stationäre, reibungsbehaftete Rohrströmung ist eine Differenzialgleichung 1. Ordnung. Es gilt für ein infinitesimal kleines Kontrollelement:

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x} = -w(x, Q(x)) \cdot Q(x)^n. \tag{2.111}$$

Per Definition stellt die Rohrwand eine Randstromlinie dar. Somit ist die strömende Wassermasse im stationären Fall, abgesehen von Einspeisungen oder Entnahmen, ortsunabhängig konstant. Es gilt nach dem Massenerhaltungsgesetz:

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} = 0. \tag{2.112}$$

Mit der Annahme konstanter Dichte des Fluids im System führt dies zur Kontinuitätsbedingung

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \tag{2.113}$$

Die Umformung des Fließgesetzes nach Gleichung 2.111 mit

$$Q = \left(-\frac{1}{w(x, Q(x))} \cdot \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{2.114}$$

und das Einsetzen in die Massenerhaltungsbilanz nach Gleichung 2.112 ergibt die gewöhnliche, durch die Berücksichtigung von Entnahmen und Einspeisungen inhomogene, nichtlineare partielle Differenzialgleichung der stationären, reibungsbehafteten Rohrströmung:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{w(x, Q(x))} \cdot \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} = 0. \tag{2.115}$$

Für die erfolgreiche Anwendung der Finiten-Elemente-Methode muss diese Differenzialgleichung linearisiert werden. Das allgemeine Fließgesetz nach Gleichung 2.111 mit

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x} = -w(x, Q(x)) \cdot \left| Q(x)^{n-1} \right| \cdot Q(x) \tag{2.116}$$

weist aufgrund des Exponenten n eine ausgeprägte Nichtlinearität auf. Die Zusammenfassung der widerstandsrelevanten Größen zu

$$W(x, Q) = \frac{1}{w\{x, Q(x)\} \cdot |Q(x)^{n-1}|} \tag{2.117}$$

ergibt für die Fließgleichung

$$Q = \left(-W(x, Q) \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \right) \tag{2.118}$$

und die zu lösende Differenzialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-W(x, Q) \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \right) = 0. \tag{2.119}$$

Herleitung:

Aus

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{w(x,Q(x))}\cdot\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^{\frac{1}{n}}=0 \tag{2.120}$$

ergibt sich mit $\frac{\partial H(x)}{\partial x}=-w(x,Q(x))\cdot\left|Q(x)^{n-1}\right|\cdot Q(x)$ die Massenbilanz:

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=0. \tag{2.121}$$

Ausgehend von dieser Differenzialgleichung (Gl. 2.119) wird eine angenäherte Lösungsfunktion für die abhängige Variable, also die Energiehöhe $H(x)$, nach dem Verfahren gewichteter Residuen von *Galerkin* oder über das äquivalente Funktional nach dem *Ritzschen* Variationsverfahren gewonnen[33].

Die Vorteile der FEM sind:

- Die mathematische Stabilität und das Konvergenzverhalten sind bei der FEM sehr gut.
- Selbst die Beschleunigung des Konvergenzverhaltens des Knotenverfahrens durch Anwendung der Relaxationsverfahren kann die Leistungsfähigkeit der FEM nicht relativieren.
- Obwohl die mathematische Herleitung des Gleichungssystems sehr anspruchsvoll ist, bereitet dagegen die Programmierung des Rechenschemas der FEM keinerlei Schwierigkeiten[34].

Nachteile der FEM sind:

- Der Speicherplatzbedarf der FEM ist sehr hoch, was sich aber durch den enormen Fortschritt der Speicherkapazitäten in heutigen Computern relativiert.
- Die Druckverlust-Volumenstrom-Beziehung muss erst linearisiert werden.

2.4.2.4 Knoten-Strang-Verfahren

Habbob und Vetters[35] entwickelten bereits einen Teil der mathematischen Grundlagen des Knoten-Strang-Verfahrens. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Methode zur hydraulischen Simulation von Wasserverteilnetzen weiterentwickelt. Es wird vorgeschlagen, an

[33] Schröder D. und Pelka W. (1986): S. 393
[34] Schröder D. und Pelka W. (1986): S. 394f
[35] Habbob M.H. und Vetters K. (1987)

den hydraulischen Grundgleichungen keine vorangehenden Umformungen vorzunehmen. Es werden alle hydraulischen Gleichungen dem Newton-Verfahren als Lösungsverfahren unterworfen. Das zu lösende Gleichungssystem besteht aus den Stranggleichungen nach Gleichung 3.2 und den Massenbilanzgleichungen nach Gleichung 3.3 an jedem Nicht-Behälter-Knoten. Die mathematischen Details befinden sich in Kapitel 3.3.

Durch die Modifizierung der Ausgangsgleichungen können ausgezeichnete Konvergenzeigenschaften erreicht werden. Dieses Verfahren ist sehr zuverlässig, mathematisch stabil und schnell. Es können damit Verteilnetze mit beliebiger Größe und Geometrie berechnet werden. Die Vorteile des Knoten-Strang-Verfahrens sind:

- Freie Wahl von Prozessvariablen, nach denen das System gelöst wird, ist möglich.
- Die Stabilität dieses Verfahrens ist praktisch unabhängig von Größe und Geometrie des Wasserverteilnetzes.
- Es können alle wesentlichen Netzelemente problemlos modelliert werden.
- Es werden die unbekannten Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}(t)$ und die unbekannten Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ zusammenhängend berechnet.
- Die Abhängigkeit der Konvergenzrate vom Startvektor ist wesentlich geringer als bei knotenorientierten Verfahren.
- Es können auch Nullvektoren als Startvektoren verwendet werden[36].

Die wichtigsten Nachteile sind:

- In Abhängigkeit vom Startvektor neigt das Konvergenzverhalten dieser Methode unter Umständen zu ausgeprägten Schwingungen, die viele Iterationen erforderlich machen.
- Es müssen analog zur knotenorientierten Berechnung Verfahren zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens angewendet werden.
- Der Programmieraufwand ist beim Knoten-Strang-Verfahren größer als beim Knoten-Verfahren.

2.4.2.5 Diskussion der Verfahren

Die in diesem Kapitel dargestellten Verfahren sind prinzipiell geeignet, um Druckhöhen und Volumenströme in vermaschten Verteilnetzen zu berechnen. Die Konvergenzrate ist dabei jedoch beim Hardy-Cross-Verfahren im hohen Maße von der Netzstruktur und der Datenkonfiguration abhängig. Des Weiteren ist das Hardy-Cross-Verfahren mathematisch nicht stabil. Es können weder Pumpen bzw. Pumpstationen noch Regelorgane

[36] siehe hierzu Kapitel 3.3

modelliert werden, wodurch dieses Verfahren für Optimierungsrechnungen ungeeignet ist. Die FEM ist mathematisch stabil und zeigt sehr gute Konvergenzeigenschaften. Somit ist die FEM prinzipiell für die Berechnung von vermaschten Verteilnetzen mit Pumpen und Behältern geeignet[37]. Das Knotenverfahren und das Knoten-Strang-Verfahren sind ebenfalls mathematisch stabile Verfahren, die in der Lage sind, alle Netzelemente problemlos zu modellieren. Die ausgezeichneten Konvergenzeigenschaften des Knoten-Strang-Verfahrens durch eine Modifikation der Ausgangsgleichungen und eine geschickte Auswahl von Startvektoren[38], erfüllen somit die Anforderungen dieser Arbeit.

2.4.3 Weitere Verfahren

Zusätzlich zu den beschriebenen „Standard-Methoden“ der Simulation der Hydraulik von Verteilnetzen wurden auch Methoden auf Basis der Linearen und Nichtlinearen Programmierung entwickelt. Berghout und Kuczera[39] beschreiben beispielsweise eine Methode, bei der die hydraulischen Beziehungen der einzelnen Rohre stückweise linearisiert werden. Dadurch wird die Berechnung der Lösung der ursprünglich nichtlinearen Aufgabe mit Hilfe der Linearen Programmierung möglich. Deuerlein[40] entwickelte eine Methode auf Basis der Nichtlinearen Optimierung ohne Nebenbedingungen zur Berechnung von vermaschten Verteilnetzen mit Regelorganen[41].

2.4.4 Programme zur hydraulischen Simulation eines Verteilnetzes

2.4.4.1 Allgemeines

Es wurde eine Vielzahl von freien und proprietären Programmpaketen zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes (früher „Rohrnetzberechnung“) entwickelt, sodass im Rahmen dieser Arbeit nur die bekanntesten erwähnt werden. Einige Programme zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes wurden auf Basis des in Kapitel 2.4.2.1 vorgestellten Hardy-Cross-Verfahrens entwickelt. Programme, die das Hardy-Cross-Verfahren als Berechnungsmethode verwenden, sind jedoch nur für rudimentäre Simulationen des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes und somit nicht für Optimierungsrechnungen geeignet. Sie werden im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter behandelt. Zu den bekanntesten Programmen zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes zählen u.a.:

- **EPANET** (Open Source)
- **KANET** (derzeit in der Entwicklung)
- **WATERCAD** (proprietär)

[37] Pelka W. und Schröder D. (1984): S. 125ff
[38] vgl. Kapitel 3.3
[39] Berghout B.L. und Kuczera G. (1997)
[40] Deuerlein J. (2002)
[41] siehe hierzu Kapitel 2.4.4.3

- **STANET** (proprietär)

STAR ist ein proprietäres Programm zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes auf Basis der FEM (siehe Kap. 2.4.2.3). Ein weiteres proprietäres Programm zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes und zur Lösung von Langzeitoptimierungsproblemen ist das H2ONET der Firma MWH Soft[42]. Im Rahmen dieser Arbeit werden kurz die Programme EPANET, KANET, WATERCAD und STANET vorgestellt.

2.4.4.2 EPANET

EPANET ist ein weit verbreitetes Programmpaket zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes. Es wurde von der amerikanischen Water Supply and Water Resources Division der Environmental Protection Agency (EPA) entwickelt. Es ist ein frei verfügbares und quellcodeoffenes windowsbasiertes Programm, das in Praxis und Forschung häufig verwendet wird. EPANET wurde für hydraulische Verteilnetzanalysen entwickelt und hat folgende Eigenschaften[43]:

- Hydraulische Simulation von Systemen beliebiger Größe,
- berücksichtigt Druckverluste nach Hazen-Williams, Darcy-Weisbach oder Chezy-Manning,
- lokale Druckverluste z.B. in Krümmern,
- verschiedene Entnahmekategorien an den Knoten mit jeweils eigenen zeitlich variierenden Entnahmemustern,
- Regelorgane,
- modelliert drehzahlgeregelte Pumpen,
- Speicherbehälter beliebiger Größe und Geometrie,
- druckabhängige Volumenströme aus Emittern (z.B. Sprinkleranlagen),
- Energieverbrauch der Pumpen und
- einfache oder komplexe Pumpensteuerregime, z.B. in Abhängigkeit vom Behälterwasserstand.

Des Weiteren ist in EPANET ein Modul zur Simulation der Wassergüte enthalten, das die Ausbreitung reaktiver und nichtreaktiver Substanzen im Verteilnetz modellieren kann.

EPANET wurde speziell entwickelt, um Wasserversorgungsunternehmen bei Planung und

[42] MWH Soft (2007)
[43] Rossman L.A. (2000)

Betrieb von Wasserverteilnetzen zu unterstützen. Es kann für komplizierte hydraulische Netzanalysen (z.B. Löschwasserentnahmen), Untersuchung von Wassergüteparametern (z.B. Chlorzehrung und Bildung von Desinfektionsmittelnebenprodukten) und für Langzeitoptimierungsprobleme (siehe Kap. 2.6.2.3) verwendet werden. Bei Kurzzeitoptimierungsproblemen ist EPANET für die hydraulische Simulation hervorragend geeignet. Es wurde bereits in diverse Optimierungsmodelle integriert[44].

2.4.4.3 KANET

Das Institut für Wasser und Gewässerentwicklung der Universität Karlsruhe entwickelt derzeit das Computerprogramm KANET[45] zur Analyse und Planung von Wasserversorgungsnetzen mit Modulen zur hydraulischen Rohrnetzberechnung sowie Kosten- und Steuerungsoptimierung. KANET kann zur hydraulischen Simulation von Verteilnetzen mit verschiedenen Regelorganen verwendet werden. Im mathematischen Modell wurden mathematische Probleme mit neu entwickelten Ansätzen behoben, die bei anderen Berechnungsmethoden durch Regelorgane entstehen (u.a. in EPANET). Das Programm simuliert auch die Ausbreitung einer Konzentration im Verteilnetz. KANET ist zusätzlich in der Lage, Langzeitoptimierungsprobleme[46] zu lösen, wie beispielsweise die Ermittlung kostenoptimaler Rohrdurchmesser, Einspeisedruckhöhen und -mengenverteilungen eines neu zu planenden Verteilnetzes, dessen Verbrauchswerte, Pumpen- und Behälterstandorte vorgegeben sind. Weitere Details finden sich in Cembrowicz et al.[47].

2.4.4.4 WATERCAD

Die Firma Bentley Systems, Incorporated[48] hat das proprietäre Programmpaket WATERCAD zur hydraulischen Simulation von Wasserverteilnetzen entwickelt. Zusätzlich zu umfangreichen hydraulischen Systemanalysen und der Möglichkeit, Langzeitoptimierungsprobleme zu lösen, ist das Programmpaket in der Lage, einfache Wasserqualitätssimulationen (Ausbreitung von nichtreaktiven Inhaltsstoffen) im Verteilnetz durchzuführen.

2.4.4.5 STANET

Das Ingenieurbüro Fischer-Uhrig Engineering hat das proprietäre Programmpaket STANET[49] zur Simulation des hydraulischen Verhaltens eines Verteilnetzes entwickelt. Das Programm ist ebenfalls in der Lage, bestimmte Langzeitoptimierungsprobleme zu lösen. Es ist jedoch nicht so umfangreich wie KANET. Im Rahmen einer Dissertation wurde ein

[44] siehe hierzu Kapitel 2.6
[45] Cembrowicz R.G. et al. (2007)
[46] siehe hierzu Kapitel 2.6.2.3
[47] Cembrowicz R.G. et al. (2007)
[48] Walski T. M. et al. (2003)
[49] Ingenieurbüro Fischer-Uhrig (2003)

Modul zur Simulation von diversen Wassergüteparametern im Verteilnetz in das Programm integriert[50] [51].

[50] Beilke G. (2006)

[51] siehe hierzu auch Beilke G. und Wiegleb K. (2000) sowie Wiegleb K. und Beilke G. (1999)

2.5 Rohrnetzmodellierung

2.5.1 Allgemeines

Bei der Rohrnetzmodellierung wird das Wasserverteilnetz als ein sogenanntes hydraulisches Rohrnetzmodell mit seinen Netzelementen abgebildet. Auf Basis dieses Rohrnetzmodells können dann hydraulische Simulationen durchgeführt werden. Je nach Anforderungen an die Genauigkeit des Ergebnisses, wird das Rohrnetzmodell gegenüber dem Originalnetz mehr oder weniger stark vereinfacht. Es existiert eine Fülle von Literatur zu diesem Thema. Es wird hingewiesen auf Bornitz[52], Sturm[53], Habbob[54], Rossman[55] und Walski et al.[56].

2.5.2 Hydraulisches Rohrnetzmodell

Das hydraulische Rohrnetzmodell eines Wasserverteilnetzes ist ein mathematisches Modell mit zwei Bestandteilen:

1. Rohrnetzmodell: Abbildung aller oder der für das Ziel der Modellierung wichtigsten Netzelemente des Verteilnetzes. Es sind die in Tabelle 2.1 dargestellten Haupt- und Versorgungsleitungen vollständig oder bis zu einer bestimmten Nennweite, Pumpen bzw. Pumpwerke, Behälter und Regelorgane enthalten, die für das reale Verteilnetz im Modell repräsentativ sind. Der Wasserverbrauch wird in der Regel auf die Knotenpunkte konzentriert.

2. Simulationsmodell: Hydraulische Simulation des Verteilnetzes (früher „Rohrnetzberechnung“). Es handelt sich um mathematische Algorithmen, die aus Inputdaten, wie z.B. Behälterwasserstände, Stellungen von Regelorganen und Rauigkeiten, den Fließ- und Druckzustand des Verteilnetzes in Abhängigkeit von Einspeise- und Verbrauchsmenge berechnen.

Ändern sich beispielsweise

- die Struktur des Netzes,
- die Charakteristik einer oder mehrerer Rohrleitungen (k_b, Q-H-Linie etc.) und
- die Ausstattung einer Pumpstation,

so müssen die Modellparameter aktualisiert werden.

Prinzipiell können bei der Simulation nicht nur rein hydraulische, sondern auch andere technische, ökologische, sozioökonomische und ökonomische Gesichtspunkte modelliert werden. Hierzu zählt beispielsweise die Wassergütemodellierung.

[52] Bornitz U. (1980)
[53] Sturm M. (1985)
[54] Habbob M.H. (1987)
[55] Rossman L.A. (2000)
[56] Walski T. M. et al. (2003)

2.5.3 Hydraulische Lösung des Problems

Bei der hydraulischen Simulation vermaschter Verteilnetze werden die folgenden Größen betrachtet:

- Gesamter Wasserverbrauch als Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$, welche auf die Modellknoten des Verteilnetzes aufgeteilt werden,
- Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und variable Widerstände der Regelorgane $\bar{R}_{jk}(t)$,
- Netzdrücke, d.h. die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ an den Modellknoten und
- Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}(t)$.

Sind zwei Größen bekannt, so lässt sich die dritte und vierte Größe berechnen. Daraus resultieren drei Kombinationsmöglichkeiten:

1. Kombination: Es sind die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$, die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und die Widerstände der Regelorgane $R_{jk}(t)$, $(j,k) \in \tilde{L}, \bar{\bar{L}}, \breve{L}$ bekannt. Daraus können die unbekannten Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ an allen Knoten und die Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}(t)$ berechnet werden. Es sind weder Druckmessungen (Druckhöhen $\bar{H}_i(t)$ an den Modellknoten, noch Messungen von Strangvolumenströmen $\bar{Q}_{jk}(t)$) als Vorarbeit erforderlich. Druckmessungen und Volumenstrommessungen an ausgewählten Knoten bzw. Strängen werden nur zur Kontrolle und Kalibrierung des Rohrnetzmodells eingesetzt. Sind alle Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ und die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ bekannt, so ergeben sich automatisch auch die Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$. Sie zählen somit nicht als zusätzliche Größe.

2. Kombination: Ausgegangen wird von bekannten oder teilweise bekannten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ und bekannten Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ an den Modellknoten. Zu berechnen sind nun die unbekannten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und die teilweise unbekannten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$. Diese Kombination erfordert Vorarbeiten, d.h. Druckmessungen im Verteilnetz und Auswertungen statistischen Materials der Wasserzählerkartei aller Verbraucher zur besseren Schätzung der Verteilung des Gesamtverbrauchs auf die Modellknoten.

3. Kombination: Als Inputdaten werden die bekannten Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ und bekannte Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ verwendet. Zu berechnen sind dann alle unbekannten aktuellen Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$. Als Vorarbeit ist die Installation von Online-Druckmessgeräten erforderlich.

Die erste Kombination ist die standardmäßig verwendete Methode bei der Modellierung von Wasserverteilnetzen. Diese wird vor allem bei der Bemessung und bei der Langzeitoptimierung von Verteilnetzen angewendet. Die zweite Kombination wird bis heute nicht in mathematischen Modellen zur Simulation von Wasserverteilnetzen angewendet. Jedoch wurden bereits in den Sechziger Jahren im Wasserverteilnetz der Hamburger

Wasserwerke sogenannte „iterative Verhältnisrechnungen“ für vermaschte Verteilnetze durchgeführt[57]. Dabei wurde versucht, aus simultan gemessenen Drücken an mehreren ausgewählten Knoten einer Versorgungszone die unbekannten Rohrleitungswiderstände und die unbekannten Knotenentnahmeströme des Verteilnetzes zu berechnen. Neben den simultan gemessenen Knotendruckhöhen wurden auch die Förderströme der Wasserwerke und die Behälterzuflüsse bzw. Behälterabflüsse gemessen. Aus den so gewonnenen Messwerten können viele verschiedene Betriebszustände abgeleitet werden, die anschließend für die iterative Verhältnisrechnung verwendet werden. In Kapitel 3.4.3.2 wird jedoch gezeigt, dass die Berechnung von unbekannten Rohrleitungswiderständen und von unbekannten Knotenentnahmeströme aus simultan gemessenen Knotendruckhöhen schwierig bzw. unmöglich ist. Die dritte Kombination wird erstmalig mit dem in Kapitel 3.4 beschriebenen Skelett-Modell im Rahmen dieser Dissertation angewendet. Die mathematischen Details zur Berechnung der Knotenentnahmeströme bei bekannten Knotendruckhöhen und bekannten Rohrleitungswiderständen befinden sich im Kapitel 3.5.9.2.

2.5.4 Bestimmung der Rauigkeit

Die Größe $\bar{k}_{jk}$ hat die Dimension einer Länge und wird als absolute Rauigkeit bezeichnet. Die absolute Rauigkeit ist eine Maßzahl zur Kennzeichnung der konkreten Rauigkeit. Sie ist ausschlaggebend für die Berechnung der Reibungsverluste in geraden Rohren auf Basis der Prandtl-Colebrook-Gleichung. Es gibt diverse Tabellen in der Literatur, in denen empirische $\bar{k}_{jk}$-Werte zur praktischen Anwendung empfohlen werden[58].

In Druckrohren zur Wasserverteilung treten, zusätzlich zu den absoluten Rauigkeiten, Sonderverluste (z.B. durch Inkrustationen) auf, die nicht weiter lokalisierbar sind. Der dadurch entstehende tatsächliche Druckabfall kann größer sein als derjenige, der sich in entsprechenden Rohren aus der absoluten Rauigkeit ergibt. Diesem höheren Druckabfall entspricht eine größere äquivalente Rauigkeit als die der absoluten Rauigkeit der beteiligten Einzelrohre. Diese wird als Betriebsrauigkeit bzw. betriebliche Rauigkeit $\bar{k}_{b,jk}$ oder äquivalente Sandrauigkeit $\bar{k}_{s,jk}$ bezeichnet[59]. Die Betriebsrauigkeit $\bar{k}_{b,jk}$ dient als Kennzahl für den gesamten, nicht nur durch absolute Rauigkeit zu erklärenden Rohrleitungswiderstand.

Verfahren zur Bestimmung der Betriebsrauigkeit $\bar{k}_{b,jk}$ in einzelnen Strängen durch periodische Messung von Druckdifferenzen und Strangvolumenströmen sind schon lange bekannt. Diese Verfahren sind jedoch mit hohem Aufwand und hohen Kosten verbunden. Die Betriebsrauigkeiten sind somit nicht für jeden Strang im Modell bestimmbar und müssen teilweise abgeschätzt werden.

[57] Hoke G. et al. (1965)
[58] siehe hierzu z.B. DVGW W 302 (1981)
[59] Bornitz U. (1980): S. 46ff

2.5.5 Knotenentnahmeströme

Bei der Rohrnetzmodellierung ist die Prognose des gesamten Wasserverbrauchs eines Versorgungsgebietes und dessen korrekte Aufteilung auf die Knotenpunkte als Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ von großer Bedeutung. Eine möglichst genaue und umfassende Wasserverbrauchsprognose und die Verteilung des Wasserverbrauchs auf die Modellknoten ist der Schlüssel für eine gute Rohrnetzanalyse. Es sind folgende Bedarfsarten zu unterscheiden, die für Detailplanungen jeweils wieder untergliedert werden müssen:

- Haushalte und Kleingewerbe,
- Industrie,
- öffentliche Einrichtungen,
- Löschwasser und
- Wasserverluste.

Die Bestimmung des Wasserverbrauchs dieser Bedarfsträger nach Ort und Zeit ist sehr aufwendig. Direkt können in einem bestimmten Zeitraum nur wenige industrielle Großverbraucher gemessen werden. In einem Verteilnetz ohne Hochbehälter können die „virtuellen“ Knotenentnahmeströme auf Basis des Skelett-Modells (siehe Kap. 3.4) berechnet werden. Jedoch ist auch hier der Einsatz von Wasserverbrauchsprognoseinstrumentarien, z.B. zur Optimierung der Wasseraufbereitung (Einsatz von Brunnen, Wasserentnahmerechte, Einsatz von Aufbereitungschemikalien etc.), notwendig. Für die Vorhersage des Wasserverbrauchs und dessen Aufteilung auf die Knoten in einem Versorgungsgebiet wurden zahlreiche Prognoseinstrumente entwickelt, die derzeit Thema der Forschung sind[60]. Cembrowicz[61] nutzt beispielsweise das ARIMA-Konzept (Auto Regressive Integrated Moving Average) für die Prognose des stündlichen Wasserverbrauchs. Gruhler[62] beschreibt ebenfalls eine Methode zur Prognose des zukünftigen Wasserverbrauchs. Coulbeck et al.[63] haben ein Computerprogramm zur Vorhersage des Wasserverbrauchs entwickelt. Die Berliner Wasserbetriebe setzen bereits ein Prognosemodell in der Praxis ein[64].

2.5.6 Aktueller Stand der Rohrnetzmodellierung

Die meisten konventionellen Rohrnetzmodelle nutzen eine Methode, bei der das Verteilnetz vollständig bis hin zum kleinsten Rohrdurchmesser (vollständiges Modell) oder vereinfacht bis zu einem bestimmten Rohrdurchmesser (z.B. alle Rohrleitungen größer

[60] Eren O.: Dissertation in Bearbeitung
[61] Cembrowicz R. G. (1990)
[62] Gruhler R. (1988)
[63] Coulbeck B. et al. (1985)
[64] Burgschweiger J. et al. (2005)

als DN 100) im Modell abgebildet wird. Als Input für die hydraulische Simulation dienen gemessene oder geschätzte Werte für die betrieblichen Rauigkeiten $\bar{k}_{b,jk}$ bzw. Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und geschätzte Werte für die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$. Der Einsatz solcher „vollständigen“ Rohrnetzmodelle ist besonders gerechtfertigt bei

- Erweiterungen und Veränderungen eines Wasserverteilnetzes,
- der konkreten Problemstellenanalyse,
- Bemessung von neuen Verteilnetzen und
- der Simulation von Havariesituationen.

Bei der Kurzzeitoptimierung des Einsatzes und des Schaltpunktes von Pumpen muss jedoch nicht unbedingt das gesamte Verteilnetz abgebildet werden. Eine signifikante Reduktion der Anzahl an Rohrnetzelementen (z.B. Knoten und Stränge) ist möglich bzw. erforderlich. Bei der Steuerungsoptimierung ist in Abhängigkeit von der Zielstellung zu entscheiden, ob vollständige oder vereinfachte Modelle verwendet werden. Vollständige Rohrnetzmodelle können durch den hohen Rechenaufwand bei der hydraulischen Simulation im Rahmen der Kurzzeitoptimierung unter Umständen nicht effektiv sein. Zusätzlich ist eine Onlineüberwachung hydraulischer Kennwerte durch simultane Onlinedruckmessungen an ausgewählten Knoten im Verteilnetz durch die Online-Ermittlung der Pumpenförderströme und die Online-Ermittlung der Behälterzu- und Abflüsse notwendig. Anhand dieser Messwerte können dann Aussagen, z.B. über die Knotenentnahmeströme im Netz getroffen werden. Eine flächendeckende Messung von Drücken im Netz (z.B. an jedem Knoten) ist jedoch technisch sehr aufwendig bzw. nicht sinnvoll. Es muss also eine Rohrnetzmodellierungsmethode verwendet werden, die mit möglichst wenigen Messpunkten im Verteilnetz auskommt und die hydraulischen Zustände im Netz ausreichend genau widerspiegelt. Hierfür wird das in Kapitel 3.4 näher beschriebene Skelett-Modell verwendet.

2.6 Optimierung von Wasserverteilnetzen

2.6.1 Allgemeines

Bei der Verteilung von Trinkwasser mit Kreiselpumpen werden, in Abhängigkeit von der Topologie, mehr oder weniger große Mengen an elektrischer Energie verbraucht. Die jährlichen Pumpenergiekosten können bis zu 65 Prozent der gesamten Betriebskosten eines Wasserversorgungsunternehmens betragen[65]. National und international, aber auch im Interesse der Wasserversorgungsunternehmen, gewinnt daher die Optimierung von Wasserverteilnetzen und deren wirtschaftliche Betriebsweise immer mehr an Bedeutung. Zur Umsetzung dieser Anforderungen sind Optimierungsmodelle erforderlich, die Zielfunktionen mit Nebenbedingungen enthalten und aktuelle Prozessinformationen online verarbeiten können. Die Zielfunktionen beinhalten z.B. eine Energiekostenminimierung unter Gewährleistung der Versorgungssicherheit, d.h. die Bereitstellung einer ausreichenden Quantität und Aufrechterhaltung des erforderlichen Versorgungsdrucks im Verteilnetz. Diese Zielfunktion kann um beliebig viele Aspekte erweitert werden. Hierzu zählen beispielsweise Kosten für den Betrieb eines Wasserwerkes (Abschreibungen, Betriebskosten, Investitionen etc.). Des Weiteren können in der Zielfunktion Stoffe berücksichtigt werden, die ihre Beschaffenheit beim Transport in Wasserverteilnetzen verändern (Wassergütemodellierung). Hierdurch kann beispielsweise das Minimierungsgebot für unerwünschte Stoffe bzw. Schadstoffe am Zapfhahn des Verbrauchers gewährleistet werden. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Minimierung der Pumpenergiekosten bei der Wasserverteilung (Betriebs- bzw. Steuerungsoptimierung) unter Berücksichtigung jeder einzelnen Pumpe im Modell.

Pumpenergiekosteneinsparungen in Wasserverteilnetzen sind auf verschiedenen Wegen möglich. Zu den einfachsten Möglichkeiten zählen z.B. eine sachgerechte Instandhaltung des gesamten Verteilnetzes bis hin zur Nutzung von numerischen Modellen (aufwendig). Pumpenergiekosteneinsparungen können bereits durch die Erneuerung von Pumpen, dem Einsatz von FU-Regelung, die Verringerung der sich aus dem Wasserstand im Hochbehälter ergebenden Druckhöhe, gegen die gepumpt werden muss (besonders in Spitzenzeiten), die Nutzung von Tag- und Nachttarifen (falls verfügbar) für die elektrische Energie (nur Verteilnetze mit Hochbehälter) und die Ausnutzung des optimalen Wirkungsgradbereichs einer Pumpe erreicht werden.

In diesem Kapitel sollen die verschiedenen mathematischen Optimierungsmethoden vorgestellt werden.

[65] Boulus P.F. (2000)

2.6.2 Allgemeine Optimierungspotenziale beim Betrieb von Wasserverteilnetzen

Alle Optimierungspotenziale, die beim Betrieb von Wasserverteilungssystemen auftreten, werden in drei auf den Zeithorizont bezogene Gruppen unterteilt[66]:

1. Kurzzeitoptimierung (Betriebs- bzw. Steuerungsoptimierung),
2. Optimierung auf mittlere Sicht und
3. Langzeitoptimierung.

2.6.2.1 Kurzzeitoptimierung

Kurzzeitoptimierungsprobleme ergeben sich beim täglichen Betrieb von Wasserverteilnetzen ohne Änderungen des aktuellen Bestandes und werden deshalb zur **Betriebs-** bzw. **Steuerungsoptimierung** zusammengefasst. Bei Verteilnetzen ohne Hochbehälter ist eine Betriebsoptimierung möglich, wenn der aktuelle Druck im Verteilnetz an verschiedenen Knoten online und simultan gemessen wird[67]. Die Kurzzeitoptimierung wird in zwei Bereiche unterteilt:

1. Beim ersten Bereich handelt es sich um die Bestimmung einer optimalen Betriebsweise in Echtzeit (online), z.B. innerhalb eines Tages. Die Lösung besteht unter anderem aus der Bestimmung einer optimalen, d.h. energieeffizienten Pumpensteuerung unter Einhaltung aller Nebenbedingungen mit einem numerischen Optimierungsmodell. Die Nebenbedingungen ergeben sich aus physikalischen und betrieblichen Beschränkungen (z.B. minimale und maximale Behälterwasserstände, minimale und maximale Druckhöhen an den Knoten). Bestimmte Beschränkungen werden konservativ angenommen, um die Versorgungssicherheit zu jeder Zeit gewährleisten zu können. Zur Bestimmung der optimalen Betriebsweise sind in Verteilnetzen mit Hochbehälter zusätzlich Wasserverbrauchsprognosen, die ebenfalls zur Kurzzeitoptimierung zählen, erforderlich. Bei Verteilnetzen ohne Hochbehälter ist eine Online-Betriebsoptimierung unter Berücksichtigung jeder einzelnen Pumpe möglich, wenn der Druck im Verteilnetz an verschiedenen Punkten gemessen wird.

   Die Minimierung der Kostenfunktion ist unter Einbeziehung der Netzhydraulik und der Anwendung eines numerischen Optimierungsmodells, das die Anweisungen direkt an die Pumpen oder an den Wasserwerksleiter sendet, möglich. Dabei müssen die Steuerentscheidungen in Echtzeit getroffen werden. Des Weiteren ist ein Online-Messsystem im Verteilnetz zur Bestimmung und Überwachung von Knotendruckhöhen und Förderströmen erforderlich.

[66] Carpentier P. (1993) et al.
[67] Hähnlein C. (2007)

2. Der zweite Bereich ist die Zustandsanalyse, die sehr wichtig für die Untersuchung von Wasserverteilnetzen ist. Bei der Zustandsanalyse können mit Hilfe von Druck- und Volumenstrommessungen im Verteilnetz Aussagen über das Verbrauchsverhalten und Wasserverluste getroffen werden. Des Weiteren können damit hydraulische Rohrnetzmodelle kalibriert werden. Im Gegensatz zur Bestimmung der optimalen Betriebsweise müssen bei der Zustandsanalyse die Messdaten nicht in Echtzeit (online) vorliegen.

In Deutschland ist der Stand der Entwicklung der Betriebs- bzw. Steuerungsoptimierung in der Wasserversorgung, im Unterschied zur Entwurfsoptimierung (siehe Kap. 2.6.2.3), weitestgehend auf die Installierung von Hardware - meist ohne intelligent arbeitende Software - beschränkt[68]. Es gibt verschiedene Gründe, weshalb der Erfolg der entwickelten Modelle zur Kurzzeitoptimierung sehr begrenzt ist. Zum Einen sind numerische Optimierungsmodelle mathematisch sehr komplex, zum Anderen hat jedes Verteilnetz spezielle Eigenschaften und Randbedingungen, die im Modell mit berücksichtigt werden müssen. Es kann deshalb kein „global“ einsetzbares Modell entwickelt werden. Die Rechengeschwindigkeit des Modells ist abhängig von der Anzahl an Pumpen und Behältern, sowie der eingesetzten Hardware. Bei der Anwendung eines solchen Modells müssen häufig diverse Vereinfachungen getroffen werden. Es werden von den bereits entwickelten Modellen teilweise nur lokale Minima gefunden, jedoch nicht die globale optimale Lösung. In der Praxis einsetzbar sind solche Modelle bislang in Deutschland nur eingeschränkt. Das einzige Online-Optimierungsmodell, das derzeit in der Praxis in Deutschland angewendet wird, ist das von Burgschweiger et al.[69] entwickelte Optimierungsmodell für das gesamte Berliner Wassernetz (siehe Kapitel 2.6.5.4.1).

2.6.2.2 Optimierung auf mittlere Sicht

Auf mittlere Sicht, d.h. mit Zeiträumen von mehreren Wochen bis wenigen Monaten, können Prozesse wie z.B. Grundwasserbewirtschaftung (Absenkung, Abgabe etc.) und Liefermengen mit benachbarten Wasserversorgungsunternehmen (Optimierung innerhalb der Versorgungszonen oder im Verbund) ohne Änderung des aktuellen Bestandes optimiert werden. Aufgrund gegebener Rückwirkungen sollte die Optimierung auf mittlere Sicht auf der Kurzzeitoptimierung aufbauen.

2.6.2.3 Langzeitoptimierung

Bei der Langzeitoptimierung, die auch als **Entwurfsoptimierung** bezeichnet wird, geht es in erster Linie um die Anpassung der Planung von Wasserverteilnetzen an veränderte zukünftige Randbedingungen (zukünftiger Wasserbedarf, zukünftige Bebauungsstruktur, Wasserdargebot etc.). Dazu zählt z.B. die Bestimmung wirtschaftlicher Rohrdurchmesser, um die Aufenthaltszeiten im Verteilnetz zu minimieren, aber gleichzeitig

[68] Cembrowicz R. G. (1990)
[69] Burgschweiger J. et al. (2005a und b)

die Reibungsverluste (erhöhter Pumpenergiebedarf) durch zu hohe Fließgeschwindigkeiten möglichst klein zu halten. Des Weiteren sind die Dimensionierung von Behältern, der Bau von Druckerhöhungsanlagen, der Austausch von Pumpen, Rückbaumaßnahmen, Schließung von Brunnen, Bestimmung optimaler Einspeisedrücke etc. zu nennen. Bisher wurde die Langzeitoptimierung ohne Berücksichtigung der Kurzzeitoptimierung durchgeführt. Die bei der Langzeitoptimierung getroffenen Entscheidungen haben jedoch große Auswirkungen auf die täglich anfallenden Betriebskosten. Erst eine optimale Berücksichtigung aller Einflussfaktoren führt zu einer Minimierung von Investitionskosten **und** Betriebskosten.

Zur Lösung der Langzeitoptimierung ist die Existenz eines geeichten hydraulischen Rohrnetzmodells als typisches Abbild des aktuellen Verteilnetzes erforderlich. Die Optimierung, z.B. von Rohrleitungsdurchmessern, läuft dann statisch oder dynamisch ab. Mit der hydraulischen Simulation können Fließgeschwindigkeiten, Stellungen von Regelorganen und Knotendruckhöhen ermittelt werden. Dynamische Änderungen, z.B. Änderung von Behälterwasserständen und Energieverbrauch von Pumpen, können ebenfalls simuliert werden. Programme für Langzeitoptimierungsprobleme von komplexen Wasserverteilungssystemen werden in Kapitel 2.4.4 behandelt. Diese Modelle wurden für eine optimierte **Planung** von Verteilnetzen entwickelt. Weitere Details finden sich auch in Hansen[70], Sherali et al.[71] und Young[72].

2.6.3 Grundlagen der Optimierung

Das Gebiet der Optimierung in der angewandten Mathematik beschäftigt sich damit, das Minimum oder Maximum einer beliebigen Funktion endlich vieler Variablen oder Unterfunktionen zu finden, wobei die Variablen oder Unterfunktionen endlich vielen Nebenbedingungen genügen müssen. Die mathematischen Beziehungen bilden das mathematische Modell des realen Prozesses, den diese hinreichend widerspiegeln und dessen wesentliche Einflussgrößen berücksichtigt werden. „Optimal“ bedeutet, dass eine Zielfunktion minimiert oder maximiert wird. Optimierungsprobleme stellen sich in der Wirtschaftsmathematik, Statistik, Operations Research und generell in allen wissenschaftlichen Disziplinen, in denen mit unbekannten Parametern gearbeitet wird, wie beispielsweise in der Physik, den Ingenieurwissenschaften, der Chemie und der Meteorologie, dar. Die wichtigsten Methoden zur Lösung von Optimierungsaufgaben sind die Lineare, die Nichtlineare, die Dynamische und die Diskrete Dynamische Optimierung, sowie das Branch-and-Bound Verfahren. Es muss dabei zwischen ganzzahligen, gemischt-ganzzahligen und kontinuierlichen Optimierungsaufgaben unterschieden werden.

[70] Hansen C.T. (1988)
[71] Sherali H.D. et al. (2001)
[72] Young B. (2000)

2.6.4 Lineare Optimierung

2.6.4.1 Allgemeines

Die Lineare Optimierung, die auch als Lineare Programmierung LP bezeichnet wird, gehört zu den jüngeren Anwendungsgebieten der Mathematik. Die Lineare Optimierung wurde erstmals 1939 von dem sowjetischen Mathematiker *Kantorowitsch* in seinem Buch „Mathematische Methoden in der Organisation und Planung der Produktion“[73] behandelt. Kurz danach veröffentlichte der Amerikaner *Hitchcock* eine Arbeit zu Transportproblemen[74]. Damals erkannte man noch nicht die Bedeutung dieser Arbeiten. Unter anderem für seinen Beitrag zur Linearen Optimierung bekam *Kantorowitsch* 1975 den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften. Vor einem halben Jahrhundert begann der Durchbruch der Linearen Optimierung mit der Simplexmethode, die von *Dantzig* entwickelt wurde[75]. Die Simplexmethode, mit der alle linearen Optimierungsaufgaben gelöst werden können, ist bis heute das wichtigste Verfahren zur Lösung von Problemen dieser Art. *Neumann*, *Morgenstern* und *Koopmans* gelang es schon kurz nach Dantzig diese Methode beträchtlich weiterzuentwickeln[76]. Seit dem Beginn der 50er Jahre erlebte dieser Bereich der Mathematik erneut eine rapide Aufwärtsentwicklung. Heute gehört die Lineare Optimierung zu den am besten erforschten Gebieten der Wirtschaftsmathematik.

2.6.4.2 Grundlagen

Bei der Linearen Optimierung sind die Zielfunktion und die Nebenbedingungen linear, d.h. durch ein System linearer Gleichungen und Ungleichungen darstellbar. Das bekannteste Verfahren zur exakten Bestimmung des globalen Optimums ist das Simplex-Verfahren. Die Grundidee des Simplex-Verfahrens besteht darin, solange in einem Polyeder von einer Ecke zu einer benachbarten Ecke mit besserem Zielfunktionswert zu laufen, bis dies nicht mehr möglich ist. Ist der zulässige Lösungsbereich bei der Linearen Optimierung konvex, so ist die erreichte lokale optimale Ecke auch global optimal. Bei bestimmten Arten von Optimierungsaufgaben gibt es seit den 90er Jahren auch das, zum Simplex-Verfahren konkurrenzfähige, effiziente Innere-Punkte-Verfahren. Wood und Charles[77] sowie Rao[78] [79] hatten erstmals die Methode der Linearen Optimierung bei der Simulation von Wasserverteilungssystemen angewendet. Weitere Anwendungsversuche der Linearen Optimierung zur Simulation von Wasserverteilungssystemen gibt es z.B. in Pa-

[73] Kantorowitsch L.W. (1939)
[74] Hitchcock F.L. (1941)
[75] Dantzig G.B. (1956)
[76] Domschke W. und Drexl A. (2007)
[77] Wood D.J. und Charles C.O.A. (1972)
[78] Rao A.S. (1977a)
[79] Rao A.S. (1977b)

pageorgiou[80], Coulbeck et al.[81], Diba et al.[82], Sun et al.[83], Ernst[84], Klempous et al.[85] und Wilson[86]. Die Linearisierung der nichtlinearen hydraulischen Gleichungen (siehe z.B. Kapitel 3.3) oder gar der Vernachlässigung der Stranggleichungen (Sun et al.[87] geben beispielsweise beim Strang eine lineare Kostenfunktion in Kosten/Volumeneinheit an) kann für einfache Netzanalysen und vereinfachte Modelle praktikabel sein. Die Modelle wurden teilweise speziell für Fernwassersysteme entwickelt, wobei der effiziente Einsatz von Grund- und Oberflächenwasser, sowie Speichersystemen als Pumpenergiekosteneinsparungen im Vordergrund stehen. Für eine möglichst exakte Modellierung von hochgradig vermaschten Verteilnetzen ist die Lineare Optimierung jedoch nicht geeignet und wird hier nicht näher betrachtet.

2.6.5 Nichtlineare Optimierung

2.6.5.1 Grundlagen

Im Gegensatz zur Linearen Optimierung ist die Zielfunktion bei der Nichtlinearen Optimierung (NLP) nichtlinear. Sogar die Nebenbedingungen können nichtlinear sein. Für die Praxis bedeutet dies, dass die Lösung Nichtlinearer Probleme viel aufwendiger zu behandeln ist als lineare Aufgaben, bei denen ein generell akzeptiertes und verwendbares Verfahren, der Simplex-Algorithmus, zur Verfügung steht. Das Attribut „aufwendig“ bezieht sich hier sowohl auf den Programmieraufwand als auch auf den Rechenaufwand. Nichtlineare Optimierungsaufgaben sind häufig in den Wirtschafts-, Ingenieur- und Naturwissenschaften zu finden. Zu den wesentlichen Schwierigkeiten der Nichtlinearen Optimierung zählt die Frage, wie viele Extremstellen die Zielfunktion aufweist (lokale Extrema vs. globale Extrema). Zur Berechnung der lokalen Extremwerte sind im Allgemeinen numerische Verfahren notwendig.

2.6.5.2 Lokale Nichtlineare Optimierung

Bei der Lokalen Optimierung hängt die Wahl der Berechnungsmethode von der genauen Problemstellung ab:

1. Handelt es sich um eine beliebig exakt bestimmte Zielfunktion (das ist bei stochastischen Zielfunktionen oft nicht der Fall)?

2. Ist die Zielfunktion in der Umgebung streng monoton, nur monoton oder könnte es „unterwegs“ sogar kleine relative Extrema geben?

[80] Papageorgiou M. (1984)
[81] Coulbeck B. et al. (1988a und b)
[82] Diba A. et al. (1995)
[83] Sun Y.-H. et al. (1995)
[84] Ernst A.T. (1996)
[85] Klempous R. et al. (1997)
[86] Wilson R.L. (1997)
[87] Sun Y.-H. et al. (1995)

3. Wie hoch ist der Rechenaufwand, um einen Gradienten zu bestimmen?

Zur Bestimmung des lokalen Optimums Nichtlinearer Funktionen ohne Nebenbedingungen stehen verschiedene gradientenbasierte Verfahren zur Verfügung[88]. Die gradientenbasierten Verfahren sind, sofern der Gradient schnell berechnet werden kann, schneller als die ableitungsfreien Methoden. Die Berechnung des Gradienten kann jedoch unter Umständen sehr aufwendig sein. Die ableitungsfreien Verfahren benötigen teilweise eine große Anzahl an Iterationen, sind aber sehr robust gegenüber Problemen in der Zielfunktion.

2.6.5.3 Globale Nichtlineare Optimierung

Die Globale Nichtlineare Optimierung ist, im Gegensatz zur Lokalen Nichtlinearen Optimierung, ein bis dato ungelöstes Problem der Mathematik. Es existieren praktisch keinerlei Methoden, bei deren Anwendung in den meisten Fällen eine Lösung gefunden wird, die mit Sicherheit oder auch nur großer Wahrscheinlichkeit das globale Extremum darstellt.

2.6.5.4 Anwendung der Nichtlinearen Optimierung in der Wasserverteilung

2.6.5.4.1 Das Optimierungsmodell der Berliner Wasserbetriebe: Das von Burgschweiger et al.[89] beschriebene Optimierungsmodell ist das einzige, in ein Betriebsleitsystem integrierte, numerische Kurzzeitoptimierungsmodell im deutschsprachigen Raum.

Im Optimierungsmodell der Berliner Wasserbetriebe (BWB) wird das Verteilnetz bis zu einem bestimmten Grad vereinfacht. Erreicht wird dies durch Vereinfachung des Hauptrohrnetzes mit 1481 Knoten und 1935 Strängen auf ein Drittel seiner ursprünglichen Größe. Reinwasserpumpen in Pumpstationen werden zusammengefasst und durch Verwendung eines aggregierten Wirkungsgradmodells (eine Wirkungsgradfunktion für die gesamte Pumpstation) simuliert. Die hydraulische Modellierung des Verteilnetzes erfolgt im Wesentlichen nach der Herangehensweise in Simulationspaketen wie EPANET (siehe Kap. 2.4.4.2). Der Wasserverbrauch der nächsten 24 Stunden bis 7 Tage wird mit der Software MATLAB Neural Network Toolbox[90] auf Basis neuronaler Netze prognostiziert. Der wesentliche Aufbau des gesamten Wasserversorgungssystems von Berlin ist in Tabelle 2.3 dargestellt. Im gesamten Netz sind keine Hochbehälter vorhanden. Als Optimierungsverfahren zur Bestimmung des optimalen Einsatzes aller Wasserwerke wird die gradientenbasierte Nichtlineare Optimierung verwendet. Dazu müssen alle Eingangsfunktionen zweimal stetig differenzierbar sein und entsprechend angepasst werden (siehe auch Kap. 2.3.2.1 zur Modifizierung der Prandtl-Colebrook-Gleichung). Das Optimierungsproblem wurde im algebraischen Modellierungssystem GAMS[91] (General Alge-

[88] siehe hierzu z.B.: Kistner A. (2004) und Plesa A.C. (2005)
[89] Burgschweiger J. et al. (2005)
[90] Demuth H. et al. (2006)
[91] GAMS (1988)

Parameter	Einheit	Wert
Versorgte Einwohner	Mio.	3,45
Hausanschlüsse	Tausend	256
Rohrnetzlänge	km	7843
Anzahl Wasserwerke	-	9
Anzahl Zwischenpumpwerke	-	5
Anzahl der Überpumpwerke	-	3
Mittlere Tagesabgabe	$\frac{m^3}{d}$	545.000

Tabelle 2.3: Das Wasserversorgungssystem der Berliner Wasserbetriebe im Jahr 2005 in Zahlen, Quelle: Burgschweiger, J. (2006).

braic Modeling System) speziell implementiert. Mit den in GAMS integrierten CPLEX-Codes wird eine Startlösung für das Optimierungsproblem erzeugt. Mit den MINOS-Codes wird darauffolgend das nichtlineare Optimierungsproblem iterativ gelöst. Problematisch bei der Integration des Optimierungsmodells in das Betriebsleitsystem war zu Beginn die hohe Antwortzeit der Computer. Das Modell musste dementsprechend stark vereinfacht werden, um die Antwortzeit auf maximal 30 Minuten zu reduzieren. Erreicht wurde dies unter anderem durch Weglassen von Strängen und Knoten, sowie der mathematischen Zusammenfassung aller Pumpen in einer Pumpstationen zu einer Gesamtwirkungsgradfunktion.

2.6.5.4.2 Weitere Anwendungsbeispiele: Weitere aktuelle Details zur Anwendung der Nichtlinearen Optimierung in Wasserverteilnetzen finden sich u.a. in Boulos et al.[92], Cembrano et al.[93], Cohen et al.[94] sowie Sakarya und Mays[95].

2.6.6 Dynamische Optimierung

2.6.6.1 Allgemeines

Die Methode der Dynamischen Optimierung, die auch als Dynamische Programmierung bezeichnet wird, ist auf eine sehr große Zahl von Modelltypen und Problemstellungen anwendbar und betrachtet dynamische Optimierungsprobleme mit einem über mehrere Perioden oder Stufen ablaufenden Entscheidungsprozess. Es können sowohl diskrete als auch stetige Modelle mit dieser Methode berechnet werden. In jeder Periode oder Stufe können jeweils andere Zielfunktionen und Nebenbedingungen gelten. Die Nebenbedingungen für die Steuer- und Zustandsvariablen, auch von komplizierter Art, stellen normalerweise kein Hindernis für die Anwendbarkeit dieser Methode dar. Es gibt

[92] Boulos P.F. et al. (2000)
[93] Cembrano G. et al. (2000)
[94] Cohen D. et al. (2000)
[95] Sakarya A.B.A. und Mays L.W. (2000)

jedoch kein dynamisches Optimierungsmodell, das durch einen allgemeingültigen Lösungsalgorithmus beschrieben werden kann. Die mathematischen Grundlagen der Dynamischen Optimierung finden sich beispielsweise in Bellman[96], Dano[97], Nemhauser[98], Ohse[99] und Zimmermann[100].

2.6.6.2 Modelltypen

Bei dynamischen Optimierungsmodellen ist ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal, auf welche Art die Zeit modelliert wird[101]:

- Bei diskreten Optimierungsmodellen werden Entscheidungen zu diskreten Zeitpunkten getroffen. Das Optimierungsmodell geht anschließend in einen anderen Zustand über.
- Bei kontinuierlichen Optimierungsmodellen wird permanent gesteuert. Mit kontinuierlichen Optimierungsmodellen befassen sich insbesondere die Kontrolltheorie und die Regelungstechnik.

Es wird von deterministischen oder stochastischen Modellen gesprochen, wenn die Zustände nur einen bestimmten Wert annehmen können oder auch Wahrscheinlichkeiten mit berücksichtigt werden müssen. Stochastische dynamische Modelle sind sehr komplex und können meist nur mit Simulationsmodellen gelöst werden.

2.6.6.3 Diskrete Dynamische Optimierung

Die Diskrete Dynamische Optimierung wird häufig genutzt, um ein dynamisches Optimierungsproblem zu modellieren. Bei der Diskreten Dynamischen Optimierung wird der abzubildende (zeitliche) Ablauf in monoton separable Teilprobleme (Stufen/Perioden) unterteilt, die sukzessive behandelt werden. Dies bedeutet, dass es für jeden Zustand im Modell nur endlich viele Zustandsübergänge zur nächsten Stufe geben kann. Diese Zerlegung wird als N-stufiger Entscheidungsprozess beschrieben. Dabei ist der Ausgangszustand der einen Stufe der Eingangszustand der folgenden Stufe. Ist die Anzahl an möglichen Zuständen relativ klein, so vereinfacht sich das dynamische Optimierungmodell erheblich. Wächst die Anzahl an Zuständen stark an, so wächst die Komplexität des Problems ebenfalls stark an. In Abbildung 2.3 ist dies schematisch dargestellt. Innerhalb einer Stufe n, $1 \leq n \leq N$, ergeben sich für einen Eingangszustand x_n (z.B. Behälterwasserstände) unter Berücksichtigung der gewählten Steuerungsmöglichkeiten q_n (z.B. Steuerindizes der Pumpen) der Stufenertrag $r_n(x_n, q_n)$ (z.B. die Pumpenergiekosten) und der Ausgangszustand $x_{n-1} = T_n(x_n, q_n)$ (neue Behälterwasserstände) der

[96] Bellman R.E. (1957)
[97] Dano S. (1975)
[98] Nemhauser G.L. (1966)
[99] Ohse D. (1998)
[100] Zimmermann H.-J. (2006)
[101] Hüftle M. (2006)

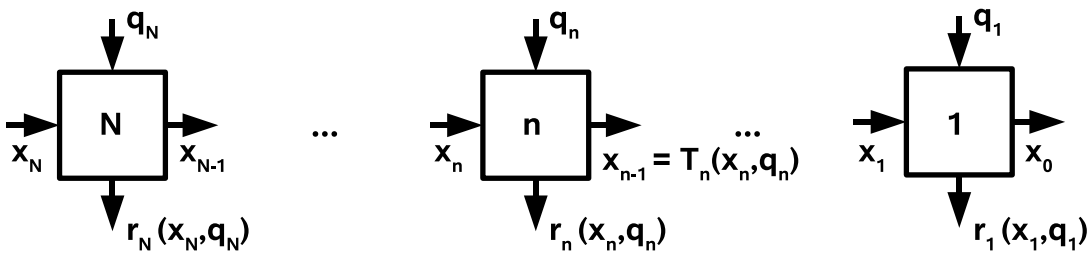


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Diskreten Dynamischen Optimierung.

betrachteten Stufe. Die Funktion T_n wird dabei als Stufentransformation bzw. Zustandsübergang bezeichnet. Wesentlich ist, dass r_n und T_n von den Variablen x_n, q_n der entsprechenden Stufe abhängen. Der Anfangszustand des gesamten Entscheidungsprozesses ist x_N und x_0 ist der angestrebte Endzustand. Der Anfangs- und der Endzustand sind vorgegeben (z.B. Behälterwasserstand zu Beginn der Optimierungsrechnung und Behälterwasserstand, der sich am Ende des Betrachtungszeitraums einstellen soll).

Die Zustände x_n müssen innerhalb der sich aus den Nebenbedingungen ergebenden Zustandsbereichen X_n liegen. Diejenigen Zustände x_n, die außerhalb des Zustandsbereichs X_n liegen, werden in der nächsten Stufe nicht weiter berücksichtigt und somit gestrichen. Analog sind die Steuerungsmöglichkeiten q_n Elemente der Steuerbereiche QB_n, die vom Eingangszustand x_n abhängig sind. Es gilt:

$$q_n \in QB_n(x_n), \text{ mit : } n = 1, ..., N. \tag{2.122}$$

Die Anwendung der Diskreten Dynamischen Optimierung führt zu einem monoton separablen Gesamtertrag R_N, der sich aus den Stufenerträgen $r_N, r_{N-1}, ..., r_1$ ergibt. Der Gesamtertrag R_N setzt sich somit aus einer Funktion f_N von einzelnen Stufenerträgen zusammen. Bei vorgegebenem Anfangszustand x_N ergibt sich:

$$R_N = f_N\left(r_N(x_N, q_N), r_{N-1}(x_{N-1}, q_{N-1}), ..., r_1(x_1, q_1)\right) = R_N(x_N, q_N, q_{N-1}, ..., q_1). \tag{2.123}$$

Als Optimierung eines bestimmten Prozesses wird die Bestimmung optimaler Entscheidungen (Steuerungen) bezeichnet, sodass der Gesamtertrag optimal wird. Ist ein Anfangszustand vorgegeben, wird der betrachtete Prozess als Anfangszustandsproblem bezeichnet. Es gilt:

$$R_N(x_N, q_N, ..., q_1) = opt, \tag{2.124}$$

mit den Nebenbedingungen:

$$x_{N-1} = T_N(x_N, q_N),\ x_N \in x_N, q_N \in QB_n(x_n),\ n = 1, ..., N, x_N.$$

Analog dazu wird ein Endzustands- bzw. Anfangs-Endzustandsproblem definiert. Vorausgesetzt sei die Existenz von:

$$f_n(x_n) := \min_{q_n, ..., q_1} R_n(x_n, q_n, ..., q_1) \tag{2.125}$$

für $n = 1, ..., N$.

Hierbei ist $R_n(x_n, q_n, ..., q_1)$ der Gesamtertrag eines Prozesses, der aus den Stufen $n, n-1, ..., 1$ besteht.

2.6.6.4 Die *Bellmansche* Rekursionsformel

2.6.6.4.1 Optimalitätsprinzip: Die *Bellmansche* Rekursionsformel basiert auf dem *Bellmanschen* Optimalitätsprinzip und gibt vor, wie ein optimaler Weg (auch als optimale Politik bezeichnet) von einem gegebenen Anfangszustand x_N über die verschiedenen Stufen (Teilpolitik) zum vorgegebenen Endzustand x_0 verlaufen muss. Sie basiert auf dem *Bellmanschen* Optimalitätsprinzip.

Es gebe eine optimale Folge von Zuständen $x_N, x_{N-1}, ..., x_{n+1}, x_n, x_{n-1}, ..., x_1, x_0$. Dann ist jeder Zustandsübergang $T_n(x_n, q_n)$ von x_n nach x_{n-1} und somit jede Entscheidung q_n dieser Folge optimal in Bezug auf den Zustandsübergang von x_n nach x_{n-1}. Das bedeutet, dass jede Teilpolitik einer optimalen Politik selbst optimal ist.

2.6.6.4.2 Rekursionsformel: Die *Bellmansche* Rekursionsformel kann unmittelbar aus dem Optimalitätsprinzip abgeleitet werden. Es gilt:

$$f_1(x_1) := \min_{q_1 \in QB_1(x_1)} r_1(x_1, q_1), x_1 \in X_1 \longrightarrow q_1^*(x_1); \tag{2.126}$$

$$f_n(x_n) := \min_{q_n \in QB_n(x_n)} \{r_n(x_n, q_n) + f_{n-1}(T_n(x_n, q_n))\}, x_n \in X_n \longrightarrow q_n^*(x_n), n = 2, ..., N. \tag{2.127}$$

Mit:

$X_n = \{x_n\}$	Menge aller zulässigen Eingangszustände auf der Stufe n (ergeben sich im Allgemeinen aus den Nebenbedingungen),
$QB_n(x_n)$	Menge der zulässigen Steuerungen auf der Stufe n, die vom Eingangszustand x_n abhängen,
$q_n^*(x_n)$	optimale Steuerung auf der Stufe n für den Eingangszustand x_n.

Es ist aus Gleichung 2.127 erkennbar, dass der Gesamtprozess mit den Stufen $n, n-1, ..., 1$ in einen Teilprozess mit den Stufen $n-1, ..., 1$ und die Stufe n (für $n = 2, ..., N$) zerlegt wird. In der Stufe n wird somit nur über q_n optimiert. Bei der Rekursion wird so vorgegangen, dass alle möglichen Zustände x_n zum Zeitpunkt n betrachtet werden. Es ist derjenige Zustand x_n, in Hinblick auf das Erreichen des Endzustandes x_0, optimal, der den kleinsten Zielfunktionswert f_n aller Zustände x_n liefert. Dieser Zustand ist derjenige, der beim Zustandsübergang in x_0 die geringsten Kosten verursacht. In der nächsten Iterationsstufe werden nur die Zustände x_{n+1} betrachtet. Wiederum wird der kleinste

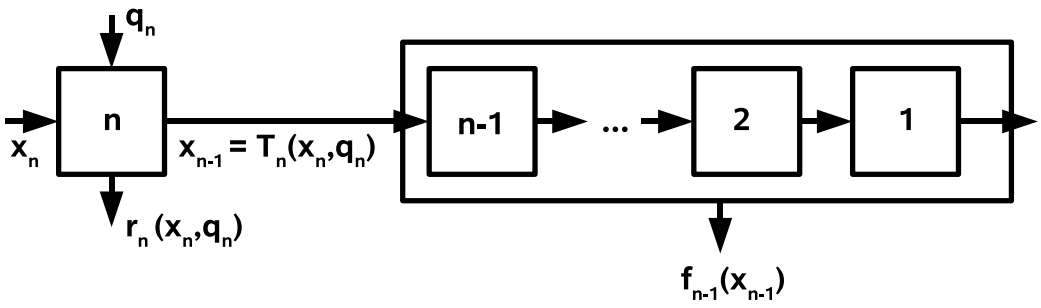


Abbildung 2.4: Zerlegung des Gesamtprozesses in einen Teilprozess.

Zielfunktionswert f_{n+1} bestimmt. Die Rekursion wird so lange weitergeführt, bis der Zustand x_N erreicht wird. Durch eine Vorwärtsrechnung von x_N nach x_0 wird dann die optimale Steuerfolge $(q_N^*, ..., q_{n+1}^*, q_n^*, ..., q_1^*)$, die auch als optimale Politik bezeichnet wird, berechnet. Die optimale Steuerfolge hat die folgenden Eigenschaften bei der für jedes $n = 1, ..., N-1$ gilt:

1. Die Steuerfolge $(q_n^*, ..., q_1^*)$ bildet für den aus den Stufen $n, ..., 1$ gebildeten Teilprozess eine optimale Steuerfolge bezüglich des aus $(x_N^*, q_N^*, ..., q_{n+1}^*)$ resultierenden Inputs x_n^*.

2. Die Optimierungsrichtung ergibt sich aus dem *Bellmanschen* Optimalitätsprinzip und Gleichung 2.127 und ist gegenläufig zur Prozessrichtung, die in Richtung der Stufen $N, N-1, ..., 1$ angenommen wurde.

Der Prozess lässt sich auch in entgegengesetzter Richtung interpretieren, wenn die Stufentransformation $x_{n-1} = T_n(x_n, q_n)$ eindeutig nach x_n auflösbar ist. Es existiert dann eine inverse Stufentransformation $x_n = \bar{T}_n(x_{n-1}, q_n)$. Wird die Diskrete Dynamische Optimierung in entgegengesetzter Richtung angewendet, muss der Gesamtertrag ebenfalls monoton separabel von den Stufenerträgen $r_1, r_2, ..., r_N$ in dieser Richtung sein. Der Gesamtertrag, unter Anwendung der inversen Stufentransformation, lässt sich für einen festen Endzustand x_0 wie folgt beschreiben:

$$R_N = f_N(r_N, ..., r_1) = \bar{R}_N = (q_N, q_{N-1}, ..., q_1, x_0). \tag{2.128}$$

Es wird wiederum folgende Existenz gefordert:

$$\bar{f}_n(x_n) := \min_{q_N, ..., q_{n+1}} \bar{R}_{N-n}(q_N, ..., q_{n+1}, x_n), \tag{2.129}$$

mit $n = N-1, N-2, ..., 0$,

wobei $\bar{R}_{N-n}(q_N, ..., q_{n+1}, x_n)$ der Gesamtertrag eines Prozesses über die Stufen $N, N-1, ..., n+1$ ist.

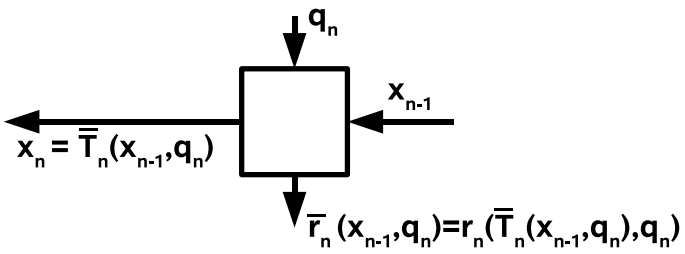


Abbildung 2.5: Entgegengesetzte Stufentransformation bei der Diskreten Dynamischen Optimierung.

Bei der Optimierung von Wasserverteilnetzen setzt sich die Ertragsfunktion aus den „Erträgen“ (Kostenanteilen) der Stufen $n, n = 1, ..., N$ zusammen. Es gilt:

$$R_N = \sum_{n=1}^{N} r_n(x_n, q_n). \tag{2.130}$$

Ertragsfunktionen dieser Form sind bei der Optimierung von Wasserverteilnetzen sowohl in Richtung $N \rightarrow 1$ sowie in Richtung $1 \rightarrow N$ monoton separabel. Die von Sturm[102] untersuchten Ertragsfunktionen sind sogar vollständig separabel. Es gilt dann für jedes $k \in \{1, ..., N-1\}$:

$$R_N = \bar{R}_{k+1} + R_k. \tag{2.131}$$

wobei $R_k = h_k(r_k, ..., r_1)$ der Gesamtertrag der Stufen $1, ..., k$ und $\bar{R}_{k+1} = \bar{f}_{k+1}(r_N, ..., r_{k+1})$ der Gesamtertrag der Stufen $N, N-1, ..., k$ ist. Solche Prozesse werden als symmetrische Prozesse bezeichnet.

2.6.6.5 Anwendung der Dynamischen Optimierung in der Wasserverteilung

Im deutschsprachigen Raum wenden erstmalig Sturm[103] und Habbob[104] die Dynamische Optimierung in Wasserverteilnetzen mit Gegenbehälter bzw. Durchlaufbehälter an. Wenig später veröffentlicht Gruhler[105] seine Dissertation über die Anwendung der Dynamischen Optimierung zur Prozessführung der Wasserverteilung. Alle drei Arbeiten wurden an der TU Dresden unter Leitung von Professor Kittner erstellt.

1990 veröffentlicht Cembrowicz[106] einen Artikel zur Steuerungsoptimierung von Wasserversorgungssystemen. Im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms „Steuerung von Mengen- und Stoffströmen“ wurde ein von Cembrowicz entwickeltes Programmpaket auf Basis der Diskreten Dynamischen Optimierung vorgestellt, das die optimale Betriebs-

[102] Sturm M. (1985)
[103] Sturm M. (1985b)
[104] Habbob M.H. (1987)
[105] Gruhler R. (1988)
[106] Cembrowicz R.G. (1990)

strategie der Reinwasserverteilung eines Verteilnetzes mit Hochbehälter ermittelt. Getestet wurde das Programm anhand des Wasserverteilnetzes Wolfsburg. Das ermittelte Energieeinsparpotenzial durch das Programm betrug, bei gleichhäufiger Schaltung der Pumpen innerhalb einer Woche, ca. **7,8%** bezogen auf den Energieverbrauch bzw. **13,2%** bezogen auf die Energiekosteneinsparungen (bessere Ausnutzung der Tag- und Nachttarife für elektrische Energie) gegenüber der in der Praxis angewendeten Betriebsweise.

Carpentier und Cohen[107 108], Cohen[109] sowie Joalland und Cohen[110] entwickelten eine Dekompositionsmethode auf Basis der Dynamischen Optimierung. Dabei wird das Verteilnetz mit Hochbehältern in verschiedene Subsysteme aufgeteilt, wobei jedes einzelne mit der Dynamischen Optimierung gelöst wird. Die Knotenentnahmen im Wasserverteilungssystem werden prognostiziert, und die Behälterwasserstände am Anfang und am Ende des Simulationszeitraums sind bekannt bzw. werden vorgegeben. An der Trennlinie zwischen zwei Subsystemen werden die 24-Stunden-Vektoren der Volumenströme und Drücke für den Koordinationsprozess genutzt. Dabei sendet ein Subsystem dem benachbarten Subsystem den Durchflussvektor und die Kosten für die jeweilig eingestellte Druckhöhe, wobei das andere Subsystem diesen Vektor zur Berechnung der optimalen Betriebsweise als Input verwendet und dem ersten Subsystem einen Druckhöhenvektor und die Kosten für den Volumenstrom übermittelt. Das erste Subsystem optimiert daraufhin seine Betriebsweise und so weiter. Diese Vorgehensweise konvergiert, unter bestimmten Voraussetzungen der Ausgangsfunktionen, nur dann zum globalen Optimum, wenn sich die Optimalwerte von einer Iteration zur nächsten nicht mehr ändern. Mehrere Behälter werden bei dieser Methode unter bestimmten Voraussetzungen teilweise zu einem zusammengefasst. Bei dieser Optimierungsmethode werden nur Pumpstationen und nicht einzelne Pumpen betrachtet. Getestet wurde diese Methode im Fernwasserversorgungssystem Le Pecq, ca. 40 km westlich von Paris, Frankreich.

Zessler und Shamir[111] entwickelten einen Optimierungsalgorithmus auf Basis der „progressiven Optimalität“, die eine iterative Methode auf Basis der dynamischen Programmierung darstellt. Auch dieses Modell wurde für Fernwassersysteme mit mehreren Hochbehältern entwickelt. Auch bei dieser Optimierungsmethode wird das System in Subsysteme unterteilt, sodass in jedem Subsystem eine Pumpstation mit zwei Behältern vorliegt. Alle Pumpen in einem Pumpwerk werden hydraulisch zusammengefasst. Der Optimierungszeithorizont beträgt auch hier 24 Stunden mit 1-Stunden-Intervallen (auch kürzere oder längere Intervalle sind möglich). Innerhalb der Intervalle ändert sich die Steuerung nicht. Die Knotenentnahmen im Verteilnetz werden punktuell prognostiziert und die Anfangs- und Endbehälterwasserstände vorgegeben. Die Energietarife können fest oder va-

[107] Carpentier P. und Cohen G. (1984)
[108] Carpentier P. und Cohen G. (1993)
[109] Cohen G. (1982)
[110] Joalland G. und Cohen G. (1980)
[111] Zessler U. und Shamir U. (1989)

riabel sein. Die Funktionen der Pumpenergiekosten müssen für jede einzelne Pumpstation vorher ermittelt werden. Es müssen alle für diese iterative Optimierungsmethode verwendeten Funktionen konvex sein, um das globale Optimum erreichen zu können.

Orr et al.[112] haben eine Optimierungsmethode in Kombination mit einem Überwachungssystem von Drücken und Volumenströmen im Verteilnetz vorgestellt, die auch die einzelne Pumpe mit oder ohne Drehzahlregelung betrachtet. Auch bei diesem Ansatz werden, ausgehend von Prognosen der Knotenentnahmen, optimale Schaltregime für ein Wasserverteilungssystem mit Gegenbehältern berechnet. Das Verteilnetz wird dabei stark vereinfacht. Das Pumpenoptimierungsprogramm wird als GIMPOS bezeichnet und nutzt eine vorwärtsgerichtete dynamische Programmierung als Optimierungsmethode. Die Methode wurde in einem Wasserverteilnetz des englischen Wasserversorgungsunternehmens Severn-Trend getestet. Pumpenergieeinsparpotenziale durch Anwendung von Optimierungsmodellen in Verteilnetzen mit Hochbehälter werden mit durchschnittlich **15%** bis hin zu einem Maximum von **27%** angegeben.

Murray und Yakowitz[113] entwickelten eine Optimierungsmethode auf Basis der dynamischen Programmierung für eine Anwendung in Verteilnetzen mit mehreren Hochbehältern, die die Hardwareanforderungen wie verfügbarer Arbeitsspeicher und Prozessorleistung wesentlich reduziert. Mit dieser Methode steigt die Berechnungsdauer bei der Simulation nicht mehr exponentiell mit der Dimension der Zustands- und Entscheidungsvariablen.

2.6.6.6 ALPOPT.NET

Habbob[114] entwickelte das numerische Optimierungsmodell ALPOPT.NET, das als windowsbasiertes und in DELPHI programmiertes Programmpaket zur Optimierung des Einsatzes und des Schaltzeitpunktes von Pumpen dient, die konstant mit Nenndrehzahl gefahren werden. ALPOPT.NET kann nur für Verteilnetze mit Hochbehälter angewendet werden. Das Verteilnetzes wird als Skelett-Modell modelliert, wobei die Optimierungsrechnungen mit der Diskreten Dynamischen Optimierung sowie dem Knoten-Strang-Verfahren, mit den in der Literatur angegeben mathematischen Verfahren, erfolgen[115] [116]. Die Knotenentnahmeströme müssen hierbei prognostiziert werden[117]. Das Programm ALPOPT.NET wurde bis heute nicht in der Praxis eingesetzt und getestet. Die mathematischen Grundlagen des Skelett-Modells[118] und die des Knoten-Strang-Verfahrens[119]

[112] Orr C. H. et al. (1990)
[113] Murray D. M. und Yakowitz S. J. (1979)
[114] Habbob M.H. (2005)
[115] Habbob M.H. und Vetters K. (1987b)
[116] Habbob M.H. (1987)
[117] siehe hierzu auch Kapitel 3.5.10
[118] vgl. Kapitel 3.4
[119] vgl. Kapitel 3.3

werden im Rahmen dieser Arbeit neu- bzw. weiterentwickelt. Das numerische Optimierungsmodell[120] wird zusätzlich um FU-geregelte Pumpen erweitert. MATLAB liefert, im Gegensatz zu DELPHI, sehr wertvolle Funktionalitäten. Somit wird das algorithmische Konzept von ALPOPT.NET in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

2.6.7 Branch and Bound

Die Branch and Bound-Methode (Verzweigung und Schranke bzw. Abgrenzung) wird verwendet, um für ein gegebenes ganzzahliges Optimierungsproblem die beste Lösung zu finden. Dabei wird das zu lösende Optimierungsproblem in Teilprobleme zerlegt. Um die komplette und damit aufwendige Berechnung aller Teilzweige umgehen zu können, wird die erste gültige Lösung als obere Schranke festgelegt. Alle darauf folgenden Berechnungen, die diese Oberschranke überschreiten (z.B. höhere Kosten), werden dann abgebrochen. Wird eine günstigere Lösung gefunden, so wird deren Wert als neue obere Schranke festgelegt. Somit können viele überflüssige Rechnungen vorzeitig abgebrochen werden.

Klempous et al.[121] wendeten die Branch and Bound-Methode im Rahmen einer einfachen statischen Optimierung mit linearen Randbedingungen in einem Wasserverteilnetz mit Hochbehälter an.

2.6.8 Weitere Optimierungsverfahren

Es wurden noch weitere Optimierungsverfahren entwickelt, die teilweise eine Modifikation der bereits beschriebenen Optimierungsmethoden darstellen. Die wichtigsten Optimierungsverfahren wurden bereits in diesem Kapitel vorgestellt. Auf eine Vertiefung weiterer Optimierungsverfahren wird somit verzichtet.

2.6.9 Diskussion der Optimierungsverfahren

In diesem Kapitel wurden die wichtigsten Optimierungsverfahren und deren Anwendung in der Wasserversorgung vorgestellt. Für die vorliegende Arbeit muss ein Optimierungsverfahren ausgewählt werden, das in der Lage ist, das in Kapitel 3.5 beschriebene Optimierungsmodell lösen zu können. Dabei muss es möglich sein, die mathematischen Gleichungen jeder einzelnen Pumpe (FU-geregelt oder Fahrweise konstant mit Nenndrehzahl) und die hydraulischen Beziehungen aller Rohrnetzelemente bei der Lösung des Optimierungsproblems vollständig zu berücksichtigen. Die Lineare Optimierung ist für sehr vereinfachte Optimierungsrechnungen sinnvoll, jedoch zur Lösung des in Kapitel 3.5 beschriebenen Optimierungsmodells nicht geeignet. Bis heute sind keinerlei Lösungsmethoden auf Basis der Nichtlinearen Optimierung für das Optimierungsmodell

[120] vgl. Kapitel 3.5
[121] Klempous R. et al. (1997)

dieser Arbeit bekannt, das mathematisch jede einzelne Pumpe berücksichtigt. Die Dynamische Optimierung ist somit die einzige Methode, die das Optimierungsproblem zuverlässig lösen kann. Sie wird somit als Lösungsmethode für das Optimierungsmodell dieser Arbeit ausgewählt.

KAPITEL 3

Das numerische Optimierungsmodell

3.1 Allgemeines

In diesem Kapitel wird das im Rahmen dieser Dissertation entwickelte numerische Optimierungsmodell auf Basis des Skelett-Modells vorgestellt. Dazu werden im ersten Teil die für eine Anwendung des Optimierungsmodells geeigneten Verteilnetzarten vorgestellt. Im zweiten Teil wird das weiterentwickelte Knoten-Strang-Verfahren zur hydraulischen Simulation von Wasserverteilnetzen beschrieben. Im dritten Teil wird das Skelett-Modell als Rohrnetzmodellierungsmethode für Optimierungsrechnungen vorgestellt. Im letzten Abschnitt werden die mathematischen Grundlagen des entwickelten Optimierungsmodells beschrieben.

3.2 Netzarten und Optimierungspotenziale

3.2.1 Allgemeines

Bei der Verteilung von Trinkwasser werden üblicherweise, in Abhängigkeit von den topographischen Randbedingungen, Kreiselpumpen eingesetzt, um die Versorgung zu jeder Zeit, an jedem Ort und mit dem erforderlichen Versorgungsdruck sicherzustellen. Um diese Ziele erreichen zu können, ist elektrische Energie für den Betrieb der Pumpen notwendig. Bei der Steuerung von Pumpwerken in der Praxis der deutschen Wasserversorgung ist bis heute die hydraulische Situation im Verteilnetz nicht ausreichend berücksichtigt. Das Netz wird diesbezüglich während des Betriebes somit als „Black Box“ angesehen. Eine Ausnahme bilden die Berliner Wasserbetriebe, die bereits ein Optimierungsmodell in der Praxis einsetzen[1]. Wird die Netzhydraulik bei der Steuerung von Pumpwerken bei der Kurzzeitoptimierung mit einbezogen, so ist eine erhebliche Einsparung von Pumpenergiekosten möglich. Es muss im Optimierungsmodell zwischen Verteilnetzen ohne und mit Hochbehälter, ausgeführt als Gegen- oder Durchgangsbehälter, unterschieden werden.

[1] siehe Kap. 2.6.5.4.1

3.2.2 Verteilnetze ohne Hochbehälter

In Gebieten ohne topographisch geeignete Hochpunkte wird der Versorgungsdruck im Verteilnetz ausschließlich über Pumpen aufrecht erhalten. Der Reinwasserbehälter, der auch als Pumpvorlage bezeichnet wird, wird dann als Tiefbehälter betrieben. Der Tiefbehälter speichert das für den Betrieb erforderliche Wasservolumen und stellt ein Ausgleichsvolumen für die fluktuierende Wassermenge zur Verfügung. Die Pumpen sind insgesamt auf den Tagesspitzenbedarf bemessen, und mindestens eine Pumpe muss bei sehr geringen Entnahmen kontinuierlich in Betrieb sein, um den erforderlichen Versorgungsdruck zu jeder Zeit aufrecht erhalten zu können.

An die Steuerungsoptimierung stellen Verteilnetze ohne Hochbehälter besondere Anforderungen, da der Versorgungsdruck ausschließlich über die Pumpen aufrecht erhalten wird. Demzufolge sind Kurzfrist-Wasserverbrauchsprognosen aufgrund ihrer starken Schwankungsbreite als Input zur Simulation in Verteilnetzen ohne Hochbehälter nicht genügend zuverlässig. Hierzu wurde im Rahmen dieser Forschungsarbeit eine Methode entwickelt, die die Verbrauchssituation im Verteilnetz anhand online gemessener Druckhöhen an ausgewählten Knoten ermittelt. Daraus kann zu jedem Zeitpunkt der optimale Einsatz jeder einzelnen Pumpe berechnet werden. Die Anwendung von Kurzfrist-Wasserverbrauchsprognosen ist jedoch auch bei dieser Netzart sinnvoll, um beispielsweise die Wasseraufbereitung und den Einsatz der Reinwasserbehälter zu optimieren.

Bis heute ist, nach derzeitigem Stand der Forschung, kein Optimierungsmodell bekannt, das den optimalen Einsatz von einzelnen Kreiselpumpen und deren Schaltzeitpunkte anhand online gemessener Knotendruckhöhen in einem Verteilnetz ohne Hochbehälter ermittelt. Der Schwerpunkt der Forschung lag bisher immer auf den in Kapitel 2.6 vorgestellten **Verteilnetzen mit Hochbehälter**. Einzige Ausnahme bilden die Berliner Wasserbetriebe, die keinerlei Hochbehälter im Netz betreiben. Beim Optimierungsmodell der BWB steht jedoch, im Gegensatz zu diesem Forschungsvorhaben, der Einsatz aller Wasserwerke in einem Verbundsystem im Vordergrund und nicht der Betrieb jeder einzelnen Kreiselpumpe.

3.2.3 Verteilnetze mit Hochbehälter

Bei Verteilnetzen mit einem oder mehreren Hochbehältern wird der erforderliche Versorgungsdruck durch den Behälterwasserstand sichergestellt. Dabei muss unterschieden werden, ob der Hochbehälter als Gegenbehälter oder Durchgangsbehälter betrieben wird. Weiterhin stellen Hochbehälter das Ausgleichsvolumen für die fluktuierende Wassermenge zur Verfügung. Die Pumpen sind insgesamt auf den maximalen mittleren Tageswasserbedarf ausgelegt und können auch für eine gewisse Zeit (z.B. Hochbehälter voll) außer Betrieb sein. Diese Tatsache ist ein wesentlicher Unterschied zu einem Verteilnetz ohne Hochbehälter. Die Steuerung der Pumpen erfolgt in der Praxis meist nach

dem Behälterwasserstand.

Infolge des verfügbaren Ausgleichsvolumens des Hochbehälters muss die Betriebsoptimierung grundsätzlich über einen längeren Zeitraum T, der in der Regel 24 Stunden beträgt, erfolgen. Die Betriebsoptimierung wird somit auf einen zukünftigen Zeitraum angewendet. Innerhalb dieses Zeitraums muss der Wasserverbrauch und dessen Aufteilung auf die Knoten prognostiziert werden. Hierzu werden Kurzfrist-Wasserverbrauchsprognosemodelle eingesetzt.

Für Betriebsoptimierungsprobleme in Verteilnetzen mit Hochbehälter wurden die in Kapitel 2.6 vorgestellten numerischen Optimierungsmodelle entwickelt. Die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens entwickelten Algorithmen können auch für diese Netzart verwendet werden. Dies muss jedoch noch durch Praxistests bestätigt werden (vgl. hierzu Kapitel 3.5).

3.2.4 Die Anlagenkennlinienproblematik von Verteilnetzen

3.2.4.1 Anlagenkennlinie einer Rohrleitung

Ist die Anlagenkennlinie eines Verteilnetzes bekannt, so kann ein **einzelnes** Wasserwerk mit einer oder mehreren Kreiselumpen für jeden beliebigen Knotenentnahmevektor $\vec{c}_i$ mit relativ einfachen Methoden optimal, d.h. mit minimalem Energieeinsatz, betrieben werden. Ein zusätzliches numerisches Optimierungsmodell ist dann prinzipiell nicht notwendig. Anhand eines einfachen Beispiels soll dies verdeutlicht werden. In Abbildung 3.1 sind eine drehzahlgeregelte Pumpe in Kombination mit einer 2500 m langen Rohrleitung DN 300 dargestellt, die eine betriebliche Rauigkeit von $\bar{k}_{b,jk} = 1$mm aufweist. Am Ende der Rohrleitung befindet sich ein Entnahmeknoten. In Abbildung 3.2

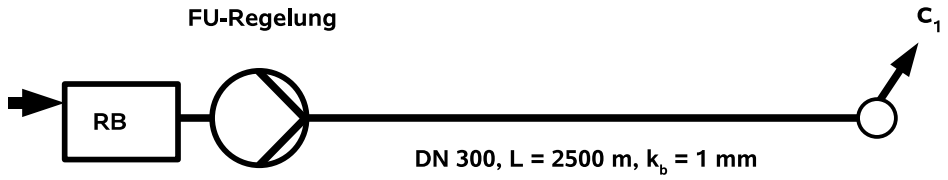


Abbildung 3.1: Einfaches Beispielnetz zur Ableitung einer Anlagenkennlinie, bestehend aus einer Pumpe und einer Rohrleitung mit Entnahmeknoten.

ist die Anlagenkennlinie der Rohrleitung unter Berücksichtigung der gesamten Prandtl-Colebrook-Gleichung bzw. des Gesetzes von Hagen-Pousseuille (grün) und eine Anlagenkennlinie unter Verwendung des Gesetzes von Prandtl-Kármán (rot) graphisch dargestellt. Für jeden Knotenentnahmestrom $\bar{c}_1(t)$ ergibt sich somit ein spezifischer Druckverlust innerhalb der Rohrleitung. Durch Veränderung der Drehzahl $v_{jk}(t)$, $(j,k) \in \hat{L}$ der drehzahlgeregelten Pumpe, und damit der Verschiebung der hydraulischen Pum-

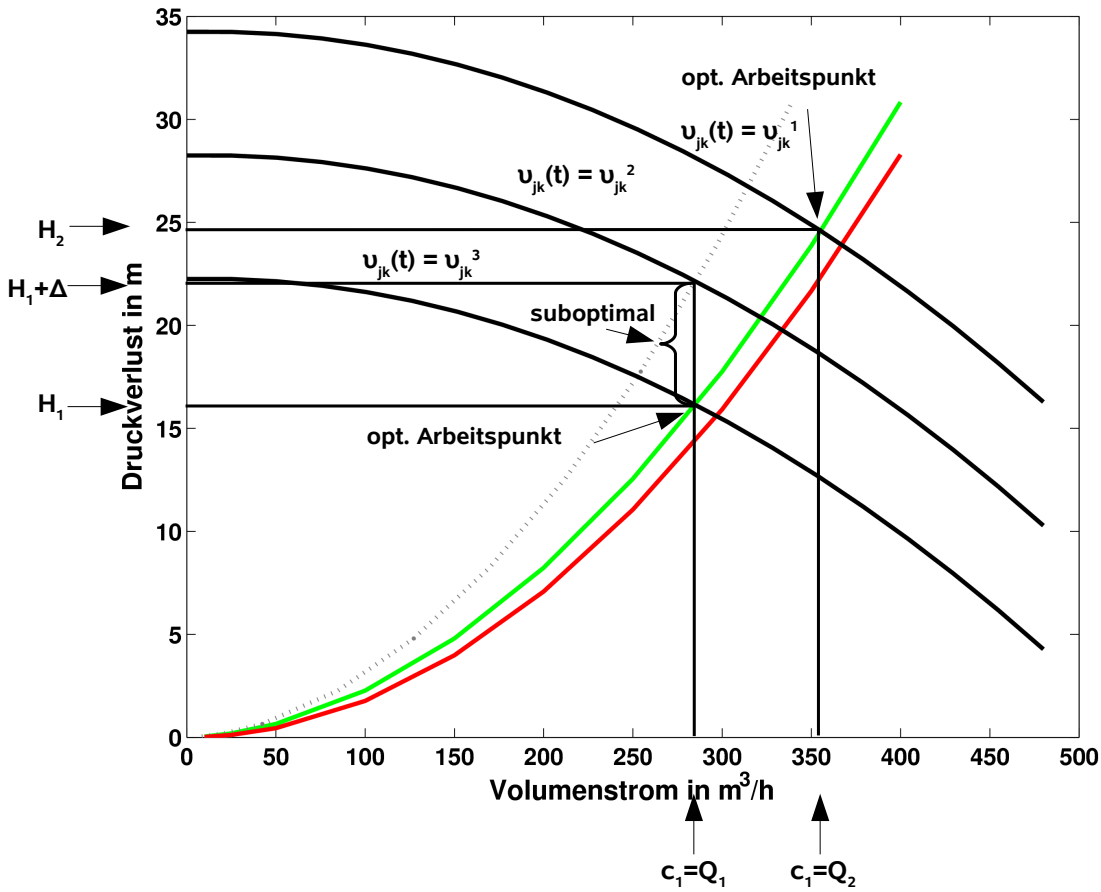


Abbildung 3.2: Anlagenkennlinie der Rohrleitung des Beispielnetzes in Abb. 3.1, berechnet mit dem Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ nach Prandtl-Colebrook bzw. nach Hagen-Pousseuille (grün) und nach Prandtl-Kármán für hydraulisch raue Rohrleitungen (rot). Darstellung der Pumpenkennlinie für drei verschiedene Drehzahlen $\widehat{v}^u_{jk}$, der optimalen Arbeitspunkte für zwei verschiedene Knotenentnahmeströme $\bar{c}_1 = Q_1$ und $\bar{c}_1 = Q_2$, sowie eines suboptimalen Arbeitspunktes für $\bar{c}_1$.

penkennlinie, kann für jeden beliebigen Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i(t)$ (z.B. $\bar{c}_1 = Q_1$ oder $\bar{c}_1 = Q_2$) im zulässigen Förderbereich der optimale Arbeitspunkt eingestellt werden. Wird für einen fest vorgegebenen Knotenentnahmestrom $\bar{c}_1 = Q_1$ durch Anpassung der Anlagenkennlinie (z.B. mit einem Ringkolbenschieber) die Drehzahl $v_{jk}(t)$, $(j,k) \in \widehat{L}$ höher als für den ursprünglichen Arbeitspunkt erforderlich eingestellt ($\widehat{v}_{jk}(t) = \widehat{v}^2_{jk}$), so steigt die Knotendruckhöhe von $\bar{H}_1$ auf $\bar{H}_1 + \Delta$. Die Leistungsaufnahme $N_{jk}(Q_{jk}(t))$, $(j,k) \in \widehat{L}$ erhöht sich entsprechend der Gleichung 2.88. Der Energieverbrauch der Pumpe steigt somit über das Optimum im ursprünglichen Arbeitspunkt hin an.

Neben der Einstellung des optimalen Arbeitspunktes wird außerdem angestrebt, dass eine Pumpe immer im optimalen Wirkungsgradbereich betrieben wird. Dabei ist zu beachten, dass es in einem bestimmten, vom Wirkungsgradverlauf der Pumpe abhängigen Bereich jeweils zwei verschiedene Pumpenförderströme $Q_{jk}(t)$, $(j,k) \in \widehat{L}$ gibt, bei denen

der dabei erzielte Wirkungsgrad betragsmäßig gleich ist. Die jeweils eingestellte Knotendruckhöhe $\bar{H}_i(t)$ und die Leistungsaufnahme $N_{jk}(Q_{jk}(t))$, $(j,k) \in \hat{L}$ sind jedoch für beide Pumpenförderströme $Q_{jk}(t)$, $(j,k) \in \hat{L}$ unterschiedlich. Dies muss immer berücksichtigt werden, da der aktuelle Wirkungsgrad von Pumpen somit für einen bestimmten Betriebszustand noch keine Aussage über das Energieoptimum ermöglicht. In Abbildung 3.3 ist dieser Sachverhalt vereinfacht dargestellt. Der Verlauf des Wirkungsgrades der FU-Regelung ist hier vereinfacht in der Wirkungsgradfunktion enthalten.

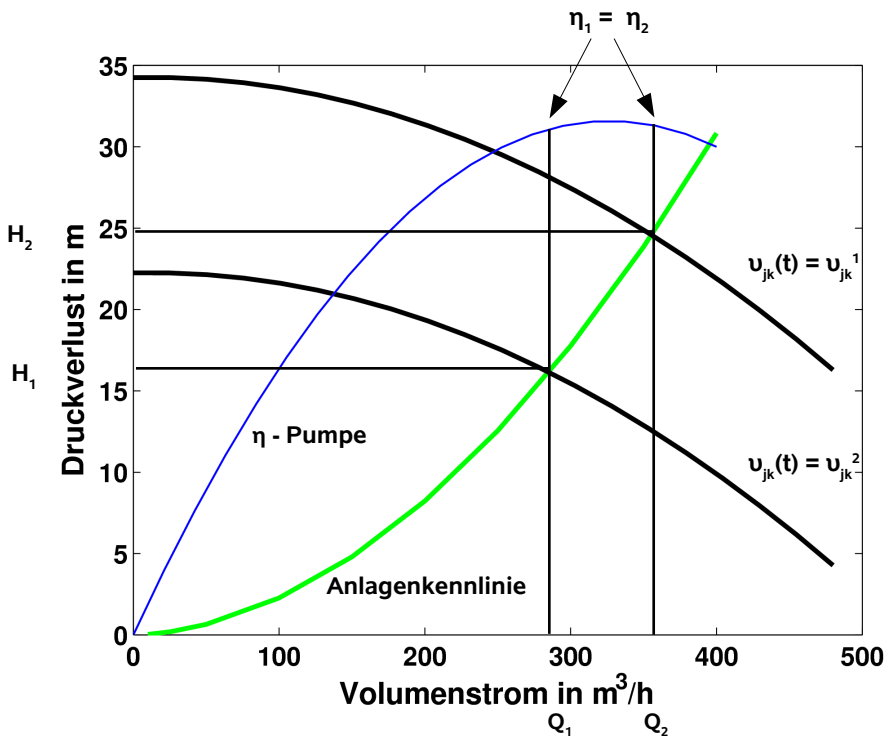


Abbildung 3.3: Wirkungsgrad beim Betrieb der Pumpe des Beispielnetzes in Abb. 3.1 für zwei verschiedene Knotenentnahmeströme $\bar{c}_1 = Q_1$ und $\bar{c}_1 = Q_2$.

3.2.4.2 Anlagenkennlinie eines Verästelungsnetzes

Bereits bei einem einfachen Verästelungsnetz ist es kaum noch möglich, eine allgemeingültige Anlagenkennlinie abzuleiten. In Abbildung 3.4 ist ein einfaches verästeltes Verteilnetz als Demonstrationsbeispiel dargestellt. Das Beispielnetz aus Abbildung 3.1 wird um eine weitere Rohrleitung der gleichen Länge und gleichen Kenndaten erweitert. Es gibt nun insgesamt zwei Entnahmeknoten im System. Im ersten Fall werden 300 $\frac{m^3}{h}$ am Knoten 1 und 0 $\frac{m^3}{h}$ am Knoten 2 entnommen. Der Gesamtdruckverlust zwischen Pumpe und dem ungünstigsten Knoten 2 errechnet sich dann nach der Prandtl-Colebrook-Gleichung bzw. dem Gesetzes von Hagen-Pousseuille zu 17,76 m oder unter Verwendung des Gesetzes von Prandtl-Kármán zu 15,91 m. Im zweiten Fall werden am Knoten 1 und 2 je 150 $\frac{m^3}{h}$ entnommen. Der Gesamtdruckverlust errechnet sich dann zu 22,55 m

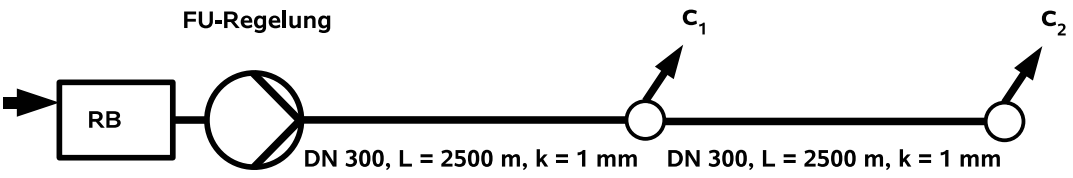


Abbildung 3.4: Einfaches Beispielnetz als Verästelungsnetz mit zwei Strängen, zwei Entnahmeknoten und einer drehzahlgeregelten Pumpe.

bzw. 19,89 m. Im dritten Fall werden nur am Knoten 2 300 $\frac{m^3}{h}$ entnommen. Der Gesamtdruckverlust errechnet sich zu 35,51 m bzw. 31,83 m. Das Beispiel zeigt, dass sich für jede Entnahmesituation im Verteilnetz bei **konstantem** Pumpenförderstrom unterschiedliche Druckverluste relativ zum ungünstigsten Knoten ergeben. Jede Entnahmesituation führt also zu einer spezifischen Anlagenkennlinie. Die Pumpe kann nun nur noch optimal betrieben werden, wenn die sich am Knoten 2 einstellende Knotendruckhöhe $\bar{H}_i(t)$ online bei der Steuerung mit berücksichtigt wird.

3.2.4.3 Anlagenkennlinie eines vermaschten Verteilnetzes

In vermaschten Verteilnetzen ist es praktisch nicht mehr möglich, eine exakte Anlagenkennlinie abzuleiten. Nur in besonderen Fällen, die in der Praxis nicht auftreten, ist dies jedoch trotzdem möglich. Als Demonstrationsbeispiel dient das in Abbildung 3.5 dargestellte einfache vermaschte Verteilnetz mit einem Behälter, 8 Entnahmeknoten und insgesamt 10 Strängen. Die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ der Stränge sind konstant und

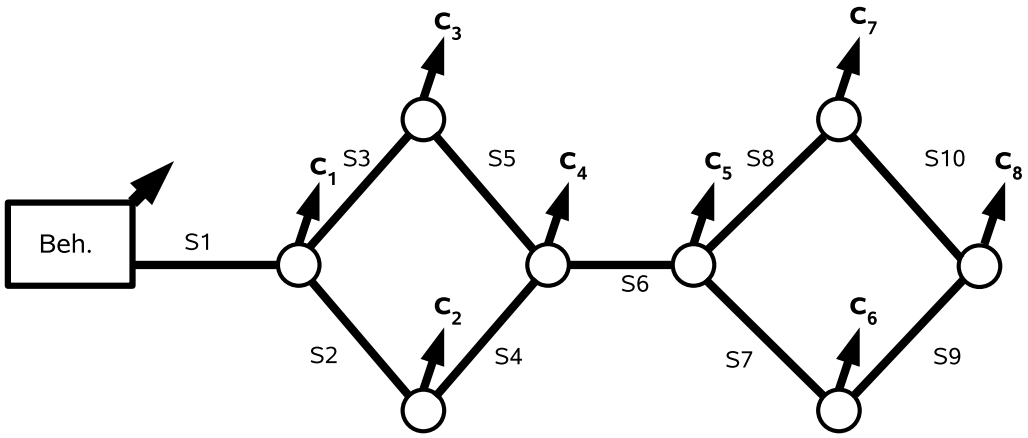


Abbildung 3.5: Vermaschtes Beispielnetz mit Behälter, 8 Knoten und 10 Strängen. Die konstanten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ sind vorgegeben.

werden willkürlich vorgegeben. Im ersten Schritt werden nun 100 verschiedene Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i$ als Lastfälle erzeugt. Für jeden Lastfall ergibt sich dann nach hydraulischer Berechnung ein maximaler Druckverlust im Netz zwischen dem Behälterwasserstand $\tilde{H}_i(t)$ und dem Druck $\bar{H}_i(t)$ am jeweils ungünstigsten Knoten. Dieser maxi-

male Druckverlust $\tilde{H}_i(t) - \bar{H}_i(t)$ wird für alle Lastfälle als Funktion des jeweiligen Volumenstroms $\bar{Q}_{jk}(t)$ aus dem Behälter durch den Strang S1 in ein Diagramm eingetragen. Die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ werden für jeden Lastfall nun so gewählt, dass diese **proportional** zueinander sind. Konkret bedeutet dies, dass sich z.B. bei der Verdoppelung des Knotenentnahmestroms $\bar{c}_1(t)$ alle anderen Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ ebenfalls verdoppeln. Nur für diesen Spezialfall mit konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ und zueinander proportionalen Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ ist eine Anlagenkennlinie für das Beispielnetz ableitbar. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.6 für 100 voneinander verschiedene Lastfälle graphisch dargestellt. Dabei ist es für den Verlauf der Anlagenkennlinie unerheblich, ob bei jedem Lastfall der Behälterwasserstand $\tilde{H}_i(t)$ jeweils gleich ist oder rein zufällig vorgegeben wird. In der Praxis sind die Rohrleitungswider-

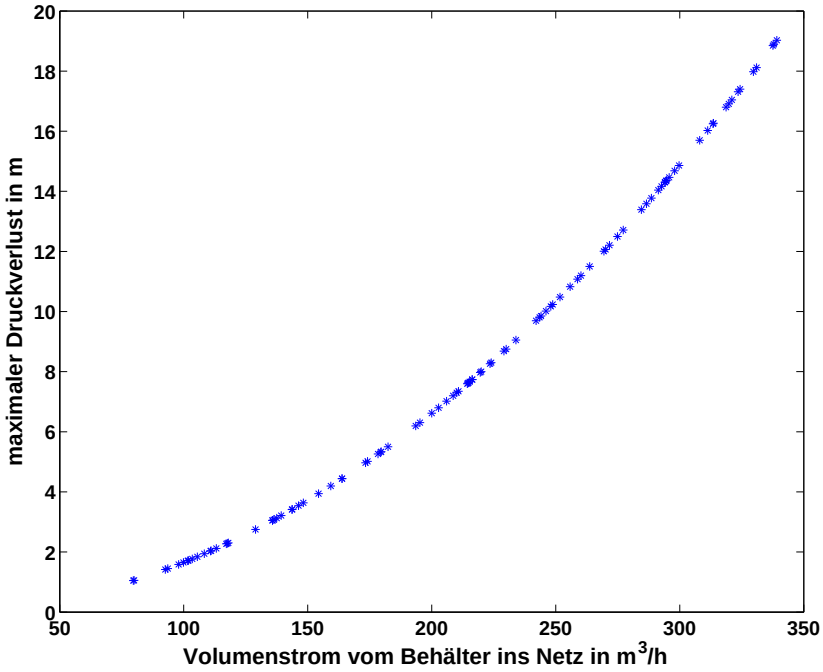


Abbildung 3.6: Anlagenkennlinie für 100 Lastfälle mit proportionalen Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ und konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ für das vermaschte Beispielnetz.

stände $\bar{R}_{jk}$ infolge der zusätzlichen Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes $\bar{\lambda}_{jk}$ von der Reynoldszahl Re im Übergangsbereich jedoch nicht konstant. Die Annahmen mit konstantem Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ stellen hier eine Vereinfachung dar. Zusätzlich sind die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ in der Praxis nicht proportional zueinander. Die Situation wird erschwert, wenn es verschiedene, vom jeweiligen Betriebszustand abhängige, hydraulisch ungünstige Knoten gibt. Selbst nicht proportionale Knotenentnahmen $\bar{c}_i(t)$, die jedoch nicht vollkommen willkürlich ausgewählt werden, führen bereits bei konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ dazu, dass keine eindeutige Anlagenkennlinie mehr ab-

leitbar ist. Hierzu wird für jeden Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i(t)$ der zufällig vorgegebenen Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i$ des Beispielnetzes ein konstanter Grundwert festgelegt, der dann für jeden Lastfall mit einem zufällig ausgewählten Faktor multipliziert wird, sodass die Abweichung vom Grundwert maximal 30% beträgt. Bereits dann kann mit der Annahme konstanter Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ keine exakte Anlagenkennlinie mehr abgeleitet werden. In Abbildung 3.7 sind die Ergebnisse mit 100 verschiedenen Lastfällen dargestellt. Es ergeben sich jedoch eine obere und eine untere Grenzfunktion des Schwankungsbereiches, deren Lage von den gewählten Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i$ abhängig ist.

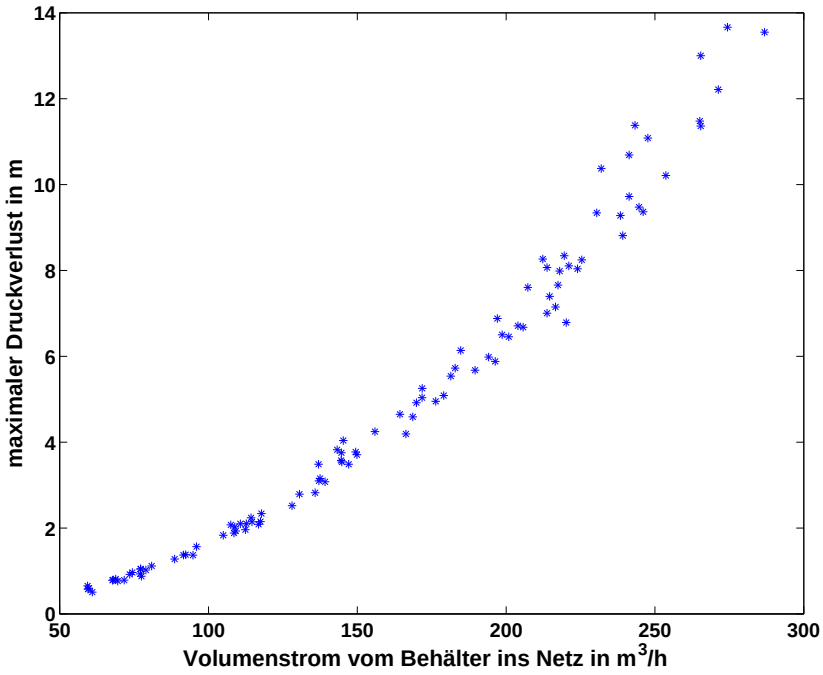


Abbildung 3.7: Schwankungsbereich der Druckdifferenzen $\tilde{H}_i(t) - \bar{H}_i(t)$ für das vermaschte Beispielnetz bei 100 Lastfällen mit zufällig erzeugten Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i$, die nur in einem vorgegeben Bereich liegen dürfen und konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$.

Werden die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ vollkommen willkürlich ausgewählt, so ergibt sich für 100 rein zufällig vorgegebene Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i$, deren Summe 350 $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ nicht überschreiten darf, der in Abbildung 3.8 dargestellte Verlauf. In diesem Fall ist es nicht mehr möglich, eine Anlagenkennlinie bzw. eine sinnvolle obere und untere Schrankenfunktion abzuleiten. Der Schwankungsbereich der Druckdifferenzen $\tilde{H}_i(t) - \bar{H}_i(t)$ bei konstantem Volumenstrom $\bar{Q}_{jk}(t)$ aus dem Behälter beträgt in Abhängigkeit von der Entnahmesituation mehrere Meter.

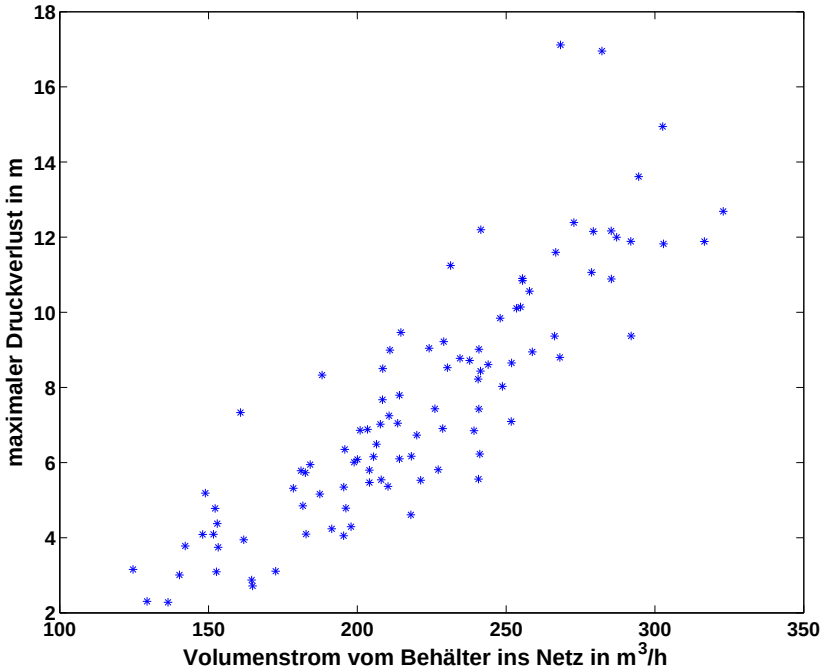


Abbildung 3.8: Schwankungsbereich der Druckdifferenzen $\tilde{H}_i(t) - \bar{H}_i(t)$ für das vermaschte Beispielnetz bei 100 Lastfällen mit zufällig erzeugten Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i$, die in der Summe 350 $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ nicht überschreiten dürfen und konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$.

Im Rahmen eines Pumpenaustausches in einer Versorgungszone eines deutschen Wasserversorgungsunternehmen wurde versucht, aus Druckdifferenzmessungen zwei empirische Anlagenkennlinien aus einem vermaschten Verteilnetz mit Gegenbehälter und insgesamt zwei parallel betriebenen Pumpen abzuleiten. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.9 dargestellt. Es wurde eine Näherungsfunktion aus Druckdifferenzmessungen zwischen Pumpstation und Gegenbehälter während einer Nacht und eine Näherungsfunktion aus Druckdifferenzmessungen zwischen Pumpstation und Gegenbehälter während eines Tages abgeleitet. Zusätzlich wurden die dazugehörigen Pumpenförderströme ermittelt. Die Abweichungen der so erstellten Anlagenkennlinien betragen hierbei bis zu 9 Meter.

3.2.5 Pumpensteuerung in der Praxis und Energieeinsparpotenziale

3.2.5.1 Allgemeines

Die Höhe des Einsparpotenzials an Pumpenergiekosten durch Anwendung eines Online-Optimierungsmodells ist neben den technischen Randbedingungen u.a. auch abhängig von der in der Praxis gewählten Steuerung der Pumpen. In diesem Kapitel sollen die am häufigsten in der Praxis gewählten Steuerungsarten von Pumpen kurz vorgestellt

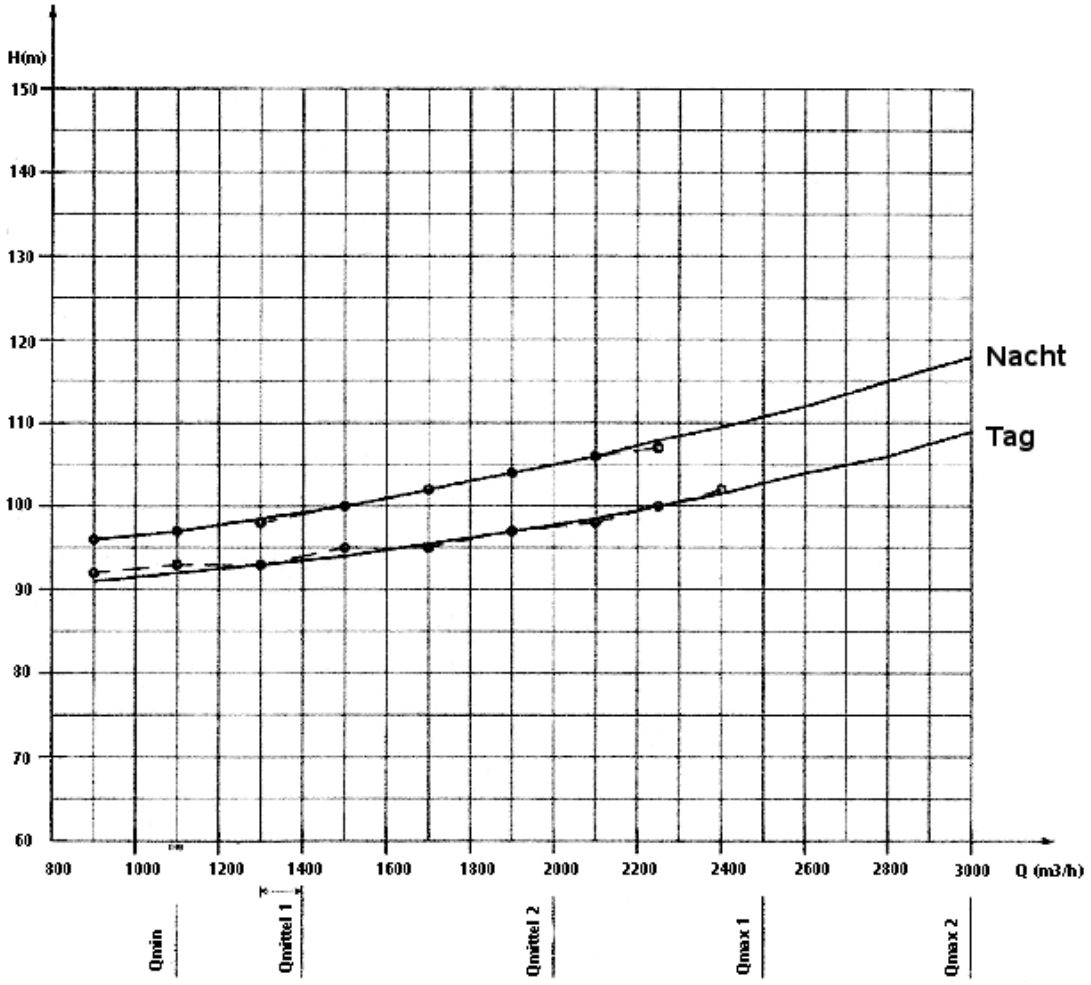


Abbildung 3.9: Zwei aus Druckdifferenzmessungen zwischen Gegenbehälter und Pumpstation während einer Nacht und während eines Tages berechnete Anlagenkennlinien eines Verteilnetzes eines deutschen Wasserversorgungsunternehmens.

werden.

3.2.5.2 Verteilnetze ohne Hochbehälter

In Verteilnetzen ohne Hochbehälter wird der erforderliche Versorgungsdruck ausschließlich über Kreiselpumpen aufrecht erhalten. Als Ausgleich für die fluktuierende Wassermenge steht nur der Reinwasserbehälter als Tiefbehälter des jeweiligen Pumpwerkes zur Verfügung. Die Wasserwerke sind entweder als Regelwerke oder Grundlastwerke ausgeführt. Die Pumpen der Regelwerke werden nach konstantem Druck $\bar{H}_{i,\text{const.}}$ am Wasserwerksausgang gefahren. Der Druck $\bar{H}_i(t)$ am Ausgang eines Regelwerkes wird durch den Einsatz von FU-geregelten Pumpen oder Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl (starrer Drehzahl) mit oder ohne veralteter Ringkolbenschieberregelung, bzw. einer Kombination aus beiden, konstant gehalten. Zu den Regelwerken können zusätzlich vo-

lumenstromgeregelte Grundlastwerke im Verteilnetz zugeschaltet werden. Die Fahrweise der Grundlastwerke wird normalerweise manuell vorgegeben. Der Förderstrom $\bar{Q}_{jk}(t)$ aus Grundlastwerken ist dann in der Regel konstant. In Grundlastwerken kommen normalerweise Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl und ohne zusätzliche Druck-Regelung gefahren werden, zum Einsatz. Details zur Fahrweise von Pumpen in Verteilnetzen ohne Hochbehälter finden sich auch in Kapitel 4.3.2.

3.2.5.3 Verteilnetze mit Hochbehälter

Bei Verteilnetzen mit Hochbehälter muss unterschieden werden, ob der Hochbehälter als Durchgangsbehälter oder Gegenbehälter angeordnet ist. Ist der Hochbehälter als Durchgangsbehälter angeordnet, fördert die Pumpstation direkt in den Behälter. Die Verbraucher werden ohne zusätzliche Pumpen aus dem Behälter versorgt. Das Steuerproblem reduziert sich auf eine Pumpstation mit einer Rohrleitung (vergleiche hierzu auch Kapitel 3.2.4.1).

Bei Verteilnetzen mit Hochbehälter werden die Pumpen in der Praxis nach dem Behälterwasserstand $\breve{H}_i(t)$ gefahren. Dies geschieht ohne Berücksichtigung der aktuellen und der zukünftigen Hydraulik im Netz auf Basis einer Kurzfrist-Wasserverbrauchsprognose. Daraus ergibt sich ein generelles Energieeinsparpotenzial durch Anwendung eines Optimierungsmodells. Für Verteilnetze mit Hochbehälter wurde bereits eine Vielzahl von Kurzzeitoptimierungsmodellen entwickelt, die in Kapitel 2.6 näher erläutert wurden. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Module Knoten-Strang-Verfahren, Skelett-Modell und Optimierungsmodell sind ebenfalls anwendbar. In Kapitel 3.5.10 wird dies, auf theoretischer Basis, näher erläutert.

3.2.5.4 Energieeinsparpotenziale

Aus der Tatsache, dass Wasserwerke nach konstantem Druck $\bar{H}_{i,\text{const.}}$ am Wasserwerksausgang (Verteilnetze ohne Hochbehälter) oder Behälterwasserstand $\breve{H}_i(t)$ (Verteilnetze mit Hochbehälter) gefahren werden, ergibt sich ein Einsparpotenzial an Pumpenergiekosten durch Anwendung eines Modells zur Betriebsoptimierung. Die in Kapitel 3.2.4 beschriebene Anlagenkennlinienproblematik führt zum einen dazu, dass die Knotendruckhöhe $\bar{H}_i(t)$ am hydraulisch ungünstigsten Knoten eines Verteilnetzes ohne Hochbehälter, in Abhängigkeit von der Verbrauchssituation, bei einer Fahrweise ohne Berücksichtigung der aktuellen Hydraulik, höher eingestellt wird als es für einen sicheren Betrieb erforderlich wäre. Die Anwendung von Ringkolbenschiebern erhöht den Energieverbrauch von Pumpen infolge des variabel einstellbaren Rohrleitungswiderstandes $\bar{R}_{jk}(t)$ zusätzlich, da die erhöhte Reibung zu einer Umwandlung von Druckenergie in Wärmeenergie führt. Durch die Anwendung der FU-Regelung kann dieser Energieverlust reduziert werden. In Kapitel 4 finden sich Details zu den möglichen Einsparpotenzialen durch Anwendung des entwickelten numerischen Optimierungsmodells. Das Optimierungsmodell wird da-

bei in einem realen Verteilnetz ohne Hochbehälter im Rahmen eines Versuches in der Praxis angewendet.

Die Höhe des Energieeinsparpotenzials durch Anwendung eines Optimierungsmodells ist prinzipiell von verschiedenen Faktoren abhängig. Zu den wichtigsten Faktoren zählen beispielsweise:

- Art des Verteilnetzes (mit oder ohne Hochbehälter, Netzkonfiguration etc.),
- Fahrweise der Pumpen (FU-Regelung, konstante Fahrweise mit Nenndrehzahl oder Ringkolbenschieberregelung),
- Gesamtzahl der Pumpen,
- Pumpenart (Kennlinien, Einsatzbereich etc.),
- Anzahl der Wasserwerke,
- Anzahl aller Behälter,
- Art der Behälter (Reinwasserbehälter, Durchgangsbehälter oder Gegenbehälter),
- verfügbare Behältervolumina,
- juristischen Randbedingungen (z.B. Wasserentnahmerechte) und
- ökologische Randbedingungen.

Neben der Berücksichtigung der Anlagenkennlinienproblematik sind auch Einsparungen an Pumpenergiekosten durch eine an die aktuelle Hydraulik des Verteilnetztes angepasste Fahrweise der Pumpen möglich. Für jeden Knotenentnahmevektor $\vec{c}_i$ in einem Verteilnetz gibt es, in Abhängigkeit von der Anzahl und Verfügbarkeit von Pumpen, mehrere voneinander verschiedene Pumpensteuerungsmöglichkeiten $K_{jk}(t)$, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$, die jeweils einen eigenen Energieverbrauch mit einer spezifischen Druckverteilung im Verteilnetz zur Folge haben. Je mehr Pumpen vorhanden sind, desto mehr verschiedene Steuerungsmöglichkeiten $K_{jk}(t)$, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ sind möglich, unter Einhaltung aller Nebenbedingungen. Dabei hat jede Steuerungsmöglichkeit eine spezifische Gesamtleistungsaufnahme $N_{jk}(Q_{jk}(t), v^u_{jk})$, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ zur Folge. Für einen sicheren Betrieb des Verteilnetzes ist es grundsätzlich ausreichend, den erforderlichen **Mindestdruck** $\bar{H}_{i,\min}$ zu jeder Zeit an allen Knoten sicherzustellen. Jeder Meter an zusätzlicher Druckhöhe zur Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\min}$ kostet zusätzliche Pumpenergie. Die Anzahl an Steuerungsmöglichkeiten $K_{jk}(t)$, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ ist abhängig von der Anzahl an Pumpen P im Verteilnetz. Es gilt für Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl $\hat{v}^0_{jk}$ gefahren werden:

$$\sum K_{jk}^{n} = 2^{P}. \tag{3.1}$$

$(j,k) \in \hat{L}$

Durch den Einsatz von FU-geregelten Pumpen erhöht sich die Anzahl an Steuerungsmöglichkeiten $\widehat{K}_{jk}^{n}$ signifikant.

Beispiel 1:

Für 6 Pumpen die konstant mit Nenndrehzahl $\hat{v}_{jk}^{0}$ gefahren werden und voneinander verschiedene Pumpenkennlinien aufweisen, ergeben sich also insgesamt 64 verschiedene Steuerungsmöglichkeiten $\hat{K}_{jk}^{n}$ mit jeweils einem spezifischen, von der Entnahmesituation im Verteilnetz abhängigen Energieverbrauch.

Sind jedoch alle 6 Pumpen baugleich (gleiche Pumpenkennlinien), so ergeben sich insgesamt nur 7 hydraulisch voneinander verschiedene Steuerungsmöglichkeiten $\hat{K}_{jk}^{n}$, die jeweils zu einem spezifischen, von der Entnahmesituation im Verteilnetz abhängigen Energieverbrauch führen.

Beispiel 2:

Die Nenndrehzahl $v_{jk}^{0} = 1500\ \frac{1}{\text{min}}$ eines Pumpenmotors kann durch eine FU-Regelung auf eine Drehzahl von $\widehat{v}_{jk}^{min} = 1100\ \frac{1}{\text{min}}$ reduziert werden. Wird die Drehzahl beispielsweise in Schritten von $\widehat{v}_{jk}^{u} = 1\ \frac{1}{\text{min}}$ diskretisiert, so bedeutet dies konkret, dass sich insgesamt 401 voneinander verschiedene Steuerungsmöglichkeiten mit jeweils einer spezifischen Leistungsaufnahme $\widehat{N}_{jk}(Q_{jk}(t), v_{jk}^{u})$ ergeben. Eine derart feine Diskretisierung führt jedoch bei mehreren drehzahlgeregelten Pumpen innerhalb einer Pumpstation bzw. innerhalb eines Verteilnetzes mit mehreren Pumpwerken zu einer extrem hohen Anzahl an möglichen Steuerungsmöglichkeiten. Jede dieser Steuerungsmöglichkeiten in einem Optimierungsmodell zu untersuchen ist, auch unter Verwendung von modernen Computern, mit sehr hohen Antwortzeiten verbunden. Es ist also wesentlich im Optimierungsmodell eine geschickte Diskretisierung der Drehzahl $\widehat{v}_{jk}^{u}$ vorzunehmen.

3.3 Das Knoten-Strang-Verfahren

3.3.1 Allgemeines

Das ursprünglich von Habbob und Vetters[2] entwickelte Knoten-Strang-Verfahren (KSV) wird im Rahmen dieser Dissertation als hydraulisches Rohrnetzberechnungsverfahren ausgewählt und weiterentwickelt. Bis dato wurden keinerlei Untersuchungen in Bezug auf das Konvergenzverhalten, die Auswahl der Startvektoren und die Stabilität durchgeführt. Je größer bei den Optimierungsrechnungen die Anzahl an Knoten, Strängen, Regelorganen, Behältern und Pumpen in einem Verteilnetz ist, desto höher sind die Anforderungen an die Rechengeschwindigkeit dieses Verfahrens bei der hydraulischen Simulation. Das Knoten-Strang-Verfahren wird deshalb im Rahmen dieser Arbeit auf schnelle Konvergenz hin optimiert. Die Programmierung erfolgt in MATLAB. Als Demonstrationsbeispiel dient das für den Praxistest verwendete und in Abbildung 3.26 dargestellte Skelett-Modell (siehe auch Kap. 4). Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Überprüfung der Stabilität und des Konvergenzverhaltens dieses Verfahrens. Es muss zwischen hydraulischer Simulation mit konstantem Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ und Widerstandsbeiwert $\bar{\lambda}_{jk}$ nach Prandtl-Colebrook bzw. Hagen-Pousseuille unterschieden werden.

3.3.2 Mathematische Grundlagen

Im Gegensatz zum Knoten-Verfahren werden beim Knoten-Strang-Verfahren alle Gleichungen dem in Kapitel 2.2.1 beschriebenen Newton-Verfahren als Lösungsverfahren unterworfen. Im mathematischen Modell stimmt die Anzahl der Unbekannten mit der Anzahl der Bestimmungsgleichungen überein. Für jeden Strangvolumenstrom $\bar{Q}_{jk}$ gilt die entsprechende Stranggleichung 3.2. Jeder Druckhöhe H_i, $i \in \bar{B}$ und jedem Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i$ wird die Massenbilanzgleichung 3.3 des Knotens i zugeordnet. Das Gleichungssystem lässt sich wie folgt darstellen:

$$F_{jk}^{(1)}(Q,H) = \sqrt{R_{jk}} \cdot Q_{jk} - \sqrt{|H_j - H_k|} \cdot sign(H_j - H_k) = 0 \tag{3.2}$$

$(j,k) \in \bar{L}$
und

$$F_i^{(2)}(Q,H) = \sum_{j \in UV_i} Q_{ji} - \sum_{k \in UN_i} Q_{ik} - c_i = 0. \tag{3.3}$$

$i \in \bar{B}$
Die Massenbilanzgleichung an jedem Behälterknoten dient zur expliziten Ermittlung der Behälterentnahmeströme $\bar{c}_i$ und kann somit aus dem Gleichungssystem entfernt werden. Sie wird erst benötigt, wenn der hydraulische Zustand des Systems berechnet worden ist.

[2] Habbob M.H. und Vetters K. (1987a)

Zur Lösung des Gleichungssystems wird das Newton-Verfahren vorgeschlagen. Ausgehend von geschätzten Startwerten $\vec{Q}_{jk}^0$, $\vec{H}_i^0$ gilt für die Korrektur der Startvektoren:

$$\vec{Q}_{jk}^+ = \vec{Q}_{jk}^0 + \vec{q} \text{ und } \vec{H}_i^+ = \vec{H}_i^0 + \vec{h}, \tag{3.4}$$

$i \in \bar{B}$ und $(j,k) \in \bar{L}$
wobei die Korrekturvektoren $\vec{q}$ und $\vec{h}$ Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$J \cdot \begin{pmatrix} \vec{q} \\ \vec{h} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} F^{(1)}(Q_{jk}, H_i) \\ F^{(2)}(Q_{jk}, H_i) \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

mit der Jacobi-Matrix

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial F^{(1)}}{\partial Q} & \frac{\partial F^{(1)}}{\partial H} \\ \frac{\partial F^{(2)}}{\partial Q} & \frac{\partial F^{(2)}}{\partial H} \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

sind. Die partiellen Ableitungen ergeben sich zu:

$$\frac{\partial F_{jk}^{(1)}}{\partial Q_{jk}} = \sqrt{R_{jk}}; \quad \frac{\partial F_{jk}^{(1)}}{\partial H_j} = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{|H_j - H_k|}}; \quad \frac{\partial F_{jk}^{(1)}}{\partial H_k} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{|H_j - H_k|}}; \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial F_i^{(2)}}{\partial Q_{jk}} = \begin{cases} 1 & j \in UV_i \\ -1 & k \in UN_i; \\ 0 & sonst \end{cases} \quad \frac{\partial F_i^{(2)}}{\partial H_j} = \frac{\partial F_i^{(2)}}{\partial H_k} = 0. \tag{3.8}$$

Durch Multiplikation der zu $F^{(1)}$ gehörenden Gleichungen mit $\sqrt{|H_j - H_k|}$ und der zweiten, zu $F^{(2)}$ gehörenden Gleichungen mit $\frac{1}{2}$, entsteht ein symmetrisches Gleichungssystem. Die Ausgangsgleichungen haben nun folgende Form:

$$f_{jk}^{(1)}(Q,H) = H_j - H_k - Q_{jk} \cdot \sqrt{R_{jk} \cdot |H_j - H_k|} = 0; \tag{3.9}$$

$$f_i^{(2)}(Q,H) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j \in UV_i} Q_{ji} - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in UN_i} Q_{ik} - \frac{1}{2} \cdot c_i = 0. \tag{3.10}$$

$i \in \bar{B}$ und $(j,k) \in \bar{L}$
Die partiellen Ableitungen ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{jk}^{(1)}}{\partial Q_{jk}} = \sqrt{R_{jk} \cdot |H_j - H_k|}; \quad \frac{\partial f_{jk}^{(1)}}{\partial H_j} &= -1 + \frac{Q_{jk} \cdot \sqrt{R_{jk}}}{2 \cdot \sqrt{|H_j - H_k|}}; \\ \frac{\partial f_{jk}^{(1)}}{\partial H_k} &= 1 - \frac{Q_{jk} \cdot \sqrt{R_{jk}}}{2 \cdot \sqrt{|H_j - H_k|}}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Mit $Q_{jk} \cdot \sqrt{R_{jk}} = \dfrac{H_j - H_k}{\sqrt{|H_j - H_k|}}$ ergibt sich:

$$\frac{\partial f_{jk}^{(1)}}{\partial H_j} = -\frac{1}{2}; \quad \frac{\partial f_{jk}^{(1)}}{\partial H_k} = \frac{1}{2}; \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial F_i^{(2)}}{\partial Q_{jk}} = \begin{cases} \frac{1}{2},\ k = i \\ -\frac{1}{2}, j = i; \\ 0,\ sonst \end{cases} \quad \frac{\partial F_i^{(2)}}{\partial H_j} = \frac{\partial F_i^{(2)}}{\partial H_k} = 0. \tag{3.13}$$

Das resultierende Gleichungssystem hat dann die Gestalt:

$$\begin{pmatrix} D & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{q} \\ \vec{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a} \\ \vec{b} \end{pmatrix}, \tag{3.14}$$

mit:

$$D_{jk} = \sqrt{R_{jk} \cdot |H_j - H_k|}; \tag{3.15}$$

$$P_{jk,j} = -\frac{1}{2}; \quad P_{jk,k} = \frac{1}{2}; \quad P_{jk,i} = 0 \ \ sonst; \tag{3.16}$$

$$a_{jk} = H_j - H_k - Q_{jk} \cdot \sqrt{R_{jk} \cdot |H_j - H_k|}; \tag{3.17}$$

$$b_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j \in UV_i} Q_{ji} - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in UN_i} Q_{ik} - \frac{1}{2} \cdot c_i = 0. \tag{3.18}$$

Die Lösung des linearen Gleichungssystems kann auch in zwei Teilschritten erfolgen:

1. Berechnung des Vektors $\vec{h}$ als Lösung des Gleichungssystems:

$$P^T \cdot D^{-1} \cdot P \cdot \vec{h} = P^T \cdot D^{-1} \cdot \vec{a} - \vec{b}; \tag{3.19}$$

$$A = P^T \cdot D^{-1} \cdot P; \tag{3.20}$$

$$\vec{h} = (A)^{-1} \cdot \left(P^T \cdot D^{-1} \cdot \vec{a} - \vec{b}\right); \tag{3.21}$$

$$\vec{h} = \left(P^T\right)^{-1} \cdot D \cdot P^{-1} \cdot \left(P^T \cdot D^{-1} \cdot \vec{a} - \vec{b}\right). \tag{3.22}$$

2. Berechnung des Vektors $\vec{q}$:

$$\vec{q} = D^{-1} \cdot \vec{a} - D^{-1} \cdot P \cdot \vec{h}. \tag{3.23}$$

3.3.3 Berechnung mit konstanten Rohrleitungswiderständen

3.3.3.1 Allgemeines

Bei Optimierungsrechnungen auf Basis des Skelett-Modells wird, wegen der real nicht existierenden Stränge, von konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ ausgegangen. Die Zulässigkeit dieser Vereinfachung konnte im Rahmen eines in Kapitel 3.4 beschriebenen Praxistests bestätigt werden. Es wird darauf hingewiesen, dass bei der Betriebsoptimierung nicht die **exakte** Ermittlung der Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}^n$ und Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ im Vordergrund stehen, sondern die Berechnung des **energieeffizientesten** Einsatzes aller Pumpen. Somit ist ein, aus dieser Vereinfachung sich ergebender Berechnungsfehler bei den Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ in einem gewissen Rahmen zulässig.

3.3.3.2 Wahl der Startvektoren und Konvergenzverhalten

3.3.3.2.1 Allgemeines: Die Rechengeschwindigkeit des programmierten Algorithmus des Knoten-Strang-Verfahrens ist abhängig vom Konvergenzverhalten. Je mehr Iterationen durch Anwendung des Newton-Verfahrens notwendig sind, umso länger dauert die Berechnung des hydraulischen Gleichgewichtszustandes eines Verteilnetzes. Das Ziel ist es somit, die Anzahl der Iterationen auf ein Minimum zu reduzieren. Dies kann durch eine geschickte Auswahl der Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0$ und $\vec{H}_i^0$ und eine Modifikation der Korrekturvektoren $\vec{q}$ und $\vec{h}$ erreicht werden. Besonders problematisch für das Konvergenzverhalten sind kleine Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i$ und geringe Druckverluste $\bar{H}_j - \bar{H}_k$ innerhalb eines oder mehrerer Stränge. Anhand zweier ausgewählter Lastfälle soll die allgemeine Problematik verdeutlicht und Lösungsvorschläge zur Verbesserung der Konvergenzeigenschaften vorgestellt werden. Das Skelett-Modell des Praxistests in Kapitel 4.3.2.3 mit dem zukünftigen Pumpenkonzept dient dabei als Referenzverteilnetz zur Berechnung beider Lastfälle.

3.3.3.2.2 Grundlagen: Alle Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und die Entnahmevektoren an den Knoten $\vec{c}_i$ für beide Lastfälle (Lastfall I und II) sind für das gesamte Verteilnetz vorgegeben. Die Pumpenkennlinien der Kreiselpumpen P1 bis P9 der Wasserwerke A und B können aus den Tabellen 4.2 und 4.3 entnommen werden. Wasserwerk C ist nicht in Betrieb. Die Wässerstände der Reinwasserbehälter betragen für beide Lastfälle in Wasserwerk A 3,35 m (31,75 mNN) und in Wasserwerk B 2,2 m (2,3 mNN). Die Konvergenz der Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ bereitet beim Knoten-Strang-Verfahren nach ausgiebigen Untersuchungen mit verschiedenen Verteilnetzen und Knotenentnahmesituationen keinerlei Probleme, sodass als Startvektor $\vec{Q}_{jk}^0$ grundsätzlich ein **Nullvektor** angesetzt wird. Das Abbruchkriterium der iterativen Berechnung wird für den Korrekturvektor $\vec{q}$ der Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ auf $q = 0,0001\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ und für den Korrekturvektor $\vec{h}$ der Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$ auf $h = 0,0001$ m festgesetzt.

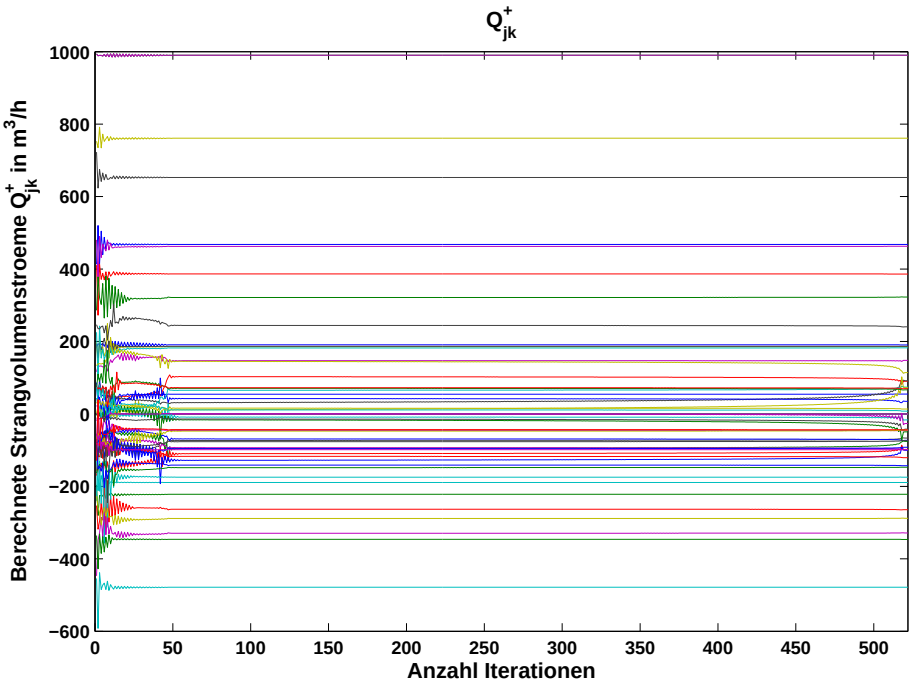


Abbildung 3.10: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}_{jk}^{+}$ aller Stränge des Skelett-Modells mit dem KSV für Lastfall I mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^{0} = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(1)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells.

3.3.3.2.3 Lastfall I: Gegeben sind der Knotenentnahmevektor $\vec{c}_i$ des Lastfalls I und drei Startvektoren $\vec{H}_i^0(1)$ bis $\vec{H}_i^0(3)$. Gesucht ist das Konvergenzverhalten des Knoten-Strang-Verfahren für jeden einzelnen Startvektor. Die Startvektoren und die berechneten Knotendruckhöhen $\bar{H}_{i,ber.}$ des Lastfalls I sind in Tabelle A.1 im Anhang dargestellt. In Tabelle A.2 befinden sich die berechneten Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ und die vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$. Es sind bei diesem Lastfall die Pumpen P2 und P5 des Wasserwerkes A sowie die Pumpe P8 des Wasserwerkes B in Betrieb. Alle drei Pumpen werden konstant mit Nenndrehzahl gefahren.

Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$

Im ersten Fall wird das Konvergenzverhalten mit dem Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$ untersucht. Alle Werte des Startvektors liegen zwischen dem berechneten maximalen Druck $\bar{H}_i$ an Knoten 13 (92,46 mNN) und dem berechneten minimalen Druck $\bar{H}_i$ an Knoten 27 (78,84 mNN). In den Abbildungen 3.10 und 3.11 sind die Ergebnisse der Simulation für alle Stränge und alle Knoten des Skelett-Modells dargestellt. Das Abbruchkriterium der iterativen Berechnung für den Korrekturvektor $\vec{h}$ der Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$ wird nach 522 Iterationen erreicht. Aus der Abbildung 3.10 ist erkennbar, dass die Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ besser konvergieren als die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$. Die drei waagerecht verlaufenden Graphen in Abbildung 3.11 ergeben sich aus der Summe des vorgegebenen Vordrucks des Rein-

wasserbehälters (geodätische Höhe $\hat{h}_{i,geod.}$ plus Behälterwasserstand $\hat{H}_i$) und den Koeffizienten $\alpha_{0,jk}$ der hydraulischen Pumpenkennlinie der in Betrieb befindlichen Pumpen P2, P5 und P8. Es ist erkennbar, dass einige Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$ sehr schnell konvergieren und andere weniger gut. Besonders problematisch für das Konvergenzverhalten sind geringe Druckdifferenzen $\bar{H}_j - \bar{H}_k$ innerhalb eines Strangs. Die berechnete Druckdifferenz im Strang vom Knoten 30 (79,77 m) zum Knoten 31 (79,77 m) ist bei diesem Lastfall sehr klein. Somit führt dieser Strang bei der Berechnung der Druckhöhen $\bar{H}_i$ der anliegenden Knoten zu Konvergenzproblemen. Der Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$ ist somit nicht für eine schnelle Konvergenz geeignet und wird hier nicht weiter vertieft.

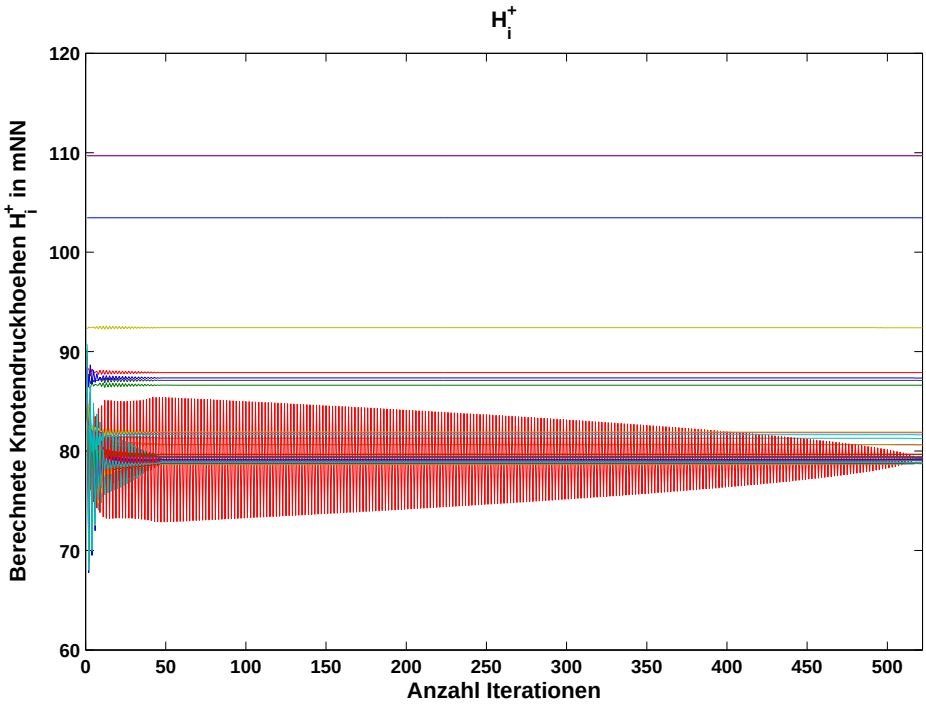


Abbildung 3.11: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall I mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(1)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells.

Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$

Im zweiten Fall sei ein Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$ vorgegeben der, bis auf wenige modifizierte Werte, nah an der Endlösung der Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$ liegt. In den Abbildungen 3.12 und 3.13 ist der Verlauf der iterativen Berechnung dargestellt. Infolge der Nähe des Startvektors $\vec{H}_i^0(2)$ zur Endlösung sind insgesamt nur 11 Iterationen zur Berechnung des hydraulischen Gleichgewichtszustandes erforderlich. Bei Optimierungsrechnungen müssen jedoch verschiedene Betriebszustände in möglichst kurzer Zeit berechnet werden können. Die Erzeugung von akzeptablen Startlösungen, die sich in der Nähe der Endlösung des jeweiligen Betriebszustandes befinden, gestaltet sich dann schwierig.

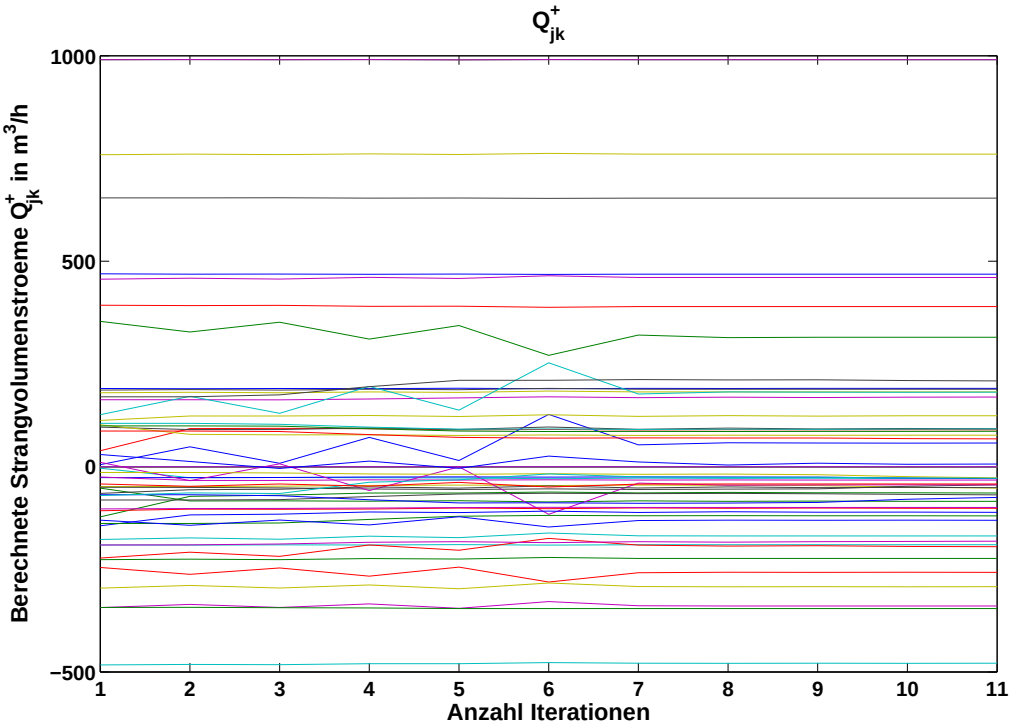


Abbildung 3.12: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}^+_{jk}$ aller Stränge des Skelett-Modells für Lastfall I mit den Startvektoren $\vec{Q}^0_{jk} = \vec{0}$ und $\vec{H}^0_i(2)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells.

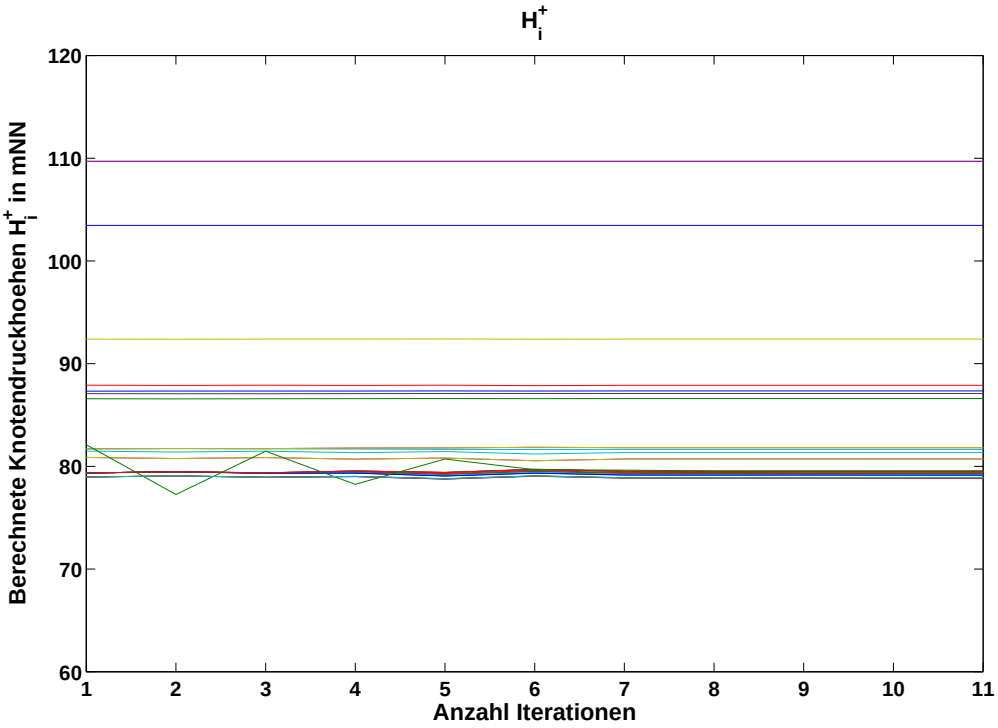


Abbildung 3.13: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall I mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(2)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells.

Startvektor $\vec{H}_i^0(3)$

Durch die Modifikation der Ausgangsgleichungen 3.2 und 3.3 und die sich daraus ergebenden Gleichungen 3.9 und 3.10 können nun auch **Nullvektoren** als Startvektoren $\vec{H}_i^0$ für die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ verwendet werden. Bei der Bildung der Jacobi-Matrix

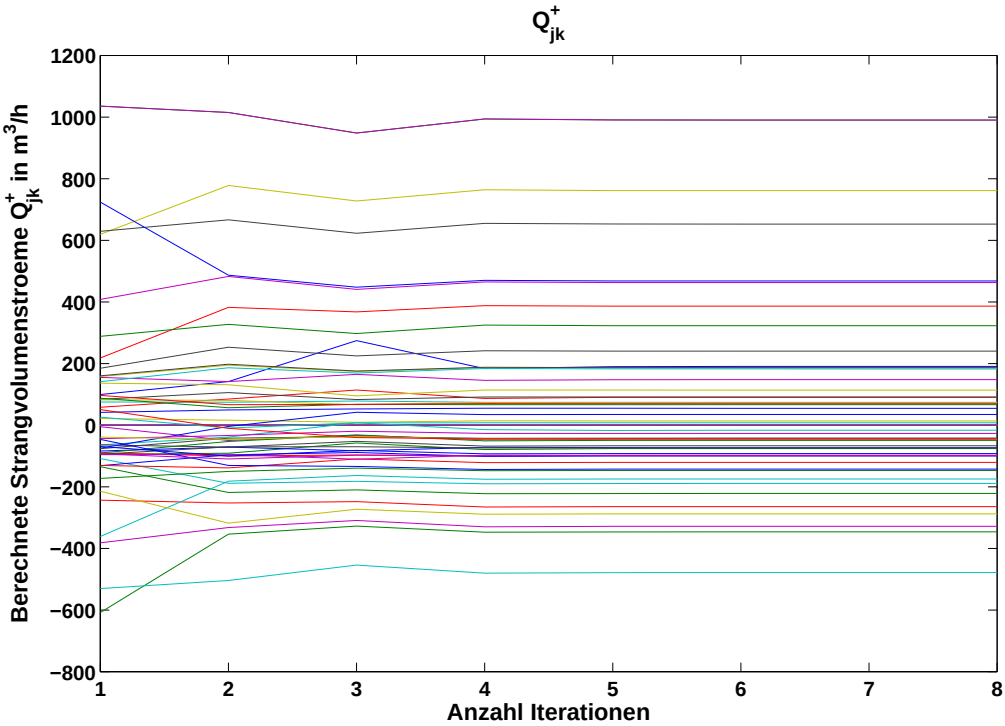


Abbildung 3.14: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}_{jk}^{+}$ aller Stränge des Skelett-Modells für Lastfall I mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^{0} = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(3)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells.

tritt dann die Division durch Null nicht auf. Die Konvergenzeigenschaften des Knoten-Strang-Verfahrens sind dann hervorragend, solange die Knotenentnahmen $\bar{c}_i$ relativ groß sind und somit ausreichend große Druckverluste entlang der Stränge vorhanden sind[3]. In den Abbildungen 3.14 und 3.15 ist der Verlauf der Iterationsvektoren $\vec{q}$ und $\vec{h}$ graphisch dargestellt. Die Endlösung wird bereits nach 8 Iterationen erreicht. Die während der ersten Iteration erzeugte Jacobi-Matrix ist jedoch singulär. Die Pseudoinverse wird dann mit der in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Singulärwertzerlegung gebildet.

Bei der knotenorientierten Rohrnetzberechnung und bei der nicht modifizierten Form des Knoten-Strang-Verfahrens entfällt die Möglichkeit Nullvektoren als Startvektoren anzusetzen. Es kann dann die Jacobi-Matrix nach Gleichung 3.6, infolge der Division durch Null, nicht gebildet werden.

[3]Siehe hierzu auch das folgende Kapitel 3.3.3.3.

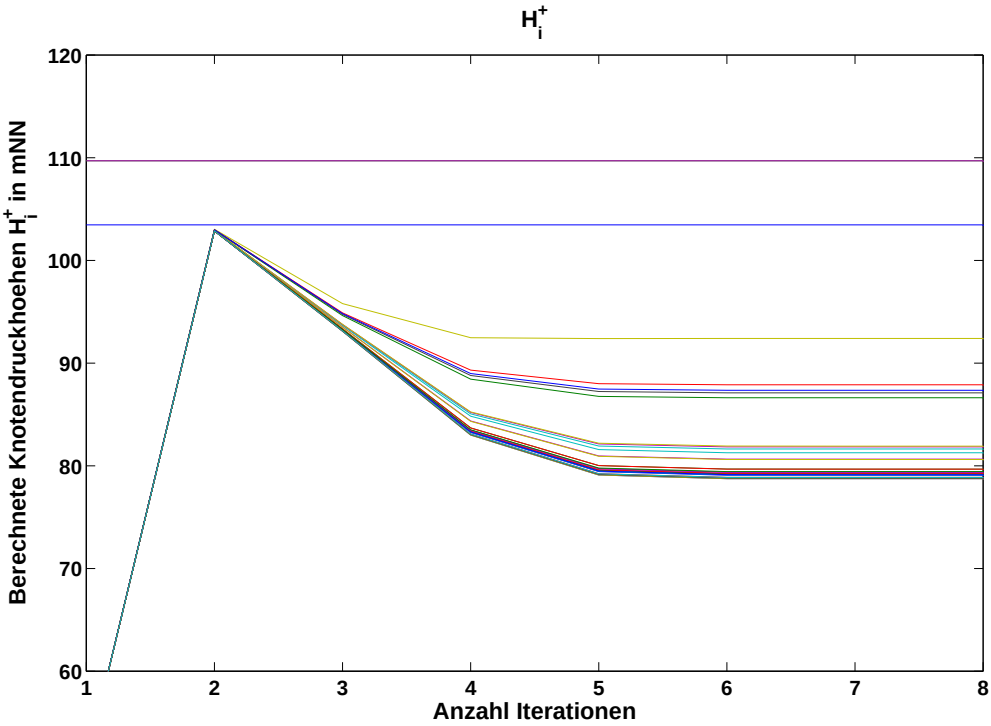


Abbildung 3.15: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall I mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(3)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells.

3.3.3.3 Lastfall II

Im vorangegangenen Kapitel wurde bereits die Problematik schlechten Konvergenzverhaltens bei geringen Druckverlusten verdeutlicht. Als Knotenentnahmevektor $\vec{c}_i$ wird bei Lastfall II nun ein Nullvektor (alle Knotenentnahmen $\bar{c}_i(t)$ gleich Null) vorgegeben. Die vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ entsprechen denen des Lastfalls I. Es ist nur die Pumpe P6 des Wasserwerkes A in Betrieb. Die eingestellte Drehzahl $\widehat{v}_{jk}(t)$ der drehzahlgeregelten Pumpe P6 für diesen Lastfall beträgt 1300 $\frac{1}{\text{min}}$. Dieser Lastfall ohne Entnahme im Netz ist ein Extremfall, der praktisch nie vorkommt. Die Lösung ist in diesem Fall trivial. Alle Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$ im Verteilnetz haben den gleichen Betrag. Dieser entspricht der Förderhöhe der in Betrieb befindlichen Pumpe P6 bei einem Volumenstrom von $\bar{Q}_{jk} = 0\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$. In Tabelle A.3 und A.4 im Anhang sind die Ergebnisse des Lastfalls II dargestellt.

Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$

Als erster Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$ wird wieder ein Nullvektor vorgeschlagen. In den Abbildungen 3.16 und 3.17 sind die Ergebnisse der Simulation dargestellt. Es ist erkennbar, dass das Abbruchkriterium nach 500 Iterationen nicht erreicht wird. Auch wenn die Anzahl der Iterationen erhöht wird, kann die Lösung mit diesem Startvektor nur mit sehr

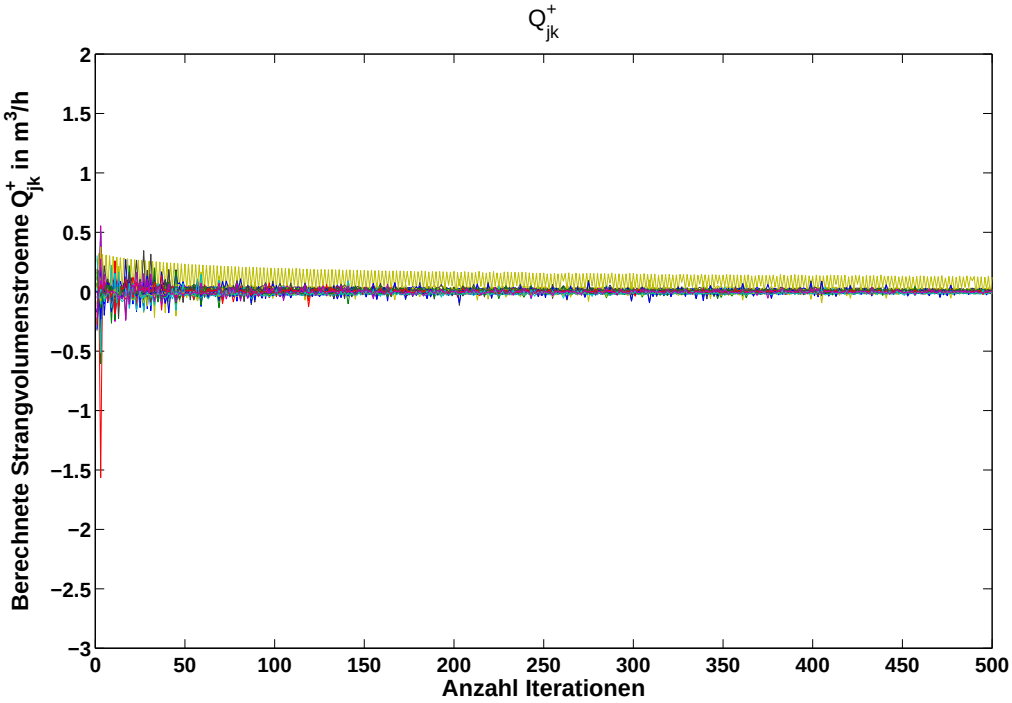


Abbildung 3.16: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}_{jk}^{+}$ aller Stränge des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^{0} = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(1)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells. Das Abbruchkriterium wird nach 500 Iterationen nicht erreicht.

vielen Iterationen berechnet werden.

Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$

Ähnlich ist es bei einem Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$ (vgl. Tabelle A.3 im Anhang), dessen Werte sich in der Nähe der Endlösung befinden. Der Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$ wird zufällig erzeugt. Der maximale Abstand der einzelnen Startwerte zur Endlösung beträgt dabei $\pm$ 1 mNN. In den Abbildungen 3.18 und 3.19 sind die Ergebnisse dargestellt.

Startvektor $\vec{H}_i^0(3)$

Auch ein zufällig erzeugter Startvektor $\vec{H}_i^0(3)$ (vgl. Tabelle A.3 im Anhang), mit einem maximalen Abstand der einzelnen Startwerte zur Endlösung von $\pm\, 0,1$ mNN, führt auch nach einer großen Anzahl an Iterationen nicht zur Endlösung. In den Abbildungen 3.20 und 3.21 ist dies graphisch dargestellt. Im folgenden Kapitel wird daher ein Verfahren zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens bei geringen Knotenentnahmen vorgestellt.

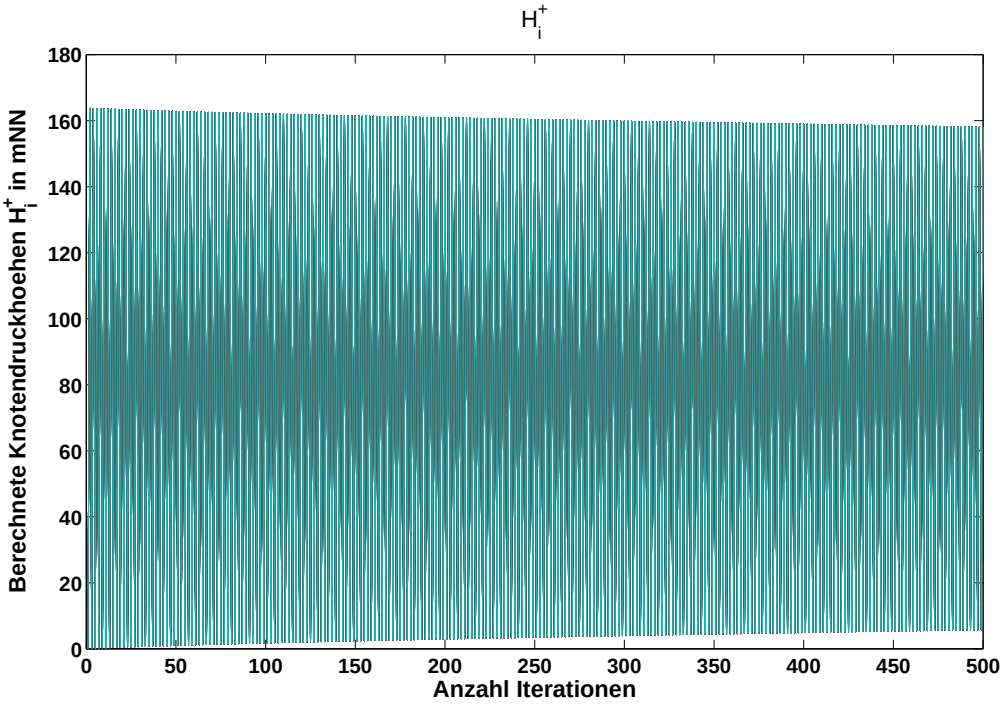


Abbildung 3.17: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(1)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells. Das Abbruchkriterium wird nach 500 Iterationen nicht erreicht.

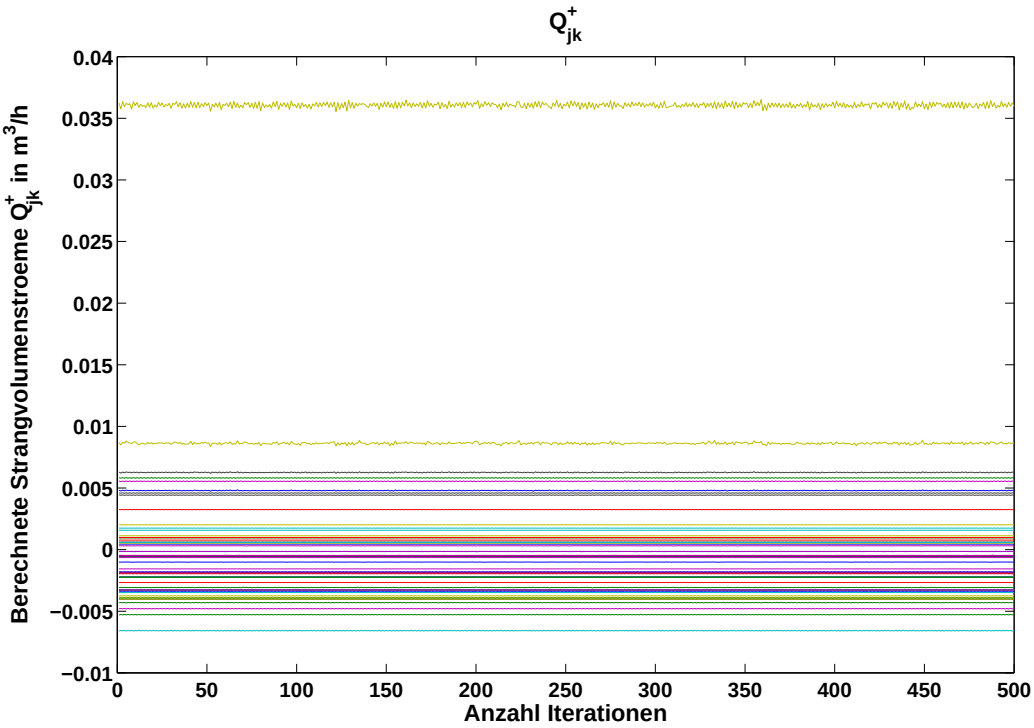


Abbildung 3.18: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}^{+}_{jk}$ aller Stränge des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}^{0}_{jk} = \vec{0}$ und $\vec{H}^{0}_{i}(2)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells. Das Abbruchkriterium wird nach 500 Iterationen nicht erreicht.

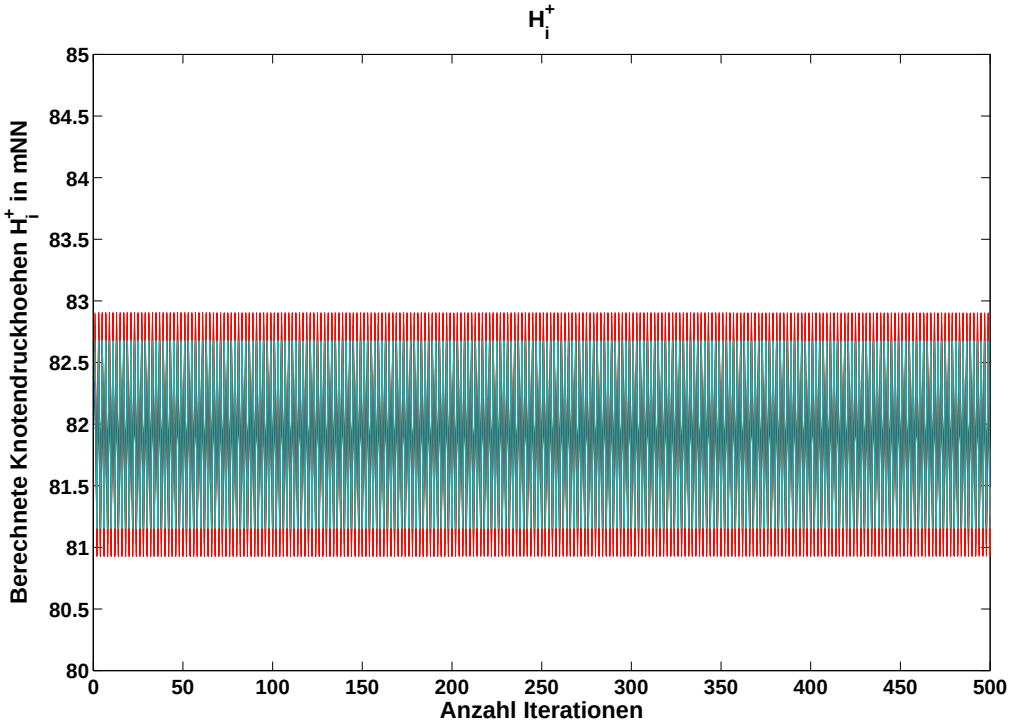


Abbildung 3.19: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(2)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells. Das Abbruchkriterium wird nach 500 Iterationen nicht erreicht.

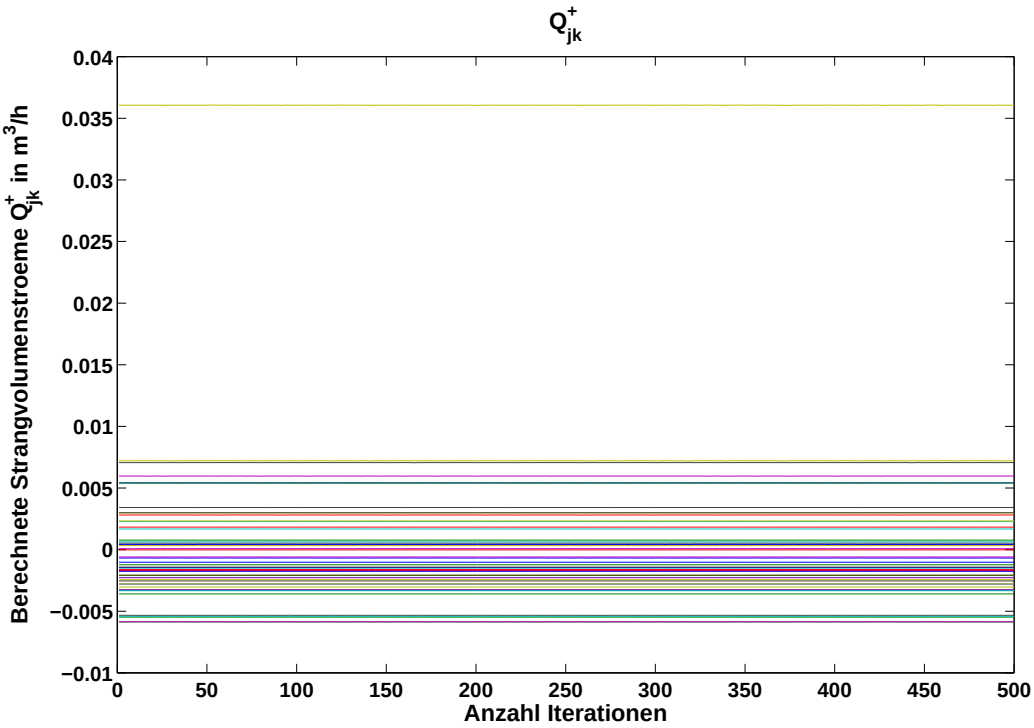


Abbildung 3.20: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}_{jk}^{+}$ aller Stränge des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^{0} = \vec{0}$ und $\vec{H}_{i}^{0}(3)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells. Das Abbruchkriterium wird nach 500 Iterationen nicht erreicht.

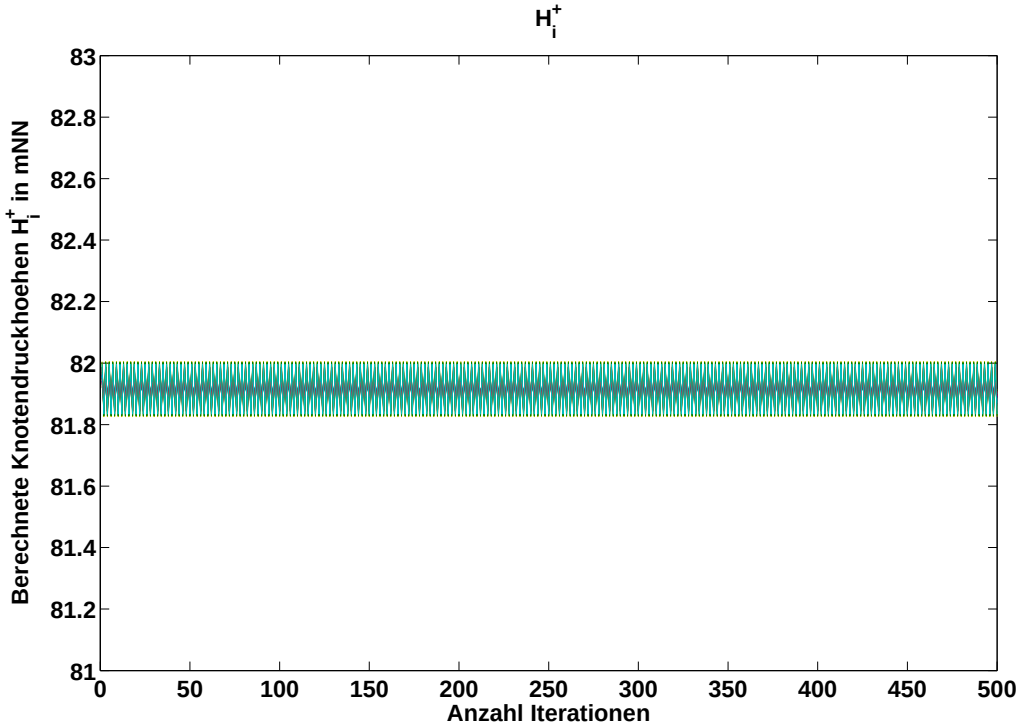


Abbildung 3.21: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(3)$. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells. Das Abbruchkriterium wird nach 500 Iterationen nicht erreicht.

3.3.3.4 Verbesserung des Konvergenzverhaltens

Sind die Knotenentnahmen $\bar{c}_i(t)$ so groß, dass Druckverluste $\bar{H}_j(t) - \bar{H}_k(t)$ überall im Verteilnetz mindestens im Zentimeterbereich vorliegen, reicht es aus, einen Nullvektor als Startvektor $\vec{H}_i^0$ für die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ und einen Nullvektor als Startvektor $\vec{Q}_{jk}^0$ für die Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ zu wählen. Die Berechnung des hydraulischen Gleichgewichtszustandes erfolgt dann mit wenigen Iterationen in sehr kurzer Zeit.

Sind die Knotenentnahmen $\bar{c}_i$ jedoch sehr klein (z.B. Simulation des Nachtbetriebes in einem Verteilnetz mit geringen Wasserverlusten) bzw. Null, kann eine schnelle Konvergenz erreicht werden, wenn der Korrekturvektor $\vec{h}$ für die neu zu berechnenden Knotendruckhöhen $\vec{H}_i^+$ nach jeder Iteration mit einem Faktor f_{ksv} multipliziert wird. Es gilt dann:

$$\vec{Q}_{jk}^+ = \vec{Q}_{jk}^0 + \vec{q} \text{ und } \vec{H}_i^+ = \vec{H}_i^0 + f_{ksv} \cdot \vec{h}. \tag{3.24}$$

Der Betrag des Faktors f_{ksv} ist abhängig von der Netzkonfiguration und dem Knotenentnahmevektor $\vec{c}_i(t)$. Ein optimaler Faktor kann für jedes Verteilnetz problemlos bestimmt werden. Bei diesem Lastfall beträgt der optimale Faktor $f_{ksv} = 0,5$. Es sind dann, in Kombination mit einem Startvektor $\vec{H}_i^0$ für die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ und einem Nullvektor als Startvektor $\vec{Q}_{jk}^0$ für die Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}(t)$, nur zwei Iterationen bis zum Erreichen des Abbruchkriteriums notwendig. In den Abbildungen 3.22 und 3.23 ist dies schematisch für den Lastfall II dargestellt. Wird beispielsweise $f_{ksv} = 0,7$ vorgegeben, so benötigt das Knoten-Strang-Verfahren 16 Iterationen bis zum Erreichen der Endlösung.

Sind die Knotenentnahmen $\bar{c}_i$ groß, dann führt der Faktor f_{ksv} zu einer Zunahme der Iterationen bis zum Erreichen der Endlösung. Für den Lastfall I mit Startvektor $\vec{H}_i^0(3)$ und $f_{ksv} = 0,5$ erhöht sich dann die Anzahl der Iterationen von 8 auf 23. Dies muss bei der Programmierung mit berücksichtigt werden.

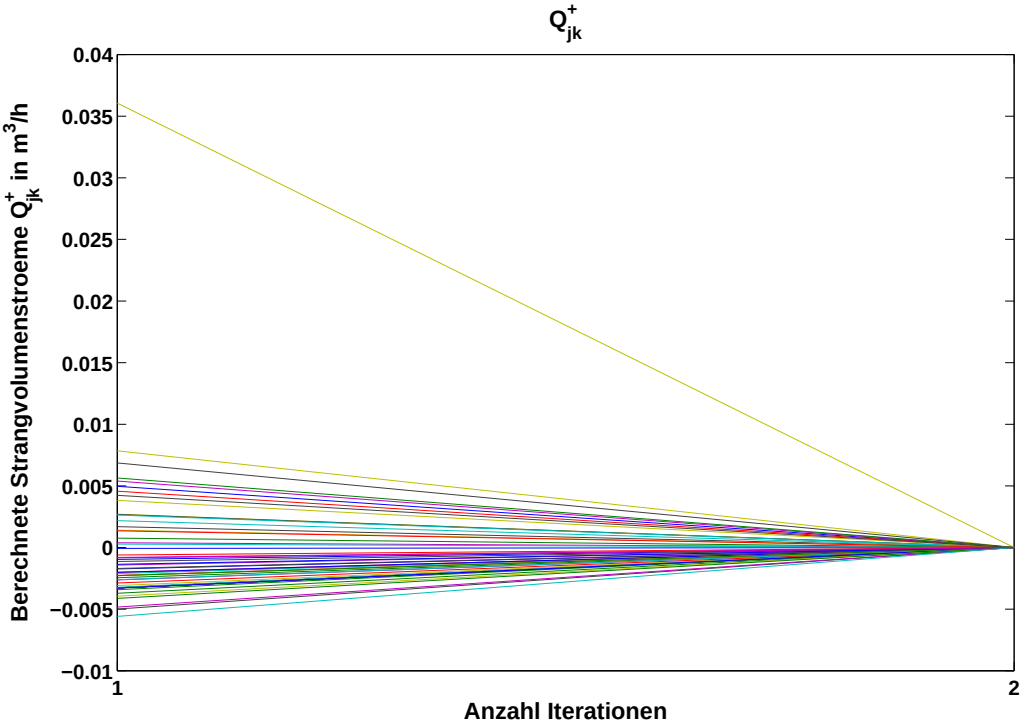


Abbildung 3.22: Verlauf der iterativen Berechnung der Volumenströme $\vec{Q}^+_{jk}$ aller Stränge des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}^0_{jk} = \vec{0}$ und $\vec{H}^0_i(3)$ unter Verwendung eines Faktors $f_{ksv} = 0,5$ für den Korrekturvektor $\vec{h}$ zur Beschleunigung der Konvergenz. Jede Farbe entspricht dabei einem Strang des Skelett-Modells.

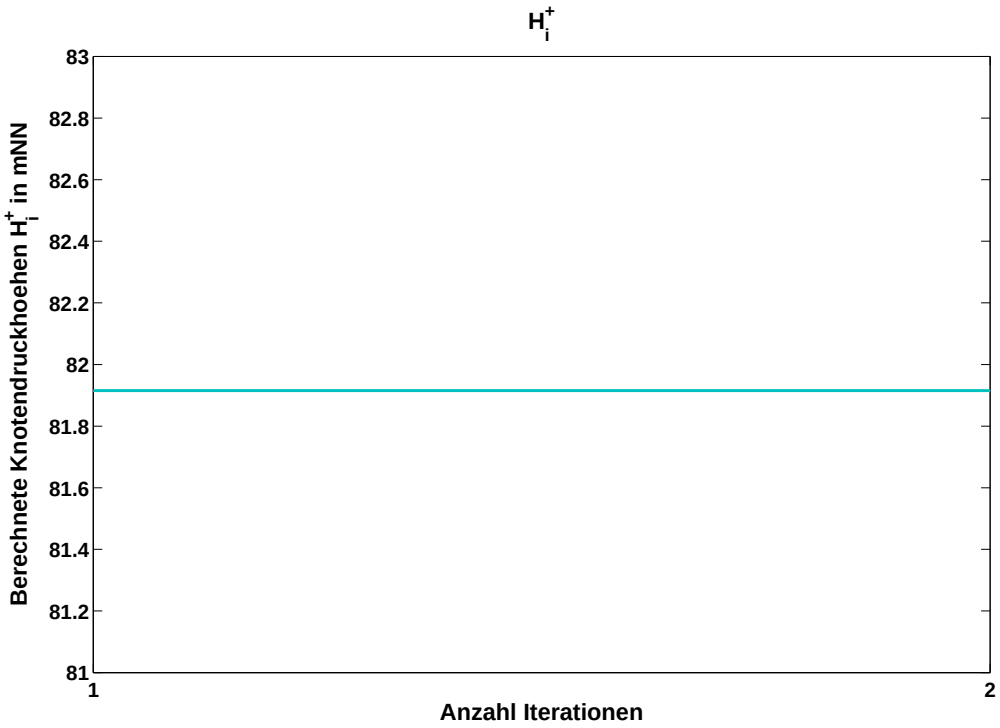


Abbildung 3.23: Verlauf der iterativen Berechnung der Druckhöhen $\vec{H}_i^+$ aller Knoten des Skelett-Modells für Lastfall II mit den Startvektoren $\vec{Q}_{jk}^0 = \vec{0}$ und $\vec{H}_i^0(3)$ unter Verwendung eines Faktors $f_{ksv} = 0,5$ für den Korrekturvektor $\vec{h}$ zur Beschleunigung der Konvergenz. Jede Farbe entspricht dabei einem Knoten des Skelett-Modells.

3.3.3.5 Aufbau des Berechnungsalgorithmus

In Abbildung 3.24 ist der in MATLAB programmierte Bearbeitungsalgorithmus des Knoten-Strang-Verfahrens schematisch dargestellt und, soweit notwendig, erläutert.

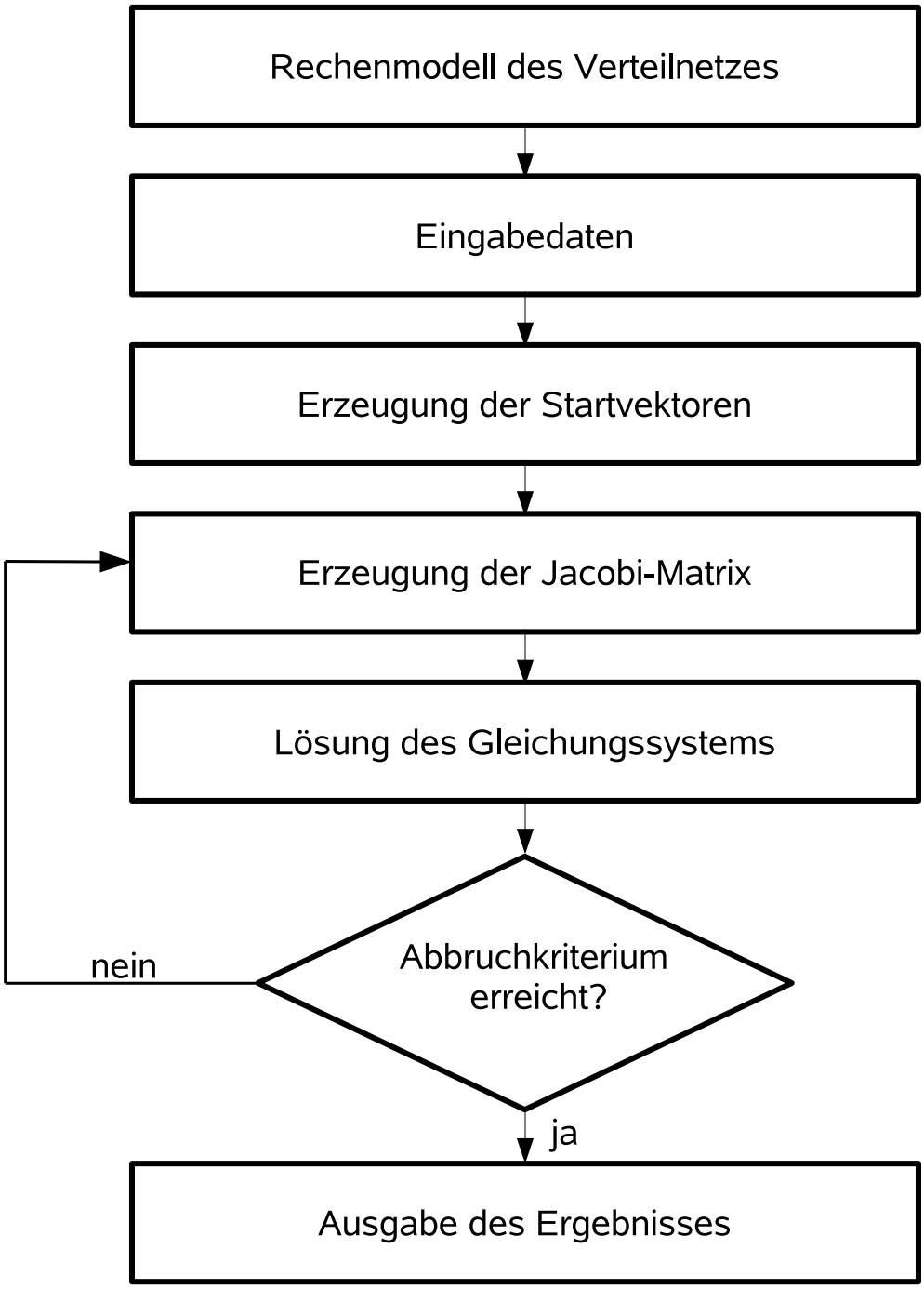


Abbildung 3.24: Schematische Darstellung des in MATLAB programmierten Bearbeitungsalgorithmus des Knoten-Strang-Verfahrens zur Berechnung des hydraulischen Zustandes eines Wasserverteilnetzes.

1. **Netzkonfiguration**
   - Rechenmodell des Verteilnetzes mit seinen Rohrnetzelementen[4].
2. **Eingabedaten**
   - Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i$,
   - Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$,
   - Behälterwasserstände $\tilde{H}_i$,
   - geodätische Höhen $h_{i,geod.}$ und
   - hydraulische Pumpenkenndaten.
3. **Erzeugung der Startvektoren**
   - Erzeugung eines Startvektors für alle $\vec{Q}^0_{jk}$.
   - Erzeugung eines Startvektors für alle $\vec{H}^0_i$.
   - Erzeugung eines KSV-Faktors f_{ksv}, falls erforderlich.
4. **Erzeugung der Jacobi-Matrix**
   - Bildung der partiellen Ableitungen nach den Gleichungen 3.15 und 3.16.
   - Bildung der Jacobi-Matrix $J = \begin{pmatrix} D & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix}$.
5. **Lösung des Gleichungssystems**
   - Invertierung der Jacobi-Matrix mit Hilfe der Singulärwertzerlegung SVD.
   - Bestimmung der Korrekturvektoren $\vec{q}$ und $\vec{h}$ nach Gleichung 3.14.
6. **Abbruchkriterium erreicht?**
   - Überprüfung, ob die Korrekturvektoren $\vec{q}$ und $\vec{h}$ das gewünschte Abbruchkriterium erreicht haben.
   - Abbruchkriterium ist nicht erreicht: Gehe nach 4 und bilde die Jacobi-Matrix unter Verwendung der verbesserten Knotendruckhöhen $\vec{H}^+_i$ und Strangvolumenströme $\vec{Q}^+_{jk}$ als Startvektoren neu und löse das Gleichungssystem 3.14 erneut.
   - Abbruchkriterium ist erreicht: alle Druckhöhen $\bar{H}^n_i$ und Strangvolumenströme Q^n_{jk} des Verteilnetzes sind mit der gewünschten Genauigkeit berechnet. Gehe zu 7.
7. **Ausgabe des Ergebnisses**
   - Speicherung und Ausgabe des Ergebnisses der hydraulischen Berechnung.

[4] siehe Tabelle 2.1

3.3.4 Berechnung mit Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ nach Prandtl-Colebrook und Hagen-Pousseuille

Die Anwendung der Prandtl-Colebrook-Gleichung (Re > 2300) in Kombination mit der Hagen-Pousseuille-Gleichung (Re < 2300) ermöglicht eine exakte Berechnung der Druckverluste und Strangvolumenströme in Verteilnetzen. Voraussetzung hierfür ist eine aufwendige Ermittlung der betrieblichen Rauigkeiten $\bar{k}_{b,jk}$ aller Stränge. Der numerische Rechenaufwand ist unter Berücksichtigung dieser Gleichungen damit größer. Bei Optimierungsrechnungen sind derart exakte Berechnungen jedoch meist nicht erforderlich bzw. gar nicht möglich (vergleiche Kapitel 3.4). Im Rahmen dieser Dissertation wurde zusätzlich ein Rechenalgorithmus mit Berücksichtigung beider Gleichungen für den Reibungskoeffizienten $\bar{\lambda}_{jk}$ auf Basis des Knoten-Strang-Verfahrens entwickelt. Für derartige Anforderungen zur hydraulischen Simulation von Wasserverteilnetzen kann auch auf Programme wie beispielsweise EPANET zurückgegriffen werden.

3.4 Das Skelett-Modell

3.4.1 Allgemeines

Die Idee ein Wasserverteilnetz als ein aus Messwerten abgeleitetes Skelett-Modell abzubilden, stammt von Habbob und Vetters[5]. Das Skelett-Modell wurde damals entwickelt, um die enorm aufwendige Ermittlung der betrieblichen Rauigkeiten $\bar{k}_{b,jk}$ aller Rohrleitungen zu überwinden und den Rechenzeitaufwand bei Kurzzeitoptimierungsproblemen signifikant zu senken. Beim Skelett-Modell werden Näherungslösungen der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ der virtuellen Stränge aus vielen verschiedenen Messungen ermittelt. Das Skelett-Modell ist ein sehr vereinfachtes, semi-virtuelles Abbild des Originalnetzes, das nur die für eine näherungsweise hydraulische Simulation notwendigen Rohrnetzelemente (Knoten, virtuelle Stränge, Behälter, Regelorgane und Pumpen) enthält. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Skelett-Modell als hydraulisches Simulationsmodell in ein Optimierungsmodell im Hinblick auf die Minimierung der Pumpenergiekosten integriert. Der Vorteil dieser Modellierungsmethode liegt darin, dass die Ermittlung von betrieblichen Rauigkeiten $\bar{k}_{b,jk}$ aller Rohrleitungen und damit eine aufwendige Modelleichung nicht mehr erforderlich sind. Weiterhin ist die Möglichkeit einer Onlineüberwachung der Druckhöhen an den ausgewählten Knoten des Verteilnetzes gegeben.

3.4.2 Allgemeine Grundlagen

Zu den Rohrnetzelementen des Skelett-Modells zählen alle Behälterknoten (Reinwasserbehälter und Hochbehälter), ausgewählte Nicht-Behälter-Knoten, an denen Druckmessgeräte zur Online-Ermittlung der Knotendruckhöhen installiert werden und die Stränge. Zu den Strängen des Skelett-Modells zählen die Netzeinspeisepumpen bzw. Pumpstationen, die virtuellen Stränge, die die ausgewählten Nicht-Behälter-Knoten verbinden und die Regelorgane. Die virtuellen Stränge sind im Originalnetz nicht vorhanden. Die Modellparameter werden durch Auswertung von N zeitgleich gemessenen hydraulischen Zuständen des Verteilnetzes im Zeitintervall $t_1 < t < t_n$ ermittelt. In den Abbildungen 3.25 und 3.26 ist die Erstellung des Skelett-Modells aus der für den Praxistest ausgewählten Versorgungszone eines deutschen Wasserversorgungsunternehmens schematisch dargestellt. Weitere Details zum Praxistest des Optimierungsmodells befinden sich in Kapitel 4. Zu den Modellparametern zählen:

- online gemessene Druckhöhen $\bar{H}_i^n$ an den Knoten des Skelett-Modells,
- berechnete oder bekannte Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ und
- unbekannte Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ der virtuellen Stränge.

Die Zuverlässigkeit des Skelett-Modells ist darauf zurückzuführen, dass Druckmesswerte $\bar{H}_i^n$ mit möglichst hoher Messgenauigkeit (Messfehler in den absoluten Knotendruckhöhen < 0,5%) als Input vorliegen (vgl. hierzu auch Kapitel 3.4.3.5).

[5] Habbob M.H. und Vetters K. (1987b)

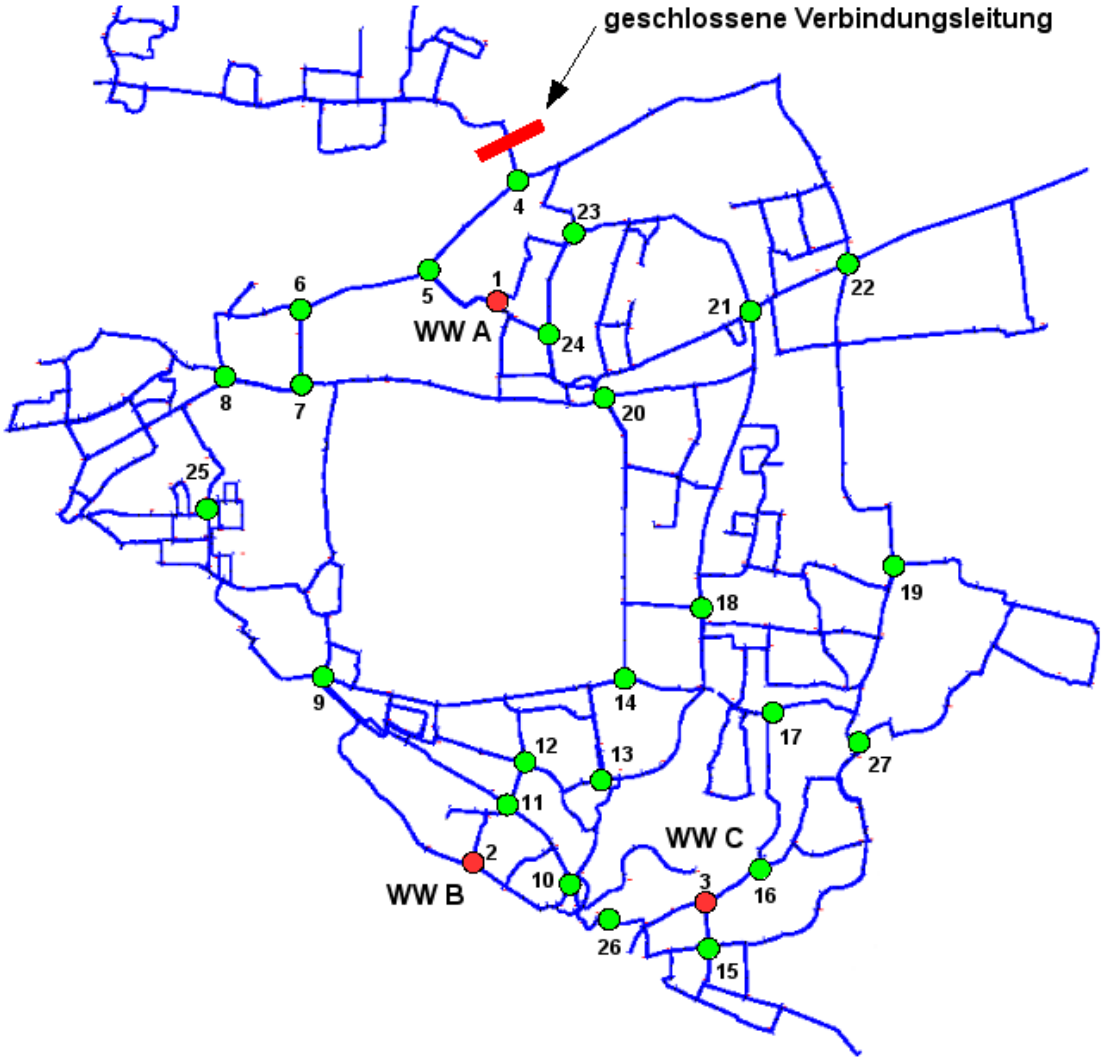


Abbildung 3.25: Untersuchte Versorgungszone eines deutschen Wasserversorgungsunternehmens ohne Hochbehälter im Rahmen des Praxistests mit insgesamt 3 Wasserwerken (WW A bis WW C). Dargestellt sind alle 27 ausgewählten Knoten (grün) für die Erstellung des Skelett-Modells. Rot dargestellt sind die fest installierten Druck- und Förderstrommessgeräte am Ausgang der Wasserwerke. An allen Knoten wird der Druck über 2 Tage kontinuierlich gemessen. Die Verbindungsleitung im Norden wird während des gesamten Messzeitraums geschlossen.

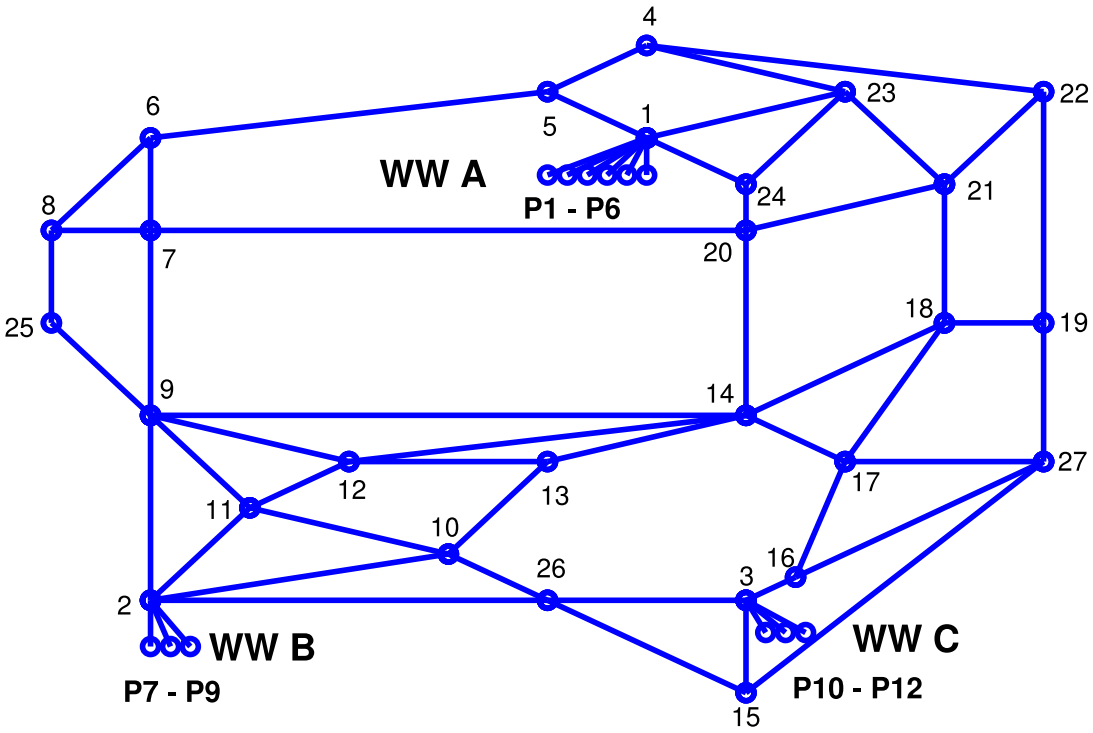


Abbildung 3.26: Vereinfachung der untersuchten Versorgungszone des Praxistests als Skelett-Modell mit den 3 Wasserwerken, insgesamt 27 ausgewählten Nicht-Behälter-Knoten des Originalnetzes, an denen der Druck kontinuierlich gemessen wird, allen Pumpen P1 bis P12 und 49 „virtuellen“ Strängen.

Bei der Erstellung eines Skelett-Modells aus einem Verteilnetz wird von folgenden Daten mit $n = 1, ..., N$ ausgegangen:

$$c_i^n, H_i^n,$$

$i = 1, ..., K$

$$Q_{jk}^n.$$

$(j, k) = 1, ..., P$

K ist die Anzahl aller im Originalnetz ausgewählten Knoten für das Skelett-Modell. Die virtuellen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ werden aus N simultan gemessenen Druckhöhen $\bar{H}_i^n$ an den ausgewählten Knoten und simultan gemessenen Förderströmen Q_{jk}^n der Netzpumpen mit der Anzahl P ermittelt. Die Anzahl an ausgewählten inneren Knoten K für das Skelett-Modell sollte $1 \leq K \leq 10\%$ von der Gesamtzahl aller Knoten des Originalnetzes betragen.

Die von Habbob und Vetters[6] entwickelten mathematischen Ansätze des Skelett-Modells basieren auf dem Lewenberg-Marquardt-Verfahren. Details hierzu finden sich in der angegebenen Literatur. Das lineare Gleichungssystem wird entweder nach den unbekannten Widerständen $\bar{R}_{jk}$ der virtuellen Stränge, nach den unbekannten Widerständen $\bar{R}_{jk}$ und den teilweise bekannten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$ oder nach den unbekannten Widerständen $\bar{R}_{jk}$ und den unbekannten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$ gelöst. Es werden somit drei Skelett-Modelle unterschieden:

Skelett-Modell I:

Bekannt: $\bar{H}_i^n$ gemessene Druckhöhen

Gesucht: $\bar{R}_{jk}$ Rohrleitungswiderstände, $\bar{c}_i^n$ Knotenentnahmen

Skelett-Modell II:

Bekannt: $\bar{H}_i^n$ gemessene Druckhöhen, $\bar{c}_i^n$ Knotenentnahmen, teilweise

Gesucht: $\bar{R}_{jk}$ Rohrleitungswiderstände, $\bar{c}_i^n$ Knotenentnahmen, teilweise

Skelett-Modell III:

Bekannt: $\bar{H}_i^n$ gemessene Druckhöhen, $\bar{c}_i^n$ Knotenentnahmen

Gesucht: $\bar{R}_{jk}$ Rohrleitungswiderstände

Das Verfahren der Wahl zur Lösung derartiger Gleichungssysteme ist die Singulärwertzerlegung SVD[7]. Deshalb werden die von Habbob und Vetters[8] entwickelten mathematischen Ansätze des Skelett-Modells hier nicht näher betrachtet.

[6] Habbob M.H. und Vetters K. (1987b)
[7] siehe hierzu auch Kapitel 2.2.2
[8] Habbob M.H. und Vetters K. (1987b)

3.4.3 Mathematische Grundlagen

3.4.3.1 Beispielnetzwerk

Ein einfaches Netzwerk mit konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ dient als Demonstrationsbeispiel für die allgemeine Problematik bei der Erstellung eines Skelett-Modells. In Abbildung 3.27 ist im linken Teil ein Verteilnetz mit einem Behälter dargestellt, der

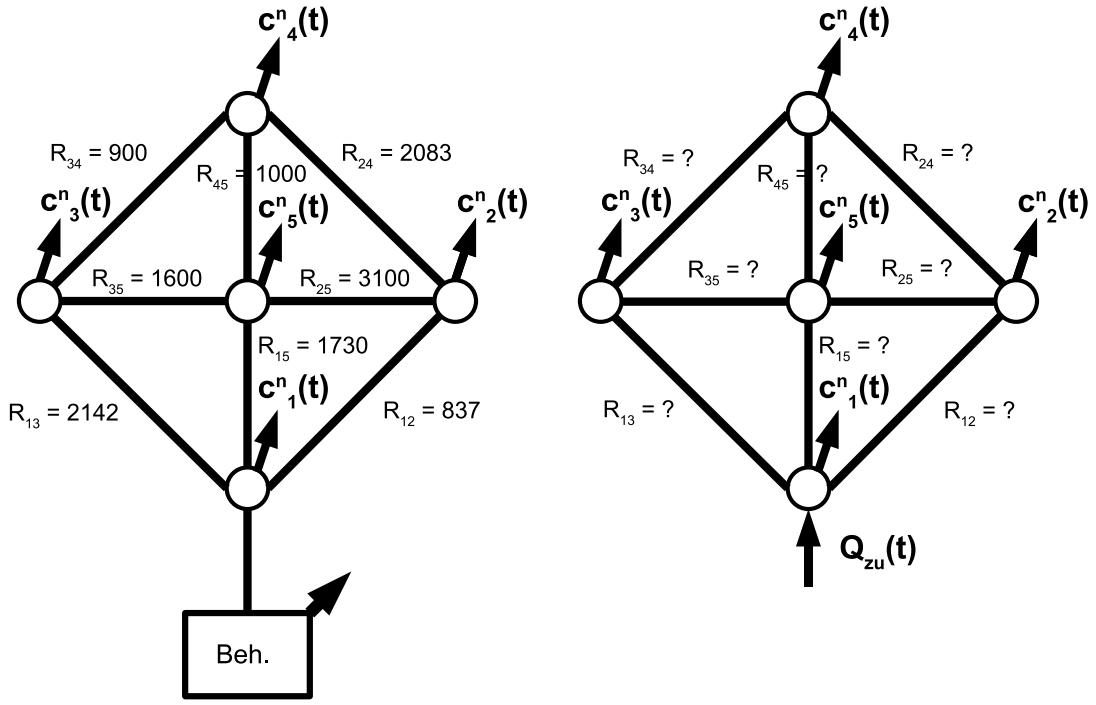


Abbildung 3.27: **links:** Einfaches Beispielnetz (Originalnetz) mit Hochbehälter, 5 Entnahmeknoten an denen der Druck $\bar{H}_i^n$ und die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ kontinuierlich „gemessen“ werden, 8 Strängen (ohne Behälterstrang) mit vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ in $\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$;
rechts: Abbildung des Beispielnetzes als Skelett-Modell mit 8 Strängen und 5 Entnahmeknoten, dessen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ berechnet werden sollen.

insgesamt 5 Entnahmeknoten versorgt. Die Wasseraufbereitung mit der anschließenden Einspeisung in den Hochbehälter wird hier vereinfachend nicht dargestellt. Jeder Knoten ist mit seinem Nachbarknoten über einen Strang mit vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ verbunden. Um beispielhaft die Erstellung eines Skelett-Modells und die Berechnung der unbekannten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ zu erläutern, werden auf Basis des Beispielnetzes N voneinander unabhängige „Messwerte“ mit Hilfe der hydraulischen Simulation erstellt. Dabei werden zufällig vorgegebene und voneinander unabhängige Knotenentnahmevektoren $\vec{c}_i^n$ mit $n = 1, ..., N$ erzeugt. Die zufällig generierten Knotenentnahmen betragen für das Beispielnetz minimal $\bar{c}_i^n = 36\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ und maximal $\bar{c}_i^n = 468\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$. Die Behälterwasserstände $\hat{H}_i^n$ werden ebenfalls zufällig vorgegeben und liegen im Bereich zwischen 80 und 82 mNN Gesamtdruckhöhe. Die daraus berechneten

Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ dienen zusammen mit den vorgegebenen Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$ und den jeweiligen berechneten Förderströmen Q_{zu}^n aus dem Hochbehälter als Messwerte für die Berechnung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ des daraus abgeleiteten Skelett-Modells.

3.4.3.2 Skelett-Modell I

Beim Skelett-Modell I sind die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und alle Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$ unbekannt und müssen aus N verschiedenen, simultan gemessenen Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ und Förderströmen Q_{zu}^n berechnet werden. Nach Gleichung 2.96 gilt mit der Substitution $\sqrt{\frac{1}{\bar{R}_{jk}}} = \bar{S}_{jk}$ für die Massenbilanzen an allen 5 Knoten des Beispielnetzes:

$$\begin{aligned} -\sqrt{\left|H_1^n - H_2^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - n_2\right) \cdot S_{12} - \sqrt{\left|H_1^n - H_3^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_3^n\right) \cdot S_{13} \\ -\sqrt{\left|H_1^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_5^n\right) \cdot S_{15} - c_1^n = -Q_{zu}^n; \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_2^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_2^n\right) \cdot S_{12} - \sqrt{\left|H_2^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_4^n\right) \cdot S_{24} \\ -\sqrt{\left|H_2^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_5^n\right) \cdot S_{25} - c_2^n = 0; \end{aligned} \tag{3.26}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_3^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_3^n\right) \cdot S_{13} - \sqrt{\left|H_3^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_4^n\right) \cdot S_{34} \\ -\sqrt{\left|H_3^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_5^n\right) \cdot S_{35} - c_3^n = 0; \end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_2^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_4^n\right) \cdot S_{24} + \sqrt{\left|H_3^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_4^n\right) \cdot S_{34} \\ -\sqrt{\left|H_4^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_4^n - H_5^n\right) \cdot S_{45} - c_4^n = 0; \end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_5^n\right) \cdot S_{15} + \sqrt{\left|H_2^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_5^n\right) \cdot S_{25} \\ +\sqrt{\left|H_3^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_5^n\right) \cdot S_{35} + \sqrt{\left|H_4^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_4^n - H_5^n\right) \cdot S_{45} - c_5^n = 0; \end{aligned} \tag{3.29}$$

mit $n = 1, ..., N$.

Das lineare Gleichungssystem lässt sich wie folgt in Matrixnotation darstellen:

$$A \cdot \vec{s} = \vec{r}. \tag{3.30}$$

Der Vektor $\vec{s}$ ist ein Spaltenvektor, der die unbekannten substituierten Rohrleitungswiderstände $\bar{S}_{jk}$ und die unbekannten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ aller N Messungen enthält. Der Spaltenvektor $\vec{r}$ enthält die Förderströme Q_{zu}^n aller N Messungen aus dem Hochbehälter an Knoten 1. Die Matrix A ist in zwei Bereiche geteilt. Im linken Bereich werden die Druckdifferenzen $\sqrt{\left|H_j - H_k\right|} \cdot sign\left(H_j - H_k\right)$ eingetragen. Die Anzahl an Spalten dieses Bereiches entspricht der Anzahl an unbekannten Widerständen $\bar{R}_{jk}$ bzw. $\bar{S}_{jk}$ im

betrachteten Netzwerk. Die Reihenfolge wird vom Algorithmus automatisch festgelegt. Der rechte Teil der Matrix ist beim Skelett-Modell I eine Diagonalmatrix mit den Diagonalelementen -1. Die Anzahl an Spalten entspricht der Anzahl aller unbekannten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$. Beim Skelett-Modell I entspricht diese der Anzahl aller Knoten, multipliziert mit der Anzahl aller Messungen N. Die Anzahl an Zeilen der Matrix A entspricht der Anzahl an Knoten, multipliziert mit der Anzahl an Messungen N.

Der Aufbau der Matrix A soll anhand eines Beispiels dargestellt werden. An den Knoten des Beispielnetzes in Abbildung 3.27 werden $\bar{c}_1 = 416,0044\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$, $\bar{c}_2 = 109,0052\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$, $\bar{c}_3 = 72,0000\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$, $\bar{c}_4 = 442,2612\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ und $\bar{c}_5 = 323,5874\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ als Knotenentnahmeströme vorgegeben. Eine hydraulische Berechnung bei vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ liefert die Knotendruckhöhen $\bar{H}_1 = 66,0777$ mNN, $\bar{H}_2 = 56,8261$ mNN, $\bar{H}_3 = 54,2474$ mNN, $\bar{H}_4 = 52,6736$ mNN und $\bar{H}_5 = 53,9974$ mNN sowie den Volumenstrom $Q_{zu} = 1362,9\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ aus dem Behälter. Diese Werte werden nun als „Messwerte“ einer Messung mit $N = 1$ zur Berechnung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ im Skelett-Modell verwendet. Daraus ergibt sich die Matrix A:

$$\begin{pmatrix} -3.0 & -3.4 & -3.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.0 & 0 & 0 & -2.0 & -1.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.4 & 0 & 0 & 0 & -1.3 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.0 & 0 & 1.3 & 0 & 1.2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3.5 & 0 & 1.7 & 0 & 0.5 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{3.31}$$

Die Singulärwertzerlegung liefert die folgende Diagonalmatrix D:

$$D = \begin{pmatrix} 6.7870 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.5375 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.8710 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.9909 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.32}$$

Der kleinste Singulärwert beträgt $\sigma_k = 1$. Alle 5 Massenbilanzgleichungen sind linear unabhängig. Die Inverse A^{-1} existiert nicht, jedoch kann die Pseudoinverse A^+ mit der SVD gebildet werden. Die Gleichung zur Erhaltung der Volumenstrombilanz im gesamten Verteilnetz ist keine unabhängige Gleichung. Sie ergibt sich, wenn alle 5 Massenbilanzgleichungen addiert werden. Es gilt:

$$c_1^n + c_2^n + c_3^n + c_4^n + c_5^n = Q_{zu}^n. \tag{3.33}$$

mit $n = 1, ..., N$

Je Messung n stehen für das Beispielnetz 5 linear unabhängige Massenbilanzgleichungen zur Verfügung. Zu den Unbekannten zählen die 8 Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$, und

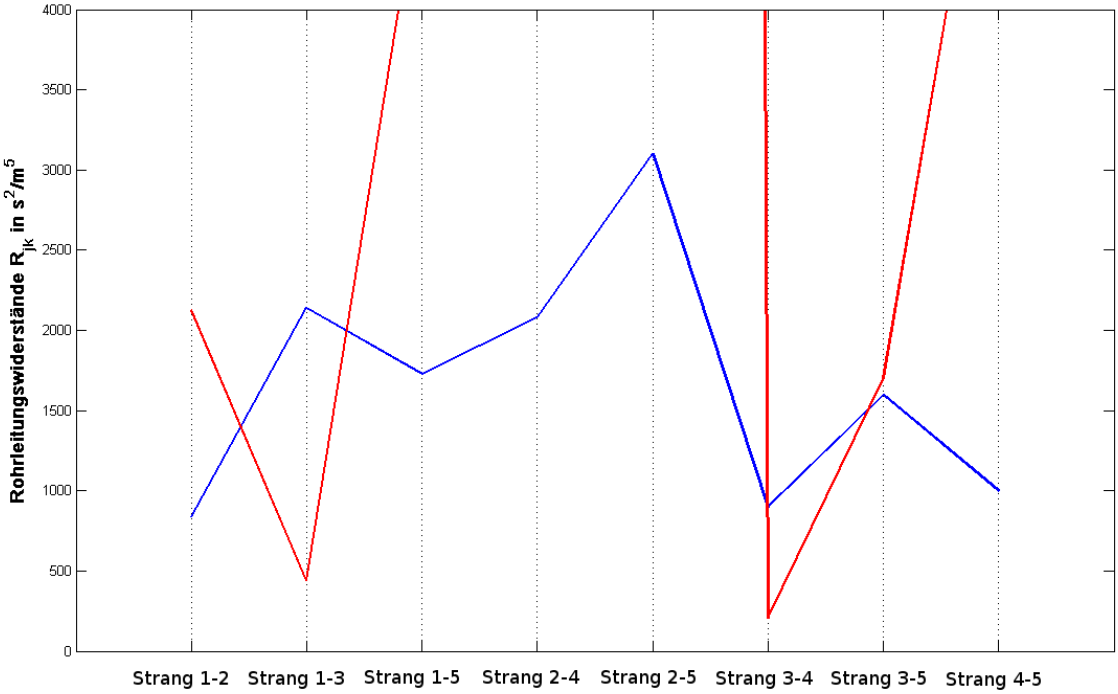


Abbildung 3.28: Darstellung der im Originalnetz vorgegebenen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (blau) und der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (rot) aller Rohrleitungen beim Skelett-Modell I auf der Basis von $N = 100$ Messungen mit einer Messwertgenauigkeit von 8 Stellen nach dem Komma.

mit jeder Messung kommen 5 weitere unbekannte Knotenentnahmeströme c_i^n hinzu. Das Gleichungssystem ist somit bei N Messungen immer unterbestimmt. Die Qualität der Lösung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ ist u.a. von der Netzkonfiguration und von der Qualität der Messwerte abhängig. In den meisten Fällen kann jedoch auch bei Messwerten mit hoher Genauigkeit keine akzeptable Lösung gefunden werden. Auch sehr viele Messungen verbessern nicht das Ergebnis. Im Folgenden werden im Vorwärtsproblem $N = 100$ voneinander unabhängige Messungen erzeugt. Dazu werden 100 verschiedene Entnahmevektoren $\vec{c}_i^n$ vorgegeben. Die hydraulische Simulation liefert für jeden Entnahmevektor die Druckmesswerte $\bar{H}_i^n$ mit einer Genauigkeit von 8 Nachkommastellen. Der Zufluss aus dem Hochbehälter Q_{zu}^n ist bei jeder erzeugten Messung ebenfalls auf 8 Nachkommastellen genau bekannt. Die unbekannten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und die unbekannten Knotenentnahmeströme $\vec{c}_i^n$ im Skelett-Modell errechnen sich zu:

$$\vec{s} = A^+ \cdot \vec{r}. \tag{3.34}$$

In Abbildung 3.28 sind die Ergebnisse der Berechnungen mit insgesamt 100 Messungen dargestellt, deren Messwerte auf 8 Nachkommastellen genau erzeugt wurden. Die blaue Linie zeigt die vorgegebenen Widerstände aller Rohrleitungen des Beispielnetzes. Die rote Linie zeigt die berechneten Widerstände aller Rohrleitungen des Beispielnetzes aus den vorher erzeugten $N = 100$ simultanen Druckmessungen. Alle Knotenentnah-

meströme sind bei der Berechnung der Widerstände aller Rohrleitungen unbekannt. Die Ergebnisse zeigen, dass es nicht möglich ist, die im Originalnetz vorgegebenen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ im Skelett-Modell zu berechnen. Lediglich der berechnete Rohrleitungswiderstand R_{35} weicht wenig vom vorgegebenen ab. Die unbekannten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ können ebenfalls nicht genau berechnet werden (hier nicht dargestellt). Für genauere Ergebnisse müssen also einige Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ bei den Messungen bekannt sein.

3.4.3.3 Skelett-Modell II

Beim Skelett-Modell II sind bei jeder Messung alle Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ und die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ **teilweise** unbekannt und müssen somit berechnet werden. Im Beispielnetz sind die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_2^n$ und $\bar{c}_5^n$ bei jeder Messung unbekannt. Daraus ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} -\sqrt{\left|H_1^n - H_2^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_2^n\right) \cdot S_{12} - \sqrt{\left|H_1^n - H_3^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_3^n\right) \cdot S_{13} \\ - \sqrt{\left|H_1^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_5^n\right) \cdot S_{15} = -Q_{zu}^n + c_1^n; \end{aligned} \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_2^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_2^n\right) \cdot S_{12} - \sqrt{\left|H_2^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_4^n\right) \cdot S_{24} \\ - \sqrt{\left|H_2^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_5^n\right) \cdot S_{25} - c_2^n = 0; \end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_3^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_3^n\right) \cdot S_{13} - \sqrt{\left|H_3^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_4^n\right) \cdot S_{34} \\ - \sqrt{\left|H_3^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_5^n\right) \cdot S_{35} = c_3^n; \end{aligned} \tag{3.37}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_2^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_4^n\right) \cdot S_{24} + \sqrt{\left|H_3^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_4^n\right) \cdot S_{34} \\ - \sqrt{\left|H_4^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_4^n - H_5^n\right) \cdot S_{45} = c_4^n; \end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned} + \sqrt{\left|H_1^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_5^n\right) \cdot S_{15} + \sqrt{\left|H_2^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_5^n\right) \cdot S_{25} \\ + \sqrt{\left|H_3^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_5^n\right) \cdot S_{35} + \sqrt{\left|H_4^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_4^n - H_5^n\right) \cdot S_{45} - c_5^n = 0; \end{aligned} \tag{3.39}$$

mit $n = 1, ..., N$.

Ist $N \leq 2$, so ist das Gleichungssystem für das Beispielnetz unterbestimmt. Ist $N > 2$, so ist das Gleichungssystem überbestimmt. Anhand von 3 Messungen, die mit einer hohen Genauigkeit (8 Nachkommastellen) erstellt wurden, soll nun die Problematik näher erläutert werden. In den Abbildungen 3.29 und 3.30 sind die vorgegebenen und die berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ unter Bildung der Pseudoinversen A^+, ohne dabei Singulärwerte σ_k bei der Bildung von D^+ abzuschneiden, dargestellt. Alle Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (rote Linie in Abb. 3.29) werden bis auf $\bar{R}_{25}$ exakt berechnet. Keiner der unbekannten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_2^n$ und $\bar{c}_5^n$ (rote Linie in Abb. 3.30) wird korrekt

Abbildung 3.29: Darstellung der im Originalnetz vorgegebenen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (blau) und der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (rot) aller Rohrleitungen beim Skelett-Modell II auf der Basis von $N = 3$ Messungen mit einer Messgenauigkeit von 8 Stellen nach dem Komma.

berechnet. Mit Hilfe der Singulärwertzerlegung zeigt sich, dass **ein** Singulärwert der Diagonalmatrix D mit $\sigma_k = 0$ ist. Wird die abgeschnittene SVD zur Bildung der Pseudoinversen A^+ verwendet, so können nun auch die unbekannten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ (rote Linie in Abb. 3.31) mit akzeptabler Genauigkeit berechnet werden. Abgeschnitten wird nur der Singulärwert $\sigma_k = 0$. In Abbildung 3.31 ist der Verlauf der vorgegebenen und der berechneten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$, unter Anwendung der abgeschnittenen SVD, dargestellt. Es gelingt jedoch weiterhin nicht, den Rohrleitungswiderstand $\bar{R}_{25}$ mit akzeptabler Genauigkeit zu berechnen. Auch 100 exakte Messungen ändern daran nichts. Die Anzahl an verschwindenden Singulärwerten σ_k entspricht der Anzahl an Strängen mit zwei Knoten unbekannter Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$. Die verschwindenden Singulärwerte $\sigma_k = 0$ treten jedoch nur auf, solange das Gleichungssystem bestimmt oder überbestimmt ist.

Der verschwindende Singulärwert σ_k entsteht dadurch, dass zwei Knoten mit unbekanntem Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i^n$ über einen Strang miteinander verbunden sind. Sind im Netzwerk beispielsweise zwei Stränge vorhanden, die jeweils 2 Knoten mit unbekanntem Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i^n$ verbinden, so hat dies insgesamt zwei verschwindende Singulärwerte σ_k in der Diagonalmatrix D zur Folge. Die verschwindenden Singulärwer-

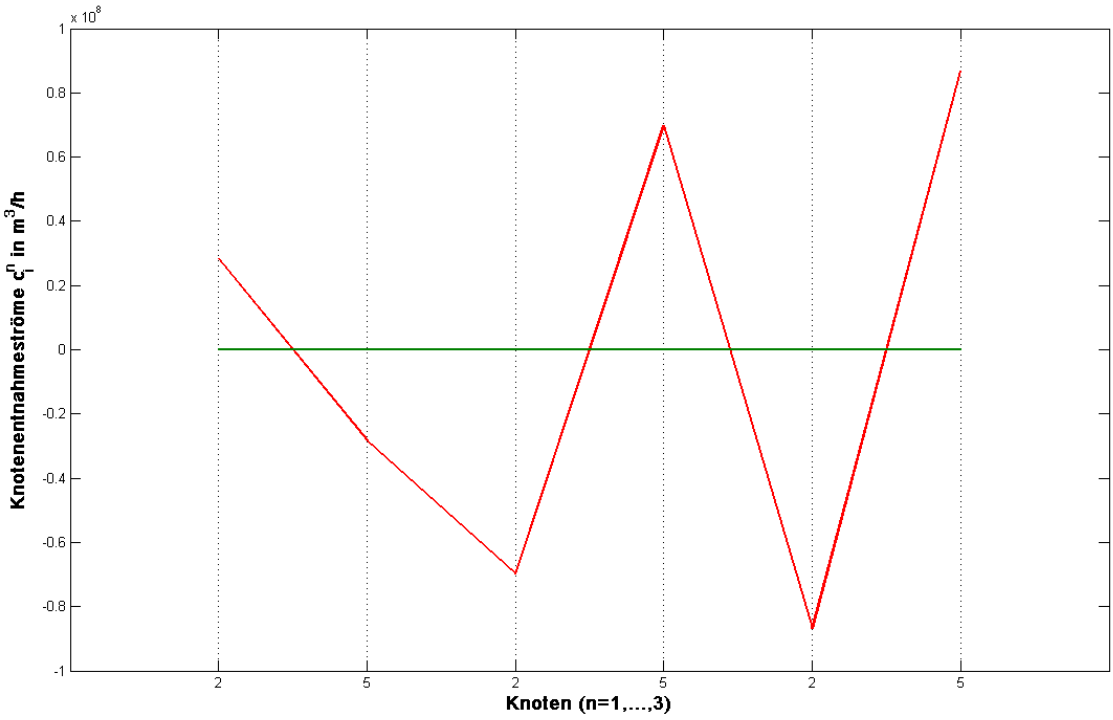


Abbildung 3.30: Darstellung der im Originalnetz vorgegebenen Knotenentnahmeströme $\bar{c}_2^n$ und $\bar{c}_5^n$ (grün) und der berechneten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_2^n$ und $\bar{c}_5^n$ (rot) beim Skelett-Modell II auf der Basis von $N = 3$ Messungen mit einer Messgenauigkeit von 8 Stellen nach dem Komma.

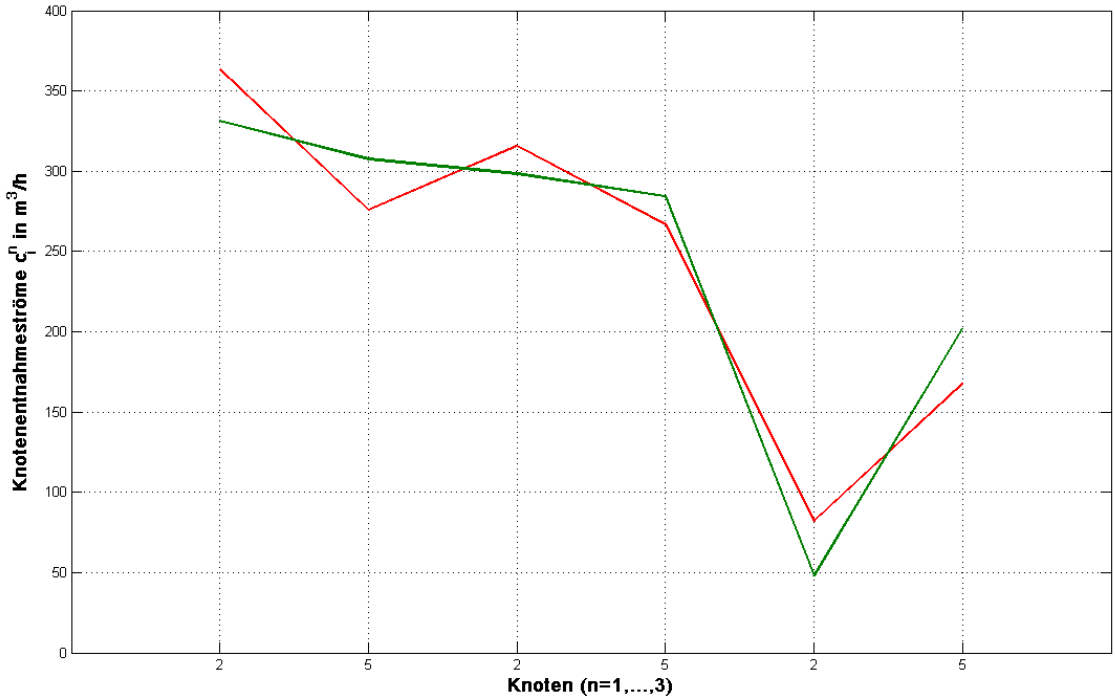


Abbildung 3.31: Darstellung der im Originalnetz vorgegebenen Knotenentnahmeströme $\bar{c}_2^n$ und $\bar{c}_5^n$ (grün) und der berechneten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_2^n$ und $\bar{c}_5^n$ (rot) beim Skelett-Modell II auf der Basis von $N = 3$ Messungen mit einer Messgenauigkeit von 8 Stellen nach dem Komma unter Anwendung der abgeschnittenen SVD.

te σ_k sind jedoch nur in der Diagonalmatrix D zu finden, solange das Gleichungssystem **bestimmt** bzw. **überbestimmt** ist. Die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ solcher Stränge können dann im Skelett-Modell II, auch unter Anwendung der abgeschnittenen SVD, nicht ausreichend genau berechnet werden. Alle anderen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ werden jedoch, unter der Voraussetzung, dass genaue Messwerte vorhanden sind und das Gleichungssystem bestimmt bzw. überbestimmt ist, richtig berechnet.

Fazit: Ist an jedem Strang im Skelett-Modell II mindestens ein Knoten mit bekanntem Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i^n$ vorhanden, so können alle Widerstände $\bar{R}_{jk}$ problemlos berechnet werden. Vorausgesetzt sind auch hier **genaue** und **unabhängige** Messwerte als Input. Die Anzahl an verschwindenden Singulärwerten σ_k entspricht der Anzahl an Strängen mit zwei anliegenden Knoten unbekannter Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$. Die verschwindenden Singulärwerte $\sigma_k = 0$ treten in der Diagonalmatrix D jedoch nur auf, solange das Gleichungssystem bestimmt bzw. überbestimmt ist.

3.4.3.4 Skelett-Modell III

Beim Skelett-Modell III sind nur noch die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ unbekannt und müssen berechnet werden. Die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ sind bei jeder Messung **bekannt**. Daraus ergibt sich für das Beispielnetz das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} -\sqrt{\left|H_1^n - H_2^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_2^n\right) \cdot S_{12} - \sqrt{\left|H_1^n - H_3^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_3^n\right) \cdot S_{13} \\ -\sqrt{\left|H_1^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_5^n\right) \cdot S_{15} = -Q_{zu}^n + c_1^n; \end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_2^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_2^n\right) \cdot S_{12} - \sqrt{\left|H_2^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_4^n\right) \cdot S_{24} \\ -\sqrt{\left|H_2^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_5^n\right) \cdot S_{25} = c_2^n; \end{aligned} \tag{3.41}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_3^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_3^n\right) \cdot S_{13} - \sqrt{\left|H_3^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_4^n\right) \cdot S_{34} \\ -\sqrt{\left|H_3^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_5^n\right) \cdot S_{35} = c_3^n \end{aligned} \tag{3.42}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_2^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_4^n\right) \cdot S_{24} + \sqrt{\left|H_3^n - H_4^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_4^n\right) \cdot S_{34} \\ -\sqrt{\left|H_4^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_4^n - H_5^n\right) \cdot S_{45} = c_4^n; \end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\begin{aligned} +\sqrt{\left|H_1^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_1^n - H_5^n\right) \cdot S_{15} + \sqrt{\left|H_2^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_2^n - H_5^n\right) \cdot S_{25} \\ +\sqrt{\left|H_3^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_3^n - H_5^n\right) \cdot S_{35} + \sqrt{\left|H_4^n - H_5^n\right|} \cdot sign\left(H_4^n - H_5^n\right) \cdot S_{45} = c_5^n; \end{aligned} \tag{3.44}$$

mit $n = 1, ..., N$.

Es sind dann bereits 2 voneinander unabhängige und genaue Messungen mit $N = 2$ für das Beispielnetz ausreichend, um die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ berechnen zu können.

Generell gilt, dass das Gleichungssystem überbestimmt sein muss, um die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ berechnen zu können. Im Gleichungssystem ist es ausreichend, einen Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i^n$ nicht anzugeben. Dieser ergibt sich jeweils automatisch über die Erhaltung der Volumenstrombilanz nach Gleichung 3.33 im gesamten Netz. Solange das Gleichungssystem unterbestimmt ist (beim Beispielnetz mit $N = 1$), gilt für diesen Fall, dass ein verschwindender Singulärwert σ_k in der Diagonalmatrix D vorhanden ist.

3.4.3.5 Einfluss von Messfehlern

Es ist nicht möglich, fehlerfreie Messungen durchzuführen. Hierzu gibt es eine Vielzahl von Ursachen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht näher erläutert werden. Prinzipiell muss zwischen systematischen Messfehlern und zufälligen Messfehlern unterschieden werden. Hinzu kommen Modellfehler, beispielsweise infolge von mathematischen Vereinfachungen.

In der Praxis ist eine hohe Messgenauigkeit prinzipiell eine Kostenfrage. In diesem Kapitel sollen beispielhaft die Anforderungen an die Messgenauigkeit zur Erstellung eines Skelett-Modells vorgestellt werden. Dabei gilt es zu beachten, dass Fehler in den gemessenen Druckdifferenzen $\bar{H}_j - \bar{H}_k$ an den virtuellen Strängen wesentlich größere Auswirkungen auf die Qualität der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ haben als Fehler bei den gemessenen bzw. geschätzten Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$.

3.4.3.5.1 Fehler in den Knotenentnahmen: Auf Basis des Beispielnetzes in Abbildung 3.27 werden $N = 500$ voneinander unabhängige Messungen erzeugt. Dabei soll das Beispielnetz als Skelett-Modell III verwendet werden, d.h. alle Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$ sind zur Berechnung der unbekannten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ bekannt. Vor der Berechnung wird auf alle „gemessenen“ Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$ ein zufällig erzeugter und sehr großer Fehler hinzugefügt. Der vorgegebene Fehler soll bei den Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$ bis zu **50%** und bei den Förderströmen Q_{zu}^n aus dem Hochbehälter bis zu **1%** betragen. Die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ werden jedoch mit einer Genauigkeit von 8 Nachkommastellen zur Berechnung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ übernommen. Die Erzeugung der Fehler erfolgt für jede einzelne Knotenentnahme $\bar{c}_i^n$ zufällig. Dies hat zur Folge, dass bei keiner Messung N die Erhaltung der Volumenstrombilanz nach Gleichung 3.33 mehr erfüllt ist. In Abbildung 3.32 sind die Ergebnisse der Berechnung der unbekannten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ dargestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass trotz des enormen Fehlers von bis zu 50% bei den Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$, die unbekannten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ mit akzeptabler Genauigkeit berechnet werden.

3.4.3.5.2 Fehler in den Druckhöhen: Messfehler in den Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ haben wesentlich größere Auswirkungen auf die Qualität der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ als Fehler in den Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$. Dabei gilt, dass Fehler in den

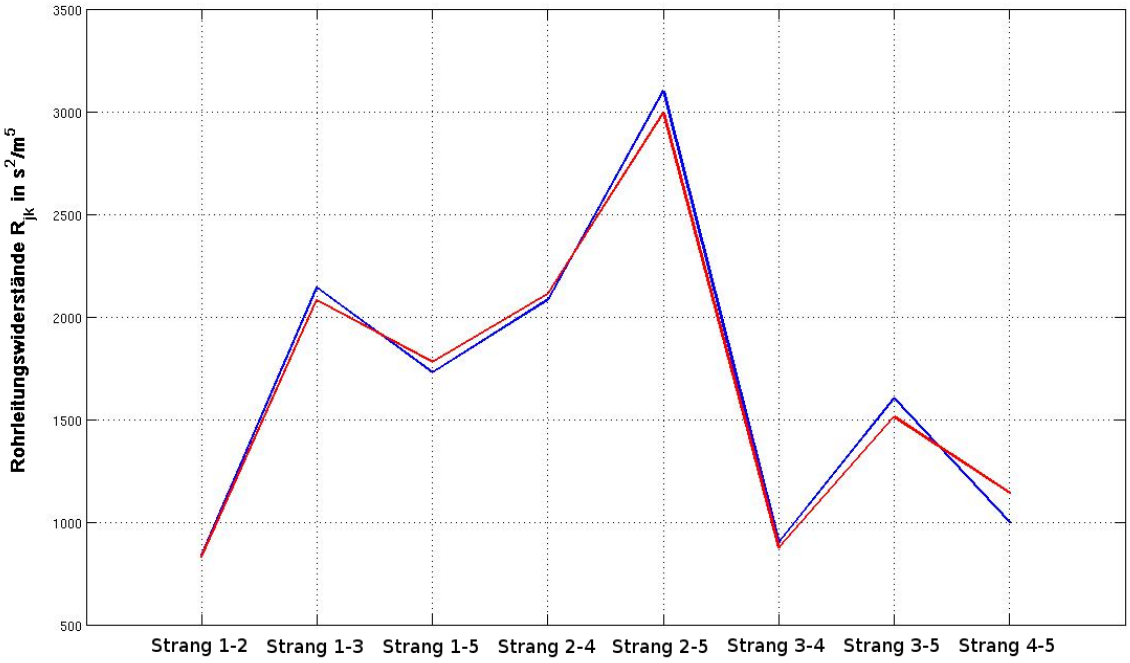


Abbildung 3.32: Darstellung der im Originalnetz vorgegebenen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (blau) und der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (rot) aller Rohrleitungen beim Skelett-Modell III auf der Basis von $N = 500$ simultanen Messungen mit bis zu 50% Fehler in den Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$.

gemessenen **Druckdifferenzen** $\bar{H}_j^n - \bar{H}_k^n$ an den virtuellen Strängen besonders problematisch sind. Bei der Auswahl von Knoten für die Erstellung eines Skelett-Modells aus einem Wasserverteilnetz muss dies stets berücksichtigt werden. Daraus leiten sich besonders hohe Anforderungen an die Ermittlung der geodätischen Höhe $\bar{h}_{i,\text{geod.}}$ ab, die jedoch mit Hilfe moderner Messverfahren mit hoher Genauigkeit ermittelt werden kann. Die Anforderungen an die Genauigkeit moderner Druckmessgeräte werden in der Regel bereits bei preiswerten Druckaufnehmern erfüllt. Jedoch gilt hier, dass bei geringen Druckdifferenzen $\bar{H}_j^n - \bar{H}_k^n$ zwischen den ausgewählten Skelett-Modell-Knoten innerhalb eines Verteilnetzes der zu erwartende Messfehler größer wird. In Abbildung 3.33 sind die Auswirkungen auf die Berechnung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ eines willkürlich vorgegebenen Messfehlers in den **absoluten** Druckhöhen $\bar{H}_i^n$ von bis zu $0,5\%$ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bestimmte Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ nicht mehr genau berechnet werden.

Die mathematischen Beweise zu den Auswirkungen von Messfehlern auf die Ergebnisse von berechneten Widerständen finden sich am Beispiel der Impedanztomographie in der Arbeit von Azzouz[9].

[9] Azzouz M. (2006)

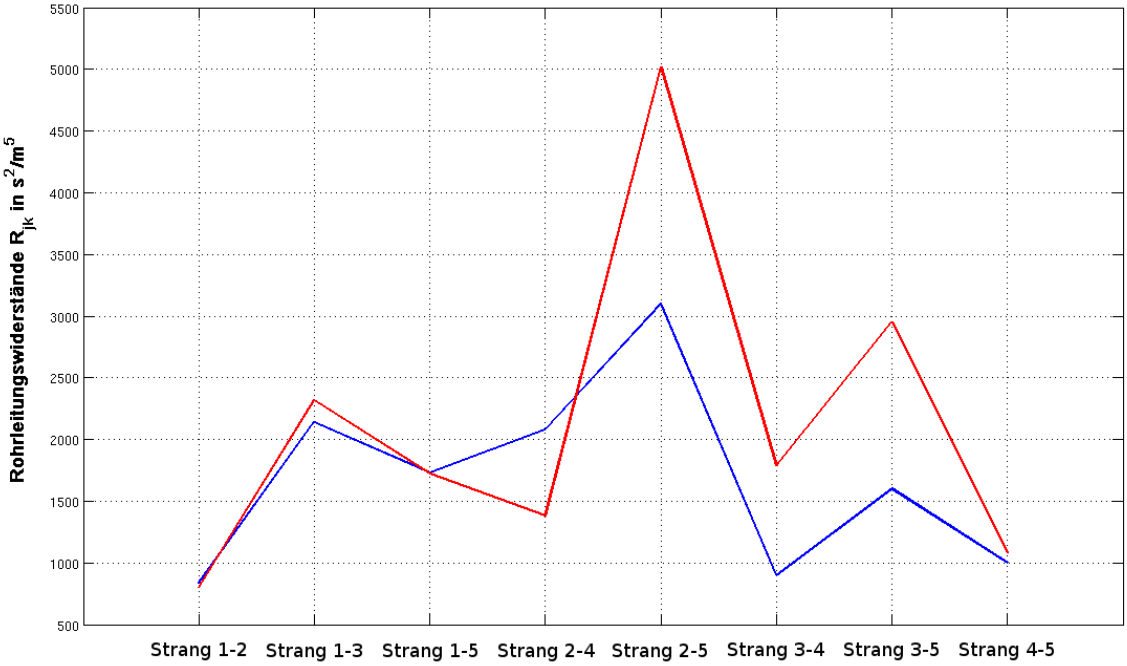


Abbildung 3.33: Darstellung der im Originalnetz vorgegebenen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (blau) und der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ (rot) aller Rohrleitungen beim Skelett-Modell III auf der Basis von $N = 500$ simultanen Messungen mit bis zu 0.5% Fehler in den absoluten Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$.

3.4.3.6 Aufbau des Bearbeitungsalgorithmus

In Abbildung 3.34 ist der in MATLAB programmierte Bearbeitungsalgorithmus zur Erstellung eines Skelett-Modells schematisch dargestellt und, soweit notwendig, erläutert.

1. **Netzkonfiguration**
   - Rechenmodell des Verteilnetzes als Skelett-Modell.
   - Es sind nur die Skelett-Modell-Knoten und die virtuellen Stränge enthalten.
2. **Import aller Messdaten zur Berechnung der virtuellen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$**
   - Simultan gemessene Druckhöhen $\bar{H}_i^n$ an den ausgewählten Knoten des Skelett-Modells.
   - Simultan gemessene Förderströme Q_{zu}^n aus den Wasserwerken.
   - Simultan geschätzte oder gemessene Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ an den Knoten des Skelett-Modells.
3. **Knoten mit unbekanntem Knotenentnahmestrom $\bar{c}_i^n$**
   - Eingabe derjenigen Knoten im Skelett-Modell, deren Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ unbekannt sind und somit zusätzlich berechnet werden müssen.

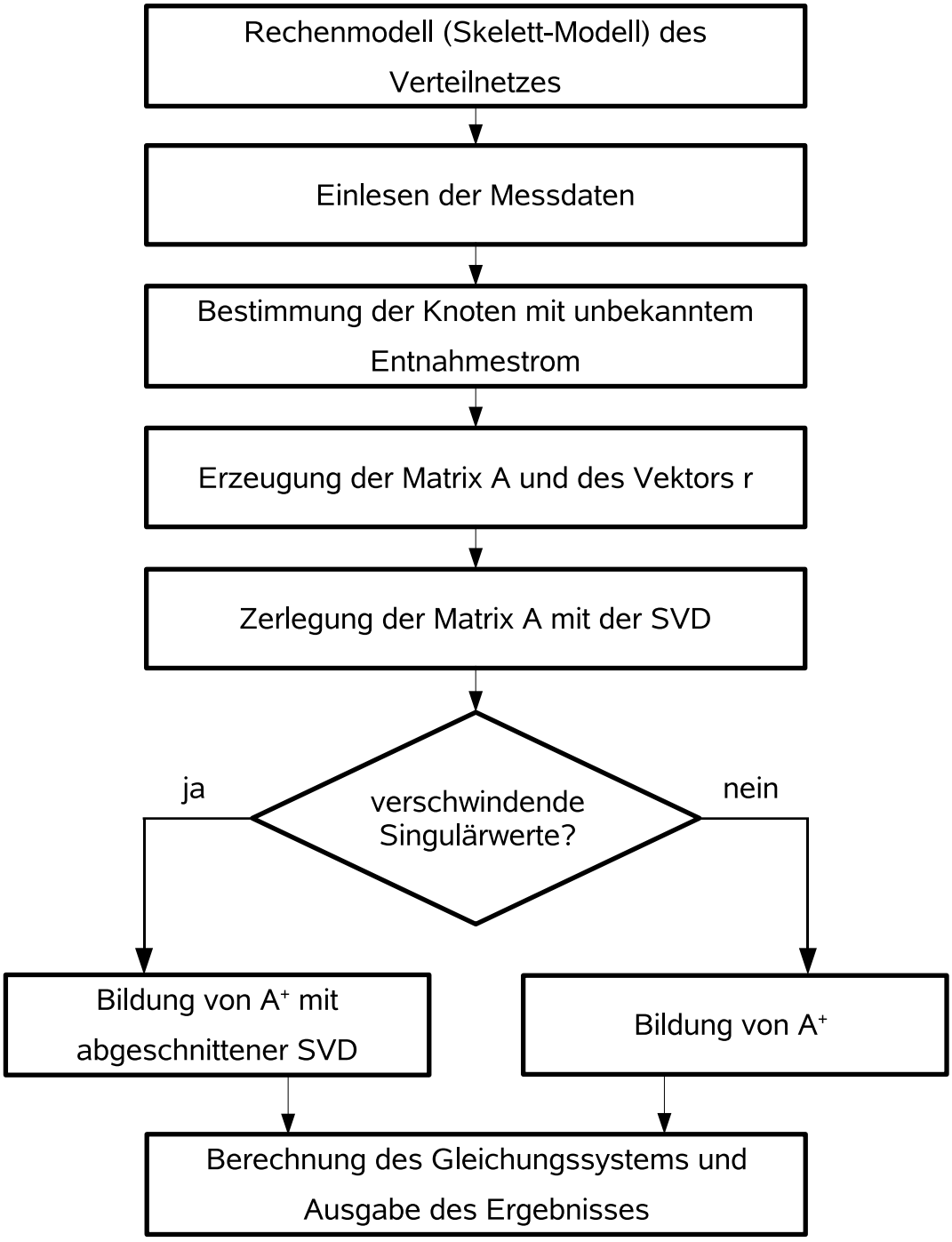


Abbildung 3.34: Schematische Darstellung des in MATLAB programmierten Bearbeitungsalgorithmus zur Erstellung eines Skelett-Modells.

4. **Erzeugung der Matrix A und des Vektors $\vec{r}$**
   - Erzeugung der Matrix A aus den Druckmesswerten $\bar{H}_i^n$ und den unbekannten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$ (werden bei Skelett-Modell III nicht in die Matrix eingetragen).
   - Erzeugung des Vektors $\vec{r}$ aus den gemessenen Förderströmen Q_{zu}^n und den bekannten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$ (werden bei Skelett-Modell I nicht in den Vektor eingetragen).
5. **Zerlegung der Matrix A**
   - Erzeugung der Matrizen U, D und V mit Hilfe der Singulärwertzerlegung.
6. **Untersuchung der Singulärwerte**
   - Sind verschwindende Singulärwerte σ_k in der Diagonalmatrix D vorhanden, so wird die Pseudoinverse A^+ der Matrix A mit Hilfe der abgeschnittenen SVD gebildet.
   - Sind alle Singulärwerte nicht-verschwindend, so kann die Pseudoinverse A^+ ohne abschneiden von Singulärwerten σ_k bei der Bildung von D^+ gebildet werden.
7. **Berechnung des Gleichungssystems und Ausgabe**
   - Berechnung des Gleichungssystems $s = A^+ \cdot r$ und Ausgabe der berechneten Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ nach der Rücksubstitution sowie Ausgabe der berechneten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ (nur Skelett-Modell I und II).

3.5 Grundlagen des numerischen Optimierungsmodells

3.5.1 Allgemeines

Ein Optimierungsmodell bildet die Grundlage für die Untersuchungen zur Ermittlung der optimalen Steuerstrategie unter Berücksichtigung aller Nebenbedingungen und soll auf Wasserverteilungssysteme beliebiger Struktur anwendbar sein. Es werden alle Wasserwerke, Behälter, Reinwasserpumpen der Wasserwerke, Regelorgane und Zwischenpumpwerke erfasst. Die auftretenden Variablen können in unabhängige und abhängige Variablen unterteilt werden.

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte numerische Optimierungsmodell dient zur Onlineoptimierung des Betriebes aller Pumpen zur Reinwasserverteilung in Verteilnetzen mit oder ohne Hochbehälter. Online bedeutet in diesem Zusammenhang, dass online gemessene Knotendruckhöhen und berechnete bzw. geschätzte Knotenentnahmeströme, und somit die aktuelle hydraulische Situation, als Input für die Modellierung dienen. Das Verteilnetz selbst wird dazu vereinfacht als sogenanntes Skelett-Modell abgebildet. Im Skelett-Modell sind nur noch diejenigen Knoten des Originalnetzes vorhanden, an denen kontinuierlich der Druck gemessen wird. Im Modell werden diese Knoten durch virtuelle, d.h. real nicht existierende Stränge verbunden. Das Skelett-Modell ist in das Optimierungsmodell integriert und dient als Basis für die hydraulische Simulation im Rahmen der Optimierung. Die hydraulische Simulation findet auf Basis des in dieser Arbeit weiterentwickelten Knoten-Strang-Verfahrens statt.

Bei Wasserverteilnetzen ohne Hochbehälter wird der Versorgungsdruck ausschließlich durch Kreiselpumpen aufrechterhalten. Die Modellierung solcher Verteilnetze im Rahmen der Optimierung unterscheidet sich somit von der Herangehensweise bei Verteilnetzen mit Hochbehälter. Im folgenden Kapitel werden die allgemeinen Grundlagen des Optimierungsmodells vorgestellt. In den Kapiteln 3.5.9 und 3.5.10 werden die Unterschiede bei der Modellierung zwischen beiden Verteilnetzarten herausgearbeitet.

3.5.2 Grundlagen

3.5.2.1 Variablen und Zustandsgrößen

Als unabhängige Variablen werden die Steuerindizes der Pumpstationen $K_{jk}(t)$, $(j,k) \in \hat{L}$ und die Einspeiseströme der Wasserwerke $c_i(t)$, $i \in \hat{B}$ in den Behälter bezeichnet. Diese stellen die gesuchten Steuergrößen dar. Die Knotenentnahmen $c_i(t)$, $i \in \bar{B}$ sind ebenfalls unabhängige Variablen und können als „Störgrößen“ aufgefasst werden.

Zu den abhängigen Variablen zählen die Druckhöhen $H_i(t)$, $i \in \bar{B}$ an den Knoten und die Strangvolumenströme $Q_{jk}(t)$, $(j,k) \in \bar{L}$. Bei Veränderung der unabhängigen Variablen ändern sich die Druckhöhen an den Knoten und die Strangvolumenströme plötz-

lich. Die abhängigen Variablen werden als hydraulische Zustandsgrößen bezeichnet.

Die Behälterhöhen $H_i(t)$, $i \in \tilde{B}$ ändern sich erst nach Ablauf eines Zeitintervalls und werden als Behälterzustandsgrößen bezeichnet.

3.5.2.2 Anfangs- und Endbedingungen

Die Steuerungsaufgabe besteht darin, ausgehend von einem bekannten Ausgangszustand, der durch einen Startwert für die Behälterzustandsgrößen zum Startzeitpunkt $t = 0$ mit

$$H_i(0) = H_i^0, \qquad i \in \tilde{B}$$

beschrieben ist, in einem Zeitintervall T einen Endzustand $\tilde{H}_i(t)$ anzusteuern. Der Startzeitpunkt H_i^0, $i \in \tilde{B}$ kann prinzipiell beliebig gewählt werden, sollte aber bei Verteilnetzen mit Hochbehälter idealerweise auf den Beginn der täglichen Arbeitsorganisation oder den Beginn des Stromspitzentarifes gelegt werden (z.B. 7 Uhr). Der Endzustand $\tilde{H}_i(t)$ kann entweder willkürlich festgelegt werden (z.B. Behälter maximal gefüllt) oder durch die Optimierung errechnet werden.

Das Zeitintervall T und der Endzustand $\tilde{H}_i(t)$ sollten bei Verteilnetzen mit Hochbehälter so gewählt werden, dass die periodischen Eigenschaften des Wasserverbrauchs eines Versorgungsgebietes enthalten sind. Das Zeitintervall T beträgt entsprechend 24 Stunden, kann aber prinzipiell auch anders gewählt werden. Es wird bei beiden Verteilnetzarten in mehrere Zeitintervalle diskretisiert, in denen die Knotenentnahmeströme, die Steuerindizes der Pumpen und die Behälterwasserstände als konstant angenommen werden. Die zulässigen Bereiche für die Behälterwasserstände am Ende des Betrachtungszeitraums $\tilde{H}_i(T)$ mit

$$H_{i,\min}^T < H_i(T) < H_{i,\max}^T, \qquad i \in \tilde{B}$$

müssen eingehalten werden. $\tilde{H}_{i,\min}^T$ und $\tilde{H}_{i,\max}^T$ sind dann die Schranken für den gewünschten Wasserstand im Behälter am Ende des Betrachtungszeitraums $0, T$ (Verteilnetz mit HB) oder am Ende des Zeitintervalls t_n, t_{n+1} (Verteilnetz ohne HB).

3.5.2.3 Nebenbedingungen

Die hydraulischen Beziehungen und die technischen Nebenbedingungen der einzelnen Rohrnetzelemente wurden bereits in Kapitel 2.3 ausführlich beschrieben.

3.5.3 Zielfunktion der Optimierung

3.5.3.1 Allgemeines

Die Zielfunktion ist eine Kostenfunktion, die die Summe der steuerungsabhängigen Kosten des Wasserverteilnetzes im betrachteten Zeitintervall enthält. Zu den steuerungsab-

hängigen Kosten zählen die Pumpenergiekosten der Reinwasserverteilung $Z_{RW_{jk}}$. Es gilt:

$$Z = \sum_{(j,k)\in\hat{L}} Z_{RW_{jk}} \longrightarrow \min. \tag{3.45}$$

3.5.3.2 Energiekosten und Energietarif

Die Elektroenergiekosten für den Betrieb der Reinwasserpumpen werden auf der Grundlage der Elektroenergietarife des jeweiligen Stromanbieters ermittelt. Im Zuge der Liberalisierung des deutschen Strommarktes werden jedoch häufig keine Zeittarife (z.B. Sommer- und Wintertarife oder Tag- und Nachttarife) mehr angeboten.

Die Elektroenergiekosten aller Reinwasserpumpen, die konstant mit Nenndrehzahl und mit FU-Regelung gefahren werden, werden aus dem mechanischen Leistungsbedarf aller Pumpen, dem Leistungsfaktor $\cos\varphi_{jk}$, dem Gesamtwirkungsgrad aus Transformatoren, FU-Regelung und Motoren $\eta_{jk}(Q_{jk}(t), H_i(t))$ und dem Energietarif $\sigma_{jk}(t)$ durch Integration über die Zeit bestimmt. Dies ist gültig, wenn keine empirisch ermittelten Gleichungen verfügbar sind. Es gilt allgemein:

$$Z_{RW_{jk}} = \frac{1}{\eta_{jk}\cdot\cos\varphi_{jk}} \cdot \int_0^T N_{jk}(Q_{jk}(t))\cdot\sigma_{jk}(t)\,dt. \tag{3.46}$$

$(j,k) \in \hat{L}$

Durch Einsetzen von Gleichung 2.80 in die Zielfunktion ergibt sich für alle Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl gefahren werden:

$$Z_{RW_{jk}} = \int_0^T \frac{1}{\eta_{jk}(Q_{jk}(t))\cdot\cos\varphi_{jk}} \cdot \left(\beta^0_{0jk}(K_{jk}(t)) + \beta^0_{1jk}(K_{jk}(t))\cdot Q_{jk}(t)\right)\cdot\sigma_{jk}(t)\,dt. \tag{3.47}$$

$(j,k) \in \hat{L}$

Nach Einsetzen von Gleichung 2.88 gilt für alle Pumpen mit FU-Regelung, wobei beachtetet werden muss, dass die Gesamtwirkungsgradfunktion $\eta_{jk}(Q_{jk}(t), H_i(t))$ infolge der FU-Regelung zusätzlich eine Funktion des Drucks $H_i(t)$ ist:

$$\begin{aligned} Z_{RW_{jk}} = \int_0^T \frac{1}{\eta_{jk}(Q_{jk}(t), H_i(t))\cdot\cos\varphi_{jk}} \cdot (\left(\frac{v_{jk}(t)}{v^0_{jk}}\right)^3 \cdot \beta^0_{0jk} \\ + \left(\frac{v_{jk}(t)}{v^0_{jk}}\right)^2 \cdot \beta^0_{1jk}\cdot Q_{jk}(t))\cdot\sigma_{jk}(t)\,dt. \end{aligned} \tag{3.48}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

Die Zielfunktion kann modifiziert werden, wenn empirische, aus Messungen ermittelte Gleichungen für die Gesamtleistungsaufnahme $N_{jk}(Q_{jk}(t))$ einer Pumpe verfügbar sind (vgl. Kapitel 4.3.2). Gibt es keine Unterteilung in Sommer- und Wintertarife, so gilt für den Energietarif:

$$\sigma_{jk}(t) = \sigma = const. \tag{3.49}$$

Wird der Energietarif in einen Spitzentarif S und Restzeittarif $\bar{S}$ unterteilt, so gilt:

$$\sigma_{jk}(t) = \sigma^{\bar{S}} = const.; \tag{3.50}$$

$$\sigma_{jk}(t) = \sigma^{S} = const. \tag{3.51}$$

Es gibt bzw. gab Länder (z.B. DDR), in denen der Spitzentarif vom Verhältnis der in der Spitzenzeit bezogenen Wirkarbeit relativ zur bezogenen Wirkarbeit am gesamten Tag abhängig ist. Derartige Stromtarifmodelle sind auch heutzutage noch, beispielsweise in den USA, zu finden. Der Spitzentarif ist dann von der gewählten Steuerung $K_{jk}(t)$ der Pumpen abhängig. Es gilt[10]:

$$\sigma_{jk}(t) = \sigma_{jk}^{\bar{S}} = \varepsilon + \frac{\delta \cdot \frac{1}{\eta_{jk} \cdot \cos\varphi_{jk}} \cdot \int\limits_{S} N_{jk,\text{mech.}}(Q_{jk}(t))\, dt}{\frac{1}{\eta_{jk} \cdot \cos\varphi_{jk}} \cdot \int\limits_{0}^{T} N_{jk,\text{mech.}}(Q_{jk}(t))\, dt}. \tag{3.52}$$

mit: ε, δ - Konstanten
In der Bundesrepublik Deutschland wird diese Form des Spitzentarifs zur Zeit von keinem Stromanbieter angeboten.

3.5.4 Das mathematische Modell - Optimierungsmodell I

Im mathematischen Modell sind die Arbeitszustände aller Pumpen $\hat{K}(t)$ und $\widehat{K}(t)$, die Pumpenförder- und Strangvolumenströme $Q(t)$, die Druckhöhen $\bar{H}(t)$ an den Knoten und die Einspeiseströme $\hat{c}(t)$ in den Reinwasserbehälter die zu bestimmenden unbekannten Funktionen. Die zu optimierende Zielfunktion Z ist nichtlinear und muss Nebenbedingungen erfüllen. Zu den Nebenbedingungen zählen die Gleichungen 3.54, 3.56, 3.57 und 3.58, die Ungleichungen 3.60, 3.61, 3.62, 3.63, 3.64 und 3.65, die Differenzialgleichungen 3.55 und die Anfangsbedingungen 3.59.

Das mathematische Modell kann wie folgt dargestellt werden:

Zielfunktion:

$$Z = f_0(\bar{Q}(t), \bar{H}(t), \hat{c}(t)), \hat{Q}(t), \hat{K}(t), \widehat{Q}(t), \widehat{K}(t), \widehat{v}(t)) \longrightarrow \min \tag{3.53}$$

Nebenbedingungen:

Nicht-Behälter-Knoten

$$f_1(\bar{Q}(t), \bar{c}(t)) = 0 \tag{3.54}$$

Behälter-Knoten

$$f_2(\tilde{Q}(t), \tilde{H}(t), \tilde{c}(t)) = \frac{dH}{dt} \tag{3.55}$$

[10] Sturm M. (1985): S. 10

Stränge

$$f_3(\bar{Q}(t), \bar{H}(t), \bar{R}) = 0 \tag{3.56}$$

Pumpe, starr

$$f_5(\hat{Q}(t), \hat{H}(t), \hat{K}(t)) = 0 \tag{3.57}$$

Pumpe, FU-Regelung

$$f_6(\widehat{Q}(t), \widehat{H}(t), \widehat{K}(t), \widehat{v}(t)) = 0 \tag{3.58}$$

Anfangsbedingung Behälterwasserstand

$$\tilde{H}(t = 0) = \tilde{H}^0 \tag{3.59}$$

Endbedingung Behälterwasserstand

$$\tilde{H}^T_{\min} \leq \tilde{H}(T) \leq \tilde{H}^T_{\max} \tag{3.60}$$

Beschränkung Einspeiseströme

$$\hat{c}_{\min} \leq \hat{c}(t) \leq \hat{c}_{\max} \tag{3.61}$$

Beschränkung Einspeisevolumen

$$\int_0^T \hat{c}(t)\, dt \leq C \tag{3.62}$$

Beschränkung Knotendruckhöhe

$$\bar{H}_{\min}(t) \leq \bar{H}(t) \leq \bar{H}_{\max} \tag{3.63}$$

Beschränkung Pumpenförderstrom, starre Drehzahl

$$\hat{Q}_{\min}(K(t)) \leq \hat{Q}(t) \leq \hat{Q}_{\max}(K(t)) \tag{3.64}$$

Beschränkung Pumpenförderstrom, FU-Regelung

$$\widehat{Q}_{\min}(K(t)) \leq \widehat{Q}(t) \leq \widehat{Q}_{\max}(K(t)) \tag{3.65}$$

Alle unbekannten Variablen der Zielfunktion Z sind selbst Funktionen. Das Optimierungsproblem wird dann als Variationsproblem und unter den Variationsproblemen speziell als Steuerproblem bezeichnet, da die unbekannten Funktionen durch Differenzialgleichungen verknüpft sind und Ungleichungen unter den Nebenbedingungen auftreten[11].

[11] Habbob M.H. (1987): S. 73f

3.5.4.1 Elimination der inneren Volumenströme und Druckhöhen

Die algebraischen Gleichungen des nichtlinearen Gleichungssystems des Optimierungsmodells werden nach den Unbekannten $\bar{Q}(t), \hat{Q}(t), \widehat{Q}(t)$ und $\bar{H}(t)$ aufgelöst. Die Anzahl aller Gleichungen beträgt

$$\bar{b} + \bar{l} + \hat{l} + \widehat{l} = b + l. \tag{3.66}$$

Der Zahl der algebraischen Gleichungen wird nun die Zahl der Unbekannten des Systems gegenübergestellt:

$$Q(t) \quad ... \quad \bar{l} + \hat{l} + \widehat{l} = l;$$

$$\bar{H}(t) \quad ... \quad \bar{b} - \tilde{b};$$

$$\tilde{H}(t) \quad ... \quad \tilde{b};$$

$$K(t) \quad ... \quad \hat{l} + \widehat{l}.$$

Die Vektoren $\bar{Q}(t), \hat{Q}(t), \widehat{Q}(t)$ und $\bar{H}(t)$ enthalten zusammen gerade $b + l$ Komponenten, die der Anzahl an Gleichungen entspricht. Die Auflösung nach den Unbekannten ist immer möglich, wenn die Jacobi-Matrix der ersten partiellen Ableitungen aller Gleichungen nach den Komponenten $\bar{Q}(t), \hat{Q}(t), \widehat{Q}(t)$ und $\bar{H}(t)$ regulär, d.h. die Determinante ungleich Null ist. Die Auflösung nach $\bar{Q}(t), \hat{Q}(t), \widehat{Q}(t)$ und $\bar{H}(t)$ kann dann als Funktion der restlichen Variablen ausgedrückt werden:

$$Q(t) = \varphi_{jk}(\tilde{H}(t), \hat{K}(t), \widehat{K}(t), \widehat{v}(t), \bar{c}(t)) \text{ und } \bar{H}(t) = \psi_i(\tilde{H}(t), \hat{K}(t), \widehat{K}(t), \widehat{v}(t), \bar{c}(t)). \tag{3.67}$$

Diese Funktionen sind nicht explizit darstellbar, sondern müssen punktweise mit Hilfe der hydraulischen Simulation eines Verteilnetzes („Rohrnetzberechnung“) ermittelt werden (vgl. hierzu auch Kapitel 3.3 und 2.4).

3.5.5 Zeitdiskretisierung

3.5.5.1 Einführung spezieller Steuerfunktionen

Bei der Steuerung von Wasserverteilungssystemen ist es aus verschiedenen Gründen notwendig, Änderungen der Betriebsweise nur an fest bestimmten Zeitpunkten vorzunehmen. Zu den wesentlichen Gründen zählen beispielsweise eine Vereinheitlichung der Arbeitsorganisation und ein durch äußere Einflüsse vorgegebenes Zeitraster (z.B. Energietarife, spezifische Anforderungen der Wasseraufbereitungstechnologie und Wasserspeicherung im Wasserwerk). Die Zeitpunkte mit einer Änderung der Steuerstrategie werden als Steuerzeitpunkte bezeichnet. Der Abstand zwischen den einzelnen Steuerzeitpunkten sollte mindestens so groß gewählt werden, dass unnötig häufiges Schalten von Pumpen

bzw. Pumpstationen vermieden wird. Der Betrachtungszeitraum $0, T$ wird deshalb in die Steuerzeitpunkte

$$t_n,\ n = 0, ..., N, \tag{3.68}$$

mit

$$0 = t_0 < t_1 < t_2, ..., t_{N-1} < t_N = T$$

unterteilt. Innerhalb eines Zeitintervalls $[t_{n-1}, t_n]$ sind die Steuerfunktionen $K_{jk}(t)$ und $\hat{c}_i(t)$ konstant. Es gilt für $t_{n-1} \leq t \leq t_n$:

$$K_{jk}(t) = K_{jk}^n; \tag{3.69}$$

$(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

$$c_i(t) = c_i^n. \tag{3.70}$$

$i \in \bar{B}$

Die Steuerfunktionen sind also Stufenfunktionen, und die Berechnung der optimalen Steuerfunktion wird somit auf die Berechnung der Steuervektoren

$$K^n, c^n,\ \text{ mit }\ n = 1, ..., N$$

reduziert. Es gilt dabei:

$$\hat{K}^n = \hat{K}(t), \qquad t_{n-1} \leq t \leq t_n; \tag{3.71}$$

$$\widehat{K}^n = \widehat{K}(t), \qquad t_{n-1} \leq t \leq t_n; \tag{3.72}$$

$$\bar{c}^n = \bar{c}(t), \qquad t_{n-1} \leq t \leq t_n. \tag{3.73}$$

3.5.5.2 Knotenentnahmeströme

Für die Knotenentnahmeströme $c_i(t),\ i \in \bar{B}$ lässt sich ebenfalls eine Zeitdiskretisierung vornehmen. Innerhalb eines Zeitintervalls können die Knotenentnahmeströme als konstant betrachtet werden. Das hierfür einzuführende zweite Zeitraster t^m $(m = 0, ..., M)$ wird, infolge der schnellen Änderung des Entnahmeverhaltens im Verteilnetz, feiner gewählt als das Zeitraster der Steuerfunktionen (z.B. Steuerung für 1 Stunde konstant und Knotenentnahmeströme für 15 Minuten). Es gilt:

$$\bar{c}_i(t) = \bar{c}_i^m, \tag{3.74}$$

mit $t_{m-1} \leq t \leq t_m$.

3.5.5.3 Behälterwasserstände

Bei großen Behältern ändert sich der „Systemzustand“ Behälterwasserstand $\tilde{H}_i(t)$ innerhalb eines Zeitintervalls nicht wesentlich. Die vorgeschlagene Zeitdiskretisierung t_m kann auch hier zur numerischen Lösung der Speicherdifferenzialgleichung 3.55 verwendet werden. Bei kleinen Behältern mit starken Schwankungen des Behälterwasserstandes muss ein drittes, weiter verfeinertes Zeitraster τ_1 zur numerischen Abbildung innerhalb

des Zeitintervalls $t_{m-1},\ t_m$ eingeführt werden. Die Funktion $\tilde{H}_i(t)$ des Vektors $H(t)$ wird dann durch die Werte

$$H_i(t) \leq H_i(\tau_1) \tag{3.75}$$

$i \in \tilde{B}$

approximiert. Zur Lösung der Differenzialgleichung 3.55 wird die Ableitung durch den einfachen Differenzenquotient ersetzt.

3.5.5.4 Pumpen mit FU-Regelung

Die Drehzahl $\widehat{v}_{jk}(t)$ aller drehzahlgeregelten Pumpen muss im Zeitintervall $t_n,\ n = 0, ...,$ N zur numerischen Abbildung im Optimierungsmodell in U Intervalle diskretisiert werden. Die Drehzahl dieser Pumpen kann durch die FU-Regelung von der Nenndrehzahl $v^0_{jk},\ (j,k) \in \widehat{L}$ auf die gewünschte Mindestdrehzahl $v^{min}_{jk},\ (j,k) \in \widehat{L}$ reduziert werden. Die gewählte Intervalllänge v^u_{jk} ist abhängig von der gewünschten Genauigkeit des Optimierungsergebnisses und der gewünschten Rechengeschwindigkeit. Es gilt:

$$v^u_{jk}\ ,\ u = 1, ..., U, \tag{3.76}$$

mit

$$v^{min}_{jk} < v^2_{jk} < v^3_{jk} <, ..., < v^U_{jk} = v^0_{jk}.$$

$(j,k) \in \widehat{L}$

3.5.6 Das resultierende mathematische Modell - Optimierungsmodell II

Im resultierenden mathematischen Modell können die Vektoren $\bar{Q}(t)$, $\hat{Q}(t)$, $\widehat{Q}(t)$ und $\bar{H}(t)$ eliminiert und der hydraulischen Simulation übergeben werden. Der Vektor $\bar{H}(t)$ ist dabei der Zustandsvektor oder Phasenvektor und die Vektoren $\bar{Q}(t), \hat{Q}(t), \widehat{Q}(t)$ sind die zulässigen Steuerungsvektoren. Die Vektoren $\hat{K}(t)$, $\widehat{K}(t)$, $\widehat{v}(t)$ und $\bar{c}(t)$ werden als Steuervektoren bezeichnet. Die diskretisierte Zielfunktion des Optimierungsproblems stellt sich wie folgt dar:

Zielfunktion:

$$Z = \sum_{(j,k)\in\hat{L}} Z_{R_{jk}} \longrightarrow \min \tag{3.77}$$

mit:

$$Z_{R_{jk}} = \frac{1}{\eta_{jk}(Q_{jk}, H_i) \cdot \cos\varphi_{jk}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \left[(\beta^0_{0jk}(K^n_{jk}) + \beta^0_{1jk}(K^n_{jk}) \cdot \varphi^n_{jk}(...) \cdot \sigma^n_{jk}(t_n - t_{n-1}) \right]$$

mit den Nebenbedingungen:

Anfangsbedingung

$$H_i = H_i^0 \tag{3.78}$$

$i \in \tilde{B}$

Endbedingung

$$H_{i,\min}^N \leq H_i^N \leq H_{i,\max}^N \tag{3.79}$$

$i \in \tilde{B}$

Steuerbeschränkungen

$$c_{i,\min} \leq c_i^n \leq c_{i,\max} \tag{3.80}$$

$i \in \hat{B}$, mit $n = 1, ..., N$

$$\sum_{n=1}^{N} \tau_1 \sum_{k \in UN_i} \varphi_{ik}^n(...) \leq C_i \tag{3.81}$$

$i \in \hat{B}$, mit $n = 1, ..., N$

$$v_{jk}^{min} < v_{jk}^u < v_{jk}^0 \tag{3.82}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$, mit $u = 1, ..., U$

Zustandsbeschränkungen

$$H_{i,\min}^n \leq H_i^n \leq H_{i,\max} \tag{3.83}$$

$i \in \tilde{B}$, mit $n = 1, ..., N-1$

gemischte Beschränkungen

$$H_{i,\min} \leq \psi_i^n(...) \leq H_{i,\max} \tag{3.84}$$

$i \in \bar{B}$, mit $n = 1, ..., N$

$$Q_{jk,\min}(K_{jk}^n(t)) \leq \varphi_{jk}^n(...) \leq Q_{jk,\max}(K_{jk}^n(t)) \tag{3.85}$$

$(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$, mit $n = 1, ..., N$

diskretisierte Differenzialgleichung

$$A_i(H_i^{n-1}) \cdot \frac{H_i^n - H_i^{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \sum_{j \in UV_i} \varphi_{ji}^n(...) - \sum_{k \in UN_i} \varphi_{ik}^n(...) - c_i^n \tag{3.86}$$

$i \in \tilde{B}$, mit $n = 1, ..., N$

3.5.7 Auswahl des Lösungsverfahrens für das Optimierungsmodell II

Die Dynamische Programmierung ist eine der effizientesten Lösungsmethoden zur Berechnung der Zielfunktion. Details zur Lösung des Optimierungsmodells II mit der Diskreten Dynamischen Optimierung sind in Kapitel 2.6.6.3 zu finden.

3.5.8 Anpassung des Optimierungsmodells II an die Dynamische Optimierung

3.5.8.1 Modellvereinfachungen

In Abhängigkeit von der Netzstruktur und dem Modellierungsziel ist es sinnvoll, bestimmte Vereinfachungen vorzunehmen. Hierdurch reduziert sich das allgemeine Optimierungsmodell auf die zur Modellierung notwendigen Inputdaten. Zu den Vereinfachungen zählen:

1. Bei kleinen Reinwasserbehältern entspricht der Einspeisestrom $\hat{c}_i(t)$ des Wasserwerkes der Summe der Förderströme der Reinwasserpumpen. Damit reduziert sich die Zahl der unbekannten Steuergrößen um die Einspeiseströme der Wasserwerke.

2. Bei Verteilnetzen ohne Hochbehälter wird die Steuergröße Einspeisestrom $\hat{c}_i(t)$ in den Reinwasserbehälter bei der Online-Betriebsoptimierung nicht mit im Optimierungsmodell erfasst.

3. Die Auswirkungen von Schwankungen der Behälterwasserstände $\tilde{H}_i(t)$ auf das hydraulische Verhalten im Netz sind vernachlässigbar, solange diese nicht größer als ein vom Netz abhängiger Wert (z.B. 10 cm) sind. Somit kann im entsprechenden Zeitintervall bei der hydraulischen Simulation des Verteilnetzes von gleichen mittleren Behälterwasserständen ausgegangen werden.

4. Gesteuerte Regelorgane werden nicht mit in die Zielfunktion aufgenommen. Sie können jedoch bei der hydraulischen Simulation mit berücksichtigt werden. Prinzipiell sind Ringkolbenschieber zur Druckregelung von Pumpen bei der Anwendung des Optimierungsmodells nicht mehr erforderlich (vgl. Kapitel 4). Die Zahl der unbekannten Steuergrößen kann damit um die unbekannten Widerstände $R_{jk}(t)$, $(j,k) \in \breve{L}$ der gesteuerten Regelorgane reduziert werden.

5. Die gegenseitige hydraulische Beeinflussung parallel geschalteter Pumpen über einen gemeinsamen Pumpenstrang ist gering und somit vernachlässigbar.

3.5.9 Verteilnetze ohne Hochbehälter

3.5.9.1 Zeitdiskretisierung

Der wesentliche Unterschied zu Verteilnetzen mit Hochbehälter besteht darin, dass die Optimierung bei Verteilnetzen ohne Hochbehälter direkt **online** erfolgt. Bei der Opti-

mierung wird also nicht über ein zukünftiges, auf Prognosen der Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ basierendes Zeitintervall T optimiert. Steuerungen auf Basis von Prognosen der Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ sind wegen des fehlenden Hochbehälters für diese Netzart zu unsicher. Die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ werden ausschließlich über die Kreiselpumpen aufrechterhalten. Es muss deshalb zu jedem Zeitpunkt t anhand online gemessener Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ möglich sein, die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ zu berechnen. Es entfällt somit im Optimierungsmodell die Endbedingung 3.79 für den Behälterwasserstand.

3.5.9.2 Berechnung der Knotenentnahmeströme

Mit herkömmlichen Rohrnetzmodellen ist es nicht möglich, die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i(t)$ auf der Basis von online gemessenen Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ und gemessenen Gesamtförderströmen $Q_{zu}(t)$ aller einzelnen Wasserwerke zu berechnen. Die Entwicklung des Skelett-Modells ermöglicht es dennoch eine für die Optimierung ausreichend genaue **Näherungslösung** für die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ zu jedem Zeitpunkt berechnen zu können. Werden die im Skelett-Modell errechneten virtuellen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ in den Vektor $\vec{s}$, die zum Zeitpunkt t_n online gemessenen Gesamtförderströme $Q_{zu}(t)$ in den Vektor r und die zum Zeitpunkt t_n online gemessenen Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ in die Matrix A des Gleichungssystems 3.30 geschrieben, so errechnen sich alle Knotenentnahmeströme $\vec{c}_i$ an den Knoten des Skelett-Modells zu:

$$\vec{c}_i = A \cdot \vec{s} - \vec{r}. \tag{3.87}$$

3.5.9.3 Zeitdiskretisierung

Die Änderung der Betriebsweise wird bei Verteilnetzen ohne Hochbehälter nicht an vorher fest bestimmten Zeitpunkten vorgenommen. Sie ergibt sich aus den Anforderungen der Verbraucher im Verteilnetz. Sobald sich der gemessene Systemzustand wesentlich ändert, muss eine neue optimale Betriebsweise der Pumpen mit dem Optimierungsmodell ermittelt werden.

3.5.9.4 Pumpensteuermatrix

In der Pumpensteuermatrix S_M sind in jeder Zeile die möglichen bzw. sinnvollen Kombinationsmöglichkeiten aller Pumpen gespeichert. Die Rechengeschwindigkeit des Bearbeitungsalgorithmus ist somit bei einer großen Anzahl an Pumpen (> 10) im Verteilnetz abhängig vom Aufbau dieser Matrix. Durch vorausgehende Analysen und eine anschließende geschickte Auswahl sinnvoller Pumpenkombinationsmöglichkeiten in Abhängigkeit vom Gesamtförderstrom können jedoch auch bei einer großen Anzahl an Pumpen kurze Antwortzeiten auf modernen Computern erreicht werden.

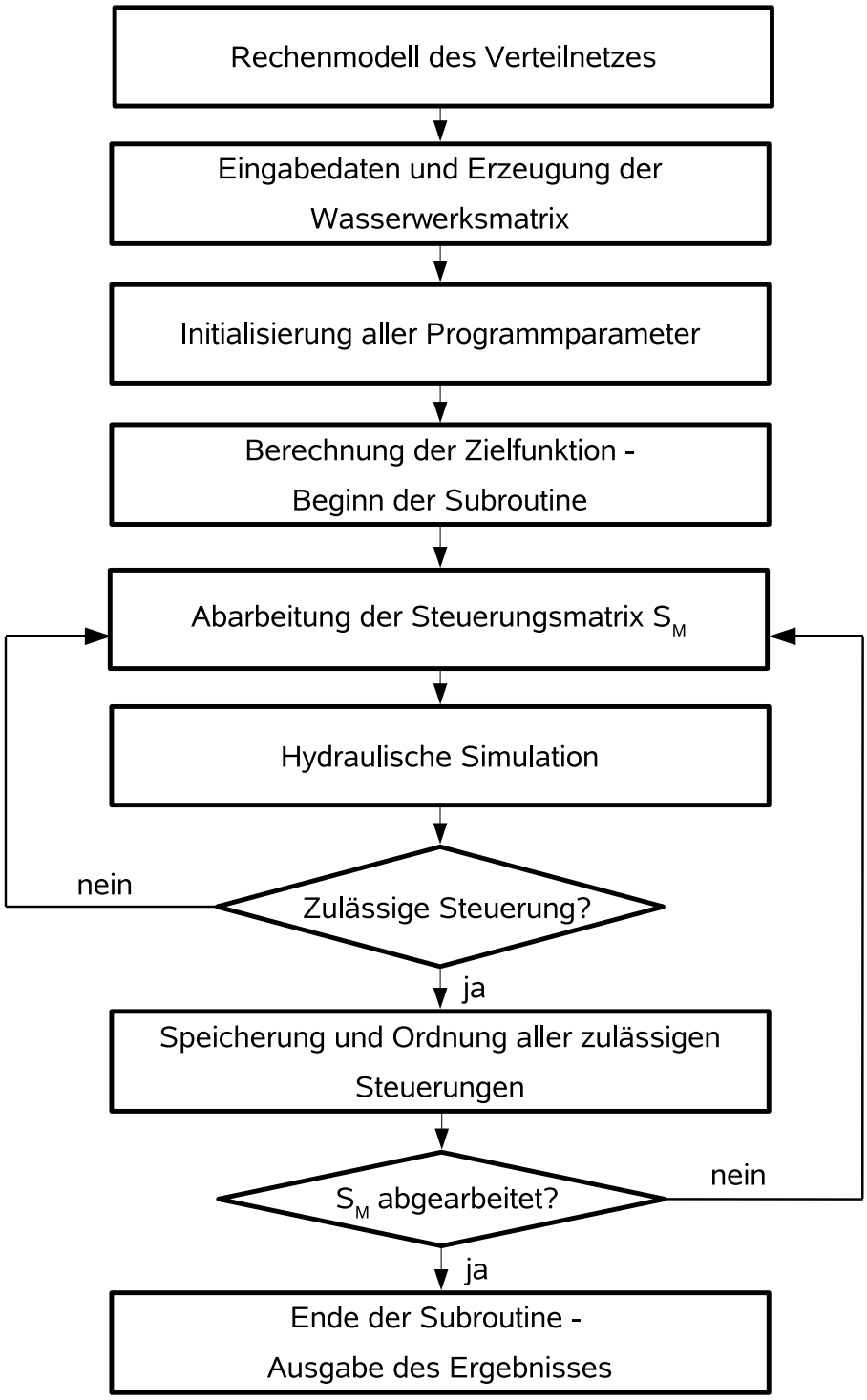


Abbildung 3.35: Bearbeitungsalgorithmus des Optimierungsmodells für Verteilnetze ohne Hochbehälter.

3.5.9.5 Bearbeitungsalgorithmus

In Abbildung 3.35 ist der in MATLAB programmierte Bearbeitungsalgorithmus des modifizierten Optimierungsmodells II für Verteilnetze ohne Hochbehälter schematisch dar-

gestellt. Jeder Bearbeitungsschritt des Fließschemas wird, soweit notwendig, erläutert.

1. **Rechenmodell des Verteilnetzes**
   - Einlesen des vollständigen Skelett-Modells inklusive aller Pumpen, Behälter und Regelorgane.
2. **Eingabedaten**
   - Einlesen der nach der Gleichung 3.87 aus online gemessenen Druckhöhen $\bar{H}_i^n$ berechneten Entnahmeströme $\bar{c}_i^n$ an den Skelett-Modell-Knoten,
   - Einlesen der Reinwasserbehälterwasserstände $\hat{H}_i^n$,
   - Einlesen aller Pumpenkenndaten,
   - Einlesen der zulässigen Mindestdrehzahl $\widehat{v}_{jk}^{min}$ aller FU-geregelten Pumpen,
   - Festlegung der Intervalllänge $\widehat{v}_{jk}^{u}$ der Drehzahl $\widehat{v}_{jk}(t)$ aller FU-geregelten Pumpen,
   - Einlesen der Steuermatrix S_M aller Pumpen,
   - Einlesen aller Neben- und Endbedingungen des Optimierungsmodells II,
   - Einlesen aller Steuerbeschränkungen,
   - Einlesen aller Zustandsbeschränkungen,
   - Einlesen aller gemischten Beschränkungen.
3. **Erzeugung der Wasserwerksmatrix**
   - Erzeugung einer Matrix, die alle relevanten Kenndaten und Nebenbedingungen aller Wasserwerke inklusive Reinwasserbehälter und aller Pumpen enthält.
4. **Initialisierung aller Programmparameter**
   - Es werden alle Programmvariablen generiert.
   - Zu den Programmvariablen zählen Vektoren und Matrizen.
5. **Berechnung der Zielfunktion - Beginn der Subroutine**
   - In der Subroutine wird die Zielfunktion Z, d.h. die optimale Pumpensteuerung mit geringster Gesamtleistungsaufnahme $N_{jk}(Q(t), \widehat{v}_{jk}^{u})$ berechnet.
   - Es werden auch alternative zulässige Pumpensteuerungen mit höherer Gesamtleistungsaufnahme $N_{jk}(Q(t), \widehat{v}_{jk}^{u})$ berechnet.
6. **Abarbeitung der Steuermatrix S_M**
   - Die Subroutine wird solange durchlaufen, bis die Steuermatrix S_M aller Pumpen vollständig abgearbeitet ist.
   - Während des Funktionsdurchlaufs werden externe Funktionen zur zusätzlichen Berechnung der FU-geregelten Pumpen aufgerufen.

7. **Hydraulische Simulation**
   - In einer externen Funktion wird nach Vorgabe der Steuermatrix S_M die hydraulische Simulation auf Basis des Knoten-Strang-Verfahrens durchgeführt.
   - Ist eine Pumpe nach Vorgabe der Steuermatrix S_M gerade nicht in Betrieb, so wird die entsprechende Pumpe nicht bei der hydraulischen Simulation berücksichtigt. Es gilt dann Gleichung 2.64 für den Rückflussverhinderer einer Pumpe.
8. **Zulässige Steuerung?**
   - Die Ergebnisse der jeweiligen hydraulischen Simulation werden auf Zulässigkeit geprüft.
   - Alle Nebenbedingungen des Optimierungsmodells müssen eingehalten werden.
   - Ist die betrachtete Steuerung K_{jk}, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ zulässig, wird diese in einer Ergebnismatrix abgespeichert.
   - Ist die betrachtete Steuerung K_{jk}, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ nicht zulässig, wird diese gelöscht. Die Subroutine wird mit der nächsten Zeile der Steuermatrix in 6 erneut durchlaufen.
   - Ist die Steuerung zulässig, gehe zu 9.
9. **Speicherung und Ordnung aller zulässigen Steuerungen**
   - In der Ergebnismatrix werden alle zulässigen Steuerungen nach den gewünschten Anforderungen (z.B. minimale Gesamtleistungsaufnahme, minimale Gesamtleistungsaufnahme bei bestimmten Druckverhältnissen) geordnet und gespeichert.
10. **S_M abgearbeitet?**
    - Sind alle Zeilen der Steuermatrix S_M abgearbeitet, endet die Subroutine.
    - Ist die Steuermatrix S_M noch nicht abgearbeitet, wird die Subroutine in 6 erneut durchlaufen.
11. **Ende der Subroutine - Ausgabe des Ergebnisses**
    - Nach Beendigung der Subroutine wird das Ergebnis der Optimierungsrechnung als Ergebnismatrix ausgegeben und abgespeichert.

3.5.10 Verteilnetze mit Hochbehälter

3.5.10.1 Rohrnetzmodellierung

Bei Verteilnetzen mit Hochbehälter finden Optimierungsrechnungen über ein zukünftiges Intervall T auf der Basis von prognostizierten Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ statt.

Die hydraulische Simulation kann prinzipiell auf der Basis des Skelett-Modells oder auf der Basis herkömmlicher Rohrnetzmodellierungsmethoden (z.B. vollständige Abbildung des Verteilnetzes) durchgeführt werden. Die hydraulische Simulation im Rahmen der Optimierungsrechnungen kann dann entweder mit dem entwickelten Knoten-Strang-Verfahren oder mit Programmen wie EPANET durchgeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden die für Verteilnetze ohne Hochbehälter entwickelten Algorithmen Skelett-Modell und Knoten-Strang-Verfahren angewendet. Die Zulässigkeit dieser Rohrnetzmodellierungsmethode muss jedoch noch durch Praxistests bestätigt werden.

3.5.10.2 Bearbeitungsalgorithmus

In Abbildung 3.36 ist der in MATLAB programmierte Bearbeitungsalgorithmus des Optimierungsmodells II für die Anwendung in Verteilnetzen mit Hochbehälter schematisch dargestellt. Jeder Bearbeitungsschritt des Fließschemas wird, soweit notwendig, erläutert.

1. **Rechenmodell des Verteilnetzes, Initialisierung aller Programmvariablen und Eingabedaten**
   - Einlesen des vollständigen Skelett-Modells inklusive aller Pumpen, Behälter und Regelorgane,
   - Einlesen aller Pumpen- und Wasserwerkskenndaten,
   - Einlesen der zulässigen Mindestdrehzahl $\widehat{v}_{jk}^{min}$ aller FU-geregelten Pumpen,
   - Festlegung der Intervalllänge $\widehat{v}_{jk}^{u}$ der Drehzahl $\widehat{v}_{jk}(t)$ aller FU-geregelten Pumpen,
   - Einlesen der Steuermatrix S_M aller Pumpen,
   - Einlesen aller Behälterwasserstände $\tilde{H}_i^0$ zum Zeitpunkt t_0 als Anfangsbedingung X_N,
   - Einlesen aller Nebenbedingungen des Optimierungsmodells II,
   - Erzeugung der Wasserwerksmatrix,
   - Initialisierung aller Programmparameter,
   - Erzeugung einer Matrix, die alle relevanten Kenndaten und Nebenbedingungen aller Wasserwerke inklusive Reinwasserbehälter und aller Pumpen enthält.

2. **Prognose des Wasserverbrauchs**
   - Einlesen der diskretisierten Wasserverbrauchsprognose der Teilintervalle t_n für das gesamte Zeitintervall T.

3. **Beginn der Subroutine**
   - In der Subroutine werden alle Zeitintervalle t_n des Gesamtzeitintervalls 0 bis T abgearbeitet.

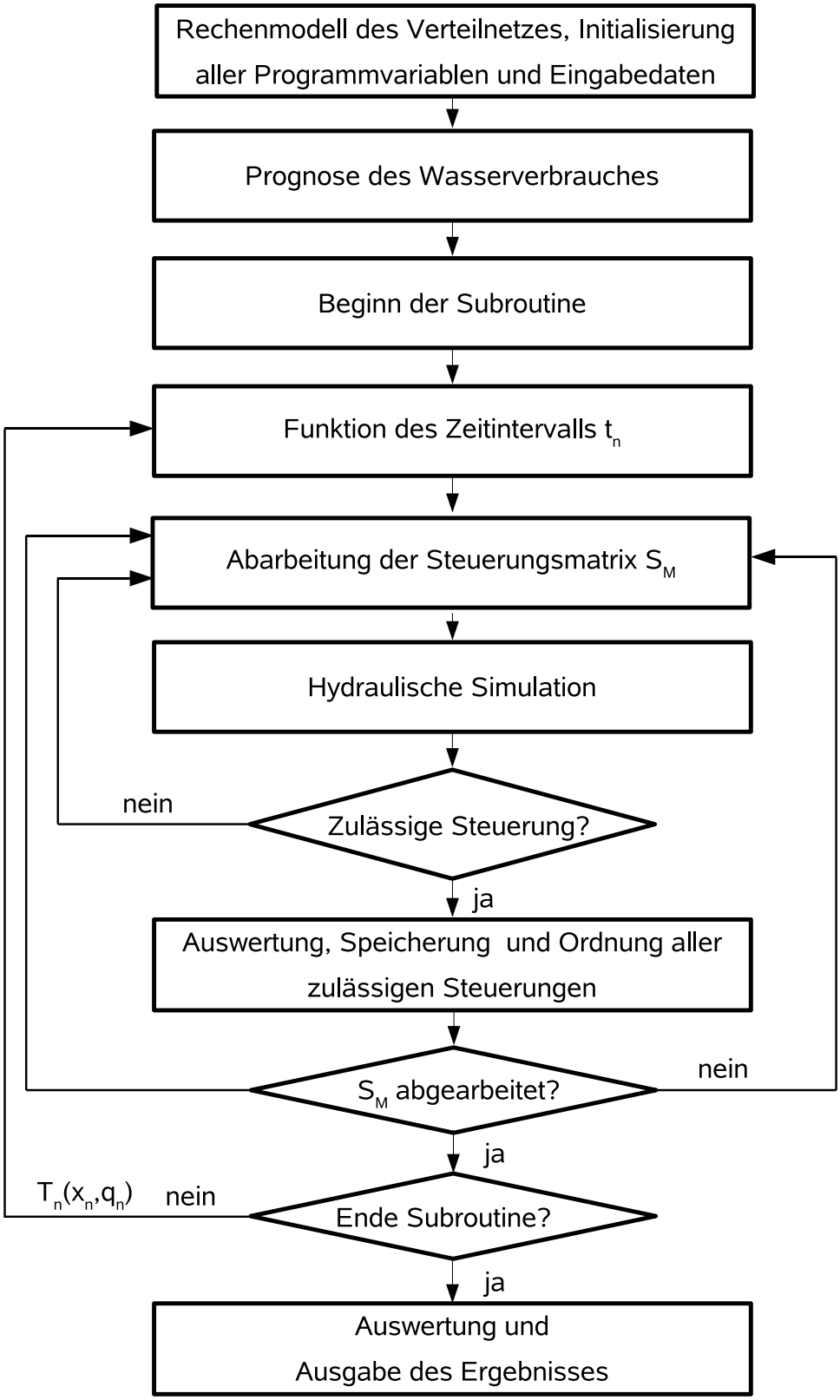


Abbildung 3.36: Bearbeitungsalgorithmus des Optimierungsmodells für Verteilnetze mit Hochbehälter.

4. **Funktion des Zeitintervalls t_n**
   - In dieser Funktion werden die Ertragsfunktionen $r_n(x_n, q_n)$ mit den zugehörigen Behälterwasserständen x_n aller Zeitintervalle t_n, mit $n = 0, ..., N$ berechnet.
   - Vorher muss dazu die Anfangsbedingung zum Zeitpunkt t_0 bzw. die Stufentransformation $T_n(x_n, q_n)$ des vorausgehenden Zeitintervalls eingelesen werden.
5. **Abarbeitung der Steuermatrix**
   - Zur Bestimmung der Ertragsfunktion $r_n(x_n, q_n)$ des Teilintervalls t_n muss die Steuermatrix S_M abgearbeitet werden.
   - Während des Funktionsdurchlaufs werden externe Funktionen zur Berechnung der FU-geregelten Pumpen aufgerufen.
6. **Hydraulische Simulation**
   - Hydraulische Simulation auf Basis des Knoten-Strang-Verfahrens in einer externen Funktion
7. **Zulässige Steuerung?**
   - Prüfung, ob die berechneten Steuerungen K_{jk}, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$ des jeweiligen Zeitintervalls $[t_{n-1}, t_n]$ zulässig sind.
   - Alle Nebenbedingungen müssen dabei erfüllt sein.
   - Sind die Änderungen der Behälterwasserstände zu groß, wird das zweite Zeitintervall τ_1 eingeführt und die Berechnung innerhalb des Zeitintervalls $[t_{n-1}, t_n]$ wiederholt.
   - Ist die Steuerung nicht zulässig, gehe zu 5.
   - Ist die Steuerung zulässig, gehe zu 8.
8. **Auswertung, Speicherung und Ordnung aller zulässigen Steuerungen**
   - Alle zulässigen Ertragsfunktionen $r_n(x_n, q_n)$ des Zeitintervalls t_n werden überprüft.
   - Ineffiziente Ertragsfunktionen (z.B. kleinere Behälterwasserstände $\tilde{H}_i^n$ am Ende des Zeitintervalls $[t_{n-1}, t_n]$ bei gleichzeitig höherer Leistungsaufnahme $N_{jk}(Q(t), \widehat{v}_{jk}^u)$, $(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$) werden gestrichen.
9. **S_M abgearbeitet?**
   - Ist die Steuermatrix S_M noch nicht abgearbeitet, wird die Funktion 5 des Zeitintervalls t_n erneut durchlaufen.
   - Ist die Steuermatrix S_M abgearbeitet, wird in 10 geprüft, ob die Subroutine durchlaufen ist.

10. **Ende der Subroutine?**
    - Nein: Die Stufentransformation $T_n(x_n, q_n)$ des Zeitintervalls $[t_{n-1}, t_n]$ wird der nächsten Stufe $[t_n, t_{n+1}]$ übergeben. Die Funktion in 4 des nächsten Zeitintervalls $[t_n, t_{n+1}]$ wird nun durchlaufen.
    - Ja: Die Optimierungsrechnungen für das Zeitintervall T sind abgeschlossen, gehe zu 11.
11. **Ende der Subroutine - Auswertung und Ausgabe des Ergebnisses**
    - Das Ergebnis der Optimierungsrechnung des gesamten Zeitintervalls T wird ausgewertet und ausgegeben.

3.5.11 Berechnungsbeispiel mit Gegenbehälter

Eine praktische Anwendung des entwickelten Optimierungsmodells in einem Verteilnetz mit Hochbehälter konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden. Es soll deshalb ein vereinfachtes und theoretisches Beispiel mit dem Optimierungsmodell gerechnet werden, um die grundlegende Problematik darzustellen. Dazu wird das in Kapitel 4 beschriebene und für einen Praxistest ausgewählte Verteilnetz ohne Hochbehälter eines deutschen Wasserversorgungsunternehmens, abgebildet als Skelett-Modell, um einen Gegenbehälter erweitert. Der Gegenbehälter ist über eine zusätzliche Rohrleitung an den Knoten 3 angeschlossen (vgl. hierzu auch die Abbildungen 3.25 und 3.26). Das Wasserwerk C entfällt dafür komplett. Der Gegenbehälter weist die folgenden Eigenschaften auf:

- Behältersohle $\breve{h}_{i,\text{geod.}} = 80$ mNN,
- Behältergrundfläche $\breve{A} = 2000$ m^2.

Es gelten die folgenden Zustandsbeschränkungen:

- minimaler Behälterwasserstand $\breve{H}_{i,\min} = 2$ m,
- maximaler Behälterwasserstand $\breve{H}_{i,\max} = 5$ m.

Im Wasserwerk A befindet sich das in Kapitel 4.3.2.3 beschriebene zukünftige Pumpenkonzept. Es werden bei der Berechnung der Einfachheit halber und um die Übersicht bei der Darstellung der Ergebnisse zu bewahren, alle Pumpen konstant mit Nenndrehzahl $\hat{v}^0_{jk}$ und ohne FU-Regelung gefahren. Alle im Kapitel 4 beschriebenen Kenndaten sowie Neben- und Randbedingungen für das Skelett-Modell werden auch für dieses Beispielnetz übernommen. Als Anfangs- und Endbedingung für den Behälterwasserstand des betrachteten Zeitintervalls T gilt:

- $\breve{H}^0_i = 5\ m$,
- $\breve{H}^T_i = 5\ m$.

Der Stromtarif wird unterteilt in einen Tagestarif von 5 Uhr bis 21 Uhr und in einen Nachttarif von 21 Uhr bis 5 Uhr. Es gilt:

$$\sigma^{\bar{S}} = 0,15 \, \frac{€}{\text{kWh}}; \tag{3.88}$$

$$\sigma^{S} = 0,10 \, \frac{€}{\text{kWh}}. \tag{3.89}$$

Das Zeitintervall T wird in insgesamt $N = 5$ Teilintervalle der Länge t_n, mit $n = 1, ..., N$ unterteilt. Die Länge des betrachteten Zeitintervalls T beträgt 24 h. Innerhalb jedes Teilintervalls t_n sind die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ und der Einsatz der Pumpen konstant. Für die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ jedes einzelnen Zeitintervalls t_n wird hier vereinfachend jeweils ein gemessener Betriebszustand aus der Häufigkeitsverteilung in Abbildung 4.11 des Kapitels 4 ausgewählt. Die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ für jedes Zeitintervall t_n werden aus den gemessenen Knotendruckhöhen $\bar{H}_i^n$ des Messprogramms für jeden Betriebszustand vorher berechnet. Details zur Berechnung der Knotenentnahmen und dem durchgeführten Messprogramm finden sich in den Kapiteln 3.5.9.2 und 4. Die gemessenen Wasserstände $\hat{H}_{i,mess}$ der Reinwasserbehälter in Wasserwerk A und Wasserwerk B des jeweiligen gemessenen Betriebszustandes werden für die hydraulische Berechnung unverändert übernommen. In Tabelle 3.1 sind die Schaltzeitpunkte, die Phasenlängen der Zeitintervalle t_n, die ausgewählten Betriebszustände und der Tarifvektor des jeweiligen Zeitintervalls t_n dargestellt.

Index n	**Zeitpunkt (Uhrzeit)**	**Phasenlänge** Δt	**Betriebs-zustand (BZ)**	**Gesamt-förderstrom** Q_{zu}^{n} $[\frac{m^3}{h}]$	**Tarifvektor**
0	0				
1	5	5	1	205,8	σ^{S}
2	9	4	14	1056,3	$\sigma^{\bar{S}}$
3	16	7	12	935,8	$\sigma^{\bar{S}}$
4	21	5	13	986,7	$\sigma^{\bar{S}}$
5	0	3	7	223,9	σ^{S}

Tabelle 3.1: Schaltzeitpunkte, Phasenlängen, Verbrauchszustände des jeweiligen Betriebszustandes und Tarifvektoren.

Der Gegenbehälter ist an den Knoten 3 über eine 500 Meter lange Rohrleitung DN 500 mit den folgenden Kenndaten angeschlossen:

- $\bar{d}_{jk} = 500$ mm,
- $\bar{l}_{jk} = 500$ m,
- $\bar{k}_{b,jk} = 1$ mm,
- $\bar{\lambda}_{jk} = 0,023$ (berechnet nach Gleichung 2.57),

- $\bar{R}_{jk} = 31\ \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$ (berechnet nach Gleichung 2.49).

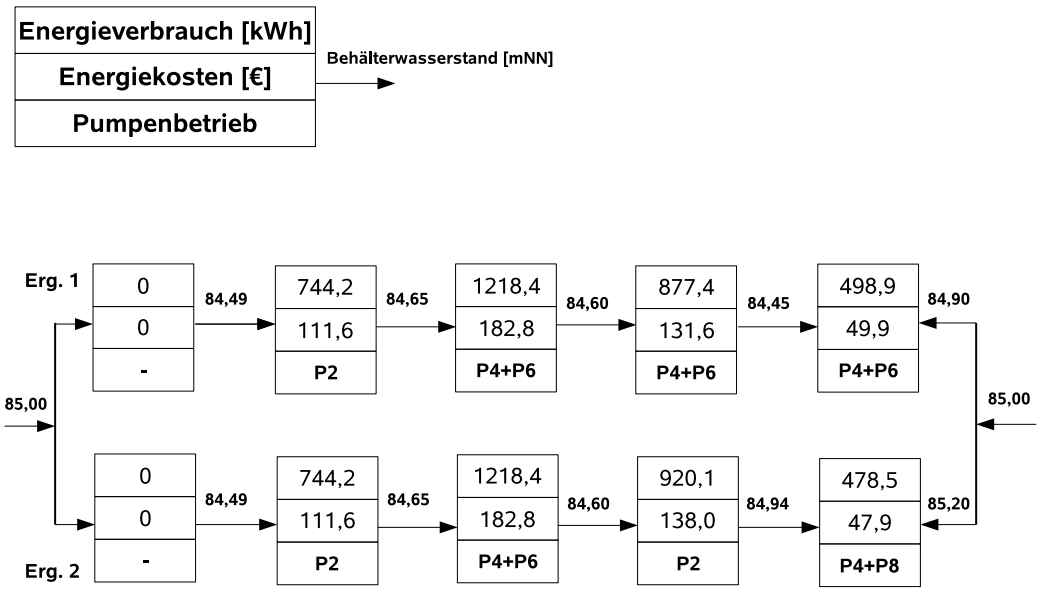


Abbildung 3.37: Graphische Darstellung der mit dem Optimierungsmodell berechneten Ergebnisse 1 und 2 für das theoretische Berechnungsbeispiel mit optimaler Pumpensteuerung unter Einhaltung aller Nebenbedingungen.

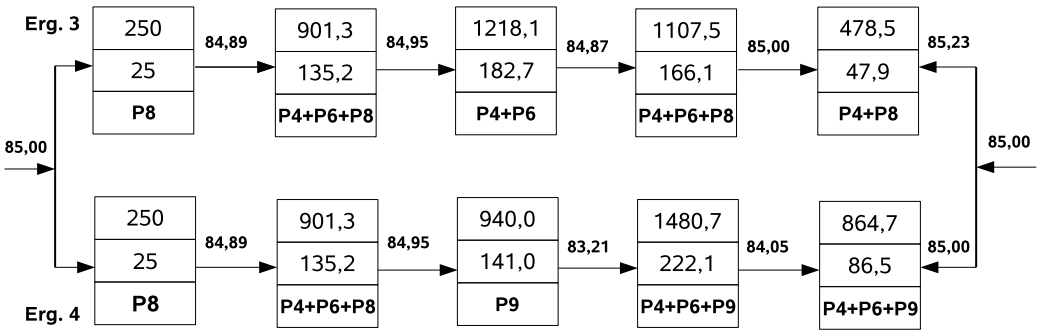


Abbildung 3.38: Graphische Darstellung der mit dem Optimierungsmodell berechneten Ergebnisse 3 und 4 für das theoretische Berechnungsbeispiel mit suboptimaler Pumpensteuerung, d.h. bei maximalem Energieverbrauch, unter Einhaltung aller Nebenbedingungen.

In den Abbildungen 3.37, 3.37 und in Tabelle 3.2 sind die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen zusammengefasst. Dargestellt sind zwei ausgewählte und zulässige Steuerstrategien mit geringem und zwei zulässige Steuerstrategien mit hohem Pumpenergieverbrauch. Bei den Steuerstrategien mit geringstem Energieverbrauch werden insgesamt 2840 bzw. 2883 kWh Strom verbraucht, um den gewünschten Endbehälterwasserstand zu erreichen und den Mindestdruck $\bar{H}_{i,\min}$ zu jeder Zeit zu gewährleisten. Der Behälterwasserstand $H_i^N, \in \breve{B}$ erreicht am Ende des Zeitintervalls T $84,9$ bzw. $85,2$ mNN. Bei den

Ergebnis	**Energieverbrauch Tag**	**Energieverbrauch Nacht**	**Energieverbrauch gesamt**	**Energiekosten gesamt**
	kWh	kWh	$\frac{€}{\text{kWh}}$	$\frac{€}{\text{d}}$
1	2840,0	498,9	3338,9	475,9
2	2882,7	478,5	3361,2	480,3
3	3226,9	728,5	3955,4	556,9
4	3322,0	1114,7	4436,7	609,8

Tabelle 3.2: Tabellarische Darstellung der Optimierungsergebnisse.

Steuerstrategien mit hohem Stromverbrauch wird ebenfalls am Ende des Zeitintervalls T der gewünschte Behälterwasserstand $H_i^N,\ i \in \breve{B}$ von $85,2$ bzw. $85,0$ mNN erreicht. Der Gesamtenergieverbrauch ist jedoch gegenüber der Steuerstrategie mit geringstem Energieverbrauch **18,6%** bzw. **32,9%** höher.

KAPITEL 4

Anwendung des numerischen Optimierungsmodells am Beispiel einer Versorgungszone

4.1 Allgemeines

Das speziell für Verteilnetze ohne Hochbehälter entwickelte Optimierungsmodell wurde in Kooperation mit einem deutschen Wasserversorgungsunternehmen im Rahmen eines Praxistests angewendet. Im ersten Schritt wird auf der Basis eines Messprogramms eine Validierung und Sensitivitätsuntersuchung des Skelett-Modells und in der Folge eine praktische Anwendung des Optimierungsmodells durchgeführt. Das Skelett-Modell als hydraulisches Simulationsmodell wird speziell für Optimierungsrechnungen in Verteilnetzen ohne Hochbehälter entwickelt. Die Anwendbarkeit in Verteilnetzen mit Hochbehälter muss noch durch weitere Praxistests bestätigt werden. Im zweiten Schritt wird dieses hydraulische Simulationsmodell in das entwickelte Optimierungsmodell im Hinblick auf Minimierung des Pumpenergieverbrauchs integriert. Die Ergebnisse des Praxistests sind in diesem Kapitel dargestellt. Das kooperierende Wasserversorgungsunternehmen hat darum gebeten, alle Ergebnisse anonymisiert zu veröffentlichen. Dementsprechend werden neue Bezeichnungen für alle Wasserwerke vergeben.

4.2 Modellrechnungen

Bevor das entwickelte numerische Optimierungsmodell im Rahmen dieses Praxistests angewendet wird, wurden zahlreiche Untersuchungen mit verschiedenen einfachen Modellnetzen durchgeführt. Dabei wurde speziell die Eignung des Skelett-Modells als Rohrnetzmodellierungsmethode verifiziert. Die Modellrechnungen werden im Rahmen dieser Arbeit nicht näher beschrieben. Dazu wird verwiesen auf den Artikel von Hähnlein und Urban[1].

[1] Hähnlein C. und Urban W. in GWA (2006)

4.3 Auswahl einer Versorgungszone

4.3.1 Allgemeines

Bei der ausgewählten Versorgungszone handelt es sich um ein Verteilnetz ohne Hochbehälter mit insgesamt 3 Wasserwerken. Im Wasserwerk A werden alle Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl gefahren werden, in naher Zukunft gegen neue, FU-geregelte Pumpen ersetzt. Dadurch ist es möglich, das Optimierungsmodell auf Basis der aktuellen und auf Basis der zukünftigen Pumpenanordnung (teilweiser Austausch der derzeit vorhandenen gegen neue Pumpen in Wasserwerk A) anzuwenden.

4.3.2 Wasser- und Pumpwerke

4.3.2.1 Begriffsdefinition

Wird ein Wasserwerk in einem Verteilnetz ohne Hochbehälter nach konstantem Druck am Wasserwerksausgang gefahren, so handelt es sich nach Diktion des kooperierenden Wasserversorgungsunternehmens um ein sogenanntes **Regelwerk**. Im Gegensatz dazu wird ein volumenstromgeregeltes Wasserwerk als **Grundlastwerk** bezeichnet. Die Grundlastwasserwerke der untersuchten Versorgungszone decken jedoch, im Gegensatz zu Grundlastkraftwerken beispielsweise bei der Energieversorgung, nur einen kleinen Teil der Gesamtfördermenge ab. Der größte Teil der benötigten Gesamtfördermenge im untersuchten Versorgungsgebiet wird vom Regelwerk abgedeckt.

4.3.2.2 Wasserwerk A - aktuelle Pumpenanordnung

Das Wasserwerk A ist ein nach dem Druck am Wasserwerksausgang gefahrenes **Regelwerk** mit insgesamt 6 Reinwasserpumpen. Der Druck am Wasserwerksausgang wird während des gesamten Tages konstant gehalten. Zum Zeitpunkt der Untersuchung sind nur die Pumpen P3 und P6 drehzahlgeregelt (FU-Regelung). Die Pumpen P2, P4 und P5 werden konstant mit Nenndrehzahl v_{jk}^{0} gefahren. Die Regelung des Drucks dieser Pumpen erfolgt über Ringkolbenschieber (RKS). Die Pumpe P1 ist zum Zeitpunkt der Messungen nicht mehr in Betrieb und wird auch bei den Optimierungsrechnungen nicht mehr berücksichtigt. In Abbildung 4.1 ist die aktuelle Pumpenanordnung schematisch dargestellt. Die Pumpen des **Wasserwerkes A** werden in der Praxis folgendermaßen gefahren:

P1:	außer Betrieb	
P3:	600 - 1.600	$\frac{m^3}{h}$
P4:	500 - 1200	$\frac{m^3}{h}$
P5:	260 - 620	$\frac{m^3}{h}$
P6:	80 - 270	$\frac{m^3}{h}$
P3 + P5:	1.300 - 2.200	$\frac{m^3}{h}$
P3 + P2:	1.900 - 2.800	$\frac{m^3}{h}$

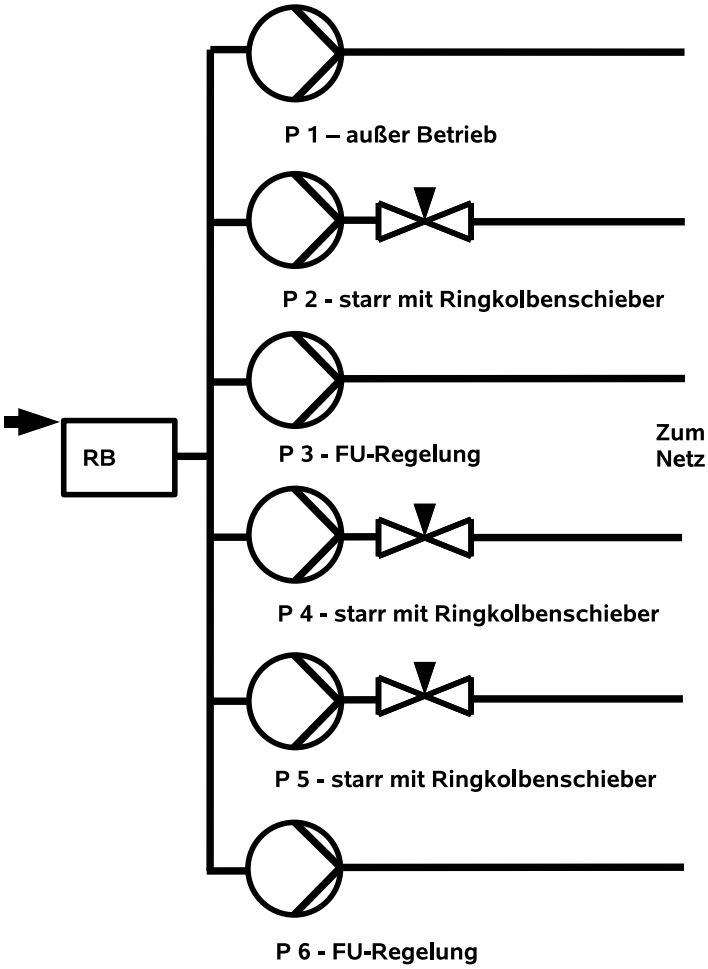


Abbildung 4.1: Reinwasserbehälter (RB) mit aktueller Pumpenanordnung P1 bis P6 und deren Regelung in Wasserwerk A.

Datenblätter mit den hydraulischen Pumpenkennlinien aller Pumpen der aktuellen Pumpenanordnung werden vom Wasserversorgungsunternehmen bereitgestellt und befinden sich in den Abbildungen B.1, B.2, B.3, B.4 und B.5 im Anhang. Die Parameter $\alpha^0_{0,jk}$ und $\alpha^0_{2,jk}$ werden aus diesen Kennlinien berechnet und sind in Tabelle 4.1 zu finden. Der Pumpenmotor der drehzahlgeregelten Pumpe P3 wurde vor einiger Zeit durch einen neuen Pumpenmotor mit höherer Nenndrehzahl v^0_{jk} ersetzt. Die Nenndrehzahl erhöht sich durch den Tausch von $v^0_{jk} = 1280\ \frac{1}{\text{min}}$ auf $v^0_{jk} = 1488\ \frac{1}{\text{min}}$. Die Parameter $\alpha^0_{0,jk}$ und $\alpha^0_{2,jk}$ der hydraulischen Pumpenkennlinie dieser Pumpe werden durch Anwendung des Affinitätsgesetzes aus Gleichung 4.12 an die neue Nenndrehzahl v^0_{jk} angepasst. Die Pumpenkennlinien für die Pumpen P2, P4 und P5 sind ungenau dokumentiert, sodass geringfügige Fehler in den berechneten Druckhöhen $\bar{H}^n_i$ bei den Optimierungsrechnungen nicht ganz auszuschließen sind.

Für den spezifischen Energieverbrauch $E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ in Abhängigkeit vom Förderstrom $Q_{jk}(t)$ sind empirische Gleichungen für alle Pumpen verfügbar. Die Gleichungen wur-

Nr.	Regelung	v^0_{jk}	$\alpha^0_{0,jk}$	$\alpha^0_{2,jk}$	$\beta^0_{0,jk}$	$\beta^0_{1,jk}$	$Q_{jk,\min}$	$Q_{jk,\max}$	$R_{jk,\mathrm{PS}}$
		$\frac{1}{\mathrm{min}}$	-	-	-	-	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$
P1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P2	s, RKS	1460	67,25	-90,00	165,14	194,84	400	1500	10
P3	FU	1488	70,44	-73,83	103,33	180,00	600	1700	10
P4	s, RKS	1460	55,34	-147,96	69,78	275,43	500	1200	10
P5	s, RKS	1460	74,68	-477,24	59,25	412,71	260	620	10
P6	FU	1450	62,42	-1014,50	29,11	338,74	80	350	10

Tabelle 4.1: Kennwerte der aktuellen Pumpenanordnung in Regelwerk A.

den vom Wasserversorgungsunternehmen ermittelt und sind für eine konstante Gesamtdruckhöhe von $\bar{H}^n_{\mathrm{WWA}} = 84,3$ mNN (dies entspricht einem Effektivdruck von 53,5 mWS bezogen auf die geodätische Höhe des Reinwasserbehälterbodens) am Ausgang des Regelwerkes A gültig. In Abbildung 4.2 ist dies schematisch dargestellt. Die Funktion des spezifischen Energieverbrauchs jeder einzelnen Pumpe wurde aus vielen verschiedenen Messungen im realen Betrieb und anschließender Bildung einer Näherungsfunktion ermittelt. Für den spezifischen Energieverbrauch $E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ aller Pumpen gelten die fol-

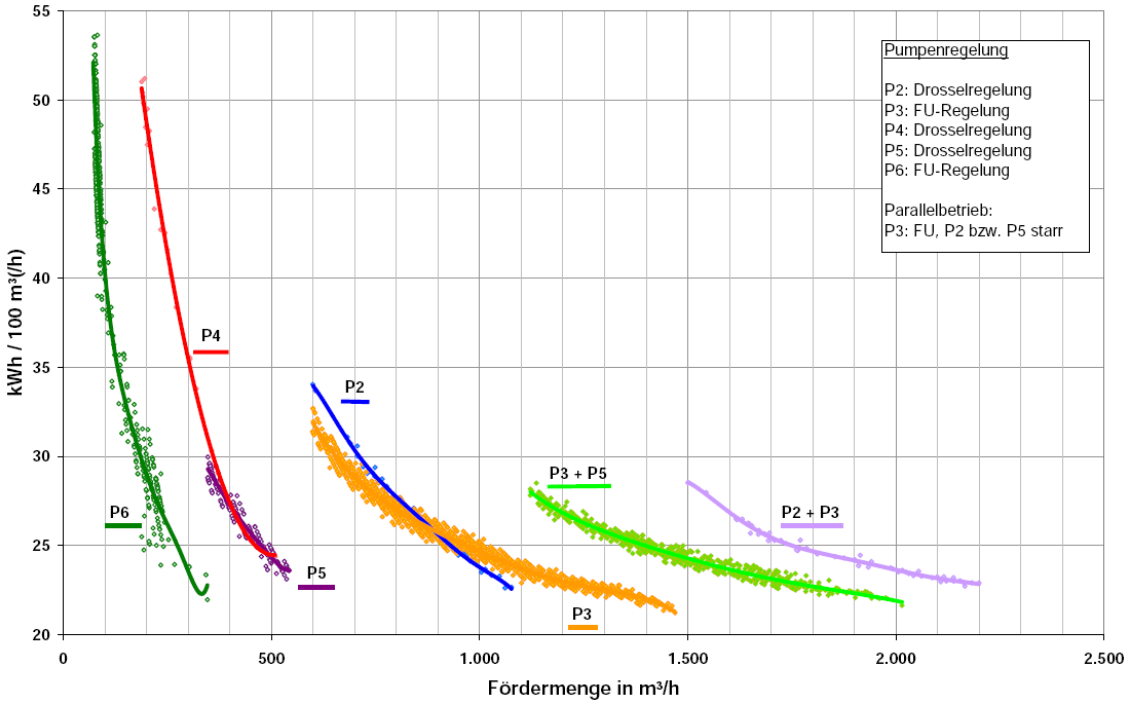


Abbildung 4.2: Regelwerk A - empirisch ermittelter spezifischer Energieverbrauch $E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ in $\frac{\mathrm{kWh}}{100\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}$ in Abhängigkeit von der Fördermenge der vorhandenen Reinwasserpumpen P2 bis P6 sowie Parallelbetrieb der Pumpen P3 + P5 und P2 + P3 der aktuellen Pumpenanordnung bei konstantem Druck am Ausgang des Wasserwerkes.

genden empirischen Gleichungen:

$$E^s_{\mathrm{P2}}(Q_{\mathrm{P2}}(t)) = 0,0000238 \cdot Q^2_{\mathrm{P2}}(t) - 0,0625 \cdot Q_{\mathrm{P2}}(t) + 62,573; \tag{4.1}$$

für $600\ \frac{m^3}{h} < Q_{\mathrm{P3}}(t) < 1300\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ gilt:

$$E^s_{\mathrm{P3}}(Q_{\mathrm{P3}}(t)) = 0,00001225 \cdot Q^2_{\mathrm{P3}}(t) - 0,0357 \cdot Q_{\mathrm{P3}}(t) + 47,974; \tag{4.2}$$

für $1300\ \frac{m^3}{h} < Q_{\mathrm{P3}}(t) < 1470\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ gilt:

$$E^s_{\mathrm{P3}}(Q_{\mathrm{P3}}(t)) = -0,000016496 \cdot Q^2_{\mathrm{P3}}(t) + 0,0388 \cdot Q_{\mathrm{P3}}(t) - 0,2848; \tag{4.3}$$

$$E^s_{\mathrm{P4}}(Q_{\mathrm{P4}}(t)) = 0,000258 \cdot Q^2_{\mathrm{P4}}(t) - 0,2617 \cdot Q_{\mathrm{P4}}(t) + 90,738; \tag{4.4}$$

$$E^s_{\mathrm{P5}}(Q_{\mathrm{P5}}(t)) = 0,000059 \cdot Q^2_{\mathrm{P5}}(t) - 0,0823 \cdot Q_{\mathrm{P5}}(t) + 50,799; \tag{4.5}$$

für $75\ \frac{m^3}{h} < Q_{\mathrm{P6}}(t) < 120\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ gilt:

$$E^s_{\mathrm{P6}}(Q_{\mathrm{P6}}(t)) = 0,0035 \cdot Q^2_{\mathrm{P6}}(t) - 0,96 \cdot Q_{\mathrm{P6}}(t) + 101,59; \tag{4.6}$$

für $120\ \frac{m^3}{h} < Q_{\mathrm{P6}}(t) < 340\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ gilt:

$$E^s_{\mathrm{P6}}(Q_{\mathrm{P6}}(t)) = 0,000331 \cdot Q^2_{\mathrm{P6}}(t) - 0,212 \cdot Q_{\mathrm{P6}}(t) + 57,5; \tag{4.7}$$

$$E^s_{\mathrm{P3+P2}}(Q_{\mathrm{P3+P2}}(t)) = 0,00000956 \cdot Q^2_{\mathrm{P3+P2}}(t) - 0,0425 \cdot Q_{\mathrm{P3+P2}}(t) + 70,272; \tag{4.8}$$

$$E^s_{\mathrm{P3+P5}}(Q_{\mathrm{P3+P5}}(t)) = 0,00000569 \cdot Q^2_{\mathrm{P3+P5}}(t) - 0,024 \cdot Q_{\mathrm{P3+P5}}(t) + 47,42. \tag{4.9}$$

In diesen empirisch ermittelten mathematischen Ansätzen sind bereits **alle** Verluste (Motor, FU-Regelung etc.) enthalten und müssen nicht mehr zusätzlich berücksichtigt werden. Aus dem spezifischen Energieverbrauch $E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ kann die spezifische Gesamtleistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ berechnet werden. Es gilt:

$$N^s_{jk}(Q_{jk}(t)) = \frac{E^s_{jk}(Q_{jk}(t)) \cdot Q_{jk}(t)}{t}. \tag{4.10}$$

$(j,k) \in \hat{L}, \widehat{L}$

Im entwickelten numerischen Optimierungsmodell sind auch **variabel abgesenkte Drücke** $\bar{H}^n_i$ am Ausgang des Regelwerkes A unter Einhaltung der minimalen Druckhöhe $\bar{H}_{i,\min}$ an allen Knoten zulässig (vgl. hierzu Kapitel 4.8). Die empirischen Gleichungen des spezifischen Energieverbrauchs $E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ sind jedoch für alle FU-geregelten Pumpen nur für einen konstanten Druck von $\bar{H}_{WW1}(t) = 84,3$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A gültig. Kennlinien für die Verluste durch die FU-Regelung in Abhängigkeit vom Förderstrom $Q_{jk}(t)$ und Druck $H_i(t)$ sind nicht verfügbar. Durch Anwendung der Affinitätsgesetze können diese Gleichungen jedoch **näherungsweise** an andere Druckhöhen $\bar{H}_{i,2}(t)$ am Ausgang des Regelwerkes A angepasst werden. Für alle Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl gefahren werden, ist diese Anpassung **nicht** erforderlich. Es gilt für alle FU-geregelten Pumpen nach den Affinitätsgesetzen allgemein:

$$Q_{jk,2}(t, v_{jk}(t)) = Q_{jk,1}(t) \cdot \left(\frac{v_{jk,2}(t)}{v_{jk,1}(t)}\right); \tag{4.11}$$

$$H_{i,2}(t, v_{jk}(t)) = H_{i,1}(t) \cdot \left(\frac{v_{jk,2}(t)}{v_{jk,1}(t)}\right)^2; \tag{4.12}$$

$$N_{jk,2}(Q_{jk}(t), v_{jk}(t)) = N_{jk,1}(Q_{jk}(t)) \cdot \left(\frac{v_{jk,2}(t)}{v_{jk,1}(t)}\right)^3. \tag{4.13}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$
Aus Gleichung 4.12 ergibt sich:

$$\frac{v_{jk,1}(t)}{v_{jk,2}(t)} = \sqrt{\frac{H_{i,1}(t)}{H_{i,2}(t)}}. \tag{4.14}$$

Das Einsetzen in Gleichung 4.13 ergibt für die spezifische Leistungsaufnahme $N_{jk,2}(Q_{jk}(t), H_i(t))$ in Abhängigkeit vom eingestellten Druck $H_{i,2}(t)$:

$$N_{jk,2}(Q_{jk}(t), H_i(t)) = \left(\frac{H_{i,2}(t)}{H_{i,1}(t)}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot N_{jk,1}(Q_{jk}(t), H_i(t)). \tag{4.15}$$

$(j,k) \in \widehat{L}$
Im entwickelten numerischen Optimierungsmodell sind beliebige Kombinationen aller Pumpen zulässig. Als Schranken für den minimalen $Q_{jk,\min}$ und maximalen $Q_{jk,\max}$ Pumpenförderstrom $Q_{jk}(t)$ jeder einzelnen Pumpe gelten:

P1:	außer Betrieb	
P2:	600 - 1.100	$\frac{m^3}{h}$
P3:	600 - 1500	$\frac{m^3}{h}$
P4:	180 - 520	$\frac{m^3}{h}$
P5:	350 - 550	$\frac{m^3}{h}$
P6	75 - 340	$\frac{m^3}{h}$

In Tabelle 4.1 sind die Regelung, die Nenndrehzahl, die Parameter der hydraulischen Pumpenkennlinie, die Parameter der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle, die Steuerbeschränkungen der Förderströme und die geschätzten Rohrleitungswiderstände der Pumpenstränge für jede Pumpe der aktuellen Pumpenanordnung zusammengefasst dargestellt. Pumpen, die konstant mit Nenndrehzahl und Ringkolbenschieberregelung gefahren werden, sind mit s, RKS abgekürzt. Die Parameter der Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle werden aus den Datenblättern in den Abbildungen B.1, B.2, B.3, B.4 und B.5 im Anhang abgeleitet. Im Optimierungsmodell werden jedoch ausschließlich die bereits vorgestellten empirischen Gleichungen zur Berechnung der spezifischen Gesamtleistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}(t), H_i(t))$ der Pumpen verwendet.

4.3.2.3 Regelwerk A - zukünftige Pumpenanordnung

Im Wasserwerk A werden in naher Zukunft die aktuellen Pumpen P1, P2, P4 und P5, die konstant mit Nenndrehzahl und Ringkolbenschieberregelung gefahren werden, gegen

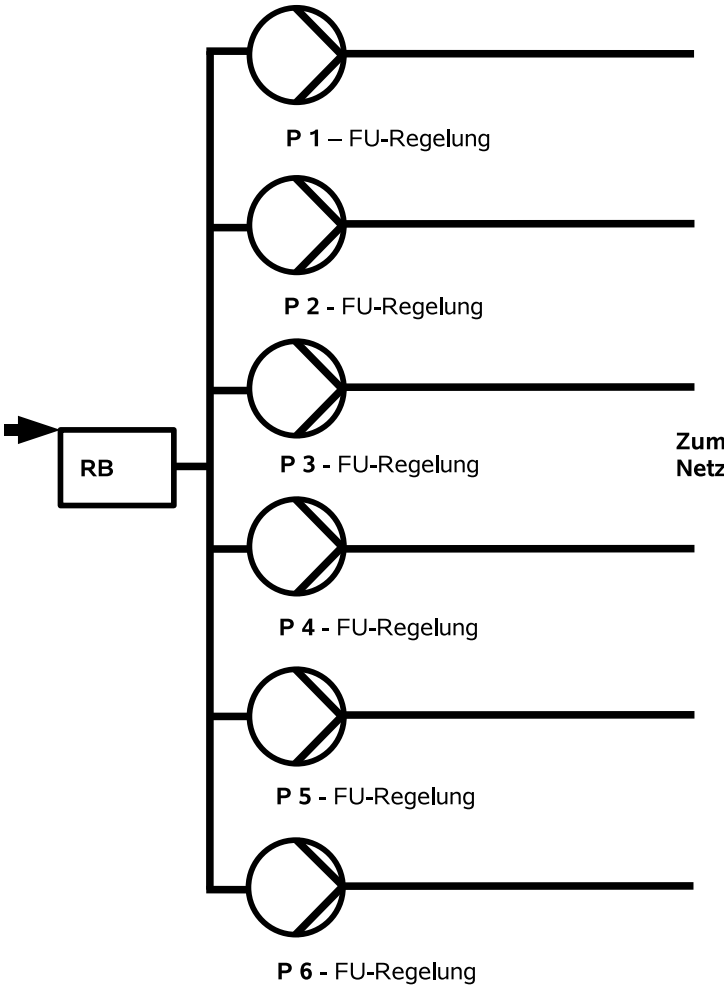


Abbildung 4.3: Reinwasserbehälter (RB) mit zukünftiger Pumpenanordnung P1 bis P6 und deren Regelung in Regelwerk A.

neue Pumpen mit FU-Regelung ausgetauscht. Die FU-geregelten Pumpen P3 und P6 der aktuellen Pumpenanordnung bleiben erhalten. Es sind daher die mathematischen Ansätze aus Kapitel 4.3.2.2 für diese beiden Pumpen weiterhin gültig. In Abbildung 4.3 ist die zukünftige Pumpenanordnung schematisch dargestellt. Die Bemessung und Auswahl der neuen Pumpen wurde bereits vom Wasserversorgungsunternehmen durchgeführt. Die hydraulischen Pumpenkennlinien liegen mit hoher Genauigkeit vor und sind in den Abbildungen B.6, B.7 und B.8 im Anhang zu finden.

Die spezifische Gesamtleistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ der neuen Pumpen P1, P2, P4 und P5 wird aus den Datenblättern in den Abbildungen B.9, B.10 und B.11 abgeleitet. Diese Ansätze sind ebenfalls nur für einen Druck von 84,3 mNN am Ausgang des Regelwerkes A gültig und müssen für andere Drücke nach den in Kapitel 4.3.2.3 beschriebenen

Affinitätsgesetzen umgerechnet werden. Es muss dabei berücksichtigt werden, dass es sich bei den empirischen Ansätzen für die neuen Pumpen um **Schätzwerte** handelt, die laut Aussage des Wasserversorgungsunternehmens noch durch Messungen in der Praxis bestätigt werden müssen. Die Pumpen P2 und P5 sind baugleich. Es gilt für die spezifische Leistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}(t))$:

$$N^s_{\mathrm{P1}}(Q_{jk}(t)) = 113,1429 \cdot Q^2_{\mathrm{P1}}(t) + 383,8571 \cdot Q_{\mathrm{P1}}(t) + 97,3393; \tag{4.16}$$

$$N^s_{\mathrm{P2}}(Q_{jk}(t)) = N^s_{\mathrm{P5}}(Q_{jk}(t)) = 859,5780 \cdot Q^2_{\mathrm{P2}}(t) + 196,0356 \cdot Q_{\mathrm{P2}}(t) + 66,6926; \tag{4.17}$$

$$N^s_{\mathrm{P4}}(Q_{jk}(t)) = 2499,4000 \cdot Q^2_{\mathrm{P4}}(t) + 117,77 \cdot Q_{\mathrm{P4}}(t) + 35,8000. \tag{4.18}$$

In den Abbildungen 4.4 und 4.5 sind die Fahrweise der nach aktuellen Planungen zu-

Förderbereich	Pumpeneinsatz
(80 …) 200 … 350 m³/h	P6 (FU)
(130 …) 250 … 600 m³/h	P4 (FU)
(200 …) 550 … 1200 m³/h	P2 (FU)
(200 …) 550 … 1200 m³/h	P5 (FU)
(600 …) 1100 … 1490 m³/h	P3 (FU)
(600 …) 1100 … 1630 m³/h	P1 (FU)
1450 … 1800 m³/h	P2 (D) + P4 (FU) oder P5 (D) + P4 (FU)
1740 … 2090 m³/h	P1 (D) + P4 (FU) oder P3 (D) + P4 (FU)
2040 … 2690 m³/h	P1 (D) + P5 (FU) oder P3 (D) + P5 (FU)
2590 … 3120 m³/h	P1 (D) + P3 (FU) oder P3 (D) + P1 (FU)

Abbildung 4.4: Darstellung des Pumpeneinsatzes und des zulässigen minimalen $Q_{jk,\min}$ und maximalen $Q_{jk,\max}$ Pumpenförderstroms der nach aktuellen Planungen zukünftig zu installierenden Pumpen in Wasserwerk A.

künftig zu installierenden Pumpen in der Praxis und der zulässige Förderbereich dargestellt, d.h. der minimale $Q_{jk,\min}$ und der maximale $Q_{jk,\max}$ Pumpenförderstrom. In Tabelle 4.2 sind die Regelung, die Nenndrehzahl, die Parameter der hydraulischen Pumpenkennlinie, die Parameter der Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle, die Steuerbeschränkungen der Förderströme und die geschätzten Rohrleitungswiderstände der Pumpenstränge für jede Pumpe der zukünftigen Pumpenanordnung zusammengefasst dargestellt.

4.3.2.4 Wasserwerke B und C

In den Wasserwerken B und C befinden sich jeweils 3 Pumpen. Die Pumpen werden ohne zusätzliche Regelung, d.h. konstant mit Nenndrehzahl v^0_{jk} und ohne Ringkolbenschieberregelung gefahren. In Abbildung 4.6 ist der Einsatz der Pumpen schematisch dargestellt.

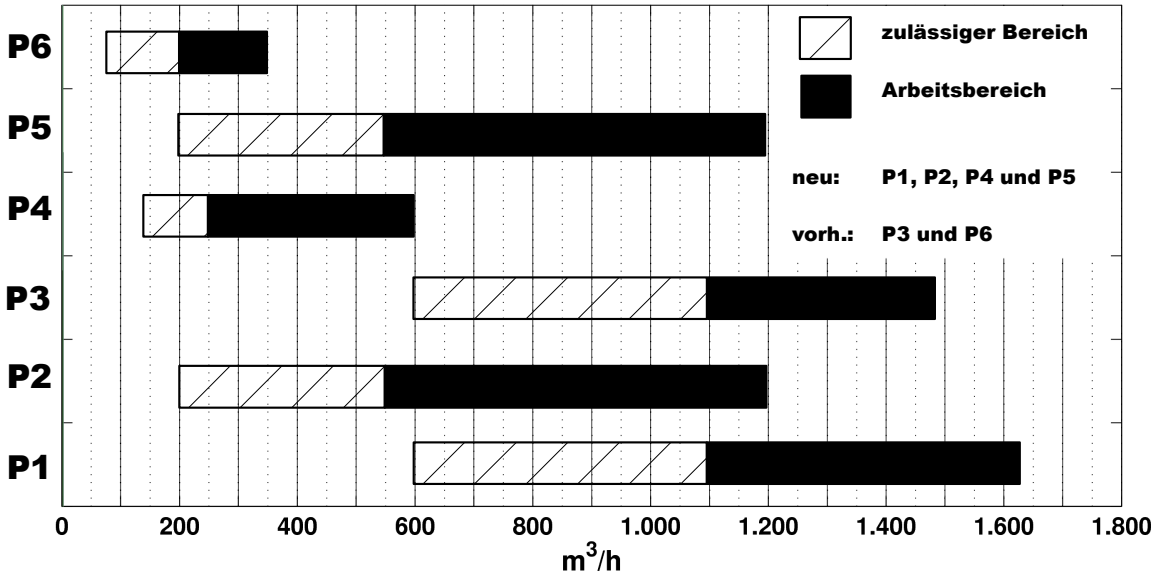


Abbildung 4.5: Graphische Darstellung des Pumpeneinsatzes und des zulässigen minimalen $Q_{jk,\min}$ und maximalen $Q_{jk,\max}$ Pumpenförderstroms der nach aktuellen Planungen zukünftig zu installierenden Pumpen in Wasserwerk A.

Nr.	Regelung	v^0_{jk}	$\alpha^0_{0,jk}$	$\alpha^0_{2,jk}$	$\beta^0_{0,jk}$	$\beta^0_{1,jk}$	$Q_{jk,\min}$	$Q_{jk,\max}$	$R_{jk,\mathrm{PS}}$
		$\frac{1}{\mathrm{min}}$	-	-	-	-	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$
P1	FU	1480	68,23	-83,84	164,29	199,80	600	1630	10
P2	FU	1480	77,95	-218,70	83,73	373,37	200	1200	10
P3	FU	1488	70,44	-73,83	103,33	180,00	600	1500	10
P4	FU	1485	74,75	-769,27	33,73	463,89	125	600	10
P5	FU	1480	77,95	-218,70	83,73	373,37	200	1200	10
P6	FU	1450	62,42	-1014,5	29,11	338,74	75	340	10

Tabelle 4.2: Kennwerte der zukünftigen Pumpenanordnung in Regelwerk A.

Die Wasserwerke B und C sind Grundlastwerke, die manuell gefahren werden. Manuell bedeutet in diesem Zusammenhang, dass der Fahrplan der Pumpenschaltung willkürlich vorgegeben wird. Beispielsweise ist dann die Pumpe P9 täglich von 9:15 Uhr bis 15:45 Uhr in Betrieb.

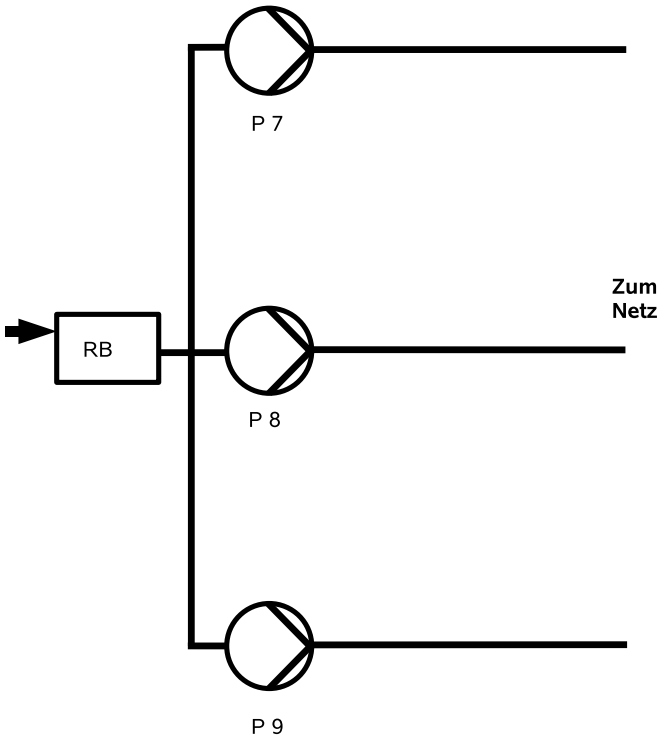


Abbildung 4.6: Schema der Pumpenschaltung der Wasserwerke B und C.

Folgende Pumpenförderströme $Q_{jk}(t)$ sind in Wasserwerk B in der Praxis zulässig:

P7:	120 - 360 $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$
P8:	60 - 220 $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$
P9:	216 - 555 $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$

Die hydraulischen Pumpenkennlinien und die Kennlinien der Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der Pumpen P7 bis P9 wurden vom Wasserversorgungsunternehmen bereitgestellt und befinden sich in den Abbildungen B.12, B.13 und B.14. Gleichungen für den spezifischen Energieverbrauch $E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$ stehen für die Pumpen P7 bis P9 nicht zur Verfügung. Die elektrische Gesamtleistungsaufnahme $N_{jk}(Q_{jk}(t))$ des Pumpenmotors muss daher aus der mechanischen Leistungsaufnahme $N_{jk,\mathrm{mech.}}(Q_{jk}(t))$ der Pumpe an der Pumpenwelle berechnet werden. Die Parameter $\beta^0_{0,jk}$ und $\beta^0_{1,jk}$ werden aus den Kennlinien der mechanischen Leistungsaufnahme in den Abbildungen B.12, B.13 und B.14 ermittelt. Der Wirkungsgradverlauf des Motors sowie eventuell weitere zusätzliche Verluste sind nicht bekannt und müssen deshalb abgeschätzt werden. In Absprache mit dem Wasserversorgungsunternehmen werden die folgenden, vom Förderstrom $Q_{jk}(t)$ abhängigen Wirkungsgradverläufe $\eta_{jk}(Q_{jk}(t))$ der Pumpen P7 bis P9 angenommen:

$$\eta_{\mathrm{P7}}(Q_{\mathrm{P7}}(t)) = \frac{100}{81,784 + 251,1 \cdot Q_{\mathrm{P7}}(t) - 1219,5 \cdot Q^2_{\mathrm{P7}}(t)}; \tag{4.19}$$

$$\eta_{\mathrm{P8}}(Q_{\mathrm{P8}}(t)) = \frac{100}{83,791 + 364,16 \cdot Q_{\mathrm{P8}}(t) - 2743,8 \cdot Q_{\mathrm{P8}}^2(t)}; \tag{4.20}$$

$$\eta_{\mathrm{P9}}(Q_{\mathrm{P9}}(t)) = \frac{100}{77,8624 + 214,9992 \cdot Q_{\mathrm{P9}}(t) - 685,9578 \cdot Q_{\mathrm{P9}}^2(t)}. \tag{4.21}$$

Durch Multiplikation des vom Förderstrom $Q_{jk}(t)$ abhängigen Wirkungsgradverlaufs $\eta_{jk}(Q_{jk}(t))$ mit der mechanischen Leistungsaufnahme $N_{jk,\mathrm{mech.}}(Q_{jk}(t))$ ergibt sich die elektrische Gesamtleistungsaufnahme der Pumpen P7 bis P9. Es gilt:

$$N_{jk}(Q_{jk}(t)) = \eta_{jk}(Q_{jk}(t)) \cdot (\beta_{0,jk}^0 + \beta_{1,jk}^0 \cdot Q_{jk}(t)). \tag{4.22}$$

In Tabelle 4.3 sind die Regelung, die Nenndrehzahl, die Parameter der hydraulischen Pumpenkennlinie, die Parameter der Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle, die Steuerbeschränkungen der Förderströme und die geschätzten Rohrleitungswiderstände der Pumpenstränge für die Pumpen P7 bis P9 des Wasserwerkes B zusammenfassend dargestellt. Für Wasserwerk C konnten keinerlei Pumpendaten zur Verfügung gestellt werden. Dementsprechend kann dieses Wasserwerk bei den Optimierungsrechnungen **nicht** berücksichtigt werden.

Nr.	**Regelung**	v_{jk}^0	$\alpha_{0,jk}^0$	$\alpha_{2,jk}^0$	$\beta_{0,jk}^0$	$\beta_{1,jk}^0$	$Q_{jk,\min}$	$Q_{jk,\max}$	$R_{jk,\mathrm{PS}}$
		$\frac{1}{\mathrm{min}}$	-	-	-	-	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$
P7	s	1480	99,22	-2254,70	43,23	534,27	120	360	10
P8	s	1475	101,11	-8647,40	23,86	517,50	60	220	10
P9	s	1485	100,11	-1265,80	49,61	627,68	216	555	10
P10	s	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.
P11	s	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.
P12	s	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.

Tabelle 4.3: Kennwerte der konstant mit Nenndrehzahl gefahrenen Pumpen P7 bis P9 in Grundlastwasserwerk B.

4.3.2.5 Kenndaten der Reinwasserbehälter

In Tabelle 4.4 sind die Kenndaten aller Reinwasserbehälter der Wasserwerke A und B zusammengefasst. Es sind die geodätische Höhe $\hat{h}_{i,\mathrm{geod.}}$ der Reinwasserbehältersohle, die Anzahl an Reinwasserbehälterkammern mit den zulässigen minimalen $\hat{H}_{i,\min}$ und maximalen $\hat{H}_{i,\max}$ Behälterwasserständen, Gesamtbehältervolumen $\hat{V}_{RB}$, Gesamtbehältergrundfläche $\hat{A}_{RB}$, minimaler $\hat{c}_{i,\min}$ und maximaler $\hat{c}_{i,\max}$ Einspeisestrom der Wasseraufbereitung, sowie das maximale jährliche Einspeisevolumen $\hat{C}_i$ dargestellt.

WW	$\hat{h}_{i,\text{geod.}}$	Anzahl RB-Kammern	$\hat{H}_{i,\min}$	$\hat{H}_{i,\max}$	$\hat{V}_{RB}$	$\hat{A}_{RB}$	$\hat{c}_{i,\min}$	$\hat{c}_{i,\max}$	$\hat{C}_i$
	mNN	–	m	m	m^3	m^2	$\frac{m^3}{d}$	$\frac{m^3}{d}$	10^6 m^3
A	28,40	4	2,20	5,50	15.000	3261	7.000	35.000	7
B	0,13	2	0,60	2,50	600	200	3.800	9.000	1,4
C	36,10	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.	k.D.

Tabelle 4.4: Kenndaten der Wasserwerke A, B und C.

4.4 Durchführung des Messprogramms

4.4.1 Grundlagen

Zur Erstellung des Skelett-Modells und der Durchführung von Optimierungsrechnungen mit dem entwickelten Modell war es erforderlich, ein Messprogramm in der ausgewählten Versorgungszone durchzuführen. Im Rahmen dieses Messprogramms wurden die aktuellen Druckhöhen $\bar{H}_i(t)$ an den Skelett-Modell-Knoten simultan und kontinuierlich mit mobilen Druckmessgeräten gemessen und mit Hilfe von Daten-Loggern aufgezeichnet. Die geodätischen Höhen $\bar{h}_{i,\text{geod.}}$ aller Druckmesspunkte wurden mit geodätischen Messmethoden bestimmt bzw. waren bereits bekannt. Die kontinuierlich gemessenen aktuellen Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ werden anschließend über 15-Minuten-Intervalle gemittelt. Die Summe aus gemessener und gemittelter aktueller Knoten-Druckhöhe $\bar{H}_i(t)$ und der geodätischen Höhe $h_{i,\text{geod.}}$ des jeweiligen Messpunktes ergibt die gemittelte Gesamtdruckhöhe $\bar{H}_i(t)$ in mNN. Für die Druckmessungen wurden die folgenden Einstellungen und Messgenauigkeiten verwendet:

1. Loggereinstellungen:
   - Messintervall: alle 5 Sekunden,
   - Speicherschwelle: 0,003 bar,
2. Drucksensor:
   - Messbereich: 0 - 10 bar,
   - Messfehler: $\pm$ 2,4 mbar,
   - Abgleich mit dem Feinmanometer: $\pm$ 0,05 bar.

Die geodätischen Höhen $\bar{h}_{i,\text{geod.}}$ aller ausgewählten Knoten wurden mit der GPS-Höhenbestimmung mit einer Messgenauigkeit von $\pm$ 5 cm ermittelt. Simultan zu den Druckmessungen im Verteilnetz wurden alle Pumpenförderströme in $\frac{m^3}{h}$ und der Energieverbrauch aller in Betrieb befindlichen Pumpen in kWh kontinuierlich erfasst. Auch diese Messwerte werden über 15-Minuten-Intervalle gemittelt.

Das Messprogramm startete am 16.05.2006 um 0:00 Uhr. Probleme beim Nachtbetrieb in Regelwerk A führten dazu, dass die Verbindungsleitung zur Nachbarzone (siehe hierzu auch Abb. 3.25) am nächsten Tag um 13:45 Uhr wieder geöffnet werden musste und somit das Messprogramm vorzeitig beendet wurde. Für die Erstellung des Skelett-Modells und die Optimierungsrechnungen waren jedoch genügend Messwerte vorhanden.

4.4.2 Auswertung des Messprogramms

Aus dem Messprogramm vom 16.05.2006 0:00 Uhr bis zum 17.05.2006 13:45 Uhr ergeben sich insgesamt 152, über 15-Minuten-Intervalle gemittelte Messwerte, die simultan aufgezeichnet wurden. Infolge der Beendigung des Messprogramms am zweiten Mess-

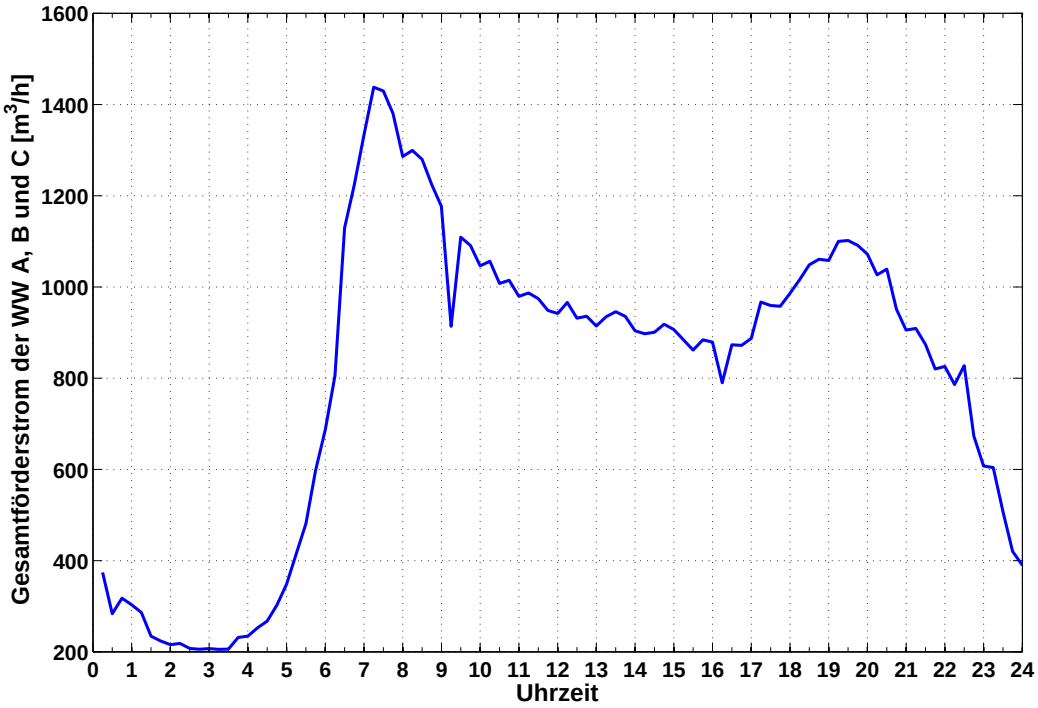


Abbildung 4.7: Verlauf der gemessenen, über 15-Minuten-Intervalle gemittelten Gesamtförderströme $Q_{\text{ges.}}(t)$ aller Wasserwerke am 16.05.2006 von 0:00 Uhr bis 23:45 Uhr.

tag werden nur die Messwerte vom ersten Messtag (16.05.2006) für die Untersuchungen und die Auswahl der Betriebszustände für die Optimierungsrechnungen verwendet. Somit ergeben sich insgesamt je 96 Messwerte, die über 15-Minuten-Intervalle gemittelt werden. In Abbildung 4.7 ist der Verlauf der gemessenen Gesamtförderströme $Q_{\text{ges.}}(t)$ der Reinwasserpumpen aller Wasserwerke A, B und C dargestellt. Wasserwerk B war am Messtag zu keinem Zeitpunkt in Betrieb. In Abbildung 4.8 ist der gemessene Förderstrom des Wasserwerkes A und in Abbildung 4.9 der gemessene Förderstrom des Wasserwerkes C dargestellt. Der minimale Gesamtförderstrom $Q_{\text{ges.}}(t)$ tritt am 16.05.2006 zwischen 2:45 Uhr und 3:00 Uhr auf und beträgt $205,34\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$. Der maximale Gesamtförderstrom

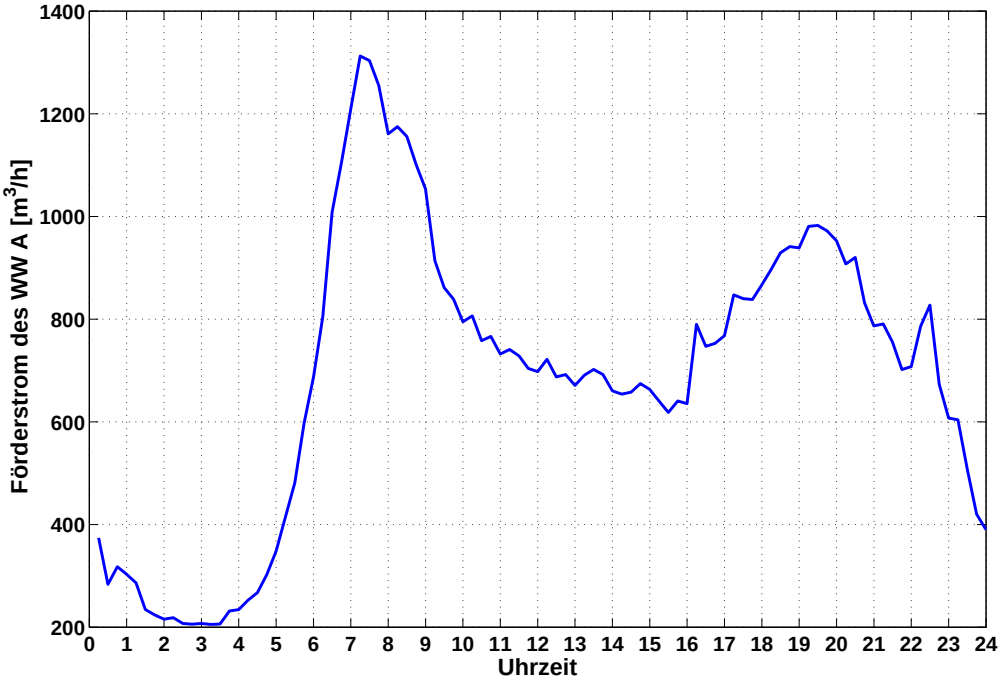


Abbildung 4.8: Verlauf des gemessenen, über 15-Minuten-Intervalle gemittelten Förderstroms $Q_{jk}(t)$ des Regelwerkes A am 16.05.2006 von 0:00 Uhr bis 23:45 Uhr.

$Q_{\text{ges.}}(t)$ tritt am 16.05.2006 zwischen 6:45 Uhr und 7:00 Uhr auf und beträgt $1437,90\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$. Insgesamt wurden am 16.05.2006 19246 $\frac{\text{m}^3}{\text{d}}$ in die untersuchte Versorgungszone gefördert. Der Verlauf des gemessenen Gesamtdrucks $\bar{H}_i(t)$ am Ausgang des Regelwerkes A ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Zwischen 5.45 Uhr und 6:00 Uhr traten Regelprobleme mit der Pumpe P6 auf. Dies ist sehr gut am Verlauf der gemessenen Druckhöhe am Ausgang des Regelwerkes A zu erkennen. Für einen kurzen Moment ging das Regelwerk A vom Netz, wodurch der Druck sofort abfiel. Dieses Problem tritt laut Angabe des Wasserversorgungsunternehmens bei geöffneter Verbindungsleitung nicht auf, da sich in der Nachbarzone ein weiteres Regelwerk befindet.

Für die Optimierungsrechnungen ist es von großer Bedeutung, welche Betriebszustände (Entnahmezustände im gesamten Verteilnetz) besonders häufig auftreten. Ist das Energieeinsparpotenzial für häufig auftretende Betriebszustände mit großen Förderströmen sehr hoch, so ist auch die absolute, z.B. auf ein Jahr gerechnete Energieeinsparung groß. Eine Häufigkeitsanalyse der gemessenen Gesamtförderströme $Q_{\text{ges.}}(t)$ gibt Aufschluss darüber, welche Betriebszustände besonders häufig auftreten. In Abbildung 4.11 ist die Häufigkeitsverteilung der Gesamtförderströme $Q_{\text{ges.}}(t)$ aller Wasserwerke für den Messtag am 16.05.2006 dargestellt. Die gemessenen Gesamtförderströme $Q_{\text{ges.}}(t)$ werden in insgesamt 20 Intervalle gleicher Größe mit einer Intervalllänge von $61,65\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ diskretisiert. Alle Intervalle werden ausgehend vom minimalen Förderstrom $Q_{jk}(t)$ von 1 bis

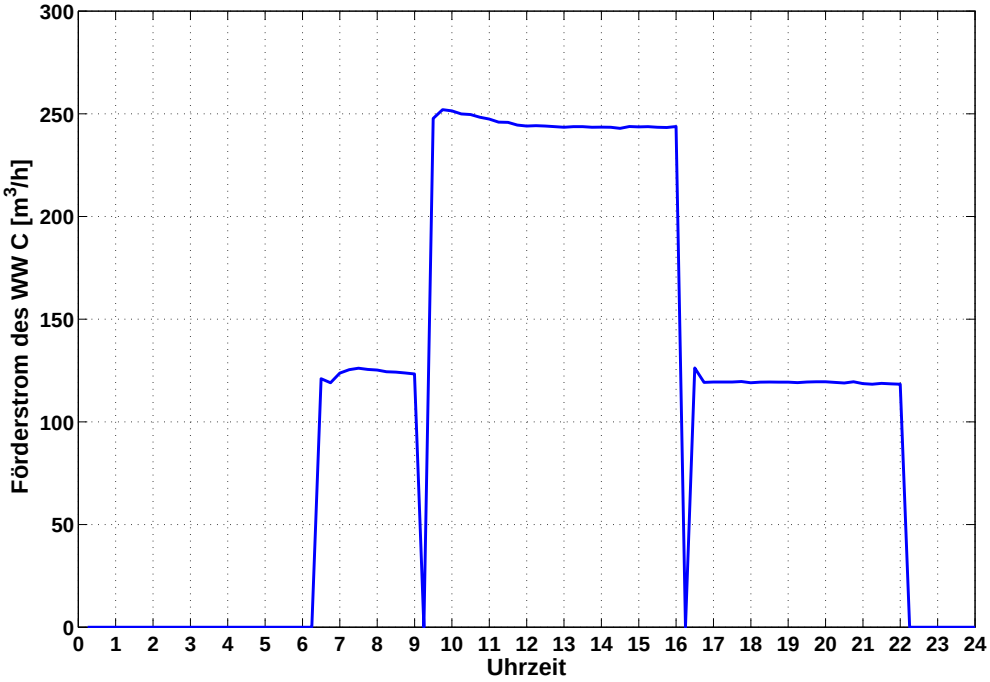


Abbildung 4.9: Verlauf des gemessenen, über 15-Minuten-Intervalle gemittelten Förderstroms $Q_{jk}(t)$ des Wasserwerkes C (Grundlastwasserwerk) am 16.05.2006 von 0:00 Uhr bis 23:45 Uhr.

20 durchnummeriert. Förderströme $Q_{jk}(t)$ zwischen $883,47\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ und $945,14\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ treten am häufigsten, d.h. mit einer Häufigkeit von 17 auf. Dieser Betriebszustand tritt somit insgesamt an $4\frac{1}{4}$ h von 24 h bzw. $17,7\%$ der Zeit am ersten Messtag auf. Am zweithäufigsten tritt der Nachtbetrieb zwischen $205,34\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ und $266,97\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$, mit einer Häufigkeit von 12 (entspricht $12,5\%$ des gesamten Messtages) auf.

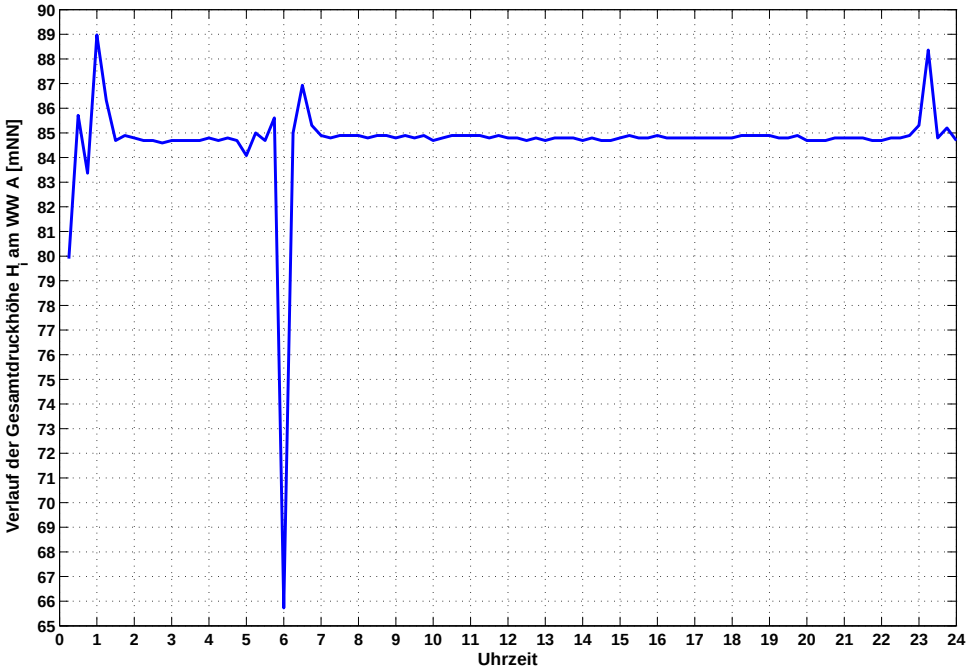


Abbildung 4.10: Verlauf der gemessenen, über 15-Minuten-Intervalle gemittelten, Druckhöhe $\bar{H}_i$ des Regelwerkes A am 16.05.2006 von 0:00 Uhr bis 23:45 Uhr.

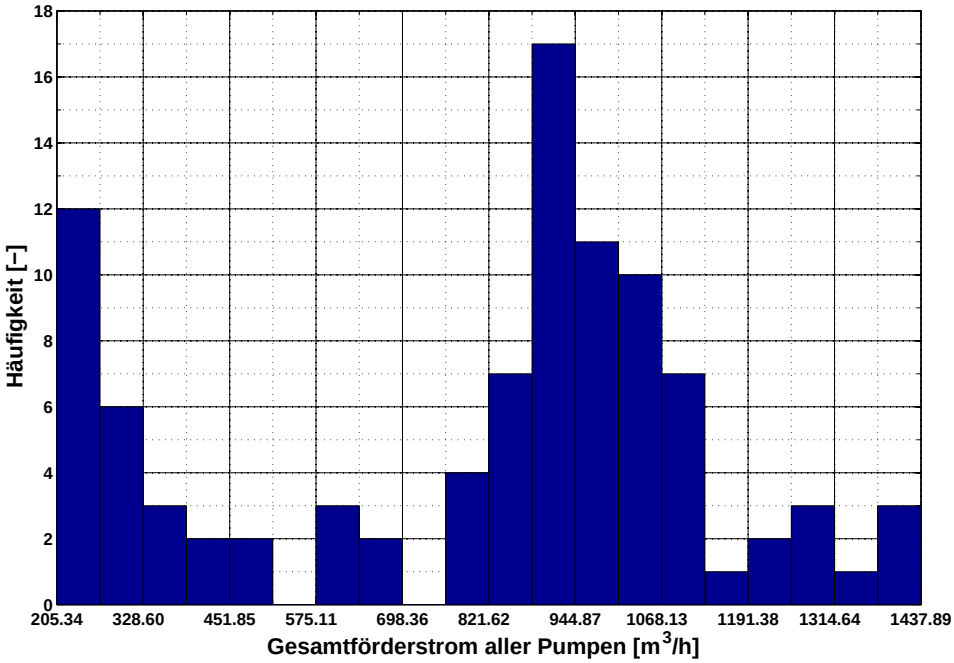


Abbildung 4.11: Häufigkeitsverteilung der diskretisierten gemessenen Gesamtförderströme $Q^n_{\text{ges.,mess}}$ der einspeisenden Wasserwerke A, B und C am 16.05.2006 von 0:00 Uhr bis 23:45 Uhr.

4.5 Auswahl von Betriebszuständen für die Optimierungsrechnungen

Bei den Optimierungsrechnungen wird jedes einzelne Intervall der gemessenen Gesamtförderströme $Q_{\text{ges.}}(t)$ der in Abbildung 4.11 dargestellten Häufigkeitsverteilung auf das Einsparpotenzial an Pumpenergie untersucht. Dazu werden insgesamt 18 gemessene Betriebszustände des Messprogramms, die sich jeweils innerhalb eines Intervalls befinden, ausgewählt. Innerhalb der Intervalle 6 und 9 sind keine verwertbaren Betriebszustände am Messtag aufgetreten. Die Nummerierung der ausgewählten Betriebszustände wird nach der Nummerierung des zugehörigen Intervalls der Häufigkeitsverteilung festgelegt. Ein gemessener Betriebszustand, dessen Gesamtförderstrom $Q_{\text{ges.}}(t)$ im Bereich zwischen $205,34\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ und $266,99\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ liegt (Intervall 1), wird also als Betriebszustand 1 bezeichnet. Betriebszustand 20 befindet sich analog dazu im Bereich zwischen $1376,69\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ und $1438,34\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ (Intervall 20). In Tabelle C.1 im Anhang sind alle ausgewählten Betriebszustände zusammengefasst. Dargestellt sind die Zeitintervalle der Betriebszustände, der Betrieb der Pumpen in der Praxis, der gemessene Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA}}$ am Ausgang des Regelwerkes A, der gemessene Gesamtförderstrom $Q_{\text{ges.}}(t)$ und die gemessene Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,mess}}$.

Bei der Auswahl der gemessenen Betriebszustände muss sichergestellt sein, dass sich innerhalb eines Zeitintervalls des Messprogramms von 15 min die Steuerung der Pumpen nicht geändert hat. Schaltet sich beispielsweise in Wasserwerk A die Pumpe P3 um 6:53 Uhr ab, so ergibt sich innerhalb des Zeitintervalls von 6:45 Uhr bis 7:00 Uhr ein Fehler bei den gemittelten Messwerten des Förderstroms $Q_{jk}(t)$ und der spezifischen Leistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}(t))$. Solche Betriebszustände werden bei den Optimierungsrechnungen nicht untersucht.

Um die Übersichtlichkeit zu bewahren, werden die ausführlichen Ergebnisse der Optimierungsrechnungen nur für einen ausgewählten Betriebszustand innerhalb des am häufigsten auftretenden Intervalls $n = 12$ und den Betriebszustand im Intervall $n = 20$ bei maximalem Verbrauch ausführlich dargestellt. Es werden alle bei den Optimierungsrechnungen berechneten Knotendruckhöhen $\bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$ an den Skelett-Modell-Knoten in den Tabellen C.2 bis C.9 im Anhang angegeben. Bei allen anderen untersuchten Betriebszuständen wird sich nur auf die Angabe der berechneten Knotendruckhöhe $\bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$ am Ausgang der Wasserwerke A, B und C beschränkt. In Tabelle 4.5 sind die gemessenen und gemittelten Förderströme $Q^n_{jk,mess}$, die gemessene und gemittelte Leistungsaufnahme $N^n_{jk,mess}$ der jeweils in Betrieb befindlichen Pumpen und die gemessenen Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,mess}$ am Ausgang der Wasserwerke A, B und C der Betriebszustände 12 und 20 dargestellt. In Tabelle 4.6 sind die gemessenen Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,mess}$ beider Betriebszustände an allen Skelett-Modell-Knoten zu finden.

Kn.-Nr.	$h_{i,\text{geod.}}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$Q^n_{jk,mess}$	$N^n_{jk,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$Q^n_{jk,mess}$	$N^n_{jk,mess}$
		BZ 12	BZ 12	BZ 12	BZ 20	BZ 20	BZ 20
	mNN	mNN	$\frac{m^3}{h}$	kW	mNN	$\frac{m^3}{h}$	kW
A-P1	28,40	-	-	-	-	-	-
A-P2	28,40	-	0	0	-	0	0
A-P3	28,40	-	**692,1**	**196,0**	-	**1312,5**	**292**
A-P4	28,40	-	0	0	-	0	0
A-P5	28,40	-	0	0	-	0	0
A-P6	28,40	-	0	0	-	0	0
B-P7	0,13	-	0	0	-	0	0
B-P8	0,13	-	0	0	-	0	0
B-P9	0,13	-	0	0	-	0	0
C-P10	36,10	-	0	0	-	**125,4**	**72**
C-P11	36,10	-	0	0	-	0	0
C-P12	36,10	-	**243,7**	**84,0**	-	0	0
WW A	30,8	**84,8**	Σ **935,8**	Σ **280**	**84,8**	Σ **1437,9**	Σ **364**
WW B	2,7	84,9			82,9		
WW C	35,9	85,8			83,9		

Tabelle 4.5: Gemessene Knotendruckhöhen $\bar{H}^n_{i,mess}$ am Ausgang aller drei Wasserwerke, gemessene Förderströme $Q^n_{jk,mess}$ und gemessene Leistungsaufnahme $N^n_{jk,mess}$ der ausgewählten Betriebszustände BZ 12 und BZ 20.

4.6 Erstellung des Skelett-Modells

4.6.1 Allgemeines

Das Verteilnetz der ausgewählten Versorgungszone ohne Hochbehälter besteht aus insgesamt 392 Knoten (ohne Hausanschlüsse) und 483 Rohrleitungen. Im Normalbetrieb ist die untersuchte Versorgungszone über eine Leitung DN 500 mit einer Nachbarzone verbunden, die ebenfalls drei Wasserwerke enthält. In dieser Verbindungsleitung konnten keine Volumenstrommessungen durchgeführt werden. Um den Aufwand für das Messprogramm möglichst gering zu halten, wurde diese Leitung über den gesamten Messzeitraum geschlossen. Während dieser Erfassungsperiode wurden insgesamt 27 Knoten des Verteilnetzes als Skelett-Modell-Knoten ausgewählt. An diesen Knoten wurden mobile Druckmessgeräte mit Datenloggern für eine kontinuierliche Druckmessung installiert. Das daraus abgeleitete Skelett-Modell wird in das Optimierungsmodell als hydraulisches Simulationsmodell im Hinblick auf die Minimierung des Pumpenergieverbrauchs integriert. In den Abbildungen 3.25 und 3.26 des Kapitels 3.4 wurde die Abstraktion der ausgewählten Versorgungszone ohne Hochbehälter als Skelett-Modell bereits schematisch dargestellt.

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$
		BZ 12	BZ 20			BZ 12	BZ 20
	mNN	mNN	mNN		mNN	mNN	mNN
16	32,0	84,6	85,2	28	7,4	85,1	84,2
17	25,5	84,6	84,7	29	18,1	84,2	82,5
18	25,0	84,1	84,0	30	34,8	84,6	83,0
19	23,8	84,3	84,0	31	44,2	83,8	81,5
20	23,0	83,8	83,3	32	23,4	84,7	84,4
21	29,5	83,6	82,5	33	34,7	84,9	83,9
22	11,8	84,3	82,6	34	46,3	84,2	82,6
23	36,5	84,1	82,5	35	38,1	83,6	83,3
24	28,4	84,7	83,0	36	32,4	84,9	84,8
25	25,0	84,1	82,5	37	26,4	83,3	82,3
26	35,6	84,5	82,8	38	5,2	83,4	81,6
27	30,9	84,4	82,2	39	37,3	84,3	81,9

Tabelle 4.6: Gemessene Knotendruckhöhen $\bar{H}^n_i$ an allen Skelett-Modell-Knoten der ausgewählten Betriebszustände BZ 12 und BZ 20 am Messtag.

4.6.2 Auswahl der Knoten

Mit dem kooperierenden Wasserversorgungsunternehmen wurden in enger Zusammenarbeit insgesamt 27 Knoten (entspricht 6,9% aller Knoten) in der untersuchten Teilzone für die Erstellung des Skelett-Modells und die Modellierung ausgewählt. Damit ist die gewünschte Genauigkeit bei der Modellierung gewährleistet. Die minimale Anzahl an Knoten variiert für jedes Verteilnetz und muss durch Tests ermittelt werden. Nach bisherigen Ergebnissen sollte die Anzahl an Druckmesspunkten mindestens 1% aller Knoten des Originalnetzes betragen. An den Ausgängen der Wasserwerke sind bereits fest installierte Druckmessgeräte vorhanden. Drei weitere fest installierte Druckmessgeräte gibt es innerhalb der untersuchten Versorgungszone an den Knoten 25, 26 und 27. An weiteren ausgewählten 21 Knoten im Netz wurden mobile Druckmessgeräte installiert. In Abbildung 3.25 sind alle ausgewählten Knoten grün dargestellt. Die Auswahl der Skelett-Modell-Knoten im Verteilnetz für die Druckmessungen erfolgte anhand der folgenden Kriterien:

1. Lage des Knotens im Bereich einer Rohrleitung des **Hauptrohrnetzes**.
2. **Messbare** Druckdifferenzen zwischen zwei Knoten des Skelett-Modells, die über einen virtuellen Strang miteinander verbunden sind, auch bei geringen Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ im Verteilnetz.
3. Vermeidung von Rohrleitungen **geringen** Durchmessers (z.B. Hausanschlussleitungen) für die Installation der Druckmessgeräte.

Zu 1.): Bei der Auswahl der Skelett-Modell-Knoten muss sichergestellt sein, dass sich diese in der Nähe des Hauptrohrleitungsnetzes befinden. Damit wird gewährleistet, dass lokal verursachte Druckschwankungen bei den Messungen nicht erfasst werden.

Zu 2.): Zwischen zwei Knoten, die im Skelett-Modell über einen virtuellen Strang miteinander verbunden sind, muss auch bei geringen Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i(t)$ im Verteilnetz eine Druckdifferenz $\bar{H}_j(t) - \bar{H}_k(t)$ messbar sein. Durch die Verfügbarkeit eines geeichten hydraulischen Rohrnetzmodells der gesamten Versorgungszone konnten hierzu im Vorfeld Untersuchungen zur optimalen Auswahl der Knoten durchgeführt werden. Zur hydraulischen Simulation wurde ein wasserwerkseigenes Programm verwendet.

Zu 3.): Alle Druckmessgeräte werden in Schächten oder Hydranten direkt an den Hauptrohrleitungen installiert. Hausanschlussleitungen wurden, aufgrund der starken Druckschwankungen durch lokale Entnahmen, bei der Auswahl der Knoten generell vermieden.

4.6.3 Festlegung der virtuellen Stränge

Im Skelett-Modell müssen die ausgewählten Knoten über Rohrleitungen miteinander verknüpft werden. Diese „virtuellen“ Stränge sind im Originalnetz in dieser Form nicht vorhanden. Sie besitzen im Modell, bis auf den Rohrleitungswiderstand $\bar{R}_{jk}$, keinerlei weitere Kenndaten wie beispielsweise Durchmesser, Länge etc.. Da sich alle Skelett-Modell-Knoten innerhalb des Hauptrohrnetzes der untersuchten Versorgungszone befinden, erfolgt der Verlauf der virtuellen Stränge im Skelett-Modell dem der realen Hauptstränge.

4.6.4 Berechnung der virtuellen Rohrleitungswiderstände

Aus den gemessenen Knotendruckhöhen $\bar{H}_i(t)$ und Gesamtförderströmen $Q_{\text{ges.,mess}}$ im Verteilnetz können Näherungslösungen der konstanten Widerstände $\bar{R}_{jk}$ der virtuellen Stränge im Skelett-Modell berechnet werden. Das so erstellte Skelett-Modell wird dann in das Optimierungsmodell zur **näherungsweisen** hydraulischen Simulation des Verteilnetzes integriert. In Kapitel 3.4 wurden bereits die Grundlagen zur Berechnung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ in einem Skelett-Modell behandelt. Die zuverlässigsten Ergebnisse werden erzielt, wenn die Knotenentnahmen $\bar{c}_i^n$ an allen Knoten des Skelett-Modells bei jeder Messung bekannt bzw. teilweise bekannt sind. In der Praxis ist es jedoch nicht möglich, die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ in einem Verteilnetz mit vertretbarem Aufwand messen zu können. Dementsprechend ist es auch nicht möglich, die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ an allen Skelett-Modell-Knoten zu bestimmen. Da die Berechnung der Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ nicht sensitiv auf Fehler in den Knotenentnahmeströmen $\bar{c}_i^n$ ist[2], ist es deshalb vollkommen ausreichend, die Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ bei jeder Messung

[2] vgl. Kapitel 3.4.3.5

n abzuschätzen. Hierzu wird in der untersuchten Versorgungszone die **Verbrauchsdatei** aller Abnehmer des Verteilnetzes herangezogen. In der Verbrauchsdatei sind die jährlichen Abnahmemengen aller im Verteilnetz vorhandenen Kunden gespeichert. Daraus ergibt sich für jeden Knoten des Originalnetzes eine jährliche, prozentuale Trinkwasserentnahme aus dem Verteilnetz.

Zur Erstellung des Skelett-Modells soll bei jeder Messung davon ausgegangen werden, dass sich die von den Wasserwerken abgegebenen Förderströme Q_{jk}^n zu jeder Zeit nach dem sich aus der Verbrauchsdatei ergebenden prozentualen Aufteilungen **näherungsweise** auf alle Knoten des Originalnetzes aufteilen. Anschließend müssen die so geschätzten Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ jedes einzelnen Knotens des Originalnetzes noch auf die Knoten des Skelett-Modells aufgeteilt werden. Hierzu werden Flächencluster um

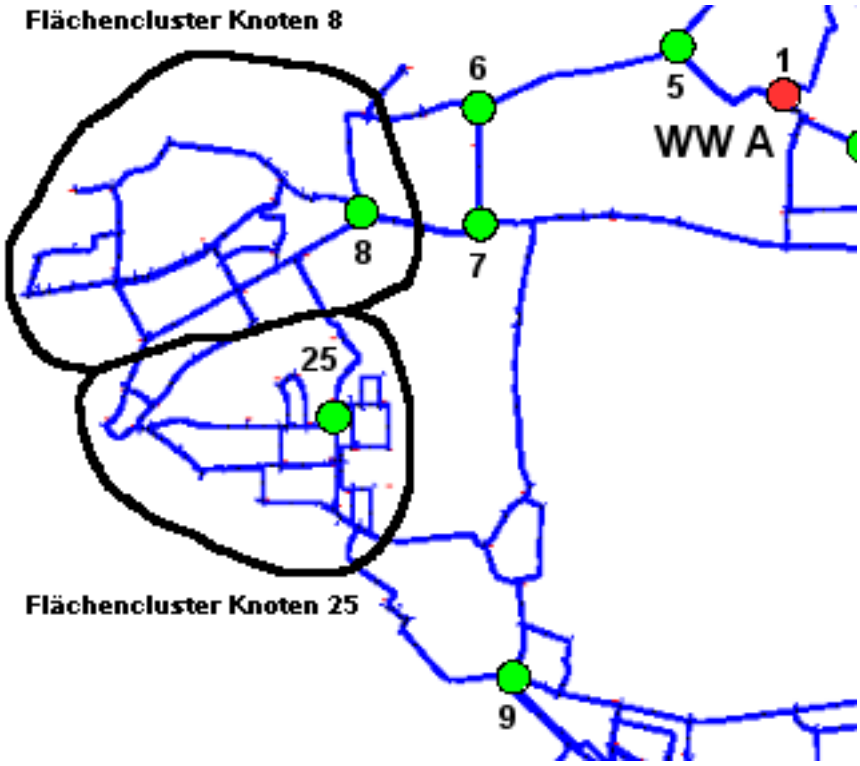


Abbildung 4.12: Zuordnung der Knotenentnahmeströme des Originalnetzes zu den Knoten des Skelett-Modells mit Flächenclustern.

jeden einzelnen Skelett-Modell-Knoten gebildet. In Abbildung 4.12 ist dies schematisch für die Knoten 8 und 25 dargestellt. Alle Knotenentnahmeströme $\bar{c}_i^n$ der im schwarz umrahmten Flächencluster vorhandenen Knoten des Originalnetzes werden dem zugehörigen Skelett-Modell-Knoten zugeordnet.

Aus dem Messprogramm ergeben sich insgesamt 152 über einen Intervall von 15 Minuten gemittelte Messwerte. Aus diesen Messwerten werden die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ aller virtuellen Stränge nach Gleichung 3.44 berechnet.

4.6.5 Überprüfung des Skelett-Modells

Nach der Erstellung des Skelett-Modells und der Berechnung der virtuellen Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ wurde auf der Basis des Messprogramms eine Validierung und Sensitivitätsuntersuchung und in der Folge die praktische Anwendbarkeit dieser Modellierungsmethode durchgeführt. Im Originalnetz sind die Rohrleitungswiderstände $\bar{R}_{jk}$ im Übergangsbereich nach Prandtl-Colebrook nicht konstant (vgl. Gleichung 2.55). Somit gilt es zu überprüfen, ob die verallgemeinerte Lösung mit konstanten Widerständen $\bar{R}_{jk}$ der virtuellen Stränge des Skelett-Modells ausreichend genau für die Modellierung im Rahmen der Optimierung ist. Dazu wurden Vergleichsrechnungen mit verschiedenen Lastfällen zwischen dem Skelett-Modell und dem geeichten kompletten Rohrnetzmodell des Wasserversorgungsunternehmens durchgeführt. Die Abweichungen zwischen Skelett-Modell, geeichtem Simulationsmodell und Messwerten waren bei allen untersuchten Lastfällen < 2 m. Die Anforderungen an die Genauigkeit für die Optimierungsrechnungen waren somit gegeben. Es muss betont werden, dass das Skelett-Modell mit seinen Vereinfachungen als Modellierungsmethode problemlos für Optimierungsrechnungen verwendet werden kann. Weitergehende Anforderungen wie beispielsweise Löschwassersimulationen sind mit dieser Modellierungsmethode jedoch **nicht** möglich.

4.7 Nebenbedingungen der Optimierungsrechnung

4.7.1 Wasseraufbereitung und Reinwasserbehälter

Die Leistungsfähigkeit der Wasseraufbereitung der Wasserwerke A und B wird im Rahmen des Optimierungsmodells mit berücksichtigt. Die gemessenen Wasserstände $\hat{H}_i^n$ der Reinwasserbehälter zum Zeitpunkt t_n werden als Input für die Optimierungsrechnungen jedes einzelnen Betriebszustandes verwendet.

4.7.2 Minimale und maximale Druckhöhen im Netz

Zur Gewährleistung einer maximal möglichen Versorgungssicherheit werden Mindestdruckhöhen $\bar{H}_{i,\min}$ im gesamten Verteilnetz festgelegt. In der untersuchten Versorgungszone beträgt die vom Wasserversorgungsunternehmen festgesetzte Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\min} = 75$ mNN. Die maximal zulässige Druckhöhe von $H_{i,\max} = 86$ mNN darf im gesamten Verteilnetz nicht überschritten werden. Diese Randbedingungen müssen im Optimierungsmodell stets eingehalten werden. Die hydraulische Simulation erfolgt auf Basis des Skelett-Modells. Es werden somit nicht alle Knoten des Originalnetzes erfasst. Der hydraulisch ungünstigste Knoten, in Bezug auf den minimalen Druck $\bar{H}_{i,\min}$ der untersuchten Versorgungszone ist zwar bekannt, konnte aber bei den Messungen nicht erfasst werden. Somit wird die Mindestdruckhöhe an den Skelett-Modell-Knoten im Optimierungsmodell im Einvernehmen mit dem Wasserversorgungsunternehmen von $\bar{H}_{i,\min} =$ 75 mNN auf $\bar{H}_{i,\min} = 78$ mNN erhöht. Die maximal zulässige Druckhöhe von $\bar{H}_{i,\max} =$

86 mNN ist auch im Optimierungsmodell gültig, da der ungünstigste Knoten in Bezug auf den Maximaldruck bei den Messungen erfasst wurde.

4.8 Ergebnisse der Optimierungsrechnungen

4.8.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen der ausgewählten Betriebszustände BZ 1 bis BZ 20 vorgestellt. Die untersuchten Betriebszustände BZ 12 und BZ 20 werden ausführlich, d.h. mit allen berechneten Druckhöhen an den Knoten des Skelett-Modells vorgestellt. Bei allen anderen Betriebszuständen wird sich, um die Übersichtlichkeit zu bewahren, nur auf die Angabe der berechneten Knotendruckhöhe an den Ausgängen der Wasserwerke beschränkt. Gerechnet wird mit der aktuellen und mit der zukünftigen Pumpenanordnung im Regelwerk A. Durch **variable Druckabsenkung**, unter Einhalten der Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\min}$ im gesamten Netz, sind zusätzliche Energieeinsparungen möglich. Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen werden somit zum einen auf die gleiche Druckhöhe $\bar{H}^n_{\mathrm{WWA}}$, die bei den Messwerten des jeweiligen Betriebszustandes aufgetreten ist, bezogen. Zum anderen werden die Ergebnisse auf eine variable weitere Druckabsenkung am Ausgang des Regelwerkes A bezogen, unter Einhaltung des Mindestdrucks $\bar{H}_{i,\min}$ im Verteilnetz.

4.8.2 Ergebnisse mit aktueller Pumpenanordnung

4.8.2.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen mit der **aktuellen** Pumpenanordnung im Regelwerk A ohne Ringkolbenschieberregelung für den Betriebszustand 12 und 20 bei **gleichem** Druck und **variabler** Druckabsenkung am Ausgang des Regelwerkes A, unter Einhaltung des Mindestdrucks $\bar{H}_{i,\min}$ im gesamten Netz, ausführlich vorgestellt.

4.8.2.2 BZ 12 bei gleichem Druck am Ausgang WW A

In Tabelle 4.7 sind die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 12 zusammengefasst. Das berechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\mathrm{ges.,ber.}}$ bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A wird erreicht, wenn die Pumpen P4, P6 und P8 in Betrieb sind. Die Pumpe P6 wird dabei mit einer Drehzahl $\widehat{v}^u_{jk}$ von 1420 $\frac{1}{\mathrm{min}}$ gefahren. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\mathrm{WWA,ber.}} = 84,9$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A entspricht in etwa dem gemessenen Druck bei der in der Praxis gewählten Fahrweise (P3 und P12 in Betrieb). Die gemessene Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\mathrm{ges.,mess}}$ kann durch die berechnete optimale Fahrweise bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A gegenüber dem Betrieb in der Praxis um 14,7% von 280 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 238,9 kW reduziert werden. Im rechten Teil der Tabelle ist

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\widehat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\widehat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P3	3,79	-	-	-	1368	935,6	248,8
A-P4	3,79	-	468,4	116,0	-	-	-
A-P5	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P6	3,79	1420	301,7	72,6	-	-	-
B-P7	2,13	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,13	-	165,5	50,3	-	-	-
B-P9	2,13	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**84,9**		Σ **238,9**	**86,1**		Σ **248,8**
WW B	84,9	84,8			85,1		
WW C	85,8	84,6			84,4		

Tabelle 4.7: Zwei ausgewählte Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 12 ohne Ringkolbenschieberregelung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und **gleicher** Knotendruckhöhe $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung.

eine alternative Fahrweise mit einer berechneten zweitgeringsten Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ dargestellt. Dabei ist nur die FU-geregelte Pumpe P3 mit einer berechneten Drehzahl von $\widehat{v}^u_{jk} = 1368\ \frac{1}{\text{min}}$ in Betrieb. Der Druck am Ausgang des Regelwerkes A ist dabei sogar um ca. 1,3 m gegenüber der Fahrweise in der Praxis erhöht. Die berechnete Energieeinsparung dieser Steuerstrategie beträgt gegenüber der in der Praxis gewählten Fahrweise ca. 11,1%. Durch eine feinere Diskretisierung der Drehzahl $\widehat{v}^u_{jk}$ im Optimierungsmodell wäre für diese Steuerstrategie eine weitere Reduzierung der Leistungsaufnahme möglich. Durch eine weitere Reduktion der Drehzahl $\widehat{v}_{jk}(t)$ der Pumpe P3 auf 1353 $\frac{1}{\text{min}}$ kann die berechnete Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ dieser Steuerstrategie, bei einem berechneten Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 84,8$ mNN auf 240,1 kW reduziert werden.

4.8.2.3 BZ 20 bei gleichem Druck am Ausgang WW A

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 20 sind in Tabelle 4.8 zusammengefasst. Das berechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ wird erreicht, wenn die Pumpen P3 und P6 in Betrieb sind. Die Pumpe P3 wird dabei mit einer berechneten Drehzahl $\widehat{v}^u_{jk}$ von 1398 $\frac{1}{\text{min}}$ und die Pumpe P6 mit einer berechneten Drehzahl $\widehat{v}^u_{jk}$ von 1390 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 85,1$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A ist gegenüber dem Druck der gewählten Fahrweise in der Praxis (P3 und P10 in Betrieb) etwas erhöht. Die Gesamt-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P3	3,87	1398	1199,4	280,0	1398	1155,1	278,3
A-P4	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P5	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P6	3,87	1390	238,33	63,0	1420	282,7	70,9
B-P7	2,67	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,67	-	-	-	-	-	-
B-P9	2,67	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**85,1**		Σ **343,0**	**85,8**		Σ **349,3**
WW B	82,9	84,7			84,8		
WW C	83,9	84,7			84,8		

Tabelle 4.8: Zwei ausgewählte Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 20 ohne Ringkolbenschieberregelung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und **gleicher** Knotendruckhöhe $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung.

leistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ kann durch die berechnete optimale Fahrweise bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A gegenüber dem Betrieb in der Praxis um 5,8% von 364 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 343,0 kW reduziert werden. Im rechten Teil der Tabelle befindet sich eine alternative berechnete optimale Fahrweise mit der zweitgeringsten Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$. Hierbei sind ebenfalls die FU-geregelten Pumpen P3 und P6 in Betrieb. Die berechnete Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ der Pumpe P6 beträgt dabei 1420 $\frac{1}{\text{min}}$ während die P3 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1398 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren wird. Der Druck am Ausgang des Regelwerkes A ist bei dieser Steuerstrategie um ca. 1,0 m gegenüber der Fahrweise in der Praxis erhöht. Die berechnete Energieeinsparung dieser Steuerstrategie beträgt 4,0%. Auch hier kann die berechnete Leistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ durch eine feinere Diskretisierung der Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ im Optimierungsmodell noch geringfügig reduziert werden.

4.8.2.4 BZ 12 bei variabler Druckabsenkung am Ausgang WW A

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 12 bei **variabler** Druckabsenkung sind in Tabelle 4.9 zusammengefasst. Das berechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ unter Einhaltung der Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\text{min}}$ im gesamten Netz wird erreicht, wenn die Pumpe P3 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1338 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren wird. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 83,5$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A ist gegenüber dem Druck der gewählten Fahrweise

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P3	3,79	1338	935,6	231,6	-	-	-
A-P4	3,79	-	-	-	-	511,3	124,7
A-P5	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P6	3,79	-	-	-	1390	256,6	64,0
B-P7	2,13	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,13	-	-	-	-	167,8	50,6
B-P9	2,13	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**83,5**		Σ **231,6**	**84,3**		Σ **239,3**
WW B	84,9	82,2			85,1		
WW C	85,8	82,0			84,4		

Tabelle 4.9: Zwei Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 12 bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen bei **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung.

in der Praxis um ca. 1,3 m abgesenkt. Dabei ist sichergestellt, dass der Mindestdruck $\bar{H}_{i,\min} = 75,0$ mNN im gesamten Verteilnetz **nicht** unterschritten wird. Die Energieeinsparung der berechneten optimalen Steuerstrategie gegenüber der Fahrweise in der Praxis beträgt 17,3%. Die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ reduziert sich dabei von 280 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 231,6 kW. Im rechten Teil der Tabelle befindet sich eine berechnete alternative Fahrweise. Hierbei sind die Pumpen P4, P6 und P8 in Betrieb. Die berechnete Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ der FU-geregelten Pumpe P6 beträgt 1390 $\frac{1}{\text{min}}$. Der berechnete Druck am Ausgang des Regelwerkes A ist bei dieser Steuerstrategie um 0,5 m gegenüber der Fahrweise in der Praxis abgesenkt. Die berechnete Energieeinsparung dieser Steuerstrategie beträgt 14,5%.

4.8.2.5 BZ 20 bei variabler Druckabsenkung am Ausgang WW A

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 20 bei **variabler** Druckabsenkung sind in Tabelle 4.10 zusammengefasst. Das berechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ unter Einhaltung der Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\min}$ im gesamten Netz wird erreicht, wenn die Pumpe P3 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1428 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren wird. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 83,8$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A ist gegenüber dem Druck der gewählten Fahrweise in der Praxis um ca. 1,0 m abgesenkt. Dabei ist sichergestellt, dass der Mindestdruck $\bar{H}_{i,\min} = 75,0$ mNN im gesamten Verteilnetz **nicht** unterschritten wird. Die Energie-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P3	3,87	1428	1437,7	303,6	1368	1250,8	261,3
A-P4	3,87	-	-	-	-		
A-P5	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P6	3,87	-	-	-			
B-P7	2,67	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,67	-	-	-	-	187,0	53,3
B-P9	2,67	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**83,8**		Σ **303,6**	**81,7**		Σ **314,5**
WW B	82,9	81,0			80,6		
WW C	83,9	81,4			80,5		

Tabelle 4.10: Zwei Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 20 bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung.

einsparung der berechneten optimalen Steuerstrategie gegenüber der Fahrweise in der Praxis beträgt 16,6%. Die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ reduziert sich dabei von 364 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 303,6 kW. Im rechten Teil der Tabelle befindet sich eine berechnete alternative Fahrweise. Hierbei sind die Pumpen P3 und P8 in Betrieb. Die berechnete Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ der FU-geregelten Pumpe P3 beträgt 1368 $\frac{1}{\text{min}}$. Der berechnete Druck am Ausgang des Regelwerkes A ist bei dieser Steuerstrategie um 3,1 m gegenüber der Fahrweise in der Praxis abgesenkt. Die berechnete Energieeinsparung dieser Steuerstrategie beträgt 13,6%.

4.8.2.6 Diskussion der Berechnungsergebnisse

Neben der **prozentualen** Energieeinsparung durch Anwendung des Optimierungsmodells ist besonders das **absolute**, auf ein Jahr bezogene Energieeinsparpotenzial in $\frac{€}{\text{Jahr}}$ interessant. Der Zeitraum des Messprogramms ist jedoch mit 1,5 Tagen viel zu kurz, um Aussagen über die Häufigkeit des Auftretens bestimmter Betriebszustände für ein Jahr treffen zu können. Es wäre also sinnvoll, Messungen über einen größeren Zeitraum, d.h. mindestens über mehrere Monate bis zu einem Jahr, durchzuführen. Um dennoch einen quantitativen **Richtwert** für die absolute Energieeinsparung in der untersuchten Versorgungszone durch die Anwendung des Optimierungsmodells auf ein Jahr gesehen treffen zu können, wird von Folgendem ausgegangen:

- Die Häufigkeitsverteilung in Abbildung 4.11 des Messtages am 16.05.2006 ist reprä-

sentativ für ein Jahr.

- Das Energieeinsparpotenzial der Betriebszustände innerhalb eines Intervalls der Häufigkeitsverteilung in Abbildung 4.11 ist über das gesamte Jahr konstant.

Zusätzlich ist die Annahme eines fiktiven Stromtarifes erforderlich. Der Stromtarif pro Kilowattstunde für Unternehmen schwankte laut Aussage der Deutschen Energie-Agentur 2006 zwischen 5 und 22 Cent. Mit dem Wegfall der Genehmigungspflicht durch die zuständigen Landesbehörden Mitte 2007 haben viele Energieversorger ihre Stromtarife teilweise drastisch erhöht. Weitere Strompreiserhöhungen sind nicht auszuschließen. Für die Optimierungsrechnungen wird deshalb ein fiktiver Strompreis in Höhe von 15 $\frac{Cent}{kWh}$ angenommen. Aus der Häufigkeit des Auftretens bestimmter Förderbereiche kann eine geschätzte, absolute jährliche Einsparung je Förderbereichsintervall berechnet werden. Die Summe über alle Intervalle ergibt die **geschätzte**, **absolute** Gesamtenergiekosteneinsparung für ein Jahr.

4.8.2.6.1 Alle Betriebszustände 1 bis 20 bei gleichem Druck am Ausgang WW A In Tabelle 4.11 sind alle Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für die ausgewählten Betriebszustände 1 bis 20 bei berechnetem gleichen Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung zusammengefasst. Angegeben sind die gemessenen $\bar{H}^n_{\text{WWA},mess}$ und die berechneten Drücke $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A. Des Weiteren sind die Häufigkeit H in Prozent bzw. in Stunden pro Tag, die gemessene und die berechnete Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ aller in Betrieb befindlichen Pumpen, sowie die prozentuale Energieeinsparung dargestellt. Die geschätzte Gesamtenergiekosteneinsparung für ein Jahr beträgt für alle Betriebszustände mit aktueller Pumpenanordnung bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A **27.237,- €**.

4.8.2.6.2 Betriebszustände 1 bis 20 bei variabel abgesenktem Druck am Ausgang WW A In Tabelle 4.12 sind alle Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für die ausgewählten Betriebszustände 1 bis 20 bei berechneter **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung zusammengefasst. Die geschätzte Gesamtenergiekosteneinsparung durch Anwendung des Optimierungsmodells für ein Jahr beträgt gegenüber der Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung für alle Betriebszustände **53.577,- €**.

BZ	$\bar{H}^n_{\text{WWA},mess}$	$\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$	H	H	$N^n_{\text{ges.,mess}}$	$N^n_{\text{ges.,ber.}}$	Einsp.	Einsp.	Betrieb
	mNN	mNN	-	$\frac{h}{d}$	kW	kW	%	€/Jahr	-
1	84,7	84,7	12	3	56	56	0	0	P6
2	84,7	84,7	6	1,5	72	72	0	0	P6
3	83,9	83,7	3	0,75	120	105,0	12,5	616	P6+P8
4	85,0	85,0	2	0,5	112	112	0	0	P5
5	84,7	84,7	2	0,5	120	118	1,7	55	P4
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	85,3	85,3	3	0,75	192	169,6	11,7	920	P4+P6
8	84,9	84,7	2	0,5	196	174,0	11,2	602	P4+P6
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	84,7	85,0	4	1,0	252	222,8	11,6	1599	P4+P6+P8
11	84,8	84,9	7	1,75	256	228,9	10,6	2597	P4+P6+P8
12	84,8	84,9	17	4,25	280	238,9	14,7	9563	P4+P6+P8
13	84,9	85,4	11	2,75	284	251,5	11,4	4893	P3
14	84,8	84,9	10	2,5	296	279,8	5,5	2217	P4+P6+P7
15	84,8	84,7	7	1,75	304	293,3	3,5	1025	P3+P6
16	84,8	85,4	1	0,25	304	278,5	8,4	349	P3
17	84,9	84,7	2	0,5	316	280,3	11,3	977	P3
18	84,8	84,6	3	0,75	336	318,2	5,3	731	P3+P6
19	84,9	84,9	1	0,25	344	327,1	5,0	231	P3+P6
20	84,8	85,1	3	0,75	364	343,0	5,8	862	P3+P6
								Σ **27237**	

Tabelle 4.11: Zusammenfassung aller Optimierungsrechnungen und deren erzielter Einsparungen der ausgewählten Betriebszustände BZ 1 bis BZ 20 mit aktueller Pumpenanordnung bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA}}$ am Ausgang des Wasserwerkes A.

BZ	$\bar{H}^n_{\mathrm{WWA},mess}$	$\bar{H}^n_{\mathrm{WWA,ber.}}$	H	H	$N^n_{\mathrm{ges.,mess}}$	$N^n_{\mathrm{ges.,ber.}}$	Einsp.	Einsp.	Betrieb
	mNN	mNN	-	$\frac{h}{d}$	kW	kW	%	€/Jahr	
1	84,70	78,7	12	3	56,0	48,7	13,0	1199	P6
2	84,70	79,8	6	1,5	72,0	62,7	12,9	764	P6
3	83,9	79,5	3	0,75	120	98,9	17,6	866	P6
4	85,00	80,5	2	0,5	112,0	107,0	4,5	137	P6
5	84,70	80,1	2	0,5	120	115,4	3,8	126	P6+P8
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	85,3	80,6	3	0,75	192	157,7	17,9	1408	P6+P7
8	84,9	80,0	2	0,5	196	169,0	13,8	739	P6+P7
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	84,7	84,0	4	1,0	252	196,9	21,9	3017	P4+P6
11	84,8	81,7	7	1,75	256	211,9	17,2	4225	P3
12	84,8	83,5	17	4,25	280	231,6	17,3	11262	P3
13	84,9	82,8	11	2,75	284	233,9	17,6	7543	P3
14	84,8	81,9	10	2,5	296	236,3	20,2	8171	P3
15	84,8	81,1	7	1,75	304	236,2	22,3	6496	P3
16	84,8	82,8	1	0,25	304	258,5	15,0	623	P3
17	84,9	82,0	2	0,5	316	260,0	17,7	1533	P3
18	84,8	83,5	3	0,75	336	283,1	15,6	2172	P3
19	84,9	83,0	1	0,25	344	284,4	17,3	816	P3
20	84,8	83,8	3	0,75	364	303,6	16,6	2480	P3
								Σ **53577**	

Tabelle 4.12: Zusammenfassung aller Optimierungsrechnungen und deren erzielter Einsparungen der ausgewählten Betriebszustände BZ 1 bis BZ 20 mit aktueller Pumpenanordnung bei variabel **abgesenktem** Druck $\bar{H}^n_{\mathrm{WWA}}$ am Ausgang des Wasserwerkes A.

4.8.3 Ergebnisse mit zukünftiger Pumpenanordnung

4.8.3.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand 12 und 20 bei **gleichem** Druck und mit **variabler** Druckabsenkung am Ausgang des Regelwerkes A mit der **zukünftigen** Pumpenanordnung ausführlich vorgestellt.

4.8.3.2 Betriebszustand 12 bei gleichem Druck am Ausgang WW A

In Tabelle 4.13 sind die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 12 mit der zukünftigen Pumpenanordnung zusammengefasst. Das be-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\widehat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\widehat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,79	-	-	-	1300	647,7	132,3
A-P3	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P4	3,79	1305	288,0	62,4	1305	288,0	62,4
A-P5	3,79	1300	647,7	132,3	-	-	-
A-P6	3,79	-	-	-	-	-	-
B-P7	2,13	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,13	-	-	-	-		
B-P9	2,13	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**84,9**		Σ **194,7**	**84,9**		Σ **194,7**
WW B	84,9	83,6			83,6		
WW C	85,8	83,4			83,4		

Tabelle 4.13: Zwei ausgewählte Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 12 bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftiger Pumpenanordnung.

rechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A wird erreicht, wenn die Pumpe P4 in Kombination mit der Pumpe P5 in Betrieb ist. Die Pumpe P4 wird dabei mit einer berechneten Drehzahl $\widehat{v}^u_{jk}$ von 1305 $\frac{1}{\text{min}}$ und die Pumpe P5 mit einer berechneten Drehzahl $\widehat{v}^u_{jk}$ von 1300 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 84,9$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A entspricht in etwa dem gemessenen Druck bei der in der Praxis gewählten Fahrweise mit der aktuellen Pumpenanordnung (P3 und P12 in Betrieb). Die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ kann durch die berechnete optimale Fahrweise bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A gegenüber dem Betrieb in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung signifikant um 30,5% von 280 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 194,7 kW reduziert werden.

Im rechten Teil der Tabelle ist eine alternative Fahrweise dargestellt. Die Pumpen P2 und P5 der zukünftigen Pumpenanordnung sind baugleich. Somit kann bei diesem Betriebszustand die Pumpe P4 in Kombination mit der Pumpe P2 oder P5 betrieben werden.

4.8.3.3 Betriebszustand 20 bei gleichem Druck am Ausgang WW A

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 20 mit der zukünftigen Pumpenanordnung sind in Tabelle 4.14 zusammengefasst. Das be-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,87	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,87	1390	962,8	182,8	1330	774,2	150,3
A-P3	3,87				-	-	-
A-P4	3,87	1395	474,9	96,0	-		
A-P5	3,87	(1390)	(962,8)	(182,8)	1300	663,5	133,5
A-P6	3,87	-	-	-	-	-	-
B-P7	2,67	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,67	-	-	-	-	-	-
B-P9	2,67	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**84,7**		Σ **278,7**	**84,7**		Σ **283,8**
WW B	82,9	81,9			81,9		
WW C	83,9	82,3			82,3		

Tabelle 4.14: Zwei ausgewählte Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 20 bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftiger Pumpenanordnung.

rechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ wird erreicht, wenn die Pumpe P4 in Kombination mit der Pumpe P2 bzw. P5 in Betrieb ist. Die Pumpe P4 wird dabei mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1390 $\frac{1}{\text{min}}$ und die Pumpe P2 bzw. P5 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1390 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren. Der dabei berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 84,7$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A entspricht dem gemessenen Druck der gewählten Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung (P3 und P10 in Betrieb). Die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ kann durch die berechnete optimale Fahrweise bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A gegenüber dem Betrieb in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung signifikant um 23,4% von 364 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 278,7 kW reduziert werden. Im rechten Teil der Tabelle befindet sich eine alternative berechnete optimale Fahrweise mit der berechneten zweitgeringsten Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$. Hierbei sind die Pumpen P2 und P5 in Betrieb. Die berechnete Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ der Pumpe P2 beträgt dabei 1330 $\frac{1}{\text{min}}$ während die P5 mit

1300 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren wird. Der berechnete Druck $H^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A entspricht bei dieser Steuerstrategie ebenfalls dem in der Praxis gemessenen. Die berechnete Energieeinsparung dieser Steuerstrategie beträgt 22, 0% gegenüber der Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung.

4.8.3.4 Betriebszustand 12 bei variabler Druckabsenkung am Ausgang WW A

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den ausgewählten Betriebszustand 12 bei **variabler** Druckabsenkung und zukünftiger Pumpenanordnung sind in Tabelle 4.15 zusammengefasst. Das berechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$, un-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,79	-	-	-	-	-	-
A-P2	3,79	1360	935,6	167,5	1270	645,6	122,2
A-P3	3,79	-			-	-	-
A-P4	3,79	-	-	-	1275	290,0	58,1
A-P5	3,79	(1360)	(935,6)	(167,5)	(1270)	(645,6)	(122,2)
A-P6	3,79	-	-	-			
B-P7	2,13	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,13	-	-	-	-		
B-P9	2,13	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**82,6**		Σ **167,5**	**82,2**		Σ **180,3**
WW B	84,9	81,3			81,0		
WW C	85,8	81,1			80,7		

Tabelle 4.15: Zwei ausgewählte Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 12 bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und variabler Druckabsenkung $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftiger Pumpenanordnung.

ter Einhaltung der Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\text{min}}$ im gesamten Netz, wird erreicht, wenn die Pumpe P2 bzw. die Pumpe P5 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1360 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren wird. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 82,6$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A ist gegenüber dem Druck der gewählten Fahrweise mit aktueller Pumpenanordnung in der Praxis um ca. 2, 2 m abgesenkt. Dabei ist sichergestellt, dass der Mindestdruck $H_{i,\text{min}} = 75,0$ mNN im gesamten Verteilnetz **nicht** unterschritten wird. Die Energieeinsparung dieser berechneten optimalen Steuerstrategie gegenüber der Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung beträgt 40, 2%. Die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ reduziert sich dabei von 280 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 167, 5 kW. Im rechten Teil der Tabelle befindet sich eine berechnete alternative optimale Fahrweise. Hierbei ist die Pumpe P4 zusammen mit der Pumpe P2 bzw. P5 in Betrieb. Die berechnete Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$

der Pumpe P4 beträgt dabei 1275 $\frac{1}{\text{min}}$ und die berechnete Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ der Pumpe P2 bzw. P5 beträgt 1270 $\frac{1}{\text{min}}$. Der berechnete Druck am Ausgang des Regelwerkes A ist um 2,6 m abgesenkt. Die Energieeinsparung dieser Steuerstrategie gegenüber der Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung beträgt 35,6%.

4.8.3.5 Betriebszustand 20 bei variabler Druckabsenkung am Ausgang WW A

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für Betriebszustand 20 bei **variabler** Druckabsenkung und zukünftiger Pumpenanordnung sind in Tabelle 4.16 dargestellt. Das be-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,87	1450	1437,7	257,8	-	-	-
A-P2	3,87	-	-	-	1390	1025,6	182,8
A-P3	3,87				-	-	-
A-P4	3,87	-	-	-	1335	412,1	78,0
A-P5	3,87	-	-	-	(1390)	(1025,6)	(182,8)
A-P6	3,87	-	-	-			
B-P7	2,67	-	-	-	-	-	-
B-P8	2,67	-	-	-	-		
B-P9	2,67	-	-	-	-	-	-
WW A	**84,8**	**82,8**		Σ **257,8**	**82,5**		Σ **260,8**
WW B	82,9	80,1			79,7		
WW C	83,9	80,4			80,1		

Tabelle 4.16: Zwei ausgewählte Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für den Betriebszustand BZ 20 bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Pumpen und variabler Druckabsenkung $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftiger Pumpenanordnung.

rechnete Minimum der Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ wird erreicht, wenn die Pumpe P1 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1450 $\frac{1}{\text{min}}$ gefahren wird. Die berechnete Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ kann gegenüber dem Betrieb in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung von 364 kW (vgl. Tabelle 4.5) auf 257,8 kW reduziert werden. Der berechnete Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}} = 82,8$ mNN am Ausgang des Regelwerkes A ist gegenüber dem gemessenen Druck der gewählten Fahrweise in der Praxis um ca. 2,0 m abgesenkt. Die Mindestdruckhöhe $\bar{H}_{i,\text{min}}$ wird an allen Knoten eingehalten. Die Energieeinsparung dieser berechneten optimalen Steuerstrategie gegenüber der Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung beträgt 29,2%. Im rechten Teil der Tabelle ist eine alternative Fahrweise dargestellt. Hierbei ist die Pumpe P4 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1335 $\frac{1}{\text{min}}$ in Kombination mit der Pumpe P2 bzw. P5 mit einer berechneten Drehzahl $\hat{v}^u_{jk}$ von 1390 $\frac{1}{\text{min}}$ in Betrieb. Der berechnete Druck am Ausgang des Regelwer-

kes A ist bei dieser Steuerstrategie um ca. 2,3 m gegenüber der Fahrweise in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung abgesenkt. Die berechnete Energieeinsparung beträgt hier 28,4%.

4.8.3.6 Alle Betriebszustände 1 bis 20 bei gleichem Druck am Ausgang WW A

In Tabelle 4.17 sind alle Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für die ausgewählten Betriebszustände 1 bis 20 bei **gleichem** Druck am Ausgang $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ mit zukünftiger Pumpenanordnung zusammengefasst. Angegeben sind die gemessenen $H^n_{\text{WWA},mess}$ und

BZ	$\bar{H}^n_{\text{WWA},mess}$	$\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$	H	H	$N^n_{\text{ges.,mess}}$	$N^n_{\text{ges.,ber.}}$	Einsp.	Einsp.	Betrieb
	mNN	mNN	-	$\frac{h}{d}$	kW	kW	%	€/Jahr	-
1	84,7	84,7	12	3	56	56	0	0	P6
2	84,7	84,7	6	1,5	72	72	0	0	P6
3	83,90	83,9	3	0,75	120	120	0	0	P6
4	85,00	85,0	2	0,5	112	112	0	0	P6
5	84,7	84,5	2	0,5	120	118,2	1,5	49	P4+P6
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	85,3	85,0	3	0,75	192	143,7	25,2	1983	P4+P6
8	84,9	84,9	2	0,5	196	154,6	21,1	1133	P4+P8
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	84,7	84,9	4	1,0	252	179,5	28,8	3969	P4+P5
11	84,8	84,6	7	1,75	256	166,2	35,1	8604	P5
12	84,8	84,9	17	4,25	280	194,7	30,5	19848	P4+P5
13	84,9	84,6	11	2,75	284	201,8	28,9	12376	P4+P5
14	84,8	84,8	10	2,5	296	212,0	28,4	11498	P4+P5
15	84,8	85,0	7	1,75	304	220,4	27,5	8010	P4+P5
16	84,8	84,9	1	0,25	304	233,6	23,2	964	P4+P5
17	84,9	84,8	2	0,5	316	239,7	24,1	2089	P4+P5
18	84,8	84,6	3	0,75	336	251,6	25,1	3466	P4+P5
19	84,9	84,6	1	0,25	344	257,4	25,2	1185	P4+P5
20	84,8	84,7	3	0,75	364	278,7	23,4	3503	P4+P5
								Σ **78677**	

Tabelle 4.17: Zusammenfassung aller Optimierungsrechnungen und deren erzielter Einsparungen der ausgewählten Betriebszustände BZ 1 bis BZ 20 mit zukünftiger Pumpenanordnung bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Wasserwerkes A.

die berechneten Drücke $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ des jeweiligen Betriebszustandes am Ausgang des Regelwerkes A. Des Weiteren sind die prozentuale Häufigkeit H und die Häufigkeit H der Gesamtförderströme in Stunden pro Tag, die gemessene und die berechnete Gesamt-

leistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ aller in Betrieb befindlichen Pumpen sowie die prozentuale Energieeinsparung dargestellt. Die auf ein Jahr hochgerechnete **absolute** Energieeinsparung in $\frac{€}{\text{Jahr}}$ befindet sich in der vorletzten Spalte. Auch bei diesen Werten handelt es sich um **Richtwerte** mit den in Kapitel 4.8.2.6.1 festgelegten Annahmen. Die **geschätzte**, **absolute** Gesamtenergiekosteneinsparung über alle Intervalle der Häufigkeitsverteilung aus Abbildung 4.11 beträgt für alle Betriebszustände mit zukünftiger Pumpenanordnung bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A **78.677,- €**.

4.8.3.7 Betriebszustände 1 bis 20 bei abgesenktem Druck am Ausgang WW A

In Tabelle 4.18 sind alle Ergebnisse der Optimierungsrechnungen für die jeweils ausgewählten Betriebszustände 1 bis 20 bei variabler Druckabsenkung $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftiger Pumpenanordnung zusammengefasst. Die **geschätzte** Gesamtenergiekosteneinsparung durch Anwendung des Optimierungsmodells im Vergleich zum Betrieb in der Praxis mit aktueller Pumpenanordnung für ein Jahr beträgt für alle Betriebszustände **108.256,- €**.

4.8.3.8 Energieeinsparung durch Austausch der Pumpen ohne Optimierungsmodell

Die in Kapitel 4.8.3 präsentierten hohen Energieeinsparpotenziale beziehen sich auf die Anwendung des Optimierungsmodells auf das neue Pumpenkonzept in Wasserwerk A. Durch die Umstellung auf die neuen Pumpen ergibt sich jedoch auch bei der herkömmlichen Fahrweise ein Energieeinsparpotenzial allein durch die Umstellung auf neue und effizientere Pumpen mit FU-Regelung. Dieses Einsparpotenzial infolge der reinen Umstellung auf neue Pumpen soll mit dem Einsparpotenzial durch Anwendung des Optimierungsmodells verglichen werden. Dieser Vergleich ist jedoch nur qualitativ möglich, da die Fahrweise der Wasserwerke B und C manuell vorgegeben wird. In diesem Kapitel wird berechnet, wie hoch die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ für die Betriebszustände BZ 12 und BZ 20 beim wahrscheinlichen realen Betrieb mit den neuen Pumpen ist. Dazu muss angenommen werden, dass die Wasserwerke B und C mit der zukünftigen Pumpenanordnung in Wasserwerk A bei beiden Betriebszuständen genauso gefahren werden. Das bedeutet konkret, dass bei beiden Betriebszuständen nur das Wasserwerk C in Betrieb ist und der Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA}}$ am Ausgang des Regelwerkes A auf die gemessene Druckhöhe von $\bar{H}^n_{\text{WWA},mess} = 84,8$ m eingestellt wird.

In Tabelle 4.19 sind die Ergebnisse der berechneten optimalen Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ für Betriebszustand BZ 12 bei wahrscheinlicher realer Fahrweise mit der zukünftigen Pumpenanordnung in Wasserwerk A dargstellt. Es wird angenommen, dass die Pumpe P12 in Wasserwerk C genauso gefahren wird wie am Messtag. P12 fördert somit, wie bei den Messungen ermittelt, weiterhin $243,7\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ bei einer gemessenen Leistungsaufnahme $N^n_{P12,mess}$ von $84,0$ kW. Die verbleibenden $692,1\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ müssen also vom Regelwerk A bei einem Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA}} = 84,8$ mNN am Ausgang des Wasserwerkes

BZ	$\bar{H}^n_{\text{WWA},mess}$	$\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$	H	H	$N^n_{\text{ges.,mess}}$	$N^n_{\text{ges.,ber.}}$	Einsp.	Einsp.	Betrieb
	mNN	mNN	-	$\frac{h}{d}$	kW	kW	%	€/Jahr	
1	84,70	79,4	12	3	56	43,9	21,6	1987	P4
2	84,70	79,2	6	1,5	72,0	54,4	24,4	1445	P4
3	83,9	79,2	3	0,75	120	62,0	48,3	2382	P4
4	85,00	79,6	2	0,5	112,0	71,9	35,8	1098	P4
5	84,70	81,5	2	0,5	120	88,7	26,1	857	P4
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	85,3	82,6	3	0,75	192	118,6	38,2	3014	P5
8	84,9	81,2	2	0,5	196	122,0	37,8	2026	P5
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	84,7	80,1	4	1,0	252	138,2	45,2	6231	P5
11	84,8	81,7	7	1,75	256	153,1	40,2	9859	P5
12	84,8	82,6	17	4,25	280	167,5	40,2	26177	P5
13	84,9	83,8	11	2,75	284	182,5	35,7	15282	P5
14	84,8	82,1	10	2,5	296	196,2	33,7	13660	P4+P5
15	84,8	82,3	7	1,75	304	196,0	35,5	10348	P5
16	84,8	82,6	1	0,25	304	212,2	30,2	1257	P5
17	84,9	82,0	2	0,5	316	221,3	30,0	2592	P4+P5
18	84,8	81,7	3	0,75	336	232,1	30,9	4266	P4+P5
19	84,9	82,2	1	0,25	344	240,7	30,0	1414	P1
20	84,8	82,8	3	0,75	364	257,8	29,2	4361	P1
								Σ **108256**	

Tabelle 4.18: Zusammenfassung aller Optimierungsrechnungen und deren erzielter Einsparungen der ausgewählten Betriebszustände BZ 1 bis BZ 20 mit zukünftiger Pumpenanordnung bei abgesenktem Druck $\bar{H}^n_{\text{WWA,ber.}}$ am Ausgang des Wasserwerkes A.

gefördert werden. Aus der Graphik in Abbildung 4.4 wird erkennbar, welche Pumpen im Regelwerk A für diesen Förderstrom in Zukunft zum Einsatz kommen. Es ist ersichtlich, dass entweder die Pumpe P2 oder die Pumpe P5 (baugleich) in Kombination mit der Pumpe P12 in Wasserwerk C gefahren werden. Aus dieser Tatsache kann die Leistungsaufnahme N^n_{P2} bzw. N^n_{P5} für den vorgegebenen Förderstrom und der vorgegebenen Druckhöhe $\bar{H}^n_{\text{WWA}} = 84,8$ mNN berechnet werden. Die berechnete Leistungsaufnahme N^n_{P2} beträgt für Pumpe 2 bzw. Pumpe 5 $138,3$ kW. Die Druckhöhen $\bar{H}^n_i$ an allen Knoten des Verteilnetzes entsprechen dabei den gemessenen. Die Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ der Kombination aus P12 und P2 bzw. P12 und P5 ergibt $222,3$ kW.

Gegenüber der gemessenen Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,mess}}$ in Höhe von 280 kW (vgl. Tabelle 4.5) mit aktueller Pumpenanordnung kann allein mit den zukünftigen Pum-

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P2	3,79	-	692,1	138,3	-	-	-
A-P5	3,79	-	-	-	-	692,1	138,3
C-P9	2,13	-	243,7	84,0	-	243,7	84,0
WW A	**84,8**	**84,8**		Σ **222,3**	**84,8**		Σ **222,3**
WW B	84,9	84,9			84,9		
WW C	85,8	85,8			85,8		

Tabelle 4.19: Berechnete Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ für Betriebszustand 12 des wahrscheinlich realen Betriebes der zukünftigen Pumpen ohne Anwendung des Optimierungsmodells.

pen und der wahrscheinlich geplanten realen Betriebsweise die berechnete Gesamtleistungsaufnahme für diesen Betriebszustand um 20,6% reduziert werden. Durch Anwendung des Optimierungsmodells kann die gemessene Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,mess}}$ jedoch um weitere 9,9% auf 30,5% bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A reduziert werden. In Tabelle 4.20 sind die Ergebnisse der berechneten optimalen Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ für Betriebszustand BZ 20 bei wahrscheinlicher realer Fahrweise mit der zukünftigen Pumpenanordnung in Wasserwerk A dargstellt. Auch

Kn.-Nr.	$\bar{h}_{i,\text{geod.}}, \bar{H}^n_{i,mess}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$	$\hat{v}^u_{jk}, \bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$N^n_{jk,\text{ber.}}$
	mNN	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW	$\frac{1}{\text{min}}$, mNN	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	kW
A-P1	3,79	-	1312,5	256,2	-	-	-
A-P3	3,79	-	-	-	-	1312,5	296,2
C-P10	2,13	-	125,4	72	-	125,4	72
WW A	**84,8**	**84,8**		Σ **328,0**	**84,8**		Σ **368,2**
WW B	84,9	84,9			84,9		
WW C	85,8	85,8			85,8		

Tabelle 4.20: Berechnete Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{\text{ges.,ber.}}$ für Betriebszustand 20 des wahrscheinlich realen Betriebes der zukünftigen Pumpen ohne Anwendung des Optimierungsmodells.

hier wird angenommen, dass die Pumpe P10 in Wasserwerk C genauso gefahren wird wie am Messtag. Der Förderstrom Q^n_{P10} beträgt somit, wie bei den Messungen ermittelt, $125,4\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ bei einer gemessenen Leistungsaufnahme N^n_{P10} von 72,0 kW. Regelwerk A muss die verbleibenden $1312,5\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ bei einem Druck von $\bar{H}^n_{\text{WWA}} = 84,8$ mNN am Ausgang des Wasserwerkes fördern. Aus Abbildung 4.4 kann abgelesen werden, dass entweder die Pumpe P1 oder die Pumpe P3 in Kombination mit der Pumpe P10 in Wasserwerk C ge-

fahren werden kann. Die Leistungsaufnahme N_{P1}^n der Pumpe P1 für den vorgegebenen Förderstrom und die vorgegebene Druckhöhe $\bar{H}_{\mathrm{WWA}}^n = 84,8$ mNN errechnet sich zu $256,2$ kW und die Leistungsaufnahme N_{P3}^n für Pumpe P3 errechnet sich zu $296,2$ kW. Die Drücke $\bar{H}_i^n$ an allen Knoten des Verteilnetzes entsprechen auch hierbei den Gemessenen. Die Gesamtleistungsaufnahme $N_{\mathrm{ges.,ber.}}^n$ der Kombination aus P10 und P1 errechnet sich zu $328,0$ kW. Die Gesamtleistungsaufnahme $N_{\mathrm{ges.,ber.}}^n$ für die Kombination aus P10 und P3 errechnet sich zu $368,2$ kW.

Gegenüber der gemessenen Gesamtleistungsaufnahme $N_{\mathrm{ges.,mess}}^n$ in Höhe von 364 kW mit aktueller Pumpenanordnung kann allein mit den zukünftigen Pumpen und der wahrscheinlich geplanten realen Betriebsweise die Gesamtleistungsaufnahme für diesen Betriebszustand um $9,9\%$ reduziert werden. Durch Anwendung des Optimierungsmodells kann die gemessene Gesamtleistungsaufnahme $N_{\mathrm{ges.,mess}}^n$ jedoch um weitere $13,5\%$ auf $23,4\%$ bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A reduziert werden.

4.8.4 Fazit

4.8.4.1 Berechnete Einsparungen - aktuelle Pumpenanordnung

Die Ergebnisse zeigen, dass durch Anwendung des entwickelten Optimierungsmodells Pumpenergieeinsparungen in Abhängigkeit vom Betriebszustand von bis zu **14,7%** möglich sind, ohne dabei den Druck am Ausgang des Regelwerkes A abzusenken. Durch variable Druckabsenkung, unter Einhaltung des Mindestdrucks im Verteilnetz, sind sogar Energieeinsparungen von bis zu **22,3%** durch Anwendung des Optimierungsmodells möglich. Die Höhe des Einsparpotenzials variiert mit jedem Betriebszustand und dem gewünschten Druck im Verteilnetz. Beim Nachtbetrieb ist das Einsparpotenzial ohne variable Druckabsenkung praktisch Null, weil nur eine Pumpe für den Nachtbetrieb verfügbar ist. In diesem Fall kann Pumpenergie ausschließlich durch variable Druckabsenkung eingespart werden.

4.8.4.2 Plausible zusätzliche Einsparungen - aktuelle Pumpenanordnung

Infolge der nicht verfügbaren Kennlinien aller Pumpen des Wasserwerkes C konnten nur die Wasserwerke A und B im Optimierungsmodell berücksichtigt werden. Das maximal mögliche Energieeinsparpotenzial ist, mit Berücksichtigung des Wasserwerkes C im Optimierungsmodell, aufgrund der vielen zusätzlichen Steuerungsmöglichkeiten für bestimmte Betriebszustände vermutlich höher. Zusätzlich gibt es am Messtag nur wenige verwertbare gemessene Betriebszustände, in denen die konstant mit Nenndrehzahl v_{jk}^{0} und Ringkolbenschieberregelung gefahrenen Pumpen P2, P4 und P5 im Regelwerk A in Betrieb sind. Das Energieeinsparpotenzial ist infolge der ineffizienten Ringkolbenschieberregelung bei denjenigen Betriebszuständen, bei denen diese Pumpen in Betrieb sind, sicher noch höher. Die Ursache hierfür ist die Entstehung von Reibungswärme infolge des hohen Widerstandes beim Betrieb des Ringkolbenschiebers. Dazu muss der entsprechende Gesamtförderstrom entweder mit den FU-geregelten Pumpen oder einer Kombination aus den FU-geregelten Pumpen und den ungeregelten Pumpen in den Wasserwerken B und C, unter Einhaltung aller Randbedingungen, bereitgestellt werden können.

4.8.4.3 Berechnete Einsparungen - zukünftige Pumpenanordnung

Die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen zeigen, dass sich bereits ein hohes Energieeinsparpotenzial alleine aus der Erneuerung der 4 Pumpen im Wasserwerk A und deren Umstellung auf FU-Regelung ergibt. Durch das Optimierungsmodell sind jedoch weitere signifikante Einsparungen gegenüber der geplanten realen Fahrweise möglich. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Mit der geplanten zukünftigen Pumpenanordnung und Fahrweise sind gegenüber der Fahrweise mit aktueller Pumpenanordnung bereits **ohne** Anwendung des Optimierungsmodells Einsparungen in Höhe von **20,6%** (BZ12) und **9,9%** (BZ 20) bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A möglich.

2. Durch die **zusätzliche** Anwendung des Optimierungsmodells sind mit der geplanten zukünftigen Pumpenanordnung **weitere** Einsparungen in Höhe von **9,9%** (BZ 12) und **13,5%** (BZ 20) auf insgesamt **30,5%** (BZ 12) und **23,4%** (BZ 20) bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A möglich.

3. Wird der Druck zusätzlich **variabel** im zulässigen abgesenkt, so sind mit der geplanten zukünftigen Pumpenanordnung **und** Anwendung des Optimierungsmodells weitere Einsparungen gegenüber Punkt 1 von **19,6%** (BZ 12) und **20,0%** (BZ 20) auf **40,2%** (BZ 12) und **29,2%** (BZ 20) möglich.

4.8.4.4 Plausible zusätzliche Einsparungen - zukünftige Pumpenanordnung

Auch hier ist das Energieeinsparpotenzial mit Berücksichtigung des Wasserwerkes C, aufgrund der vielen zusätzlichen Steuerungsmöglichkeiten für bestimmte Betriebszustände, vermutlich höher.

KAPITEL 5

Zusammenfassung und Ausblick

5.1 Zusammenfassung

Steigende Energiepreise und sinkende Nachfrage nach Trinkwasser zwingen die Wasserversorgungsunternehmen, besonders in Deutschland, ihre Kosten zu senken und die Effizienz zu erhöhen. Durch die heutzutage verfügbaren leistungsfähigen Computer ist es mittlerweile möglich, vermehrt numerische Simulationsmodelle auf dem Gebiet der Betriebsoptimierung von Wasserverteilnetzen einzusetzen. In Verteilnetzen mit ungünstigen topographischen Randbedingungen ist üblicherweise der Einsatz von Pumpen zur Verteilung des Trinkwassers und der Sicherstellung des Versorgungsdrucks erforderlich. Um die Versorgung mit Trinkwasser zu jeder Zeit, an jedem Ort und mit dem erforderlichen Druck sicherzustellen, ist elektrische Energie für den Betrieb der Pumpen notwendig.

Bei der Steuerung von Pumpwerken in der Praxis bleibt bei den meisten Wasserversorgungsunternehmen bis heute die aktuelle Hydraulik, d.h. Verbrauchs- und Druckzustände an repräsentativen Punkten (Knoten) im Verteilnetz, unberücksichtigt. Diesbezüglich wird das Verteilnetz somit während des Betriebes als „Black Box“ angesehen. In der vorliegenden Arbeit wurde ein numerisches Optimierungsmodell zur Betriebsoptimierung des Einsatzes und des Schaltzeitpunktes von Reinwasserpumpen in Wasserverteilnetzen, unter Berücksichtigung der aktuellen Netzhydraulik, entwickelt und einem Praxistest in einer Versorgungszone ohne Hochbehälter unterzogen. Durch den Einsatz des Optimierungsmodells ist eine erhebliche Einsparung an elektrischer Energie für den Betrieb der Pumpen möglich. Dabei wird die herkömmliche Steuerung des Einsatzes und des Schaltzeitpunktes von Pumpen zur Reinwasserverteilung (ohne Berücksichtigung der aktuellen Netzhydraulik) durch die Steuerung mit dem entwickelten numerischen Optimierungsmodell abgelöst.

Das gesamte Verteilnetz wird dabei als vereinfachtes „semi-virtuelles“ hydraulisches Rohrnetzmodell, dem sogenannten Skelett-Modell, abgebildet. Im Skelett-Modell werden nur diejenigen Rohrnetzelemente (z.B. alle Kreiselpumpen, Behälter und Regelor-

gane) berücksichtigt, die für eine näherungsweise hydraulische Simulation des Verteilnetzes bei den Optimierungsrechnungen im Rahmen der Betriebsoptimierung erforderlich sind. Hierzu müssen einige Knoten im Verteilnetz ausgewählt werden, an denen der aktuelle Druck in Echtzeit, d.h. online, gemessen wird. Die Skelett-Modell-Knoten sind über „virtuelle“ Stränge, die real nicht existieren, miteinander verbunden. Aus einer Reihe von verschiedenen simultan und online gemessenen Knotendruckhöhen an den ausgewählten Skelett-Modell-Knoten und verschiedenen simultan und online gemessenen Förderströmen der Pumpwerke können Näherungslösungen für alle Widerstände dieser „virtuellen“ Stränge berechnet werden. In den achtziger Jahren wurden dazu bereits mathematische Verfahren zur Lösung des Problems vorgeschlagen, die aber weder an theoretischen Beispielen noch an realen Anwendungen getestet wurden. In dieser Arbeit wird deshalb ein neues und praktikables Lösungsverfahren vorgeschlagen. Zum Einsatz kommt hierbei die Singulärwertzerlegung, mit der eine praktische Anwendungsreife des Skelett-Modells als Rohrnetzmodellierungsmethode erreicht werden kann. Die Singulärwertzerlegung erlaubt die Invertierung von Matrizen in schlecht gestellten inversen Problemen.

Bei den Optimierungsrechnungen müssen hydraulische Berechnungen auf Basis des Skelett-Modells als Rohrnetzmodellierungsmethode durchgeführt werden. Hierzu wird das bereits in den achtziger Jahren entwickelte Knoten-Strang-Verfahren eingesetzt. Das Knoten-Strang-Verfahren wurde zuvor weder in der Praxis getestet, noch auf schnelle Konvergenz hin optimiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde es deshalb weiterentwickelt, um die gewünschte Funktionalität des Verfahrens bei den Optimierungsrechnungen zu ermöglichen. Das Ziel war es vor allem, sehr gute Konvergenzeigenschaften bei der Berechnung beliebiger Lastfälle zu ermöglichen. Erreicht wird dies durch eine sinnvolle Auswahl der Startvektoren und eine Modifizierung der Ausgangsgleichungen in Kombination mit der Anwendung der Singulärwertzerlegung bei der Invertierung der Jacobi-Matrix, die unter bestimmten Umständen schlecht konditioniert sein kann.

Das zur Anwendungsreife weiterentwickelte Skelett-Modell wurde in das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte numerische Optimierungsmodell auf Basis der Diskreten Dynamischen Optimierung eingebunden. Die hydraulischen Simulationen erfolgen hierbei mit dem weiterentwickelten Knoten-Strang-Verfahren. Bei der Anwendung des entwickelten Optimierungsmodells steht die Berechnung eines optimalen, d.h. des energieeffizienten Einsatzes jeder einzelnen Pumpe zur Reinwasserverteilung im laufenden Betrieb, d.h. ohne Änderung des aktuellen Bestandes, im Vordergrund. Das Optimierungsmodell berechnet dabei für jeden beliebigen Entnahmezustand im Verteilnetz ein optimales Steuerregime aller Pumpen bei geringstem Pumpenergieverbrauch unter Einhaltung aller Nebenbedingungen (z.B. minimale und maximale Knotendruckhöhen und Behälterwasserstände).

Bei der Modellierung muss stets zwischen Verteilnetzen mit und ohne Hochbehälter unterschieden werden. Bei Verteilnetzen mit Hochbehälter erfolgen die Optimierungsrechnungen über ein gegebenes, in der Zukunft liegendes Zeitintervall. Die Länge dieses Zeitintervalls beträgt in der Regel 24 Stunden. Das untersuchte Zeitintervall wird in Teilintervalle diskretisiert. Innerhalb dieser diskreten Teilintervalle sind die Variablen der Zielfunktion (z.B. Knotenentnahmeströme, Steuerindex der Pumpen) konstant. Die Knotenentnahmeströme müssen dabei für jedes gegebene Zeitintervall prognostiziert werden. Alternativ zum Skelett-Modell kann bei Verteilnetzen mit Hochbehälter auch ein konventionelles geeichtes hydraulisches Rohrnetzmodell als Rohrnetzmodellierungsmethode verwendet werden.

Bei Verteilnetzen ohne Hochbehälter erfolgt die Optimierung direkt online, d.h. mit in Echtzeit und simultan gemessenen Knotendruckhöhen an den Skelett-Modell-Knoten. Die Knotenentnahmeströme werden dann mit Hilfe eines im Rahmen dieser Arbeit entwickelten mathematischen Verfahrens auf Basis des Skelett-Modells direkt aus den simultan gemessenen Knotendruckhöhen und den simultan gemessenen Förderströmen der Pumpwerke berechnet. Mit den so berechneten bzw. prognostizierten Knotenentnahmeströmen kann mit dem Optimierungsmodell zu jeder Zeit eine optimale Steuerung jeder einzelnen Reinwasserpumpe für ein beliebiges Verteilnetz berechnet werden. Auch hier werden diskretisierte Zeitintervalle untersucht, innerhalb der die Variablen der Zielfunktion als konstant betrachtet werden.

Das entwickelte numerische Optimierungsmodell zur Betriebsoptimierung des Einsatzes und Schaltzeitpunktes von Reinwasserpumpen wurde mit der im Rahmen dieser Arbeit geschilderten Funktionalität in MATLAB implementiert. Dazu wurden zu Beginn diverse Tests mit verschiedenen Modellnetzen durchgeführt. Nach erfolgreichem Abschluss der theoretischen Test folgte ein Praxistest in einer ausgewählten Versorgungszone ohne Hochbehälter eines großen deutschen Wasserversorgungsunternehmens mit insgesamt 3 Wasserwerken. Dazu wurden im ersten Schritt verschiedene Knoten für das Skelett-Modell im Verteilnetz ausgewählt. An diesen Knoten wurde der Druck im Rahmen eines Messprogramms über zwei Tage kontinuierlich und simultan gemessen. Zusammen mit den im gleichen Zeitraum simultan gemessenen Förderströmen der Wasserwerke wurde daraus das Skelett-Modell für die untersuchte Versorgungszone abgeleitet. Nach erfolgreicher Überprüfung der Eignung dieser Rohrnetzmodellierungsmethode wurde das Skelett-Modell in das neu entwickelte Optimierungsmodell integriert. Ein weiteres Ziel des Praxistests war es, das Pumpenergieeinsparpotenzial durch Anwendung des Optimierungsmodell, gegenüber der in der Praxis verwendeten Steuerungsweise der Pumpen, zu berechnen. Dazu wurden vom koopererierenden Wasserversorgungsunternehmen alle erforderlichen Kenndaten für die Wasserwerke A und B zur Verfügung gestellt. Wasserwerk C konnte jedoch, aufgrund fehlender Daten, bei den Optimierungsrechnungen nicht berücksichtigt werden.

Bei den Optimierungsrechnungen wurde, in Abhängigkeit vom untersuchten Betriebszustand, ein teilweise hohes Energieeinsparpotenzial ermittelt. Bereits mit den aktuell vorhandenen Pumpen sind, in Abhängigkeit vom untersuchten Betriebszustand, Pumpenergieeinsparungen von bis zu **14,7%** möglich. Dabei ist der Druck am Ausgang des Regelwerkes A nicht abgesenkt. Durch variable Druckabsenkung und Anwendung des Optimierungsmodells erhöhen sich die Energieeinsparungen, unter Einhaltung des Mindestversorgungsdrucks im Verteilnetz, auf bis zu **22,3%**. Die Höhe des Einsparpotenzials ist dabei abhängig vom untersuchten Betriebszustand.

Alle Pumpen des Regelwerkes A, die derzeit konstant mit Nenndrehzahl und Ringkolbenschieberregelung gefahren werden, werden im Rahmen eines geplanten Pumpenaustauschs gegen neue FU-geregelte Pumpen ersetzt. Alle Kenndaten der zukünftig geplanten Pumpen wurden ebenfalls vom Wasserversorgungsunternehmen bereitgestellt. Bereits durch den Austausch der Pumpen sind mit der zukünftig geplanten realen Fahrweise, ohne Anwendung des Optimierungsmodells, Pumpenergieeinsparungen von bis zu **20,6%** möglich. Durch die zusätzliche Anwendung des Optimierungsmodells sind gegenüber der zukünftig geplanten realen Fahrweise ohne Optimierungsmodell bei **gleichem** Druck am Ausgang des Regelwerkes A weitere Einsparungen von bis zu **13,5%** möglich. Wird der Druck zusätzlich **variabel** abgesenkt, so sind, in Abhängigkeit vom untersuchten Betriebszustand, mit der Anwendung des Optimierungsmodells weitere Einsparung gegenüber der zukünftig geplanten realen Pumpenfahrweise von bis zu **20%** möglich.

Die Anwendung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten numerischen Optimierungsmodells zur Steuerung von Pumpen kann zur Reduktion des Pumpenergieverbrauchs im laufenden Betrieb eines Wasserverteilnetzes beitragen. Hierzu sind Druckmessgeräte an ausgewählten Knoten als notwendige zusätzliche Hardware erforderlich. Die Ergebnisse des Praxistest zeigen am Beispiel einer Versorgungszone ohne Hochbehälter, dass die herkömmliche Steuerung von Pumpen und Pumpwerken teilweise ineffizient ist und somit durch die Anwendung des entwickelten numerischen Optimierungsmodells hohe Energieeinsparungen beim aktuellen Betrieb der Pumpen möglich sind.

5.2 Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass durch die Anwendung des numerischen Optimierungsmodells ein großes Potenzial zur Reduktion des Pumpenergieverbrauchs vorhanden ist. Deshalb ist eine weitergehende Forschung, die zur praktischen Anwendung des entwickelten numerischen Optimierungsmodells in Wasserversorgungsunternehmen führt, sehr wünschenswert. Praktische Anwendung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass das entwickelte numerische Optimierungsmodell die bisher praktizier-

te Pumpensteuerung ersetzt. Hierzu sollte im ersten Schritt die Durchführbarkeit und die Zuverlässigkeit von Onlinedruckmessungen untersucht werden. Im nächsten Schritt wird die aktuelle Steuerung der Pumpen auf eine Steuerung mit dem in MATLAB programmierten Optimierungsmodell umgestellt. Dazu muss unter anderem geklärt werden, wie mit möglichen Störungen (z.B. Systemausfall durch Betriebssystemabstürze, Ausfall einer oder mehrerer Druckmessstellen) umgegangen wird. Weiterhin sollte untersucht werden, wie viele Knoten für die Rohrnetzmodellierung mit dem Skelett-Modell, in Abhängigkeit vom untersuchten Wasserverteilnetz minimal notwendig bzw. maximal sinnvoll sind, um ausreichend genaue Ergebnisse bei möglichst geringem Aufwand erzielen zu können.

In Verteilnetzen mit Hochbehälter sind, infolge der in der Praxis häufig angewendeten veralteten Pumpensteuerungsweise (Steuerung nach Behälterwasserstand ohne Berücksichtigung der aktuellen Netzhydraulik), ebenfalls Pumpenergiekosteneinsparungen durch Anwendung des entwickelten numerischen Optimierungsmodells möglich. Es konnte im Rahmen dieser Arbeit kein Praxistest in einem Verteilnetz mit Hochbehälter durchgeführt werden. Somit sind in Verteilnetzen mit Hochbehältern weitere Untersuchungen erforderlich, um das Energieeinsparpotenzial zu quantifizieren und die Zulässigkeit der Anwendung des Skelett-Modells als Rohrnetzmodellierungsmethode zu verifizieren. Weiterhin sollte geklärt werden, inwieweit der Wasserverbrauch mit Hilfe von Prognosemodellen zuverlässig prognostiziert werden kann. Möglichst genaue Wasserverbrauchsprognosen an allen Modellknoten sind in Verteilnetzen mit Hochbehälter essentiell. Bei der weiteren Entwicklung von zuverlässigen Wasserverbrauchsprognosemodellen ist dementsprechend weitergehende Forschungsarbeit notwendig. Am Fachgebiet Wasserversorgung und Grundwasserschutz, Institut WAR der Technischen Universität Darmstadt ist derzeit eine Dissertation[1] zum Thema Wasserverbrauchsprognose mit numerischen Modellen in Bearbeitung.

Die betrachtete Zielfunktion im Rahmen der Betriebsoptimierung ist eine Funktion der Pumpenergiekosten. Diese Zielfunktion kann prinzipiell beliebig um weitere Variablen erweitert werden. Eine Berücksichtigung der Kosten je Kubikmeter Wasser und Wasserwerk ist beispielsweise problemlos möglich. Eine Erweiterung der Zielfunktion, die die Änderungen von Wassergüteparameter innerhalb des Verteilnetzes (z.B. mikrobiologische Parameter, Chlorzehrung und Kalk-Kohlensäure-Gleichgewicht) betrachtet, ist jedoch sehr anspruchsvoll. Hierzu muss geklärt werden, ob das Skelett-Modell als Rohrnetzmodellierungsmethode grundsätzlich geeignet ist.

Ein äußerst interessanter Forschungsbereich ist die Verknüpfung des entwickelten numerischen Optimierungsmodells mit der Langzeitoptimierung (Entwurfsplanung). In der Vergangenheit wurde bei einem Pumpenaustausch die Auswahl der neuen Pumpen häu-

[1] Eren O.: Dissertation in Bearbeitung

fig nur nach rein hydraulischen Aspekten getroffen. Die während des Betriebes der neuen Pumpen anfallenden Pumpenergiekosten wurden dabei nicht näher betrachtet. Die Ergebnisse dieser Arbeit haben jedoch nicht nur gezeigt, dass das Einsparpotenzial an Pumpenergiekosten durch eine optimale Pumpensteuerung sehr groß ist, besonders bei häufig auftretenden Betriebszuständen. Auch die Auswahl der Pumpen bei einem Pumpentausch (z.B. Einbauort, Kennlinien, FU-Regelung und Anzahl), die Einteilung der Druckzonen (z.B. Versorgung hydraulisch ungünstiger Bereiche kleiner Größe durch Druckerhöhungsanlagen statt Vorhaltung eines hohen Versorgungsdrucks im gesamten Netz) und der Betrieb des gesamten Verteilnetzes (Verbundbetrieb, autarker Betrieb einzelner Versorgungszonen etc.) haben einen sehr großen Einfluss auf die sich daraus ergebenden Pumpenergiekosten im laufendem Betrieb. Da die Pumpen in der Regel über einen sehr langen Zeitraum von Jahren bis Jahrzehnten in Betrieb sind, muss auch hier die Entwicklung des Wasserbedarfs, z.B. infolge von Änderungen der Netzstruktur und des Verbraucherverhaltens, innerhalb dieser Zeitperiode mit berücksichtigt werden.

KAPITEL 6

Literaturverzeichnis

Anderson P., Arrow K. und Pines D. (1988): The Economy as an Evolving Complex System. Addison-Wesley, Redwood City.

Azzouz M. (2006): Entwicklung und Tests von Algorithmen für die Impedanztomographie. Dissertation am Fachbereich Physik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.

Barger V., Gottschalk T. und Halzen F. (1986): Physics Simulations at High Energy. World Scientific, Singapore.

Bayerisches Staatsministerium für Wirtschaft, Infrastruktur, Verkehr und Technologie (2007): Internetartikel - www.stmwivt.bayern.de. Prinzregentenstraße 28, 80538 München.

Beilke G. (2006): Beitrag zur Anwendung hydraulischer Rohrnetzmodelle für die Wassergütemodellierung. Dissertation an der Technischen Universität Dresden, Institut für Siedlungs- und Industriewasserwirtschaft. In: Dresdner Berichte; Band 26.

Beilke G. und Wiegleb K. (2000): Hydraulische Rohrnetzmodelle. WWT/AWT 50 H.8, S. 16-20.

Bellman R.E. (1957): Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton.

Berghout B.L. und Kuczera G. (1997): Network linear programming as pipe network hydraulic analysis tool. In: ASCE Journal of Hydraulic Engineering 123, Nr. 6, S. 549-559.

Biscos C. (2003): Optimal operation of water distribution networks by predictive control using MINLP. Pollution Research Group, School of Chemical Engineering, University of Natal, Durban, 4041, South Africa.

BGW-Wasserstatistik (2006): Wasserstatistik des Bundesverbandes der deutschen Gas-

und Wasserwirtschaft (BGW). Reinhardtstr.14, 10117 Berlin, Internet: www.bgw.de.

Blättel B., Koch V. und Mosel U. (1993): Transport-Theoretical Analysis of Relativistic Heavy- Ion Collisions. Reports on Progress in Physics, 56:1.

Bockstette, C. (2003): Konzerninteressen, Netzwerkstrukturen und die Entstehung einer europäischen Verteidigungsindustrie - Eine Fallstudie am Beispiel der Gründung der „European Aeronautic, Defence and Space Company“ (EADS). Verlag Dr. Kovac, Hamburg.

Böhme H., Barkhoff J. und Jeanne R. (2004): Netzwerke. Eine Kulturtechnik der Moderne. Köln.

Bornitz U. (1980): Beitrag zur Modellierung und Analyse von Wasserverteilungssystemen für die Prozessführung. Dissertation an der Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen des Wissenschaftsrates der Technischen Universität Dresden.

Boulos P.F., Wu Z., Orr C.H., Moore M., Hsiung P. und Thomas D. (2000): Optimal Pump Operation of Water Distribution Systems Using Genetic Algorithm. H2ONET - Users Guide, MW Software INC.

Boulos P.F. (2000): Optimal Pump Operation Of Water Distribution Systems Using Genetic Algorithms. MW Soft, Inc. 300 North Lake Avenue, Suite 1200 Pasadena, CA 91101 USA.

Boysen S., Bühring F., Franzius C. et al. (2007): Netzwerke. Baden-Baden: Nomos 2007. (Beiträge der 47. Assistententagung Öffentliches Recht, Berlin)

Broch, J. Rassiller M. und Scholl D. (Hrsg.) (2007): Netzwerke der Moderne. Erkundungen und Strategien. Würzburg: Königshausen & Neumann. (Forum '- Studien zur Moderneforschung 3).

Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2006): Energieversorgung für Deutschland - Statusbericht für den Energiegipfel am 3. April 2006. Berlin.

Bunge M. (1967): Scientific Research II. Springer-Verlag, Berlin.

Burgschweiger J., Gnädig B. und Steinbach M. C. (2005a): Optimierte Tagesplanung im Berliner Trinkwassernetz. Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, D-14195 Berlin-Dahlem.

Burgschweiger J., Gnädig B. und Steinbach M. C. (2005b): Optimization Models for Operative Planning in Drinking Water Networks. Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, D-14195 Berlin-Dahlem.

Burgschweiger J., Gnädig B. und Steinbach M. C. (2005c): Nonlinear Programming Techniques for Operative Planning in Large Drinking Water Networks. Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, D-14195 Berlin-Dahlem.

Burgschweiger J. (2006): Betriebsoptimierung im Berliner Trinkwassernetz. In: 79. Darmstädter Seminar -Wasserversorgung-, Schriftenreihe des Instituts WAR, 117, Verein zur Förderung des Instituts WAR (Hrsg.), Technische Universität Darmstadt.

Bronstein I.N. und Semendjajew K.A. (1987): Taschenbuch der Mathematik. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig.

Can E. K. und Houck M. H. (1984): Real-time reservoir operations by goal programming. Journal of Water Resources Planning and Management, S. 297-309.

Carpentier P. und Cohen G. (1984): Decomposition, Coordination and Aggregation in the Optimal Control of a Large Water Supply Network. Proc., IFAC World Congress, Budapest, Hungary, July.

Carpentier P. und Cohen G. (1993): Applied mathematics in water supply networks management. Automatica, S. 1215-1250.

Cembrano G., Wells G., Quevedo J., Perez R. und Argelaguet R. (2000): Optimal control of a water distribution network in a supervisory control system. Control Engineering Practice, S. 1177-1188.

Cembrowicz R.G. et al. (2007): Entwicklung des Computerprogramms KANET. Institut für Wasser und Gewässerentwicklung, Bereich Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe, URL: www.iwk.uni-karlsruhe.de/kanet.php.

Cembrowicz R.G. (1990): Steuerungsoptimierung eines Wasserversorgungssystems. Zeitschrift GWF Wasser/Abwasser 131, Nr. 10, S. 550-562.

Chenoweth H. (1974): Pipe Network Analysis. In: JAWWA, 76 (7), S. 66-69.

Cohen D., Shamir U. und Sinai G. (2000): Optimal operation of multi-quality water supply systems - II: The Q-H model. Engineering Optimization, S. 687-719.

Cohen G. (1982): Optimal Control of Water Supply Networks, Optimization and Control of Dynamic Operational Models. S.G. Tzafetas, ed., North Holland, S. 251-276.

Collins A.G. und Johnson L.R. (1975): Finite-Element-Method for Water-Distribution Networks. In: JAWWA, 75 (7), S. 385-389.

Coulbeck B., Tennant S.T. und Orr C.H. (1985): Development of a demand prediction program for use in optimal control of water supply. Syst. Sci. J., II (1), S. 56-66.

Coulbeck B. et al. (1988a): A hierarchical approach to optimized control of water distribution systems. I: Decomposition, Optim. Control Appl. Methods, 9 (1988), S. 51-61.

Coulbeck B. et al. (1988b): A hierarchical approach to optimized control of water distribution systems. II: Lower-level algorithm. Optim. Control Appl. Methods, 9 (1988), S. 109-126.

Dano S. (1975): Nonlinear and Dynamic Programming. Springer, Wien, New York.

Dantzig G.B. (1956): The Simplex Method. s. Publications - Rand Corporation. Publications. P-891.

Demuth H., Beale M., Hagan M. (2006): Neural Network Toolbox User's Guide. Version 5, The MathWorks, Natic, USA.

DENA (2007): Initiative Energie-Effizienz - energieeffiziente Systeme in Industrie und Gewerbe. Deutsche Energie-Agentur GmbH (dena), Chausseestraße 128a, 10115 Berlin.

Deuerlein J. et al. (2003): Simulation der Hydraulik von Wasserversorgungsnetzen mit Kontrollarmaturen - in: GWF Wasser/Abwasser 144 Nr. 7-8, S. 509-515.

Deuerlein J. (2002): Zur hydraulischen Systemanalyse von Wasserversorgungsnetzen. Dissertation am Institut Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe.

Diba A.P., Louie W.F. und Yeh W.W.-G. (1995): Planned operation of large-scale water distribution system. J. Water Resour. Plng. Mgmt., S. 260-269.

DIN 61250 (1967): Netztuche für die Fischerei. Grundbegriffe, Berlin/Köln.

Domschke W. und Drexl A. (2007): Einführung in Operations Research. 7. Auflage. Springer, Berlin, Kapitel 2.

DVGW W 302 (1981): Hydraulische Berechnung von Rohrleitungen und Rohrnetzen; Druckverlust-Tafeln für Rohrdurchmesser von 40-2000 mm. DVGW Deutsche Vereinigung des Gas- und Wasserfaches e.V., Bonn.

Eren O.: Numerisches Kurzzeit-Wasserbedarfsprognosemodell zur Ermittlung von optimalen Steuerstrategien im Wasserverteilungssystem. Dissertation in Bearbeitung am Fachgebiet Wasserversorgung und Grundwasserschutz, Institut WAR, Technische Universität Darmstadt.

Ernst A.T. (1996): Continuous-time quadratic cost flow problems with applications to water distribution networks. Journal of the Australian Mathematical Society, 37, S. 530-548.

Franklin A. (1986): The Neglect of Experiment. Cambridge University Press, Cambridge.

GAMS (1988): A Users Guide. Redwood City.

Gerke P.R. (1982): Neue Kommunikationsnetze. Berlin/Heidelberg/New York.

Golub G. und Kahan W. (1965): Calculating the singular values and pseudo-inverse of a matrix. SIAM J. Num. Anal. (Series B), 2(2): S. 205-224.

Golub G. und Reinsch C. (1970): Singular value decomposition and least squares solutions. Num. Math., 14: S. 403-420, 1970.

Gruhler R. (1988): Kurzfristige Wasserbedarfsprognose sowie Anwendung der Dynamischen Optimierung für die Prozessführung der Wasserverteilung. Dissertation, Technische Universität Dresden.

Habbob M.H. (2005): ALPOPT.NET, Programmpaket zur Steuerungsoptimierung von Wasserverteilnetzen mit Hochbehälter auf Basis des Skelett-Modells, Sektion Umweltingenieurwesen, Fakultät für Bauingenieurwesen, Aleppo Universität, Syrien

Habbob M.H. und Vetters K. (1987a): Das Knoten-Strang-Verfahren - eine neue Methode der hydraulischen Rohrnetzberechnung. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden 36, Heft 6, Hrsg.: Der Rektor.

Habbob M.H. und Vetters K. (1987b): Das Skelett-Modell - ein neues Verfahren zur Rohrnetzmodellierung. Manuskript der Sektion Mathematik, Technische Universität Dresden.

Habbob M.H. (1987): Beitrag zur Modellierung und optimalen Steuerung von Wasser-

verteilungssystemen. Dissertation an der Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen des Wissenschaftsrates der Technischen Universität Dresden.

Walski T. M., Chase D. V., Savic D. A., Grayman W., Beckwith S. und Koelle E. (2003): Advanced Water Distribution Modelling And Management - First Edition. Haestad Methods, Haestad Press, Waterbury, CT USA.

Hähnlein C. und Urban W. in GWA (2006): 39. Essener Tagung für Wasser- und Abfallwirtschaft vom 29.3. - 31.3.2006. Institut für Siedlungswasserwirtschaft der RWTH Aachen (Hrsg.), S. 19/1-19/15.

Hansen C.T., Madsen K. und Nielsen H.B. (1988): Optimization of pipe networks. The Danish Center for Applied Mathematics and Mechanics, Institute for Numerical Analysis, The Technical University of Denmark.

Hartmann S. (1996): The World as a Process - Simulations in the Natural and Social Sciences. In: R. Hegselmann et al. (Hrsg.): Modelling and Simulation in the Social Sciences from the Philosophy of Science Point of View. Kluwer, Dordrecht, (Theory and Decision Library), S. 77-100.

Hermann C. und Hermann M. (1972): An Attempt to Simulate the Outbreak of World War I. In: Guetzkow H., Kotler P. und Schultz R. (eds.). Simulations in Social and Administrative Science: Overview and Case-Examples. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., S. 340-363.

Hitchcock F.L. (1941): The distribution of a product from several sources to numerous localities. In: Journal of Mathematical Physics, Bd. 20, 1941, S. 224-230.

Hüftle M. (2006): Dynamische Optimierung. Artikel der Heureka OptiV, Universität Hannover.

Höcker A. und Kartvelishvili V. (1995): SVD Approach to Data Unfolding. Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, IN2P-CNRS et Université de Paris-Sud, F-91405 Orsay.

Hoke G. (1965): Die iterative Verhältnisrechnung für vermaschte Rohrnetze zur Bestimmung der Wasserverteilung und Rauigkeitsbeiwerte bei gemessener Druckverteilung anhand von mindestens 2 Betriebszuständen. Unveröffentlichtes Handout eines Referates, Hamburg.

Hoyer W. (1984): Newton-Type Decomposition Methods for Equations Arising in Network Analysis. In: Z. f. Angew. Math. und Mech. (ZAMM), 64, S. 397-405.

Humphreys P. (1991): Computer Simulations. In Fine A., Forbes M. and Wessels L., PSA 1990, Vol. 2, S. 497-506, East Lansing.

Humphreys P. (1994): Numerical Experimentation. In P. Humphreys (ed.), Patrick Suppes: Scientific Philosopher, Vol. 2, S. 103-121, Dordrecht.

Humphreys P. (1995): Computational Empiricism. Foundations of Science, 1:119-130.

Ingenieurbüro Fischer-Uhrig (2003): STANET Netzberechnung. Benutzerhandbuch Version 7.3, Ingenieurbüro Fischer-Uhrig, Berlin.

Joalland G. und Cohen G. (1980): Optimal Control of a Water Distribution Network by two Multilevel Methods. Automatica, 16, S. 83-88.

Kalman D. (2002): A Singularly Valuable Decomposition: The SVD of a Matrix. The American University Washington, DC 20016.

Kantorowitsch L.W. (1939): Mathematische Methoden in der Organisation und Planung der Produktion. Moskau.

Kippenhahn R. und Weigert A. (1991): Stellar Structure and Evolution. Springer, Berlin.

Kistner A. (2004): Optimierungsverfahren mit Anwendungen. Materialien zur Vorlesung, Institut für Mechanik, Universität Stuttgart.

Klempous R., Kotowski J., Nikodem J. und Ulasiewicz J. (1997): Optimization algorithms of operative control in water distribution systems. Journal of Computational and Applied Mathematics, 84, S. 81-99.

Krämer-Badoni T., Grymer H. und Rodenstein M. (1971): Zur sozioökonomischen Bedeutung des Automobils. Frakfurt.

Lam Chan F. (1973): Discrete Gradient Optimization of Water Systems. In: ASCE, Vol. 99, No. HY6, S. 863-872.

Laymon R. (1985): Idealizations and the Testing of Theories by Experimentation. In P. Achinstein, O. Hannaway (eds.), Observation, Experiment, and Hypothesis in Modern Physical Science, S. 127-146, Cambridge, Mass.

Lenk H. und Ropohl G. (1978): Systemtheorie als Wissenschaftsprogramm. Athenäum, Königstein.

Lind H. (1993): A Note on Fundamental Theory and Idealization in Economics and Physics. British Journal for the Philosophy of Science, 44: S. 493-503.

Linde H. (1972): Sachdominanz in Sozialstrukturen. Mohr, Tübingen.

Ludewig D. (1971): Beitrag zur Rohrnetzberechnung mit Digitalautomaten. In: WWT - Berlin 21 (5), S. 160-166.

Ludewig D. (1985): Bemerkungen zur knotenorientierten Rohrnetzberechnung. In: WWT - Berlin 35 (8), S. 179-181.

Ludewig D. (1989): Druckrohrnetzberechnung. In: Bollrich G. (1989): Technische Hydromechanik, Band 2, VEB-Verlag für Bauwesen, Berlin, 1. Auflage, Abschnitt 3.

Moore E.H. (1920): Bull. Amer. ;ath. Soc., 26, 394-395.

MWH Soft (2007): H2ONET DESIGNER. 300 North Lake Avenue, Suite 1200, Pasadena, CA 91101 USA, URL: www.mwhsoft.com.

Moler C. (2006): Professor SVD. The MathWorks, Inc. MATLAB, Newsletter.

Murray D. M. und Yakowitz S. J. (1979): Constrained differential dynamic programming to multireservoir control. Water Resources Research, 15, S. 223-235.

Nemhauser G.L. (1966): Introduction to Dynamic Programming. Wiley, New York, London, Sydney.

Ohse D. (1998): Quantitative Methoden der Betriebswirtschaftslehre. Franz Vahlen, München.

Orr C. H., Parker M. A. und Tennant S. T. (1990): Implementation of on-line control scheme for city water system. Journal of Water Resources Planning and Management, S. 708-726.

Ostermann K. (1991): Pumpentechnik in der Wasserversorgung. Verlagsgesellschaft Rudolf Müller GmbH, Köln.

Papageorgiou M. (1984): Optimal control of generalized flow networks. In: System Mo-

delling and Optimization, Proc. 11th IFIP Conf., Copenhagen 1983, vol. 59 of Lect. Notes Control Inf. Sci., Berlin, S. 373 - 382.

Pelka W. et al. in Rouvè G. (Hrsg.) (1984): Variationsverfahren und Verfahren gewichteter Residuen zur Berechnung stationärer Strömungsvorgänge in verzweigten und vermaschten Rohrleitungssystemen. Mitteilungen des Institutes für Wasserbau und Wasserwirtschaft, Rheinisch - Westfälische Technische Hochschule Aachen, ISSN 0343-1045.

Penrose R. (1955): A Generalized Inverse for Matrices. Cambridge Philosophical Soc., 51, 406-413.

Plesa A.C. (2005): Nichtlineare Optimierung mit dem Levenberg-Marquardt-Algorithmus, Kalibrierung und Selbstkalibrierung optischer Messsysteme. Lehrstuhl für Numerische Mathematik und Analysis, Prof. Dr. Donner, Universität Passau.

Press W. H. et al. (1992): Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing. (2. Aufl.), Cambridge University Press.

Radgen P. (2006): Das Motor Challenge Programm (MCP). Fraunhofer Institut Systemtechnik und Innovationsforschung (Fraunhofer ISI), Breslauerstr. 48, D-76139 Karlsruhe, Deutschland.

Rao A.S. (1977a): Extended Period Simulation of Water Systems, Part A. In: J. Hydr. Div. ASCE 103, S. 97-108.

Rao A.S. (1977b): Extended Period Simulation of Water Systems, Part B. In: J. Hydr. Div. ASCE 103, S. 281-294.

Redhead M. (1980): Models in Physics. British Journal for the Philosophy of Science, 31: S. 145- 163.

Ropohl G. (1988): Allgemeine Technologie der Netzwerke. In: Technikgeschichte, Beiträge über die geschichtliche Entwicklung der Technik in ihren wissenschaftlichen, gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und politischen Zusammenhängen, Bd. 56.

Rossman L.A. (2000): EPANET 2 - Users Manual, National Risk Management Research Laboratory. Office of Research and Development, United States Environmental Protection Agency, Cincinnati, OH 4528.

Ropohl G. (1988): Allgemeine Technologie der Netzwerke. In: Technikgeschichte, Beiträge über die geschichtliche Entwicklung der Technik in ihren wissenschaftlichen, ge-

sellschaftlichen, wirtschaftlichen und politischen Zusammenhängen, Bd. 56.

Sakarya A.B.A. und Mays L.W. (2000): Optimal operation of water distribution pumps considering water quality. Journal of Water Resources Planning and Management, S. 210-220.

Schnegelsberg G. (1971): Systematik der Textilien. Grundlagen für eine Formanalyse. Wilhelm Goldmann Verlag, München.

Schröder W. und Pelka W. (1986): Rohrnetzberechnung mit Finiten Elementen. In: GWF-Wasser/Abwasser 127 (H.8), S. 393.

Schultz R. und Sullivan E. (1972): Developments in Simulation in Social and Administrative Science. In: Guetzkow H., Kotler P. und Schultz R. (eds.). Simulations in Social and Administrative Science: Overview and Case-Examples. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., S. 3-50.

Sherali H.D., Subramanian S. und Loganathan G.V. (2001): Effective relaxations and partitioning schemes for solving water distribution network design problems to global optimality. J. Glob. Optim., 19, S. 1-26.

Stewart G.W. (1992): On the Early History of the Singular Value Decomposition. University of Maryland, Institute for Advanced Computer Studies, Department of Computer Science.

Sturm M. und Vetters K. (1985a): Optimale Steuerung von Wasserverteilungssystemen - Modellierung und Lösungsansätze. Manuskript der Sektion Mathematik, Technische Universität Dresden.

Sturm M. et al. (1985b): Beitrag zur Prozessführung der Wasserverteilung. Dissertation an der Fakultät für Bau-, Wasser- und Forstwesen des Wissenschaftsrates der Technischen Universität Dresden.

SUN Y.-H. et al. (1995): Generalized network algorithm for watersupply-system optimization. J. Water Resour. Plng. Mgmt., S. 392-398.

Wiegleb K. und Beilke G. (1999): Hydraulische Rohrnetzmodelle und ihre Anwendung in der Wasserverteilung. Dresdner Berichte 13, Technische Universität Dresden, S. 175-194.

Wilson R.L., Reely B.T. und Cox M. (1997): The water resource management system

(WREMS): Linking data management and operational optimization. Ann. Oper. Res., 72, S. 105-124.

Wood D.J. und Carl O.A.C. (1972): Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory. In: Proc., ASCE, J. Hydr. Div., Vol. 98, No. HY7, S. 1157 - 1170.

Young B. (2000): Analysis and optimization of looped water distribution networks. J. Aust. Math. Soc., Ser. B, 41, S. 508-526.

Zessler U. und Shamir U. (1989): Optimal operation of water distribution systems. Journal of Water Resources Planning and Management, S. 737-751.

Zimmermann H.-J. (2006): Operations Research. Vieweg, Wiesbaden.

Anhang A

Knoten-Strang-Verfahren

A.1 Startvektoren und Berechnungsergebnisse

Knotennr.	$\bar{c}_i$	Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$	Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$	Startvektor $\vec{H}_i^0(3)$	$\bar{H}_{i,\text{ber.}}$
	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	mNN	mNN	mNN	mNN
13	97,08	85,75	92	0	92,46
14	44,43	82,09	79	0	79,31
15	125,28	90,01	78	0	78,84
16	24,83	82,70	86	0	86,70
17	76,55	87,52	87	0	87,96
18	90,40	78,75	81	0	81,36
19	73,84	82,99	80	0	80,74
20	57,87	84,98	80	0	80,70
21	52,98	84,08	79	0	79,48
22	163,72	85,87	79	0	79,17
23	26,02	86,63	79	0	79,31
24	34,16	79,59	79	0	79,37
25	123,38	90,58	79	0	79,20
26	121,42	88,56	79	0	79,45
27	156,52	89,08	78	0	78,84
28	99,34	89,41	78	0	78,90
29	69,78	87,38	79	0	79,23
30	52,90	80,81	79	0	79,77
31	55,41	81,82	79	0	79,77
32	49,95	86,77	82	0	81,73
33	51,32	85,52	82	0	81,93
34	54,32	78,83	82	0	82,00
35	83,55	79,25	87	0	87,18
36	23,02	81,80	88	0	87,42
37	136,37	83,73	82	0	79,53
38	50,11	84,64	78	0	78,98
39	173,28	90,73	78	0	78,96

Tabelle A.1: Verschiedene Startvektoren für die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$, sowie Ergebnisse der Berechnungen des Lastfalls I mit dem Knoten-Strang-Verfahren bei konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ und zukünftigem Pumpenkonzept.

Q_{P1-13}	Q_{P2-13}	Q_{P3-13}	Q_{P4-13}	Q_{P5-13}	Q_{P6-13}	Q_{P7-14}	Q_{P8-14}	Q_{P9-14}
0	988,32	0	0	988,32	0	0	190,13	0
$\bar{R}_{P1-13}$	$\bar{R}_{P2-13}$	$\bar{R}_{P3-13}$	$\bar{R}_{P4-13}$	$\bar{R}_{P5-13}$	$\bar{R}_{P6-13}$	$\bar{R}_{P7-14}$	$\bar{R}_{P8-14}$	$\bar{R}_{P9-14}$
10	10	10	10	10	10	10	10	10
Q_{P10-15}	Q_{P11-15}	Q_{P12-15}	$\bar{Q}_{13-17}$	$\bar{Q}_{13-35}$	$\bar{Q}_{13-36}$	$\bar{Q}_{14-21}$	$\bar{Q}_{14-22}$	$\bar{Q}_{14-23}$
0	0	0	760,35	651,97	467,44	-75,541	90,271	-16,073
$\bar{R}_{P10-15}$	$\bar{R}_{P11-15}$	$\bar{R}_{P12-15}$	$\bar{R}_{13-17}$	$\bar{R}_{13-35}$	$\bar{R}_{13-36}$	$\bar{R}_{14-21}$	$\bar{R}_{14-22}$	$\bar{R}_{14-23}$
10	10	10	101	161	299	399	213	288
$\bar{Q}_{14-38}$	$\bar{Q}_{15-27}$	$\bar{Q}_{15-28}$	$\bar{Q}_{15-38}$	$\bar{Q}_{16-17}$	$\bar{Q}_{16-34}$	$\bar{Q}_{16-35}$	$\bar{Q}_{17-18}$	$\bar{Q}_{18-20}$
147,38	14,098	-66,097	-72,756	-221,55	385,73	-189,02	462,26	185,39
$\bar{R}_{14-38}$	$\bar{R}_{15-27}$	$\bar{R}_{15-28}$	$\bar{R}_{15-38}$	$\bar{R}_{16-17}$	$\bar{R}_{16-34}$	$\bar{R}_{16-35}$	$\bar{R}_{17-18}$	$\bar{R}_{18-20}$
198	101	159	327	332	409	175	400	249
$\bar{Q}_{18-19}$	$\bar{Q}_{19-20}$	$\bar{Q}_{19-21}$	$\bar{Q}_{19-32}$	$\bar{Q}_{20-37}$	$\bar{Q}_{21-37}$	$\bar{Q}_{21-23}$	$\bar{Q}_{21-24}$	$\bar{Q}_{21-26}$
186,47	54,72	322,1	-264,19	182,23	-45,863	113,49	91,222	34,726
$\bar{R}_{18-19}$	$\bar{R}_{19-20}$	$\bar{R}_{19-21}$	$\bar{R}_{19-32}$	$\bar{R}_{20-37}$	$\bar{R}_{21-37}$	$\bar{R}_{21-23}$	$\bar{R}_{21-24}$	$\bar{R}_{21-26}$
232	164	157	183	457	295	171	182	406
$\bar{Q}_{22-25}$	$\bar{Q}_{22-23}$	$\bar{Q}_{22-38}$	$\bar{Q}_{23-24}$	$\bar{Q}_{24-25}$	$\bar{Q}_{24-26}$	$\bar{Q}_{25-26}$	$\bar{Q}_{26-29}$	$\bar{Q}_{26-30}$
-49,15	-97,864	73,566	-26,468	72,413	-41,821	-100,11	66,284	-120,55
$\bar{R}_{22-25}$	$\bar{R}_{22-23}$	$\bar{R}_{22-38}$	$\bar{R}_{23-24}$	$\bar{R}_{24-25}$	$\bar{R}_{24-26}$	$\bar{R}_{25-26}$	$\bar{R}_{26-29}$	$\bar{R}_{26-30}$
168	189	474	982	399	586	311	643	293
$\bar{Q}_{26-32}$	$\bar{Q}_{27-38}$	$\bar{Q}_{27-39}$	$\bar{Q}_{28-29}$	$\bar{Q}_{28-39}$	$\bar{Q}_{29-30}$	$\bar{Q}_{29-39}$	$\bar{Q}_{30-31}$	$\bar{Q}_{30-33}$
-174,36	-98,087	-44,339	-73,633	-91,809	-146,73	69,606	7,7312	-327,91
$\bar{R}_{26-32}$	$\bar{R}_{27-38}$	$\bar{R}_{27-39}$	$\bar{R}_{28-29}$	$\bar{R}_{28-39}$	$\bar{R}_{29-30}$	$\bar{R}_{29-39}$	$\bar{R}_{30-31}$	$\bar{R}_{30-33}$
972	182	818	793	106	329	703	356	260
$\bar{Q}_{31-34}$	$\bar{Q}_{31-39}$	$\bar{Q}_{32-33}$	$\bar{Q}_{32-36}$	$\bar{Q}_{33-34}$	$\bar{Q}_{33-35}$	$\bar{Q}_{35-36}$	-	-
-287,5	239,83	-142,59	-345,92	-43,914	-477,9	-98,5		
$\bar{R}_{31-34}$	$\bar{R}_{31-39}$	$\bar{R}_{32-33}$	$\bar{R}_{32-36}$	$\bar{R}_{33-34}$	$\bar{R}_{33-35}$	$\bar{R}_{35-36}$	-	-
350	182	131	617	494	298	320		

Tabelle A.2: Ergebnisse der Berechnungen der Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ des Lastfalls I in $\frac{m^3}{s}$ mit dem Knoten-Strang-Verfahren bei vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ und zukünftigem Pumpenkonzept.

Knotennr.	$\bar{c}_i$	Startvektor $\vec{H}_i^0(1)$	Startvektor $\vec{H}_i^0(2)$	Startvektor $\vec{H}_i^0(3)$	$\bar{H}_{i,\text{ber.}}^n$
	$\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$	mNN	mNN	mNN	mNN
13	0	0	82,87	81,92	81,92
14	0	0	82,44	81,93	81,92
15	0	0	82,80	81,97	81,92
16	0	0	82,09	81,92	81,92
17	0	0	82,90	81,95	81,92
18	0	0	82,19	81,98	81,92
19	0	0	82,17	81,99	81,92
20	0	0	82,79	81,99	81,92
21	0	0	82,65	81,92	81,92
22	0	0	82,05	81,96	81,92
23	0	0	81,93	81,96	81,92
24	0	0	82,81	81,95	81,92
25	0	0	82,11	81,93	81,92
26	0	0	82,21	81,98	81,92
27	0	0	82,58	81,99	81,92
28	0	0	82,20	81,99	81,92
29	0	0	82,39	81,96	81,92
30	0	0	81,98	81,97	81,92
31	0	0	82,90	81,93	81,92
32	0	0	82,50	81,96	81,92
33	0	0	82,34	81,99	81,92
34	0	0	82,43	82,01	81,92
35	0	0	82,25	81,94	81,92
36	0	0	82,35	81,94	81,92
37	0	0	82,14	82,00	81,92
38	0	0	82,50	81,94	81,92
39	0	0	82,68	82,00	81,92

Tabelle A.3: Verschiedene Startvektoren für die Knotendruckhöhen $\bar{H}_i$. Ergebnisse der Berechnungen des Lastfalls II mit dem Knoten-Strang-Verfahren bei konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ und zukünftigem Pumpenkonzept.

Q_{P1-13}	Q_{P2-13}	Q_{P3-13}	Q_{P4-13}	Q_{P5-13}	Q_{P6-13}	Q_{P7-14}	Q_{P8-14}	Q_{P9-14}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{R}_{P1-13}$	$\bar{R}_{P2-13}$	$\bar{R}_{P3-13}$	$\bar{R}_{P4-13}$	$\bar{R}_{P5-13}$	$\bar{R}_{P6-13}$	$\bar{R}_{P7-14}$	$\bar{R}_{P8-14}$	$\bar{R}_{P9-14}$
10	10	10	10	10	10	10	10	10
Q_{P10-15}	Q_{P11-15}	Q_{P12-15}	$\bar{Q}_{13-17}$	$\bar{Q}_{13-35}$	$\bar{Q}_{13-36}$	$\bar{Q}_{14-21}$	$\bar{Q}_{14-22}$	$\bar{Q}_{14-23}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{R}_{P10-15}$	$\bar{R}_{P11-15}$	$\bar{R}_{P12-15}$	$\bar{R}_{13-17}$	$\bar{R}_{13-35}$	$\bar{R}_{13-36}$	$\bar{R}_{14-21}$	$\bar{R}_{14-22}$	$\bar{R}_{14-23}$
10	10	10	101	161	299	399	213	288
$\bar{Q}_{14-38}$	$\bar{Q}_{15-27}$	$\bar{Q}_{15-28}$	$\bar{Q}_{15-38}$	$\bar{Q}_{16-17}$	$\bar{Q}_{16-34}$	$\bar{Q}_{16-35}$	$\bar{Q}_{17-18}$	$\bar{Q}_{18-20}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{R}_{14-38}$	$\bar{R}_{15-27}$	$\bar{R}_{15-28}$	$\bar{R}_{15-38}$	$\bar{R}_{16-17}$	$\bar{R}_{16-34}$	$\bar{R}_{16-35}$	$\bar{R}_{17-18}$	$\bar{R}_{18-20}$
198	101	159	327	332	409	175	400	249
$\bar{Q}_{18-19}$	$\bar{Q}_{19-20}$	$\bar{Q}_{19-21}$	$\bar{Q}_{19-32}$	$\bar{Q}_{20-37}$	$\bar{Q}_{21-37}$	$\bar{Q}_{21-23}$	$\bar{Q}_{21-24}$	$\bar{Q}_{21-26}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{R}_{18-19}$	$\bar{R}_{19-20}$	$\bar{R}_{19-21}$	$\bar{R}_{19-32}$	$\bar{R}_{20-37}$	$\bar{R}_{21-37}$	$\bar{R}_{21-23}$	$\bar{R}_{21-24}$	$\bar{R}_{21-26}$
232	164	157	183	457	295	171	182	406
$\bar{Q}_{22-25}$	$\bar{Q}_{22-23}$	$\bar{Q}_{22-38}$	$\bar{Q}_{23-24}$	$\bar{Q}_{24-25}$	$\bar{Q}_{24-26}$	$\bar{Q}_{25-26}$	$\bar{Q}_{26-29}$	$\bar{Q}_{26-30}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{R}_{22-25}$	$\bar{R}_{22-23}$	$\bar{R}_{22-38}$	$\bar{R}_{23-24}$	$\bar{R}_{24-25}$	$\bar{R}_{24-26}$	$\bar{R}_{25-26}$	$\bar{R}_{26-29}$	$\bar{R}_{26-30}$
168	189	474	982	399	586	311	643	293
$\bar{Q}_{26-32}$	$\bar{Q}_{27-38}$	$\bar{Q}_{27-39}$	$\bar{Q}_{28-29}$	$\bar{Q}_{28-39}$	$\bar{Q}_{29-30}$	$\bar{Q}_{29-39}$	$\bar{Q}_{30-31}$	$\bar{Q}_{30-33}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{R}_{26-32}$	$\bar{R}_{27-38}$	$\bar{R}_{27-39}$	$\bar{R}_{28-29}$	$\bar{R}_{28-39}$	$\bar{R}_{29-30}$	$\bar{R}_{29-39}$	$\bar{R}_{30-31}$	$\bar{R}_{30-33}$
972	182	818	793	106	329	703	356	260
$\bar{Q}_{31-34}$	$\bar{Q}_{31-39}$	$\bar{Q}_{32-33}$	$\bar{Q}_{32-36}$	$\bar{Q}_{33-34}$	$\bar{Q}_{33-35}$	$\bar{Q}_{35-36}$	-	-
0	0	0	0	0	0	0		
$\bar{R}_{31-34}$	$\bar{R}_{31-39}$	$\bar{R}_{32-33}$	$\bar{R}_{32-36}$	$\bar{R}_{33-34}$	$\bar{R}_{33-35}$	$\bar{R}_{35-36}$	-	-
350	182	131	617	494	298	320		

Tabelle A.4: Ergebnisse der Berechnungen der Strangvolumenströme $\bar{Q}_{jk}$ des Lastfalls II in $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ mit dem Knoten-Strang-Verfahren bei vorgegebenen konstanten Rohrleitungswiderständen $\bar{R}_{jk}$ und zukünftigem Pumpenkonzept.

ANHANG B

Hydraulische Pumpenkennlinien

B.1 Wasserwerk A - aktuelle Pumpenanordnung

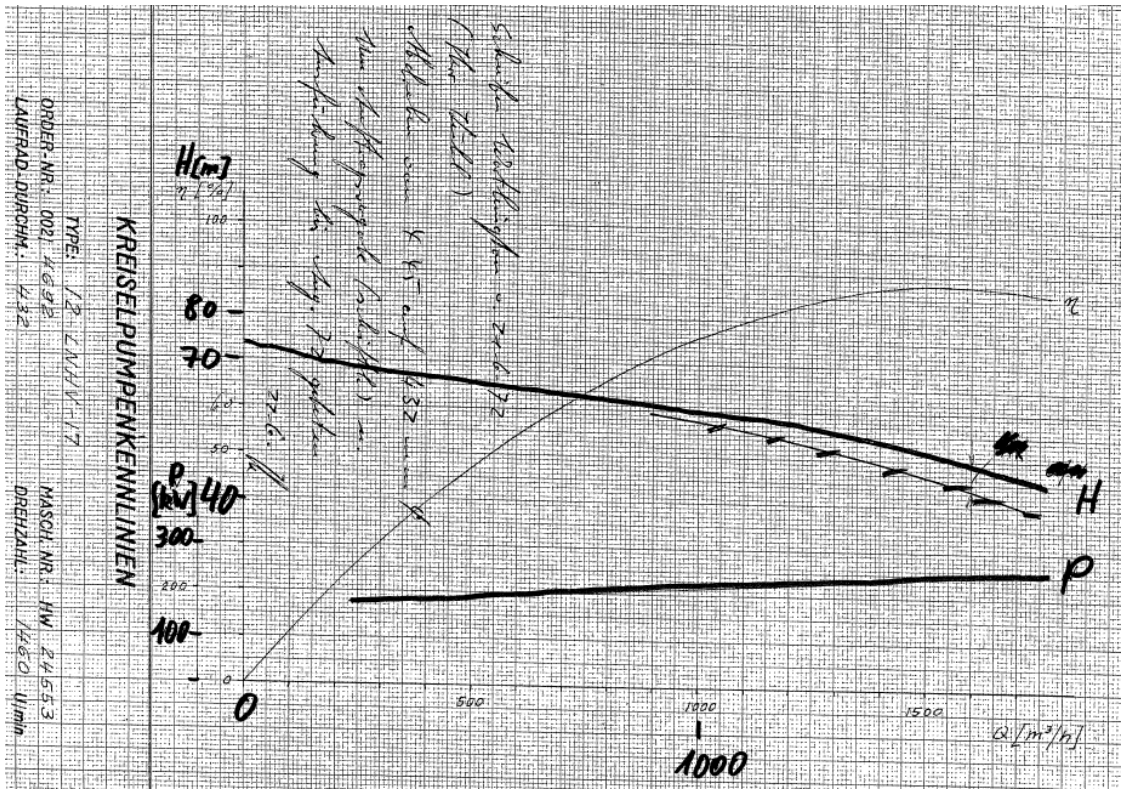


Abbildung B.1: Hydraulische Pumpenkennlinie der Pumpe P2 mit Ringkolbenschieberregelung bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1460\frac{1}{\text{min}}$ der aktuellen Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

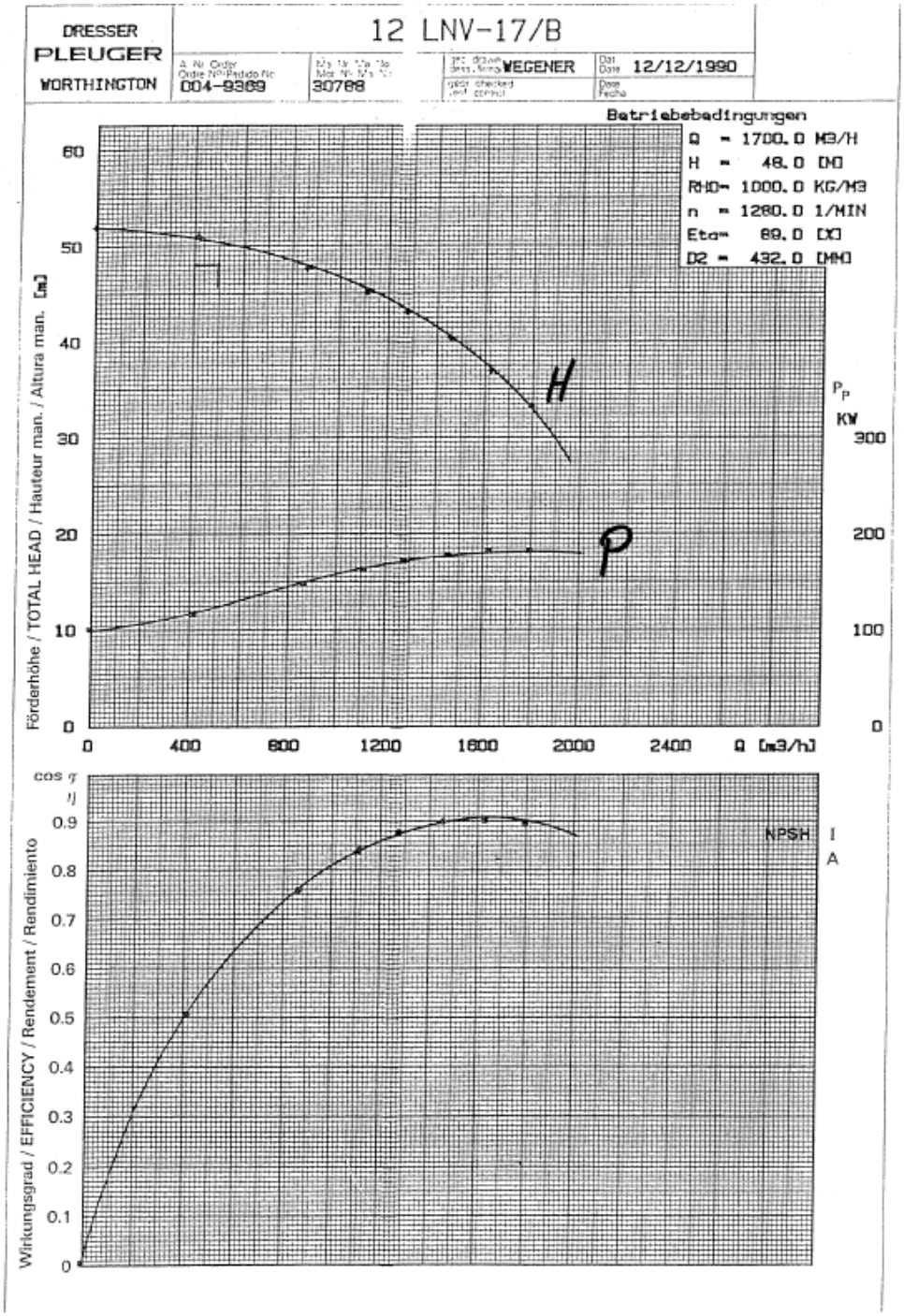


Abbildung B.2: Hydraulische Pumpenkennlinie der FU-geregelten Pumpe P3 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1280\frac{1}{\text{min}}$ der aktuellen Pumpenanordnung in Wasserwerk A. Der Pumpenmotor wurde ersetzt, wodurch sich die Nenndrehzahl auf $v_{jk}^0 = 1488\frac{1}{\text{min}}$ erhöht.

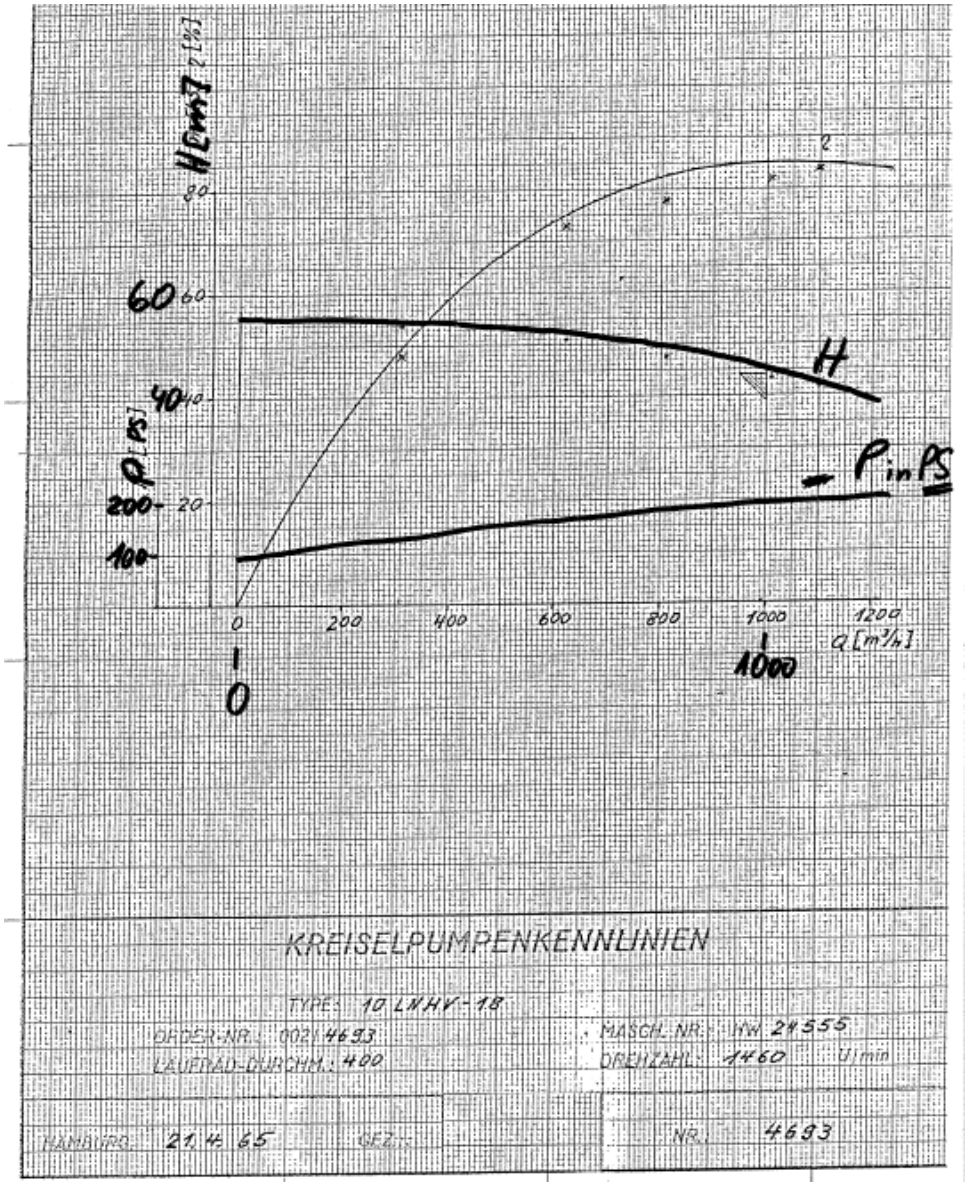


Abbildung B.3: Hydraulische Pumpenkennlinie der Pumpe P4 mit Ringkolbenschieberregelung bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1460\frac{1}{\text{min}}$ der aktuellen Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

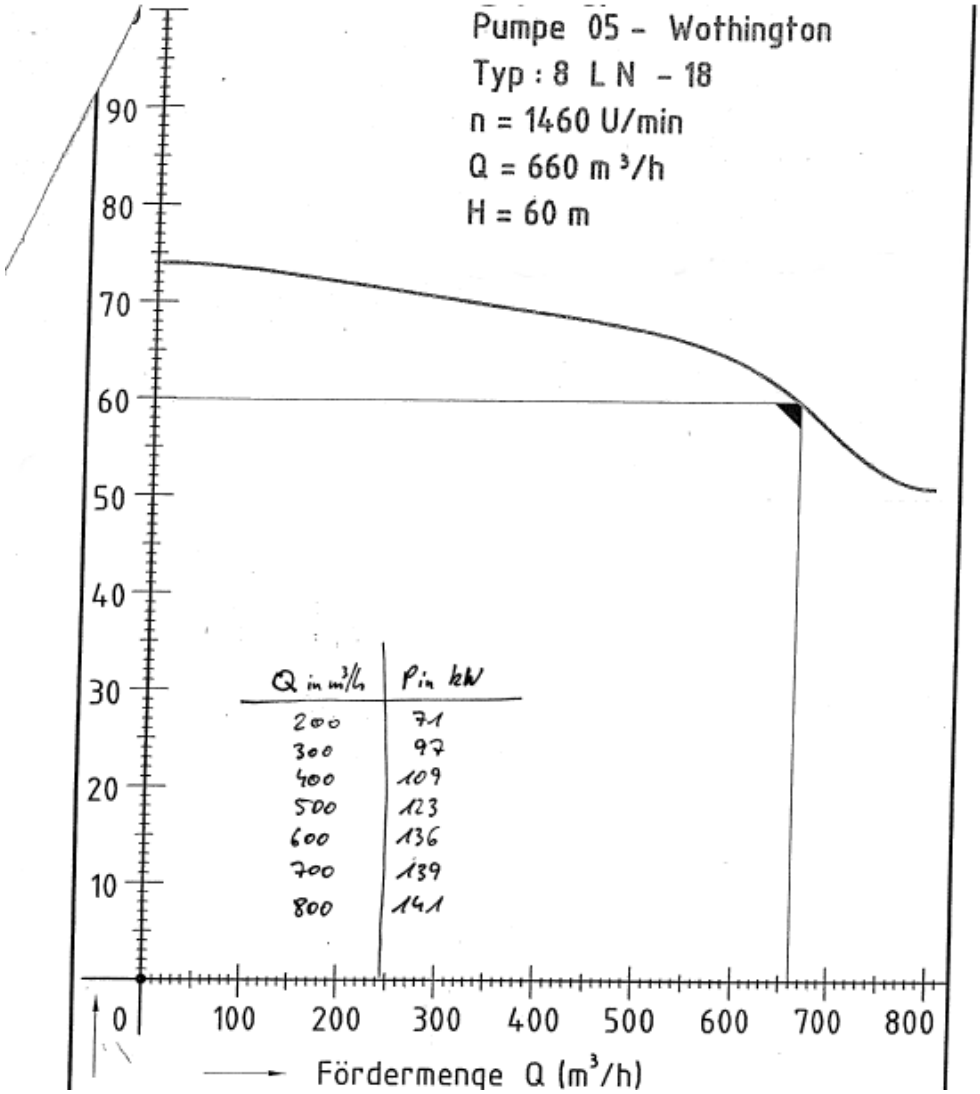


Abbildung B.4: Hydraulische Pumpenkennlinie der Pumpe P5 mit Ringkolbenschieberregelung bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1460\frac{1}{\text{min}}$ der aktuellen Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

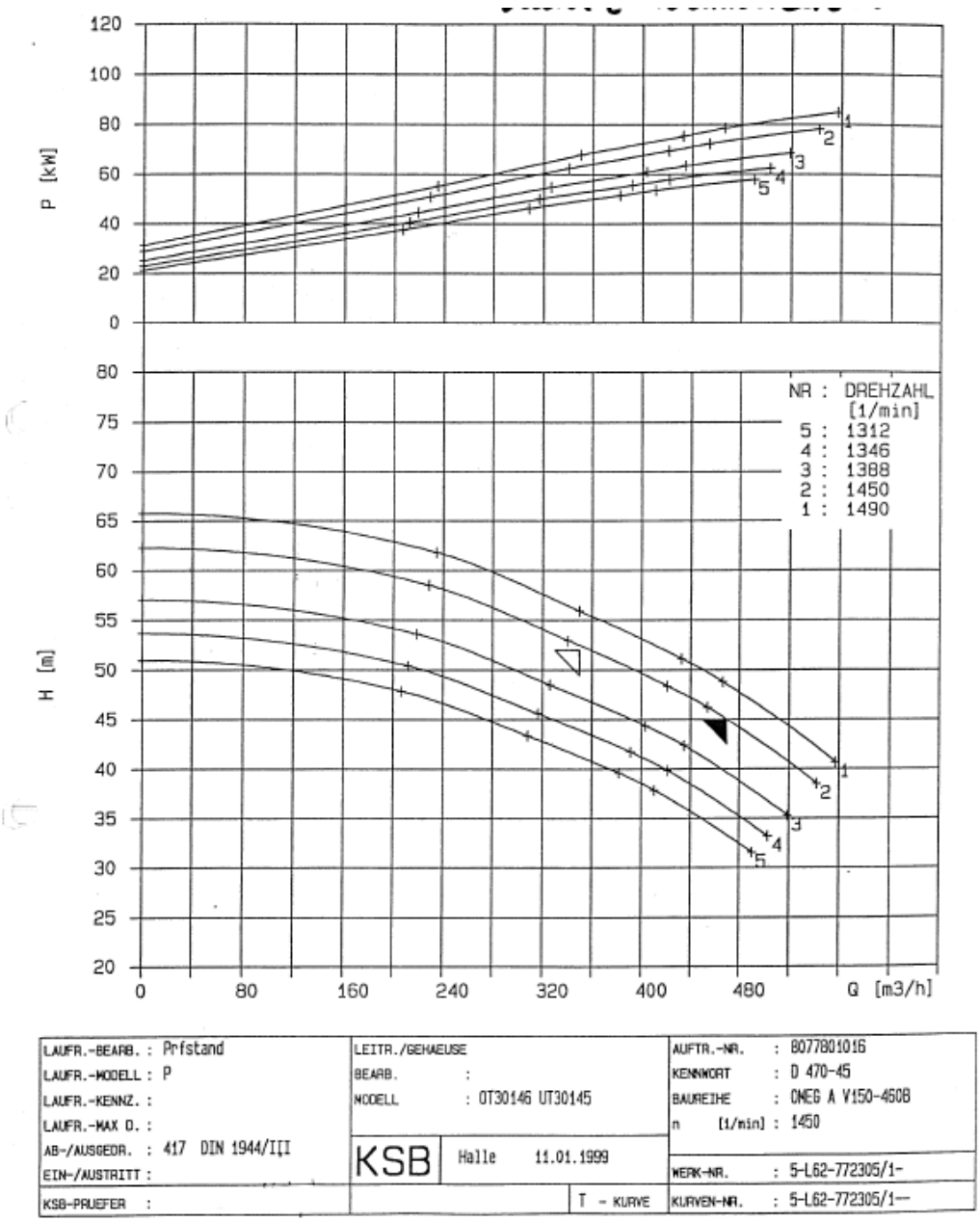


Abbildung B.5: Hydraulische Pumpenkennlinie der FU-geregelten Pumpe P3 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1280\frac{1}{\text{min}}$ der aktuellen Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

B.2 Wasserwerk A - zukünftig geplante Pumpenanordnung

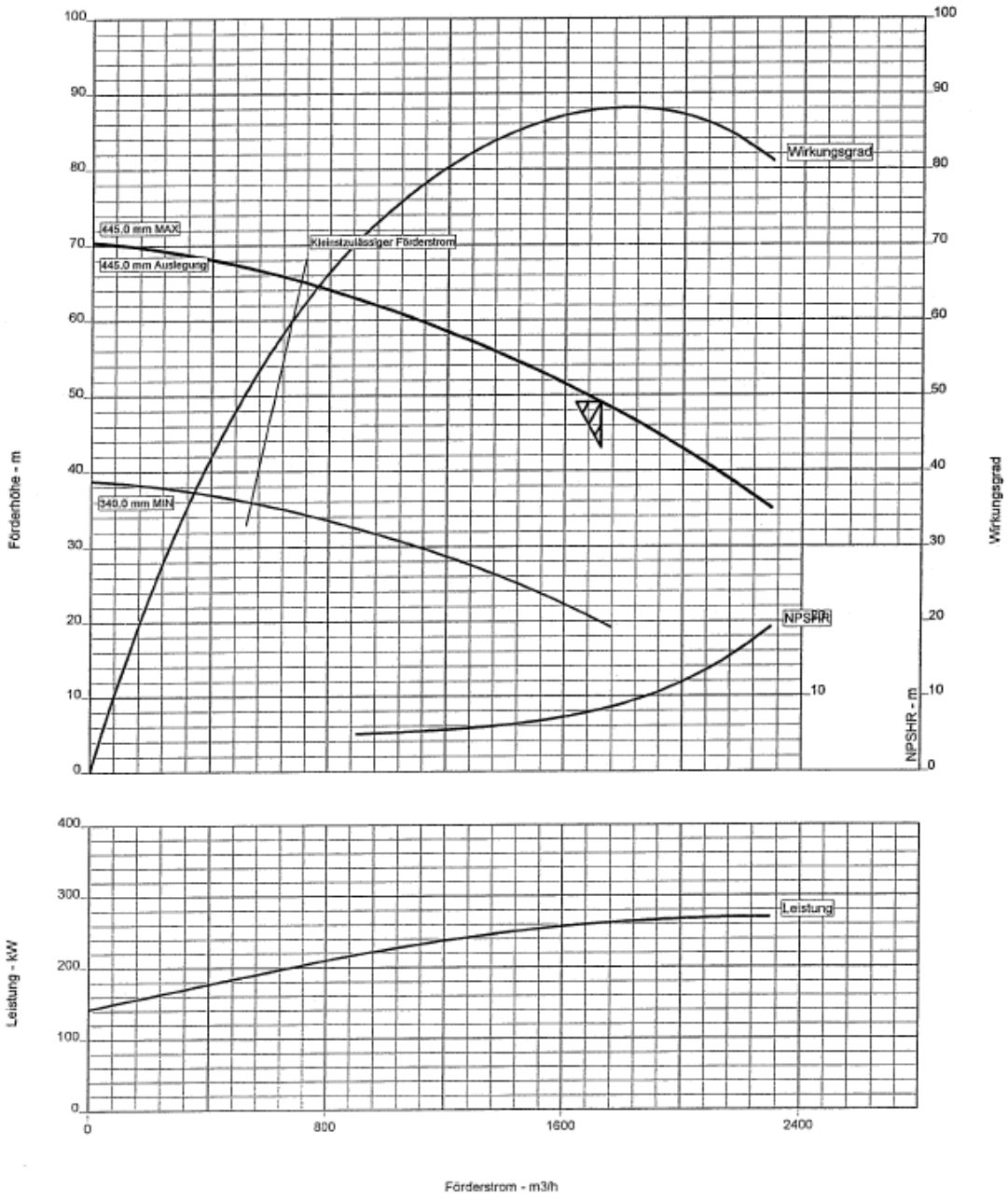


Abbildung B.6: Hydraulische Pumpenkennlinie und Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der FU-geregelten Pumpe P1 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1480 \frac{1}{\text{min}}$ der zukünftig geplanten Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

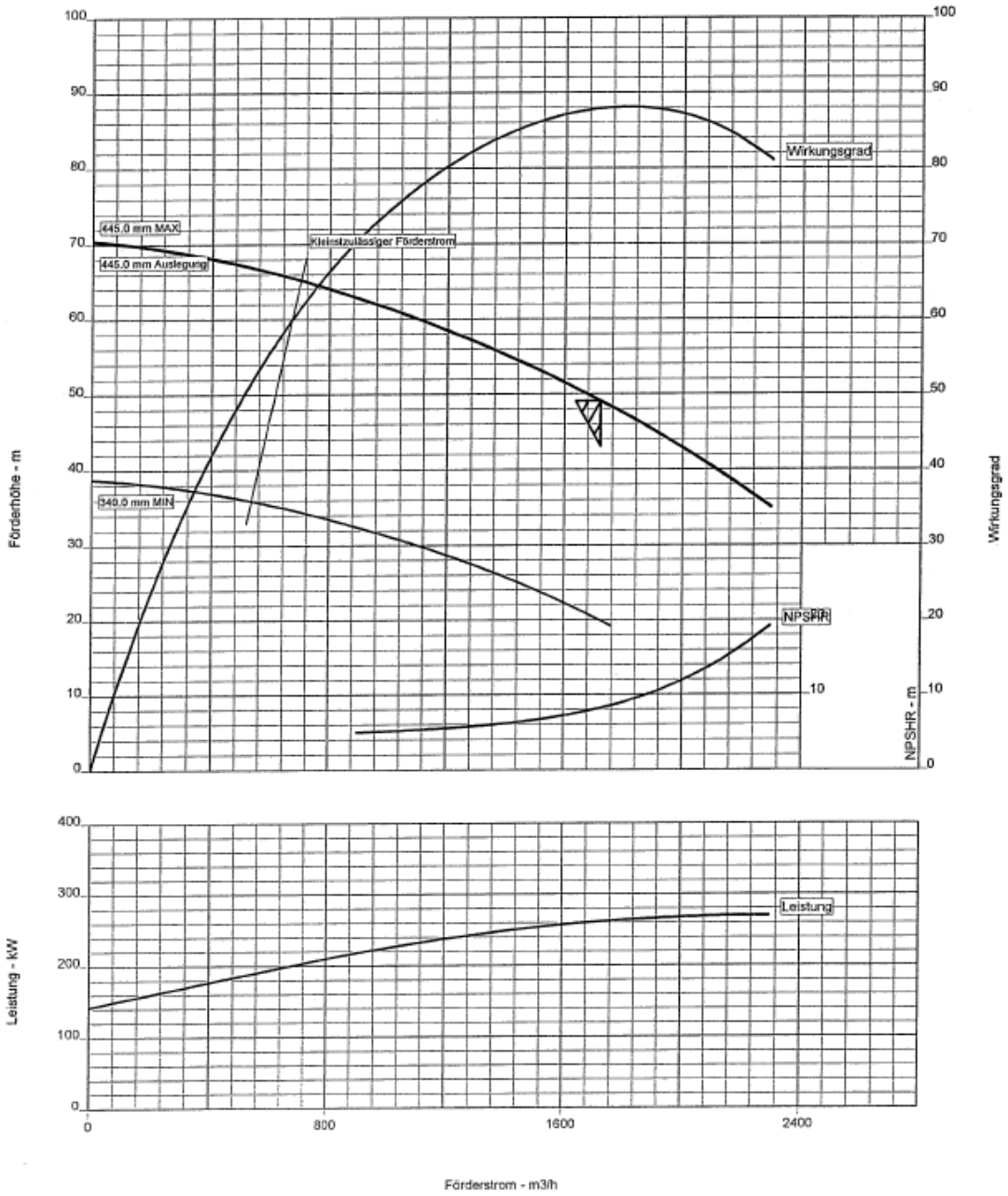


Abbildung B.7: Hydraulische Pumpenkennlinie und Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der baugleichen FU-geregelten Pumpen P2 und P5 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^{0} = 1480 \frac{1}{\text{min}}$ der zukünftig geplanten Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

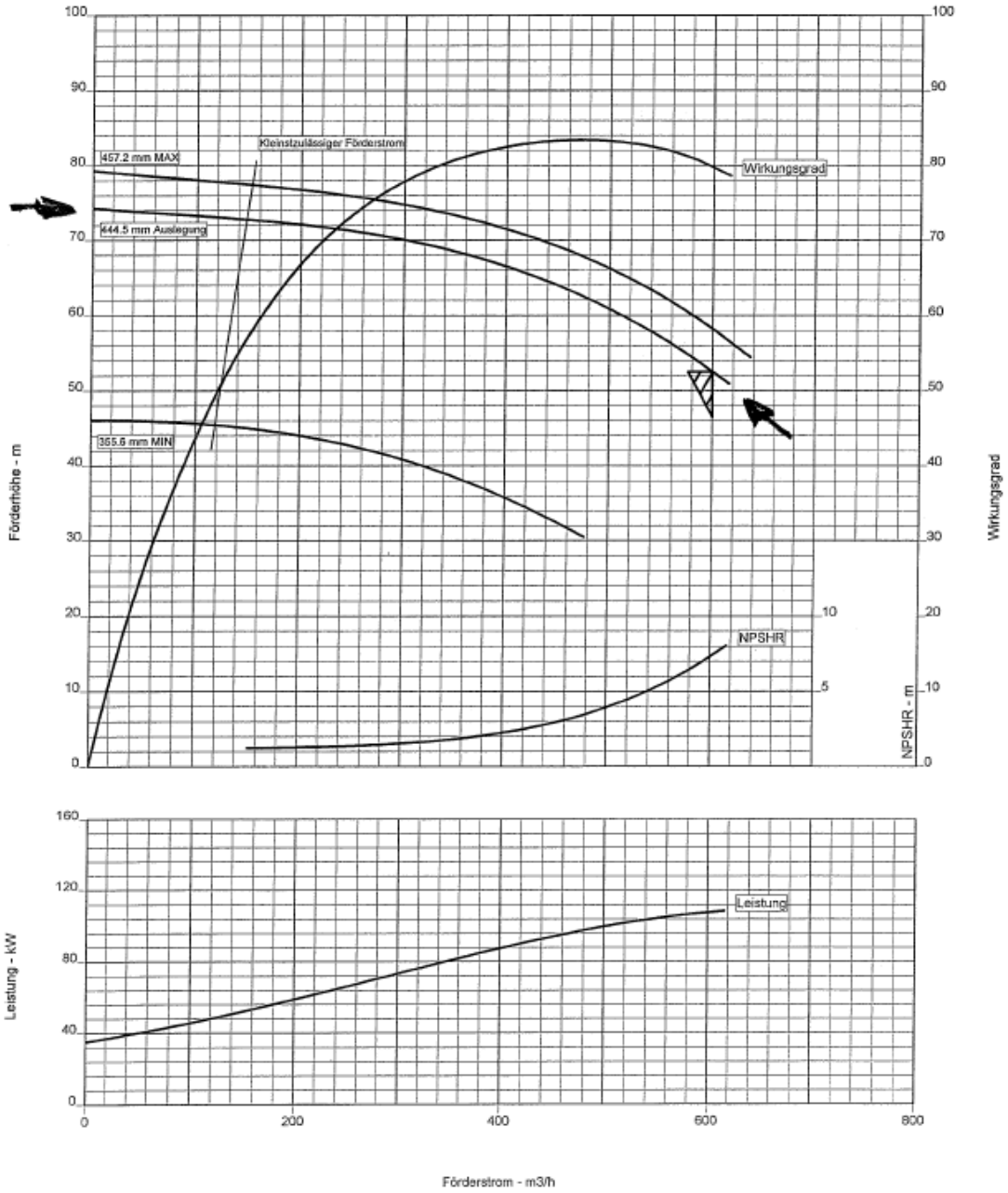


Abbildung B.8: Hydraulische Pumpenkennlinie und Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der FU-geregelten Pumpe P4 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^{0} = 1485\frac{1}{\text{min}}$ der zukünftig geplanten Pumpenanordnung in Wasserwerk A.

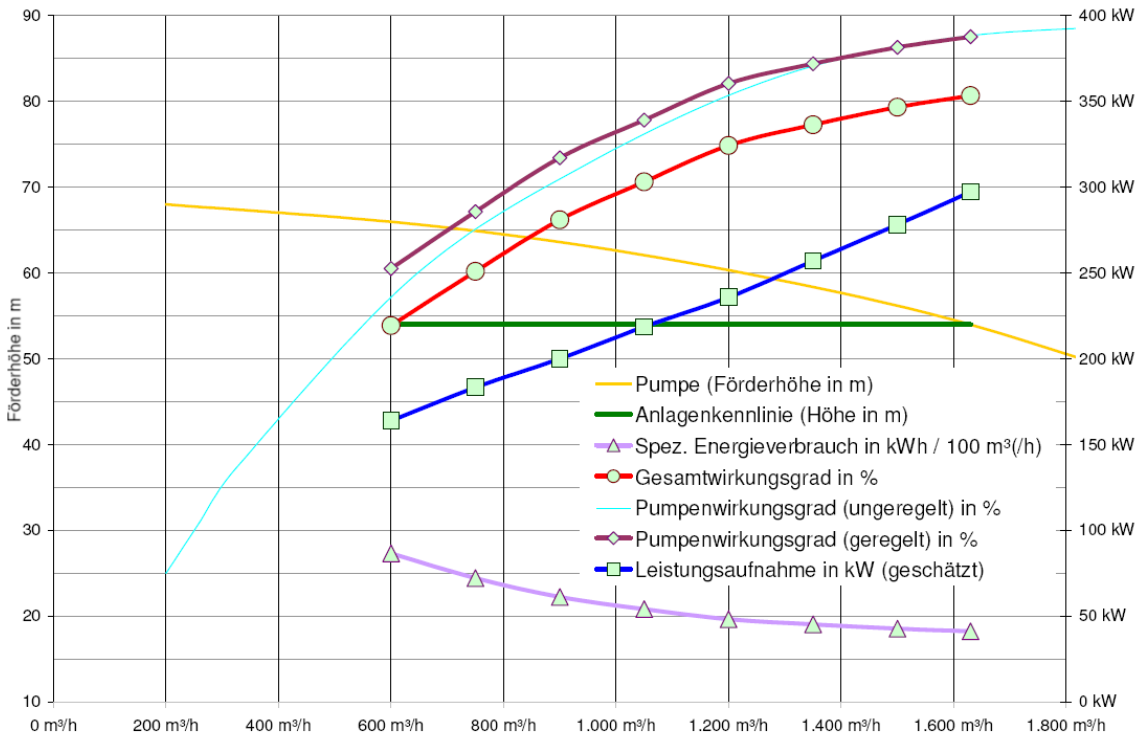


Abbildung B.9: Kennlinien der geschätzten spezifischen Gesamtleistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}\ (t))$ der zukünftig geplanten FU-geregelten Pumpe P1 des Wasserwerkes A.

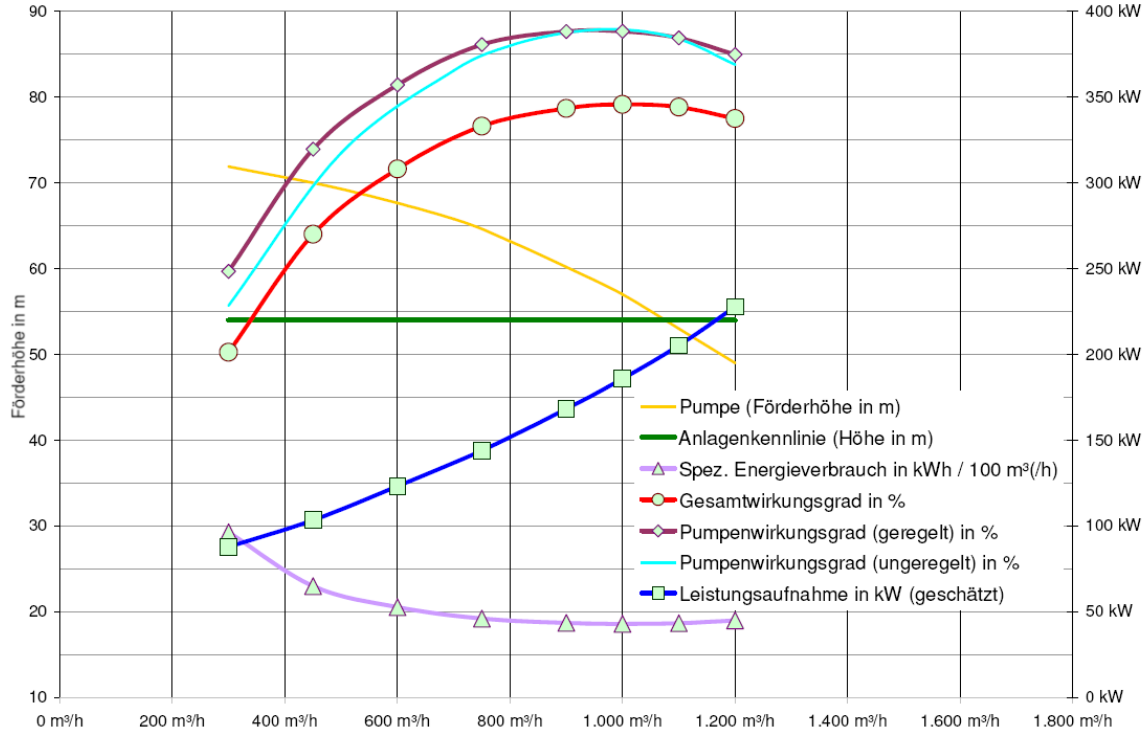


Abbildung B.10: Kennlinien der geschätzten spezifischen Gesamtleistungsaufnahme $N^s_{jk}(Q_{jk}\ (t))$ der zukünftig geplanten FU-geregelten Pumpe P2 und der baugleichen Pumpe P5 des Wasserwerkes A.

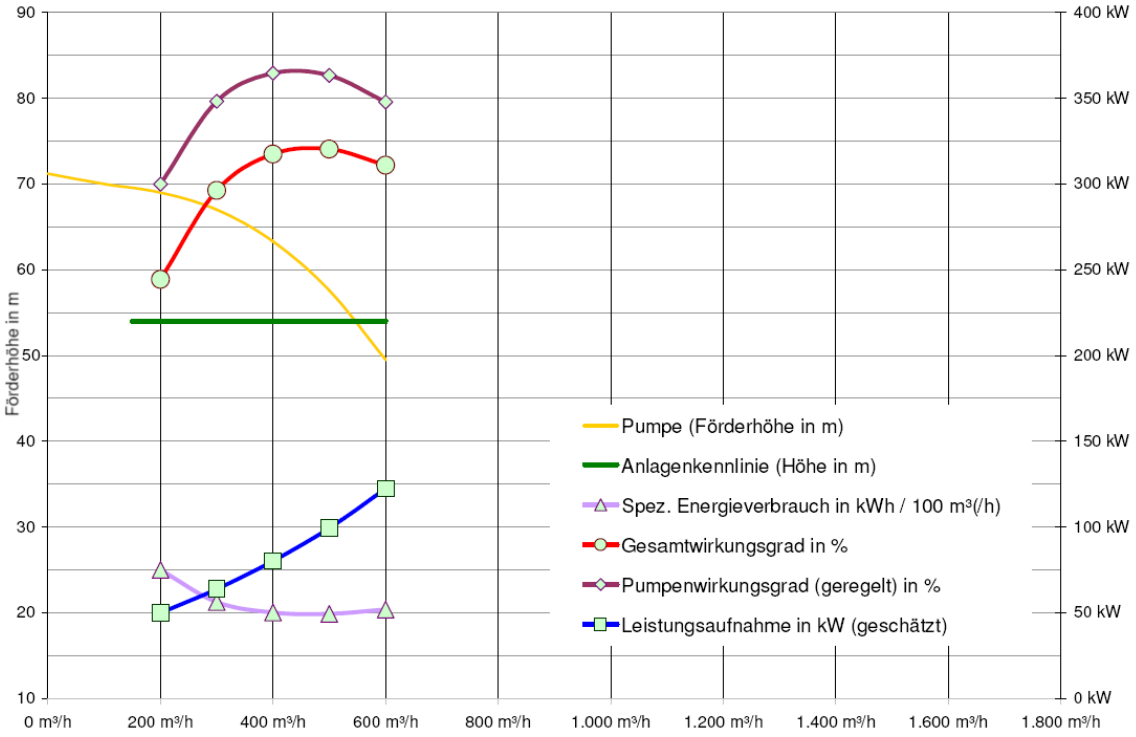


Abbildung B.11: Kennlinien der geschätzten spezifischen Gesamtleistungsaufnahme $N_{jk}^{s}(Q_{jk}(t))$ der zukünftig geplanten FU-geregelten Pumpe P4 des Wasserwerks A.

B.3 Wasserwerk B

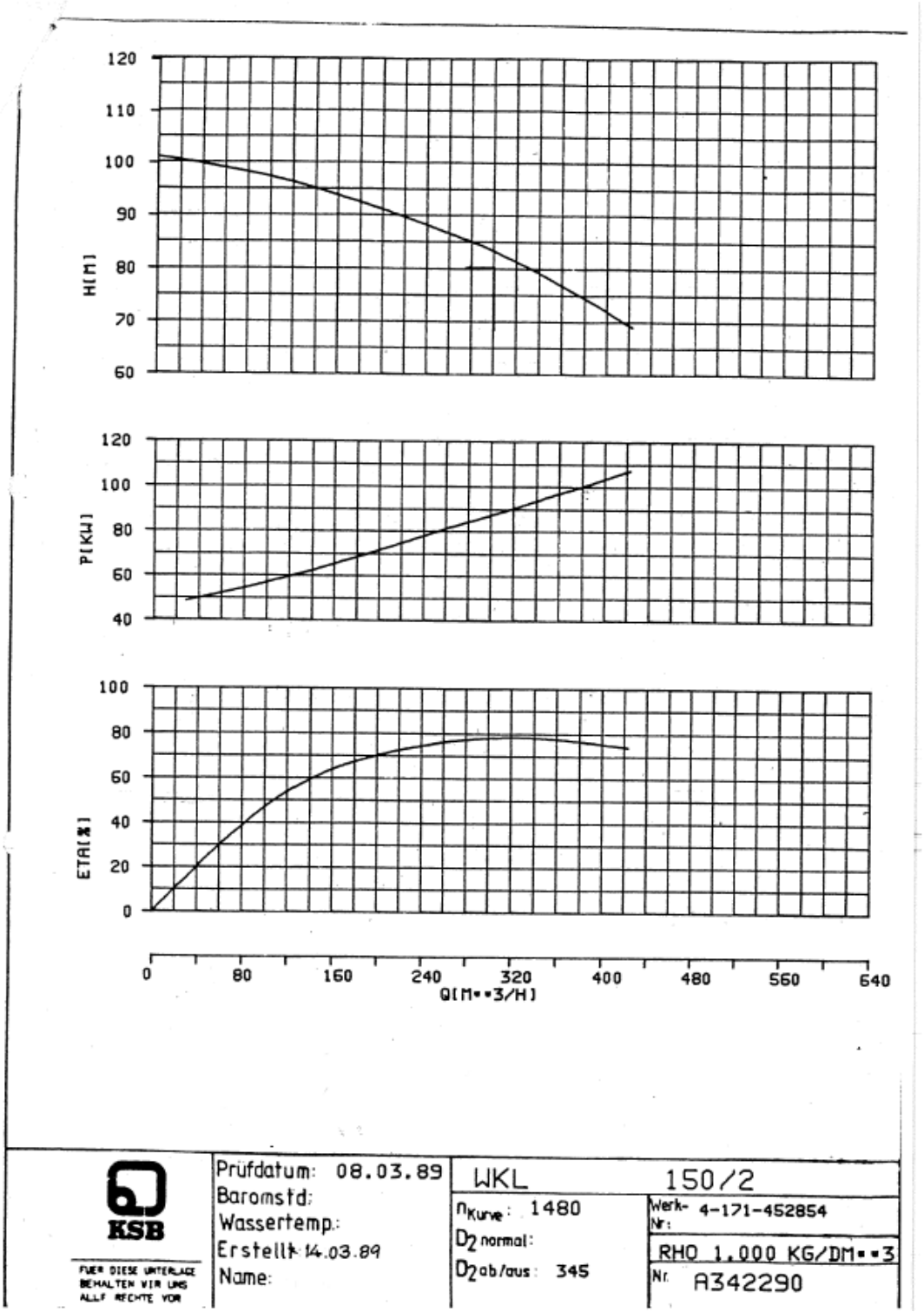


Abbildung B.12: Hydraulische Pumpenkennlinie und Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der Pumpe P7 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1480\frac{1}{\text{min}}$ in Wasserwerk B.

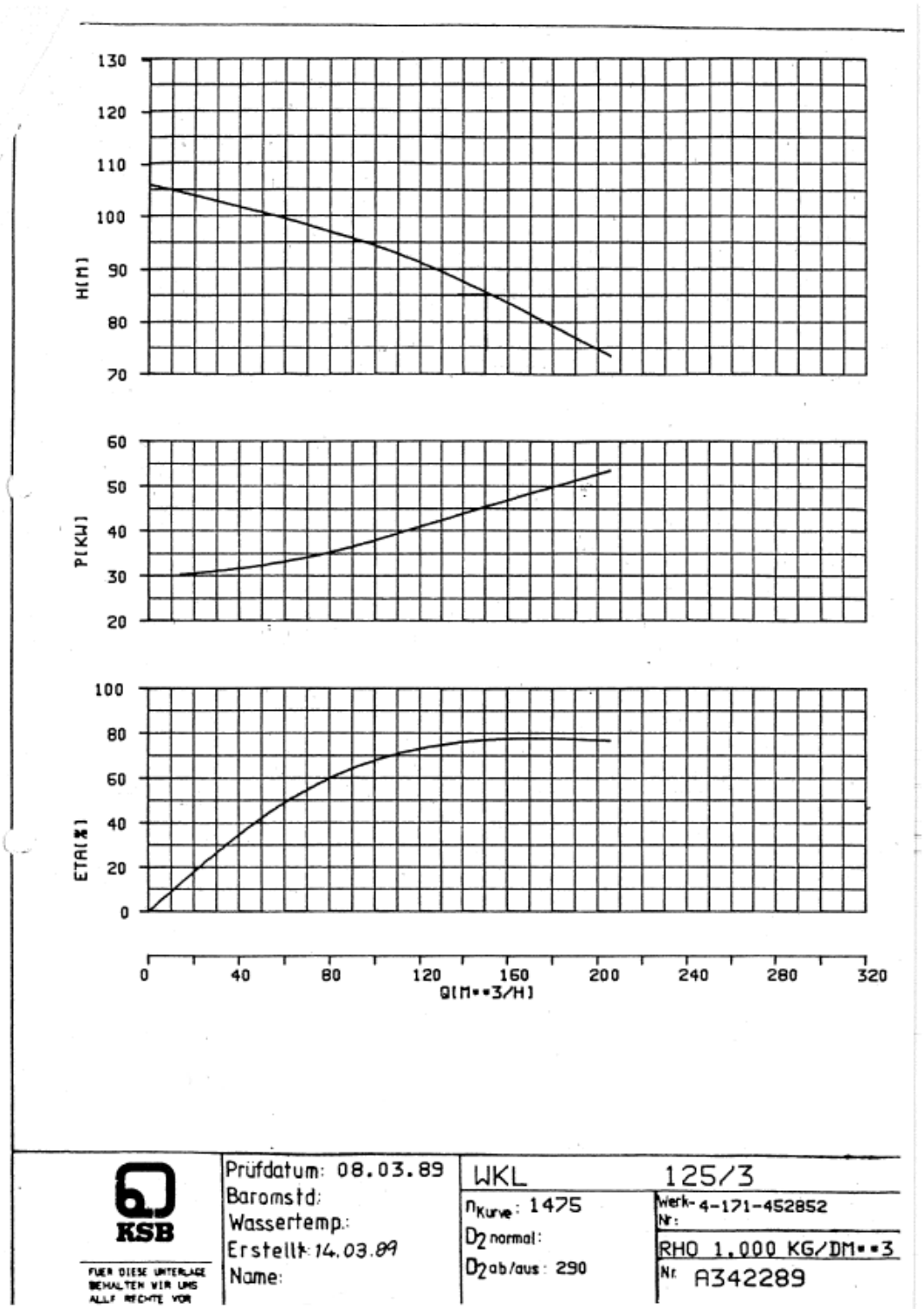


Abbildung B.13: Hydraulische Pumpenkennlinie und Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der Pumpe P8 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1475\frac{1}{\text{min}}$ in Wasserwerk B.

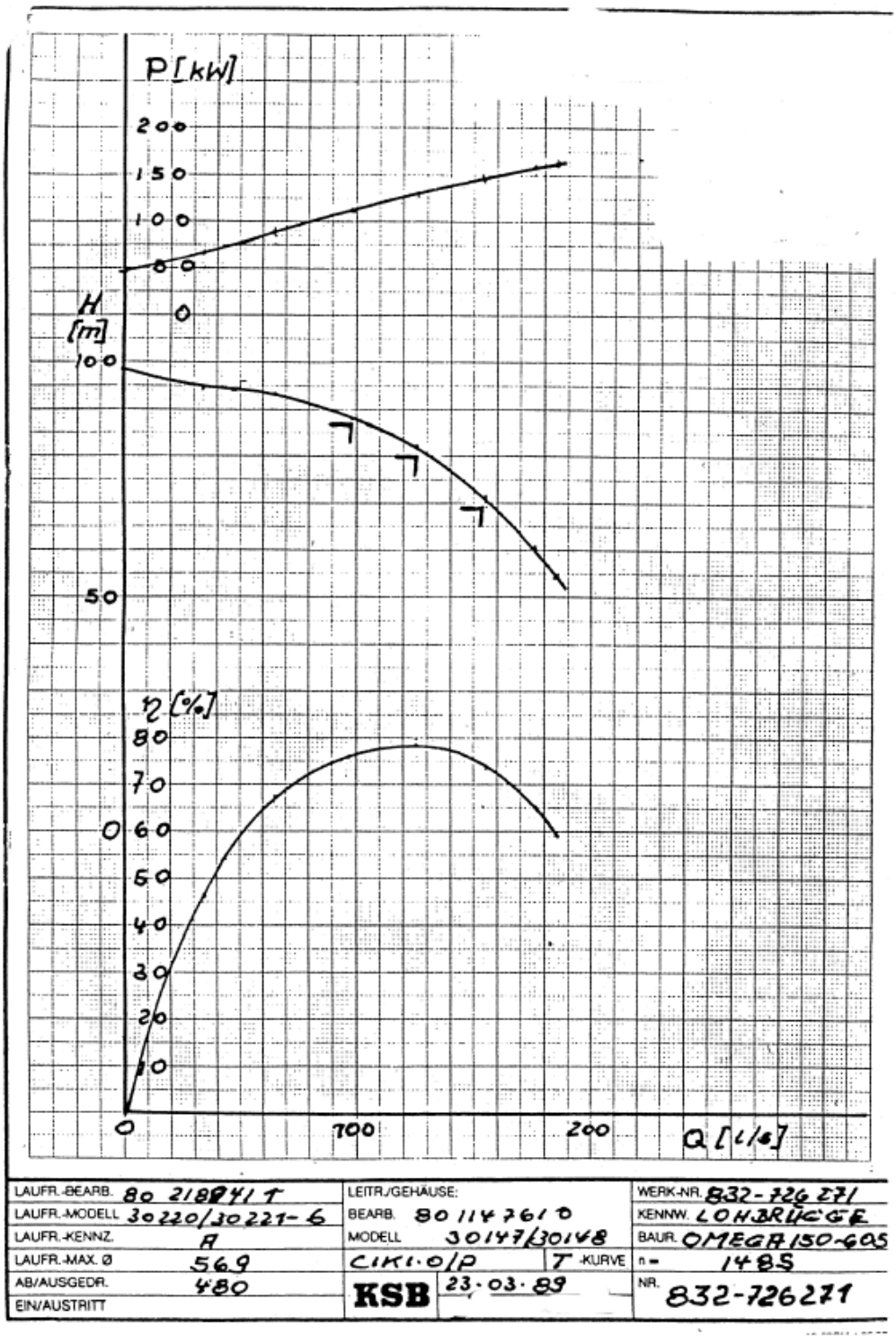


Abbildung B.14: Hydraulische Pumpenkennlinie und Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme an der Pumpenwelle der Pumpe P9 bei Nenndrehzahl $v_{jk}^0 = 1485\frac{1}{\text{min}}$ in Wasserwerk B.

ANHANG C

Ergebnisse der Optimierungsrechnungen

C.1 Gemessene Betriebszustände

BZ	Uhrzeit	Betrieb	$\bar{H}^n_{WWA,mess}$	$Q^n_{ges.,mess}$	$N^n_{ges.,mess}$	$\hat{H}^n_{WWA,mess}$	$\hat{H}^n_{WWB,mess}$
			mNN	$\frac{m^3}{h}$	kW	m	m
1	02:45-03:00	P6	84,7	205,3	56,0	3,49	2,56
2	04:15-04:30	P6	84,7	302,1	72,0	3,69	2,60
3	23:45-00:00	P4	83,9	356,3	120	3,35	2,23
4	04:45-05:00	P5	85,0	414,5	112	3,78	2,61
5	05:00-05:15	P5	84,7	481,3	120	3,82	2,62
7	22:30-22:45	P3	85,3	607,3	192	3,35	2,22
8	22:15-22:30	P3	84,9	673,2	196	3,35	2,22
10	21:15-21:30	P3+P10	84,7	820,2	252	3,42	2,21
11	16:00-16:15	P3+P10	84,8	873,3	256	3,41	2,21
12	12:15-12:30	P3+P12	84,8	935,8	280	3,79	2,13
13	10:45-11:00	P3+P12	84,9	986,7	284	3,79	2,11
14	09:45-10:00	P3+P12	84,8	1056,3	296	3,77	2,72
15	19:00-19:15	P3+P10	84,8	1101,8	304	3,56	2,19
16	08:30-08:45	P3+P10	84,8	1176,9	304	3,78	2,71
17	08:15-08:30	P3+P10	84,9	1224,3	316	3,79	2,70
18	07:45-08:00	P3+P10	84,8	1299,3	336	3,83	2,69
19	06:30-06:45	P3+P10	84,9	1333,3	344	3,89	2,66
20	06:45-07:00	P3+P10	84,8	1437,9	364	3,87	2,67

Tabelle C.1: Darstellung aller ausgewählten gemessenen Betriebszustände des Messtages am 16.05.2006 für die Optimierungsrechnungen.

C.2 Ergebnisse mit aktueller Pumpenanordnung

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$
		Erg. 1	Erg. 2			Erg. 1	Erg. 2
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	85,5	84,0	28	7,4	84,3	83,6
17	25,5	85,6	84,1	29	18,1	83,9	83,1
18	25,0	84,6	83,5	30	34,8	84,6	83,7
19	23,8	84,7	83,7	31	44,2	83,7	82,8
20	23,0	84,2	83,2	32	23,4	85,2	84,0
21	29,5	83,7	83,0	33	34,7	85,3	84,1
22	11,8	84,2	83,7	34	46,3	84,5	83,4
23	36,5	84,0	83,5	35	38,1	84,7	83,1
24	28,4	84,7	84,1	36	32,4	86,1	84,4
25	25,0	84,0	83,4	37	26,4	83,5	82,7
26	35,6	84,5	83,7	38	5,2	82,9	82,4
27	30,9	83,7	83,0	39	37,3	83,8	83,1

Tabelle C.2: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 1 und 2 der Optimierungsrechnungen für BZ 12 bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$
		Erg. 1	Erg. 2			Erg. 1	Erg. 2
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	86,4	86,5	28	7,4	85,1	85,3
17	25,5	85,9	86,1	29	18,1	83,7	83,9
18	25,0	85,4	85,5	30	34,8	84,3	84,4
19	23,8	85,3	85,5	31	44,2	82,7	82,8
20	23,0	84,7	84,8	32	23,4	85,7	85,8
21	29,5	84,0	84,1	33	34,7	85,2	85,3
22	11,8	84,2	84,3	34	46,3	83,8	84,0
23	36,5	84,1	84,3	35	38,1	84,5	84,6
24	28,4	84,5	84,6	36	32,4	86,0	86,1
25	25,0	84,0	84,1	37	26,4	83,8	83,9
26	35,6	84,3	84,4	38	5,2	82,9	83,0
27	30,9	83,3	83,4	39	37,3	83,0	83,1

Tabelle C.3: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 1 und 2 der Optimierungsrechnungen für BZ 20 bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$
		Erg. 3	Erg. 4			Erg. 3	Erg. 4
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	82,9	84,5	28	7,4	81,7	84,1
17	25,5	83,0	84,6	29	18,1	81,3	83,6
18	25,0	82,0	84,0	30	34,8	82,0	84,2
19	23,8	82,1	84,2	31	44,2	81,1	83,3
20	23,0	81,6	83,7	32	23,4	82,6	84,5
21	29,5	81,1	83,5	33	34,7	82,7	84,7
22	11,8	81,6	84,2	34	46,3	81,9	83,9
23	36,5	81,4	84,0	35	38,1	82,1	83,6
24	28,4	82,1	84,6	36	32,4	83,5	84,9
25	25,0	81,4	83,9	37	26,4	80,9	83,2
26	35,6	81,9	84,2	38	5,2	80,3	82,9
27	30,9	81,1	83,5	39	37,3	81,3	83,6

Tabelle C.4: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 3 und 4 der Optimierungsrechnungen für BZ 12 bei **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$
		Erg. 3	Erg. 4			Erg. 3	Erg. 4
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	84,0	82,1	28	7,4	81,9	80,9
17	25,5	83,7	81,6	29	18,1	80,6	79,5
18	25,0	82,6	81,1	30	34,8	81,2	80,1
19	23,8	82,5	81,1	31	44,2	79,6	78,5
20	23,0	81,8	80,5	32	23,4	83,0	81,4
21	29,5	80,7	79,8	33	34,7	82,5	80,9
22	11,8	80,7	80,0	34	46,3	81,0	79,6
23	36,5	80,7	80,0	35	38,1	82,1	80,2
24	28,4	81,2	80,3	36	32,4	83,7	81,7
25	25,0	80,7	79,8	37	26,4	80,6	79,6
26	35,6	81,1	80,1	38	5,2	79,5	78,8
27	30,9	80,0	79,1	39	37,3	79,8	78,8

Tabelle C.5: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 3 und 4 der Optimierungsrechnungen für BZ 20 bei **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit aktueller Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

C.3 Ergebnisse mit zukünftig geplanter Pumpenanordnung

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$
		Erg. 1	Erg. 2			Erg. 1	Erg. 2
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	84,4	84,4	28	7,4	83,2	83,2
17	25,5	84,5	84,5	29	18,1	82,7	82,7
18	25,0	83,5	83,5	30	34,8	83,4	83,4
19	23,8	83,6	83,6	31	44,2	82,6	82,6
20	23,0	83,1	83,1	32	23,4	84,1	84,1
21	29,5	82,6	82,6	33	34,7	84,2	84,2
22	11,8	83,0	83,0	34	46,3	83,4	83,4
23	36,5	82,9	82,9	35	38,1	83,5	83,5
24	28,4	83,6	83,6	36	32,4	84,9	84,9
25	25,0	82,9	82,9	37	26,4	82,4	82,4
26	35,6	83,3	83,3	38	5,2	81,8	81,8
27	30,9	82,6	82,6	39	37,3	82,7	82,7

Tabelle C.6: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 1 und 2 der Optimierungsrechnungen für BZ 12 bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftig geplanter Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$
		Erg. 1	Erg. 2			Erg. 1	Erg. 2
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	84,9	84,9	28	7,4	82,8	82,7
17	25,5	84,6	84,5	29	18,1	81,5	81,4
18	25,0	83,5	83,5	30	34,8	82,1	82,1
19	23,8	83,4	83,4	31	44,2	80,5	80,5
20	23,0	82,7	82,7	32	23,4	83,9	83,9
21	29,5	81,6	81,6	33	34,7	83,4	83,3
22	11,8	81,6	81,6	34	46,3	81,9	81,9
23	36,5	81,6	81,6	35	38,1	83,0	83,0
24	28,4	82,1	82,1	36	32,4	84,7	84,6
25	25,0	81,6	81,5	37	26,4	81,5	81,5
26	35,6	82,0	81,9	38	5,2	80,4	80,4
27	30,9	80,9	80,8	39	37,3	80,7	80,7

Tabelle C.7: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 1 und 2 der Optimierungsrechnungen für BZ 20 bei **gleichem** Druck $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftig geplanter Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$	$\bar{H}^n_{i,ber.}$
		Erg. 3	Erg. 4			Erg. 3	Erg. 4
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	82,0	81,7	28	7,4	80,8	80,5
17	25,5	82,1	81,8	29	18,1	80,4	80,0
18	25,0	81,1	80,8	30	34,8	81,1	80,7
19	23,8	81,2	80,9	31	44,2	80,2	79,9
20	23,0	80,7	80,4	32	23,4	81,7	81,4
21	29,5	80,2	79,9	33	34,7	81,8	81,5
22	11,8	80,7	80,3	34	46,3	81,0	80,7
23	36,5	80,5	80,2	35	38,1	81,2	80,8
24	28,4	81,2	80,9	36	32,4	82,6	82,2
25	25,0	80,5	80,2	37	26,4	80,0	79,7
26	35,6	81,0	80,6	38	5,2	79,4	79,1
27	30,9	80,2	79,9	39	37,3	80,4	80,0

Tabelle C.8: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 3 und 4 der Optimierungsrechnungen für BZ 12 bei **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftig geplanter Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	Kn.-Nr.	$h_{i,geod.}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$	$\bar{H}^n_{i,mess}$
		Erg. 3	Erg. 4			Erg. 3	Erg. 4
	mNN	mNN	mNN	-	mNN	mNN	mNN
16	32,0	83,0	82,7	28	7,4	80,9	80,6
17	25,5	82,7	82,4	29	18,1	79,6	79,3
18	25,0	81,6	81,3	30	34,8	80,2	79,9
19	23,8	81,5	81,2	31	44,2	78,6	78,3
20	23,0	80,8	80,5	32	23,4	82,0	81,7
21	29,5	79,7	79,4	33	34,7	81,5	81,2
22	11,8	79,8	79,4	34	46,3	80,0	79,7
23	36,5	79,7	79,4	35	38,1	81,2	80,8
24	28,4	80,2	79,9	36	32,4	82,8	82,4
25	25,0	79,7	79,4	37	26,4	79,6	79,3
26	35,6	80,1	79,8	38	5,2	78,5	78,2
27	30,9	79,0	78,7	39	37,3	78,8	78,5

Tabelle C.9: Berechnete Druckhöhen $\bar{H}^n_{i,ber.}$ an allen Skelett-Modell-Knoten der Ergebnisse 3 und 4 der Optimierungsrechnungen für BZ 20 bei **variabler** Druckabsenkung $\bar{H}^n_{WWA,ber.}$ am Ausgang des Regelwerkes A mit zukünftig geplanter Pumpenanordnung bei berechneter minimaler Gesamtleistungsaufnahme $N^n_{jk,ber.}$ der Pumpen.

ANHANG D

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung

Abb.	: Abbildung
Abk.	: Abkürzung
bzw.	: beziehungsweise
BWB	: Berliner Wasserbetriebe
BZ	: Betriebszustand
ca.	: circa
Def.	: Definition
d.h.	: das heißt
etc.	: et cetera
Erg.	: Ergebnis
EVD	: Eigenvalue Decomposition (Eigenwertzerlegung)
FU	: Frequenzumformung
Gl.	: Gleichung
hydr.	: hydraulisch
Kap.	: Kapitel
k.D.	: keine Daten
KSV	: Knoten-Strang-Verfahren
LP	: Lineare Programmierung
mind.	: mindestens
Mio.	: Millionen
NLP	: Nichtlineare Programmierung
Nr.	: Nummer
P	: Pumpe
PKL	: Pumpenkennlinie
RB	: Reinwasserbehälter
RKS	: Ringkolbenschieber
RW	: Regelwerk
s	: starr (Drehzahl einer Pumpe)

s.	: siehe
SVD	: Singular Value Decomposition (Singulärwertzerlegung)
Tab.	: Tabelle
u.a.	: unter anderem
vgl.	: vergleiche
WW	: Wasserwerk
z.B.	: zum Beispiel

ANHANG E

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Beschreibung
A	-	Matrix
$\tilde{A}$	-	Eigenvektoren
A^+	-	Moore-Penrose-Inverse oder Pseudoinverse
A^{-1}	-	Inverse einer quadratischen, nichtsingulären Matrix
A^T	-	transponierte Matrix
$A\vec{f}$	-	Spektraldarstellung der Matrix A
A_i	m^2	Grundfläche eines Behälters
$A_i(H_i(t))$	m^2	wasserstandsabhängige Fläche eines Behälters
$\hat{A}_i(H_i(t))$	m^2	wasserstandsabhängige Fläche eines Reinwasserbehälters
$\hat{A}_{RB}$	m^2	Grundfläche der Reinwasserbehälterkammern
b	-	Anzahl der Knoten
$\vec{b}$	-	Vektor
b_b	-	Anzahl der Knoten bekannter Druckhöhe
b_u	-	Anzahl der Knoten unbekannter Druckhöhe
$\tilde{B}$	-	Indexmenge der Behälter
$\hat{B}$	-	Indexmenge der Reinwasserbehälter
$\bar{B}$	-	Indexmenge Verzweigung und Entnahme
$\bar{c}_i(t)$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	Knotenentnahmestrom
$\bar{c}_i^n$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	diskretisierter Knotenentnahmestrom
$\hat{c}_i(t)$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	steuerbarer Einspeisestrom in den Reinwasserbehälter
$\hat{c}_i^n$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	diskretisierter steuerbarer Einspeisestrom in den Reinwasserbehälter
$\hat{c}_{i,\min}$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	minimaler Einspeisevolumenstrom in den Behälter

$\hat{c}_{i,\max}$	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	maximaler Einspeisevolumenstrom in den Behälter
$\hat{C}_i$	m^3	Einspeisevolumen in den Reinwasserbehälter
d	m	Innendurchmesser
$\bar{d}_{jk}$	m	Innendurchmesser einer Rohrleitung
$diag$	-	Diagonalelemente
D	-	Diagonalmatrix der Singulärwertzerlegung, sonst diagonale Teilmatrix einer Jacobi-Matrix
D_{ii}	-	Diagonalelemente der Matrix D
D_{jk}	-	Diagonalelemente der Teilmatrix D einer Jacobi-Matrix
$E^s_{jk}(Q_{jk}(t))$	$\frac{\mathrm{kWh \cdot h}}{\mathrm{m}^3}$	spezifischer volumenstromabhängiger Energieverbrauch der Pumpen
f	-	Funktion
$\vec{f}$	-	Vektor
f_{ksv}	-	Faktor zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens des Knoten-Strang-Verfahrens
F	-	Funktion
g	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Erdbeschleunigung
$G(A)\vec{f}$	-	Spektraldarstellung einer orthogonalen Matrix
$\bar{h}_{i,\text{geod.}}$	m	geodätische Höhe eines Knotens
$\tilde{h}_{i,\text{geod.}}$	m	geodätische Höhe der Behältergrundfläche
$\hat{h}_{i,\text{geod.}}$	m	geodätische Höhe der Reinwasserbehältergrundfläche
$\breve{h}_{i,\text{geod.}}$	m	geodätische Höhe der Hochbehältergrundfläche
h_s	m	Verlusthöhe eines Strangs innerhalb einer Masche
H	-	Häufigkeit
$H^0(t)$	m, mNN	Wasserspiegelhöhe
$H_i(t)$	m, mNN	Druckhöhe am Knoten i
$\bar{H}^n_{i,\text{ber.}}$	m, mNN	berechnete Druckhöhe am Knoten i
$\bar{H}_{i,\text{const.}}$	m	konstante Druckhöhe am Knoten i
H^n_i	m, mNN	dikretisierte Druckhöhe am Knoten i
$\tilde{H}_i(t)$	m, mNN	Druckhöhe eines Behälters
$\tilde{H}^n_i$	m, mNN	diskretisierte Druckhöhe eines Behälters
$\tilde{H}_{i,\min}$	m	minimale Behälterenergiehöhe
$\tilde{H}_{i,\max}$	m	maximale Behälterenergiehöhe
$\hat{H}_i(t)$	m, mNN	Druckhöhe eines Reinwasserbehälters
$\hat{H}^n_i$	m, mNN	diskretisierte Druckhöhe eines Reinwasserbehälters
$\hat{H}_{i,\min}$	m	minimal zulässige Druckhöhe eines Reinwasserbehälters

$\hat{H}_{i,\max}$	m	maximal zulässige Druckhöhe eines Reinwasserbehälters
$\breve{H}_i\ (t)$	m, mNN	Druckhöhe eines Hochbehälters
$\breve{H}_i^n$	m, mNN	diskretisierte Druckhöhe eines Hochbehälters
$\breve{H}_{i,\min}$	m	minimal zulässige Druckhöhe eines Hochbehälters
$\breve{H}_{i,\max}$	m	maximal zulässige Druckhöhe eines Hochbehälters
$\bar{H}_i(t)$	m, mNN	Druckhöhe von Verzweigungen und Entnahmen
$\bar{H}_i^n$	m, mNN	diskretisierte Druckhöhe von Verzweigungen und Entnahmen
$\bar{H}_{i,\min}$	m	minimale Druckhöhe von Verzweigungen und Entnahmen
$\bar{H}_{i,\max}$	m	maximale Druckhöhe von Verzweigungen und Entnahmen
$H_i^0(t)$	m, mNN	Druckhöhe des Wasserspiegels
$\tilde{H}_{k,\text{const.}}$	m	zulässige Maximaldruckhöhe des Druckminderers
i	-	Knotennummer
J	-	Jacobi-Matrix in Matrixnotation
J_{ik}	-	Jacobi-Matrix
k	m	Wandrauigkeit
$\bar{k}_{jk}$	m	absolute Rauigkeit
$\bar{k}_{b,jk}$	m	betriebliche Rauigkeit
$\bar{k}_{s,jk}$	m	äquivalente Sandrauigkeit
K	-	Anzahl aller Knoten des Skelett-Modells
$K(t)$	-	Steuerindex Pumpstation als Variable
$K_{jk}(t)$	-	Steuerindex Pumpstation
$\hat{K}_{jk}(t)$	-	Steuerindex Pumpe mit starrer Drehzahl
$\widehat{K}_{jk}(t)$	-	Steuerindex Pumpe mit FU-Regelung
l	-	Anzahl Stränge
l_{jk}	-	Stranglänge
$\bar{l}$	-	Anzahl Stränge
$\tilde{l}$	-	Anzahl selbsttätiger Regelorgane
$\breve{l}$	-	Anzahl gesteuerter Regelorgane
$\hat{l}$	-	Anzahl Pumpen mit starrer Drehzahl
$\widehat{l}$	-	Anzahl Pumpen mit FU-Regelung
L	m	Länge einer Rohrleitung
$\bar{L}$	-	Indexmenge Strang
$\tilde{L}$	-	Indexmenge selbsttätiger Regelorgane

$\breve{L}$	-	Indexmenge gesteuerter Regelorgane
$\hat{L}$	-	Indexmenge Pumpe mit starrer Drehzahl
$\widehat{L}$	-	Indexmenge Pumpe mit FU-Regelung
m	-	Index des Zeitintervalls, sonst als Dimension
n	-	Index eines Zeitintervalls, sonst als Dimension
N	-	Anzahl an Messungen
$N(A)$	-	Nullraum der Matrix A
$N^n_{ges.,\text{ber.}}$	kW	berechnete Gesamtleistungsaufnahme einer Pumpe inklusive aller Verluste
$N_{jk}(Q_{jk}(t))$	kW	Gesamtleistungsaufnahme einer Pumpe inklusive aller Verluste
$N_{jk,\text{mech.}}(Q_{jk}(t))$	kW	mechanische Leistungsaufnahme einer Pumpe an der Pumpenwelle
p	-	Rang einer Matrix
$p_i(t)$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}$	Überdruck auf Behälterwasserstand
$\hat{p}$	-	Anzahl Pumpen mit starrer Drehzahl
$\widehat{p}$	-	Anzahl Pumpen mit FU-Regelung
P	-	Teilmatrix einer Jacobi-Matrix, sonst Anzahl aller Pumpen
$P\vec{f}$	-	Projektion von f auf $N(A)$
q_n	-	Steuerungsmöglichkeiten bei der dynamischen Programmierung
$q^*_n(x_n)$	-	optimale Steuerung auf der Stufe n
$Q(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Volumenstrom als Variable
$Q_{\text{ges.}}(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Gesamtförderstrom aller Wasserwerke
$Q^n_{\text{ges.}}$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	diskretisierter Gesamtförderstrom aller Wasserwerke
$Q^n_{jk,\text{ber.}}$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	berechneter Volumenstrom
$Q_{jk}(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Volumenstrom
$Q^n_{\text{ges.,mess}}$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	gemessene Gesamtförderströme aller einspeisenden Wasserwerke
$\bar{Q}_{jk}(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Strangvolumenstrom
$\tilde{Q}_{jk}(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Volumenstrom selbsttätiger Regelorgane
$\breve{Q}_{jk}(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Volumenstrom gesteuerter Regelorgane
$Q_{zu}(t)$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Förderstrom bzw. Netzeinspeisung aus einer Pumpstation oder einem Behälter
$QB_n(x_n)$	-	Steuerbereiche bei der dynamischen Programmierung
r^{HW}_{jk}	$\frac{\text{s}^2}{\text{m}^5}$	Rohrleitungswiderstand nach Hazen-Williams
r_N	-	Stufenerträge

$\bar{R}_{jk}$	$\frac{s^2}{m^5}$	Widerstand einer Rohrleitung
$\breve{R}_{jk}(t)$	$\frac{s^2}{m^5}$	Widerstand eines gesteuerten Regelorgans
$\tilde{R}_{jk}(Q(t), H(t))$	$\frac{s^2}{m^5}$	Widerstand eines Druckminderers
$R_{jk,\mathrm{PS}}$	$\frac{s^2}{m^5}$	Widerstand des Pumpenstrangs
$\Re_m$	-	m-dimensionaler Raum
$\Re_n$	-	n-dimensionaler Raum
Re	-	Reynoldszahl
R_N	-	Gesamtertrag
S_M	-	Steuermatrix
T	s	Betrachtungszeitraum
$T_n(x_n, q_n)$	-	Stufentransformation
$T_n(x_{n-1}, q_n)$	-	inverse Stufentransformation
$\vec{u}_i$	-	Vektor im $\Re_m$
U	-	Matrix der Singulärwertzerlegung
UV_i	-	Menge unmittelbarer Vorgängerknoten von i
UN_i	-	Menge unmittelbarer Nachfolgerknoten von i
$\vec{v}_k$	-	orthonormaler Eigenvektor der Matrix A
V	-	Matrix der Singulärwertzerlegung, sonst Matrix der Eigenwertzerlegung
$\hat{V}_{RB}$	m^3	Volumen des Reinwasserbehälters
$w(x)$	-	Widerstandsgröße
$W(x, Q)$	-	zusammengefasste Widerstandsgröße
x	-	x-Wert
x_n	-	Eingangszustand
x_n^*	-	optimaler Eingangszustand
x_N	-	Zustand zum Zeitpunkt N
X_n	-	Menge aller zulässigen Steuerungen auf der Stufe n
$Z_{RW_{jk}}$	€	Pumpenergiekosten der Reinwasserverteilung
$\alpha^0_{0,jk}$	m	Parameter einer Pumpenkennlinie bei Nenndrehzahl
$\alpha^0_{1,jk}$	$\frac{s}{m^2}$	Parameter des linearen Gliedes einer Pumpenkennlinie bei Nenndrehzahl
$\alpha^0_{2,jk}$	$\frac{s^2}{m^5}$	Parameter des quadratischen Gliedes einer Pumpenkennlinie bei Nenndrehzahl
$\alpha^0_{3,jk}$	$\frac{s^2}{m^5}$	Parameter des kubischen Gliedes einer Pumpenkennlinie bei Nenndrehzahl
$\hat{\alpha}^0_{0,jk}$	m	Parameter der Pumpenkennlinie einer Pumpe ohne FU-Regelung bei Nenndrehzahl

$\hat{\alpha}^0_{1,jk}$	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$	Parameter der Pumpenkennlinie einer Pumpe ohne FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\hat{\alpha}^0_{2,jk}$	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$	Parameter der Pumpenkennlinie einer Pumpe ohne FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\hat{\alpha}_{0,jk}(K_{jk}(t))$	m	Parameter der Pumpenkennlinie in Abhängigkeit vom Steuerindex
$\hat{\alpha}_{2,jk}(K_{jk}(t))$	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$	Parameter der Pumpenkennlinie mehrerer parallel oder seriell geschalteter Pumpen in Abhängigkeit vom Steuerindex ohne FU-Regelung
$\overset{0}{\widehat{\alpha}}_{0,jk}$	m	Parameter der Pumpenkennlinie einer Pumpe mit FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\overset{0}{\widehat{\alpha}}_{1,jk}$	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$	Parameter der Pumpenkennlinie einer Pumpe mit FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\overset{0}{\widehat{\alpha}}_{2,jk}$	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^5}$	Parameter der Pumpenkennlinie einer Pumpe mit FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\beta^0_{0,jk}$	$\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme einer Pumpe bei Nenndrehzahl
$\beta^0_{1,jk}$	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme einer Pumpe bei Nenndrehzahl
$\hat{\beta}^0_{0,jk}$	$\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme einer Pumpe ohne FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\hat{\beta}^0_{1,jk}$	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme einer Pumpe ohne FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\overset{0}{\widehat{\beta}}_{0,jk}$	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme einer Pumpe bei Nenndrehzahl
$\overset{0}{\widehat{\beta}}_{1,jk}$	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme einer Pumpe mit FU-Regelung bei Nenndrehzahl
$\hat{\beta}_{0,jk}(K_{jk}(t))$	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme mehrerer parallel oder seriell geschalteter Pumpen in Abhängigkeit vom Steuerindex ohne FU-Regelung
$\hat{\beta}_{1,jk}(K_{jk}(t))$	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}$	Parameter der Kennlinie der mechanischen Leistungsaufnahme mehrerer parallel oder seriell geschalteter Pumpen in Abhängigkeit vom Steuerindex ohne FU-Regelung
δ	-	Konstante für Spitzenzeitstromtarif
$\Delta H_a(Q_a(t)) = r_a^{HW}$	m	Druckverlusthöhe nach Hazen-Williams

ΔH_m	m	Druckverlusthöhe innerhalb einer Masche
ΔQ_m	$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$	Korrektur der Strangvolumenströme nach Hardy Cross
ε	-	Konstante für Spitzenzeitstromtarif
	-	
λ_n	-	Eigenwert
λ_{jk}	-	Reibungskoeffizient nach Prandtl-Colebrook
Λ	-	Diagonalmatrix der Eigenwertzerlegung
ν	-	Kinematische Viskosität
η	-	Wirkungsgrad
ρ	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	Dichte
ρ_w	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	Dichte von Wasser
σ_i	-	Diagonalelemente der Matrix D
σ_k	-	Singulärwerte der Matrix A, sonst Eigenwerte
$\sigma_{jk}(t)$	$\frac{€}{\mathrm{kWh}}$	Energietarif
v_{jk}^0	$\frac{1}{\mathrm{s}}$	Nenndrehzahl einer Pumpe
v_{jk}^{min}	$\frac{1}{\mathrm{s}}$	Mindestdrehzahl einer drehzahlgeregelten Pumpe
v_{jk}^u	$\frac{1}{\mathrm{s}}$	Diskretisierte Drehzahl einer drehzahlgeregelten Pumpe
$v_{jk}(t)$	$\frac{1}{\mathrm{s}}$	Drehzahl einer drehzahlgeregelten Pumpe