

Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft
Technische Universität Darmstadt



MITTEILUNGEN

Heft 126

2002

Peter Mewis

Morphodynamisch-numerische Modellierung von Flußkurven

Diese Mitteilungsreihe hat zwei Wurzeln:

- die "Wasserbau-Mitteilungen" (41 Hefte), begründet 1966 von Prof. Dr.-Ing. Friedrich Bassler, später fortgeführt von Prof. Dr.-Ing. Josef Mock,
- die "Technischen Berichte über Ingenieurhydrologie und Hydraulik" (54 Hefte), herausgegeben seit 1965 von Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Otto Kirschmer, später fortgeführt von Prof. Dr.-Ing. Ralph C.M. Schröder und Prof. Dr.-Ing. Manfred Ostrowski.

Mit dem Dienstantritt von Prof. Dr.-Ing. habil. Ulrich C. E. Zanke als Nachfolger von Prof. Mock sind diese beiden Reihen zusammengeführt worden. Die drei Fachgebiete des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft:

- Ingenieurhydrologie und Wasserbewirtschaftung
- Wasserbau
- Hydromechanik und Hydraulik

dokumentieren damit auch nach außen ihre Zusammengehörigkeit. Die neue Nummerierung ergibt sich aus der Summe der Hefte beider Vorgängerreihen.

Die "Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Darmstadt" erscheinen in unregelmäßiger Folge im Eigenverlag des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft. Ein Nachdruck, auch auszugsweise, ist nur mit Genehmigung des Geschäftsführenden Institutsdirektors gestattet.

(ISSN 1430-3434) ISBN: 3-936146-04-7

FG Ingenieurhydrologie
und Wasserbewirtschaftung

FG Hydromechanik und Hydraulik
Petersenstraße 13

D-64287 Darmstadt
Tel.: 06151 / 16 21 43
FAX: 06151 / 16 32 43

FG Wasserbau
Rundeturmstraße 1

D-64283 Darmstadt
Tel.: 06151 / 16 25 23
FAX: 06151 / 16 32 23

e-mail: ostrowski@ihwb.tu-darmstadt.de
e-mail: oberlack@hyhy.tu-darmstadt.de

e-mail: wabau@hrz2.hrz.tu-darmstadt.de

Aktuelle Informationen über das Institut und seine Lehrangebote finden Sie im World Wide Web unter: <http://wabau.kww.bauing.tu-darmstadt.de>

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. habil. U. Zanke (Wasserbau)
Prof. Dr.-Ing. M. Ostrowski (Ingenieurhydrologie und Wasserbewirtschaftung)
Prof. Dr.-Ing. habil. M. Oberlack (Hydromechanik und Hydraulik)

Vorwort

Das fließende Wasser setzt die Sedimente an den Gewässersohlen von Bächen, Flüssen und Küstengewässern bei ausreichender Strömungsgeschwindigkeit in Bewegung. Dieser Feststofftransport führt zu natürlichen Veränderungen: Tiefen und Untiefen entstehen und vergehen, Flußkrümmungen verlagern sich und Küstenräume verändern sich.

Die Analyse von Wirkzusammenhängen der natürlichen morphologischen Entwicklung und der Rückwirkung mit Eingriffen (Baumaßnahmen oder Veränderungen der Wasserführung oder der Sedimentverfügbarkeit) ist mit Modellen möglich. Für kleinräumige Fragen bieten sich bei manchen Fragestellungen hydraulische Modelle an, deren Einsatz aber durch die Modellgesetze begrenzt wird. Hydrodynamisch-morphodynamisch-numerische Modelle, kurz morphodynamische Modelle sind sowohl für kleinräumige als auch für großräumige Fragestellungen geeignet. Diese Modelle sind maßstabsfrei und berechnen Strömung und Sedimentumlagerung in ständiger Rückkopplung.

Derartige Modelle werden seit etwa Anfang der 90iger Jahre entwickelt und eingesetzt, zunächst nur eindimensional, später auch zweidimensional. Generelles Entwicklungsziel sind aber in jeder Hinsicht detaillierte, dreidimensionale großräumige Modelle, die alle in Gewässern vorkommenden hydrodynamischen und morphodynamischen Phänomene abbilden. Dies betrifft z.B. die Bildung von Zehr- und Nehrufern in Flüssen oder den sogenannten Undertow, der an Küsten zur Riffbildung führt.

Dr.-Ing. Peter Mewis hat mit seiner Dissertation "Morphodynamisch-numerische Modellierung von Flußkurven" und seiner zugehörigen Programmentwicklung in eindrucksvoller Weise einen Meilenstein der dreidimensionalen hydrodynamisch-morphodynamischen Entwicklung vorgelegt. Um Mißverständnissen vorzubeugen: Das Modell ist kein spezielles Flußkurvenmodell, sondern ein genereller Ansatz, der u.a. auch auf gekrümmte Fließgewässer ansetzbar ist, was in diesem Heft gezeigt wird. Die Lektüre des Beitrages ist über die numerische Seite hinaus auch durch die detaillierten Beschreibungen der Vorgänge in Gewässerkurven sehr zu empfehlen.

Univ. Prof. Dr.-Ing. habil. U.C.E. Zanke

Kurzfassung

In der Arbeit wird das morphodynamisch-numerische Modell SMOR vorgestellt. Es ist allgemein für die Simulation von dreidimensionaler Strömung mit beweglicher Sohle in beliebigen Geometrien geeignet und wird in seiner Anwendung auf Flußkurven beschrieben.

Die Neigung zur Mäandrierung ist fast allen großen Flüssen und kleineren Wasserläufen zu eigen. Ein wesentlicher Schritt zur morphodynamischen Modellierung von Flüssen ist daher die korrekte Beschreibung der Flußkurven.

In der vorgelegten Arbeit werden zunächst die bekannten komplexen Strömungsverhältnisse in einer Flußkurve beschrieben. Aus ihnen und den dazugehörigen Verteilungen der Schubspannungen können bereits Grundzüge der Morphologie der Flußkurven abgeleitet werden. Es wird ein Überblick der bekanntesten Laborversuche ohne und mit beweglicher Sohle gegeben.

Die aus der Literatur bekannten Erfahrungen mit numerischen Modellen mit beweglicher Sohle werden kurz angesprochen. Diese sind fast ausschließlich zweidimensionale Modelle.

Der gerade in Flußkurven wesentliche Vorgang des Hangabwärtstriebes (im englischen als "transverse" oder "downslope transport" bekannt) ist eingehend behandelt. Die bisherigen Rechenansätze werden dabei kritisch dargelegt. Es wird eine allgemein einsetzbare neue Formulierung vorgestellt.

Das morphodynamisch-numerische Modell SMOR erlaubt die Berücksichtigung unerozierbarer Sohlagen. Dies ist notwendig, wenn Buhnen im Fluß vorhanden sind. Zum Transport auf fester Sohle wird ein einfaches schnelles Verfahren eingesetzt. Dabei erweisen sich Modelle als vorteilhaft, die eine spezielle Geschiebetransportschicht verwenden. Der Einfluß der Dispersion auf den Geschiebetrieb wird in eine für numerische Modelle geeignete Form gebracht.

Bei der Entwicklung des Modells SMOR sind aus verschiedenen Gründen unerwartete Effekte aufgetreten. Ein solcher Effekt war die Beobachtung der Instabilität der Sohle im zweidimensionalen Fall. Diese bereits in den mathematischen Gleichungen enthaltene Instabilität führt zu alternierenden Bänken und ist auch für die Flußkurven relevant. Ein zweiter Effekt war das Auftreten von Instabilität für den dreidimensional hydrostatischen Fall. Dabei kommt es zur Bildung von Dünen. Beide Instabilitäten werden durch den Hangabwärtstrieb wesentlich beeinflusst. Letztere konnte unterdrückt werden, was für die Darstellung und Auswertung der Ergebnisse sehr vorteilhaft war.

Das Auftreten von entkoppelten Lösungen konnte nicht vollständig vermieden werden. In SMOR wurde eine Formulierung gefunden, die relativ stabil ist.

Eine kurze Zusammenstellung der Methoden für morphologische Langfristprognosen dient der Einordnung der in SMOR verwendeten Methode des morphologischen Beschleunigungsfaktors.

An einigen Beispielen, darunter eine Flußkurve der Elbe, wird die Einsatzfähigkeit des Modelles SMOR demonstriert.

Abstract

The morphodynamic-numerical model SMOR is reported about in this work. This model is described in his application to river bends. Beyond this it is generally applicable for the simulation of threedimensional flow fields with movable bed in arbitrary geometries.

Most rivers and creeks tend to develop meanders. The correct simulation of river bends is therefore a substantial step towards the morphodynamic modeling of rivers.

At the beginning of the present work the known complex current patterns in a river bend are described. From them and the shear stresses induced by them main-features of the morphology of river bends can be derived. A short review of the known laboratory experiments with movable and fixed beds is given.

The experience with numerical models with movable bed reported about in the literature is shortly reported. These are almost twodimensional models.

The effect of transverse or downslope transport is essential in river curves. It is therefore treated more attentive. The known approaches are critically revised and a generally usable new formulation is presented.

The morphodynamic-numerical model SMOR allows to account for unerodible bottom layers. This becomes necessary if groynes are to be modeled in the river. A simple and fast algorithm is used to accomplish this task. Models that use a special layer of transported bedload material have shown to be favorable. A formulation usable for numerical models for the dispersion within the bedload transport has been derived.

During the development of the model SMOR unexpected effects have shown for different reasons. One effect was the determination of an instability of the bottom in the twodimensional case. This instability contained already in the mathematical equations leads to alternate bars and is important for river bends as well. A second effect was the appearance of an instability in the threedimensional hydrostatic case. Dunes start to develop in this case. Both instabilities were influenced significantly by the downslope transport. The later one could even be suppressed, what was of advantage for the representation and analysis of the results.

The appearance of decoupled modes in the solution could unfortunately not be avoided completely. Nevertheless in SMOR a formulation has been used, that is relatively stable.

A short itemization of the methods for long term simulations is given as a comparison with the method of a morphodynamic acceleration factor used in SMOR.

Some examples, one from a river bend of the river Elbe, demonstrate the abilities of the morphodynamic-numerical model SMOR.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Beschreibung der Strömung und Morphologie in Flußkurven und Stand der Forschung	5
2.1	Strömungsverhältnisse in Flußkurven	5
2.1.1	Zweidimensionale Effekte	5
2.1.2	Dreidimensionale Effekte	7
2.2	Sekundärströmung	11
2.2.1	Analytische Lösung des Sekundärströmungsprofils	11
2.2.2	Berechnung mit dem $k - \epsilon$ Turbulenzmodell	16
2.2.3	Berandung und Entwicklung der Sekundärströmung	16
2.2.4	Einfluß des vertikalen Impulstransportes	21
2.3	Physikalische Laborversuche mit fester Sohle	23
2.4	Physikalische Laborversuche mit beweglicher Sohle	26
2.4.1	B.C. Yen und C.L. Yen (90° Kurve) 1970-71	26
2.4.2	Mäanderversuche von R. Hooke 1974	26
2.4.3	Nouh und Townsend (45 und 60°) 1979	27
2.4.4	Versuche in Delft 1985	27
2.4.5	Odgaard's Experiment (180° Krümmer) 1988	28
2.4.6	C.L. Yen's Versuche zu Sohltopographie und Sortierung des Sedimentes (180°)	29
2.5	Formeln zur Abschätzung der Sohlneigung in Flußkurven	30
2.6	Numerische Modelle	32
2.6.1	Überblick	32
2.6.2	1D Modelle mit beweglicher Sohle	32
2.6.3	2D Modelle mit beweglicher Sohle	32
2.6.4	3D Strömungsmodelle	34
2.6.5	3D Modelle mit beweglicher Sohle	34

3	Modellgleichungen	36
3.1	Hydrodynamik	36
3.1.1	Hydrostatische Druckverteilung	37
3.1.2	Corioliskraft	38
3.1.3	Wandreibung	38
3.1.4	Turbulenter Impulsaustausch (vertikal/horizontal)	41
3.2	Transportwirksame Sohlrauheit	48
3.3	Bewegungsbeginn bei geneigter Sohle	49
3.4	Geschiebetransportkapazität	51
3.5	Transport auf einer geneigten Sohle (Hangabwärtstrieb)	53
3.6	Entwicklung der Sohle	64
3.6.1	Unerodierbare Sohlbereiche	64
3.6.2	Ungleichgewichtstransport, Aufnahmelänge - loading law	65
3.6.3	Ufererosion und Hangrutschungen	68
4	Analyse des Gleichungssystems	70
4.1	Verhalten des Gleichungssystems bei verschiedenen Randbedingungen (1D)	70
4.2	Prinzip der linearen Analyse eines Problems	71
4.3	Propagation von Sohlstörungen (1D)	71
4.4	Alternierende Bänke (2D)	74
4.5	Modellierung der alternierenden Bänke	75
4.6	Freie und erzwungene alternierende Bänke	77
4.7	Zusammenhang zwischen Kurvenkolken und erzwungenen alternierenden Bänken	79
5	Diskretisierung im Modell SMOR3D	82
5.1	Vorbemerkung zu mehrdimensionalen Modellen	82
5.2	Ansatz in SMOR3D	84
5.3	Zeitintegration	84
5.4	Auflösung der Horizontalen	84
5.4.1	Corioliskraft und Wandreibung	86
5.4.2	Terme für turbulenten Austausch	86
5.4.3	Advektion des Impulses	87
5.4.4	Druckkorrektur	87
5.4.5	Trockenfallen	89
5.5	Auflösung der Vertikalen	90

5.5.1	Sohlreibungsschicht	91
5.5.2	Druck und Advektion des Impulses	92
5.6	Implementierung der Bodenevolutionsgleichung	92
5.6.1	Bedingung für eine Kopplung der strömungs- und morphodynamischen Gleichungen	92
5.6.2	Realisation der Kopplung im Modell	95
5.7	Zeitschrittweite	96
5.8	Randbedingungen	96
5.8.1	Strömung	96
5.8.2	Sediment	97
5.9	Anfangsbedingungen	98
5.10	Methoden für Langfristprognosen	98
5.10.1	Kinematische Wellengleichung und Diffusionsanalogie	100
5.10.2	Morphologische Beschleunigung	101
5.10.3	RAM-Modul	101
6	Test des Modells (Validation)	102
6.1	Test der Abbildung der Sohlschubspannung	102
6.2	Einzelne Buhne	103
6.3	Versuch von Mockmore zur Verteilung der Strömungsgeschwindigkeiten in Gerinnekrümmungen	105
6.4	Odgaards Versuch	109
6.5	Elbe-Kurve - Test am natürlichen Flußabschnitt	113
7	Zusammenfassung	129
	Literatur	131

Abbildungsverzeichnis

2.1	Geschwindigkeitsverteilung aufgrund der Potentialströmung	6
2.2	Schrägstellung des Wasserspiegels in der Kurve aufgrund der Fliehkraft . .	7
2.3	Das Vertikalprofil der Sekundärströmung (rechtes Bild) wird durch Fliehkraft und Wasserspiegelgradienten (linkes Bild) erzeugt.	8
2.4	Darstellung der Oberflächengeschwindigkeiten aus dem Modell von Smith und McLean [100].	10
2.5	Geschwindigkeitsdefekt nach verschiedenen Formeln für Geschwindigkeitsprofile	12
2.6	Rozovskii's Vergleich von gemessenen Sekundärströmungen mit der analytischen Formel 2.20 (aus Rozovskii [94]).	14
2.7	Profil der Sekundärströmung nach verschiedenen analytischen Formeln . .	15
2.8	Profil der Sekundärströmung einer Flußkurve	16
2.9	Verhalten der Sekundärströmung an der seitlichen Berandung des Gerinnes und bei aufeinanderfolgenden Flußkurven	17
2.10	Skizze der Sekundärströmung nach den Vorstellungen von Hey und Thorne 1975 [42]	18
2.11	Messungen der Sekundärströmung von Bathurst, Thorne und Hey 1979 [3].	19
2.12	Einfluß der Dean Zahl auf die Geschwindigkeitsquerprofile	19
2.13	Messungen der Sekundärströmung im Laborgerinne von Carstensen 1999 [13]	20
2.14	Einfluß der vertikalen Geschwindigkeit. Mit demselben Modell wie in Abb. 2.8 berechnete Profile von Längsgeschwindigkeit und turbulenter Viskosität, für fünf verschiedene relativ geringe vertikale Geschwindigkeiten. . .	21
3.1	Definition der Achsen im kartesischen Koordinatensystem	37
3.2	Durch die Corioliskraft verursachte Sekundärströmung für unterschiedliche Sohlrauheiten z_0 und ein Gefälle in Längsrichtung von $0,15 \cdot 10^{-3}$	39
3.3	Reibungsbeiwert r_f bei unterschiedlichen Wassertiefen bzw. Schichtdicken bei vorgegebenem Nullpunkt des logarithmischen Geschwindigkeitsprofils z_0 für die Formeln 3.15 (um) und 3.17 (u)	41
3.4	Übersicht der Herleitung der Randbedingungen der k - ϵ Gleichungen	46

3.5	Einfluß der Modellauflösung auf die Ergebnisse des $k-\epsilon$ Turbulenzmodells. Die niedrigste Auflösung wurde mit 5 Punkten realisiert.	47
3.6	Definition der Kräfte (nach Graf 1984 [39])	49
3.7	Einfluß der Sohlneigung auf die kritischen Geschwindigkeiten bei Neigung in Strömungsrichtung und senkrecht dazu	51
3.8	Skizze des Hangabwärtstriebes	54
3.9	Vergleich mit den Messungen zum Quertransport verschiedener Autoren	60
3.10	Vergleich mit den Messungen des Quertransportes von Hasegawa (entnommen aus Sekine und Parker 1992[97])	61
3.11	Darstellung des Einflusses der Turbulenz	62
4.1	Stabilitätsdiagramm der linearen Analyse von Schielen 1993.	75
4.2	Stabilitätsdiagramm einer nichtlinearen Analyse nach Schielen 1993 [95].	76
4.3	Numerische Simulation von alternierenden Bänken entsprechend dem Versuch von Tubino.	77
4.4	Darstellung der Sohldeformation von mehrreihigen Bänken (multiple rowed bars).	78
4.5	3D Darstellung der Sohldeformation von mehrreihigen Bänken (multiple rowed bars) auf dem Rechennetz	79
4.6	Bekannte Sohldeformationen, die nach dem Prinzip der alternierenden Bänke zu erklären sind	80
4.7	Vergleich der Formel von Struiksma u.a. 1985 [104] mit den Versuchsergebnissen von Odgaard.	81
4.8	Auswertung der Formel von Struiksma u.a. 1985 [104] hinsichtlich der maßgeblichen Größen.	81
5.1	Flächenkoordinaten des Dreieckes	85
5.2	Formfunktionen Φ_i	85
5.3	du Fort Frankel Schema zur Berechnung der dispersiven Terme	86
5.4	Überschwingen der Geschwindigkeiten bei Verwendung von zentralen Differenzen	87
5.5	Schema der Schichtaufteilung	90
6.1	Verteilung der Sohlschubspannung ohne (links) und mit (rechts) spezieller Sohlschicht	103
6.2	Testbeispiel einzelne überströmte Buhne. Dargestellt sind die Tiefenverteilung durch Isolinen und die Sohlschubspannungen als Vektoren.	103
6.3	Perspektivische Darstellung der Sohldeformation an einer einzelnen überströmten Buhne.	105
6.4	Versuchsordnung von Mockmore ([74]).	106

6.5	Von Mockmore ([74]) gemessene Geschwindigkeitsverteilung in den in Abb. 6.4 bezeichneten Querschnitten in ft/s.	107
6.6	Mit SMOR3D berechnete Geschwindigkeitsverteilung in den Querschnitten von Mockmore in m/s.	107
6.7	Mit SMOR3D berechnete Wasserstände und Positionen der Querschnitte .	108
6.8	Mit SMOR3D berechnete Strömungsgeschwindigkeiten an der Oberfläche (links) und an der Sohle (rechts)	108
6.9	Vergleich der Rechenansätze zur Hangneigung in einer Flußkurve (siehe Abschnitt 2.5) bezüglich der Sohreibungsbeiwertes für Odgaards Versuch	110
6.10	Ergebnis des Versuches von Odgaard [81]	111
6.11	Mit SMOR3D berechnete Tiefenverteilung (Versuchsordnung Odgaard) mit Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion	112
6.12	Mit SMOR3D berechnete Verteilung der Geschwindigkeiten an der Oberfläche (Versuchsordnung Odgaard), Rechnung mit Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion	112
6.13	Tiefenverteilung der Elbe-Reststrecke im Modell	114
6.14	Dauerlinie der Abflüsse und deren Produkt mit ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit am Pegel Neu Darchau (Mittlere Werte aus 72 Kalenderjahren, Gewässerkundliches Jahrbuch)	115
6.15	Ausschnitt des Finite Elemente Netzes der Elbe-Kurve mit dem Bereich der Flußkurve	116
6.16	Schubspannungsverteilung an der Elbesohle am Anfang der Rechnung . .	117
6.17	Lage der Querprofile der Elbesohle für den Vergleich	118
6.18	Querprofile der Elbesohle in der Schleife bei Km509 aus Messungen	119
6.19	Querprofile der berechneten Sohllagen der Elbe im gleichen Abschnitt wie in Abb. 6.18	120
6.20	Bildung von starken Längsstreifen im 2D Modell bei Rechnungen ohne Quertransport und Geschiebedispersion.	121
6.21	Verteilung der Sohlschubspannung im Modell Elbe-Kurve am Ende der Simulationszeit, berechnet mit SMOR3D	122
6.22	Lage des Querschnittes im Modell	123
6.23	Querschnitt der Geschwindigkeiten im Modell Elbe-Kurve	124
6.24	Zeitreihen der Tiefenentwicklung (oben) und der Schubspannungen (unten) im Modell Elbe-Kurve über die Iterationen bei Anwendung der Korrektur mit der Kontinuitätsgleichung (im Beispiel wurden 50000 Iterationen ausgeführt)	125
6.25	Verteilung der Tiefen (oben) und der Schubspannungen (unten) am Ende der Korrektur mit der Kontinuitätsgleichung (ohne hydrodynamische Simulation) für das Modell Elbe-Kurve (nach 50000 Iterationen, oben - Sohltopographie, unten - Schubspannungen)	126

6.26	Tiefenverteilung Elbe-Kurve ohne Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion (nach 150000 Sekunden hydrodynamischer Modellzeit ca. 10 Jahre). Türkise Bereiche in der Außenkurve sind Tiefen über 10m. Maximal werden Tiefen von 20m erreicht. (volle HN-Kopplung)	127
6.27	Tiefenverteilung Elbe-Kurve mit Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion (nach 100000 Sekunden hydrodynamischer Modellzeit ca. 7 Jahre).	128
6.28	Tiefenverteilung Elbe-Kurve mit Hangabwärtstrieb und mit Geschiebedispersion (nach 100000 Sekunden hydrodynamischer Modellzeit ca. 7 Jahre).	128

Tabellenverzeichnis

1.1	Möglichkeiten der Modellierung morphologischer Formen	3
2.1	Übersicht der bekanntesten physikalischen Modellversuche mit ihren Grundparametern	25
3.1	Koeffizienten des k- ϵ Modelles	45
3.2	Vergleich der Ausdrücke für β_t von verschiedenen Autoren	59
3.3	Versuch von Yang und Sayre 1969 [121]	63
3.4	Versuch von Sumer und Deigaard 1981 [105] mit sehr leichten Partikeln in einer 30cm breiten Rinne	63
3.5	Versuchsergebnisse zur Anpassungslänge von Nakagawa 1980 [76]	66
4.1	Wertebereiche der Modellparameter, die in der linearen Analyse angenommen wurden.	73
5.1	Ursachen für die Existenz entkoppelter Lösungen	93
5.2	Notwendige Anzahl der Randbedingungen (mögliche Randbedingungen: q_x , q_y und H)	97
6.1	Vergleich der Querneigung in der Kurve mit bekannten Formeln, links ist der Parametersatz aufgeführt.	118

Nomenklatur

a	Tiefe der Sohle unter Bezugsniveau
d	Korndurchmesser von Sedimentpartikeln
De	Dean-Zahl, von de Vriend auf eine Flußkurve umgeschrieben: $De = \sqrt{\frac{H}{R}} \frac{UH}{\nu}$
d_m	mittlerer Korndurchmesser
f	Coriolisbeiwert $2\omega \sin\phi$, ϕ ist in dieser Formel die geogr. Breite
F_D, F_L	durch die Strömung verursachte Drag- und Liftkraft an Sedimentpartikeln
g	Erdbeschleunigung
h	Höhe des Wasserspiegels über Bezugsniveau
H	Wassertiefe ($a + h$)
I, I_h, I_r	Energie-, Wasserspiegel-, Reibungsgefälle
L	Anpassungslänge des Geschiebetransportes
k_S	Äquivalente Sandrauheit der Sohle, gelegentlich ebenfalls Rauheitshöhe genannt, die effektiv ein Maß der Reibungswirkung der Sohle ist.
m	Reibungsbeiwert nach Manning
n	Beiwert des Potenzgesetzes der Geschwindigkeitsverteilung (power law)
N	Exponent der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Geschiebetriebes für eine bestimmte Grundströmung (siehe Kapitel 4)
p	Porosität, Volumenanteil der Poren in der Sohle, also der Hohlraumanteil, typischer Wert 0,3
q_x, q_y	spezifischer Durchfluß in x und y Richtung, $q_x = u \cdot H$, $q_y = v \cdot H$
q_G	Geschiebetransportrate allgemein (bedload) ausgedrückt durch das Volumen des transportierten Sedimentes ohne Poren
q_{Gp}	Geschiebetransportrate allgemein (bedload) ausgedrückt durch das Volumen des transportierten Sedimentes mit Poren $q_{Gp} = \frac{q_G}{(1-p)}$
q_{Gt}	Geschiebetransportrate allgemein (bedload) ausgedrückt durch das Gewicht an Luft $q_{Gt} = \rho_S q_G$
q_{Gw}	Geschiebetransportrate allgemein (bedload) ausgedrückt durch das Gewicht unter Wasser $q_{Gw} = \Delta \rho q_G$
q_G^*	dimensionslose Geschiebetransportrate $\frac{q_G}{\sqrt{\rho' g d}}$
q_G^a	aktuelle Geschiebetransportrate

q_n	Transportrate quer (normal) zur Strömungsrichtung
q_n^*	dimensionslose Transportrate quer (normal) zur Strömungsrichtung = $\frac{q_n}{\sqrt{\rho'gd}}$
q_s	Transportrate längs (streamwise) zur Strömungsrichtung
R	Krümmungsradius der Kurve in der Mitte des Gerinnes
r	radiale Koordinate des Polarkoordinatensystems (quer zur Kurve)
r_f	dimensionsloser Reibungsbeiwert nach Newton Taylor = $\frac{\lambda}{8}$
S	Schichtdicke der bewegten Sohlschicht
s	tangentiale Koordinate des Polarkoordinatensystems (längs zur Kurve)
U	mittlere Strömungsgeschwindigkeit in Gerinnelängsrichtung
U_S	mittlere Geschwindigkeit des Geschiebes an der Sohle
u_*	Schubspannungsgeschwindigkeit
W	Gewichtskraft (von Sedimentpartikeln)
w_S	Sinkgeschwindigkeit von Sedimentpartikeln
z_0	Höhe des Nullpunktes des logarithmischen Geschwindigkeitsprofils. Gelegentlich ebenfalls als Rauheitshöhe bezeichnet. Mit der äquivalenten Sandrauheit steht sie in der festen Beziehung $z_0 = \frac{k_S}{30}$.
α	Richtungsänderung des Geschiebetransportes durch eine Quergeneigung der Sohle
β	Winkel zwischen Strömungsrichtung und hangparalleler Richtung bzw. den Linien gleicher Sohlhöhe
β_t	Größe zur Beschreibung der Intensität des Hangabwärtstriebes = $\frac{q_n}{q_s a_n}$
$\Delta\rho$	reduzierte Dichte des Sedimentes ($\rho_S - \rho$)
Φ	Winkel der inneren Reibung des Sedimentes
κ	von Karman Konstante
λ	Reibungsbeiwert nach Darcy-Weißbach
$\nu_t, \nu_{t,h}, \nu_{t,v}$	turbulente Viskosität, h und v stehen für horizontal und vertikal
ρ	Dichte von Wasser
ρ_S	Dichte des Sedimentes
ρ'	relative Dichte des Sedimentes $\frac{\rho_S - \rho}{\rho}$
σ	Ungleichförmigkeit des Sedimentes $\sqrt{\frac{d_{84,1}}{d_{15,9}}}$
τ	Schubspannung, hier immer die Sohlschubspannung
τ^*	dimensionslose Sohlschubspannung oder auch Froude Zahl des Kornes = $\frac{\tau}{\Delta\rho g d}$

τ_c, τ_{c0}	kritische Schubspannung, Index 0 steht für nahezu horizontale Sohle
θ	Neigungswinkel der Sohle = $\arctan(grad(a))$
θ	Als Index bezeichnet die Winkelkoordinate der Polarkoordinaten (Längsrichtung der Kurve)
ζ	relative Höhe über der Sohle = z/H

Kapitel 1

Einführung

Fragestellungen der Morphodynamik sind für den Wasserbau von zentraler Bedeutung. Sowohl die klassischen Fragen der Standsicherheit von Bauwerken, des Hochwasser- und Küstenschutzes als auch modernere Themen, wie Küstenzonenmanagement und naturnaher Gewässerausbau, sind unmittelbar mit der Morphodynamik verbunden. Verstärkt treten Fragen nach einer langfristigen und nachhaltigen Entwicklung auf. Für das Management der Küstenzone ist die langfristige Entwicklung der Morphologie das zentrale Thema. Aber auch das Management von Flüssen, wie der Elbe und des Rheins mit den Geschiebezugaben, sind direkt mit der Morphodynamik verbunden. So ist dieser Forschungsbereich, der ebenso der Geographie und Geomorphologie zuzuordnen ist, stark in das Interesse des Wasserbaus gerückt. Im Wasserbau stehen dabei ganz konkrete Fragen nach der Wirkung bestimmter Eingriffe und Baumaßnahmen im Vordergrund. Antworten auf diese Fragen lassen sich oft nur mit Hintergrundwissen über die natürliche, vom Menschen unbeeinflusste Morphologie finden. Erst mit der Kenntnis der natürlichen Morphodynamik kann sinnvoll in die Vorgänge eingegriffen werden.

Die praktischen Fragestellungen betreffen vorrangig Gefahrenpotentiale, die z.B. durch Kolkbildung und Ufererosion entstehen. Aber auch die Bildung von Deckschichten durch Entmischung der Kornfraktionen und die Staurationverlandung in Talsperren sind oft auftretende Probleme, die mit numerischen Modellen angegangen werden können. Als ein wesentliches Problem in der Gewässerentwicklung kommt die Mäandrierung der Fließgewässer hinzu. Hierzu existieren bereits einige Ansätze, angefangen bei vereinfachenden 1D und 2D Ansätzen bis zu echten 3D Modellen. In der Literatur finden sich bislang jedoch kaum Beiträge, die eine 3D Strömungssimulation mit Uferabbruch beschreiben. Dies hat seine Ursache z.T. darin, daß derart langfristige Simulationen mit mehrdimensionalen Modellen bislang aufgrund der erforderlichen Rechenleistungen kaum möglich waren.

Die inzwischen als klassisch zu bezeichnenden hydraulischen Maßstabsmodelle sind teilweise mit beweglicher Sohle ausgeführt worden. Die Modellgesetze für Modelle mit beweglicher Sohle sind jedoch so einschränkend, daß es fraglich ist, ob mit solchen Modellen tatsächlich gute Prognosen getroffen werden können. Diese Nachteile weisen numerische Simulationsmodelle nicht auf.

Die Computermodelle haben sich im Grund- und Oberflächenwasserbereich bereits weitgehend durchgesetzt. Hydraulische Laborversuche zur Strömungsuntersuchung finden heute vorwiegend zu reinen Forschungszwecken statt. Eine ähnliche Entwicklung nehmen derzeit die Fragestellungen aus dem Bereich Morphodynamik. Dabei gibt es hier wiederum spezifische Zusammenhänge zu berücksichtigen. Verschiedene, in der reinen numerischen

Strömungssimulation vernachlässigbare Effekte, treten jetzt in den Vordergrund. Dies macht eine Revision des im morphodynamischen Modell verwendeten Strömungsmodells notwendig. Große Beachtung wird in dieser Arbeit der speziellen Strömungssituation in Flußkurven, der speziellen Morphodynamik und den Möglichkeiten bei der Formulierung des numerischen Modelles geschenkt.

Oft wird bereits bei der Simulation der Hydrodynamik durch starke Vereinfachungen der zugrundeliegenden mathematischen Gleichungen eine Reduktion der dreidimensionalen Natur auf zwei oder eine Raumdimension vorgenommen. Eindimensionale Modelle sind seit Jahren erfolgreich im Einsatz. Ihr Vorteil besteht vor allem im geringeren Rechenaufwand. In dieser Arbeit geht es dagegen um "mehrdimensionale" Modelle, d.h. zweidimensional und dreidimensional in den Raumausdehnungen. Mit diesen Modellen lassen sich auch kleinräumige Modellgebiete detailliert berechnen. Die durch die Reduktion der Raumdimensionen vernachlässigten Effekte können oft durch Parametrisierungen näherungsweise in die Modelle geringerer Dimension eingebaut werden. Dies führt zu einer Menge von Variationsmöglichkeiten der Modelle. Als Beispiel seien hier die "moment of momentum"-Gleichungen genannt, die in zweidimensionalen Simulationsmodellen den Effekt der grundsätzlich dreidimensionalen Sekundärströmung beschreiben sollen. Man darf jedoch nicht vergessen, daß Parametrisierungen, z. B. die Charakterisierung einer Kurve durch einen Krümmungsradius, sehr stark vereinfachen und einer tatsächlichen mehrdimensionalen Modellierung prinzipiell unterlegen sind.

Auf das Anwendungsspektrum von morphodynamischen Modellen in Form einer kurzen Liste bekannter morphologischer Formen sei an dieser Stelle eingegangen. Es wird eine Trennung vorgenommen, welche Phänomene grundsätzlich in 2D und welche in 3D berechenbar sind. Bestimmte Sohlformen treten sehr häufig auf und haben dementsprechend auch eine große Bedeutung in der Morphodynamik. Die Skalenbereiche sind dabei sehr unterschiedlich. Die Tabelle 1.1 gibt einen Überblick über bekannte Sohlformen und jeweils einen kurzen Hinweis auf die Möglichkeit der numerischen Modellierung. Zu den Ursachen der Entstehung von Riffeln und Dünen existieren unterschiedliche Hypothesen. Generell darf erwartet werden, daß die morphodynamischen Modelle ein ausgezeichnetes Instrumentarium bilden, um die wesentlichen Wirkungsmechanismen zu erfassen und diese nach ihrer numerischen Modellierung mit Meßdaten zu bewerten bzw. den Einfluß einzelner physikalischer Effekte zu quantifizieren.

Der Aufbau dieser Arbeit folgt dem generischen Ansatz, von der Beobachtung der Physik ausgehend, über die mathematische Beschreibung zu den numerischen Ergebnissen. An einigen Stellen ließ sich dabei eine Vorwegnahme von mathematischen Gleichungen nicht umgehen. Durch Verweise und eine möglichst einheitliche Nomenklatur wird diesem Nachteil jedoch begegnet.

Die Grundlage für die Berechnung der Morphodynamik bildet die Berechnung der Wasserstands- und Geschwindigkeitsverteilung. Diese fließen direkt in die Berechnung der an der Sohle angreifenden Schleppspannung ein, aus denen die Geschiebe- und Suspensionsstransporte berechnet werden.

Nach dieser Einleitung wird in Kapitel 2 ein Überblick des Kenntnisstandes der Morphologie von Flußkurven gegeben. Die wesentlichen Eigenschaften der Strömungsstruktur werden beschrieben, Rechenansätze vorgestellt. Die bekannten hydraulischen Modellversuche zur Morphologie von Flußkurven sind zusammengestellt. Bisher veröffentlichte numerische Modelle die zur Berechnung der Morphologie von Flußkurven in Frage kommen werden angesprochen.

morphologische Form	2DH	3D, 2DV hydrostatisch	3D mit vertikalen Beschleunigungen
Stauraumverlandung, Flußdelta	+	*	*
Priele (keine mäandrieren- den langen Priele)	+	*	*
alternierende Bänke	+	*	*
Mäander, Kurvenkolke	?	+	*
Buhnenkopfkolke	?	?	+
Dünen	?	?	+
Kolke an angeströmten Bauwerken (Brückenpfei- ler)	?	?	+
Riffel	-	-	+

Zeichenerklärung:

- wesentliche Effekte vom Modell nicht erfasst;

? Modell erzeugt die morphologische Form, vernachlässigt aber einen bekannten möglicherweise stark beteiligten Prozess;

+ wesentliche Effekte vom Modell erfasst;

* Modell ist aufwendiger als nötig;

Tabelle 1.1: Möglichkeiten der Modellierung morphologischer Formen

In Kapitel 3 wird auf die Grundgleichungen des morphodynamischen Modells eingegangen. Ein ausführlicher Vergleich der verschiedenen Geschiebetransportformeln wird in dieser Arbeit allerdings nicht angestellt, da sich gezeigt hat, daß dieser Einfluß im Wesentlichen nur die Zeitskalen, also die Geschwindigkeit mit der sich eine Morphologie einstellt, betrifft. Bei der morphodynamischen Modellierung sind zunächst noch die entstehenden Großstrukturen und Formen von Interesse. So ist es wünschenswert, daß ein Modell die Übertiefen (overdeepening) im Kurvenanfang reproduziert. Die exakte Angabe der generellen Querneigung der Sohle bzw. der Transportraten ist zwar bedeutend, sie basiert jedoch noch immer weitgehend auf empirischen Ansätzen und kann daher in jedem Modell kalibriert werden. Wesentlich für die Abschätzung der Eintiefungen der Kurvenkolke ist eine gute Kenntnis des Einflusses der Sohlneigung auf den Geschiebetransport.

In Kapitel 4 wird auf der Basis der zuvor beschriebenen Gleichungen eine kurze Analyse der Propagation von Sohlstörungen vorgenommen. Die aus der Literatur bekannten alternierenden Bänke resultieren aus einer Instabilität des Systems. Es wird gezeigt, daß diese Sohlformen auch für die Flußkurven wesentlich sind und daß das Modell in der Lage ist, diese freien Sohlformen zu berechnen.

Der Aufbau des diskreten Rechenverfahrens ist in Kapitel 5 beschrieben. Beispiele von anderen bereits entwickelten Modellen und Erfahrungen bei der Entwicklung dieses Modells werden angesprochen. Die wesentliche Fähigkeit des Modelles, relativ unabhängig von der vertikalen Modellauflösung die Verteilung der Schubspannungen richtig zu modellieren, wird an einem Beispiel gezeigt.

Daran anschließend wird in Kapitel 6 auf verschiedene Einsatzbeispiele eingegangen. Es werden ein Laborversuch und eine natürliche Flußkurve modelliert. Die Flußkurven können wohl als Standardanwendung von morphodynamischen Modellen mit dreidimen-

sionaler Strömung bezeichnet werden. Wie bereits in der Tabelle 1.1 vermerkt, sind hydrostatische 3D Modelle in der Lage die notwendige Physik weitgehend vollständig abzubilden.

Kapitel 2

Beschreibung der Strömung und Morphologie in Flußkurven und Stand der Forschung

2.1 Strömungsverhältnisse in Flußkurven

2.1.1 Zweidimensionale Effekte

Aus den Literaturquellen kann eine grobe Übersicht der sich bei den modellierten typischen Kurvensituationen einstellenden Strömungen gegeben werden. In erster Linie hat man es in der Flußkurve mit einer Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeiten einerseits eingangs der Innenkurve entsprechend einer inertionslosen Potentialströmung sowie der aufgrund der Fliehkraft induzierten Wasserspiegelgradienten und andererseits in der weiteren Außenkurve aufgrund der Sekundärströmung des Wassers zu tun. Das Größenverhältnis dieser beiden Effekte ist von der Geometrie der Flußkurve (allgemein Krümmungsradius und Breiten-Tiefen-Verhältnis) abhängig. Das Breiten-Tiefen-Verhältnis von Flüssen liegt in der Größenordnung von 100. Der Krümmungsradius von einigen Flußkurven liegt bei der drei- bis vierfachen Breite des Flusses, wie z.B. in der Rheinschleife bei Gernsheim.

Die **Potentialströmung** stellt die Lösung eines elliptischen Problems dar. Es treten keine frei fortschreitenden Wellen auf. Die Potentialströmung ist inertionslos und folgt daher selbst den stärksten Strombahnkrümmungen. Die Stärke der Strömung ist durch den Abstand der Potentiallinien gegeben. Für den Fall eines gekrümmten Gerinnes haben die Potentiallinien in der Innenkurve den kleineren Abstand. Hier treten die größten Geschwindigkeiten auf. Sehr schöne Beispiele für den Effekt der Potentialströmung sind die tiefen Priele an den Enden der Ostfriesischen Inseln mit ihren steilen Flanken. Diese Priele treten in den Seegaten paarweise auf. Der Effekt der Potentialströmung bewirkt ein Anschmiegen der Rinnen an die Inselenden. Anstelle eines breiten Durchlasses finden sich hier in der beweglichen Sohle in der Breite eng begrenzte, scharfe Eintiefungen. Die Schärfe dieser Eintiefungen ist allerdings erst durch die Rückkopplung der Strömung mit der Morphologie möglich. Eine vergrößerte Fließtiefe bewirkt eine weitere Verstärkung der Strömung.

Bei Vernachlässigung aller anderen Effekte erhält man in einem annähernd kreisförmigen Gerinne radial verlaufende Potentiallinien. Die Geschwindigkeitsverteilung der reinen

Potentialströmung in einer Flußkurve ist daher aus dem Gleichgewicht von Längsgefälle und Sohlreibung berechenbar. Ist entlang von Außen- und Innenufer über die Strecke einer Kurve der Höhenunterschied des Wasserspiegellage gleich, so kommt man durch die geringfügig unterschiedlichen Längen der beiden Strecken auf ein unterschiedliches Gefälle. Wird jetzt ein Gleichgewicht der Energie des Wasserspiegelgefälles und des Energieverluste durch Sohlreibung angenommen, dann ist die Geschwindigkeit umgekehrt proportional zur Wurzel des Radius, in der Innenkurve also am größten (siehe Abb. 2.1)

$$U \propto r^{-\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

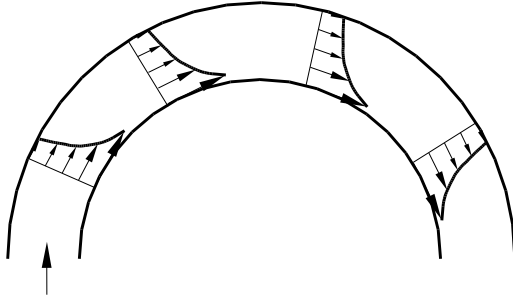


Abbildung 2.1: Geschwindigkeitsverteilung aufgrund der Potentialströmung

Dieses Bild wird von der Wirkung der aus der Trägheit (Inertion) entstehenden **Fliehkraft** stark überlagert. Dies ist bereits bei den vertikal integrierten (Flachwasser-) Gleichungen der Fall. Läuft die Strömung in die Kurve, führt dies zu einem Aufstau des Wasserspiegels in der Außenkurve, welcher wiederum zu einer Ablenkung der Strömung in die Kurve hinein führt. Durch die Querneigung des Wasserspiegels ist es möglich, daß die vertikal gemittelten Geschwindigkeiten der Kurvenkrümmung genau folgen. Ist der Krümmungsradius konstant wie in einem Kreisgerinne, so kommt es zu keinen weiteren Störungen des Wasserspiegels und des vertikal gemittelten Geschwindigkeitsfeldes. In einem 180° Krümmer hingegen treten zwei Sprünge des Krümmungsradius auf. An diesen Stellen muß die Querneigung des Wasserspiegels über eine relativ kurze Distanz auf- bzw. abgebaut werden. Dies führt am Eingang der Kurve zu einer Vergrößerung des Längsgefälles in der Innenkurve und einer Verringerung, wenn nicht gar Umkehr desselben in der Außenkurve (Verzögerungsstrecke). Am Kurvenausgang tritt dieser Effekt genau umgekehrt wieder auf. Daher wird am Kurveneingang der Effekt der Potentialströmung verstärkt und am Kurvenausgang abgeschwächt. Am Kurvenausgang kommt es am Außenufer in den meisten Fällen sogar zu den größten Geschwindigkeiten der Kurve. Dies bedeutet natürlich eine Intensivierung der Sohl Schubspannungen in der Außenkurve zum Ende der Kurve hin. Am Innenufer tritt hier wiederum eine Verzögerung durch ein geringeres bzw. gegenläufiges Gefälle auf.

Die Querneigung des Wasserspiegels ist in erster Näherung aus der Fliehkraft der gekrümmten Hauptströmung berechenbar. Die sohlnahe Sekundärströmungskomponente

weist zum Innenufer und vergrößert daher die Querneigung zusätzlich ein wenig.

$$I_{\text{Querriechung}} = \frac{U^2}{gr} \quad (2.2)$$

Die Querneigung des Wasserspiegels liegt im Bereich von einem Zentimeter für Flüsse

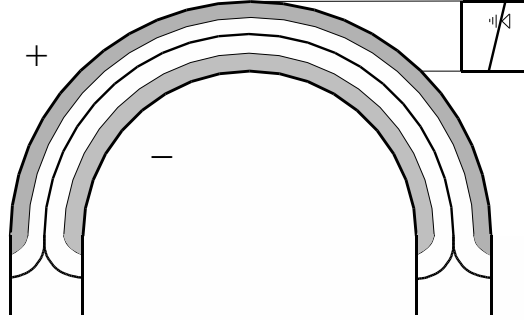


Abbildung 2.2: Schrägstellung des Wasserspiegels in der Kurve aufgrund der Fliehkraft

von etwa 100m Breite, wie die Elbe. Im Verhältnis zur Wassertiefe ist das eine verschwindende Größe. Daher kann auch keine merkliche Beeinflussung der Geschwindigkeit durch unterschiedliche Fließtiefen über den Sohlreibungsterm erwartet werden. Die Geschwindigkeiten werden dagegen durch die Wasserspiegelneigung bzw. seine Höhenlage gesteuert. Es tritt eine Beeinflussung entsprechend der Energiegleichung von Bernoulli auf. Dadurch kann ein Zentimeter Höhenunterschied eine Geschwindigkeitsdifferenz von immerhin 0,45m/s hervorrufen. Im Falle einer vertikal integrierten, zweidimensionalen Simulation tritt tatsächlich am Eingang der Kurve am Innenufer das Maximum der Geschwindigkeit auf. Dies ändert sich, sobald eine dreidimensionale Simulation vorgenommen wird.

Von verschiedenen Autoren wird von Strömungsablösungen im Bereich der Flußkurven berichtet. Diese treten in den Verzögerungsstrecken auf, die am Eingang der Kurve am Außenufer und am Ende der Kurve am Innenufer liegen. Von Wittmann [118] wird dieser den Abfluß beeinträchtigende Effekt für den Fall überströmter Vorländer untersucht und bei der Planung von Hochwasserdeichen berücksichtigt.

2.1.2 Dreidimensionale Effekte

Die **Sekundärströmung** ist eine echt dreidimensionale Strömung und entsteht durch die unterschiedliche Geschwindigkeit der Hauptströmung an der Wasseroberfläche und an der Sohle. Die dementsprechend unterschiedliche Zentrifugalkraft in der Kurve führt zu der oft beschriebenen schrauben- oder spiralförmigen Bewegung des Wassers um die Längsrichtung, bis der turbulente Impulsaustausch ein weiteres Anwachsen dieser Rotation verhindert. Tatsächlich durchlaufen die Wasserteilchen innerhalb einer 180° Kurve nicht eine einzige vollständige Rotation um die Gerinnelängsrichtung. Die Verschwenkung der Strömungsrichtung ist dazu zu gering. Die in den Querprofilardarstellungen noch gut

ausgerundeten Quersirkulationsbahnen sind in Wirklichkeit, ohne vertikale Überhöhung, stark gedrängt. Im zentralen Bereich des Gerinnes in einiger Entfernung von den Ufern oder Seitenwänden kann daher die vertikale Geschwindigkeit vernachlässigt werden. Die Sekundärströmung wird dann alleine aus der horizontalen Verschwenkung der Längsgeschwindigkeit, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, gebildet. Diese befindet sich weitgehend im lokalen Gleichgewicht, wie es in Abschnitt 2.2 beschrieben wird. In Abschnitt 2.3 wird an einem Beispiel der dominierende Einfluß des Impulstransportes in vertikaler Richtung demonstriert. Dieser bewirkt auch bei geringen Sekundärströmungen sehr schnell und effektiv eine Verlagerung des Geschwindigkeitsmaximums von der Innen- an die Außenkurve. Am Eingang der Kurve setzt die Sekundärströmung sehr schnell und stark ein. Nach dem Ende der Kurve dagegen ist das Strömungsfeld noch eine gewisse Strecke von der Sekundärströmung beeinflusst. Dieser oft zu verzeichnende Nachlauf der Spiralströmung von einer Kurve in die nächste hinein geht hauptsächlich durch die Trägheit der abweichenden Strömungsrichtung an der Oberfläche vorstatten. Nicht zu unterschätzen ist allerdings auch der Nachlauf der am Kurvenausgang nochmals verstärkten Differenzen der Längsgeschwindigkeiten zwischen ehemaligem Innen- und Außenufer. Der größere Impuls des am Außenufer entlanglaufenden Wassers baut sich nur langsam ab. Gleichzeitig kann das aus der Innenkurve kommende Wasser nicht so bald wieder beschleunigen, da das Wasser auf der anderen Flußseite schneller abfließt und sich das Längsgefälle nicht wesentlich vergrößert. Ein Ausgleich der Geschwindigkeiten wird daher erst langsam durch die unterschiedlichen Reibungsverluste und den turbulenten Impulsaustausch stattfinden.

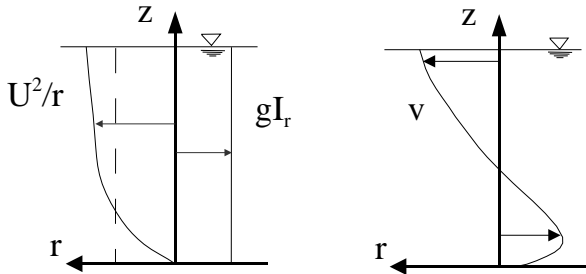


Abbildung 2.3: Das Vertikalprofil der Sekundärströmung (rechtes Bild) wird durch Fliehkraft und Wasserspiegelgradienten (linkes Bild) erzeugt.

An dieser Stelle sei auf die ersten beiden der drei unterschiedlichen Typen von Sekundärströmung in der Unterteilung von Prandtl hingewiesen.

1. Inertionsgetriebene Sekundärströmung (erster Art nach Prandtl): in Flußkurven erzeugte Sekundärströmung.
2. Turbulenzgetriebene Sekundärströmung (zweiter Art nach Prandtl): durch die Anisotropie der Turbulenz im Zusammenspiel mit der Querprofilform angetriebene Sekundärströmung.

In einem Fluß treten beide Formen auf. Untersuchungen deuten an, daß die turbulenzgetriebene Sekundärströmung ebenfalls einen spürbaren Einfluß auf die Ausbildung der Strömungswalzen in der Flußkurve hat.

Durch die Verlagerung des Strömungsimpulses der Hauptströmung mit der Sekundärströmung in Richtung Gerinnwandung steigt die Schubspannung dort deutlich an. Es kommt zu einem verstärkten Angriff auf Ufer und Sohle der Kurve. Dieser Angriff ist jedoch durch die komplexe Struktur der Sekundärströmungen stark von der Vorgesichte der Strömung abhängig.

Ein gekrümmtes Rechteckgerinne ist geometrisch durch die drei Größen Fließtiefe, Breite und Krümmungsradius bestimmt. Daraus lassen sich zwei dimensionslose Parameter ableiten, die auf den Charakter der Kurvenströmung schließen lassen. Ohne den Krümmungsradius kann das Breiten-Tiefen-Verhältnis definiert werden. In geraden Gerinnen sagt es u.a. etwas über die mögliche Anzahl von Sekundärströmungswalzen aus. Der Krümmungsradius kann in Relation zur Breite des Gerinnes gebracht werden. Sämtliche Effekte der Kurvenströmung sind vom Krümmungsradius abhängig. Die Potentialströmung wird mit steigender Relation von Breite zu Krümmungsradius größer. Die Fliehkraft fällt - umgekehrt proportional - mit größer werdendem Krümmungsradius ab. In Gleichung 2.20 zeigt sich, daß die Sekundärströmung proportional zum Verhältnis der Fließtiefe zum Krümmungsradius (H/R) ist.

Das bekannte Bild der Strömungsverhältnisse in einer Flußkurve, mit maximalen Geschwindigkeiten in der Außenkurve, wird durch eine variable **Fließtiefe** H verstärkt. Durch eine Eintiefung der Außenkurve verlagert sich das Strömungsmaximum noch deutlicher nach außen. Diese Verlagerung beruht darauf, daß bei gleichbleibendem Gefälle die Sohlschubspannung proportional zur Wassertiefe zunimmt. Dementsprechend wachsen auch die vertikal gemittelten Fließgeschwindigkeiten. Näherungsweise kann eine Relation zur Fließtiefe aufgeschrieben werden, die nicht nur für Flußkurven gilt.

$$u \propto \sqrt{\frac{H}{r_f}} \quad (2.3)$$

Durch die Abhängigkeit des Reibungsbeiwertes von der Wassertiefe und vom Auftreten von Sohlformen kann dieser Zusammenhang noch stärker ausfallen. Der Einfluß der Fließtiefe ist selbstverstärkend. In Abbildung 2.4 ist der Einfluß der Fließtiefe auf die Geschwindigkeitsvektoren aus Berechnungen von Smith und McLean 1984, [100] abgebildet.

Der Kurvenkolk stellt eine Schrägstellung der Sohle des Gerinnes dar. Ursache für die Auskolkung ist neben der Verteilung der Sohlschubspannungen die durch die Sekundärströmung verursachte Divergenz der sohlnahen Strömung entlang der Außenkurve. In bestimmten Kurvenabschnitten kann die Auskolkung steiler werden. Insbesondere am Kurvenende wird häufig eine Übertiefe des Kolkes festgestellt.

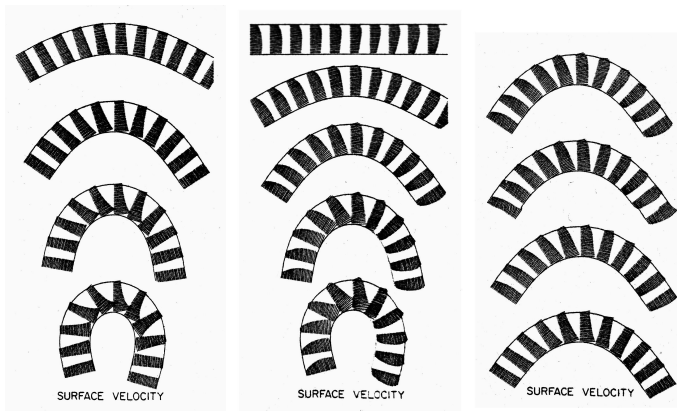


Abbildung 2.4: Darstellung der Oberflächengeschwindigkeiten aus dem Modell von Smith und McLean [100]. Links: flache Sohle, Mitte: natürliche Sohle (mit Kolken). Rechts: Einfluß der Sekundärströmung (Sekundärströmung nimmt von oben nach unten ab, durch Zunahme der vorgegebenen Wirbelviskosität).

2.2 Sekundärströmung

2.2.1 Analytische Lösung des Sekundärströmungsprofiles

Gleichungen

Die Struktur der Strömung in einer Flußkurve kann für bestimmte Bereiche der Kurve auf analytischem Wege untersucht werden. Die Betrachtungen werden vorzugsweise (Rozovskii [94], de Vriend [19]) in Polarkoordinaten vorgenommen. Die Impulsgleichungen lauten dann für einen breiten Kanal:

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} = -gI_r + \frac{\partial}{\partial z} \nu_t \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (2.4)$$

$$u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_\theta u_r}{r} = \frac{R}{r} gI_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \nu_t \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad (2.5)$$

Der Quotient R/r vor dem Längsgefälle I_θ wird in einigen Untersuchungen weggelassen. Dieser Quotient beschreibt den Potentialströmungseffekt. Die Gleichungen treffen bei Weglassen dieses Quotienten nur für einen großen Krümmungsradius zu, wodurch der Potentialströmungseffekt klein wird. In dieser Arbeit soll nur das Vertikalprofil untersucht werden. Dazu soll von einem lokalen Gleichgewicht ausgegangen werden. Es ist nicht zu unterscheiden, an welcher Stelle der Kurve man sich befindet. Der Impulstransport wird vernachlässigt, die vertikale Geschwindigkeit entfällt:

$$\frac{\partial}{\partial z} \nu_t \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{u_\theta^2(z)}{r} - gI_r = 0 \quad (2.6)$$

Die Querneigung der Wasseroberfläche I_r ist zunächst unbekannt. Sie wird zwar im wesentlichen von u_θ^2/r bestimmt, die Rückströmung an der Sohle ist jedoch von der Sohlereibung abhängig und vorweg nicht genau bekannt.

Die Sekundärströmung wird von den Unterschieden in der Längsgeschwindigkeit über die Vertikale angetrieben. Die Sekundärströmung ist also stark vom Vertikalprofil der Längsgeschwindigkeit abhängig. Den Ausgangspunkt bildet das Vertikalprofil der Längsströmung in der Rinne. Es existieren verschiedene Formeln für dieses Vertikalprofil.

Geschwindigkeitsprofil der Hauptströmung

Für die Tiefe wird die dimensionslose Koordinate ζ eingeführt.

$$\zeta = \frac{z}{H} \quad (2.7)$$

L. Prandtl (Geschwindigkeitsdefekt):

$$\frac{u_{max} - u(\zeta)}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln(\zeta) \quad (2.8)$$

T. von Karman:

$$\frac{u_{max} - u(\zeta)}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} (\ln(1 - \sqrt{1 - \zeta}) + \sqrt{1 - \zeta}) \quad (2.9)$$

G.I. Taylor auf der Basis des Wirbel-Transport-Ansatzes (vorticity transfers) [112]:

$$\frac{u_{max} - u(\zeta)}{u_*} = \frac{\sqrt{2}}{konst.} (\arcsin(\sqrt{1-\zeta}) - \sqrt{\zeta}\sqrt{1-\zeta}) \quad (2.10)$$

Das **Potenzgesetz** (power law) zur Beschreibung des vertikalen Geschwindigkeitsprofils trägt einen eher empirischen Charakter. Ursprünglich wurde mit $m=7$ das Ein-Siebtel-Gesetz für die Geschwindigkeitsverteilung verwendet. Für einen weiteren Bereich von Reynoldszahlen wurde der Beiwert m variabel.

$$u(\zeta) = u_{max} \cdot (\zeta)^{\frac{1}{m}} \quad (2.11)$$

In der Schreibweise für den Geschwindigkeitsdefekt wird

$$\frac{u_{max} - u(\zeta)}{u_*} = \frac{u_{max}}{u_*} \left(1 - \zeta^{\frac{1}{m}}\right) \quad (2.12)$$

wobei m die Sohrauheit charakterisiert. Nach Nunner 1956 [79] sowie Zimmermann und Kennedy 1978 [130] kann m berechnet werden aus $m = \kappa U/u_* = \kappa\sqrt{8/\lambda} = \kappa\sqrt{1/r_f}$.

Diese verschiedenen Ansätze sind in Abbildung 2.5 im Vergleich dargestellt. Für die letzten beiden Profile sind die Koeffizienten auf beste Übereinstimmung mit den anderen universellen Profilen angepaßt worden.

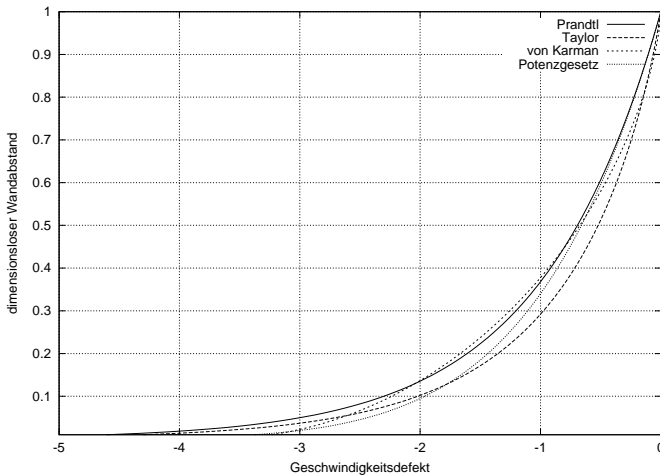


Abbildung 2.5: Geschwindigkeitsdefekt nach verschiedenen Formeln für Geschwindigkeitsprofile

Prandtls Profil ist für die logarithmische Schicht vielfach durch hochgenaue Messungen bestätigt worden. Es läßt sich analytisch mit dem Mischungswegansatz herleiten. Mit diesem Ansatz kann auch das Profil der Sekundärströmung berechnet werden. Für die hierbei benötigte Wirbelviskosität können unterschiedliche Formulierungen benutzt werden.

Mischungswegansatz

$$l^2 = \kappa^2 z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (2.13)$$

$$\nu_t = \kappa^2 z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \quad (2.14)$$

Mit diesem Ansatz für die Wirbelviskosität und einem konstanten Wasserspiegelgradienten in der Gerinneströmung erhält man das bekannte Prandtl'sche Geschwindigkeitsprofil:

$$u(z) = \frac{u^*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (2.15)$$

Wird dieses Geschwindigkeitsprofil in Gleichung 2.14 eingesetzt erhält man eine andere Formulierung der Wirbelviskosität, die zu exakt dem gleichen Profil führt:

$$\nu_t = \kappa z \left(1 - \frac{z}{H}\right) u^* \quad (2.16)$$

Mit diesem Ansatz für die Geschwindigkeitsverteilung kann die Gleichung für die Quer- oder Sekundärströmung aufgeschrieben werden.

$$u_r(z) = \frac{u^*}{\kappa^3 R} \int \frac{-f(u(z))^2 dz + g I_r z + C2'}{z \left(1 - \frac{z}{H}\right)} dz + C3' \quad (2.17)$$

Hier sind $C2'$ und $C3'$ Integrationskonstanten.

Analytische Formel für die Sekundärströmung

In Gleichung 2.17 wird das logarithmische Geschwindigkeitsprofil eingesetzt und die vertikale Koordinate mit der Wassertiefe normiert:

$$\zeta_0 = \frac{z_0}{H} \quad (2.18)$$

$$u_r(\zeta) = \frac{u^*}{\kappa^3 R} \int \frac{-f \left(\ln \left(\frac{\zeta}{\zeta_0} \right) \right)^2 d\zeta + C1\zeta + C2}{\zeta(1-\zeta)} d\zeta + C3 \quad (2.19)$$

Hier sind $C1$, $C2$ und $C3$ Integrationskonstanten, die aus entsprechenden Randbedingungen zu bestimmen sind. Die Randbedingungen lauten

1. keine Schubspannung an der Oberfläche: $\nu_t \frac{\partial u_r}{\partial \zeta} = 0$,
2. keine Geschwindigkeit an der Sohle (no slip): $u_r(\zeta_0) = 0$ und
3. kein Nettodurchfluß in Querrichtung, weil das Gerinne seitlich begrenzt ist:
 $\int_{\zeta_0}^1 u_r(\zeta) d\zeta = 0$

Rozovskii 1957 [94] liefert als erster eine analytische Lösung für das Problem. Er vereinfacht die Berechnung, indem er den Umkehrpunkt der Sekundärströmungsgeschwindigkeit als untere Begrenzung der Profile verwendet. Dadurch tritt an beiden Berandungen keine Schubspannung auf. Die Sohlschubspannung wird im Sekundärströmungsprofil zunächst

nicht berücksichtigt. Rozovskii weist nach, daß sich dieser Umkehrpunkt nur in geringem Abstand zur Sohle befindet, der Fehler daher gering ist. Mit diesen Annahmen ergibt sich letztlich die Lösung für die Sekundärströmung ohne Sohlreibungsschicht:

$$u_r = \frac{U H}{\kappa^2 R} \left[\int_0^\zeta \frac{2 \ln \zeta}{\zeta - 1} d\zeta - \frac{\sqrt{r_f}}{\kappa} \int_0^\zeta \frac{\ln^2 \zeta}{\zeta - 1} d\zeta \right] \quad (2.20)$$

Die beiden Integrale können nicht weiter vereinfacht werden. Ihre Lösung ist jedoch eindeutig und auch schon tabelliert worden. Näherungslösungen existieren ebenfalls. Die Integrationskonstanten der beiden Integrale sind in der Formel nicht mitgeschrieben. Sie müssen so gewählt werden, daß die vertikal integrierte Querströmung verschwindet. Für κ ermittelt Rozovskii aus Messungen den Wert 0,5. Wie gut diese Formel mit Labormessungen übereinstimmt zeigt die Abbildung 2.6.

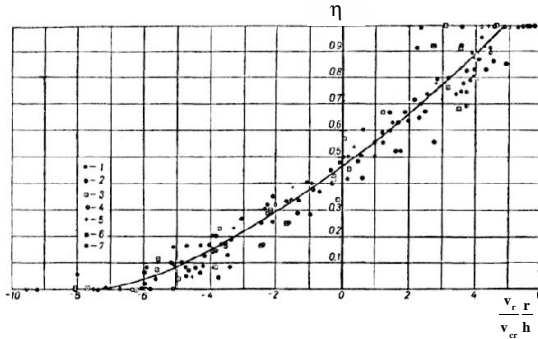


Abbildung 2.6: Rozovskii's Vergleich von gemessenen Sekundärströmungen mit der analytischen Formel 2.20 (aus Rozovskii [94]). Die x-Achse ist das Verhältnis von Querströmungsgeschwindigkeit zum Betrag der Geschwindigkeit multipliziert mit dem Krümmungsradius und dividiert durch die Fließtiefe. Die y-Achse ist der mit der Fließtiefe normierte Sohlabstand.

Der Formel kann entnommen werden, daß die Sekundärströmung eine typische Profilform aufweist. Die Stärke der Querströmungskomponente hängt linear von der Hauptströmung U und von H/R - dem Verhältnis der Fließtiefe zum Krümmungsradius der Kurve - ab. Lediglich in unmittelbarer Nähe der Sohle wird die Reibung bemerkbar. Stärker als in Abbildung 2.6 zu sehen nimmt die Sekundärströmung dort in Richtung Sohle ab.

Damit ist Rozovskii die analytische Herleitung der Sekundärströmungsprofile zuzuordnen. Dies ist um so bemerkenswerter, als 1950 der Prandtl'sche Ansatz noch relativ neu und die Ableitung gleichzeitig recht aufwendig war. Von Rozovskii wird nicht nur der Mischungswegansatz verwendet, er stellt auch ältere Ansätze und Herleitungen vor, wie z.B. den (laminaren) Ansatz von Boussinesq (1868), der mit konstanter Viskosität und einem parabolischen Geschwindigkeitsprofil auf relativ dicke Sohlreibungsschichten kommt. D.h., die lineare Änderung der Querströmungsgeschwindigkeit bricht bereits in größerem Wandabstand ab.

Von Rozovskii und später auch von de Vriend 1977 [18] wurde eine weitere analytische Lösung unter Berücksichtigung des Reibungseinflusses in Sohlhöhe vorgestellt. Diese hat prinzipiell die gleiche Form wie die Lösung ohne Sohlreibungsschicht.

$$u_r = \frac{U}{\kappa^2} \frac{H}{R} \left[\int_0^\zeta \frac{2 \ln \zeta}{\zeta - 1} d\zeta - \frac{\sqrt{r_f}}{\kappa} \left(\int_0^\zeta \frac{\ln^2 \zeta}{\zeta - 1} d\zeta + 0,8 (1 + \ln(\zeta)) \right) \right] \quad (2.21)$$

Kalkwijk und Booij haben 1986 [57] eine analytische Lösung für Vertikalprofile der Sekundärströmungsgeschwindigkeiten durch die Wirkung der Corioliskraft und in Flußkurven gegeben.

Für die Geschwindigkeitsverteilung nach dem Potenzgesetz gab Rozovskii ebenfalls eine angenäherte Lösung. Später haben Falcon und Kennedy 1983 [34] eine Lösung in Form einer Reihenentwicklung vorgestellt. Auch wenn das Geschwindigkeitsprofil der Hauptströmung dem Potenzgesetz folgt, ist die Sekundärströmung annähernd linear über die Tiefe verteilt. Ebenso findet sich in diesem Fall die Trennung von Profilform, die nur noch vom Sohlreibungsbeiwert abhängt, und Größe der Sekundärströmung, die auch hier durch den Quotienten UH/R gekennzeichnet ist.

Kikkawa, Ikeda und Kitagawa haben 1976 [58] eine weitere Lösung vorgestellt. Die Sekundärströmungsprofile nach Rozovskii für glatte und raue Sohle sowie die Profile von Falcon und Kennedy 1983 und von Kikkawa 1976 sind in Abbildung 2.7 zu sehen.

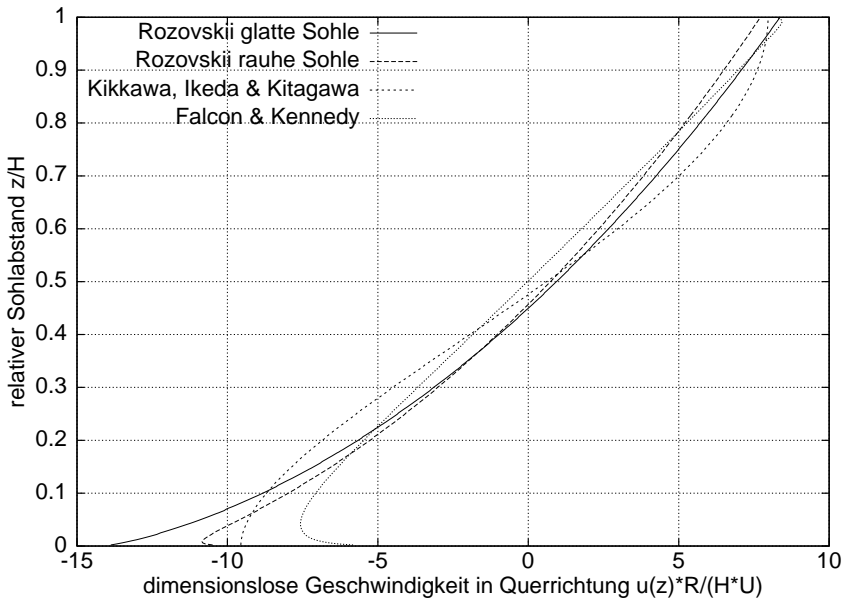


Abbildung 2.7: Profil der Sekundärströmung nach verschiedenen analytischen Formeln

2.2.2 Berechnung mit dem $k - \epsilon$ Turbulenzmodell

Die Vertikalprofile der Strömung können auch mit einem eindimensionalen $k - \epsilon$ Modell berechnet werden. Die verwendeten Parameter entsprechen dem Beispiel Elbe-Reststrecke aus Kapitel 6. Die Wassertiefe wurde mit 5m vorgegeben, der Krümmungsradius mit 1km. Das Gefälle des Flusses wurde mit 0,15‰ angesetzt. In Abbildung 2.8 sind die verschiedenen Größen für vier verschiedene Rauheitshöhen dargestellt.

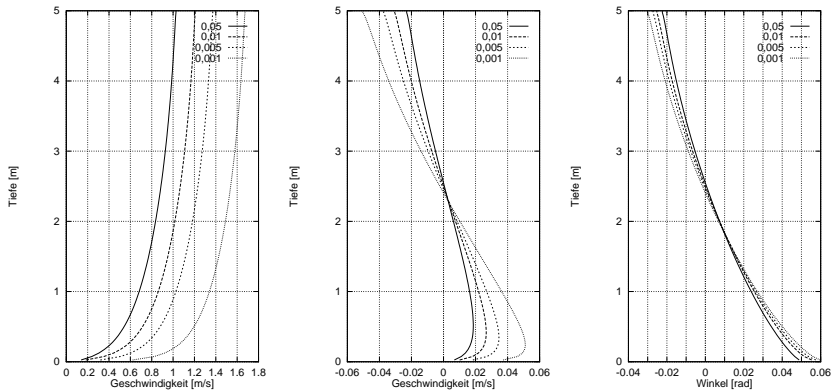


Abbildung 2.8: Profil der Sekundärströmung einer Flußkurve aus einem 1D-vertikal Modell mit einem Radius von 1km für vier verschiedene Rauheitshöhen z_0 von 1mm bis 5cm. Links: Strömung in tangentialer Richtung; Mitte: Sekundärströmung; Rechts: Winkel zwischen Strömungsrichtung und tangentialer Richtung

Aus den analytischen Betrachtungen und den Messungen kann geschlossen werden, daß die Sekundärströmung bei konstanten Sohlreibungsbeiwerten (Chezy oder Newton-Taylor) eine von der Gesamtwassertiefe der Rinne unabhängige Profilform aufweist. Dies folgt direkt aus Gleichung 2.20. Die Geschwindigkeiten selbst sind direkt zur Schubspannungsgeschwindigkeit proportional. Die Sekundärströmung weist im größten Bereich der Fließtiefe, von der Oberfläche bis etwa 10% der Fließtiefe über dem Boden, ein fast lineares Profil auf. In diesem Bereich findet also eine nahezu kontinuierliche Verschwenkung der Strömungsrichtungen über die Tiefe statt. Erst im sohlnahen Bereich fällt die Querströmungsgeschwindigkeit so wie die Längsgeschwindigkeit stark ab. Die Stärke dieses Bereiches ist vom Sohlreibungsbeiwert abhängig. Nicht so der Winkel zwischen Strömungsrichtung und Gerinnelängsrichtung. Dieser erreicht unter den genannten Annahmen an der Sohle ein Maximum.

2.2.3 Berandung und Entwicklung der Sekundärströmung

Die Verschwenkung der Strömung wird an den Seitenwänden der Rinne unterdrückt. Hier werden die Querströmungsanteile durch eine entsprechende vertikale Strömung kompensiert. Die Breite des Bereiches in dem diese vertikale Strömung auftritt ist etwa genauso groß wie die Fließtiefe (Rozowski). Ab einem Wandabstand von etwa der Größe der Fließtiefe wird das oben behandelte Profil der Querströmungen geltend.

Nach dem Ende der Kurve kommt es zu einem Nachlauf der Sekundärströmung. Folgt dann eine weitere Kurve mit entgegengesetzter Krümmung, so kann sich, wie Rozovskii bereits nachgewiesen hat, über eine gewisse Strecke nach dem Eingang der zweiten Kurve eine Sekundärströmung herausbilden, die aus einem Zweiwalzensystem besteht. Die Anregung der neuen Walze ist in Sohlhöhe am stärksten. Hier wird daher als erstes der neue Drehsinn auftreten, während an der Oberfläche per Inertion noch die Sekundärströmungswalze aus der vorangegangenen Kurve mit dem entsprechenden Drehsinn existiert.

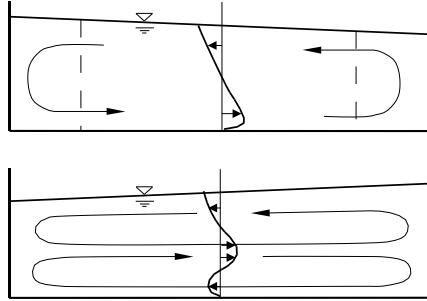


Abbildung 2.9: Verhalten der Sekundärströmung an der seitlichen Berandung des Gerinnes und bei aufeinanderfolgenden Flußkurven

Zusätzlich überlagert sich diesem Wechsel von Sekundärströmungswalzen die turbulenzgetriebene Sekundärströmung. Als erste wiesen auf diesen Zusammenhang Hey und Thorne 1975 [42] hin. Sie wandeln eine Darstellung von Wilson 1973 [117] ab, der den Übergang des Drehsinns der Sekundärströmung von einer Flußkurve zur nächsten durch ein Pendeln der Konvergenz zweier Sekundärströmungswalzen von einem Außenufer zum nächsten darstellt. Im Scheitel der jeweiligen Kurve existiert bei Wilson jedoch nur eine Walze. Hey und Thorne (siehe Abb. 2.10) modifizieren diese Darstellung dahingehend, daß die Trennlinie der beiden Sekundärströmungswalzen auch in den Kurven nicht mehr ganz an das Ufer heranreicht. Im Unterschied zu Rozovskii sind die beiden Walzen bei diesen Autoren nicht mehr über- sondern nunmehr nebeneinander angeordnet. Naturmessungen belegen, daß beides möglich ist, wobei das Breite-Tiefen Verhältnis in der Natur wohl eher für nebeneinander liegende Walzen spricht.

Wie dies im Fluß Severn in Wales aussieht, ist der Abb. 2.11 von Bathurst, Thorne und Hey 1979 [3] zu entnehmen. Dargestellt sind die Hauptströmungs- und Sekundärströmungsgeschwindigkeiten für die Kurve bei Penstrowed. Insgesamt sind in diesem Querprofil 4 Wirbel zu erkennen. Die Geschwindigkeit der Hauptströmung kann dabei als Tracer der Wirbelstruktur verwendet werden. Die drei kleineren Wirbel liegen in der Nähe des Ufers der Außenkurve. Gut zu erkennen ist ebenfalls, wie die Wirbel für die Position des Uferangriffs verantwortlich sind.

De Vriend 1981 [19] stellt eine detaillierte mathematische Analyse der Kurvenströmung für den Fall von laminarer Strömung in einem langen gekrümmten Rechteckgerinne vor. Laminar bedeutet hier, daß in dieser Analyse von der Vereinfachung Gebrauch gemacht wurde, die Viskosität konstant anzusetzen. In Abbildung 2.12 ist die Abhängigkeit des Geschwindigkeitsquerprofils von der von de Vriend 1981 [19] an die Kurvenströmung angepaßten Dean Zahl zu sehen. Die Dean Zahl gibt bei Rohrkrümmungen einen Hinweis

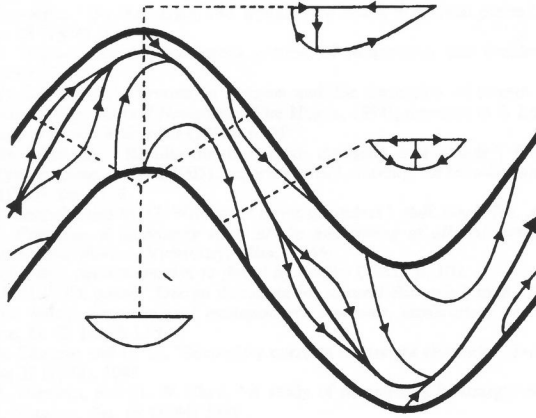


Abbildung 2.10: Skizze der Sekundärströmung nach den Vorstellungen von Hey und Thorne 1975 [42]

auf die Sekundärströmungseffekte. De Vriend schreibt diese Zahl für ein offenes gekrümmtes Gerinne um. Sie gibt nun die Stärke des Einflusses der Sekundärströmung auf die Geschwindigkeitsverteilung an. Nach der Definition von de Vriend ist

$$De = \sqrt{\frac{H}{R}} \frac{UH}{\nu} \quad (2.22)$$

Es wird ein Übergangsbereich der Dean Zahl De zwischen 50 und 60 gefunden. Oberhalb von $De = 60$ ist von de Vriend eine Besonderheit ausgemacht worden. Die Sekundärströmungswalze deformiert sich und es bildet sich eine zweite Walzenströmung, die er "reverse secondary circulation" nennt. Dies ist eine Walze, ganz analog zu derjenigen von Hey und Thorne 1979, [3] beobachteten, in der oberen Hälfte des Wasserkörpers am Außenufer der Krümmung. Diese zusätzliche Walze entsteht sprunghaft in dem Moment, wenn der Effekt der Sekundärströmung am Außenufer so stark wird, daß die Geschwindigkeit der Hauptströmung nach dem Abtauchen unter die Oberfläche noch immer ein wenig anwächst. Dies bewirkt eine Umkehrung des Quelltermes der Sekundärströmung nahe der Oberfläche. In Verbindung mit der Wandreibung kommt es darüber hinaus zu einer Selbstverstärkung dieser Walze. An der Oberfläche fließt Wasser vom Wandbereich in die Hauptströmung und führt dort zu einer weiteren Verringerung der Geschwindigkeit. Der von de Vriend beschriebene abrupte Umschlag gilt für eine idealisierte unendlich lange Krümmung. Wenn die Strömung zuvor bereits aus mehreren Sekundärströmungszellen bestand, so werden diese durch den gleichen Mechanismus lange an der Außenkurve fortbestehen können.

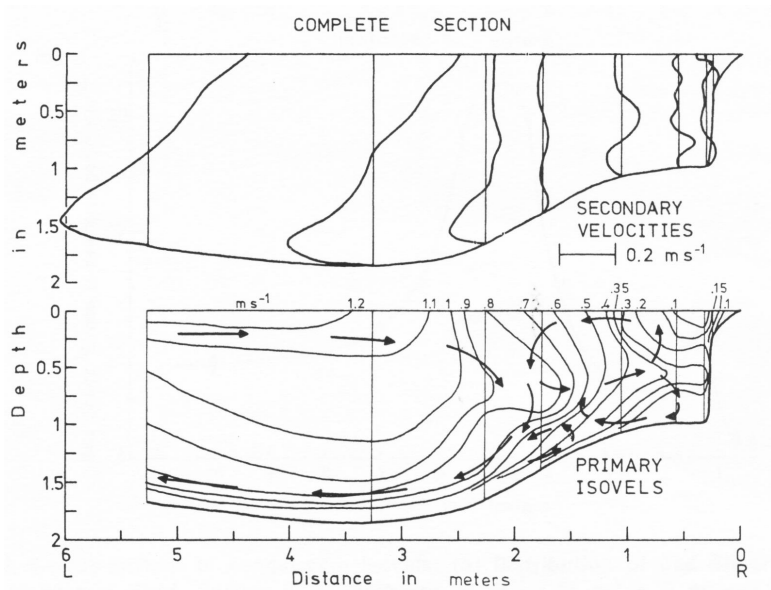


Abbildung 2.11: Messungen der Sekundärströmung von Bathurst, Thorne und Hey 1979 [3].

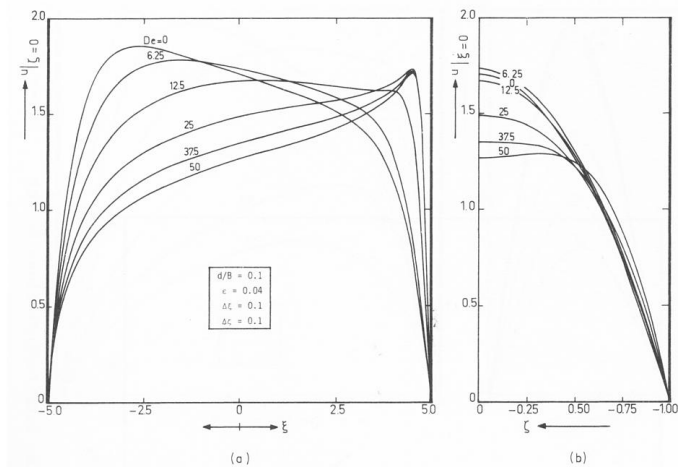


Abbildung 2.12: Einfluß der Dean Zahl auf die Geschwindigkeitsquerprofile der Kurvenströmung (aus [19]). a - Querprofil an der Oberfläche, das Innenufer befindet sich links; b - Vertikalprofil in der Mitte der Rinne.

Von Carstensen 1999 [13] ist in einem Laborgerinne mit einem Laser-Doppler-Anemometer die Geschwindigkeitsverteilung gemessen worden (Abb. 2.13). Das Gerinne weist keine Kolke oder Eintiefungen sondern ein schlichtes Trapezprofil auf. Sehr schön ist der Wechsel der verschiedenen Sekundärströmungswalzen zu sehen. Die Walzen treten sowohl neben- als auch übereinander auf.

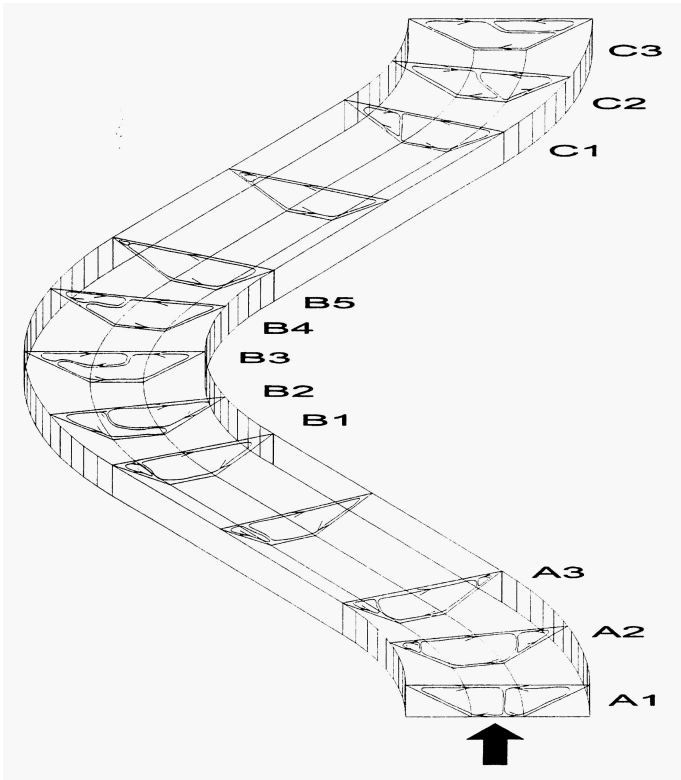


Abbildung 2.13: Messungen der Sekundärströmung im Laborgerinne von Carstensen 1999 [13]

2.2.4 Einfluß des vertikalen Impulstransportes

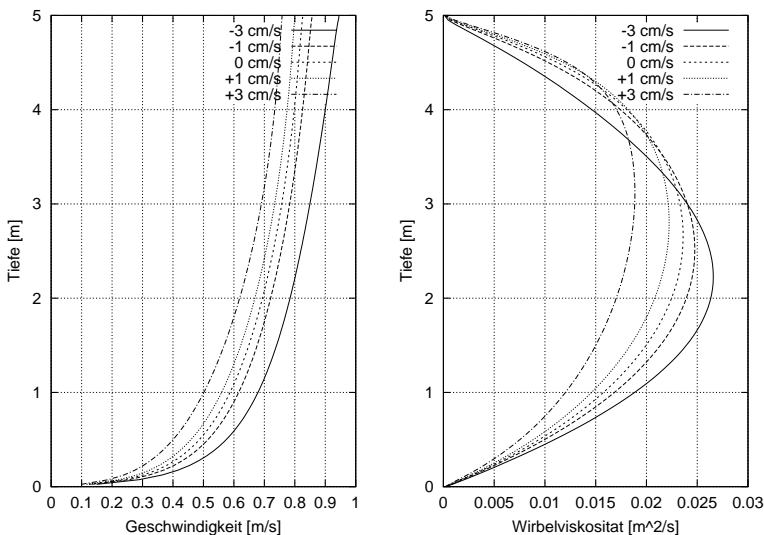


Abbildung 2.14: Einfluß der vertikalen Geschwindigkeit. Mit demselben Modell wie in Abb. 2.8 berechnete Profile von Längsgeschwindigkeit und turbulenter Viskosität, für fünf verschiedene relativ geringe vertikale Geschwindigkeiten.

Einen wesentlichen Einfluß auf die Verteilung der Geschwindigkeiten und der Schubspannungen in einer Flußkurve hat die vertikale Geschwindigkeitskomponente und der durch sie verursachte Impulstransport. Die vertikale Geschwindigkeit sorgt für einen Transport des Impulses in Richtung Sohle bzw. von der Sohle weg. Um dies zu veranschaulichen, wurde in dem in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten $k - \epsilon$ Modell eine vertikale Geschwindigkeit mit einem Profil in der Form $4z/H \cdot (1 - z/H)$ vorgegeben. Diese Form entspricht einer linearen Verteilung der Konvergenz/Divergenz aus der Sekundärströmung, was in guter Näherung der Realität entspricht. Die übrigen Werte sind die selben wie oben, der Nullpunkt des logarithmischen Profiles z_0 wurde mit 0,01m vorgegeben. Die Sekundärströmung wird hier nicht durch seitlichen Zustrom kompensiert. Es wird also angenommen, daß in seitlicher Richtung keine Geschwindigkeitsgradienten vorhanden sind! Somit wird die horizontale Konvektion vernachlässigt, die Sekundärströmung liefert nur Wasser der gleichen Geschwindigkeit in der Horizontalen nach.

In Abbildung 2.14 sind links die Geschwindigkeitsprofile für die vertikalen Geschwindigkeiten -0,03m/s; -0,01m/s, 0,0m/s; 0,01m/s und 0,03m/s abgebildet. Die zur Sohle nach unten gerichteten negativen Geschwindigkeiten führen zu einer deutlichen Erhöhung der Geschwindigkeiten im gesamten Profil. Der Impulstransport wirkt also bereits effektiv dem turbulenten Impulsaustausch entgegen. Das Wasser kann durch das Längsgefälle länger beschleunigt werden. Ebenso wird bei aufwärtsgerichteter Strömung die Geschwindigkeit deutlich kleiner. Die vertikal gemittelte Geschwindigkeit ist bei -1cm/s vertikaler

Geschwindigkeit 1,08-fach größer als bei $+1\text{cm/s}$. Die Schubspannung ist sogar 1,29-fach größer und u^* 1,13-fach, was letztlich in einem 1,11-fach größerem Reibungsbeiwert Ausdruck findet.

Für einen Fluß, wie die Elbe, kommt man bei einer Verschwenkung der Strömung um 3° und einer mittleren Längsgeschwindigkeit von $0,8\text{m/s}$ auf ca. 1cm/s vertikale Geschwindigkeit auf einer Breite von 10m am Rand des Flusses. Dies entspricht den beiden inneren Profilen. Bei Vernachlässigung des Effektes von Kurvenanfang und -ende und der Potentialströmung kann man sich also das rechte Profil mit negativer Geschwindigkeit ($-0,01\text{m/s}$) an der Außenkurve und das linke Profil an der Innenkurve vorstellen. Eine Konvektion von Impuls in der Horizontalen bewirkt eher eine Abschwächung des hier demonstrierten Effektes, da in der Außenkurve oberflächennah langsames Wasser nachströmt. Soweit ist der vertikale Impulstransport klar die Ursache für ein schnelles Wechseln des Geschwindigkeitsmaximums bereits kurz nach Kurveneingang vom Innen- zum Außenufer. Ohne den vertikalen Impulstransport wandert das Geschwindigkeitsmaximum erst ab ca. 90° ans Außenufer.

2.3 Physikalische Laborversuche mit fester Sohle

In diesem Kapitel sind einige der vielen bisher aus der Literatur bekannten Versuche zusammengestellt, die wesentlich zum Kenntnisstand beigetragen haben. Übersichten der Literatur hauptsächlich über Versuche mit fester Sohle sind auch in [21] und [13] zu finden. Mit Sicherheit fehlen hier viele Beiträge. Gesondert werden Modellversuche mit beweglicher Sohle zusammengestellt. Einen kurzen Überblick der Grundparameter der verschiedenen Versuche gibt die Tabelle 2.1.

Von den früheren Arbeiten sind die von J. Thomson, Leliavsky, O. Fargue, H. Engels und Wittmann/Böss bekannt. Ebenfalls relativ früh sind die Arbeiten von Mockmore und Shukry entstanden. Eine hervorragende und bereits sämtliche wesentlichen Effekte auf praktischer und theoretischer Ebene behandelnde Arbeit ist die von Rozovskii 1957 [94]. Sie kann als klassisch bezeichnet werden. Aus dieser Arbeit wurde bereits in Abschnitt 2.2 zitiert. Neben mathematischen Betrachtungen werden Labor- und Felduntersuchungen beschrieben.

Von Rozovskii wurden verschiedene Konfigurationen in einer Versuchsrinne eines 180° Krümmers mit rechteckigem, dreieckigem und polygonalem Querprofil untersucht. Die Fließtiefe im Versuch No. 1 mit rechteckigem Querschnitt betrug 6,0cm bei 26cm/s mittlerer Strömungsgeschwindigkeit. Bei 80cm Gerinnebreite entspricht dies einem Tiefe-Breite Verhältnis von 0,075 bzw. 1:13,3. Der mittlere Kurvenradius betrug 80cm. Außerdem wurden Versuche mit sandrauher Sohle durchgeführt (No. 8). Dieser Versuch liefert Daten von einem sehr kleinen Kurvenradius bei geringer Fließtiefe. Er wurde bereits in verschiedenen Arbeiten zu Vergleichszwecken genutzt, so z.B. von Leschziner und Rodi 1979 [64].

Ippen und Drinker 1962 [50] messen die Wandschubspannungen in einem Gerinne mit trapezförmiger Sohle mit einem Preston Rohr. Das Gerinne weist eine Krümmung von 60° auf. Die größten Wandschubspannungen treten im gesamtem Bogenstück von 0 bis 60° am Innenufer auf. Erst nach der Kurve wandert der Bereich mit den erhöhten Schubspannungen relativ schnell ans Außenufer. In dem beschriebenen Bereich sind die Schubspannungen je nach Abfluß um den Faktor 1,6 bis 2 erhöht. Das absolute Maximum wird genau am Ende der Krümmung auf der Innenseite am Übergang von flacher Sohle zu geneigter Seitenwand erreicht. Genau daneben am Innenufer auf der 1:2 geneigten Seitenwand tritt eine Ablösung der Strömung auf.

In Karlsruhe sind von Götz 1975 [38] Untersuchungen an zwei Modellen vorgenommen worden, die sich durch ihren Modellmaßstab unterscheiden. Die Rinnen bestanden jeweils aus 3 180° Krümmungen, die durch kurze gerade Stücke miteinander verbunden waren. Das Breite Tiefen Verhältnis schwankt von 1:3 bis 1:20. Vom Autor wird ein starker Einfluß dieses Verhältnisses festgestellt. Unterhalb von 1:20 treten in den Kurven mehrere Sekundärströmungswalzen übereinander auf. Insbesondere in der ersten Krümmung werden starke Pendelbewegungen der Sekundärströmungswalze vermerkt. Diese führen bei $B/H < 10 - 20$ angeblich zu einem Verlust der Modellähnlichkeit. Später untersucht Siebert 1982 [98] die Strömungsverhältnisse in zwei aufeinanderfolgenden 180° Krümmungen. Besonders hervorgehoben wird vom Autor, daß in den Flußkrümmungen durch die Sekundärbewegung eine Verlagerung der Hauptströmung stattfindet. Die stärkste Asymmetrie der Verteilung der Längsgeschwindigkeit tritt im Abschnitt zwischen den beiden Krümmungen auf. Wie bei Mockmore treten starke Verlagerungen des Maximums der Längsgeschwindigkeiten in der Vertikale auf. Auch hier treten in der zweiten Krümmung zwei übereinanderliegende Walzen der Sekundärströmung auf ($B/H < 10$). Ursache ist

die starke Vertikalströmung als Kompensation der Querströmung an Boden und Oberfläche. Unterhalb der Krümmung bleibt die Asymmetrie der Längsgeschwindigkeit quer zur Rinne länger erhalten als die Sekundärströmung. Bei höheren Froude-Zahlen (von 0,4) kann Siebert Vertikalbewegungen (Sekundärströmung) in der gesamten Breite der Rinne feststellen, nicht nur im Bereich der Seitenwände, wie dies vorhergesagt wird.

Hicks und Steffler 1990 [43] nahmen mit einem Laser-Doppler-Anemometer qualitative hochwertige Messungen der Verteilung der mittleren Geschwindigkeiten und der turbulenten Schwankungen in einer 270° Krümmung vor. Das Außenufer weist in diesem Versuch eine Neigung von 3:1 und 2:1 auf. Die Sekundärströmung ist bereits vor dem Eingang zur Kurve vorhanden und stellt sich mit Beginn der Krümmung schnell in voller Stärke ein. Nachdem am Kurveneingang eine geringe Verstärkung der Geschwindigkeiten im Bereich der Innenkurve auftritt, ist bei 90° das Maximum der Längsgeschwindigkeit bereits zur Außenkurve gewandert. Die Autoren stellen eine starke Auswirkung der Krümmung auf die Reibungsbeiwerte fest. Innerhalb der Kurve sind die Schubspannung und die Strömungsgeschwindigkeit am geneigten Außenufer stark erhöht.

Von Carstensen 1999 [13] wurde ein trapezförmiges Gerinne mit einem Bogen, also der Krümmungssequenz 30° , -60° , 30° , mit einem LDA untersucht. Eine schematische Darstellung der dabei gefundenen Sekundärströmungswalzen ist in Abbildung 2.13 zu sehen. Von Carstensen wird bestätigt, daß die maximalen Schubspannungen nach der Gerinnekrümmung auftreten. Dies macht sich in einer zusätzlichen Erhöhung des Widerstandsbeiwertes von ca. 15 bis 35% bei aufeinanderfolgenden Krümmungen gegenüber einer einzelnen Kurve bemerkbar.

Die Modellversuche mit fester Sohle geben wertvolle Informationen zum Verhalten der Strömung in der Kurve. Die schematisierte Topographie erleichtert die Interpretation und den Vergleich mit analytischen Lösungen der mathematischen Gleichungen. Von den Strömungen in den Kurven natürlicher Flüsse jedoch unterscheiden sie sich. Die in der Versuchskonstellation auftretenden Strömungen und Schubspannungen haben keine Möglichkeit die Sohle zu verändern. Tatsächlich hat diese Rückkopplung einen starken Einfluß.

Die starken Eintiefungen der Sohle führen zu einer entsprechenden Umverteilung der Strömung in der Kurve. In Yen und Yen 1971 [109] werden zwei Versuche mit unbeweglicher Sohle beschrieben. Die Sohle des ersten hat ein trapezförmiges Querprofil. Die Seitenwände haben die Neigung 1:1. Der zweite Versuch hat senkrechte Seitenwände und eine Sohle, die den Gleichgewichtszustand von einer Reihe von Versuchen mit beweglicher Sohle darstellt. Diese Gleichgewichtssohle wurde durch eine Sandsohle modelliert, die, nachdem sie ins Gleichgewicht gekommen war, geglättet und befestigt worden war. Die Gleichgewichtssohle entspricht der aus Yen 1970 [125] und wird unten in 2.4 beschrieben. Durch die unterschiedlichen Sohlagen weisen auch die Wasserspiegellagen in den zwei Versuchen deutliche Unterschiede auf. Dies betrifft vor allem die Absenkung des Wasserspiegels an der Innenkurve. Im Versuch mit Gleichgewichtssohle tritt diese Absenkung nicht gleich bei Kurvenbeginn (11° bei trapezförmiger Sohle) auf sondern erst in der Mitte bei 45° . Dafür ist der Wasserspiegel bei Gleichgewichtssohle am Innenufer ca. doppelt so stark abgesenkt. Der Stau am Außenufer ist annähernd gleich geblieben. Er hat sich bei Gleichgewichtssohle nach vorne in Richtung Kurvenanfang verschoben. Die Verteilung der Schubspannung an der Sohle [125] entspricht nicht den beobachteten Eintiefungen und Auflandungen. In beiden Versuchen sind die größten Schubspannungen zwischen Kurvenbeginn und ca. 55° an der Innenkurve gemessen worden. Am Außenufer

Ort des Versuches	Autoren	Ziel des Versuches	Breite [m]	Fließtiefe [cm]	Radius [m]	Krümmung	U [cm/s]	d_m [mm]
Academy of science of the Ukrainian Republic	I.L. Rosovskii 1957	allgemein	2,0	14	5	90	22-28	0,2
Iowa State University	B.C. Yen und C.L. Yen 1962-70	Kolke	2,33	9-14	8,53	90	30-70	0,3
Universität Uppsala, Schweden	R. Hooke 1974		1	5,2 - 12,8	ca. 2	100	20-40	
Universität Karlsruhe	H. Meckel 1978	Spiralströmung und Sedimentbewegung	1	22	4	3x180°	35	1,55
Canada	M.A. Nohh, R.D. Townsend 1979		0,3	4	0,9	45, 60, 75	30	0,7
Delft	Struiksma, Olesen, Flokstra, de Vriend 1985	allgemein	1,5	8-10	12	140	0,4-0,5	0,45
Iowa State University	Odggaard 1988	Kolke	2,44	15	13,11	180	45	0,3
Nat. Taiwan Univ. Taipei	C.L. Yen, K.T Lee 1995		1	5-10	4	180		1

Tabelle 2.1: Übersicht der bekanntesten physikalischen Modellversuche mit ihren Grundparametern

fer weist die Schubspannung eher ein Minimum auf. Im Falle der Gleichgewichtssohle ist die Schubspannung in der Innenkurve mit 40% über dem Mittelwert größer als im Falle der trapezförmigen Sohle. Gegen Ende der Kurve fällt bei der Gleichgewichtssohle die Schubspannung an der Innenkurve plötzlich ab. Auch dies ist auf die deformierte Sohle zurückzuführen. Ein Vergleich der Strömungsverteilung mit und ohne Sohleinfluß ist von C.L. Yen [125] dargestellt worden. Das Maximum der Strömungsgeschwindigkeit wandert im Trapezgerinne erst sehr viel später vom Innenufer ans Außenufer.

2.4 Physikalische Laborversuche mit beweglicher Sohle

2.4.1 B.C. Yen und C.L. Yen (90° Kurve) 1970-71

B.C. Yen und C.L. Yen [125], [109] haben an der Iowa State University in der Zeit von 1962 bis 1966 Versuche mit 90° Kurven vorgenommen. Ihre Rinne ist 2,33m breit und wurde sowohl mit fester trapezförmiger als auch mit beweglicher Sohle versehen. Die Korngrößen des Sandes lagen im Bereich zwischen 0,1 und 1mm. Die Sohle bildete Riffel. Der Versuch bestand aus zwei aufeinanderfolgenden Kurven mit entgegengesetzter Krümmung. In [125] werden Versuche mit drei unterschiedlichen Fließtiefen, aber konstanter Froude-Zahl und zwei weitere mit konstanter Fließtiefe vorgestellt. Die Kolke bilden sich am Außenufer und sind langgestreckt. Die Eintiefung liegt bei 80 bis 120% der mittleren Fließtiefe. Gegenüber der stärksten Auskolkung befindet sich die stärkste Auflandung von ca. 80% der mittleren Tiefe. Bei erhöhter Fließtiefe liegt der Kolk näher am Kurvenausgang bei ca. 50° gegenüber 33° im Falle geringster Fließtiefe. Gleichzeitig erhöht sich die Kolkentiefe von 80% auf 120% der mittleren Fließtiefe. Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit wandert der Kolk wieder stromab und wird schmaler. Die Kolkiefen erhöhen sich auf ca. 160% der mittleren Fließtiefe (also das 2,6-fache der mittleren Fließtiefe). Vor dem Kurveneingang befinden sich an der Innenseite die Ausläufer der Kurvenkolke der vorangegangenen Kurve.

2.4.2 Mäanderversuche von R. Hooke 1974

In den Jahren 1972/73 führte R. Hooke von der Universität Minnesota Versuche an der Lund Universität in Uppsala durch [44], [45]. Der Versuch bestand aus zwei Kurven, das Längsprofil war sinusförmig. Der Krümmungsradius im Versuch war somit nicht konstant. Die Rinne war 1m breit, die Wellenlänge der Kurve betrug 10,33m. Es wurde eine ganze Reihe von Abflüssen zwischen 10 und 50 l/s gefahren, die zu Fließtiefen von 5 bis 12cm führten. Das Breite-Tiefen Verhältnis lag dementsprechend zwischen 8 und 19. Die Kolke stellten sich etwa im Scheitel der Krümmung ein. An dieser Stelle ist die Krümmung der Rinne am stärksten. Die Kolke sind sehr langgestreckt und schmal. Der Tiefenunterschied von Innen- und Außenufer wächst mit dem Abfluß von +4 zu -10cm auf +8 zu -12cm an. Die Schubspannungen wurden mit einem 2mm Preston Rohr gemessen. Sie schwanken um 75% um den Mittelwert. Der Bereich der größten Schubspannungen wechselt am Scheitel der Krümmung vom Innenufer zum Außenufer. Die Eintiefungen der Sohle korrespondieren nicht mit den Schubspannungen. Mit wachsendem Durchfluß vergrößern sich auch die Schubspannungen. Das Maximum der Schubspannung am Außenufer verlagert sich geringfügig stromab mit wachsendem Abfluß. Die Geschiebetransportraten sind in diesem

Versuch mit einer Sandfalle gemessen worden. Die Verteilung der Transportraten korrespondiert zur Verteilung der Schubspannungen. Die Schwankungsbreite liegt jedoch etwas höher, bei 100 bis 200% des Mittelwertes. Von Engelund 1974 [29] wurden die Versuche von Hooke 1974 [45] für den Test seiner Formeln verwendet.

2.4.3 Nouh und Townsend (45 und 60°) 1979

M.A. Nouh und R.D. Townsend von der Universität Calgary und der Universität Ottawa führten Versuche an schwach gekrümmten Rinnen mit beweglicher Sohle aus von denen sie 1979 in [110] berichten. Die mittlere Fließtiefe beträgt 4cm, der Radius 90cm, die Kanalbreite 30cm und die mittlere Fließgeschwindigkeit beträgt 30cm/s. Trotzdem die Rinne relativ klein ist beträgt das Breite-Tiefe Verhältnis 7,5 und das Verhältnis Radius zur Gerinnebreite 3. Das Sohlmaterial hatte einen mittleren Korndurchmesser von 0,7mm. Es wird nicht von Transportkörpern berichtet. Die Geschwindigkeitsverteilung wird mit Hilfe eines LDA gemessen. Die vertikale Geschwindigkeitsverteilung der Hauptströmung hatte in allen Punkten nahezu logarithmischen Charakter, was auch in dieser Studie bei der Ermittlung der Sohlschubspannungen ausgenutzt wurde. Die Sekundärströmung entstand schnell am Eingang der Kurve, entwickelte sich weiter bis zum Ausgang der Kurve. Die Sekundärströmung existierte noch über eine gewisse nicht zu vernachlässigende Distanz über das Kurvenende hinaus. In der Studie wurde besonders auf das Abklingen der Sekundärströmung nach dem Ende der Kurve geachtet. Die Kolke bildeten sich bei den verschiedenen Kurvenradien nur genau am Ende der Kurve. Die relativ kurzen Eintiefungen der Sohle betragen direkt am Ende der Kurve 3cm für die 45° und 5cm für die 60° Kurve (7cm und 9cm Fließtiefe). Bei der stärkeren 60° Krümmung befindet sich in der Mitte der Rinne bei 30° eine geringfügige Eintiefung. Die Akkumulationsbereiche beginnen bereits kurz nach dem Eingang zur Kurve und ziehen sich am Innenufer entlang. Die stärksten Akkumulationen finden sich genau gegenüber den stärksten Kolken am Ende der Innenkurve und betragen 1cm und 1,8cm (3cm und 2,2cm Fließtiefe). Im Bereich der Sedimentation am Innenufer wurden Strömungsablösungen festgestellt. Die Strömungsablösung an der Innenkurve lag im 60° Krümmer weiter stromabwärts. Die gemessene Schubspannungsverteilung entspricht etwa der Tiefenverteilung. An tiefen Stellen ist die Schubspannung größer. Sie ist im Kolk am stärksten mit 1,8 bzw. 2,4 mal den mittleren. Ein Versatz von Schubspannungsverteilung und Tiefenverteilung ist am Kurvenausgang nicht zu erkennen. Eine Ausnahme dieser Übereinstimmung bildet hier der Eingang zur Kurve. An dieser Stelle sind bei beiden Kurven deutliche lokale Maxima der Schubspannung beobachtet worden. Insbesondere im Falle der 60° Kurve erreicht die Schubspannung an der Innenkurve den Faktor 2 gegenüber der mittleren Schubspannung. Im Kolk am Kurvenausgang ist es der Faktor 2,4. Diese Maxima sind den Anlandungen an der Innenkurve vorgelagert.

2.4.4 Versuche in Delft 1985

Am Hydraulischen Laboratorium Delft wurden Anfang der 80iger Jahre umfangreiche Untersuchungen von Strömungen in Flußkurven vorgenommen und mit theoretischen Ansätzen verglichen [104]. Dazu gehören 3 Experimente mit unterschiedlichen Abflüssen in der Delft Hydraulics Laboratory (DHL) Kurvenrinne (140°), eine Konfiguration der Kurvenrinne der Delft University of Technology (180°) und eine Rinne, die eine idealisier-

ten Abschnitt des Flusses Waal in aufeinanderfolgenden Krümmungen abbilden soll. Die Ergebnisdarstellung besteht hier nur aus Längsprofilen der Fließtiefen an Außen- und Innenufer. Diese Längsprofile stimmen nach einem gewissen Abgleich gut mit der im Beitrag entwickelten Theorie der Entwicklung der Kolk-tiefen überein. Auf diese wird im Kapitel 4 eingegangen. Die Versuche haben einen relativ großen Krümmungsradius. Das Verhältnis Radius zu Breite liegt bei 8, 10 und 2,5. Der Krümmungsradius springt an Kurvenanfang und Ende. Allen Versuchen ist eine besonders starke Ausprägung des Kurvenkolkes bei 45° nach dem Kurveneingang gemeinsam. Darauf ist eine gewisse Schwingungsneigung festzustellen. Ab ca. 70° bleibt die Querneigung auf geringerem Niveau stehen und kippt schließlich nach Kurvenende in die entgegengesetzte Richtung um. Die Übertiefen der Kolke erreichen ca. 40% der mittleren Fließtiefe. Die Längsprofile an Innen- und Außenufer verlaufen genau entgegengesetzt zueinander. Die Autoren erklären, daß eine lokale Betrachtung nicht zu realistischen Größen führt und versuchen die großen Kolk-tiefen zu Beginn der Kurve mit einer sehr stark gedämpften Querschwingung des morphologischen Systems innerhalb einer linearen Stabilitätsanalyse zu erklären. Dadurch entsteht ein Überschwingen zu Beginn der Kurve.

2.4.5 Odgaard's Experiment (180° Krümmer) 1988

Nach den Ergebnissen von Dietrich und Smith 1983 [23] berücksichtigte ein 1974 von Englund vorgestellter Rechenansatz die konvektiven Terme in der Kurve nicht ausreichend. Um dies im Versuch zu überprüfen wurde von Odgaard an der Universität von Iowa ein Versuch mit beweglicher Sohle ausgeführt, der bisher wohl die größten Abmessungen hatte [81]. Die Rinne des Iowa Institute of Hydraulic Research hat einen trapezförmigen Querschnitt, einen relativ großen Krümmungsradius von 13,11m in der Rinnenmitte und eine Breite von 2,44m. Bei den Versuchen betrug die Fließtiefe 15cm und die mittlere Fließgeschwindigkeit 45cm/s bei einem Wasserspiegelgefälle von 0,116%. Das Sediment hatte einen mittleren Korndurchmesser von 0,3mm. Es bildete sich ein Quergefälle der Sohle heraus, wobei auffällig ist, daß das Quergefälle je Querschnitt fast konstant ist. Im ersten Viertel der Krümmung ist die Eintiefung am stärksten, fällt dann etwas ab und erreicht ein zweites Maximum kurz vor dem Ende der Krümmung. Kurz nach dem Krümmungsende ist keine Querneigung mehr festgestellt worden.

Das Sediment bewegte sich als Geschiebe mit einer Transportrate von ca. 3,7 g/cm/min durch die Rinne. Die Messung wurde mit einer Sedimentfalle nach Dietrich und Smith 1984 [24] ausgeführt. Die Sohle war von Transportkörpern geprägt. Die Fließtiefe und die sohnahen Geschwindigkeiten waren dementsprechend stark variabel in der Zeit. Die veröffentlichten Querprofile sind aus der Mittelung einer großen Anzahl von Messungen entstanden. In der Außenkurve wurden Dünen mit einer Länge von 160cm und einer Höhe von 7,6cm beobachtet, in der Innenkurve hingegen dominierten Riffel. Die Sohlformen waren allerdings nicht so stark ausgeprägt, daß sie die Querneigung der Sohle, von durchschnittlich über 12cm, vollständig überdeckt hätten.

Die maximale Kolk-tiefe wurde bereits bei 50° - also in der ersten Hälfte der Kurve - mit über 25cm gemessen. Genau gegenüber bildete sich der Gleithang (engl.: point bar) am stärksten heraus. Von Odgaard wird dazu bemerkt, daß die Tiefen sich wie in einer Schwingung verändern, deren Wellenlänge 30m beträgt.

Die Sekundärströmung reagiert ohne Verzögerung auf den Beginn der Krümmung. Sie bleibt in der gesamten Krümmung annähernd gleich. Am Ende der Kurve reagiert sie

ebenso schnell, wobei sich hier sogar unmittelbar am Kurvenausgang ein Überschwingen einstellt und die Sekundärströmung an der Sohle nach aussen weist. Die Stärke dieses Überschwingens ist ebenso groß, wie die eigentliche Sekundärströmung in der Kurve.

2.4.6 C.L. Yen's Versuche zu Sohltopographie und Sortierung des Sedimentes (180°)

An der National Taiwan University in Taipei wurde ein Versuch mit beweglicher Sohle in einer Rinne mit 4m Krümmungsradius und 1m Breite ausgeführt [124]. Die Sohle bildete Sand, der einen mittleren Korndurchmesser von 1mm und eine Ungleichförmigkeit σ von 2,5 hatte. Es wurde instationärer Abfluß simuliert, indem in fünf Experimenten unterschiedlich steile Hochwasserwellen eingesteuert wurden. Im Versuch dauerten diese Wellen 190 bis 400min an. Die Fließtiefe betrug ca. 5 bis 10cm. Auch bei dieser Rinne stellten sich relativ konstante Querneigungen je Querschnitt und zwei maximale Einkolkungen ein. Stärker als bei Odgaard war hier der Kolk direkt am Ende der Krümmung eingetieft. An dieser Stelle gab es Abweichungen von einem geraden Querprofil. Gemessen wurden in diesen Versuchen zusätzlich die mittleren Korndurchmesser. Die eingetieften Bereiche sind vergrößert, bis auf den Kolk am Ende der Krümmung. Dieser Kolk weist eher feineres Material auf. Daraus läßt sich die zusätzliche Tiefe dieses Kolkes erklären. Mit zunehmender Steilheit der Hochwasserwelle verstärkt sich die Querneigung in der Kurve. Gleichzeitig verstärkt sich die Sortierung des Materiales zwischen Innen- und Aussenkurve. Auch der Kolk am Ende der Kurve tritt erst durch den instationären Abfluß auf und verstärkt sich mit zunehmender Steilheit der Welle. Die Autoren definieren einen Beiwert für die Instationarität und stellen einen Zusammenhang zwischen diesem Parameter und der Querneigung sowie der Korngrößenverteilung fest. Da die Versuche zeitlich begrenzt waren, können die Querneigungen nicht mit den Gleichgewichtsbeziehungen verglichen werden.

2.5 Formeln zur Abschätzung der Sohlneigung in Flußkurven

Formeln zur Abschätzung der Sohlneigung in Flußkurven setzen Gleichgewichtsbedingungen voraus. Dies entspricht der Betrachtung eines sehr langen Kurvenabschnittes. Die Sekundärströmung muß voll ausgebildet sein. Es wird nicht auf den Abstand vom Ufer geachtet, da das Verhältnis von Breite zu Tiefe groß sein soll. Die in Flußkurven gemessenen Sohlneigungen erweisen sich in Querrichtung - von einem Ufer zum anderen - als annähernd konstant. Die Aufgabe reduziert sich auf die Auffindung eines Gleichgewichtes zwischen der nach innen gerichteten Wirkung der Sekundärströmung und der Wirkung des Hangabwärtstriebes auf den Geschiebetrieb andererseits. Da die Größe der beiden Wirkungen bisher nur relativ ungenau berechenbar ist, ist ein kurzer Blick auf die in der Literatur veröffentlichten Ansätze informativ.

Eine der ersten Arbeiten, die mit gewisser Verspätung große Beachtung gefunden hat, wurde von **Van Bendegom** 1947 [6] veröffentlicht. Eine englische Übersetzung wurde später in Kanada angefertigt. In dieser Arbeit wurde bereits eine Formel zur Berechnung der Querneigung der Sohle in Flußkurven gegeben. Dementsprechend wurde auch die hangabwärts gerichtete Transportkomponente behandelt.

Zimmermann und Kennedy 1978 [130] kommen auf der Grundlage eines Kräftegleichgewichtes zwischen der angreifenden Strömungskraft in radialer Richtung τ_r und der sohlparallelen Komponente der Gewichtskraft der Sedimentpartikel

$$\tau_r \frac{\pi d^2}{4} = \rho' g \frac{\pi d^3}{6} \sin \theta \quad (2.23)$$

zu der Gleichung

$$\tan \theta = \frac{\alpha}{2} \frac{m+1}{m(m+2)} Fr'^2 \frac{H}{R} \quad (2.24)$$

Hierin ist $\alpha \approx 1,27$ das Verhältnis von Flächenanteil zu Volumen eines Sedimentpartikels, m ist der Reibungsbeiwert im Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung Gl. 2.11 und $Fr' = \frac{u}{\sqrt{\rho' g d}}$ die Froude Zahl des Sedimentpartikels aus der mittleren Geschwindigkeit. R ist der Krümmungsradius des Gerinnes.

Yen 1970 [125] setzt die Querneigung proportional zur maximalen sohlnahen Querströmungsgeschwindigkeit an.

Engelund 1974 [29] verwendet für die Richtung der sohlnahen Strömung für die in der Praxis auftretenden Reibungsbeiwerte die einfache Beziehung $\tan \beta = 7H/R$. Er betrachtet die Kräfte an einem Sedimentkorn. Engelund kommt auf eine einfache Proportionalität zwischen der Querneigung und dem Verhältnis von der Fließtiefe zum Krümmungsradius der Kurve.

$$\tan \theta = 7 \tan \Phi \frac{H}{R} \quad (2.25)$$

Durch eine Kräftebilanz und Berücksichtigung einer Schicht von Sohlmaterial anstelle von einzelnen Körnern kommen **Falcon und Kennedy** 1983 [34] auf eine weitere Formel. Sie setzen das Gleichgewicht in radialer Richtung in allgemeiner Form wie folgt an:

$$\tau_r = y_b(1-p)\Delta\rho g \sin \theta \quad (2.26)$$

Für die in Transport befindliche Schichtdicke y_b setzen sie eine Beziehung von Karim (1981) ein:

$$y_b = d_{50} \frac{u_*}{u_{*c}} \quad (2.27)$$

Für den Hangabwärtstrieb ergibt sich daraus:

$$\tau_r = (1-p)g\Delta\rho d_{50} \frac{u_*}{u_{*c}} \sin\theta \quad (2.28)$$

Nach einigen Umstellungen wird die Formel in folgender Form gegeben:

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{8\tau_{cr}^*} \frac{1 + \sqrt{r_f}}{1-p} Fr' \frac{H}{R}}{1 + 2\sqrt{r_f}} \quad (2.29)$$

τ_{cr}^* ist Shields dimensionslose kritische Schubspannung, p die Porosität des Sedimentes, r_f ist der Sohlreibungsbeiwert $\lambda/8$. Aus dieser Formel wird die radiale Sohl Schubspannung zurückgerechnet:

$$\tau_r = \rho\sqrt{r_f} \frac{1 + \sqrt{r_f}}{1 + 2\sqrt{r_f}} \bar{u}^2 \frac{H}{R} \quad (2.30)$$

Odgaard (1986) nimmt an, die Partikel befänden sich unter Verhältnissen des Bewegungsbeginns und stellt eine Kräftebilanz für diese kritischen Größen auf. In τ/τ_{cr} fließt neben der Längs- auch die Querkomponente der Schubspannung an der Sohle ein.

$$\tan\theta = \frac{3\alpha \sqrt{\tau_{cr}^*} m + 1}{2 \kappa m + 2} Fr' \frac{H}{R} \quad (2.31)$$

Sämtliche Formeln sind proportional zu $\frac{H}{R}$. Unterschiede bestehen hauptsächlich bei der Abschätzung der sohl nahen Strömung und der Berücksichtigung der Korngröße. Die sohl nahe Strömung kann in einem dreidimensionalen Strömungsmodell berechnet werden.

Die beschriebenen Formeln treffen aufgrund ihrer Annahmen nur näherungsweise zu. In der Realität kommt es in Flußkurven zu einer deutlichen Sortierung des Materiales. Unter vielen anderen Untersuchungen ist dies auch aus dem Bericht der BfG zu Untersuchungen des Sohlmaterialies in der Elbe ersichtlich. Durch die Sortierung des Sohlmaterialies kann die Kolk tiefe um immerhin 30-40% geringer ausfallen, als wenn die Sohle aus einem Einkornmaterial aufgebaut wäre (Ikeda 1987 [49]).

2.6 Numerische Modelle

2.6.1 Überblick

Es wurde bereits eine Anzahl von numerischen Modellen zur Berechnung von Sohländerungen entwickelt. Eine ganze Reihe davon sind für die speziellen Bedingungen von Flußkurven entwickelt worden. Grundsätzlich wird dabei anerkannt, daß die Strömungsverhältnisse in den Flußkurven dreidimensional ausgeprägt sind (siehe auch Tab. 1.1). Trotzdem reicht die Spannweite der eingesetzten Modelle von ein- bis dreidimensionalen Modellen. Die ein- und zweidimensionalen Modelle, die durch Parametrisierungen versuchen die notwendigen Zusammenhänge abzubilden, sollen hier nur kurz angesprochen werden. Tatsächlich dreidimensionale Modelle dagegen sind hauptsächlich zur Modellierung der Strömungsverhältnisse entwickelt worden. Erst in den letzten Jahren sind Publikationen über Modelle mit dreidimensionaler Strömungsmodellierung und beweglicher Sohle erschienen.

2.6.2 1D Modelle mit beweglicher Sohle

Das 1990 von Crosato [17] vorgestellte Computermodell MIANDRAS basiert auf stark vereinfachten Gleichungen, die von den tiefenintegrierten Flachwassergleichungen und einer wählbaren Geschiebetransportformel ausgehen. Aus diesen Gleichungen wird für einen Kanal konstanter Breite eine Tiefen- und eine Geschwindigkeitsvariation errechnet, welche die Querneigung der Sohle und die entsprechende Geschwindigkeitsänderung in Kanal-Querrichtung darstellen und nur noch Variablen der Längskoordinate sind. In die Berechnung der Sohldeformation fließt die Sohlneigung (nach von Bendegom 1947 [6]) und die Sekundärströmung (nach Koch und Flokstra 1980 [60]) mit ein. Letztere wird aus dem lokalen Krümmungsradius berechnet. Für diese Variablen werden die Zeitableitungen vollständig vernachlässigt. Zeitvariable Abflüsse sind trotzdem als Stufenfunktionen berechenbar. Der eigentliche zeitvariable Teil des Programmes ist der Uferabbruch. Dieser wird aus den Kurvenkolken, den Strömungsgeschwindigkeiten und den Eigenschaften des Ufers berechnet. Es können auch Uferschutzmaßnahmen berücksichtigt werden. Auf der Basis des Uferabbruches wird der eindimensionale Rechenstrang in der horizontalen Fläche verlagert. Mit diesem Programm können ganze Flußabschnitte über einen langen Zeitraum gerechnet werden. Unberücksichtigt bleiben variable Breiten des Flusses, der Nachlauf der Sekundärströmung, das Wandern von alternierenden Bänken wegen der fehlenden Zeitableitung im Programmteil für die Flußsohle sowie stark gekrümmte Gerinne wegen der Potentialströmung.

2.6.3 2D Modelle mit beweglicher Sohle

TIMOR

Von Zanke 1994 [128] wurde ein Modell mit beweglicher Sohle ausgestattet. Das Modell basiert auf der FEM und verwendet Dreieckselemente. Das Strömungsmodell verwendet sogenannte "bubble"-Funktionen zur Vermeidung von unerwünschten Oszillationen in der Lösung Mewis 1993 [72]. Trockenfallen und Überfluten sind vorgesehen. Das Modell berücksichtigt verschiedene Korngrößen, kohäsives Material, Uferabbruch und besitzt die

Fähigkeit die Entstehung von Sohlpflasterungen richtig zu berechnen.

CCHE2D

Von Jia und Wang wurde 1999 [52] ein zweidimensionales numerisches Modell CCHE2D vorgestellt. Für die konvektiven Terme der Impulsgleichungen kommt ein upwind Verfahren zum Einsatz. Von den Autoren wird die Sekundärströmung auf rudimentäre Weise durch einen Winkel im Geschiebetransport berücksichtigt, den sie nach der Formel von Engelund 1974 [29] aus einem lokalen Krümmungsradius berechnen. Ebenso wird der Hangabwärtstrieb berücksichtigt.

FLOODSIM

Bechtler und Nujic 1997 [4] stellen ein morphodynamisches Modell zur Simulation von Erosionen in Zusammenhang mit einem Dammbbruch und von Verlandungserscheinungen bei Gerinneaufweitungen vor. Das Modell basiert auf dem Programmsystem FLOODSIM. Das von M. Nujic entwickelte 2D Modell basiert auf dem Finite Volumen Verfahren und verwendet spezielle Formulierungen zur Unterdrückung von entkoppelten Lösungen. Die Sedimentkontinuitätsgleichung wird mit dem Mac Cormack Schema gelöst. Von speziellen Anpassungen zur Vermeidung von Oszillationen in der Lösung wurde nicht berichtet.

”FAST” Marburger

Von M. Marburger wurde 1997 [68] und 1999 [69] eine Arbeit vorgestellt, die auf einem zweidimensionalen FVM Modell (FAST) aufsetzte. Das Gitternetz ist strukturiert und besteht aus viereckigen Kontrollvolumen. Zur Berücksichtigung der dreidimensionalen Effekte werden die sogenannten ”moment of momentum” [55] Gleichungen eingesetzt. Das Modell erlaubt die Behandlung verschiedener Korngrößen. Für die Berechnung größerer Zeiträume werden die Strömungszustände als stationäre Zustände behandelt.

”FAST-2D”

Ebenfalls auf dem Quellcode des Finite Volumen Programmes FAST-2D basieren Arbeiten von Minh Duc 1998 [26] und von V.T. Nguyen 2000 [78]. Sie stellen zweidimensionale Modelle mit beweglicher Sohle vor. Die Modelle berücksichtigen die Sekundärströmung und den Hangabwärtstrieb.

Spannring, Seus

Für die Berechnung der Strömungsverhältnisse unter dem Einfluß von Buhnen ist von Spannring 1999 [102] ein Strömungsmodell mit beweglicher Sohle ausgestattet worden. Es berücksichtigt den Hangabwärtstrieb und verwendet die Aufnahmelänge (siehe Abschnitt 3.6.2) für den Geschiebetrieb z.T. aus Gründen der numerischen Stabilität. Für das Strömungsmodell wird ein $k - \epsilon$ Ansatz favorisiert.

2.6.4 3D Strömungsmodelle

Ye und Corquodale 1998 [122] stellen ein Modell mit sigma Transformation vor, das speziell an dem Anwendungsfall der Strömung in Flußkurven verifiziert wird. Sie verwenden das erweiterte $k-\epsilon$ Modell zur Modellierung der Tangential- und der Normalspannungen.

Von Demuren und Rodi 1986 [21] wird ein Strömungs- und Transportmodell für mäandrierende Flußläufe vorgestellt. Sie vernachlässigen die Zeitableitungen vollständig. Die Ergebnisse werden mit Meßdaten der Dissertationen von Chang 1971 und Fukuoka 1971 an der Iowa State University (Versuch siehe [36]) verglichen, die einen Strang aus 12 sinusförmigen Kurven untersuchten. Für die Lösung des stationären Ergebniszustandes verwenden sie eine spezielle fortschreitende Integration in Längsrichtung, wodurch erheblich Speicherplatz und Rechenzeit gespart wird. Durch die Vernachlässigung der Diffusionsterme in Kanal-Längsrichtung wird das Problem parabolisch. Das Rechengebiet ist ein Kanal mit senkrechten Wänden, das Netz strukturiert in Polarkoordinaten und kartesischen Koordinaten. Im Querschnitt werden 24×14 Knoten verwendet. Das Turbulenzmodell berücksichtigt Krümmungseffekte, jedoch keine Modellierung der Normalspannungen. Der Einfluß der Krümmung auf die Turbulenz besteht in einer Intensivierung der turbulenten Vermischung entlang von konvexen Wänden und einer Abschwächung derselben entlang von konkaven Wänden. Dieser Effekt soll aber im Falle von stark gekrümmten Gerinnen in den Impulsgleichungen durch den Druckgradienten vollständig überschattet werden und nur in den in den Transportgleichungen, in denen der Druck keinen Einfluß hat, eine Rolle spielen.

2.6.5 3D Modelle mit beweglicher Sohle

Olesen 1987

Von Olesen 1987 [82] wurde ein Modell erstellt, das speziell für Flußkurven ausgelegt war. Es enthält dementsprechend eine Vielzahl von Vereinfachungen, wie sie bei der damaligen Rechengeschwindigkeit notwendig waren. Besonders deutlich ist dies in der Art der Formulierung des Gitternetzes zu sehen. Die Tiefe, der Wasserstand und die Längsgeschwindigkeit liegen in einem Punkt und die Quergeschwindigkeit um eine halbe Maschenweite seitwärts versetzt. Das Modell vernachlässigt die Zeitableitungen in den Impulsgleichungen. Es kann daher als spezialisiertes Modell der Tiefenentwicklung in Flußkurven gelten.

SSIIM

Von Nils R.B. Olsen 1993 [83] von der Universität Trondheim ist 1991 ein numerisches Modell zur Simulation von Sedimentbewegung im Einlaufbauwerk zu Turbinen entwickelt worden. Es wurde auch die Sedimentation in einem Reservoir gerechnet. Es basiert auf der Finite Volumen Methode und verwendet den $k-\epsilon$ Ansatz. Es wird nur suspendiertes Sediment berechnet, kein Geschiebe. Dementsprechend gibt es keinen Ansatz zur Berücksichtigung von Hangabwärtstrieb.

FAST3D - Wu und Wenka

Von Wu, Wenka und Rodi 2000 [119] ist auf der Basis des bekannten FAST3D Modellcodes ein dreidimensionales Modell mit beweglicher Sohle vorgestellt worden. Entsprechend dem FAST Modell kommt dabei ein strukturiertes, nicht gestaffeltes Finite Volumen Rechenetz zum Einsatz. Es kommt eine Σ -Transformation der vertikalen Koordinate zum Einsatz. Zur Vermeidung Störungen in der Lösung der Impulsgleichungen wird die Impulsinterpolation nach Rhie und Chow 1983 [88] bzw. das Verfahren von Majumdar 1988 [67] genutzt. Das Modell nutzt die Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung. Es kommt der $k - \epsilon$ Ansatz für die Berechnung der turbulenten Viskosität zum Einsatz, ohne Erweiterungen für die richtige Berechnung der Normalspannungen und der daraus resultierenden Sekundärströmungen zweiter Art nach Prandtl. Die Berechnung erfolgt implizit unter Verwendung der Poisson Gleichung. Das daraus berechnete dreidimensionale Strömungsfeld wird für die Berechnung des Suspensionstransportes genutzt.

Einige Besonderheit bei der Kopplung mit der Morphodynamik ist die Verwendung der Gleichung für die Aufnahmelänge. Die Autoren sprechen von der Notwendigkeit diesen Ansatz zu verwenden, um numerische Instabilität zu vermeiden. Je größer die Elemente des Rechenetzes sind, desto größer muß die Aufnahmelänge sein. In Abschnitt 3.6.2 wird dies eingehend diskutiert. Es wird kein Quertransport berücksichtigt. Der Vergleich mit Odgaards Versuchsergebnissen zeigt trotzdem sehr ähnliche Querneigungen, allerdings könnte die Position der Kolke besser übereinstimmen.

Weitere Entwicklungen

Über die genannten Modelle hinaus finden sich im kommerziellen Bereich Modelle wie Delft 3D und Mike3, die ebenfalls mit einer beweglichen Sohle ausgestattet sind. Zu Mike3 war keine umfassende Modellbeschreibung verfügbar. Das Modell Delft3D-MOR basiert von der Entwicklung her auf den Modellen Delft2D-MOR und TRISULA. Da beide Modelle, so wie auch das Modellsystem TELEMAC, in ständiger Benutzung und Entwicklung durch die kommerziellen Anbieter stehen, soll hier nicht weiter auf den momentanen Entwicklungsstand eingegangen werden.

Kapitel 3

Modellgleichungen

3.1 Hydrodynamik

Die Hydrodynamik eines Wasserkörpers läßt sich relativ exakt durch die bekannten Reynolds-gemittelten Impulsgleichungen und die Kontinuitätsgleichung beschreiben:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \nu_{t,h} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \nu_{t,h} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \nu_{t,v} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\tau_x}{\rho_0} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \nu_{t,h} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \nu_{t,h} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \nu_{t,v} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\tau_y}{\rho_0} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \nu_{t,h} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \nu_{t,h} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \nu_{t,v} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\tau_z}{\rho_0} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$

Hier sind u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten, z und w positiv vertikal nach oben, a positiv nach unten orientiert. Die hier bereits enthaltenen wesentlichen Vereinfachungen sind die Vernachlässigung einer eventuellen Dichteschichtung und die Abschätzung des realen anisotropen turbulenten Spannungstensors durch einen Wirbelviskositätsansatz. Letztere Vereinfachung führt dazu, daß im Modell prinzipiell keine Sekundärströmungen zweiter Art nach Prandtl entstehen können. Dies stellt leider eine ernstzunehmende Vereinfachung dar. Für eine Implementierung der sehr aufwendigen Ansätze zur Berücksichtigung von anisotroper Turbulenz und vor allem zur richtigen Berechnung der turbulenten Normalspannungen stand letztlich nicht genug Zeit zur Verfügung. Bekannte Ansätze in dieser Richtung sind neben der echten Reynoldsspannungssimulation (Schließung auf Ebene der Terme zweiter Ordnung z.B. Cokljat und Younis [16]) die vereinfachenden Ansätze von Naot und Rodi 1982 [77] sowie von Speziale 1987 [103].

Die Randbedingungen lauten an der Sohle a :

$$w|_a = -u \frac{\partial a}{\partial x} - v \frac{\partial a}{\partial y} \quad (3.5)$$

und an der Oberfläche h :

$$w|_h = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.6)$$

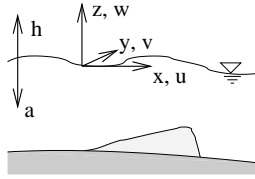


Abbildung 3.1: Definition der Achsen im kartesischen Koordinatensystem

Wandreibung wird durch die Addition der entsprechenden Terme $\tau/\rho = r_f u^2/H$ in den Gleichungen berücksichtigt. r_f ist der Reibungsbeiwert nach Newton-Taylor, der gleich $\left(\frac{u_*}{u}\right)^2$ ist und $\lambda/8$ entspricht.

3.1.1 Hydrostatische Druckverteilung

Die Impulsgleichung für die vertikale Geschwindigkeit (Gl. 3.3) enthält zwei stark dominante Terme. Dies sind die Erdbeschleunigung und der Term für den Druckgradienten. Werden die restlichen Terme gestrichen, so geht die Impulsgleichung 3.3 in die hydrostatische Gleichung über:

$$p = g\rho_0 z \quad (3.7)$$

Die Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung ist in natürlichen Gewässern weitestgehend gültig. Hier wird von der starken Vereinfachung, die diese Annahme bezüglich der Lösung des numerischen Problems ermöglicht, Gebrauch gemacht. Man erspart sich die Lösung eines elliptischen Problems. Dieses würde die implizite Behandlung des gesamten Rechengebietes notwendig machen, da sich eine Änderung in einem Punkt zumindest prinzipiell im gesamten Gebiet bemerkbar machen kann. Der Einsatz eines expliziten Verfahrens zur Zeitintegration wäre dadurch nicht mehr möglich.

Die in Gl. 3.3 vernachlässigten Terme sind die advektiven Terme und die Terme für Wandreibung und turbulenten Austausch für die vertikale Geschwindigkeit. Die Grenze für die Gültigkeit der Hydrostatik kann prinzipiell mit Hilfe dieser vernachlässigten Terme ermittelt werden. Extrem fallen die Terme für die Advektion der vertikalen Geschwindigkeitskomponente ins Gewicht, wenn eine senkrechte Wand, z.B. eine schematisierte Buhne mit senkrechten Seiten, oder ein Pfeiler angeströmt wird.

Ein typischer Fall ist das Überströmen von Sohlwellen. Im "hydrostatischen" Fall weicht die Strömung inertionslos nach oben oder unten aus. Auch im Lee der Sohlwelle wirkt nur die horizontale Advektion des Impulses. Diese führt bei horizontalen Schichtgrenzen durchaus zu einer Ablösung der Strömung von der Sohle. Ein sohnaher Druckabfall wird sich dadurch jedoch nicht einstellen. Vielmehr reicht der an der Umströmung beteiligte Bereich bis zur Wasseroberfläche hinauf. Da diese nicht ausweicht, kann man sich die Strombahnen ähnlich einer σ -Transformation über der Sohlwelle gedrängt vorstellen. Über der Sohlwelle fordert die Kontinuität eine höhere Geschwindigkeit. Der Wasserspiegel wird hier also geringfügig tiefer liegen. Im "tiefen" Wasser würde die Inertionskraft ein Abschwächen der Umströmung der Sohlwelle mit zunehmendem Sohlabstand bewirken, ähnlich der Eindringtiefe von Seegang im Übergangs- und Tiefwasserbereich. Im

hydrostatischen Fall fehlt diese Eigenschaft. Weit wesentlicher ist eine Verfälschung der Druckverteilung an der Sohle durch die Annahme der Hydrostatik. Bei geringen Fließtiefen kann sich diese in geringem Maß auf die Wasseroberflächenlage auswirken.

Eine Möglichkeit die vertikalen Beschleunigungen zu berücksichtigen (das Modell nichthydrostatisch zu machen), ist die Verwendung einer scheinbaren Kompressibilität in Verbindung mit einer Druckkorrektur. Die scheinbare Kompressibilität innerhalb einer inneren Iterationsschleife muß entsprechend gering sein, um eine stabile Iteration zu gewährleisten.

Für den für das Modell vorgesehenen Einsatzbereich wird davon ausgegangen, daß die Annahme von hydrostatischen Druckverhältnissen zutreffend ist.

3.1.2 Corioliskraft

Die Corioliskraft wird mit den Beiwerten $f = 2\omega \sin(\phi)$ (ϕ ist in dieser Formel die geographische Breite) berücksichtigt. Sie spielt nur dann eine merkbare Rolle, wenn die Strömung eine gewisse Breite hat. Bei schmalen Gerinnen hat sie nur geringen Einfluß. Hier wurde sie berücksichtigt, da das Modell auch im Küstenbereich eingesetzt werden soll. Bei einer Gerinnebreite von 100m und einer mittleren Geschwindigkeit von 1m/s erhält man 1mm Höhendifferenz des Wasserspiegels von einem Ufer zum anderen. Als Geschwindigkeitshöhe entspricht dies einer Geschwindigkeit von 14cm/s. Eine Beeinflussung in der Größenordnung der Sekundärströmungen zweiter Art ist in großen Flüssen möglich.

Kalkwijk und Booj 1986 [57] haben diesen Fall in ähnlicher Weise wie Rozovskii die Sekundärströmung in Flußkurven behandelt. Dabei liegt der Unterschied lediglich in der ablenkenden Kraft. Anstelle der Fliehkraft U^2/R wird jetzt der Term fU berücksichtigt. In Abschnitt 2.2.2 wurde ein 1D $k-\epsilon$ Modell, das für diese Arbeit erstellt wurde, vorgestellt. Mit diesem ist hier als Beispiel die Wirkung der Corioliskraft bei 54° Nord in einem Fluß der Tiefe 5m abgebildet. Ein Ergebnis von Kalkwijk und Booj ist, daß die Form der durch die Corioliskraft verursachten Sekundärströmung nicht von der Geschwindigkeit der Grundströmung abhängt.

In Abbildung 3.2 sind Ergebnisse zum Einfluß der Corioliskraft auf ein breites Gerinne vorgestellt, die mit einem 1D- $k-\epsilon$ Modell berechnet worden sind. Die Modellparameter waren 5m Wassertiefe und ein Längsgefälle von 0,15%. Die Breite hat keinen Einfluß. Dies entspricht etwa den Bedingungen des Beispiels Elbe-Restrecke (siehe Kapitel 6.5). Man sieht die mit der Tiefe zunehmende Verschwenkung der Strömungsrichtung. Die Kurven sind für unterschiedliche Sohlrauheiten mit z_0 von 1mm, 5mm, 10mm und 15mm dargestellt.

3.1.3 Wandreibung

Die Wandreibung wird durch das quadratische Wandreibungsgesetz berechnet. Diese Problematik gehört wohl zu den ältesten und am häufigsten untersuchten im Wasserbau, angefangen bei de Chezy 1886 über viele Fließgesetze für Rohre und offene Gerinne (bei Normalabfluß). Eine umfangreiche historische Zusammenstellung von verschiedenen Formeln für offene Gerinne ist bei Simons und Sentürk 1977 [99] zu finden.

Im mehrdimensionalen Modell wird die Wandreibung aus den aktuellen wandnahen

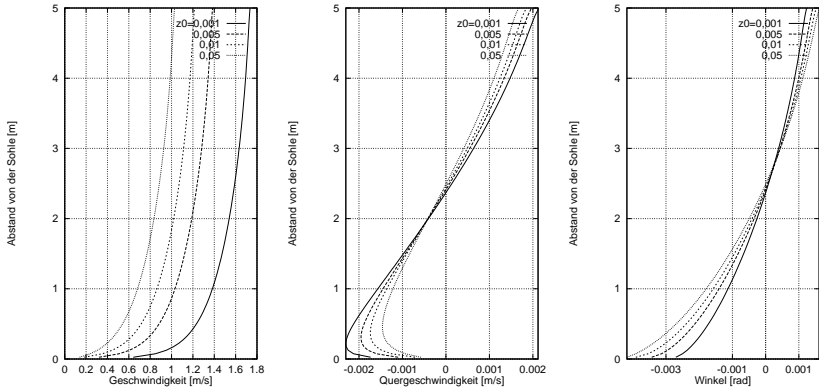


Abbildung 3.2: Durch die Corioliskraft verursachte Sekundärströmung für unterschiedliche Sohlrauheiten z_0 und ein Gefälle in Längsrichtung von $0,15 \cdot 10^{-3}$

Geschwindigkeiten berechnet. Die Schubspannung wirkt auf die Fläche der Wand. Dies kann die senkrechte Gerinnwand sein (siehe Abschnitt 5.4.1). Im Gebietsinneren ist dies Sohlreibung. Ist die Sohle deutlich, um den Winkel θ geneigt, so muß ein Korrekturfaktor gegenüber dem Fall einer strikt horizontalen Fläche eingebaut werden:

$$\frac{\vec{\tau}}{\rho} = \frac{r_f \vec{u} |\vec{u}|}{H} \frac{1}{\cos \theta} \quad (3.8)$$

θ ist die Sohlneigung; r_f - Reibungsbeiwert = $\lambda/8$.

Leider ist diese Problematik auch weiterhin mit großen Unsicherheiten behaftet. Insbesondere die Ausbildung von Sohlformen, aber auch schwer vorhersagbare Hindernisse im Fließgewässer führen zu einer schlechten Prognostizierbarkeit der Reibungsbeiwerte eines Gewässers. Hier soll nicht näher darauf eingegangen werden, als es für die Modellierung notwendig ist. Zusammenstellungen von Reibungsbeiwerten, die aus Naturdaten gewonnen worden sind, gibt es viele. Hier seien beispielhaft genannt: Soulsby 1983 [101], Vanoni und Nomicos 1959 [111], Alam und Kennedy 1969 [1]. Eine Trennung von zwei der Entstehung und dem Verhalten nach sehr unterschiedlichen Beiträgen zur Sohlreibung wird durch die Unterscheidung von Form- und Flächenrauheit vorgenommen. Ganz entscheidende Auswirkung hat dies auf den Sedimenttransport. In Abschnitt 3.2 soll kurz darauf eingegangen werden.

Nachfolgend wird kurz auf die Sohlreibung eingegangen, da beim Übergang von 2D zu 3D Probleme auftreten, die diese Beiwerte betreffen. Anstelle des hydraulischen Radius, der aus der Querschnittsmittelung der Strömung in einem eindimensionalen Modell stammt, wird in einem zweidimensionalen Strömungsmodell die lokale Fließtiefe verwendet. In einem dreidimensionalen Modell muß der sohlnahe Gitternetzabstand, also die Schichtdicke der Sohlenschicht oder der Stützstellenabstand der wandnahen Rechenpunkte im Strömungsmodell verwendet werden. Da die Sohlreibung mit der Geschwindigkeit dieser Rechenpunkte berechnet wird. Um beim Übergang von 2D zu 3D und zwischen verschiedenen Schichtstärken in 3D das gleiche Geschwindigkeitsprofil bei gleichem Gefälle zu erhalten, darf r nicht konstant gehalten werden. Gemäß dem Prandtl'schen Ansatz hängt

das Geschwindigkeitsprofil von zwei Größen ab. Dies sind die Schubspannungsgeschwindigkeit und der Nullpunkt des turbulenten (logarithmischen) Profiles an der Stelle z_0 . Die Schubspannungsgeschwindigkeit soll berechnet werden. Das Geschwindigkeitsprofil soll sich erhalten. Die geeignete systemunabhängige Größe ist der schichtstärkenunabhängige Nullpunkt des logarithmischen Geschwindigkeitsprofils z_0 . Diese Größe beschreibt die Eigenschaften der Wand. Durch Versuche wurde die Rauheitshöhe k_S im turbulenten Bereich mit z_0 in eine feste Beziehung gebracht. Mit folgendem Ansatz wurden gute Erfahrungen gemacht.

Es wird eine logarithmische Verteilung der Geschwindigkeiten angenommen:

$$u(z) = \frac{u^*}{\kappa} \ln(z) + C = \frac{u^*}{\kappa} \ln(z/z_0) \quad (3.9)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{H} \int_{z_0}^H u(z) dz = \frac{u^*}{H\kappa} \int_{z_0}^H \ln(z/z_0) dz \quad (3.10)$$

$$= \frac{u^*}{\kappa} \left(\ln\left(\frac{H}{z_0}\right) - 1 + \frac{z_0}{H} \right) \quad (3.11)$$

$$\tau_b/\rho = r_f \cdot \bar{u}^2 = u^{*2} \quad (3.12)$$

$$r_f = \frac{u^{*2}}{\bar{u}^2} \quad (3.13)$$

$$r_f^{-1} = \frac{1}{\kappa^2} \left(\ln\left(\frac{H}{z_0}\right) - 1 + \frac{z_0}{H} \right)^2 \quad (3.14)$$

Diese Formel läßt sich nicht nach z_0 auflösen. Erst mit der Annahme $z_0 \ll H$, was für die üblichen Modellanwendungen durchaus gegeben ist, ergibt sich:

$$r_f^{-1} = \frac{1}{\kappa^2} \left(\ln\left(\frac{H}{z_0}\right) - 1 \right)^2 \quad (3.15)$$

$$z_0 = \frac{H}{e^{\sqrt{r_f} + 1}} \quad (3.16)$$

Der direkte Weg ist die Vorgabe der Rauheitshöhe oder von z_0 für eine Modellanwendung. Da es für zweidimensionale Modelle üblich ist die Reibungsbeiwerte vorzugeben, wurde im Programm SMOR3D aus diesen eine Rauheitshöhe zurückgerechnet und zwar unter der Annahme, daß der Reibungsbeiwert für eine Schicht der Stärke $1m$ vorgegeben war.

Wird für die Berechnung der Sohlschubspannung einfach der Wandabstand der Position des untersten Geschwindigkeitswertes ohne eine Integration über die Schichtdicke Δz der Schicht direkt über der Sohle verwendet, was der Annahme entspricht, die Geschwindigkeit an diesem Rechenpunkt entspreche genau der Geschwindigkeit des logarithmischen Profils an dieser Stelle, so gelangt man zu

$$r_f = \left(\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{\Delta z}{2z_0}\right)} \right)^2 \quad (3.17)$$

$$z_0 = \frac{\Delta z}{2e^{\sqrt{r_f} + 1}} \quad (3.18)$$

Der Unterschied zwischen der Verwendung einer gemittelten und einer punktuellen Geschwindigkeit ist nicht groß. Er wird durch die von der Diskretisierung vorgeschriebene Verwendung der halben Gitternetzweite kleiner. Die beiden Kurven würden bei Verwendung von $\Delta z/3$ noch besser übereinander liegen, da hier näherungsweise die mittlere Geschwindigkeit der Schicht vorliegt.

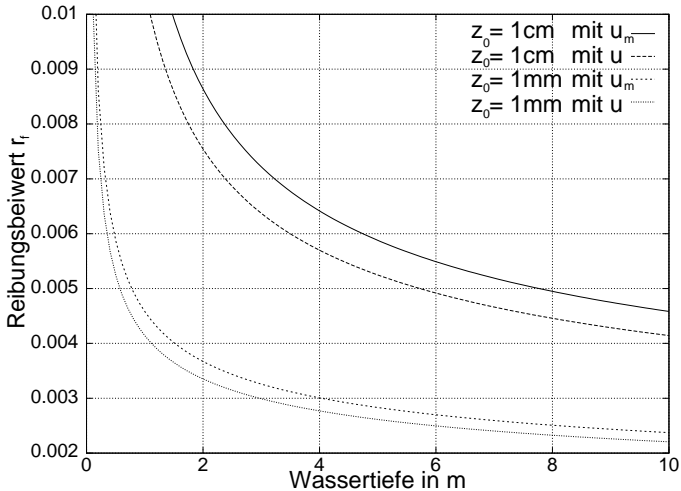


Abbildung 3.3: Reibungsbeiwert r_f bei unterschiedlichen Wassertiefen bzw. Schichtdicken bei vorgegebenem Nullpunkt des logarithmischen Geschwindigkeitsprofils z_0 für die Formeln 3.15 (u_m) und 3.17 (u)

3.1.4 Turbulenter Impulsaustausch (vertikal/horizontal)

Der turbulente Impulsaustausch gehört zu den Größen, die sich einer exakten Modellierung bereits auf der Ebene des mathematischen Modells entziehen. Modellansätze zu Schließungen des Problems sind jedoch zahlreich vorhanden.

Per Definition der Wirbelviskositätssimulation (eddy viscosity simulation EVS) soll die Wirbelviskosität (turbulenter Austausch, turbulente Viskosität) die Wirkung der lokalen Turbulenz als rein dissipativen Term beschreiben (Boussinesq: $\nu_t \frac{\partial U}{\partial z} \approx \overline{u'w'}$, u.s.w.). Das Spektrum der verwendeten Ansätze reicht von konstanten Koeffizienten bis zu aufwendigen Reynoldsspannungs-Modellen. In der Vertikalen sind die bekannten Ansätze, die eine Grenzschichtströmung beschreiben, anwendbar. Aus den vielzähligen zweidimensionalen Untersuchungen sind brauchbare Ansätze bzw. Größenordnungen des horizontalen Impulsaustausches bekannt. Häufig eingesetzt wird auch das $k - \epsilon$ Turbulenzmodell in 2D wie 3D Anwendungen. Im Standard- $k - \epsilon$ Modell wird keine Unterscheidung zwischen horizontaler und vertikaler Richtung gemacht. Erweiterungen zur Modellierung der Anisotropie der Turbulenz und der daraus resultierenden Sekundärströmungen zweiter Art nach Prandtl [87] sind ebenfalls bekannt.

Der starke Unterschied zwischen der horizontalen und der vertikalen Ausdehnung eines Gewässers läßt eine getrennte Behandlung dieser Richtungen sinnvoll erscheinen. In der Ozeanographie ist diese Trennung auch aufgrund von Schichtungseffekten seit langem üblich. Auch für Gewässer wurde durch Messungen belegt, daß sich die Stärke des Impulsaustausches in der Horizontalen und der Vertikalen deutlich unterscheidet. Deshalb und aufgrund der zeitlichen Entwicklung werden hier die Ansätze in vertikaler und horizontaler Richtung getrennt vorgestellt.

Vertikaler Austausch

Der bei weitem erfolgreichste und durch umfangreiche Messungen bestätigte Ansatz für die logarithmische Schicht ist der Mischungswegansatz von Prandtl. Durch den sehr einfach zu bestimmenden Wandabstand, in diesem Fall der Sohl- und der Oberflächenabstand besteht dieser Ansatz. Darüber hinaus existieren noch weitere ältere Formulierungen, die an anderer Stelle, siehe Abschnitt 2.2.1, kurz angeführt werden. In SMOR3D wurde in der Vertikalen ein algebraischer Mischungsweg-Ansatz verwendet. Dieser hat als einzige Konstante die von-Karman Konstante. Mit dem Mischungsweg-Ansatz wird das bekannte logarithmische Geschwindigkeitsprofil wiedergegeben. Von X.-Y. Jin 1993 [54] wurden verschiedene Ansätze miteinander verglichen. Dabei besteht der Mischungswegansatz neben seiner Einfachheit durch die erreichte Genauigkeit.

Implementiert wurde:

$$\nu_{t,v} = \kappa z \left(1 - \frac{z}{H}\right) u^* \quad (3.19)$$

Anstelle von u^* kann in einem 3D-Modell natürlich auch eine Formulierung mit der Geschwindigkeitsscherung verwendet werden. Auch hinsichtlich der gemeinsamen Berücksichtigung von Sohl- und Oberflächen-Rand im Mischungsweg existieren verschiedene Ansätze, die eine asymmetrische Verteilung der Wirbelviskosität über die Vertikale postulieren, wie z.B.:

$$\nu_{t,v} = \kappa z \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1/2} u^* \quad (3.20)$$

Natürlich verhält sich die Wasseroberfläche als Berandung vollkommen anders als die Sohle, in erster Linie weil hier (bis auf den Fall von Windeinwirkung) keine Schubspannung übertragen wird. Der freie Weg für die Turbulenzballen ist jedoch begrenzt. Bekannt sind auch Ansätze für die Verteilung der Wirbelviskosität, die oberhalb der Mitte des Wasserkörpers konstant bleiben. Ein solches Vertikalprofile ist von van Rijn 1984 [90] für Berechnungen der Suspensionskonzentration eingesetzt worden. Aus Konzentrations- und Geschwindigkeitsprofilen sind besonders in Oberflächennähe die richtigen Werte nur schlecht zurückzurechnen, da die Gradienten in den Profilen meist sehr gering sind. Dies bedeutet, daß die Sensitivität der Form der Vertikalprofile gegenüber der tatsächlichen Größe von ν_t nur gering ist.

Der wesentliche Vorteil eines Ein- oder Zweigleichungsmodelles sind der Nachlauf und der Transport von Turbulenz. Auf dem Gebiet der Flußkurven wird diesem Effekt zwar keine große Bedeutung beigemessen, der Einsatz dieses "Standard"-Turbulenzmodelles, das erstmalig von Launder und Spalding 1974 [62] vorgeschlagen wurde, ist jedoch wenigstens zu Vergleichszwecken sinnvoll.

Horizontaler Austausch

Für die Größe des horizontalen Impulsaustausches sind verschiedene algebraische Ansätze bekannt. Diese beinhalten zumeist eine Abhängigkeit von der lokalen Strömungsgröße u^* .

Zusätzlich ist eine Abhängigkeit von der Gitternetzgröße des numerischen Modelles bekannt. Eine sehr praktische Beziehung ist von Brettschneider gegeben worden. Darin

wird die Größenordnung des turbulenten Austausches unterhalb der Gitternetzweite in Abhängigkeit von der Netzweite angesetzt [10]:

$$\nu_{t,h} = 0.01 \cdot \frac{\Delta s^2}{\Delta t}, \Delta s - \text{Gitternetzweite} \quad (3.21)$$

Bezüglich der Gitternetzabhängigkeit geht dieser Ansatz mit dem Smagorinsky-Ansatz für wirbelaflösende Modelle konform. Er hat in unterschiedlichen Modellierungen bei Gitternetzweiten von Zentimetern bis Kilometern gute Schätzungen geliefert. In diesem Ansatz steckt genau genommen die Umwandlung der wellenlängenabhängigen zweiten Ableitungen der dispersiven Terme in einen Ausdruck für einen gleitenden Mittelwert, der gar nicht mehr von der Gitternetzweite abhängig ist.

Ein auf Beobachtungen beruhender Ansatz stammt von Bowden und Hamilton [9] aus dem Jahre 1975:

$$\nu_t = 5 + 0,25H|\bar{u}| \quad (3.22)$$

Der konstante Summand $5 \text{ m}^2/\text{s}$ ist bereits relativ hoch und nur bei Gebietsgrößen von mehr als hundert Meter Ausdehnung gerechtfertigt.

Von Lean und Weare 1979 (nach [113]) werden für zwei Fälle der Turbulenzgenerierung Formeln gegeben. Für eine freie Scherströmung:

$$\nu_t = 0.5U_0 \frac{x}{C} \quad (3.23)$$

U_0 - Geschwindigkeit in der unbeeinflussten Strömung, x - Abstand vom Anfang der Scherströmung (Ablösung der Strömung), $C = 288$ - eine numerische Konstante.

Für durch die Sohle erzeugte Turbulenz kann nach Lean und Weare (1979) als tiefenmittelter Wert abgeschätzt werden:

$$\nu_t = 0.08u_*H \quad (3.24)$$

Beim Vergleich der beiden Formeln 3.22 und 3.24 stellt man bereits erhebliche Unterschiede fest. Ursache sind an dieser Stelle sicherlich die unterschiedlichen Ausdehnungen der Untersuchungsgebiete.

Von Prandtl ist ebenfalls eine Formel für eine freie Strömungsscherung gegeben worden (zitiert von Rodi 1984 [92]):

$$\nu_t = Cy(U_{max} - U_{min}) \quad (3.25)$$

$C = 0,01 - 0,026$ ist eine Konstante, y ist die Breite der Scherungszone, U_{max} , U_{min} sind die Geschwindigkeiten zu beiden Seiten der Scherung.

Unter der Annahme isotroper Turbulenz im Wasserkörper ist die horizontale turbulente Viskosität der vertikalen gleich. Mit Hilfe des Mischungswegansatzes können nun Beziehungen für die turbulente Viskosität abgeleitet werden. Dies ist besonders für vertikal integrierte Modelle interessant. Auf diese Weise entstehen sogenannte Mischungswegansätze für vertikal integrierte Modelle, in denen die turbulente Viskosität von Wassertiefe und Schubspannungsgeschwindigkeit abhängen. In allgemeiner Form kann geschrieben werden (Jia und Wang 1999 [52]):

$$\nu_t = l^2 \cdot \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right)^2} \quad (3.26)$$

Der Term für den gemittelten vertikalen Geschwindigkeitsgradienten kann auch durch die Schubspannungsgeschwindigkeit ausgedrückt werden:

$$\overline{\frac{\partial U}{\partial z}} = C_m \frac{u^*}{\kappa H} \quad (3.27)$$

Mit dem Geschwindigkeitsprofil entsprechend dem Prandtl'schen Mischungswegansatz ist $C_m = \ln(H/z_0)$. Der letzte Term unter der Wurzel in Gleichung 3.26 für die über die Tiefe gemittelte Geschwindigkeitsscherung hat für relativ flache Gewässer einen größeren Wert, als die anderen Terme mit den horizontalen Geschwindigkeitsscherungen. Werden alle anderen Terme vernachlässigt, so ergibt sich eine entscheidende Vereinfachung des Ansatzes.

Für den Mischungsweg l leiten Jia und Wang 1999 [52] durch vertikale Integration des Prandtl'schen Mischungswegansatzes folgende Beziehung ab:

$$l = 0,267\kappa H \quad (3.28)$$

Aus dem Mischungswegansatz kann unter Vernachlässigung der horizontalen Geschwindigkeitsgradienten und bei Verwendung der Schubspannungsgeschwindigkeit auch eine einfache Form theoretisch abgeleitet werden (Jia und Wang 1999 [52], Versteegh 1989 [113])

$$\nu_t = \frac{1}{6}\kappa u^* H \quad (3.29)$$

Mit dieser Formel kann ein Wert für den Koeffizienten C_m in Gleichung 3.26 gewonnen werden: $C_m = 2,34$.

Tatsächlich reagiert die Strömung relativ wenig sensitiv auf die exakte Verteilung des turbulenten Austausches. Auch Ansätze mit konstanten Beiwerten liefern nach einer Anpassung sehr gute Ergebnisse, wenn die Koeffizienten angepaßt worden sind. Vom Autor wurde in [71] ein Vergleich von verschiedenen Formulierungen vorgenommen, um die sehr spezielle Problematik des turbulenten Austausches im Bereich der Interaktion Fluß-Vorland zu analysieren. Erstaunlicherweise zeigte dabei die Formulierung mit den konstanten Koeffizienten sehr gute Ergebnisse. Sicherlich liegt ein Grund für dieses Ergebnis in der starken Ausprägung von dreidimensionalen Sekundärströmungen für diesen speziellen Fall. Es zeigt sich jedoch vor allem, daß die komplizierteren Ansätze nicht immer voll zutreffend sind und in diesen Fällen bei erhöhtem Aufwand keine Verbesserung der Ergebnisse bringen.

Die in vertikal integrierten Modellen zu berücksichtigende verstärkte Längsdispersion, die durch die unterschiedlichen Geschwindigkeiten im Vertikalprofil verursacht wird (differential advection term), ist im 3D Modell in Berechnungen enthalten und braucht nicht parametrisch gesondert addiert zu werden.

Es ist zu erwarten, daß der turbulente Impulsaustausch von großer Wichtigkeit für die Herausbildung realistischer Breiten - Tiefen Verhältnisse in nicht verbauten Flußstrecken ist. Neben der Sekundärströmung sorgt allein dieser Term für die Form der Einflußflächen für Schubspannung bestimmter Sohlbereiche und damit für die Herausbildung der Form der Querprofile im numerischen Modell.

c_μ	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε
0,09	1,44	1,92	1,0	1,3

Tabelle 3.1: Koeffizienten des k - ε Modelles

$k - \varepsilon$ Modell

Ein fortgeschrittenes Turbulenzmodell, das allgemein anerkannt ist, ist das $k - \varepsilon$ Modell. Das Standard $k - \varepsilon$ Modell transportiert die turbulente kinetische Energie und die Dissipationsrate derselben. Die isotrope turbulente Viskosität kann mit diesen beiden Werten aus der Gleichung $\nu_t = c_\mu k^2 / \varepsilon$ berechnet werden. Die beiden Größen werden durch das Rechengebiet mit folgenden Quelle/Senken Termen transportiert:

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P_k - \varepsilon \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.32)$$

der Produktionsterm turbulenter kinetischer Energie errechnet die in den Impulsgleichungen entstandenen Energieverluste: Mit Hilfe der Einsteinschen Summationskonvention läßt sich dieser Term kompakt wie folgt schreiben:

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.33)$$

Im vertikal integrierten Modell entspricht dies:

$$P_k = \nu_t \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right) \quad (3.34)$$

Die universellen Konstanten des $k - \varepsilon$ Modelles sind in Tabelle 3.1 wiedergegeben.

Als Randbedingungen im 3D Modell dienen:

$$k = u_*^2 / \sqrt{c_\mu} \quad (3.35)$$

$$\varepsilon = u_*^3 / \kappa / z_0 \quad (3.36)$$

die Herleitung dieser Gleichungen ist in Abb 3.4 zusammengefaßt. An der Oberfläche:

$$k = \tau_{\text{Oberfläche}} / \rho / \sqrt{c_\mu} \quad (3.37)$$

Für ε wird Symmetrie vorgeschrieben, also $\varepsilon_{,z} = 0$. Die Wandrauheit wird durch die übliche Bodenreibung berücksichtigt:

$$r_f = (\kappa / \ln(dz/z_0))^2 = \lambda / 8 \quad (3.38)$$

Die turbulente kinetische Energie k nimmt in Richtung der Sohle zu, bleibt in Sohlnähe allerdings weitestgehend konstant. Ganz anders verhält sich dagegen die Dissipationsrate

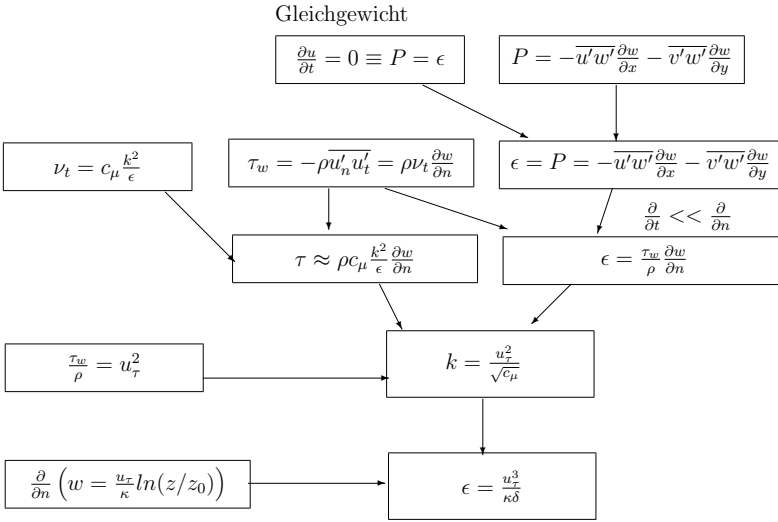


Abbildung 3.4: Übersicht der Herleitung der Randbedingungen der k - ϵ Gleichungen

der turbulenten kinetischen Energie. Sie steigt in unmittelbarer Nähe der Wand umgekehrt proportional zum Wandabstand an und erreicht erst an der Wand ihr absolutes Maximum. Dies erschwert bei geringer Anzahl der Stützstellen die richtige Modellierung. Der Einfluß der Modellauflösung in vertikaler Richtung wurde mit einem 1D k - ϵ Modell abgeschätzt. Das Verhalten der Lösung bei nur wenigen Stützstellen des Modelles ist in Abb. 3.5 wiedergegeben. Es ist zu erkennen, daß sich selbst bei nur 5 Stützstellen die Abweichungen in Grenzen halten. Ist nur noch eine Schicht feucht, muß darauf geachtet werden, daß annähernd die Produktionsterme für die vertikal integrierten Gleichungen eingehalten werden.

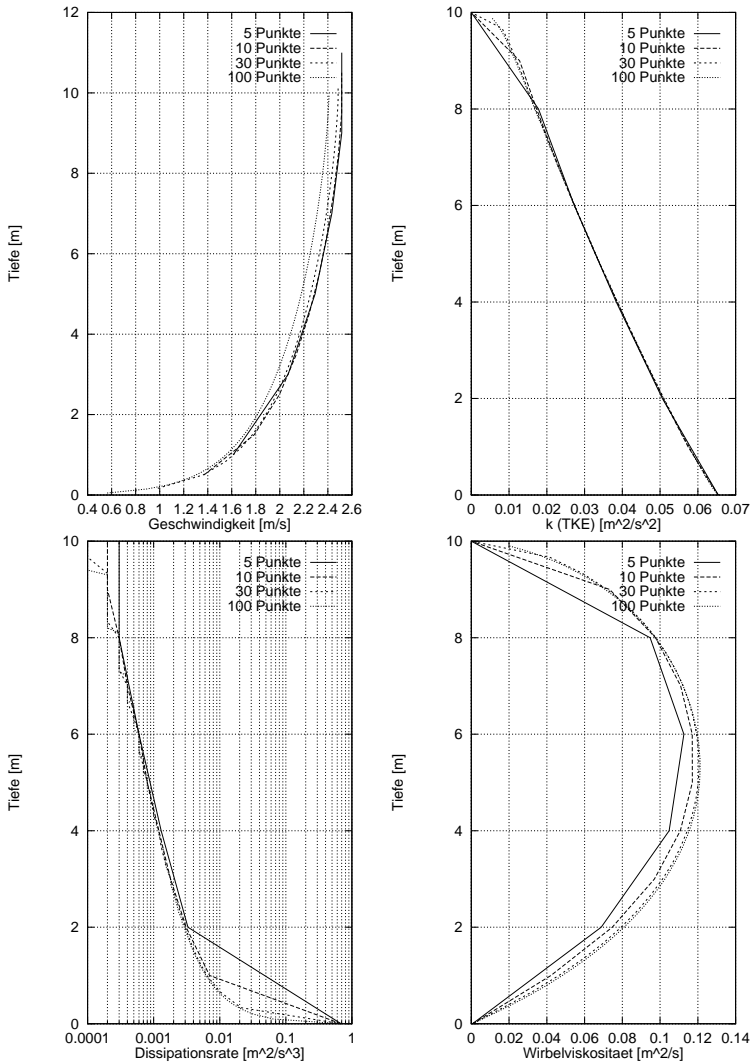


Abbildung 3.5: Einfluß der Modellaufösung auf die Ergebnisse des $k-\epsilon$ Turbulenzmodells. Die niedrigste Auflösung wurde mit 5 Punkten realisiert.

3.2 Transportwirksame Sohlrauheit

Die Unterscheidung von Form- und Flächenrauheit hat für den Sedimenttransport große Bedeutung. Durch die Sohlformen wird der Strömung auf etwas andere Weise Energie entzogen als durch die Kornrauheit. Die Energie wird zwar auch in Anwesenheit von Transportkörpern hauptsächlich über Turbulenz in Wärme umgesetzt, jedoch geschieht dies bei ebener Sohle überall in unmittelbarer Nähe zur Sohle, bei der Anwesenheit von Transportkörpern dagegen zu einem erheblichen Teil durch abgelöste Turbulenz, also im sohlferneren Wasserkörper. Die Besonderheit ist dabei, daß diese Turbulenz nicht direkt auf die Sohle einwirkt, sondern in einem gewissen Abstand von der Sohle in der Wassersäule dissipiert wird. Die umgesetzte Energie bleibt die gleiche. Die vom Wasser auf die Sohle ausgeübte Kraft ist auch dieselbe wie bei glatter Sohle. Aber die Kraft wirkt jetzt als Druckdifferenz auf die Transportkörper insgesamt und nicht mehr vollständig auf die einzelnen Sedimentkörner an der Sohle. Die abgelöste Turbulenz im Wasserkörper bewirkt eine andere Verteilung der Suspensionskonzentration - hinter einem Transportkörper, aber auch vor dem nächsten - und, wie van Rijn [91] bereits bei der Formulierung des Modelles SUTRENCH bemerkt, kann in einem dreidimensionalen Modell der Mischungswegansatz mit der Schubspannungsgeschwindigkeit im Bereich solcher abgelösten Turbulenz, nicht nur hinter Dünen sondern auch bei quer überströmten Gräben oder Schiffahrtsrinnen, zu starken Verfälschungen der wirksamen Sohlschubspannung führen. Von van Rijn wird deshalb der Transportparameter umformuliert, sodaß anstelle der Schubspannungen jetzt die Geschwindigkeitsfluktuationen eingehen. Während die Kornrauheit geometrisch klar definiert ist, müssen bei der Formrauheit unterschiedliche Transportkörper berücksichtigt werden, die ggf. sogar einer zeitlichen Entwicklung unterliegen. Der Anteil der Formrauheit ist oft größer als der Anteil der Kornrauheit. Insbesondere in dem Korngrößenbereich, der stark zur Ausbildung von Transportkörpern neigt.

Die Transportkapazitätsformeln sind anhand von Natur- und Labormeßdaten aufgestellt worden. Diese Daten enthalten natürlich die Auswirkung der Transportkörper. Daher enthalten auch die Transportkapazitätsformeln bereits diesen Effekt! Es wäre also nicht richtig ihn generell vor der Anwendung der Formeln abzuziehen. Von einigen Autoren, darunter auch von Meyer-Peter und Müller 1949 [73], deren Formel hier in modifizierter Form eingesetzt wird, ist bereits in der Formulierung der Formel eine Trennung der beiden Anteile vorgenommen worden.

Von Meyer-Peter und Müller wird das Energiegefälle korrigiert:

$$I'_S = I_S \left(\frac{k}{k'} \right)^{3/2} \quad (3.39)$$

I'_S ist das korrigierte Energiegefälle, k' der Manning-Strickler Beiwert für Kornrauheit, k der Beiwert für die gesamte Rauheit also die Summe von Korn- und Formrauheit. Zur Ermittlung von k' schlagen sie (Müller 1943) vor:

$$k' = \frac{26m^{4/3}/sec}{d_{90}^{1/6}} \quad (3.40)$$

Das Verhältnis k/k' liegt zwischen 1 - wenn keine Sohlformen vorhanden sind, bis 0,5 - wenn eine starke Beteiligung von Sohlformen vorhanden ist.

3.3 Bewegungsbeginn bei geneigter Sohle

Die Sohlneigung hat einen spürbaren Einfluß auf den Geschiebetransport. In Flußkurven stellt sich die Geschiebetransportrichtung in Abhängigkeit von der Sekundärströmung und dem Hangabwärtstrieb ein. Noch stärkere Sohlneigungen als in den Flußkurven treten in seitlichen Uferbereichen auf. Starke Sohlneigungen können aber auch an anderen Stellen, wie z.B. in den Kolken an Brückenpfeilern oder am Leehang einer Düne, auftreten und einen großen Einfluß auf den Geschiebetransport haben.

Die Sohlneigungen in Flußkurven liegen in der Größenordnung von 5m Tiefenunterschied auf 100m Länge also ca. 3 Grad.

In der Literatur wird sehr oft zwischen dem Einfluß der Längsneigung und der Querneigung unterschieden. Dies mag seine Ursache in den weit umständlicheren Formeln bei der Berücksichtigung der Sohlneigung für beliebige Winkel zwischen Strömungsrichtung und Sohlneigung haben. Der allgemein anerkannte Ansatz ist hier das Kräftegleichgewicht am Korn, wobei die Liftkraft manchmal vernachlässigt wird (siehe Abbildung 3.6).

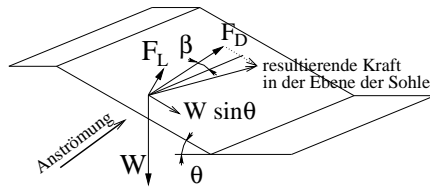


Abbildung 3.6: Definition der Kräfte (nach Graf 1984 [39])

Je nach Anströmsituation, d.h. dem Winkel zwischen hangparalleler Richtung und Strömungsrichtung β , und dem Winkel der Sohlneigung θ sind die folgenden Formulierungen bekannt. Generell wirken im Moment des Bewegungsbeginns tangentielle und normale Kräfte auf ein Korn:

$$\tan\Phi = \frac{F_{\text{tangential}}}{F_{\text{normal}}} \quad (3.41)$$

Φ ist der Winkel der inneren Reibung. Die Gewichtskraft-, Drag- und Liftkraft werden allgemein ausgedrückt:

$$W = (\rho_s - \rho)g\frac{\pi}{6}d^3 \quad \text{in z-Richtung} \quad (3.42)$$

$$F_L = \frac{1}{2}c_L\rho\frac{\pi}{4}d^2u_c^2 \quad \text{senkrecht zur geneigten Ebene} \quad (3.43)$$

$$F_D = \frac{1}{2}c_D\rho\frac{\pi}{4}d^2u_c^2 \quad \text{innerhalb der geneigten Ebene} \quad (3.44)$$

Hierin ist d der Korndurchmesser, c_D und c_L die Beiwerte für Widerstands- und Liftkraft. Brooks (1963) und Carstens (1966) (in Graf [39]) haben folgende Formel aufgestellt:

$$\tan\Phi = \frac{\sqrt{(W\sin\theta)^2 + 2F_DW\sin\theta\sin\beta + F_D^2}}{W\cos\theta - F_L} \quad (3.45)$$

θ ist die Neigung der Sohle gegenüber der horizontalen Ebene. Für den Fall $\beta = 90^\circ$ (Längsneigung, Richtung der Sohlneigung und Strömungsrichtung stimmen überein) erhält man aus 3.41 nach Einsetzen und Umformen:

$$\tau_c = \rho u_{*c}^2 = \frac{\frac{4}{3}\Delta\rho g d f_*}{\underbrace{c_D + c_L \tan\Phi}_{\tau_{c0}/\tan\Phi}} (\tan\Phi \cos\theta - \sin\theta) \quad (3.46)$$

Hier dient f_* der Umrechnung der bodennahen Geschwindigkeit in die Schubspannungsgeschwindigkeit. Carstens (1966) verwendet eine große Anzahl von Meßdaten und kommt für diese Messungen auf gute Ergebnisse mit der Formel:

$$\frac{(u_b^2)_{cr}}{(\rho_s/\rho - 1)gd} \approx 3,61 (\tan\Phi \cos\theta - \sin\theta) \quad (3.47)$$

Diese Formel entspricht Gl.3.46 in der Form, kann aber nur für relativ große Körner (voll rauh) gelten. Da sie den Bewegungsbeginn bei horizontaler Sohle τ_{c0} als Konstante beinhaltet, kann aus der einfachen Form bereits eine eingeschränkte Gültigkeit geschlossen werden. Wird einfach die kritische Schubspannung bei horizontaler Sohle für den Winkel $\theta = 0^\circ$ eingesetzt, so können einige Unbekannte eliminiert werden und man kommt auf das Verhältnis der kritischen Schubspannung bei geneigter Sohle zur kritischen Schubspannung bei horizontaler Sohle für den Fall $\beta = 90^\circ$ (Längsneigung):

$$K = \frac{\tau_c}{\tau_{c0}} = \cos\theta \left(1 - \frac{\tan\theta}{\tan\Phi} \right) \quad (3.48)$$

Das Verhältnis von Lift- zu Dragkraft hat für diesen Fall ($\beta = 90^\circ$) keinen Einfluß mehr auf K . Die Formel 3.48 wird auch von Chiew und Parker 1994 [15] mit eigenen Messungen verglichen. Die Übereinstimmung ist im Bereich -0,1 bis 0,6 Φ (Reibungswinkel) sehr gut. Bei stärkeren Gegenneigungen stimmt die Steigung nicht exakt, bei größerem Gefälle deuten die Messungen einen geraderen Verlauf an, als es die obige Formel vorgibt, die bei Neigungen von 0,8 bis 1,0 Φ schnell auf Null abfällt.

Für den Fall $\beta = 0^\circ$ (Querneigung) und $F_L = 0$ wurde von Lane 1953 (in [99]) die Lösung gegeben:

$$K = \frac{\tau_c}{\tau_{c0}} = \cos\theta \sqrt{1 - \frac{\tan^2\theta}{\tan^2\Phi}} \quad (3.49)$$

Für den Fall $F_L = 0$ wurde von Brooks 1963 (nach Simons und Sentürk 1977 [99]) folgende Gleichung abgeleitet:

$$K = \frac{\tau_c}{\tau_{c0}} = -\frac{\sin\theta\sin\beta}{\tan\Phi} + \sqrt{\left(\frac{\sin\theta\sin\beta}{\tan\Phi}\right)^2 + \cos^2\theta \left(1 - \frac{\tan^2\theta}{\tan^2\Phi}\right)} \quad (3.50)$$

Für den Fall $\beta = 0^\circ$ und ein variables Verhältnis von Lift- zu Dragkraft $\alpha' = F_L/F_D$ wurde 1982 von Ikeda [47] eine Formel gegeben.

$$K = \frac{\tau_c}{\tau_{c0}} = \frac{-\alpha'\tan^2\Phi\cos\theta + (\tan^2\Phi\cos^2\theta + \alpha'\tan^2\Phi\sin^2\theta - \sin^2\theta)^{1/2}}{(1 - \alpha'\tan\Phi)\tan\Phi} \quad (3.51)$$

Ikeda vergleicht diese Formel mit 70 Meßwerten und kommt mit $\alpha'=0$ auf sehr gute Übereinstimmung. Für die Fraktion 0,4mm, die bei Ikeda die feinere ist, und mit einem α' von 0,4 werden die Faktoren K um ca. 20% unterschätzt.

Die Liftkraft ist nicht genau einzuschätzen. Sie kann im Mittel Werte von -0,4 bis +0,9 der Dragkraft annehmen. Die Fluktuationen der Liftkraft können die Gewichtskraft übersteigen [99]. Ihr Einfluß auf die kritische Schubspannung ist bei Berücksichtigung eines Faktors von 0,4 zur Dragkraft nicht sehr stark. Die Berücksichtigung der Liftkraft macht die (mathematisch exakten) Formeln zur Berücksichtigung der Hangneigung in der kritischen Geschwindigkeit sehr lang.

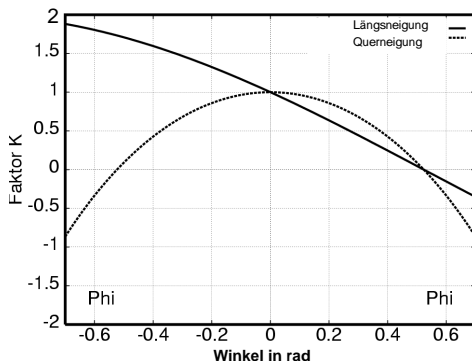


Abbildung 3.7: Einfluß der Sohlneigung auf die kritischen Geschwindigkeiten bei Neigung in Strömungsrichtung und senkrecht dazu

Der Abbildung 3.7 ist zu entnehmen, daß bereits eine geringe Sohlneigung in Längsrichtung einen deutlichen Einfluß auf den Bewegungsbeginn hat. Geringe Querneigungen wirken dagegen sehr gering.

Die kritische Schubspannung auf ebener Sohle $\tau_{c,0}$ wird aus einer Approximation der Shieldskurve berechnet. Implementiert wurde die Variante von Zanke 1999 [129].

3.4 Geschiebetransportkapazität

Es existiert eine Vielzahl von Formeln zur Berechnung der Transportkapazitäten des Geschiebetriebes. Ein zusammenstellender Vergleich wurde von Zanke 1987 [126] und 1988 [27] vorgenommen. Jede der Formeln hat ihre Stärken und Schwächen. Die Ergebnisse können um bis zu den Faktor 100 differieren. Häufig verwendet werden die bekannten Formeln von Ackers und White, van Rijn, Bijker, Einstein und Meyer-Peter und Müller [73], [27]. Letztere Formel hat hauptsächlich wegen dem verwendeten Ansatz zur Berechnung des Bewegungsbeginns deutlich schlechtere Ergebnisse. Von Zanke konnte gezeigt werden, daß diese Formel bei Verwendung einer besseren Beschreibung für den Bewegungsbeginn sehr gute Ergebnisse liefert. Daher wurde im Modell dieser Ansatz gewählt, der außerdem durch eine einfache und schnelle Berechnung besticht.

Die Geschiebetransportformel nach Meyer-Peter und Müller lautet in der Formulierung von 1949 [73]:

$$\gamma \frac{R_s J_r}{\gamma_s'' d_m} = 0,047 + 0,25 \left(\frac{\gamma}{g} \right)^{1/3} \frac{g_s''^{2/3}}{\gamma_s'' d_m} \quad (3.52)$$

Mit $g_s'' =$ Geschiebetrieb in kg/m/s unter Wasser gewogen; d_m mittlerer Korndurchmesser; J_r - Reibungsgefälle; R_s - Fließtiefe des den Geschiebetrieb bewirkenden Abflußanteiles ($\approx H$); $\gamma = \rho g$ Wichte des Wassers; $\gamma_s = \rho_s g$ Wichte Sediment; $\gamma_s'' = (\rho_s - \rho)g$ Wichte Sediment unter Wasser.

Für ein numerisches Modell kommen prinzipiell nur schubspannungsbasierende Gleichungen in Frage, also Gleichungen vom du Boys-Typ. Für die Meyer-Peter/Müller-Formel wurde bereits früh eine entsprechende Formulierung abgeleitet.

Mit den Beziehungen $\tau = \gamma R_s J_r$, $\tau_c = 0,047 \gamma_s'' d_m$ und $N = 8(g/\gamma)^{1/2} \frac{\gamma}{\gamma_s''}$ kommt man auf eine sehr kurze Form, die oft angegeben wird:

$$q_{Gt} = N(\tau - \tau_{crit})^{3/2} \quad (3.53)$$

Bei Verwendung von dimensionslosen Größen erhalten wir ohne Abzug von Verlusten an Sohlformen eine sehr einfache Formel mit dem Faktor 8.

$$q_{Gt}^* = 8 \cdot (\tau^* - \tau_{crit}^*)^{3/2} \quad (3.54)$$

Die Formel von du Boys ist sehr ähnlich. In der Originalveröffentlichung stand (aus [99]):

$$q_{Gt} = \chi F(F - F_0), \quad (3.55)$$

mit χ - Konstante zur Beschreibung der Eigenschaften des Sedimentes; F - der Kraft des Entrainment und F_0 - derselben an der Grenze der Bewegung. In der heute üblichen Notation sieht die Formel wie folgt aus:

$$q_{Gt} = \tau(\tau - \tau_{crit}) k \gamma_S' \quad (3.56)$$

k - Korrekturfaktor.

Dann wäre noch zu unterscheiden, ob die Sohle eben ist, oder ob Transportkörper zu einem erheblichen Teil an der Energieumwandlung beteiligt sind und die Sedimenttransportraten deutlich beeinflussen.

Bezüglich der Auswahl der Transportkapazitätsformel ist eine Beobachtung verschiedener Modellierer zu vermerken: Die verschiedenen Transportformeln führen im Ergebnis nur zu geringfügig unterschiedlichen Morphologien. Die Sohlformen und -strukturen ähneln sich weiterhin sehr stark! D.h., es können mit unterschiedlichen Formeln Flußdelta, Priele u. a. Formen abgebildet werden, die errechneten Formen der Rinnen unterscheiden sich dabei nur geringfügig. Dies gibt dem Modellierer zunächst eine gewisse Sicherheit, daß die hochgradig nichtlinearen Formeln in den meisten Fällen nicht zu stark unterschiedlichen Gleichgewichtstopographien (Lösungen) führen. Sind allerdings relativ exakte quantitative Aussagen gefragt, so sollte natürlich in jedem Falle eine Eichung und Verifikation der verwendeten Formeln vorgenommen werden.

Für das Verhalten eines morphodynamischen Modelles sollte in erster Linie die Potenz, mit der die Hydrodynamik - und damit die Sohlschubspannungen - in den Sedimenttransport eingehen, eine Rolle spielen. Dies wird im Kapitel 4 bei der Linearisierung der Gleichungen deutlich.

Untersuchungen zur Gültigkeit verschiedener Geschiebetransportkapazitätsformeln finden sich in unterschiedlichem Umfang auch bei Jäggi 1978 [51], L. van Rijn 1984 [90], R.C.M. Schröder 1985 [96] und U. Zanke 1987 [126].

Für die Gesamttransport-Formeln von van Rijn, Engelund-Hansen, Ackers-White und Yang kommt van Rijn 1984 [90] beim Vergleich mit 783 Feld- und Labordaten und in einem Korngrößenbereich zwischen 0,1 bis 0,5mm (Verhältnisse an der Küste) zu Abweichungen um den Faktor 2 (für ca. 50% der Werte). Um mehr als den Faktor 3 weichen noch immer über 10% der Werte ab. Für die Geschiebeformeln vergleicht van Rijn [89] 580 Feld- und Labordaten mit mittleren Korngrößen von 0,3 bis 1,5mm mit den Formeln von van Rijn, Engelund-Hansen, Ackers-White und Meyer-Peter/Müller. Die Hälfte der Werte weicht um den Faktor 1,5 ab. Um den Faktor 3 weichen auch hier noch immer ca. 10% der Daten ab.

Einen noch größeren Umfang von 1800 Meßdaten verwendet Zanke 1987 [126]. Der Korngrößenbereich reicht von Feinsand bis Kies (ca. 0,01mm bis 3cm). Er vergleicht 23 Formeln. Bei Berücksichtigung des Einsatzbereiches der jeweiligen Formel liegt das untersuchte Streuungsmaß zwischen 2 und 5, am häufigsten bei etwa 3,5. D.h. daß im Mittel der Formeln und im Mittel der Werte eine Abweichung um den Faktor 3 bis 4 vorlag. Das ist ein schlechteres Ergebnis als beim Vergleich von van Rijn. Die Ursache liegt vermutlich in der größeren Bandbreite der Korngrößen der Meßdaten. Der häufigere Anwendungsfall ist jedoch die Wahl einer Geschiebetransportformel für unterschiedlichste Bedingungen. Dabei treten bei einigen Formeln ganz erhebliche Abweichungen um mehr als den Faktor 100 auf. Dies tritt allerdings vor allem im Bereich des Bewegungsbeginns auf. Werden die Werte mit dem Transport gewichtet, so liegt die Streuung im Bereich zwischen 1,3 und 10. Ohne Berücksichtigung des Einsatzbereiches der jeweiligen Formel weichen die Formeln um mehr als den Faktor 2 bei ca. 70% der Meßdaten ab. Es liegt also nur jeder dritte errechnete Transportwert innerhalb von -50% bis +100% des Meßwertes.

3.5 Transport auf einer geneigten Sohle (Hangabwärtstrieb)

Nach der Betrachtung der bekannten Formeln zur Abschätzung der Querneigung der Sohle in Flußkurven wird deutlich, daß diese Formeln für den Einsatz in einem dreidimensionalen Modell wenig geeignet sind. Dies hat zwei Gründe:

1. In einem dreidimensionalen Modell wird die lokale Sohlschubspannung mit erheblichem Aufwand genau berechnet. Gegenüber der Verwendung des Krümmungsradiuses wird jetzt eine lokale Berücksichtigung des Einflusses der Sohlschubspannung und -neigung notwendig, um eine ebenso genaue Berechnung des Geschiebetransportes vornehmen zu können.
2. Die Formeln dienen als Überschlagsformeln, deren Anwendbarkeit ganz ähnlich den Geschiebetransportkapazitätsformeln weitgehend empirisch nachgewiesen wurde. Die Ansätze sind dabei nicht nur unterschiedlich, sondern sie vereinfachen auch

stark. In der neueren Literatur sind einige wenige Untersuchungen veröffentlicht, die eine etwas allgemeinere und genauere Beschreibung der Wirkung der Sohlneigung auf den Sedimenttransport erlauben [106].

Hangabwärtstrieb, im englischen auch als "downslope transport" oder "transverse slope transport" bezeichnet, betrifft das Geschiebe. Bewegen sich, d.h., schieben, rollen und springen die Körner auf einer geneigten Ebene, so werden sie den Hang hinunter abgelenkt.

Von einigen Autoren (Dietrich und Smith 1984 [24], Dietrich und Whiting 1989 [25]) wird kritisiert, daß bei ausgeprägtem Transport die meisten Partikel saltieren und daher die längste Zeit gar nicht mehr in direktem Kontakt mit der Sohle stehen. Im Wasser selber unterliegen die Partikel dann nur der Kraft aus der Geschwindigkeitsdifferenz zum Wasser. Von Sekine und Parker 1992 [97], die ein Partikeltransportmodell entwickelt haben, wird diesem Argument entgegengehalten, daß die Teilchen nach dem Sprung auf eine schiefe Ebene treffen und dadurch, unter Annahme eines elastischen Stoßes, tatsächlich den Hang hinunter abgelenkt werden. Man kann dies auch andersherum formulieren. Ein Partikel, das über einer geneigten Ebene saltiert, wird seine Sprünge im Mittel normal zu dieser Ebene ausführen. Es erfährt dann während seines Fluges einen Anteil seiner Gewichtskraft als seitliche Ablenkung. Bei der letzten Formulierung kommt die Frage auf, ob sogar das in Suspension transportierte Sediment von der geneigten Sohle beeinflußt wird. Schließlich steigt die Suspensionskonzentration exponentiell in Richtung Sohle an und stützt sich gewissermaßen auf eine hohe sohlnahe Konzentration. Die Turbulenz kann dann von den vielen darunter befindlichen Partikeln einige nach oben reißen. Dieser Vorgang findet immer in der Lotrechten statt. Die Suspension hat allerdings bei geneigter Sohle auch geneigte Isolinien. Der durch die Turbulenz verursachte Partikelstrom ist in diesem Fall nicht senkrecht. Dieser Effekt läuft parallel zum Effekt der Dichtestromung, ist aber nicht identisch mit ihm. Diese Überlegung wird durch eine Veröffentlichung von Talmon, van Mierlo und Struiksmas 1995 [106] gestützt. Die genauere Analyse von Messungen brachte die Autoren zu der Schlussfolgerung, daß der Anteil des in Suspension transportierten Materials am Gesamttransport bei der Berechnung des Hangabwärtstransportes nicht abgezogen werden darf.

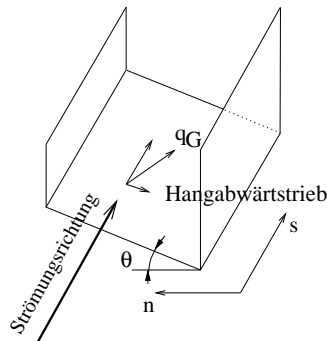


Abbildung 3.8: Skizze des Hangabwärtstriebes

Die Ablenkung der Transportrichtung wird (nach van Bendegom 1963 [6]) beschrieben durch:

$$\tan(\alpha) = \frac{q_n}{q_s} = \frac{\sin\beta - \beta_t \frac{\partial\eta}{\partial n}}{\cos\beta - \beta_t \frac{\partial\eta}{\partial s}} \quad (3.57)$$

Die Variable β_t dient der Umrechnung der Hangneigung in eine Richtungskomponente. Der Wert dieser Variablen muß erst noch bestimmt werden. Im folgenden wird gezeigt, daß β_t eine Funktion von u^* und anderen Größen ist.

$$\beta_t \propto \left(\frac{\tau_c^*}{\tau^*} \right)^m \quad (3.58)$$

Aus dieser Relation kann unter der Annahme kleiner Winkel zwischen Sohlströmung und Gerinnelängsrichtung $\beta \ll 1$ und kleiner Sohlneigungen $\frac{\partial\eta}{\partial s} \ll 1$ eine einfachere Relation zur Berücksichtigung der Querneigung abgeleitet werden:

$$\frac{q_n}{q_s} = \frac{u_{bn}}{u_{bs}} - \beta_t \frac{\partial\eta}{\partial n} \quad (3.59)$$

Bei einer Orientierung des Koordinatensystems nach der sohl nahen Strömungsrichtung ($\beta = 0$) wird

$$\tan(\alpha) = -\beta_t \frac{\partial\eta}{\partial n}. \quad (3.60)$$

In allen Ansätzen treten Parameter auf, die kalibriert werden müssen, da der Hangabwärtstrieb ein von der Transportintensität abhängiger Vorgang ist. Hier sind dies β_t und m .

Experimentell wurde der Einfluß des Hangabwärtstriebes in Arbeiten von Ikeda, Hasegawa, Hirano, Talmon et al. [106] untersucht (Ikeda 1982 [48]).

Eine Formel für die Transportmengen in Querrichtung ist von Ikeda auf der Grundlage von ca. 130 Messwerten aus Windkanal- und Rinnenversuchen gegeben worden:

$$\frac{q_{sl}}{\tan\theta} = 0,85 \left\{ \frac{\tau^*}{\tau_{*c}} \left(\frac{\tau^*}{\tau_{*c}} - 1 \right) \right\}^{1/2} \quad (3.61)$$

q_{sl} ist der Geschiebetransport in (lateraler) Querrichtung. Leider sind für diese Versuche keine Längstransportraten veröffentlicht, sodaß ein Vergleich mit den Formeln für die Verschwenkung des Geschiebetransportes nicht möglich ist.

Von verschiedenen Autoren ist auch eine Beeinflussung des Transportbeginns und der Transportraten bei einer Neigung der Sohle in Strömungsrichtung behandelt worden. Ein Vorschlag in dieser Richtung stammt von B. Y. Liu 1997 [65].

Daraus ergibt sich als Rechenweg zuerst die Berechnung der kritischen Geschwindigkeiten bei geneigter Sohle, die Berechnung der Geschiebetransportraten nach einer beliebigen Formel und danach die Berechnung der Verschwenkung der Transportrichtung mit einem der hier beschriebenen Ansätze und van Bendegoms Formel. Die Längsneigung wird also lediglich in einer Modifikation der kritischen Schubspannung für den Bewegungsbeginn berücksichtigt. Letzteres wird in vielen Arbeiten nicht erwähnt. Die Berechnung der Längstransportraten kann bei diesem Weg mit einer beliebigen verifizierten Formel vorgenommen werden.

Die Berechnung der Transportraten des Längstransportes unterscheidet diese Formeln von den eingangs erwähnten zur Berechnung der Querneigung der Sohle in den Flußkurven. Dort wurde keine Berechnung des Längstransportes zugrundegelegt. Das bedeutet, daß man lediglich den speziellen Fall von Gleichgewicht der Querneigung, also keinem Transport in der betrachteten Querrichtung, abzuschätzen versucht, egal wie viel Material bei einer Abweichung von diesem Gleichgewicht in Bewegung wäre.

In einem 3D Modell ist es sinnvoll eine Gleichung zu verwenden, die aus den aufwendig berechneten tatsächlich an der Sohle wirkenden Schubspannung die Transportraten berechnet.

Bei der Betrachtung der verschiedenen Wege bei der Berechnung des Hangabwärtstriebes gewinnt man den Eindruck, die Formeln mit einer Verschwenkung der Transportrichtung seien durch die Verwendung einer bekannten Transportformel zuverlässiger. Sie sind jedoch gleichzeitig in der Berechnung aufwendiger und beinhalten keinen fundierten sondern nur einen empirischen Ansatz. Die Formeln zur Berechnung des Quergefälles andererseits basieren auf physikalischen Annahmen. Ihre Allgemeingültigkeit kann jedoch als gering eingeschätzt werden. Ein weiterer Weg zur Berücksichtigung der Hangneigung, der versucht die beiden Wege zu vereinen, wäre die Berücksichtigung der Hangneigung bereits in der Formel des Geschiebetransportes. Dies kann die Berücksichtigung einer Kraftwirkung zusätzlich zur Sohlschubspannung und die darauffolgende Verwendung einer bekannten, wählbaren Transportformel sein, wie es im Prinzip bereits bei der Betrachtung des Kräftegleichgewichtes von Zimmermann und Kennedy 1978 [130] gemacht wurde. Hier sollen allerdings tatsächliche Transportraten berechnet werden und nicht ein Gleichgewicht, das an dieser Stelle keinen Transport in Querrichtung bedeutet. Dieser Ansatz zielte darauf ab, die Transportrate nach einer bekannten verifizierten Formel zu berechnen. Dies bedeutet die Gewichtskraft der Körner zur Sohlschubspannung zu addieren, bevor die Transportrechnung durchgeführt wird. Ein solcher Ansatz ist bei Verwendung von schubspannungsbasierten Geschiebetransportgleichungen zumindest möglich. Dies betrifft die Formeln vom du Boys-Typ nach der Einteilung von Graf 1984 [39]. Ein Zusammenhang zwischen Hangneigung, Winkel der inneren Reibung, kritischer Schubspannung und auftretender Schubspannung ist bereits von Brooks 1963 und Carstens 1966 (beides in [99]) auf der Basis eines Kräftegleichgewichtes für den Bewegungsbeginn vorgenommen worden. Wie auch schon bei Falcon und Kennedy 1983 [34] berechnet sich die Gewichtskraft des bewegten Sedimentes aus der transportierten Schichtdicke S . Die effektiv auf das Sediment wirkende Kraft ergibt sich demzufolge aus:

$$\vec{\tau}' = \vec{\tau} + g\rho' S \sin(\theta) \quad (3.62)$$

θ - Winkel der Hangneigung
 S - Schichtdicke der bewegten Schicht

Prinzipiell stößt der Ansatz allerdings auf wesentliche Schwierigkeiten. Die erste Schwierigkeit besteht darin, daß die Gewichtskraft eine Volumenkraft ist, die Schubspannung dagegen nur auf der Oberfläche wirkt. Hier tritt als Parameter die Dicke der bewegten Schicht S auf. Im Falle des Bewegungsbeginns ist dieses Problem durch die Betrachtung von ganzen Körnern mit entsprechenden Lagewahrscheinlichkeiten lösbar. Bei intensiveren Transporten aber, wenn viele Körner in Bewegung sind und sogar tiefer liegende Körner in Bewegung geraten, ist die Schichtdicke nicht länger konstant, sondern von der Transportrate selber sowie dem Korndurchmesser abhängig. Die Schichtdicke muß bei

Geschwindigkeiten, die geringer als die kritische sind, auf Null abfallen. Andererseits setzt sich bei Erreichen der kritischen Sohlneigung auch ohne Einwirkung von Strömungskraft eine Sohlschicht von beliebiger Dicke in Bewegung. Dieser Effekt des Hangrutschens wäre bei einer Abhängigkeit der Schichtdicke von der Hangneigung oder bei Einhaltung eines Minimalwertes der Schichtdicke in der Formel enthalten. Die in der Nähe der kritischen Hangneigung stark anwachsende Schichtdicke kann nur durch eine entsprechende Formel für die Schichtdicke berücksichtigt werden.

Die zweite Schwierigkeit besteht darin, daß die Mechanismen des Sedimenttransportes für die beiden Kräfteinwirkungen sehr unterschiedlich sind. Zanke 1999 [129] verwendet eine Beschreibung des Geschiebetransportes als Produkt aus transportierter Schichtdicke S und mittlerer Geschwindigkeit des transportierten Materiales U_s . Dies kann prinzipiell als Trennung zweier wesentlicher Beiträge verstanden werden, erstens ein Beitrag zur Beweglichkeit des Sedimentes und zweitens ein Beitrag zum Transport desselben. Das Sediment kann durch die zufälligen turbulenten Schwankungen in Bewegung gebracht werden. Auf die mittlere Geschwindigkeit des Materiales hat die Turbulenz dagegen weniger Einfluß. Die Formel von Einstein nimmt eine ähnliche Trennung vor, wobei dort das Aufheben des Teilchens von der Sohle (pick-up) und die Transportweite für ein Teilchen (step-length) verwendet werden. Die Formel von Einstein gelangt allerdings zu einer weit höheren Potenz des Einflusses der Strömungsgeschwindigkeit. Ist das Sohlmaterial erst einmal in Bewegung, so kann der Hangabwärtstrieb wie ein Rutschen eines Körpers betrachtet werden. Die Transportrate ergibt sich dann aus dem Produkt $S \sin(\theta) \approx S \partial a / \partial x$ mit einem konstanten Reibungsbeiwert. Für den Hangabwärtstrieb wäre dann eine geringere Abhängigkeit von der Geschwindigkeit geltend, als für die rein strömungsbedingte Geschiebetransportrate.

Formeln zur Berechnung der Schichtdicke sind nicht sehr zahlreich. Eine solche gedachte Größe läßt sich nur über das Transportvolumen bzw. die Anzahl der in Bewegung befindlichen Partikel bestimmen. Falcon und Kennedy verwenden eine Formel von Karim 1981 2.27). Von Zanke 1999 [129] wird eine Formel auf der Grundlage von analytischen Betrachtungen aufgestellt, die bei einem indirekten Vergleich recht gut mit Messungen übereinstimmt. Die Formel von Karim ist linear von u^* abhängig, die Formel von Zanke quadratisch, wenn man sich von der kritischen Geschwindigkeit entfernt.

Neuere Arbeiten zum Hangabwärtstrieb (Talmon 1995 [106]) scheinen für β_t eine umgekehrte Proportionalität zur Geschwindigkeit festzustellen. Diese Ergebnisse führen zu:

$$\tan\alpha = \frac{q_n}{q_s} \propto \frac{1}{u^*} \frac{\partial a}{\partial x} \quad (3.63)$$

Ist die Längskomponente durch die hier zugrundegelegte Formel von Meyer-Peter und Müller 1949 [73] beschreibbar, welche eine Abhängigkeit von u^{*3} beinhaltet, so kommt man darauf, daß die Schichtdicke S dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional sein sollte, um Konsistenz zu erzielen. Ein formaler Vergleich führt also zu dem Schluß, daß die Formel von Zanke 1999 [129] konsistente Ergebnisse erwarten läßt. Diese hat, bereits vereinfacht, die Form:

$$S = d_{50} \cdot 2,8(\tau^* - \tau_{c,0}^*) \quad (3.64)$$

und für den Fall, daß große Sohlneigungen, aber kleine Neigungen der Wasseroberfläche auftreten, kann folgende Form gefunden werden [129]:

$$S = d_{50} \cdot \frac{\tau^* - \tau_{c,0}^*}{(1-p) \left(\tan\Phi - \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \tan\theta \right)} \quad (3.65)$$

Aus den Überlegungen folgt ein etwas modifizierter Ansatz zur Berücksichtigung des Hangabwärtstriebs. Eine einfache Addition des Anteiles der Gewichtskraft wird nicht vorgenommen. Entsprechend der Herleitung von Zanke 1999 [129] wird jetzt geschrieben:

$$q\vec{G}_p = S \cdot (\vec{U}_s + C \cdot \vec{grad}(a)) \quad (3.66)$$

Der Faktor C enthält den Reibungsbeiwert des Sedimentes sowie dessen relative Dichte. Die Formel von Zanke 1999 [129] wird also modifiziert. Denkbar ist auch eine Konstruktion, die die Formel von Meyer-Peter und Müller in dem Fall reproduziert, wenn keine Sohlgredienten auftreten. Von Engelund und Fredsøe 1976 [31] wird folgende Formel für die Bewegungsgeschwindigkeit des Geschiebes gegeben:

$$U_s = 8,5u^* \left(1 - \frac{u_{cr}^*}{u^*}\right)^{1/2} \quad (3.67)$$

Bridge und Dominic 1984 [11] fassen verschiedene Quellen zur Geschwindigkeit des Geschiebes zusammen und versuchen den Koeffizienten a in folgender allgemeinen Formel zu bestimmen:

$$U_s = a(u^* - u_c^*) \quad (3.68)$$

$$au_c^* = w_s \sqrt{\tan \Phi} \quad (3.69)$$

$$a = 2,5 \ln \left[\frac{y_n}{y_{max}} \frac{d}{k_s} (2,53 \sqrt{\tau^* - \tau_c^*} + 0,5) \right] + 8,5 \approx 11 \quad (3.70)$$

Letztere Formel gilt für hydraulisch raue Verhältnisse ohne Suspension. y_{max} ist die Dicke des Bereiches mit Geschiebetransport, y_n die Höhe über der Sohle des effektiven Schubes auf die Sedimentkörner. $\frac{y_n}{y_{max}}$ liegt bei 0,8 bis 1,3 und $\frac{d}{k_s}$ bei 0,6 bis 2,0. Der Faktor a liegt letztlich im Bereich von 8 bis 15. Aus Zanke 1999 [129] kann für U_s entnommen werden:

$$U_s = \frac{u_D}{2u^*} (u^* - 0,7u_c^*) \quad (3.71)$$

u_D ist die Geschwindigkeit in Höhe des Druckpunktes des Kornes. Näherungsweise kann für u_D/u^* 11,5 angesetzt werden.

Mit den Zusammenhängen von Talmon et al. 1995 [106] und Bridge und Dominic 1984 [11] kann für den unbekanntem Koeffizienten C ein Ausdruck abgeleitet werden:

$$\beta_t = \frac{q_n}{q_s a_m} = \frac{C}{U_s} = \frac{\sqrt{g\rho' d_{50}}}{1,7u^*} \quad (3.72)$$

$$C = 6,5 \sqrt{g\rho' d_{50}} \left(1 - \frac{u_c^*}{u^*}\right) \quad (3.73)$$

Der Ausdruck in Klammern ist nur für den Bereich in der Nähe der kritischen Geschwindigkeit relevant. Aufgrund der Unsicherheiten bei der Ableitung des Ausdruckes für C wird dieser Ausdruck bei den späteren Berechnungen vernachlässigt.

Vergleich des Rechenansatzes 3.66 mit anderen Formeln und mit Messungen

Von Sekine und Parker 1992 [97] sind Vergleiche ihrer Formel mit Messungen vorgenommen worden. Dies ist zunächst eine Einordnung der Ansätze für β_t . In Abbildung 3.9 ist

Quelle	β_t
Struiksmä et al. (Delft)	$\frac{\Delta\rho g d}{1,5} \frac{1}{\tau}$
Engelund	1,73
Ikeda, Hasegawa	$1,2 - 2,7 \sqrt{\frac{\tau_{crit}}{\tau}}$
Sekine und Parker	$0,75 \left(\frac{\tau_{crit}}{\tau}\right)^{0,25}$
Talmon, et al.	$1,7^{-1} \sqrt{\frac{g\Delta\rho d_{50}}{\tau}}$

Tabelle 3.2: Vergleich der Ausdrücke für β_t von verschiedenen Autoren

der hier verwendete neuere Ansatz von Talmon et al. 1995 [106] mit eingetragen. Der Rechenansatz entspricht in dieser Grafik der Kurve Talmon et al., da dieser in der Herleitung verwendet wurde.

Desweiteren haben Sekine und Parker 1992 [97] auch die absoluten Transporte, die von den Autoren bestimmt wurden, mit ihrer Formel getestet. Der Ansatz nach Formel 3.66 und 3.73 wird dazu in die Form gebracht, die beim Vergleich von einfacheren Formeln genutzt wird, die nur eine Proportionalität zur Neigung berechnen. Zum Vergleich wird dabei die Größe $\frac{q_n}{a_n}$ genutzt:

$$\frac{q_n^*}{a_n} = S \cdot C \quad (3.74)$$

Für S und C werden die Gleichungen 3.65 und 3.73 eingesetzt.

$$\frac{q_n^*}{a_n} = 6.5d_{50} \frac{\tau^* - \tau_{c,0}^*}{\left(\tan\Phi - \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \tan\theta\right)} \sqrt{g\rho'd} \sqrt{\frac{1}{g\rho'd_{50}^3}} \left(1 - \frac{u_{c,0}^*}{u^*}\right) \quad (3.75)$$

$$\frac{q_n^*}{a_n} = 17,4\tau^* \left(1 - \frac{\tau_c^*}{\tau^*}\right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_c^*}{\tau^*}}\right) \quad (3.76)$$

Daraus ergibt sich der in Abb. 3.10 gezeigte Zusammenhang. Die Messungen von Hasegawa sind in Wasser mit einem Sediment von 0,425mm Durchmesser und einem τ_c^* von 0,0365 ausgeführt worden. Gegenüber den Messwerten von Hasegawa gibt es noch eine deutliche Abweichung. Leider fehlen Angaben zu den Längstransportraten, sodaß die Abweichung auch schlicht in der Transportformel begründet sein kann. Eine Division durch sechs führt bereits zu einer recht guten Übereinstimmung, wie in Abb. 3.10 durch die zweite Kurve gezeigt.

Einfluß der Turbulenz auf den Geschiebetransport

Die sohlnahen Strömungen sind stark turbulent. Die Geschwindigkeitsschwankungen wirken auf die Sohle. Die Lage der Geschwindigkeitsvektoren kann durch eine Wahrscheinlichkeitsdichte ausgedrückt werden. Dies ist schematisch in Abbildung 3.11 dargestellt. Prinzipiell folgt daraus, daß 1. eine gewisse Dispersion des Sedimentes - auch ohne den Einfluß von Transportkörpern - zu erwarten ist, 2. eine Beeinflussung des Hangabwärtstriebes durch diese turbulente Dispersion zu erwarten ist und 3. der Bewegungsbeginn "weich" erfolgt, wie dies von Zanke 1990 [127] und anderen Autoren bereits behandelt worden ist.

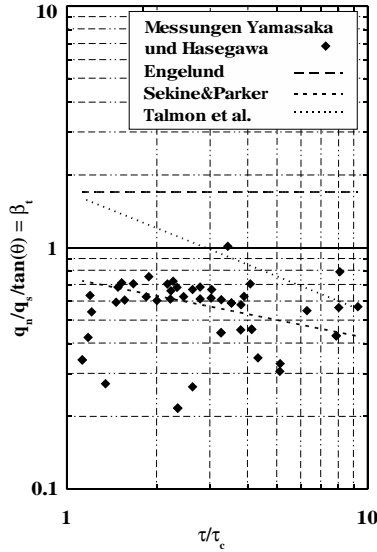


Abbildung 3.9: Vergleich mit den Messungen zum Quertransport verschiedener Autoren

Es wird angenommen, daß der durch die Dispersion verursachte Partikel-Transport durch den Gradienten der Partikel-Dichte beschrieben wird. Diese Form der Dispersion kann durch einen bestimmten Dispersionskoeffizienten oder eine Dispersivität beschrieben werden. Die Partikel-Dichte kann auch durch die in Bewegung befindliche Geschichtsdicke an der Sohle ausgedrückt werden. Der Einfachheit halber soll diese hier als Dicke ohne Zwischenräume und Porositäten behandelt werden und nicht als Konzentration oder Sohlvolumen. Diese Beiwerte würden, weil sie konstant sind, in den Dispersionsparameter eingehen.

Die Stärke der Dispersion hängt von der lokalen Turbulenzintensität, genauer von den Schwankungen der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten ab. Diese sind in der Nähe der Sohle von der Größenordnung der Schubspannungsgeschwindigkeit u^* . Neben der Größe der Geschwindigkeitsschwankungen hängt die Dispersion jedoch noch von einer weiteren die Turbulenz beschreibenden Größe ab, der Autokorrelationsfunktion der Geschwindigkeitsschwankungen. Aus dieser kann die notwendige Zeitkonstante zur direkten Berechnung der Dispersivität gewonnen werden. Generell gilt für diesen Fall eine Proportionalität der Dispersivität zum Quadrat der Schubspannungsgeschwindigkeit. Da bereits die Schichtdicke von der lokalen Strömungsgeschwindigkeit abhängt, jetzt auch der Dispersionsparameter, ist dieser Vorgang in Bezug auf die Strömungsgeschwindigkeit stark nichtlinear. Im Vergleich zu den Partikeltransportgeschwindigkeiten, die proportional zur Schubspannungsgeschwindigkeit sind, wäre die Dispersion um eine Potenz stärker von der Schubspannungsgeschwindigkeit abhängig. Da der Einfluß der Turbulenz noch zu wenig untersucht ist, um den Ansatz abzusichern und um diesen relativ schlecht bekannten Vorgang nicht zu stark nichtlinear werden zu lassen, wurde die Dispersivität nur direkt

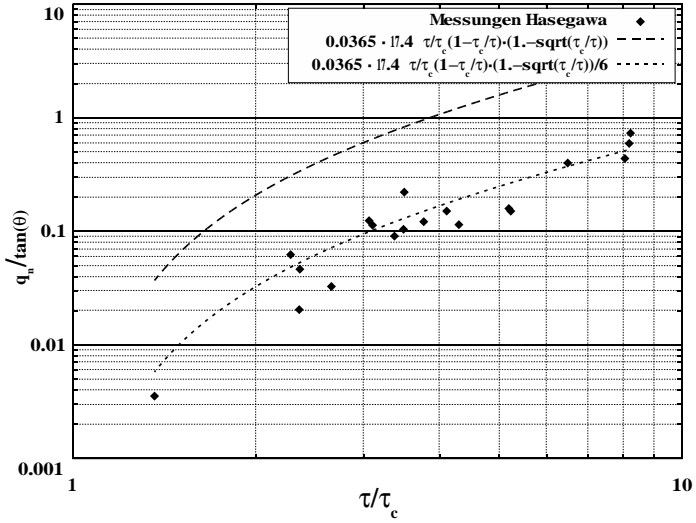


Abbildung 3.10: Vergleich mit den Messungen des Quertransportes von Hasegawa (entnommen aus Sekine und Parker 1992[97])

proportional zur Schubspannungsgeschwindigkeit angesetzt.

$$D_S = konst. \cdot u^* \quad (3.77)$$

Man erhält dadurch einen unbekannt Parameter mit der Dimension einer Länge. Dieser entspricht der Dispersivität. Leider fehlten Daten, um diesen Parameter zu eichen. Hier kann nur versucht werden, grob die Größenordnung einzugrenzen.

Die Dispersion von Sedimentpartikeln unter den Bedingungen von wandernden Dünen und Riffeln ist von Yang und Sayre 1969 [121] mit Hilfe radioaktiver Markierung gemessen worden. Diese Messungen betreffen hauptsächlich die Längsdispersion, die in Anwesenheit von Dünen durch sich ständig wiederholendes Eingraben und Freilegen der Partikel in den Dünen gekennzeichnet ist. Die Versuchsreihen liefen bis zu einem ganzen Tag. Aus diesen Messungen kann versucht werden die Größenordnung des Dispersivität abzuschätzen. In Tabelle 3.3 sind die Meßergebnisse aufgeführt. Angegeben sind u.a. die mittlere Partikelgeschwindigkeit und die Varianz der Verteilung der Partikel in Längsrichtung der Rinne. Die gemessenen und die nach der Formel von Engelund berechneten Werte für die mittlere Partikelgeschwindigkeit U_S unterscheiden sich aufgrund der Wirkung der Sohlformen drastisch. Die Werte von Yang und Sayre 1969 [121] für die Varianz der Partikelwege stellen einen Transportvorgang innerhalb einer Schicht von der Höhe der Transportkörper dar. Diese wird im Falle fraktionierten Transportes als Mischungsschichtdicke bezeichnet. Diese Schicht entspricht nicht der, die in den Transportformeln mit der Geschwindigkeit U_S bewegt wird. Da jedoch hier die letztgenannte rechnerische Schichtdicke verwendet werden soll, muß eine entsprechende Korrektur eingeführt werden, die das Verhältnis der beiden Schichtdicken darstellt. Dies ist in Tabelle 3.3 im unteren Teil gemacht worden. Mit dieser Korrektur liegen die Steigungen der Varianz der Partikelwege mit der Zeit

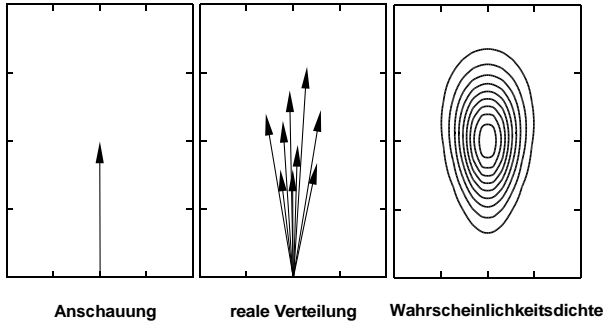


Abbildung 3.11: Darstellung des Einflusses der Turbulenz

aus den Laborversuchen bei $0,07$ bis $0,42 \text{ m}^2/\text{s}$. Dividiert durch die jeweilige Sohlschubspannungsgeschwindigkeit ergibt sich ein Bereich von D/u^* von 1 bis 7m . Bemerkenswert ist die zeitliche Entwicklung der Varianz der Partikelpositionen, die von Yang und Sayre grafisch dargestellt wurde. Die Varianz zeigt im Fall von Dünen eine lineare Abhängigkeit von der Zeit. Die Streuung der Partikel ist also der Wurzel der Zeit proportional. Im Falle von Riffeln kommt es in einem Versuch (Reihe 1 in Tabelle 3.3) anfänglich zu einer kleinen Verzögerung des Anwachsens der Varianz. Insgesamt bestätigt diese lineare Entwicklung, daß der in den Advektions-Diffusionsgleichungen verwendete Ansatz zutreffend ist. Ob die Riffel und Dünen eine Vergrößerung der Dispersion im Vergleich zum Transport auf ebener Sohle bewirken, kann nicht ohne eingehendere Messungen eingeschätzt werden. Die Daten aus den beiden Quellen deuten an, daß Riffel und Dünen tatsächlich eine Vergrößerung der Dispersion im Vergleich zum Transport auf ebener Sohle bewirken, wenn man die in diesem Fall sehr große Mischungsschichtdicke berücksichtigt. Andererseits vermindert die Zeit, die die Partikel unbeweglich im Transportkörper zubringen, die Dispersion durch die Transportkörper im Vergleich zur Dispersion durch die turbulenten Schwankungen der Strömung. Für beide Mechanismen kann aufgrund der Anschauung und der Messungen erwartet werden, daß in Querrichtung eine geringere Dispersion zu beobachten sein wird.

Von Sumer und Deigaard 1981 [105] wurde der Weg, den einzelne, leichte Partikel in turbulenter Strömung zurücklegen, gemessen. Die Partikel sind in diesem Fall nur sehr wenig schwerer als Wasser und befinden sich teilweise bereits in Suspension. Die Angaben zu den Streuungen der zurückgelegten Wege lassen sich mit Hilfe der durchschnittlichen Zeit, die für diesen Weg oder auch Sprung benötigt wurde, ebenfalls in eine Varianzänderung umrechnen. Auch die in Tabelle 3.4 aufgeführten Ergebnisse von Sumer und Deigaard 1981 [105] ergeben Werte für die Längsdispersivität von $0,3$ bis $0,9\text{m}$. Allerdings ist die Anisotropie sehr stark ausgeprägt. In Querrichtung werden nur Werte von 4 bis 9mm erreicht. Möglicherweise sind diese geringen Werte durch die geringe Breite der in diesem Versuch verwendeten Rinne bedingt. Generell würde es näher liegen, das Verhältnis der turbulenten Schwankungen in Quer- und Längsrichtung, das im Bereich von $0,5$ bis $0,8$ liegt, auch für die Dispersion zu unterstellen.

Versuch Nr.	1	2	3	4	5
Gefälle (10^{-2})	0,088	0,088	0,088	0,212	0,204
Fließtiefe (m)	0,152	0,158	0,159	0,159	0,169
u^* (m/s)	0,036	0,037	0,037	0,0575	0,058
Sohlformen		Riffel		Dünen	
\bar{u} (m/s)	0,35	0,34	0,33	0,50	0,47
U_S (mm/s)	0,0718	0,0495	0,0958	0,398	0,347
Varianzänderung (10^{-4} m ² /s)	0,692	0,445	1,67	5,21	4,28
q_{Gt} (g/s)	2,839	1,946	2,654	41,64	29,48
q_G (10^{-6} m ³ /(m s))	1,1	0,75	1,0	16	11
S gemessen (cm)	1,5	1,5	1,0	4,0	3,2
berechnete Werte, mit $d_m=0,34$, $u_{cr}^*=0,014$ m/s					
q_G (10^{-6} m ³ /(m s))	1,6	1,8	1,8	11	11,3
U_S (m/s)	0,11	0,11	0,11	0,23	0,23
S berechnet (mm)	0,015	0,016	0,016	0,049	0,049
Varianzänderung/ u^* korr. (m)	1,96	1,15	2,8	7,3	4,8

Tabelle 3.3: Versuch von Yang und Sayre 1969 [121]

	glatte Sohle			raue Sohle		
Partikel-						
Durchmesser (mm)	2,9	3,0	3,1	3,0	3,0	3,0
Dichte (10^{-3} kg/m ³)	1,0029	1,0075	1,0258	1,0075	1,0090	1,0081
u^* (cm/s)		1,44			2,19	
mittlere Sprungweite (mm)	132	104	39	106,1	84,2	101,7
Dauer des Sprunges (s)	0,63	0,51	0,23	0,51	0,44	0,49
Streuung d. Sprungw. längs (mm)	91	75	30	85,2	74,2	85,5
Streuung d. Sprungw. quer (mm)	8,3	6,4	3,6	6,6	9,1	7,8
Varianzänderung längs (10^{-3} m ² /s)	13	11	4	14	13	15
Varianzänderung quer (10^{-3} m ² /s)	0,11	0,08	0,056	0,085	0,19	0,12
Varianzänderung/ u^* längs (m)	0,9	0,76	0,28	0,64	0,59	0,68
Varianzänderung/ u^* quer (mm)	7,6	5,6	3,9	3,9	8,7	5,4

Tabelle 3.4: Versuch von Sumer und Deigaard 1981 [105] mit sehr leichten Partikeln in einer 30cm breiten Rinne

3.6 Entwicklung der Sohle

Die Sohleintiefungen stehen über die Massenerhaltung des Sedimentes direkt mit dem Geschiebe- und Suspensionstransport in Verbindung. Die Sedimentkontinuitätsgleichung lautet in ihrer einfachsten Form:

$$(1 - p) \frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial q_{Gx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{Gy}}{\partial y} - Q + S \quad (3.78)$$

Hier sind a die lokale Tiefe (positiv nach unten), q_{Gx}, q_{Gy} die Komponenten des Geschiebetransportes, Q, S Quellen und Senken durch Suspensionstransport [$\text{m}^3/\text{m}/\text{s}$], p der Porenanteil im Sediment (z.B. 0,3).

3.6.1 Unerodierbare Sohlbereiche

Bei der Simulation von natürlichen Systemen sind oft Strombauwerke wie Buhnen, Leitwerke, Sohlswellen o.ä. zu berücksichtigen. Diese sollen im Modell natürlich nicht erodiert werden. Die Implementierung dieses einfachen Effektes ist insofern kompliziert, als daß eine Unerodierbarkeit eines Abschnittes oder auch nur eines kleinen Bereiches dazu führt, daß Transport auf fester Sohle modelliert werden muß. Falls in die stromab gelegenen Bereiche kein Sediment eingetragen würde, käme es zu einer starken Auskolkung. Wieviel Sediment über die unerodierbare Strecke transportiert wird, hängt nur vom Sedimenteintrag zu Beginn dieser Strecke ab.

Auch im Fall des hier nicht modellierten fraktionierten Transportes ist das transportierte Sedimentvolumen je Knoten und Zeitschritt direkt explizit berechenbar. Erst wenn es zu Transport von feinem Material oberhalb einer Sohlpflasterung kommt, oder wenn es zu Transport von Sediment auf einer unerodierbaren Sohle kommt, hat man es mit einer gewissen Entkopplung von transportiertem Material und Sohlmaterial zu tun. Dann kann nicht, wie es bei fraktioniertem Transport passieren würde, durch die Nicht-Verfügbarkeit des Sedimentes die transportierte Transportmenge zu Null werden. In diesem Fall von "Ungleichgewichtstransport" - der andere Fall ist fraktionierter Transport - muß eine spezielle Behandlung der Bodenevolutionsgleichung stattfinden. Es können drei Wege beschritten werden:

1. Anwendung der Geschiebetransportkapazitätsformeln und der Bodenevolutionsgleichung mit
 - (a) Anwendung einer Iteration der aktuellen Transportmengen bis eine mathematisch exakte Lösung vorliegt,
 - (b) Definition einer Obergrenze der Transportmengen mit einer numerisch beinflußten Schichtstärke von beweglichem Material auf der unbeweglichen Sohle oder
2. Anwendung der Sedimentkontinuitätsgleichung und der Verzögerung des Geschiebetransportes mit der physikalischen Definition einer bewegten Schichtdicke.

Der erste Weg ist durch die Iteration sehr aufwendig und zielt auf eine physikalisch überhaupt nicht begründete verschwindende Schichtstärke an der Sohle hin. Tatsächlich

treten im Fall von Transport auf fester Sohle spezielle Transportkörper auf, die natürlich auch eine gewisse Höhe aufweisen.

Weiterhin muß für den allgemeinen Fall hier angesprochen werden, daß zwischen direkt gekoppelten expliziten und impliziten Modellen und Modellen mit quasi-stationärem Strömungsfeld ein deutlicher Unterschied in der Behandlung dieses Problems besteht. Die expliziten Modelle sind in der Lage, den tatsächlichen Transport der Partikel zu simulieren. Die Geschwindigkeit der Partikel liegt immer unterhalb der des Wassers. Das Verhältnis kann z.B. mit Gl. 3.67 abgeschätzt werden und liegt bei ausgeprägtem Geschiebetransport je nach Rauheit bei etwa der halben Geschwindigkeit des Wassers. Ein direkt gekoppeltes Modell, auch ein implizites mit einer Courant Zeitschrittweite kleiner 2 oder 3, ist daher in der Lage den Weg der Partikel zu modellieren. Die Annahme von quasi-stationären Strömungszuständen zielt auf eine höhere Rechengeschwindigkeit ab und verwendet daher deutlich größere Zeitschrittweiten, sodaß von der Modellierung des Transportweges (siehe 2.) abgesehen werden muß. **Der zweite Weg** erscheint weit vorteilhafter:

Näherungslösung mit numerisch bedingter Schichtdicke

Um prinzipiell Fehler in der Massenbilanz zu vermeiden, wird in dem vom Autor erarbeiteten SMOR3D für jeden Knoten die Massenbilanzrechnung zweimal ausgeführt. Zuerst werden alle Austräge von jedem Knoten des Rechnetzes für einen Zeitschritt summiert. Wenn dieser maximale Austrag das verfügbare Volumen an Sediment übersteigt, dann wird die Transportkapazität in den Elementen, zu denen der Knoten gehört, so korrigiert, daß maximal das am Knoten verfügbare Volumen, also die Schichtdicke des Sedimentes, transportiert werden kann. Danach wird mit den korrigierten, tatsächlichen Transportraten die Massenbilanz und die Sohländerung ermittelt. Dieser Algorithmus führt dazu, daß über den nicht erodierbaren Schichten immer eine geringe Schichtdicke von bewegtem Material liegt, die nun vom Zeitschritt abhängig ist. Die Menge an bewegtem Material ist jedoch nicht vom Zeitschritt abhängig, sondern ausschließlich von der Nachlieferung von Oberstrom.

3.6.2 Ungleichgewichtstransport, Aufnahmelänge - loading law

Die in diesem Abschnitt behandelte Problematik des "Ungleichgewichtstransportes" wird von vielen Autoren durch die Verwendung eines speziellen Ansatzes gelöst. Der Transport auf fester Sohle und die anderen genannten Beispiele stellen sämtlich Ungleichgewichtstransport dar. Ebenso ist die bei fraktioniertem Transport anzusetzende Abminderung der Transportraten bestimmter Kornfraktionen hier einzuordnen.

Von verschiedenen Autoren Wu und Wenka 1998 [120], Spanning 1999 [102] wird in Anlehnung an die Versuche von Bell und Sutherland 1983 [5] eine Adaptations-Länge in das Modell eingebaut, die es gestattet Ungleichgewichtstransport zu simulieren. Die im Modell verwendete Länge hat später allerdings nichts mehr mit den tatsächlich beobachteten Sprungweiten und Anpassungslängen zu tun, sondern diente vielmehr der Vermeidung von entkoppelten Lösungen (wiggles¹) und einer Stabilisierung der Berechnung. Die Beiwerte werden viel zu hoch gewählt. Die Folgen für die Modellergebnisse werden nicht

¹Wiggles sind rein numerisch bedingte Oszillationen der Werte der Lösung

Versuch	Sohlneigung	Fließtiefe [cm]	dimensionslose Schubspannung	Schubspannungs- geschwindigkeit [cm/s]	Anpassungs- länge L [m]
1	0,00250	5,95	0,0488	3,82	0,40
2	0,00250	8,27	0,0677	4,50	2,13
3	0,00250	9,63	0,0790	4,86	1,30
4	0,00361	5,30	0,0627	4,33	0,53
5	0,00417	4,80	0,0653	4,42	1,76
7	0,00176	9,63	0,0556	4,08	1,46

Tabelle 3.5: Versuchsergebnisse zur Anpassungslänge von Nakagawa 1980 [76]

diskutiert.

Oft wird die Anpassungslänge L des Geschiebetransportes genutzt. Diese besteht darin, daß auch in Geschiebe befindliches Material erst in Bewegung kommen muß. Hiermit ist nicht die Trägheit der Körner gemeint, auch die "Sprungweite" nicht, wie sie aus der Geschiebeformel von Einstein bereits bekannt ist, sondern das durch Geschwindigkeitsprofil und Schubspannung beeinflusste sohlnahe Transportregime. Die Sprungweite ist bereits aus der Geschiebeformel von Einstein bekannt und wurde von verschiedenen Autoren experimentell ermittelt. Sie liegt im Bereich von Zentimetern bis wenigen Metern. In den Experimenten wurde der Übergang von rauher unbeweglicher Sohle zu beweglicher Sohle untersucht. Aus Videoaufnahmen und der Kolkentwicklung wurde dann auf die Aufnahmelänge geschlossen. Der Geschiebetrieb folgt demnach der Formel:

$$q_G^a = q_G \cdot (1 - e^{-\frac{x}{L}}) \quad (3.79)$$

q_G - Gleichgewichtstransport, oder auch Geschiebetransportkapazität.

Dies entspricht einer Differentialgleichung der Form:

$$\frac{\partial q_G^a}{\partial x} = L^{-1} \cdot (q_G - q_G^a) \quad (3.80)$$

Diese Formel wird als Frachtgleichung ("loading law") bezeichnet. Sie gilt in Strömungsrichtung (im 1D Modell kein Problem) und erfordert eine implizite Behandlung, da die aktuellen Geschiebetransporte q_G^a erst durch Integration dieser Gleichung erhalten werden und zwar in diesem Falle nicht durch eine Zeitintegration. Eine Umformung auf (stark) instationäre Vorgänge und eine entsprechende Umformulierung auf eine Zeitintegration wäre nur unter Zuhilfenahme einer Geschwindigkeit möglich. Die Definition von unerodierbaren Sohlbereichen käme hier durch Nullsetzen von q_G in Frage. Dann erhält man Ablagerungen über einige Gitternetzreihen, bis q_G^a sehr klein wird, oder wieder ein erodierbarer Bereich erreicht ist.

Nakagawa und Tsujimoto 1980 [76] untersuchen die Instabilität einer Sandsohle. Dabei wird auch die "lag distance" benötigt, die sich, wie Nakagawa betont, von der "step length" unterscheidet. Eine Videokamera verfolgte die Bewegung von Sandkörnern $d_m = 1,85\text{mm}$. Im Beitrag von Nakagawa sind einige Anpassungslängen als Abhängigkeit $1 - (q_G^a/q_G)$ von x abgebildet. Aus der gleichen Arbeit stammt die Tabelle 3.5. Dieser Ansatz stellt jedoch auch hohe Anforderungen an das numerische Verfahren. So wird bei kleinen Anpassungslängen L die Frachtgleichung 3.80 numerisch instabil. Schließlich ist sie nicht dafür

geschrieben worden, beständig Gleichgewichte ($q_G^a = q_G$) zu berechnen. Aus numerischen Gründen muß deshalb eine zu große Anpassungslänge verwendet werden. Spannring [102] verwendet in einem Flußmodell mit Buhnen eine künstliche Anpassungslänge von $L=2m$ bei $4m$ Buhnenabstand. Weiming und Wenka 1998, [120] verwenden $L=7,5m$.

Von Wellington 1978 [116] wurde die bekannte Sedimentkontinuitätsgleichung für 1D Modelle in der folgenden modifizierten Form notiert:

$$\underbrace{\frac{1}{U_S} \frac{\partial q_G^B}{\partial t} - \frac{q_G^B}{U_S^2} \frac{\partial U_S}{\partial t}}_{\frac{\partial(q_G^B/U_S)}{\partial t}} - B(1-p) \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q_G^B}{\partial x} = 0 \quad (3.81)$$

q_G^B ist die Geschiebemenge über die gesamte Breite des Flusses B in m^3/s , U_S ist die Sedimentgeschwindigkeit in m/s . Diese Formel drückt im eindimensionalen Modell den gesamten Sedimenttransport, also auch den Suspensionstransport aus. Von Wellington wird diese Formel aber auch explizit für das Geschiebe verwendet. Er verwendet für U_S den Wert $11,6u^*$, auf der Basis der Untersuchungen von Einstein.

Durch diese Formel wird genau genommen der Transport einer bestimmten äquivalenten Schichtdicke von Geschiebe beschrieben. Diese Schichtdicke ist $\frac{q_G}{U_S}$. Die Sedimentgeschwindigkeit ist sicherlich etwas problematischer als die Umrechnung der Geschiebemenge in eine Schichtdicke. Phillips und Sutherland 1989 [85] benutzen für die Geschiebegeschwindigkeit U_S die Formel 3.67 von Engelund und Fredsøe 1976 [31]. Auf Seite 58 sind zwei weitere Formeln von Bridge und Dominic 1984 [11] und von Zanke 1999 [129] angegeben worden. Die für den Fall eines zweidimensionalen Modellgebietes umgeschriebene Formel nach Wellington lautet:

$$\frac{\partial(q_G/U_S)}{\partial t} + \frac{\partial q_{Gx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{Gy}}{\partial y} - (1-p) \frac{\partial a}{\partial t} = 0 \quad (3.82)$$

Wobei die Richtung des Geschiebetransportes sowie die Sedimentgeschwindigkeit zunächst durch die sohlnahe Strömung definiert sind. Durch Verwendung der Schichtdicke S von transportiertem Sediment wird aus Gleichung 3.82:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(SU_{Sx})}{\partial x} + \frac{\partial(SU_{Sy})}{\partial y} - (1-p) \frac{\partial a}{\partial t} = 0 \quad (3.83)$$

Mit Hilfe der Formel 3.82 kann die aktuelle Geschiebetransportrate nicht an jedem Punkt unabhängig berechnet werden! Erst über die Integration der Sedimentkontinuitätsgleichung wird die tatsächliche Geschiebetransportrate an jedem Knoten bekannt. Dies ist insbesondere in den Fällen interessant, in denen die Sohle nur teilweise erodierbar ist- also entweder ein unerodierbarer Horizont definiert ist, oder fraktionierter Transport berechnet wird. Das ansonsten (Variante 1 in Abschnitt 3.6.1) schwer zu behandelnde elliptische Problem wird hier durch die Zeitableitungen parabolisch und damit numerisch einfacher zu lösen.

An dieser Stelle kann ein Ansatz für die Verzögerung des Geschiebetransportes entsprechend der Aufnahmelänge eingeführt werden:

$$(1-p) \frac{\partial a}{\partial t} = c_{SL} \cdot (q_G - q_G^a) \quad (3.84)$$

Wird diese Formel in die Sedimentkontinuitätsgleichung nach Wellington eingesetzt, so hat man eine typische Transportformel mit einem Quellen/Senken-Term. Gegenüber der

Variante 1 in Abschnitt 3.6.1 ergeben sich in diesem Fall zwei zusätzliche Möglichkeiten. Es kann die Verzögerung des Geschiebetransportes im Falle von räumlich hochauflösenden Modellierungen berechnet werden. Außerdem besteht in dieser Form die Möglichkeit eine gewisse Diffusion im Geschiebetransport zu berücksichtigen. Dies kann durch Addieren des üblichen Diffusionstermes geschehen. Allerdings ist die zeitliche Verzögerung des Geschiebetransportes nicht immer relevant. In den allermeisten Fällen liegen die Gitternetzweiten über 10m, sodaß die Einführung einer Verzögerung nicht angebracht ist.

3.6.3 Ufererosion und Hangrutschungen

Bei der Berechnung von komplexen Strömungssituationen kann es dazu kommen, daß die Neigung der Sohle sehr groß wird. Für diesen Fall muß das in der Natur plötzlich stattfindende Abrutschen von Sohlmaterial berücksichtigt werden. Über den oben beschriebenen Ansatz zur Berücksichtigung des Hangabwärtstriebes ist ein solcher Effekt zwar prinzipiell schon vorgesehen. Um den starken Transportraten beim Abrutschen aber gerecht zu werden, wird nach der Berechnung der neuen Sohllagen im Modell SMOR3D nochmals auf zu steile Elemente geprüft.

Ein numerisches Modell, das Überfluten und Trockenfallen modelliert, beinhaltet auch die Modellierung der Uferlinie. Sollen Mäander modelliert werden, ist eine Berücksichtigung der Ufererosion unbedingt notwendig. Das Ufer stellt eine besondere Randbedingung dar. Die Sedimentkörner haben an der Luft ein anderes Gewicht. Das Ufer wird von Wellen angegriffen. Das Material des Ufers kann sich drastisch von dem Material des Flußbettes unterscheiden. Besteht das Ufer aus kohäsivem Material, so wird die Ufererosion sporadisch in Form von Uferabbrüchen stattfinden. Das Ufer kann senkrecht sein und sogar überhängen. Mosselman 1992 [75] modelliert dies durch Berücksichtigung von seitlicher Erosionswirkung des Flusses im Verhältnis zur kritischen Schubspannung des anstehenden Materiales, kritischer Uferhöhe und dem Winkel der inneren Reibung. Wird einer dieser Faktoren überschritten, so kommt es zu einer Erosion des Ufers. Die bei der Erosion des Ufers in den Fluß eingebrachten Mengen werden mit der entsprechenden Hangneigung und dem Anteil der Fraktion des Bettmaterials berücksichtigt.

Im Falle von nichtkohäsivem Material am Ufer wird eine bestimmte kritische Hangneigung nicht überschritten. Die Ufererosion vollzieht sich durch Eintiefen der ufernahen Bereiche des Flusses und Nachrutschen von Material vom Ufer bei Überschreitung einer kritischen Neigung. Eine Seitenerosion in dem Sinne, wie bei kohäsivem Ufermaterial, tritt hier nicht auf. Die in den Fluß eingebrachte Menge an Sediment wird auf die Fraktion des Sohlmaterials korrigiert.

In einem zweidimensionalen Rechnernetz ist dieser Prozeß des Hangrutschens sehr gut auf dem Rechnernetz zu berechnen. Der Uferabbruch im Falle kohäsiven Materiales bereitet dagegen größere Schwierigkeiten, weil eine senkrechte Abbruchkante im Elementnetz nicht abbildbar ist.

Ebenfalls schwierig ist die richtige Berücksichtigung von Verlandungen. Das Modell von Mosselmann 1992, [75] errechnet z.B. nur die Aufweitung des Flusses. Das Ufer auf der Innenseite der Flußkurve sollte jedoch auch aus dem Wasser auftauchen können. In der Natur wird diese Verlandung hauptsächlich durch die Variabilität des Abflusses, die zur zeitweiligen Überflutung des entsprechenden Bereiches führt, sowie durch die Ablagerung von feineren Anteilen und organischem Material stattfinden. Bereits durch die relativ geringe Variabilität des Wasserstandes bei konstantem Abfluß, aber sich entwickelnd-

der Morphologie, können in einem zweidimensionalen Modell einige Bereiche verlanden. Im Falle der Modellierung einer Hochwasserwelle können sich Verlandungen tatsächlich auf natürliche Weise von allein einstellen. Beide Prozesse, Verlandung und Uferabbruch, können allerdings erst in einem morphodynamischen Modell, welches fraktionierten Sedimenttransport berücksichtigt, modelliert werden.

Kapitel 4

Analyse des Gleichungssystems

4.1 Verhalten des Gleichungssystems bei verschiedenen Randbedingungen (1D)

Durch eine einfache Analyse des gekoppelten Gleichungssystems kann gezeigt werden, daß in Abhängigkeit von den Randbedingungen sowohl stetige Vertiefungen, als auch Verflachungen des Systems möglich sind. Dazu wird das eindimensionale Gleichungssystem in vereinfachter Form aufgeschrieben. Der Reibungsbeiwert r sei der Einfachheit halber ebenfalls konstant.

$$q = uH \quad (4.1)$$

$$gh_x = \frac{r}{H}u^2 \quad (4.2)$$

$$q_{Gp} = c_0(u^2 - u_c^2)^2 \quad (4.3)$$

h_x ist der Wasserspiegelgradient. Das Verhalten des Systems wird jetzt bei zwei verschiedenen Extremsituationen analysiert.

1. Konstanter Durchfluß

In diesem Fall ist q konstant. Mit den o.g. Formeln kann dann sofort geschlossen werden: $u \propto 1/H$ und $q_{Gp} \propto c_0(c_1 1/H^2 - u_c^2)^2$. Die Transportraten werden bei zunehmender Wassertiefe kleiner. Ob sich die Sohle eintieft, ist eine Frage der Randbedingungen, die die Nachlieferung von Sediment festlegen. Werden diese als zeitlich konstant vorgegeben, so stellen sich die Tiefen schnell auf ein Gleichgewicht ein.

2. Konstantes Gefälle

Wenn nicht der Durchfluß, wie in den Flüssen, konstant ist, sondern die Wasserstands-differenz an den "Enden" des Untersuchungsbereiches, dann stellen sich andere Bedingungen ein. Aus einer rudimentären Fließformel $u^2 \propto HI$ und einer Relation für die Transportraten $q_{Gp} \propto c_0(c_2 H - u_c^2)^2$ kann man sehen, daß eine Eintiefung zu immer stärkeren Transportraten führen wird. Ein konstantes Gefälle des Wasserspiegels wird also zu einer Selbstverstärkung der Morphologie führen. Bei zeitlich konstanten Randbedingungen für die Sedimenttransportraten wird in diesem Fall sehr schnell ein Ausbrechen aus dem Gleichgewichtszustand erfolgen.

Im zweidimensionalen Fall bedeutet dieser Effekt eine Konzentration der Strömung auf die tiefen Rinnen. Die Folge ist eine Verstärkung des Reliefs. Prinzipiell kann dieser Fall mit den Tiderinnen an der Nordseeküste verglichen werden, wo das Tidebecken auf der einen Seite und die Nordsee auf der anderen Seite relativ große Wasserflächen darstellen, die in Zusammenhang mit den Tidewasserständen für ein relativ beständiges h_x sorgen. Die große Tiefe der Tiderinnen kann also prinzipiell mit diesem Effekt erklärt werden. Dieser Vergleich wird natürlich dadurch gestört, daß die Wasserstands Differenz durch die entstandene Tiderinne ausgeglichen wird.

Dies sind zwei Extrema. Die Natur bewegt sich immer zwischen diesen beiden Fällen. Daher ist es interessant zu fragen, ob eine Tendenz zur Verstärkung der Topographie im numerischen Modell schon frühzeitig erkennbar wäre. Dazu könnte der Quotient $\partial q_{Gp}/\partial H$ dienen. Falls man es mit einem Gebiet zu tun hat, in dem Gleichgewichtstransport gültig ist, sollte in allen Rechenpunkten dieser Quotient verschwinden.

4.2 Prinzip der linearen Analyse eines Problems

Mittels der linearen Analyse läßt sich das Verhalten eines schwach nichtlinearen Systems untersuchen. Sie liefert Hinweise auf die Propagationsgeschwindigkeit von Störungen und die Verstärkung oder Abschwächung der Störungen. Bezüglich der Stabilität eines nichtlinearen Systems lassen sich auf analytischem Weg sehr aussagekräftige Ergebnisse erzielen. Dazu wird eine Lösung des Systems als Grundzustand vorgegeben. Um diesen Zustand herum werden kleine Störungen untersucht. Die Form der Störungen ist vorgegeben. Aus der Kenntnis des Grundzustandes des Systems ist eine Linearisierung des Gleichungssystems möglich. In der linearen Analyse wird unterstellt, daß die Störungen nur von sehr kleiner Amplitude sind. Somit beschreibt sie nur die allerersten Momente der Entwicklung von Instabilitäten. In der Folge kann es zu deutlichen Verschiebungen der Werte der Lösung kommen, was beispielsweise in einer etwas anderen Wellenlänge der Lösung mit der größten Verstärkung resultieren kann. Trotzdem liefert sie wichtige Informationen zu den anfänglichen Instabilitäten. Auch bei relativ stark nichtlinearen Problemen bleiben die Lösungen oft noch erstaunlich lange gültig. Trotzdem kann sie auch bei relativ stark nichtlinearen Problemen noch gute Ergebnisse liefern. Eine nichtlineare Analyse ist oft nicht möglich oder sehr aufwendig.

4.3 Propagation von Sohlstörungen (1D)

Für den Fall von reinem Geschiebetransport ohne Anpassungslänge kann das eindimensionale System geschrieben werden:

$$u_t + Uu_x + gh_x + r_f U/Hu = 0 \quad (4.4)$$

$$h_t + Uh_x + Hu_x + Ua_x = 0 \quad (4.5)$$

$$\left. \begin{array}{l} a_t - (q_{Gp})_x = 0 \\ q_{Gp} = C'u^N \end{array} \right\} a_t - C'NU^{N-1}u_x = 0 \quad (4.6)$$

Es werden Lösungen in Form von harmonischen Funktionen $e^{i(\omega t - kx)}$ gesucht, wobei ω komplex ist. In die partiellen Differentialgleichungen eingesetzt und den Grundzustand

des Systems abgezogen, ergibt sich:

$$i\omega u - iUku - igkh + 2r_f \frac{U}{H} u - r_f \frac{U^2}{H^2} (h + a) = 0 \quad (4.7)$$

$$i\omega a + i\omega h - iUkh - iHku - iUka = 0 \quad (4.8)$$

$$i\omega a + iCku = 0 \quad (4.9)$$

Hier ist $C = C'NU^{N-1}$. Die Konstante C ist als linearisierte Geschiebetransportformel zu verstehen, die eine Tangente an die tatsächliche Transportformel $\frac{\partial q_G}{\partial u}$ beschreibt. In der Nähe der kritischen Geschwindigkeit wird die Abhängigkeit q_{Gp} von u sehr groß, was auch durch den Wert von N bzw. C ausgedrückt werden muß. Es wird davon ausgegangen, daß das Sediment an allen Orten bewegt wird. Nach Umformung ergibt sich folgende Dispersionsrelation:

$$\omega(\omega - Uk)^2 - gH\omega k^2 + i\omega r_f \frac{U}{H} (3kU - 2\omega) + gCk^2(Uk - \omega) = 0 \quad (4.10)$$

Die Propagation von kleinen Störungen wird mit der Geschwindigkeit $c = \frac{\omega}{k}$ vor sich gehen. Nach Umformung kann auch geschrieben werden:

$$-gHkc + kc(c - U)^2 + icr_f \frac{U}{H} (3U - 2c) - gCk(c - U) = 0 \quad (4.11)$$

Die Wellenzahl k konnte in zwei Termen nicht eliminiert werden. Sie ist eine reelle Zahl und kann als Parameter vorgegeben werden.

Wenn die Bodenreibung und der Sedimenttransport wegfallen ($r_f = 0, C = 0$), kommt man zu der einfachen Gleichung

$$(c - U)^2 = gH, \quad (4.12)$$

die den Fortschritt einer Oberflächenwelle beschreibt. Mit beweglicher Sohle aber ohne Reibung ergibt sich ebenfalls eine von der Wellenzahl k unabhängige Relation.

$$c \left((c - U)^2 - gH \right) - gC(c - U) = 0 \quad (4.13)$$

Bezüglich der Variablen c ist die Gleichung kubisch und beinhaltet daher genau eine weitere Lösung. Diese beschreibt die Propagation der Sohlstörungen. Da nur eine Lösung hinzugekommen ist, wird bereits klar, daß die Sohlstörungen nur in eine Richtung, nämlich mit der Strömung wandern. Auch in diesem Fall bleibt der Imaginärteil von c Null, es tritt daher ohne Sohlreibung kein Anfachen und kein Abflachen der Störungen auf.

Die vollständige Relation 4.11 kann mit Hilfe eines Mathematikprogrammes gelöst werden. Die vollständige Lösung ist allerdings so lang und unübersichtlich, daß sie hier nicht wiedergegeben wird. Die drei Wurzeln der Relation 4.11 können nach Vorgabe konkreter Parameter aus dem in Tabelle 4.1 angegebenen Wertebereich berechnet werden. Diese Wurzeln geben auch in diesem Fall die Fortschrittsgeschwindigkeiten von zwei Oberflächenwellen wieder, wie sie auch bei fester Sohle auftreten, zusätzlich tritt jetzt eine dritte Lösung auf, die der flußabwärts wandernden Störung entspricht. Die Propagationsgeschwindigkeiten sind unter Berücksichtigung der Sohlreibung allerdings komplexwertig. Die Störungen sind im gesamten natürlicherweise auftretenden Bereich stabil, d.h. ihre Amplitude nimmt ab.

U	-2 ... +2 m/s
H	0.01 ... 10 m
r_f	0.0005 ... 0.005
k	0.1 ... 1000 m ⁻¹
C	10 ⁻⁹ m

Tabelle 4.1: Wertebereiche der Modellparameter, die in der linearen Analyse angenommen wurden.

Es würde die Physik stark verfälschen, wenn die Störungen als Folge der Numerik an der Gewässersohle schneller wandern könnten als die Oberflächenwellen. Für die morphodynamischen Beschleunigungsfaktoren (siehe Abschnitt 5.10.2) stellt deshalb das Verhältnis der Fortschrittsgeschwindigkeiten eine harte Grenze dar! Der morphodynamische Faktor wird in der Bodenevolutionsgleichung eingeführt. Er kann direkt auf die linearisierte Konstante für diese Gleichung multipliziert werden.

Als Beispiel sei hier die Meyer-Peter, Müller-Gleichung verwendet. In stark vereinfachter Form kann sie geschrieben werden:

$$q_{GP} = C_{MPM} \cdot (u^* - u_c^*)^{3/2} \quad (4.14)$$

Der Koeffizient C_{MPM} liegt für natürliches Sediment bei 0,35s²/m. Falls z.B. $u^*=0,035$ m/s (für $u_m=0,8$ m/s) und $u_c^*=0,013$ m/s (für $u_m=0,3$ m/s) ist, dann ist der linearisierte Transportparameter C gleich $5,3 \cdot 10^{-5}$ m. Für die typischen Bedingungen und Dünen der Länge 100m liegt die entsprechende Propagationsgeschwindigkeit bei $6 \cdot 10^{-5}$ m/s (Realteil der dritten Wurzel). Wird in C eine Beschleunigung von Faktor 10² berücksichtigt, liegt sie bei 0,005m/s, bei der Beschleunigung 10³ liegt sie bei 0,05m/s. Diese grob geschätzte Propagationsgeschwindigkeit der Sohlformen muß jetzt kleiner sein als die Geschwindigkeit der Oberflächenwellen. Diese liegt bei einer Wassertiefe von 0,8m bei 3m/s. Bei einer Beschleunigung von 10⁴ wird bereits die Physik gestört. Hinzu kommt, daß die Strömungsgeschwindigkeiten und damit auch der Transportparameter C im Flachen deutlich ansteigen, wohingegen die Wellenpropagationsgeschwindigkeit hier noch geringer wird. Es kann daher gefordert werden, daß die morphodynamische Beschleunigung Faktoren größer als 10⁴ nicht erreichen sollte.

Von besonderem Interesse sind die Bereiche der Eingangsparameter, in denen die imaginären Teile von c negativ werden und eine Anfachung der Lösung zu erwarten ist. Die Wertebereiche der Eingabeparameter U, H, r_f, k, C sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Diese linearisierten Parameter stellen eine Lösung des Ausgangsproblems dar und sind untereinander abhängig. Die Fließgeschwindigkeit U ist neben dem Gefälle vor allem von H und r_f abhängig.

Über den hier beschriebenen Parameterbereich treten keine negativen Imaginärteile auf. D.h., alle Störungen werden gedämpft. Je größer Reibung und Transportparameter, desto schneller fallen die Amplituden der Störungen mit der Zeit ab.

Im Ergebnis ist zu erwarten, daß auch in eindimensionalen numerischen Modellen keine Anfachung von Störungen zu erwarten ist. Die Ergebnisse stellen vielmehr eine Reaktion des Modelles auf von außen wirkende Störungen dar. Im Modell wird sich mit der Zeit ein stationärer Endzustand einstellen, wenn keine zeitvariablen Einwirkungen von außen auftreten.

4.4 Alternierende Bänke (2D)

Die Arbeiten von E. Hansen 1967 (in [12]) und Callander 1969 [12] gelten als die ersten Arbeiten, die ein zweidimensionales morphodynamisches System mathematisch analysieren und dabei Instabilität nachweisen. Von Callander 1969 wird gezeigt, daß ein Kanal mit beweglicher Sohle im zweidimensionalen Fall immer instabil ist. In der Folge ist eine Vielzahl von Arbeiten zu diesem Effekt veröffentlicht worden, darunter Engelund 1970 [28], Engelund und Skovgaard 1973 [32], Engelund 1975 [30], Parker 1976 [84] und Fredsøe 1978 [35].

Die Beiträge unterscheiden sich durch geringfügig unterschiedliche Formulierungen des Problems, also des mathematischen Gleichungssystems. Hansen 1967 und Callander 1969 nahmen die Sedimenttransportrichtung parallel zur Strömungsrichtung an. Die wesentlichen zur Instabilität führenden Terme sind daher die Bodenreibung und der Impulstransport. Die Lösung wurde in Längsrichtung als harmonische Funktion gesucht. Für die Querrichtung ergab sich dann aufgrund der Randbedingungen eine beliebige Anzahl n von Halbwellen. Für beliebige Parameter des Problems, einschließlich der Wellenlänge der Lösung und der Anzahl von Halbwellen in Querrichtung (Reihen von Bänken), kann dann die Frequenz und die Verstärkung der Lösung errechnet werden. Die Lösung mit der größten Wachstumsrate oder auch Instabilität wird sich durchsetzen und in der Natur auch zu beobachten sein. Falls für eine Parameterkonstellation keine Wellenlänge mit Instabilität auftritt, so sollte der Fluß einen gestreckten Verlauf ausbilden. Liegt das Maximum bei einer Halbwelle ($n = 1$), dann wird Mäandrierung vorliegen. Ein Flechtstrom bildet sich, wenn die maximale Instabilität bei einer mehrreihigen ($n > 1$) Variante anzutreffen ist. Während die ersten Untersuchungen keinen stabilen Bereich auswiesen, ist bereits bei Engelund 1970 [28] ein stabiler Bereich vorhanden. Die Ursache dafür liegt in der Berücksichtigung des Hangabwärtstriebes. Der Hangabwärtstrieb wirkt glättend auf die Sohlformen. Wo die Instabilität nur gering war, kann er daher die Lösung stabilisieren. Am stärksten wirkt sich diese Stabilisierung auf die kurzen Wellenlängen aus. Die größte Instabilität weisen ohne Hangabwärtstrieb die kurzen Wellenlängen aus. Der Fluß würde in eine unendliche Anzahl kleiner Arme zerfallen. Es stellte sich also heraus, daß insbesondere der Hangabwärtstrieb eine enorme Bedeutung für die Morphodynamik eines Fließgewässers hat. Dies wurde auch in den numerischen Simulationen deutlich. Am Beispiel der Restrecke der Elbe wird gezeigt, daß ohne Hangabwärtstrieb die gesamte Sohle von diagonal zur Strömungsrichtung orientierten Strukturen überzogen ist. Diese bilden sich hauptsächlich an den Störstellen, die die Bühnenköpfe darstellen, aus. Erst nach Einschalten des Hangabwärtstriebes verschwinden diese Strukturen. Zurück bleiben nur die Bühnenkopfkolke.

Weitere Verbesserungen sind in der Folge gemacht worden. Engelund und Skovgaard 1973, [32] verwendeten einen Ansatz, der die Sekundärströmung berücksichtigt. Darüber hinaus berücksichtigen sie den Hangabwärtstrieb. Fredsøe 1978 [35] berücksichtigt zusätzlich Suspensionstransport in einer weiteren Gleichung. Dadurch wird der lokale Zusammenhang von Sohlschubspannung und Sedimenttransport aufgehoben und ein Nachlauf des Suspensionstransportes realisiert. Die Wirkung des Suspensionstransportes ist wiederum eine Verstärkung der Instabilität. Die Ursache dafür ist vor allem die, daß der Suspensionstransport nicht dem Hangabwärtstrieb unterliegt. Der Anteil des suspendierten Sedimentes steigt aber erst mit der Sohlschubspannung an. Die Änderungen sind also für die Bereiche mit den größeren Schubspannungen stärker. Die Übergänge verzweigt zu mäandrierend und zu gestreckt sind jetzt beinahe unabhängig vom Shields-Parameter.

Ein gestreckter Lauf bildet sich bei $B/H < 8$ und ein verzweigter bei $B/H > 60$. Beim Vergleich seiner Ergebnisse mit den Beobachtungen von Leopold und Wolman 1957 [63] und einigen anderen Quellen zeigt sich bereits eine gute Übereinstimmung. Die Arbeit von Fredsøe 1978 [35] gilt diesbezüglich als die erfolgreichste.

Eine schwach nichtlineare Analyse des zweidimensionalen Falles ist von Schielen u.a. 1993 [95] vorgenommen worden. Für das linearisierte System kommt Schielen zu dem in Abb. 4.1 gezeigten Stabilitätsdiagramm. Die nichtlineare Analyse ergibt eine weitere Unterteilung der alternierenden Bänke in periodische und quasi-periodische. Letztere sind nichtlinear instabil und werden aus drei verschiedenen Wellen gebildet. Die Lösung ist dadurch keine harmonische sinusförmige Bodenwelle mehr, sondern eine eher zufällig die Wellenzahl ändernde Sohlstruktur. Die Stabilitätsbereiche sind in Abbildung 4.2 für einen Parametersatz abgebildet. Knaapen u.a. 1998 [59] stellen einen Vergleich der Ergebnisse von Schielen 1993 [95] mit Labordaten an und kommen zu dem Ergebnis, daß die schwach nichtlineare Stabilitätsanalyse den Messungen sehr nahe kommt.

Beachtlich ist, daß nur zwei wesentliche Parameter für die Einschätzung der Stabilität notwendig sind, 1. das Breiten-Tiefen-Verhältnis und 2. die Wellenlänge. Für die von Knaapen verwendeten Sedimentparameter können sich unterhalb eines Breiten-Tiefen-Verhältnisses von ca. 18 keine alternierenden Bänke bilden.

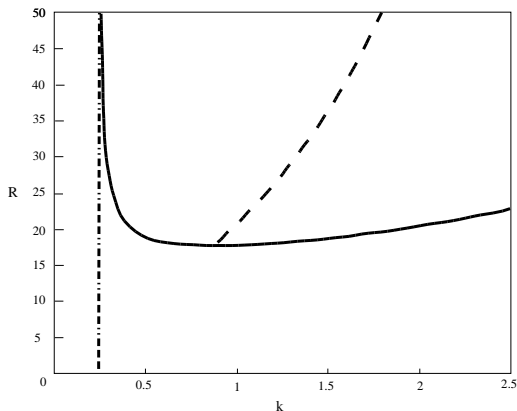


Abbildung 4.1: Stabilitätsdiagramm der linearen Analyse von Schielen 1993 [95], aus Knaapen [59]. (R Breiten-Tiefen-Verhältnis, k Wellenzahl) Die maximale Verstärkung ist durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet.

4.5 Modellierung der alternierenden Bänke

Die oben beschriebenen alternierenden Bänke können in einem vertikal integrierten Modell abgebildet werden. Zunächst wurde daher das dreidimensionale Modell auf die Bodenreibungsschicht reduziert eingesetzt. Was hier nur einer Veränderung der Parameter bedurfte. Dann wurde ein Modellgebiet, wie es von Tubino 1991 [108] physikalisch modelliert wurde, erstellt. Tubinos Rinne hat eine Breite von 0,6m und eine Länge von 19m.

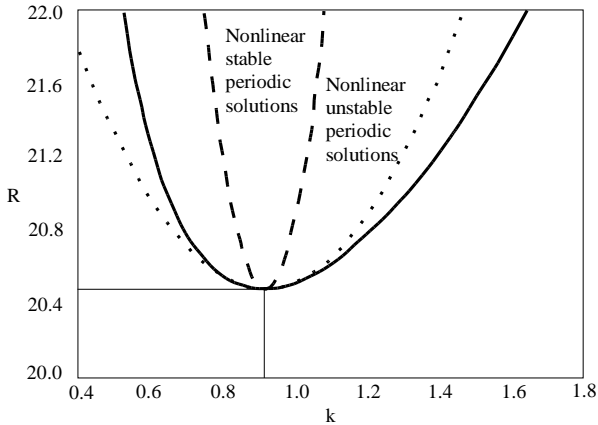


Abbildung 4.2: Stabilitätsdiagramm einer nichtlinearen Analyse nach Schielen 1993 [95] für die Parameter $r_f=0,007$; Exponent der Transportformel 5. R ist das Breiten-Tiefe Verhältnis und k die Wellenzahl der Sohldeformation .

Der mittlere Korndurchmesser beträgt 1,1mm, die Fließtiefe 2 bis 3,4cm, der Durchfluß 5l/s und das Gefälle 7%. Nach einer Zeit von 30 bis 90min stellen sich im Versuch Bänke einer Wellenlänge von 3 bis 4m und einer Höhe von 2 bis 3,5cm ein. Diese propagieren mit einer Geschwindigkeit der Größenordnung 5 bis 10cm/min.

Ein im Rahmen dieser Arbeit durchgeführter numerischer Versuch mit einer 33m langen Rinne erwies sich als zu kurz. Die alternierenden Bänke entstanden zwar, aber bevor sie eine Höhe von 1cm erreichen konnten, trafen sie bereits auf den Ausstromrand des Modells. Die Länge des Modellgebietes wurde daraufhin auf 333,3m vergrößert. Die Breite war 60cm wie in Tubinos Versuch. Die Anzahl der Knoten betrug 50000, wobei jeweils 10 Knoten in Querrichtung nebeneinander lagen. Der morphologische Beschleunigungsfaktor ist vom Faktor 1 nach 1000 Sekunden Modellzeit auf 10 und nach 2000 Sekunden Modellzeit auf 50 erhöht worden. Anfänglich sind nur geringste Störungen der Wassertiefe im Modell zu beobachten. Diese rühren vor allem aus der begrenzten Zahlendarstellung, aber auch von den Randbedingungen, die nicht exakt der Modellösung entsprechen her. Nachdem diese Anfangsstörungen sich umzulagern beginnen, stellt sich auf der gesamten Fließlänge eine Tendenz zur Herausbildung der alternierenden Bänke ein. Nach dem ersten Erhöhen der morphologischen Beschleunigung im numerischen Modell entwickeln diese sich sehr rasch weiter. Nach kurzer Zeit erreichen sie eine Amplitude, die bereits die nichtlinearen Terme bedeutend werden läßt. Die Bänke verändern dabei ihre Form, wie in Abbildung 4.3 zu sehen ist. Aus den Abbildungen ist ersichtlich, daß die alternierenden Bänke des numerischen Modells sehr gut mit denen des Modellversuches übereinstimmen. Die Wellenlänge beträgt 3 bis 4m, die Höhe erreicht ca. 3cm und bleibt dann stabil. Die Propagationsgeschwindigkeit ist stärker von den Transportraten abhängig. Im numerischen Modell propagierten die Bänke mit ca. 8cm/min., was erstaunlich gut mit den beobachteten Werten übereinstimmt. Die Strecke, die die Bänke im Endzustand zu ihrer Entwicklung benötigten, betrug ca. 30m vom Einlauftrand des numerischen Modelles aus

gemessen. Diese im Vergleich große Distanz kann mit den im Vergleich zum hydraulischen Modell sehr geringen Störungen am Einlaufrand des numerischen Modelles erklärt werden.

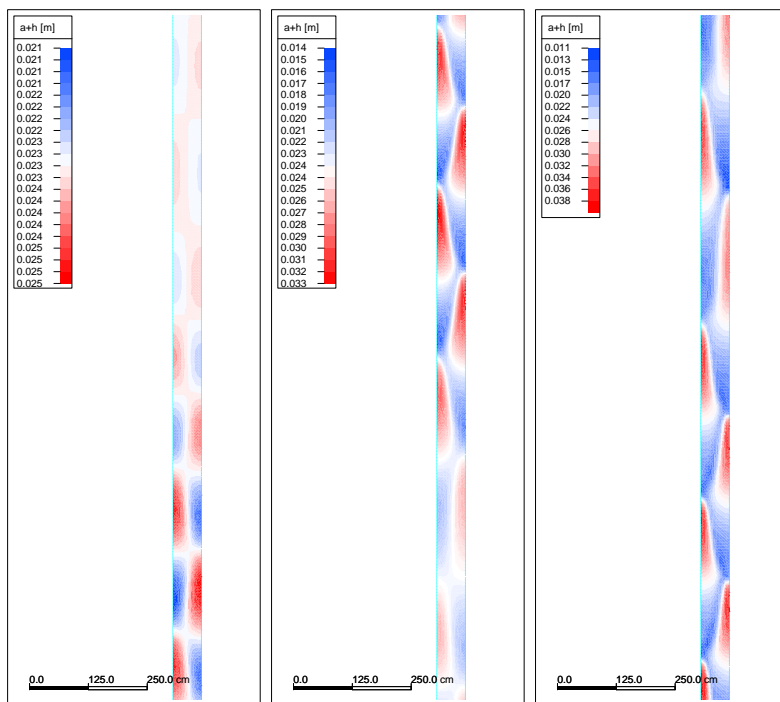


Abbildung 4.3: Numerische Simulation von alternierenden Bänken entsprechend dem Versuch von Tubino (drei Entwicklungsstadien von links nach rechts voranschreitend; die Skalenbereiche wurden dabei vergrößert)

Die Rinne wurde in weiteren Simulationsläufen breiter gemacht, bis im numerischen Modell auch mehrreihige Bänke auftraten. Diese sind in Abb. 4.4 zu sehen. In der linken Abbildung beträgt die Breite der Rinne 1,93m, die mit 30 Knoten aufgelöst sind, in der rechten 5,9m mit 60 Knoten. In diesen beiden Beispielen war die Breite der Bänke größer als die im Versuch von Tubino. Die Rinne von Tubino war demzufolge hinsichtlich der Breite noch nicht an der Grenze des Bereiches der einreihigen Bänke. Die Länge der Bänke vergrößerte sich bei den breiteren Rinnen auf ca. 5,5m und die Propagationgeschwindigkeit schwankte zwischen 6 und 10cm in der Minute.

4.6 Freie und erzwungene alternierende Bänke

Die alternierenden Bänke werden auch als freie Bänke (free bars) bezeichnet, weil sie ohne äußere Einwirkung aus dem System selbst heraus entstehen. Prinzipiell kann vermutet

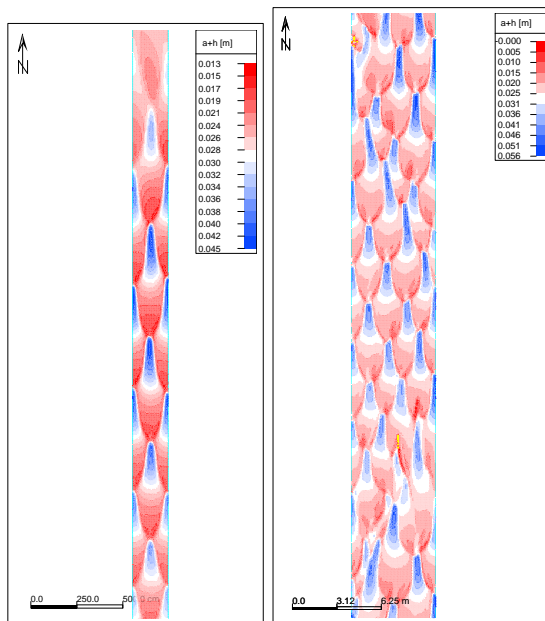


Abbildung 4.4: Darstellung der Sohldeformation von mehrreihigen Bänken (multiple rowed bars) für 2 (links) und 5 (rechts) alternierende Bank-Reihen.

werden, daß die alternierenden Bänke den Anstoß für die Entstehung von Flußmäandern geben. Trotzdem existiert eine große Zahl anderer Erklärungen der Mäandrentstehung. Die wesentlichen Einwände bestanden in den doch sehr unterschiedlichen Längen und Fortschrittsgeschwindigkeiten von Mäandern und alternierenden Bänken. In verschiedenen physikalischen Modellversuchen hat sich jedoch gezeigt, daß aus den propagierenden alternierenden Bänken in Verbindung mit Ufererosion ein Rinnenverlauf entstehen kann, der einem mäandrierenden Fluß bereits sehr ähnlich sieht. In diesem Stadium der Entwicklung bilden sich erzwungene Bänke heraus, die durch die Krümmung der Uferlinie hervorgerufen werden. Diese sind zunächst noch mit den freien Bänken überlagert (Ikeda 1989 [46]). Wenn die Uferlinie so geschwungen ist, daß sie einen Winkel von dreißig Grad und mehr zur Gerinrichtung bildet, werden die frei propagierenden alternierenden Bänke vollends eingefangen, wandern nicht mehr weiter und orientieren sich in der Folge an den Flußkrümmungen. Unklar bleibt nach wie vor der genaue Weg des Übergangs von den relativ schnell propagierenden freien Bänken zu den Auslenkungen des Flußlaufes, die für sich genommen einer längeren Zeit zur Ausbildung bedürfen.

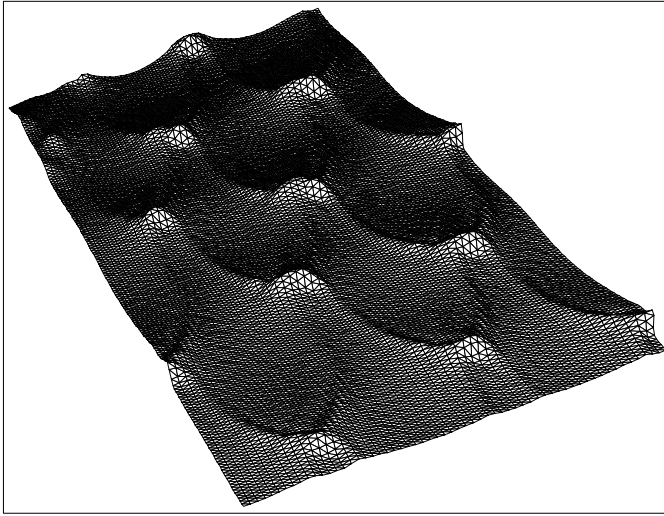


Abbildung 4.5: 3D Darstellung der Sohldeformation von mehrreihigen Bänken (multiple rowed bars) auf dem Rechennetz

4.7 Zusammenhang zwischen Kurvenkolken und erzwungenen alternierenden Bänken

In zwei unabhängigen Arbeiten von Struiksma u.a. 1985 [104] und von Blondeaux und Seminara 1985 [7] wurde einige Jahre nach der Entwicklung der Theorie der alternierenden Bänke ein Zusammenhang zwischen den alternierenden Bänken und der Anordnung der stärksten Eintiefungen von Kurvenkolken hergestellt. Die Kolke in langen, abrupt beginnenden Kurven haben bekanntlich die Tendenz in bestimmten Abschnitten der Kurve weit tiefer zu sein als an anderen ("overdeepening"). Eine gewisse Ähnlichkeit mit den alternierenden Bänken deutet sich an. Allerdings wandern die alternierenden Bänke mit einer für die Morphodynamik hohen Geschwindigkeit (im oben beschriebenen Versuch von Tubino waren es 8cm/min.) flußabwärts. Die Eintiefungen der Kurvenkolke wandern dagegen fast gar nicht. Die Propagation von Mäandern schließt Ufererosion ein und vollzieht sich deutlich langsamer. Daher wurde in den genannten Beiträgen mit denselben Gleichungen, die die alternierenden Bänke beschreiben, jetzt der Fall einer gekrümmten Flußstrecke auf Existenz von nicht propagierenden Lösungen hin untersucht. Diese existieren tatsächlich. Da diese Bänke durch die Änderung des Krümmungsradius hervorgerufen werden, sind sie sozusagen von der Berandung erzwungen worden und werden "forced bars" - erzwungene Bänke - genannt. Zu der weit geringeren Propagationsgeschwindigkeit gehört auch eine andere Wellenlänge der Sohldeformation. Von Struiksma u.a. 1985 [104] wurde dazu eine Stabilitätsanalyse für stehende Sohldeformationen vorgenommen. Die Bänke sind in diesem Fall etwas länger als die frei propagierenden alternierenden Bänke. Wiederum als exponentiell wachsende oder verschwindende Wellen werden sie in der Form $e^{kx+\pi y/B}$

gesucht.

$$(k\lambda_w)^2 + (k\lambda_w)i \left[\frac{N-3}{2} - \frac{\lambda_w}{\lambda_s} \right] - \frac{\lambda_w}{\lambda_s} = 0 \quad (4.15)$$

$$\lambda_w = \frac{H}{2r_f}; \quad \lambda_s = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{B}{H} \right)^2 f_s \frac{u^{*2}}{\rho'gd} H$$

Die Konstante f_s ist hier dieselbe, wie in Tabelle 3.2 auf Seite 59. Je größer f_s , desto kleiner der Hangabwärtstrieb. Die Autoren setzen für f_s den Wert 1,5 ein.

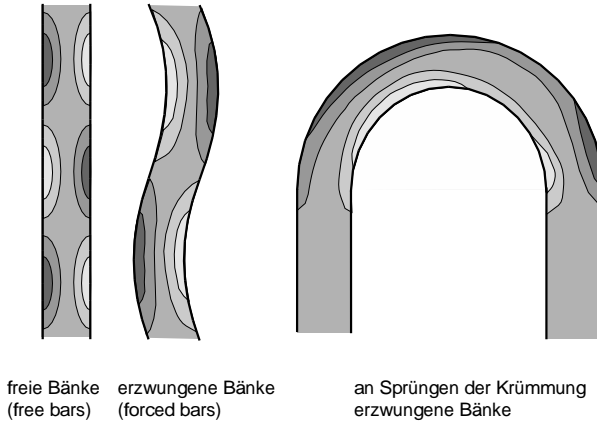


Abbildung 4.6: Bekannte Sohldeformationen, die nach dem Prinzip der alternierenden Bänke zu erklären sind

Die Eigenschaften der erzwungenen Bänke können Hinweise auf die Lage und die Sensitivität der Lage der Kurvenkolke in den in dieser Arbeit untersuchten Flußkurven liefern. Formel 4.15 wird daher hier für auf die Parameter des Versuches von Odgaard angewendet, der in Kapitel 6 mit dem morphodynamischen Modell SMOR simuliert wird. In Abbildung 4.7 ist ein Vergleich von Modell und Formel zu sehen. Eine Anpassung der Parameter war notwendig. Der Reibungsbeiwert mußte um den Faktor 2 erhöht und der Hangabtriebsbeiwert β um den Faktor 2 verringert werden, um die gute Übereinstimmung zwischen Odgaards Versuch und berechneten Werten zu erzielen. Wie stark der Einfluß der verschiedenen Parameter ist, kann Abbildung 4.8 entnommen werden. Die vier Diagramme zeigen eine Variation des in Abbildung 4.7 dargestellten Zustands.

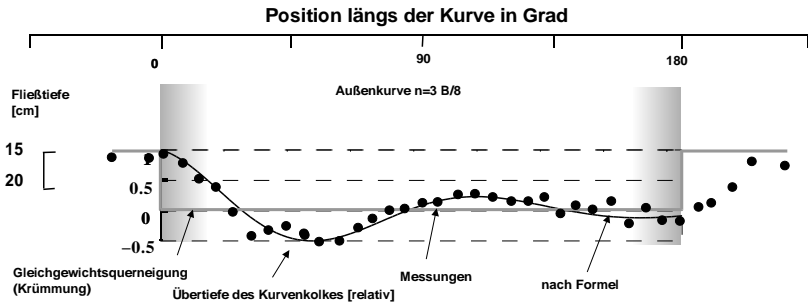


Abbildung 4.7: Vergleich der Formel von Struiksma u.a. 1985 [104] mit den Versuchsergebnissen von Odgaard.

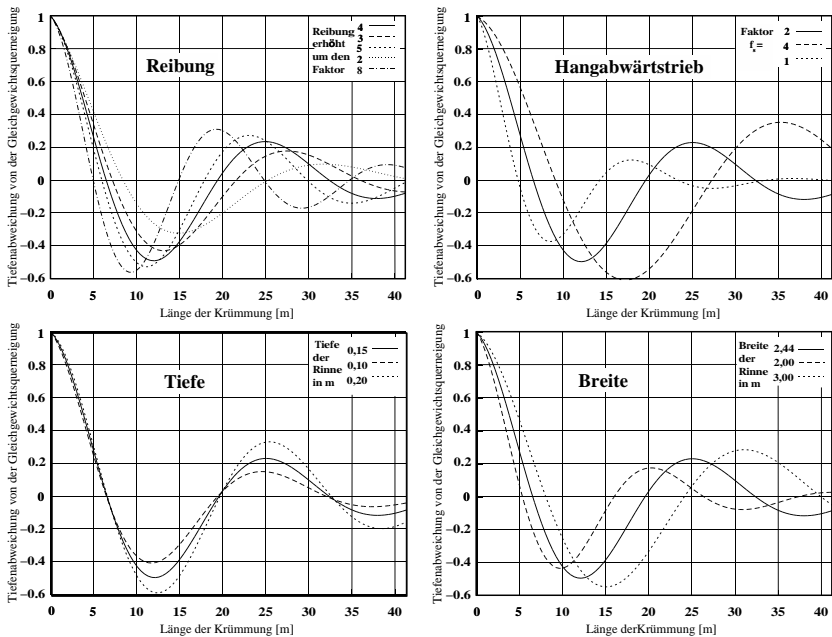


Abbildung 4.8: Auswertung der Formel von Struiksma u.a. 1985 [104] hinsichtlich der maßgeblichen Größen Reibungsbeiwert, Faktor des Hangabwärtstribes, Tiefe und Breite der Rinne, für den Versuch von Odgaard. Deutlich ist der starke Einfluß des Hangabwärtstribes zu sehen, der um den Faktor 2 variiert wurde.

Kapitel 5

Diskretisierung im Modell SMOR3D

5.1 Vorbemerkung zu mehrdimensionalen Modellen

Das für die vorliegende Arbeit formulierte numerische Modell SMOR3D ist ein Rechenprogramm, mit dem unterschiedliche Problemstellungen für verschiedene Gewässerabschnitte bearbeitet werden können. Es wurde kein modular aufgebautes Modell erstellt, das zwischen einzelnen Modulen für Strömung und Morphodynamik Daten austauscht, sondern eines, das im expliziten Verfahren die Modellgleichungen simultan löst.

In jedem numerischen Modell stecken drei wesentliche Schritte auf dem Weg von der realen Physik zum numerischen Ergebnis. Wichtig sind die richtige Einbeziehung der beteiligten Prozesse und deren mathematischer Formulierung, die Wahl der richtigen Parameter im mathematischen Problem sowie die richtige Lösung des mathematischen Problems. Die Kontrolle dieser drei Schritte kann entsprechend als Validation, Kalibration und Verifikation eines Modelles verstanden werden. Im folgenden sei zunächst auf die mathematischen Gleichungen und dann auf deren Diskretisierung eingegangen.

Da es immer wieder Schwierigkeiten mit der Nomenklatur von Modellen gibt, muß an dieser Stelle kurz auf die Einteilung eingegangen werden. Durch einige Arbeiten haben sich Begriffe wie Quasi-3D Modell, $2\frac{1}{2}$ D und semi-analytisches Modell verbreitet. Bei der Verwendung dieser Begriffe muß sehr darauf geachtet werden, die tatsächlichen Möglichkeiten, also verfahrensbedingte Vor- und Nachteile der Modelle nicht aus den Augen zu verlieren. Allzu schnell wirken diese Begriffe abwertend.

Zur kurzen und bündigen Definition der verschiedenen Modelle werden die folgenden Kürzel und Namen verwendet (hier aus Wang 1988 [115]; X.-Y. Jin 1993 [54]):

- 3D - voll dreidimensionale Modelle werden diejenigen Modelle genannt, die die abhängigen Strömungsgrößen in allen drei Raumdimensionen diskret auflösen.

Neben einer Behandlung der drei Raumdimensionen durch das gleiche Diskretisierungsverfahren zählen auch die beiden folgenden Typen als dreidimensionale Modelle:

- Mehrschichtenmodelle (multi-layer model) lösen den Wasserkörper durch eine Reihe von homogenen Schichten auf. Die Schichtgrenzen sind beweglich. Die Strömung und die Dichte werden pro Schicht gemittelt. Die Schichtgrenzen stellen physikalische Dichtesprünge dar und werden daher durch spezielle For-

meln bzw. Randbedingungen zeitlich variabel berechnet. Dies macht besonders in geschichteten Wasserkörpern - vor allem in tieferem Wasser - Sinn.

- Multi-level Modelle unterscheiden sich prinzipiell nicht von den multi-layer Modellen, es stehen lediglich die Schichtgrenzen im Vordergrund. Es kann die Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung getroffen werden.
- Q3D und $2\frac{1}{2}$ D: Quasi dreidimensionale Modelle unterscheiden sich von "richtigen" dreidimensionalen Modellen dadurch, daß von einer Trennung der vertikalen und der horizontalen Richtungen Gebrauch gemacht wird (**Vertical-Horizontal-Splitting VHS** oder auch **mode splitting**).

Die Unterscheidung der horizontalen und vertikalen Richtungen sieht so aus, daß je Zeitschritt zunächst die tiefenintegrierten Gleichungen, also Kontinuitäts- und Impulsgleichungen, gelöst werden (external mode) und erst in einem Nachlaufschritt die vertikale Verteilung der Geschwindigkeiten (internal mode) aus dem entkoppelten vertikalen Problem ermittelt wird.

Man kann weiterhin **semi-analytische** 3D Modelle unterscheiden. Dies sind Modelle, die die vertikale Verteilung der Größen analytisch (in mathematischen Gleichungen) berechnen und nur die horizontalen Richtungen und die Zeit diskret auflösen. Die analytische Betrachtung der Verteilung der Modellgrößen über die Vertikale wird oft auf der Grundlage von untereinander orthogonalen Formfunktionen vorgenommen. Oft werden auch die ersten Eigenfunktionen des vertikalen Problems, z.B. der Advektions-Diffusionsgleichung, mit einer angenommenen Verteilung der Diffusionskonstante bzw. der Viskosität verwendet. Man spricht auch von Moden (engl. mode) (Jin und Kranenburg 1993 [53]). Diese Art der Aufteilung in Moden hat ihre Vorläufer in analytischen Lösungswegen in ozeanographischen Problemen. Dort werden als Moden die Eigenvektoren des verallgemeinerten vertikalen Problems bezeichnet. Diese Moden beschreiben die Vertikalverteilung einer Strömungsgröße und können nun wie Formfunktionen behandelt werden. Für jede dieser Formen wird eine Variable (je Knoten) bereitgehalten.

Durch Verwendung unterschiedlicher Schrittweiten für die Berechnung der horizontalen (external) Mode (**time splitting**) kann eine erhebliche Beschleunigung der Rechenzeit erreicht werden.

- Mehrschichtenmodelle (multi-layer-model) bestehen in vielen Fällen aus einer geringen (z.B. kleiner 4) Anzahl von Schichten. Die Aufteilung in Schichten dient der Berücksichtigung unterschiedlicher Effekte mit bestimmten Einflußbereichen. Die Schichten werden einzeln vertikal integriert und stehen untereinander durch eine Reibung der Schichten und Massenaustausch in Verbindung. Als Beispiel kann ein Zweischichtenmodell von S. Diebels 1995 [22] zur Berechnung von Seiches genannt werden, bei dem eine Aufteilung der Schichten entsprechend der Lage der Dichtesprungschicht erfolgte.

Mehrschichtenmodelle wurden doppelt aufgeführt. Sie werden unterschiedlich eingeordnet. Dies hat seine Ursache in der unterschiedlichen Definition der Schichten. Es wird zwischen Mehrschichtenmodellen, die die Vertikale in eine große Anzahl von vollkommen gleich behandelten Schichten aufteilen, und Mehrschichtenmodellen, die mit der Aufteilung in Schichten eine Trennung von physikalischen Größen oder Effekten beabsichtigen, unterschieden.

5.2 Ansatz in SMOR3D

Bei der Wahl der Diskretisierungsmethode für das vorliegende Modell standen zwei Beweggründe im Vordergrund. Erstens war bereits einige Erfahrung mit der FEM vorhanden und zweitens zeigten die bereits durchgeführten Anwendungen, welche Stärke die variable und sehr flexible Gitternetzauflösung der FEM bedeutet. Die Nachteile bei der Unterdrückung von entkoppelten Lösungen (wiggles) sind bekannt und Lösungsmöglichkeiten von verschiedenen Autoren aufgezeigt worden. Die Nachteile in der Rechenzeit werden in Kauf genommen. Von der Möglichkeit, den FEM-Ansatz auch in der Vertikalen durch Tetraeder-Elemente zu nutzen, wurde jedoch nicht Gebrauch gemacht, da davon kein deutlicher Vorteil zu erwarten war. Vielmehr wurde das Dreiecksnetz in ein Prismennetz umgewandelt. Die Berechnungen in der Vertikalen wurden mit FD Operatoren ausgeführt. Dies erleichtert die Formulierung und liefert ausreichend Freiheit, das Gebiet gut aufzulösen.

Im folgenden wird die Diskretisierung einzelner Terme angesprochen. Es ist keine einheitliche Diskretisierung der gesamten Gleichungen angestrebt worden, da der Charakter der einzelnen Terme bekanntlich sehr unterschiedlich ist. Bis auf die hier genannten Besonderheiten folgt die Diskretisierung den Standardverfahren. Diese sind in der Literatur bereits umfassend bekannt. Mit denselben Notationen, wie den in dieser Arbeit verwendeten, ist auch mein Skript zur Lehrveranstaltung "Numerische Simulationen in Wasserbau" geschrieben, auf das hier ebenfalls verwiesen sei.

Das Modell kann trotz der Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung als echt dreidimensionales Modell und nicht Quasi-3D Modell bezeichnet werden. Unter einem Quasi-3D Modell wird hier, wie auch bei X.-Y. Jin 1993 [54], ein Modell verstanden, das zunächst nur den Wasserstand berechnet und sozusagen im Nachlaufschritt die Verteilung der Geschwindigkeiten über die Vertikale. Dies trifft für das hier verwendete Modell nicht zu. Die Geschwindigkeiten werden in jedem Zeitschritt an jedem Tiefenpunkt berechnet und erst danach für die Kontinuitätsgleichung integriert.

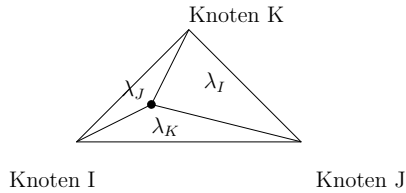
5.3 Zeitintegration

Für die Approximation der Zeitableitungen wurden Finite Differenzen eingesetzt, die die Herleitung der diskreten Form einfach werden lassen. Es wurde ein explizites Zeitintegrationsschema mit konstanten Schrittweiten verwendet. Dies ist insbesondere im Zusammenhang mit Trockenfallen und Überfluten von Teilen des Modellgebietes von Vorteil. Es wurde ein dreizeitebenen leap-frog Schema zur Zeitintegration eingesetzt.

5.4 Auflösung der Horizontalen

In der Horizontalen wird das Rechengebiet in lineare Dreieckselemente unterteilt. Gitternetze aus Dreieckselementen sind im Vergleich zu Viereckselementnetzen weitaus flexibler. Die Freiheitsgrade für die Geschwindigkeiten, Wasserstände und Drücke befinden sich dabei in den Dreieckseckpunkten. Die Berechnung der Elementmatrizen folgt der Bubnov-Galerkin-Methode der gewichteten Residuen. Die Massenmatrix ist, wie dies für explizite Schemata notwendig ist, diagonalisiert worden (mass lumping).

In einem linearen Dreieckselement sind die natürlichen Koordinaten gleich den Flächenkoordinaten oder auch baryzentrischen Koordinaten (Abb. 5.1).



$$\lambda_I = F_I/F ; \lambda_J = F_J/F ; \lambda_K = F_K/F$$

Abbildung 5.1: Flächenkoordinaten des Dreieckes

Mit diesen lassen sich die linearen Formfunktionen im Dreieckselement definieren (Abb. 5.2).

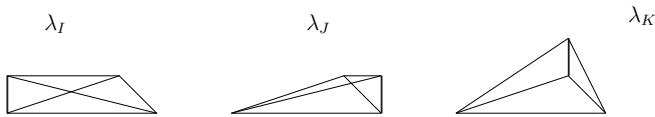


Abbildung 5.2: Formfunktionen Φ_i

Die Transformation von natürlichen zu Kartesischen Koordinaten ist durch folgende Matrix gegeben:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_I & x_J & x_K \\ y_I & y_J & y_K \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_I \\ \lambda_J \\ \lambda_K \end{pmatrix}$$

Wobei x_I, y_I die Koordinaten des Knoten I des Elementes sind, u.s.w.
Zur Rücktransformation muß die Matrix invertiert werden:

$$\begin{aligned} Det(M) &= 2F \\ M^{-1} &= \begin{pmatrix} y_J - y_K & x_K - x_J & (x_J y_K - y_J x_K) \\ y_K - y_I & x_I - x_K & (x_K y_I - y_K x_I) \\ y_I - y_J & x_J - x_I & (x_I y_J - y_I x_J) \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2F} \\ &= \begin{pmatrix} \beta_I & \gamma_I & (x_J y_K - y_J x_K) \\ \beta_J & \gamma_J & (x_K y_I - y_K x_I) \\ \beta_K & \gamma_K & (x_I y_J - y_I x_J) \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2F} \end{aligned}$$

Die Ableitungen der natürlichen Koordinaten λ_i nach x und y entsprechen nun genau der ersten und zweiten Spalte der inversen Matrix M^{-1} .

5.4.1 Corioliskraft und Wandreibung

Der Einfluß der Erdrotation wird in vereinfachter Form als Rotation um die lokale Vertikale berücksichtigt. Die entsprechenden Terme sind in den Impulsleichungen 3.1, 3.2 enthalten. Sie wirken als Volumenkraft.

Die benetzten Wandflächen des Modells setzen sich aus Sohle und Gebietsrändern zusammen. Senkrechte Seitenwände sind im Modell nur an den Gebietsrändern vorhanden. Abbruchkanten sind in der Formulierung nicht vorgesehen. Alle Böschungen müssen durch Elemente mit nicht verschwindender horizontaler Ausdehnung abgebildet werden. Für den Term der Sohlreibung wird ein Korrekturfaktor der Fläche im Falle geneigter Sohle notwendig. Vor allem im Falle der Berechnung der Rinnenversuche wird die seitliche Begrenzung des Modellgebietes durch den Rand des Elementnetzes gebildet. In diesem Fall ist eine besondere Berücksichtigung der Wandreibung notwendig. Die Fläche berechnet sich in diesem Fall aus den Längen der Kanten des geschlossenen Randes (β, γ) und der Dicke der jeweiligen Schicht. Dieser Term ermöglicht bei ausgebildeter Kurvenströmung die Existenz einer Sekundärströmungswalze mit umgekehrtem Drehsinn.

Die Terme für die Corioliskraft und die Wandreibung werden, genau wie die Zeitableitung, mit der Massenmatrix multipliziert. Bei der Sohlreibung wird eine Linearisierung mit den elementgemittelten Geschwindigkeiten und der elementgemittelten Schichtdicke aus der mittleren Zeitebene vorgenommen. Die Sohlreibung ist ähnlich wie die Terme für den turbulenten Austausch auf die alte $t - \Delta t$ und die neue $t + \Delta t$ Zeitebene aufgeteilt worden, also teilweise implizit implementiert worden. In seltenen Fällen von sehr starker Sohlreibung kann andernfalls Instabilität durch diesen Term hervorgerufen werden.

5.4.2 Terme für turbulenten Austausch

Die Terme zweiter Ordnung sind im Rahmen der vorliegenden Arbeit, wie allgemein üblich, mit dem Green-Gaußschen Integralsatz behandelt worden. Eine deutliche Stabilisierung konnte durch ein Schema nach du Fort und Frankel erreicht werden. Dabei wird für die zweiten Ableitungen nach den Ortskoordinaten der Wert des zentralen Knotens nicht allein von der mittleren Zeitebene t verwendet, sondern zur Hälfte von der alten $t - \Delta t$ und von der neuen $t + \Delta t$ Zeitebene, nach du Fort Frankel Abbildung 5.3. Dies bewirkt eine erhebliche Steigerung der Stabilität des Schemas. Ohne diese Formulierung konnten Instabilitäten durch die Terme zweiter Ordnung beobachtet werden.

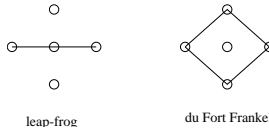


Abbildung 5.3: du Fort Frankel Schema zur Berechnung der dispersiven Terme

Zur Gewährleistung einer exakten Impulserhaltung des Rechenschemas kommt eine Korrektur für die an der Oberfläche und an der Sohle variierenden Schichtdicken zum Einsatz. Der Impulsfluß entsprechend dem Ansatz:

$$\nu_t \text{grad}(u) \tag{5.1}$$

wird mit der elementgemittelten Schichtstärke multipliziert und dann durch die Schichtstärken an den Kanten dividiert. Dadurch wird eine Impulserhaltung gewährleistet.

5.4.3 Advektion des Impulses

Um ein möglichst stabiles, konservatives Modell zu erhalten, wurde der klassische upwind-Ansatz (Verfahren erster Ordnung) beim Impulstransport verwendet. Das Verfahren ist monoton. Ein monotones Verfahren erzeugt kein overshooting. Aus einem Theorem von Godunov kann geschlossen werden, daß es kein Schema höherer Ordnung gibt, das gleichzeitig monoton wäre. Hier wurde die zuverlässigste Variante gewählt.

$$F_{xI} = \bar{u} \cdot (1 + \text{sign}(1, \bar{u} \cdot \gamma_I))$$

$$F_{yI} = \bar{v} \cdot (1 + \text{sign}(1, \bar{v} \cdot \beta_I))$$

An einem Beispiel in der Tiderinne Hörnum Tief, siehe Abb. 5.4, konnte gezeigt werden, daß ein erhebliches Überschwingen bei Verwendung von zweiter Ordnung genauen zentralen Differenzen im Übergangsbereich vom Außensand in die Tidrinne auftrat.

Darüber hinaus ist das klassische upwind-Verfahren konservativ, hier also impulserhaltend. Die Wahl eines upwind Verfahrens für den Impulstransport machte sich auch positiv hinsichtlich der Erzeugung von wiggles bemerkbar, die durch das Fehlen des Überschwingens weniger stark angeregt wurden.

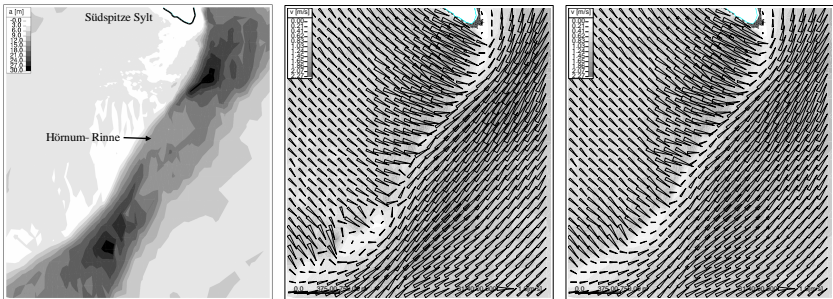


Abbildung 5.4: Überschwingen der Geschwindigkeiten bei Flutstrom am Übergang von den flachen Theeknobs-Sänden in die Tiderinne Hörnum-Tief südlich Sylt bei der Verwendung von zentralen Differenzen (mitte) und mit upwinding (rechts). Links ist die Tiefenverteilung abgebildet. Die Berechnungen wurden mit SMOR3D ausgeführt.

5.4.4 Druckkorrektur

Die Kopplung von partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung kann zur Entstehung zweier entkoppelter Lösungen im Rechengebiet, den sogenannten "wiggles" führen. Unten wird ausführlich auf die Wechselwirkung der verschiedenen Terme eingegangen. Da das Modell nicht gestaffelt formuliert wurde - dies würde die Anzahl der Variablen sehr stark

vergrößern - wurde hier eine Druckkorrektur analog der von Rhie und Chow 1983 [88] eingebaut. Diese kann im Modell wahlweise eingeschaltet werden.

Dazu wird in jedem Element ein Druckkorrekturterm definiert, der lokal auf die Geschwindigkeiten addiert wird, wenn die neuen Drücke (Wasserstände) berechnet werden. Die Divergenz der Geschwindigkeiten in der Kontinuitätsgleichung wird mit den Geschwindigkeiten von den Nachbarknoten berechnet. Diese Geschwindigkeiten an den Nachbarknoten sind aus dem Mittelwert der Druckgradienten der dort angrenzenden Elemente berechnet. Bei der Berechnung der neuen Drücke (Wasserspiegellagen) am Knoten wird jetzt der in den Geschwindigkeiten enthaltene Druckgradient korrigiert, indem der Mittelwert der Druckgradienten aus den Geschwindigkeiten wieder eliminiert und dafür die Druckgradienten der direkt angrenzenden Elemente eingesetzt werden.

Die Kontinuitätsgleichung ist vereinfacht:

$$\Delta h = -\Delta t \cdot \text{div}(\bar{u}\Delta z) \quad (5.2)$$

Der Anteil des Elementes i für Knoten j in der Kontinuitätsgleichung ist:

$$\Delta h_j = \Delta t \cdot (\bar{U}_i \beta_j^i + \bar{V}_i \gamma_j^i) 1,5 \Delta z \quad (5.3)$$

An dieser Stelle werden für die Druckgradienten-Anteile in den Geschwindigkeiten Korrekturen vorgenommen:

$$\Delta h_{j\text{korrigiert}} = \Delta t \cdot (\bar{U}_{i\text{korrigiert}} \beta_j + \bar{V}_{i\text{korrigiert}} \gamma_j) 1,5 \Delta z \quad (5.4)$$

$$\bar{U}_{i\text{korrigiert}} = \bar{U}_i - \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Element i}} + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Kn. I}} + \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Kn. J}} + \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Kn. K}} \right) \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Element i}} = (\beta_i^i p_I + \beta_j^i p_J + \beta_K^i p_K) / (2F_i) \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Knoten}} = \sum_i \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\text{Element i}} \cdot 2F_i / \sum_i 2F_i; i - \text{über alle Nachbarelemente} \quad (5.7)$$

Diese Korrektur ähnelt der Verwendung des Mini-Elementes, in welchem eine sogenannte bubble-Funktion zu den Formfunktionen des Elementes hinzugefügt wurde. Die Bildung von wiggles wird wirkungsvoll verhindert.

Im Vergleich zum Ansatz einer bubble-Funktion bleibt leider noch ein Nachteil bestehen, der allgemein den nichtgestaffelten Verfahren gemeinsam ist. An einer scharfen Ecke des Rechengebietes - z.B. einer Hafeneinfahrt, einer Mole - wird im Rechnernetz ein Knoten angeordnet, um diese 90° Ecke "sauber" im Netz abzubilden. Wenn an diesem Knoten aber die Geschwindigkeiten definiert sind, so wird diese Geschwindigkeit an der Ecke durch die Strömung aus dem Hafenbecken abgelenkt. Dieser eine Geschwindigkeitsvektor steht gleichsam für zwei sehr unterschiedliche Strömungsbereiche. Die dadurch auftretenden Probleme, z.B. auch bei der Berechnung des Staupunktes, können weit besser mit einer tatsächlich gestaffelten Anordnung der Rechenknoten für die Geschwindigkeit und den Wasserstand behandelt werden.

5.4.5 Trockenfallen

Ganz wesentlich für die Einsatzfähigkeit von Modellen im Küstenbereich ist die Fähigkeit der Modelle Teile des Modellgebietes Trocken fallen zu lassen. Im Wattbereich können 50% und mehr des Gebietes trockenfallen.

Die wesentlichen Anforderungen an eine Implementierung, die das Trockenfallen erlaubt, sind die folgenden:

1. Stabilität des Verfahrens,
2. Volumentreue,
3. Durchfluß auch bei schmalen Rinnen aus einer Knotenreihe mit trockenen Nachbarknoten und
4. kein Durchströmen von trockenen Bereichen, die aus einer Knotenreihe bestehen (Buhnen),
5. keine Erzeugung von Störungen des Wasserstandes (wiggles), gleichmäßiges Ablauen des Wassers im Falle konstanter Geschwindigkeiten (Hier ist ein geringer Einfluß der Gitternetzauflösung und geringer Wasserstände an den Knoten in der Nähe des Wattrandes gefordert.).

Durch die nicht gestaffelte Formulierung, siehe auch Abschnitt 5.6.1, sind diese Forderungen nur schwer zu erfüllen. Hauptaugenmerk wurde auf die unbedingte Stabilität (Punkt 1) des gesamten Modelles gelegt. Vom hier vorgestellten Modell SMOR3D werden die Punkte 1, 2 und 3 erfüllt.

Die Implementierung sieht folgendermaßen aus:

Vor der Berechnung der Impulsgleichungen wird eine Diagnose des betreffenden Elementes vorgenommen.

Im Falle, daß ein Knoten trocken ist und der Wasserstand an jedem der beiden feuchten Knoten tiefer liegt als die Geländehöhe des trockenen Knotens, wird nur die Ableitung im Wasserstand entlang der feuchten Kante berücksichtigt.

Falls zwei Knoten eines Elementes trocken sind, wird geprüft, ob der Wasserstand an feuchten Knoten höher als das Gelände an einem der beiden trockenen Knoten liegt. Der Gradient des Wasserstandes wird nur entlang dieser Kanten berücksichtigt.

Die Divergenz in der Kontinuitätsgleichung wird für alle Knoten elementweise berechnet. Für Knoten, die am Wattrand liegen, wird der Anteil der Wasserstandsänderung aus einem teilweise trockenen Element mit dem Korrekturfaktor 1,5 im Falle eines trockenen Knotens und mit dem Korrekturfaktor 3 im Falle von zwei trockenen Knoten multipliziert. An den trockenen Knoten wird die Divergenz nicht berücksichtigt.

Trockene Knoten sind durch einen Wasserfilm von weniger als 2cm (einstellbar) gekennzeichnet. An Knoten mit einem negativem Gesamtwasserstand wird die Geschwindigkeit auf Null gesetzt.

Dadurch bleibt der Wasserstand auf der Geländehöhe oder knapp darunter stehen. Am Wattrand kann dies bei grober Auflösung zu sichtbaren Wasserspiegelneigungen führen. Ein kontinuierliches Abfließen des Wassers, wie es theoretisch der Fall wäre, ist auf diese

Weise ebenfalls nicht möglich. Erfüllt sind dafür die beiden wesentlichen Anforderungen an die Wattstrategie. Das Volumen wird erhalten und das Modell bleibt bei den unterschiedlichsten Elementkonfigurationen stabil.

5.5 Auflösung der Vertikalen

In vielen Anwendungen hat es sich als vorteilhaft erwiesen, an jedem Rechenpunkt die gleiche Anzahl von Schichten zu haben. Dies ist mit der sogenannten σ -Transformation in verschiedenen Modellen realisiert worden. Diese Transformation stellt eine Normierung der vertikalen Koordinate dar. Sie hat folgende Vorteile:

1. Eine physikalisch zutreffendere Behandlung der Vorgänge, da die sohnahen Geschwindigkeiten tangential zur Sohle verlaufen (falls es keine Ablösung gibt).
2. Bei der Modellierung von längeren Flußabschnitten (z.B. 50km und mehr) mit einer Höhendifferenz von mehreren Metern ragen streng horizontale Schichten weit über bzw. unter den Flußlauf hinaus. Dies wird mit der σ -Transformation vermieden.
3. Die Sohl Schubspannungen werden glatter abgebildet, da die Schichten nicht die Sohle schneiden und an den Stellen, wo sie dünn werden, zu Approximationsschwierigkeiten führen.
4. Auch in flachen Seitenbereichen ist eine ausreichende Auflösung der Vertikalen vorhanden.

Andererseits sind für Modelle mit σ -Transformation Schwierigkeiten mit der lateralen Diffusion und mit Druckgradienten bekannt.

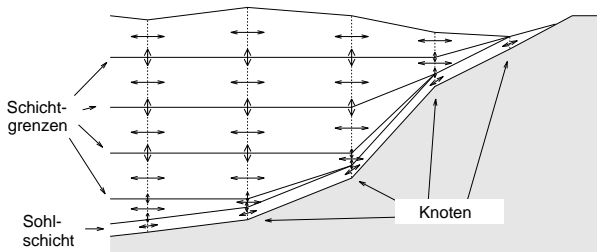


Abbildung 5.5: Schema der Schichtaufteilung

Die Vertikale wird in eine Anzahl von Schichten aufgeteilt. Zunächst wurde eine σ -Transformation eingesetzt. Die Erfahrungen im Bereich Hörnum-Rinne ließen jedoch vermuten, daß die sich über die gesamte Wassertiefe der Sohle anpassenden Schichtgrenzen in Zusammenhang mit einer starken Richtungsabhängigkeit des verwendeten Advektions-schemas erster Ordnung zu einer Unterschätzung der Walzenströmung über dem Leehang von den Theeknobs in die Hörnum-Rinne hinein geführt hatten. Daher wurde zu streng horizontal ausgerichteten Schichtgrenzen übergegangen. Die oberste und unterste Schicht

werden jeweils von der Wasseroberfläche und von der Sohle begrenzt. Die Tiefenverteilung wird, wie im vertikal integrierten Modell, richtig wiedergegeben.

Die in der Vertikalen am stärksten wirkenden Terme sind die Terme für den turbulenten Austausch. Mit einer expliziten Formulierung wären durch sie nur sehr kleine Zeitschrittweiten möglich. Daher wurde an jedem Knoten, der jetzt eine Reihe von übereinanderliegenden Geschwindigkeitspunkten bildet, eine implizite Berechnung der Geschwindigkeiten vorgenommen. Dies kostet kaum Rechenzeit, da die eindimensionale Ausrichtung der Knoten zu tridiagonalen Matrizen führt, welche sehr schnell ausgerechnet werden können.

Für Bewegungen mit freier Oberfläche erhält man aus der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} \quad (5.8)$$

wobei q_x und q_y die Durchflüsse aller Schichten sind. Diese werden schichtweise berechnet.

$$DIV(Layer_i) = -\frac{\partial u_i \cdot \Delta h_i}{\partial x} - \frac{\partial v_i \cdot \Delta h_i}{\partial y}$$

Δh_i ist die Stärke der Schicht i .

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\sum_{i=Bodenschicht}^{Oberfläche} DIV(Layer_i)$$

Die vertikale Geschwindigkeitskomponente w berechnet sich dann allein aus den Divergenzen in den Schichten. Allgemein gelten die Randbedingungen:

$$\begin{aligned} w|_{Oberfläche} &= +h_t + uh_x + vh_y \\ w|_{Boden} &= -ua_x - va_y \end{aligned}$$

Für streng horizontal ausgerichtete Schichtgrenzen kann allerdings auf die Berechnung der Sohlgradienten verzichtet werden. Beginnend mit $w = 0$ kann w für die Schichtgrenzen knotenweise aus der Summe der Divergenzen vom Boden an aufsummiert werden:

$$w(j) = \sum_{i=Bodenschicht}^j DIV(Layer_i)$$

5.5.1 Sohlreibungsschicht

In Rechenläufen des Modells machte sich sehr schnell einer der Nachteile von Modellen mit fester Schichtgrenze bemerkbar. Die Sohl Schubspannungen wurden durch sehr geringe Schichtdicken der Sohl schichten relativ zu groß. Entlang der Sohle kam es zu Sprüngen der Sohl Schubspannung. Dies konnte auch durch die Verwendung von Rauheit Höhen anstelle von Reibungsbeiwerten nicht verhindert werden. Das führte dazu, das bestimmte Sohl lagen vom Modell vermieden wurden. Wenn dieser Effekt auch gering war (die Schichtdicken mußten auf weniger als 1mm zurückgehen, um diesen Effekt zu erzeugen) so machte er sich doch durch eine gewisse Unruhe in den Sohl lagen bemerkbar. Das wirkte insbesondere in den Berechnungen zur Mäanderbildung negativ. Als Ausweg wurde direkt an der Sohle eine extra Schicht eingezogen, die mit konstanter (kleiner) Schichtdicke der Sohle folgen sollte. Dadurch konnten Sprünge in der Verteilung der Schubspannungen vermieden werden.

5.5.2 Druck und Advektion des Impulses

Die Implementierung des Impulstransportes in der Vertikalen wurde nach anfänglich anderen Versuchen mit einem robusten Verfahren erster Ordnung implementiert. Je Schichtgrenze wird der Impulsstrom von einer Schicht zur anderen ausgerechnet und entsprechend abgezogen oder addiert. Dabei werden auch die Schichtstärken berücksichtigt.

Der Druck wird im Falle von Dichteunterschieden aus den unterschiedlichen Dichten von Oberfläche bis in die Tiefe der Schicht integriert.

5.6 Implementierung der Bodenevolutionsgleichung

Die Bodenevolutionsgleichung, die gelegentlich Exner-Gleichung oder auch Sedimentkontinuitätsgleichung genannt wird, dient als Grundlage zur Berechnung der Tiefenänderungen. Die Geschiebetransporte werden bilanziert und nach Berücksichtigung der Porosität in Tiefenänderungen umgerechnet. Diese relativ einfache Berechnung ist mit zwei tatsächlich wesentlichen Schwierigkeiten verknüpft. Erstens kommt es durch die Rückwirkung der Sohlagen auf die Strömung im numerischen Modell sehr schnell zur Bildung von wiggles. Und zweitens kann es sein, daß bestimmte Sohlbereiche nicht erodierbar sein sollen, d.h. die Tiefen dürfen hier einen bestimmten Wert nicht überschreiten. Auf beide Punkte wird in Kapitel 3.6.1 ausführlicher eingegangen.

5.6.1 Bedingung für eine Kopplung der strömungs- und morphodynamischen Gleichungen

Schwierigkeiten mit gekoppelten Differentialgleichungssystemen erster Ordnung sind bekannt. Die Diskretisierung mit zentralen Differenzen der Weite $2\Delta x$ läßt immer eine Stützstelle des Rechnernetzes aus. Damit ist die Grundlage für die Herausbildung von entkoppelten Lösungen bereits gegeben. Die entkoppelten Lösungen entfernen sich zwar nur bei entsprechender Anregung voneinander, die Praxis zeigt jedoch leider, daß eine solche Anregung fast immer vorhanden ist. Probleme, wie bei implizit formulierten Modellen mit dem Gleichungssystemlöser, gibt es bei expliziten Modellen zwar nicht, das verhindert jedoch nicht die Existenz von physikalisch unsinnigen entkoppelten Lösungen. Genaugenommen wird durch diese Entkopplung das Auflösungsvermögen des Modelles beeinträchtigt, da jede Lösung nur jede zweite Stützstelle berücksichtigt. Die Verwendung von numerischen Filtern hat mit den Modellgleichungen und der zugrundeliegenden Physik nichts zu tun, sondern stützt sich lediglich auf die Annahme, der Werteverlauf müsse gleichmäßig sein.

Wie bei der Lösung von Transportproblemen steht hier die exakte Volumenerhaltung und Stabilität im Vordergrund. Die Genauigkeit im Sinne der Konvergenzordnung der Diskretisierung steht bei den zu modellierenden immer zu grob aufgelösten Systemen im Hintergrund. Deshalb muß etwas ausführlicher auf die Schwankungen im Abstand der Gitternetzauflösung eingegangen werden.

Für die Navier-Stokes Gleichungen und die Flachwassergleichungen sind bereits entsprechende Lösungswege erarbeitet worden. Innerhalb der Finite-Elemente-Methode haben Brezzi und Babuska [2] eine Bedingung formuliert, deren Erfüllung dafür garantiert, daß keine entkoppelten Lösungen im Rechengebiet entstehen können. Die derzeit verwen-

Gleichung	Variable und einfließende gekoppelte Variable	
	Geschwindigkeitsformulierung	Durchflußformulierung
Impuls	$u - h_{,x}, (u^2)_{,x}$ oder $uu_{,x}, u^2/H$	$q - h_{,x}, (q^2/H)_{,x}, (q/H)^2$
Kontinuität	$h - (uH)_{,x}$ oder $u_{,x}, a_{,x}, h_{,x}$	$h - q_{,x}$
Boden- evolution	$a - (u^n)_{,x}$ oder $u^{(n-1)}u_{,x}$	$a - (q/H)_{,x}^n$ oder $\frac{q^{(n-1)}}{H^n}q_{,x} - \frac{q^n}{H^{(n+1)}}(a + h)_{,x}$

Tabelle 5.1: Ursachen für die Existenz entkoppelter Lösungen

denen Wege zur Vermeidung entkoppelter Lösungen können wie folgt unterteilt werden:

1. Berücksichtigung der Eigenschaften des partiellen Differentialgleichungssystems bei der Festlegung der Lage der Rechenpunkte (Freiheitsgrade) für die zu modellierenden Größen zueinander.
 - (a) Verwendung von versetzten / gestaffelten (staggered) Gitternetzen (betrifft FD und FV Methoden) (Hansen 1956 [40], Harlow 1965 [41], Leenderste 1967 (in Versteegh 1989 [113])).
 - (b) Ebenfalls hierzu ist die sogenannte Mixed Finite Element Methode zu zählen. Diese ist jedoch tatsächlich weit komplizierter als die versetzten Gitternetze selbst, da es die verschiedensten Elemente und denkbaren Kombinationen von Elementen gibt.
2. Zusammenfassen der mathematischen Gleichungen zu einer Gleichung mit höheren Ableitungen. Dieses ist die sinnvollste Methode, solange die Gleichungen einfach bleiben. In den meisten Anwendungen, so auch bei den Flachwassergleichungen, führt dieser Ansatz zu einer deutlichen Komplizierung der Modellgleichungen. Dieser Weg wurde von Lynch 1979 [66] vorgeschlagen. Die Lösung der Wellengleichung ist sehr stabil und nicht fehleranfällig, da die dort auftretenden zweiten Ableitungen zentriert sind.
3. Einführung von numerischen Korrekturtermen. Rhie und Chow 1983 [88] waren die ersten, die die wiggles bei der Lösung der Bewegungsgleichungen vom Navier-Stokes Typ explizit durch eine Modifikation des Modellansatzes auf der Ebene der diskreten Modellgleichungen zu lösen versuchten. Sie schlugen vor, auf den überströmten Volumenrändern einen Wert zur Druckkorrektur zu positionieren, der auf der Basis der Kontinuitätsgleichung berechnet wird. Der korrigierte Druck geht dann in die Berechnung der Geschwindigkeiten ein (siehe auch Abschnitt 5.4.4). Ebenfalls hier ist die Impuls-Interpolations-Methode von Majumdar 1988 [67] einzuordnen.

Im instationären Fall lassen sich die Differentialgleichungen bestimmten Variablen und damit bestimmten Knoten zuordnen. Auf dieser Grundlage kann eine einfache Analyse des Gleichungssystems vorgenommen werden. Aus den Differentialgleichungen sind für die Durchfluß- und die Geschwindigkeitsformulierung die partiellen Ableitungen erster Ordnung in Tabelle 5.1 zusammengestellt. Auch über andere Terme sind die Variablen stark gekoppelt. Dies betrifft in diesem Fall den Reibungsterm in den Impulsgleichungen. Dieser ist ebenfalls aufgeführt. Er enthält die lokale Wassertiefe H . Besonders im Fall von beweglicher Sohle sorgt dieser Term für eine Kopplung zwischen lokalen Geschwindigkeiten und Wassertiefe.

Mit Hilfe der Tabelle 5.1 soll (für den eindimensionalen Fall) analysiert werden, welche Kombination von partiellen Ableitungen nicht ohne die Verwendung zentraler Differenzen mit der Schrittweite $2\Delta x$ auskommt.

Soll nur der hydrodynamische Teil, bestehend aus Impuls- und Kontinuitätsgleichung, gelöst werden, so ist unschwer zu erkennen, daß die Transportterme grundsätzlich mit Schwierigkeiten verbunden sind. Diese Schwierigkeiten lassen sich nur durch die Verwendung entsprechender Verfahren für die Diskretisierung der Transportgleichung (upwind, Riemannsche Näherungslösungen) in bekannter Weise behandeln.

Solange die Sohle festgehalten wird, bietet sich die oben beschriebene Lösungsmöglichkeit eines gestaffelten Gitternetzes an. In der Impulsgleichung tritt die erste Ableitung des Druckes/Wasserstandes auf und umgekehrt in der Kontinuitätsgleichung die erste Ableitung der Geschwindigkeiten nach x . Dies läßt eine sinnvolle Lösung des Problems im 1D und, wie bekannt ist, auch im 2D Fall durch Versetzen der Gitternetze zu.

Kommt allerdings eine bewegliche Sohle hinzu, so stellt man fest, daß trotz des versetzten Gitternetzes für den hydrodynamischen Teil an der Sohle $2\Delta x$ -Wellen¹ entstehen. Ohne bewegliche Sohle existierte diese Entkopplung nicht. Dazu tragen zwei Terme bei:

1. Entsprechend der Bodenevolutionsgleichung sollte die Tiefe a gegen die Geschwindigkeit u versetzt sein. Ist sie es nicht, liegen also a und u gemeinsam in einem Punkt vor, so kann Sediment durch eine Erhebung aus einer Knotenreihe ohne weiteres hindurchtransportiert werden.

2. Der zweite Term steht in der Kontinuitätsgleichung. Eine Sohlerhebung wird durch das Geschwindigkeitsfeld nur dann bemerkt, wenn u und a am selben Ort definiert sind - sonst kann u die Änderung nicht abbilden - und wenn andererseits der Wasserstand durch die Kontinuitätsgleichung dahin gebracht wird, daß er vor der Erhebung ansteigt und so die Geschwindigkeit über der Erhebung antreibt.

Zumindest für vertikal integrierte Modelle wird in den Reibungstermen der Impulsgleichungen die Wassertiefe an der gleichen Stelle wie die Geschwindigkeit benötigt. Da durch die Wassertiefe dividiert wird, machen sich kleine Änderungen der Tiefe gerade bei geringen Wassertiefen sehr stark bemerkbar. Die Ableitung der Tiefe tritt in der Kontinuitätsgleichung auf. Demnach sollten h und a versetzt sein. Diese Schwierigkeit betrifft alle drei Gleichungen, wenn auch die Kopplung über die Impulsgleichung sicherlich die stärkere ist. Modelle mit versetztem Gitter sind ebenso betroffen, wie solche ohne versetztes Gitternetz.

Durch den Einsatz der Druckkorrektur nach Rhie und Chow 1985 [88] in Zusammenhang mit knotenweiser Berechnung der Transportraten im 3D Modell und einem upwind Ansatz kann eine Oszillation der Sohlagen über mehrere Knoten hinweg entstehen. Dies wird so interpretiert, daß die Druckkorrektur der Entkopplung der Lösung nur in der Kontinuitätsgleichung entgegenwirkt. Die Geschwindigkeiten werden nur indirekt durch ihre Abhängigkeit vom glatteren Wasserstandsverlauf korrigiert. Im dreidimensionalen Fall und mit beweglicher Sohle gibt es jedoch für die Geschwindigkeiten genug Anregung doch zu entkoppeln. Die Oszillation könnte nun über die Korrektur im Wasserstand sogar angeregt werden.

Die gleichen Schwierigkeiten treten im Falle der Verwendung der konservativen Durch-

¹ $2\Delta x$ -Wellen eine Länge von genau der doppelten Gitternetzweite. Sie sind die kürzesten Wellen, die im numerischen Modell abgebildet werden können

flußformulierung der Impulsgleichung auf. Auch hier sollte entsprechend der Bodenevolutionsgleichung der Geschiebetransport zwischen den Tiefenpunkten angeordnet sein. Der Reibungsterm widerspricht einer solchen Anordnung hier ebenso.

Bei der Verwendung der Wellington-Gleichung (siehe Abschnitt 3.6.2) gestaltet sich diese Analyse tatsächlich ganz genauso. Die Schichtdicke des Geschiebes S sollte an denselben Stellen wie die Tiefenpunkte angeordnet sein, damit Erosion und Akkumulation nicht interpoliert werden müssen. Die Transporte, in diesem Fall nur etwas anders berechnet ($U_S \cdot S$), sollten versetzt berechnet werden. Sie sind linear von u_* abhängig. Die gegenüber der Meyer-Peter, Müller-Formel verbleibende Abhängigkeit von u_*^2 ist in S enthalten. Die Schichtdicke S wird ebenso gegen sich selbst versetzt benötigt, um möglichst exakte Transportmengen zu berechnen. Wird sie interpoliert, so ist bereits eine Glättung vorhanden. Die Aufteilung der Geschiebetransportmengen auf zwei Größen ermöglicht jedoch eine andere numerische Behandlung, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben.

Weil eine versetzte Anordnung des Gitternetzes hier nicht zum Ziel führt, kommt nur die Verwendung von Korrekturtermen bzw. speziellen Verfahren in Frage. Gerade im Fall der Transportgleichung kann das ein upwind Verfahren sein. Prinzipiell muß sichergestellt werden, daß kein Term die Entkopplung verstärkt.

In verschiedenen versuchsweisen Formulierungen hat sich gezeigt, daß eine elementweise Berechnung der Transportmengen vorteilhaft ist. Für jedes Element wird aus den Geschwindigkeiten an den drei Knoten ein Transportvektor berechnet. Diese Glättung macht die Sohländerungen insensitiv gegen $2\Delta x$ -Wellen und ermöglicht darüber hinaus die Einhaltung einer exakten Massenerhaltung. In flachen Bereichen kommt es jedoch noch immer zu wiggles in den errechneten Tiefenverteilungen. Speziell für diese Bereiche kann eine Korrektur analog zur Druckkorrektur von Rhie und Chow 1983 [88] eingesetzt werden. Diese hat die Aufgabe die Änderungen der Tiefe bei nicht versetzter Anordnung der Rechenpunkte von a und u an den Punkten von u für die Berechnung der Kontinuität zu korrigieren. Dies führt im Falle einer sinnvollen Implementierung nicht zu Volumenfehlern!

Erstaunlich stabile Ergebnisse sind auch durch die Verwendung eines Charakteristikenverfahrens zu erzielen, wie es im Modell TIMOR eingesetzt wird. Dies entspricht einem upwind-Ansatz. Nur in relativ seltenen Situationen treten hierbei Ansätze von wiggles auf.

5.6.2 Realisation der Kopplung im Modell

Nach einigen Versuchen hat sich eine Formulierung ohne jede Staffelung als vorteilhaft erwiesen. Die Variablen sind alle in den Knoten der Elemente positioniert. Die Berechnung des Geschiebetransportes wird jeweils für ein Element vorgenommen. Daraus errechnet sich der Geschiebestrom durch ein Element. Diese Formulierung hat Vorteile bei der Berücksichtigung von unerodierbaren Sohlbereichen. Im Element ist auch die Hangneigung direkt zu errechnen, sodaß auch kurzweilige Störungen der Sohle zu entsprechenden Transporten führen. Am Ende ergibt sich eine einfache und übersichtliche Berechnung der realen Geschiebetransportmengen. Einen gewissen Nachteil stellt die nicht gestaffelte Anordnung von Geschwindigkeit und Wasserstand dar, die eine Neigung zur Entkopplung der Lösung hervorruft.

Durch die Auflösung der Vertikale hat die Strömung im Modell, wie in der Natur, die Möglichkeit von der Sohle abzulösen oder sich an die Sohle mit erhöhter Geschwin-

digkeit anzulegen. In der Oberfläche der Sohle treten dann Bereiche mit ausgeprägter Konvergenz und Divergenz im Geschwindigkeitsfeld auf. In zweidimensionalen, vertikal integrierten Modellen sind diese Konvergenzen und Divergenzen weitaus schwächer ausgeprägt. Dies wirkt sich stark auf das Verhalten des Modells aus. Sobald eine Sohlenerhebung entsteht beginnt sich die Leeseite aufzusteilen. Aufgrund der Eigenschaften der Modellformulierung führt dies binnen kurzer Zeit zu unsinnigen Lösungen. Im Modell SMOR3D mußte diesem Phänomen mit dem Einbau eines "upwind"-Verfahrens im Geschiebtrieb begegnet werden. Das "upwinding" wurde auf einfache Weise umgesetzt, indem die Transporte innerhalb eines Elementes aus den Werten der ein oder zwei in Strömungsrichtung gelegenen Knoten errechnet wurden. Eine andere, weniger zuverlässige Möglichkeit der Stabilisierung ist die stärkere Verkopplung der Geschwindigkeiten innerhalb von sohlparallelen Schichten. Durch Impulstransport, turbulenten Austausch oder evtl. Filterung der Geschwindigkeiten innerhalb der Schichten, die parallel zur Sohle liegen, werden die beschriebenen Konvergenzen und Divergenzen deutlich reduziert. Bei Verwendung der σ -Transformation ist dieser Effekt automatisch vorhanden und wird durch die numerische Diffusion verstärkt.

5.7 Zeitschrittweite

Die Stabilitätsgrenze des Leap-Frog Verfahrens für Flachwassermodelle ist durch das Courant-Kriterium definiert. Eine für den praktischen Einsatz geeignete Näherung der kritischen Zeitschrittweite ist:

$$\Delta t < \frac{\sqrt{gH} + |\vec{u}|}{\Delta s} \quad (5.9)$$

Hier ist Δs eine durch das Gitternetz bestimmte Länge, bei Dreieckselementen die Kantenlänge oder die Höhe des Dreiecks. Auf eine nähere Beschreibung wird hier verzichtet, da in der Literatur genügend Arbeiten zu diesem Thema existieren.

5.8 Randbedingungen

Besonders für Langfristprognosen ist eine gute Auswahl der Randbedingungen wichtig. Durch die Randwerte wird die Morphologie entscheidend beeinflusst. Dies trifft auch für den Tidebereich mit seinen alternierenden Strömungen zu.

5.8.1 Strömung

Physikalisch erfordert ein Flachwassergleichungsmodell eine unterschiedliche Anzahl von Randbedingungen. Diese sind in Tabelle 5.2 zusammengefaßt. Erst durch striktes Einhalten der hier angegebenen Anzahl von Randbedingungen wird die mathematische Problemstellung korrekt behandelt. Die hier vorgegebene Anzahl von Randbedingungen ist sowohl für 2D als auch für 3D-Simulationen zutreffend, solange die hydrostatische Druckverteilung im Bereich des Randes angenommen wird.

Als besonders stabil hat sich auch in dieser Arbeit die Steuerung des Modells durch Vorgabe des Wasserstandes am Ausstromrand und des Durchflusses am Einstromrand,

	strömend	schießend
Einstromrand	2	3
Ausstromrand	1	0

Tabelle 5.2: Notwendige Anzahl der Randbedingungen (mögliche Randbedingungen: q_x , q_y und H)

genauer gesagt beider Geschwindigkeitskomponenten, erwiesen. Generell kann man jedoch beliebig wählen. Als sinnvoll hat sich die Vorgabe des in das Gebiet hineintransportierten Impulses erwiesen. Bei Vorgabe von $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ wird ein Modell instabil.

In der Vertikalen werden am Einstromrand die horizontalen Geschwindigkeiten entsprechend der logarithmischen Profilform verteilt. Der aus der 2D-Rechnung bekannte spezifische Durchfluß oder die vorgegebene mittlere Geschwindigkeit werden volumentreu umgerechnet. Die vertikalen Geschwindigkeiten werden an den Randknoten vernachlässigt. Es wird keine Sekundärströmung vorgegeben.

5.8.2 Sediment

Am Einstromrand muß eine Randbedingung für das in das Gebiet hineintransportierte Sediment vorgegeben werden. Nur sehr selten stehen Messungen zum Geschiebetransport zur Verfügung. Da eine falsche Vorgabe des Sedimentzustromes sofort zu starken Sohllagenänderungen direkt am Einstromrand führen würde hat es sich als sehr praktisch erwiesen, den Zuström vom Modell selbst errechnen zu lassen. Für die Sedimenttransportraten wird direkt am Einstromrand Gleichgewichtstransport vorgegeben. Bei Einstromsituationen ändert sich dabei die Tiefenlage der Randknoten nicht.

Bereits in zweidimensionalen Simulationen macht sich ein sonst untergeordneter Effekt bemerkbar. Am Einstromrand ist die Geschwindigkeitsverteilung quer zur Fließrichtung nicht bekannt. Im Modell stellt sich diese dann über die erste Fließstrecke ein. Direkt am Rand muß jedoch die Verteilung der Geschwindigkeiten vorgegeben werden. Diese Geschwindigkeiten bestimmen über die hier angewandte Methode des Gleichgewichtstransportes auch den Zuström an Geschiebe und Schwebstoffen von Oberstrom. Wird der nicht erodierbare Bereich nicht in genügende Entfernung vom Rand ausgedehnt oder kommt es zu einer zu gleichmäßigen Verteilung der Geschwindigkeiten in Querrichtung oder zu einer allzu scharfen Konzentration der Geschwindigkeiten z.B. im Bereich der Fahrrinne kann dieser Ansatz nicht den Gleichgewichtstransport treffen. Die Transportraten sind in der dritten bis vierten Potenz von den Geschwindigkeiten abhängig. Eine andere Verteilung der Geschwindigkeiten führt daher bei gleichem Abfluß zu drastischen Abweichungen in den Transportmengen. Im Falle einer Konzentration der Strömung auf den Hauptstrom, insbesondere im Falle überströmter Bühnen, kommt es daher zu viel zu hohem Sedimenteintrag und es bilden sich starke Auflandungen im Modellgebiet. Im anderen Fall, bei zu gleichmäßiger Geschwindigkeitsverteilung, wird zu wenig Material eingetragen und es kommt zu einer Auskolkung nach der Anpassungsstrecke, das Modellgebiet vertieft sich.

Periodische Randbedingungen helfen im Falle von schematisierten Rechengebieten die Probleme mit der Anpassung der Strömung in den Griff zu bekommen. Diese Variante ist mit dem Modell TIMOR bereits mit großem Erfolg genutzt worden. Das Modellgebiet bestand aus 4 Bühnenfeldern. Die Randbedingungen am Einstromrand wurden aus

den Werten des vierten Bühnenfeldes, jedoch nicht direkt am Modellrand, interpoliert. Es wurden die Geschwindigkeit, die Suspensionskonzentration und die Sohllagen - zuzüglich des Gefälles - auf diese Weise vorgegeben. In der Simulation stellte sich bereits im ersten Bühnenfeld, das nur zur Hälfte im Modellgebiet lag, eine sehr realistische Strömung ein. Bereits die erste Bühne wurde richtig angeströmt. Die Morphologie stellte sich entsprechend bereits an der ersten Bühne genauso ein, wie an den darauffolgenden.

5.9 Anfangsbedingungen

Das zeitabhängige Problem benötigt Anfangsbedingungen. Für die Strömung und den Wasserstand sind diese relativ unkritisch. Wenn sichergestellt ist, daß an jedem offenen Randabschnitt mit zeitabhängigen Randbedingungen feuchte Knoten sind, kann das Modell diese auch berücksichtigen (Diese Einschränkung gilt nicht, wenn die Randbedingungen so implementiert werden, daß auch über trockene Knoten Wasser einströmen kann). Nach kurzer Zeit (je nach Modellgröße Minuten bis wenige Stunden) ist dann die Information des Anfangszustandes aus dem aktuellen Zustand der Variablen durch Sohlreibung, Austausch und numerische Diffusion verschwunden. Daher wurde bisher nur bei sehr langen Flußabschnitten von 40km Länge eine spezielle Interpolationsroutine für eine realistischere Vorgabe der mittleren Wasserspiegelneigung benötigt.

Für den Sedimenttransport sind Anfangsbedingungen nur dann nötig, wenn Ungleichgewichtstransport berechnet wird. Dies trifft insbesondere für den Suspensionstransport zu. Im Falle der Berücksichtigung des Transportes von feinem Sediment in Zusammenhang mit einem großen morphodynamischen Beschleunigungsfaktor kann es zu starken Erosionen kommen, falls keine Suspensionskonzentration bei Start des Programmes vorgegeben wird. In den meisten Fällen ist die Suspensionskonzentration im Modellgebiet unvollständig oder nicht bekannt. Bei einer Vorgabe von Suspensionskonzentrationen, die nicht der Gleichgewichtskonzentration des Modelles entspricht, kommt es - ähnlich wie gerade beschrieben - zu geringfügigen Änderungen der Sohliefen. Die Sohliefen sind jedoch die am besten bekannten Größen in den Modellrechnungen. Daher wurde in Analogie zu den Randbedingungen für Suspensionstransport ein einmaliges Auffüllen des Wasserkörpers mit Sediment nach dem Start des Programmes eingebaut. Dies erfolgt ohne Sohlerosionen. Dadurch konnte ein sauberer Modellstart ermöglicht werden.

5.10 Methoden für Langfristprognosen

Die Kopplung von Strömung und Sedimenttransport muß die zeitliche Variabilität der wirksamen Vorgänge berücksichtigen. An der Küste ist die zeitliche Variabilität durch Meteorologie und Gezeiten bestimmt. Der Seegang wird bereits in gemittelter Form als Wellenenergie berücksichtigt. Im Binnenland sind vorrangig stationäre Abflußzustände und Hochwasserwellen von Interesse. Hochwasserwellen haben eine Dauer von wenigen Tagen, bei kleinen Flüssen sogar Stunden, bis zu wenigen Wochen. Für beide Bereiche sind Langfristprognosen der Morphologie besonders interessant. Die erste wesentliche Vereinfachung ist die Annahme einer Quasi-Stationarität der Strömung und des Wasserstandes über bestimmte kurze Zeiträume mit entsprechend **kleinen** Änderungen der Morphologie. In diesem Fall gibt es keine Wechselwirkungen zwischen Strömung und Morphologie. Das System verhält sich in Bezug zu den Tiefenänderungen linear. Kleine Änderungen

der Morphologie bedeuten in diesem Fall, daß die Hydrodynamik nicht wesentlich beeinflußt wird und die Strömungen (und damit die Schubspannungen an der Sohle) bzw. der Wellenanlauf sich durch die (kleinen) Tiefenänderungen nicht wesentlich verändern. Diese Annahme wird natürlich besonders im flachen Wasser schnell unzutreffend. Nicht jede morphodynamische Simulation hat aber das Ziel nur kleine Tiefenänderungen zu berechnen. In anderen Ansätzen wird versucht, durch Zusammenfassen der wirksamen Ereignisse die Berechnungen zu beschleunigen.

1. **Lineare Superposition:** Solange die Änderungen der Sohle im Simulationsgebiet über einen längeren Zeitraum "klein" sind, können Sohländerungen linear superponiert werden. Dies erlaubt eine Vorausberechnung von Sohländerungen unter bestimmten Verhältnissen/ Randbedingungen und die anschließende gewichtete Addition der entsprechenden Sohländerungen. Für grob aufgelöste, großmaßstabige und langfristige Berechnungen kann mit einer Linearisierung des "stark nichtlinearen" Systems gearbeitet werden. Letztendlich basiert dieser Weg auf einer Massenbilanz und überschläglichen Werten für die Transportraten. Als Anwendung ist hier ein sogenanntes "Küstenlinienmodell" zu nennen, bei dem noch nicht einmal die Küstenquerprofile genau bekannt sein müssen.
2. **Quasi-Stationäre Probleme** (z.B. Flußbau): getrennte Berechnung der Hydrodynamik bis zur Stationarität, dann Berechnung eines morphologischen Schrittes.

Dieser erste morphologische Schritt wird leider in manchen Anwendungen aufgrund fehlender Erfahrungen (oder fehlender Rechnerkapazität) als die morphologische Reaktion des Systems dargestellt. Dies ist nicht empfehlenswert und in der Regel falsch.

Werden weitere Iterationen vorgenommen, so kann mit dieser Annahme ein großer Zeitraum simuliert werden. Dies entspricht der Behandlung des Problems mit der Annahme einer kinematischen Welle oder der Diffusionsanalogie (dazu siehe unten). Von Marburger 1999 [69] wurden auf diesem Weg 13 Jahre eines Rheinabschnittes durchgerechnet. Schwierigkeiten entstehen in solchen Iterationen dadurch, daß die Strömung sich von einer Iteration zur nächsten abrupt ändern kann. Dies kann natürlich durch Verkleinerung der Schrittweite vermieden werden.

3. Verwendung **einer Korrektur mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung:** Annäherung der Änderungen der Geschwindigkeiten durch die simple Annahme, die spezifischen Durchflüsse q_x , q_y an jedem Rechenpunkt seien zeitlich konstant. Bei Verflachung entsteht so eine Erhöhung der Geschwindigkeiten und das System erreicht zunächst so etwas ähnliches wie einen Gleichgewichtszustand. Extrem wird diese Variante im Delfter RAM-Modul (siehe 5.10.3) ausgenutzt. Sie wird auch in Zusammenhang mit der Annahme der Quasi-Stationarität verwendet, um eine wenig rechenaufwendige und stabile Zwischenanpassung der Geschwindigkeiten zu bekommen. Eine Umverteilung der Strömung aufgrund der sich ändernden Sohlreibung von flachen in tiefere Bereiche ist mit diesem Ansatz nicht erreichbar!
4. Das Zusammenfassen von einzelnen Ereignissen basiert prinzipiell auch auf einer Linearisierung des Prozesses. Z.B. laufen in einem Jahr 706 M_2 Tiden an der Nordseeküste entlang. Die Wirkung jeder einzelnen kann für eine Langfristberechnung heute noch nicht im Detail durchgerechnet werden. Die durch die einzelnen Tiden verursachten Tiefenänderungen sind relativ gering. Von Latteux 1988 [61] wurde eine Einteilung der Tiden in Klassen nach ihrem Tidehub und ihrer morphologischen

Wirkung vorgenommen. Dahinter verbirgt sich der Gedanke, die Änderung durch eine einzelne Tide zu berechnen und mit der Häufigkeit des Auftretens zu multiplizieren. Die **morphologische Gezeit** ("morphological tide") - ist nach Latteux 1995 [61] eine morphologisch wirksame Tide, mit der es möglich ist, verschiedene "Klassen" seiner Einteilung, also Tiden mit unterschiedlichen Tidehüben, zusammenzufassen. Der Spring-Nipp-Zyklus wird durch eine einzige periodische Gezeit ersetzt. Latteux fand heraus, daß nicht die mittlere Tide, sondern eine etwas höhere als die mittlere Tide annähernd zu den gleichen Tiefenänderungen führt, wie ein vollständiger Spring-Nipp-Zyklus.

5. **Morphologischer Faktor:** von Zanke 1994 [128] (u.a. auch von Latteux 1995 [61]) in Anlehnung an physikalische Modelle beschrittener Weg der Trennung der Zeitskalen für die Hydrodynamik und die Morphodynamik.

Je nach Intensität der Umlagerungen sind Beschleunigungen von bis zu 100-fach im Gezeitengebiet möglich. Das bedeutet, daß mit 7 Tiden Hydrodynamik bis zu einem ganzen Jahr Morphodynamik simuliert werden kann. Zanke berichtet von einer weit besseren Beschleunigung mit einem Morphologischen Faktor als mit einer Superposition der Wirkung der einzelnen Tiden am Ende jeder Tide, da sich die Tiefen jetzt während der Tide bereits anpassen können und daher keine Schwierigkeiten mit abrupten Tiefenänderungen entstehen.

5.10.1 Kinematische Wellengleichung und Diffusionsanalogie

Zur Berechnung des Abflusses von Hochwasserwellen mit nur langsamer Änderung des Abflusses sind im Falle der eindimensionalen Modellierung zwei (relativ restriktive) Verfahren bekannt. Ein Vergleich der beiden Verfahren wurde von Ponce und Simons 1977 [86] vorgenommen. Diese Verfahren können prinzipiell auch bei morphodynamischen Simulationen eingesetzt werden.

Die kinematische Wellengleichung wird durch Streichen der Zeitableitungen in der Impuls- und in der Kontinuitätsgleichung erhalten. Das Gleichungssystem hat dann elliptischen Charakter. Die Behandlung von elliptischen partiellen Differentialgleichungssystemen verlangt einen guten und effizienten Gleichungssystemlöser. Dieses Verfahren entspricht der Nutzung eines impliziten Rechenverfahrens zur Berechnung der hydrodynamischen Größen, wenn die Zeitschrittweite sehr groß gewählt wird, die Courant-Zahl der Berechnung also weit größer als 1 ist. Die Terme mit den Zeitableitungen werden dann verschwindend klein und es wird praktisch eine Folge von stationären Zuständen ausgerechnet. Es kommt dann zu einer starken Verfälschung der Physik des instationären Afluvvorganges im Untersuchungsgebiet. Inwiefern dies die Morphodynamik beeinflusst, bleibt noch zu untersuchen.

Die Wasserstandsdiffusionsgleichung vernachlässigt lediglich die Inertion des Wasserkörpers $\frac{\partial u}{\partial t}$. Dadurch gelangt man zu einer Aufgabe, die mathematisch gesehen parabolischen Charakter trägt. Diese Klasse von Differentialgleichungen bereitet bei der Lösung weniger Schwierigkeiten. Das numerische Schema muß natürlich dem Charakter der Gleichung angepaßt sein. Allerdings muß auch in diesem Verfahren der Physik Rechnung getragen werden. Die Flutwelle wird in diesem Fall vom Rand aus in das Gebiet hineinkommen. Sie muß sich also auch jetzt von Knoten zu Knoten fortbewegen. Bei zu großen Zeitschritten können sich nun die Abbruchterme der Diskretisierung in der Zei-

trichtung bemerkbar machen.

5.10.2 Morphologische Beschleunigung

Im Modell SMOR wurde die Methode der morphologischen Beschleunigung angewendet. Diese Herangehensweise wurde oben bereits beschrieben. Sie wurde im Binnengewässerbereich noch nicht eingesetzt. Vielmehr stammt sie aus dem durch starke Instationarität geprägten Küstenbereich. Dort ist es notwendig, die alle 12 Stunden wiederkehrende Gezeit und deren Auswirkungen auf die Morphologie zu berechnen.

Solange die Abflußbedingungen stationär sind ist diese Methode in weiten Grenzen mit Faktoren bis zu 10^3 und mehr einsetzbar (siehe Abschnitt 4.3). Im instationären Fall ist diese Art der Beschleunigung allerdings weit stärker eingeschränkt. Die zeitliche Entwicklung des Abflusses muß dann mit dem gleichen Faktor gestaucht werden. Bei Hochwasserwellen von 10 Tagen Dauer führt bereits ein Faktor 10 zu einer deutlichen Verkürzung der Länge der Hochwasserwelle. Wenn der Faktor zu groß gewählt wird, wird auch der Effekt der Hysterese zu stark. Dann kann es im Modellgebiet insgesamt zu Auflandungs- und Erosionserscheinungen im steigenden und fallenden Ast der Welle kommen, die nicht realistisch sind.

5.10.3 RAM-Modul

Der Vollständigkeit halber muß hier das von Roelvink [93] erwähnte RAM (rapid assessment of morphology) Modul genannt werden. Es dient einer Abschätzung von morphologischen Veränderungen ohne aufwendige instationäre Modellrechnungen. Seine Grundlagen können sehr gut im Binnenbereich eingesetzt werden, da es sich hierbei um ein extrem stark vereinfachendes Modell handelt, das von stationären Randbedingungen ausgeht. Es stellt gewissermaßen die konsequente Anwendung der (oben beschriebenen) Kontinuitätskorrektur bis zum Erreichen des endgültigen Gleichgewichtes dar.

Ausgangspunkt sind eine Sedimenttransportgleichung, die auch den Einfluß von Seeegang berücksichtigen kann, und eine Bodenevolutionsgleichung. Jetzt wird in diese Gleichung anstelle von u der spezifische Durchfluß q dividiert durch die Wassertiefe H eingesetzt. Die Verteilung von q wird als bekannt vorausgesetzt. Ebenso wird die Wellenhöhenverteilung als unveränderlich und bekannt vorausgesetzt und eine Tiefenabhängigkeit der sohnnahen Orbitalgeschwindigkeiten eingebracht. Der Wasserstand wird im Tidegebiet beim Thw angesetzt, damit keine negativen Wassertiefen auftreten. Jetzt wird nur noch die Bodenevolutionsgleichung mit den entsprechenden Sedimenttransportgleichungen gelöst. Dies wurde von de Vriend et al. 1993 [114] mit dem sonst zur Zeitintegration verwendeten Schema realisiert. Nach wenigen Schritten ist eine Lösung erreicht, die einem Gleichgewicht entspricht und keine propagierenden Sohlformen mehr enthält.

Kapitel 6

Test des Modells (Validation)

6.1 Test der Abbildung der Sohlschubspannung

Für Modelle mit streng horizontal ausgerichteten Schichtgrenzen besteht ein starker Nachteil darin, daß die Sohle die Schichtgrenzen schneidet. Dies muß nicht, wie es manchmal verstanden wird, zu einer stufenförmigen Auflösung der Sohle führen. Vielmehr können einzelne Schichten, z.B. die unterste und oberste Schicht variabler Dicke sein, wie dies im zweidimensionalen Modell für das Rechengebiet auch der Fall ist. Allerdings kommt es gerade bei Verwendung einer Bodenschicht variabler Stärke zu dem Effekt, daß die Berechnung der Sohlschubspannung, die eine Division durch die Schichtdicke enthält, ein nichtlineares Verhalten aufweist, sobald die unterste Schicht sehr dünn wird. Generelle Schwierigkeiten dieser Art sind in Abschnitt 5.5.1 beschrieben worden. In SMOR3D wird eine besondere Boden- oder auch numerische Sohlreibungsschicht konstanter Dicke als unterste Schicht eingesetzt. Hier soll die Wirkung der eingeführten Sohlschicht an einem Beispiel getestet werden. Dazu ist ein kleines Rechnetz mit einem konstanten Sohlgefälle in Querrichtung aufgestellt worden. Die Fließtiefe ändert sich von einem Ufer zum anderen von 2cm auf 20cm. Die Strömung läuft parallel zu den Tiefenlinien. Das Modell wird an beiden Seiten mit einer Wasserstandsrandbedingung gesteuert. Der Reibungsbeiwert wird, wie in 5.5.1 beschrieben, tiefenabhängig aus der Rauheitshöhe berechnet. Dementsprechend müssen sich kontinuierliche Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilungen in Querrichtung aufbauen. Das Querprofil muß dem im Modell verwendeten Reibungsansatz entsprechen:

$$-gh_x = konst. = r_f \frac{U^2}{H} = \frac{\tau}{\rho H} \quad (6.1)$$

Die Schubspannung muß umgekehrt proportional zur Wassertiefe verlaufen, die Geschwindigkeit dann entsprechend der Wurzel der Schubspannung und dem Reibungsbeiwert, der hier ebenfalls schichtdickenabhängig ist. Damit der Test nicht verfälscht wird, wurde darauf geachtet, daß 1. das Gitternetz genau in Strömungsrichtung orientiert ist und die entsprechenden Elementkanten parallel zur Strömung liegen und 2. der physikalische Austauschbeiwert sowie der Corioliskoeffizient explizit auf Null gesetzt waren. Der erste Punkt garantiert, daß die numerische Diffusion bei dem hier eingesetzten Verfahren erster Ordnung verschwindend gering bleibt. Auf die tatsächlichen räumlichen Abmessungen des Rechengebietes kommt es in diesem Fall nicht an. Das Geschwindigkeitsprofil am Einlauf ist durch die Randbedingung stark verfälscht. Es wurde keine analytisch berechnete

Geschwindigkeitsverteilung vorgegeben. Der Abstand vom Einlauftrand ist genügend groß, um den Einfluß dieser Randbedingung klein werden zu lassen. Mit dieser Konfiguration wurden zwei Rechenläufe ausgeführt. Einer ohne und einer mit zusätzlicher Sohlreibungsschicht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.1 zu sehen. In der linken Abbildung sind deutlich die Streifen zu sehen, die durch die unterschiedliche Dicke der jeweiligen sohlnahen Schicht hervorgerufen werden.

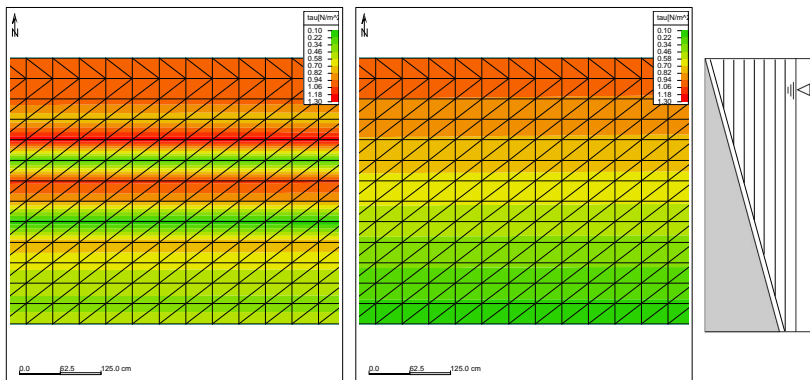


Abbildung 6.1: Verteilung der Sohl Schubspannung ohne (links) und mit (rechts) spezieller Sohlenschicht

6.2 Einzelne Buhne

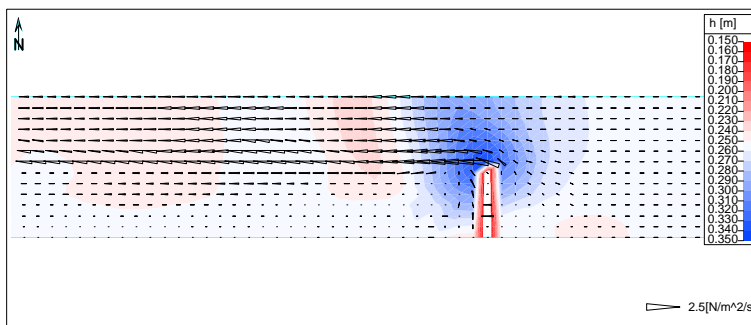


Abbildung 6.2: Testbeispiel einzelne überströmte Buhne. Dargestellt sind die Tiefenverteilung durch Isolinien und die Sohl Schubspannungen als Vektoren.

Für die Berechnung des Testfalles der Elbe-Reststrecke war die Berücksichtigung von Buhnen notwendig. In dem kurzen Abschnitt von 7km Elbe befinden sich 108 Buhnen,

wobei noch weitere durch Sedimente überdeckt sind. Die Buhnen sind insofern schwierig zu behandeln als sie

1. nicht erodierbar sind,
2. im Modellgebiet relativ schlecht durch das Gitternetz aufgelöst sind - weil sie nur ein Detail des Rechengebietes bilden - und
3. Bauwerke mit steilen angeströmten Böschungen darstellen.

Damit die Gitternetzauflösung nicht zu sehr in die Höhe getrieben werden muß, sind die Buhnen meist durch eine Reihe von einzelnen Gitternetzknotten abgebildet. Wenn die Kanten richtig liegen, ist die Buhne dann in den Darstellungen der Tiefenverteilung sehr gut zu sehen. Das bedeutet jedoch nicht, daß sie durch das Modell auch richtig berücksichtigt wird. Bei einigen Formulierungen der diskreten Gleichungen kann es an diesen Stellen - insbesondere bei überströmten Buhnen zu einer Unterschätzung der Wirkung der Buhnen kommen. Sie werden im numerischen Modell teilweise durchströmt. Dieser Effekt tritt sowohl bei versetzten als auch bei nicht versetzten Gitternetzen auf. Bei versetzten Gitternetzen wird zwar eine aufgetauchte Buhne zumeist richtig berechnet, eine überströmte Buhne dagegen nicht unbedingt. Es kommt jetzt auf die Lage der Wasserstands- und der Tiefenknotten zueinander an und die Methode der Interpolation der Werte. Wird ein Arakawa-C Gitter (FDM) verwendet mit Tiefenvorgaben für jeden Punkt jeder Geschwindigkeitskomponente, so kann die Einengung richtig erfaßt sein. Wird dagegen die Tiefe zwischen den Rechenknoten gemittelt, so erhält man am Ende nur die Hälfte der Querschnittseinengung. Mit der beschriebenen Druckkorrektur wird dieser nachteilige Effekt allerdings ebenfalls minimiert.

Für die Morphodynamik ist dieser Fall insofern etwas Besonderes, da die Buhne aus nicht-erodierbarem Material besteht. Hier wird getestet, ob die in Kapitel 3.6.1 beschriebene Verfahrensweise richtig funktioniert.

In Abschnitt 3.1.1 wurde die Anwendbarkeit des hydrostatischen Ansatzes eingeschränkt. Prinzipiell ist eine physikalisch richtige Behandlung von überströmten Buhnen nur mit einem nicht hydrostatischen Ansatz möglich. Für die angestrebten praktischen Belange ist der auftretende Fehler jedoch meist akzeptabel.

Aus diesen Gründen wurde dieser Testfall mit einem vergleichsweise grob aufgelösten Gitternetz für eine Buhne gerechnet. Die Tiefenverteilung und die Vektoren der Sohlschubspannung sind in Abbildung 6.2 zu sehen. Das Testgerinne ist relativ schmal. Aus diesem Grund kann sich kein langgezogener Kolk vom Buhnenkopf aus in Richtung Hauptstrom ausbilden. Vor der Buhne weicht die Strömung seitlich in Richtung Hauptstrom aus. Dies wird im hydrostatischen Modell durch den Aufstau vor der Buhne verursacht. In gleicher Weise verursacht der Sunk hinter der Buhne eine sohlnahe Strömung in den Bereich hinter der Buhne hinein. Hinter der Buhne kommt es zu einer Strömungsberuhigung, bei hohen Geschwindigkeiten auch zur Ausbildung einer Walze mit horizontaler Achse. Die wesentlichen Effekte werden durch das Modell abgebildet. Gerade im Bereich der Buhne sind jedoch deutliche Abweichungen der Simulationsergebnisse von der Natur zu erwarten, da das Modell hydrostatisch formuliert wurde. Die Ergebnisse (siehe auch Abb. 6.3) zeigen, daß selbst bei grober Auflösung sinnvolle Ergebnisse errechnet werden.

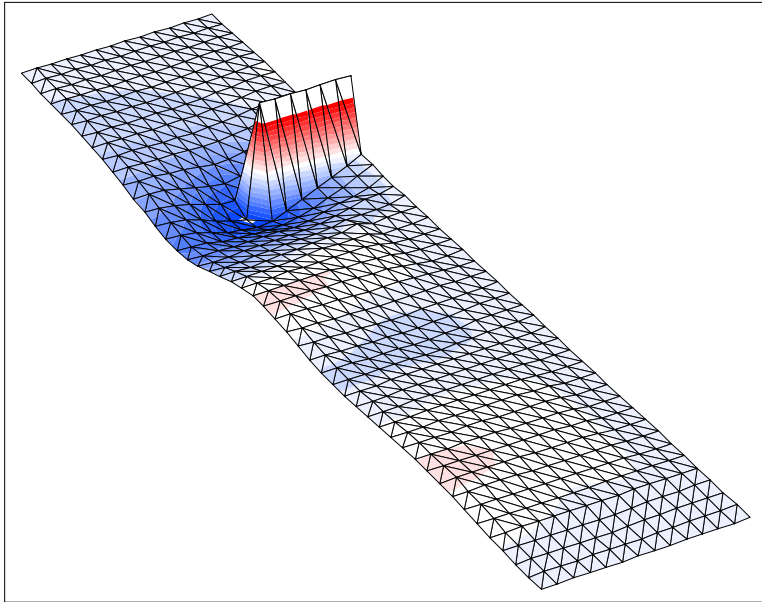


Abbildung 6.3: Perspektivische Darstellung der Sohldeformation an einer einzelnen überströmten Buhne.

6.3 Versuch von Mockmore zur Verteilung der Strömungsgeschwindigkeiten in Gerinnekrümmungen

Von Mockmore wurde ein Gerinne mit zwei aufeinanderfolgenden 180° und einer 90° Kurve aufgebaut. Die Versuchsanordnung ist in Abbildung 6.4 dargestellt und wurde dem Beitrag von Mockmore 1943 [74] entnommen. Alle Bemaßungen sind englische Fuß und Inch. Das Gerinne besteht aus glattem Kunststoff und hatte eine feste Sohle. Die Rinne war 45,72cm breit und 25,4cm hoch. Die Länge betrug insgesamt ca. 11,5m. Bei der eingestellten Neigung von 0,5% liegt der Höhenunterschied zwischen Ein- und Auslauf bei ca. 6cm. Es wurden die Abflüsse 12,7l/s und 8,07l/s untersucht. Die mittlere Fließgeschwindigkeit liegt bei 24cm/s und 15cm/s.

An sechs Querschnitten wurde die Geschwindigkeitsverteilung gemessen. In Abbildung 6.5, die der Arbeit von Mockmore [74] entnommen wurde, sind die gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen zu sehen. Die Blickrichtung ist mit der Strömung. Hier wird nur der erste Versuch verwendet. Bereits vor der ersten Kurve sind in Schnitt 8 die Geschwindigkeitsmaxima verstärkt an die Innenwand gewandert. In Schnitt 12 liegt das Geschwindigkeitsmaximum eng begrenzt in der mittleren Tiefe. Die geringen Geschwindigkeiten an der Oberfläche deuten auf die Existenz einer oberflächennah liegenden Walze hin. Mockmore hat bei ca. 90° in der Kurve eine Ablösung der Strömung vom Innenufer festgestellt.

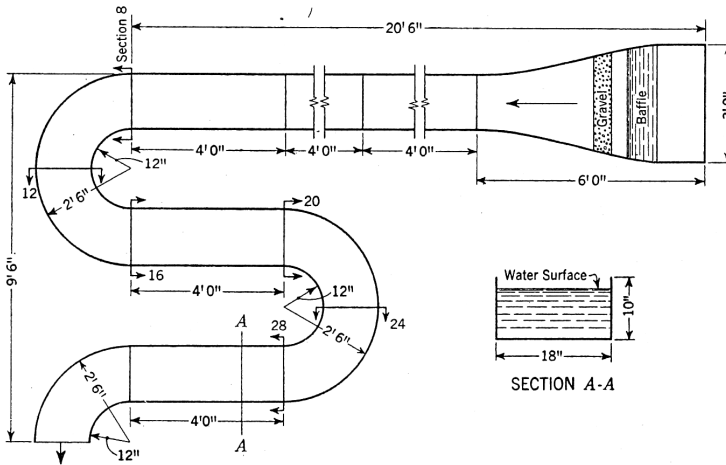


Abbildung 6.4: Versuchsanordnung von Mockmore ([74]).

Dahinter bildete sich eine Rückströmung am Ufer heraus. Dies ist in Schnitt 18 in den Iso-tachen zu erkennen. Der gesamte Bereich war sehr turbulent. Die Wandung ist hydraulisch glatt.

Das Breite-Tiefe Verhältnis beträgt etwa 3.9. In Laboratorien wurden desöfteren solche extrem tiefen Gerinne untersucht. Das Breite-Tiefen Verhältnis von natürlichen Gerinnen liegt bei 60 und mehr. Von Falcon [33] ist diesbezüglich der Begriff Laboratoriumskuriositäten verwendet worden. Aufgrund der Konfiguration mit mehreren Kurven und der daraus resultierenden Umverteilung der Geschwindigkeitsmaxima an die Sohle und der daraus resultierenden Umkehr der Sekundärströmung in der zweiten Kurve stellt dieser Versuch einen interessanten Testfall für das Strömungsmodell dar. Vertikalschnitte der berechneten Geschwindigkeiten an denselben Stellen, wie in Abbildung 6.5, zeigt die Abbildung 6.6. Die Blickrichtung ist auch hier die Strömungsrichtung. An der Sohle treten in der ersten Kurve starke zum Innenufer orientierte Geschwindigkeiten auf. Im Vergleich zu Schnitt 8, 12 und 16 kann eine relativ gute Übereinstimmung vermerkt werden. In der zweiten Kurve wird durch die am Eingang der Kurve hohen sohlnahen Längsgeschwindigkeiten die Walze aus der ersten Kurve mit dem gleichen Drehsinn wieder verstärkt. Desweiteren wird hier die Strömungsgeschwindigkeit am Innenufer durch die Abwärtsbewegung verstärkt, ein Effekt, der bei der üblichen Sekundärströmungsrichtung am Außenufer stattfindet. In Querprofil 28 gibt das Modell leider nicht die beobachteten Geschwindigkeitsmaxima in Sohlhöhe wieder, während es das Geschwindigkeitsmaximum in Sohlhöhe in Profil 16 sehr gut abbildet. Im Versuch sind in beiden Kurven Ablösungen der Strömung zum Kurvenende hin beobachtet worden. Die Ablösungen sind durch das numerische Modell nicht wiedergegeben worden. Die Ursache ist die relativ grobe Auflösung des Rechengitters mit 20 Knoten in Querrichtung. In Abbildung 6.7 ist der berechnete Wasserstand und in Abbildung 6.8 sind die berechneten Strömungsgeschwindigkeiten an Oberfläche und Sohle der Rinne zu sehen.

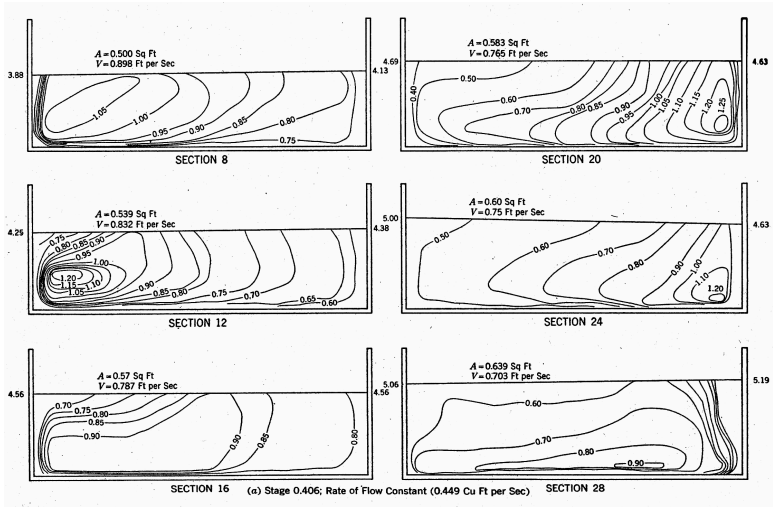


Abbildung 6.5: Von Mockmore ([74]) gemessene Geschwindigkeitsverteilung in den in Abb. 6.4 bezeichneten Querschnitten in ft/s.

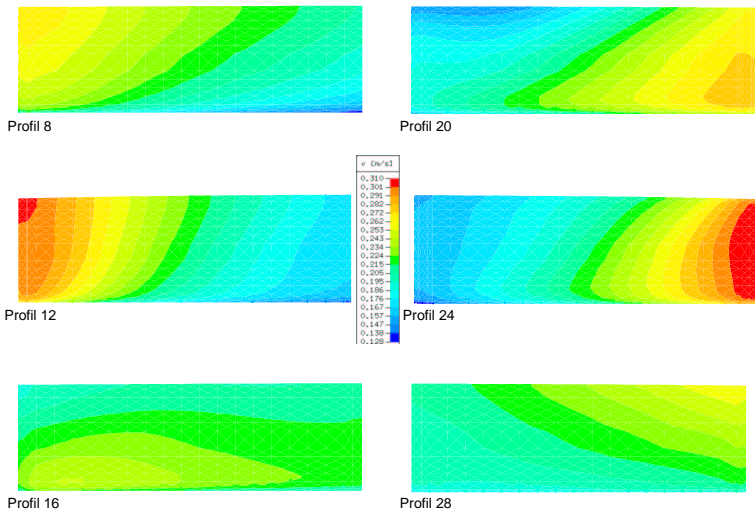


Abbildung 6.6: Mit SMOR3D berechnete Geschwindigkeitsverteilung in den Querschnitten von Mockmore in m/s.

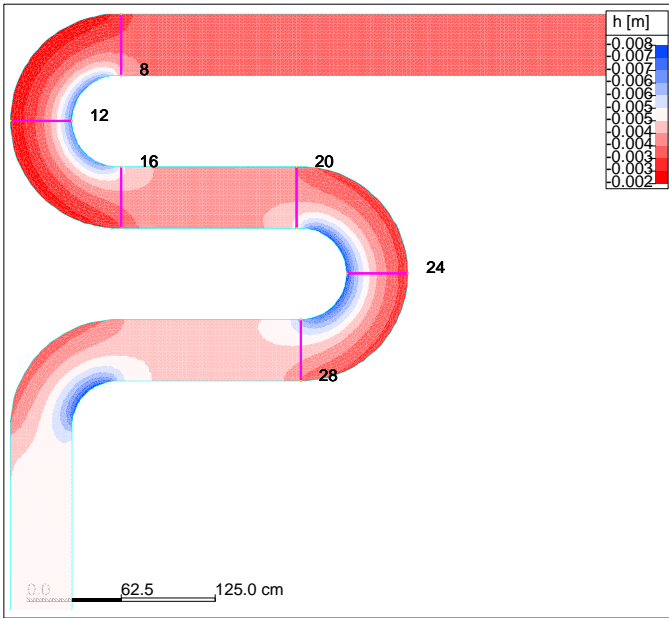


Abbildung 6.7: Mit SMOR3D berechnete Wasserstände und Positionen der Querschnitte

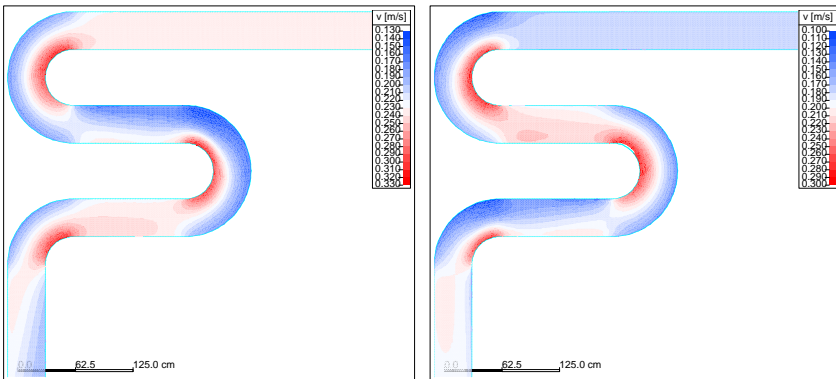


Abbildung 6.8: Mit SMOR3D berechnete Strömungsgeschwindigkeiten an der Oberfläche (links) und an der Sohle (rechts)

6.4 Odgaards Versuch

Der Versuch von Odgaard ist in [81] gut dokumentiert. Die Rinne ist eine der größten, in der physikalische Laborversuche durchgeführt wurden. Die wichtigsten Parameter sind eingangs in Abschnitt 2.4.5 beschrieben worden. Das Gerinne von Odgaard hat eine bewegliche Sohle. Die Abbildung 6.10 zeigt die wichtigsten Verteilungen von Fließtiefe und mittleren Geschwindigkeiten des Versuches. Die Seitenwände haben eine Neigung von 2:3. Sie reichen zu einer horizontal ausgebildeten festen Rinnensohle hinab. Im numerischen Modell SMOR3D wurden diese Seitenwände in der Tiefe der wandnahen Gitternetzpunkte berücksichtigt. Die geneigten Seitenwände sind, wie in Abschnitt 3.6.1 beschrieben, als unerreichbare Tiefe in der Simulation vorgegeben worden.

Augenscheinlich ist auch die Oberfläche der beweglichen Sohle zu Beginn des Versuches horizontal ohne Längsneigung eingeebnet worden. Dies bewirkt eine Steigerung der Sohl Schubspannungen in Längsrichtung. Die mittlere Fließtiefe wird von Odgaard mit 15cm angegeben. Das Längsgefälle des Wasserspiegels stellt sich bei 1,16 ‰ ein. Über die 53m lange Rinne beträgt die Differenz der Fließtiefe am Anfang und am Ende der Rinne 6,1cm. Der Veröffentlichung von Odgaard ist aus einer Abbildung eine Höhendifferenz von 5,5cm über die gesamte Länge der Rinne zu entnehmen. Der Durchfluß betrug $0,153\text{m}^3/\text{s}$. Bei horizontaler Sohle und 15cm mittlerer Tiefe käme dies einer Fließtiefe von 17,7cm am Einlauf und 12,3cm am Auslauf gleich, woraus sich bei konstantem Durchfluß und konstantem Reibungsbeiwert mit $\tau = \rho r q^2 / H^2$ ($q = \bar{u}H = 0,0675\text{m}^2/\text{s}$; $r = 0,008375$ nach Odgaards Abschätzung) eine Schubspannung von $2,5\text{N}/\text{m}^2$ am Auslauf sowie von $1,2\text{N}/\text{m}^2$ am Einlauf ergibt. Daraus kann geschlossen werden, daß der Transport am Ausstromrand zu Beginn des Versuches stärker war als am Einlauf. Diese Bilanz führt zu einer Anpassung der Sohlneigung. Aus Odgaards Abbildung der Längsprofile der Sohle ist eine geringe Neigung von 2 bis 3cm über die gesamte Länge von 53m ersichtlich.

Die Drehung der Geschwindigkeitsvektoren in Sohlhöhe gegenüber der lokalen Gerinnenausrichtung beträgt nach Odgaards Angaben ungefähr 3° nach innen, in Oberflächennähe ebenso 3° nach außen. Die Querneigung des Wasserspiegels beträgt nach Odgaards Angaben 0,0015. Die Abbildung der Vertikalprofile zeigt eine kontinuierliche Drehung der Vektoren mit der Tiefe. Erst in den untersten 10% der Wassertiefe kommt es bei einigen Vertikalprofilen zu einem Abfallen des Drehwinkels. An anderen Stellen kommt es dagegen zu einer Verstärkung des Winkels. Eine Systematik ist nicht erkennbar. Eine Drehung von 3° entspricht einem Verhältnis von 1:20. Das ist ein kaum wahrzunehmender Wert, der jedoch deutliche Auswirkungen hat. Direkt am Ausgang der Kurve, der Krümmungsradius springt hier auf den Wert Null zurück, ist das Zurückschwingen der Wasseroberfläche durch eine kräftige Umkehr der Drehwinkel in der ganzen Wassersäule zu sehen. Diese gegenläufige Spiralströmung erzeugt an der Sohle einen Winkel von ebenfalls 3° nach außen, der den Kurvenkolk beendet. Eine Auskolkung in der Innenkurve bildet sich nicht.

Das Modell SMOR3D berechnet die Drehung der Geschwindigkeitsvektoren mit dem $k-\epsilon$ Ansatz richtig. Eine Rechnung mit dem Mischungsweg-Ansatz nach Blumberg 1977 [8] überschätzte die Drehung um den Faktor 2. Der beschriebene Effekt des Zurückschwingens am Kurvenausgang konnte in den Modellsimulationen nicht festgestellt werden.

Die Schubspannung erreicht Werte von $0,75\text{N}/\text{m}^2$. Die Schubspannung wächst beginnend vom Einlauf an und bleibt bis zum Auslauf bei hohen Werten. Dies ist, wie beschrieben, auf den Wassertiefenabfall zurückzuführen. Von Meckel 1978 [70] wurde darauf hingewiesen, daß in der Außenkurve durch die Spiralströmung große Schubspan-

nungen auftreten. Diese resultieren aus der in diesen Bereichen von der Oberfläche in Sohlhöhe transportierten Hauptströmung.

Von Odgaard werden die verschiedenen Rechenansätze für die Sohlneigung einer Flußkurve mit den Versuchsergebnissen verglichen. Er kommt zu dem Schluß, daß die Versuchsergebnisse die Frage nach der besseren Formel für Vorhersagen der Querneigung nicht beantworten. Jede der Formeln sagt für den von Odgaard angegebenen Reibungsbeiwert (Abb. 6.9) eine Neigung von ca. 0,05 voraus, die auch gemessen wurde. Diese Übereinstimmung ist angesichts der sehr unterschiedlichen Annahmen erstaunlich. Eine graphische Auswertung

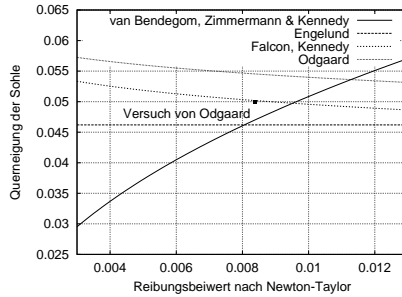


Abbildung 6.9: Vergleich der Rechenansätze zur Hangneigung in einer Flußkurve (siehe Abschnitt 2.5) bezüglich der Sohlreibungsbeiwertes für Odgaards Versuch

der Formeln für Odgaards Versuchsparameter (in Abb. 6.9) zeigt, daß sich die Kurven für die verschiedenen Formeln tatsächlich im Bereich der Parameter des Versuches von Odgaard beinahe treffen. Die Abweichungen betragen weniger als 10%.

Das eigentliche Ziel des Versuches von Odgaard war der Nachweis, daß der Längstransport des Impulses der Querströmung eine entscheidende Bedeutung bei der Ausbildung der Kolkform hat und die Stelle, an der sich der Kolk maximal eintieft, bestimmt. Mit Hilfe von einfachen Modellrechnungen zeigt Odgaard, daß die charakteristischen Oszillationen der Querneigung der Sohle - und damit der Kolkentiefe - nur bei Berücksichtigung dieses Termes auftreten. Insbesondere die starke Eintiefung bei 50° wird ohne diesen Term um ca. 50% unterschätzt. Durch die Verwendung eines dreidimensionalen Modelles ist dieser Effekt bereits vollständig berücksichtigt. Darüber hinaus wird für natürliche Geometrien ohne Sprung des Krümmungsradius eine Modellierung möglich.

Für den Versuch von Odgaard wurden verschiedene Berechnungen durchgeführt. In Abbildung 6.11 ist die Tiefenverteilung und in Abbildung 6.12 die Geschwindigkeitsverteilung an der Oberfläche der Berechnung von Odgaards Versuch bei Verwendung des Mischungswegansatzes zu sehen. Die Modellergebnisse geben die gemessenen Tiefenverteilungen gut wieder (vgl. Abb. 6.10). Insbesondere sind die Übertiefen am Beginn der Kurve deutlich zu sehen und deren Abklingen. Das Zurückschwingen der Sohle am Kurvenausgang sowie die Geschwindigkeitsverteilung am Kurveneingang sind noch nicht so gut getroffen. In der Bemühung die Übertiefen richtig abzubilden, mußte das Modell am Rand des Auftretens von Dünen betrieben werden.

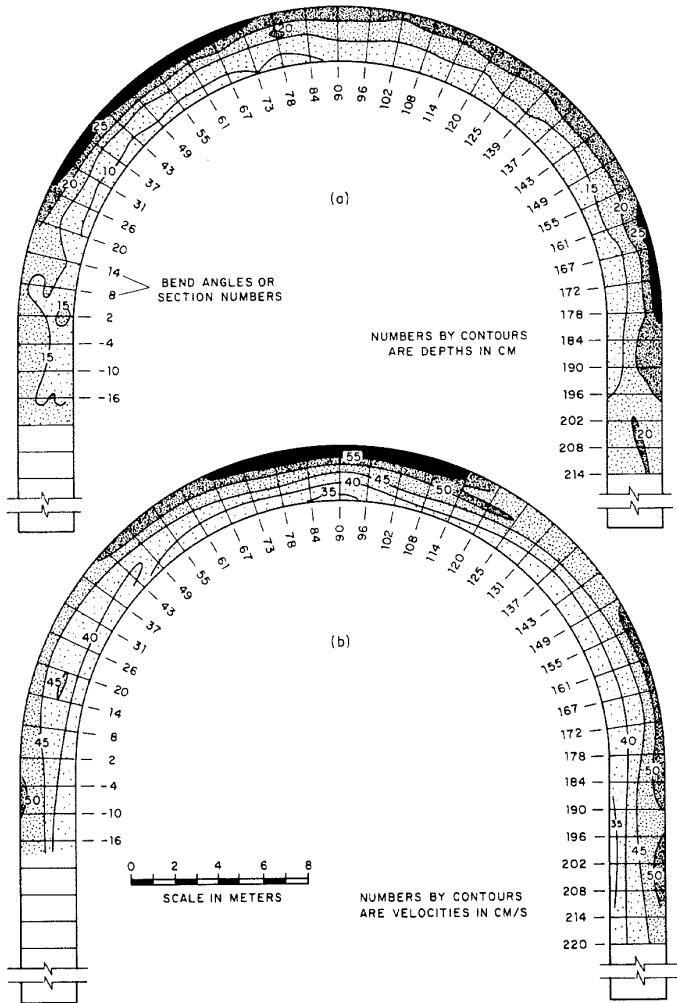


Abbildung 6.10: Ergebnis des Versuches von Odgaard [81]

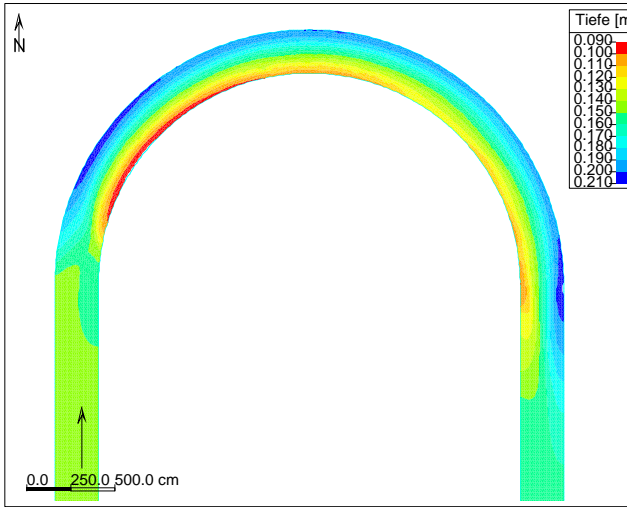


Abbildung 6.11: Mit SMOR3D berechnete Tiefenverteilung (Versuchsanordnung Odgaard) mit Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion

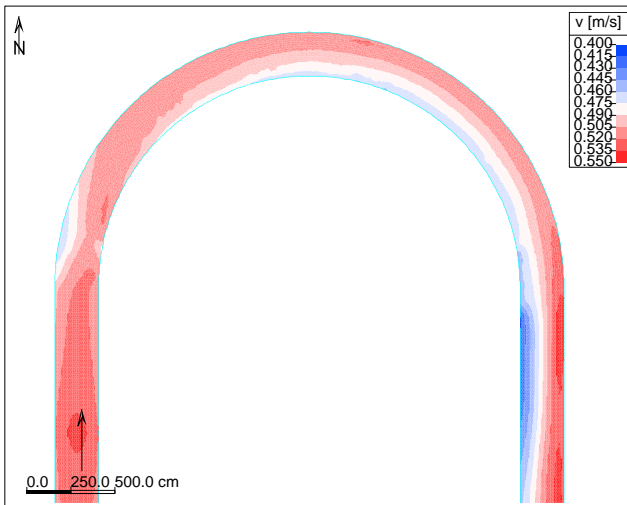


Abbildung 6.12: Mit SMOR3D berechnete Verteilung der Geschwindigkeiten an der Oberfläche (Versuchsanordnung Odgaard), Rechnung mit Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion

6.5 Elbe-Kurve - Test am natürlichen Flußabschnitt

Das Modell SMOR3D wurde auf einen Abschnitt der Elbe bei den Ortschaften Damnitz und Rüderberg unterhalb Magdeburg angewendet. Dieser Abschnitt gehört zu einem Bereich, der unter dem Namen Reststrecke bekannt ist. Diese Bezeichnung rührt daher, daß in diesem Bereich von Elbe-Km508 bis 521 die Niedrigwasserregulierung nach Planungen von 1935 nicht mehr durchgeführt worden ist.

Die Niedrigwasserregulierung hat eine engere Fahrrinnenbreite festgelegt. Die Buhnenköpfe liegen daher im Abschnitt der Reststrecke weiter auseinander. Der Abstand der Streichlinien beträgt 250m im Bereich der Reststrecke gegenüber einem Abstand von 200m im übrigen Bereich. Der Bühnenabstand in Längsrichtung beträgt ca. 100m. Dies führt zu einer verringerten Sediment-Transportkapazität sowohl je Breitereinheit als auch für den gesamten Querschnitt. Die von oberstrom eingetragenen Sedimente bilden Transportkörper und Bänke. Diese Transportkörper haben Längen um 500m und Höhen von ca. 2m. Sie wandern ca. 300 bis 400m im Jahr. Der Talweg pendelt. Die Schifffahrt ist in diesem Bereich stark behindert. Die Wasserstraßenverwaltung ist gezwungen die Fahrrinnenmarkierung sehr häufig zu überprüfen und ggf. neu festzulegen. Die Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) in Berlin ist mit dieser Problemstellung befaßt. In Berlin ist für Untersuchungszwecke ein physikalisches Modell mit beweglicher Sohle aufgebaut worden. Desweiteren wurden Hochwasseranalysen mit Hilfe eines zweidimensionalen Strömungsmodelles vorgenommen. Die BAW war so freundlich, die Daten dieses Modelles für Fallstudien mit dem Programmsystem TIMOR zur Verfügung zu stellen. Für die morphodynamischen Simulationen wurden die Vorländer jedoch abgeschnitten, wie dies auch im hydraulischen Modell der Fall war. Die Tiefenverteilung ist in Abbildung 6.13 zu sehen. Die Daten in diesem Bereich entstammen Peilungen, die in regelmäßigem Abstand ausgeführt wurden. Dieser Abschnitt beginnt bei Elbe-Km506 und endet bei Km513. Es wird somit nach 2 km im Modell der Beginn der Reststrecke abgebildet. Bei Km509 befindet sich eine starke Krümmung der Elbe von annähernd 150°.

Die innerhalb dieser Strecke gelegene Kurve eignet sich gut zur Verifikation des Modells SMOR3D. Es geht dabei nicht um die Abbildung der Transportkörper. Diese können bislang in einem morphodynamischen Modell nicht simuliert werden. Wert wird bei der Modellierung auf die richtige Abbildung der Sohliefenverteilung, insbesondere der Kolke, gelegt.

Nach Messungen der Bundesanstalt für Gewässerkunde aus dem Jahre 1993 [37] ist der mittlere Korndurchmesser dieses Abschnittes relativ fein. Proben von Km504 und 516 ergaben d_m von 1,1mm und 1,0mm. Die Ungleichförmigkeit d_{85}/d_{15} liegt bei 2. Gemittelt über beide Meßstellen und jeweils drei Proben für rechte und linke Seite und Mitte des Stromes treten Anteile in 4 Fraktionen auf: Mittelsand (0,2-0,63mm) 49%, Grobsand (0,63-2,0mm) 41%, Feinkies (2,0-6,3mm) 8% und Mittelkies 1,7%. Das gesamte Sediment befindet sich in Bewegung [37]. Die Untersuchung weist deutliche Unterschiede für die rechte und linke Stromseite, je nach Orientierung der Kurve aus. Die d_m weichen dabei um den Faktor 2 und mehr voneinander ab. Leider lag keine Probe direkt in der Kurve bei Km509.

Der Rechenlauf wurde für stationäre Abflußverhältnisse vorgenommen. Die nächstgelegenen Pegel sind Dömitz, bei Elbe-Km504,7 und Neu Darchau bei Km536,5. Abflußwerte liegen nur für den Pegel Neu Darchau im Gewässerkundlichen Jahrbuch (GKJ) vor (siehe Abb. 6.14). Die Werte werden durch den Zufluß der Jeeze, mit einem MQ von ca. $8m^3/s$,

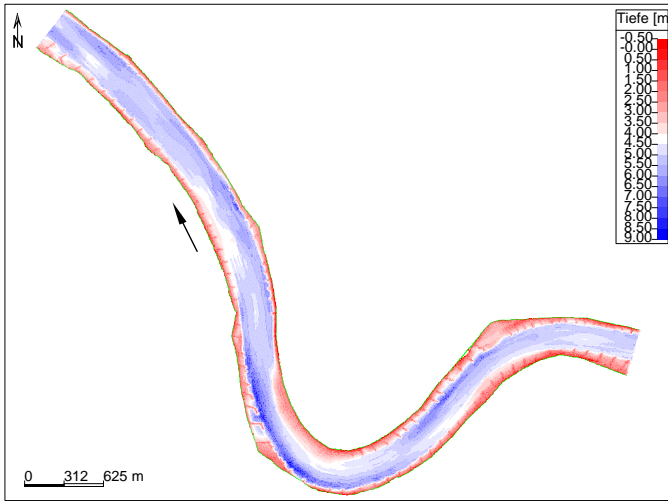


Abbildung 6.13: Tiefenverteilung der Elbe-Reststrecke im Modell

zwischen Untersuchungsgebiet und Pegel erhöht. Die höchsten Abflüsse lagen am Pegel Neu Darchau zuletzt bei den Hochwasserereignissen im März 1981 und im April 1988 bei über $3500\text{m}^3/\text{s}$. Für die Simulation wurde ein Abfluß von $970\text{m}^3/\text{s}$ vorgegeben. Dies soll dem bettbildenden Abfluß nahekommen. Bei diesen Randbedingungen werden die Buhnen überströmt. In Ermangelung von genauen Pegel- und Abflußmessungen am Beginn und Ende der Modellstrecke werden Werte des GKJ für die Spezifikation der Randwerte herangezogen. Dies ist zwar recht ungenau, entspricht aber der üblichen Situation beim Betrieb von zweidimensionalen Modellen. Am Pegel Neu Darchau entspricht dem Abfluß von $970\text{m}^3/\text{s}$ ein Wasserstand von $9,54\text{mNN}$. An Tagen mit solchen Abflußwerten liegt der Pegel Dömitz bei ca. $13,62\text{mNN}$. Die Differenz der Pegel beträgt im Kalenderjahresdurchschnitt 1997 $4,2\text{m}$. Die Pegel liegen $31,8\text{ km}$ auseinander, woraus ein mittleres Gefälle von $0,13\%$ folgt. Das Gefälle kann selbstverständlich von Ort zu Ort variieren. Gerade im Bereich der Reststrecke wird es sicherlich geringfügig kleiner ausfallen. Unterstromseitig wurde eine Wasserstandsrandbedingung gewählt, die bei $\text{NN}+13,95\text{m}$ liegt. Die Wasserspiegeldifferenz im 7 km langen Modellgebiet liegt grob geschätzt bei 90cm . Das Sohlgefälle wird generell ähnlich liegen, wobei natürlich die Aufweitung zusätzlich zu geringeren Sohliefen am Auslauftrand führen muß. Die Fließtiefe am Pegel Dömitz liegt mit den beschriebenen Werten bei ca. $4,5\text{m}$.

Das Elementenetz wurde zunächst mit Hilfe eines Mittenpolygons in randangepaßter Form erstellt. Dabei wurde ein Knotenabstand von 11m gewählt. Im Bereich der Streichlinie, wo die größten Strömungsscherungen und Sohlverformungen zu erwarten waren, wurde der Knotenabstand in Querrichtung auf 5m verringert. Das Finite Elemente Netz besteht aus 31518 Knoten und 61588 Elementen. Da in einer Gesamtdarstellung nicht viel zu sehen wäre, ist in Abbildung 6.15 nur ein Ausschnitt des Gitternetzes im Bereich der Kurve abgebildet. Danach wurden die Buhnen von Hand in das Gitternetz eingearbei-

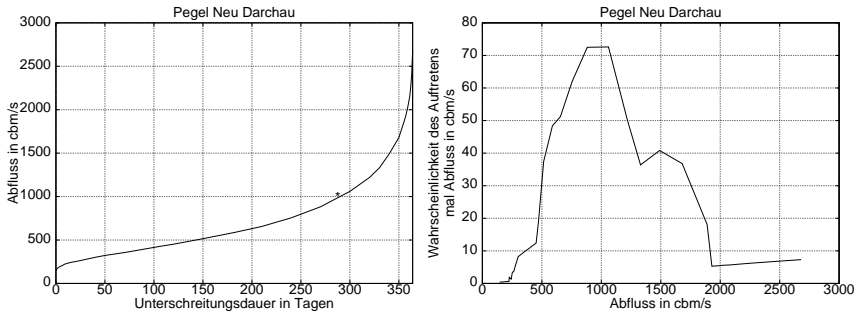


Abbildung 6.14: Dauerlinie der Abflüsse und deren Produkt mit ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit am Pegel Neu Darchau (Mittlere Werte aus 72 Kalenderjahren, Gewässer-kundliches Jahrbuch)

tet, indem zunächst die Knoten verschoben wurden. Die Bühnen sind bis zu 13 Knoten lang und 1 bis 2 Knoten breit. Die Kronenhöhe der Bühnen lag auf dem Niveau des Mittelwasserabflusses, was in diesem Abschnitt etwa 13mNN entspricht. Danach wurden die Peilungen auf das Modellnetz interpoliert und anschließend die Tiefen der Bühnen durch Setzen der Höhe der Knoten innerhalb eines von Hand erstellten Polygones, das die Bühnen umschrieb gesetzt.

Für die Abschätzung der Sohlreibung wird das oben geschätzte Gefälle halbiert, da ein Teil des Energiegefälles in den Bühnenfeldern und an den überströmten Bühnen verloren geht. Bei einem angenommenen Gefälle von 0,06‰ und einer Fließtiefe von 4,5m folgt eine Sohlschubspannung von $2,6\text{N/m}^2$ bzw. eine Sohlschubspannungsgeschwindigkeit u_* von $5,1\text{cm/s}$ (bei $0,13\text{‰}$ wären es $5,7\text{N/m}^2$). Mit einem geschätzten durchströmten Querschnitt von 1500m^2 ergibt sich eine mittlere Geschwindigkeit von $0,65\text{m/s}$ und daraus letztlich ein Reibungsbeiwert nach Newton-Taylor von $0,006$. Mit Gleichung 3.16 berechnet sich der Nullpunkt des logarithmischen Profils z_0 zu 1cm bzw. die Rauheitshöhe k_S zu 30cm . Dieser Wert scheint aufgrund der Anwesenheit von Dünen und Riffeln realistisch zu sein. Die Halbierung des Gefälles ist in diesem Wert mit dem Faktor $0,7$ enthalten. Benutzt man die Zusammenstellung umfangreichen Datenmaterials von Alam und Kennedy (1969) [1], dann folgt ein unrealistisch hoher Newton-Taylor Reibungsbeiwert von $0,125$ für die Formrauheit.

Mit einem zweidimensionalen Strömungsmodell wurde zunächst soweit gerechnet, bis die Anfangswerte aus der Lösung entfernt und die Rechenwerte stationär waren. Dann wurde mit diesem Anfangszustand das dreidimensionale Strömungsmodell gestartet. Der sich dann einstellende stationäre Zustand wurde als Anfangszustand der hydrodynamischen Größen für die unterschiedlichen Varianten-Berechnungen verwendet. Eine Variation der unterstromseitigen Wasserstandsrandbedingung machte deutlich, daß sich die Randwerte auf das gesamte Gebiet auswirken. Über die kurze Strecke von 7km stellt sich für ein solch großes Gewässer noch lange kein Normalabfluß ein. Das Gefälle im Modell wird daher durch die Reibungsbeiwerte bestimmt, die Fließtiefe jedoch nicht.

Die Anfangsbedingungen der Morphologie waren die beschriebenen Peilungen der Elbe. Die Randbedingungen der Morphodynamik bestanden in Gleichgewichtstransport am Einlauftrand des Modellgebietes. Am Ausstromrand wurde keine besondere Behandlung

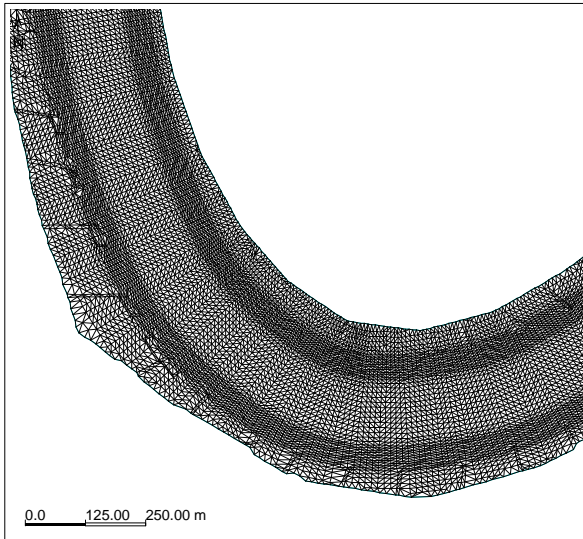


Abbildung 6.15: Ausschnitt des Finite Elemente Netzes der Elbe-Kurve mit dem Bereich der Flußkurve

vorgenommen. Da es bei einigen Rechnungen zu Problemen am Ausstromrand kam, wurde zeitweilig auch dort die Sohle festgehalten. In den letzten Modellrechnungen konnte sie sich jedoch frei einstellen.

Die sich im Modell einstellende Schubspannungsverteilung ist in Abbildung 6.16 zu sehen. Durch die Schätzungen der Modellparameter und der Randwerte ist zu erwarten, daß der richtige natürliche Zustand nicht ganz getroffen wird. Es ist am Anfang der Simulation eine Veränderung der Sohlschubspannung in Längsrichtung zu bemerken. Treten nach dem Einlauftrand noch Schubspannungen von 2N/m^2 auf, so fällt dieser Wert bis zum Auslauftrand auf die Hälfte ab. Hauptsächlich ist dieser Abfall der Schubspannungen durch die Aufweitung des Querschnittes bedingt. Auf diese Weise sind die Geschwindigkeiten bei einer Aufweitung um 25% unter der Annahme gleicher Fließtiefen im unteren Bereich um 25% niedriger. Die Schubspannung sollte dann um 44% niedriger liegen. Desweiteren kann in dieser Modellrechnung vermutet werden, daß die Anfangsschätzung des Wasserstandes für den unterstrom gelegenen Rand zu hoch lag. Dadurch entsteht eine Staulinie und die Schubspannungen fallen in Richtung Ausstromrand ab. Aufgrund der Beobachtung von starker morphologischer Aktivität im Bereich der Elbe-Reststrecke kann spekuliert werden, daß die Transportkörper im unteren Bereich des Modells einen noch größeren Einfluß haben, als am Einlauftrand. Dies würde sich bezüglich der Hydrodynamik in größeren Reibungsbeiwerten bemerkbar machen, welche letztlich auch zu erhöhten Verlusten in diesem Bereich führen würden. Allerdings wäre dieser Einfluß nicht mit erhöhten Sedimenttransportraten verbunden.

Die Flußkurve der Elbe bildet einen Winkel von 150° . Der Kurvenradius beträgt etwa 1km. Aus den Querprofilen (Abb. 6.18) kann eine Querneigung der Sohle von bis zu 1:40

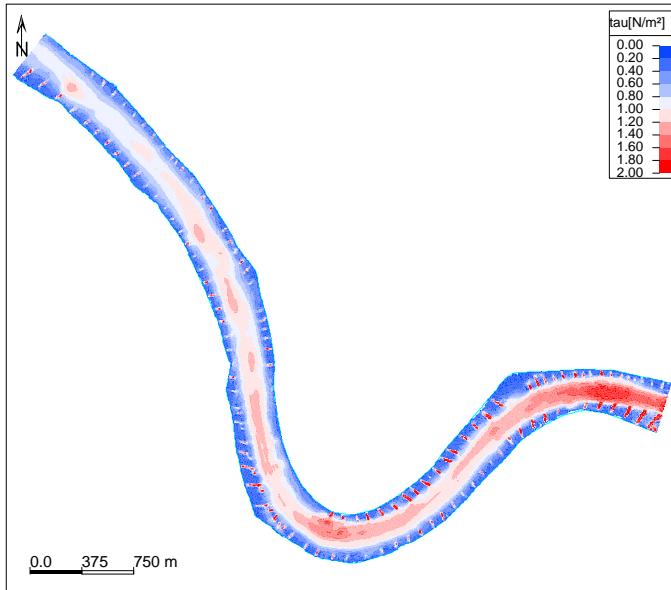


Abbildung 6.16: Schubspannungsverteilung an der Elbesohle am Anfang der Rechnung

abgelesen werden. Die zusätzliche Kolkttiefe an den Bühnenköpfen ist in den Querprofilen sicherlich an einigen Stellen anteilig enthalten. Es bestätigt sich auch in diesem Beispiel, daß die Querneigung der Sohle in Querrichtung relativ konstant ist. Die Sohle der Kurve stellt also in erster Näherung eine geneigte Ebene dar. Am Eingang der Kurve wirkt noch die oberstrom gelegene Krümmung nach. Die Sekundärströmung muß erst ihren Drehsinn ändern. Dann stellt sich über eine kurze Distanz eine Sohlneigung von 1:50 ein. Ab ca. 80° ist die maximale Neigung von 1:40 erreicht. Danach fällt die Querneigung langsam wieder ab. An den Gleithang des Innenufers schließt eine langgezogene Untiefe an der Elbesohle an. Gegenüber den Rinnenversuchen ist hier deutlich der variable Krümmungsradius in Längsrichtung zu bemerken. Auf diesen stellt sich die Strömung sehr schnell ein. Die Stellen mit den größten Kolkttiefen sind jetzt nicht nur durch die Schwingungsmode, die von Struiksma, Olesen, Flokstra und de Vriend [104] analysiert wurde, variabel, sondern zum großen Teil durch die variable Krümmung. Gerade die sich an die Kurve anschließenden Untiefen stellen für die Schifffahrt ein Problem dar.

Nach den in Abschnitt 2.5 beschriebenen Formeln ergeben sich die in Tabelle 6.1 zusammengefaßten Werte. Die berechneten Querneigungen in Tabelle 6.1 sind durchweg flacher als die beobachteten. Wird nicht der bettbildende Abfluß für die Berechnungen verwendet, sondern das HQ_1 , so steigen die Fließtiefe und die Schubspannung an der Sohle. Die Formeln weisen dann durchweg höhere Querneigungen aus. Ein weiterer Grund könnte die nur geringe Ungleichförmigkeit des Materiales sein. Letztlich beeinflussen auch die Bühnen das Geschwindigkeitsfeld.

Die morphodynamische Rechnung wurde mit einem Beschleunigungsfaktor von 2000

m	$=5,2$	Autoren	Querneigung
τ^*	$=0,03$	Zimmermann und Kennedy	1:78
$F_{r'}$	$=5,2$	Engelund	1:55
p	$=0,2$	Falcon und Kennedy	1:83
H	$=4,5\text{m}$	Ikeda, Odgaard	1:60
R	$=1000\text{m}$		

Tabelle 6.1: Vergleich der Querneigung in der Kurve mit bekannten Formeln, links ist der Parametersatz aufgeführt.

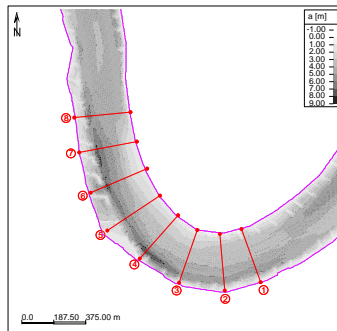


Abbildung 6.17: Lage der Querprofile der Elbesohle für den Vergleich

ausgeführt. Es wurden 83 Stunden hydrodynamische Zeit gerechnet. Dies entspricht einer Sohlentwicklungzeit von 6900 Tagen oder 19 Jahren. Da die Zeit jedoch von der verwendeten Formel und den Modellparametern abhängt, kann dieser Zeitraum auch einem kürzeren morphologischen Zeitraum entsprechen. Die reale Rechenzeit für diesen Rechenlauf betrug 4 Wochen auf einem 180MHz R10k Prozessor einer SGI Workstation O200. Nach ca. 25 Stunden hydrodynamischer Zeit hatten sich die oberstromseitigen Randbedingungen durch das gesamte Gebiet hindurch bemerkbar gemacht und die Sohle lag bereits sehr nahe an ihrem endgültigen Gleichgewicht.

In den ersten Rechnungen tiefte sich der Kurvenkolk als schmale, tiefe Rinne zu sehr ein. Die Sohlneigung am Kolkrand war zu stark. Der Kolk zog sich zu sehr in die Länge. Die Buhnenkolke hingegen waren der Form nach realistisch, wenn auch ein wenig zu tief.

Einzelne Sohlstörungen bewegen sich im numerischen Modell mit einer Geschwindigkeit von ca. 100m in 1000 Sekunden bei einem Beschleunigungsfaktor von 2000. Der Wert von 1500m pro Jahr ist, verglichen mit der beobachteten Geschwindigkeit der Transportkörper an der Elbesohle von 300 bis 400m im Jahr, um den Faktor 4 zu groß, stimmt aber grob in der Größenordnung überein. Da in der Simulation der bettbildende Abfluß angesetzt wurde, der fast doppelt so groß wie der mittlere Abfluß ist und daher nicht so oft erreicht oder überschritten wird, ist der Faktor durchaus korrekt.

Bei ersten Simulationen der Morphodynamik eines schematisierten Buhnenfeldes ist ein besonderer Effekt zu beobachten gewesen. Es handelt sich dabei um die Bildung von Sohlwellen, die sich durch ihre Wanderung stromab stark in die Länge ziehen und sehr

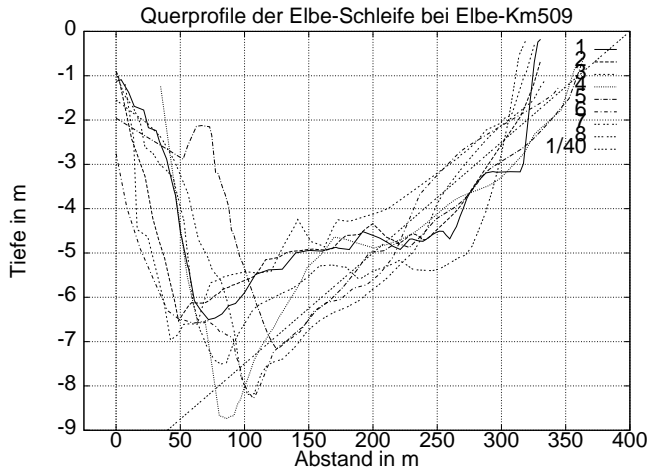


Abbildung 6.18: Querprofile der Elbesohle in der Schleife bei Km509 aus Messungen

lange Sohlformen ausbilden. In Abbildung 6.20 ist ein Beispiel für diese Sohlwellen, die in Strömungsrichtung gestreckt sind, zu sehen. Sie treten sowohl im 2D als auch im 3D Modell sowie bei verschiedenen Modellansätzen bezüglich der Diskretisierung auf. Die Anfangsstörung ist in den hier angesprochenen Beispielen immer eine Buhne. Von dieser ausgehend bildet sich eine Vertiefung entsprechend der Beschleunigung der Strömung vor dem Buhnenkopf. Diese Sohlform wandert dann flußabwärts und scheint zunächst einen sehr langgestreckten Buhnenkolk bilden zu wollen. Im weiteren Verlauf wandert diese Sohlform jedoch immer weiter und streckt sich ganz unrealistisch in die Länge. Dabei bilden sich relativ starke Sohlneigungen über kurze Abstände heraus. An einigen Stellen konnte beobachtet werden, wie sich diese Depression mit dem Kolk der nächsten Buhne vereinigte und einen langgestreckten Kolk entlang der Streichlinie der Buhnen bildete. Da solche Sohlformen gänzlich unrealistisch sind, wurde nach Einflußfaktoren gesucht, die solchen Strukturen in der Natur entgegenwirken. Ein solcher wurde im Hangabwärtstriebe des Geschiebes an der Sohle gefunden. Durch den relativ starken Einfluß des Hangabwärtstriebes glätten sich die eben beschriebenen Sohlformen in den Modellsimulationen mit Berücksichtigung des Hangabwärtstriebes (vergl. Abschnitt 3.5) sehr stark. Sie bilden jetzt die Buhnenkopffolge in der bekannten Lage und Form. Die zuvor beschriebenen langgestreckten Strukturen, können sich bei Berücksichtigung von Hangabwärtstriebe nicht mehr herausbilden. Zur Ursache der Entstehung dieser Strukturen, vor allem zu der Frage, ob sie eine Folge der Diskretisierung sind oder bereits aus den mathematischen Gleichungen folgen, wird vermutet, daß es sich um die bekannte Instabilität der Sohle im zweidimensionalen Fall handelt. Diese Instabilität wurde zuerst von Callander [12] beschrieben. Sie wirkt ohne den Hangabwärtstriebe am stärksten auf die kürzesten Wellenlängen. Gerade dies ist hier festgestellt worden. Die Experimente mit den verschiedenen Modellformulierungen und die Form der Sohlwellen unterstützen die Erklärung durch die bereits in den Gleichungen vorhandene Instabilität. Eine endgültige Klarheit konnte hier nicht geschaffen werden, zumal in hydraulischen Versuchen der Hangabwärtstriebe nicht abgeschaltet werden kann.

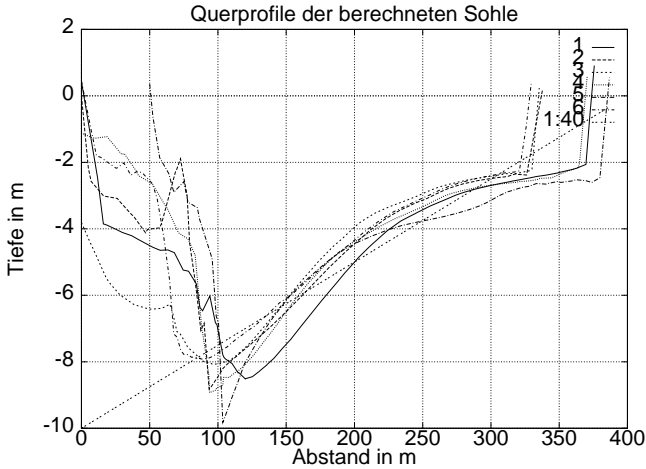


Abbildung 6.19: Querprofile der berechneten Sohlagen der Elbe im gleichen Abschnitt wie in Abb. 6.18

Nachdem der Hangabwärtstrieb berücksichtigt wurde, bildeten sich im Testbeispiel Elbe-Reststrecke keine besonderen Initial-Sohlformen mehr heraus. Im Verlauf der Simulation bildeten sich zunächst die Bühnenkopfkolke. Da die Bühnen im modellierten Abflußzustand überströmt werden, kam es auch zu Auskolkungen vor den Bühnen. Leider mußte die Auflösung in diesen Bereichen grob gehalten werden, um die über 100 Bühnen in vertretbarer Rechenzeit mitrechnen zu können. Die Bühnenkolke wanderten nachdem sie anfänglich noch seitlich vor den Bühnen entstanden, langsam an ihren typischen Platz neben und auf der Stromseite hinter den Bühnen. Danach kam es zu Umlagerungen der aus den Peilungen herrührenden Bereiche mit geringen Wassertiefen. In der Abbildung 6.13 der Peilungen sind recht gut Bereiche zu erkennen, in denen die Tiefen aus der Interpolation der einzelnen Querprofile erzeugt wurden. Einer dieser Bereiche befindet sich genau in der Kurve der Elbe. In den Peilungen sind selbstverständlich auch zufällig gerade an dieser Stelle befindliche Transportkörper enthalten. Diese Mindertiefen wurden bei der Modellerstellung auf einen relativ langen Bereich interpoliert. Nach dem Start der morphodynamischen Simulation beginnen in diesen flacheren Bereichen durch die erhöhten Schubspannungen relativ starke Umlagerungen. Die durch die Peilungen in das Modell eingebrachten Formen beginnen zu wandern und sich zu verformen. Die Verformung ist insbesondere bei den Ablagerungen der Flußkurve relativ stark. Sie beginnen sich entlang des rechten Ufers langzuziehen, über den dort bereits vorhandenen Gleithang hinweg. Sämtliche Bereiche mit Mindertiefen werden im Modell wie Dünen deformiert. Diese Formen wandern dann wie Dünen langsam aus dem Modellgebiet heraus. Auf diese Weise ist das überschüssige Material aus dem Modellgebiet entfernt. Vom Einstromrand her, mit der Randbedingung für Gleichgewichtstransport, stellt sich mit der gleichen Propagationsgeschwindigkeit langsam eine stabile Sohlage ein. Bis dieser Zustand erreicht ist, vergehen in der morphodynamischen Modellzeit allerdings einige Jahre.

Die Kurvenkolke waren bereits im Anfangszustand enthalten und haben sich nur beim Durchwandern der Anfangsstörungen leicht verändert. Die Querneigung der Soh-

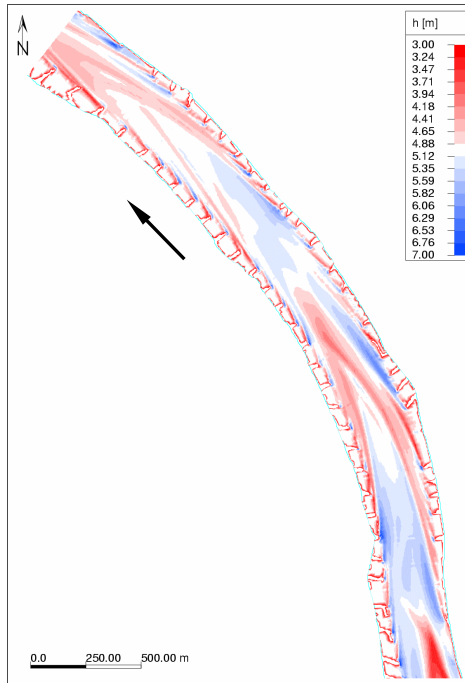


Abbildung 6.20: Bildung von starken Längsstreifen im 2D Modell bei Rechnungen ohne Quertransport und Geschiebedispersion.

le in der Flußkurve hat sich relativ schnell eingestellt. Sie haben sich sichtbar an die lokalen Strömungsverhältnisse, also die in diesem Bereich in die Strömung hineinragenden Buhnen, angepaßt. Die Neigung der Sohle entspricht etwa der zu Beginn beobachteten natürlichen Neigung. In Abb. 6.19 sind im Bereich der Elbekurve Querprofile aus der berechneten Topographie interpoliert worden. Die berechneten Sohlagen liegen im Mittel gut auf der auch beobachteten Neigung von 1:40. Es sind zwei Abweichungen zu vermerken. Erstens sind die Profile zu stark durchgebogen. Dies kann an der Wahl der Parameter des Modelles liegen. Ein Grund ist mit Sicherheit die vor Ort beobachtete Sortierung des Sohlmaterials. Zweitens ist in der gemessenen Tiefenverteilung ein schnelleres Zurückschwingen der Querneigung zu verzeichnen. Das numerische Modell berechnet einen zu langen Nachlauf des Kurvenkolkes. Dies wird hier darauf zurückgeführt, daß die Entstehung von Übertiefen, wie oben bereits für den Versuch von Odgaard diskutiert, leider noch sehr stark von den Parametern abhängt. Eine Variation der Parameter, wie für den Versuch von Odgaard, ist für diesen Anwendungsfall nicht vorgenommen worden.

Die Bühnenfelder haben sich in den Simulationen nicht wesentlich geändert. Die Schubspannungen reichen in diesen Bereichen nicht aus, um das Sohlmaterial zu bewegen, das im Modell einen Durchmesser von 1mm hat. Lediglich im Nahbereich der überströmten Bühnen kommt es zu den bereits angesprochenen Auskolkungen vor den Bühnen.

Im Verlauf der Rechnung haben sich die Schubspannungen an der Elbesohle in Längsrichtung ausgeglichen, (Abbildung 6.21). Die Morphodynamik ist ganz offensichtlich bestrebt in Längsrichtung, über den Querschnitt integriert gesehen, unterschiedliche transportwirksame Sohlschubspannungen auszugleichen. Bei zu geringer Fließtiefe treten größere Geschwindigkeiten auf und es setzt Erosion ein und umgekehrt. Dabei wird das Gleichgewicht nach einem längeren Zeitraum hauptsächlich durch die oberstromseitige Randbedingung für den Sedimenttransport und die an diesem Rand durch die hydrodynamischen Randbedingungen erzeugten Sohlschubspannungen festgelegt. Wird, wie in diesem Fall, Gleichgewichtstransport vorgegeben, so wird die Schubspannung am Rand durch den aus dem Modellgebiet und bei relativ kurzen Modellen der unterstromseitigen Wasserstandsrandbedingung sich einstellenden Wasserstand am Einlauftrand und dem vorgegebenen Abfluß bestimmt. Der Effekt, daß die Sohlschubspannungen ausgeglichen werden, wird in der Realität durch verschiedene weitere Effekte beeinflusst. Hierzu zählen die Ausbildung von Transportkörpern mit einer entsprechenden Abminderung der Transportraten, die Beteiligung unterschiedlicher Korngrößen an Sedimenttransport und Sohländerung, das Auftreten von unerodierbaren Sohlbereichen aus hartem, felsigem Material. Diese Effekte sind modellierbar und im System TIMOR (Kap. 2.6.3) bereits berücksichtigt. Im hier beschriebenen Modell SMOR3D werden die speziellen Effekte der dreidimensionalen Strömung in Flußkurven berücksichtigt. Dies ist neben der Richtungsabweichung der Schubspannung an der Sohle auch die Wirkung der in der Außenkurve durch Advektion in Sohlhöhe gebrachten maximalen Strömungsgeschwindigkeiten. Die starke Wirkung dieses Effektes ist bereits in Abschnitt 2.2.4 gezeigt worden. Insbesondere Meckel 1978 [70] betont diesen Effekt der Strömung in Kanalkrümmungen.

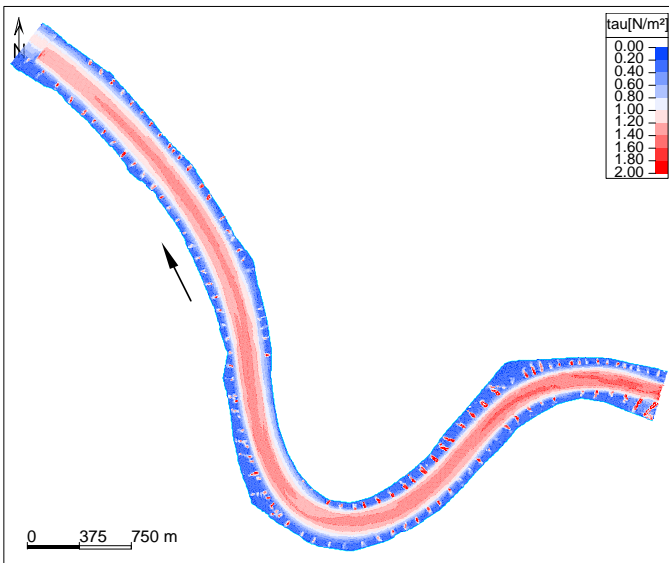


Abbildung 6.21: Verteilung der Sohlschubspannung im Modell Elbe-Kurve am Ende der Simulationszeit, berechnet mit SMOR3D

Ein Vertikalschnitt der berechneten Geschwindigkeiten ist an der in Abbildung 6.22 bezeichneten Stelle vorgenommen worden. Aus dem Modell wurde im Zustand mit realer, gepeilter Tiefenverteilung ein Vertikalschnitt interpoliert, der in Abbildung 6.23 zu sehen ist.

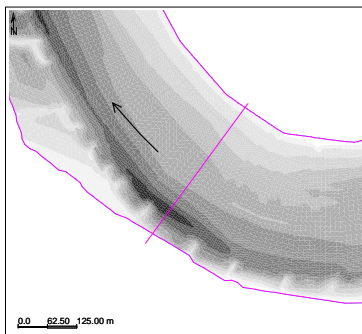


Abbildung 6.22: Lage des Querschnittes im Modell

Mit der Korrektor gemäß der Kontinuitätsgleichung konnten interessante Ergebnisse erreicht werden. Dabei handelt es sich um eine morphodynamische Simulation, in die nur das Geschwindigkeitsfeld der Anfangstiefenverteilung einfließt. Nach jeder Sohländerung wird das Geschwindigkeitsfeld korrigiert, indem so getan wird, als wäre der spezifische Durchfluß an jedem Knoten zeitlich konstant. Diese Vorgehensweise wurde bereits in Abschnitt 5.10 vorgestellt. Diese Korrektur stellt eine Iteration dar, die auf einen stabilen Gleichgewichtszustand an jedem Knoten führt. Hier wurde sich diesem Zustand iterativ genähert, gerade so als würde die Strömungsrechnung tatsächlich ausgeführt werden. Die morphodynamische Beschleunigung wurde jedoch noch um den Faktor 100 erhöht, um eine schnellere Konvergenz zu erzielen. Die maximal möglichen Sohländerungen je Iteration waren auf 10cm begrenzt. In den flacheren Bereichen wurde eine minimale Wassertiefe eingeführt, um unrealistische Werte für die Geschwindigkeiten zu vermeiden. Im Verlauf der Iterationen ergaben sich Umverlagerungen der Sohlsedimente, ganz ähnlich denen, die mit voller Hydrodynamik berechnet wurden. Die zu flachen Bereiche bilden lange Transportkörper, welche dann schrittweise aus dem Gebiet herauswandern. Der zeitliche Verlauf der Tiefen und der Schubspannungen ist in Abb. 6.24 zu sehen. Die anfänglich sehr starken Änderungen klingen schnell ab. Die transportkörperähnlichen Sohlformen durchwandern das Gebiet durch den großen Beschleunigungsfaktor recht schnell. Hier wurden insgesamt 50000 Iterationen ausgeführt. Die Abbildung 6.24 zeigt, daß bereits nach 25000 Iterationen ein Gleichgewicht erreicht wurde. Mit einem Rechenzeitschritt von 0,25 Sekunden für das explizite Rechenverfahren entspricht dies einem hydrodynamischen Zeitraum von 1,7 Stunden und mit einem morphologischen Beschleunigungsfaktor von 2000 einem Zeitraum von 141 Tagen. Dies stellt eine deutliche Beschleunigung dar. In Abbildung 6.25 ist die Sohltopographie und die Schubspannungsverteilung am Ende der Iterationen zu sehen. Deutlich ist die Ähnlichkeit mit den Simulationen mit Berücksichtigung der Änderungen des Geschwindigkeitsfeldes zu sehen. Diese weitgehende Übereinstimmung überrascht, wenn man an die extreme Vereinfachung denkt, die diesen Iterationen zugrunde liegt.

Die Sohltopographie ganz ohne Hangabwärtstrieb ist in Abbildung 6.26 zu sehen. Nach

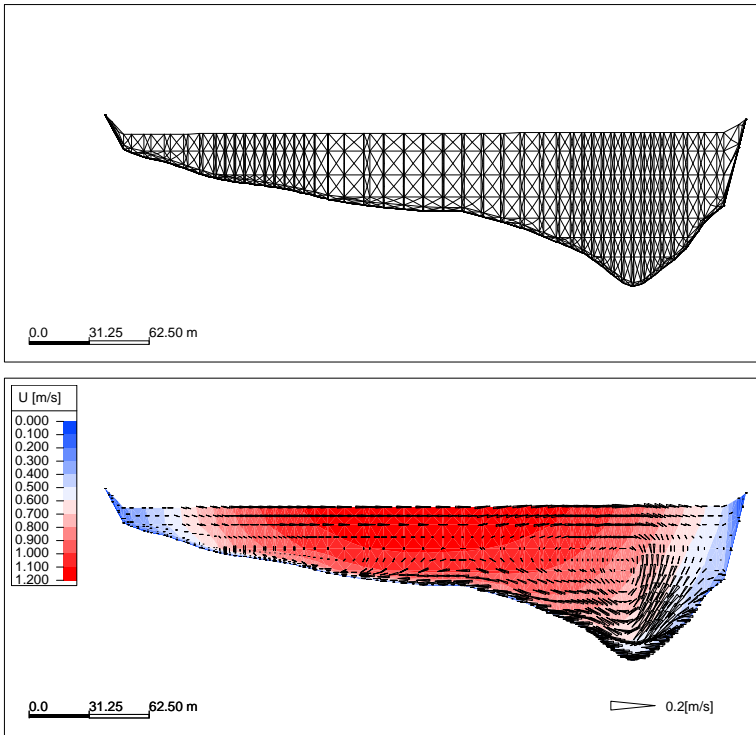


Abbildung 6.23: Verteilung der Geschwindigkeiten im Querprofil im Modell Elbe-Kurve bei gepelter Sohltopographie (oben Schichten, unten Vektoren der tangentialen und Farbflächen der normalen Geschwindigkeit, berechnet mit SMOR3D, Blickrichtung entgegen der Strömungsrichtung)

einiger Zeit bilden sich vollkommen unrealistische Auskolkungen von bis 20m Tiefe. Die bereits beschriebene Notwendigkeit den Hangabwärtstrieb zu berücksichtigen, kann man hier deutlich sehen. Gleichzeitig wird auch gezeigt, daß das numerische Modell prinzipiell in der Lage ist solche tiefen Auskolkungen zu berechnen.

Die Wirkung der Dispersion des Geschiebetriebes kann aus dem Vergleich der Abbildungen 6.27 und 6.28 gewonnen werden. Die Abbildungen zeigen die Tiefenverteilung nach ca. 7 Jahren Simulationszeit. Die Unterschiede sind bei der vorgegebenen Dispersivität in Gleichung 3.77 von 10m noch immer relativ gering. Im tieferen Fahrwasserbereich zeichnet sich ein gewisser Ausgleich der Sohldeformationen ab. In den flacheren Seitenbereichen, in denen die Schubspannung näher an den kritischen Werten liegt, hingegen ist eine Verstärkung der Sohlunebenheiten aufgetreten. Die gewählte Formulierung bedarf einer eingehenderen Verifikation durch geeignete Meßdaten. Diese liegen im Moment leider nicht vor.

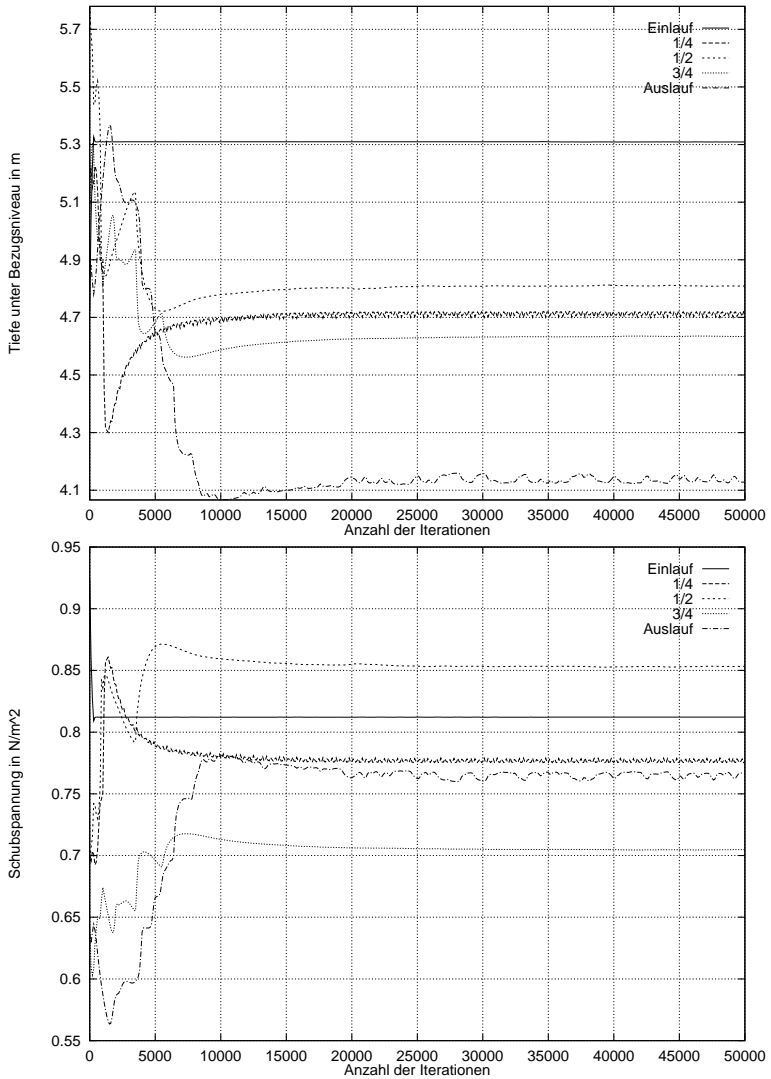


Abbildung 6.24: Zeitreihen der Tiefenentwicklung (oben) und der Schubspannungen (unten) im Modell Elbe-Kurve über die Iterationen bei Anwendung der Korrektur mit der Kontinuitätsgleichung (im Beispiel wurden 50000 Iterationen ausgeführt)

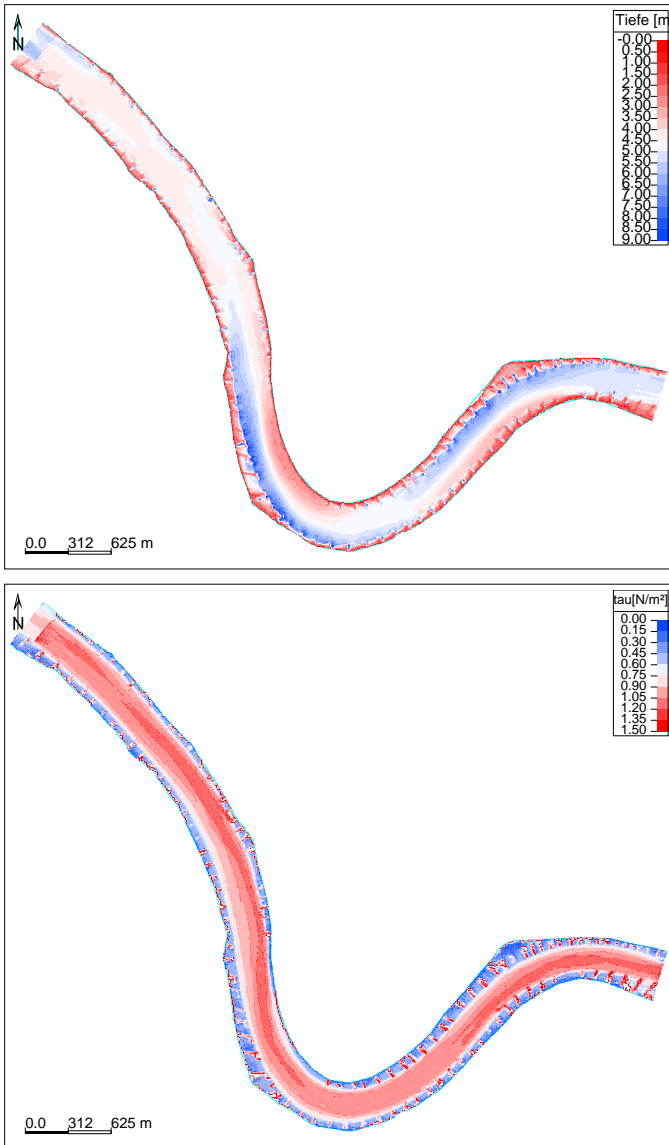


Abbildung 6.25: Verteilung der Tiefen (oben) und der Schubspannungen (unten) am Ende der Korrektur mit der Kontinuitätsgleichung (ohne hydrodynamische Simulation) für das Modell Elbe-Kurve (nach 50000 Iterationen, oben - Sohltopographie, unten - Schubspannungen)

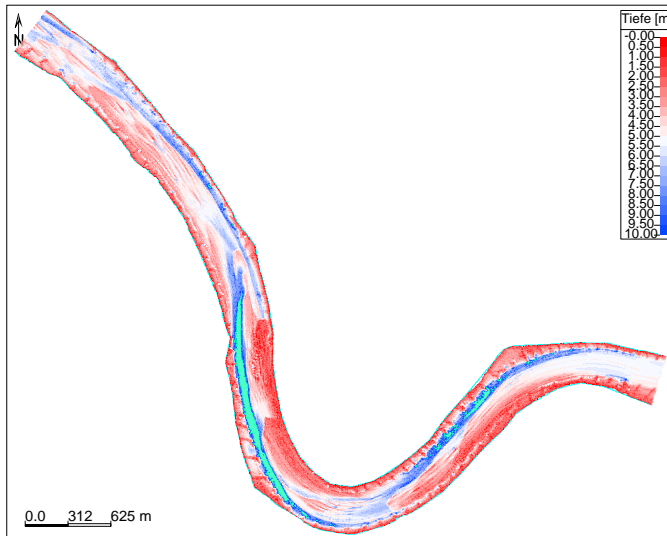


Abbildung 6.26: Tiefenverteilung Elbe-Kurve ohne Hangabwärtstrieb und ohne Geschiedispersion (nach 150000 Sekunden hydrodynamischer Modellzeit ca. 10 Jahre). Türkise Bereiche in der Außenkurve sind Tiefen über 10m. Maximal werden Tiefen von 20m erreicht. (volle HN-Kopplung)

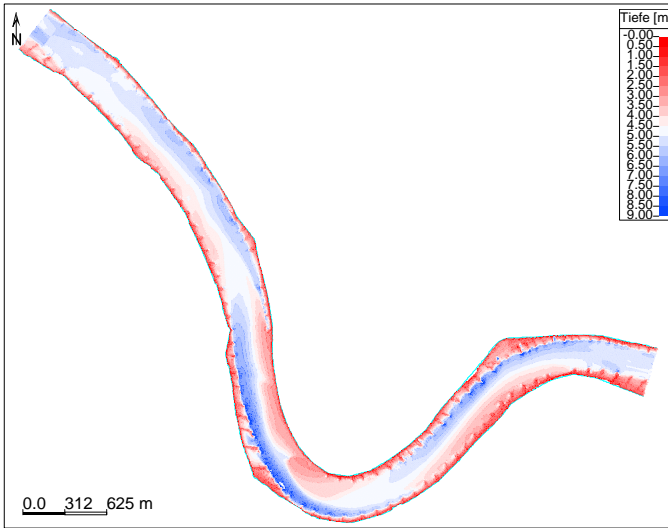


Abbildung 6.27: Tiefenverteilung Elbe-Kurve mit Hangabwärtstrieb und ohne Geschiebedispersion (nach 100000 Sekunden hydrodynamischer Modellzeit ca. 7 Jahre).

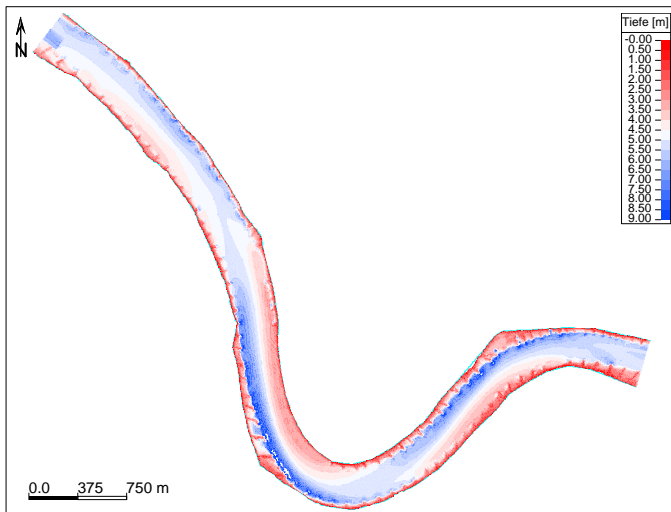


Abbildung 6.28: Tiefenverteilung Elbe-Kurve mit Hangabwärtstrieb und mit Geschiebedispersion (nach 100000 Sekunden hydrodynamischer Modellzeit ca. 7 Jahre).

Kapitel 7

Zusammenfassung

Die Besonderheit der Strömungsverhältnisse in Flußkurven ist das Wirken von Fliehkräften. Diese Kräfte überlagern jene, die auch in geraden Gerinnen wirken. Das Größenverhältnis dieser Einflußfaktoren und die erzeugten Strömungen waren bereits oft Gegenstand von Untersuchungen an vereinfachten Gerinnekonfigurationen und von Feldmessungen. Die Stärke des Einflusses der einzelnen Faktoren kann am besten mit einem numerischen Modell abgeschätzt werden, da hier sämtliche Größen direkt und ohne großen Aufwand herausgegriffen werden können. Es ist eine Variation der berücksichtigten Einflußgrößen möglich, woraus sich die Sensitivität der Aussagen abschätzen läßt.

Die Sekundärströmung ist für die Morphodynamik aus zwei Gründen von großer Bedeutung. Erstens bewirkt die Verschwenkung der Strömungsvektoren eine geringe, aber entscheidende Divergenz der Geschiebetransporte am Außenufer und zweitens bewirkt sie eine Verlagerung der Hauptströmung in die Außenkurve hinein. Mathematische Modelle von Flußkurven und Mäanderstrecken sind bisher stark vereinfacht worden. Dies führte auch zur Vernachlässigung des Impulstransportes durch die Sekundärströmung (wie z.B. Odgaards Modell). Ohne starke Vereinfachungen kommt das Modell SMOR3D aus. Es ermöglicht darüber hinaus die Berücksichtigung einer beliebigen Sohltopographie und Uferlinienführung. Die Sekundärströmung weist einen deutlichen Nachlauf auf und kann in Abhängigkeit vom Breite-Tiefen Verhältnis auch ein System aus zwei Walzen ausbilden. Die an steilen Außenufern starke Wandreibung kann zu speziellen gegenläufigen Sekundärströmungswalzen in Oberflächennähe des Außenufers führen (siehe Abschnitt 2.2.3). In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, daß mit dem Modell SMOR3D diese Strömungsvorgänge richtig simuliert werden können.

Die speziellen Strömungsverhältnisse führen zu einer speziellen Morphologie, den bekannten Kurvenkolken. Diese Sohlstrukturen stellen sich im Wechselspiel zwischen dreidimensionaler Sekundärströmung und Ablenkung des Geschiebetriebes durch die Sohlneigung (Hangabwärtstrieb) mit ihren charakteristischen Tiefen und Übertiefen ein. Diese Vorgänge werden durch SMOR3D berechnet. Das Modell ist in der Lage, die Instabilität der Sohle im zweidimensionalen Fall abzubilden. Die Bildung von alternierenden Bänken konnte mit dem Modell simuliert werden.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Modell kann die morphologischen Veränderungen der Gewässersohle über längere Zeiträume berechnen. Dank spezieller Techniken können trotz der Dreidimensionalität des Strömungsmodells morphologische Entwicklungen simuliert werden, die in der Natur einige Jahre in Anspruch nehmen. Das Modell berechnet bei gleichbleibendem Abfluß nach einem sehr langen Simulationszeitraum eine Morphologie die sich im Gleichgewicht befindet. Die in SMOR3D ermöglichte zeitabhängige Simulation

z.B. eines Hochwasserereignisses kann in zukünftigen Arbeiten genutzt werden, um die Sohlentwicklung über dieses Ereignis hinweg zu untersuchen.

Literaturverzeichnis

- [1] A.M.Z. Alam and J.F. Kennedy. Friction factors for flow in sand-bed channels. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 95(HY6):1973–1992, 1969.
- [2] D.N. Arnold, F. Brezzi, and M. Fortin. A stable finite element for the Stokes equations. *Calcolo*, 21, 1984.
- [3] J.C. Bathurst, C.R. Thorne, and R.D. Hey. Secondary flow and shear stress at river bends. *Journal of the Hydraulics Division*, 105(HY10):1277–1295, 1979.
- [4] W. Bechteler and M. Nujic. 2D-morphologische Simulation einer Flußaufweitung. *Mitteilungen des Institutes für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Darmstadt, Heft 98*, pages 115–126, 1997.
- [5] R.G Bell and A.J. Sutherland. Nonequilibrium bedload transport by steady flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(3):351–367, 1983.
- [6] L. van Bendegom. Eenige beschouwingen over riviermorphologie en rivierverbetering. *De Ingenieur*, 59(4):B1–B11, 1947. englische Übersetzung: Some considerations on river morphology and river improvement, Nat. Res. Council of Canada, Tech. Transl. 1054, 1963.
- [7] P. Blondeaux and G. Seminara. A unified bar-bend theory of river meanders. *Journal of Fluid Mechanics*, 157:449–470, 1985.
- [8] A.F. Blumberg. Numerical model of estuarine circulation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 103(3):295–310, 1977.
- [9] K.F. Bowden and P. Hamilton. Some experiments with a numerical model of circulation and mixing in a tidal estuary. *Estuarine and Coastal Science*, 3:281–301, 1975.
- [10] G. Brettschneider. Anwendung des hydrodynamisch-numerischen Verfahrens zur Ermittlung der M2-Mittschwingzeit in der Nordsee. *Mitteilungen des Institutes für Meereskunde, Universität Hamburg*, 7, 1967.
- [11] J.S. Bridge and D.F. Dominic. Bed load grain velocities and sediment transport rates. *Water Resources Research*, 20(4):476–490, 1984.
- [12] R.A. Callander. Instability and river channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 36:465–480, 1969.
- [13] D. Carstensen. Beanspruchungsgrößen in Fließgewässern mit geschwungener Linieneinführung. *Wasserbauliche Mitteilungen, Institut für Wasserbau und Technische Hydromechanik, Technischen Universität Dresden, Heft 16*, 1999.

- [14] Y.C. Chang. Lateral mixing in meandering channels. *PhD thesis, Univ. of Iowa, Iowa City, Iowa*, 1971.
- [15] Y.-M. Chiew and G. Parker. Incipient sediment motion on non-horizontal slopes. *Journal of Hydraulic Research*, 32(5):649–660, 1994.
- [16] D. Cokljat and B.A. Younis. Second-order closure study of open channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 121(2):94–105, 1995.
- [17] A. Crosato. Simulation of meandering river processes. *Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, Rep. No. 90-3*, 1990.
- [18] H.J. de Vriend. A mathematical model of steady flow in curved shallow channels. *Journal of Hydraulic Research*, 15(1):37, 1977.
- [19] H.J. de Vriend. Steady flow in shallow channel bends. *Communications on Hydraulics, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Rep. No. 81-3*, 1981.
- [20] A.O. Demuren. A numerical model for flow in meandering channels with natural bed topography. *Water Resources Research*, 29(4):1269–1277, 1993.
- [21] A.O. Demuren and W. Rodi. Calculation of flow and pollutant dispersion in meandering channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 172(11):65–92, 1986.
- [22] S. Diebels. Numerical study of barotropic behavior of a nonlinear two-layer model. *Journal of Computational Physics*, 117:114–120, 1995.
- [23] W.E. Dietrich and J.D Smith. Influence of the point bar on flow through curved channels. *Water Resources Research*, 19(5):1173–1192, 1983.
- [24] W.E. Dietrich and J.D Smith. Bed load transport in a river meander. *Water Resources Research*, 20(10):1355–1380, 1984.
- [25] W.E. Dietrich and P. Whiting. Boundary shear stress and sediment transport in river meanders of sand and gravel. *River Meandering; Water Resources Monograph No. 12, AGU*, pages 1–50, 1989.
- [26] Bui Minh Duc. Berechnung der Strömung und des Sedimenttransportes in Flüssen mit einem tiefengemittelten numerischen Verfahren. *Dissertation an der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Karlsruhe*, 1998.
- [27] DVWK. Feststofftransport in Fließgewässern, Berechnungsverfahren für die Ingenieurpraxis. *Heft 87, Verlag Paul Parey*, 1988.
- [28] F. Engelund. Instability of erodible beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 42(2):225–244, 1970.
- [29] F. Engelund. Flow and bed topography in channel bends. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 100(HY11):1631–1648, Nov. 1974. Proc. Paper 10963.
- [30] F. Engelund. Instability of flow in a curved alluvial channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 72(1):145–160, 1975.

- [31] F. Engelund and J. Fredsøe. A sediment transport model for straight alluvial channels. *Nordic Hydrology*, 7:293–306, 1976.
- [32] F. Engelund and O. Skovgaard. On the origin of meandering and braiding in alluvial streams. *Journal of Fluid Mechanics*, 57:289–302, 1973.
- [33] M. Falcon. Secondary flow in curved open channels. *Annual Rev. Fluid Mechanics*, 16:179–193, 1984.
- [34] M. FalconAscanio and J.F. Kennedy. Flow in alluvial-river curves. *Journal of Fluid Mechanics*, 133:1–16, 1983.
- [35] J. Fredsøe. Meandering and braiding of rivers. *Journal of Fluid Mechanics*, 84(4):609–624, 1978.
- [36] S. Fukuoka and W.W. Sayre. Longitudinal dispersion in sinuous channels. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 99(HY1):195–217, 1973.
- [37] Bundesanstalt für Gewässerkunde. Die Zusammensetzung der Elbesohle von der tschechisch-deutschen Grenze bis zur Staustufe Geesthacht. *Bericht der BfG*, 1994.
- [38] W. Götz. Sekundärströmung in aufeinanderfolgenden Gerinnekrümmungen. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Kulturtechnik, Theodor-Rehbock-Flußbaulaboratorium, Universität Karlsruhe*, 163, 1975.
- [39] W.H. Graf. Hydraulics of Sediment Transport. *Water Resources Publications*, 1984.
- [40] W. Hansen. Theorie zur Errechnung des Wasserstandes und der Strömungen in Randmeeren nebst Anwendungen. *Tellus*, 8(3):187–300, 1956.
- [41] F.H. Harlow and J.E. Welch. Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Physics of Fluids*, 8(12), 1965.
- [42] R.D. Hey and C.R. Thorne. Secondary flows in river channels. *Area*, 7(3):191–195, 1975.
- [43] F.E. Hicks, Y.C. Jin, and P.M. Steffler. Flow near sloped bank in curved channel. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(1):55–70, 1990.
- [44] R.B. Hooke. Distribution of sediment transport and shear stress in a meander bend. *The journal of geology*, 83(5):543–565, 1975.
- [45] R.L. Hooke. Shear Stress and Sediment Distribution in a Meander Bend. *University of Uppsala, Ungi. Report No. 30, Sweden*, 1974.
- [46] H. Ikeda. Sedimentary Controls on Channel Migration and Origin of Point Bars in Sand-Bedded Meandering Rivers. In *"River Meandering"*, Eds. S. Ikeda and G. Parker, *AGU Water Resources Monograph 12*, pages 51–68, 1989.
- [47] S. Ikeda. Incipient motion of sand particles on side slopes. *Journal of the Hydraulics Division*, 108(HY1):95–114, 1982.
- [48] S. Ikeda. Lateral bed load transport on side slopes. *Journal of the Hydraulics Division*, 108(HY11):1369–1373, 1982.

- [49] S. Ikeda, M. Yamasaka, and M. Chiyoda. Bed topography and sorting in bends. *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(2):190–206, 1987.
- [50] A.T. Ippen and P.A. Drinker. Boundary shear stresses in curved trapezoidal channels. *Journal of the Hydraulics Division*, 88(HY5):143–179, 1962.
- [51] M. Jäggi. Die Sedimenttransportformeln von Meyer-Peter, Einstein und Engelund. *Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich*, 4, 1978.
- [52] Y.J. Jia and S.S.Y. Wang. Numerical Model for Vhannel Flow and Morphological Change Studies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(9):924–933, 1999.
- [53] X. Jin and C. Kranenburg. Quasi-3D numerical modeling of shallow water circulation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 119(4):458–472, 1993.
- [54] X.-Y. Jin. Quasi-Three-Dimensional Numerical Modelling of Flow and Dispersion in Shallow Water. *Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology*, 1993.
- [55] Y.C. Jin and P.M. Steffler. Predicting flow in curved open channels by depth-averaged method. *Journal of Hydraulic Engineering*, 119(1):109–124, 1993.
- [56] H. Johannesson and G. Parker. Velocity redistribution in meandering rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(8):1019–1039, 1989.
- [57] J.P.Th. Kalkwijk and R. Booij. Adaptation of secondary flow in a nearly horizontal flow. *Journal of Hydraulic Research*, 24(1):19–37, 1986.
- [58] H. Kikkawa, S. Ikeda, and A. Kitagawa. Flow and bed topography in curved open channels. *Journal of the Hydraulics Division*, 102(HY9):1327–1342, 1976.
- [59] M.A.F. Knaepen, S.J.M.H. Hulscher, H.J. de Vriend, and A. van Harten. Behaviour of Alternate Bar Patterns in Rivers. *Advances in Hydro-Science and Engineering, Proceedings of the Int. Conf., on CD-ROM*, 1998.
- [60] F.G. Koch and C. Flokstra. Bed level Computations for Curved Alluvial Channels. *Proc. of the XIX IAHR Congress, New Delhi, India*, 2:357, 1980.
- [61] B. Latteux. Techniques for long-term morphological simulation under tidal action. *Marine Geology*, 126, 1995.
- [62] B.E. Launder and D.B. Spalding. The numerical calculation of turbulent flows. *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, 3:269–289, 1974.
- [63] L.B. Leopold and M.G. Wolman. River channel patterns: braided, meandering and straight. *Geol. Survey Prof. Paper, No. 282-B*, 1957.
- [64] A. Leschziner and W. Rodi. Calculation of strongly curved open channel flow. *Journal of the Hydraulic Division*, 105(10):1297–1314, 1979.
- [65] B.Y. Liu, H.S. Jin, and S. Egashira. Numerical modeling of mobile-bed evolution incorporated with 3-D flow model. *Proceedings of the 27th IAHR Congress "Water for a changing global community", 1997 San Francisco*, 2:1150–1155, 1997.

- [66] D.R. Lynch and W.G. Gray. A wave equation model for finite element tidal computations. *Comp. Fluids*, 7(3):207–228, 1979.
- [67] S. Majumdar. Role of underrelaxation in employing momentum interpolation practice for calculation of flow with non-staggered grids. *Numer. Heat Transfer*, 13(3):125–132, 1988.
- [68] M. Marburger. 2D-morphodynamische Modellierung kleiner Flüsse. *Mitteilungen des Institutes für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Darmstadt, Heft 98*, pages 127–152, 1997.
- [69] M. Marburger. Entwicklung eines tiefengemittelten morphodynamischen Fließgewässermodells. *Kasseler Wasserbau-Mitteilungen Heft 8, Universität Gesamthochschule Kassel*, 1999.
- [70] H. Meckel. Spiralströmung und Sedimentbewegung in Fluß- und Kanalkrümmungen. *Wasserwirtschaft*, 68(10):287–294, 1978.
- [71] P. Mewis. Numerische Berechnungen zum Einfluß verschiedener Bewuchsstadien auf das Fließgeschehen. *Mitteilungen des Institutes für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Darmstadt, Heft 98*, pages 237–247, 1997.
- [72] P. Mewis and K.-P. Holz. A Quasi Bubble-Function Approach for Shallow Water Waves. *Advances in Hydroscience and Engineering, Proceedings of the first Int. Conf. on Hydroscience and Engineering in Washington, Vol 1, Part A*, pages 768–774, 1993.
- [73] E. Meyer-Peter and R. Müller. Eine Formel zur Berechnung des Geschiebetriebes. *Schweizerische Bauzeitung*, 67. Jahrgang, Nr. 3, pages 29–32, 1949.
- [74] C.A. Mockmore. Flow around bends in stable channels. *Proceedings of the ASCE*, 69(3):335–360, March 1943.
- [75] E. Mosselmann. Mathematical modelling of morphological processes in rivers with erodible cohesive banks. *Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, Rep. No. 92-3*, 1992.
- [76] H. Nakagawa and T. Tsujimoto. Sand bed instability due to bed load motion. *Journal of the Hydraulics Division*, 106(12), 1980.
- [77] D. Naot and W. Rodi. Calculation of secondary currents in channel flow. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 108(HY8):948–968, 1983.
- [78] V.T. Nguyen. Three Dimensional Computation of Turbulent Flow in Meandering Channels. *Mitteilungen des Institutes für Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe, Heft 208*, 2000.
- [79] W. Nunner. Wärmeübertragung und Druckabfall in rauen Röhren. *VDI Forschungshefte*, page 455, 1956.
- [80] A. Jacob Odgaard. Meander flow model I: Development. *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(12):1117–1136, 1986.

- [81] A. Jacob Odgaard and Mary A. Berg. Flow processes in a curved alluvial channel. *Water Resources Research*, 24(1):45–56, 1988.
- [82] K.W. Olesen. Bed topography in Shallow River Bends. *Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, Rep. No. 87-1*, 1987.
- [83] N.R.B. Olsen and M.C. Melaaen. Three-dimensional numerical modeling of scour around cylinders. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 119(9), 1993.
- [84] G. Parker. On the cause and characteristic scales of meandering and braiding in rivers. *Journal of Fluid Mechanics*, 76(3):457–480, 1976.
- [85] B.C. Phillips and A.J. Sutherland. Spatial lag effects in bed load sediment transport. *Journal of Hydraulic Research*, 27(1):115–133, 1989.
- [86] V.M. Ponce and D.B. Simons. Shallow wave Propagation in open channel flow. *Journal of the Hydraulics Division*, 103(HY12):1461–1476, 1977.
- [87] L. Prandtl. Strömungslehre. *Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 4. Auflage*, 1944.
- [88] C.M. Rhie and W.L. Chow. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 21(11):1525–1532, 1983.
- [89] L. van Rijn. Sediment Transport, Part I: Bed load transport. *Journal of the Hydraulic Engineering*, 110(10):1431–1456, 1984.
- [90] L. van Rijn. Sediment Transport, Part II: Suspended load transport. *Journal of the Hydraulic Engineering*, 110(11):1613–1641, 1984.
- [91] L. van Rijn. Mathematical modeling of suspended sediment in nonuniform flows. *Journal of the Hydraulic Engineering*, 112(6):433–455, 1986.
- [92] W. Rodi. Turbulence Models and their Application in Hydraulics. *IAHR*, 1984.
- [93] J.A. Roelvink. Validation of Delft2D-MOR. <http://hydr.ct.tudelft.nl/wbk/public/mor-valid/>, 1999.
- [94] I.L. Rozovskii. Flows of water in bends of open channels. *Publ. by the Academy of Science of the Ukrainian SSR, Kiev - Printed in Jerusalem by S. Monson*, 1957.
- [95] R. Schielen, A. Doelman, and H.E. de Swart. On the nonlinear dynamics of free bars in straight channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 252:325–356, 1993.
- [96] R.C.M. Schröder. Vergleichbarkeit von Geschiebformeln. *Die Wasserwirtschaft*, 5, 1985.
- [97] Masato Sekine and Gary Parker. Bed-load transport on transverse slope. I. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(4):513–535, April 1992.
- [98] W. Siebert. Strömungscharakteristiken in einem Kanal mit 180°-Krümmungen. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Kulturtechnik, Theodor-Rehbock-Flußbaulaboratorium, Universität Karlsruhe*, 168, 1982.

- [99] D.B. Simons and F. Sentürk. Sediment transport technology. *Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado*, 1977.
- [100] J.D. Smith and S.R. McLean. A Model for Flow in Meandering Streams. *Water Resources Research*, 20(9):1301–1315, 1984.
- [101] R.L. Soulsby. The bottom boundary layer of shelf seas. In *Physical Oceanography of Coastal and Shelf Seas, Edt.: B. Johns, Elsevier Science Publishers, Amsterdam*, pages 189–266, 1983.
- [102] Michael Spanring. Die Wirkung von Buhnen auf Strömung und Sohle eines Fließgewässers - Parameterstudie an einem numerischen Modell. *Berichte des Lehrstuhles und der Versuchsanstalt für Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU München*, 86, 1999.
- [103] C.G. Speziale. On nonlinear k-l and k- ϵ models of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 178:459–475, 1987.
- [104] N. Struiksmā, K.W. Olesen, C. Flokstra, and H.J. de Vriend. Bed deformation in curved alluvial channels. *Journal of Hydraulic Research*, 23(1):57–79, 1985.
- [105] B.M. Sumer and R. Deigaard. Particle motions near the bottom in turbulent flow in an open channel. Part 2. *Journal of Fluid Mechanics*, 109:311–337, 1981.
- [106] A.M. Talmon, M.C.L.M. van Mierlo, and N. Struiksmā. Laboratory measurements of the direction of sediment transport on transverse alluvial-bed slopes. *Journal of Hydraulic Research*, 33(4):495–517, 1995.
- [107] Thuc. Two-dimensional morphological computations near hydraulic structures. *Doctoral Thesis, Asian Inst. of Technology, Bangkok, Thailand*, 1991.
- [108] M. Tubino. Growth of alternate bars in unsteady flow. *Water Resources Research*, 27(1):37–52, 1991.
- [109] C.-L. Yen und B.C. Yen. Water surface configuration in channel bends. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 97(HY2):303–321, 1971.
- [110] M.A. Nough und R.D. Townsend. Shear-stress distribution in stable channel bends. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 105(HY10):1233–1245, 1979.
- [111] V.A. Vanoni and G.N. Nomicos. Resistance properties of sediment laden streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, 85(5):77–107, 1959.
- [112] M.A. Velikanov. Dynamics of channel flows. *Hydrometeorology Publishing House, III*, 1965.
- [113] J. Versteegh. The numerical simulation of 3-D flow through or around hydraulic structures. *Communications on hydraulic and geotechnical engineering, TU-Delft, Rep. No. 89-4*, 1989.
- [114] H.J. de Vriend, J. Zyserman, J. Nicholson, J.A. Roelvink, P. Pechon, and Southgate. H.N. Medium-term 2DH coastal area modelling. *Coastal Engineering*, 21:193–224, 1993.

- [115] S.S.Y. Wang. Three-dimensional models for fluvial hydraulic simulation. *International Conference on Fluvial Hydraulics*, pages 268–273, 1988.
- [116] N.B. Wellington. A Sediment-Routing Model for Alluvial Streams. *M.Eng.Sc. Dissertation, Universität Melbourne, Australien*, 1978.
- [117] I.G. Wilson. Equilibrium cross sections of meandering and braided rivers. *Nature*, 241:393, 1973.
- [118] H. Wittmann. Wasser- und Geschiebebewegung in gekrümmten Flußstrecken. *Untersuchungen aus dem Flußbaulaboratorium der Technischen Hochschule Karlsruhe; Springer Verlag Berlin*, 1938.
- [119] W. Wu, W. Rodi, and T. Wenka. 3D Numerical Modeling of Flow and Sediment Transport in Open Channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(1):4–15, 2000.
- [120] W. Wu and T. Wenka. 3D Calculation of bed morphology in the case of bed load transport. *Advances in Hydro-Science and Engineering, Proceedings of the Int. Conf., on CD-ROM*, 1998.
- [121] C.T. Yang and W.W. Sayre. Stochastic model for sand dispersion. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 97(HY2):265–288, 1969.
- [122] J. Ye and J.A. McCorquodale. Simulation of curved open channel flows by 3D hydrodynamic model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(7):687–698, 1998.
- [123] B.C. Yen. Characteristics of subcritical flow in a meandering channel. *Report, Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, Iowa City, Iowa*, 1965.
- [124] C. Yen and K.T. Lee. Bed topography and sediment sorting in channel bend with unsteady flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 121(8):591–599, 1995.
- [125] C.-L. Yen. Bed topography effect on flow in a meander. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 96(HY1):57–73, 1970.
- [126] U. Zanke. Sedimenttransportformeln für Bed-Load im Vergleich. *Mitteilungen des Franzius-Institutes der Universität Hannover, Heft 64*, 1987.
- [127] U. Zanke. Der Beginn der Sedimentbewegung als Wahrscheinlichkeitsproblem. *Wasser und Boden*, 1, 1990.
- [128] U. Zanke. Ein numerisches Modell für bewegliche Sohle. *Wasser und Boden*, 12:28–31, 1994.
- [129] U. Zanke. Zur Physik von strömungsgetriebenem Sediment (Geschiebetrieb). *Mitteilungen des Institutes für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Darmstadt, Heft 106*, 1999.
- [130] C. Zimmermann and J.F. Kennedy. Transverse bed slopes in curved alluvial streams. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 104(HY1):33–48, 1978.

Verzeichnis der Mitteilungshefte

Gesamtverzeichnis der bisherigen "Technischen Berichte über Ingenieurhydrologie und Hydraulik" ¹

- Nr. 1/1965** (vergriffen)
H. Lacher Über das Kriechverhalten destillierter Bitumina unter Zugrundelegung der Theorie der linearen Viskosität
- Nr. 2/1966**
J. Bock Einfluß der Querschnittsform auf die Widerstandsbeiwerte offener Gerinne
- Nr. 3/1967** (vergriffen)
P. Unger Berechnung instationärer Abflußvorgänge in natürlichen Gerinnen unter Verwendung eines von der Gerinneform unabhängigen Rauigkeitsmaßes
- Nr. 4/1968** (vergriffen)
W. Tiedt Berechnung des laminaren und turbulenten Reibungswiderstandes konzentrischer und exzentrischer Ringspalte
- Nr. 5/1969**
R. Schröder Häufigkeitsanalyse hydrologischer Daten
B. Scherer Unverzerrtes Hele-Shaw-Modell für instationäre Grundwasserströmungen mit freier Oberfläche
- Nr. 6/1970**
D. Krause Einfluß der Trassierungselemente auf den Spiegelverlauf in gekrümmten Schußrinnen
- Nr. 7/1971**
W. Tiedt Hydrodynamische Untersuchung des Teilfüllungsproblems, Gesetzmäßigkeiten des Abflusses in technisch rauen Kreisgerinnen bei laminarer und turbulenter Strömung
- Nr. 8/1972**
M. T. Monzavi Widerstandsgesetz auf statistischer Basis für extreme natürliche Rauigkeiten in Druckrohren
- Nr. 9/1973**
B. Scherer Die Entwicklung und Anwendung eindimensionaler Modelle der zweidimensionalen Grundwasserbewegungen in Fluß-, Graben- und Drainnähe
- Nr. 10/1973** (vergriffen)
diverse Autoren Sammlung von Kurzberichten 1965 - 1972
- Nr. 11/1974** (vergriffen)
E. Zäschke Widerstandsmindernde Wirkung hochmolekularer Zusätze beim Transport Newtonscher Flüssigkeiten in geschlossenen Leitungen
R. Schröder, Über das hydraulische Widerstandsverhalten von Beton- und Stahlbetonrohren im Übergangsbereich, Konstruktionshilfe für Strömungsnetze ebener Potentialströmungen mittels Elementarströmungen
D. Knauf, Einfluß von Teilfüllungsgrad und von Wanddicke des porösen Rohrmantels auf die Ergiebigkeit von Betonfilterrohren
H. Lacher, Untersuchung zur Ermittlung der Abflußleistung poröser Betonfilterrohre unter natürlichen Bedingungen
M. T. Monzavi, Berechnung von Hochwasserabläufen mit Näherungsverfahren und Anwendung
H. Lacher, Neuere Methoden der Wissensvermittlung im Fach Hydraulik, erläutert am Lehrbeispiel Hydrostatik räumlich gekrümmter Oberflächen
K. J. Ueker
G. Euler,
A. Koussis
H. Lacher
- Nr. 12/1974**
H. J. Dallwig Fließformeln und Formbeiwert - eine kritische Untersuchung üblicher Berechnungsmethoden für Gerinneströmungen

¹Bestellungen beim Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft Fachgebiet Ingenieurhydrologie und Wasserbewirtschaftung Petersenstraße 13, D-64287 Darmstadt

- R. Schröder
Nr. 13/1974
D. Belke
Die statistische Analyse von Grundwasserständen mit dem Ziel der Extremwertprognose
(vergriffen)
- Nr. 14/1975**
G. Euler
Die Simulation der Niederschlagsaufteilung für Hochwasserabfluß-Modelle
(vergriffen)
- Nr. 15/1975**
A. Koussis
Ein verbessertes Näherungsverfahren zur Berechnung von Hochwasserabläufen
- Nr. 16/1975**
G. Lass
Berechnung von Horizontalfilterbrunnen mit beliebig angeordneten Filterrohren
- Nr. 17/1976**
D. Knauß
Die Abflußbildung in schneebedeckten Einzugsgebieten des Mittelgebirges
(vergriffen)
- Nr. 18/1977**
H. Bischoff
Die Berechnung von Potentialfeldern mit der Randintegralmethode, dargestellt am Beispiel der ebenen Grundwasserbewegung
- Nr. 19/1977**
I. David
Grundwasserfassungsanlagen mit Filterrohren
- Nr. 20/1977**
diverse Autoren
Sammlung von Kurzberichten 1972 - 1977
(vergriffen)
- Nr. 21/1978**
O. Gieseler
Einfluß der äquivalenten Sandrauhigkeit auf die Lage des Wechselsprungs bei Umlenkung eines frei fallenden runden Flüssigkeitsstrahls an einer ebenen Platte
- Nr. 22/1978**
R. Schröder
D. Belke,
G. Euler
G. Euler,
R. Wackermann
T. Brandt
R. Schröder
Forschungsarbeiten des Instituts für Hydraulik und Hydrologie
Simulation zur Nutzraumoptimierung einer Talsperre
- H. Lacher,
F. Thiele
W. Tiedt
Ein detailliertes mathematisches Modell zur Simulation von Hochwasserwellen am Beispiel der Nidda
Der Austausch von Oberflächen- und Grundwasser
Gestaltung von Offshore-Bauwerken für die Kühlwasserversorgung thermischer Kraftwerke
Zum Problem des Regenwasserabflusses auf Fahrbahnen
- O. Gieseler
Druckspüler/Spülkasten - ein Beitrag zur Hydraulik zweier Spülssysteme der Sanitärtechnik
Hydraulische und mechanische Verfahren zur Ermittlung von Rauigkeiten
- Nr. 23/1978**
A. Holderbaum
Hydraulische Untersuchung zur Ermittlung der Wasserfilmdicken auf berechneten Fahrbahnoberflächen
- Nr. 24/1979**
T. Brandt
Modell zur Abflußgangliniensimulation unter besonderer Berücksichtigung des grundwassersehbürtigen Abflusses
- Nr. 25/1980**
N. Könemann
Der wechselseitige Einfluß von Vorland und Flußbett auf das Widerstandsverhalten offener Gerinne mit gegliederten Querschnitten
- Nr. 26/1981**
R. Wackermann
Ein Rasterverfahren mit flächenvariabler Systemfunktion zur Simulation von Hochwasserganglinien aus großen Einzugsgebieten
- Nr. 27/1981**
A. Holderbaum
Modellversuche zum Abfluß von Niederschlagswasser auf Verwindungsstrecken
- Nr. 28/1982**
H. J. Dallwig
Zur Leistungsfähigkeit von Kelchüberfällen

Nr. 29/1982

R. Schröder
H. Lacher
H. Lacher,
R. Schröder
H. Lacher

In memoriam Hannes Lacher – Geleitwort
Über die viskoelastischen Eigenschaften von destilliertem Bitumen
Experimentelle Erfahrungen mit Filterrohren als Grundlage ihrer hydraulischen Bemessung
Grundwasserabfluß mit freier Oberfläche, Auszug aus dem Textbuch zur Technischen Hydraulik

H. Lacher,
B. Söhngen,
H. Bischoff
H. Lacher

Anwendung der Randintegralmethode zur Berechnung der Leistungsfähigkeit von teilgefüllten Rohren

H. Lacher,
B. Söhngen,
H. Bischoff

Verallgemeinertes Berechnungsverfahren nach Dupuit-Forchheimer für Grundwasserleiter beliebig hoher Durchlässigkeit
Anwendung der Feldintegralmethode zur Berechnung der Durchströmung von Steinschüttdämmen

F. Zior,
H. Lacher
H. Gerdes,
H. Lacher

Ein neues Meßverfahren für die Bestimmung der Oberflächenrauigkeit von Kanalwandungen

F. Zior,
H. Lacher
H. Lacher,
E. Zäschke

Die Berechnung dreidimensionaler Grundwasserströmung mit Mitteln der ebenen Potentialtheorie

H. Lacher,
B. Söhngen,
H. Bischoff
H. Lacher
H. Lacher

Entwicklung einer konduktometrischen Sonde zur Messung von Wasserfilmdicken auf Fahrbahnoberflächen

Schiffahrsbedingte Wasserdruckausbreitung in Kanalböschungen

Die Berechnung der Ergiebigkeit von Drainagesystemen in horizontal ausgedehnten Grundwassersystemen

Zur Begründung der Konzentrationszeit aus der Sicht der Hydraulik
Humor im Wasserbaulichen Versuchswesen: Versuchsanordnung zur Bestimmung der äquivalenten Sandrauigkeit von Steinzeugrohren

Nr. 30/1983

diverse Autoren

Sammlung von Kurzberichten 1978 - 1983

Nr. 31/1983

F. Thiele

Fahrbahn­längsentwässerung im Straßengerinne und ein Entwurf für zukünftige Richtlinien zur Bemessung

Nr. 32/1984

U. Höfer

Beginn der Sedimentbewegung bei Gewässersohlen mit Riffeln oder Dünen

Nr. 33/1985

G. Euler,
C. Heinzelmann,
D. Jacobi

Die Berechnung des Schmutzwasserabflusses aus Niederschlägen: Eine vergleichende Darstellung und Wertung der Modellansätze

Nr. 34/1985

H. Gerdes

Berechnung dreidimensionaler Grundwasserströmung mit Mitteln der ebenen Potentialtheorie am Beispiel des Sickerstollens

Nr. 35/1986

diverse Autoren

Stofftransport im Wasser - Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1985: Zusammenstellung der Referate

Nr. 36/1986

R. Schröder
R. Schröder
C. Kraus

Diskontinuierliche Abflußvorgänge in Freispiegelrinnen: Randwalzen

Die turbulente Strömung im freien Wechselsprung: Deckwalze

Walzenbildung im Kolk

Nr. 37/1987

C. Heinzelmann,
U. Höfer

Transportbeginn auf geriffelter Sohle unter dem Einfluß einer stationär gleichförmigen Strömung mit überlagerter Schwallwelle

- Nr. 38/1987**
F. Zior
Regenwasserabfluß auf Fahrbahnoberflächen: experimentelle und theoretische Untersuchungen
- Nr. 39/1987**
B. Söhngen
Das Formbeiwertkonzept zur Berechnung des Fließwiderstandes in Rohren und Gerinnen
- Nr. 40/1988**
diverse Autoren
Lösungsansätze zu aktuellen Problemen im Wasserbau - Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1987: Zusammenstellung der Referate
- Nr. 41/1987**
G. J. Weiß
Abfluß- und Wasserstandssteuerung in offenen Gerinnen mit Hilfe selbstregulierender Schwimmkörper
- Nr. 42/1989**
H. Zaiß
Simulation ereignisspezifischer Einflüsse des Niederschlag-Abfluß-Prozesses von Hochwasserereignissen kleiner Einzugsgebiete mit Niederschlag-Abfluß-Modellen
- Nr. 43/1990**
diverse Autoren
Hydraulik und Hydrologie im Stadtbauwesen - Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1989: Zusammenstellung der Referate
- Nr. 44/1990**
H. Wegner
Steuerung für kleine Hochwasserschutzräume
- Nr. 45/1991**
U. Drechsel
Repräsentanz und Übertragbarkeit von Niederschlagsersatzbelastungen zur Durchführung von Schmutzfrachtberechnungen
- Nr. 46/1991**
J. Lang
Analyse und Simulation des Feuchtekontinuums auf Straßenoberflächen
- Nr. 47/1992**
G. J. Weiß
Sohlenbeanspruchung und Sedimenttransport unter Einzelwellen
- Nr. 48/1992**
C. Heinzelmann
Hydraulische Untersuchung über den Einfluß benthischer Diatomeenfilme auf Strömungswiderstand und Transportbeginn ebener Sandsohlen
- Nr. 49/1993**
J. Kühlborn
Wachstum und Wanderung von Sedimentriffeln
- Nr. 50/1995**
M. Schuster
Transportkritische Schubspannungen bei verschiedenen Sohlenzuständen, insbesondere unter Einzelwellenbelastung bei stationärer Grundströmung
- Nr. 51/1993**
diverse Autoren
(vergriffen)
Dezentraler Hochwasserrückhalt - Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1992: Zusammenstellung der Referate
- Nr. 52/1994**
N. Engel
Hydrologische Simulation der Abflußtransformation in Kanalisationsnetzen
- Nr. 53/1995**
diverse Autoren
Die modellgestützte Bewirtschaftung intensiv genutzter Einzugsgebiete - Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1994: Zusammenstellung der Referate
- Nr. 54/1996**
S. Wallisch
Ein mathematisches Modell zur Berechnung der hydromechanischen Beanspruchung von Riffelsohlen

Gesamtverzeichnis der bisherigen "Wasserbau-Mitteilungen der TH Darmstadt" ² (teilweise Kurztitel)

- Heft 1/März 66** (vergriffen)
Bassler, F. Vorwort des Herausgebers
Linder, R. Hochwasserentlastung von Stautufen durch Schiffsschleusen
Bassler, F. Beginnt die Epoche der Gezeitenkraftwerke?
Elshazli, S. Die Bedeutung der Wasserkraft für die ägyptische Wirtschaft
- Heft 2/Juli 67** (vergriffen)
Uhlig, D. Probleme des landwirtschaftlichen Wasserbaus in Lybien
Bassler, F. Eindrücke vom ICID-Kongreß in Indien
Sauer, H.-D. Zentral messendes Wasserstands-Registriergerät für Modelle mit instationärer Strömung
Bassler, F. Die Nutzung von Meerwasser in der Kattara-Senke/Ägypten
- Heft 3/Dez. 68** (vergriffen)
Müller, J. Weltregister der Pumpspeicherkraftwerke
Bassler, F. Wasserwirtschaftliche Sonderaufgaben in Entwicklungsländern
Bayer, E. Die Versuchseinrichtungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft
Mäder, Ch. Die Exkursionen des Lehrstuhls für Wasserbau und Wasserwirtschaft
Bassler, F. Scheme for Qattara Depression/Egypt
- Heft 4/Aug. 69**
Bayer, E. Gestaltung der Rampenbauwerke für Flußfähren
- Heft 5/Nov. 69**
Sauer, H.-D. Industrierwasserentnahme aus schwebstoffreichen Flüssen
- Heft 6/Okt. 70**
Schröder, W. Ausbaugefällebemessung alluvialer Bachstrecken nach dem Sandtransportvermögen
- Heft 7/Feb. 71**
Müller, J. Auswirkungen eines Unterbeckens für Pumpspeicherung auf die Wasserwirtschaft
Bassler, F. Nuklearausbruch und Pumpspeicherung als Kostenfaktoren der Wasserkraftanlage in der Kattara-Senke/Ägypten
- Heft 8/Juli 71**
Bassler, F. 10 Jahre Lehre und Forschung in Wasserbau und Wasserwirtschaft an der Technischen Hochschule Darmstadt
Mäder, Ch. Modellversuche zur Umgestaltung des Mains bei Aschaffenburg
Schmidtke, R. Projektstudie zur Regelung des Rio Mantaro in der Hochebene von Huancayo/Peru
Schröder, W. Projektstudie zur Ufersicherung am Amazonas bei Iquitos/Peru
Sulser, P. Gedanken zu den Exkursionen eines Wasserbaulehrstuhls
Täubert, U. Modellversuche für Hochwasserentlastungsanlage Staudamm Poza Honda/Ecuador
Uhlig, D. Das Bewässerungsprojekt Al Hassa/Saudi Arabien
Bassler, F. Studieneinführung Bauingenieurwesen, Fachgebiet Wasserbau und Wasserwirtschaft
- Heft 9/Nov. 71**
Mäder, Ch. Strömungen durch Luftblasenschleier in stehenden und fließenden Gewässern
- Heft 10/Aug. 72**
Schmidtke, R. Ein Kostenzurechnungsmodell für wasserwirtschaftliche Mehrzweckprojekte
- Heft 11/Dez. 73** (vergriffen)
Sulser, P. Berührungslose Wasserstandsmessung mittels kontinuierlicher Kondensatorumladung
Börner, R. Internationale Pumpspeicherbibliographie 1900 bis 1960
Bassler, F. Solar Depression Power Plant of Qattara/Egypt
Täubert, U. Der Abfluß in Schußrinnenversuchen
Bassler, F. Pumpspeicherkraftwerke an schiffbaren Wasserstraßen u. a.
- Heft 12/Apr. 74**
Täubert, U. Wasserwirtschaftliche Systemanalyse des Wärmehaushalts von Flüssen

² Selbstkostenpreis EURO 20,- je Heft. Bestellungen beim Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, Fachgebiet Wasserbau Rundeturmstraße 1, D-64283 Darmstadt, per Fax: 06151/16-3223, per e-mail: zeitler@wb.tu-darmstadt.de

- Heft 13/Dez. 75** (vergriffen)
 Bassler, F. Neue Vorschläge für die Entwicklung der Kattara-Senke/Ägypten
 Bassler, F. New Proposals to Develop Qattara Depression/Egypt
 Börner, R. Moorentwässerung in Finnland
 Börner, R. Internationale Pumpspeicherbibliographie 1961 bis 1965
 Gräß, E. Konstruktion und Umbau einer Kippbinne
 Sulser, P. Die Wasserbau-Exkursionen des Instituts in den Jahren 1970 bis 1975, Forschungsvorhaben und Veröffentlichungen 1970 bis 1975
- Heft 14/März 77**
 Kriesel, E. Wasserwirtschaftliche Aspekte thermischer Energiequellen
- Heft 15/Mai 77**
 Börner, R. Einsatzmöglichkeiten der Mehrzweckpumpspeicherung in Entwicklungsländern
- Heft 16/Juli 77** (vergriffen)
 Franzius, V. Der Sickerwasserabfluß aus Mülldeponien - Ein mathematisches Modell
- Heft 17/ Aug. 77** (vergriffen)
 Tönsmann, F. Verringerung des Feststoffbetriebs in Entnahmebauwerken an Bächen
- Heft 18/Dez. 77** (vergriffen)
 Bassler, F. Die Energiequellen Fluss- und Meerwasser
 Bassler, F. Speisung der Schiffahrtskanäle mit Scheitelhaltung u.a.
 Bassler, F. 100 Jahre Bauingenieurwesen
 Arab Republic of Egypt : Qattara Depression
 Bassler, F. Tätigkeiten als Ordinarius für Wasserbau und Wasserwirtschaft
- Heft 19/Dez. 78**
 Sulser, P. Drucklufteinleitung in Flüsse zur Steuerung des Geschiebetransports
- Heft 20/Juni 79** (vergriffen)
 Friedrich Bassler 70 Jahre/Ansprache und Aufsätze zu seiner Emeritierung
- Heft 21/März 81**
 Döring, M. Einflüsse der Wassernutzung thermischer Kraftwerke auf Gewässer
- Heft 22/Aug. 83**
 Albert, W. Solarteich - Kollektor und Wärmespeicher
 Gonsowski, P. Bodenluftkompression bei Wasserinfiltration
 Gonsowski, P. Selbstdichtung von Fließgewässern
 Kaiser, W., Modellversuch HW-Entlastung Sösetalsperre
 Wieland, H.
 Krier, H. Erfahrungen bei Beregnungsanlagen im Hessischen Ried
 Krier, H. Erosionsbeginn bei kohäsiver Wasserlaufsohle
 Wieland, H. Modellversuch zur Hochwasser-Entlastung der Kulmke-Sperre/Harz
- Heft 23/Sep. 84** (vergriffen)
 Kaiser, W. Fließwiderstandsverhalten in Gerinnen mit durchströmten Ufergehölzonen
- Heft 24/Feb. 85** (vergriffen)
 Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1984: Hochwasser am Oberrhein
- Heft 25/Aug. 87**
 Wieland, H. Hydraulische Bemessung von Tosbecken für Überfallstrahlen und der Druckbelastung der Sohle
- Heft 26/Feb. 87**
 Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1986: Planungsansätze Ökologie - Wasserwirtschaft, so nicht! - wie dann?
- Heft 27/Juli 87**
 Krier, H. Zum Langzeiterosionsverhalten kohäsiver Fließgewässersohlen

- Heft 28/Sep. 87**
Gonsowski, P. Der Einfluß der Bodenluftkompression auf die vertikale Infiltration von Wasser in Sanden
- Heft 29/Dez. 89**
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1988: Fließgewässer - Stillgewässer
- Heft 30/Dez.89**
Albert, W. (vergriffen)
Die Gebietsverdunstung von Waldstandorten aus der Simulation von Grundwasserganglinien mit klimatischem Bodenwasserhaushaltsmodell
- Heft 31/Feb. 90**
Weiß, J. Berücksichtigung der Hysterse der Wasserspannung bei der Berechnung der vertikalen Wasserbewegung in natürlichen Sandböden
- Heft 32/März 90**
Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. Josef Mock
- Heft 33/Aug. 90**
Theune, Ch. Hydrological and Economical Aspects of Agronomically Productive Percolation Systems
- Heft 34/Dez. 90**
(vergriffen)
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1990: Umweltverträglichkeitsprüfung in der Wasserwirtschaft
- Heft 35/Nov. 91**
Nuding, A. (vergriffen)
Fließwiderstandsverhalten in Gerinnen mit Ufergebüsch - Entwicklung eines Fließgesetzes für Fließgewässer mit und ohne Gehölzufer, unter besonderer Berücksichtigung von Ufergebüsch
- Heft 36/Dez. 91**
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1991: Boden- und Grundwasserschutz - anwendungsorientierte Forschung und Verfahren
- Heft 37/März 92**
Zimmermann, E. Phänomenologische Untersuchungen bei der Erosion einer kohäsiven Sohle
- Heft 38/Dez. 93**
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1993: Ökologisch orientierte Gewässersanierung und -pflege
- Heft 39/Dez. 93**
Ruiz Rodriguez, E. Bodenluftströmung in teilgesättigten Böden
- Heft 40/Dez. 95**
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1995: Hochwassergefahren am Oberrhein und Fachseminar: Abflußabhängigkeit der morphologischen und biologischen Verhältnisse von Fließgewässern bei Niedrigwasser
- Heft 41/Juli 99**
von der Hude, N. Die Kapillarsperre als Oberflächenabdichtungssystem von Deponien und Altlasten - Ringversuche und Bemessungsregeln
- Die "Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU Darmstadt" (ISSN 1430-3434) ist die gemeinsame Fortsetzung der "Wasserbau-Mitteilungen der TH Darmstadt" und der "Technischen Berichte über Ingenieurhydrologie und Hydraulik". Die neue Numerierung ergibt sich aus der Summe der Hefte beider Vorgängerreihen.
- Heft 96/1996**
Träbing, K. (vergriffen)
Ökomorphologische Kenngrößen für die Strukturvielfalt von Fließgewässern
- Heft 97/1997**
Jelinek, D. Die Kapillarsperre als Oberflächenbarriere für Deponien und Altlasten - Langzeitstudien und praktische Erfahrungen in Feldversuchen
- Heft 98/1997**
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1996: Numerische Simulationen im Wasserbau

Heft 99/1997	Berichte zur Ingenieurhydrologie und Wasserbewirtschaftung
Heft 100/1998 Kilian T.	Abflußcharakteristika und potentiell natürliche Gerinnegrundrißformen hessischer Fließgewässer
Heft 101/1998 Döring, M.	Die römische Wasserleitung von Ponder im Val d'Aosta/Italien. Bestandsaufnahme des Bauwerks aus dem Jahre 3 v. Ch.
Heft 102/1998 Schmidt, T.R.	Einfluß der Wandrauigkeitsstruktur auf die Geschwindigkeitsverteilung ausgebildeter, turbulenter Strömungen
Heft 103/1998	Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1997: "Betrieb und Steuerung von Speichern und Stauhaltungen unter sich ändernden Randbedingungen"
Heft 104/1998 Bettmann, Th.	Dezentrale Regenwasserbewirtschaftung und deren Auswirkungen auf die Regenwasserbehandlung in urbanen Gewässereinzugsgebieten
Heft 105/1998 Seid, A.H.	Modelling the Influence of Shrinkage Cracks on Overland Flow
Heft 106/1999 Zanke, U.	(Nachdruck) Zur Physik von strömungsgetriebenem Sediment (Geschiebetrieb)
Heft 107/1999 Obermann, I.	Modellierung des Wasserhaushaltes von Deponien vorbehandelter Siedlungsabfälle
Heft 108/1999	Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1998, Mischwasserbehandlung - Planung, Prüfung, Vollzug
Heft 109/2000 Kämpf, M.	Fließprozesse in Kapillarsperren zur Oberflächenabdichtung von Deponien und Altlasten - Grundlagen zur hydraulischen Bemessung
Heft 110/2000 Lempert, M.	Ein GIS gekoppeltes rasterbasiertes Modell zur Berechnung des Wasserhaushaltes kleiner Einzugsgebiete
Heft 111/2000	(vergriffen) Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 1999: Fließ- und Ausbreitungsvorgänge in aquatischen Grenzräumen
Heft 112/2000	100-Jahr-Feier des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft mit Festvortrag von Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. J. Plate
Heft 113/2000 Mehler, R.	(vergriffen) Mischwasserbehandlung - Verfahren und Modellierung
Heft 114/2000 Lenk, M.	(Nachdruck) Hydraulische Austauschvorgänge zwischen fließender Welle und Interstitial - Felduntersuchungen in einer Pool-Riffle-Sequenz an der oberen Lahn
Heft 115/2000 Saenger, N.	(Nachdruck) Identifikation von Austauschprozessen zwischen Fließgewässer und hyporheischer Zone
Heft 116/2000 Sieker, H.	Generelle Planung der Regenwasserbewirtschaftung in Siedlungsgebieten
Heft 117/2001 Hailu, D.	Optimal planning and water management of irrigation systems

- Heft 118/2001**
Lohr, H. Simulation, Bewertung und Optimierung von Betriebsregeln für wasserwirtschaftliche Speichersysteme
- Heft 119/2001**
Bente, St. Eine Software-gestützte Methodik zur Voreinschätzung der wasserwirtschaftlichen Auswirkungen von Maßnahmen der naturnahen Regenwasserbewirtschaftung
- Heft 120/2001**
Zanke, U. Zum Einfluß der Turbulenz auf den Beginn der Sedimentbewegung
- Heft 121/2002**
Hirschhäuser, T.,
Zanke, U. Morphologische Langfristprognose für das System Tidebecken Außensände am Beispiel Sylts und der Dithmarscher Bucht
- Heft 122/2002**
Darmstädter Wasserbauliches Kolloquium 2000, Integrierte Gewässerbewirtschaftung in Verwaltung, Wissenschaft und Praxis
- Heft 123/2002**
Kraus, T. Rauheitsänderung durch Biofilmbewuchs in Druckrohrleitungen
- Heft 124/2002**
Luckner, T. Zum Bewegungsbeginn von Sedimenten
- Heft 125/2002**
Holfelder, T. Temperaturbeeinflusste Transportprozesse in Kapillarsperren zur Oberflächenabdichtung von Deponien und Altlasten

Selbstkostenpreis EURO 20,- je Heft. Bestellungen beim

Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft
Fachgebiet Ingenieurhydrologie und Wasserbewirtschaftung
Petersenstraße 13, D-64287 Darmstadt

oder

Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, Fachgebiet Wasserbau
Rundeturmstraße 1, D-64283 Darmstadt,
per Fax: 06151/16-3223, per e-mail: zeitler@wb.tu-darmstadt.de