

# **Darmstadt Discussion Papers in Economics**

## **Monetäre Schocks in VAR Modellen**

Rafael Gerke  
Thomas Werner

Nr. 106

Arbeitspapiere  
des Instituts für Volkswirtschaftslehre  
Technische Universität Darmstadt



**E**<sup>conomic</sup>  
**T**<sup>heory</sup>

# Monetäre Schocks in VAR Modellen

Rafael Gerke  
Thomas Werner

Juli 2001

Rafael Gerke  
Technische Universität Darmstadt  
Institut für VWL  
[gerke@vwl.tu-darmstadt.de](mailto:gerke@vwl.tu-darmstadt.de)

Thomas Werner  
Deutsche Bundesbank  
Hauptabteilung Volkswirtschaft  
[Thomas.Werner@bundesbank.de](mailto:Thomas.Werner@bundesbank.de)

## Abstract

Im folgenden soll versucht werden, empirische Evidenz zum Transmissionsmechanismus mit Hilfe monetärer Schocks zu generieren. Die quantitativen Auswirkungen der monetären Impulse werden mit Hilfe von Impuls-Antwort-Funktionen beschrieben, wobei die Impuls-Antwort-Funktionen auf einem VAR Modell basieren. Bei der Schätzung der Impuls-Antwort-Folgen wird berücksichtigt, dass die zugrundeliegenden Daten meistens eine Einheitswurzel (*unit root*) aufweisen und die Zeitreihen kointegriert sind. Die Konfidenzintervalle der geschätzten Impuls-Antwort-Folgen werden mit Hilfe eines Bootstrap-Verfahrens ermittelt.

# 1 Monetäre Schocks in VAR Modellen<sup>1</sup>

*"...we need to test them [models] as useful imitations of reality by subjecting them to shocks for which we are fairly certain how actual economies or parts of economies react. The more dimensions on which the model mimics the answers actual economies give to simple questions, the more we trust its answers to harder questions."*  
(Robert E. Lucas, 1980).

*"... impulse response functions ... offer a natural way to judge the consistency of theory and fact."*  
(N. Gregory Mankiw, 2001)

## 1.1 Einführung

Sowohl im Rahmen der Geldtheorie als auch Konjunkturtheorie ist das Konzept eines monetären Transmissionsmechanismus von grundlegender Bedeutung. Leider ist immer noch unzureichend bekannt, welche Transmissionsmechanismen (Zinskanal, Kreditkanal, Kanal der relativen Preise, Wechselkurskanal) von Bedeutung sind, das heisst nach wie vor ist unbeantwortet, welche quantitative Bedeutung die jeweiligen Erklärungsansätze besitzen. Vergleichsweise unstrittig scheint, dass nicht einem einzigen Mechanismus eine quantitativ überragende Rolle zukommt (vgl. Cooley/Hansen, 1998).

Obschon alle Erklärungsansätze zum Transmissionsmechanismus im Prinzip dasselbe Schema zu erklären versuchen (siehe etwa Mishkin, 1995), scheint in der Frage, ob ein Katalog an stilisierten Fakten vorliegt wie er etwa für die Wachstums- oder Finanzmarkttheorie herausgearbeitet worden ist, keine einhellige Meinung vorzuliegen. Eine empirisch robuste Messlatte, an der prinzipiell jeder Transmissionsmechanismus gemessen werden kann, scheint bis vor kurzem nicht vorgelegen zu haben (Siehe etwa das von Mishkin (1995) eingeleitete Symposium im *Journal of Economic Perspectives* 1995). In jüngster Zeit ist insbesondere für die USA versucht worden, im Rahmen des VAR Ansatzes einen solchen Katalog zu entwickeln.

Im folgenden soll, hieran anknüpfend, versucht werden, empirische Evidenz zum Transmissionsmechanismus mit Hilfe monetärer Schocks zu generieren. Die monetären Schocks basieren hierbei auf einem stochastischen Impuls, der von einer monetären Variablen (Guthaben bei Zentralbanken (im folgenden als Reserven bezeichnet), Geldbasis, M1) oder –alternativ– von einem Geldmarktzins ausgeht. Schwierigkeiten bereitet allerdings der

---

<sup>1</sup> Für zahlreiche Kommentare danken wir Ingo Barends. Verbleibende Fehler gehen zu unseren Lasten.

Umstand, dass derartige Schocks nur in Ausnahmefällen aus dem Datenmaterial zweifelsfrei zu ersehen sind. Fast erwartungsgemäß existieren unterschiedliche Herangehensweisen, monetäre Schocks und ihre Effekte zu identifizieren. Im folgenden wird versucht, mit Hilfe von Impuls-Antwort-Funktionen die quantitativen Auswirkungen monetärer Impulse auf einige makroökonomische Variablen herauszuarbeiten, wobei die Impuls-Antwort-Funktionen auf einem vektorautoregressiven Modell (VAR) basieren.<sup>2</sup> Trotz der unterschiedlichen Methoden monetäre Schocks zu identifizieren, scheint in der Literatur eine gewisse Übereinstimmung bezüglich der qualitativen Effekte dieser Schocks vorzuliegen, die als weitgehend robust gegenüber unterschiedlichen Annahmen bewertet werden (Uhlig, 2001, S. 1). Favero (2001, S. 164) sieht in diesen Ergebnissen den gesuchten Katalog an stilisierten Fakten.

Basierend auf Studien von beispielsweise Sims (1992), Cochrane (1994), Bernanke/Mihov (1995), Leeper/Sims/Zha (1996) oder Christiano/Eichenbaum/Evans (1999) ist für die USA empirische Evidenz zum monetären Transmissionsmechanismus herausgearbeitet worden. Gemäss diesen Studien muss ein Modell des monetären Transmissionsmechanismus mit folgender Evidenz hinsichtlich der Wirkungen eines expansiven monetären Schocks konsistent sein (vgl. Favero, 2001, S. 180):

- Das aggregierte Preisniveau reagiert anfänglich sehr gering.
- Die Zinsen fallen zunächst (siehe aber Galí, 2000, S. 15)
- Die gesamtwirtschaftliche Aktivität steigt zunächst an, konvergiert aber im Zeitablauf auf den alten Wachstumspfad zurück und beschreibt damit eine Art bogenförmigen Verlauf.

Die graduelle Anpassung makroökonomischer Variablen wird formal mit Hilfe von Impuls-Antwort-Funktionen beschrieben. Hierfür werden diejenigen Variablen, die der Analyse der Transmissionsmechanismus zugrunde liegen, einmalig einem Schock (in Höhe eines Standardfehlers) ausgesetzt, und die Wirkung dieses Schocks auf die Variablen im Zeitverlauf wird ermittelt. Die Impuls-Antwort-Funktionen basieren dabei auf vektorautoregressiven Modellen (VAR), die alle direkten und indirekten Zusammenhänge zwischen den untersuchten Variablen zusammenfassen, da die Informationen aus allen Gleichungen des Systems eingehen.

---

<sup>2</sup> Alternativen zum Ansatz in dieser Arbeit wurden beispielsweise von Romer/Romer (1989) oder Faust/Leeper

Weitgehend Übereinstimmung herrscht darüber hinaus bezüglich des Erklärungsbeitrags monetärer Schocks hinsichtlich der Volatilität des Outputs: sowohl die Schwankungen des Outputs als auch die Bewegungen der Preise scheinen vergleichsweise gering auf monetäre Schocks zu reagieren (siehe z.B. Cochrane, 1994). Allerdings stellt Uhlig (2001) jüngst den obigen Konsens und damit die stilisierten Fakten teilweise in Frage.<sup>3</sup>

VAR Modelle werden weitgehend unabhängig von theoretischen Überlegungen bezüglich eines strukturellen Gleichgewichtsmodells spezifiziert; allerdings müssen prinzipiell -wie die späteren Ausführungen an einem Beispiel zeigen- spezifische Annahmen bezüglich der Identifikation der (monetären) Schocks getroffen werden. Ein Fokus der empirischen Studien zum monetären Transmissionsmechanismus liegt konsequenterweise auf der Identifikation monetärer Schocks, so dass inzwischen eine Reihe alternativer Identifikationsschemata vorliegen (siehe Favero, 2001). Die drei geläufigsten Ansätze, (monetäre) Schocks zu identifizieren, lassen sich wie folgt einteilen (vgl. Uhlig, 2001, S. 5):

- Unterstellen einer rekursiven Ordnung bzw. einer zeitlichen Abfolge der Schocks (Cholesky-Zerlegung).
- Formulieren von linearen Beziehungen zwischen den unbeobachtbaren Schocks der Strukturgleichungen, die dem VAR zugrundeliegen.
- Einteilung der Schocks nach ihrer zeitlichen Wirkung in transitorische und permanente.

Die Annahmen werden nicht aus einem vollständig spezifizierten Modell abgeleitet, sondern basieren auf eher informellen Plausibilitätsüberlegungen (Breitung, 1999, S. 6). Allerdings lässt sich feststellen, dass in der Literatur eine gewisse Tendenz besteht, anhand der geschätzten Impuls-Antwort-Folgen Rückschlüsse auf die Plausibilität der Annahmen zu führen. Unplausible Impuls-Antwort-Folgen werden als Indiz für unplausible Annahmen bzw. als Fehlspezifikation des VAR Modells interpretiert (z.B. Leeper/Sims/Zha, 1996, S. 29).<sup>4</sup>

Die Anwendung des zunächst atheoretischen Ansatzes der VAR Modelle wird mittlerweile von theoretischen Überlegungen ergänzt, indem beispielsweise Identifikationsschemata aus institutionellen Arrangements des Geldmarkts abgeleitet (z.B. Bernanke/Mihov, 1995) oder

---

(1997) vorgeschlagen.

<sup>3</sup> Siehe auch Faust (1998), der den Konsens hinsichtlich des Erklärungsgehalts monetärer Schocks in Frage stellt.

<sup>4</sup> "There is a danger that the literature just gets out what has been stuck in, ... it is hard to distinguish between assumptions and conclusions." Uhlig (2001), S. 2. Siehe Rudebusch (1998) für eine Kritik der Identifikation monetärer Schocks mit Hilfe des VAR Ansatzes sowie Sims (1998) für eine Gegenkritik.

Schocks als monetäre Schocks identifiziert werden, die langfristig keinen Einfluss auf die anderen Variablen des Systems besitzen (Blanchard/Quah, 1989). Hierbei lässt sich feststellen, dass im Unterschied zum Konsens hinsichtlich der qualitativen Wirkungen monetärer Schocks in der Frage plausibler Identifikationsannahmen keine vergleichbare Übereinkunft vorliegt. Auch die Frage, ob ein monetärer Impuls auf einem Geldmengenaggregat basiert oder auf stochastische Variationen eines Geldmarktzinses zurückzuführen werden kann, ist nicht endgültig geklärt.

In dieser Arbeit wird kein neues Identifikationsschema vorgeschlagen, sondern bei der Schätzung der Impuls-Antwort-Folgen berücksichtigt, dass die zugrundeliegenden Daten teilweise eine Einheitswurzel (*unit root*) aufweisen und die Zeitreihen gegebenenfalls kointegriert sind. Vielleicht etwas überraschend ist, dass etwaige Probleme, die mit nichtstationären Zeitreihen einhergehen können, sind im Rahmen der VAR Modelle zum monetären Transmissionsmechanismus praktisch nicht erörtert worden.<sup>5</sup> Das in dieser Arbeit verwendete Identifikationsschema folgt Sims (1980).

An dieser Stelle ergibt sich die Frage, weshalb man überhaupt das Augenmerk auf monetäre Schocks legt. Warum nicht einfach den Zentralbankern über die Schultern schauen und beobachten, was sie beschliessen? Warum nicht einfach analysieren in welcher Weise eine gegebene Politikmassnahme des Zentralbankrats in den realen Sektor übertragen wird? Methodisch wäre dies insofern problematisch, weil Geldpolitik typischerweise nicht autonom Impulse auslöst, sondern vielmehr auf gesamtwirtschaftliche Entwicklungen reagiert. Demnach liegt einer gegebenen Politikmaßnahme oftmals die Interaktion von Zentralbanken auf der einen sowie Finanz- und Gütermärkten auf der anderen Seite zugrunde und ist damit gegebenenfalls die Reaktion auf eine Reihe verschiedener Schocks. Soll die real existierende Ökonomie als Messlatte für Modellökonomien dienen, so fordert die Idee von Lucas (1980) aber gerade die Identifikation eines einzelnen Schocks. Die Umsetzung der obigen Idee von Lucas (1980) umfasst dabei die folgenden Schritte:

- Zunächst müssen monetäre Schocks aus dem verfügbaren Datenmaterial mit Hilfe geeigneter Annahmen isoliert werden.

---

<sup>5</sup> Die Frage, ob das GDP für die USA eine Einheitswurzel enthält, wird nach wie vor kontrovers diskutiert, siehe z.B. Perron (1997), Kilian/Ohanian (2000) und Murray/Nelson (2000).

- Alsdann versucht man die Reaktion der real existierenden Ökonomie auf die isolierten Schocks zu beschreiben.
- Schliesslich führt man dasselbe Experiment im Rahmen des Modells durch und vergleicht die Reaktionen mit der realen Ökonomie.

Eine Reihe von Autoren versucht im Sinne des Zitats von Lucas (1980), das diesen Ausführungen vorangestellt wurde, den oben genannten Konsens modelltheoretisch im Rahmen von quantitativen Gleichgewichtsmodellen zu erklären bzw. die theoretischen Aussagen auf ihre empirische Plausibilität zu prüfen. Flex-Preis-Modelle wie das um Geld erweiterte kanonische RBC Modell genügen dieser Form der Evidenz nicht (Cooley/Hansen, 1989, Walsh, 1998). Erst das Implementieren nominaler oder realer Rigiditäten in quantitative Gleichgewichtsmodelle wie etwa Nominallohnkontrakte (Huang/Liu, 1999) oder die Berücksichtigung von Geldmarktbeschränkungen (*limited participation*) (Christiano/Eichenbaum, 1995) scheinen den theoretischen Gleichgewichtsmodellen (ansatzweise) zu ermöglichen, diese Form der Evidenz im Rahmen von Modellsimulationen besser nachzubilden.

## 1.2 Zur Interpretation monetärer Schocks

Die wenigsten Ökonomen verbinden mit einer Zentralbank einen Zufallsgenerator (Bagliano/Favero, 1998), der scheinbar stochastisch versucht, makroökonomische Variablen zu beeinflussen. Warum konzentriert sich der VAR Ansatz dann auf monetäre Schocks? Der VAR Ansatz setzt Geldpolitik nicht mit einem Zufallsprozess gleich, sondern unterstellt, dass Zentralbanken systematisch ihre Instrumente steuern, um ihre Zielvorgaben zu erfüllen. Die systematische Komponente kann dabei durch das Konzept einer Reaktionsfunktion formalisiert werden.<sup>6</sup> Der durch eine Reaktionsfunktion nicht erklärbare Anteil kann dann seinerseits mit einem monetären Schock gleichgesetzt werden. Formal lässt sich diese Vorstellung wie folgt wiedergeben (vgl. Christiano/Eichenbaum/Evans, 1999, S. 71):

$$I_t = f(\Omega_t) + \varepsilon_t,$$

---

<sup>6</sup> Siehe hierzu beispielsweise Clarida/Gali/Gertler (1999).



wobei  $I_t$  das Instrument der Zentralbank widerspiegelt und  $f$  eine lineare Funktion darstellt, die das Instrument mit der Informationsmenge  $\Omega_t$  in Beziehung setzt. Die Zufallsvariable  $\varepsilon_t$  stellt den monetären Schock dar.  $f$  symbolisiert die Reaktionsfunktion und  $\Omega_t$  die Informationsmenge der Zentralbank. Überträgt man diese Vorstellung auf das VAR Modell, so kann die Gleichung, die sich auf das Instrument der Zentralbank bezieht, als Reaktionsfunktion interpretiert werden. Das Konzept der Reaktionsfunktion lässt dabei zunächst die Frage unbeantwortet, ob die Variation des Instruments vornehmlich auf die systematische Komponente oder auf die stochastische Störung zurückzuführen ist. Die Literatur zu den VAR Modellen des monetären Transmissionsmechanismus schreibt den Grossteil der Variation dem systematischen Teil zu (vgl. beispielsweise Leeper/Sims/Zha, 1996). In dieser Arbeit werden alternativ die Reserven, die Geldbasis, die Geldmenge M1 oder ein Geldmarktzins als Instrument definiert.

Gründe, weshalb eine Zufallsvariable  $\varepsilon_t$  in die Reaktionsfunktion miteinbezogen wird, können vielfältiger Natur sein. Hier seien zwei potenzielle Gründe genannt.

1.  $\varepsilon_t$  symbolisiert einen exogenen Schock hinsichtlich der Präferenzen der Zentralbank in bezug auf ihre Zielvorgaben. Beispielsweise könnte das relative Gewicht eines Inflationsziels gegenüber einem Beschäftigungsziel im Verlauf eines Konjunkturzyklus variieren.
2. Technische Faktoren verhindern, dass die Instrumente in gewünschter Weise an die Zielgrößen angepasst werden können. Beispielsweise, weil Daten mit Fehlern behaftet sind und Revisionen unterliegen oder weil der Zusammenhang zwischen Instrumenten und Zielvariablen stochastischen Einflüssen unterliegt.

Der Grund weshalb die Untersuchung der stochastischen Einflüssen von Interesse sind, liegt in der Idee begründet, dass die Reaktion des makroökonomischen Systems auf einen monetären, nicht antizipierten Schock -die Impuls-Antwort-Folge- Informationen über den Transmissionsmechanismus beinhaltet, die als empirische Messlatte definiert werden können. Diese so generierte Messlatte, die implizit die Anpassungen der Banken und Nichtbanken an veränderte Rahmenbedingungen auf den Geld- und Kreditmärkten enthält, stellt eine indirekt beobachtbare Form von empirischer Evidenz dar, die als Referenz für unterschiedliche modelltheoretische Impuls-Antworten herangezogen werden kann. Selbst wenn diese Impuls-

Antworten von quantitativ geringerer Bedeutung sind, können damit prinzipiell die zur Diskussion stehenden verschiedenen Modellspezifikationen verglichen werden.

Zu beachten ist hierbei, dass diese Form der Evidenz per se keinen Aufschluss darüber gibt, ob der Schock als wesentliche Ursache für die Schwankungen der jeweils untersuchten Variablen interpretiert werden kann. Die Aussagen von Chari/Kehoe/McGrattan (2000, S. 1151): "... *the main feature of the business cycle: persistent movements in output*" und Koenig (1999, S. 10): "... *monetary policy shocks have not [unsere Betonung], in fact, been a major source of post-war business cycle fluctuations, ...*" stehen nicht zwingend zueinander in Widerspruch. Die Impuls-Antwort-Folgen geben zunächst nur einen visuellen Eindruck davon wie makroökonomische Variablen auf einen spezifischen Schock, hier einen monetären Impuls, reagieren. Die quantitative Bedeutung eines spezifischen Schocks relativ zu anderen Schocks lässt sich mit Hilfe der Zerlegung der Varianz der Prognosefehler (*forecasting error variance decomposition*) ermitteln.

Mit der Analyse monetärer Schocks stellt sich natürlich die Frage, welche Instrumente Zentralbanken einsetzen und damit einhergehend, auf welchen Variablen ein geldpolitischer Impuls basiert. Etwas vereinfacht gefragt: basiert ein monetärer Impuls prinzipiell auf der Geldbasis, den Reserven oder auf einem Geldmarktzins? Diese Arbeit hat nicht zum Ziel, diese Frage zu beantworten. Mit der folgenden Analyse soll daher nicht behauptet werden, geldpolitische Impulse, die am Geldmarkt den Ausgangspunkt eines monetären Transmissionsmechanismus bilden, basierten ausschliesslich auf Veränderungen der Geldbasis oder eines Geldmarktzinses. Vielmehr wird versucht, die quantitativen Auswirkungen eines monetären Impulses -wie sie aus dem vorliegenden Datenmaterial mit Hilfe der Impuls-Antwort-Funktionen extrahiert werden können- auf einige makroökonomische Variablen zu untersuchen und damit eine Form der Evidenz zu erzeugen, die als Messlatte für die Evaluierung quantitativer Gleichgewichtsmodelle herangezogen werden kann.<sup>7</sup>

---

<sup>7</sup> In diesen theoretischen Modellen wird der monetäre Schock typischerweise als stochastische Schwankung der Wachstumsrate (oftmals Wachstumsfaktor) der Geldmenge formalisiert (z.B. Chari/Kehoe/McGrattan, 2000).

## 2 Identifikation monetärer Schocks mittels eines VAR Modells

### 2.1 Einführung

Um Mehrgleichungsmodelle 'traditionell' zu identifizieren, werden in der Regel a priori einzelne Parameter in den Parametermatrizen Null gesetzt (Cowles Commission Ansatz). Demgegenüber werden zur Identifikation von VAR Modellen meist Annahmen im Hinblick auf die Kovarianzmatrix getroffen. Zudem entfällt im Unterschied zum Cowles Commission Ansatz die a priori Einteilung der Variablen in exogene und endogene Variablen. Damit lässt sich der VAR im Unterschied zum traditionellen Cowles Commission Ansatz wie folgt charakterisieren (Charemza/Deadman, 1997, S. 156):

- Die Variablen werden nicht a priori in endogene und exogene unterschieden.
- Es werden keine Nullrestriktionen auferlegt.
- Dem VAR Modell liegt prinzipiell keine spezifische Theorie zugrunde.

Ausgangspunkt der Modellierung ist die Formulierung eines allgemeinen vektorautoregressiven Prozesses. Hierbei wird jede Variable als eine Funktion aller anderen Variablen des Modells formuliert, wobei die jeweils anderen Variablen zeitlich verzögert in die jeweilige Gleichung eingehen. Da keine Variable aus einer bestimmten Gleichung ausgeschlossen wird und keine exogenen Variablen existieren, wird jede Variable durch jede andere Variable des Modells beeinflusst. Damit lässt sich der VAR Ansatz auch als (zunächst) atheoretischer Ansatz bezeichnen.

Der Modellierung des VAR Modells liegt die Vorstellung zugrunde, dass die Variablen des Modells in jeder Periode von stochastischen Einflüssen beeinflusst werden. Da diese stochastischen Einflüsse nicht direkt beobachtbar sind, müssen Annahmen getroffen werden, die eine Identifikation der Schocks erlauben. Grundlegend ist dabei die Vorstellung, dass die unbeobachtbaren Schock nicht miteinander korrelieren, denn nur so können die Wirkungen eines isolierten Schocks im Zeitverlauf auf das System untersucht werden. Wie die untenstehenden Ausführungen zeigen, trifft diese Annahme auf ein VAR Modell im allgemeinen nicht zu. In dieser Arbeit wird das VAR identifiziert, indem im Hinblick auf die kausale Struktur der Schocks Annahmen getroffen werden. Dies wird als trianguläre

Identifikation bezeichnet und impliziert, dass bestimmte Variablen erst mit einer zeitlichen Verzögerung von einer Periode auf bestimmte Schocks reagieren.<sup>8</sup>

Vor dem Hintergrund der obigen Ausführungen, wird das VAR Modell in dieser Arbeit formuliert, um die Daten in geeigneter Weise aufzubereiten und die Reaktionen des ökonomischen Systems im Anschluss an monetäre Schocks zu beschreiben.<sup>9</sup>

## 2.2 Vektorautoregression und Identifikation

Gegeben seien  $k$  Zeitreihen  $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt})$ . Angenommen, das ökonomische System, ein dynamisches strukturelles Modell, sei durch  $k$  lineare Gleichungen charakterisiert. In Matrixnotation lautet dieses System dann

$$S_0 y_t = s + S_1 y_{t-1} + \dots + S_p y_{t-p} + u_t,$$

wobei die  $S_i$  die  $(k \mu k)$  Koeffizientenmatrizen darstellen und  $s$  den  $(k \mu 1)$  Vektor der Konstanten symbolisiert.  $u_t = (u_{1t}, \dots, u_{kt})$  ist ein Vektor von stochastischen Variablen mit den Eigenschaften

$$E(u_t) = 0$$

$$E(u_t u_\tau') = \begin{cases} D & \text{für } t = \tau \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}.$$

Dieses System wird als struktureller vektorautoregressiver Prozess  $p$ -ter Ordnung, SVAR( $p$ ), bezeichnet. Hierbei wird unterstellt, dass die  $u_t$  nicht beobachtbar sind und nur mit Hilfe geeigneter Annahmen identifiziert werden können (vgl. Breitung, 1999, S. 3).  $D$  ist eine  $(k \mu k)$  positiv definite Matrix. Formuliert man hingegen einen vektorautoregressiven Prozess  $p$ -ter Ordnung, VAR( $p$ ), in reduzierter Form, so lautet dieser

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

---

<sup>8</sup> Alternative Annahmen zur Identifikation werden in Favero (2001) beschrieben.

<sup>9</sup> Fragen wie "Wie verändert sich die Inflationsrate, wenn die Zentralbank ihre Reaktionsfunktion im Hinblick auf monetäre Schocks verändert?" sollten prinzipiell im Rahmen von quantitativen Gleichgewichtsmodellen des Konjunkturzyklus beantwortet werden, die immun gegen die Lucas-Kritik sind.

wobei die  $A_i$  die  $(k \mu k)$  Koeffizientenmatrizen darstellen und  $c$  den  $(k \mu 1)$  Vektor der Konstanten symbolisiert.  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{kt})'$  ist ein Vektor mit den Eigenschaften

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau') = \begin{cases} \Omega & \text{für } t = \tau \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Im Unterschied zu den  $u_t$  lassen sich die  $\varepsilon_t$  aus der Schätzung des VAR( $p$ ) in der reduzierten Form ermitteln. Die Varianz-Kovarianz Matrix  $\Omega$  ist eine  $(k \mu k)$  symmetrische positiv definite Matrix. Konsistente Schätzer der  $A_i$  können für jede Gleichung isoliert mit OLS geschätzt werden.  $\Omega$  lässt sich aus den geschätzten Residuen berechnen.

Wie aus der obigen Formulierung hervorgeht, werden die Beobachtungen zum Zeitpunkt  $t$  in linearer Form aus den vorangegangenen Realisationen des Prozesses abgeleitet. Vergleicht man die beiden Formulierungen, so erkennt man, dass folgende Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned} c &= S_0^{-1} s, \\ A_i &= S_0^{-1} S_i, \\ \varepsilon_t &= S_0^{-1} u_t, \end{aligned}$$

wenn man VAR ( $p$ ) als reduzierte Form des dynamischen strukturellen Modells interpretiert (vgl. Greene, 2000, S. 746).

Jeder kovarianz-stationärer VAR( $p$ ) Prozess lässt sich alternativ in der Form eines gleitenden Durchschnitts MA( $\infty$ ) formulieren:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + B_1 \varepsilon_{t-1} + B_2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

Dies trifft dann zu, wenn alle  $z$ , welche die Bedingung

$$\left| I_k - A_1 z - A_2 z^2 - \dots - A_p z^p \right| = 0$$

erfüllen, ausserhalb des Einheitskreises liegen (Hamilton, 1994, S. 259).

Die Formulierung des VAR( $p$ ) Prozesses in der Form eines MA( $\infty$ ) ermöglicht prinzipiell, die Wirkung eines isolierten Schocks auf den Zeitpfad einer Variablen zu untersuchen. So gibt beispielsweise das Element in der  $i$ -ten Zeile und  $j$ -ten Spalte der Matrix  $B_2$  die Konsequenz des  $j$ -ten Schocks des Vektors  $\varepsilon_t$  zum Zeitpunkt  $t - 2$  auf die  $i$ -te Variable des Vektors  $y_t$  an. Die grafische Darstellung der  $i$ -ten Zeile und  $j$ -ten Spalte der Matrizen  $B_\tau$  als eine Funktion

von  $\tau$  wird als Impuls-Antwort-Funktion (*impulse-response function*) bzw. Impuls-Antwort-Folge bezeichnet. Sie beschreibt die Reaktion der Variablen  $y_{i,t+\tau}$  auf einen Impuls  $\varepsilon_{j,t}$  bei Konstanz aller anderen Variablen in  $t$ . Der  $MA(\infty)$  ist demnach mit der Impuls-Antwort-Funktion identisch (Cochrane, 1997, S. 36).

### *Cholesky-Identifikation*

Problematisch ist allerdings, dass die  $\varepsilon_{j,t}$  des Vektors  $\varepsilon_t$  im allgemeinen miteinander korrelieren, so dass die Wirkung eines bestimmten  $\varepsilon_{j,t}$  in der Regel nicht isoliert analysiert werden kann. Hieraus ergeben sich indirekte Effekte (Breitung, 1999, S. 10), die simultan zu berücksichtigen sind. Um diese indirekten Effekte zu vermeiden, ist es notwendig, die  $\varepsilon_t$  mit Hilfe geeigneter Transformationen in unkorrelierte Schocks zu überführen. Es wird nun angenommen, dass eine Beziehung zwischen den beobachtbaren (korrelierten) und nicht beobachtbaren (unkorrelierten) Schocks existiert. Die Beziehung sei von der Form:

$$u_t = S_0 \varepsilon_t.$$

Die Elemente in  $u_t$  sind, im Unterschied zu den Elementen in  $\varepsilon_t$ , nicht korreliert.

Die einzige Information, die zunächst bezüglich  $S_0$  existiert ist  $\Omega = S_0^{-1} D S_0^{-1}$ , wobei  $D = E(u_t u_t')$  eine positiv definite Matrix darstellt. Im traditionellen Mehrgleichungsansatz werden hinsichtlich  $D$  keine Annahmen getroffen, sondern stattdessen den Matrizen  $S_i$  Restriktionen auferlegt, um das strukturelle Modell zu identifizieren. Die obige Fragestellung fordert hingegen, dass die Schocks unkorreliert sind.  $S_0$  wird im Rahmen des VAR Ansatzes mit Hilfe der Varianz-Kovarianz Matrix  $\Omega$  bestimmt. Schwierig ist hierbei der Umstand, dass die Matrix  $S_0$   $k^2$  Parameter enthält, während die symmetrische Matrix  $\Omega$  maximal nur  $(k^2 - k)/2$  verschiedene Parameter aufweist. Ohne zusätzliche Annahmen bzw. Restriktionen kann  $S_0$  aus  $\Omega$  nicht eindeutig ermittelt werden.

Eine Möglichkeit, die Matrix  $S_0$  zu ermitteln, basiert auf der triangulären Faktorisierung einer positiv definiten symmetrischen Matrix  $\Omega$  (vgl. Hamilton, 1994, S. 87). Gemäss dieser Faktorisierung lässt sich die Matrix  $\Omega$  in der Form

$$\Omega = S_0^{-1} D S_0^{-1},$$

darstellen, wobei  $S_0$  eine Triangulär-Matrix der Form

$$S_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ s_{21} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{k1} & s_{k2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

darstellt und  $D$  eine Diagonal-Matrix der Form

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{kk} \end{bmatrix}$$

repräsentiert. Vor dem Hintergrund dieser Faktorisierung lässt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix von  $u_t$  wie folgt darstellen (Hamilton, 1994, S. 320):

$$\begin{aligned} E_t(u_t u_t') &= S_0 E(\varepsilon_t \varepsilon_t') S_0' \\ &= S_0 \Omega S_0' \\ &= S_0 S_0^{-1} D S_0^{-1} S_0' \\ &= D. \end{aligned}$$

Die Elemente auf der Hauptdiagonalen stellen die Varianz der  $u_{jt}$  dar, die Elemente ausserhalb der Diagonalen sind Null: die  $u_t$  sind nicht miteinander korreliert. Die lineare Transformation der  $\varepsilon_t$  mit Hilfe einer triangulären Matrix  $S_0$  führt zu einer Orthogonalisierung der Elemente in  $\varepsilon_t$ . Damit ist eine isolierte Analyse der Wirkung einzelner Schocks möglich. Der MA( $\infty$ ) lässt sich demnach wie folgt formulieren:

$$y_t = \mu + S_0^{-1} u_t + B_1 S_0^{-1} u_{t-1} + B_2 S_0^{-1} u_{t-2} + \cdots$$

Das Element in der  $i$ -ten Zeile und  $j$ -ten Spalte der Matrix  $B_2 S_0^{-1}$  gibt nun die (isolierte) Konsequenz des  $j$ -ten Schocks des Vektors  $u_t$  zum Zeitpunkt  $t-2$  auf die  $i$ -te Variable des Vektors  $y_t$  an.

Aus der triangulären Faktorisierung folgt, dass die Schocks in der Periode  $t$  in rekursiver Form in das System eingehen, denn  $u_t = S_0 \varepsilon_t$  lässt sich ja wie folgt angeben (die Inverse von  $S_0$  ist ebenfalls eine trianguläre Matrix):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{s}_{21} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{s}_{k1} & \tilde{s}_{k2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ \vdots \\ u_{kt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{kt} \end{bmatrix}$$

Die Faktorisierung impliziert also eine rekursive Anordnung der Schocks in der Periode  $t$ , die allerdings für die nachfolgenden Perioden nicht mehr gilt, was aus der obigen  $MA(\infty)$  hervorgeht:  $S_0^{-1}$  ist eine rekursive Matrix, während die Matrizen  $B_i S_0^{-1}$  keine rekursive Struktur aufweisen. Diese rekursive Struktur spiegelt damit eine kausale Ordnung, bei der die Wirkungskette von  $u_{1t}$  über  $u_{2t}$  zu  $u_{kt}$  verläuft (Breitung, 1999, S. 11).

Die Faktorisierung der Matrix  $\Omega = S_0^{-1} D S_0^{-1}$  ermöglicht allerdings nicht, direkt  $S_0^{-1}$  aus der Schätzung der reduzierten Form zu ermitteln, da die Varianz-Kovarianz-Matrix  $D$  des strukturellen  $VAR(p)$  nicht aus den Parametern der reduzierten Form hervorgeht. Daher formuliert man die trianguläre Faktorisierung in der Form

$$\begin{aligned} \Omega &= S_0^{-1} D^{1/2} D^{1/2} S_0^{-1} \\ &= P P' \end{aligned}$$

mit  $P \equiv S_0^{-1} D^{1/2}$  und

$$D^{1/2} = \begin{bmatrix} \sqrt{d_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{d_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{d_{kk}} \end{bmatrix}$$

und erhält die sogenannte Cholesky-Zerlegung wie sie beispielsweise von Sims (1980) oder Christiano/Eichenbaum/Evans (1999) verwendet wird.  $P \equiv S_0^{-1} D^{1/2}$  weist dabei wie  $S_0^{-1}$  eine trianguläre Struktur auf, kann aber aus der geschätzten Varianz-Kovarianz-Matrix  $\hat{\Omega}$  berechnet werden. Das  $MA(\infty)$  Modell mit orthogonalen Schocks lautet damit

$$y_t = \mu + P u_t + B_1 P u_{t-1} + B_2 P u_{t-2} + \cdots$$

Um sich die Orthogonalisierung und die damit einhergehende kausale Struktur in bezug auf das  $VAR(p)$  Modell zu verdeutlichen, ist es hilfreich dies in der Form

$$(I_k - A_1 L - A_2 L^2 - \cdots - A_p L^p) y_t = \varepsilon_t$$

oder kompakt



$$\mathbf{A}(L)y_t = \varepsilon_t,$$

mit  $\mathbf{A}(L)$  als  $(k \mu k)$  Matrix-Polynom des Lag-Operators  $L$  zu notieren.<sup>10</sup> Analog lässt sich die MA( $\infty$ ) Formulierung in der Form

$$(I_k + B_1L + B_2L^2 + \dots)\varepsilon_t = y_t$$

wiedergeben oder kompakt in der Form

$$\mathbf{B}(L)\varepsilon_t = y_t.$$

Der Vergleich der kompakten Darstellungen verdeutlicht, dass die Operatoren  $\mathbf{A}(L)$  und  $\mathbf{B}(L)$  durch die Relation

$$\mathbf{B}(L) = [\mathbf{A}(L)]^{-1}$$

verknüpft sind.<sup>11</sup> Die MA( $\infty$ ) Formulierung mit den unkorrelierten Schocks lautet

$$(I_k + B_1L + B_2L^2 + \dots)S_0^{-1}u_t = y_t$$

bzw. kompakt

$$\mathbf{B}(L)S_0^{-1}u_t = \mathbf{C}(L)u_t = y_t,$$

wobei  $C(0) = S_0^{-1}$  eine trianguläre Matrix darstellt (also eine untere Dreiecksgestalt aufweist). Hieraus lässt sich das VAR( $p$ ) mit orthogonalen Schocks ableiten. Es lautet in kompakter Form

$$\mathbf{E}(L)y_t = u_t,$$

wobei  $\mathbf{E}(L) = [\mathbf{C}(L)]^{-1} = S_0\mathbf{A}(L)$ .  $E(0) = S_0A(0)$  ist eine Triangulärmatrix, denn  $A(0) = I_k$ . Dies impliziert, dass  $y_{1t}$  in den Gleichung für  $y_{2t}, y_{3t}, \dots, y_{kt}$  enthalten ist, dass  $y_{2t}$  in den Gleichungen für  $y_{3t}, \dots, y_{kt}$  enthalten ist (usw.), während  $y_{2t}, y_{3t}, \dots, y_{kt}$  nicht in der Gleichung für  $y_{1t}$  enthalten ist, ebensowenig sind  $y_{3t}, \dots, y_{kt}$  in der Gleichung für  $y_{2t}$

<sup>10</sup> Die Konstante wird der Einfachheit halber weggelassen.

<sup>11</sup> Hieraus lassen sich für die einzelnen Parametermatrizen folgende Beziehungen ableiten lassen:

$$B_1 = A_1, B_2 = A_1B_1 + A_2, B_3 = A_1B_2 + A_2B_1 + A_3, \dots, B_\tau = A_1B_{\tau-1} + A_2B_{\tau-2} + \dots + A_pB_{\tau-p} \text{ für } \tau = 1, 2, \dots, \text{ mit } B_0 = I_k \text{ und } B_s = 0 \text{ für } \tau < 0.$$

enthalten (usw.). Die Unterschiede in den kausalen Strukturen des VAR( $p$ ) Modells zum VAR( $p$ ) Modell mit unkorrelierten Schocks resultieren aus den unterschiedlichen kontemporären Matrizen  $A(0) = I_k$  und  $E(0)$ .  $E(0)$  lässt sich wie folgt wiedergeben:

$$E(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ e_{21} & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ e_{k1} & e_{k2} & \cdots & e_{kk-1} & 1 \end{bmatrix}$$

$E(0)$  ist nichts anderes als  $S_0$ . Die dem VAR( $p$ ) Modell mit unkorrelierten Schocks inhärente kausale Struktur wird mitunter auch als Wold-Kausalität bezeichnet (Lütkepohl, 1993, S. 52)

### 2.3 Vektorautoregression und Kointegration

In den bisherigen Ausführungen wurde unterstellt, dass die Variablen des VAR( $p$ ) Modells stationäre Variablen sind. Makroökonomische Variablen enthalten aber häufig eine *unit root* Komponente und sind daher I(1) Variablen, das heißt sie können durch Differenzierung in stationäre I(0) Variablen transformiert werden. Eine Möglichkeit, das Problem der Nichtstationarität zu lösen, besteht in der Analyse differenzierter Variablen. Hierbei verliert man jedoch alle Informationen über die langfristige Entwicklung der Variablen. Insbesondere können langfristige Zusammenhänge zwischen den Variablen (Kointegration) nicht berücksichtigt werden. Auch die Frage nach der längerfristigen Wirkung monetärer Schocks kann mit Hilfe der differenzierten Variablen nicht untersucht werden, da diese Informationen ja gerade durch die Bildung von Differenzen verloren gehen. Eine sinnvolle Alternative stellt die Fehlerkorrekturdarstellung der Kointegrationsanalyse dar. Ein VAR( $p$ ) Modell der Form

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

kann durch tautologische Umformung in ein Fehlerkorrekturmodell der Form

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

transformiert werden. Da auf der linken Seite dieser Gleichung ein Vektor mit differenzierten I(1) Variablen steht, also ein Vektor mit stationären I(0)-Komponenten, können auf der rechten Seite auch nur Vektoren mit stationären Komponenten stehen. Die Matrix  $\Pi$  muss daher die Komponenten des Vektors  $y_t$  durch Linearkombinationen in I(0) Variablen transformieren. Der Rang dieser Matrix gibt die Anzahl dieser Linearkombinationen

(Kointegrationsbeziehungen) an. Die Kointegrationsbeziehungen können als Restriktionen verstanden werden, die der langfristigen Entwicklung der Variablen des Modells auferlegt werden. In einem kointegrierten VAR Modell muss der Rang von  $\Pi$  immer kleiner als die Anzahl der Variablen sein. Man spricht daher auch vom „reduzierten Rang“. Ist die Anzahl der Kointegrationsbeziehungen bekannt oder wird sie mit einem Schätzverfahren (z. B. Johansen-Verfahren) konsistent bestimmt, kann man das Fehlerkorrekturmodell mit einer Reduzierten-Rang-Regression bestimmen (siehe hierzu etwa Johansen, 1995, Kapitel 6). Aus den geschätzten Parametern des Fehlerkorrekturmodells können dann mit Hilfe der Formeln  $A_1 = \Pi + \Gamma_1 + I$  und  $A_i = \Gamma_i - \Gamma_{i-1}$  die Parameter des VAR Modells in den Niveauwerten berechnet werden. Eine einfache lineare Regression dieses Modells würde zu falschen Schätzergebnissen führen, da die Kointegration der Variablen nicht berücksichtigt würde.

Welche Auswirkungen hat dies auf die Schätzung von Impuls-Antwort-Funktionen? Phillips (1998) hat nachgewiesen, dass die Schätzung unrestringierter VAR Modelle inkonsistente Impuls-Antwort-Funktionen zur Folge hat. Impuls-Antwort-Funktionen, die basierend auf einer Reduzierten-Rang-Regression berechnet werden, sind hingegen konsistent, wenn der Kointegrationsrang bekannt oder konsistent geschätzt wird.<sup>12</sup> Das Problem bei dieser Vorgehensweise ist die genaue Bestimmung der Anzahl der Kointegrationsbeziehungen. Mills sagt hierzu treffend: „*Nevertheless, it is clear from these results that impulse responses for nonstationary VARs should not be computed from an unrestricted levels VARs.*“<sup>13</sup> Dies steht im auffallenden Widerspruch zur üblichen Praxis der Analyse monetärer Impulse mit Hilfe von VAR Modellen.

#### *Konfidenzintervalle für Impuls-Antwort-Funktionen*

Die Schätzung von Impuls-Antwort-Funktionen ist mit Unsicherheit verbunden, so dass es sinnvoll ist, diese Unsicherheit bei der Interpretation monetärer Schocks zu berücksichtigen. Eine gute Methode Schätzunsicherheiten darzustellen bieten Konfidenzintervalle. Die analytische Ermittlung von Konfidenzintervallen für Impuls-Antwort-Funktionen in kointegrierten VAR Modellen ist sehr schwierig und liefert nur asymptotische, nur bei sehr großen Stichproben gültige Aussagen. Eine Alternative bieten Bootstrap-Verfahren. Hierbei werden künstlich (mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen) aus dem vorliegenden Datensatz neue Datensätze generiert und so die Verteilung der geschätzten Parameter bestimmt. Im

---

<sup>12</sup> Vgl. Phillips (1998), S. 30 (Remark 2.10).

Folgenden stellen wir, grob skizziert, ein Bootstrap-Verfahren vor, welches von Benkwitz/Lütkepohl/Wolters (2001) detailliert diskutiert wird.

- Schritt 1: Man schätzt das VAR( $p$ ) Modell ( $\hat{y}_t = c + \hat{A}_1 y_{t-1} + \dots + \hat{A}_p y_{t-p} + \hat{\varepsilon}_t$ ) und erhält so die Residuen  $\hat{\varepsilon}_t$ . Wichtig: das VAR Modell wird (unter Berücksichtigung der Kointegrationsbeziehungen) mit einer Reduzierten-Rang-Regression geschätzt und die Koeffizientenmatrizen mit Hilfe der oben angegebenen Formeln bestimmt.
- Schritt 2: Es werden mit einem (Pseudo-)Zufallsgenerator aus der Menge der Residuen  $\hat{\varepsilon}_t$  neue Residuen  $\varepsilon_1^*, \dots, \varepsilon_T^*$  generiert. Dies geschieht durch Ziehen mit Zurücklegen.
- Schritt 3: Mit Hilfe der geschätzten Parameter des VAR Modells und den „neuen“ Residuen wird rekursiv mit  $y_t^* = c + \hat{A}_1 y_{t-1}^* + \dots + \hat{A}_p y_{t-p}^* + \varepsilon_t^*$  ein „neuer“ Bootstrap-Datensatz  $y_1^*, \dots, y_T^*$  erzeugt.
- Schritt 4: Die Parameter  $A_1, \dots, A_p$  werden mit dem Bootstrap-Datensatz aus Schritt 3 neu geschätzt.
- Schritt 5: Mit diesen Parametern werden Impuls-Antwort-Funktionen, im Folgenden mit  $\hat{B}^*$  bezeichnet, berechnet.

Durch Wiederholung der Schritte 1-5 können viele (z. B. 1000) Realisationen der Parameter  $\hat{B}^*$  generiert werden. Bezeichnet man mit  $\hat{B}$  die Impuls-Antwort-Funktionen des ursprünglichen VAR Modells (geschätzt mit den tatsächlichen Beobachtungen), dann können die Quantile  $t_{\gamma/2}^*$  und  $t_{1-\gamma/2}^*$  der Verteilung von  $\hat{B}^* - \hat{B}$  bestimmt werden. Schließlich lassen sich Quantils-Konfidenz-Intervalle der Art  $[\hat{B} - t_{1-\gamma/2}^*, \hat{B} - t_{\gamma/2}^*]$  ermitteln. Man nennt Intervalle dieser Art Hall-Quantils-Intervalle, da sie von Hall (1992) vorgeschlagen wurden. Die theoretischen Eigenschaften dieser Bootstrap-Konfidenzintervalle in nichtstationären VAR Modellen sind leider noch nicht vollständig geklärt.<sup>14</sup> Es ist dennoch sinnvoll für die Analyse von monetären Schock auf solche Konfidenzintervalle zurückzugreifen, da eine Interpretation

<sup>13</sup> Mills (1998, S. 300) bezieht sich hier auf Phillips (1998).

<sup>14</sup> Vgl. Benkwitz/Lütkepohl/Wolters (2001), S. 98.

von Impuls-Antwort-Funktionen sonst schwer möglich ist. So kann z. B. eine positive Wirkung eines Schocks angezeigt werden, wobei die Konfidenzintervalle aber so breit sind, dass sie den negativen Bereich mit einschließen. Die im Folgenden dargestellten Konfidenzintervalle beruhen auf dem oben skizzierten Verfahren und wurden mit GAUSS implementiert.

## 2.4 Spezifikation

Den nachfolgenden VAR Modellen liegen nicht saisonbereinigte Quartalswerte für den Zeitraum von 1960 bis 1989 zugrunde, wobei die Ursprungsdaten den monetären Statistiken der Deutschen Bundesbank entnommen sind.<sup>15</sup> Je nach Spezifikation des VAR Modells wird entweder *Reserven*, *GBasis* oder *MI* als monetäres Aggregat verwendet. Die Variablen sind wie folgt definiert (Zeitreihenennung in Klammern):

*Reserve*: Guthaben bei Zentralbanken, alle Bankgruppen (OU8851)

*GBasis*: Guthaben bei Zentralbanken, alle Bankgruppen (OU8851) + Bargeldumlauf (TU0391)

*MI*: Geldmenge M1 (TU0047)

*R*: 3-Monatszins, Monatsdurchschnitt (SU0107)

*CR*: Privater Verbrauch, in Preisen von 1991 (DQ0012)

*YR*: Bruttoinlandsprodukt, in Preisen von 1991 (DQ0728)

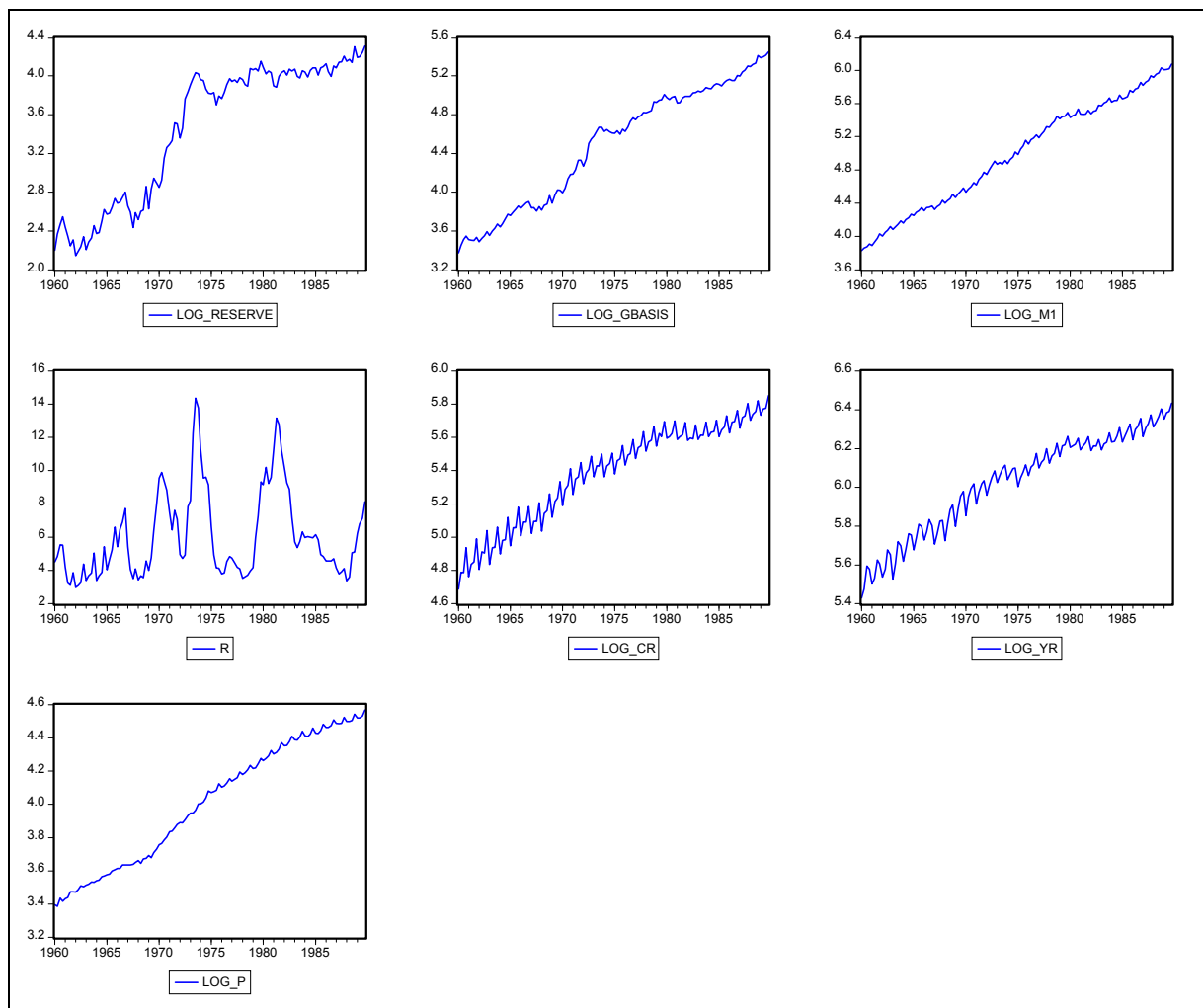
*P*: Impliziter Preisdeflator, berechnet als Quotient des Bruttoinlandsprodukts in laufenden Preisen (DQ0727) und dem Bruttoinlandsprodukt in Preisen von 1991.

*Reserve*, *GBasis*, *MI*, *CR*, *YR* und *P* werden in logarithmierter Form verwendet. Die Zeitreihen sind in Abbildung 1 abgebildet.

---

<sup>15</sup> Deutsche Bundesbank, Fünfzig Jahre Deutsche Mark, Monetäre Statistiken 1948-1997 auf CD-ROM, Verlag C.H. Beck, Verlag Vahlen.

Abbildung 1: Variablen der Analyse



Insbesondere *CR* und *YR* weisen deutliche saisonale Muster auf, der Verlauf aller Variablen –vielleicht mit Ausnahme des Zinses *R*– lässt zudem auf ein nichtstationäres Verhalten der Variablen schließen. Um diese Vermutung statistisch zu prüfen, werden die Variablen auf Nichtstationarität getestet, wobei das saisonale Muster der Variablen berücksichtigt werden muss. Unterstellt man analog zu Lütkepohl/Wolters (1999) bezüglich der Saisonfigur ein deterministisches Muster, so lässt sich der saisonale Einfluss auf die Variablen wie folgt eliminieren (vgl. Enders, 1995, S. 229). Formuliert man folgende Gleichung:

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 SDumm_1 + \beta_2 SDumm_2 + \beta_3 SDumm_3 + \hat{x}_t,$$

mit  $SDumm_1$ ,  $SDumm_2$ ,  $SDumm_3$  als saisonale (zentrierte) Quartalsdummies (vgl. Johansen, 1995, S. 84), so symbolisiert  $\hat{x}_t$  die saisonbereingte Variable. Basierend auf  $\hat{x}_t$  werden dann

die Tests auf Einheitswurzel durchgeführt. Hinsichtlich der durchgeführten *Augmented-Dickey-Fuller* Tests wird die von Hall (1994) vorgeschlagene Test-Strategie gewählt (siehe auch Campbell/Perron, 1991). Für alle Variablen -mit Ausnahme von *R*- lässt sich die Nullhypothese einer Einheitswurzel nicht verwerfen. Eine Überprüfung der Testergebnisse mit Hilfe des *Phillips-Perron* Tests (nicht abgedruckt) deutet auf eine Einheitswurzel bezüglich *R* hin, die anderen Testergebnisse werden bestätigt.<sup>16</sup> Die Testergebnisse sind mit Hilfe von *EViews 4.0* ermittelt und im Anhang angegeben.

Das VAR Modell wird zunächst mit 8 verzögerten Variablen und den saisonalen Quartalsdummies geschätzt, denn "... [*a*]t this stage, the main requirement is that the system [*unrestricted VAR*] should be a congruent representation of the data, since it will be the specification against which all other simplifications are tested,..." (Doornik/Hendry, 1997, S. 174). Das VAR(8) Modell wird ohne eine deterministischen Trendvariable formuliert, da in keiner der Gleichungen ein linearer Trend als signifikant ausgewiesen wird.<sup>17</sup> Basierend auf dem VAR(8) Modell wird in Anlehnung an den *General-to-specific* Ansatz (z. B. Hendry, 1995) das VAR Modell soweit als möglich reduziert. Die Simulationsstudien von Hoover/Perez (1999) untermauern die Vorteile einer solchen Spezifikationsuche. Die Ergebnisse der hierbei verwendeten Teststatistiken sind im Anhang aufgeführt, wobei zu beachten ist, dass die jeweiligen Testergebnisse keine einheitlichen Aussagen treffen. Leider ist unklar, welches der Informationskriterien bei endlichen Stichprobenumfängen vorzuziehen ist (vgl. Lütkepohl, 1993, S. 138, S. 383). Basierend auf diesen Teststatistiken legen wir den VAR Modellen eine Lag-Länge von fünf Quartalen zugrunde bzw. in Form des multivariaten Fehler-Korrektur-Modells eine Lag-Länge von vier Quartalen.

Die Ergebnisse einer statistischen Überprüfung der jeweiligen VAR Spezifikationen sowie der korrespondierenden Einzelgleichungen der VAR Modelle ist im Anhang aufgeführt. Die Teststatistiken weisen für das VECM(4) Modell mit *M1* als monetärem Aggregat basierend auf den Tests der Einzelgleichungen die vergleichsweise besten Testergebnisse auf.

Die Anzahl der Kointegrationsvektoren wird mit Hilfe des Johansen-Verfahrens ermittelt. Interessanterweise deuten die Testergebnisse auf kein einheitliches Bild hin. Vor dem Hintergrund der gewählten Geldmengenaggregate erscheinen uns die Testergebnisse, die einen Kointegrationsvektor anzeigen, am überzeugendsten, da für die hier zugrundegelegten

---

<sup>16</sup> Im Rahmen einer multivariaten Kointegrationsanalyse ist es prinzipiell *nicht* erforderlich, dass alle Variablen denselben Integrationsgrad aufweisen. Siehe hierzu etwa Campbell/Perron (1991, S. 25).

Geldmengenaggregate keine stabile Geldnachfragefunktion nachgewiesen wird.<sup>18</sup> Ein Kointegrationsrang von Eins könnte auf einen stabilen Zusammenhang von  $CR$  und  $YR$  hinweisen. Um die Stabilität der Ergebnisse besser einschätzen zu können, haben wir die Wirkung monetärer Impulse unter Zugrundelegung unterschiedlicher Kointegrationsränge durchgeführt und kommen zu folgender Schlussfolgerung. Die Impuls-Antwort-Funktionen sind robust, wenn man den Geldmarktzins als Instrument zugrundelegt und vergleichsweise sensibel, wenn man ein Geldmengenaggregat als Instrument zugrundelegt.

## 2.5 Empirische Ergebnisse

Auf den folgenden Seiten sind für die einzelnen VAR Spezifikationen Impuls-Antwort-Folgen abgebildet. Für die jeweiligen Spezifikationen wird dabei alternativ ein Geldmengenaggregat (Reserve, GBasis und M1) bzw. der Geldmarktzins als Instrument(variable) definiert. Hinsichtlich der Identifikation unterstellen wir, dass die jeweiligen Instrumente der Zentralbank nicht auf kontemporäre Schocks der anderen Variablen des Systems reagieren. Dieses Identifikationsschema besitzt den Vorteil, dass der Schock, der sich auf die Gleichung der Instrumentvariablen bezieht, tatsächlich als monetärer Impuls interpretiert werden kann und keine Linearkombination der zugrundeliegenden Schockvariablen  $u_{jt}$  darstellt. Eine Sensibilitätsanalyse hinsichtlich alternativer Identifikationsschemata weist darauf hin, dass die Impuls-Antwort-Funktionen nicht sensibel auf diese Annahme reagieren. Dies gilt sowohl für das jeweilige Geldmengenaggregat als auch für den Geldmarktzins als Instrumentvariable.

Zu Vergleichszwecken hinsichtlich der Geldmengenaggregate sind auch die Impuls-Antwort-Folgen abgebildet, die auf einer VAR Spezifikation mit  $MI$  als Geldmengenaggregat beruht. Aus der Definition von  $MI$  folgt allerdings, dass dieses Geldmengenaggregat nicht im strengen Sinn als Instrument der Zentralbank interpretiert werden sollte.

Die abgebildeten Impuls-Antwort-Folgen (IAF) in Abbildung 2 spiegeln im Prinzip einen Transmissionsmechanismus wider wie er etwa durch ein lehrbuchtypisches IS-LM Modell beschrieben wird: ein expansiver Schock in  $MI$  führt zu einem signifikanten Anstieg des Konsums und des Outputs, während die Zinsen zunächst sinken. Der Verlauf von  $CR$  und  $YR$  weist einen bogenförmigen Verlauf auf, der in der Literatur mitunter als *'hump shaped'*

---

<sup>17</sup> Unter der Annahme einer Einheitswurzel impliziert ein deterministischer Trend einen quadratischen Verlauf der Variablen in den Niveaus. In Abbildung 1 ist kein quadratischer Verlauf erkennbar.



bezeichnet wird und als empirische Untermauerung einer langfristigen Neutralität des Geldes interpretiert wird.<sup>19</sup> Im Zeitablauf steigt das aggregierte Preisniveau, entsprechend der Zins. Die Konfidenzintervalle deuten indes an, dass nach ungefähr 8 Quartalen die positiven Effekte auf *CR* und *YR* statistisch nicht mehr signifikant sind. Ein dauerhafter Einfluss des monetären Impulses lässt sich auf diese Weise nicht nachweisen.

Abbildung 3 ist im Prinzip kompatibel zu Abbildung 2, allerdings weicht die Reaktion des aggregierten Preisniveaus von Abbildung 2 ab, da das aggregierte Preisniveau positiv auf den kontraktiven Zinsimpuls reagiert. Diese Reaktion wird als *price puzzle* bezeichnet (Sims, 1992).<sup>20</sup> Die Variablen *CR* und *YR* fallen signifikant, allerdings ist für *YR* anfänglich eine positive (nicht signifikante) Reaktion zu beobachten (etwa wie in Uhlig, 2001), eine Annäherung an das ursprüngliche Niveau ist nicht zu erkennen. *MI* bleibt langfristig ebenfalls unter seinem ursprünglichen Niveau.

Verwendet man *GBasis* als Instrumentvariable, so zeigen die IAF in Abbildung 4, dass die Reaktion von *CR* nicht mehr signifikant positiv auf einen monetären Impuls reagiert; die positive Reaktion von *YR* ist nur für einige Quartale signifikant. Wie in Cochrane (1994, S. 318) [dort Schock auf *MI*] geht die anfänglich positive Reaktion von *CR* und *YR* im Zeitverlauf in eine negative über, allerdings lässt sich unter Berücksichtigung der Konfidenzintervalle insbesondere für *YR* keine gesicherten Aussagen treffen (siehe auch Leeper/Sims/Zha, 1996, S. 22, S. 43). Theoretisch ist ein solcher Verlauf (positiv nach negativ) nur schwer zu erklären; eine negative Reaktion von *YR* auf einen expansiven monetären Impuls kann, wenn man die Inflationswirkungen eines monetären Impulses berücksichtigt, beispielsweise im Rahmen eines um Geld erweiterten RBC Modells erklärt werden (*inflation tax*) (vgl. Cooley/Hansen, 1989). Der Zins steigt in Reaktion auf den expansiven Impuls in *GBasis*; ein Liquiditätseffekt ist also nicht zu erkennen. Diese als *liquidity puzzle* bezeichnete Reaktion des Zinses könnte daraufhindeuten, dass ein Schock in *GBasis* als Nachfrageschock und nicht als Angebotsschock interpretiert werden sollte (vgl. Favero, 2001, S. 178). Die Reaktion auf *P* ist weniger stark ausgeprägt als in Abbildung 2, ein dauerhafter Anstieg von *P* ist nicht zu erkennen.

---

<sup>18</sup> Empirische Untersuchungen, die versuchen, eine stabile Geldnachfragefunktion für Deutschland nachzuweisen, basieren auf M3 (vgl. beispielsweise Scharnagl, 1999, oder Lütkepohl/Wolters, 1999).

<sup>19</sup> In den folgenden Abbildungen ist kein solcher Verlauf erkennbar. Dies trifft insbesondere auf die IAF zu, die auf einen Zinsimpuls zurückzuführen sind.

<sup>20</sup> Vielfach wird in der Literatur (nachträglich) ein Güterpreisindex als zusätzlicher Inflationsindikator der Zentralbank in das VAR integriert, um die scheinbar unplausible Reaktion des Preises zu dämpfen. Gemäss Christiano/Eichenbaum/Evans (1999, S. 100) bleiben die IAF der anderen Variablen davon unberührt.

Die IAF in Abbildung 5 ähneln den IAF in Abbildung 3. Das *prize puzzle* ist weniger stark ausgeprägt, ein langfristiger Effekt auf das Preisniveau ist nicht erkennbar. *GBasis*, *CR* und *YR* fallen im Zeitverlauf ohne ihr Anfangsniveau wieder zu erreichen.

Die IAF in Abbildung 6 ähneln den IAF aus Abbildung 4, d.h. ein signifikant positiver Effekt auf *CR* lässt sich nicht feststellen, eine signifikant positive Reaktion von *YR* ist für wenige Quartale beobachtbar. Bezüglich des Zinses lässt sich wieder das *liquidity puzzle* feststellen.

Die IAF aus Abbildung 7 korrespondieren weitgehend mit den IAF aus Abbildung 3 und 5. Ein konträrer Zinsimpuls führt zu einem über mehrere Perioden anhaltenden negativen Effekt in *CR* und *YR*. Das *prize puzzle* ist wie in Abbildung 5 weniger ausgeprägt als in Abbildung 3. Die Reserven nehmen in Reaktion auf den konträren Zinsimpuls ab, allerdings deuten die Konfidenzintervalle darauf hin, dass dieser Effekt vernachlässigbar gering sein könnte (siehe auch Christiano/Eichenbaum/Evans, 1999, S. 87)

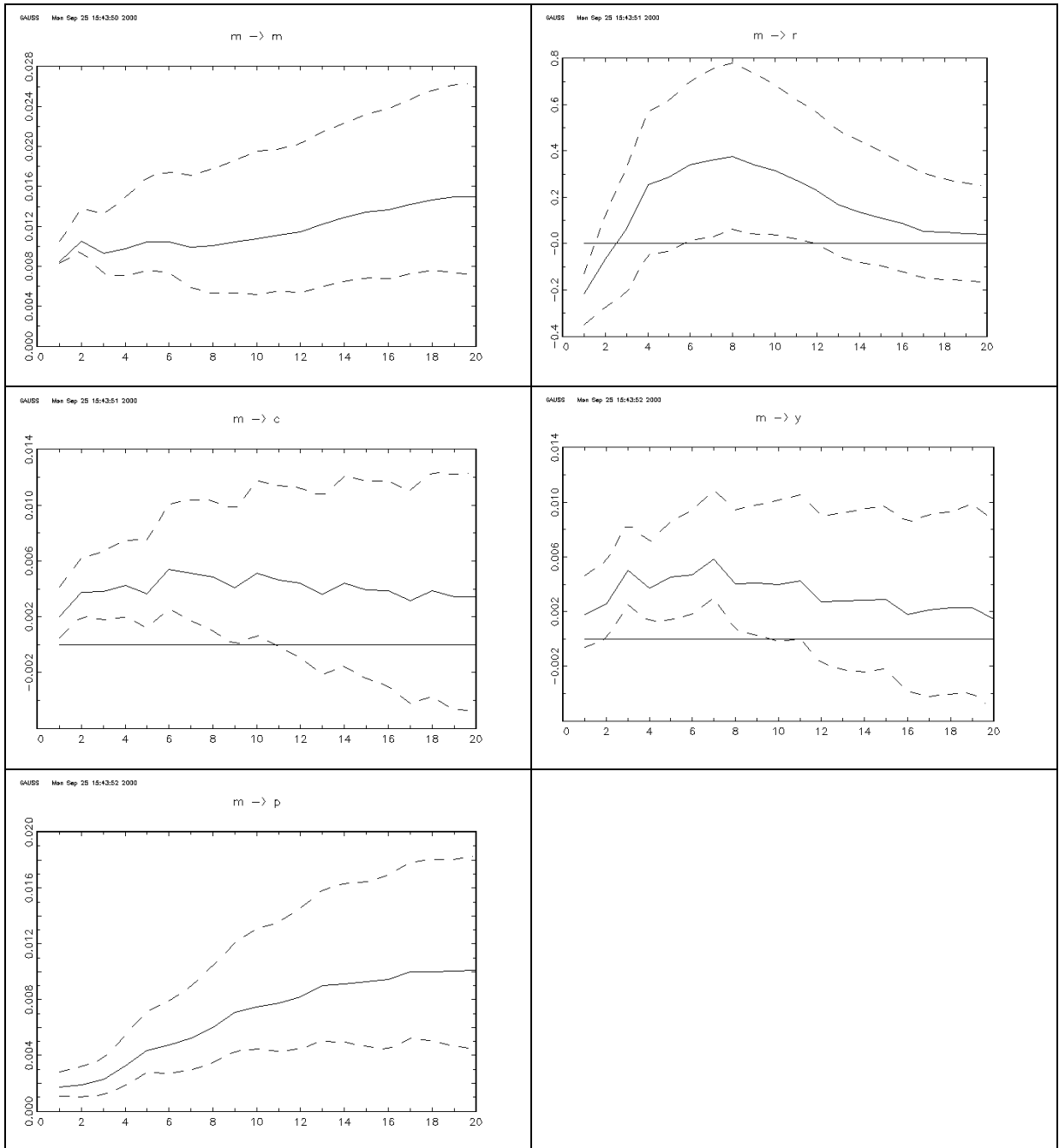
Abbildung 2:  $MI$ ,  $R$ ,  $CR$ ,  $YR$ ,  $P$ 

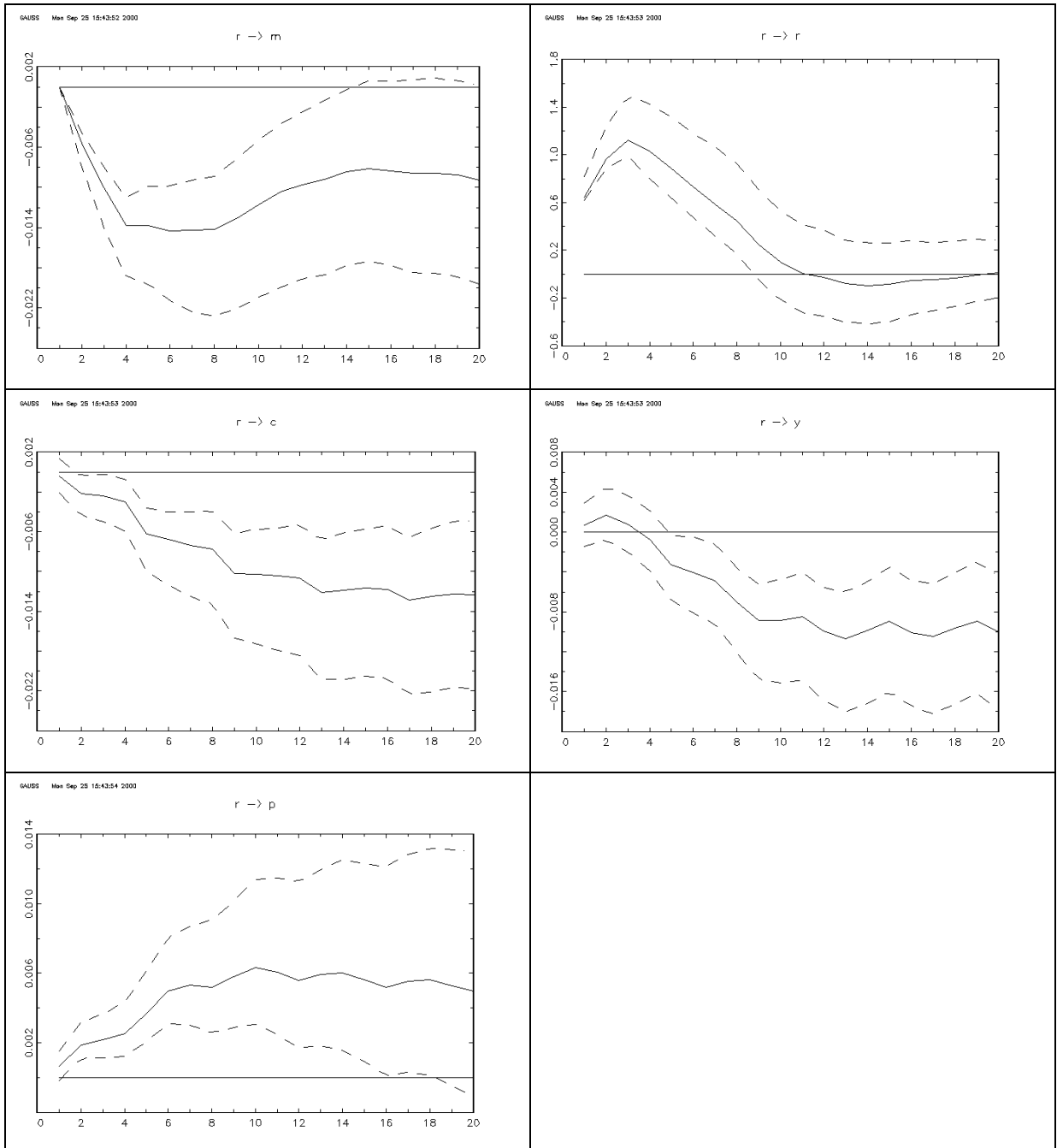
Abbildung 3:  $R$ ,  $MI$ ,  $CR$ ,  $YR$ ,  $P$ 

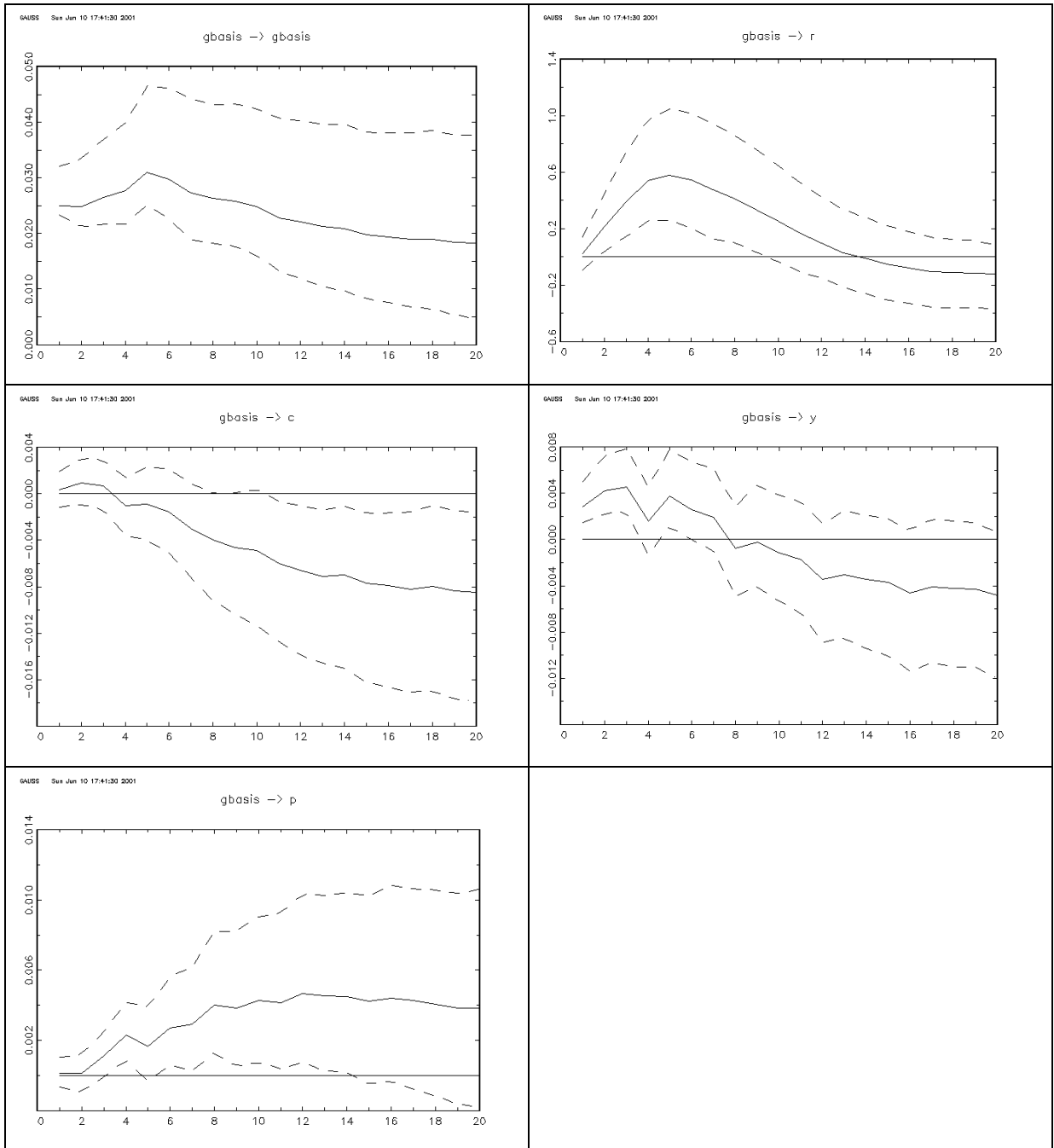
Abbildung 4:  $GBasis$ ,  $R$ ,  $CR$ ,  $YR$ ,  $P$ 

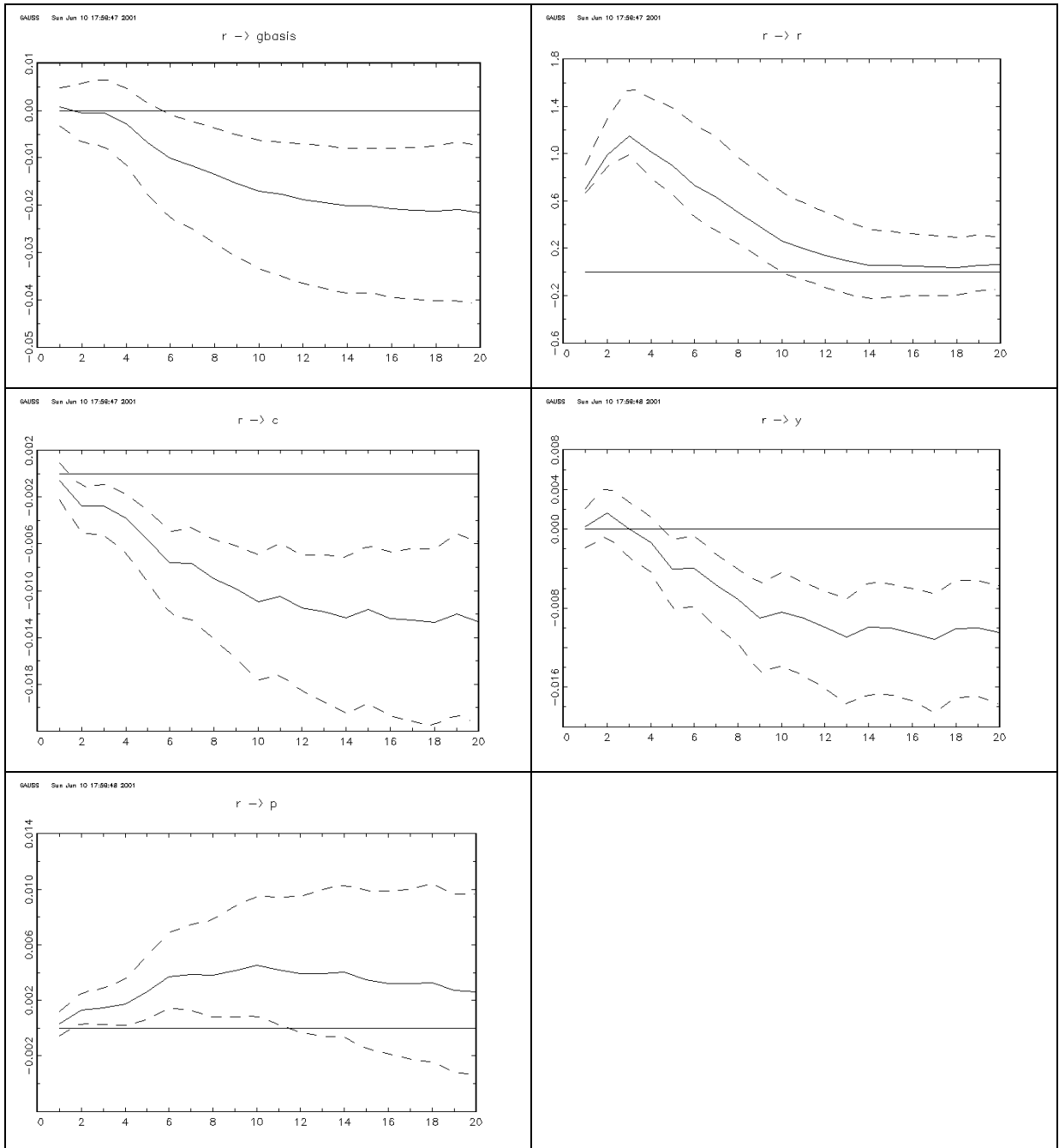
Abbildung 5:  $R$ ,  $GBasis$ ,  $CR$ ,  $YR$ ,  $P$ 

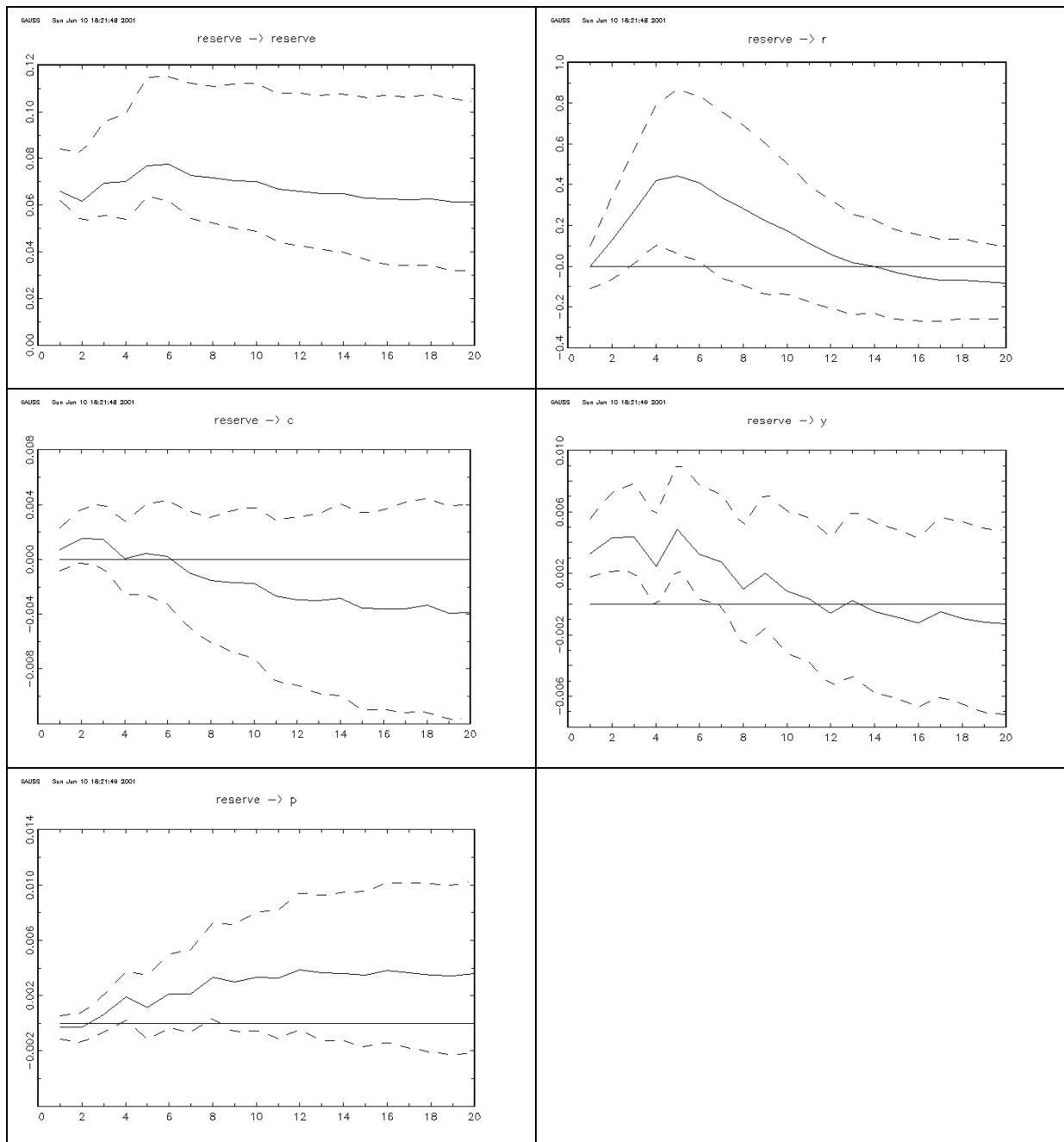
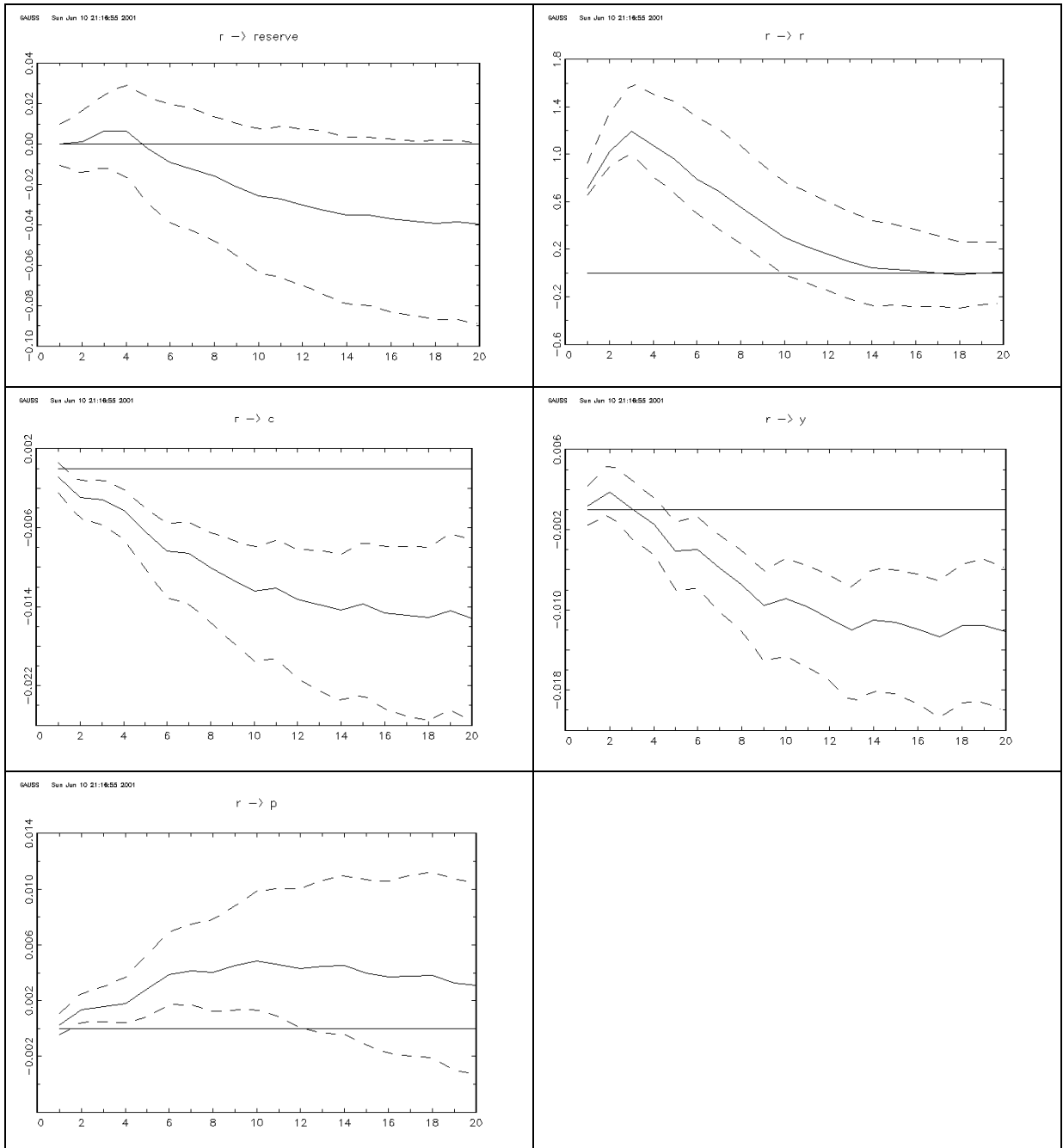
Abbildung 6: Reserve,  $R$ ,  $CR$ ,  $YR$ ,  $P$ 

Abbildung 7:  $R$ , Reserve,  $CR$ ,  $YR$ ,  $P$ 



## 2.6 Resumée

In dieser Arbeit wurden basierend auf einem multivariaten Fehler-Korrektur-Modell Impuls-Antwort-Folgen ermittelt, welche die Reaktion einiger makroökonomischer Variablen auf einen monetären Impuls beschreiben.

Der monetäre Impuls geht dabei alternativ von einem Geldmengenaggregat bzw. einem Geldmarktzins aus. Hinsichtlich der Plausibilität der Ergebnisse lässt sich feststellen, dass insbesondere das *liquidity puzzle* in Verbindung mit der insignifikanten Reaktion des Konsums und der signifikanten Reaktion der gesamtwirtschaftlichen Aktivität vermuten lassen, dass der monetäre Impuls, ausgehend von einem Geldmengenaggregat, weniger einen reinen Zentralbankimpuls widerspiegelt als vielmehr einen Nachfrageschock auf dem Geldmarkt. Das *prize puzzle*, das in Verbindung mit dem Geldmarktzins als Instrumentvariable auftaucht, deutet indes an, dass ein kontraktiver Zinsimpuls typischerweise dann von der Zentralbank ausgeht, wenn ein entsprechender Inflationsdruck zu erkennen ist. Dies impliziert, dass auch der Zinsimpuls nicht als reiner Zentralbankimpuls interpretiert werden kann. Die Konfidenzintervalle zeigen, dass dieser Effekt nur einige Quartale anhält (ähnlich wie in Leeper/Sims/Zha (1996, S. 39).

Die Reaktionen der untersuchten Variablen sind für *GBasis* und *Reserve* sehr ähnlich, unterscheiden sich aber im Vergleich zum Zinsimpuls. Die Reaktionen hinsichtlich *MI* korrespondieren weitgehend mit den im Text genannten stilisierten Fakten.

Hinsichtlich der Wirkung der Zinsimpulse ist insbesondere die zeitlich andauernde Wirkung des Impulses auf *CR* und *YR* auffällig, im Unterschied zum Impuls, der von einem Geldmengenaggregat (Geldbasis, Reserven) ausgeht. Die Reaktionen auf den Zinsimpuls sind für alle drei Spezifikationen robust und kontrastieren mit den in der Literatur vielfach zitierten *'hump shaped'* IAF hinsichtlich des aggregierten Output.

Alternative Schätzungen unserer Spezifikationen (nicht abgedruckt), basierend auf unrestringierten VAR Modellen in Niveaus, reproduzieren für die Zinsimpulse die *'hump shaped'* IAF und legen die Vermutung nahe, dass die Berücksichtigung von langfristigen Beziehungen zwischen den Variablen bei der Schätzung des VAR Modells bzw. den IAF unter Umständen von Bedeutung sein können. Eine entsprechende Überprüfung der Sensibilität der IAF diesbezüglich ist bislang in der Literatur nicht erfolgt.

### 3 Literaturverzeichnis

- Bagliano, F., Favero, C. (1998), Measuring Monetary Policy with VAR Models: An Evaluation, *European Economic Review*, 42, 1069-1112
- Benkowitz, A., Lütkepohl, H., Wolters, J. (2001), Comparison of Bootstrap Confidence Intervals for Impulse Responses of German Monetary Systems, *Macroeconomic Dynamics*, 5, 81-100
- Bernanke, B., Mihov, I. (1995), Measuring Monetary Policy, *NBER Working Paper 5145*
- Blanchard, O., Quah, D. (1989), The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances, *American Economic Review*, 79, 655-673
- Breitung, J. (1999), Neuere Entwicklungen auf dem Gebiet ökonometrischer Strukturmodelle, *mimeo*
- Campbell, J., Perron, P. (1991), Pitfalls and opportunities: What macroeconomics should know about unit roots, *NBER Technical Working Paper 100*
- Charemza, W., Deadman, D. (1997), *New Directions in Econometric Practice*, 2<sup>nd</sup> edition, Edward Elgar Publishing, Cheltenham
- Chari, V., Kehoe, P., McGrattan, E. (2000), Sticky Price Models of the Business Cycle: Can the Contract Multiplier Solve the Persistence Problem?, *Econometrica*, 68, 1151-1179
- Christiano, L., Eichbaum, M. (1995), Liquidity Effects, Monetary Policy and the Business Cycle, *Journal of Money, Credit and Banking*, 27(4), 1113-1136
- Christiano, L., Eichbaum, M., Evans, C. (1999), Monetary policy shocks: What have we learned and to what end?, in: Taylor, J., Woodford, M. (Eds), *Handbook of Macroeconomics*, Elsevier, Amsterdam, 65-148
- Clarida, R., Galí, J., Gertler, M. (1999), The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective, *Journal of Economic Literature*, XXXVII, 1661-1707
- Cochrane, J. (1994), Shocks, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 41, 295-364
- Cochrane, J. (1997), *Time Series for Macroeconomics and Finance*, lecture notes

- Cooley, T., Hansen, G. (1989), Inflation tax in a real business cycle model, *American Economic Review*, 79, 733-748
- Cooley, T., Hansen, G. (1998), The role of monetary shocks in equilibrium business cycle theory: Three examples, *European Economic Review*, 42, 605-617
- Deutsche Bundesbank, (1998), *50 Jahre Deutsche Mark*, Monetäre Statistiken 1948-1997, Verlag C. H. Beck, Verlag Vahlen
- Doornik, J., Hendry, D. (1997), *Modelling Dynamic Systems Using PcFiml 9.0 for Windows*, International Thomson Business Press
- Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons
- EvIEWS 4.0, *User's Guide*, Quantitative Micro Software
- Faust, J. (1998), The robustness of identified VAR conclusions about money, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 49, 207-244
- Faust, J., Leeper, E. (1997), When do long-run identifying restrictions give reliable results?, *Journal of Business and Economic Statistics*, 15(3), 345-353
- Favero, C. (2001), *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press, Oxford
- Galí, J. (2000), New Perspectives on Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle, *mimeo*
- Greene, W. (2000), *Econometric Analysis*, Prentice Hall International, Upper Saddle River, New Jersey
- Hall, A. (1994), Testing for a Unit Root in Time Series with Pretest Data-Based Model Selection, *Journal of Business and Economic Statistics*, 12(4), 461-470
- Hall, P. (1992), *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer, New York u.a.
- Hamilton, J. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, NJ
- Hendry, D. (1995), *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press, Oxford
- Hoover, K., Perez, S. (1999), Data-mining reconsidered: encompassing and the general-to-specific approach to specification search, *Econometrics Journal*, 2, 167-191
- Huang, K., Liu, Z. (1999), Staggered Contracts and Business Cycle Persistence, Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Discussion Paper 127*

- Johansen, S. (1995), *Likelihood Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford
- Kilian, L., Ohanian, L. (2000), Unit roots, trend breaks and transitory dynamics: a macroeconomic perspective, *mimeo*
- Koenig, E. (1999), Is There a Persistence Problem? Part1: Maybe, Federal Reserve of Dallas, *Economic and Financial Review*, 4<sup>th</sup> Quarter, 10-17
- Leeper, E., Sims, C., Zha, T. (1996), What does monetary policy do?, *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 1-78
- Lucas, R. (1980), Methods and Problems in Business Cycle Theory, *Journal of Money, Credit and Banking*, 12(4), 696-715
- Lütkepohl, H., (1993), *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer Verlag, Berlin u.a.
- Lütkepohl, H., Wolters, J. (1999), A money demand system for German M3, in: Lütkepohl, H., Wolters, J. (Eds.), *Money Demand in Europe*, Physica-Verlag, Heidelberg, 105-120
- Mankiw, N. (2001), The Inexorable and Mysterious Tradeoff between Inflation and Unemployment, *The Economic Journal*, 111, C45-C61
- Mills, T. (1999), *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, 2<sup>nd</sup> edition, Cambridge University Press, Cambridge
- Mishkin, F. (1995), Symposium on the Monetary Transmission Mechanism, *Journal of Economic Perspectives*, 9(4), 3-10
- Murray, C. J., Nelson C. R. (2000), The uncertain trend in U.S. GDP, *Journal of Monetary Economics*, 45, 79-95
- Perron, P. (1997), Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables, *Journal of Econometrics*, 80, 355-385
- Phillips, P. (1998), Impulse response and forecast error variance asymptotics in nonstationary VARs, *Journal of Econometrics*, 83, 21-56
- Romer, C., Romer, D. (1989), Does monetary policy matter? A new test in the spirit of Friedman and Schwartz, *NBER Macroeconomics Annual 1989*, MIT Press, Cambridge, 121-170

- Rudebusch, G. (1998), Do measures of monetary policy in a VAR make sense?, *International Economic Review*, Vol. 39, 4, 907-931
- Scharnagl, M. (1999), The stability of German money demand: Not just a myth, in: Lütkepohl, H., Wolters, J. (Eds.), *Money Demand in Europe*, Physica-Verlag, Heidelberg, 89-104
- Sims, C. (1980), Macroeconomics and Reality, *Econometrica*, 48, 1-49
- Sims, C. (1992), Interpreting the macroeconomic time series facts, the effects of monetary policy, *European Economic Review*, 36, 975-1011
- Sims, C. (1998), Comment on Glenn Rudebusch's "Do Measures of Monetary Policy in a VAR Make Sense?", *mimeo*
- Uhlig, H. (2001), What are the effects of monetary policy on output? Results from an agnostic identification procedure, *mimeo*
- Walsh, C. (1998), *Monetary Theory and Policy*, MIT Press, Cambridge

## 4 Anhang A

### Test auf Einheitswurzel (*unit root*)

Log_Reserve				
ADF Test Statistic	-0.991654	1%	Critical Value*	-3.4880
		5%	Critical Value	-2.8865
		10%	Critical Value	-2.5799
Log_GBasis				
ADF Test Statistic	-1.147331	1%	Critical Value*	-3.4900
		5%	Critical Value	-2.8874
		10%	Critical Value	-2.5804
Log_M1				
ADF Test Statistic	-0.936977	1%	Critical Value*	-3.4885
		5%	Critical Value	-2.8868
		10%	Critical Value	-2.5801
R				
ADF Test Statistic	-3.701746	1%	Critical Value*	-3.4880
		5%	Critical Value	-2.8865
		10%	Critical Value	-2.5799
Log_CR				
ADF Test Statistic	-2.148514	1%	Critical Value*	-3.4895
		5%	Critical Value	-2.8872
		10%	Critical Value	-2.5803
Log_YR				
ADF Test Statistic	-1.469586	1%	Critical Value*	-3.4880
		5%	Critical Value	-2.8865
		10%	Critical Value	-2.5799
Log_P				
ADF Test Statistic	-1.068032	1%	Critical Value*	-3.4900
		5%	Critical Value	-2.8874
		10%	Critical Value	-2.5804

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

## Test der Modellspezifikationen

Die nachfolgende Tabelle fasst die Testergebnisse der jeweiligen VAR Spezifikationen zusammen. Getestet wurden die VAR Spezifikationen, die alternativ *Reserven*, *GBasis* und *MI* als monetäres Aggregat enthalten. Der zweite Teil der Tabelle gibt an, welche Teststatistiken bezüglich der Einzelgleichungen der jeweiligen VAR Spezifikation auf Probleme hinweisen. Die Teststatistiken wurden mit *EViews 4.0* ermittelt.

	VAR ( <i>RESERVE</i> )	VAR ( <i>GBASIS</i> )	VAR ( <i>MI</i> )
LINEARER TREND	Nicht signifikant	Nicht signifikant	Nicht signifikant
LAG-LÄNGE	AIC: 8    SC: 4 FPE: 5    HQ: 4 LR: 8	AIC: 5;    SC: 4 FPE: 5    HQ: 4 LR: 8	AIC: 5    SC: 4 FPE: 5    HQ: 4 LR: 8
NORMALVERTEILUNG VECM(4)	Cholesky: nein Square root: ja	Cholesky: nein Square root: nein	Cholesky: nein Square root: ja
AUTOKORRELATION VECM(4)	Keine Autokorrelation der Residuen	Keine Autokorrelation der Residuen	Autokorrelation der Residuen bei Lag- Länge 4
	Testen der Einzelgleichungen (Probleme mit Gleichung ... bzgl. ...)		
NORMALVERTEILUNG	<i>Reserve, YR, R</i>	<i>GBasis, R</i>	<i>R</i>
AUTOKORRELATION			
HETEROSKEDASTIE	<i>YR, R</i>	<i>YR, R</i>	<i>R</i>
REKURSIVE RESIDUEN			
CUSUM			
CUSUM OF SQUARES	<i>Reserve</i>	<i>GBasis</i>	

Erläuterungen zur Tabelle (Siehe *EViews 4.0 User's Guide* zu Erläuterung der Teststatistiken):

AIC: Akaike information criterion

FPE: Final prediction error

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

LR: sequential modified LR test statistic

Normalverteilung: Jarque-Bera (Einzelgleichungen) bzw. Cholesky of Covariance/Square root of covariance

Autokorrelation: Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test, Lag-Länge 5

Heteroskedastie: ARCH LM Test, Lag-Länge 5

## Kointegrationsanalyse

VAR (RESERVE)					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Selected (5% level) Number of Cointegrating Relations by Model (columns)					
Trace	3	3	3	2	3
Max-Eig	3	3	1	1	1

VAR (GBASIS)					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Selected (5% level) Number of Cointegrating Relations by Model (columns)					
Trace	2	3	2	1	1
Max-Eig	2	1	1	1	1

VAR(M1)					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Selected (5% level) Number of Cointegrating Relations by Model (columns)					
Trace	1	1	1	1	1
Max-Eig	1	1	1	1	1

Nachrichtlich:

Eine alternative Überprüfung des Kointegrationsrangs, basierend auf einem VECM(7), deutet wie die obigen Ergebnisse auf eine grössere Sensibilität der Trace-Statistik hin.



## 5 Anhang B

```

/*
This program computes bootstrap confidence intervals for the
impulse response functions in a reduced rank VAR
*/
library pgraph;
load daten[120,8]=paper_zins_reserve.dat;
d=ones(120,1)~daten[:,1:3];
x=daten[:,4:8];
rank=1;
lag_num=5;
ir_num=20;
B=1000;
lagadd=0;
p=johansen(x,lag_num-1,rank,d);
datalbl="r"|"reserve"|"c"|"y"|"p";
shocklbl=datalbl;
ir=varest(x,lag_num,d,1,p,ir_num);
{a2,b2,e}=varestb(x,lag_num,d,1,p,ir_num);
r=rows(ir);
c=cols(ir);
k=cols(x);
irboot=zeros(B,r*c);
iboot=1;
do until iboot > B;
    estar=zeros(rows(e),cols(e));
    segment=zeros(rows(e),1);
    iter=1;
    do until iter > rows(e);
        segment[iter,.]=iter*(1/rows(e));
        iter=iter+1;
    endo;
    eboot=zeros(rows(e),1);
    q=1;
    do until q>rows(e);
        etemp=rndu(1,1);
        N=1;
        do until eboot[q,1]>0;
            if etemp<=segment[N,1];
                eboot[q,1]=N;
            else;
                N=N+1;
            endif;
        endo;
        q=q+1;
    endo;
iboot=iboot+1;
endo;

```

```

jboot=1;
do until jboot > rows(e);
    w=eboot[jboot,1];
    estar[jboot,.]=e[w,.];
    jboot=jboot+1;
endo;
means=meanc(estar);

im=1;
do until im > cols(estar);
    estar[:,im]=estar[:,im]-means[im];
    im=im+1;
endo;

ystar=zeros(rows(x),cols(x));
ylag=zeros(cols(x)*lag_num,1);
i=1;
do while i<=lag_num;
    ylag[(i-1)*k+1:i*k,.]=x[lag_num-i+1+lagadd,.];
    i=i+1;
endo;
ystar[1:lag_num+lagadd,.]=x[1:lag_num+lagadd,.];
i=1;
do while i<=rows(x)-lag_num-lagadd;
    ystar[i+lag_num+lagadd,.]=(a2*ylag+b2*d[i+lag_num+lagadd,.]+estar[i+lagadd,.]);
    ylag=ylag';
    ylag=shiftr(ylag,lag_num,1);
    ylag=ylag';
    ylag[1:lag_num,.]=ystar[i+lag_num+lagadd,.];
    i=i+1;
endo;
@p=johansen(ystar,lag_num-1,rank,d);@
irtemp=varest(ystar,lag_num,d,1,p,ir_num);
irtemp=irtemp-ir;
irboot[iboot,.]=reshape(irtemp,1,r*c);
iboot=iboot+1;
endo;
irboup=quantile(irboot,0.975);
irbolow=quantile(irboot,0.025);
irupt=reshape(irboup,r,c);
irlowt=reshape(irbolow,r,c);
irup=ir-irlowt;
irlow=ir-irupt;
px=seqa(1,1,ir_num);
ze=zeros(ir_num,1);
_pmcolor=0|0|0|0|0|0|0|15;
_pcolor=0|0|0;
_pltype=6|6|1|1;
from=1;

```

```
do while from <=1;
  to=1;
  do while to <=5;
    titstr = "" $+ shocklbl[from] $+ " -> " $+ datalbl[to];
    title(titstr);
    name = "reserve2_" $+ shocklbl[from] $+ "_" $+ datalbl[to] $+ ".tkf";
    _ptek = name;
    xy(px,ir[. ,(to-1)*5+from]~ze~irup[. ,(to-1)*5+from]~irlow[. ,(to-1)*5+from]);
    to=to+1;
  endo;
  from=from+1;
endo;
end;
```

```
/*
```

This procedure is based on a program written by Alan G. Isaac and David E. Rapach.

The original program is available at:

<http://www.american.edu/academic.depts/cas/econ/gaussres/GAUSSIDX.HTM#archive>

Important: lags defined as in EVIEWS

```
*/
```

```
proc(1)=johansen(x,k,rank,de);
  local x_lag1,xs,x_1,dx,dxlags,T,bu,u,bv,v,Suu,Suv,Svu,Svv,SuuI,SvvI,A,Evals,Evecs,
  l,z0,eta0,lmax,zeta0,Alpha,Beta,pimat,EV,row,Evecs2;
  x_lag1=x[k+1:rows(x)-1,]; /* --levels, lag 1-- */
  {xs,x_1}=varlags(x,1); /* --creating matrices for differencing-- */
  dx=xs-x_1; /* --differencing-- */
  {dx,dxlags}=varlags(dx,k); /* --constructing data matrices-- */
  row=rows(de);
  T=rows(dxlags); /* --# of observations-- */
  de=de[row-T+1:row,];
  dxlags=de~dxlags; /* --regressor matrix-- */
  bu=dx/dxlags; /* --OLS for difference regression-- */
  u=dx-dxlags*bu; /* --residuals for difference regression-- */
  bv=x_lag1/dxlags; /* --OLS for level regression-- */
  v=x_lag1-dxlags*bv; /* --residuals for level regression-- */
  Suu=(u'u)/T; /* --correlations for diff. residuals-- */
  Suv=(u'v)/T;
  Svuv=(v'v)/T; /* --correlations for level residuals-- */
  SuuI=invpd(Suu); /* --inverse of duu-- */
  SvvI=invpd(Svv); /* --inverse of dvv-- */
  A=SvvI*Svu*SuuI*Suv; /* --matrix A for eigenvalue and eigenvector problem-- */
  {Evals,Evecs}=eigv(A);
  EV=(Evals~Evecs); /* --this part computes the pi matrix */
  EV=real(EV);
  EV=rev(sortc(EV,1));
  Evals=EV[.,1];
  Evecs2=EV[.,2:cols(EV)]';
  Beta=Evecs2[.,1:rank];
  Beta=Beta*(eye(cols(Beta)).*(diag(Beta'*Svv*Beta)^(-1/2)));
  pimat=Suv*Beta*Beta';
  retp(pimat);
endp;

proc(2)=varlags(var,lags);
  local xlags;
  xlags = shiftr((ones(1,lags) .* var)',seqa(1-lags,1,lags)
  .* ones(cols(var),1,miss(0,0))');
  retp(trimr(var,lags,0),trimr(xlags,0,lags));
endp;
```

```

/*
This procedure is based on a program written by Joerg Breitung.
The original program is available at:
http://ise.wiwi.hu-berlin.de/~joerg/svar.htm
*/
@ ----- @
proc(1) = varest(Y,P,D,long,pimat,M);
@ ----- @

local n,k,k0,x,i,a,b,phi,irf,j,j0,e,sigma,r;
n=rows(y);
k=cols(y);
k0=cols(d);
x=d[p+1:n,];

/* ===== Compute the short run parameters ===== */

if long==0;          @ no long-run restrictions @
  i=1; do while i<=p;
    x=x~y[p+1-i:n-i,];
    i=i+1; endo;
  a=invpd(x'x)*x'y[p+1:n,];
  e=y[p+1:n,]-x*a;
  sigma=e'e/(n-p);
  r=chol(sigma)';
  a=a[k0+1:rows(a),];          @ delete rows for the deterministic @
  i=1; do while i<=p;
    a[(i-1)*k+1:i*k,]=a[(i-1)*k+1:i*k,]';
    i=i+1; endo;
endif;

if long==1;          @ with long-run restrictions @
  i=1; do while i<=p-1;
    x=x~(y[p+1-i:n-i,]-y[p-i:n-i-1,]);
    i=i+1; endo;
  b=invpd(x'x)*x'(y[p+1:n,]-y[p:n-1,]-y[p:n-1,]*pimat');
  e=(y[p+1:n,]-y[p:n-1,]-y[p:n-1,]*pimat')-x*b;
  sigma=e'e/(n-p);
  r=chol(sigma)';
  b=b[k0+1:rows(b),];
  a=zeros(p*k,k);
  a[1:k,]=eye(k)+pimat;
  if p>=2;
    a[1:k,]=a[1:k,]+b[1:k,]';
    i=2; do while i<=p-1;
      a[(i-1)*k+1:i*k,]=b[(i-1)*k+1:i*k,]'-b[(i-2)*k+1:(i-1)*k,]';
      i=i+1; endo;
    a[(p-1)*k+1:p*k,]=-b[(p-2)*k+1:(p-1)*k,]';
  endif;

```

```

endif;

/* ===== Compute the impulse response functions ===== */

a=eye(k)|a;
phi=zeros(k*m,k);

irf=zeros(m,k*k);
phi[1:k,]=eye(k);
i=2; do while i<=m;
  j0=-maxc(-(i-1|p));
  j=1; do while j<=j0;

    phi[(i-1)*k+1:i*k,]=phi[(i-1)*k+1:i*k,]+
      phi[(i-1-j)*k+1:(i-j)*k,]*a[j*k+1:(j+1)*k,];
    j=j+1; endo;
  i=i+1; endo;
i=1; do while i<=m;
  phi[(i-1)*k+1:i*k,]=phi[(i-1)*k+1:i*k,]*r;
  irf[i,]=(vec(phi[(i-1)*k+1:i*k,]))';
  i=i+1; endo;

retp(irf);
endp;

```

/\*

This procedure is based on a program written by Joerg Breitung.

The original program is available at:

<http://ise.wiwi.hu-berlin.de/~joerg/svar.htm>

\*/

```
@ ----- @
proc(3) = varestb(Y,P,D,long,pimat,M);
@ ----- @
```

```
local n,k,k0,x,i,a,a2,b,b2,phi,irf,j,j0,e,sigma,r,ytemp,yout;
n=rows(y);
k=cols(y);
k0=cols(d);
x=d[p+1:n,.];
```

/\* ===== Compute the short run parameters ===== \*/

```
if long==0;                                @ no long-run restrictions @
i=1; do while i<=p;
  x=x~y[p+1-i:n-i,.];
i=i+1; endo;
a=invpd(x'x)*x'y[p+1:n,.];
  e=y[p+1:n,.]-x*a;
  sigma=e'e/(n-p);
  r=chol(sigma)';
  b2=a[1:k0,.];
a=a[k0+1:rows(a),.];                        @ delete rows for the deterministic @
i=1; do while i<=p;
  a[(i-1)*k+1:i*k,.]=a[(i-1)*k+1:i*k,.]';
i=i+1; endo;
endif;
```

```
if long==1;                                @ with long-run restrictions @
i=1; do while i<=p-1;
  x=x~(y[p+1-i:n-i,.]-y[p-i:n-i-1,.]);
i=i+1; endo;
b=invpd(x'x)*x'(y[p+1:n,.]-y[p:n-1,.]-y[p:n-1,.]*pimat');
  ytemp=x*b;
  yout=ytemp+y[p:n-1,.]+y[p:n-1,.]*pimat';
  e=(y[p+1:n,.]-y[p:n-1,.]-y[p:n-1,.]*pimat')-x*b;
  sigma=e'e/(n-p);
  r=chol(sigma)';
  b2=b[1:k0,.];
b=b[k0+1:rows(b),.];
a=zeros(p*k,k);
a[1:k,.]=eye(k)+pimat;
if p>=2;
  a[1:k,.]=a[1:k,.]+b[1:k,.]';
```

```

i=2; do while i<=p-1;
    a[(i-1)*k+1:i*k,.]=b[(i-1)*k+1:i*k,.]-b[(i-2)*k+1:(i-1)*k,.]';
    i=i+1; endo;
a[(p-1)*k+1:p*k,.]=-b[(p-2)*k+1:(p-1)*k,.]';
endif;
endif;

/* ===== Compute the impulse response functions ===== */
a2=zeros(cols(a),rows(a));
i=1;
do while i<=p;
    a2[:,(i-1)*k+1:i*k]=a[(i-1)*k+1:i*k,.];
    i=i+1;
endo;
a=eye(k)|a;
phi=zeros(k*m,k);

irf=zeros(m,k*k);
phi[1:k,.]=eye(k);
i=2; do while i<=m;
    j0=-maxc(-(i-1|p));
    j=1; do while j<=j0;

        phi[(i-1)*k+1:i*k,.]=phi[(i-1)*k+1:i*k,.]+
            phi[(i-1-j)*k+1:(i-j)*k,.]*a[j*k+1:(j+1)*k,.];
        j=j+1; endo;
    i=i+1; endo;
i=1; do while i<=m;
    phi[(i-1)*k+1:i*k,.]=phi[(i-1)*k+1:i*k,.]*r;
    irf[i,.]=(vec(phi[(i-1)*k+1:i*k,.]'))';
    i=i+1; endo;

retp(a2,b2,e);
endp;

```