

---

# Schadensanalyse am Planetengetriebe bei Fragmenteinspeisung mit Hilfe numerischer Modellbildung

Autor: Julia Jeßberger, M. Sc.

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. S. Rinderknecht

---



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Jeßberger, Julia: Schadensanalyse am Planetengetriebe bei Fragmenteinspeisung mit Hilfe numerischer Modellbildung

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUpriints: 2024

urn:nbn:de:tuda-tuprints-287234

Tag der mündlichen Prüfung: 30.10.2024

Veröffentlicht unter CC BY 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/>



# Schadensanalyse am Planetengetriebe bei Fragmenteinspeisung mit Hilfe numerischer Modellbildung

Am Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur  
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

## Dissertation

vorgelegt von  
**Julia Jeßberger, M.Sc.**  
aus Naila

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht  
Mitberichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz

Tag der Einreichung: 02.09.2024  
Tag der mündlichen Prüfung: 30.10.2024

Darmstadt 2024  
D17





## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Mechatronische Systeme der Technischen Universität Darmstadt. Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht für die Betreuung der Arbeit. Grundlage für diese Arbeit bildete das vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie im Rahmen des sechsten Luftfahrtforschungsprogramms „LuFo“ geförderte Programm „KOVHGL - Konstruktionsvorschriften für den sicheren und zuverlässigen Betrieb von Hochleistungsgetrieben“ (Förderkennzeichen 20T1912), welches in Kooperation mit Rolls-Royce entstanden ist. Den Mitgliedern des Projektes gilt mein Dank für die stets positive Zusammenarbeit. Ebenfalls möchte ich mich bei Johannes Bils und meiner Mutter für die Fotos von den Schäden an den Zahnräder bedanken. Weiterhin möchte ich mich bei Jens Jungblut, Benedikt Schüssler und Tobias Peichl bedanken, welche die Dissertation Korrektur gelesen haben und deren Anmerkungen die Qualität der Arbeit verbesserten. Mein Dank gilt auch allen Kollegen für den Austausch, die Anregungen, die Gespräche, die Ablenkungen, die wöchentlichen Boulder-Sessions und die eine oder andere gemeinsame Bierrunde. Ihr habt die Promotionszeit für mich um so vieles bereichert! Außerdem möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, welche immer an mich geglaubt und mich stets unterstützt hat. Ein ganz besonderer Dank gilt an dieser Stelle meinem Mann Marco für die immerwährende Unterstützung, das stets offene Ohr, die Toleranz, die Geduld und das Verständnis während der Promotionszeit. Du hast mir so vieles abgenommen, damit ich mich auf die Fertigstellung meiner Arbeit konzentrieren konnte, dafür danke ich dir von Herzen.

## Kurzfassung

Die vorliegende Dissertation befasst sich mit der Schadensanalyse an einem einstufigen Evolventen-Planetengeriebei bei Fragmenteinspeisung mit Hilfe von numerischer Simulation. Das betrachtete Getriebe stellt eine skalierte Form eines Hochleistungsgetriebes für Getriebefans dar. Aufgrund fehlender Empfehlungen in der Literatur zur Implementierung eines solchen numerischen Modells wird zunächst ein Versuchsplan zur Parameteridentifikation der verschiedenen Modelle entworfen. Im Rahmen der Untersuchungen erfolgt eine Analyse der initialen Anrissposition in Abhängigkeit vom vorliegenden Beanspruchungszustand sowie eine Untersuchung des Rissfortschritts. Daher werden die erforderlichen Parameter des Materialmodells, des Versagensmodells sowie des Kohäsivzonenmodells der verwendeten Zahnräder für den spezifischen Anwendungsfall bestimmt.

Zur Identifikation des Materialmodells der einsatzgehärteten Außenverzahnung (30CrNiMo8 bzw. 18CrNiMo7-6) und der nitrierten Innenverzahnung (35CrAlNi7-10 bzw. 31CrMoV9) wird das Johnson-Cook Materialmodell auf Basis von dehnratenabhängigen Zug-, Druck- und Vickers-Versuchen implementiert. Die analytische Berechnungsvorschrift für die Umwertung der ermittelten Härte in die Streckgrenze wird basierend auf den Ergebnissen des Kernmaterials bestimmt. Die Modellierung von Zahnrädern unter Berücksichtigung der Randschicht ist durch den hohen Rechenaufwand und die zusätzliche Einschränkung der Vernetzungsstrategie begrenzt. Daher wird der Einfluss einer vereinfachten homogenisierten Betrachtung der wärmebehandelten Zahnräder analysiert. In der Literatur werden derartige homogene Zahnrad-Modelle basierend auf Erfahrungswerten sowie durch den Abgleich mit experimentellen Ergebnissen identifiziert. Da in der öffentlich zugänglichen Literatur hierzu keine Erfahrungswerte vorliegen, wird eine neue Strategie basierend auf einem gewichteten Mittelwert untersucht.

Die Implementierung des Versagensmodells basiert ebenfalls auf der Johnson-Cook Methode unter Berücksichtigung des Härteprofils der wärmebehandelten Stirnräder. Die Versagensgrenze wird mit Hilfe von quasistatischen Pulsatorversuchen sowie vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen ermittelt. Auf Grundlage der ermittelten Versagensgrenze kann schließlich die initiale Anrissposition im Zahnfuß ermittelt werden, welche einen maßgeblichen Einfluss auf die Richtung des Rissfortschrittes hat. Durch eine Unsicherheitsbetrachtung wird der zu berücksichtigende Fehler des numerischen Modells abgeschätzt. Das Kohäsivzonenmodell, dessen Parameter durch die vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche bestimmt werden, wird schließlich zur Abschätzung des Auftretens eines Zahnkranzbruchs verwendet.

Anhand der ermittelten Parameter erfolgt schließlich die Implementierung des numerischen Modells. Als Vergleich werden die Dehnungsmessungen und die aus den Aufzeichnungen der Hochgeschwindigkeitskamera vermessenen Verschiebungen des projektspezifisch entwickelten Getriebepfunders verwendet, der eine wiederholgenaue, dynamische Einbringung eines definierten Fragmentes ermöglicht. Abschließend erfolgt eine Untersuchung der möglichen Einflussparameter, um den Schadensausgang zu minimieren.

---

## Abstract

This dissertation investigates the procedure for implementing a numerical model for damage analysis on a single-stage involute planetary gearbox. As there are no recommendations in the literature on implementing such a model, an experimental plan for parameter identification is designed first. As part of the investigations, the initial crack position is analysed as a function of the load and the crack propagation is examined. Therefore, the required parameters for the material model, the failure model and the cohesive zone model are identified for the specific application of the gears.

To identify the plastic behaviour of the case-hardened external gearing (30CrNiMo8 and 18CrNiMo7-6) and the nitrided internal gearing (35CrAlNi7-10 and 31CrMoV9), the Johnson-Cook material model is implemented based on tensile, compression and Vickers tests. The analytical calculation rule for the reevaluation of the determined hardness into the yield strength grounds on the results of the core material. The modelling of the gears under consideration of the surface layer is limited by the high computational time and the additional restriction due to the meshing strategy. Therefore, the influence of a simplified homogeneous consideration of the heat-treated gears is analysed. In the literature, such homogeneous material models are identified based on empirical values and by comparison with experimental results. Since no empirical values are available in the publicly accessible literature, a new strategy is implemented and analysed.

The implementation of the failure model is also based on the Johnson-Cook method and a shift of the damage criterion based on the hardness profile of the heat-treated cylindrical gears. The failure limit is determined within this thesis taking into account the experimental results of quasi-static pulsator tests and simplified fragment indentation tests. Based on the determined load condition, the initial crack position in the tooth root can finally be determined, which has a significant influence on the direction of crack propagation. Finally, the cohesive zone model is used to estimate whether the fracture into the rim can be caused by the reingestion of a tooth-sized fragment.

The numerical model is then implemented based on the parameters determined. Various strain rates have to be taken into account here. The test results from the project-specific gear test bench, which enables a defined fragment to be ingested with repeatable accuracy, are used for comparison. The comparison is based on strain measurements and displacements, which can be measured from the recordings of the highspeed camera. Finally, the possible influencing parameters are investigated to minimise the damage.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Danksagung</b>	<b>v</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>x</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problem- und Aufgabenstellung	2
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	3
1.3 Grundbegriffe der Arbeit	6
<b>2 Grundlagen und Stand der Forschung</b>	<b>7</b>
2.1 Schadensmechanismen von Zahnrädern	7
2.2 Materialmodell	10
2.3 Versagensmodell	12
2.4 Bruchmechanik	16
2.5 Rissmodellierung auf Basis von XFEM	19
2.6 Zusammenfassung zum Stand der Forschung	20
<b>3 Experimentelle Untersuchung</b>	<b>23</b>
3.1 Test-Zahnräder	23
3.2 Test-Fragmente	24
3.3 Quasistatische Überrollversuche am skalierten Getriebe	26
3.4 Dynamische Überrollversuche am skalierten Getriebe	29
3.5 Ergänzungsversuche zur Parameteridentifikation des Materialmodells	31
3.6 Ergänzungsversuche zur Parameteridentifikation des Versagensmodelles	36
<b>4 Numerische Modellierung</b>	<b>41</b>
4.1 Vernetzungsstrategie	43
4.2 Materialmodell	47
4.3 Spannungszustandsabhängiges Versagensmodell	53
4.4 Kohäsivzonenmodell	81
<b>5 Vergleich experimenteller Ergebnisse mit numerischen Simulationen</b>	<b>85</b>
5.1 Vergleich der quasistatischen Test-Ergebnisse	86

---

5.2	Vergleich der dynamischen Test-Ergebnisse . . . . .	87
5.3	Kernerkenntnisse aus dem Vergleich mit den dynamischen Versuchen . . .	107
<b>6</b>	<b>Identifikation von Einflussgrößen auf die Schadensmechanismen</b>	<b>109</b>
6.1	Schrägverzahnung . . . . .	112
6.2	Fragmentmaterial . . . . .	113
6.3	Rissparameter . . . . .	115
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>119</b>
7.1	Fazit . . . . .	120
7.2	Ausblick . . . . .	122
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>125</b>
A.1	Quasistatische Druckversuche - Probenentnahme . . . . .	125
A.2	Quasistatische Druckversuche - Ergebnisse . . . . .	126
A.3	Dehnratenabhängige Zug- und Druckversuche . . . . .	127
A.4	Vickers-Test - Oberflächenhärte . . . . .	129
A.5	Parameteridentifikation - Randschicht-Modell: Chargieren Hohlrad . . . .	129
A.6	Parameteridentifikation - homogenisiertes Material . . . . .	130
A.7	Fragment-Eindruck-Versuch . . . . .	131
A.8	DTR5 - Rissfortschritt . . . . .	135
<b>B</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>137</b>

# Symbolverzeichnis

## Lateinische Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
$A$	Streckgrenze (Johnson-Cook Materialmodell)	MPa
$A_H$	Streckgrenze des homogenisierten Zahnradmaterials (Johnson-Cook Materialmodell)	MPa
$A_j$	Streckgrenze in der Randschicht $j$ (Johnson-Cook Materialmodell)	MPa
$A_K$	Streckgrenze des Kernmaterials (Johnson-Cook Materialmodell)	MPa
$b$	Zahnbreite	mm
$B$	Materialparameter (Johnson-Cook Materialmodell)	MPa
$C$	Materialparameter (Johnson-Cook Materialmodell)	-
$C_{1-2}$	Materialparameter (HQH1)	-
$c_{1-2}$	Materialparameter (HEE)	-
$C_{\text{Druck}}$	Materialparameter in Druckrichtung (Johnson-Cook Materialmodell)	-
$C_{\text{Zug}}$	Materialparameter in Zugrichtung (Johnson-Cook Materialmodell)	-
$C_F$	Constraint-Faktor	-
$D_{1-4}$	Materialparameter Johnson-Cook Versagensmodell	-
$d_0$	Anfangsdurchmesser der Probe (quasistatischer Druckversuch)	mm
$d_{1-2}$	Materialparameter (HEE)	-
$d_{\text{min}}$	minimale Backenverschiebung (Pulsatorstest)	mm
$d_{\text{mittel}}$	mittlere Backenverschiebung (Pulsatorstest)	mm
$d_{\text{max}}$	maximale Backenverschiebung (Pulsatorstest)	mm
$d_{\text{radial}}$	radiale Verschiebung des Hohlrades	mm
$E$	Elastizitätsmodul	N/mm <sup>2</sup>
$e_L$	Kantenlänge der Elemente senkrecht zur Oberfläche	mm
$e_R$	Kantenlänge der Elemente entlang des Zahnfußes	mm
$e_W$	Kantenlänge der Elemente entlang der Zahnbreite	mm
$F_{\text{dmax}}$	maximale Kraft (quasistatischer Druckversuch)	N
$F_t$	Kontaktkraft	N

$G$	Energiefreisetzungsrate	N/mm
$G_c$	Bruchenergie/kritische Energiefreisetzungsrate	N/mm
$h_0$	Anfangshöhe der Zylinderproben (Druckversuch)	mm
$h_{Fan}$	Biegehebelarm für Zahnfußbeanspruchung	mm
$HV(y)$	Härtetiefenverlauf abhängig vom Abstand zur Oberfläche $y$	HV
$HV$	Vickerhärte	HV
$i$	Übersetzung	-
$J_3^\sigma$	dritte Invariante des Spannungstensors	N/mm <sup>2</sup>
$K$	Spannungsintensitätsfaktor	MPa $\sqrt{m}$
$K_c$	kritischer Spannungsintensitätsfaktor	MPa $\sqrt{m}$
$k_{P,K}$	Steifigkeit des Zahnkranzes des Planetenrades	N/m
$k_{P,Z}$	Steifigkeit des Planetenradzahnes	N/m
$k_{P,H}$	Steifigkeit des Zahnkranzes des Hohlrades	N/m
$l_{cz}$	Kohäsionszonenlänge	mm
$l_{cz,schicht}$	Kohäsionszonenlänge für das Randschicht-Modell	mm
$l_{cz,homogen}$	Kohäsionszonenlänge für das homogenisierte Modell	mm
$l_{Kern}$	Charakteristische Länge des Kerns	mm
$l_{Rand}$	Dicke einer Schicht in der Randschicht	mm
$M$	Parameter abhängig von der kohäsiven Zone	-
$m$	Materialparameter (Johnson-Cook Materialmodell)	-
$m_n$	Normalmodul	mm
$n$	Materialparameter (Johnson-Cook Materialmodell)	-
$N_e$	Mindestanzahl an Elementen	-
$N_V$	normierte Versagenszahl	-
$q_s$	Kerbparameter (DIN 3990/3)	-
$R$	Bezeichnung der Elemente entlang des Zahnfuß	-
$R_{p02}$	0,2 %–Dehngrenze	MPa
$S$	Skalierungsfaktor abhängig von der Elementgröße	-
$S_{F,min}$	Sicherheitsfaktor (ISO 6336/3)	-
$s_{Fn}$	Zahnfußsehne an 30 °-Tangente der Zahnfußrundung	mm
$T$	Temperatur	K
$T_r$	Referenztemperatur	K
$T_m$	Schmelztemperatur des Werkstoffes	K
$W$	Bezeichnung der Elemente entlang der Zahnbreite	-
$x_{FP}$	Eindrucktiefe des Fragmentes in die Planetenlücke	mm
$x_{FH}$	Eindrucktiefe des Fragmentes in den Zahnkopf des Hohlrades	mm

$y$	Abstand zur Oberfläche des randschichtgehärteten Zahnrade	mm
$Y_{NT}$	Lebensdauerfaktor (ISO 6336/3)	-
$Y_{\delta,rel,T}$	relative Stützziffer (ISO 6336/3)	-
$Y_{R,rel,T}$	relativen Oberflächenfaktor (ISO 6336/3)	-
$Y_X$	Dimensionsfaktor (ISO 6336/3)	-
$Y_F$	Formfaktor (DIN 3990/3)	-
$Y_S$	Spannungskorrekturfaktor (DIN 3990/3)	-
$Y_{\beta}$	Schrägenfaktor (DIN 3990/3)	-
$z$	Zähnezahl	-

## Griechische Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Wertebereich
$\alpha_{Fan}$	Kraftangriffswinkel	°
$\alpha_n$	Normaleingriffswinkel	°
$\alpha_{PT}$	Zurückgelegter Winkel des Planetenträgers	°
$\alpha_{p,H}$	Winkel zwischen Planetenlücke und Hohlradzahn	°
$\beta$	Schrägungswinkel	°
$\delta_0$	kritische Rissöffnung	mm
$\varepsilon_{Bruch}$	Bruchdehnung	-
$\varepsilon_r$	repräsentativen plastischen Dehnung	-
$\varepsilon_p$	plastische Dehnung	-
$\varepsilon_{wahr}$	wahre Dehnung	-
$\varepsilon_{\beta}$	Sprungüberdeckung (DIN 3990/3)	-
$\dot{\varepsilon}_e^p$	plastischen Dehnrates	1/s
$\dot{\varepsilon}_0$	Bezugsdehnrates	1/s
$\zeta$	Skalierungsfaktor der Streckgrenze	-
$\eta_0$	gemittelte Mehrachsigkeit	-
$\eta_0$	der Schnittpunkt der zweiten und dritten Funktion	-
$\eta$	Spannungsmehrachsigkeit	-
$\nu$	Poissonzahl	-
$\xi$	Lode Parameter	-
$\rho_F$	Fußrundungsradius an der 30-Tangente	°
$\sigma$	Hauptspannungstensor	MPa
$\sigma_{FP}$	zulässige Zahnfußspannung (ISO 6336/3)	MPa
$\sigma_{FE}$	zulässige Dauerfestigkeit der ungekerbten Probe (ISO 6336/3)	MPa
$\sigma_r$	repräsentative Spannung	MPa
$\sigma_f$	Fließspannung	MPa

$\sigma_{FO-B}$	Zahnfußspannung (DIN 3990-3)	MPa
$\sigma_{ii}$	Normalspannungen	MPa
$\sigma_{ij}$	Schubspannungen	MPa
$\sigma_{p,max}$	maximale Hauptspannung	MPa
$\sigma_m$	hydrostatische Mittelspannung	MPa
$\sigma_{eq}$	Vergleichsspannung nach Mises	MPa
$\sigma_{max}$	maximal ertragbare Spannung an der Rissspitze	MPa
$\sigma_{wahr}$	wahre Spannung	MPa
$\tau_{zul}$	zulässige Schubspannung	N/mm <sup>2</sup>
$\tau$	Grenzflächenfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>
$\tau^0$	maximale Grenzflächenfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>
$\tau_n$	von der Rissöffnung abhängige Spannung	N/mm <sup>2</sup>

## Abkürzungsverzeichnis

Symbol	Bedeutung
AE	Acoustic Emission
DMS	Dehnungsmessstreifen
DTR	Dynamic Test Run
EASA	European Union Aviation Safety Agency (in deutsch: Europäische Agentur für Flugsicherheit)
FEV	Fragment-Eindruck-Versuche
HED	High energy debris (in deutsch: hochenergetisches Trümmerteil)
HEE	hyperbolisch-exponentiell-exponentiell
HQH	hyperbolisch-quadratisch-hyperbolisch
J-C	Johnson-Cook
MPA	Materialprüfanstalt
KZM	Kohäsivzonenmodell
LEBM	linear-elastische Bruchmechanik
QTR	Quasistatic Test Run
XFEM	erweiterte Finite-Elemente-Methode



# 1 Einleitung

In den vergangenen Jahren hat sich das Thema Umweltschutz zunehmend in den Fokus gerückt. Der Mensch verzeichnet einen übermäßigen Verbrauch an natürlichen Ressourcen, der die Kapazitäten der Erde übersteigt. Mit dem Pariser Abkommen, das auf der Weltklimakonferenz im Dezember 2015 beschlossen wurde, hat sich die Weltgemeinschaft zu einer globalen Treibhausgasneutralität geeinigt, wobei der Anstieg der globalen Durchschnittstemperatur auf deutlich unter zwei Grad Celsius im Vergleich zur vorindustriellen Zeit begrenzt werden soll [93]. Diese Herausforderung betrifft nicht nur individuelle Haushalte, sondern auch Unternehmen, die eine Schlüsselrolle bei der Förderung einer umweltfreundlichen Entwicklung einnehmen. Dazu gehören auch die Emissionen des Luftverkehrs. Im Zuge dessen verabschiedete die Internationale Zivilluftfahrt-Organisation (ICAO) bei der 41. ICAO-Versammlung ein langfristiges globales Ziel für den internationalen Luftverkehr, welches Netto-Kohlenstoffemissionen von Null bis 2050 vorsieht [84]. Im Juni 2022 wurde das gemeinsame Papier der Bundesregierung im Bereich Klimaneutralität in der Luftfahrt vorgestellt. Dieses umfasst Handlungsfelder, die für eine schnelle Umsetzung der Klimaneutralität in der Luftfahrt von besonderer Bedeutung sind. Dazu zählen unter anderem Maßnahmen zur Technologieförderung [52]. Das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (BMWi) unterstützt mit seinem Luftfahrtforschungsprogramm LuFo VI von 2020 bis 2024 Forschungs- und Technologievorhaben der zivilen Luftfahrt in Deutschland, wobei die Entwicklung eines nachhaltigen, wirtschaftlichen und effizienten Lufttransportsystems angestrebt wird [65]. Eine solche Technologie ist der Getriebefan. Dieser bietet ein hohes Einsparpotenzial bei Kraftstoffverbrauch und Kohlendioxidemissionen. Erste Markteinführungen dieses Triebwerktypes gab es in der Schubklasse für Geschäftsreiseflugzeuge im Jahr 1972 mit dem Honeywell TFE731 [38]. Ein weiteres Triebwerk dieses Typs ist das Lycoming ALF 502, das 1980 auf den Markt kam [66]. 1990 begann Pratt & Whitney zusammen mit der MTU Aero Engines und dem damaligen Fiat Avio mit den ersten Voruntersuchungen für die Anwendung in der mittleren Schubklasse. Im Jahr 2008 brachte das Unternehmen schließlich ihren Getriebefan auf den Markt welcher in Passagierflugzeugen wie dem A320neo und dem A220 verbaut wird und einen Schubbereich von 24 000 lbf bis 33 000 lbf erreicht. Treibstoffverbrauch und Kohlenstoffdioxidausstoß verringern sich durch diese Technologie um je 16 %, der Lärmteppich sogar um 75 % [1]. Innerhalb von LuFo VI wurde die Entwicklung der UltraFan-Triebwerke von Rolls-Royce weiter gefördert, um die Markteinführung des derzeit effizientesten zivilen Triebwerks der Großraumflugzeuge mit einem Schubbereich bis zu 85 000 lbf voranzutreiben [94].

Die Entwicklung und Markteinführung eines Getriebes in einem Triebwerk unterscheidet sich hinsichtlich der erforderlichen Zertifizierung deutlich von anderen Anwendungsbereichen wie z.B. in Kraftfahrzeugen, Schiffen oder Windkraftanlagen. Ein wesentlicher Unterschied besteht in der Notwendigkeit, eine sichere Landung nach einem Schadensfall zu gewährleisten. Hinzu kommt, dass trotz Ausschalten des Triebwerkes im Flug der Bläser weiter durch die Reisegeschwindigkeit des Fliegers angeströmt wird. Der als Windmilling bezeichnete Effekt kann wegen des damit verbundenen erhöhten Strömungswiderstandes nicht durch Blockieren des Bläasers umgangen werden. Schadensfälle im Betrieb sind im Gegensatz zu Helikoptern grundsätzlich zulässig, solange sie durch das Containment eingegrenzt werden. Die Anforderungen an das Triebwerk basieren dabei auf den EASA CS-E510 Richtlinien [25]. Ziel ist es, potenziell gefährliche Effekte für das Leistungsgetriebe zu erkennen. Dazu zählt unter anderem die Freisetzung hochenergetischer Trümmer (HED) und das Festfressen des Getriebes, das zum Blockieren des Bläasers führt. Es ist sicherzustellen, dass solche Versagensfälle auf eine Auftretenswahrscheinlichkeit kleiner  $10^{-7}$  pro Triebwerks-Flugstunde begrenzt sind oder das ein annehmbares Maß an struktureller Integrität, auch für hochenergetische Trümmer, nachgewiesen wird [25]. Im Rahmen der Zulassung von Hochleistungsgetrieben in Triebwerken ist es erforderlich, die dafür eingesetzten Zahnräder als kritische rotierende Teile zu betrachten. Aufgrund des Neuheitsgrades des Triebwerkstyps bestehen noch Optimierungsmöglichkeiten bei der Auslegung des Hochleistungsplanetengetriebes.

## 1.1 Problem- und Aufgabenstellung

Bei Betrachtung der öffentlich verfügbaren Literatur zu potenziellen Schadensmechanismen, die durch das Einspeisen eines hochenergetischen Fragmentes in die Verzahnung eines Getriebes verursacht werden, zeigt sich, dass in diesem Forschungsbereich eine signifikante wissenschaftliche Lücke besteht. Lediglich zwei öffentlich verfügbare Publikationen befassen sich mit der Einspeisung eines unbestimmten Metallfragmentes in Größe des Zahnes, wobei keine messtechnische Auswertung der Dehnungen erfolgt [34, 49]. Die durchgeführten Experimente hatten zum Ziel, das Verhältnis zwischen dem Drehmoment und der Größe des Fragmentes zu bestimmen, das erforderlich ist, um den Zahnradsatz durch den Eingriffszyklus zu drehen. Ein weiteres Ziel war es, nach dem Eingriff durch die ineinandergreifenden Zahnräder den Zustand des Zahnradfragments zu ermitteln. Die Materialbeschaffenheit führte jedoch in beiden Studien dazu, dass das Fragment lediglich plastisch verformt wurde, während die Zahnräder nicht brachen. Die geringe Anzahl verfügbarer Literatur lässt sich durch das hohe Interesse der Unternehmen an der Geheimhaltung der gewonnenen Erkenntnisse erklären. Für kleinere Fragmente wie metallischen Partikeln im Ölschmiersystem gibt es dagegen eine Vielzahl von Veröffentlichungen [19, 24]. Jedoch ist eine Ableitung von Erkenntnissen und Vorgehensweisen für den in der Arbeit betrachteten Einzelfall nicht möglich.



Aufgrund der hohen Komplexität des Hochleistungsplanetengetriebes sowie des hohen Aufwandes für die Durchführung einer umfangreichen experimentellen Studie wird dieses als ungeeignet eingestuft. Die Durchführung an einem vereinfachten ähnlichkeitsmechanisch skalierten Getriebe bedarf der Implementierung eines numerischen Modelles, um die gewonnenen Erkenntnisse auf das Originalgetriebe zu übertragen. Betrachtet man den in der Literatur verfügbaren Forschungsstand zur numerischen Modellbildung mit dem Ziel einen solchen Schadensmechanismus abzubilden, werden verschiedene Forschungslücken deutlich. So existiert eine Vielzahl von Veröffentlichungen zur Untersuchungen von Ermüdungsschäden an Zahnrädern [50, 54, 62]. Die Implementierung von wärmebehandelten Zahnrädern erfolgt dabei ohne Berücksichtigung der Randschicht. Die Werkstoffparameter werden in der Praxis durch Experimente am realen Zahnrad identifiziert und optimiert. Die Anrissposition befindet sich im Falle eines normalen Kontaktes zwischen den Flanken an der Stelle der größten Hauptspannung, die auf der Tangente von 30 Grad liegt [54]. Für die in der Arbeit betrachtete abnormale Kräfteinwirkung auf die Zahnräder sind dabei getroffene Annahmen gegebenenfalls nicht weiter anwendbar. Der Einfluss dieses abnormalen Zahnkontaktes auf die initiale Anrissposition ist bislang aufgrund fehlender Untersuchungen in der Literatur nicht bekannt.

## 1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Basierend auf den bisherigen Ausführungen und den Erkenntnissen der analysierten Literatur entstehen konkrete Fragestellungen, die im Rahmen dieser Arbeit behandelt werden sollen:

1. Welche Sekundärschäden werden durch das Einspeisen eines zahn großen Bruchstückes verursacht?
2. Wie muss ein oberflächengehärtetes Zahnrad numerisch implementiert werden, um einen abnormalen Kontakt durch Einspeisen eines zahn großen Bruchstückes korrekt abzubilden?
3. Wie können Getriebe gezielt ausgelegt werden, um den Schaden durch die Einspeisung eines zahn großen Fragmentes zu minimieren?

Um die aufgeführten Fragestellungen zu bearbeiten, wird in Abbildung 1.1 das grundsätzliche Vorgehen dieser Arbeit dargestellt. Für die Implementierung eines geeigneten numerischen Modells zur Schadensanalyse eines Planetengetriebes beim Einspeisen eines zahn großen Fragmentes wird in **Kapitel 2** eine umfangreiche Literaturliteraturanalyse durchgeführt, um daraus resultierende, bekannte Vorgehensweisen zu identifizieren und auf den abnormalen Zahnkontakt anzuwenden.

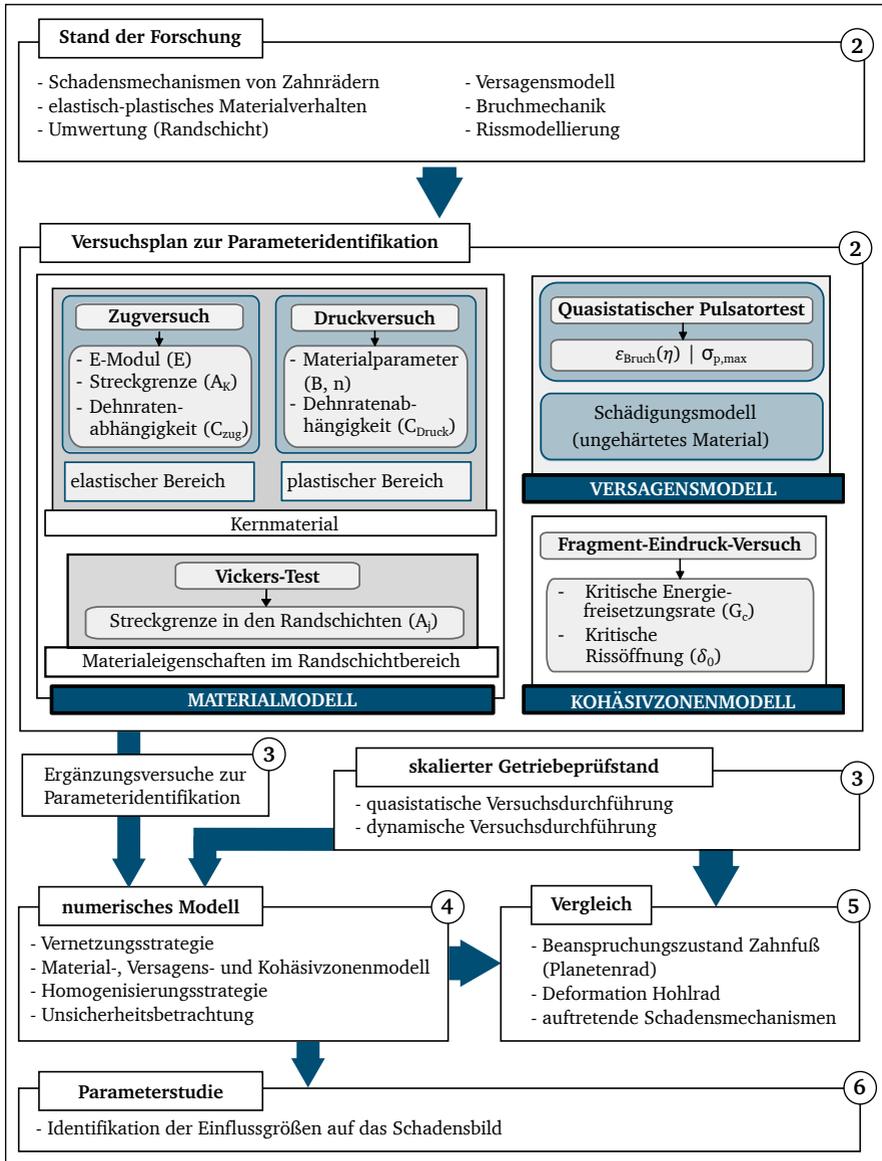


Abbildung 1.1: Darstellung des Aufbaus der Arbeit.



Ein Überblick über die bekannten Schadensmechanismen bei Überlast dient zur besseren Abschätzung der zu berücksichtigenden Effekte. Hierbei ist auf die notwendige Abgrenzung von einem Versagen aufgrund der Lastspielzahl und alterungsbedingten Schäden zu achten. Da in den vorhandenen Veröffentlichungen insbesondere plastische Verformungen auftreten, ist ein elastisch-plastisches Materialmodell zu implementieren. Weiterhin ist es Ziel des numerischen Modells, den initialen Anriss zu detektieren und folglich eine Versagensgrenze zu identifizieren. Da im Rahmen der Arbeit durch verschiedene Fragmentformen unterschiedliche Beanspruchungszustände und damit ein Versagen in Abhängigkeit der Mehrachsigkeit erwartet wird, sollen im Folgenden die bekannten Ansätze untersucht werden. Darüber hinaus gilt es das Schadensbild in gutartiges bzw. katastrophales Versagen zu kategorisieren. Um eine erste Abschätzung des Rissverlaufes zu ermöglichen, wird im Rahmen der Arbeit eine Rissanalyse durchgeführt.

Basierend auf den in der Literatur bekannten Modellen und Vorgehensweisen wird im nächsten Schritt ein Versuchsplan identifiziert. Dieser beinhaltet alle zur Parameteridentifikation des Material-, Versagens- und Kohäsivzonenmodells notwendigen Ergänzungsversuche, welche in **Kapitel 3** vorgestellt werden. Hierzu zählen dehnratenabhängige Zug- und Druckversuche, Vickers-Versuche sowie quasistatische Pulsatortests. Als Ergänzung zum Überroll-Versuch am skalierten Getriebeprüfstand wird ein vereinfachter sogenannter Fragment-Eindruck-Versuch verwendet, durch den die Anrisskriterien in der Planetenrad-Zahnflanke getestet werden.

Unter Berücksichtigung der identifizierten Parameter erfolgt die Implementierung des numerischen Modells in **Kapitel 4**. Hierfür wird zusätzlich eine Analyse der Größe der finiten Elemente an den Zahnrädern durchgeführt, die notwendige Anzahl an Schichten zur Abbildung der Randschicht bestimmt und eine Homogenisierungsstrategie basierend auf geometrischen Größen implementiert. Abschließend erfolgt eine Unsicherheitsbetrachtung des Modells.

In **Kapitel 5** werden die Ergebnisse der Überroll-Versuche am skalierten Getriebeprüfstand verwendet, um basierend auf einem Vergleich nicht berücksichtigte Effekte im numerischen Modell zu identifizieren.

Auf Basis der vorhandenen Literatur werden in **Kapitel 6** die Auslegungskriterien zur Minimierung der zu erwartenden Schäden eingegrenzt, um darauf aufbauend eine Analyse weiterer Einflussgrößen durchzuführen. Eine Zusammenfassung der für die Arbeit relevanten Forschungsthemen schließt das Kapitel ab.

Abschließend werden die Vorgehensweise und die wesentlichen Erkenntnisse der Arbeit in **Kapitel 7** zusammengefasst. Darüber hinaus wird ein Ausblick auf weiterführende Fragestellungen gegeben.

## 1.3 Grundbegriffe der Arbeit

Da die Untersuchung keinem standardisierten Prozess unterliegt und somit keine wissenschaftliche Grundlage zur Verfügung steht, sind einige der in der Arbeit verwendeten Begriffe in der Literatur nicht allgemein bekannt. Aus diesem Grund sollen im Folgenden alle in der Literatur nicht explizit definierten Begriffe eindeutig eingeführt werden, um darauf aufbauend ein gleiches Grundverständnis für die Inhalte der Arbeit zu schaffen.

Im Rahmen der EASA CS-E Richtlinien wird ein abgetrenntes Teil einer Komponente, das aufgrund seiner Größe das Containment durchdringen und damit das Triebwerk verlassen könnte, als Trümmerteil bezeichnet [25]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird untersucht, ob ein abgebrochener Zahn eines Zahnrades, dessen Energie aufgrund seiner Größe nicht ausreicht, um das Containments zu durchschlagen, durch Wiedereinspeisung ein solches kritisches Trümmerteil als Sekundärschaden zur Folge hat. Da in der vorliegenden Arbeit jedoch andere Geometrien und keine direkt abgebrochenen Zahnteile verwendet werden, wird im Folgenden immer von einem **Fragment** gesprochen.

Der Vorgang des **Einspeisens** bezeichnet dabei das wiederholgenaue Einbringen eines geometrisch definierten Fragmentes in die Zahnradpaarung.

Die Versuche werden im Rahmen der Arbeit sowohl unter **dynamischer Last** als auch unter **quasistatischer Last** durchgeführt. Eine dynamische Last wird im Bereich der Ingenieur- und Materialwissenschaften als eine Kraft definiert, die eine Struktur oder ein Strukturelement beeinflusst und sich im Laufe der Zeit verändert. Die Impulsbelastung stellt eine Kategorie der dynamischen Last dar. Dabei handelt es sich um eine plötzliche und kurzzeitige Belastung, die durch Stöße entsteht.

Innerhalb dieser Arbeit werden daher diejenigen Versuche als dynamisch bezeichnet, die durch eine hohe, jedoch konstante Umfangsgeschwindigkeit gekennzeichnet sind. Diese Versuche führen durch die Überrollung des Fragmentes zu einer Impulsbelastung und fallen damit unter die Kategorie einer dynamischen Last. Als **quasistatische Versuche** wird die Testreihe bezeichnet, die aufgrund der niedrigen Geschwindigkeit an der Sonnenwelle nur zu einer quasistatischen Verformung am Zahnrad führt.

## 2 Grundlagen und Stand der Forschung

Um die noch bestehenden Forschungslücken unter Berücksichtigung von bereits in der Literatur vorhandenen Ansätzen zu schließen, werden in diesem Kapitel einerseits die in der Literatur bekannten Schadensmechanismen von Zahnrädern bei Überlast und die zugehörigen analytischen und experimentellen Vorgehensweisen zur Bestimmung der entsprechenden Grenzlasten betrachtet und andererseits die für das numerische Modell notwendigen Modellierungsansätze dargestellt. Letzteres unterteilt sich dabei in die Identifikation der wärmebehandelten Werkstoffe hinsichtlich ihres plastischen Verhaltens, der Versagensgrenze sowie ihrer Risscharakteristik. In einer abschließenden Zusammenfassung werden die in der Arbeit verwendeten Methoden aus dem vorgestellten Stand der Forschung ausgewählt.

### 2.1 Schadensmechanismen von Zahnrädern

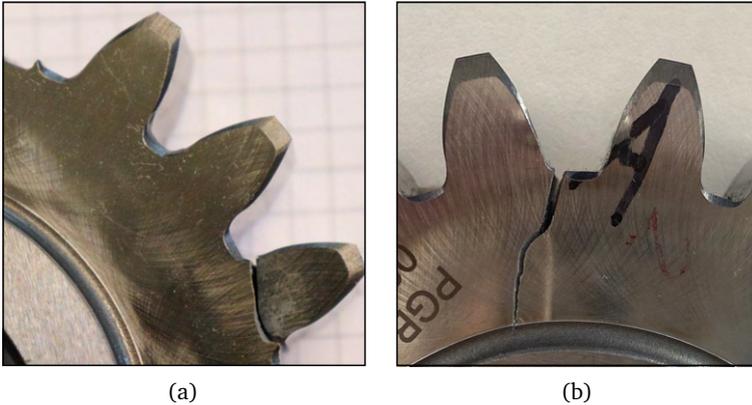
Im Folgenden wird ein Überblick über die in der Literatur bekannten Schadensmechanismen von Zahnrädern gegeben. Durch die Zuordnung der aus der Literatur bekannten Schadenscharakteristiken zu den in der Arbeit betrachteten anomalen Lastzuständen werden relevante Parameter und Vorgehensweisen sowohl für die Modellbildung als auch für die Schadensminimierung identifiziert. Die Literatur konzentriert sich dabei bisher insbesondere auf Ermüdungsschäden und versucht, Schäden durch Überlastung des Materials durch eine entsprechende Auslegung nach bekannten analytischen Rechenvorschriften wie der ISO 6336/3 für die Zahnfußtragfähigkeit [43] oder der ISO 6336/4 für die Berechnungen der Tragfähigkeit der Flanke [44] im Vorfeld zu vermeiden. Alle verfügbaren Normen gehen von einer Lasteinleitung über den Berührungspunkt der beiden Zahnflanken aus. Nachfolgend werden die drei Schadensphänomene Zahnfuß- bzw. Zahnkranzbruch, Flankenbruch bzw. Stirnkantenbruch betrachtet.

#### 2.1.1 Rissursprung - Zahnfuß

Ein initialer Anriss mit Ursprung im Zahnfuß wird grundsätzlich in zwei unterschiedliche Schadensausgänge kategorisiert. So ist zum einen ein Rissfortschritt in Richtung des gegenüber liegenden Zahnfußes möglich und zum anderen ein Rissfortschritt in Richtung des Zahnkranzes, siehe Abbildung 2.1. Ersteres führt dabei lediglich zur Abtrennung eines einzelnen Zahnes, während letzteres das Herauslösen eines größeren Teiles aus dem Zahnrad zur Folge hat. Nach Lewicki [61] ist die Art des Risses abhängig von

dem Stützverhältnis (im engl. backup-ratio). Dieses ergibt sich durch das Verhältnis der Zahnhöhe  $h_{\text{Zahn}}$  zur Zahnkranzhöhe  $h_{\text{Kranz}}$  und wird in Abbildung 2.2 dargestellt.

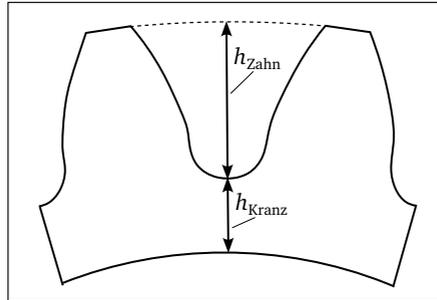
Nach Lewicki [61] wird ein Zahnfußbruch ab einem Stützverhältnis größer eins erreicht, während ein Zahnkranzbruch ab einem Stützverhältnis kleiner 0,3 erreicht wird. Bei einem Stützverhältnis zwischen 1 und 0,3 ist die Richtung des Rissfortschrittes abhängig von den Werkstoffeigenschaften, der angreifenden Last und der geometrischen Gestaltung des Zahnrades. Zouari et al. [105] simulierten den Rissfortschritt für Zahnräder mit unterschiedlichen Stützverhältnissen und stellten fest, dass sich Risse in den Zahnkranz ausbreiten, wenn das Stützverhältnis kleiner als 0,38 ist.



**Abbildung 2.1:** Exemplarische Darstellung eines Zahnfußbruches (a) und eines Zahnkranzbruches (b).

Während bei Ermüdungsrissinitiierung der Ursprung auch unterhalb der Oberfläche liegen kann, erfolgt der lokale Anriss bei statischer Überlastung an der Oberfläche [11, 99]. Die Biegefestigkeit wird wesentlich durch das Verhältnis zwischen Einsatzhärtetiefe und Zahnradmodul beeinflusst [9].

In der Luft- und Raumfahrt werden dünnwandige Zahnräder zur Gewichtsreduktion eingesetzt, weshalb hier grundsätzlich beide Schadensfälle möglich sind. Lewicki ist ein Pionier auf diesem Forschungsgebiet. Er untersucht den Effekt eines dünnen Zahnkranzes anhand experimenteller und numerischer Ergebnisse [58–60]. Er zeigt unter anderem eine starke Abhängigkeit des Rissfortschrittes vom Stützverhältnis sowie von der Nachgiebigkeit, die zusätzlich von der Zahnkranzgeometrie beeinflusst wird [60]. Dabei nimmt die Anzahl der auftretenden Zahnkranzrisse mit abnehmendem Stützverhältnis zu. Weiterhin stellte er fest, dass bei konstantem Teilungsradius eine gröbere Teilung der Zähne das Auftreten von Zahnbrüchen begünstigt. Ebenso wirken sich ein größerer Eingriffswinkel sowie ein



**Abbildung 2.2:** Definition des Begriffes Stützverhältnis.

kleinerer Zahnfußradius positiv auf den Rissfortschritt aus.

Curà et al. stellen eine zusätzliche Abhängigkeit des Rissfortschritts im Zahnfuß von der Zahnkranzbreite fest [16]. Ebenso hat die Zahnkranzbreite einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Spannungen in der Verzahnung. Bei einer steif ausgelegten Innenverzahnung mit dickem Zahnkranz überwiegt der Zahnbiegeeffekt, während bei dünnwandigen Innenverzahnungen der Biegeeffekt am Zahnkranz überwiegt. Der Rissfortschritt wird dabei maßgeblich von konstruktiven Größen, den Werkstoffeigenschaften und der einwirkenden Belastung beeinflusst [60]. In der Luftfahrt werden Risse im Zahnkranz immer als kritisch definiert, wobei die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens kleiner  $10^{-7}$  pro Triebwerks-Flugstunde sein muss [25].

Für die analytische Berechnung der zulässigen Zahnfußspannung wird die ISO6336/3 herangezogen [43]. Ebenfalls ist das Abschätzen nach einer Kontaktanalyse auf der Basis der Verformungstheorie höherer Ordnung möglich [103]. Zhan et al. verwenden quasistatische Pulsatorversuche, um das Rissverhalten von Stirnrädern zu dokumentieren [103]. Hierbei kann die maximale Zahnfußfestigkeit durch kontinuierliche Erhöhung der Kraft bis zum Auftreten des ersten Risses bestimmt werden.

### 2.1.2 Rissursprung - Zahnflanke

Ein weiteres Versagensphänomen von Zahnrädern, das zur Ablösung eines Zahnsegmentes führt, ist das Volumenversagen. Dieses umfasst sowohl den Zahnflankenbruch als auch den Zahninnen-Ermüdungsbruch (in englisch: Tooth Interior Fatigue Fracture - TIFF). TIFF ist bekannt als ein Versagen, das durch abwechselnde Beanspruchung beider Flankenseiten verursacht wird [67]. In diesem Fall tritt der Riss im Übergangsbereich zwischen der Randschicht und dem Kern auf. Dies wird allgemein als Ermüdungsbruch bezeichnet und ist daher für die vorliegende Untersuchung nicht von Interesse. Seltener treten Flanken- oder Spitzenbrüche bei Überbeanspruchung auf [48]. Erste Berechnungsverfahren zur

Ermittlung der lokalen Werkstofffestigkeit beziehen sich auf die Scherspannungsintensitätshypothese. Hertter [35] stellt beispielsweise ein praxisorientiertes Modell vor, dessen Berechnungen auf dieser Hypothese basieren. Hierbei steht  $K_{\tau,zul}$  für den Faktor zur Umwertung des Härtetiefenprofils  $HV(y)$  in ein Festigkeitstiefenprofil  $\tau_{zul}$ . Die Variable  $y$  steht für den Abstand zur Materialoberfläche. Die Beziehung zwischen dem Härtetiefenprofil und dem Festigkeitstiefenprofil ist damit durch

$$\tau_{zul}(y) = K_{\tau,zul} HV(y) \quad (2.1)$$

gegeben.

Ein weiteres Schadensbild, das an der Zahnflanke entsteht, ist der Stirnkantenbruch. Dieser tritt bevorzugt bei schrägverzahnten Zahnrädern auf. Besonders anfällig sind schlecht entgratete, spitze und hinterschnittene Stirnkanten mit großen Schrägungswinkeln. Gefüge und Eigenspannungen spielen bei diesem Schadensbild oft nur eine untergeordnete Rolle. Das Schadensbild ähnelt dem des Flankenbruchs, wobei die Rissinitiierung an der Stirnfläche des Zahnrades erfolgt. Der Schaden tritt bereits nach kurzer Laufzeit oberflächennah auf [71, 100]. In den Versuchen werden zwar nur geradverzahnte Zahnräder betrachtet, aber die Belastung erfolgt je nach Fragmentform nicht über die gesamte Zahnbreite. Aus diesem Grund ist das auftreten eines solchen Schadensmechanismus grundsätzlich nicht auszuschließen.

## 2.2 Materialmodell

Da insbesondere bei punktuellm Kontakt zwischen Flanke und Fragment eine plastische Verformung an der Kontaktstelle zu erwarten ist, gilt es im Rahmen der Arbeit das Werkstoffverhalten im plastischen Bereich abzubilden [34, 49]. Nachfolgend wird entsprechend ein Überblick über die in der Literatur bekannten Ansätze zur Implementierung des Materialverhaltens eines einsatzgehärteten Zahnrades gegeben. Dabei gilt es im ersten Schritt das zu verwendende Modell selbst auszuwählen. Anschließend gilt es ein Vorgehen zu Identifikation der Randschicht- und des Kernmaterials zu erarbeiten.

### 2.2.1 Elastisch-plastisches Materialverhalten

Im Folgenden wird ein Überblick über weitverbreitete Materialmodelle gegeben. Das Modell von Gurson basiert auf einem mikromechanischen Ansatz und stellt eine Erweiterung der von Mises Fließbedingung dar [31]. Innerhalb des Modells wird nicht zwischen Dehnung und Plastizität unterschieden, sodass nur eine Fließbedingung vorliegt. Durch die Erweiterung von Tvergaard und Needleman ist zusätzlich die Porenneubildung und das Zusammenwachsen von Mikroporen möglich [81, 82]. Ein weiterer makroskopischer Ansatz ist das Modell von Lemaitre, das Schäden als Verringerung der effektiven Fläche interpretiert, die einer Spannung widerstehen kann. Eine Schadensvariable quantifiziert vorhandene Hohlräume und Mikrorisse in einem bestimmten Teil des Materials [57]. Im

Gegensatz dazu basiert das Johnson-Cook (J-C) Modell auf einem phänomenologischen Ansatz [47]. Die Fließspannung  $\sigma_f$  des Modells wird in einen Term für das Fließverhalten des Materials, einen für den Einfluss der plastischen Dehnrates und einen für den Temperatureinfluss zerlegt [77]:

$$\sigma_f = (A + B \varepsilon_p^n) \left(1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) \left(1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r}\right)^m\right) \quad (2.2)$$

Der erste Term enthält die Streckgrenze  $A$  und die Verfestigung als Funktion der plastischen Dehnung  $\varepsilon_p$ , des Verfestigungskoeffizienten  $n$  und der materialspezifischen Konstanten  $B$ . Der zweite Term setzt sich aus der plastischen Dehnrates  $\dot{\varepsilon}_e^p$  und der Bezugsdehnrates  $\dot{\varepsilon}_0$  zusammen. Der Faktor  $C$  ist eine materialspezifische Größe. Der Temperatureinfluss  $T$  wird aus der Referenztemperatur  $T_r$ , der Schmelztemperatur  $T_m$  des Werkstoffs und dem thermischen Entfestigungskoeffizienten  $m$  berechnet. In der Literatur wird das Modell sowohl für die Beschreibung von Spanbildungen [90] als auch für Umformprozesse [12] angewendet. Die grundsätzliche Vorgehensweise für die Parameteridentifikation ist in [77] dargestellt.

## 2.2.2 Umwertung

Zur Identifikation der Werkstoffeigenschaften von gehärteten Randschichten hat sich die Härteprüfung etabliert. Sie kann einfach und reproduzierbar an kleinen Proben durchgeführt werden. Über das Verhalten des Elastizitätsmoduls und des Verfestigungsfaktors innerhalb der Randschicht gibt es verschiedene Annahmen, wobei davon ausgegangen werden kann, dass das Verhalten vom jeweiligen Werkstoff abhängt. Nayebi et al. [79] prognostizierten das abnehmende Härteprofil von nitrierten Stahl mithilfe des instrumentierten Kugeleindrucks und der Finite-Elemente-Analyse auf der Grundlage der effektiven Härteentwicklung. Die Methode wurde anhand von vier verschiedenen Stählen mit konstantem Verfestigungsfaktor und Elastizitätsmodul im gesamten Material bewertet. Cao und Huber [13] erweiterten die Methode für scharfkantige Eindrücke auf kugelförmige Eindrücke und bestimmten die repräsentative Dehnung als Funktion der Eindringtiefe und des Eindringungsradius. Sie bestimmten die plastischen Eigenschaften mit verschiedenen Verfestigungsfaktoren auf der Grundlage eines inversen Ansatzes. Moussa et al. [75] untersuchten die Materialeigenschaften von oberflächengehärteten Werkstoffen mithilfe von Kugeleindrücken. Nach ihren Untersuchungen ist die Annahme, dass sich der Kaltverfestigungsexponent nicht ändert, falsch. Branch et al. [10] untersuchen das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von einsatzgehärtetem Pyrowear 675 in Abhängigkeit von der Tiefe mit experimentellen und numerischen Methoden. Sie nutzten die Variation der Mikro-Vickershärte mit der Tiefe sowohl für unbearbeitetes als auch für vorverformtes Material. Es wird gezeigt, dass dieser spezielle Werkstoff eine lineare Änderung der

Streckgrenze, aber einen konstanten Kaltverfestigungsexponenten aufweist. Zur Bestimmung des Festigkeitskoeffizienten und des Verfestigungsfaktors wurde der Druckversuch verwendet.

Der Nachteil des Vickers-Eindringversuchs besteht darin, dass die gemessene Härte umgerechnet werden muss. Zur Umrechnung der Härte in die Spannung hat Tabor eine der bekanntesten analytischen Gleichungen aufgestellt [87]. Er verwendete das Verhältnis  $C_F = \frac{H}{\sigma_f} = 3$  für idealplastisches Materialverhalten. Dabei steht  $H$  für die Härte und  $\sigma_f$  für die Fließspannung.  $C_F$  bezeichnet dabei den sogenannten Constraint-Faktor. Für kaltverfestigte Werkstoffe wird die Fließspannung  $\sigma_f$  durch eine repräsentative Spannung  $\sigma_r$  bei einer repräsentativen plastischen Dehnung  $\varepsilon_r$  ersetzt. Auch dieses Konzept wurde erstmals von Tabor [88] eingeführt. Für einen konischen Eindringkörper lässt sich folgende Beziehung bei einer repräsentativen plastischen Dehnung  $\varepsilon_r$  aufstellen:

$$C_F = \frac{H}{\sigma_r(\varepsilon_r)} \quad (2.3)$$

Bislang hat sich die Literatur nicht auf einen Wert für die repräsentative Dehnung geeinigt [2, 13, 15, 17, 70, 83, 88, 89]. Tabor [88] führte Experimente an zwei Materialien, Stahl und reinem Kupfer, durch und definierte eine repräsentative Dehnung  $\varepsilon_r = 0,08$ . Dieser Wert wird so bestimmt, dass das Verhältnis zwischen der Härte  $H$  und der entsprechenden repräsentativen Spannung  $\sigma_r(\varepsilon_r)$  gleich  $C_F = 3,3$  ist. Ein weiterer bekannter numerischer Ansatz wurde von Mata et al. [70] auf der Grundlage einer Vielzahl von Stählen durchgeführt. Der Constraint-Faktor wurde mit  $C_F = 2,7$  bestimmt, und die repräsentative Dehnung wurde mit  $\varepsilon_r = 0,1$  ermittelt.

## 2.3 Versagensmodell

Auf der Grundlage des Versagensmodells werden im Rahmen der Arbeit sowohl der Versagenszeitpunkt als auch die lokale Lage des initialen Anrisses bestimmt. Da in Abhängigkeit von der verwendeten Fragmentform unterschiedliche Beanspruchungszustände zu erwarten sind, ist die Beurteilung des Spannungszustandes anhand von aus dem Spannungstensor abgeleiteten Größen wie der Spannungsmehrsichtigkeit  $\eta$  und dem Lode-Parameter  $\xi$  naheliegend.

Der Hauptspannungstensor  $\sigma$  (2.4) besteht aus den Hauptachseneinträgen, die als Normalspannungen bezeichnet werden, und den Nebendiagonaleinträgen, die die Schubspannungskomponenten darstellen.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Aus den Hauptspannungen im Spannungstensor kann die hydrostatische Mittelspannung  $\sigma_m$  (2.5) berechnet werden.

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (2.5)$$

Zur Berechnung der Spannungsmehrachsigkeit wird neben der hydrostatischen Mittelspannung die Vergleichsspannung nach Mises  $\sigma_{eq}$  (2.6) verwendet.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2)} \quad (2.6)$$

Hinsichtlich der Versagensmechanismen duktiler Werkstoffe wurde der Zusammenhang zwischen der plastischen Dehnung beim Versagen und der Spannungsmehrachsigkeit  $\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$  (normalisierter hydrostatischer Druck) von verschiedenen Autoren für zahlreiche metallische Legierungen untersucht [33, 47, 68]. Für eine hohe Spannungsmehrachsigkeit ( $\eta \geq \frac{1}{3}$ ) wurde eine Abnahme der Dehnung mit zunehmender Spannungsmehrachsigkeit beobachtet. Eines der bekanntesten Versagensmodelle mit monotonem Verhalten ist das von Johnson-Cook [47], das eine erweiterte Version des Modells von Rice und Tracey [86] darstellt und von der Temperatur und der Dehnrage abhängt. Die analytische Korrelation zwischen der Bruchdehnung  $\varepsilon_{Bruch}$  und der Spannungsmehrachsigkeit  $\eta$  unter Vernachlässigung der temperaturabhängigen Effekte lautet

$$\varepsilon_{Bruch} = (D_1 + D_2 \exp(D_3 \eta)) (1 + D_4 \ln(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0})) \quad (2.7)$$

und wird durch die Materialkonstanten  $D_1, D_2, D_3$  und  $D_4$  definiert.

Einige Autoren [5, 32, 98] haben jedoch auch gezeigt, dass das einfache Scherversagen ( $\eta = 0$ ) kleiner als das einfache Zugversagen ( $\eta = 1/3$ ) sein kann.

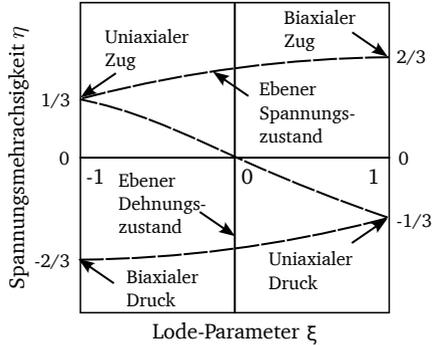
Nach Bai und Wierzbicki [4] ist der normierte Lode-Parameter  $\xi$  (2.8) ein Maß für die Beurteilung, ob ein Spannungszustand axial- oder schubdominiert ist.

$$\xi = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos\left(\frac{27}{2} \frac{J_3^\sigma}{\sigma_{eq}^3}\right) \quad (2.8)$$

Dabei beschreibt  $J_3^\sigma$  die dritte Invariante des Spannungstensors:

$$J_3^\sigma = (\sigma_{11} - \sigma_{eq})(\sigma_{22} - \sigma_{eq})(\sigma_{33} - \sigma_{eq})^{1/3} \quad (2.9)$$

Xue [102] bestätigte, dass ein ebener und ein achsensymmetrischer Spannungszustand zu unterschiedlichen Parametern des Versagensmodells führen, wobei der achsensymmetrische Zustand die obere Grenze ( $\xi = 1$ ) und der ebene Spannungszustand die untere Grenze ( $\xi = 0$ ) der Versagensdehnung darstellt. Der Raum der Spannungsmehrachsigkeit  $\eta$  und der Lode-Parameter  $\xi$  wird in Abbildung 2.3 dargestellt.



**Abbildung 2.3:** Darstellung des Raumes der Spannungsmehrachsigkeit  $\eta$  und des Lode-Parameters  $\xi$ .

Bao und Wierzbicki [5] untersuchten eine vereinfachte Form des komplexen, dreidimensionalen Bruchkriteriums. Dabei gingen sie davon aus, dass die äquivalente plastische Dehnung bis zum Bruch  $\varepsilon_{\text{Bruch}}$ , nur durch die Mehrachsigkeit  $\eta$  und damit unabhängig vom Lode-Parameter  $\xi$  im zweidimensionalen Raum dargestellt werden kann. Der Ansatz umfasst die drei verschiedenen Abschnitte: den Schermodus für negative Spannungsdreiaxialitäten ( $\eta \leq 0$ ), den von Porenwachstum dominierten Modus für große positive Dreiaxialitäten ( $\eta > 1/3$ ) und den gemischten Modus für geringere positive Spannungsdreiaxialitäten ( $0 < \eta \leq 1/3$ ). Das Vorgehen wurde auf Grundlage umfangreicher experimenteller Daten mit komplexen Beanspruchungen bestätigt. Die Berücksichtigung des Lode-Parameters erfordert eine große Anzahl von Proben, die im Allgemeinen kombinierte Zug- und Scherbrüche aufweisen. Durch das Vernachlässigen dieses Parameters ist dieser Ansatz auf der Grundlage nur weniger experimenteller Ergebnisse anwendbar. Abhängig von der Art der Gleichung in jedem der drei Bereiche ist eine unterschiedliche Anzahl von experimentellen Tests erforderlich. Grundsätzlich können exponentielle, hyperbolische, lineare oder quadratische Funktionen verwendet werden. Zur Vorhersage von Bandrissen in einem Tandem-Kaltwalzwerk für den Stahl DIN1623 St12 vergleichen Asadi et al. [3] in einer Studie sechs verschiedene Verfahren, die auf dem Prinzip von Bao und Wierzbicki basieren. Das Verfahren, bei dem zur Bestimmung der Versagensgrenze nur ein Zugversuch und ein Versuch nahe der Mehrachsigkeit  $\eta = 0$  erforderlich ist, wurde von Lee und Wierzbicki [56] untersucht. Die Bruchdehnungsfunktion mit den zugehörigen Materialparametern kann daher durch die Gleichung

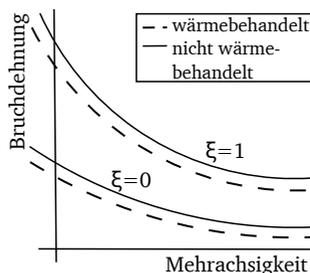
$$\varepsilon_{\text{Bruch}}(\eta) = \begin{cases} \infty & \eta \leq -1/3 \\ C_1/(1+3\eta) & -1/3 < \eta \leq 0 \\ C_1 + (C_2 - C_1)/(\eta/\eta_0)^2 & 0 < \eta \leq \eta_0 \\ C_2 \eta_0/\eta & \eta_0 < \eta \end{cases} \quad (2.10)$$

gegeben werden. Dabei ist  $C_1$  die äquivalente Bruchdehnung in reiner Scherung ( $\eta = 0$ ),  $C_2$  und  $\eta_0$  die äquivalente Bruchdehnung bzw. die gemittelte Mehrachsigkeit über den Verformungsverlauf bei einachsigem Zugspannungszustand. Ein weiteres Verfahren wurde von Bao und Wierzbicki [5] auf der Grundlage der Exponentialfunktionen von Johnson und Cook [47] entwickelt. Bei diesem Ansatz wird angenommen, dass die nicht monotone Abhängigkeit der äquivalenten Bruchdehnung von der Spannungsmehrachsigkeit im positiven Bereich eine Exponentialfunktion und im negativen Bereich eine hyperbolische Funktion ist. Die Ergebnisse der von Bao und Wierzbicki durchgeführten Stauchversuche haben gezeigt, dass es einen Grenzwert von  $\eta = -0,33$  gibt [5]. Daher wird für negative Spannungsdreiaxialitäten ein einfacher hyperbolischer Fit angenommen, so dass ein Versagen bei einer Spannungsdreiaxialität von weniger als  $\eta = -0,33$  niemals auftritt. Die Bruchdehnungsfunktion mit den zugehörigen Materialparametern kann daher durch die Gleichung

$$\varepsilon_{\text{Bruch}}(\eta) = \begin{cases} \infty & \eta \leq -1/3 \\ C_1/(1 + 3\eta) & -1/3 < \eta \leq 0 \\ d_1 \exp(c_1\eta) & 0 < \eta \leq \eta_0 \\ d_2 \exp(-c_2\eta) & \eta_0 < \eta \end{cases} \quad (2.11)$$

gegeben werden, wobei  $\eta_0$  der Schnittpunkt der zweiten und dritten Funktion ist. Die Parameter  $d_2$  und  $c_2$  werden aus den Ergebnissen der Zugversuche abgeleitet, während  $d_1$  und  $c_1$  aus den kombinierten Scher- und Zugversuchen resultieren.

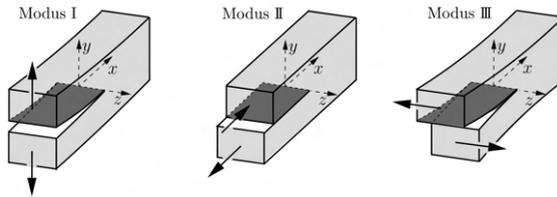
Neben der Abhängigkeit vom Spannungszustand berichten Ghazali et al. [28] über eine Abhängigkeit der Bruchparameter von der Wärmebehandlung eines Werkstoffes. Dabei wird ersichtlich, dass sich die Bruchdehnung von Werkstoffen durch das Härten reduziert, wie in Abbildung 2.4 beispielhaft dargestellt. Aufgrund der Verwendung von oberflächengehärteten Zahnrädern in den Versuchen weicht das Bruchkriterium von der aus ungehärteten oder durchgehärteten Proben ermittelten Versagensgrenze ab. Daher ist es erforderlich, eine Strategie zu entwickeln, die die Ermittlung der Versagensgrenze für derartige Bauteile ermöglicht.



**Abbildung 2.4:** Darstellung der Versagensgrenze in Abhängigkeit von der Wärmebehandlung und dem Lode-Parameter  $\xi$ .

## 2.4 Bruchmechanik

Im Folgenden werden die Grundlagen der Bruchmechanik betrachtet. Ein Riss wird aus makroskopischer, kontinuumsmechanischer Sicht als Schnitt in einem Körper definiert. Er wird durch seine Risspitze und die Rissoberflächen charakterisiert, wobei zweiteres in der Regel belastungsfrei ist. Grundsätzlich lassen sich drei Arten der Rissöffnung unterscheiden, die in Abbildung 2.5 dargestellt sind. Modus I kennzeichnet eine senkrecht zur Rissebene wirkende Zugbeanspruchung, Modus II eine in Rissrichtung wirkende Schubbeanspruchung und Modus III eine senkrecht zur Rissrichtung wirkende Schubbeanspruchung. Im Falle einer zweidimensionalen Betrachtung entfällt Modus III. Für die Modellierung ist die Prozesszone, welche den Bereich der mikroskopisch stattfindenden Bindungslösung beschreibt, entscheidend. Für eine Lokalisierung des Bruchprozesses und der damit einhergehenden Anwendbarkeit der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) muss die Ausdehnung der Prozesszone im Verhältnis zu den makroskopischen Abmessungen des Körpers vernachlässigbar klein sein.



**Abbildung 2.5:** Darstellung der Rissöffnungsarten [30].

Zu den in dem LEBM verwendeten energiebasierten Rissfortschrittskriterien zählen energetische Kriterien [29], Spannungsintensitätsfaktoren [40] sowie das J-Integral [85]. Die Energiefreisetzungsrate ist dabei stets mit dem Risswachstum verbunden. Der direkte Zusammenhang des Spannungsintensitätsfaktors  $K$  und der Energiefreisetzungsrate  $G$  ist wie folgt definiert [41]:

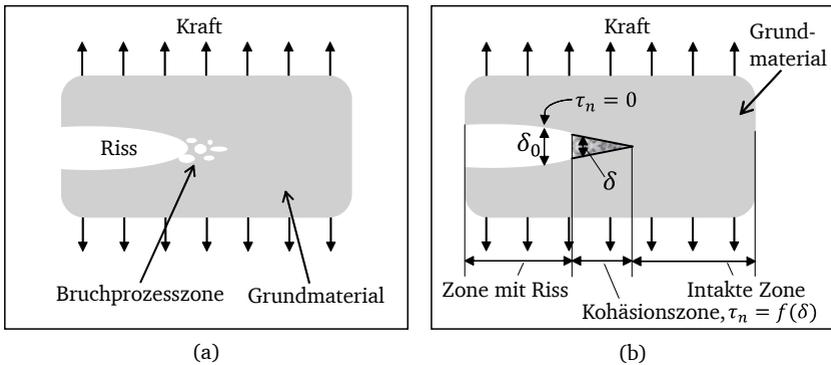
$$G = \frac{K_I^2}{E^*} + \frac{K_{II}^2}{E^*} + \frac{K_{III}^2}{2\nu} \quad (2.12)$$

wobei  $E^*$ , abhängig vom E-Modul  $E$  und der Poissonzahl  $\nu$  ist und durch die Gleichung

$$E^* = \begin{cases} E & \text{ebener Spannungszustand} \\ \frac{E}{1-\nu^2} & \text{ebener Verzerrungszustand} \end{cases} \quad (2.13)$$

definiert ist.

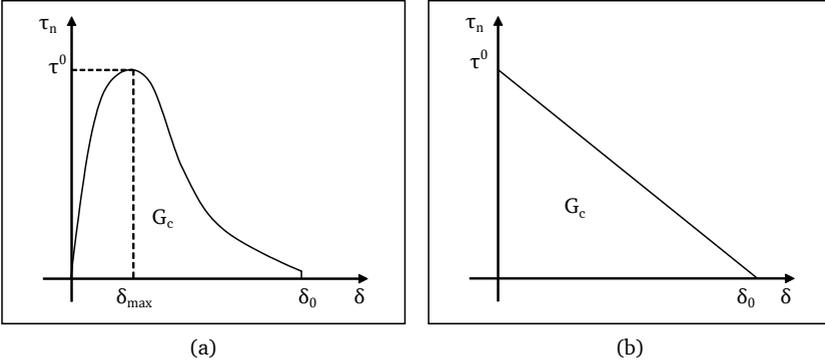
Im Gegensatz zur LEBM treten bei Kohäsivzonenmodellen (KZM) keine Spannungssingularitäten an der Risspitze auf. Aus diesem Grund sind bei Anwendung dieser Methode sowohl energiebasierte als auch spannungsbasierte Kriterien möglich. Der ursprüngliche Ansatz stammt von dem Dugdale-Barrenblatt Modell [6, 23]. Es wird davon ausgegangen, dass sich der Riss ausdehnt und öffnet, während noch Spannung von einer Seite auf die andere übertragen werden kann. Eine schematische Darstellung der Bruchprozesszone und der Kohäsionszone wird in Abbildung 2.6 gezeigt. Dabei entspricht  $\delta_0$  der kritischen Rissöffnung bei der keine Spannung mehr übertragen werden kann, während  $\tau_n$  die Spannung repräsentiert, die weiterhin von der Rissöffnung abhängt.



**Abbildung 2.6:** Schematische Darstellung der Bruchprozesszone (a) und der Kohäsionszone (b).

Die Kohäsivspannungs-Separations-Beziehungen bzw. der Separationsgesetze dienen als Entscheidungsgröße für die Rissinitiierung bzw. dem Fortschreiten eines Risses. Mit fortschreitender Rissöffnung wird Energie dissipiert. Bei einachsiger Beanspruchung beginnt die Grenzflächenschädigung, wenn die Zugkraft die maximale Grenzflächenfestigkeit  $\tau^0$  erreicht. Bei mehrachsiger Beanspruchung wird das Einsetzen der Schädigung durch ein Kriterium vorhergesagt, das sich auf die Normal- und Scherkräfte bezieht. Das finite Element versagt, sobald die dissipierte Energie der Bruchenergie/kritischen Energiefreisetzungsrate  $G_c$  des Werkstoffes entspricht. Dabei gibt es eine Vielzahl von Ansätzen für verschiedene Anwendungsfälle, die von sprödem Materialversagen über Ansätze für dünne Aluminiumbleche bis hin zu duktilem Materialversagen reichen. Die beiden typischen Ansätze für duktilen und spröden Materialversagen werden in der Abbildung 2.7 dargestellt [36, 80].

Die Länge der kohäsiven Zone  $l_{cz}$  ist definiert als die Entfernung von der Risspitze bis zu dem Punkt, an dem die maximale Grenzflächenfestigkeit erreicht wird. In der Literatur wurden verschiedene Modelle zur Abschätzung der Länge der kohäsiven Zone



**Abbildung 2.7:** Darstellung typischer Modelle für duktile (a) und spröde (b) Materialien.

vorgeschlagen [6, 23, 39]. Dabei haben alle Ansätze die Form:

$$l_{cz} = ME \frac{G_c}{(\tau^0)^2} \quad (2.14)$$

Hierbei ist  $E$  das E-Modul,  $\tau^0$  die maximale Grenzflächenfestigkeit und  $M$  der Parameter, welcher abhängig von der kohäsiven Zone ist [92]. Um die Verteilung der Zugkräfte vor der Risspitze exakt abzubilden, muss eine Mindestanzahl an Elementen  $N_e$  innerhalb der kohäsiven Zone verwendet werden. Die Anzahl der Elemente in der kohäsiven Zone  $N_e$  wird durch den nachfolgenden Zusammenhang definiert:

$$N_e = \frac{l_{cz}}{l_e} \quad (2.15)$$

Dabei definiert  $l_e$  die Elementgröße. Die Mindestanzahl von Elementen, die in der kohäsiven Zone benötigt wird, ist in der Literatur nicht einheitlich definiert. Während Möes et al. [74] und Carpinteri et al. [14] mehr als 10 Elemente vorschlagen, verwenden Falk et al. [26] in ihren Simulationen zwischen 2 und 5 Elemente. Turon et al. [92] betrachten das Verfahren unter Verwendung von Elementgrößen zwischen 0,125 mm und 5 mm. Sie zeigen, dass eine Mindestanzahl von drei Elementen notwendig ist. Er stellt einen Ansatz zur Anpassung der maximalen Grenzflächenfestigkeit vor, der bei den Berechnungen mit groben Netzelementen verwendet werden kann. Die notwendige Grenzflächenfestigkeit wird bestimmt durch

$$\bar{\tau}^0 = \sqrt{\frac{9\pi EG_c}{32N_e^0 l_e}} \quad (2.16)$$

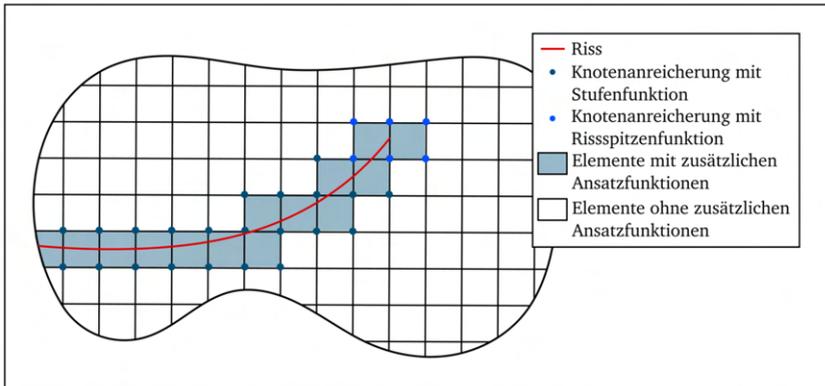
Damit ist die Grenzflächenfestigkeit definiert durch

$$\tau = \min\{\tau^0, \bar{\tau}^0\} \quad (2.17)$$

Durch die Verringerung der maximalen Grenzflächenfestigkeit wird die Länge der kohäsiven Zone vergrößert und die kohäsive Zone erstreckt sich über eine größere Anzahl von Elementen. In der Nähe der Risspitze ist jedoch eine Verringerung der Genauigkeit der Spannungskonzentrationen im Hauptmaterial zu verzeichnen.

## 2.5 Rissmodellierung auf Basis von XFEM

Die erweiterte Finite-Elemente-Methode (XFEM) wurde im Jahr 1999 von Belytschko und Black [7] veröffentlicht und dient als Werkzeug zur Simulation von Bruchvorgängen in spröden und quasi-spröden Werkstoffen. Dabei werden basierend auf dem Prinzip der Partition of Unity (PUM) in einer begrenzten Region Elemente eingeführt, welche zusätzliche Ansatzfunktionen aufweisen, um Unstetigkeiten im Inneren eines Elementes, wie zum Beispiel den Sprung in der Verschiebung durch eine Rissflanke, beschreiben zu können [72]. Die Risspitze wird mit speziellen Ansatzfunktionen, welche die Risspitze charakterisieren sollen angereichert. Eine Prinzipskizze wird in Abbildung 2.8 dargestellt. Eine Aufführung der notwendigen Ansatzfunktionen soll im Rahmen der Arbeit nicht erfolgen. Hier sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [7, 55, 73]. Die Anwendbarkeit der einzelnen Ansätze hängt stark vom jeweiligen Problem und den gesuchten Ergebnisparametern ab. Der Vorteil besteht darin, dass keine Neuvernetzung erforderlich ist.



**Abbildung 2.8:** Prinzipskizze der erweiterten Finite-Elemente-Methode.

## 2.6 Zusammenfassung zum Stand der Forschung

Ziel der Arbeit ist die Abschätzung der Schadensmechanismen, die in Abhängigkeit von den gewählten Randbedingungen beim Einspeisen eines Fragments auftreten. Der auf Grundlage der Literatur ermittelte Versuchsplan wird in Abbildung 1.1 dargestellt. Nachfolgend werden die in der Arbeit verwendeten Ansätze zusammengefasst.

Als mögliche Schadensmechanismen werden im Rahmen der Arbeit Risse mit Ursprung im Zahnfuß bzw. der -flanke erwartet. Die Ermittlung der maximalen Zahnfußtragfähigkeit kann für Fragmente unter vergleichbaren Belastungsbedingungen wie bei einer Krafteinleitung über einen normalen Zahnkontakt auf der Grundlage bekannter analytischer Berechnungsvorschriften erfolgen. Für die Identifikation der Versagensgrenze im Bereich des Fragmentkontaktes besteht noch kein in der Literatur bekanntes Vorgehen.

Die Versuche am skalierten Getriebeprüfstand werden sowohl unter quasistatischen als auch unter dynamischen Geschwindigkeiten durchgeführt. Daher wird im Rahmen der Arbeit das J-C-Materialmodell für die Implementierung des elastisch-plastischen Materialverhaltens verwendet. Dabei können die Materialparameter des Kernmaterials basierend auf Zug- bzw. Druckversuchen identifiziert werden. Die Materialparameter der Randschicht werden mithilfe von Mikro-Vickershärte-Versuchen und entsprechender Umwertestrategie ermittelt. Zur Auswahl des für das verwendeten Material geeigneten Constraint-Faktors und der repräsentativen Dehnung erfolgt ein Abgleich der auf Basis der Umwertung ermittelten Streckgrenze des Kernmaterials mit den durch die durchgeführten Zugversuche identifizierten Streckgrenzen des Kernmaterials.

In der Literatur ist bislang keine Homogenisierungsstrategie für die randschichtgehärteten Zahnräder bekannt. Um eine von der Randschicht unabhängige Vernetzungsstrategie in der numerischen Simulation zu ermöglichen, wird im Rahmen der Arbeit ein entsprechender Ansatz auf Basis der Gewichtung des Mittelwertes eingeführt und der durch die Vereinfachung entstehende Fehler analysiert.

Im Rahmen der Arbeit wird aufgrund der verschiedenen Fragmentgeometrien und damit einhergehenden unterschiedlichen Beanspruchungen ein mehrachsigenabhängiger Ansatz als Versagensgrenze gewählt. Grundsätzlich wäre für die Implementierung eines solchen Ansatzes eine Analyse für die verschiedenen Wärmebehandlungszustände des Materials erforderlich. Der damit verbundene finanzielle Aufwand für Experimente und Probenherstellung übersteigt jedoch die kostentechnischen Möglichkeiten innerhalb des Projektes. Daher ist es Ziel der Arbeit, ein weniger kostenintensives Verfahren zur Ermittlung der Versagensgrenze zu entwickeln. In Anlehnung an die Veröffentlichung von Ghazali et al. [28] wird die These aufgestellt, dass die Versagensgrenze für ebene Dehnungszustände eines randschichtgehärteten Werkstoffes durch einen axialen Versatz der Versagensgrenze des ungehärteten Werkstoffes abgeschätzt werden kann. Die Größe des Versatzes wird daher anhand der Ergebnisse des quasistatischen Pulsatortests ermittelt. Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt in der exakten experimentellen Bestimmung der Grenzbelastungen im kritischen Zahnfußbereich, in dem eine Unterscheidung zwischen Zahnfußabriss oder Zahnkranzriss erfolgt, und in der Möglichkeit einer Abschätzung

---

des Versagens im Flankenbereich, wobei diese lokale Anrissposition ausschließlich zu gutartigen Schädigungen führt. Zur Ermittlung einer lastunabhängigen, dreiachsigen Versagensgrenze ist es erforderlich, die in der Literatur bekannte Vorgehensweise zur Ermittlung aller notwendigen Parameter zu berücksichtigen. Dies ist jedoch im Rahmen dieser Arbeit aus finanziellen Gründen nicht möglich. Daher wird anstelle des komplexen dreidimensionalen Ansatzes der vereinfachte Ansatz von Bao und Wierzbicki [5] zur Definition einer vom Lode-Parameter unabhängigen Versagensgrenze verwendet. In Abhängigkeit des gewählten Funktionstyps sind zwischen einem und sechs Materialtests erforderlich. Wie bereits dargelegt, liegen für die Randschicht von Zahnrädern keine experimentellen Ergebnisse von Zug- und Scherversuchen vor. Daher werden die planare Versagenskurve und die Ergebnisse des Pulsatortests zur Identifizierung der Versagensgrenze verwendet.

Für die Simulation des Rissfortschrittes wird das in LSDYNA implementierte Kohäsivzonenmodell mittels erweiterter Finite-Element-Methode verwendet.



### 3 Experimentelle Untersuchung

Nachfolgend werden die auf dem skalierten Getriebeprüfstand durchgeführten Versuche sowie die ergänzenden Versuche zur Identifikation des numerischen Modells vorgestellt. Hierfür werden im ersten Schritt die verwendeten Test-Zahnräder sowie die Test-Fragmente aufgeführt. Anschließend wird der Aufbau des quasistatischen und des dynamischen Getriebeprüfstandes skizziert. Abschließend werden die zur Implementierung des numerischen Modells notwendigen Ergänzungsversuche anhand des in Abbildung 1.1 dargestellten Versuchsplans erläutert. Um eine statistisch genaue Erfassung aller durchgeführten Versuche zu gewährleisten, ist eine deutlich größere Anzahl an Versuchen erforderlich als bei einer rein qualitativen Erfassung. Aufgrund finanzieller Beschränkungen im Projekt war eine entsprechende Anzahl an Versuchen nicht durchführbar. Die Ergebnisse sind daher nur als erster Schritt zur Identifizierung eines strategischen Ansatzes und nicht als vollständig validierter Prozess zu betrachten.

#### 3.1 Test-Zahnräder

Das in dieser Arbeit untersuchte Untersetzungsgetriebe stellt eine skalierte Form des Originalgetriebes dar. Die zugehörige Skalierungstheorie wird in der noch unveröffentlichten Arbeit von Herrn Fischer vorgestellt [27]. Es besteht aus einer Sonnenwelle am Eingang, einem einseitig gelagerten Planetenträger mit drei Planeten am Ausgang sowie einem fest angebundenen dünnwandigen Hohlrad. Die Verzahnungsdaten der in dieser Studie verwendeten Zahnräder ist in Tabelle 3.1 aufgeführt. Weiterhin wird in Abbildung 3.1 das skalierte Planetengetriebe dargestellt.

**Tabelle 3.1:** Darstellung der Verzahnungsdaten.

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Sonne	Planet	Hohlrad
Zähnezahl	$z$	-	24	21	66
Material (qs)	-	-	30CrNiMo8	30CrNiMo8	34CrAlNi-10
Material (dyn)	-	-	18CrNiMo7-6	18CrNiMo7-6	31CrMoV9
Normalmodul	$m_n$	mm	5	5	5
Zahnbreite	$b$	mm	20	20	20
Eingriffswinkel	$\alpha_n$	°	20	20	20



**Abbildung 3.1:** Darstellung des verwendeten Planetengetriebes.

In Analogie zum Ausgangsgetriebe wurden die außenverzahnten Sonnen- und Planetenräder einsatzgehärtet, während das innenverzahnte Hohlrad plasmanitriert wurde. Für die quasistatischen Überrollversuche wurden die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 34CrAlNi7-10 ohne Vorwärmebehandlung verwendet. Da die Reduktion der Oberflächenhärte des Hohlrades unter Verwendung des Werkstoffes 34CrAlNi7-10 nur durch Abschleifen der Eisennitridschicht möglich wäre, wobei dieser Arbeitsschritt in dem betrachteten Fall mit einer Genauigkeitsklasse im Mikrometerbereich erfolgen müsste, wurde auf Anraten der Härtereie ein Wechsel des Werkstoffes durchgeführt. Auch für das Planeten- und Sonnenrad wurde ein Werkstoffwechsel durchgeführt, um eine höhere Prozesssicherheit und damit das Erreichen der Sollwerte zu gewährleisten. In den dynamischen Versuchsreihen wurden schließlich die Werkstoffe 18CrNiMo7-6 für die außenverzahnten Zahnräder und 31CrMoV9 für das innenverzahnte Hohlrad verwendet.

### 3.2 Test-Fragmente

Nach den EASA CS-E510 Richtlinien werden hochenergetische und nicht eingeschlossene Trümmer als kritisch eingestuft [25]. Da das Hohlrad fixiert ist und somit ein Zahnkranchbruch nicht zu einem hochenergetischen Trümmerteil führt, werden nachfolgend das Sonnenrad und das Planetenrad als kritische Komponenten betrachtet. Zu diesem Zweck wurden die Fragmente stets in der Planetenlücke positioniert, um einen Anriss im Zahnfuß zu verursachen. Als Fragmentform wurden Zylinder sowie Kugeln unterschiedlicher Größen verwendet, siehe Tabelle 3.2. Die Mittelachse der Zylinder wurde dabei stets parallel zur Mittelachse der Zahnräder positioniert. Dies ermöglicht die Betrachtung des Effekts

auf die Schadensmechanismen durch einen Punkt- beziehungsweise Linienkontakt. Ein weiterer Vorteil dieser Fragmentformen besteht darin, dass lediglich die axiale Positionierung sichergestellt werden muss, da ein Verdrehen des Fragmentes keinen Einfluss auf den Krafteintrag besitzt. Als Referenzgröße für den Durchmesser der Fragmente wurde die Breite des Planetenzahnes herangezogen. Folglich entspricht ein Durchmesser von 4 mm der halben Zahnbreite, während ein Durchmesser von 6 mm 75% der Zahnbreite und ein Durchmesser von 8 mm der Breite des Planetenzahnes entspricht. Das gleiche Vorgehen wurde für die Länge der Zylinder verwendet. Als Referenzgröße wurde hier die Zahnbreite  $b = 20$  mm herangezogen.

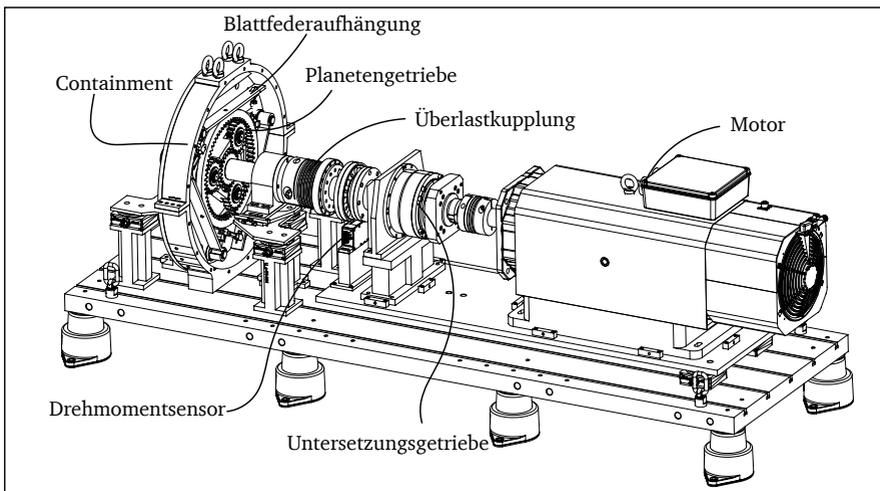
**Tabelle 3.2:** Darstellung der verwendeten Fragmente.

Fragment-ID	Form	Durchmesser in mm	Länge in mm
S1	Kugel	4	-
S2	Kugel	6	-
S3	Kugel	8	-
C1	Zylinder	6	6
C2	Zylinder	8	8
C3	Zylinder	8	10
C4	Zylinder	8	20

Um sicherzustellen, dass in den Versuchen nicht ausschließlich plastische Verformungen am Fragment selbst auftreten, wurde aufgrund der einfachen Verfügbarkeit gehärteter Chromstahl (100Cr6 G10) verwendet. Die Maß- und Formgenauigkeiten entsprechen dabei der DIN 5401 [21], wobei die Kugeln mit einem Durchmesser von 4,0 mm der Güteklasse Grade 10 und alle anderen Kugeln und die Zylinder der Güteklasse Grade 20 entsprechen. In der quasistatischen Versuchsreihe am skalierten Getriebeprüfstand wurden zusätzlich durchgehärtete Fragmente aus dem Werkstoff des Hohlrades (34CrAlNi-10) verwendet, wobei die auftretenden Schadensmechanismen unabhängig von dem gewählten Werkstoff des Fragmentes waren.

### 3.3 Quasistatische Überrollversuche am skalierten Getriebe

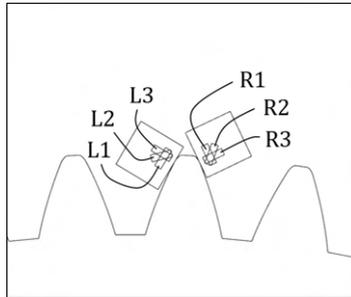
Der im Rahmen des Projektes entwickelte Prüfstand für quasistatische Überrollversuche am skalierten Getriebe (in englisch: Quasistatic Test Run - QTR) ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Er umfasst neben dem im Kapitel 3.1 beschriebenen Planetengetriebe auch nivellierbare Lagereinheiten an der Sonnenwelle und dem Planetenträger sowie eine Antriebseinheit. Diese umfasst einen Asynchronmotor des Typs Bosch Rexroth MAD180D, ein Untersetzungsgetriebe des Typs Neugart PLFN200-016-RSSD3AH-T42 mit einer Übersetzung von  $i = 16$  sowie ein Drehmoment-Messflanschsystem des Typs Kistler Ki Torq System Typ 4550A. Die Anbindung des Getriebes an die Antriebseinheit erfolgt mit einer Überlastkupplung. Diese verhindert das Versagen des Untersetzungsgetriebes.



**Abbildung 3.2:** Zentrale Komponenten des quasistatischen Prüfstandes.

Neben den in der Abbildung 3.2 dargestellten Komponenten gibt es weitere elektrische Bauteile, deren Darstellung aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht erfolgt. In diesem Kontext ist die gesamte sensorische Erfassung des Prüfstandes zu nennen. Neben dem dargestellten Drehmoment-Messflanschsystem wurden ein inkrementeller Encoder am Planetenträger, eine Näherungsschaltung zur Überwachung der Überlastkupplung, Temperatursensoren an den Lagereinheiten sowie diverse Dehnungsmessstreifen an den Blattfedern und am Hohlrad verwendet. Die direkte Dehnungsmessung im Zahnfuß erweist sich als besonders geeignet zur Messung der Zahnfußspannung. Der Kontakt mit den Fragmenten birgt jedoch das Risiko einer Beschädigung des Dehnungsmessstreifens. Aus

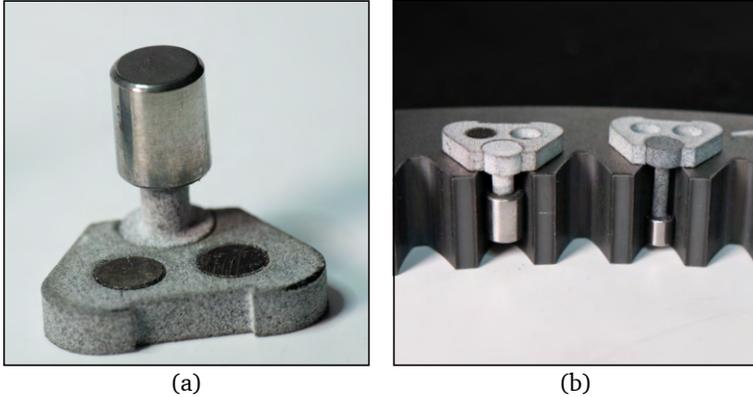
diesem Grund erfolgt die Anbringung von zwei Dehnungsmessstreifen (DMS)-Rosetten an der Stirnseite. Die 30°-Tangente am Zahn wurde als Referenzlinie für die Orientierung der Rosetten genutzt. Die Messung erfolgt somit an L1 und R1 parallel zur 30°-Tangente, während L3 und R3 senkrecht zu dieser stehen. Die Anordnung wird in Abbildung 3.3 dargestellt.



**Abbildung 3.3:** Anordnung der DMS am Hohlrad.

Die DMS-Rosetten erfassen einen zweiachsigen Spannungszustand. Für die Messung wurde weiterhin vorausgesetzt, dass die Materialdehnung dem Verzerrungszustand des DMS entspricht. Der Nullpunktbezug wurde im lastfreien Zustand eingestellt. Etwaig auftretende Temperatureinflüsse wurden durch erneutes Nullen vor der Einspeisung korrigiert. Mögliche Einflüsse durch Feuchtigkeit sowie Kriechen des DMS wurden aufgrund der kurzen Versuchsdauer als vernachlässigbar eingestuft. Zu den auftretenden Messfehlern zählen Fehlausrichtungen des Dehnungsmessstreifens, Toleranzen des k-Faktors sowie nichtlineares Verhalten aufgrund der großen Dehnungen von bis zu 2%. Die Messdaten wurden durch einen Echtzeitrechner der Firma Speedgoat aufgezeichnet. Die Positionierung des Fragmentes in der Zahnflanke erfolgt durch einen Magnethalter, der stirnseitig am Zahnrad befestigt wurde. Dieser ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Es ist zu beachten, dass das Fragment zur besseren Darstellung in der Zahnflanke des Hohlrades platziert wurde, während die Positionierung bei allen Versuchen immer in der Planetenlücke erfolgte.

Im Rahmen der quasistatischen Versuchsreihe wurden die in der Tabelle 3.3 dargestellten Testszenarien untersucht. Bei der Position zur Zahnbreite von 25% bzw. 75% befindet sich das Fragment 75% axial tief in der Verzahnung. Bei der Position 50% befindet sich das Fragment in der Mitte der Zahnbreite. Das Einspeisen des Fragmentes zwischen dem Hohlrad und dem Planetenrad führt zu einer optisch erkennbaren plastischen Verformung, aber zu keinem makroskopisch sichtbaren Riss im Planetenrad. Größere zylindrische Fragmente konnten aufgrund der Drehmomentbegrenzung der Prüfstandshardware nicht vollständig überrollt werden.

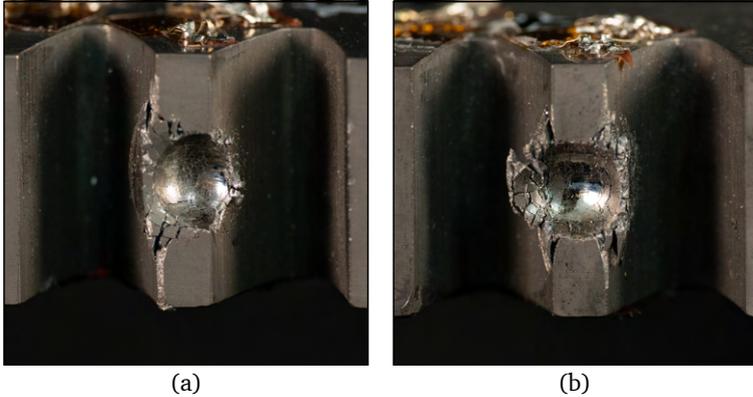


**Abbildung 3.4:** Exemplarische Darstellung der Magnethalterung (a) und dessen beispielhafte Positionierung in der Hohlraddücke für die Positionen 50% und 25% (b).

**Tabelle 3.3:** Versuchsplan der quasistatischen Testreihe.

Test-ID	Position	Fragment-ID	Position/Zahnbreite
QTR1	H-P	S2	25%
QTR2	H-P	S2	50%
QTR3	H-P	S2	75%
QTR4	H-P	S3	25%
QTR5	H-P	S3	50%
QTR6	H-P	S3	75%
QTR7	H-P	C1	25%
QTR8	H-P	C1	50%
QTR9	H-P	C1	75%

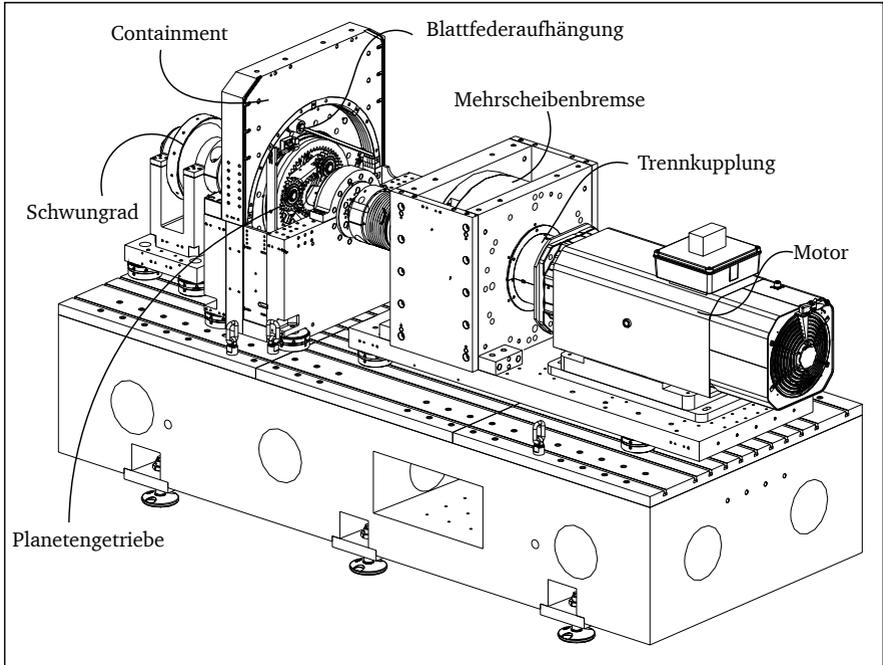
Der Versuch QTR5 wurde dreimal wiederholt, während alle weiteren Versuche nur einmal durchgeführt wurden. Aufgrund der hohen Streuung der Dehnungen von bis zu 20%, die bei mehrmaliger Versuchsdurchführung einer Test-Konfiguration an den DMS-Rosetten im quasistatischen Versuchsdurchlauf entstanden ist, wird von einem Vergleich der gemessenen Daten mit der numerischen Simulation abgesehen. Als Ursache wurde die starke Abhängigkeit des Signals von der Verkippung des Hohlradzahnes in Abhängigkeit vom Kontakt mit dem Fragment identifiziert. Die abweichenden plastischen Verformungen am Zahnkopf des Hohlrades für den Test QTR5 werden in Abbildung 3.5 dargestellt.



**Abbildung 3.5:** Darstellung des Schadens am Hohlrad für die zwei Wiederholungen (a) und (b) des Tests QTR5.

### 3.4 Dynamische Überrollversuche am skalierten Getriebe

Für die dynamischen Überrollversuche (in englisch: Dynamic Test Run - DTR) wurde der modular aufgebaute Prüfstand an die veränderte Belastung angepasst. Der Aufbau wird in Abbildung 3.6 dargestellt. Um einen sekundären Kontakt mit den beschädigten Zahnrädern nach dem initialen Einspeise-Vorgang zu vermeiden, wurde das Untersetzungsgetriebe durch eine elektromagnetische Vierflächenbremse 4HPB55 der Firma Stromag und eine Elektromagnet-Zahnkupplung Typ 546 der Firma Mönninghoff ausgetauscht. Letzteres ermöglicht durch das Trennen des Lastpfades zwischen Motor und Getriebe ein schnelleres Abbremsen, herbeigeführt durch die geringere Trägheit im System. Die Abtriebsseite des Planetengetriebes wurde durch ein Schwungrad ergänzt, um sicherzustellen, dass genügend Energie für ein vollständiges Überrollen des Fragmentes zur Verfügung steht. Die Abschätzung der erforderlichen Energie wurde auf der Grundlage von numerischen Simulationen vorgenommen. Für die Untersuchung wurde zusätzlich die Hochgeschwindigkeitskamera iX Cameras i-Speed 726 eingesetzt, die den Einspeise-Vorgang aufzeichnet. Diese wird aufgrund von Übersichtlichkeit nicht in der Abbildung 3.6 dargestellt. Um einen Vergleich mit dem Modell zu ermöglichen, wurden einzelne Netzknoten aus dem numerischen Modell auf die Stirnseite des Zahnrades graviert. Weiterhin unterliegt das Containment diversen Anpassungen, um die Positionierung der Kamera innerhalb des Containments zu ermöglichen. Darüber hinaus wurde das Maschinenbett auf die neuen Komponenten und Testbedingungen angepasst. Für die Themenfelder Auslegung und spezifische Versuchsauswertung sei auf die noch unveröffentlichte Dissertation von Herrn Fischer zu verweisen [27].



**Abbildung 3.6:** Zentrale Komponenten des dynamischen Prüfstandes.

Insgesamt werden die in Tabelle 3.4 dargestellten Versuche für einen Vergleich mit dem numerischen Modell herangezogen. Aufgrund des hohen Zeit- und Kostenaufwandes war es nicht möglich, die einzelnen Versuchskonfigurationen mehrmals zu testen, somit ist die Wiederholbarkeit der auftretenden Schadensmechanismen nicht gewährleistet.

**Tabelle 3.4:** Versuchsplan der dynamischen Testreihe.

Test-ID	Position	Fragment-ID
DTR1	H-P	S3
DTR2	H-P	C3
DTR3	H-P	C4
DTR5	H-P	C4

## 3.5 Ergänzungsversuche zur Parameteridentifikation des Materialmodells

Zur Ermittlung des Materialmodells des Kernmaterials der Zahnräder wurden quasistatische Druckversuche für die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 34CrAlNi7-10 sowie dehnratenabhängige Zug- und Druckversuche für die in der dynamischen Versuchsreihe verwendeten Werkstoffe 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9 durchgeführt. Zur Ermittlung der Materialparameter der Randschicht wurden für alle verwendeten Werkstoffe Härteverlaufsmessungen durchgeführt.

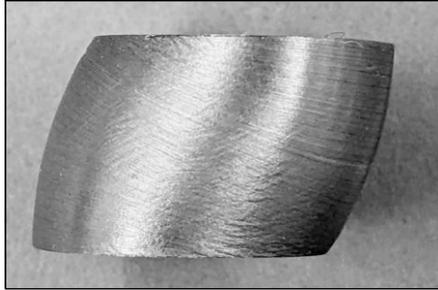
### 3.5.1 Zug- und Druckversuche

Nachfolgend werden die Ergebnisse der Zug- und Druckversuche vorgestellt. Die Druckversuche werden zur Ermittlung des Verfestigungsfaktors  $n$  und des Materialparameters  $B$  verwendet. Da für die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 34CrAlNi7-10 keine Zugversuche durchgeführt wurden, wird der Parameter  $A_K$  des Kernmaterials aus der Dehngrenze der Druckversuche ermittelt. Für die Werkstoffe 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9 werden die Streckgrenze  $A_K$  und der Elastizitätsmodul  $E$  aus den Ergebnissen der Zugversuche identifiziert.

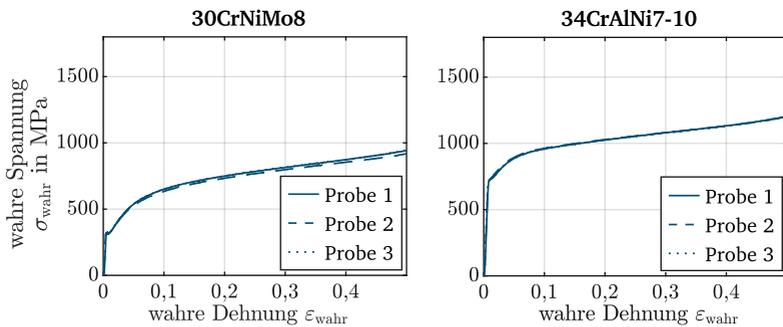
#### Quasistatisch Druckversuche

Die experimentelle Durchführung nach DIN 50106 [20] erfolgt auf der Universalprüfmaschine RM1000 (MS-009) des Herstellers Schenck. Hierfür wurden die Proben mittig zwischen zwei planparallelen Platten positioniert und die Verformung der Probe mit zwei um  $180^\circ$  versetzten inkrementellen Wegaufnehmern erfasst. Um die Reibung im Kontaktbereich zwischen Probe und Kolben zu minimieren, wurden die Flächen der Druckproben mit Molykote BR2plus geschmiert. Die Steifigkeit des Versuchsaufbaus wurde zu Beginn erfasst und später berücksichtigt. Es wurde eine Gesamtdehnung von 50% aufgebracht. Die Probenentnahme erfolgte an dem unbehandelten Kreis- bzw. Ringsegment. Die genaue Lage der Probeentnahme ist dem Anhang A.1 zu entnehmen. Es werden Proben mit einem Durchmesser von 10 mm verwendet. Die Anfangshöhe  $h_0$  wurde variiert (10 mm, 15 mm, 20 mm), um die Auswirkungen des Verhältnisses zwischen Durchmesser und Höhe zu berücksichtigen. Die Ergebnisse der Druckversuche werden im Anhang A.2 dargestellt. Bei Probekörpern des Werkstoffes 34CrAlNi7-10 mit einer Höhe von 20 mm treten während der Prüfung die in Abbildung 3.7 dargestellten asymmetrischen Verformungen auf, weshalb diese Ergebnisse nicht zur Identifikation der Materialparameter herangezogen werden.

Die ermittelten wahren Dehnungs-Spannungs-Kurven aller Versuche werden in Abbildung 3.8 dargestellt.



**Abbildung 3.7:** Asymmetrische Verformung einer Druckprobe mit einer Anfangshöhe von  $h_0 = 20$  mm.



**Abbildung 3.8:** Darstellung der wahren Spannungs-Dehnungs-Kurve aller für die quasistatischen Druckversuche verwendeten Werkstoffe.

## Dehnratenabhängige Zug- und Druckversuche

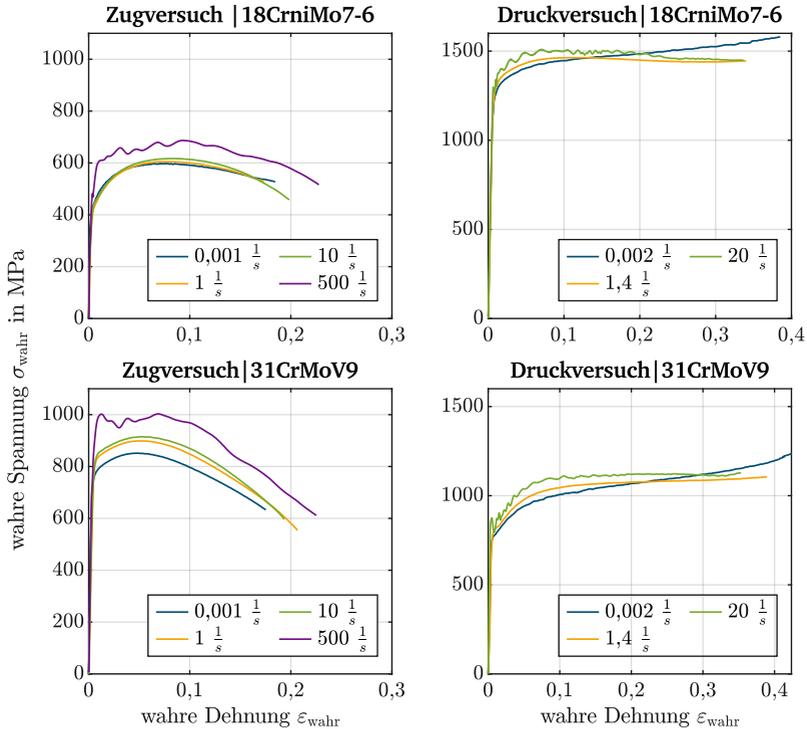
Zur Ermittlung der Dehnratenabhängigkeit der im dynamischen Versuch verwendeten Zahnradmaterialien wurde Hochgeschwindigkeits-Zug- und Druckversuche bei Raumtemperatur durchgeführt. Die Durchführung der Versuche erfolgt dabei an der Schnellzerreißmaschine HTM50010 des Herstellers Zwick, wobei die Auswertung der Messsignale und die Ermittlung der Festigkeits- und Verformungskennwerte in Anlehnung an die FAT-Richtlinie [8] und die ISO 26203-2 [42] erfolgen. Ursprünglich wurden hierfür die Dehnraten  $0,001 \frac{1}{s}$ ,  $1 \frac{1}{s}$ ,  $10 \frac{1}{s}$  und  $500 \frac{1}{s}$  vorgesehen. Aufgrund fehlender Kapazitäten an der dafür vorgesehenen dynamischen Druckeinrichtung während der Projektlaufzeit wurden die Dehnraten für die Druckversuche angepasst. Deshalb wurde schließlich mit den Dehnraten  $0,002 \frac{1}{s}$ ,  $1,4 \frac{1}{s}$  und  $20 \frac{1}{s}$  gemessen. Die Durchführung der Zugversuche erfolgte planmäßig mit den genannten Dehnraten. Die Probenentnahme für die Druckversuche erfolgte direkt aus dem Zahnrad. Für die Zugversuche wurden bei der Zahnradfertigung zusätzliche Zylinder aus dem gleichen Strang entnommen, aus dem auch die Zahnräder gefertigt wurden. Die Position der Probenentnahme sowie die Probengeometrie der Zugproben wird im Anhang A.3 dargestellt. Die Probengeometrie der Druckproben war gleich der quasistatischen Proben, wobei die Höhe 10 mm betrug. Die Ergebnisse der Experimente werden in den Tabellen 3.5 und 3.6 sowie in Abbildung 3.9 dargestellt.

**Tabelle 3.5:** Ermittelte Werkstoffkennwerte für den Werkstoff 18CrNiMo7-6.

Dehnrates in $\frac{1}{s}$	Dehngrenze in MPa	Zugfestigkeit in MPa	Bruchdehnung in %
0,001	430	657	16,6
1	417	665	15,8
10	431	682	17,6
500	580	756	20,0

**Tabelle 3.6:** Ermittelte Werkstoffkennwerte für den Werkstoff 31CrMoV9.

Dehnrates in $\frac{1}{s}$	Dehngrenze in MPa	Zugfestigkeit in MPa	Bruchdehnung in %
0,001	761	902	17,4
1	812	956	18,3
10	826	975	17,2
500	960	1062	19,8

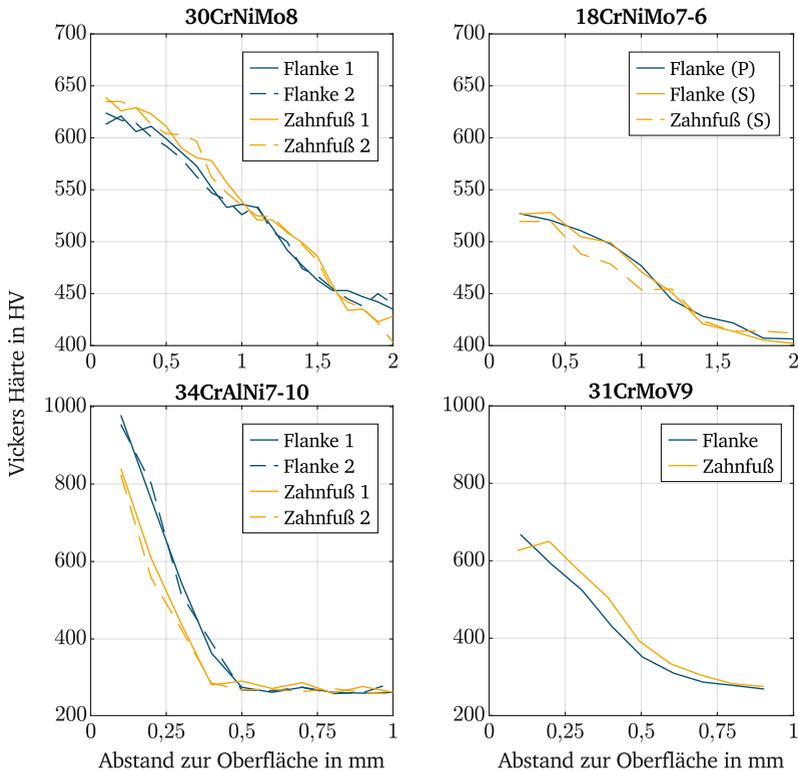


**Abbildung 3.9:** Darstellung der ermittelten Spannungs-Dehnungskurve der Werkstoffe 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9 in Abhängigkeit von der Dehnrates.

### 3.5.2 Vickers-Versuche

Zur Ermittlung der Materialeigenschaften der Randschicht werden Härteverlaufsmessungen nach Vickers in Anlehnung an DIN EN 18203 [22] durchgeführt. Für die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 34CrAlNi7-10 wurden die Vickers-Versuche bei der Materialprüfanstalt (MPA) in Darmstadt durchgeführt, während sie für die Werkstoffe 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9 direkt bei der Härterei Reese durchgeführt wurden. Dadurch ergeben sich kleinere Abweichungen bei der Durchführung. Das MPA verwendete für das Planeten- und das Sonnenrad eine Vickershärte von HV 1 und für das Hohlrads eine Vickershärte von HV 0,5. Weiterhin wurden je zwei Härteverläufe jeweils auf unterschiedlichen Zähnen, sowohl im Zahnfuß als auch im oberen Bereich der Zahnflanke untersucht. Zusätzlich

wurden je Zahnrad drei Oberflächenhärte-Tests durchgeführt. Bei der Durchführung direkt in der Härterei wurde ausschließlich eine Vickershärte von HV 1 verwendet. Dabei erfolgte nur eine einzelne Vermessung des Härteverlaufs am Sonnenrad und am Hohlrad an den gleichen Messstellen wie zuvor. Für das Planetenrad erfolgt eine Vergleichsmessung an der Flanke. Die Ergebnisse der Versuche werden in Abbildung 3.10 dargestellt.



**Abbildung 3.10:** Darstellung des gemessenen Härteverlaufs.

Die Oberflächenhärte des Werkstoffes 30CrNiMo8 liegt mit einem Mittelwert von 632 HV 30 bei einer Standardabweichung von je 3 HV 30 oberhalb des Sollwertes von  $500 \pm 50$  HV 30. Dagegen liegt die Oberflächenhärte des Werkstoffes 18CrNiMo7-6 mit einem Mittelwert von 511 HV 30 an dem Sonnenrad und 522 HV 30 an dem Planetenrad im Sollwertebereich. Für den Werkstoff 30CrNiMo8 wurden die Härten bis zu einem Oberflächenabstand von 2,0mm erfasst. In diesem Bereich ist kein konstanter Härtebereich

erkennbar. Für den im dynamischen Versuch verwendete Werkstoff 18CrNiMo7-6 wurde die Härte bis zu einem Abstand von 2,8mm untersucht. Die Kernhärte am Sonnenrad wird ab einem Abstand von 2,0mm an der Zahnflanke und 2,5mm an Zahnfuß erreicht. Für das Planetenrad wird die Kernhärte in einem Abstand von 2,2mm erreicht.

Die Oberflächenhärte des Hohlrades beträgt für den Werkstoff 34CrAlNi7-10 an der Zahnflanke 873 HV 30 mit einer Standardabweichung von 8 HV 30 und an dem Zahnfuß 1017 HV 30 mit einer Standardabweichung von 12 HV 30. Damit wird der Sollwert  $850 \pm 50$  HV 30 deutlich überschritten. Die Oberflächenhärte des Werkstoffes 31CrMoV9 beträgt am Zahnkopf 700 HV 30 mit einer Standardabweichung von 4 HV 30. Damit wird der neu festgelegte Sollwert von  $700 \pm 50$  HV 30 erreicht. Für den Werkstoff 34CrAlNi7-10 liegt ab einem Abstand zur Oberfläche von 0,4mm am Zahnfuß bzw. 0,5mm an der Zahnflanke eine konstante Kernhärte von 270 HV vor. Für den im dynamischen Versuch verwendeten Werkstoff 31CrMoV9 wird die Kernhärte ab einem Abstand von 0,9mm erreicht.

Die Ergebnisse der einzelnen Messungen an den in den quasistatischen Versuchen verwendeten Werkstoffen sind im Anhang aufgeführt A.4.

### **3.6 Ergänzungsversuche zur Parameteridentifikation des Versagensmodelles**

Überlastungen führen bei dem normalen Betrieb eines Getriebes zu zwei typischen Versagensphänomenen: Zahnfuß- und Zahnflankenbruch. Im Allgemeinen sind Zahnfußbrüche bei Überlast wahrscheinlicher und Zahnflankenbrüche weniger wahrscheinlich [48]. Aufgrund der Veränderung der Kontaktfläche durch den kleineren Radius des Fragmentes im Vergleich zur Zahnflanke als Kontaktpartner und der veränderten Richtung des Lasteintrages soll aber auch dieses Versagensphänomen näher untersucht werden. Nachfolgend werden analoge Versuche für beide Versagensphänomene zur Bestimmung der Parameter des numerischen Modells betrachtet. Der Pulsatorrest ist ein analoger Test für den Zahnfußbruch, der entsprechend in dieser Anwendung verwendet wurde [103]. Es gibt nur wenige Veröffentlichungen über einen analogen Test, der Anrisse in der Zahnflanke untersucht. Konowalczyk et al. [53] entwickelt ein solches Konzept. Er verwendet getrennte Zahnsegmente, die von zwei Aktuatoren auf dem Doppelpulsator-Prüfstand belastet werden. Da der Belastungszustand bei den Versuchen jedoch stark vom verwendeten Fragment und dessen Eindringtiefe abhängt wurde auf die Durchführung von Versuchen an einem Doppelpulsator als Analogversuch verzichtet. Stattdessen wurde neben dem Pulsatorrest ein vereinfachter Fragment-Eindruck-Versuch (FEV) durchgeführt. Die Durchführung der Versuche erfolgt ausschließlich an den in der quasistatischen Versuchsreihe verwendeten Materialien. Auf die Durchführung der Versuchsreihen an den in der dynamischen Versuchsreihe verwendeten Materialien wird aus finanziellen Gründen verzichtet.

### 3.6.1 Quasistatische Pulsatortests

Zur Bestimmung der Bruchkriterien des Zahnfußes wurde ein quasistatischer Pulsatorversuch am Planetenrad durchgeführt. Die auf die Zähne wirkende Kraft wurde durch Zusammendrücken der zwischen den Backen eingespannten Zähne erhöht, bis ein Riss am Zahnfuß auftritt. Der Anfangsriss wurde mit einem Acoustic Emission System (AE-System) bestimmt. Das Messprinzip des AE-Systems beruht auf der Detektion transienter, elastischer Wellen. Der Ursprung dieser Wellen ist eine plötzliche Spannungsumlagerung im Bauteil, wie sie durch einen Riss oder ein Risswachstum verursacht wird. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3.11 und die dazugehörigen Ergebnisse dieser Versuche sind in Tabelle 3.7 dargestellt. Die gemessenen Kräfte am Riss schwanken mit einem maximalen Fehler von 14% zum Mittelwert.

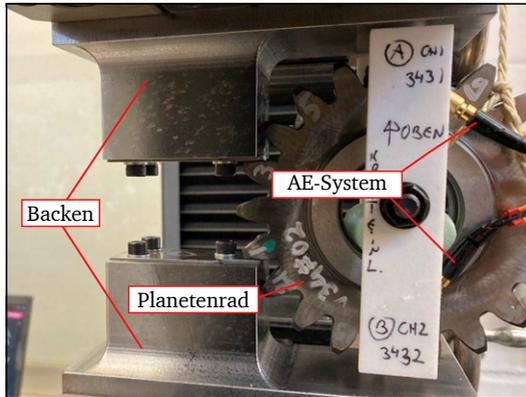


Abbildung 3.11: Versuchsaufbau des quasistatischen Pulsatortests.

Tabelle 3.7: Experimentelle Ergebnisse des quasistatischen Pulsatorversuchs.

Test-ID	Kraft bis zum initialen Riss
1	103,23 kN
2	102,93 kN
3	98,17 kN
4	86,88 kN
5	111,35 kN
6	103,04 kN

### 3.6.2 Vereinfachte Fragment-Eindruck-Versuche (FEV)

Um die auftretenden Schadensmechanismen beim Eindruck eines Fragmentes vereinfacht zu untersuchen wurden zylindrische Fragmente quasistatisch in die Zahnücke des präparierten Planetenrades eingedrückt. Der Versuchsaufbau wird in Abbildung 3.12 dargestellt. Zusätzlich werden diese experimentellen Ergebnisse zur Identifikation der für das Rissmodell notwendigen Parameter herangezogen.



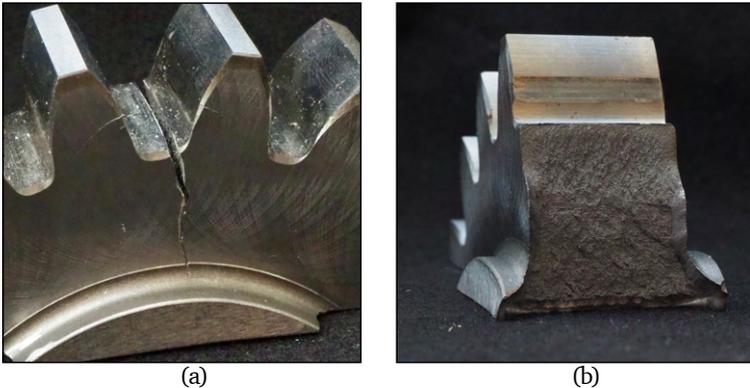
**Abbildung 3.12:** Versuchsaufbau des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuches.

Für die Versuchsdurchführung wurden die beiden größten Fragmente C3 und C4 verwendet. Der Fragmenthalter wurde so gestaltet, dass er während des Versuchs nicht mit den Zahnflanken in Kontakt kommt. Die Kraft der auftretenden Risse wird in Tabelle 3.8 aufgezeichnet und der Schadensform Zahnfuß-, Zahnkranz- bzw. der Zahnflankenriss zugeordnet.

**Tabelle 3.8:** Darstellung der experimentellen Ergebnisse des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuches.

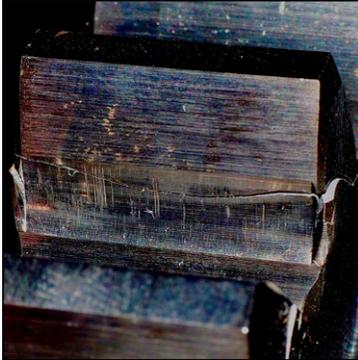
Test	Kraft - initialer Anriss	Kraft - sekundärer Anriss	Schadensform
1	128,6 kN	133,5 kN	Zahnkranzriss
2	125,9 kN	131,4 kN	Zahnkranzriss
3	106,0 kN	291,1 kN	Zahnflankeriss
4	115,6 kN	123,4 kN	Zahnfußriss
5	126,2 kN	149,2 kN	Zahnfußriss
6	115,4 kN	132,5 kN	Zahnfußriss

Während der Versuchsreihe traten Brüche sowohl im Zahnflankenbereich als auch im Zahnfußbereich auf. Die Risse im Zahnfußbereich von Test 1 und 2 mit dem Fragment C4 breiteten sich in den Zahnkranz aus. Die Rissausbreitung erfolgte dabei als spröder Gewaltbruch (Abbildung 3.13). Zusätzlich traten an der Stirnfläche der Zahnflanke Risse auf, die sich jedoch nicht über die Breite des Zahnrades ausbreiteten. Lediglich im Test 3 stellt dieser initiale Anriss den Hauptschadensmechanismus dar (Abbildung 3.14). Der initiale Anriss ist damit vergleichbar mit dem Stirnkantenbruch.



**Abbildung 3.13:** Darstellung des Zahnfußanrisses (a) sowie der dabei entstandenen Bruchfläche (b) am Zahnrad durch Eindruck des C4-Fragmentes (FEV).

Der Anriss befindet sich im Fall des C3-Fragmentes an der Kontaktlinie zwischen dem Fragment selbst und der Stirnkante des Zahnrades, siehe Abbildung 3.15. Ausgehend von der glatten Risskante direkt an der Zahnradoberfläche ist davon auszugehen, dass der initiale Anrisspunkt seinen Ursprung an der Oberfläche des Zahnrades hat. Erst in größerer Distanz zur Oberfläche ist die raue Struktur des überlastinduzierten Gewaltbruchs erkennbar. Ein weiteres Indiz dafür, dass der Kontakt des Fragmentes mit der Zahnflanke nicht den initialen Anrisspunkt darstellt, ist die Rissöffnung, die an dieser Stelle minimal ist.



(a)

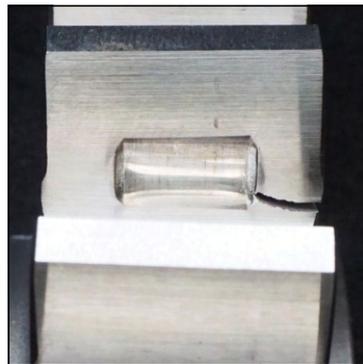


(b)

**Abbildung 3.14:** Darstellung des Anrisses an der linken (a) und an der rechten (b) Zahnflanke durch Eindruck des C4-Fragmentes (FEV).



(a)



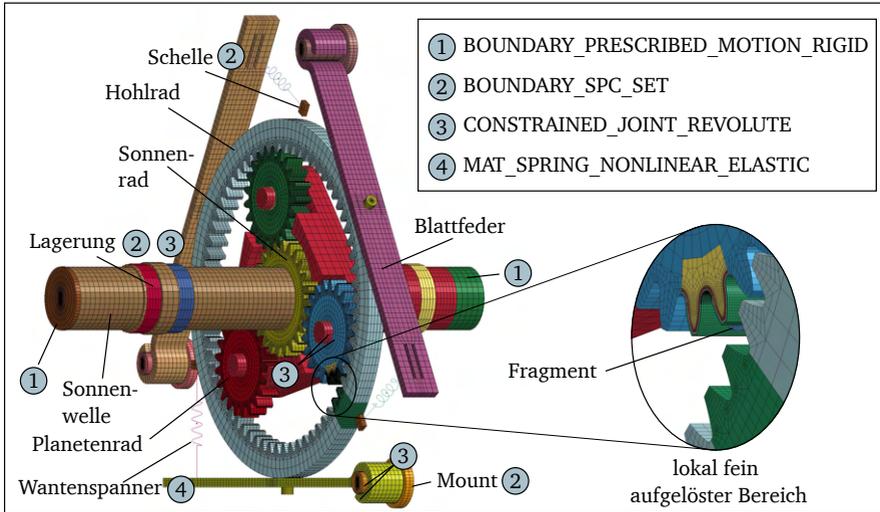
(b)

**Abbildung 3.15:** Darstellung des Anrisses am Zahnrad durch den Eindruck des C3-Fragmentes (FEV).

## 4 Numerische Modellierung

Aufgrund der Zielsetzung des Projektes, die gewonnenen Erkenntnisse in einem Zertifizierungsverfahren zu verwenden, ist eine Implementierung des numerischen Modells in einem kommerziellen Programm erforderlich. Die Software *LSDYNA* wird aufgrund ihrer Eignung zur Durchführung nichtlinearer und hochdynamischer Simulationen für die nachfolgenden Untersuchungen verwendet. Die Software ermöglicht sowohl explizite als auch implizite Analysen. In der Folge werden alle quasistatischen Analysen auf Grundlage impliziter Berechnungsverfahren gelöst, während die dynamischen Analysen explizit gerechnet werden. Es werden stets strafbasierte Kontakte verwendet, die standardmäßig in *LSDYNA* implementiert sind [63]. In den folgenden Unterkapiteln wird das numerische Modell, unterteilt in die Vernetzungsstrategie, die Parameteridentifikation des Material-, Versagens- und Kohäsivzonenmodells zusammen mit den zugehörigen Modellannahmen und den vorhandenen Unsicherheiten vorgestellt. Aufgrund der asymmetrischen Belastung und der fehlenden Möglichkeit der vereinfachten Betrachtung eines Teilausschnittes muss das gesamte Planetengetriebe modelliert werden. Die Berücksichtigung der Randschicht und die damit einhergehende geringe Elementgröße führt innerhalb von dynamischen Crash-Simulationen zu nicht zu vernachlässigenden Kontaktproblemen und damit einhergehenden hohen Simulationszeiten. Aus diesem Grund soll neben dem Randschicht-Modell zusätzlich ein homogenisiertes Materialmodell implementiert und der Einfluss dieser Vereinfachung untersucht werden. In Abbildung 4.1 werden alle im skalierten Getriebemodell berücksichtigten Komponenten und die zugehörigen Randbedingungen dargestellt.

Die Lagerung der Sonnenwelle, dem Planetenträger und den Planetenrädern wird dabei mittels Gelenk unter Vernachlässigung der realen Steifigkeit über das Keyword *CONSTRAINED\_JOINT\_REVOLUTE* implementiert. Die Wantenspanner werden durch eine Feder approximiert. Die Kraft-Weg-Kennlinie der Wantenspanner wird experimentell ermittelt und mittels *MAT\_SPRING\_NONLINEAR\_ELASTIC* im Modell berücksichtigt. Die Bewegungsvorgabe erfolgt, wie im Experiment, geschwindigkeitsbasiert, um das für das Überrollen des Fragmentes erforderliche Drehmoment mit dem experimentell ermittelten Drehmoment zu vergleichen. Hierfür wurden sowohl am Eingang als auch am Ausgang des Getriebes dem Versuch entsprechende Geschwindigkeitsvorgaben mittels *BOUNDARY\_PRESCRIBED\_MOTION\_RIGID* implementiert. Alle Komponenten, die mit einer nicht im Modell dargestellten Komponente verbunden sind, wie z. B. dem Containment, werden durch die Randbedingung *BOUNDARY\_SPC\_SET* im Raum fixiert. In Tabelle 4.1 wird die Anzahl der finiten Elemente für die jeweilige Komponente sowie die Materialklassifizierung angegeben.



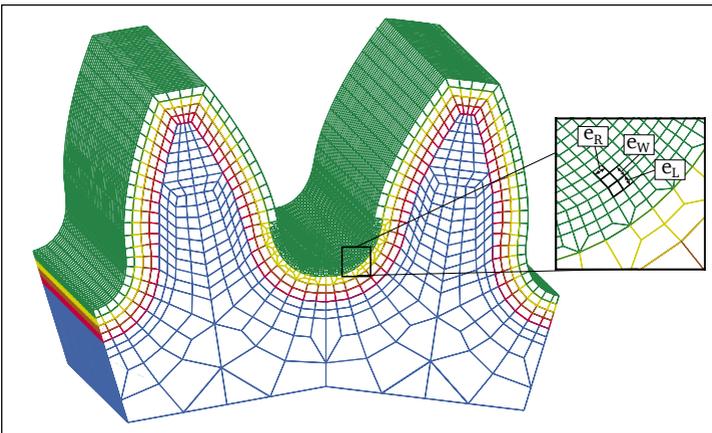
**Abbildung 4.1:** Darstellung des numerischen Modells.

**Tabelle 4.1:** Auflistung der verwendeten Elementanzahlen sowie der Materialklassifizierung für die Komponenten.

Komponente	Elementanzahl	Materialklassifizierung
Zapfen	1860	starr
Sonnenwelle	3580	elastisch-plastisch
Sonnenrad	7010	elastisch-plastisch
Planetensrad (x3)	5670 (x3)	elastisch-plastisch
Planetensegment - Kern	282300	elastisch-plastisch
Planetensegment - Randschicht (x4)	58377 (x4)	elastisch-plastisch
Hohlradssegment - Kern	215040	elastisch-plastisch
Hohlradssegment - Randschicht (x4)	2542 (x4)	elastisch-plastisch
Planetenträger	15016	elastisch-plastisch
Hohlrads	10533	elastisch-plastisch
Lagerung	400	starr
Mount (x3)	1000 (x3)	starr
Blattfeder (x3)	3088 (x3)	elastisch-plastisch
Schraube (x3)	560 (x3)	starr
Schelle (x3)	8 (x3)	starr
Fragment	4800	starr

## 4.1 Vernetzungsstrategie

Die anzuwendende Vernetzungsstrategie der einzelnen Komponenten ist abhängig von den Effekten, die in der numerischen Simulation zu betrachten sind. Für den Zertifizierungsprozess ist der Beanspruchungszustand an den Zahnrädern und insbesondere am Zahnfuß des Planetenrades von besonderer Bedeutung. Im Folgenden wird daher auf die Diskretisierung der Kontaktstelle zwischen dem Fragment und den in Kontakt stehenden Zahnrädern eingegangen. Die räumliche Diskretisierung erfolgt stets basierend auf einer strukturierten Hexaeder-Vernetzung. Die Bezeichnung der Kantenlängen der finiten Elemente am Planetenrad wird in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Kantenlänge  $e_R$  steht dabei für die Länge des Elementes entlang des Zahnfußes,  $e_W$  für die Länge der Elemente in Zahnbreitenrichtung und  $e_L$  für die Länge der Elemente in Richtung der Randschicht. Es ist zu berücksichtigen, dass der in Abbildung 4.2 dargestellte Übergang von einer geringeren Kantenlänge an der Oberfläche zu größeren Kantenlängen im Zahnkranz nur zur Lokalisierung der Position des initialen Anrisses anwendbar ist. Für die Simulation des Rissfortschritts wird die nachfolgend ermittelte Elementlänge für den gesamten Zahnkranzbereich verwendet.



**Abbildung 4.2:** Darstellung der Bezeichnung der Kantenlängen der Hexaeder-Vernetzung.

In Anlehnung an die Untersuchungen von Moussa et al. [76] sind zwei Schichten innerhalb einer 0,29 mm dicken Randschicht zu berücksichtigen, um das Materialverhalten an der gehärteten Oberfläche abzubilden. Der Fehler beträgt dabei  $< 1\%$  im Vergleich zu einem 32-Schichten-Modell. Dabei nimmt die Härte innerhalb der Randschicht von 675 HV auf 225 HV ab. Im Rahmen der Arbeit ist die Differenz zwischen Oberflächenhärte

und Kernhärte halb so groß für die außenverzahnten Zahnräder und vergleichbar für die innenverzahnten Zahnräder. Aufgrund der doppelten Dicke der Randschicht des in der Studie verwendeten Hohlrades sowie der siebenfachen Dicke der Randschicht des Planeten- und Sonnenrades wird die Anzahl der Schichten innerhalb der Randschicht auf vier erhöht. Um den Spannungsgradienten in jeder Schicht abbilden zu können, sind drei Elementreihen pro Schicht notwendig.

Basierend auf dem im Stand der Forschung dargestellten analytischen Zusammenhang zwischen Elementgröße und Länge der kohäsiven Zone (2.15) wird die Kantenlänge des finiten Elementes im Zahnfußbereich mindestens so gewählt, dass keine Anpassung der Grenzflächenfestigkeit für die Rissfortschrittsanalyse erforderlich ist. Hierfür wird im ersten Schritt die Länge der kohäsiven Zone (2.14) berechnet. Im Kapitel 4.4 werden die Parameter basierend auf einer Parameterstudie auf  $\tau^0 = 1402 \text{ MPa}$  bzw.  $G_c = 25 \text{ N/mm}$  geschätzt. Aufgrund des spröden Verhaltens des Materials im Zahnfuß unter Zugbelastung wird nachfolgend für den Parameter  $M$  der Gleichung (2.14) der von Barenblatt [6] für spröde Materialien ermittelte Wert  $M = 0,4$  angenommen. Die Länge der kohäsiven Zone bestimmt sich damit zu  $l_{cz} = 1,0 \text{ mm}$ . Bei einer Mindestanzahl von drei finiten Elementen muss daher die Kantenlänge der verwendeten Elemente in Rissrichtung  $< 0,33 \text{ mm}$  sein.

Neben der Begrenzung der Kantenlänge, die sich aus der Länge der kohäsiven Zone ergibt, wird die erforderliche Elementgröße in Abhängigkeit vom auftretenden Diskretisierungsfehler bestimmt. Für das Planetenrad wird die erforderliche Elementgröße am Zahnfuß auf der Grundlage des quasistatischen Pulsortests berechnet. Hierbei wird aus Gründen der Rechenzeit eine zweidimensionale Analyse durchgeführt. Aus diesem Grund entfällt die Kantenlänge  $e_w$ . Der entstehende relative Fehler durch die vereinfachte zweidimensionale Betrachtung liegt bei 3%. Für das dreidimensionale Modell werden im Rahmen der Arbeit 40 Elemente in Zahnbreitenrichtung verwendet. Der Diskretisierungsfehler gegenüber einer Elementanzahl von 80 Elementen ist hier gleich Null. Die Kantenlänge  $e_R$  und  $e_L$  der viereckigen Elemente werden nachfolgend gleichgesetzt und zwischen  $e_{R/L} = 0,5 \text{ mm}$  und  $e_{R/L} = 0,0313 \text{ mm}$  variiert. Die Tabelle 4.2 zeigt die Ergebnisse der zweidimensionalen Untersuchung. Das Modell konvergiert bei einer Elementgröße von  $e_{R/L} < 0,125 \text{ mm}$ , wobei der relative Fehler bei 2% für  $\eta$  und 1% für  $\sigma_{p,max}$  vorliegt. Die plastische Dehnung weist einen größeren Fehler von 5% auf. Da die für die Begrenzung des Diskretisierungsfehlers erforderliche Elementgröße kleiner ist als die auf der Länge der kohäsiven Zone basierende Begrenzung, wird diese Elementgröße im Folgenden für den Zahnfuß implementiert.

Anrisse an der Zahnflanke sind im Rahmen der Analyse als gutartige Schäden zu bewerten, die nicht zu hochenergetischen Trümmerteilen führen [25]. Um dennoch eine Abschätzung bezüglich des Diskretisierungsfehlers zu ermöglichen, wird nachfolgend der Einfluss der Elementgröße auf die gemessenen Belastungen untersucht. In Tabelle 4.3 ist die Spannungsmehrachsigkeit  $\eta$ , die plastische Dehnung  $\varepsilon_p$ , die Mises-Vergleichsspannung  $\sigma_{mises}$  sowie die maximale Hauptspannung  $\sigma_{p,max}$  in Abhängigkeit von den Kantenlängen  $e_{R/L/W}$  dargestellt. Es wird immer das Element mit der höchsten Spannungsmehrachsigkeit

**Tabelle 4.2:** Auswertung von  $\eta$ ,  $\varepsilon_p$  und  $\sigma_{p,max}$  in Abhängigkeit von der Kantenlänge  $e_{R/L}$ .

$e_{R/L}$ in mm	$\eta$	$\varepsilon_p$	$\sigma_{p,max}$ in MPa
0,5000	0,46	0,0005	2001
0,2500	0,53	0,0054	2137
0,1250	0,50	0,0038	2077
0,0625	0,48	0,0040	2053
0,0313	0,49	0,0042	2066

gewählt. Es ist zu erkennen, dass die Spannungsmehrachsigkeit mit abnehmender Elementgröße zunimmt. Für eine Elementgröße von  $e_{R/L} < 0,025$  mm und  $e_W < 0,025$  mm liegt der Diskretisierungsfehler für  $\eta$  bei 6%, für  $\varepsilon_p$  bei 2%, für  $\sigma_{mises}$  bei 3% und für  $\sigma_{p,max}$  bei 7%. Bei allen Betrachtungen an der Zahnflanke ist zu berücksichtigen, dass die erforderliche Elementgröße im Kontaktbereich Zahnflanke - Fragment stark von der Fragmentform bzw. deren Scharfkantigkeit abhängt und damit für jede Form eine individuelle Betrachtung des Diskretisierungsfehlers notwendig ist.

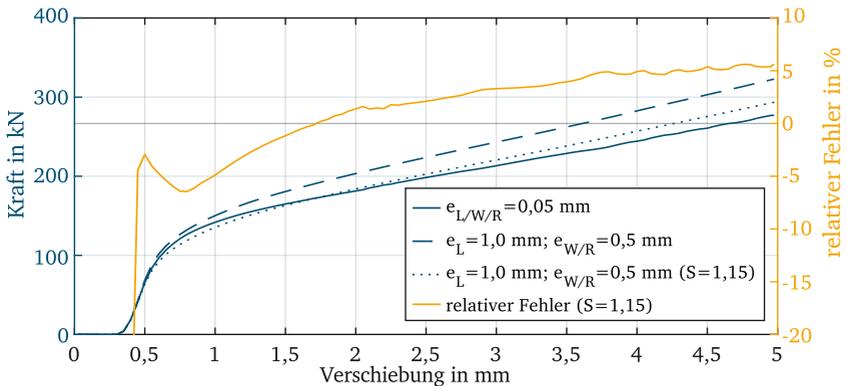
**Tabelle 4.3:** Auswertung des Beanspruchungszustandes in Abhängigkeit von der Kantenlänge  $e_{R/L/W}$ .

$e_{R/L}$ in mm	$e_W$ in mm	$\eta$	$\varepsilon_p$	$\sigma_{mises}$ in MPa	$\sigma_{p,max}$ in MPa
0,05	0,05	0,10	0,30	1887	1330
0,05	0,025	0,15	0,30	1926	1497
0,05	0,0125	0,18	0,30	1964	1606
0,025	0,05	0,26	0,41	1782	1616
0,025	0,025	0,34	0,42	1884	1880
0,025	0,0125	0,36	0,43	1934	2012

Bei der Durchführung von numerischen Simulationen des Überrollversuchs am skalierten Getriebe treten ab einer Elementgröße von  $e_{W/L} > 0,2$  mm an der Zahnflanke für das Fragment C3 Kontaktprobleme auf. Der Grund dafür ist die starke Elementverzerrung an der Kontaktstelle mit dem Fragment bei fehlender adaptiver Wiedervernetzung, die zusammen mit den höheren Versuchsgeschwindigkeiten zu Problemen führt. Da in dem vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch unter Eindruck des Fragmentes C3 ausschließlich Anrisse an der Zahnflanke entstehen und diese nicht zu hochenergetischen Trümmerteilen führen, wird für die numerische Simulation des Überrollvorgangs am skalierten Getriebe die Vernetzung so gewählt, dass keine lokalen Kontaktverluste auftreten. Demzufolge wird auf eine Analyse des Beanspruchungszustandes an der Flanke bei der Simulation der Überrollversuche am skalierten Getriebe verzichtet.

Neben dem Planetenrad ist auch der Diskretisierungsfehler des Hohlrades zu berücksichtigen. Dabei ist die Dicke der Randschicht mit 0,4 mm bzw. 0,9 mm, abhängig von dem verwendeten Material, deutlich geringer als beim Planetenrad. Dieser Effekt hat zusammen mit der Anzahl der Schichten in der Randschicht sowie der Notwendigkeit, den Spannungsgradienten abzubilden, eine Elementgröße von lediglich  $e_L = 0,03$  mm bzw.  $e_L = 0,07$  mm zur Folge. Beim Überrollen des Fragmentes in den Simulationen entstehen aufgrund der geringen Elementgröße und der hohen Kontaktkräfte lokale Kontaktverluste einzelner Elemente. Diese treten bei einer Elementgröße von  $e_L = 1,0$  mm nicht weiter auf. Da im Rahmen dieser Arbeit der Fokus auf dem Versagen des Planetenrades liegt und ein Anriss im Hohlrad nicht als katastrophaler Schaden eingestuft wird, wird für das Hohlrad nachfolgend die Randschicht im numerischen Modell vernachlässigt und ausschließlich das homogenisierte Modell verwendet.

Aufgrund der hohen plastischen Verformung an der Kontaktstelle des Fragmentes mit dem Zahnkopf des Hohlrades ist die Kraft-Weg-Kennlinie jedoch von der Elementgröße abhängig. Da die radiale Aufweitung und die lokale plastische Verformung des Hohlrades die Krafteinwirkung auf den Zahnfuß des Planetenrades beeinflussen, wird die Streckgrenze des Hohlrades mit der Elementgröße  $e_L = 1,0$  mm und  $e_{W/R} = 0,5$  mm entsprechend mit einem Skalierungsfaktor  $S$  beaufschlagt, um bei gleicher äußerer Krafteinwirkung die gleiche lokale plastische Verformung des Hohlradzahnes zu erhalten. In Abbildung 4.3 ist die Kraft-Weg-Kennlinie des Modells für die genannten Elementgrößen und den zusätzlichen Skalierungsfaktor ( $S = 1, 15$ ) dargestellt. Zusätzlich ist der relative Fehler über die Verschiebung des Fragmentes dargestellt. Für eine Verschiebung von 1,7 mm ist der relative Fehler Null.



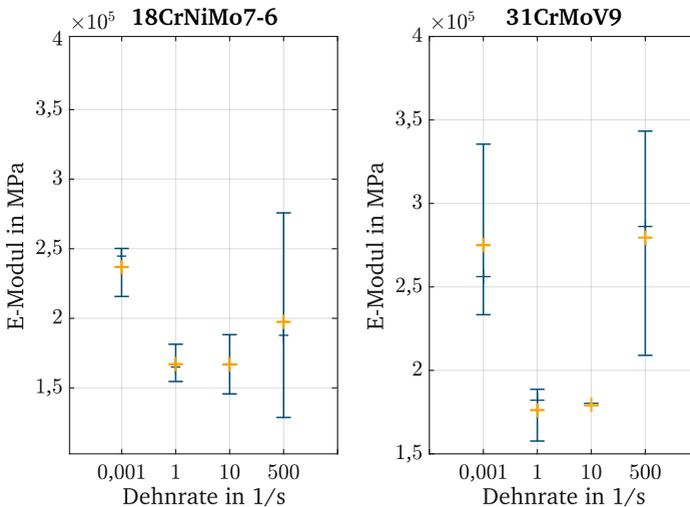
**Abbildung 4.3:** Darstellung der Kraft-Weg-Kennlinie und des relativen Fehlers in Abhängigkeit von der Elementgröße und dem Skalierungsfaktor  $S$ .

## 4.2 Materialmodell

Im Folgenden wird die Parameteridentifikation für den Kern und die Randschicht der verwendeten Zahnräder erläutert. Hierzu gilt es den Elastizitätsmodul, die Streckgrenze und die Dehnratenabhängigkeit basierend auf Zugversuchen zu bestimmen. Das Materialverhalten im Verfestigungsbereich sowie die Dehnratenabhängigkeit in Druckrichtung wird basierend auf den Druckversuchen bestimmt.

### 4.2.1 Parameteridentifikation - Elastizitätsmodul

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Elastizitätsmodul aus den experimentellen Ergebnissen der Zugversuche identifiziert. Die ermittelten Werte für die im dynamischen Überrollversuch verwendeten Materialien werden in Abbildung 4.4 dargestellt. Für alle quasistatischen Versuche wird der jeweilige gemittelte E-Modul bei der entsprechenden Drehzahl verwendet, während für die Überrollversuche am skalierten Getriebe der über alle Dehnraten gemittelte E-Modul verwendet wird. Dieser beträgt für den Werkstoff 18CrNiMo7-6  $E = 1,92 \cdot 10^5$  MPa und für den Werkstoff 31CrMoV9  $E = 2,28 \cdot 10^5$  MPa. Für die in den quasistatischen Überrollversuchen verwendeten Zahnradmaterialien wird der Elastizitätsmodul  $E = 2,10 \cdot 10^5$  MPa für legierten Stahl verwendet [64].



**Abbildung 4.4:** Darstellung der ermittelten Werte für den E-Modul der Werkstoffe 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9 in Abhängigkeit von der Dehnrates.

## 4.2.2 Parameteridentifikation - Kernmaterial

Die nichtlinearen Materialeigenschaften des Kerns werden mit Hilfe des J-C Materialmodells (2.2) bestimmt. Die Dehnungsrate und der Temperaturterm werden für die durchgeführten quasistatischen Experimente vernachlässigt. Für die im dynamischen Versuch verwendeten Materialien wird der Materialparameter  $C$  zur Berücksichtigung der Dehnrate in Kapitel 4.2.3 identifiziert. Im ersten Schritt erfolgt die Identifikation der Parameter  $A_K$ ,  $B$  und  $n$ . Nach Anwenden der Logarithmischen Gesetze ergibt sich aus (2.2):

$$\ln(\sigma_F - A_K) = \ln(B) + n \cdot \ln(\dot{\epsilon}_p) \quad (4.1)$$

Durch eine lineare Approximation der Gleichung (4.1) werden die Parameter  $B$  und  $n$  bestimmt. Der Parameter  $A_K$  wird durch die 0,2%-Dehngrenze des Kernmaterials bestimmt. Die auf der Grundlage des Druckversuchs berechneten Materialparameter sind in Tabelle 4.4 in Abhängigkeit von dem Material, der Dehnrate und der Stelle der Probenentnahme aufgeführt.

**Tabelle 4.4:** J-C Materialparameter der Werkstoffe 30CrNiMo8, 18CrNiMo7-6, 34CrAlNi7-10 und 31CrMoV9.

Material	$A_K$ in MPa	$B$ in MPa	$n$	Dehnrate in $\frac{1}{s}$	Probe
30CrNiMo8	322	912	0,3179	0,00025	ungehärteter Strang
18CrNiMo7-6	1233	461	0,3459	0,002	Planet - Kern
18CrNiMo7-6	1266	470	0,3651	1,4	Planet - Kern
18CrNiMo7-6	1308	499	0,3815	20	Planet - Kern
34CrAlNi7-10	729	565	0,3800	0,00025	ungehärteter Strang
31CrMoV9	763	638	0,4493	0,002	Hohlrad - Kern
31CrMoV9	785	518	0,3505	1,4	Hohlrad - Kern
31CrMoV9	866	469	0,3737	20	Hohlrad - Kern

Der Vergleich zeigt, dass der Verfestigungsbereich für den Werkstoff 30CrNiMo8 höher ist als bei dem Werkstoff 18CrNiMo7-6. Der relative Fehler steigt dabei mit zunehmender plastischer Dehnung, wobei bei gleicher Streckgrenze bei  $\epsilon_p = 0,5$  der Fehler  $< 35\%$  beträgt. Da die Probenentnahme jedoch einmal aus dem ungehärteten Strang und einmal direkt aus dem Kernmaterial erfolgte, ist ein Einfluss der Wärmebehandlung auf diesen Effekt nicht auszuschließen. Der Einfluss der Wärmebehandlung auf das Kernmaterial wird dagegen durch den Abgleich der Streckgrenze  $A_K$  deutlich. So ist dieser Parameter für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 um einen Faktor 3,8 größer. Dagegen weichen die Streckgrenzen der beiden Hohlradmaterialien um lediglich 4% voneinander ab. Grund hierfür ist die spezielle Lagerung der Zahnräder während der Wärmebehandlung im Ofen. Die hierfür verwendeten Schutzkörper werden im Anhang A.5 dargestellt. Die genannten Effekte sind als Einflussgröße auf die späteren Ergebnisse zu berücksichtigen. Der Verfestigungsbereich der betrachteten Hohlradmaterialien ist dagegen trotz Materialwechsel ähnlich. Der relative Fehler steigt mit zunehmender plastischer Dehnung, wobei bei gleicher Streckgrenze für  $\epsilon_p = 0,5$  der Fehler  $< 3\%$  beträgt.

Der auf der Grundlage des Zugversuches berechnete Parameter  $A_K$  ist in Tabelle 4.5 abhängig von der Dehnrate aufgeführt. Der relative Fehler zwischen dem basierend auf dem quasistatischen Druck- bzw. Zugversuch ermittelten Parameter  $A_K$  für den Werkstoff 31CrMoV9 ist  $< 1\%$ . Dagegen liegt für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 einen Faktor 3 zwischen den basierend auf den Zug- bzw. Druckversuch ermittelten Werten. Auch hier wird als Grund der Einfluss der Wärmebehandlung identifiziert. Demzufolge wird im numerischen Modell der basierend auf den Druckversuchen ermittelte Parameter  $A_K$  verwendet.

Die Unsicherheit, die sich aus der Durchführung der Versuche an den ungehärteten Proben anstelle des Kernmaterials selbst ergibt, wird durch einen Vergleich der beiden ermittelten Materialmodelle im Kapitel 4.3.5 untersucht.

**Tabelle 4.5:** J-C Materialparameter  $A_K$  der Werkstoffe 30CrNiMo8, 34CrAlNi7-10, 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9.

Material	$A_K$ in MPa	Dehnrate
18CrNiMo7-6	430	$0,001 \frac{1}{s}$
18CrNiMo7-6	417	$1 \frac{1}{s}$
18CrNiMo7-6	431	$10 \frac{1}{s}$
18CrNiMo7-6	580	$500 \frac{1}{s}$
31CrMoV9	761	$0,001 \frac{1}{s}$
31CrMoV9	812	$1 \frac{1}{s}$
31CrMoV9	826	$10 \frac{1}{s}$
31CrMoV9	960	$500 \frac{1}{s}$

### 4.2.3 Parameteridentifikation - Dehnratenkoeffizient

Die Abschätzung der Dehnratenabhängigkeit erfolgt ebenfalls durch eine lineare Approximation der Gleichung (2.2). Unter Berücksichtigung des dehnratenabhängigen Terms lässt sich die folgende Gleichung aufstellen:

$$\frac{\sigma_F}{A_K + B\varepsilon_p^n} = 1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \quad (4.2)$$

Der Parameter  $C$  wird sowohl basierend auf den Zug- als auch basierend auf den Druckversuchen ermittelt, siehe Tabelle 4.6. Dabei beträgt die Referenzdehnratenrate  $10 \frac{1}{s}$  bei den Zugversuchen und  $20 \frac{1}{s}$  bei den Druckversuchen. Dies entspricht der über den Versuchslauf wirkenden mittleren Dehnratenrate. Da an den Zahnrädern sowohl Zug- als auch Druckbelastungen wirken, wird folglich der Mittelwert weiter verwendet. Dieser beträgt  $C = 0,0069$  für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 und  $C = 0,0120$  für den Werkstoff 31CrMoV9.

**Tabelle 4.6:** J-C Materialparameter  $C$  der Werkstoffe 30CrNiMo8, 34CrAlNi7-10, 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9.

Material	$C$	Experiment
18CrNiMo7-6	0,0063	Zugversuch
18CrNiMo7-6	0,0075	Druckversuch
31CrMoV9	0,0155	Zugversuch
31CrMoV9	0,0084	Druckversuch

### 4.2.4 Parameteridentifikation - Randschicht

Die Materialparameter der Randschicht werden durch Umwerten der ermittelten Härte in der Randschicht des Zahnrades-Materials nach (2.3) bestimmt. Wie in den Grundlagen zur Umwertung in Kapitel 2.2.2 erläutert, gibt es verschiedene Ansätze für den Constraint-Faktor  $C_F$  und die repräsentative plastische Dehnung  $\varepsilon_r$ . Im Rahmen der Untersuchung erfolgt ein Vergleich der mittels Umwertung berechneten Streckgrenze des Kernmaterials mit der aus den Druckversuchen ermittelten Streckgrenze. Durch Einsetzen der Gleichung (2.3) in (2.2) ergibt sich unter Vernachlässigung der Temperatur- und Dehnratenabhängigkeit:

$$A_K = \frac{H}{C_F} - B\varepsilon_r^n \quad (4.3)$$

Nachfolgend werden die Parameter von Tabor [88] und Mata [70] als Referenz herangezogen, um die für den verwendeten Werkstoff am besten geeignete Parametrisierung

zu bestimmen. Für die Berechnung werden die Parameter  $B$  und  $n$  in der Randschicht als konstant angenommen. Ein solcher Vergleich ist für die außenverzahnten Zahnräder des Werkstoffes 30CrNiMo8 nicht möglich, da lediglich Druckversuche aus dem ungehärteten Strang, nicht jedoch vom Kernmaterial selbst vorliegen. Für die anderen drei Werkstoffe ist ein Vergleich möglich. Bei Anwendung der Parameter nach Mata [70] ist der relative Fehler zwischen der umgerechneten Vickershärte und der gemessenen Streckgrenze des Druckversuchs für die Werkstoffe 34CrAlNi7-10, 31CrMoV9 sowie 18CrNiMo7-6  $< 1\%$ . Basierend auf den Parametern von Tabor [88] wird die Streckgrenze um 21 % unterschätzt. Da für den Werkstoff 30CrNiMo8 die Kernhärte über die Vickers-Versuche nicht erreicht wurde, konnte hier kein Fehler berechnet werden. Nachfolgend wird auch für diesen Werkstoff die Umwertung nach Mata verwendet. Da für den Werkstoff 30CrNiMo8 bei der Härteverlaufsmessung die Kernhärte nicht erreicht wurde, wird für diese der kleinste gemessene Wert bei einer Eindringtiefe von 2 mm verwendet. Die ermittelten Fließspannungen sind in Tabelle 4.7 aufgeführt.

**Tabelle 4.7:** J-C Parameter  $A_K$  sowie  $A_{1-4}$  der Werkstoffe 30CrNiMo8, 34CrAlNi7-10, 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9.

Material	$A_K$ in MPa	$A_1$ in MPa	$A_2$ in MPa	$A_3$ in MPa	$A_4$ in MPa
30CrNiMo8	1029	1160	1385	1600	1803
34CrAlNi7-10	741	960	1396	2087	3126
18CrNiMo7-6	1233	1285	1391	1613	1701
31CrMoV9	761	847	1126	1776	2125

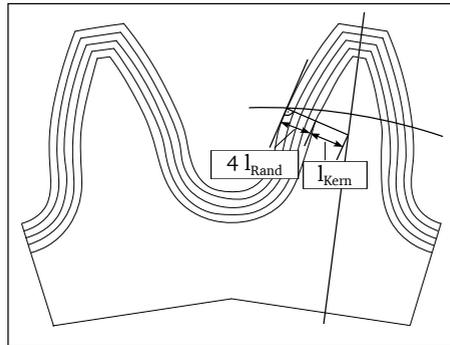
#### 4.2.5 Parameteridentifikation - homogenisiertes Material

Um die homogenisierten Materialeigenschaften auf Basis des Randschicht-Modells zu identifizieren, wird ein gewichteter Mittelwert auf Basis der Zahngeometrie verwendet. Zu diesem Zweck werden die entsprechenden Längen auf der Höhe des Teilkreisdurchmessers senkrecht zur Tangente der Zahnflanke bestimmt, siehe Abbildung 4.5. Die homogenisierte Streckgrenze  $A_H$  ist somit durch

$$A_H = \frac{\sum_{j=1}^4 l_{\text{Rand}} A_j + l_{\text{Kern}} A_K}{4 l_{\text{Rand}} + l_{\text{Kern}}} \quad (4.4)$$

gegeben, wobei  $A_j$  die Streckgrenze in der entsprechenden Deckschicht  $j$ ,  $A_K$  die Streckgrenze des Kerns,  $l_{\text{Kern}}$  die charakteristische Länge des Kerns bzw.  $l_{\text{Rand}}$  die charakteristische Länge einer Schicht in der Oberfläche ist. Die berechneten Streckgrenzen der verwendeten Zahnräder werden in Tabelle 4.8 dargestellt. Auf Grundlage dieses Ansatzes wird ein vergleichbarer Kraft-Weg-Verlauf bei Eindruck des Fragmentes in die Planetenlücke erzielt.

Der Vergleich wurde in der Veröffentlichung [46] diskutiert und wird im Anhang A.6 dargestellt.



**Abbildung 4.5:** Homogenisierungsstrategie für die Zahnräder basierend auf der Streckgrenze.

**Tabelle 4.8:** J-C Parameter  $A_H$  der Materialien 30CrNiMo8, 34CrAlNi7-10, 18CrNiMo7-6 und 31CrMoV9.

Material	$A_H$ in MPa
30CrNiMo8	1247
34CrAlNi7-10	888
18CrNiMo7-6	1359
31CrMoV9	897

Das Steifigkeitsverhältnis zwischen Planetenrad und Planetenträger zum Hohlrad liegt bei einem Faktor von 8. Aufgrund der wesentlich geringeren Steifigkeit des Hohlrades ist nicht nur eine Verformung des Zahnes selbst, sondern auch eine radiale Verschiebung des Zahnkranzes zu berücksichtigen. Demzufolge werden nachfolgend die Materialparameter des Zahnkranzes identifiziert. Simulationen mit einer Einheitsverschiebung zur Bestimmung der Steifigkeit des Zahnkranzes haben gezeigt, dass aufgrund der dünnen Randschicht des Hohlrades nur der berührende Zahn von dem Härteverlauf an der Oberfläche beeinflusst wird. Im Vergleich beträgt der relative Fehler zwischen dem Randschichtmodell und dem homogenisierten Modell, welches das Kernmaterial als Streckgrenze  $A_H$  berücksichtigt,  $< 1\%$ . Die Materialeigenschaften des Zahnkranzes selbst entsprechen demzufolge denen des Kernmaterials.

### 4.3 Spannungszustandsabhängiges Versagensmodell

Ziel der Untersuchung ist es, abzuschätzen, welche Sekundärschäden am Planetengetriebe, insbesondere am Planetenrad, durch das Einspeisen eines Fragmentes auftreten. Dabei spielt die aus der Luftfahrt bekannte Unterscheidung zwischen gutartigen und katastrophalen Schäden eine übergeordnete Rolle. Das Herausbrechen von Teilen eines Zahnes bis hin zu ganzen Zähnen wird als gutartiger Schaden angesehen, während ein Riss im Zahnkranz als katastrophaler Schaden definiert wird. Um die Art des durch ein Fragment verursachten Schadens abzuschätzen, ist es erforderlich, eine Versagensgrenze zu definieren, um die initiale Anrissposition zu bestimmen. Diese stellt eine entscheidende Größe für die Richtung des Rissfortschrittes dar [60]. Im Rahmen des Projektes wurden experimentelle Ergebnisse für eine Einspeisung des Fragmentes zwischen Planetenrad und Hohlräder generiert, weshalb diese Einspeiseposition auch in der folgenden Analyse betrachtet wird. In einem normalen Betrieb des Getriebes wird die maximale Biegespannung an der Oberfläche der Zahnfußrundung erreicht [37, 51]. Die in der Norm ISO 6336-3 berechnete maximale Zahnfußtragfähigkeit entspricht dabei der maximale Hauptspannung [43]. Neben dem klassischen Zahnfußriss tritt bei dem vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch auch ein Zahnflankenriss auf, so dass die maximale Hauptspannung nicht geeignet erscheint, alle möglichen Schädigungsmechanismen für den in der Arbeit betrachteten Belastungsfall zu erfassen. Da im Rahmen der quasistatischen Versuche am Getriebeprüfstand ausschließlich plastische Verformungen unter Einspeisung der betreffenden Fragmente festgestellt wurden, wird nachfolgend die Anwendbarkeit des Johnson-Cook Kriteriums (2.7) als Versagensgrenze überprüft. Bei quasistatischen Versuchen wird sowohl die Geschwindigkeits- als auch die Temperaturabhängigkeit vernachlässigt. Dementsprechend sind die drei Parameter  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  der Gleichung (2.7) zu bestimmen. Für dynamische Betrachtungen gilt es zusätzlich den Parameter  $D_4$  zu berücksichtigen. Das Vorgehen zur Ermittlung der Versagensgrenze für ebene Dehnungszustände wurde bereits innerhalb einer Veröffentlichung [46] publiziert, wird hier aber nochmals in Kapitel 4.3.3 erläutert. Seit der Veröffentlichung wurden die Simulationsmodelle weiter optimiert. Dazu gehören insbesondere die Betrachtung des Fragmentes mittels Volumenelementen sowie die Berücksichtigung der Fase am Fragment. In Bezug auf den Einfluss der Wärmebehandlung auf die Versagensgrenze stellt Ghazali [28] einen axialen Versatz zwischen den Versagensgrenzen von ungehärteten und durchgehärteten Werkstoffen fest. In Anlehnung daran wird die These aufgestellt, dass die Versagensgrenze eines randschichtgehärteten Werkstoffes durch einen axialen Versatz der Versagensgrenze des ungehärteten Werkstoffes abgeschätzt werden kann. Die Größe der Verschiebung wird daher anhand der Ergebnisse des quasistatischen Pulsatortests ermittelt. Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt in der exakten experimentellen Bestimmung der Grenzbelastungen im kritischen Zahnfußbereich, in dem in Abhängigkeit von der lokalen Anrissposition eine Unterscheidung zwischen katastrophaler und gutartiger Schädigung erfolgt und in der Möglichkeit einer Abschätzung des Versagens im Flankenbereich. Diese lokale Anrissposition führt basierend auf den Erkenntnissen der Literatur ausschließlich zu einem Abriss

eines Zahnfragmentes und damit zu einer gutartigen Schädigungen [35, 48, 71, 100]. Die Ergebnisse der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche bestätigen diese These.

Bei dem vorgeschlagenen Vorgehen ist zu berücksichtigen, dass die ermittelte Versagensgrenze lediglich ebene Dehnungszustände abbildet. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung werden zudem weitere Fragmentformen analysiert, die das genannte Kriterium nicht erfüllen. Zur Ermittlung einer lastunabhängigen, dreiachsigen Versagensgrenze ist es erforderlich, die in der Literatur bekannte Vorgehensweise zur Ermittlung aller notwendigen Parameter zu berücksichtigen [5, 97]. Dies würde eine Reihe von Versuchen erfordern, die im Rahmen dieser Arbeit aus finanziellen Gründen nicht möglich sind. Daher wird anstelle des komplexen dreidimensionalen Ansatzes der vereinfachte Ansatz von Bao und Wierzbicki [5] zur Definition einer zweidimensionalen und vom Lode-Parameter unabhängigen Versagensgrenze verwendet. Die Vorgehensweise bei der Implementierung wird in Kapitel 4.3.4 beschrieben. In Abhängigkeit des gewählten Funktionstyps sind zwischen einem und sechs Materialtests erforderlich. In dieser Arbeit wird der Ansatz von Bao und Wierzbicki, der auf einer hyperbolisch-exponentiell-exponentiellen Ansatzfunktion (HEE) basiert [5], und der Ansatz von Lee und Wierzbicki, der auf einer hyperbolisch-quadratisch-hyperbolischen Ansatzfunktion (HQH1) basiert [56], verwendet. Wie bereits dargelegt, liegen für die Randschichten der verwendeten Zahnräder keine experimentellen Ergebnisse von Zug- und Scherversuchen vor. Daher werden sowohl die J-C-Versagensgrenze für ebene Dehnungszustände sowie die Ergebnisse des Pulsator-tests zur Identifikation der Versagensgrenze herangezogen. Zur weiteren Stützung des Ansatzes basierend auf experimentellen Daten erfolgt ein Vergleich mit den Ergebnissen der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche. Weiterhin wird die Anwendbarkeit einer vereinfachten homogenen Betrachtung des Planetenrades basierend auf den vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen in Kapitel 4.3.7 untersucht.

Da die finanziellen Mittel des Projektes begrenzt sind, wird eine experimentelle Ermittlung der kritischen Größen nur für den Werkstoff 30CrNiMo8 durchgeführt. Um dennoch eine Abschätzung der Versagensgrenze für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 zu ermöglichen, erfolgt neben einem numerischen Vergleich der ermittelten maximalen Hauptspannungen unter Berücksichtigung der Unsicherheiten (Kapitel 4.3.2) im ersten Schritt eine Berechnung der Zahnfußspannung auf Grundlage der in der ISO 6336/3 beschriebenen analytischen Rechenvorschrift [43] in Kapitel 4.3.1. Die nachfolgende Abbildung 4.6 zeigt eine schematische Darstellung des Vorgehens zur Ermittlung der Versagensgrenze unter Berücksichtigung der vorhandenen Unsicherheiten.

In Abbildung 4.7 wird die Bezeichnung der im Zahnfuß liegenden finiten Elemente eingeführt, welche nachfolgend zur Untersuchung der Verschiebungen und Spannungen in Abhängigkeit von der Spannungsmehrachsigkeit  $\eta$ , dem Lode-Parameter  $\xi$  sowie deren Fehlern herangezogen wird.

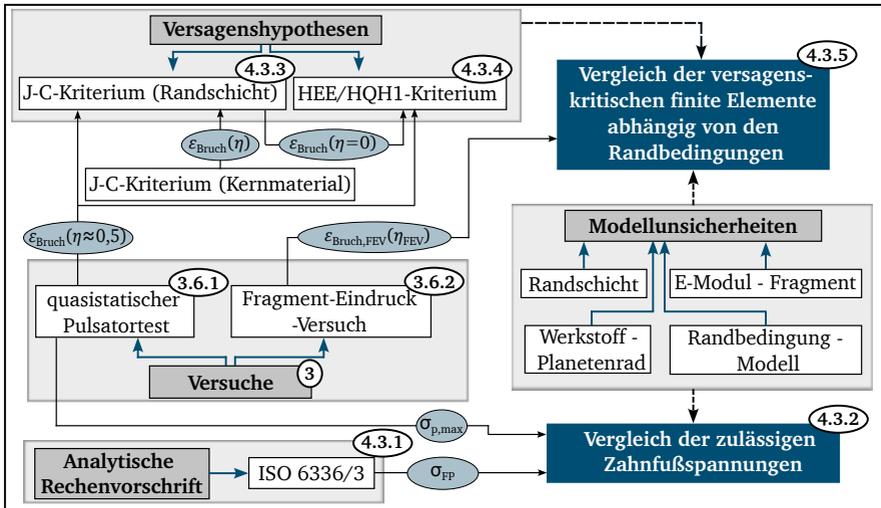


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der Ermittlung und Unsicherheitsbetrachtung der Versagensgrenze.

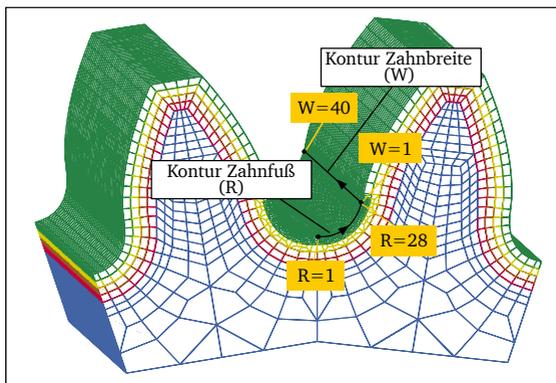


Abbildung 4.7: Bezeichnung der finiten Elemente im Zahnfuß.

### 4.3.1 Normbasierte Ermittlung der zulässigen Zahnfußspannung

Neben der Möglichkeit, die maximale Zahnfußspannung aus experimentellen Ergebnissen zu ermitteln, besteht ebenso die Möglichkeit die zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  basierend auf dem analytischen Berechnungsverfahren der ISO 6336/3 [43] zu bestimmen. Im Rahmen der Arbeit wird die zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  nach der Methode B untersucht. Die Berechnung erfolgt anhand der Gleichung (4.5).

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FE} Y_{NT}}{S_{F,min}} Y_{\delta,rel,T} Y_{R,rel,T} Y_X \quad (4.5)$$

Dabei entspricht  $\sigma_{FE}$  der zulässigen Dauerfestigkeit der ungekerbten Probe,  $Y_{NT}$  dem Lebensdauerfaktor,  $S_{F,min}$  dem Sicherheitsfaktor,  $Y_{\delta,rel,T}$  der relativen Stützziffer,  $Y_{R,rel,T}$  dem relativen Oberflächenfaktor und  $Y_X$  dem Dimensionsfaktor. Die nachfolgende Abschätzung der einzelnen Parameter erfolgt basierend auf Empfehlungen der ISO6336/3[43]. Der Lebensdauerfaktor  $Y_{NT}$  berücksichtigt die bei begrenzter Lastzyklenzahl höher tolerierte Zahnfußspannung gegenüber der zulässigen Zahnfußspannung bei  $3 \cdot 10^6$  Lastwechseln. Im Rahmen der Arbeit wird ausschließlich ein Versagen ohne Vorbelastung bei Überlast untersucht. Für einsatzgehärteten Stahl wird bei einer Lastspielzahl von  $N_L \leq 10^3$  von einem Wert von  $Y_{NT} = 2,5$  ausgegangen. Da im Rahmen der Untersuchung die maximal mögliche Zahnfußspannung bestimmt werden soll, wird nachfolgend der Sicherheitsfaktor  $S_{F,min} = 1$  gewählt. Das Ausmaß, in dem die berechnete Zahnfußspannung die entsprechende Werkstofffestigkeitsgrenze überschreitet, wird durch die relative Stützziffer  $Y_{\delta,rel,T}$  angegeben. Sie wird durch die Kerbempfindlichkeit des Werkstoffs abhängig vom Werkstoff selbst und dem Spannungsgradienten charakterisiert. Dieser Faktor liegt im Rahmen der Untersuchung bei  $Y_{\delta,rel,T} = 1$ . Der relative Oberflächenfaktor  $Y_{R,rel,T}$  berücksichtigt die relevanten Oberflächenrauigkeiten der Zahnfußverrundungen und wird zu  $Y_{R,rel,T} = 1$  bestimmt. Der Dimensions-Faktor  $Y_X$  wird für Zahnräder mit einem Modul  $m_n \leq 5$  auf  $Y_X = 1$  gesetzt. Die zulässige Dauerfestigkeit  $\sigma_{FE}$  wird aus der Oberflächenhärte des Zahnrades und den in der ISO6336/5 [45] angegebenen Tabellen ermittelt. Hierbei wird deutlich, dass die zulässige Dauerfestigkeit für Oberflächenhärten im Bereich von 600 HV bis 800 HV für die einzelnen Werkstoffqualitäten konstant ist. Weiterhin gilt es zu erwähnen, dass die Oberflächenhärte des Werkstoffes 18CrNiMo7-6 mit einer Härte von 511 HV 30 unterhalb dieses Wertebereiches liegt. Nachfolgend wird dennoch von einer Anwendbarkeit der Tabellen ausgegangen. Basierend auf dem in der ISO6336/5 angegebenen Bereich für die Werkstoffqualität MQ ergibt sich für beide Werkstoffe eine zulässige Zahnfußspannung zwischen  $\sigma_{FP} = 2125$  MPa und  $\sigma_{FP} = 2500$  MPa. Diese Abschätzung lässt den Schluss zu, dass bei gleichen Gefügestrukturen auch das Versagensverhalten gleich ist. Da die im dynamischen Versuch verwendeten Materialien vorwärmebehandelt wurden, ist davon auszugehen, dass die maximal Grenzbelastung höher ist als für die im quasistatischen Versuch verwendeten Materialien. Aufgrund fehlender Experimente ist jedoch keine Aussage über den maximalen Beanspruchungszustand der im dynamischen Versuch verwendeten Materialien möglich. Daher wird nachfolgend der gleiche

Deformationszustand als Anrisspunkt gewählt.

### 4.3.2 Vergleich der maximalen Hauptspannung im Zahnfuß basierend auf der numerischen Simulation

Nachfolgend soll der Einfluss des Werkstoffwechsels von 30CrNiMo8 auf 18CrNiMo7-6 auf Basis der maximale Hauptspannung  $\sigma_{p,max}$  numerisch untersucht werden. Die sich aus dem quasistatischen Pulsatorrest ergebenden kritischen Eindrücktiefen  $d_{min}$ ,  $d_{mittel}$  und  $d_{max}$  werden für alle Modelle konstant gehalten und die maximale Hauptspannung verglichen. In Tabelle 4.9 sind die ermittelten Werte für die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 18CrNiMo7-6 dargestellt. Bei einer Gegenüberstellung des auf den Normen basierenden Grenzwertes mit den aus dem quasistatischen Pulsatorrest ermittelten Zahnfußspannungen, lässt sich festhalten, dass dieser Grenzwert an der unteren Grenze der ermittelten Werte aus der Norm liegt. Bei gleicher Eindrücktiefe beträgt der relative Fehler zwischen den beiden Werkstoffen ca. 6%, wobei die Spannungen beim Werkstoff 30CrNiMo8 insgesamt höher sind. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist sicherzustellen, dass Testkonfigurationen, die zu einem Anriss führen könnten, erkannt werden. Zu diesem Zweck ist stets der kritischste ermittelte Grenzwert weiter zu verwenden. Daher werden nachfolgend stets die in der Tabelle 4.9 angegebenen maximalen Hauptspannungen verwendet.

**Tabelle 4.9:** Ermittelte Werte der ersten Hauptspannung für die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 18CrNiMo7-6 durch Mittelung über die Zahnbreite und Berechnung des Maximalwertes (Referenzwert nach ISO 6336/3 [43]:  $\sigma_{FP} = 2125$  MPa und  $\sigma_{FP} = 2500$  MPa).

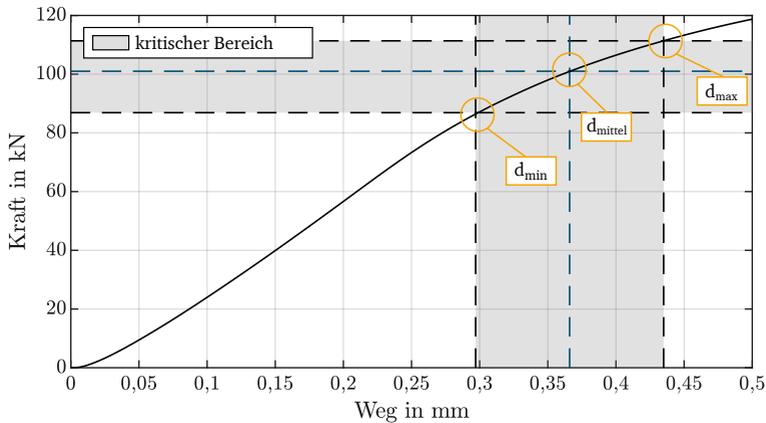
Eindrücktiefe	30CrNiMo8		18CrNiMo7-6	
	Mittelwert in MPa	Maximum in MPa	Mittelwert in MPa	Maximum in MPa
$d_{min}$	1839	1843	1850	1855
$d_{mittel}$	2158	2170	2015	2064
$d_{max}$	2245	2255	2057	2157

### 4.3.3 Ermittlung der J-C-Versagensgrenze

Um die J-C-Versagensgrenze unter Berücksichtigung der Wärmebehandlung zu bestimmen, wird die Bruchdehnung  $\epsilon_{Bruch}$  sowie die zugehörige Spannungsmehrrachsigkeit  $\eta$  an der Oberfläche der Zahnfußrundung ermittelt. Da diese Parameter nicht direkt aus dem quasistatischen Pulsatorrest ableitbar sind, werden in einem ersten Schritt die ermittelten Kraft-Weg-Kurven herangezogen und anschließend die Bruchdehnung sowie die Spannungsmehrrachsigkeit aus der numerischen Simulation bestimmt. Der zurückgelegte Weg

wird in diesem Zusammenhang auf Basis der Bewegung der Backe definiert. Bei einem Weg von 0 mm liegt die Backe somit ohne jegliche Krafteinwirkung an der Zahnflanke des Planetenrades an. Im Folgenden wird für die Versuche am quasistatischen Pulsatorrest ein ebener Dehnungszustand am Zahnfuß angenommen [102].

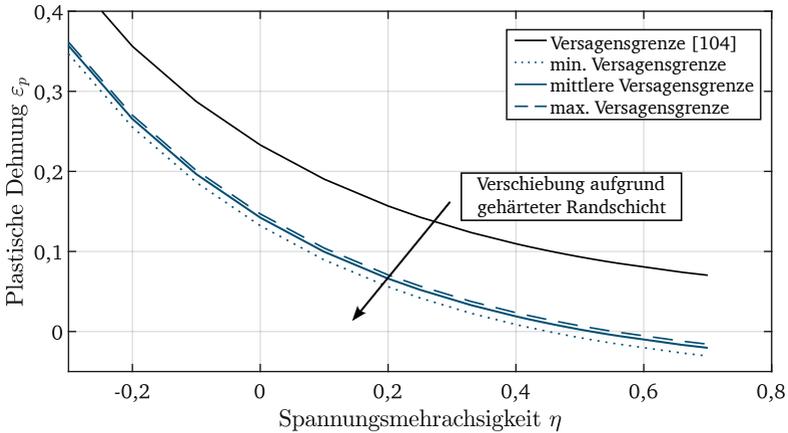
Um den Einfluss der Kerbwirkung an der Außenkante zu reduzieren, wird die Bruchdehnung aus dem Dehnungszustand der Mitte des Zahnrades, über einen Bereich von  $W = 7$  bis  $W = 33$ , berechnet. Die Abbildung 4.8 zeigt die Kraft-Weg-Kennlinie, die aus der numerischen Simulation des quasistatischen Pulsatorversuchs hervorgeht. Der kritische Bereich ist durch die Kräfte, bei denen das Zahnrad im Versuch versagt, sowie dem entsprechenden zurückgelegten Weg markiert. Unter Berücksichtigung der Streuung trat der früheste Riss im Experiment nach einem zurückgelegten Weg von  $d_{\min} = 0,30$  mm und der späteste Riss bei  $d_{\max} = 0,44$  mm auf. Der Mittelwert beträgt somit  $d_{\text{mittel}} = 0,37$  mm.



**Abbildung 4.8:** Darstellung der Kraft-Weg-Kennlinie der numerischen Simulation.

Für die weiteren Untersuchungen wird anstelle des Mittelwertes der kritische Bereich betrachtet. In der numerischen Simulation treten bei der Verschiebung  $d_{\min}$  keine plastischen Dehnungen auf. Die erste plastische Dehnung tritt bei einer Kraft von 90 kN und einer Verschiebung von  $d_{\min, \text{FEM}} = 0,32$  mm auf. Die minimale Bruchdehnung wird auf der Grundlage dieser Eindringtiefe bestimmt. So beträgt die minimale Bruchdehnung  $\varepsilon_{\text{Bruch}, \min} = 7 \cdot 10^{-8}$  bei einer Spannungsmehrachsichtigkeit von  $\eta = 0,48$ . Bei einer Kraft von  $F_{\text{mittel}} = 101$  kN liegt die mittlere Bruchdehnung bei  $\varepsilon_{\text{Bruch}, \text{mittel}} = 8 \cdot 10^{-4}$  und die Spannungsmehrachsichtigkeit bei  $\eta = 0,49$ . Für die maximal zum Bruch erforderliche Kraft beträgt der Wert der maximalen Bruchdehnung  $\varepsilon_{\text{Bruch}, \max} = 3 \cdot 10^{-3}$  bei einer Spannungsmehrachsichtigkeit von  $\eta = 0,52$ . Durch Verschieben der von Zhou [104] bekannten Kurve wird somit

der Bruchort für das oberflächengehärtete Material abgeschätzt (Abbildung 4.9).



**Abbildung 4.9:** Ermittelte Verschiebung der bekannten Versagensgrenze für den ebenen Dehnungszustand.

Basierend auf den experimentellen Ergebnissen der dehnratenabhängigen Zugversuche (Tabelle 3.5 und 3.6) wird nachfolgend der Parameter  $D_4$  des J-C-Schadensmodells ermittelt. Durch Umstellen der Gleichung 2.7 ergibt sich:

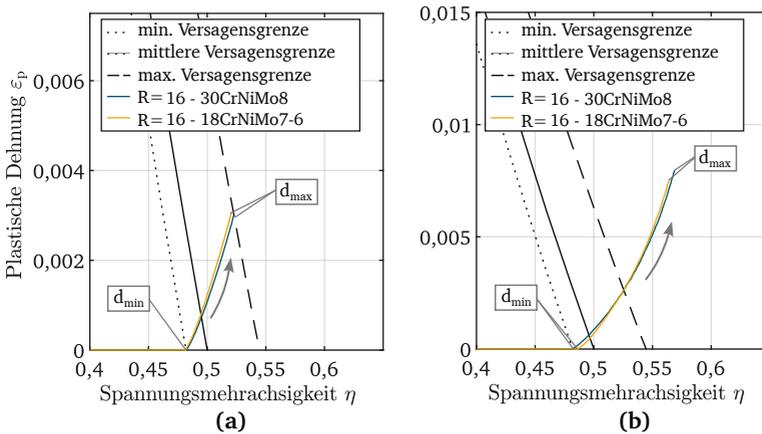
$$\frac{\epsilon_{\text{Bruch}}}{(D_1 + D_2 \exp(D_3 \eta))} = (1 + D_4 \ln(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})) \quad (4.6)$$

Die Referenzdehnrate beträgt in diesem Fall  $\dot{\epsilon}_0 = 0,001 \frac{1}{s}$ . Die ermittelten Materialparameter des J-C Schadensmodells werden durch eine lineare Approximation ermittelt und in Tabelle 4.10 dargestellt.

**Tabelle 4.10:** Ermittelte Materialparameter des J-C-Schadensmodells.

Materialparameter	Werte
$D_{1,\text{min} mittel \text{max}}$	-0,0763   -0,0736   -0,0673
$D_2$	0,2
$D_3$	-2
$D_4$	0,0273

In der industriellen Anwendung werden häufig, insbesondere aus Gründen der Rechenzeiterparnis, die Randschichten der Zahnräder vernachlässigt. Ein homogenes Materialgesetz hätte den zusätzlichen Vorteil, eine von der Randschichtdicke unabhängige Vernetzung zu ermöglichen. In Abbildung 4.10 werden die Ergebnisse des Randschicht-Modells mit denen des homogenisierten Modells, basierend auf dem quasistatischen Pulsatorrest, verglichen, um zu überprüfen, wie sich die Homogenisierung auf den Beanspruchungszustand und damit auf die ermittelte Versagensgrenze auswirkt. Hierfür wird der Beanspruchungszustand der maximal belasteten Elementreihe  $R = 16$  über den Verschiebungsweg der Backe  $d_{\min}$  bis  $d_{\max}$  dargestellt.



**Abbildung 4.10:** Vergleich der Spannungszustände der Werkstoffe 30CrNiMo8 und 18CrNiMo7-6 für das Randschicht-Modell (a) sowie für das homogenisierte Modell (b) bei ansteigender Verschiebung der Backe.

Es wird deutlich, dass der Verlauf der plastischen Dehnung zu Spannungsmehrachsigkeiten mit zunehmender Verschiebung der Backe vergleichbar ist, wobei sich die Steigerungsrate im Randschicht-Modell zu der im homogenisierten Modell unterscheidet. Der Grund hierfür ist die Abweichung der Streckgrenze an der Zahnoberfläche. Aufgrund der niedrigeren Streckgrenze im homogenisierten Modell ist die Bruchdehnung im Vergleich zum Randschicht-Modell bei gleicher Zahnaufweitung größer. Im Kapitel 4.3.7 wird untersucht, ob ein Verschieben der Versagensgrenze entlang des Spannungsmehrachsigkeits-Dehnungspfad derjenigen finiten Elemente möglich ist, die den größten Belastungen ausgesetzt sind.

### 4.3.4 Ermittlung der HEE/HQH1-Versagensgrenze

Um eine vom Lode-Parameter unabhängige Versagensgrenze zu definieren, wird der vereinfachte Ansatz von Bao und Wierzbicki [5] und der Ansatz von Lee und Wierzbicki [56] verwendet. Die Definition der Versagensgrenze unterteilt sich in Abhängigkeit von  $\eta$  in die Bereiche  $\eta < 0$ ,  $0 \leq \eta < \eta_0$  und  $\eta_0 \leq \eta$ . Demzufolge basiert der Ansatz von Bao und Wierzbicki auf einer hyperbolischen-exponentiellen-exponentiellen Ansatzfunktion (HEE) und der Ansatz von Lee und Wierzbickis auf einer hyperbolisch-quadratisch-hyperbolischen Ansatzfunktion (HQH1). Die zugehörigen Gleichungen (2.10) und (2.11) wurden bereits im Kapitel 2 eingeführt. Asadi et al. [3] beschreibt die Vorgehensweise zur Identifikation der Parameter anhand von Zug-, Druck- und Scherversuchen. Dabei werden für die HEE-Ansatzfunktion sechs Tests verwendet und für die HQH1-Ansatzfunktion lediglich ein Test. Da diese Versuche für die verschiedenen Härtegrade der verwendeten Werkstoffe nicht verfügbar sind, werden im Folgenden die Ergebnisse der quasistatischen Pulsatortests verwendet. Aus dem Pulsatortest wird die Bruchdehnung für  $\eta \approx 0,5$  definiert. Da für  $\eta = 0$  die Bruchdehnung auf der planaren Versagensgrenze liegt, wird diese direkt aus der ermittelten J-C-Versagensgrenze entnommen. Aufgrund der fehlenden experimentellen Daten bezüglich der Bruchdehnungen von  $0 < \eta < 1/3$  wird die Bruchdehnung in diesem Bereich nur mittels Annahmen abgeschätzt. In der Literatur ist lediglich ein Verhältnis zwischen Zug- und Scherfestigkeiten bekannt, jedoch nicht für die zugehörigen Bruchdehnungen. Da jedoch die Bruchdehnung bei Zugbeanspruchung in der Regel höher ist als bei Schubbeanspruchung, wird für  $\eta = 1/3$  die gleiche Bruchdehnung wie für  $\eta = 0$  angenommen. Daraus ergibt sich ein horizontaler, linearer Verlauf der Bruchdehnung in diesem Bereich. Die durch die bekannten Parameter ermittelten Versagensgrenzen für das Randschicht-Modell werden in Abbildung 4.11 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Versagensgrenze bei  $\eta = 0,5$  durch die HQH1-Ansatzfunktion nicht abgebildet werden kann. Aus diesem Grund wird nachfolgend das Verfahren nach Bao und Wierzbicki [5] verwendet.

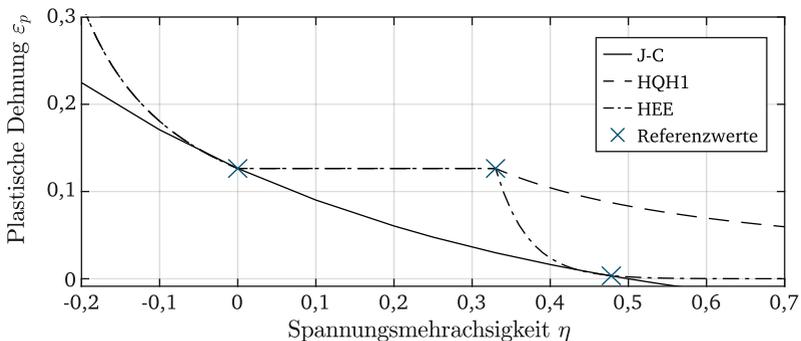
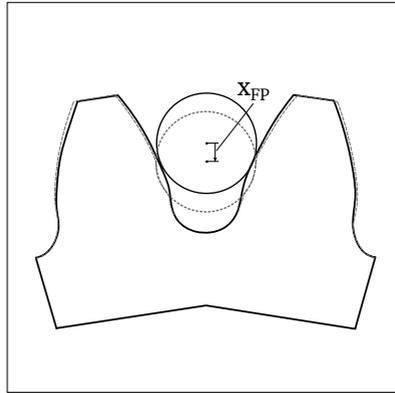


Abbildung 4.11: Darstellung der Versagensgrenze für den dreidimensionalen Lastfall.

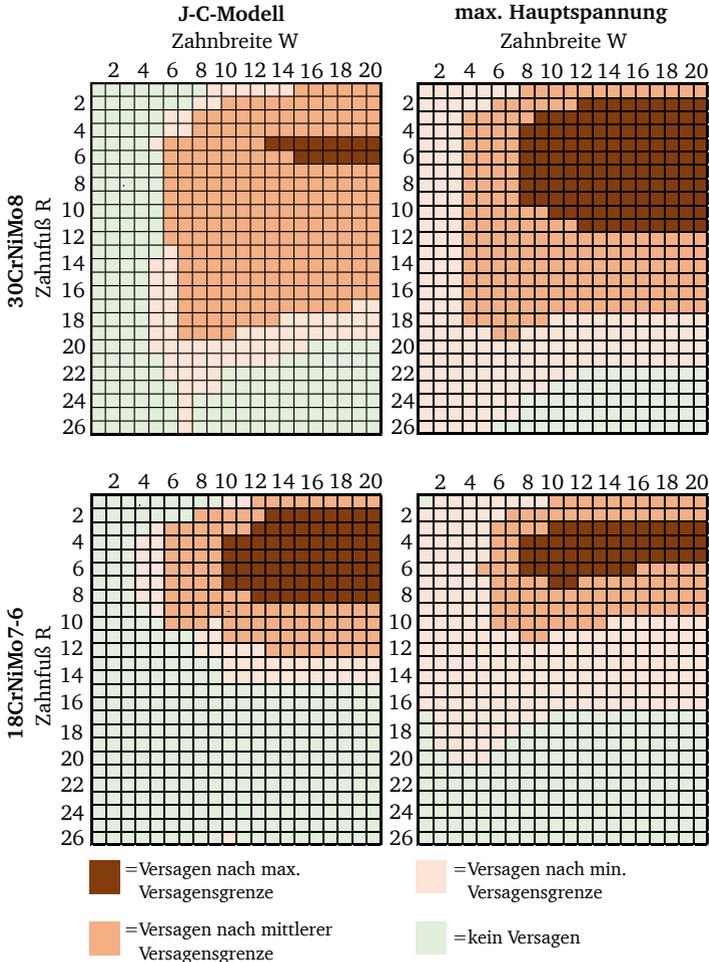
### 4.3.5 Vergleich der ermittelten Versagensgrenze mit den Ergebnissen des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuches

Nachfolgend wird der Beanspruchungszustand aus der Simulation des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchs ermittelt und mit den zuvor identifizierten Versagensgrenzen verglichen. Im ersten Schritt werden die Unterschiede zwischen der maximalen Hauptspannung  $\sigma_{p, \max}$  und einer  $\varepsilon_{\text{Bruch}} - \eta$ -Versagensgrenze untersucht. Anschließend wird die Unsicherheit aufgrund der fehlenden Information über die Materialeigenschaften des Fragmentes im elastischen Bereich betrachtet. Dabei wird für das Fragment im Folgenden vereinfacht ein starres und ein elastisches Materialverhalten implementiert. Für beide Analysen werden die beiden Planetenrad-Werkstoffe 30CrNiMo8 sowie 18CrNiMo7-6 berücksichtigt. Als Referenzgröße wird die in Abbildung 4.12 dargestellte Eindringtiefe des Fragmentes in die Planetenlücke verwendet.



**Abbildung 4.12:** Darstellung der für den Vergleich verwendeten Referenzgrößen  $x_{\text{FP}}$ .

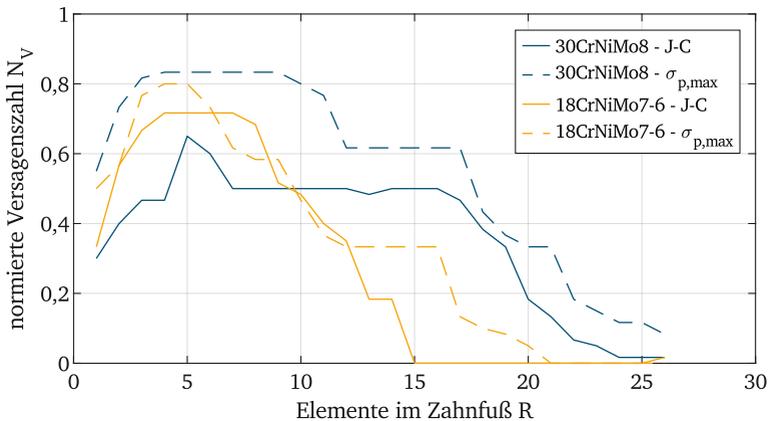
Bei der Versuchsdurchführung mit dem Fragment C4 trat zweimal bei gleicher Eindringtiefe ( $x_{\text{FP}} = 1,1 \text{ mm}$ ) ein initialer Anriss am Zahnfuß auf. Bei der Durchführung des dritten Versuchsdurchganges kommt es zu einem Anriss an der Kontaktstelle zwischen Fragment und Flanke. Dieses Versuchsergebnis wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet, da der Abriss eines Zahnstückes im Rahmen der Zertifizierung als gutartiger Schaden eingestuft wird. Für einen Vergleich des Beanspruchungszustandes mit der Versagensgrenze wird auf die Veröffentlichung [46] hingewiesen. In Abbildung 4.13 sind die finiten Elemente im Zahnfuß entsprechend ihrem Beanspruchungszustand bei einer Eindringtiefe des Fragmentes von  $x_{\text{FP}} = 1,1 \text{ mm}$  und der damit verbundenen relativen Lage zu den Versagensgrenzen in Abhängigkeit von der angewandten Versagenshypothese und dem Planetenrad-Werkstoff farblich markiert.



**Abbildung 4.13:** Darstellung der Beanspruchungszustände der finiten Elemente am Zahnfuß in Abhängigkeit von der angewendeten Versagenshypothese (starres Fragment C4).

Ein Versagen des Bauteils ist dann zu erwarten, wenn das erste finite Element oberhalb der Versagensgrenze liegt. Da für die im Experiment ermittelte kritische Eindringtiefe  $x_{FP}$  im Zahnfuß mehrere finite Elemente oberhalb der ermittelten Grenzwerte liegen, wird nachfolgend eine normierte Versagenszahl  $N_V$  ermittelt, die angibt, wie viele finite

Elemente im Zahnfuß kritisch beansprucht werden. Diese Zahl dient nachfolgend als Vergleichsgröße für die Unsicherheitsbetrachtung. Da für den Rissfortschritt insbesondere die Position des initialen Anrisses entlang des Zahnfußes  $R$  entscheidend ist, wird der Wert über die Zahnbreite  $W$  ermittelt. Die Berechnung erfolgt gemäß der in Abbildung 4.13 dargestellten Kategorisierung der finiten Elemente. Dabei werden diejenigen Elemente, die oberhalb der maximalen, mittleren beziehungsweise minimalen Versagensgrenze liegen, mit dem Gewichtungsfaktor drei, zwei beziehungsweise eins multipliziert. Elemente, die nicht versagenskritisch sind, werden mit der Wertung Null versehen. Um die Werte zu normieren, wird der berechnete Wert je Zahnfußreihe durch den höchsten zu erreichenden Wert (120) geteilt, der sich bei einer Multiplikation aller finiten Elemente einer Zahnreihe in Breitenrichtung mit dem Faktor drei ergeben würde. In Abbildung 4.14 sind die normierten Versagenszahlen  $N_V$  für den Vergleich der Versagenshypothesen und der Planetenrad-Werkstoffe dargestellt.



**Abbildung 4.14:** Normierte Versagenszahl über die Zahnfüßelemente  $R$  (definiert nach Abbildung 4.7) in Abhängigkeit vom Werkstoff und der Versagensgrenze (Randschicht-Modell, starres Fragment C4).

Für den Werkstoff 30CrNiMo8 liegen die normierten Versagenszahlen unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze für alle Zahnfüßelemente  $R$  unter denen der maximalen Hauptspannung, wobei das Maximum der normierten Versagenszahl  $N_V = 0,65$  in der Elementreihe  $R = 5$  vorliegt. Unter Berücksichtigung der maximalen Hauptspannung beträgt die maximale normierte Versagenszahl  $N_V = 0,83$  für die Elementreihen  $R = 4$  bis  $R = 9$ . Der qualitative Verlauf der normierten Versagenszahl für den Werkstoff 18CrNiMo7-6

unterscheidet sich in Abhängigkeit vom gewählten Versagenskriterium. Unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze ist  $N_V = 0$  für  $R > 15$ . Die maximale normierte Versagenszahl  $N_V = 0,72$  wird in den Elementreihen  $R = 4$  bis  $R = 7$  erreicht. Bei Verwendung von  $\sigma_{p,max}$  ist  $N_V = 0$  für  $R > 21$ . Hierbei liegt die maximale normierte Versagenszahl  $N_V = 0,8$  in der Elementreihe  $R = 4$  bzw.  $R = 5$ . Neben der qualitativen Bewertung soll im Folgenden der Einfluss der Parameter auf die normierte Versagenszahl quantifiziert werden. Dazu wird der Pearson-Korrelationskoeffizient berechnet. Der Vorteil der Auswertung über die Korrelation anstelle des mittleren quadratischen Fehlers besteht darin, dass eine Verschiebung in den normierten Versagenszahlen, wie sie beispielsweise beim Vergleich der Versagensgrenzen für den Werkstoff 30CrNiMo8 auftritt, dennoch als hohe Korrelation erfasst wird. Dieses Ergebnis ist zielführend, da die Annahme getroffen wird, dass ein solcher Versatz im Verlauf durch das Anheben oder Absenken der Versagensgrenze korrigierbar ist. Darüber hinaus ist im Rahmen dieser Arbeit insbesondere die Position der maximal belasteten Elementreihe von Bedeutung, die durch einen solchen Versatz nicht beeinflusst wird. Die aus den normierten Versagenszahlen resultierenden Pearson-Korrelationskoeffizienten sind in Tabelle 4.11 dargestellt.

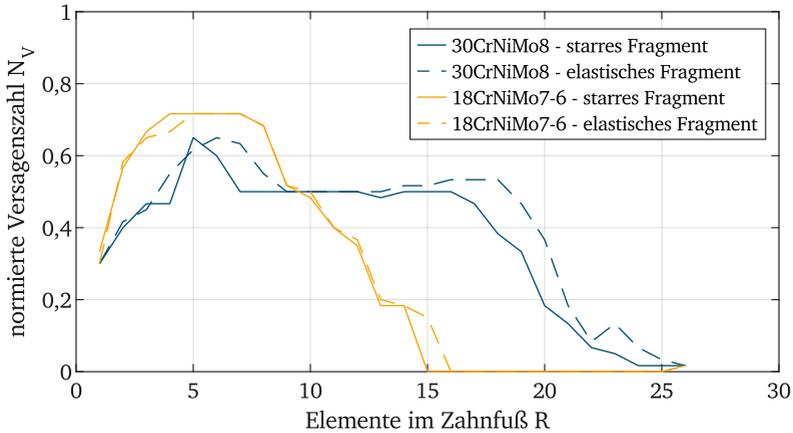
**Tabelle 4.11:** Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen den untersuchten Werkstoffen und den Versagensgrenzen (Randschicht-Modell, Fragment C4).

fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation
30CrNiMo8	J-C/ $\sigma_{p,max}$	0,93
18CrNiMo7-6	J-C/ $\sigma_{p,max}$	0,93
J-C	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,65
$\sigma_{p,max}$	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,91

Basierend auf der Klassifikation nach Nachtigall und Wirtz [78] ergeben sich für beide Werkstoffe sehr hohe Korrelationen beim Vergleich der Versagenskriterien. Weiterhin ergibt die Korrelation der Werkstoffe unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze eine mäßige Korrelation, während die Berücksichtigung von  $\sigma_{p,max}$  als Versagensgrenze eine sehr hohe Korrelation ergibt.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass je nach gewähltem Material unterschiedlich große Unsicherheiten in Abhängigkeit von der gewählten Versagenshypothese auftreten. Insbesondere die Größe der normierten Versagenszahl variiert mit einer relativen Abweichung von bis zu 20%. Die Zahnfußreihe mit den höchsten normierten Versagenszahlen liegt in Abhängigkeit von den gewählten Parametern des numerischen Modells in einem Bereich von  $R = 4$  bis  $R = 9$ . Es ist davon auszugehen, dass die maximal belastete Elementreihe stets mittig im Plateau liegt. Damit wird der Bereich auf  $R = 5$  bis  $R = 7$  reduziert. Der Zahnfußbruch im Experiment tritt auf Höhe der Elementreihe  $R = 6$  auf. Um die Auswirkungen der Unsicherheiten der lokale Anrissposition abzuschätzen, ist eine Rissanalyse in diesem Bereich notwendig.

Nachfolgend wird die Unsicherheit aufgrund der fehlenden Information über die Materialeigenschaften des Fragmentes untersucht. Abbildung 4.15 zeigt die normierte Versagenszahl in Abhängigkeit vom Zahnfuß  $R$ . Die Auswertung des Beanspruchungszustandes der einzelnen finiten Elemente im Zahnfuß ist im Anhang A.7.1 dargestellt.



**Abbildung 4.15:** Normierte Versagenszahl über die Zahnfußelemente  $R$  in Abhängigkeit vom Werkstoff und vom Werkstoffverhalten des Fragmentes unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze (Randschicht-Modell, Fragment C4).

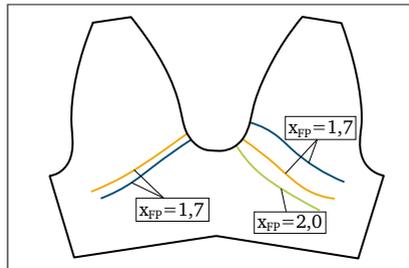
Unter Berücksichtigung des Planetenrad-Werkstoffes 18CrNiMo7-6 werden unabhängig von den Materialeigenschaften des Fragmentes die maximale normierte Versagenszahl von  $N_V = 0,72$  in der Elementreihe  $R = 4$  bis  $R = 7$  erreicht. Ab der Elementreihe  $R = 15$  bei starrer Fragmentformulierung bzw.  $R = 16$  bei elastischer Fragmentformulierung ist die normierte Versagenszahl Null. Im Gegensatz dazu liegen die normierten Versagenszahlen für den Werkstoff 30CrNiMo8 über den gesamten Zahnfuß bei Werten größer Null. Für diesen Werkstoff liegen die normierten Versagenszahlen ebenfalls unabhängig von der Fragmentimplementierung bei  $N_V = 0,65$ , wobei der maximale Wert in  $R = 5$  (starres Fragment) bzw.  $R = 6$  (elastisches Fragment) erreicht wird. Die aus den normierten Versagenszahlen resultierenden Pearson-Korrelationskoeffizienten sind in Tabelle 4.12 dargestellt. Basierend auf der Klassifikation nach Nachtigall und Wirtz [78] ergibt sich für beide Werkstoffe bei Vergleich der Fragmenteigenschaften eine sehr starke Korrelation, während der Vergleich zwischen den beiden Materialien nur moderate Korrelationen ergibt.

**Tabelle 4.12:** Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen den untersuchten Werkstoffen und dem Materialverhalten des Fragmentes (Randschicht-Modell, Fragment C4).

fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation
30CrNiMo8	starr/elastisch	0,96
18CrNiMo7-6	starr/elastisch	0,99
Starr	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,65
Elastisch	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,61

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Unsicherheiten durch die fehlende Ermittlung des E-Moduls des Fragmentes für die Versuchskonfiguration mit dem C4 Fragment vernachlässigbar klein ist.

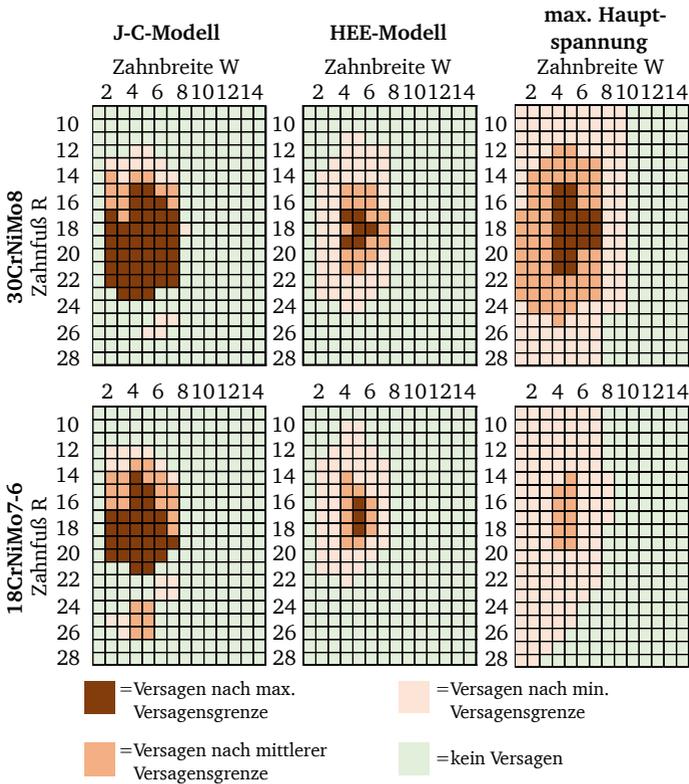
Neben dem Fragment C4, das aufgrund seiner Länge, die der Zahnbreite entspricht, zu einem vergleichbaren Beanspruchungszustand wie im Pulsortest führt, werden nachfolgend die Beanspruchungszustände der finiten Elemente an der Zahnflanke sowie am Zahnfuß für die Einbringung des Fragmentes C3 in das Planetenrad simuliert. Bei zwei der drei Versuche tritt der initiale Anriss bei einer Eindringtiefe von  $x_{FP} = 1,7$  mm auf. Bei dem dritten Versuch wird eine Eindringtiefe von  $x_{FP} = 2,0$  mm erreicht. Zusätzlich soll der Mittelwert  $x_{FP} = 1,8$  mm betrachtet werden. Der Riss befindet sich beim Eindruck des Fragmentes C3 im Experiment an der Stirnseite des Zahnrades im Bereich der Elemente  $R = 12$  bis  $R = 28$  und verläuft von dort in Richtung des unteren Kontaktpunktes zwischen Fragmentfase und Zahnradflanke, siehe Abbildung 4.16.



**Abbildung 4.16:** Darstellung der im vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch aufgetretenen Risse unter Eindruck des Fragmentes C3.

Analog zum Vorgehen beim Fragment C4 sind in Abbildung 4.17 die finiten Elemente im Zahnfuß entsprechend ihres Beanspruchungszustandes und der damit verbundenen

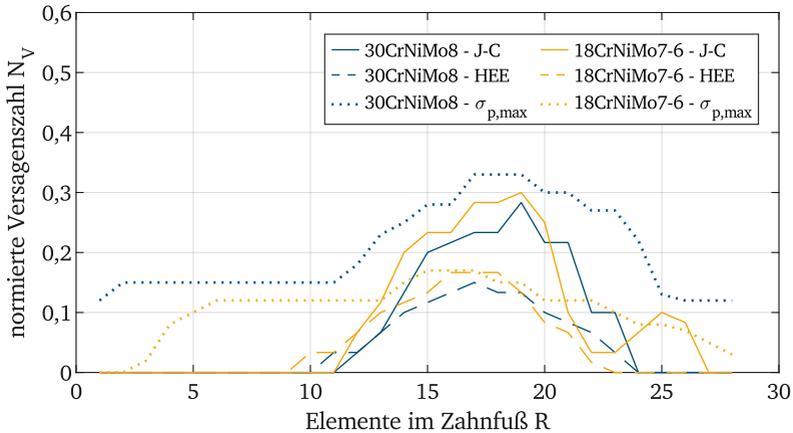
relativen Lage zu den Versagensgrenzen in Abhängigkeit von der Versagensgrenze und dem Planetenrad-Werkstoff bei Eindruck des starren Fragmentes farblich markiert. Die Abbildung für das elastische Fragment wird im Anhang A.7.2 dargestellt. Dabei werden die Grenzwerte des HEE-Modells mit denen des JC-Modells und  $\sigma_{p,max}$  verglichen.



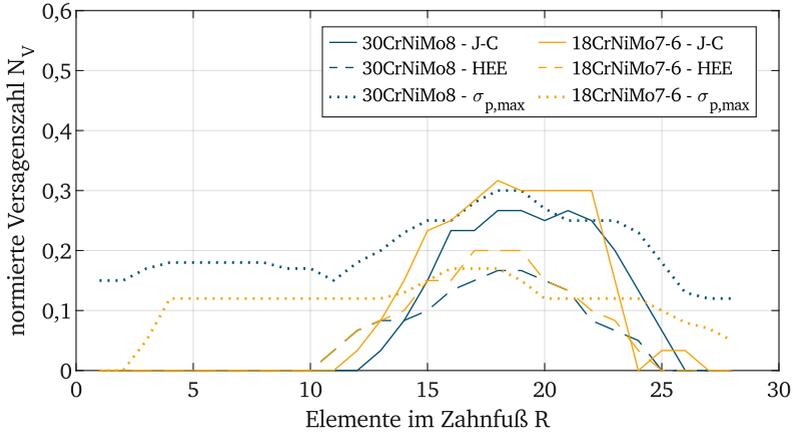
**Abbildung 4.17:** Darstellung der Beanspruchungszustände der finiten Elemente am Zahnfuß in Abhängigkeit von der Versagensgrenze (Randschicht-Modell, starres Fragment C3,  $x_{fp} = 2,0$  mm).

Weiterhin wird in Abbildung 4.18 und 4.19 die normierte Versagenszahl  $N_V$  in Abhängigkeit von der Zahnfußreihe R für die starren bzw. die elastischen Fragmente dargestellt. Der Vergleich zeigt für beide Fragmentmaterialien, dass qualitativ betrachtet für alle drei Versagenskriterien ein vergleichbarer Verlauf der normierten Versagenszahl über die Elemente entlang des Zahnfußes vorliegt. Jedoch liegt die normierte Versagenszahl unter

Berücksichtigung der maximale Hauptspannung über den gesamten Zahnfuß hinweg über Null, während unter Anwendung einer  $\varepsilon_{\text{Bruch}} - \eta$ -Versagensgrenze die normierte Versagenszahl bereichsweise gleich Null ist. Die maximale normierte Versagenszahl ist stark von der verwendeten Versagenshypothese abhängig. So beträgt sie unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze  $N_V = 0,30$  bzw.  $N_V = 0,28$  für das starre Fragment bei  $R = 19$  und  $N_V = 0,32$  bzw.  $N_V = 0,27$  für das elastische Fragment in den Elementreihen  $R = 18$  bzw.  $R = 18 - 19$ . Durch Anwenden der HEE Versagensgrenze wird eine maximale normierte Versagenszahl von  $N_V = 0,17$  bzw.  $N_V = 0,15$  bei  $R = 16 - 18$  bzw.  $R = 17$  für das starre Fragment erreicht. Für das elastische Fragment beträgt sie  $N_V = 0,20$  bzw.  $N_V = 0,17$  bei  $R = 17 - 19$  bzw.  $R = 18 - 19$ . Unter Berücksichtigung der maximalen Hauptspannung streuen die maximalen normierten Versagenszahlen stärker. Sie liegen in einem Bereich von  $N_V = 0,17$  bzw.  $N_V = 0,33$ , wobei die normierte Versagenszahl für 30CrNiMo8 stets größer ist. Die Maxima liegen dabei in einem Bereich zwischen  $R = 16$  und  $R = 19$  und damit in dem im Versuch erfassten kritischen Bereich.



**Abbildung 4.18:** Normierte Versagenszahl über die Zahnfüßelemente  $R$  in Abhängigkeit vom Werkstoff und der Versagensgrenze (Randschicht-Modell, starres Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm).



**Abbildung 4.19:** Normierte Versagenszahl über die Zahnfußelemente R in Abhängigkeit vom Werkstoff und der Versagensgrenze (Randschicht-Modell, elastisches Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm).

In Tabelle 4.13 sind die Pearson-Korrelationskoeffizienten sowohl für die elastischen als auch für die starren Fragmente dargestellt. Die Korrelationen mit  $\sigma_{p,max}$  führen insgesamt zu geringeren Korrelationen als der Vergleich der  $\varepsilon_{Bruch} - \eta$ -Versagensgrenzen untereinander. Für diese werden unabhängig von der Fragment-Implementierung insgesamt sehr hohe Korrelationen erreicht.

**Tabelle 4.13:** Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen den untersuchten Werkstoffen und den Versagensgrenzen (Randschicht-Modell, Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm).

fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation	
		elastisches Fragment	starres Fragment
30CrNiMo8	HEE/JC	0,90	0,96
	HEE/ $\sigma_{p,max}$	0,90	0,93
18CrNiMo7-6	HEE/JC	0,94	0,91
	HEE/ $\sigma_{p,max}$	0,66	0,72
HEE	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,99	0,95
JC	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,95	0,91
$\sigma_{p,max}$	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,72	0,69

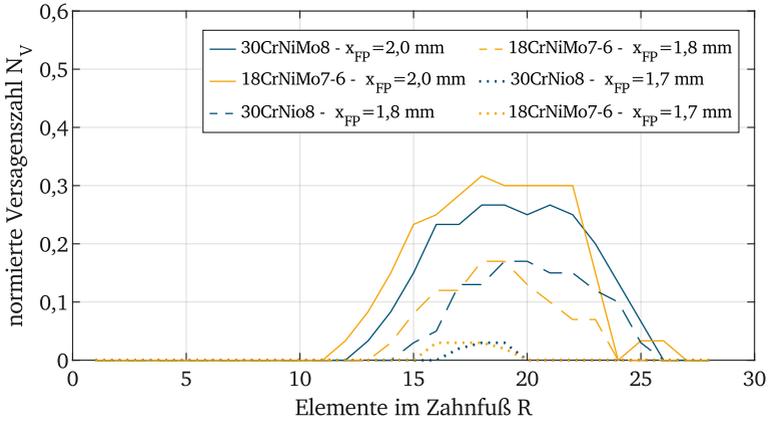
Die Korrelation der Fragmenteigenschaften wird in Tabelle 4.14 dargestellt. Es zeigt sich insgesamt eine im Vergleich geringere Korrelation als bei dem Fragment C4. Dennoch werden sehr hohe Korrelationen erreicht. Für das J-C-Kriterium liegt insgesamt die geringste Korrelation vor, während für die maximale Hauptspannung die höchste Korrelation erreicht wird.

**Tabelle 4.14:** Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen den untersuchten Werkstoffen und dem Materialverhalten des Fragmentes (Randschicht-Modell, Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm).

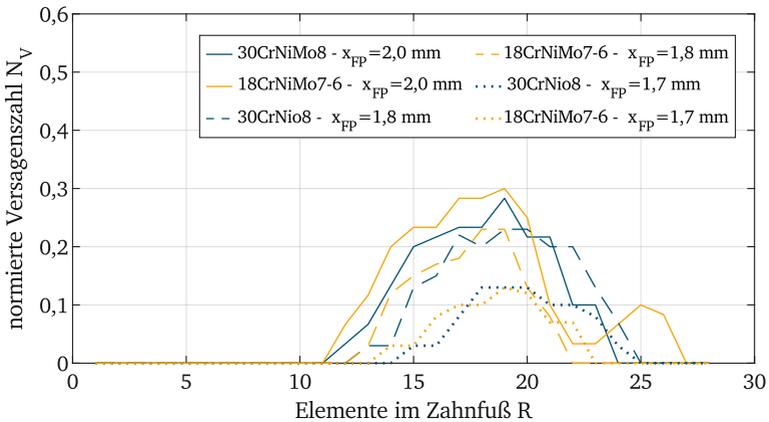
fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation		
		J-C	HEE	$\sigma_{p,max}$
30CrNiMo8	starr/elastisch	0,90	0,95	0,96
18CrNiMo7-6	starr/elastisch	0,83	0,90	0,96

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die normierte Versagenszahl unter dem Eindruck des Fragmentes C3 für alle betrachteten Versagenskriterien ein lokales Maximum im gleichen Bereich ( $R = 16 - 20$ ) vorweist, wobei die Größe von  $N_V$  insbesondere von der Versagenshypothese abhängig ist. Insgesamt ist die Streuung der initialen Anrissposition in der numerischen Simulation durch die betrachteten Unsicherheiten geringer als im Experiment ( $R = 12 - 28$ ). Grundsätzlich werden somit alle betrachteten Versagenshypothesen als geeignet eingestuft.

Nachfolgend wird der Beanspruchungszustand abhängig von der betrachteten Eindrucktiefe analysiert. Hierfür werden sowohl die ermittelte J-C- als auch die HEE-Versagensgrenze herangezogen. Der Beanspruchungszustand der einzelnen finiten Elemente im Zahnfuß für die verschiedenen Eindrucktiefen  $x_{FP} = 1,7$  mm,  $x_{FP} = 1,8$  mm bzw.  $x_{FP} = 2,0$  mm werden sowohl für das starre als auch für das elastische Fragment im Anhang A.7.2 dargestellt. Die normierte Versagenszahl abhängig von der Elementreihe R ist für die Betrachtung des elastischen Fragmentes in Abbildung 4.20 und für das starre Fragment in Abbildung 4.21 dargestellt.



**Abbildung 4.20:** Normierte Versagenszahl über die Zahnfüßelemente R in Abhängigkeit vom Werkstoff und dem Materialverhalten des Fragmentes (elastisches Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm, J-C Versagensgrenze).



**Abbildung 4.21:** Normierte Versagenszahl über die Zahnfüßelemente R in Abhängigkeit vom Werkstoff und dem Materialverhalten des Fragmentes (starres Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm, J-C Versagensgrenze).

Es ist zu erkennen, dass für alle drei Eindringtiefen ein Versagen einzelner Elemente im Zahnfuß erkannt wird. Für die Eindringtiefe  $x_{FP} = 1,7$  mm liegt der Belastungszustand für alle Elemente im Zahnfuß unterhalb der maximalen Versagensgrenzen. Zusätzlich liegt der Belastungszustand nur für die Modellierung mit starrem Fragment und der J-C Versagensgrenze für einzelne Elemente oberhalb der mittleren Versagensgrenze. Die normierte Versagenszahl ist bei diesem Belastungszustand für das elastische Fragment mit  $N_V = 0,03$  deutlich geringer als bei dem starren Fragment ( $N_V = 0,13$ ). Weiterhin liegt die Position der maximalen Belastung für das starre Fragment bei  $R = 18 - 20$  und beim elastischen Fragment bei  $R = 16 - 18$ . Für  $x_{FP} = 1,8$  mm liegt die Position der maximalen Belastung dagegen im gleichen Bereich ( $R = 18 - 20$ ). Für die Eindringtiefe  $x_{FP} = 2,0$  mm erreicht ausschließlich das Modell mit elastischen Fragment und der HEE-Versagensgrenze kein Element die maximale Versagensgrenze. Insgesamt ist die Beanspruchung im Zahnfuß für alle betrachteten Eindringtiefen unter Berücksichtigung eines starren Fragmentes stets höher als bei Eindruck eines elastischen Fragmentes. Grund hierfür ist die lokale Verformung des Fragmentes an der Kontaktstelle und der damit einhergehenden geringeren Aufweitung der Zahnücke. Die lokal maximal belastete Elementreihe R bleibt über die Eindringtiefe hinweg konstant.

Die Ergebnisse der Korrelationsanalyse werden in den Tabellen 4.15 und 4.16 dargestellt. Es zeigt sich, dass für größere Eindringtiefen und damit einhergehenden höheren plastischen Verformungen am Zahnfuß eine insgesamt höhere Korrelation zwischen den betrachteten Parametern. Gemessen an der Kategorisierung von Nachtigall und Wirtz [78] ergibt sich für die Betrachtung mit elastischem Fragment bei einer Eindringtiefe von  $x_{FP} = 1,7$  mm für alle Korrelationen außer bei Korrelation der Materialien unter Anwendung der HEE-Versagensgrenze nur eine moderate Korrelation. Bei Implementierung eines elastischen Materialverhaltens des Fragmentes werden höhere Unsicherheiten durch die Streuung der Parameter beobachtet. Dennoch wird der Anriss unter Berücksichtigung aller betrachteten Parameter detektiert.

**Tabelle 4.15:** Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen den untersuchten Werkstoffen und dem Materialverhalten des Fragmentes C3 ( $x_{FP} = 1,8$  mm).

fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation	
		elastisches Fragment	starres Fragment
30CrNiMo8	HEE/JC	0,81	0,86
18CrNiMo7-6	HEE/JC	0,87	0,91
HEE	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,85	0,94
JC	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,84	0,78

**Tabelle 4.16:** Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen den untersuchten Werkstoffen und dem Materialverhalten des Fragmentes C3 ( $x_{FP} = 1,7 \text{ mm}$ ).

fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation	
		elastisches Fragment	starres Fragment
30CrNiMo8	HEE/JC	0,58	0,76
18CrNiMo7-6	HEE/JC	0,55	0,80
HEE	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,86	0,84
JC	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,71	0,87

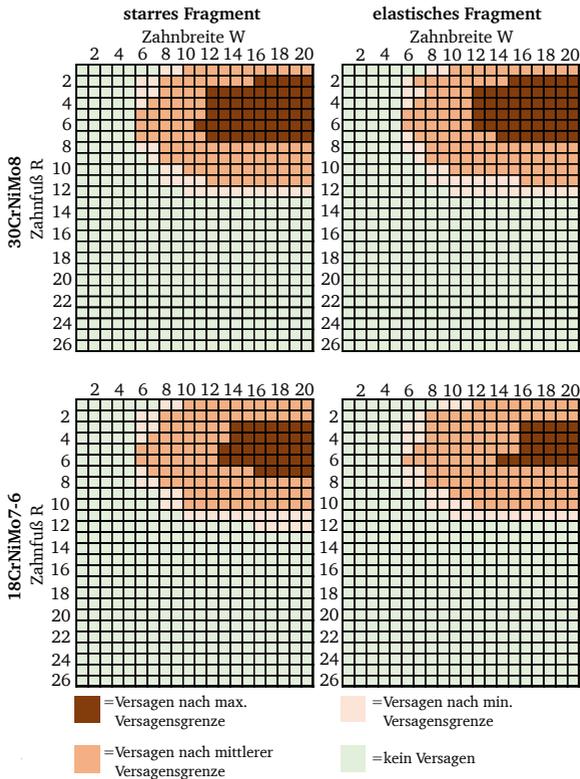
Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die lokale Anrissposition unter Eindruck des C3 Fragmentes nicht von der Eindrucktiefe des Fragmentes abhängt. Die Unsicherheiten sind insgesamt kleiner umso größer die Eindrucktiefe ist.

#### 4.3.6 Zusammenfassung - Unsicherheitsbetrachtung des Randschicht-Modells

Die Unsicherheitsbetrachtung zeigt hohe Streuungen des Beanspruchungszustandes abhängig von der gewählten Versagensgrenze für beide betrachteten Fragmentgeometrien. Durch ein Plateau der normierten Versagenszahlen, ist die Identifikation einer einzelnen am kritischsten belasteten Elementreihe mit dem angewendeten Verfahren nicht direkt möglich. Es wird jedoch davon ausgegangen, dass die kritischste Elementreihe mittig im Plateau liegt. Ein geeigneteres Vorgehen ist demzufolge die Berechnung des Abstandes von der jeweiligen Versagensgrenze anstelle der Einteilung in einzelne Kategorien. Auf diesem Weg ist eine Klassifizierung der Belastungszustände oberhalb der maximalen Versagensgrenze möglich. Die in das Modell eingehende Unsicherheit durch die fehlenden Informationen bezüglich des E-Moduls des Fragmentes sind für beide Fragmentgeometrien vernachlässigbar klein. Für die Untersuchung am skalierten Getriebeprüfstand wird ein elastisches Fragment implementiert, da so die maximal belastete Zahnfußreihe besser mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmt. Basierend auf der Untersuchung am Fragment C3 wird eine ansteigende Korrelation bei zunehmender Eindrucktiefe deutlich. Grund dafür ist die abnehmende Steigung im Verfestigungsbereich des Materials bei zunehmender plastischer Dehnung. Die größte Unsicherheit des Modells stellt die fehlende Information des Anrisszeitpunktes des im dynamischen Versuch eingesetzten Materials 18CrNiMo7-6 dar. Aus diesem Grund werden nachfolgend stets relative Vergleiche gezogen. Auf diesem Weg ist bei nachträglicher Ermittlung der maximalen Zahnfußtragfähigkeit eine Aussage bezüglich des Auftretens eines Risses möglich.

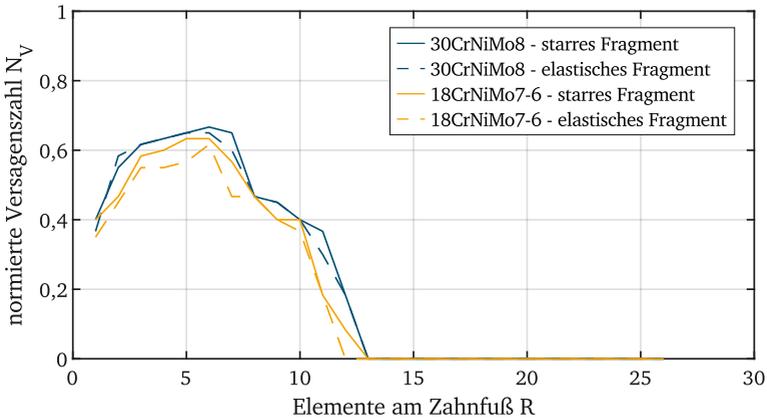
### 4.3.7 Vergleich der Versagensgrenze für das homogenisierte Materialmodell

Neben der Analyse der normierten Versagenszahl und der Identifikation der lokal am Zahnfuß am kritischsten beanspruchten Elementreihe für das Randschicht-Modell erfolgen nun die Auswertung und der Vergleich der Ergebnisse mit dem homogenisierten Modell. In Abbildung 4.22 wird der Beanspruchungszustand der finiten Elemente für die Eindrucktiefe  $x_{FP} = 1,1$  mm des Fragmentes C4 in Abhängigkeit von den minimalen, mittleren und maximalen Versagensgrenzen ausgewertet. Die Grenze wurde entsprechend dem in Kapitel 4.3.3 gezeigten Vorgehen angepasst.



**Abbildung 4.22:** Untersuchung der Unsicherheiten durch Variation der Materialparameter am Zahnfuß (homogenisiertes Modell, Fragment C4,  $x_{FP} = 1,1$  mm).

In Abbildung 4.23 werden die berechneten normierten Versagenszahlen dargestellt. Im Gegensatz zum Randschicht-Modell zeigen hier alle betrachteten Parameter eine sehr hohe Korrelation, siehe Tabelle 4.17. Ab der Elementreihe  $R = 12$  bzw.  $R = 13$  ist die normierte Versagenszahl im Zahnfuß Null. Die maximalen normierten Versagenszahlen liegen im Bereich  $N_V = 0,66$  und  $N_V = 0,62$  und werden bei den Elementreihen  $R = 5$  bzw.  $R = 6$  abhängig von der Parameterkonfiguration erreicht. Damit verschiebt sich der lokal kritischste Punkt im Vergleich zum Randschicht-Modell um eine Elementreihe weiter Richtung Zahnfuß, womit eine geringfügig höhere Wahrscheinlichkeit für eine Risspropagierung Richtung Zahnkranz durch die Homogenisierung entsteht. Die lokale Anrisposition weist durch die vereinfachte homogene Betrachtung geringere Unsicherheiten auf als das Randschicht-Modell.



**Abbildung 4.23:** Darstellung der normierten Versagenszahl in Abhängigkeit von den Randbedingungen (homogenisiertes Modell, Fragment C4).

**Tabelle 4.17:** Pearson-Korrelationskoeffizient der untersuchten Parameter (homogenes Modell, Fragment C4).

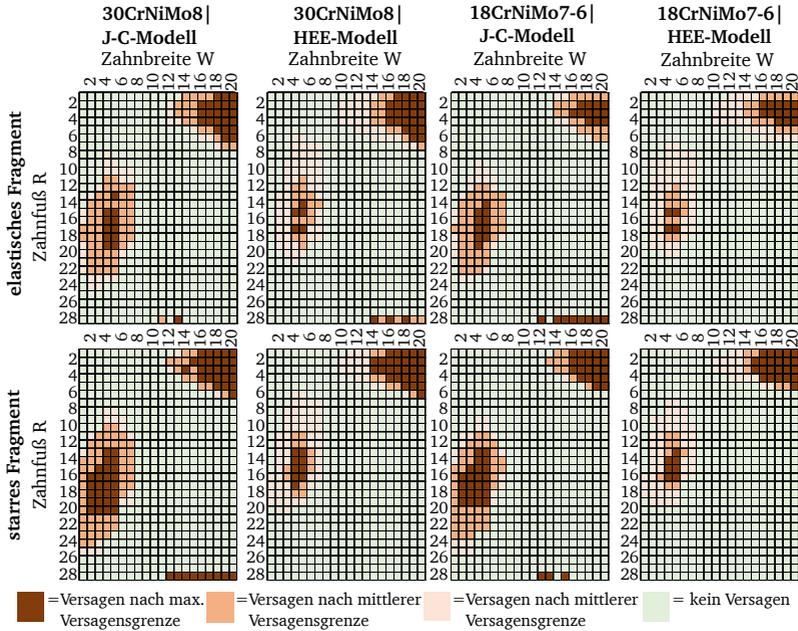
fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation
30CrNiMo8	starr/elastisch	1,00
18CrNiMo7-6	starr/elastisch	1,00
Starr	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,99
Elastisch	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,98

Die Korrelationsanalyse zwischen dem Randschicht-Modell und dem homogenisierten Modell wird in Tabelle 4.18 dargestellt. Hierbei zeigt sich, dass die betrachteten Modelle unter Berücksichtigung des Materialmodells des Werkstoffes 18CrNiMo7-6 sehr stark korrelieren. Dagegen führt der Vergleich mit dem Werkstoff 30CrNiMo8 nur zu einer moderaten Korrelation. Grund dafür ist die geringere Streckgrenze an der Zahnoberfläche für die homogenisierten Modelle. Dieser führt zu einer stärkeren Lokalisierung des Beanspruchungszustandes im Zahnfuß.

**Tabelle 4.18:** Pearson-Korrelationskoeffizient zwischen dem Randschicht-Modell und dem homogenisierten Modell (Fragment C4).

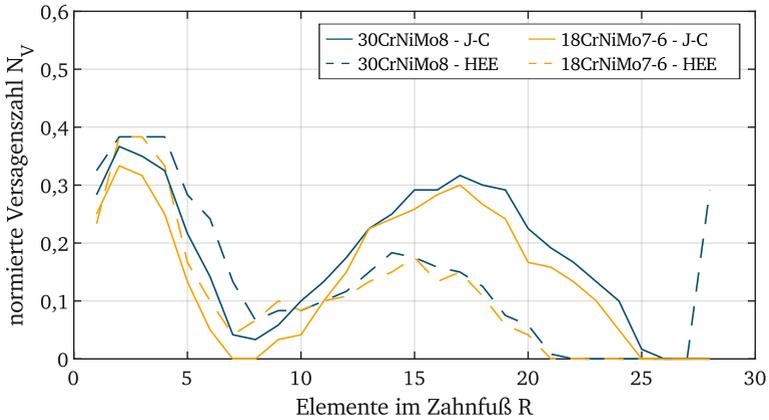
		Fragmenteigenschaft	
		starr	elastisch
Material	30CrNiMo8	0,58	0,52
	18CrNiMo7-6	0,96	0,94

Neben dem Fragment C4 erfolgen nun die Auswertung und der Vergleich der Ergebnisse mit dem homogenisierten Modell für das Fragment C3. In Abbildung 4.24 ist der Beanspruchungszustand der finiten Elemente exemplarisch für die Eindringtiefe  $x_{FP} = 2,0$  dargestellt. Im direkten Vergleich mit dem Randschicht-Modell zeigt sich hier ein abweichender Beanspruchungszustand. So liegt in den Zahnfußreihen  $R = 1 - 8$  ein zusätzlicher versagenskritischer Bereich in der Mitte der Zahnbreite vor.

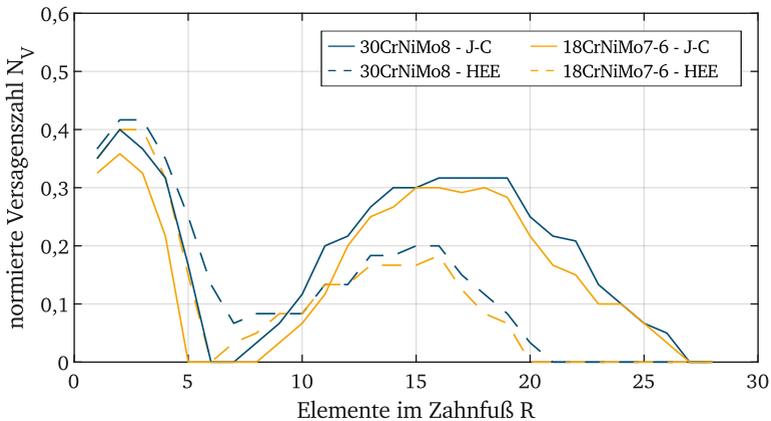


**Abbildung 4.24:** Untersuchung der Unsicherheiten durch Variation der Materialparameter am Zahnfuß (homogenisiertes Modell, Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0\text{ mm}$ ).

Auch hier erfolgt die Berechnung der normierte Versagenszahl, siehe Abbildungen 4.25 und 4.26. Hierbei zeigt sich die gleiche Abhängigkeit der normierten Versagenszahl von der gewählten Versagenshypothese wie beim Randschicht-Modell. Die normierten Versagenszahlen sind dabei vergleichbar zu dem Randschicht-Modell. So liegt unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze die maximale normierte Versagenszahl für die Werkstoffe 30CrNiMo8 und 18CrNiMo7-6 bei  $N_v = 0,32$  bzw.  $N_v = 0,3$  unabhängig von den Materialeigenschaften des Fragmentes. Die maximalen Werte liegen dabei zwischen den Zahnfußreihen  $R = 15 - 19$ . Im Randschicht-Modell wurden Werte zwischen  $N_v = 0,27$  und  $N_v = 0,32$  erfasst. Die Maxima lagen dabei in den Elementreihen  $R = 18 - 19$ . Durch die HEE Versagensgrenze ergibt sich die maximale normierte Versagenszahl im Bereich zwischen  $N_v = 0,17$  und  $N_v = 0,2$ . Bei dem Randschicht-Modell wurde der gleiche Wertebereich erfasst. Die maximalen Werte liegen bei dem homogenisierten Modell zwischen den Zahnfußreihen  $R = 14 - 16$  und beim Randschicht-Modell in den Elementreihen  $R = 16 - 19$ .



**Abbildung 4.25:** Darstellung der normierten Versagenszahl in Abhängigkeit von den Randbedingungen und dem Versagenskriterium (Randschicht-Modell, elastisches Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm).



**Abbildung 4.26:** Darstellung der normierten Versagenszahl in Abhängigkeit von den Randbedingungen und dem Versagenskriterium (Randschicht-Modell, starres Fragment C3,  $x_{FP} = 2,0$  mm).

Der im Vergleich zum Randschicht-Modell zusätzlich erfasste versagenskritische Bereich in den Elementreihen  $R = 1 - 8$  erreicht dabei stets höhere normierten Versagenszahlen als die Beanspruchung in den Zahnreihen  $R = 16 - 19$ . Aus diesem Grund wird im homogenisierten Modell der initiale Anriss nicht korrekt erfasst.

Die resultierenden Korrelationen werden in Tabelle 4.19 dargestellt. Im Gegensatz zum Randschicht-Modell zeigt sich hier für alle drei betrachteten Eindringtiefen eine höhere Korrelation der betrachteten Parameter. Auch hier wird eine ansteigende Korrelation mit der Eindringtiefe festgestellt.

**Tabelle 4.19:** Pearson-Korrelationskoeffizient der untersuchten Parameter (homogenes Modell, Fragment C3).

Eindringtiefe	fixierte Variable	Variablen-Paar	Korrelation	
			elastisches Fragment	starres Fragment
$x_{FP} = 1,7 \text{ mm}$	30CrNiMo8	J-C/HEE	0,96	0,95
	18CrNiMo7-6	J-C/HEE	0,93	0,96
	HEE	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,98	0,99
	J-C	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,98	0,98
$x_{FP} = 1,8 \text{ mm}$	30CrNiMo8	J-C/HEE	0,93	0,87
	18CrNiMo7-6	J-C/HEE	0,95	0,89
	HEE	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,97	0,97
	J-C	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,98	0,97
$x_{FP} = 2,0 \text{ mm}$	30CrNiMo8	J-C/HEE	0,78	0,63
	18CrNiMo7-6	J-C/HEE	0,61	0,73
	HEE	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,86	0,97
	J-C	30CrNiMo8/18CrNiMo7-6	0,80	0,89

#### 4.3.8 Zusammenfassung - Unsicherheitsbetrachtung des homogenisierten Modells

Die Unsicherheitsbetrachtung zeigt, dass die vereinfachte homogene Betrachtung des randschichtgehärteten Zahnrades nur bei geringer plastischen Deformation der Zahnflanke zulässig ist. Liegt eine lokale plastische Verformung an der Kontaktstelle zwischen Fragment und Flanke vor, wie dies bei dem Fragment C3 der Fall ist, ändert sich durch die vereinfachte homogene Betrachtung der Beanspruchungszustand im Zahnfuß und die lokale Position des Anrisses wird nicht richtig erfasst. Grund für die Abweichung ist die durch die homogenisierte Betrachtung reduzierte Streckgrenze an der Oberfläche der Zahnflanke. Diese führt am Kontaktpunkt zwischen Flanke und Fragment zu einer im Vergleich höheren plastischen Verformung, die wiederum zu einer geringeren

Beanspruchung im Zahnfuß führt. Weiterhin hat der Härteverlauf in der Randschicht selbst einen Einfluss auf die Anwendbarkeit. So zeigt sich durch den Vergleich zwischen dem Randschicht-Modell und dem homogenisierten Modell, dass bei dem Werkstoff 18CrNiMo7-6 eine höhere Korrelation vorliegt. Grund hierfür ist die geringere Abweichung zwischen der homogenisierten Härte und der Oberflächenhärte des Zahnrades, die im Vergleich zwischen den verwendeten Zahnradmaterialien bei 30CrNiMo8 16 % niedriger ist. Die mit dem Modell einhergehende Unsicherheit durch die fehlenden Informationen bezüglich des E-Moduls des Fragmentes sind auch für das homogenisierte Modell vernachlässigbar klein.

## 4.4 Kohäsivzonenmodell

Um auf Basis der ermittelten Anrissposition im Zahnfuß eine erste Abschätzung zu geben, ob und unter welchen Randbedingungen sich ein Anriss in den Zahnkranz ausbreitet, wird im Folgenden eine Rissfortschrittsanalyse auf Basis der erweiterten Finite-Element-Methode (XFEM) durchgeführt, die in der kommerziellen Software LSDYNA implementiert ist. Die Parameteridentifikation erfolgt basierend auf den vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen. Zur Eingrenzung des Parameterbereiches werden Werte aus der Literatur verwendet. Insgesamt ist diese Untersuchung als erste Abschätzung zu betrachten, die noch durch weitere experimentelle Ergebnisse mit unterschiedlichen Lastzuständen zu validieren ist. Die Analyse ist in LSDYNA auf den zweidimensionalen Raum beschränkt, weshalb nur ebene Dehnungszustände abbildbar sind. Da der initiale Riss in den vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen stets durch die Randschicht propagierte, wird nachfolgend das Kernmaterial für den Rissfortschritt betrachtet. Für die in LSDYNA implementierte Materialkarte MAT\_COHESIVE\_TH gilt es, die maximale Grenzflächenfestigkeit  $\tau^0$  sowie die kritische Rissöffnung  $\delta_0$  zu identifizieren.

Aufgrund des in Abbildung 3.13 dargestellten spröden Bruchverhaltens wird für die Implementierung des Kohäsivzonenmodells der spröde Ansatz, der in Abbildung 2.7 dargestellt wird, verwendet. Damit ergibt sich der nachfolgend gezeigte Zusammenhang für die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  zu:

$$G_c = \frac{1}{2} \tau^0 \delta_0 \quad (4.7)$$

Für die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  sind für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 einige Angaben in der Literatur verfügbar. Für den Werkstoff 30CrNiMo8 liegen dagegen keine Veröffentlichungen mit einer vergleichbaren Streckgrenze vor. Aus diesem Grund erfolgt die Eingrenzung des zu untersuchenden Parameterbereichs ausschließlich auf den Werkstoff 18CrNiMo7-6. Dehner und Weber [18] gaben für ihre Untersuchung an Zahnrädern den Wert von  $K_c = 78 \frac{\text{MPa}}{\sqrt{\text{m}}}$  für die 0,2%-Dehngrenzen 1040 MPa an. Über den formellen Zusammenhang  $K_c^2 = G_c \cdot E$  wird die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  zu  $G_c = 29 \text{ N/mm}$  berechnet. Vuherer [95] ermittelte für eine Streckgrenze von  $R_{p02} = 1121 \text{ MPa}$  eine

notwendige Energie für den Rissfortschritt von  $G_c = 23 \text{ N/mm}$ . Weissbach [96] schätzt den Wert für Vergütungsstahl im Allgemeinen abhängig von der 0,2%-Dehngrenzen (1000 MPa – 2000 MPa) auf einen Bereich von  $G_c = 5 \text{ N/mm} - 20 \text{ N/mm}$ .

Für die maximale Grenzflächenfestigkeit  $\tau^0$  wird als Referenzwert nachfolgend die maximale Zugfestigkeit des Kernmaterials verwendet. Da die Streckgrenze der eigens durchgeführten Zugversuche an den Proben ohne Wärmebehandlung deutlich unterhalb der Streckgrenze des wärmebehandelten Kernmaterials lagen, wird auch hier auf Werte aus der Literatur zurückgegriffen. Basierend auf der Veröffentlichung von Xu et al. [101], in der ebenfalls die Randschicht des Werkstoffes 18CrNiMo7-6 nach dem Einsatzhärten untersucht wird, wurde für eine Streckgrenze im Bereich von 995 MPa – 1291 MPa eine Zugfestigkeit von 1200 MPa – 1575 MPa festgestellt. In den Untersuchungen von Dehner und Weber wurde die Zugfestigkeit für den Werkstoff bei einer Streckgrenze von 1040 MPa auf 1400 MPa ermittelt. Vuherer et al. [95] ermittelt in seiner Untersuchung bei einer Streckgrenze von 1074 MPa die Zugfestigkeit von 1412 MPa.

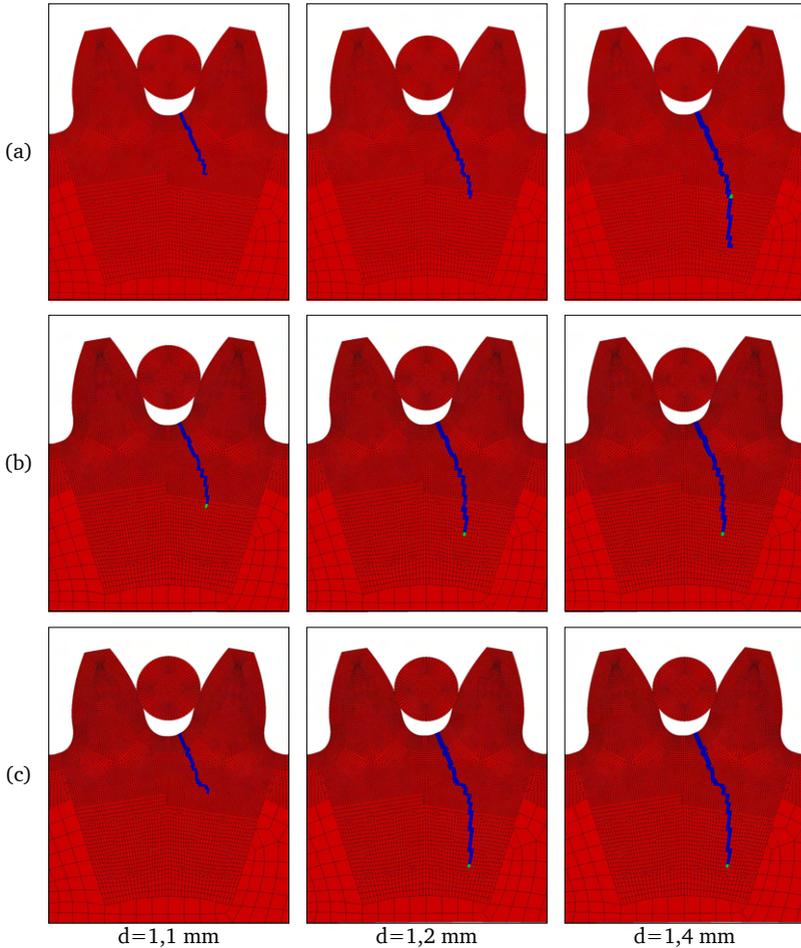
In Tabelle 4.20 werden die Ergebnisse der Parameteruntersuchung dargestellt. Da der vereinfachte Fragment-Eindruck-Versuch am Werkstoff 30CrNiMo8 erfolgt, wird auch die Parameterstudie an diesem Material durchgeführt. Dabei wird die Risscharakteristik in gutartige Zahnfußrisse (G) und katastrophale Zahnkranzrisse (K) unterteilt. Für den Fall, dass der Riss nicht weiter propagiert, wird die Parameterkombination in der Tabelle mit (-) gekennzeichnet. Es wird deutlich, dass die Rissrichtung stark von den gewählten Parametern abhängt. Diese hohe Sensitivität ist auch in der experimentellen Durchführung ersichtlich. So trat nur in zwei der drei Versuche ein Zahnfußanriss auf.

**Tabelle 4.20:** Sensitivitätsanalyse der Parameter des Kohäsivzonenmodells für das Randschicht-Modell.

$\delta_0$ :	0,034 mm	0,035 mm	0,036 mm	0,037 mm
$\tau^0$ :				
1293	K ( $d = 1,2 \text{ mm}$ )	G	G	(-)
1329	K ( $d = 1,0 \text{ mm}$ )	K ( $d = 0,9 \text{ mm}$ )	(-)	K ( $d = 1,5 \text{ mm}$ )
1358	K ( $d = 1,0 \text{ mm}$ )	K ( $d = 1,7 \text{ mm}$ )	K ( $d = 1,2 \text{ mm}$ )	K ( $d = 1,5 \text{ mm}$ )
1382	G	G	K ( $d = 1,1 \text{ mm}$ )	G
1402	G	K ( $d = 1,4 \text{ mm}$ )	(-)	(-)
1426	(-)	(-)	(-)	(-)

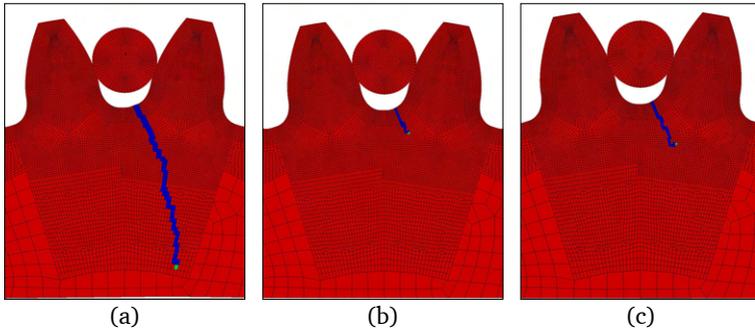
In den vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen mit dem Fragment C4 ist der Riss bei einer Eindrucktiefe zwischen  $x_{FP} = 1,2 \text{ mm}$  und  $x_{FP} = 1,4 \text{ mm}$  in den Zahnkranz des Zahnrades propagiert. Der Rissfortschritt beginnt dabei mit der Eindrucktiefe von  $x_{FP} = 1,1 \text{ mm}$ . In Abbildung 4.27 werden für die Parameterkombinationen, bei denen der Riss zu diesen Eindringtiefen propagiert, die Risscharakteristiken aufgezeigt. Damit liegt

die kritische Energiefreisetzungsrate im Bereich  $G_c = 24 \text{ N/mm} - 25 \text{ N/mm}$ . Zusammenfassend wird daher eine gute Übereinstimmung zwischen den ermittelten Parametern und den in der Literatur bekannten Werten für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 festgestellt.



**Abbildung 4.27:** Darstellung des Rissfortschrittes abhängig von der Eindringtiefe  $d$   
 ((a):  $\tau^0 = 1402 \text{ MPa}$ ,  $\delta_0 = 0,035 \text{ mm}$ ; (b):  $\tau^0 = 1358 \text{ MPa}$ ,  
 $\delta_0 = 0,036 \text{ mm}$ ; (c):  $\tau^0 = 1382 \text{ MPa}$ ,  $\delta_0 = 0,036 \text{ mm}$ ).

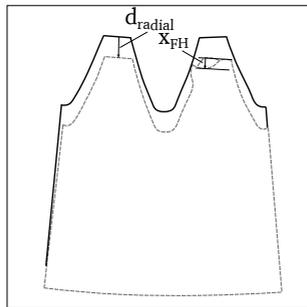
Nachfolgend wird der Rissfortschritt für die drei in Abbildung 4.27 dargestellten Parametersätze mit dem Werkstoff 18CrNiMo7-6 verglichen. Die Ergebnisse der Analyse sind für die Eindringtiefe  $x_{FP} = 1,1$  mm in Abbildung 4.28 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich der Riss für eine kritische Rissöffnung von  $\delta_0 = 0,036$  bis zum betrachteten Zeitpunkt nicht in den Zahnkranz ausbreitet. Für die Parameterkombination  $\tau^0 = 1382$  MPa und  $\delta_0 = 0,036$  mm propagiert der Riss ab einer Eindringtiefe von  $x_{FP} = 2,25$  mm in den Zahnfuß, während für die Parameter  $\tau^0 = 1358$  MPa und  $\delta_0 = 0,036$  mm der Riss nicht weiter fortschreitet. Für  $\delta_0 = 0,035$  ist der Rissverlauf mit dem des Werkstoffes 30CrNiMo8 vergleichbar. Das Risswachstum ist jedoch im Vergleich schneller.



**Abbildung 4.28:** Darstellung des Rissfortschrittes bei einer Eindringtiefe von  $x_{FP} = 1,1$  mm in Abhängigkeit von den gewählten Parametern ((a):  $\tau^0 = 1402$  MPa,  $\delta_0 = 0,035$  mm; (b):  $\tau^0 = 1358$  MPa,  $\delta_0 = 0,036$  mm; (c):  $\tau^0 = 1382$  MPa,  $\delta_0 = 0,036$  mm).

## 5 Vergleich experimenteller Ergebnisse mit numerischen Simulationen

Im Rahmen der experimentellen Studie wurden zahngroße Fragmente in das Getriebe eingebracht, um katastrophale Sekundärschäden bei der Wiedereinspeisung zu untersuchen. Im Anschluss wurden die Versagensmechanismen analysiert. Nach Versuchsplan wird das Fragment zwischen dem Hohlrad und dem Planetenrad eingespeist und befindet sich in der Zahnücke des Planetenrads. Im Folgenden wird ein Vergleich der erfassten Schadensmechanismen des numerischen Modells mit den Ergebnissen der quasistatischen und dynamischen Überrollversuche am skalierten Getriebe vorgenommen. An dieser Stelle sei darauf verwiesen, dass es nicht Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die Ergebnisse der numerischen Simulation an die Ergebnisse der Versuche anzupassen. Der Vergleich dient ausschließlich der Identifikation bislang im Modell vernachlässigter Effekte sowie der Dokumentation etwaiger Abweichungen. Dies ist dadurch begründet, dass die Reproduzierbarkeit der in den Versuchen erfassten Ergebnisse aufgrund der einmaligen Versuchsdurchführung nicht gewährleistet ist. Als Vergleichsgrößen zwischen dem Experiment und dem numerischen Modell wird die radiale Aufweitung des Hohlrades  $d_{\text{radial}}$ , die Eindringtiefe des Fragmentes in die Lücke des Planetenrades  $x_{\text{FP}}$  sowie die Eindringtiefe des Fragmentes in den Zahnkopf des Hohlrades  $x_{\text{FH}}$  verwendet. Die Referenzgrößen des Hohlrades werden in Abbildung 5.1 und die des Planetenrades in Abbildung 4.12 dargestellt.



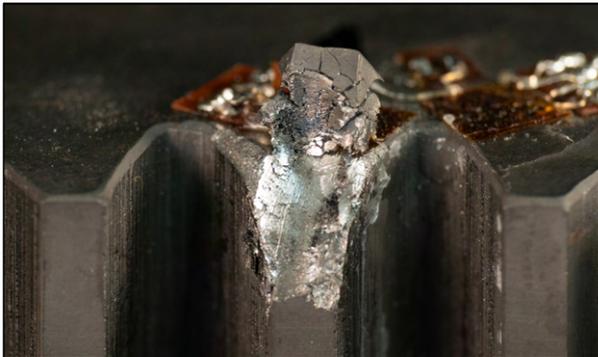
**Abbildung 5.1:** Darstellung der für den Vergleich verwendeten Referenzgrößen am Hohlrad  $x_{\text{FH}}$  sowie  $d_{\text{radial}}$ .

Die Ermittlung der Größen  $x_{FP}$  und  $d_{radial}$  erfordert die Auswertung der Kameradaten, welche lediglich für die dynamische Versuchsreihe vorliegen. Die Größe  $x_{FH}$  kann nach Abschluss der Versuchsdurchführung direkt am Zahn mit dem Laser-Kompaktwegsensor optoNCDT 2300 vermessen werden. Dabei wird der Sensor entlang der Zahnbreite bewegt und Ungenauigkeiten in der Ausrichtung auf der Basis von trigonometrischen Beziehungen nachträglich korrigiert. Hierfür wurde die Kante des Zahnkopfes als Referenz genommen.

In Kapitel 3.3 wird aufgezeigt, dass die im quasistatischen Versuch durchgeführte Dehnungsmessung mit den DMS-Rosetten in hohem Maße von der exakten Eindruckposition des Fragmentes in den Hohlradzahlen abhängig ist. Aufgrund des sich daraus ergebenden relativen Fehlers von 20% ist ein Vergleich der Dehnungsmessung nicht Gegenstand der nachfolgenden Betrachtung. Im Rahmen der Umsetzung des dynamischen Versuchsvorhabens wurde eine zusätzliche Applikation von DMS am Außenring des Hohlrades vorgenommen. Die daraus ermittelten Werte werden als Vergleichsgröße herangezogen, sofern keine Kameraaufzeichnung des Tests verfügbar ist.

## 5.1 Vergleich der quasistatischen Test-Ergebnisse

Zum Vergleich der plastischen Verformung am Hohlrad auf der Grundlage der Experimente der quasistatischen Überrollversuche am skalierten Getriebe wird die Eindringtiefe des Fragmentes am Zahnkopf des Hohlrades  $x_{FH}$  verglichen. Die Ergebnisse für die kugelförmigen Fragmente sind in Tabelle 5.1 dargestellt. Bei der Aufnahme eines kugelförmigen Fragmentes mit einem Durchmesser von 8 mm und einer axialen Position relativ zur Zahnbreite von 25% versagt das Material an der Zahnkopfkante, weshalb eine Vermessung der Eindringtiefe hier nicht möglich ist, siehe Abbildung 5.2.



**Abbildung 5.2:** Darstellung des Schadens für ein kugelförmiges Fragment mit einem Durchmesser von 8 mm und einer axialen Position relativ zur Zahnbreite von 25%.

Nach Tabelle 3.3 gibt es somit vier quasistatische Versuche, bei denen ein Vergleich der Eindringtiefe möglich ist. Die durchschnittliche Abweichung beträgt dabei 1,0%. Daher wirkt sich die Unsicherheit bei der Positionierung des Fragments nicht auf die Eindringtiefe aus.

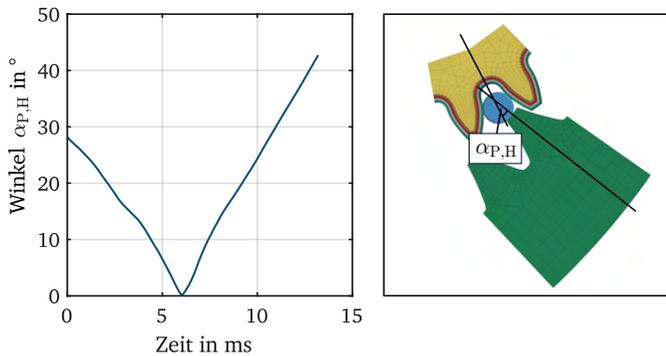
**Tabelle 5.1:** Vergleich der plastischen Verformung anhand experimenteller und numerischer Daten.

Test-ID	Axiale Position/Zahnbreite	$x_{FH}$ —FEM	$x_{FH}$ —Experiment
QTR1	25%	1,3	1,4
QTR2	50%	2,0	2,0
QTR3	75%	1,6	1,6
QTR5	50%	2,3	2,4

## 5.2 Vergleich der dynamischen Test-Ergebnisse

Im nachfolgenden Kapitel wird eine Gegenüberstellung der Ergebnisse der dynamischen Überrollversuche mit dem numerischen Modell vorgenommen. Für die Auswertung der experimentellen Daten und dem Vergleich mit der numerischen Simulation ist zu beachten, dass die Sollgeschwindigkeit am Planetenträger von  $v_{PT} = 427 \text{ min}^{-1}$  in keinem der Versuche eingehalten wurde. Die durchgeführten Optimierungen des Bremskonzepts am Prüfstand resultieren in jedem Versuch in einem abweichenden Betriebszustand, was als Grund für die variierenden Geschwindigkeiten zu nennen ist. Für die Analyse des exakten Betriebszustandes ist auf die noch unveröffentlichte Arbeit von Herrn Fischer zu verweisen [27]. Als Referenz für den betrachteten Zeitschritt wird nachfolgend stets der Winkel zwischen der Planetenlücke und dem Hohlradzahn  $\alpha_{p,H}$  gewählt. In Abbildung 5.3 wird der Verlauf des Winkels über die Zeit für eine Geschwindigkeit von  $427 \text{ min}^{-1}$  am Planetenträger dargestellt. Zum Zeitpunkt  $t = 0 \text{ ms}$  findet der erste Kontakt zwischen dem Fragment und den Zahnrädern bei einem Winkel von  $\alpha_{p,H} = 28^\circ$  statt. Zum Zeitpunkt  $t = 6 \text{ ms}$  beträgt der Winkel  $\alpha_{p,H} = 0^\circ$ . Für diesen Zeitpunkt ist die Belastung auf die Zahnräder maximal. Bei der Durchführung der numerischen Simulationen wird stets dieser Zeitpunkt für den Vergleich herangezogen.

Die tatsächlich im Versuch auftretenden Geschwindigkeiten des Planetenträgers sind der Tabelle 5.2 in Abhängigkeit vom Winkel  $\alpha_{p,H}$  zu entnehmen. Zusätzlich wird das Vorhandensein eines Bruchs an einem der beteiligten Kontaktpartnern angegeben. Bei den Versuchen DTR2, DTR3 und DTR5 tritt ein Versagen des Hohlrades auf. Ein Versagen des Planetenrades tritt bei keinem der Versuche auf.



**Abbildung 5.3:** Darstellung der Änderung des Winkels zwischen Planetenrad und Hohlrad über die Versuchszeit für eine Drehzahl von  $427 \text{ min}^{-1}$  am Planetenträger.

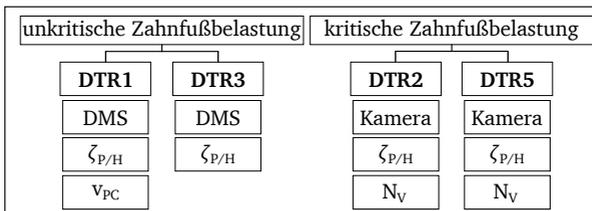
**Tabelle 5.2:** Geschwindigkeit am Planetenträger im Experiment in Abhängigkeit von dem Winkel  $\alpha_{P,H}$ .

Test-ID	$v_{PT}$ in $\text{min}^{-1}$			Versagen	
	$\alpha_{P,H} = 28^\circ$	$\alpha_{P,H} = 0^\circ$	$\alpha_{P,H} = 28^\circ$	Planet	Hohlrad
DTR1	165	142	140	nein	nein
DTR2	440	440	431	nein	ja
DTR3	335	335	347	nein	ja
DTR5	300	220	180	nein	ja

Die Analyse der Videoaufzeichnungen der Experimente DTR2 sowie DTR5 zeigt, dass die Eindringtiefe des Fragmentes in die Planetenlücke bei DTR2 um den Faktor 1,5 und bei DTR5 um den Faktor 2,8 größer ist als in der numerischen Simulation. Der Hauptgrund hierfür ist die Vernachlässigung des Versagens des Hohlrades durch den Fragmentkontakt, was zu einer geringeren Kontaktkraft zwischen Planetenflanke und Fragment führt. Der in den nachfolgenden Kapiteln dargestellte Riss am Zahnkopf des Hohlrades erklärt auch die deutlich größere Abweichung der Eindringtiefe des Fragmentes im Versuch DTR5 im Vergleich zu DTR2, in dem ein Aufbrechen der Randschicht makroskopisch erkennbar ist. Neben dem Versagen des Hohlrades, das in der numerischen Simulation nicht abgebildet wird, ist als weitere Ursache die kurze Belastungsdauer beim Überrollen des Fragmentes von 9 ms bei DTR2 und 18 ms bei DTR5 zu nennen. In diesem Zusammenhang ist zu berücksichtigen, dass abhängig von der Lastdauer einen Überhöhungsfaktor für die Streckgrenze

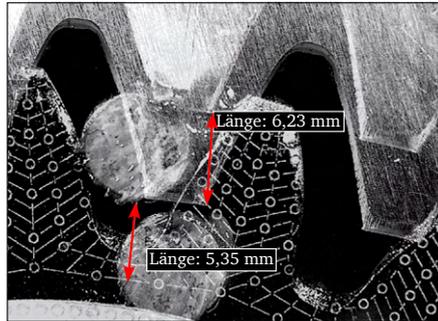
berücksichtigt werden muss [69]. Diese Vermutung wird durch die gute Übereinstimmung der Eindrücktiefen  $x_{FH}$  innerhalb der quasistatischen Versuchsreihe bestärkt. Aufgrund der geringen Anzahl an Veröffentlichungen zu diesem Thema ist die Identifikation dieses Faktors auf experimenteller Grundlage erforderlich. Da entsprechende Experimente im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt wurden, erfolgt eine Abschätzung des Faktors basierend auf den dynamischen Experimenten am skalierten Getriebeprüfstand. Um einen Vergleich der Zahnfußbeanspruchung zwischen Experiment und numerischer Simulation zu ermöglichen, werden nachfolgend die Steckgrenzen des Planeten- und Hohlrades so skaliert, dass die gleiche Eindrücktiefe  $x_{FP}$  in der numerischen Simulation und dem Experiment vorliegt. Aufgrund der fehlenden Kenntnisse bezüglich des genauen Anrisszeitpunktes und der Risspropagierung werden sowohl die Belastungszeit als auch die Reduktion der Kontaktkräfte zwischen Planetenflanke und Fragment durch den lokalen Zahnkopfbruch des Hohlrades innerhalb eines Skalierungsfaktors  $\zeta_{p/H}$  zusammengefasst. Die unterschiedliche Schwere der Schadensmechanismen sowie die voneinander abweichenden Lastzeiten resultieren in einer Abhängigkeit des Skalierungsfaktors  $\zeta_{p/H}$  von der jeweiligen Komponente sowie dem durchgeführten Versuch.

Die durchgeführten Versuche werden nachfolgend in unkritische und kritische Zahnfußbelastungen unterteilt. Dabei führt die Versuchskonfiguration unter der Kategorie ‚unkritische Belastung‘ zu keiner kritischen Zahnfußbeanspruchung des Planetenrades. In Abhängigkeit von der Art der durchgeführten Versuche wird eine entsprechende Auswertestrategie gewählt, wie in Abbildung 5.4 dargestellt. Aufgrund der Tatsache, dass nur für den Versuch DTR2 bzw. DTR5 eine Aufzeichnung der Hochgeschwindigkeitskamera vorliegt, ist für die übrigen Versuche lediglich eine Auswertung basierend auf der Dehnungsmessung und dem entstandenen Schadensbild möglich. Des Weiteren wird für den Versuch DTR1 eine zusätzliche Untersuchung des Versuchsergebnisses in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit vorgenommen, da sich die Geschwindigkeit am Planetenträger im Vergleich zur Sollgeschwindigkeit signifikant reduziert hat. Darüber hinaus wird für diejenigen Versuche mit kritischer Zahnfußbelastung am Planetenrad nachfolgend die normierte Versagenszahl  $N_V$  ausgewertet und mit den ermittelten Grenzwerte der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche verglichen. Die Untersuchung des Einflusses des Skalierungsfaktors  $\zeta_{p/H}$  erfolgt für alle Versuchskonfigurationen.



**Abbildung 5.4:** Darstellung der Auswertestrategie der dynamischen Versuchsreihe.

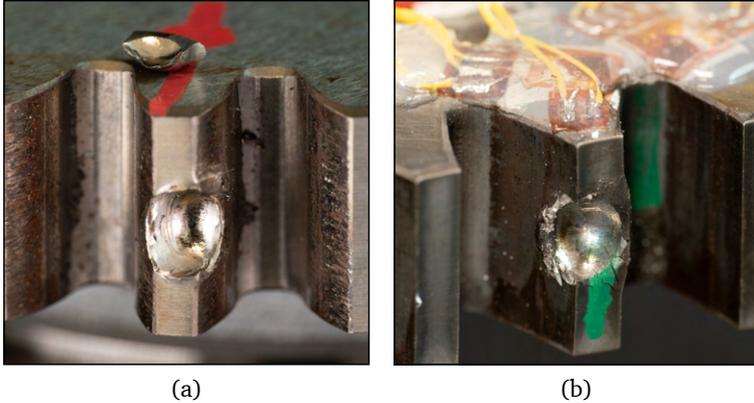
Das Bildmaterial der Hochgeschwindigkeitskamera wird im Rahmen dieser Arbeit mithilfe der Software IC MEASURE ausgewertet. Als Referenz sowie als Grundlage für die Kalibrierung dient die Lasergravur auf der Stirnseite des Planetenrades sowie die Kante am Zahnkopf des Hohlrades. Die exemplarische Vermessung im Programm wird in Abbildung 5.5 dargestellt. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die gemessene Verschiebung der Netzknoten des Planetenrades noch entsprechend der bekannten Kantenlängen der finiten Elemente auf die Eindrucktiefe  $x_{FP}$  zurückgerechnet werden muss.



**Abbildung 5.5:** Beispielhafte Darstellung einer Messung der Eindrucktiefe bzw. der radialen Aufweitung auf Basis der Kameradaten in der Software IC Measure.

### 5.2.1 DTR1

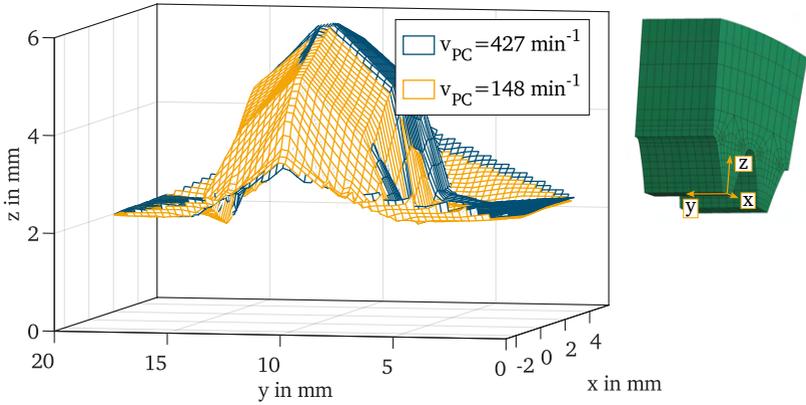
Im Rahmen der Prüfanordnung DTR1 erfolgt die Einspeisung einer Kugel mit einem Durchmesser von 8 mm zwischen Hohlrad und Planetenrad. Infolge der Einspeisung wird das Fragment in der Lücke des Planetenrades eingeklemmt und zusätzlich zwischen Sonnenrad und Planetenrad überrollt. Die punktförmige Kontaktkraft an der Planetenlücke führt dabei zu keinem makroskopisch erkennbaren Riss am Zahnrad. Die resultierende plastische Verformung sowie das Bruchstück des Zahnkopfes des Sonnenrades werden in Abbildung 5.6 dargestellt. Im Gegensatz zum einsatzgehärteten Sonnenrad ist am nitrierten Hohlrad durch den Eindruck des Fragmentes ein Aufbrechen der Randschicht zu erkennen. Im Unterschied dazu wurde beim Sonnenrad durch die Überrollung bei geringer plastischer Verformung ein Stück des Zahnkopfes herausgebrochen. Der genaue Zeitpunkt des Risses ist nicht identifizierbar. Die Größe dieses Bruchstücks wird für die Anwendung jedoch als unkritisch bewertet. Nachfolgend werden ausschließlich die schadensmechanischen Effekte am Hohlrad und am Planetenrad untersucht.



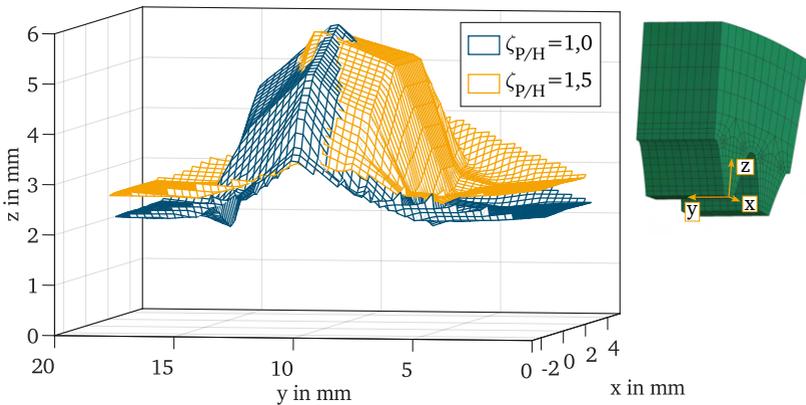
**Abbildung 5.6:** Schäden am Planetenrad (a) und am Hohlrad (b) nach dynamischem Überrollen des Fragmentes S3.

In allen betrachteten Simulationen ist  $x_{\text{Fp}} = 0$ . Daher wird folglich nur die Verformung am Hohlrad betrachtet. Im Folgenden wird der Faktor  $\zeta_{\text{p/H}} = 1,5$  gewählt, um den Einfluss der Planetenträger-Geschwindigkeit auf das Versuchsergebnis zu untersuchen. Dieser wird mit den Ergebnissen für den Faktor  $\zeta_{\text{p/H}} = 1,0$  verglichen. Darüber hinaus wird der Einfluss der Abweichung von der geplanten Geschwindigkeit von  $427 \text{ min}^{-1}$  am Planetenträger analysiert. In Abbildung 5.7 und 5.8 werden die Verformungen am Hohlrad durch den Eindruck des kugelförmigen Fragmentes für den Winkel  $\alpha_{\text{p,H}} = 0^\circ$  dargestellt.

Es zeigt sich, dass sowohl die radiale Aufweitung als auch die Eindringtiefe des Fragmentes vergleichbar sind und die Dehnratenabhängigkeit wie erwartet in diesem Geschwindigkeitsbereich eine untergeordnete Rolle spielt. So ist die Eindringtiefe des Fragmentes in den Zahnkopf im Vergleich zwischen den Geschwindigkeiten  $< 1\%$ . Die radiale Aufweitung liegt unabhängig von der Geschwindigkeit bei  $d_{\text{radial}} = 2,4 \text{ mm}$ . Der Einfluss der durch den Skalierungsfaktor angepassten Streckgrenze wirkt sich dagegen auf die radiale Aufweitung und die Eindringtiefe aus. So liegt die radiale Aufweitung für  $\zeta_{\text{p/H}} = 1,5$  bei  $d_{\text{radial}} = 2,7 \text{ mm}$  und ist damit  $13\%$  höher, während die Eindringtiefe  $18\%$  kleiner ist.

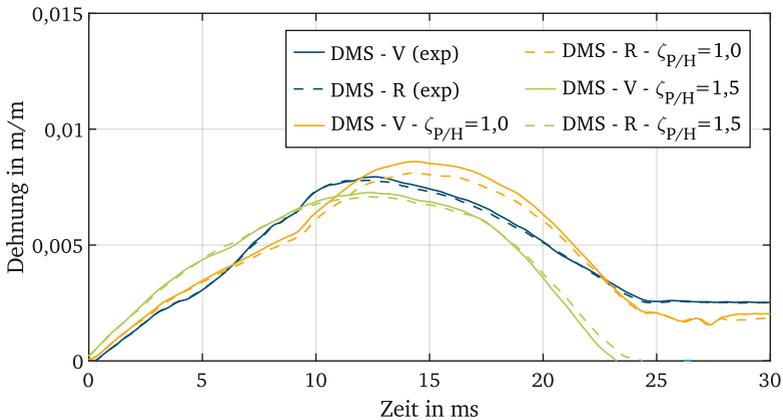


**Abbildung 5.7:** Darstellung der Verformungen am Hohlradkopf durch den Fragmentkontakt in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit am Planetenträger  $v_{PC}$  in der numerischen Simulation (DTR1).



**Abbildung 5.8:** Darstellung der Verformungen am Hohlradkopf durch den Fragmentkontakt in Abhängigkeit von der Belastungszeit in der numerischen Simulation (DTR1).

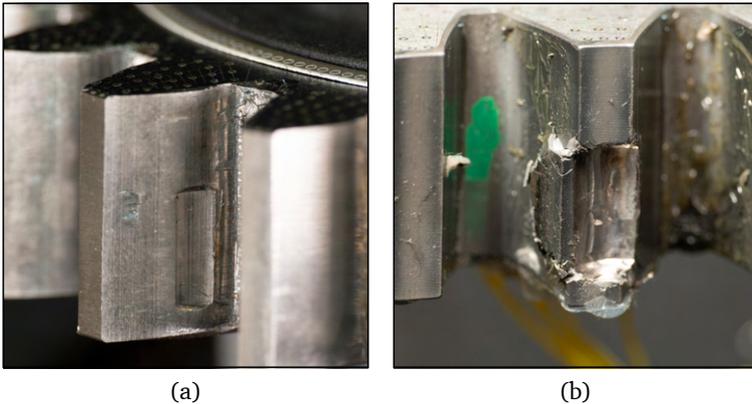
Im nächsten Schritt erfolgt ein Vergleich des im Versuch gemessenen DMS-Signals mit dem des numerischen Modells. In Abbildung 5.9 werden die Ergebnisse der Dehnungsmessung am Außenring des Hohlrades dargestellt. Hierbei wird zwischen der Dehnungsmessung an der Vorderseite (V) und der Rückseite (R) unterschieden. Der relative Fehler zwischen der maximalen, über die Breite gemittelten Dehnung der numerischen Simulation und dem Versuch beträgt 5 % für den Skalierungsfaktor  $\zeta_{p/H} = 1,0$  und  $-9\%$  für den Skalierungsfaktor  $\zeta_{p/H} = 1,5$ . Da die Eindringtiefe des Fragmentes in die Planetenrad-Zahnlücke unabhängig vom Skalierungsfaktor Null ist, wird die radiale Aufweitung des Hohlrades ausschließlich durch dessen Skalierung der Streckgrenze beeinflusst. Aufgrund der plastischen Verformung ohne makroskopisch sichtbare Risse an den Kontaktpartnern wird die Schlussfolgerung gezogen, dass bei einer Belastungszeit von 24 ms kein Skalierungsfaktor für die Streckgrenze aufgrund der Lastzeit zu berücksichtigen ist.



**Abbildung 5.9:** Vergleich der DMS-Signale des Versuchs mit der numerischen Simulation (DTR1,  $\zeta_{p/H} = 1,0$  &  $\zeta_{p/H} = 1,5$ ).

## 5.2.2 DTR2

Bei der Prüfanordnung DTR2 wird ein Zylinder mit einem Durchmesser von 8 mm und einer Länge von 10 mm eingespeist. Nach dem Ablösen des Fragmentes von dessen Halter wird dieses ca. 3 mm in Richtung der Rückseite des Getriebes axial verschoben. Am nitriertgehärteten Hohlrad führt die Einspeisung zu einem Aufbrechen der Randschicht und darauf folgend zu starken plastischen Verformungen Kernmaterials. Makroskopisch lässt sich kein Anriss am Planetenrad feststellen. Die schadensmechanischen Effekte werden in Abbildung 5.10 dargestellt.



**Abbildung 5.10:** Schäden am Planetenrad (a) und am Hohlrad (b) nach dynamischem Überrollen des Fragmentes C3.

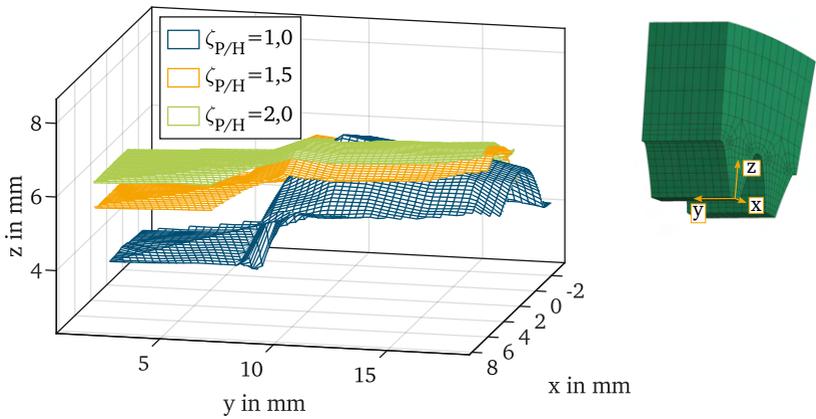
Die für den Versuch betrachteten Skalierungsfaktoren  $\zeta_{p,H}$  und die damit einhergehenden Eindringtiefen am Planetenrad  $x_{FP}$ , die radiale Aufweitung des Hohlrades  $d_{radial}$  sowie die Eindringtiefe des Fragmentes in den Zahnkopf des Hohlrades  $x_{FH}$  sind in der Tabelle 5.3 dargestellt. In der numerischen Simulation werden alle Größen sowohl an der Vorderseite als auch an der Rückseite der Zahnräder gemessen. Aus den Kameradaten ist ausschließlich die Ermittlung der Werte an der Vorderseite des Getriebes möglich.

**Tabelle 5.3:** Vergleich der plastischen Verformung basierend auf den experimentellen und numerischen Daten für  $\alpha_{p,H} = 0^\circ$ .

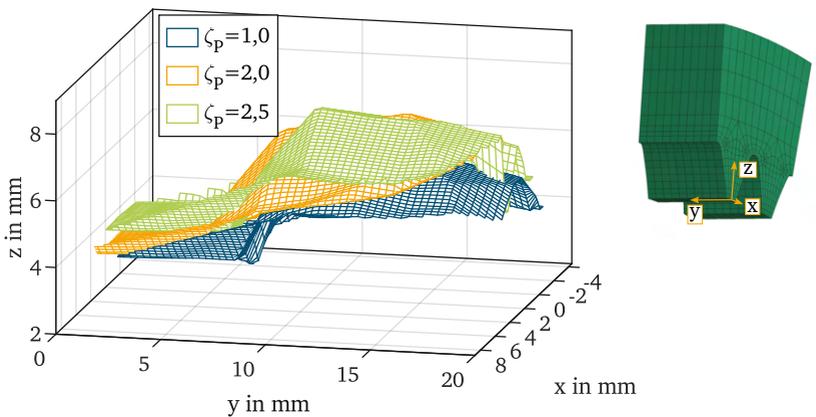
Konfiguration	$x_{FP,V}$ in mm	$x_{FP,R}$ in mm	$d_{radial,V}$ in mm	$d_{radial,R}$ in mm	$x_{FH}$ in mm
Experiment	1,7	-	4,4	-	-
$\zeta_H=1,0; \zeta_p=1,0$	2,2	2,6	3,6	3,8	3,7
$\zeta_H=1,5; \zeta_p=1,5$	2,2	2,2	5,2	5,6	2,1
$\zeta_H=2,0; \zeta_p=2,0$	2,2	2,2	5,9	6,3	1,5
$\zeta_H=1,0; \zeta_p=2,0$	1,5	1,8	4,4	4,8	4,4
$\zeta_H=1,0; \zeta_p=2,5$	1,3	1,4	4,4	4,8	4,7

Im Versuch ergibt sich eine radiale Aufweitung von 4,4 mm und eine Eindringtiefe des Fragmentes von  $x_{FP,V} = 1,7$  mm. Da im Rahmen des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchs (FEV) in zwei der drei durchgeführten Versuche ein Anriss bei der Eindringtiefe von  $x_{FP} = 1,7$  mm entsteht, wird bereits ohne nähere Auswertung des Beanspruchungszustandes deutlich, dass hier ein Anriss potenziell möglich gewesen wäre. Da in einem der drei vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche die kritische Eindringtiefe bei  $x_{FP,V} = 2,0$  mm lag und das Fragment durch die außermittige Einbringung eine abweichende Belastung am Zahnfuß hervorruft, wird nachfolgend der Beanspruchungszustand genauer betrachtet.

Eine visuelle Darstellung des in der Tabelle 5.3 dargestellten Einflusses der Skalierungsfaktoren auf die Eindringtiefe bzw. die radiale Aufweitung am Hohlrad erfolgt in den Abbildungen 5.11 und 5.12. Es zeigt sich, dass mit steigendem Skalierungsfaktor  $\zeta_{p/H}$  die Eindringtiefe  $x_{FH}$  abnimmt, während die radiale Aufweitung  $d_{radial}$  zunimmt. Bei konstantem Skalierungsfaktor  $\zeta_H$  und variierendem  $\zeta_p$  bleibt die radiale Aufweitung annähernd konstant, während die Eindringtiefe  $x_{FH}$  zunimmt. Die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ergibt sich für unterschiedliche Skalierungsfaktoren am Planetenrad und am Hohlrad aufgrund des lokalen Versagens des Hohlrades. Für einen Skalierungsfaktor von  $\zeta_p = 2,0$  am Planetenrad und  $\zeta_H = 1,0$  am Hohlrad ergibt sich eine gute Übereinstimmung für die Eindringtiefe  $x_{FP}$ . Für einen Skalierungsfaktor von  $\zeta_p = 2,5$  am Planetenrad und  $\zeta_H = 1,0$  am Hohlrad liegen beide gemessenen Eindringtiefen  $x_{FP,V}$  und  $x_{FP,R}$  unterhalb der im Experiment gemessenen Größe. Die radiale Aufweitung ist in beiden Modellen vergleichbar, wobei sie insgesamt größer ist als im Versuch. Da für die Belastung des Planetenrad-Zahnfußes ausschließlich die Eindringtiefe  $x_{FP}$  entscheidend ist, erfolgt nachfolgend ein Vergleich mit diesen beiden Modellen.

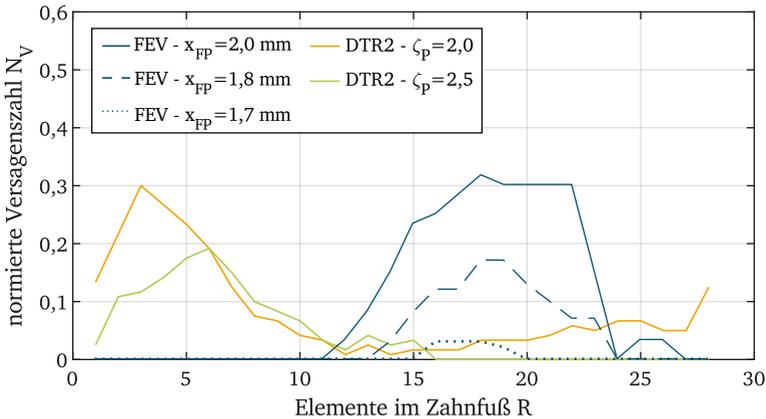


**Abbildung 5.11:** Darstellung der Verformungen am Zahnkopf des Hohlrades durch den Fragmentkontakt in Abhängigkeit von den Skalierungsfaktoren  $\zeta_{P/H} = 1,0$ ,  $\zeta_{P/H} = 1,5$  bzw.  $\zeta_{P/H} = 2,0$  (DTR2).



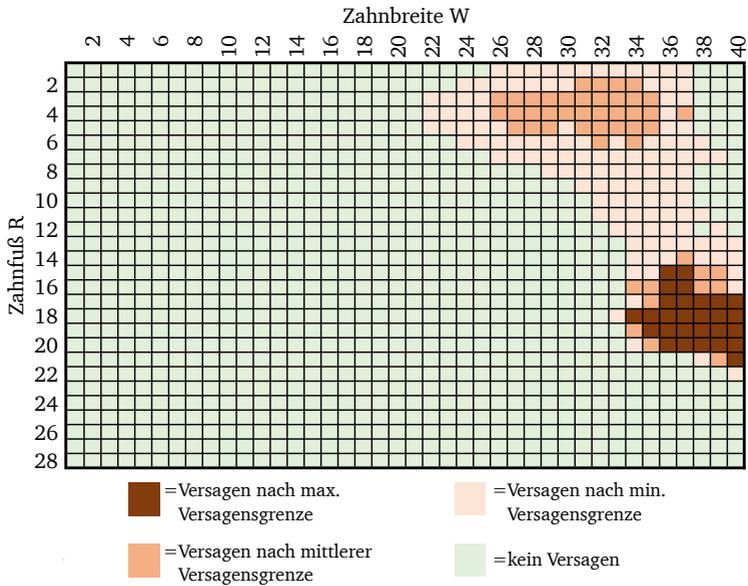
**Abbildung 5.12:** Darstellung der Verformungen am Zahnkopf des Hohlrades durch den Fragmentkontakt in Abhängigkeit der Skalierungsfaktoren  $\zeta_p = 1,0$ ,  $\zeta_p = 2,0$  bzw.  $\zeta_p = 2,5$  (DTR2,  $\zeta_H = 1,0$ ).

Der Vergleich der normierten Versagenszahl  $N_V$  mit den vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen (FEV) wird in Abbildung 5.13 dargestellt. Hierbei zeigt sich, dass für die Elementreihen  $R = 1 - 11$  die normierte Versagenszahl größer ist als im vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch mit dem Fragment C3 für die verschiedenen kritischen Eindringtiefen. Die maximale normierte Versagenszahl der Überrollversuche ist für die beiden betrachteten Skalierungsfaktoren kleiner als das Maximum der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche bei einer Eindringtiefe von  $x_{FP} = d_{max} = 2,0$  mm. Der Beanspruchungszustand weicht dabei jedoch insgesamt von dem Versuch ab. Grund hierfür ist die außermittige Einspeisung des Fragmentes in dem dynamischen Test.



**Abbildung 5.13:** Vergleich der normierten Versagenszahl im Zahnfuß für FEV und DTR (Randschicht-Modell, Fragment C3,  $\zeta_H = 1, 0$ )

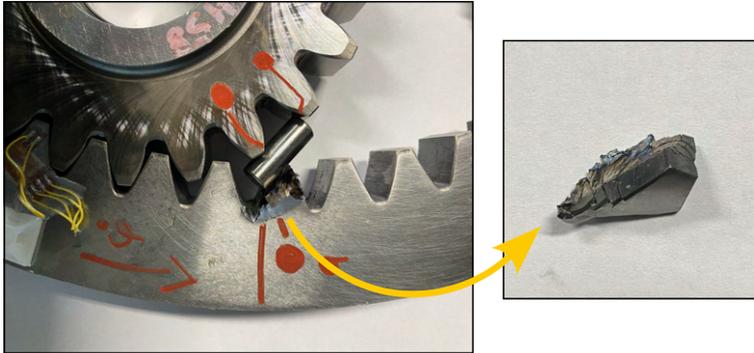
Zur weiteren Verdeutlichung des Beanspruchungszustandes werden die finiten Elemente basierend auf ihrer Position relativ zu den drei Versagensgrenzen HEE-min, HEE-mittel und HEE-max kategorisiert, siehe Abbildung 5.14. Der Beanspruchungszustand des Zahnfußes in den Elementreihen  $W = 21 - 40$  sowie  $R = 1 - 10$  ist vergleichbar mit dem vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch unter Berücksichtigung des Fragmentes C4. Hier liegen die auftretenden normierten Versagenszahlen ebenfalls ausschließlich im unteren Zahnfußbereich ( $R = 1 - 15$ ). Der Vergleich der normierten Versagenszahl des Versuchs DTR2 zeigt, dass die Beanspruchung des Zahnfußes im dynamischen Versuch in den Reihen  $R = 1 - 15$  kleiner ist als in dem vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch mit dem Fragment C4. Insgesamt wird dabei die maximale Versagensgrenze nicht erreicht.



**Abbildung 5.14:** Darstellung der Beanspruchungszustände des DTR2 Versuches (Randschicht-Modell, Fragment C3,  $\zeta = 2, 0$ )

### 5.2.3 DTR3

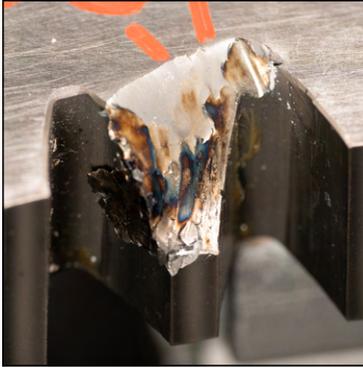
Bei der Durchführung des geplanten Versuches konnte das zylinderförmige Fragment mit einem Durchmesser von 8 mm und einer Länge von 20 mm nicht wie gewünscht in den Zahneingriff eingezogen werden. Stattdessen wurde es durch einen falschen Kontakt mit dem Planetenrad von dem Fragmenthalter abgetrennt und dann an einer anderen Stelle im Getriebe in einer gedrehten Position überrollt. Die Positionierung des Fragmentes wird in Abbildung 5.15 dargestellt.



**Abbildung 5.15:** Darstellung der Einbringposition des Fragmentes.

Während des Überrollvorganges wurde ein Teil des Zahnkopfes des Hohlrades abgetrennt. Eine detaillierte Darstellung der Bruchfläche sowie des Bruchstückes erfolgt in Abbildung 5.16. Am Planetenrad selbst kam es ausschließlich zu plastischen Verformungen, siehe Abbildung 5.17.

Der durch die ungeplante Ablösung des Fragmentes von der Stößelhalterung entstandene Abriss eines Zahnstückes am Hohlrad ist ohne Berücksichtigung einer Versagensgrenze für das Hohlrad mithilfe der numerischen Simulation nicht abbildbar. Da keine Ergänzungsversuche zur Versagensgrenze des Hohlrades durchgeführt wurden, ist eine Identifikation des versagenskritischen Bereiches zwischen numerischer Simulation und Experiment nur basierend auf den dehnratenabhängigen Zugversuchen des Kernmaterials möglich. Aufgrund der Unabhängigkeit der Materialeigenschaften im Kernbereich des Hohlrades von der Wärmebehandlung wird die Abschätzung als zulässig erachtet.



(a)



(b)

**Abbildung 5.16:** Schäden am Hohlrad nach dynamischem Überrollen des Fragmentes C4.



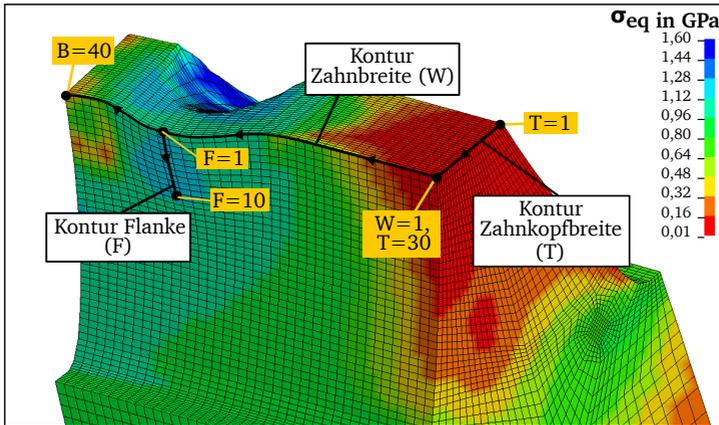
(a)



(b)

**Abbildung 5.17:** Schäden am Planetenrad nach dynamischem Überrollen des Fragmentes C4.

Um nachfolgend die Spannungs- und Dehnungszustände am Hohlrad zu betrachten, wird im ersten Schritt die Bezeichnung der finiten Elemente am Hohlrad eingeführt, siehe Abbildung 5.18.



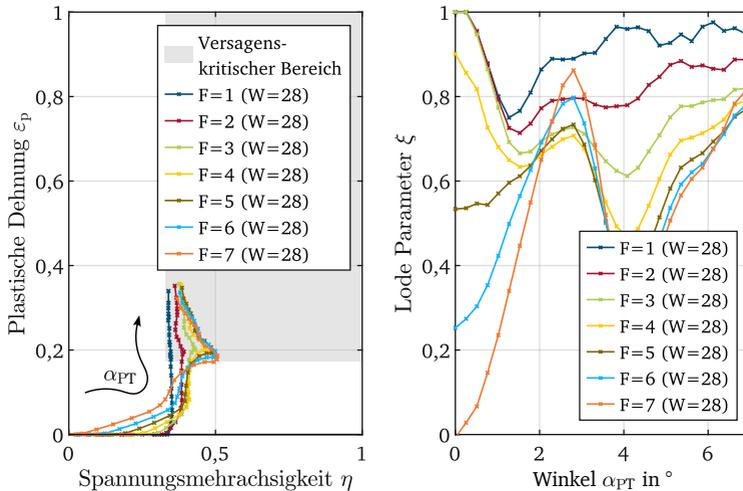
**Abbildung 5.18:** Bezeichnung der finiten Elemente am Zahnkopf des Hohlrades.

Aus den Ergebnissen der Zugversuch (vgl. Abbildung 3.6) wird eine Bruchdehnung von  $\varepsilon_{\text{Bruch}} = 17,4 \pm 1,1$  für eine Spannungsmehrsigigkeit von  $\eta = 0,33$  und einen Lode-Parameter von  $\xi = 1$  bestimmt. Folglich wird das Kernmaterial des wärmebehandelten Hohlrades diese Dehnung unter Zugbelastung maximal ertragen. In der Randschicht liegt die kritische Dehnung entsprechend unter diesem Grenzwert [28]. Da die Bruchdehnung mit zunehmender Spannungsmehrsigigkeit abnimmt, wird die Annahme getroffen, dass alle Beanspruchungszustände, die im Bereich  $\eta > 0,33$  und  $\varepsilon_p > 17,4 \pm 1,1$  liegen, als versagenskritisch gewertet werden.

Aus dem Experiment wird der genaue Anrisszeitpunkt anhand der Messdaten geschätzt, da die Einspeisung und Überrollung des Fragmentes außerhalb des Sichtbereiches der Hochgeschwindigkeitskamera stattgefunden hat. Der Zeitpunkt des ersten Kontaktes des Fragmentes mit den Zahnradern wird basierend auf den DMS Signalen ermittelt. Der Zeitpunkt des Anrisses wird entsprechend auf den Zeitpunkt gesetzt, an dem die DMS am Außenring des Hohlrades die maximale Dehnung erreichen. Hierbei sei darauf hingewiesen, dass bereits vor diesem Zeitpunkt erste Anrisse im Zahn nicht ausgeschlossen sind. Aus dem ermittelten Zeitfenster und der gemittelten Geschwindigkeit am Planetenträger von  $335 \text{ min}^{-1}$  ergibt sich ein zurückgelegter Winkel von  $\alpha_{\text{PT}} = 7^\circ$  des Planetenträgers. Im Experiment tritt der Anriss auf Höhe des Kontaktpunktes des Zylinders mit dem Zahnkopf des Hohlrades auf. In der numerischen Simulation entspricht dies den Elementen im

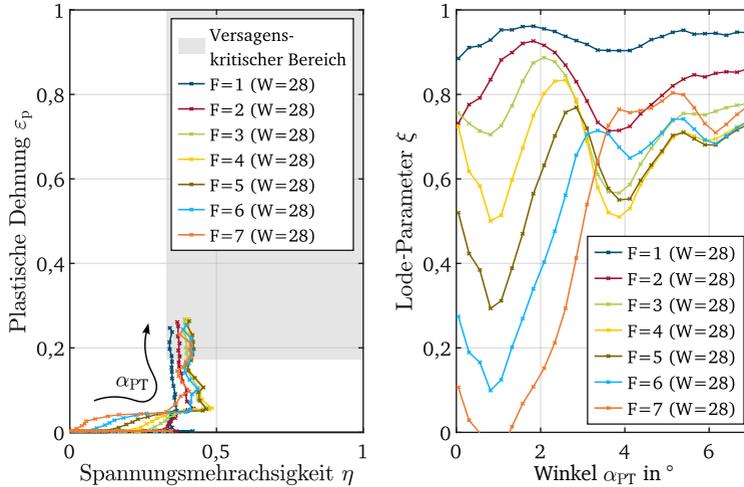
Bereich von  $W = 28$ ,  $T = 30$  und  $F = 1 - 7$ . In Abbildung 5.19 wird der Beanspruchungszustand dieser finiten Elemente dargestellt. Es zeigt sich, dass der Beanspruchungszustand dieser Elemente oberhalb der abgeschätzten Versagensgrenze liegt. Demzufolge wird davon ausgegangen, dass das numerische Modell das Versagen des Hohlrades erfasst.

Die Abbildung 5.19 stellt zusätzlich den Verlauf des Lode-Parameters abhängig vom zurückgelegten Winkel dar. Dabei werden im gesamten Bereich ausschließlich Werte zwischen  $\xi = 1$  und  $\xi = 0$  erreicht. Deshalb wird gefolgert, dass unter zusätzlicher Berücksichtigung des Lode-Parameters die getroffene Annahme ebenfalls gilt, da die Bruchdehnung mit abnehmendem Lode-Parameter im Bereich zwischen  $\xi = 1$  und  $\xi = 0$  abnimmt.



**Abbildung 5.19:** Darstellung der Beanspruchungszustände des DTR3 Versuches (homogenisiertes Modell, Fragment C4,  $T = 30$ ,  $\zeta_{P/H} = 1,0$ ).

Um zu analysieren, welchen Effekt der Skalierungsfaktor  $\zeta_{P/H}$  auf den Beanspruchungszustand hat, wird in Abbildung 5.20 der Beanspruchungszustand für  $\zeta = 2,0$  dargestellt. Hierbei wird deutlich, dass die Belastungen der entsprechenden Elemente weiterhin im kritischen Bereich liegen.

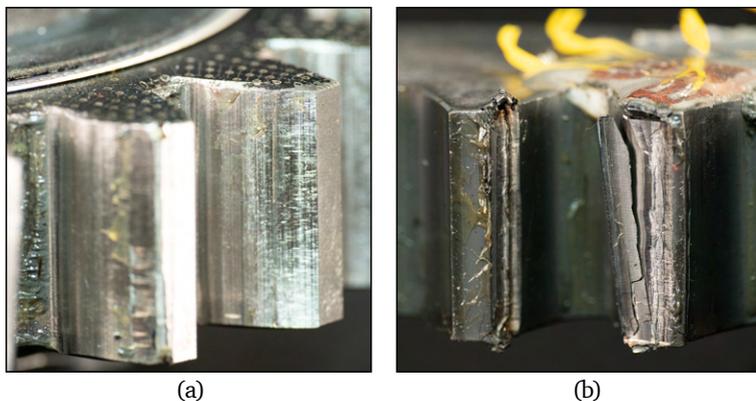


**Abbildung 5.20:** Darstellung der Beanspruchungszustände des DTR3 Versuches (homogenisiertes Modell, Fragment C4,  $\zeta = 2,0$ ).

### 5.2.4 DTR5

Bei der Prüfanordnung DTR5 wird ein Zylinder mit einem Durchmesser von 8 mm und einer Länge von 20 mm eingespeist. Am Zahnkopf des Hohlrades ist ein Riss an der Kontaktstelle zu erkennen. Am Planetenrad ist makroskopisch kein Anriss erkennbar. Der im Versuch aufgetretene Riss am Hohlrad führt zu einer Verringerung der Kontaktkräfte zwischen Planetenrad und Fragment, wobei dieser Effekt durch eine getrennte Skalierung des Hohlrades und des Planetenrades berücksichtigt wird. Die schadensmechanischen Effekte werden in Abbildung 5.21 dargestellt.

Die Ergebnisse der radialen Aufweitung des Hohlrades sowie der Eindringtiefe des Fragmentes in die Verzahnung werden in Tabelle 5.4 dargestellt. Im Versuch ergibt sich eine radiale Aufweitung von 6,2 mm und eine Eindringtiefe des Fragmentes von  $x_{FP,V} = 0,8$  mm. Da im Rahmen des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchs ein Anriss unter einer Eindringtiefe von  $x_{FP} = 1,1$  mm entsteht, ist bereits ohne nähere Auswertung des Beanspruchungszustandes begründbar, weshalb hier kein Anriss aufgetreten ist. Die radiale Aufweitung in der numerischen Simulation ohne Berücksichtigung des Faktors für die Lastdauer ist  $d_{\text{radial,V/H}} = 6,1$  mm. Unter Vernachlässigung der Lastzeit ( $\zeta = 1,0$ ) ergibt sich eine Eindringtiefe des Fragmentes von  $x_{FP,V} = 1,6$  mm an der Vorderseite und  $x_{FP,R} = 2,3$  mm an der Rückseite des Fragmentes. Damit ist auch in diesem Versuch die Eindringtiefe im Vergleich größer als im Experiment.

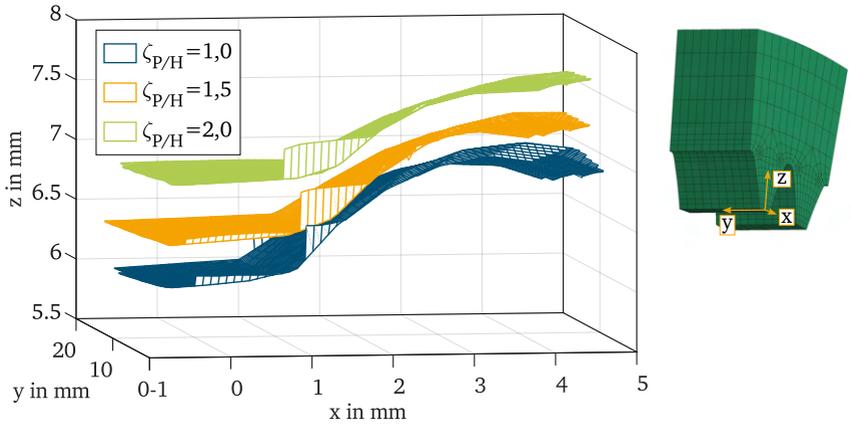


**Abbildung 5.21:** Schäden am Planetenrad (a) und am Hohlrad (b) nach dynamischem Überrollen des Fragmentes C4.

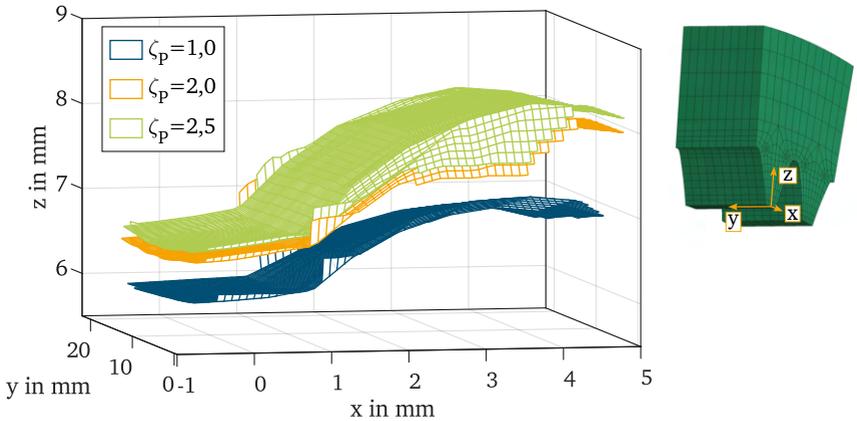
**Tabelle 5.4:** Vergleich der plastischen Verformung basierend auf den experimentellen und numerischen Daten für  $\alpha_{p,H} = 0^\circ$ .

Konfiguration	$x_{FP,V}$ in mm	$x_{FP,R}$ in mm	$d_{radial,V}$ in mm	$d_{radial,R}$ in mm	$x_{FH}$ in mm
Experiment	0,8	-	6,2	-	-
$\zeta_H=1,0; \zeta_p=1,0$	1,6	2,3	6,1	6,1	1,0
$\zeta_H=1,5; \zeta_p=1,5$	1,2	1,9	6,6	6,6	0,9
$\zeta_H=2,0; \zeta_p=2,0$	1,0	1,8	6,9	6,8	0,7
$\zeta_H=1,0; \zeta_p=2,0$	0,7	1,2	6,8	6,8	1,0
$\zeta_H=1,0; \zeta_p=2,5$	0,5	0,9	6,9	6,9	1,0

Eine visuelle Darstellung des Einflusses des Skalierungsfaktors auf die radiale Aufweitung und die Eindringtiefe des Fragmentes in das Hohlrad erfolgt in den Abbildungen 5.22 und 5.23. Das Erhöhen beider Skalierungsfaktoren am Hohlrad und am Planetenrad führt zu einer Reduktion der Eindringtiefe  $x_{FH}$ , während die radiale Aufweitung  $d_{radial}$  steigt. Bei konstantem Skalierungsfaktor des Hohlrades und variablem Skalierungsfaktor des Planetenrades wird die radiale Aufweitung maßgeblich durch die Eindringtiefe des Fragmentes in die Planetenlücke bestimmt. Die lokale Eindringtiefe des Fragmentes im Hohlrad bleibt konstant. Die gleichen Effekte zeigen sich auch beim Test DTR2.



**Abbildung 5.22:** Darstellung der Verformungen am Zahnkopf des Hohlrades durch den Fragmentkontakt in Abhängigkeit von den Skalierungsfaktoren  $\zeta_{p/H} = 1,0$ ,  $\zeta_{p/H} = 1,5$  bzw.  $\zeta_{p/H} = 2,0$  (DTR5).

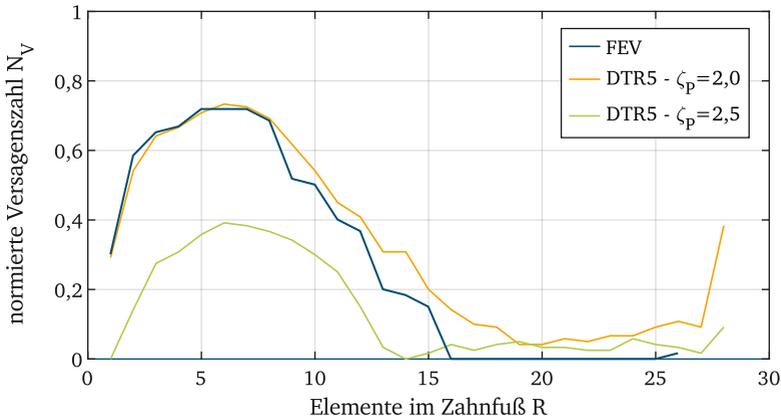


**Abbildung 5.23:** Darstellung der Verformungen am Zahnkopf des Hohlrades durch den Fragmentkontakt in Abhängigkeit der Skalierungsfaktoren  $\zeta_p = 1,0$ ,  $\zeta_p = 2,0$  bzw.  $\zeta_p = 2,5$  (DTR5,  $\zeta_H = 1,0$ ).

Die höchste Übereinstimmung der Eindrucktiefe  $x_{F,p}$  mit den experimentellen Daten wird, genau wie im Versuch DTR2, für abweichende Skalierungsfaktoren am Planeten-

bzw Hohlrad festgestellt. Für einen Skalierungsfaktor von  $\zeta_p = 2,0$  am Planetenrad und  $\zeta_H = 1,0$  am Hohlrad ergibt sich eine gute Übereinstimmung für die Eindrucktiefe  $x_{FP}$ . Für einen Skalierungsfaktor von  $\zeta_p = 2,5$  am Planetenrad und  $\zeta_H = 1,0$  am Hohlrad liegen beide gemessenen Eindrucktiefen  $x_{FP,V}$  und  $x_{FP,R}$  unterhalb der im Experiment gemessenen Größe. Der durch die Vernachlässigung des Anrisses auftretende relative Fehler der radialen Aufweitung liegt bei 9%. Für die nachfolgende Auswertung des Beanspruchungszustandes am Zahnfuß des Planetenrades werden stets die Skalierungsfaktoren  $\zeta_p = 2,0$  bzw.  $\zeta_p = 2,5$  am Planetenrad und  $\zeta_H = 1,0$  am Hohlrad verwendet.

In Abbildung 5.24 wird der Vergleich der normierten Versagenszahl der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche zum dynamischen Versuch dargestellt. Das Maximum der normierten Versagenszahl liegt für den Skalierungsfaktor  $\zeta_p = 2,0$  bei  $N_V = 0,73$  und für  $\zeta_p = 2,5$  bei  $N_V = 0,39$ . Im Vergleich dazu liegt das Maxima der normierten Versagenszahl der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche für das Material 18CrNiMo7-6 bei  $N_V = 0,72$ . Insgesamt ist der Verlauf über den Zahnfuß hinweg vergleichbar. Zusammenfassend wird festgehalten, dass die im vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch ermittelten Eindrucktiefen als Anhaltspunkt für einen möglichen Anriss herangezogen werden können. Auf Basis der Ergebnisse lässt sich begründen, warum im dynamischen Versuch kein Anriss aufgetreten ist.



**Abbildung 5.24:** Vergleich der normierten Versagenszahl im Zahnfuß für FEV und DTR (Randschicht-Modell, Fragment C4,  $\zeta_H = 1,0$ ).

---

### 5.3 Kernerkenntnisse aus dem Vergleich mit den dynamischen Versuchen

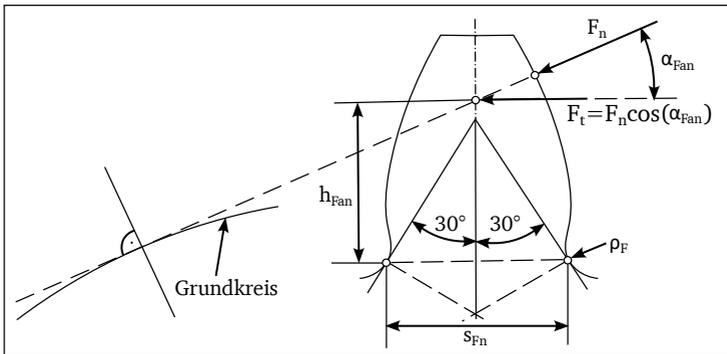
Die Gegenüberstellung der numerischen Simulation mit den experimentellen Daten liefert wesentliche Erkenntnisse für die Implementierung des Modells. Diesbezüglich lässt sich feststellen, dass zur Modellierung eines identischen Beanspruchungszustandes am Zahnfuß des Planetenrades die Berücksichtigung eines Skalierungsfaktors für die Streckgrenze erforderlich ist. Aufgrund des bislang fehlenden Versagensmodells für das Hohlrad konnte keine Analyse durchgeführt werden, welche Aufschluss über den Effekt der Lastzeit auf das Verformungsverhalten des Planeten- und Hohlrades gibt. Es ist zu empfehlen, die festgestellten Skalierungsfaktoren für die beiden Zahnräder durch zusätzliche experimentelle Studien weiter zu untersuchen. In der Zusammenfassung lässt sich festhalten, dass unter Berücksichtigung des Skalierungsfaktors die gleichen Schadensmechanismen am Planetenrad wie im Versuch festgestellt werden.



## 6 Identifikation von Einflussgrößen auf die Schadensmechanismen

Im Folgenden wird eine Abschätzung der Einflussgrößen auf die auftretenden Schadensmechanismen vorgenommen. Der Fokus der Analyse liegt dabei auf den Fragmenten, durch deren Einspeisung ein Zahnfußanriss möglich ist. Im Rahmen der in dieser Arbeit betrachteten Fragmente gilt dies ausschließlich für das Fragment C4.

Im ersten Schritt wird der Einfluss der geometrischen Größen des Planetenrades betrachtet. Nach den Grundlagen der Festigkeitslehre wird als mechanisches Ersatzschaltbild eines belasteten Zahnes ein einseitig eingespannter Biegebalken verwendet. Die geometrischen Parameter zur Berechnung der lokalen Zahnfußspannung sind in Abbildung 6.1 dargestellt. Dabei entspricht  $h_{\text{Fan}}$  dem Biegehebelarm,  $s_{\text{Fn}}$  der Zahnfußsehne,  $\rho_{\text{F}}$  dem Zahnfußrundungsradius und  $\alpha_{\text{Fan}}$  dem Kraftangriffswinkel.



**Abbildung 6.1:** Geometrische Kenngrößen zur Berechnung der lokalen Zahnfußspannung.

Die Zahnfußspannung  $\sigma_{\text{FO-B}}$  ergibt sich nach Gleichung (6.1) und ist von der wirkenden tangentialen Kontaktkraft  $F_t$ , der Zahnbreite  $b$ , dem Modul im Normalschnitt  $m_n$ , dem Formfaktor  $Y_F$ , dem Spannungskorrekturfaktor  $Y_S$  und dem Schrägenfaktor  $Y_\beta$  abhängig [91].

$$\sigma_{\text{FO-B}} = \frac{F_t}{m_n b} Y_F Y_S Y_\beta \quad (6.1)$$

Da in der dynamischen Versuchsreihe die plastischen Verformungen bei Einspeisung des Fragmentes C4 vernachlässigbar sind und das Fragment die gesamte Zahnbreite belastet, wird von einer vollständigen Übertragbarkeit der in der Norm dargestellten analytischen Zusammenhänge für diesen abnormalen Zahnkontakt mit einem Fragment ausgegangen.

Nachfolgend werden die Einflussgrößen der in der Gleichung (6.1) aufgeführten Faktoren analysiert. Der Formfaktor  $Y_F$  berücksichtigt den Einfluss der Zahnform und wird nach Gleichung (6.2) berechnet.  $\alpha_n$  ist dabei der Normaleingriffswinkel der Verzahnung. Unter Berücksichtigung der Gleichung wird deutlich, dass das Normalenmodul  $m_n$  indirekt proportional zum Formfaktor ist. Darüber hinaus ergibt sich eine quadratische indirekte Proportionalität zur Zahnfußspannung. Weiterhin nimmt  $Y_F$  quadratisch mit der Zahnfußsehne  $s_{Fn}$  ab. Ein Anstieg im Normaleingriffswinkel  $\alpha_n$  führt zu einem Anstieg des Formfaktors  $Y_F$ , wohingegen er mit zunehmendem Kraftangriffswinkel  $\alpha_{Fan}$  abnimmt.

$$Y_F = \frac{6 \frac{h_F}{m_n} \cos(\alpha_{Fan})}{\left(\frac{s_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cos(\alpha_n)} \quad (6.2)$$

Der Spannungskorrekturfaktor  $Y_S$  berücksichtigt die Kerbwirkung durch die Zahnfußrundung und wird nach Gleichung (6.3) berechnet. Unter Berücksichtigung der Gleichung zeigt sich, dass der Spannungskorrekturfaktor  $Y_S$  mit ansteigendem Fußrundungsradius  $\rho_F$  abnimmt, wohingegen er mit ansteigendem Biegehebelarm  $h_{Fan}$  und ansteigender Zahnfußsehne  $s_{Fn}$  zunimmt.

$$Y_S = (1, 2 + 0, 13 L) q_s^{[1/(1,21+2,3/L)]} \text{ mit } L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fan}}; q_s = \frac{s_{Fn}}{2 \rho_F} \quad (6.3)$$

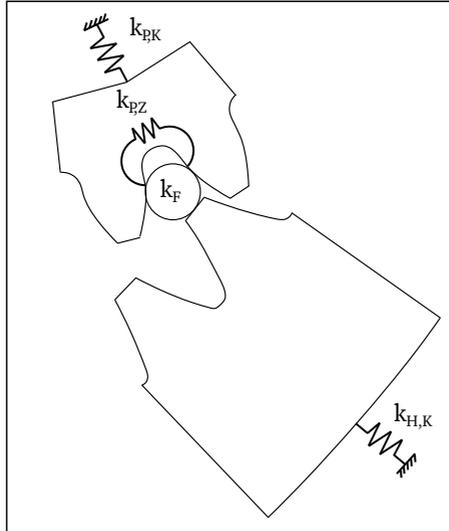
Der Schrägenfaktor  $Y_\beta$  wird nach Gleichung (6.4) berechnet und berücksichtigt neben dem Schrägungswinkel  $\beta$  auch die Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$ . Dabei ist der Schrägenfaktor  $Y_\beta$  direkt proportional zum Schrägungswinkel  $\beta$  und der Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$ .

$$Y_\beta = 1 - \min(\varepsilon_\beta; 1) \frac{\min(\beta; 30)}{120} \quad (6.4)$$

Im Folgenden wird der Schrägungswinkel  $\beta$  als geometrische Einflussgröße weiter untersucht, da diese Größe im Rahmen der Skalierung des ursprünglichen Triebwerk-Getriebes modifiziert wurde und bezüglich der Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$  für den abnormalen Kontakt mit dem Fragment keine genaue Aussage bezüglich des Einflusses möglich ist. Neben den geometrischen Einflussgrößen auf die Steifigkeit der Planetenzähne  $k_{p,z}$  wird, wie in den Vergleichen mit den dynamischen Versuchen, als materialbasierte Einflussgröße die Streckgrenze berücksichtigt. Infolge der Charakteristik des Zahnfußanrisses als Spröbruch wird der Einfluss des Verfestigungsbereichs der Planetenrad-Werkstoffe

auf den Schadensausgang nicht als signifikant erachtet. Aus diesem Grund werden die Materialparameter  $B$  und  $n$  des J-C Materialmodells nicht weiter betrachtet.

Anschließend werden die Einflussparameter auf die wirkende Kraft  $F_t$ , basierend auf den Steifigkeiten der Kontaktpartner analysiert. In Abbildung 6.2 werden alle Steifigkeiten aufgeführt, welche die Kraft auf de Planetenrad-Zahn beeinflussen. Hierzu zählt die Steifigkeit des Planetenrad-Zahnes  $k_{p,Z}$ , des Planetenradkerns  $k_{p,K}$  und des Hohlradkerns  $k_{H,K}$ . Ersteres wird dabei implizit durch die zuvor genannten geometrischen Größen bei der Berechnung der Zahnfußspannung berücksichtigt.



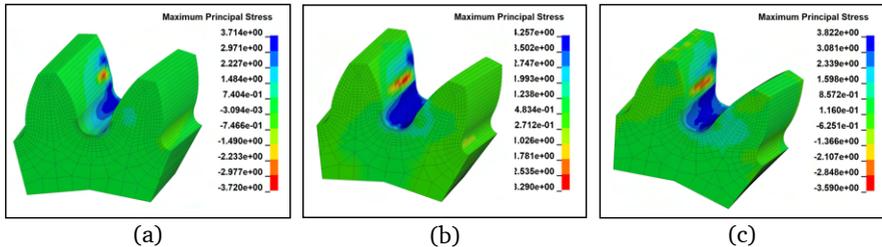
**Abbildung 6.2:** Darstellung der relevanten Steifigkeiten beim Überrollen eines Fragmentes.

Da die Steifigkeit der Planetenradanbindung um einen Faktor 8 steifer ist als die Hohlradanbindung wird die Steifigkeit  $k_{p,K}$  nachfolgend nicht weiter als Einflussgröße berücksichtigt. Die Steifigkeit  $k_{H,K}$  des Hohlradkerns wird durch verschiedene Einflussgrößen maßgeblich bestimmt. Dazu zählen die Zahnkranzdicke, die Streckgrenze sowie der Verfestigungsbereich des verwendeten Materials. Die Steifigkeit nimmt dabei mit zunehmender Zahnkranzdicke ab. Da in den betrachteten Versuchskonfigurationen ausschließlich Beanspruchungen im elastischen Bereich am Zahnkranz auftraten, wird der Einfluss der Streckgrenze und des Verfestigungsbereiches auf die auftretenden Schadensmechanismen als vernachlässigbar eingestuft.

Im letzten Schritt werden die Einflussgrößen auf die Steifigkeit des Fragmentes analysiert. Im Rahmen der experimentellen Untersuchung wurde als Werkstoff für das Fragment durchgehärteter Chromstahl (100Cr6 G10) gewählt. Diese Werkstoffwahl hat zur Folge, dass in keinem Versuch makroskopische plastische Verformungen am Fragment erkennbar waren. Der Einfluss des E-Moduls wurde bereits in Kapitel 4 als vernachlässigbar eingeschätzt. Nachfolgend wird daher lediglich die Streckgrenze des Fragmentmaterials auf die entstehenden Schadensmechanismen untersucht.

## 6.1 Schrägverzahnung

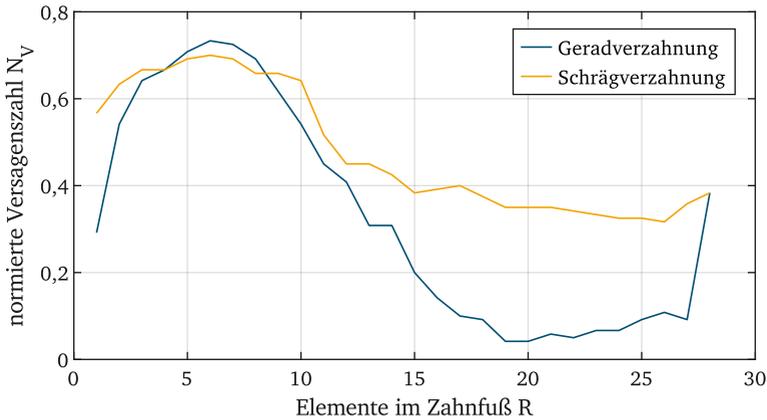
Die Verzahnung innerhalb des skalierten Getriebes wurde aufgrund vereinfachter Aktuierung für die Einpeisung des Fragmentes von einer Schrägverzahnung auf eine Geradverzahnung reduziert. Nachfolgend wird nun basierend auf der numerischen Simulation der Einfluss dieses Parameters auf die Zahnfußspannung unter Berücksichtigung eines Schrägungswinkels  $\beta = 20^\circ$  ermittelt. Durch die Schrägverzahnung erfolgt der initiale Kontakt des Fragmentes mit der Verzahnung nicht wie bei der Geradverzahnung unter einem bestimmten Winkel  $\alpha_{p,H}$ . Stattdessen wird der Kontakt kontinuierlich mit abnehmendem Winkel  $\alpha_{p,H}$  in Zahnbreitenrichtung gesteigert, bis schließlich alle Elemente entlang der Zahnbreite das Fragment kontaktieren. Die maximalen Hauptspannungen werden in Abbildung 6.3 für verschiedene Winkel  $\alpha_{p,H}$  dargestellt.



**Abbildung 6.3:** Darstellung der maximalen Hauptspannung für die Winkel (a)  $\alpha_{p/H} = 24$ , (b)  $\alpha_{p/H} = 16$  und (c)  $\alpha_{p/H} = 8$  ( $\zeta_P = 2$ ,  $\zeta_H = 1$ , C4).

In Abbildung 6.4 werden die normierten Versagenszahlen für die Überhöhungsfaktoren  $\zeta_P = 2$  und  $\zeta_H = 1$  dargestellt. Der Pearson-Korrelationskoeffizient liegt bei 0,96, wobei das lokale Maximum der Schrägverzahnung mit  $N_V = 0,7$  eine relative Abweichung von 4% zur Geradverzahnung ( $N_V = 0,73$ ) vorweist. In Richtung höherer Elementreihen (ab

$R > 8$ ) liegen die normierten Versagenszahlen der Schrägverzahnung dagegen über denen der Geradverzahnung. Grund dafür ist der in Abbildung 6.3 dargestellte Kontaktablauf.



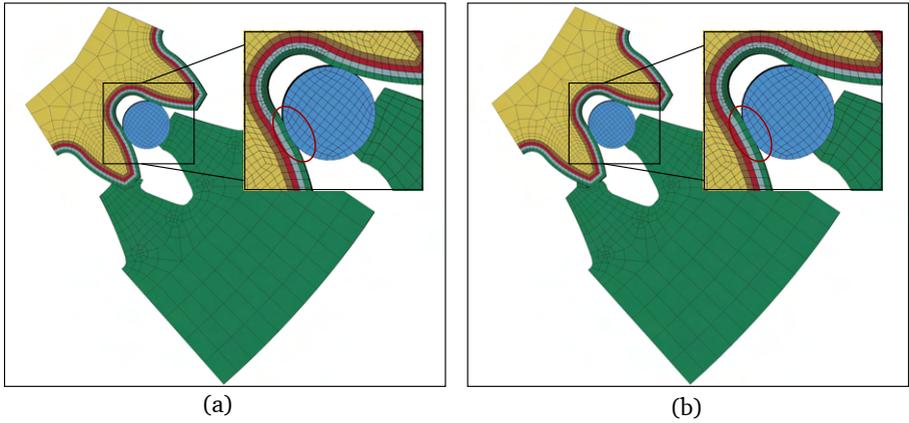
**Abbildung 6.4:** Vergleich der normierten Versagenszahl entlang der finiten Elemente am Zahnfuß bei Gerad- und Schrägverzahnung für  $\zeta_p = 2$  und  $\zeta_H = 1$  (C4).

## 6.2 Fragmentmaterial

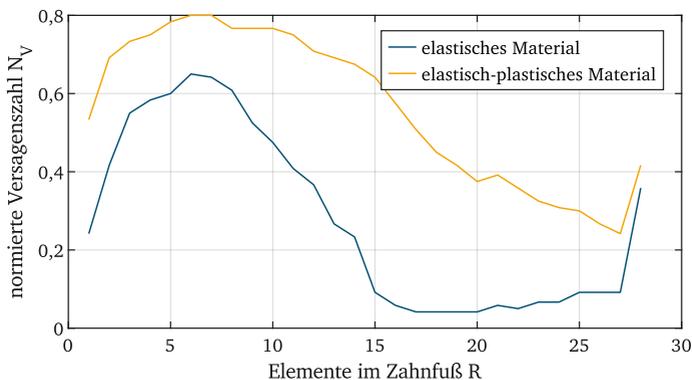
In den durchgeführten Versuchen wurde durchgehärteter Chromstahl für das Fragment verwendet. Mit dieser Streckgrenze des Fragmentes wurden in den dynamischen Versuchen keine plastischen Verformungen an den Fragmenten beobachtet. Nachfolgend soll als Kontrast zu einer sehr hohen Streckgrenze eine geringere Streckgrenze untersucht werden. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Streckgrenze des Fragmentes auf diejenige des Kernmaterials des Hohlrades gesetzt und der Effekt auf die Zahnfußspannung untersucht.

Die lokale plastische Verformung der Untersuchung für die Versuchskonfiguration DTR5, die durch den Kontakt des Fragmentes mit der Zahnflanke entsteht, ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Hier ist eine im Vergleich größere lokale plastische Verformung am Zahnkontakt unter Verwendung des Fragmentes mit elastischen Materialeigenschaften zu erkennen. Die Eindringtiefe des Fragmentes bleibt unbeeinflusst. Dagegen ist unter Berücksichtigung eines elastisch-plastischen Materialverhaltens eine stärkere Abplattung an der Kontaktstelle zu erkennen. Durch Berücksichtigen des plastischen Verhaltens und der niedrigeren Streckgrenze wird daher eine über den Zahnfuß hinweg höhere normierte Versagenszahl am Zahnfuß erreicht, siehe Abbildung 6.6. Der Pearson-Korrelationskoeffizient beträgt

0,87.



**Abbildung 6.5:** Vergleich der lokalen Verformung an der Flanke durch den Kontakt mit dem elastischen (a) und dem elastisch-plastischen Fragment (b) für  $\zeta_p = 2$  und  $\zeta_H = 1$ .

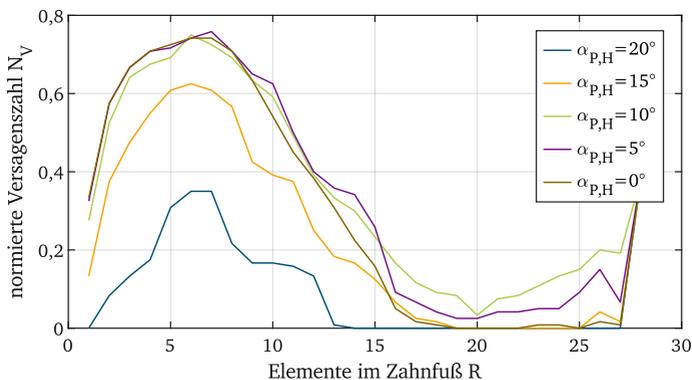


**Abbildung 6.6:** Vergleich der normierten Versagenszahl entlang der finiten Elemente am Zahnfuß unter Verwendung von Randschicht- und Kernmaterial für  $\zeta_p = 2$  und  $\zeta_H = 1$ .

### 6.3 Rissparameter

Die Ergebnisse der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche verdeutlichen, dass durch die Einspeisung eines Fragmentes ein Zahnkranzanriss unabhängig von der Zahnkranzdicke möglich ist. Bei der Durchführung der vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuche wurde das Fragment stets unter symmetrischer Last auf beiden Zahnflanken eingedrückt. Der Belastungszustand ist somit vergleichbar mit einem Winkel  $\alpha_{p,H} = 0^\circ$ . Nachfolgend wird daher der Einfluss des Winkels  $\alpha_{p,H}$  auf die initiale Anrissposition sowie auf den Rissverlauf untersucht. In Abbildung 6.7 werden dafür die Elemente entlang des Zahnfußes  $R$  abhängig von dem Winkel  $\alpha_{p,H}$  dargestellt. Es wird ersichtlich, dass die maximal belastete Elementreihe von dem Winkel  $\alpha_{p,H}$  und damit dem Zeitpunkt des Anrisses während der Einspeisung unabhängig ist. Entsprechend wird der initiale Riss in allen Modellen gleich implementiert.

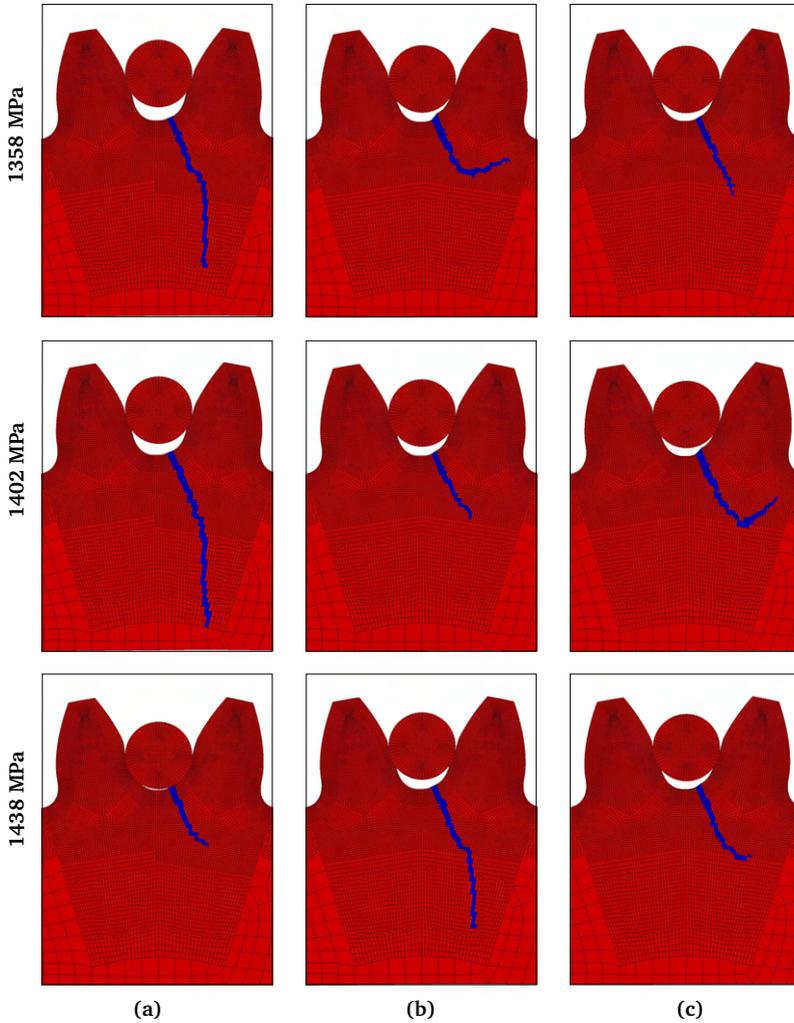
Im nächsten Schritt wird nun der Einfluss des Winkels  $\alpha_{p,H}$  auf den Rissverlauf untersucht. Der Abgleich der identifizierten Parameter für das Kohäsivzonenmodell mit experimentellen Ergebnissen in Kapitel 4.4 erfolgt lediglich für das Material 30CrNiMo8. Aufgrund der mit dem Materialwechsel einhergehenden Unsicherheiten bezüglich der Anwendbarkeit der Parameter wird nachfolgend zusätzlich die maximale Grenzflächenfestigkeit  $\tau^0$  variiert. Dabei wird die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  konstant gehalten.



**Abbildung 6.7:** Darstellung der normierten Versagenszahl entlang der finiten Elemente am Zahnfuß für verschiedene  $\alpha_{p,H}$  ( $\zeta_p = 2$  und  $\zeta_H = 1$ ).

Bei der Simulation des Rissfortschrittes am skalierten Getriebeprüfstandes zeigt sich durch die Implementierung des initialen Anrisses eine Propagierung des Risses noch vor dem Erreichen der kritischen Eindringtiefe. Um den Effekt des Kraftangriffswinkels  $\alpha_{Fan}$  zu berücksichtigen, erfolgt die Analyse daher basierend auf dem vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuch. Diese vereinfachte Betrachtung ist möglich, da der Riss in der Simulation innerhalb von 0,2ms propagiert und sich der Winkel in dieser Zeit um lediglich 2,4% ändert. In Abbildung 6.8 werden die Ergebnisse der Parameterstudie abhängig von dem Winkel  $\alpha_{p,H}$  dargestellt.

Die Ergebnisse der Untersuchung legen die Schlussfolgerung zugrunde, dass ein Zahnkranzanriss durch eine Reduktion der maximalen Grenzflächenfestigkeit sowie durch eine Reduktion des Winkels  $\alpha_{p,H}$  begünstigt wird. Die Parameterstudie am homogenisierten Modell mit einer entsprechend der Streckgrenze erhöhten Grenzflächenfestigkeit verdeutlicht den Effekt zusätzlich. Hier propagiert der Riss für höhere Grenzflächenfestigkeiten und ansteigendem Winkel  $\alpha_{p,H}$  ausschließlich in den Zahnfuß, während er bei abnehmenden Winkeln und Grenzflächenfestigkeiten in den Zahnkranz propagiert. Die graphische Darstellung dieser Ergebnisse erfolgt im Anhang A.8.



**Abbildung 6.8:** Darstellung der Rissausbreitung in Abhängigkeit von  $\alpha_{p,H}$  für das Randschicht-Modell ((a):  $\alpha_{p,H} = 0^\circ$ , (b):  $\alpha_{p,H} = 10^\circ$ , (c):  $\alpha_{p,H} = 20^\circ$ ).



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Im ersten Schritt werden die Kerninhalte der Dissertation zusammengefasst, darauf aufbauend die Ergebnisse diskutiert und abschließend ein Ausblick gegeben. Zu Beginn der Arbeit erfolgte eine umfassende Literaturrecherche, um in der Literatur bekannte Ansätze zur Implementierung eines numerischen Modells zu ermitteln. Ziel der Arbeit war es, das elastisch-plastische Materialverhalten der einsatzgehärteten außenverzahnten Zahnräder und der plasmanitrierten innenverzahnten Zahnräder, die Position des initialen Anrisses in Abhängigkeit von der Dehnrate als auch den Rissverlauf zu identifizieren. Darauf aufbauend wurde ein Versuchsplan erstellt, der die Parameteridentifikation des Materialmodells, des Versagensmodells sowie des Kohäsivzonenmodells ermöglicht. Des Weiteren wurde eine von der Randschichtdicke unabhängige Homogenisierungsstrategie implementiert, um eine von der Randschichtdicke unabhängige Vernetzung zu ermöglichen und um die Komplexität des Modells zu reduzieren. Die mit dieser Vereinfachung einhergehenden Unsicherheiten wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit diskutiert. Der in der Literatur bekannte Ansatz zur Identifikation eines Zahnfußanrisses, der auf der maximalen Hauptspannung basiert, wurde aufgrund der von der Fragmentgeometrie abhängigen Beanspruchungszustände durch einen mehrachsighkeitsabhängigen Ansatz erweitert. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wurden quasistatische Pulsatorversuche für einen der verwendeten Materialsätze des Planetenrades durchgeführt. Aufgrund finanzieller Einschränkungen im Rahmen des Projektes erfolgte die Identifikation des zweiten Materialsatzes lediglich auf Basis der geltenden analytischen Berechnungsvorschriften. Um eine Korrelation zwischen dem Beanspruchungszustand der zylinderförmigen Fragmente und der ermittelten Versagensgrenze herzustellen, wurde zusätzlich ein sogenannter vereinfachter Fragment-Eindruck-Versuch durchgeführt. Aufgrund der fehlenden experimentellen Grundlage wird der Lode-Parameter in der ermittelten Versagensgrenze nicht berücksichtigt. Der Einfluss der Modifikationen am Zahnradmaterial sowie an der Wärmebehandlung und die Anwendbarkeit eines homogenen Materials wurde innerhalb einer Unsicherheitsbetrachtung am numerischen Modell des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchs ermittelt. Die Auswertung erfolgte auf Basis der normierten Versagensfälle und des Pearson-Korrelationsfaktors. Da jede Testkonfiguration der Überrollversuche am skalierten Getriebe nur ein einziges Mal getestet wurde und damit die Wiederholbarkeit des entstandenen Schadensbildes nicht gewährleistet war, erfolgte lediglich ein Vergleich zwischen den Ergebnissen des numerischen Modells und des Versuchs am skalierten Getriebe. Weiterhin wurden die Einflussgrößen auf den Beanspruchungszustand des Zahnfußes des Planetenrades untersucht. Die geometrischen Abhängigkeiten wurden basierend auf den analytischen Berechnungsvorschriften der ISO6336/3 analysiert. Daraus resultierend

wurden der Einfluss der Streckgrenze des Fragmentes sowie der vereinfachten Betrachtung des Getriebes als Geradverzahnung und die Steifigkeiten der Komponenten als Parameter innerhalb von numerischen Modellen nochmals detaillierter betrachtet. Zusätzlich wurde eine Analyse des Risses basierend auf XFEM durchgeführt, um den zu erwartenden Schaden abzuschätzen. Dazu wurden die Eingangsgrößen in das Kohäsivzonenmodell variiert und die Ergebnisse für verschiedene  $\alpha_{p,H}$  betrachtet.

## 7.1 Fazit

Das Fazit der Untersuchung der Schadensmechanismen wird basierend auf den vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuchen und den Versuchen am skalierten Getriebe in zwei Abschnitte unterteilt. Der erste Abschnitt dient dabei grundsätzlich dazu, die Streuungen des Anrisszeitpunktes bzw. der Position abhängig von den auftretenden Unsicherheiten durch Veränderung der Randbedingungen in dem numerischen Modell zu analysieren. Letzteres dient zur allgemeinen Analyse der auftretenden bzw. der zu erwartenden Effekte. Hierbei werden unter anderem makroskopische Einflussgrößen wie die vereinfachte Betrachtung mittels Geradverzahnung im Vergleich zur Schrägverzahnung und die Steifigkeiten der Kontaktpartner betrachtet. Die Untersuchungen bezüglich des vereinfachten Fragment-Eindruck-Versuches führen unter Eindruck des Fragmentes C4 bei zwei der drei Versuche zu einem Anriss im Zahnfußbereich. Der Anrisszeitpunkt sowie die Position des Zahnfußanrisses sind dabei vergleichbar. Im dritten Versuch kommt es zum Versagen an der Flanke des Zahnrades. Eine statistisch genaue Aussage bezüglich der Auftretenswahrscheinlichkeit eines Zahnfußanrisses ist aufgrund fehlender experimenteller Grundlage nicht möglich. Die Unsicherheitsbetrachtung bezüglich des Werkstoffes zeigt, dass die Beanspruchungen im Zahnfuß unter Verwendung des Fragmentes C4 insgesamt für alle betrachteten Parameter zu hohen Korrelationen bezüglich der maximal belasteten Elementreihe führt.

Die Versagensgrenze wird entsprechend der gewählten Streckgrenze an der Verzahnungsoberfläche und damit für das homogenisierte Modell angepasst. Der Vergleich der Ergebnisse des homogenisierten Modells und des Randschicht-Modells lässt den Schluss zu, dass hier eine homogene Implementierung des einsatzgehärteten Zahnradwerkstoffes zulässig ist. Die parameterabhängigen Streuungen werden durch die Berücksichtigung eines homogenen Zahnradwerkstoffes weiter reduziert. Für Fragmentformen, die keinen ebenen Dehnungszustand im Zahnfuß hervorrufen, ist die Homogenisierung der Zahnräder nicht zulässig. Grund hierfür sind die höheren plastischen Verformungen an der Zahnflanke, die damit einhergehend zu einem abweichenden Beanspruchungszustand im Zahnfuß führen. Weiterhin treten unter Verwendung des Fragmentes C3 insgesamt deutlich höhere Streuungen abhängig von den gewählten Parametern in dem numerischen Modell auf. Die höhere Sensitivität des initialen Anrisses kann ebenfalls im Versuch beobachtet werden. Hier streuen die lokale Anrissposition sowie die Eindringtiefe bei der ein initialer Riss auftritt über die drei durchgeführten Versuche, wobei grundsätzlich ein

Rissverlauf zwischen Fuß und unterer Kontaktstelle des Fragmentes mit der Flanke auftritt. Die Untersuchungen bezüglich der Risspropagierung legen die Schlussfolgerung zugrunde, dass mit geringeren maximalen Grenzflächenfestigkeiten sowie einem geringeren Winkel zwischen der Planetenlücke und dem Hohlradzahn  $\alpha_{p,H}$  ein Zahnkranzriss begünstigt wird.

Im zweiten Teil des Fazits erfolgt eine Betrachtung der Erkenntnisse aus den Versuchen am skalierten Getriebe. In diesem Kontext ist hervorzuheben, dass die aus dem einzelnen Versuch pro Konfiguration gewonnenen Erkenntnisse lediglich einen möglichen Schadensausgang darstellen. Weiterhin gilt es zu berücksichtigen, dass im realen Betrieb des Getriebefans mit einer Vorbelastung der Zahnräder zu rechnen ist, die hier im Rahmen der Untersuchung vernachlässigt wurde. Der fehlende Anriss in den Versuchen führt zu einem fehlenden Vergleich der Versagensgrenze, der genauen Anrissposition sowie des Rissverlaufes für die verwendeten Zahnräder. Weiterhin kann dadurch kein Vergleich des Rissverlaufes mit dem Modell erfolgen. Zusammenfassend kann jedoch aufgrund der Ergebnisse des numerischen Modells festgestellt werden, dass die Wahrscheinlichkeit eines kritischen Zahnkranzbruchs insgesamt als gering einzustufen ist. So führt lediglich ein Fragment, dessen Länge der Zahnbreite entspricht und damit einen ebenen Dehnungszustand hervorruft, zu einem kritischen Anriss im Zahnfußbereich. Alle weiteren Fragmentformen, die einen dreidimensionalen Beanspruchungszustand hervorrufen, zeigen auch unter kritischster Lastrichtung ( $\alpha_{p,H} = 0$ ) lediglich einen Anriss im unkritischen Bereich zwischen Zahnfuß und Flanke. Die Analyse des Schadensbildes abhängig von verschiedenen  $\alpha_{p,H}$  zeigt weiterhin, dass der Riss nur für einen Winkel von  $\alpha_{p,H} = 0$  direkt in den Zahnkranz propagiert. In den Fällen, in denen der initiale Riss bei  $\alpha_{p,H} > 0$  nicht weiter propagiert, ist zu berücksichtigen, dass dennoch durch die fortlaufende Bewegung des Planeten ein kritischer Rissverlauf entstehen kann.

Ausgehend von dem DTR3-Versuch lässt sich eine Abschätzung bezüglich der möglichen Positionierungen des zylinderförmigen Fragmentes bei Einspeisung in den Planeten-Hohlrad-Kontakt treffen. Dabei handelt es sich um eine Position parallel zur Stirnseite des Zahnrades, ähnlich zu dem DTR3-Versuch, und eine weitere, wie in den Versuchen DTR2 bzw. DTR5, senkrecht dazu. Unter der Voraussetzung, dass die im DTR3-Versuch aufgetretenen Anrisse am Hohlrad den primären Schadensmechanismus darstellen, kann die Einspeisung eines parallel zur Stirnseite positionierten Fragmentes als unkritischer Schaden klassifiziert werden. Die Auswertung der Kameradaten lässt den Schluss zu, dass die kurze Lastzeit bei dem betrachteten Geschwindigkeitsbereich zu einer Versteifung der Zahnräder führt. Diese wird mithilfe eines Überhöhungsfaktors berücksichtigt. Inwieweit hier die vernachlässigten lokalen Risse im Zahnkopf des Hohlrades den Faktor erhöhen ist noch zu prüfen. Die Dehnrate hat dagegen einen vernachlässigbaren Einfluss auf den Versuchsausgang.

## 7.2 Ausblick

Aus den gewonnenen Erkenntnissen lassen sich grundsätzlich zwei mögliche Strategien für die Zertifizierung des Getriebes ableiten, die im Folgenden einer detaillierten Analyse unterzogen werden. Die erste Strategie zielt darauf ab, die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines kritischen Risses unterhalb des kritischen Wertes von  $10^{-7}$  pro Triebwerks-Flugstunde zu belegen. In keiner der durchgeführten Untersuchungen konnte trotz Auswahl der kritischsten Fragment-Geometrie sowie gezielter Einspeisung des Fragmentes ein Anriss an der Planetenlücke erzeugt werden. Dies lässt die Vermutung zu, dass die Wahrscheinlichkeit einer Einspeisung generell gering ist und die daraus resultierende Wahrscheinlichkeit, dass das Fragment genau so eingespeist wird, dass es zu einem kritischen Ereignis führt, noch geringer ist. Im ersten Schritt gilt es daher, die im Rahmen des Projektes erarbeiteten Versuchsergebnisse durch eine statistisch genaue Erfassung der Schadensmechanismen zu bestätigen. Hierbei ist es empfehlenswert auch Vorbelastungen an den Zahnrädern zu berücksichtigen, da diese das Auftreten eines Risses begünstigen. Des Weiteren ist eine experimentelle Überprüfung der in der vorliegenden Arbeit getroffenen Annahmen bezüglich der Lastzeit erforderlich. Dabei ist insbesondere die Einspeisung zwischen Planeten- und Hohlrاد von entscheidender Bedeutung. Hier kommt es aufgrund einer Verschiebung der Steifigkeitsverhältnisse durch die erhöhten Streckgrenzen zu einem radialen Ausweichen des Hohlrades anstelle eines Eindrückens des Fragmentes in die Planetenlücke. In einem letzten Schritt ist die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, mit der das Fragment in einer Position eingespeist wird, in der ein kritischer Anriss erfolgen kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fragment zwischen Hohlrاد und Planet eingespeist wird, wird dabei als deutlich höher angesehen als die Einspeisung eines Fragmentes zwischen Planeten- und Sonnenrad. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Einspeisung eines Fragmentes zwischen Planeten- und Sonnenrad der Bereich, in dem das Fragment in die Kontaktpaarung eingezogen wird, aufgrund der Rotationsrichtung der Zahnräder kleiner ist als der Bereich zwischen Hohlrاد und Planetenrad. Bei der Betrachtung sind jedoch die Kräfte zu berücksichtigen, die im Flug bei verschiedenen Flugmanövern auf die Bauteile einwirken. Diese können einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das Versuchsergebnis haben. Ein möglicher Ansatz für dieses Vorgehen wäre, zunächst die exakten Einzugbedingungen eines Fragmentes numerisch zu analysieren und anschließend die gewonnenen Erkenntnisse auf Basis experimenteller Daten zu validieren.

Die zweite Strategie zielt darauf ab, sämtliche potenziellen Folgeschäden, die durch das Wiedereinspeisen eines Fragmentes entstehen, als unkritisch einzustufen. Die Wahrscheinlichkeit eines Anrisses bei der Einspeisung des Fragmentes zwischen Sonnen- und Planetenverzahnung wird aufgrund der steifen Anbringung der Komponenten als signifikant eingestuft. Des Weiteren ist die Lastzeit für die Eindringtiefe des Fragmentes in die Planetenlücke von untergeordneter Bedeutung, da ein Ausweichen einer der Kontaktpartner nicht möglich ist. Die XFEM-Analyse der Einflussgrößen auf das Schadensbild lässt den Schluss zu, dass aufgrund des bei dieser Kontaktpaarung auftretenden Winkels zwischen dem Zahn des Sonnenrades und Planetenlücke die Gefahr eines Zahnkranzrisses für große

---

Fragmente, die zu einem frühen Anriss im Zahnfuß führen, als gering einzustufen ist. Kleinere Fragmente zeigen eine hohe Abhängigkeit des Beanspruchungszustandes von der Fragmentgeometrie. Diesbezüglich wären im nächsten Schritt weitere Untersuchungen anzustellen. Aufgrund der potenziellen Möglichkeit eines Zahnkranzanrisses bei der Einspeisung zwischen Hohlrad und Planet muss bei der Auslegung der entsprechenden Komponenten darauf geachtet werden, dass ein solches Schadensbild ausgeschlossen werden kann.

Durch die Betrachtung von kugel- und zylinderförmigen Fragmenten werden beispielhaft sowohl Punkt- als auch Linienkontakte betrachtet. Im realen System treten neben diesen Beanspruchungszuständen jedoch auch abweichende Beanspruchungszustände aufgrund von nicht idealisierten Fragment-Geometrien auf. Somit ist eine Überprüfung der lokalen Belastungen der Zahnräder bei anderen Fragmentformen erforderlich.



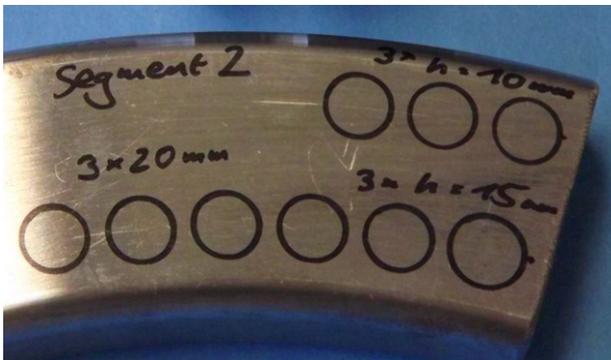
# A Anhang

## A.1 Quasistatische Druckversuche - Probenentnahme

Abbildung A.1: Lage der Probenentnahme für den Werkstoff 30CrNiMo8.



Abbildung A.2: Lage der Probenentnahme für den Werkstoff 34CrAlNi7-10.



## A.2 Quasistatische Druckversuche - Ergebnisse

**Tabelle A.1:** Ergebnisse der quasistatischen Druckversuche an den Proben aus dem Planetenrad (30CrNiMo8).

Probe	$d_0$ in mm	$h_0$ in mm	$\Delta h$ in mm	$F_{dmax}$ in kN	$R_{p02}$ in MPa	$R_{dmax}$ in MPa	$\varepsilon_p$ in %	Bemerkung
P210	10,03	10,01	4,99	151,2	318	1913	50,0	kein Bruch
P310	10,02	10,02	5,11	150,8	318	1913	51,0	kein Bruch
P410	10,06	10,00	4,95	150,4	330	1893	49,5	kein Bruch
Mittel	10,04	10,01	5,02	150,8	322	1906	50	

**Tabelle A.2:** Ergebnisse der quasistatischen Druckversuche an den Proben aus dem Hohlrad mit der Anfangshöhe  $h_0 = 10$  mm (34CrAlNi7-10).

Probe	$d_0$ in mm	$h_0$ in mm	$\Delta h$ in mm	$F_{dmax}$ in kN	$R_{p02}$ in MPa	$R_{dmax}$ in MPa	$\varepsilon_p$ in %	Bemerkung
H110	10,06	10,01	4,91	191,5	734	2407	49,0	kein Bruch
H210	10,05	10,01	4,93	191,2	732	2403	49,5	kein Bruch
H310	10,01	10,03	4,95	190,5	722	2421	49,5	kein Bruch
Mittel	10,04	10,02	4,93	191,1	729	2410	49	

**Tabelle A.3:** Ergebnisse der quasistatischen Druckversuche an den Proben aus dem Hohlrad mit der Anfangshöhe  $h_0 = 15$  mm (34CrAlNi7-10).

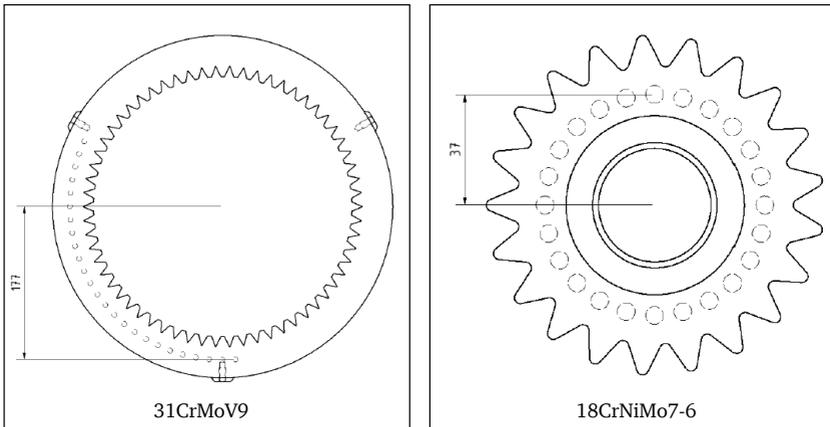
Probe	$d_0$ in mm	$h_0$ in mm	$\Delta h$ in mm	$F_{dmax}$ in kN	$R_{p02}$ in MPa	$R_{dmax}$ in MPa	$\varepsilon_p$ in %	Bemerkung
H115	10,03	14,96	7,88	190,6	721	2402	52,5	kein Bruch
H215	10,01	15,04	7,94	190,6	727	2422	53,0	kein Bruch
H315	10,03	15,00	7,90	190,8	728	2414	52,5	kein Bruch
Mittel	10,02	15,00	7,91	190,7	725	2413	53	

**Tabelle A.4:** Ergebnisse der quasistatischen Druckversuche an den Proben aus dem Hohlrad mit der Anfangshöhe  $h_0 = 20$  mm (34CrAlNi7-10).

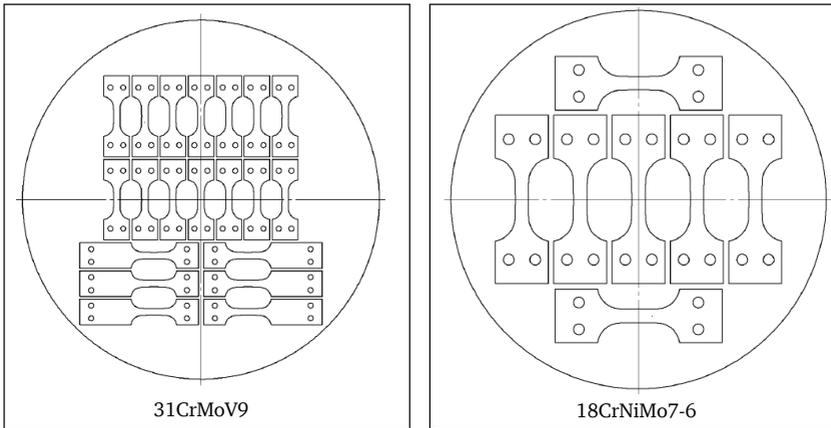
Probe	$d_0$ in mm	$h_0$ in mm	$\Delta h$ in mm	$F_{dmax}$ in kN	$R_{p02}$ in MPa	$R_{dmax}$ in MPa	$\epsilon_p$ in %	Bemerkung
H120	10,03	20,02	9,26	140,5	720	1779	46,5	kein Bruch
H220	9,99	20,01	8,40	126,9	729	1607	42,0	kein Bruch
H320	10,01	20,01	9,34	158,7	724	2017	46,5	kein Bruch
Mittel	10,01	20,01	9,00	142,0	724	1801	45	

### A.3 Dehnratenabhängige Zug- und Druckversuche

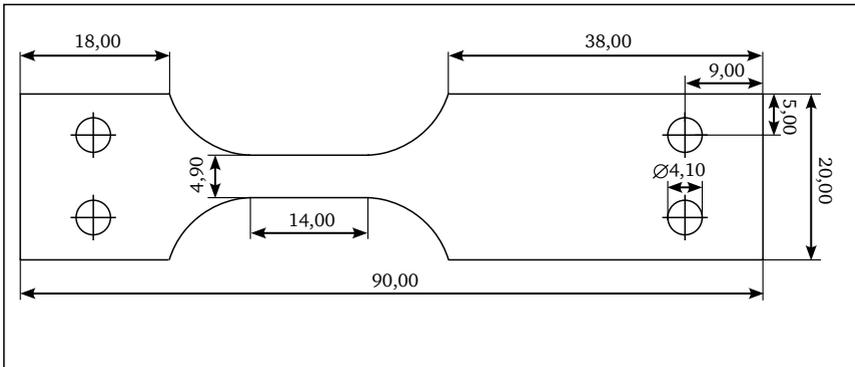
**Abbildung A.3:** Lage der Probenentnahme für die dehnratenabhängigen Druckversuche für die Werkstoffe 31CrMoV9 und 18CrNiMo7-6.



**Abbildung A.4:** Lage der Probenentnahme für die dehnratenabhängigen Zugversuche für die Werkstoffe 31CrMoV9 und 18CrNiMo7-6.



**Abbildung A.5:** Probengeometrie der Zugversuche (Die Dicke der Probe entspricht 1,5 mm, die Einheit in der Abbildung entspricht mm).



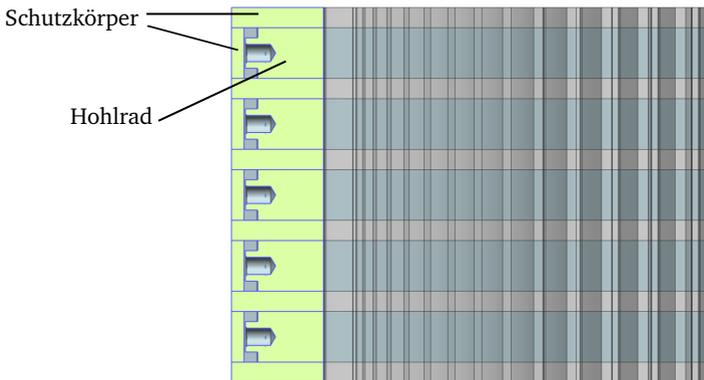
## A.4 Vickers-Test - Oberflächenhärte

**Tabelle A.5:** Ergebnis der Oberflächenhärteprüfung an den Zahnrädern (30CrNiMo7-6 & 34CrAlNi7-10). Alle Angaben in HV 30.

Messung	30CrNiMo8		34CrAlNi7-10	
	Zahngrund	Zahnflanke	Zahngrund	Zahnflanke
1	638	625	870	1028
2	643	620	882	1004
3	640	623	873	1017
Mittelwert	640	623	873	1017
Standardabweichung	3	3	8	12
Sollwert	500 ± 50	500 ± 50	900 ± 50	900 ± 50

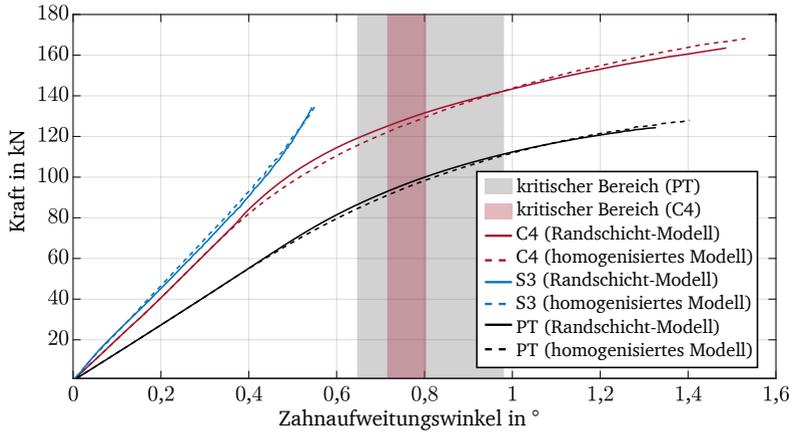
## A.5 Parameteridentifikation - Randschicht-Modell: Chargieren Hohlrad

Die Schutzkörper mit denen die Hohlräder chargiert wurden bestehen aus S235 und werden Laser-geschnitten. Die Gewinde werden gegen das Aufsticken durch entsprechende Madenschrauben geschützt. Zum Ausgleich von Lücken wurde Isolierpaste verwendet.



**Abbildung A.6:** Stapelung der Hohlräder mit den Schutzkörpern.

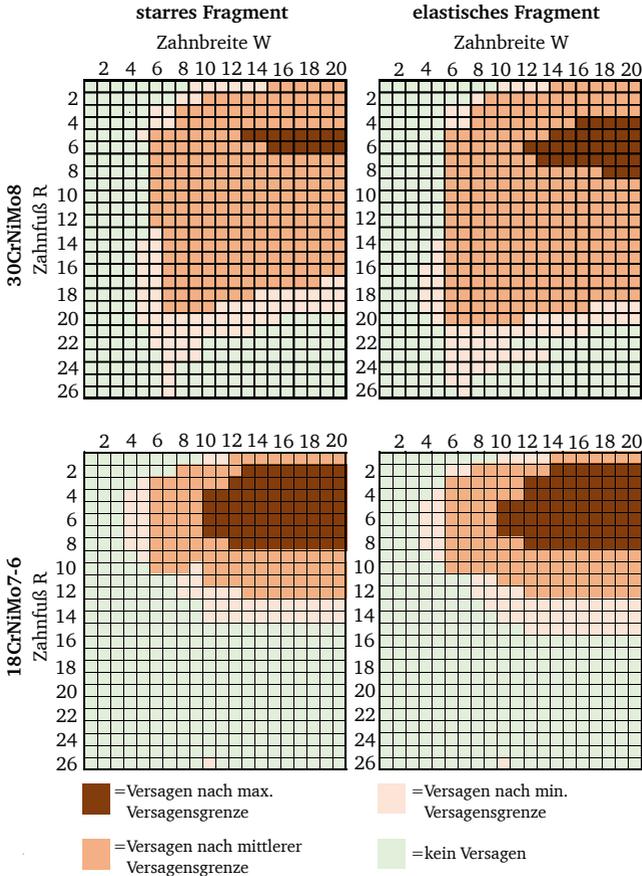
## A.6 Parameteridentifikation - homogenisiertes Material



**Abbildung A.7:** Darstellung der Abhängigkeit der Zahnfußaufweitung von der Kraft für das Randschicht-Modell und das homogenisierte Modell für die Fragmente C4 und C3 und für den Pulsortest (PT).

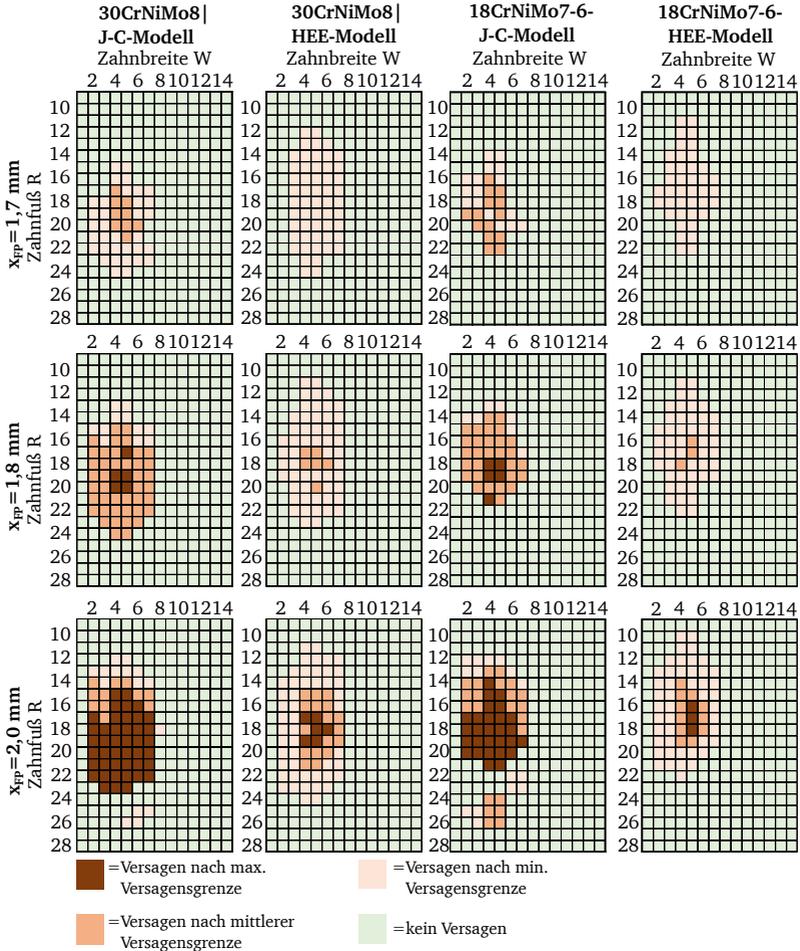
## A.7 Fragment-Eindruck-Versuch

### A.7.1 C4 - Kategorisierte Beanspruchungszustände in Abhängigkeit von der Versagensgrenze

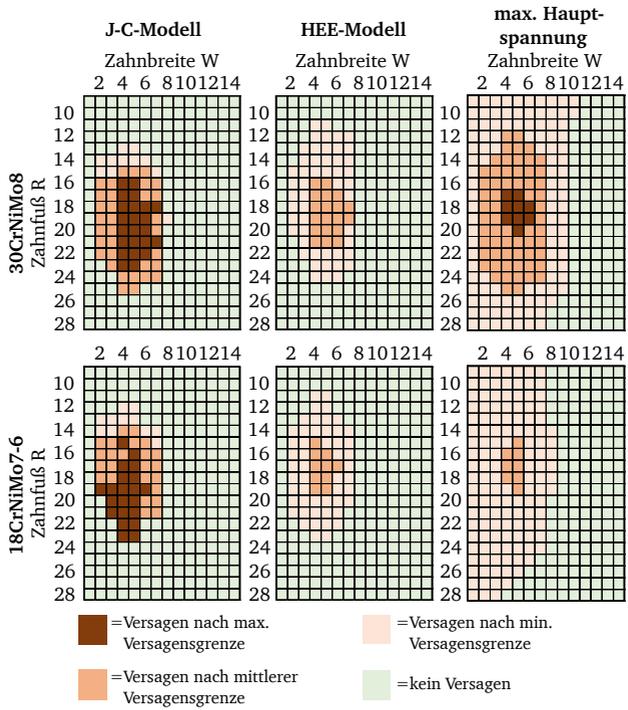


**Abbildung A.8:** Darstellung der Beanspruchungszustände der Elemente am Zahnfuß in Abhängigkeit vom Werkstoff und dem Materialverhalten des Fragmentes unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze (Fragment C4).

## A.7.2 C3 - Kategorisierte Beanspruchungszustände in Abhängigkeit von der Versagensgrenze



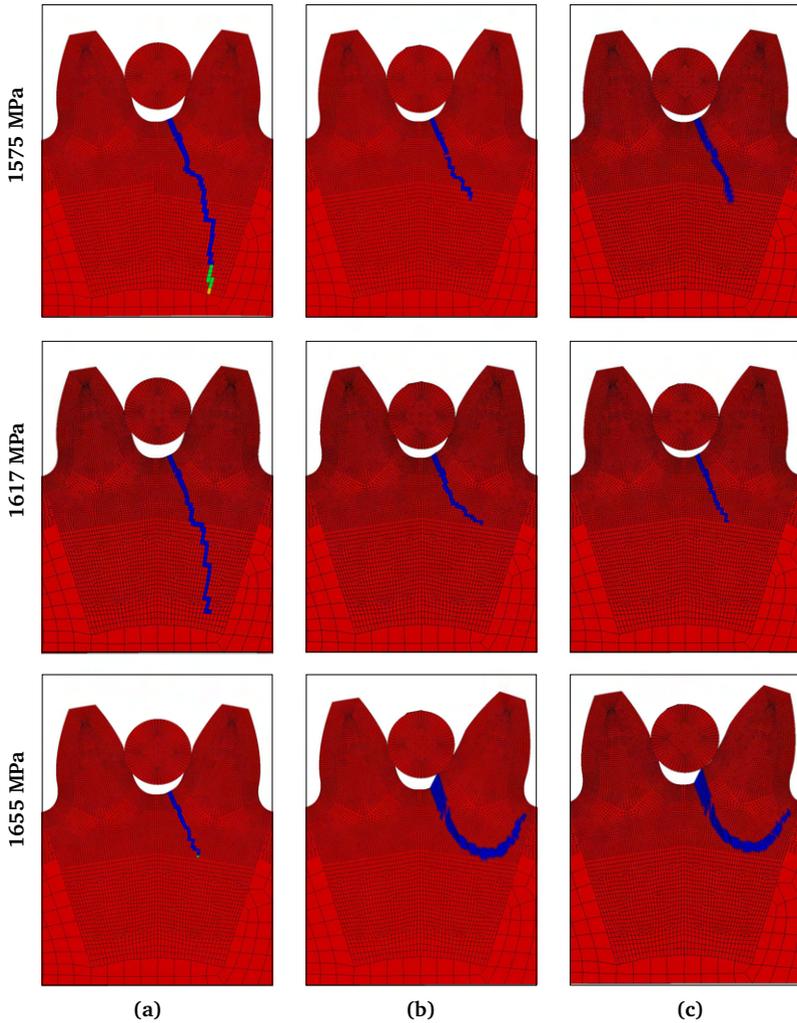
**Abbildung A.9:** Darstellung der Beanspruchungszustände der finiten Elemente am Zahnfuß in Abhängigkeit des Werkstoffs und des Werkstoffverhaltens des Fragments unter Berücksichtigung der J-C Versagensgrenze (stares Fragment C3).



**Abbildung A.10:** Darstellung der Beanspruchungszustände der finiten Elemente am Zahnfuß in Abhängigkeit von der Versagensgrenze (elastisches Fragment C3,  $x_{pp} = 2,0\text{ mm}$ ).



## A.8 DTR5 - Rissfortschritt



**Abbildung A.12:** Darstellung der Rissausbreitung in Abhängigkeit von  $\alpha_{p,H}$  für das homogenisierte Modell ((a):  $\alpha_{p,H} = 0$ , (b):  $\alpha_{p,H} = 10$ , (c):  $\alpha_{p,H} = 20$ ).



## B Literaturverzeichnis

### Literatur

- [1] Aeroreport, Hrsg. *Getriebefan: Wie der Zukunftsantrieb entwickelt wurde*. [Online]. Verfügbar in: <https://aeroreport.de/de/innovation/getriebefan-wie-der-zukunftsantrieb-entwickelt-wurde>, 2019.
- [2] J. Antunes et al. „A new approach for reverse analyses in depth-sensing indentation using numerical simulation“. In: *Acta Materialia* 55 (2007), S. 69–81. DOI: 10.1016/j.actamat.2006.08.019.
- [3] M. Asadi, F. Haji Aboutalebi und M. Poursina. „A comparative study of six fracture loci for DIN1623 St12 steel to predict strip tearing in a tandem cold rolling mill“. In: *Archive of Applied Mechanics* 91.4 (2021), S. 1859–1878. DOI: 10.1007/s00419-020-01859-0.
- [4] Y. Bai und T. Wierzbicki. „A comparative study of three groups of ductile fracture loci in the 3D space“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 135 (2015), S. 147–167. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2014.12.023.
- [5] Y. Bao und T. Wierzbicki. „On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space“. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 46.1 (2004), S. 81–98. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2004.02.006.
- [6] G. I. Barenblatt. „The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture“. In: *Advances in Applied Mechanics Volume 7*. Bd. 7. *Advances in Applied Mechanics*. Elsevier, 1962, S. 55–129. DOI: 10.1016/S0065-2156(08)70121-2.
- [7] T. Belytschko und T. Black. „Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing“. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 45.5 (1999), S. 601–620. DOI: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990620)45:5<601::AID-NME598>3.0.CO;2-S.
- [8] W. Böhme. „FAT-Richtlinie - Dynamische Werkstoffkennwerte für die Crashsimulation“. In: *Materials Testing* 50.4 (2008), S. 199–205. DOI: 10.3139/120.100865.
- [9] M. Bozca. „Influence of core hardness on bending strength of tooth in cylindrical gears under quasistatic loading conditions“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 31.10 (2008), S. 902–910. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2008.01278.x.

- [10] N. A. Branch et al. „Determination of constitutive response of plastically graded materials“. In: *International Journal of Plasticity* 27.5 (2011), S. 728–738. DOI: 10.1016/j.ijplas.2010.09.001.
- [11] N. Bretl, T. Tobie und B. R. Höhn. „Zahnfußbruch mit Rissausgang unterhalb der Oberfläche an einsatzgehärteten Zahnrädern“. In: *Abschlussbericht FVA-Forschungsvorhaben 293II* (2008).
- [12] C. Bröcker. „Materialmodellierung für die simultane Kalt-/Warmumformung auf Basis erweiterter rheologischer Modelle“. Dissertation. Kassel, 2013.
- [13] Y. Cao und N. Huber. „Further investigation on the definition of the representative strain in conical indentation“. In: *Journal of Materials Research* 21.7 (2006), S. 1810–1821. DOI: 10.1557/jmr.2006.0224.
- [14] A. Carpinteri et al. „Cohesive crack model description of ductile to brittle size-scale transition: dimensional analysis vs. renormalization group theory“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 70.14 (2003), S. 1809–1839. DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00126-7.
- [15] M. M. Chaudhri. „Subsurface strain distribution around Vickers hardness indentations in annealed polycrystalline copper“. In: *Acta Materialia* 46.9 (1998), S. 3047–3056. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00010-X.
- [16] F. Curà, A. Mura und C. Rosso. „Effect of rim and web interaction on crack propagation paths in gears by means of XFEM technique“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 38.10 (2015), S. 1237–1245. DOI: 10.1111/ffe.12308.
- [17] M. Dao et al. „Computational modeling of the forward and reverse problems in instrumented sharp indentation“. In: *Acta Materialia* 49.19 (2001), S. 3899–3918. DOI: 10.1016/S1359-6454(01)00295-6.
- [18] E. Dehner und F. Weber. „Experience with Large, High-Speed Load Gears“. In: *Gear Technology* (2007), S. 42–52.
- [19] P. J. Dempsey. *A comparison of vibration and oil debris gear damage detection methods applied to pitting damage*. 2000.
- [20] *DIN 50106:2016-11: Prüfung metallischer Werkstoffe: Druckversuch bei Raumtemperatur*. Berlin, 2016-11. DOI: 10.31030/2543152.
- [21] *DIN 5401:2002-08 Wälzlager: Kugeln für Wälzlager und allgemeinen Industriebedarf*. Berlin, 2002-08. DOI: 10.31030/9272444.
- [22] *DIN EN ISO 18203:2022-07 Stahl- Bestimmung der Dicke gehärteter Randschichten*. Berlin, 2022-07. DOI: 10.31030/3344011.
- [23] D. S. Dugdale. „Yielding of steel sheets containing slits“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8.2 (1960), S. 100–104. DOI: 10.1016/0022-5096(60)90013-2.

- [24] R. Dupuis, Hrsg. *Application of oil debris monitoring for wind turbine gearbox prognostics and health management*. Bd. 1. 2010. DOI: 10.36001/phmconf.2010.v2i1.1867.
- [25] European Union Aviation Safety Agency (EASA) - Certification Specification - Engines (CS-E), Amendment 5, Hrsg. *Subpart D - Turbine Engines: Design and Constuction, CS-E 510 - Safety Analysis & Acceptable Means of Compliance (AMC) European Union Aviation Safety Agency (EASA)*.
- [26] M. L. Falk, A. Needleman und J. R. Rice. „A critical evaluation of cohesive zone models of dynamic fractur“. In: *Le Journal de Physique IV* 11.PR5 (2001), Pr5-43-Pr5-50. DOI: 10.1051/JP4:2001506.
- [27] C. Fischer. „Realisierung eines Messsystems zur Erfassung von Fremdkörper induzierten Schäden in einem einstufigen Evolventen-Planetengertriebe im Betrieb“. Unveröffentlichte Dissertation. Darmstadt, 2025.
- [28] S. Ghazali et al. „A study on the plasticity and fracture of the AISI 4340 steel alloy under different loading conditions and considering heat-treatment effects“. In: *Int J Fract (International Journal of Fracture)* 225.1 (2020), S. 69–87. DOI: 10.1007/s10704-020-00466-y.
- [29] A. A. Griffith. „The phenomena of rupture and flow in solids“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* 221.582-593 (1921), S. 163–198. DOI: 10.1098/rsta.1921.0006.
- [30] D. Gross und T. Seelig. *Bruchmechanik: Mit einer Einführung in die Mikromechanik*. 4., bearbeitete Auflage. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [31] A. L. Gurson. „Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media“. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 99.1 (1977), S. 2–15. DOI: 10.1115/1.3443401.
- [32] Halford, G.R., Morrow, J. „On low-cycle fatigue in torsion“. In: *American Society for Testing and Materials* 62 (1962), S. 695–707.
- [33] J. W. Hancock und D. K. Brown. „On the role of strain and stress state in ductile failure“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 31.1 (1983), S. 1–24. DOI: 10.1016/0022-5096(83)90017-0.
- [34] R. F. Handschuh und T. L. Krantz. *Engagement of Metal Debris Into a Gear Mesh*. Hrsg. von International Conference on Motion and Power Transmissions. Cleveland, Ohio, 2010.
- [35] T. Hertter. „Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergrößeter und einsatzgehärteter Zahnräder“. Dissertation. München: TU München, 2003.

- [36] A. Hillerborg, M. Modéer und P.-E. Petersson. „Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements“. In: *Cement and Concrete Research* 6.6 (1976), S. 773–781. DOI: 10.1016/0008-8846(76)90007-7.
- [37] M. Hirt. „Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Geradstirnrädern“. Dissertation. München: Technische Universität München, 1974.
- [38] *Honeywell Aerospace Technologies*. [Online]. Verfügbar in: <https://aerospace.honeywell.com/us/en/products-and-services/product/hardware-and-systems/engines/tfe731>.
- [39] C.-Y. Hui et al. „Crack blunting and the strength of soft elastic solids“. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 459.2034 (2003), S. 1489–1516. DOI: 10.1098/rspa.2002.1057.
- [40] G. R. Irwin. „Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate“. In: *Journal of Applied Mechanics* 24.3 (1957), S. 361–364. DOI: 10.1115/1.4011547.
- [41] G. R. Irwin. *Analytical aspects of crack stress field problems*. Hrsg. von Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois. 1962.
- [42] ISO 26203-2. *Metallic materials – Tensile testing at high strain rates: Part 2: Servo-hydraulic and other test systems*. 2011.
- [43] ISO 6336-3:2019-11 *Calculation of load capacity of spur and helical gears: Part 3: Calculation of tooth bending strength*. Berlin, 2019-11.
- [44] ISO 6336-4:2019-01 *Calculation of load capacity of spur and helical gears: - Part 4: Calculation of tooth flank fracture load capacity*. Berlin, 2019-01.
- [45] ISO 6336-5: *Calculation of load capacity of spur and helical gears — Part 5: Strength and quality of materials*. Berlin, 2016-08.
- [46] J. Jeßberger, C. Fischer und S. Rinderknecht. „Determination of Material and Fracture Properties of a Case-Hardened Planet Gear and Its Homogenisation Method to Obtain the Damage Mechanism Caused by Fragment Ingestion“. In: *Materials (Basel, Switzerland)* 17.2 (2024). DOI: 10.3390/ma17020366.
- [47] G. R. Johnson und W. H. Cook. „Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 21.1 (1985), S. 31–48. DOI: 10.1016/0013-7944(85)90052-9.
- [48] R. Kage, H. Linke und B. Schlecht. „Do Load Peaks Cause Breakage, Plastic Deformation or Cracks in Case-Hardened Gears?“ In: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* 37025 (2003), S. 187–194. DOI: 10.1115/DETC2003/PTG-48024.

- [49] V. K. Karma und A. Panchity. *Investigating the Condition of Gear Chips Being Dragged in A Single Stage Spur Gear Mesh*. Hrsg. von Global Journal of Research Analysis. 2013. DOI: 10.36106/gjra.
- [50] A. Kawalec, J. Wiktor und D. Ceglarek. „Comparative analysis of tooth-root strength using ISO and AGMA standards in spur and helical gears with FEM-based verification“. In: *Journal of Mechanical Design* 128.5 (2006), S. 1141–1158. DOI: 10.1115/1.2214735.
- [51] B. W. Kelley und R. Pedersen. „Zahnfußfestigkeit bei neuzeitlichen Getriebekonstruktionen“. In: *Getriebe Kupplungen Antriebsselemente*. Hrsg. von A. Eberhard et al. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1957, S. 123–165. DOI: 10.1007/978-3-663-02499-6{\textunderscore}7.
- [52] *Klimaneutrale Luftfahrt - Gemeinsames Papier der Bundesregierung* -. [Online]. Verfügbar unter: [https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Downloads/J-L/220621-Klimaneutrale-Luftfahrt-Juni-22-Vfin-Anlage-BR.pdf?\\_\\_blob=publicationFile&v=10](https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Downloads/J-L/220621-Klimaneutrale-Luftfahrt-Juni-22-Vfin-Anlage-BR.pdf?__blob=publicationFile&v=10).
- [53] P. Konowalczyk. „Grübchen- und Zahnflankenbruchtragfähigkeit großmoduliger Stirnräder: Einfluss von Werkstoffreinheitsgrad, Härte- und Eigenspannungstiefenverlauf“. Diss. RWTH Aachen, 2018.
- [54] J. Kramberger et al. „Computational model for the analysis of bending fatigue in gears“. In: *Computers & structures* 82.23-26 (2004), S. 2261–2269.
- [55] R. Krueger. „Virtual crack closure technique: History, approach, and applications“. In: *Applied Mechanics Reviews* 57.2 (2004), S. 109–143. DOI: 10.1115/1.1595677.
- [56] Y. Lee und T. Wierzbicki. *Quick fracture calibration for industrial use, Report No: 115*. Hrsg. von Impact and crashworthiness laboratory. 2004.
- [57] J. Lemaitre. „How to use damage mechanics“. In: *Nuclear Engineering and Design* 80.2 (1984), S. 233–245. DOI: 10.1016/0029-5493(84)90169-9.
- [58] D. G. Lewicki und R. Ballarini. „Effect of Rim Thickness on Gear Crack Propagation Path“. In: *Journal of Mechanical Design* 119.1 (1997), S. 88–95. DOI: 10.1115/1.2828793.
- [59] D. G. Lewicki. „Crack propagation studies to determine benign or catastrophic failure modes for aerospace thin-rim gears“. Diss. United States - Ohio: CASE WESTERN RESERVE UNIVERSITY, 1995.
- [60] D. G. Lewicki. „Gear Crack Propagation Path Studies-Guidelines for Ultra-Safe Design“. In: *Journal of the American Helicopter Society* 47.1 (2002), S. 64–72. DOI: 10.4050/JAHS.47.64.
- [61] D. G. Lewicki und R. Ballarini. „Rim Thickness Effects on Gear Crack Propagation Life“. In: *International Journal of Fracture* 87.1 (1997), S. 59–86. DOI: 10.1023/A:1007368801853.

- [62] C. J. Li und H. Lee. „Gear fatigue crack prognosis using embedded model, gear dynamic model and fracture mechanics“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 19.4 (2005), S. 836–846.
- [63] Livemore Software Technology (LST), an Ansys Company. *LS-DYNA - Keyword user's manual: Volume I*. 2020.
- [64] W. Lohse, J. Laumann und C. Wolf. *Stahlbau 1: Bemessung von stahlbauten nach eurocode mit zahlreichen beispielen*. Springer-Verlag, 2016. DOI: 10.1007/978-3-8348-2058-7.
- [65] *LuFo — Luftfahrtforschungsprogramm VI*. [Online]. Verfügbar in: <https://www.ibbnetzwerk-gmbh.com/foerderung/lufo-luftfahrtforschungsprogramm-v-2>, 2020.
- [66] *Lycoming alf-502 turbofan engine*. [Online]. Verfügbar in: <https://www.aarg.com.au/alf502.html>.
- [67] M. MackAldener. „Tooth Interior Fracture and Robustness of Gears“. Dissertation. Stockholm: KTH, 2001.
- [68] A. C. Mackenzie, J. W. Hancock und D. K. Brown. „On the influence of state of stress on ductile failure initiation in high strength steels“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 9.1 (1977), S. 167–188. DOI: 10.1016/0013-7944(77)90062-5.
- [69] R. J. Mainstone. „Properties of materials at high rates of straining or loading“. In: *Matériaux et Constructions* 8.2 (1975), S. 102–116. DOI: 10.1007/BF02476328.
- [70] M. Mata, M. Anglada und J. Alcalá. „Contact Deformation Regimes Around Sharp Indentations and the Concept of the Characteristic Strain“. In: *Journal of Materials Research* 17.5 (2002), S. 964–976. DOI: 10.1557/JMR.2002.0144.
- [71] P. Matt. „Einfluss der Stirnkanten auf die Tragfähigkeit von Verzahnungen“. Dissertation. München: TU München, 2014.
- [72] J. M. Melenk und I. Babuška. „The partition of unity finite element method: Basic theory and applications“. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 139.1-4 (1996), S. 289–314. DOI: 10.1016/S0045-7825(96)01087-0.
- [73] N. Moes, J. Dolbow und T. Belytschko. „A finite element method for crack growth without remeshing“. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46.1 (1999), S. 131–150. DOI: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1<textless>131::AID-NME726<textgreater>3.0.CO;2-J.
- [74] N. Moës und T. Belytschko. „Extended finite element method for cohesive crack growth“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 69.7 (2002), S. 813–833. DOI: 10.1016/S0013-7944(01)00128-X.
- [75] C. Moussa et al. „Characterization of homogenous and plastically graded materials with spherical indentation and inverse analysis“. In: *Journal of Materials Research* 27.1 (2012), S. 20–27. DOI: 10.1557/jmr.2011.303.

- [76] C. Moussa et al. „Experimental and numerical investigation on carbonitrided steel characterization with spherical indentation“. In: *Surface and Coatings Technology* 258 (2014), S. 782–789. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2014.07.080.
- [77] M. Murugesan und D. W. Jung. „Johnson Cook Material and Failure Model Parameters Estimation of AISI-1045 Medium Carbon Steel for Metal Forming Applications“. In: *Materials (Basel, Switzerland)* 12.4 (2019). DOI: 10.3390/ma12040609.
- [78] C. Nachtigall und M. A. Wirtz. *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Inferenzstatistik*. 6. Aufl. Bd. 2. Statistische Methoden für Psychologen. Weinheim und München: Juventa, 2013.
- [79] A. Nayebe et al. „Hardness profile analysis of elasto-plastic heat-treated steels with a gradient in yield strength“. In: *Materials Science and Engineering: A* 333.1-2 (2002), S. 160–169. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)01830-5.
- [80] A. Needleman. „An analysis of decohesion along an imperfect interface“. In: *International Journal of Fracture Mechanics* 42.1 (1990), S. 21–40. DOI: 10.1007/BF00018611.
- [81] Needleman, A. und Tvergaard, V. „An analysis of ductile rupture in notched bars“. In: *J. Mech. Phys. Solids* 32 (1984), S. 461–490.
- [82] Needleman, A. und Tvergaard, V. „Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar“. In: *Acta Metallurgica* 32 (1984), S. 157–169.
- [83] N. Ogasawara, N. Chiba und X. Chen. „Representative Strain of Indentation Analysis“. In: *Journal of Materials Research* 20.8 (2005), S. 2225–2234. DOI: 10.1557/JMR.2005.0280.
- [84] *Resolution A41-21: Consolidated statement of continuing ICAO policies and practices related to environmental protection — Climate change*. [Online]. Verfügbar in: [https://www.icao.int/environmental-protection/Documents/Assembly/Resolution\\_A41-21\\_Climate\\_change.pdf](https://www.icao.int/environmental-protection/Documents/Assembly/Resolution_A41-21_Climate_change.pdf), 2022.
- [85] J. R. Rice. „A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks“. In: *Journal of Applied Mechanics* 35.2 (1968), S. 379–386. DOI: 10.1115/1.3601206.
- [86] J. R. Rice und D. M. Tracey. „On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 17.3 (1969), S. 201–217. DOI: 10.1016/0022-5096(69)90033-7.
- [87] D. Tabor. „The hardness of solids“. In: *Reviews of Physics in Technology* 1.3 (1970), S. 145–179. DOI: 10.1088/0034-6683/1/3/I01.
- [88] D. Tabor. *The hardness of metals*. Oxford university press, 2000.
- [89] A. E. Tekkaya und K. Lange. „An Improved Relationship between Vickers Hardness and Yield Stress for Cold Formed Materials and its Experimental Verification“. In: *CIRP Annals* 49.1 (2000), S. 205–208. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62929-1.

- [90] B. Thimm et al. „Using Digital Image Correlation Measurements for the Inverse Identification of Constitutive Material Parameters applied in Metal Cutting Simulations“. In: *Procedia CIRP* 82 (2019), S. 95–100. DOI: 10.1016/j.procir.2019.04.156.
- [91] *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit*. Berlin, 1987. DOI: 10.31030/2069801.
- [92] A. Turon et al. „An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 74.10 (2007), S. 1665–1682. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2006.08.025.
- [93] *Übereinkommen von Paris*. [Online]. Verfügbar unter: [https://www.bmu.de/fileadmin/Daten\\_BMU/Download\\_PDF/Klimaschutz/paris\\_abkommen\\_bf.pdf](https://www.bmu.de/fileadmin/Daten_BMU/Download_PDF/Klimaschutz/paris_abkommen_bf.pdf).
- [94] *UltraFan - The Ultimate TurboFan*. [Online]. Verfügbar in: <https://www.rolls-royce.com/innovation/ultrafan.aspx>.
- [95] T. Vuherer et al. „Simulation and Mechanical Properties of Fine-Grained Heat-Affected Zone Microstructure in 18CrNiMo7-6 Steel“. In: *Materials (Basel, Switzerland)* 15.19 (2022). DOI: 10.3390/ma15196782.
- [96] W. Weissbach. *Werkstoffkunde: Strukturen, Eigenschaften, Prüfung*. 16., überarbeitete Auflage. Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2007.
- [97] T. Wierzbicki und L. Xue. „On the effect of the third invariant of the stress deviator on ductile fracture“. In: (2005).
- [98] Wilkins, M.L., Streit, R.D., Reaugh, J.E. „Cumulative-strain-damage model of ductile fracture: Simulation and prediction of engineering fracture tests“. In: *Technical Report UCRL-53058, Lawrence Livermore National Laboratory*, (1980).
- [99] J. Witzig. „Entwicklung eines erweiterten Berechnungsverfahrens zur Ermittlung optimaler Zahnflankentragfähigkeit bis in den Bereich großer Werkstofftiefen“. In: *FVA Forschungsheft 1000* (2011).
- [100] J. Witzig. „Flankenbruch: eine Grenze der Zahnradtragfähigkeit in der Werkstofftiefe“. Dissertation. München: TU München, 2012.
- [101] G. Xu et al. „Characterization of elastic-plastic properties of surface-modified layers introduced by carburizing“. In: *Mechanics of Materials* 144 (2020), S. 103364. DOI: 10.1016/j.mechmat.2020.103364.
- [102] L. Xue. „Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading“. In: *International Journal of Solids and Structures* 44.16 (2007), S. 5163–5181. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.12.026.
- [103] J. Zhan, M. Fard und R. Jazar. „A quasi-static FEM for estimating gear load capacity“. In: *Measurement* 75 (2015), S. 40–49. DOI: 10.1016/j.measurement.2015.07.036.

- 
- [104] L. Zhou und H. Wen. „A new Dynamic Plasticity and Failure Model for Metals“. In: *Metals* 9.8 (2019), S. 905. doi: 10.3390/met9080905.
- [105] S. Zouari et al. „Following Spur Gear Crack Propagation in the Tooth Foot by Finite Element Method“. In: *Journal of Failure Analysis and Prevention* 10.6 (2010), S. 531–539. doi: 10.1007/s11668-010-9395-y.