

Praxisbeitrag

Big Numbers – Ein plurilingualer Zugang zum Stellenwertsystem

Sandra Molik

Beschreibung und didaktische Zielsetzung

Ein sicheres Zahlverständnis ist Grundvoraussetzung für die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen. In der vorgestellten Unterrichtsstunde wird der Zahlenraum der Schüler:innen um die grossen Zahlen erweitert, dabei wird ein Umweg über die englische Sprache gewählt. Dadurch fällt die Hürde der inversen Zahlwortbildung im Deutschen und es bieten sich vielfältige Möglichkeiten, das Übersetzen zwischen den verschiedenen Darstellungsformen zu üben.

Zahlenräume

In unserem Alltag ist der Zahlenraum der Primarschule oft ausreichend und es gab sogar Zeiten, in denen grössere Anzahlen einfach als „unzählig“ bezeichnet wurden. Zum Glück haben wir heute genügend Zahlwörter, um schwindelerregend grosse Zahlen zu benennen. Das ist nicht nur innermathematisch interessant, auch in den Naturwissenschaften begegnet man häufiger grossen Zahlen, sei es bei der Anzahl von Atomen in einem Gramm eines Stoffes oder bei der Vermessung des Weltalls. Unser nächstgelegener Stern Proxima Centauri zum Beispiel liegt 39.740.000.000.000 Kilometer entfernt von uns. Um solch lange Reihen von Ziffern zu benennen und zu begreifen, benötigt man die richtigen Zahlwörter und das Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems.

Ein tragfähiges Stellenwertverständnis ist Grundpfeiler für die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen und Voraussetzung für die Schulleistungen im Fach Mathematik (vgl. Fromme 2017: 1).

Molik, Sandra (2024): Big Numbers – Ein plurilingualer Zugang zum Stellenwertsystem. In: Allgäuer-Hackl, Elisabeth; Geiger, Daniel; Hufeisen, Britta; Meirer, Eva & Schlabach, Joachim (Hrsg.) (2024): *Using alli mini Sprocha – bien sûr ! Beiträge zum Schulentwicklungsprojekt „formatio-plurilingual-digital“*. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt sowie Triesen: formatio Privatschule. 139–148.

<https://doi.org/10.26083/tuprints-00028641>.

Wird der Zahlenraum in der Sekundarschule erweitert, zeigt sich, dass einige Schüler:innen noch Schwierigkeiten mit ihrem Stellenwertverständnis haben. Im Hinblick auf die weitere mathematische Schullaufbahn ist es wichtig, den Schüler:innen an dieser Stelle eine Lernumgebung anzubieten, die vielfältige Übungsmöglichkeiten zulässt und es der Lehrperson erlaubt, gezielt zu fördern. Die Einführung der neuen grossen Zahlen auf Englisch bietet hierzu einige Chancen.

Das EIS-Prinzip im plurilingualen Unterricht

Für das Lernen eines mathematischen Sachverhalts ist es hilfreich, mit verschiedenen Darstellungsebenen zu arbeiten; der Psychologe Jerome Bruner identifiziert drei Ebenen, auf denen Wissen erschlossen wird: enaktiv (E), ikonisch (I) und symbolisch (S). Diese Ebenen ergänzen sich gegenseitig und der Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsebenen fördert das Verständnis.

Die Stellenwerttafel **M 3** bietet die Möglichkeit für einen handelnden (enaktiven) und bildlichen (ikonischen) Zugang. Mit Plättchen können die Schüler:innen verschiedene Zahlen zuerst legen und diese dann ins Heft übertragen.

Die Sprache wird nicht nur bei der Zahlwortbildung benötigt, sie spielt auch eine zentrale Rolle bei der Übersetzung von einer Ebene zur anderen. Es soll zwischen allen Ebenen und in alle Richtungen gewechselt werden. Was ein Schüler oder eine Schülerin in einer Darstellungsform nicht versteht, erschliesst sich vielleicht in einer anderen besser. Ausserdem bietet jeder Wechsel von einer Darstellungsform zur anderen einen Anlass zum Sprechen und Schreiben. Ziel des Unterrichts ist es, flexibel zwischen allen Darstellungsebenen übersetzen zu können, denn diese Fähigkeit ist ein zentraler Indikator für das Stellenwertverständnis der Schüler:innen (vgl. Fromme 2017: 8).

Erweitert man das EIS-Prinzip auf die Didaktik des plurilingualen Unterrichts, wird die sprachliche Ebene weiter unterteilt in Schulsprache (Deutsch) und Fremdsprache (Englisch). Die Schüler:innen wechseln in den Übungen also zwischen der anschaulichen Zahldarstellung an der Stellenwerttafel, schriftlich-symbolischer Darstellung und verbaler Darstellung in beiden Sprachen (siehe Abbildung).

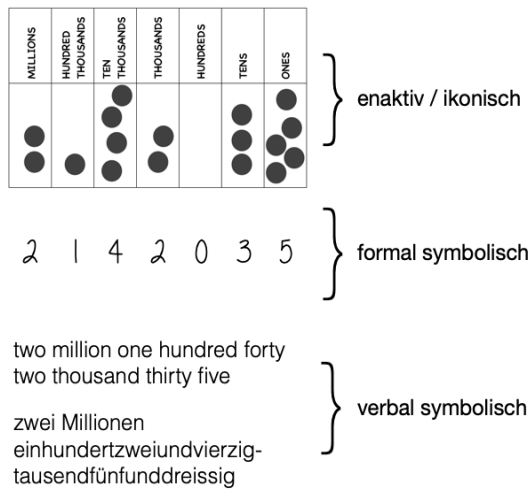


Abb. 1: verschiedene Darstellungsformen

Der Umweg über die englische Sprache hat Vorteile. Nicht nur Schüler:innen mit einer Rechenschwäche stolpern über die deutsche invertierte Sprechweise der Zahlen. In vergleichenden Studien konnte gezeigt werden, dass der Grad an Unregelmässigkeiten bei der Zahlwortbildung einer Sprache Auswirkungen auf den Lernerfolg beim Stellenwertsystem haben kann (vgl. Schulz 2014: 168).

Im Englischen folgt die Bildung des Zahlworts bis auf die Ausnahme der Zehnerzahlen der Reihenfolge der Stellen. Das ist einfacher, insbesondere für Schüler:innen mit einer Rechenschwäche. Es liegt also nahe, die Zahlwörter zuerst auf Englisch zu benennen, bevor man später ins Deutsche übersetzt. Auch Schüler:innen, die sich im Englischen noch unsicher fühlen, finden durch diesen Zugang Sprechanlässe. Mit Hilfe der bekannten Zahlwörter und den neuen Grössen Million, Billion, etc. können die meisten Schüler:innen über die anschauliche Zahldarstellung an der Stellenwerttafel nach wenigen Versuchen immer grössere Zahlen benennen. Die Effizienz des Stellenwertsystems kann so viel Begeisterung auslösen, dass die Zahlen über die Grenzen des Schulhefts hinauswachsen.

Steckbrief des Unterrichtsvorschlags

- Unterrichtsfach: Mathematik
- Teildisziplin: Zahl und Variable
- Thema der Unterrichtseinheit: Bilinguale Erweiterung des Zahlenraums auf Zahlen über 1 Million mithilfe der Stellenwerttafel
- Stufe: Sekundarschule
- Zielgruppe: Jahrgangsstufe 6 bzw. Sek 1
- Schlüsselbegriffe: Zahlenraum, Stellenwertsystem, Stellenwerttafel

- Kompetenzen:
Die Schüler:innen
 - können natürliche Zahlen bis 1 Million und darüber hinaus lesen und schreiben.
 - können natürliche Zahlen bis 1 Million und darüber hinaus in der Stellenwerttafel darstellen.
 - können flexibel zwischen den Darstellungsformen grosser Zahlen übersetzen
 - können von beliebigen Zahlen aus in angemessenen Schritten vorwärts und rückwärts zählen
 - können die Stellenwerttafel beim Erforschen arithmetischer Strukturen nutzen.
 - können die Bedeutung der Ziffern im Stellenwertsystem darstellen.
- Zeitaufwand: eine Doppelstunde
- Ergebnissicherung: Hefteintrag, Besprechung der Übungen
- Weiterführung/Anschlussmöglichkeiten/Vernetzung: Zehnerpotenzen, Potenzen, Zahlwortbildung im Französischen

Aufgabenstellungen und Materialien

Die erste Phase des Unterrichts findet auf Englisch statt. Als Einstiegsbeispiel lesen die Schüler:innen einen Text zum Thema Weltall (**M 1**). Schnell wird klar, dass neue Zahlwörter benötigt werden. Die Stellenwerttafel wird Schritt für Schritt nach links erweitert. Dazu zeigt die Lehrperson eine Präsentation, im Anschluss wird den Schüler:innen die fertige Stellenwerttafel **M 2** als Vorlage ausgeteilt. Aus Platzgründen stoppen wir bei der Quintillion, grössenhungrige Schüler:innen werden auf diverse Nachschlagewerke verwiesen.

In der Präsentation werden verschiedene Zahlen mit digitalen Knöpfen gelegt und benannt. Nach einigen gemeinsamen Beispielen können die Schüler:innen in Partnerarbeit Zahlen auf ihrer Stellenwerttafel mit echten Knöpfen legen, verbal benennen und schriftlich festhalten (Aufgaben zu **M 3**). Die Grösse der Zahlen kann zu Beginn begrenzt werden. Die gegenseitige Rückmeldung bietet weitere Sprech- und Übersetzungsanlässe. In dieser Übungsphase kann die Lehrperson diagnostizieren, weitere Rückmeldungen geben und den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben durch die Anzahl der Knöpfe oder verschiedene Fragestellungen variieren. Im Anschluss kehren wir wieder zurück zum Einstiegstext, die grossen Zahlen können jetzt benannt werden (Aufgabe zu **M 1**).

Die zweite Phase des Unterrichts findet auf Deutsch statt. Wir vergleichen das Gelernte mit einem vorbereiteten Infokasten (**M 4**) oder dem Schulbuch und stellen fest, dass es im Deutschen noch weitere Zahlwörter gibt: die Milliarde, Billarde,

etc. und – aufgepasst! – eine deutsche Billion ist 1000x mehr als eine englische Billion! Die Schüler:innen ergänzen die Stellenwerttafel um die deutschen Begriffe und übersetzen die Beispiele aus den vorherigen Übungen. Im Unterrichtsgespräch wird zunächst ein Beispiel zusammen übersetzt, dabei wird die invertierte Sprechweise im Deutschen thematisiert.

In der nächsten Übungsphase oder als Hausaufgabe bearbeiten die Schüler:innen eine Beispielaufgabe (**M 5**), um eine Bezugsgrösse zur Unterstützung der Mengenvorstellung grosser Zahlen zu geben.

Aufgaben

1. Read the text (M 1)
2. a) Place your buttons on the place value chart to make a big number. Let your partner read the number out loud. b) Write a number with digits into your place value chart. Let your partner write it down in a word. c) Write a big number in a word. Let your partner write it with digits into your place value chart.
3. Additional questions:
4. What is the biggest / smallest number you can make with 5 buttons?
5. How does a number change when you move 2 buttons from one position to another? etc. (M 3)
6. Write the first two numbers in a word. Write the numbers in the last sentence with digits. (M 1)
7. Vergleiche die englischen Zahlwörter (Million, Billion, Trillion, etc.) mit der Tabelle aus einem deutschen Schulbuch! (M 4)
8. Übersetze die englischen Zahlwörter aus Aufgabe 2 ins Deutsche. Beschreibe, worauf man bei der deutschen Sprechweise achten muss. (M 3)
9. Schreibe alle Antworten als Zahl, als englisches Wort und als deutsches Wort. (M 5)

Übersicht über die Materialien

M 1: Einstiegsfolie Alpha Centauri

M 2: Präsentation Erweiterung Stellenwerttafel

M 3: Stellenwerttafel

M 4: Übersicht Grosse Zahlen

M 5: Musterlösung Pfandflaschen

M 1



Outer space is big. Really, really, really big.

The average distance between the Earth and the Sun is 92,955,807 miles (149,597,870 km). Most people just round it up to 93 million miles. This distance is called an astronomical unit or AU and is used to measure and compare other distances in space. Alpha Centauri is the nearest star system to our sun at 4.3 light-years away. That's about 25 trillion miles (40 trillion km) away from Earth – nearly 300,000 times the distance from the Earth to the sun.

M 2

MILLIONS	HUNDRED THOUSANDS	TEN THOUSANDS	THOUSANDS	HUNDREDS	TENS	ONES

	HUNDRED BILLIONS
	TEN BILLIONS
	BILLIONS
	HUNDRED MILLIONS
	TEN MILLIONS
	MILLIONS
	HUNDRED THOUSANDS
	TEN THOUSANDS
	THOUSANDS
	HUNDREDS
	TENS
	ONES

Billions

	HUNDRED TRILLIONS
	TEN TRILLIONS
	TRILLIONS
	HUNDRED BILLIONS
	TEN BILLIONS
	BILLIONS
	HUNDRED MILLIONS
	TEN MILLIONS
	MILLIONS
	HUNDRED THOUSANDS
	TEN THOUSANDS
	THOUSANDS
	HUNDREDS
	TENS
	ONES

Trillions

	HUNDRED QUADRILLIONS
	TEN QUADRILLIONS
	QUADRILLIONS
	HUNDRED TRILLIONS
	TEN TRILLIONS
	TRILLIONS
	HUNDRED BILLIONS
	TEN BILLIONS
	BILLIONS
	HUNDRED MILLIONS
	TEN MILLIONS
	MILLIONS
	HUNDRED THOUSANDS
	TEN THOUSANDS
	THOUSANDS
	HUNDREDS
	TENS
	ONES

Quadrillions!

QUINTILLIONS	
HUNDRED QUADRILLIONS	
TEN QUADRILLIONS	
QUADRILLIONS	
HUNDRED TRILLIONS	
TEN TRILLIONS	
TRILLIONS	
HUNDRED BILLIONS	
TEN BILLIONS	
BILLIONS	
HUNDRED MILLIONS	
TEN MILLIONS	
MILLIONS	
HUNDRED THOUSANDS	
TEN THOUSANDS	
THOUSANDS	
HUNDREDS	
TENS	
ONES	

Quintillions!!

	QUINTILLIONS
	HUNDRED QUADRILLIONS
	TEN QUADRILLIONS
	QUADRILLIONS
	HUNDRED TRILLIONS
	TEN TRILLIONS
	TRILLIONS
	HUNDRED BILLIONS
	TEN BILLIONS
	BILLIONS
	HUNDRED MILLIONS
	TEN MILLIONS
	MILLIONS
	HUNDRED THOUSANDS
	TEN THOUSANDS
	THOUSANDS
	HUNDREDS
	TENS
	ONES

M 3

	QUINTILLIONS
	HUNDRED QUADRILLIONS
	TEN QUADRILLIONS
	QUADRILLIONS
	HUNDRED TRILLIONS
	TEN TRILLIONS
	TRILLIONS
	HUNDRED BILLIONS
	TEN BILLIONS
	BILLIONS
	HUNDRED MILLIONS
	TEN MILLIONS
	MILLIONS
	HUNDRED THOUSANDS
	TEN THOUSANDS
	THOUSANDS
	HUNDREDS
	TENS
	ONES

M 4

1000	Tausend	$10^3 =$	$10 \cdot 10 \cdot 10$
1 000 000	Million	$10^6 =$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
1 000 000 000	Milliarde	$10^9 =$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
1 000 000 000 000	Billion	$10^{12} =$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
1 000 000 000 000 000	Billiarde	$10^{15} =$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
1 000 000 000 000 000 000	Trillion	$10^{18} =$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
1 000 000 000 000 000 000 000	Trilliarde	$10^{21} =$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

M 5

Menschenkette

Wie lang wird eine Menschenkette ungefähr, wenn sich

- a) alle Schüler und Schülerinnen deiner Klasse die Hand reichen?



Wie lang würde die Kette ungefähr, wenn sich

- b) alle Menschen in deinem Dorf,
c) alle 8 Millionen Menschen in der Schweiz,
d) alle 7 Milliarden Menschen auf der Welt die Hand reichten?

Literatur

Affolter, Walter / Beerli, Guido / Hurschler, Hanspeter / Jaggi, Beat / Jundt, Werner / Krummenacher, Rita / Nydegger, Annegret / Wälti, Beat & Wieland, Gregor (2013): *mathbuch. Mathematik für die Sekundarstufe 1*. Baar: Klett und Balmer AG S. 48-49.

Fromme, Marina (2017): *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100. Theoretische und empirische Analysen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Leisen, Josef (2013): Darstellungs- und Symbolisierungsformen im Bilingualen Unterricht. In: Hallet, Wolfgang & Königs, Frank G. (Hrsg.): *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning*. Seelze: Klett-Kallmeyer, 152-160.