

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von o. Prof. Dr.-Ing. H. Breth

Heft 8

**Der Einfluß der Steifigkeit von
Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung
und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton**

Dr.-Ing. H. Heil

Juni 1971

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von o. Prof. Dr.-Ing. H. Breth

Heft 8

**Der Einfluß der Steifigkeit von
Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung
und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton**

Dr.-Ing. H. Heil

Juni 1971

VORWORT

Im ersten Mitteilungsheft wurde von Sommer über ein Berechnungsverfahren für die Bemessung von einseitig ausgesteiften Gründungsplatten unter Einbeziehung des Hochhausrahmens berichtet. Bauwerk und Baugrund wurden hierbei als elastisch angenommen. Das zeitliche Setzungsverhalten des Untergrundes und das Kriechen des Betons blieben ebenso unberücksichtigt, wie die Veränderung der Belastung und der Bauwerkssteifigkeit in der Bauzeit. Die Vernachlässigung dieser Einflüsse ist mit einer Fehleinschätzung der Biegesteifigkeit des Bauwerkes verbunden, über deren Ausmaß keine Vorstellungen bestanden. Um hier zu einer Klärung beizutragen, wurden von uns in Frankfurt an einer Reihe von Hochhäusern die Setzung und Durchbiegung der Gründungsplatten vom Baubeginn an gemessen und nach der Fertigstellung der Gebäude weiter verfolgt. Die Frankfurter Hochhäuser boten sich als besonders geeignete Meßobjekte an, weil auf dem dortigen Ton Setzungen und Setzungsunterschiede in einer für die Auswertung notwendigen Größe auftreten.

Die Aufgabe von Heil bestand nun darin, ein Berechnungsverfahren zu entwickeln, mit dem der Bauvorgang, das Kriechen des Betons und das Setzungsverhalten des Frankfurter Tons über die Zeit erfaßt werden können und das die Möglichkeit bietet, die Auswirkungen der genannten Einflüsse am Verhalten der beobachteten Häuser zu überprüfen. Durch Vergleichsuntersuchungen an einem gleichförmig belasteten Gründungsbalken konnte Heil nachweisen, daß sich die Auswirkungen des rheologischen Verhaltens des Tons auf die Beanspruchung der Gründungsplatte und des Hochhausrahmens hinreichend genau berechnen lassen, wenn mit einer zeitabhängigen Steifezahl gearbeitet wird, wobei sich die Zunahme der Steifigkeit mit der Zeit aus dem gemessenen zeitlichen Setzungsverlauf ergibt.

Nach unseren Messungen verhalten sich die Hochhäuser auch bei Berücksichtigung der genannten zeitlichen Einflüsse wesentlich weicher als nach der

Rechnung, was auf eine Abweichung der Verformungseigenschaften der Stahlbetonskelettbauten von der Berechnungsannahme schließen läßt, aber auch seinen Grund in der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Frankfurter Tons haben kann. Diese Feststellung gilt auch für Skelettbauten auf nichtbindigem Boden.

Sie deckt sich im übrigen mit den nach statistischen Ermittlungen aufgestellten Schadenskriterien, nach denen Rahmenkonstruktionen beträchtlich größere Setzungsunterschiede schadlos aufzunehmen vermögen, als die an den Frankfurter Hochhäusern gemessenen Durchbiegungen. Heil hat für den Ton eine lineare Abhängigkeit zwischen Spannung und Dehnung angenommen und mit der Anwendung der Elastizitätstheorie für den Untergrund die uneingeschränkte Gültigkeit des Superpositionsgesetzes für die Spannungen und Dehnungen vorausgesetzt. In der Erkenntnis, daß diese Idealisierung nur als Näherung anzusehen ist, und das Verformungsverhalten des tertiären, vorverdichteten und gerissenen Tons auf experimentellem Wege nicht geprüft werden kann, wird von uns zur Zeit die Setzung des Tons unter einem 110 m hohen Hochhaus bis in 40 m Tiefe gemessen. Die Messungen sollen Hinweise darüber liefern, inwieweit die bisherigen Berechnungsannahmen einer Veränderung bedürfen. Über das Ergebnis dieser, ebenfalls von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Untersuchung wird zu gegebener Zeit in dieser Schriftenreihe berichtet werden.

Darmstadt, im September 1971

H. Breth

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	7
2. Annahmen für die theoretische Behandlung	9
3. Aufstellung des Berechnungsverfahrens	15
3.1 Statische Behandlung des auf einer durchlaufenden Platte gegründeten Hochhausrahmens	15
3.2 Das Kriechen des Betons	21
3.3 Das Zeit-Setzungs-Verhalten des Untergrundes	24
3.3.1 Dischinger'sches Kriechgesetz	24
3.3.2 Rheologisches Analogiemodell	27
3.3.3 Eindimensionale Konsolidierungstheorie	29
3.3.4 Zeitabhängige Steifezahl	31
3.4 Bestimmungsgleichungen für die unbekanntes Sohlpressungen	35
3.4.1 Eindimensionale Konsolidierungstheorie	36
3.4.2 Zeitabhängige Steifezahl, Methode I	38
3.4.3 Zeitabhängige Steifezahl, Methode II	40
3.5 Konvergenz und Vergleich der Verfahren	41
4. Anwendung	52
4.1 Theoretisches Beispiel	54
4.2 Folgerungen für die Bemessung	62
4.2.1 Die Beanspruchung des Hochhausrahmens	63
4.2.2 Die Beanspruchung der Gründungsplatte	64
4.2.3 Hinweise für die Bemessung	68
4.3 Überprüfung durch Setzungsmessungen an ausge- führten Bauwerken	70
4.3.1 Ermittlung der Eingangswerte	70
4.3.2 Vergleich zwischen berechneter und gemessener Setzungsmulde	80
5. Zusammenfassung	98
6. Literaturverzeichnis	100

	Seite
ANHANG	
I. Ermittlung der Festhaltekräfte des elastischen Tragwerks	107
I. 1 Festhaltekräfte des Hochhausrahmens	107
I. 2 Festhaltekräfte der Gründungsplatte	120
I. 3 Festhaltekräfte des Gesamtbauwerks	124
II. Ermittlung der Festhaltekräfte des kriechfähigen Tragwerks	125
II. 1 Biegesteifigkeit der Rahmenstäbe	126
II. 2 Stabendkräfte des Starrzustandes	126
II. 2. 1 Eindimensionale Konsolidierungstheorie	127
II. 2. 2 Zeitabhängige Steifezahl, Methode I	128
II. 2. 3 Zeitabhängige Steifezahl, Methode II	128

Verwendete Bezeichnungen

A	Retardationszeit
a_i	Länge eines Elementes der Gründungsplatte
b	Breite der Gründungsplatte
c_{ik} , C	Setzungseinflußwert
E_b	Elastizitätsmodul des Betons
E_s	Steifezahl des Bodens
E	Einheitsmatrix
e	Basis der natürlichen Logarithmen
f	Durchbiegung (Biegestich)
I	Trägheitsmoment
K	Systemsteifigkeit
L	Länge der Gründungsplatte
l	Länge der Hochhausriegel
M	Biegemoment
P	Einzellast
p	Linienlast
Q_i , q	Resultierende der auf ein Element der Gründungsplatte einwirkenden Sohlpressungen
q_i	Sohlpressung
q_m	mittlere Sohlpressung
s_i , s	Setzung
s_m	mittlere Setzung
t	Zeit
Z_i , z	Auflagerreaktion des Bauwerks
Z_{ik} , Z	Festhaltekraft eines Einheitsverformungszustandes
z	Tiefe unter Gründungssohle

ϵ_b	Betondehnung
η	Zähigkeit
μ	Zeit-Setzungs-Verhältnis
ν	Konstante
ρ	zeitlicher Ablauf des Kriechvorganges im Beton
σ	Normalspannung
τ	Zeit
ϕ	Knotendrehwinkel
ψ	Kriechmaß des Betons
θ	Stabdrehwinkel

1. Einleitung

Die Größe der Setzungsunterschiede und die Beanspruchung statisch unbestimmter Tragwerke werden entscheidend von der Steifigkeit des Bauwerks und der Zusammendrückbarkeit des Untergrundes bestimmt.

Gegenwärtig werden Gründungsplatten von Stahlbetonskelettbauten fast ausschließlich unter der Annahme berechnet, daß die Stützenlasten des Hochhausrahmens durch Setzungsunterschiede nicht umlagert werden, wenn nicht sogar von einer willkürlich angenommenen Sohldruckverteilung ausgegangen wird. Bei der Bemessung des Hochhausrahmens werden die durch Setzungsunterschiede hervorgerufenen Spannungen vernachlässigt. Dieses Vorgehen ist nur gerechtfertigt, wenn entweder die Setzung des Untergrundes vernachlässigbar klein oder die Steifigkeit des Hochhausrahmens gering ist.

Nach den gegenwärtigen Erkenntnissen [1] ist es weitgehend ungeklärt, welchen Einfluß die Steifigkeit des Hochhausrahmens auf die Gesamtsteifigkeit des Bauwerks hat. Es sind bisher nur wenige theoretische Untersuchungen durchgeführt worden, in denen Hochhausrahmen und Gründung als ein zusammenhängendes statisches System betrachtet werden. Fast alle diese Untersuchungen gehen von der Annahme aus, daß alle Lasten auf das bereits fertiggestellte, als elastisch - also als nicht kriechfähig - angesehene Bauwerk aufgebracht werden.

Durch diese Annahme können die wirklichen Verhältnisse nicht erfaßt werden. Während der Bauzeit wächst sowohl die Belastung als auch die Steifigkeit des Bauwerks ständig an. Infolge des Zeit-Setzungs-Verhaltens des Untergrundes treten die Setzungen mit einer mehr oder weniger großen zeitlichen Verzögerung ein. Durch das Kriechen des Betons werden die durch Setzungsunterschiede im Bauwerk hervorgerufenen Zwängspannungen teilweise wieder abgebaut, wodurch die Setzungsunterschiede weiter zunehmen. Es muß angenommen werden, daß jeder Versuch, die Steifigkeit des Stahlbetonrahmens zu erfassen, der diesen Zeiteinflüssen nicht Rechnung trägt, zu ebenso großen Fehlern führen kann, wie die totale Vernachlässigung der Steifigkeit der aufgehenden Konstruktion.

Um diesen Gegebenheiten Rechnung zu tragen, hat Schultze [2], [3] vorgeschlagen, die "wirkliche" Steifigkeit von Skelettbauten aus Setzungsmessungen zu ermitteln. Als "wirkliche" Steifigkeit wird hierbei die Steifigkeit eines fiktiven elastischen Gründungsbalkens definiert, der unter den gleichen Lasten und auf dem gleichen Untergrund den gleichen maximalen Setzungsunterschied aufweist,

der an dem ausgeführten Bauwerk gemessen wurde. Obwohl auf diese Weise der Einfluß, den die Steifigkeit des Skelettrahmens auf die Setzungsunterschiede ausübt, näherungsweise abgeschätzt werden kann, lassen sich keine Anhaltspunkte über die Beanspruchung der Gründungsplatte und die Setzungsspannungen des Hochhausrahmens gewinnen. Wegen der Auswirkungen des Bauvorganges und des Betonkriechens reicht die Kenntnis der Fundamentverformung zur Bestimmung dieser Größen nicht aus. Mit den gegenwärtig zur Verfügung stehenden Meßmethoden können an ausgeführten Bauwerken außer den Setzungen weder die Verteilung der Sohlpressungen noch die tatsächlich auftretenden Betonspannungen mit ausreichender Genauigkeit gemessen werden. Die Auswirkungen der angeführten Zeiteinflüsse lassen sich daher nur durch eine theoretische Behandlung der Bauwerke abschätzen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, den Einfluß, den die Steifigkeit des Hochhausrahmens auf die Setzungsunterschiede, die Sohldruckverteilung und die Beanspruchung der Gründungsplatte ausübt, unter Berücksichtigung der Zeiteinflüsse aufzuzeigen. Die erzielte Übereinstimmung mit der Wirklichkeit wird durch einen Vergleich mit den an zwei Hochhäusern gemessenen Setzungsmulden überprüft.

2. Annahmen für die theoretische Behandlung

Die Berechnung biegsamer Flachgründungen unter Einhaltung der Verträglichkeit von Bauwerksverformung und Setzungsmulde stellt eine hochgradig statisch unbestimmte Aufgabe dar, die nur unter weitgehend vereinfachenden Annahmen einer rechnerischen Behandlung zugänglich gemacht werden kann. Selbst bei Vernachlässigung der Hochhaussteifigkeit und der Zeiteinflüsse konnten bisher allgemein anwendbare Berechnungsverfahren nur aufgestellt werden, wenn sowohl in der Gründungsplatte als auch im Untergrund eine lineare Beziehung zwischen Verformung und Beanspruchung vorausgesetzt wurde.

Die auf dieser Grundlage entwickelten Berechnungsverfahren lassen sich nach den benutzten Baugrundmodellen in zwei Gruppen unterteilen. Die Bettungszahlverfahren gehen von der Annahme aus, daß in jedem Punkt der Gründungssohle die Setzung der in diesem Punkt wirkenden Sohlpressung proportional ist. Durch diese Annahme wird die Druckausbreitung im Untergrund gänzlich vernachlässigt. Eine wirklichkeitsgetreuere Erfassung des Untergrundes kann durch Anwendung eines Steifezahlverfahrens erreicht werden. Diese Verfahren berücksichtigen die Verteilung der Bodenspannungen nach der mathematischen Elastizitätstheorie, wobei man sich den Boden durch ein ideal elastisches Material ersetzt denkt, das zumeist gleichzeitig auch als homogen und isotrop vorausgesetzt wird. Die Setzungen werden dann üblicherweise unter Vernachlässigung der horizontalen Bodenspannungen mit einer konstanten Steifezahl berechnet.

Eine genauere Berücksichtigung des in Wirklichkeit nicht linearen Verformungsverhaltens der Stahlbetonquerschnitte und des Bodens scheidert bisher außer an den noch unzureichend erforschten Werkstoffgesetzen vor allem an dem großen mathematischen Aufwand, der durch den Verlust des Superpositionsgesetzes bedingt ist. Zur theoretischen Erfassung der Hochhaussteifigkeit unter Berücksichtigung der angeführten Zeiteinflüsse kann daher zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur von den gleichen Voraussetzungen ausgegangen werden, die auch den Steifezahlverfahren zugrunde liegen, wobei zur Berücksichtigung des Kriechens des Betons und des Zeit-Setzungs-Verhaltens des Untergrundes zusätzliche Annahmen getroffen werden müssen.

Nach den mit konstanter Betonspannung durchgeführten Kriechversuchen sind die Kriechverformungen des Betons den Betonspannungen annähernd proportional. Die Größe der Kriechverformungen hängt von den Lagerungsbedingungen, der Be-

tonzusammensetzung, den Querschnittsabmessungen, dem Belastungsalter des Betons τ und der seit der Lastaufbringung verstrichenen Zeit $t - \tau$ ab. Wird der Elastizitätsmodul des Betons E_b näherungsweise als zeitunabhängig angesehen, so lassen sich die Betonverformungen durch

$$\epsilon_b(t) = \frac{\sigma_0}{E_b} [1 + \varphi(t, \tau)] \quad (1)$$

darstellen, worin σ_0 die konstante Betonspannung und φ die als Verhältnis von Kriechverformung zu elastischer Verformung definierte Kriechfunktion ist. Unter der Annahme, daß der zeitliche Verlauf des Kriechvorganges und die Alterung des Betons durch eine "Grundkriechkurve" erfaßt werden können

$$\varphi(t, \tau) = \varphi(t) - \varphi(\tau) \quad (2),$$

wobei t und τ von der Belastbarkeit des Betons an zu zählen sind, erhält man für veränderliche Betonspannungen die als Dischinger'sches Kriechgesetz bezeichnete Differentialgleichung

$$\frac{d\epsilon_b}{dt} = \frac{\sigma_b}{E_b} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{E_b} \frac{d\sigma_b}{dt} \quad (3).$$

Durch eine Grundkriechkurve läßt sich jedoch die versuchsmäßig festgestellte Zeitabhängigkeit der Kriechverformungen nicht völlig widerspruchsfrei erfassen. Wird als Grundkriechkurve die Kriechkurve der zum Zeitpunkt t_0 aufgebrauchten Erstbelastung des Betons gewählt

$$\varphi(t, \tau) = \varphi(t, t_0) - \varphi(\tau, t_0) \quad (4),$$

so wird für die später eintretenden Spannungsänderungen ein zu kleines Endkriechmaß und ein zu langsamer Ablauf des Kriechvorganges angenommen [4]. Hieraus folgt, daß nach dem Dischinger'schen Kriechgesetz für abnehmende Betonspannungen die Kriechverformung überschätzt und für eine konstante Betondehnung ein zu großer Spannungsabbau erhalten wird. Durch eine andere Wahl der Grundkriechkurve

$$\varphi(t, \tau) = \varphi(\infty, \tau) - \varphi(\infty, t)$$

können zwar die Endkriechmaße für alle Spannungsänderungen zutreffend erfaßt werden. In diesem Falle wird jedoch für alle Belastungsalter ein wesentlich zu langsamer Ablauf des Kriechvorganges angenommen, so daß für Relaxa-

tionsprobleme keine zutreffenderen Ergebnisse erhalten werden. Trotz dieser Unzulänglichkeiten kann, wie Vergleichsuntersuchungen von Ross [5] zeigen, die mit Hilfe des Dischinger'schen Kriechgesetzes erreichte Genauigkeit für viele praktische Berechnungen als ausreichend angesehen werden. Auch durch eine genauere Erfassung der unter konstanter Betonspannung ermittelten Zeitabhängigkeit nach der Superpositionsmethode konnte in vielen Fällen keine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den unter veränderlicher Betonspannung gemessenen Versuchswerten erzielt werden als bei Anwendung des Dischinger'schen Kriechgesetzes. Aus den zu Beginn dieses Abschnittes angeführten Gründen kann in den folgenden Ableitungen bereits das kurzzeitige Werkstoffverhalten des Stahlbetons im Zustand II nicht mehr wirklichkeitsgetreu erfaßt werden; vielmehr wird - wie im Stahlbetonbau weitgehend üblich - die Steifigkeit des reinen Betonquerschnittes mit einem konstanten Elastizitätsmodul der Berechnung zugrunde gelegt. Da dies zweifelsohne nur als relativ grobe Näherung angesehen werden kann, ist es auch nicht sinnvoll, an die Formulierung des Kriechgesetzes zu hohe Genauigkeitsforderungen zu stellen. Den weiteren Ableitungen wird daher das einfacher zu handhabende Dischinger'sche Kriechgesetz zugrunde gelegt. Die Grundkriechkurve des Betons wird hierbei nach Gl. (4) gewählt.

Die zeitliche Verzögerung des Setzungsvorganges in wassergesättigten, bindigen Böden ist sowohl in der geringen Durchlässigkeit dieser Böden als auch in den Zeit-Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Bodenskeletts begründet. Mit der unmittelbar beim Aufbringen der Belastung eintretenden Sofortsetzung wird zunächst nur ein Teil der im Boden hervorgerufenen totalen Spannungen auf das Bodenskelett übertragen, während der verbleibende Anteil durch das Porenwasser aufgenommen wird. Der zeitliche Verlauf der durch die Verminderung des Porenvolumens hervorgerufenen Primär- oder Konsolidierungssetzung hängt im wesentlichen von den Entwässerungsbedingungen und der Durchlässigkeit des Bodens ab, während der Verlauf der gleichzeitig einsetzenden Sekundärsetzung von den Zeit-Verformungs-Eigenschaften des Bodenskeletts bestimmt wird.

Eine theoretische Erfassung dieser Vorgänge kann bisher nur durchgeführt werden, wenn das Bodenskelett als ideal viskoelastisches, poröses Medium angesehen wird, dessen Durchströmung dem Darcy'schen Gesetz gehorcht [6], [7]. Auch bei Vernachlässigung der Sekundärsetzung erfordert jedoch die Einhaltung der Randbedingungen einen sehr großen mathematischen Aufwand, so daß nach der linearen dreidimensionalen Konsolidierungstheorie bisher nur der isotrope

Halbraum [6] , [8] und einfach geschichtete Böden [9] , [10] behandelt werden können. Da das Verformungsverhalten wirklicher Böden durch diese Annahmen nur unzureichend erfaßt wird und schon relativ geringfügige , oft nur schwer feststellbare Störungen - beispielsweise Risse in vorbelasteten Tonböden oder dünne Sandschichten - einen bedeutenden Einfluß auf die Entwässerungsbedingungen ausüben , sind die Ergebnisse dieser Theorie für praktische Berechnungen von geringem Nutzen.

Zur Berechnung der zeitabhängigen Sohldruckverteilung unter biegsamen Gründungsplatten wird es daher als sinnvoller angesehen , auf die Anwendung dieser Konsolidierungstheorie zu verzichten und statt dessen durch die Wahl möglichst einfacher Annahmen den numerischen Aufwand einzuschränken.

In den folgenden Ableitungen wird anstelle des für einen beliebigen Punkt i der Gründungssohle gültigen Konsolidierungsgrades das Verhältnis zwischen der bis zum betrachteten Zeitpunkt t eingetretenen Setzung $s_i(t)$ und der Endsetzung $s_i(\infty)$ eingeführt

$$\mu_i(t) = \frac{s_i(t)}{s_i(\infty)} \quad (5).$$

Diese im folgenden als Zeit-Setzungs-Verhältnis bezeichnete Größe ist nur auf Setzungen anwendbar , die durch eine direkt auf den Untergrund aufgebrachte zeitunabhängige Belastung erzeugt werden. Die im entsprechenden Punkt eines biegsamen Fundamentes eintretende Setzung hat einen abweichenden zeitlichen Verlauf , der unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Sohldruckverteilung bestimmt werden muß. Das Zeit-Setzungs-Verhältnis kann gleichzeitig Sofort- , Primär- und Sekundärsetzungen einschließen.

Es wird angenommen , daß der durch eine zeitunabhängige Belastung verursachte zeitliche Verlauf der Setzung von der Lage des betrachteten Punktes unabhängig ist. Diese Annahme ist streng nur für die Entwässerungsbedingungen der von Terzaghi und Fröhlich [11] entwickelten eindimensionalen Konsolidierungstheorie gültig.

Durch die Annahme der Ortsunabhängigkeit des Zeit-Setzungs-Verhältnisses wird seine Ermittlung weitgehend vereinfacht. Da die mittlere Setzung s_m eines biegsamen Fundamentes von dessen Steifigkeit praktisch nicht beeinflußt wird , kann unter dieser Annahme das Zeit-Setzungs-Verhältnis aus dem Verlauf der middle-

ren Setzung bestimmt werden

$$\mu(t) = \frac{s_m(t)}{s_m(\infty)} \quad (6),$$

wobei es völlig gleichgültig ist, ob diese Beziehung durch eine theoretische Betrachtung oder auf empirischem Wege aus Setzungsmessungen gewonnen wird. Die nach dieser Voraussetzung zur Erfassung des Zeit-Setzungs-Verhaltens möglichen Ansätze werden in Abschnitt 3.3 dargestellt und einer eingehenden Prüfung unterzogen.

Im einzelnen wird von den folgenden Annahmen ausgegangen:

1. Das Bauwerk kann als ebenes Problem betrachtet werden.
2. Die Biegesteifigkeit der Stahlbetonteile ist stabweise konstant und von der Größe der Beanspruchung unabhängig.
3. Die Kriechverformungen der Stahlbetonteile folgen dem Dischinger'schen Kriechgesetz.
4. Der Einfluß der Quer- und Normalkräfte auf die Verformung der einzelnen Bauwerksteile und die in der Gründungssohle angreifenden Reibungskräfte sind vernachlässigbar.
5. Die Endsetzung eines beliebigen Punktes der Gründungsplatte kann mit einer konstanten Steifenzahl aus den nach der Elastizitätstheorie ermittelten vertikalen Bodenspannungen berechnet werden.
6. Für eine zeitunabhängige Belastung des Baugrundes ist der zeitliche Verlauf der Setzung von der Lage des betrachteten Punktes unabhängig.
7. Die Entlastung des Baugrundes durch den Erdaushub kann vernachlässigt werden.

Die getroffenen Annahmen sind, wie bereits angeführt wurde, mit Ausnahme der zur Erfassung der zeitabhängigen Einflüsse erforderlichen zusätzlichen Voraussetzungen 3 und 6 die gleichen, die auch den übrigen Steifenzahlverfahren zugrunde liegen. Es sollen daher an dieser Stelle nur zwei Punkte eingehender besprochen werden.

Es ist zunächst nicht ohne weiteres ersichtlich, ob in Rahmentragwerken für die betrachteten Beanspruchungen der Einfluß der Normalkraftverformungen als vernachlässigbar angesehen werden kann. Zur Klärung dieser Frage wurde das in Abschnitt 4.1 behandelte Bauwerk auch unter Berücksichtigung der Normalkraftverformungen in den Geschoßdecken untersucht. Nach den Ergebnissen dieser Voruntersuchung wird durch die Vernachlässigung der Normalkraftverformungen die Steifigkeit des Hochhausrahmens nur im Falle extrem steifer Außenstützen

(Berechnungsbeispiel 3) geringfügig überschätzt. Durch die Vernachlässigung des Normalkrafteinflusses wird in diesem ungünstigen Falle eine um etwa 7% kleinere Durchbiegung der Gründungsplatte erhalten, wobei nur die Biegemomente in den steifen Außenstützen und im Außenfeld der Gründungsplatte spürbare Abweichungen aufweisen. Die Abweichungen der übrigen Biegebeanspruchungen sowie aller für das Beispiel 2 errechneten Ergebnisse liegen innerhalb der Auftragsungenauigkeit. Diese Abweichungen sind für die im folgenden angestellten Betrachtungen ohne Bedeutung.

Der zweite Punkt betrifft die Erfassung der zeitabhängigen Einflüsse. Die in einem Bauwerk durch Setzungsunterschiede hervorgerufenen Spannungen werden im Laufe der Zeit durch das Kriechen des Betons abgemindert. Werden in dieser Zeit keine weiteren Lasten aufgebracht, so ruft die hierdurch bedingte Umlagerung der Sohlpressungen in einigen Bereichen des Untergrundes eine Entlastung hervor, während in anderen eine Erhöhung der Bodenspannungen eintritt. In allen Punkten des Untergrundes, in denen die unter den bisherigen Spannungen eingetretene Zusammendrückung größer ist als die Endzusammendrückung unter der neuen Spannung, wird durch diese Spannungsverminderung eine Volumenänderung verursacht. Nach den getroffenen Annahmen wird diese Volumenvergrößerung mit der gleichen Steifezahl berechnet wie die Zusammendrückung, was dem Verformungsverhalten wirklicher Böden widerspricht.

Da in Tonböden die Setzungen langsamer eintreten als die Kriechverformungen des Betons, sind in diesen Böden keine wesentlichen Volumenvergrößerungen zu erwarten. Das vorgeschlagene Verfahren sollte daher zunächst nur auf diese Böden angewendet werden. Zur Anwendung des Verfahrens auf sandige Böden müßten die durch diese Erscheinung verursachten Abweichungen noch eingehender untersucht werden.

3. Aufstellung des Berechnungsverfahrens

Wegen des großen numerischen Aufwands sind bisher in der Literatur ausschließlich Rahmen mit kleiner Geschoßzahl und wenigen Stützen untersucht worden. Für den einfacheren Fall des auf Einzelfundamente gegründeten Rahmens wurden von Meyerhof [12], Chamecki [13], [14], Băzant [15], [16] und Morris [17] Berechnungsmethoden angewendet, die eine Berücksichtigung beliebiger Biegesteifigkeiten in den einzelnen Rahmenstäben zulassen. Der schwieriger zu behandelnde Fall des auf einer durchlaufenden Platte gegründeten Rahmens wurde hingegen häufig nur für Grenzfälle der Rahmensteifigkeit gelöst. Die Auswirkungen ideal starrer Rahmenstäbe mit gelenkigen oder biegefesten Knotenanschlüssen auf die Beanspruchung der Gründungsplatte wurden von Graßhof [18], [19], Kany [20], de Beer/Lousberg [21] und de Beer/Graßhof/Kany [22] angegeben. Krsmanovitch [23], [24] hat den Einfluß eines biegsamen Riegels unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit der Stützen untersucht. Berechnungsmethoden für eine beliebige Biegesteifigkeit der Rahmenstäbe wurden von Sommer [25], [26], El-Kadi [27], Kany [28] und Laermann [29] vorgeschlagen.

In diesen Arbeiten werden zeitabhängige Einflüsse nur von Morris [17], Băzant [15], [16], Laermann [29] und Chamecki [14] behandelt, wobei Chamecki von der nicht gerechtfertigten Annahme ausgeht, daß die Setzungsunterschiede mit konstanter Geschwindigkeit zunehmen.

3.1 Statische Behandlung des auf einer durchlaufenden Platte gegründeten Hochhausrahmens

Zur statischen Behandlung des auf einer Platte gegründeten Rahmens wurden bisher zwei alternative Methoden angewandt.

Im ersten Fall [27, Abschn. 5.22], [28] wird durch Einführen statisch unbestimmter Schnittkräfte eine statisch bestimmte Verbindung zwischen dem Hochhausrahmen und der Gründungsplatte hergestellt. Auf diese Weise kann mit den bekannten Verfahren zur Berechnung biegsamer Gründungsplatten auch der Einfluß des Überbaus berücksichtigt werden. Die Aufstellung der zur Bestimmung der statisch unbestimmten Schnittkräfte erforderlichen Elastizitätsgleichungen ist jedoch sehr mühsam, da für jeden Einheitsbelastungszustand die Sohldruckverteilung unter Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen zwischen den Verformungen der Gründungsplatte und den Setzungen des Baugrundes bestimmt werden muß. Für die Behandlung von Hochhausrahmen mit vielen Stützen ist diese

Methode nicht mehr geeignet, da bedingt durch das ungünstige Grundsystem Elastizitätsgleichungen mit kleiner Nennerdeterminante entstehen.

Im zweiten Fall wird zunächst für das aus Gründungsplatte und Hochhausrahmen bestehende Bauwerk die von der äußeren Belastung und der Verformbarkeit des Bauwerks abhängige Beziehung zwischen den unbekanntem Sohlpressungen und den ebenfalls unbekanntem Setzungen der Gründungsplatte aufgestellt. Hierbei führt Sommer [25] , [26] nach dem Formänderungsgrößenverfahren die Sohlpressungen als Funktion der Setzungen ein, während El-Kadi [27, Abschn. 5,1] und Laermann [29] entsprechend dem Kraftgrößenverfahren die Setzungen als Funktion der Sohlpressungen angeben. Die unbekanntem Sohlpressungen ergeben sich dann aus den in der Gründungssohle einzuhaltenden Gleichgewichtsbedingungen (Sommer) oder den Verträglichkeitsbedingungen (El-Kadi, Laermann).

Mit den besprochenen Verfahren sind bisher nur eingeschossige symmetrische Rahmen mit höchstens vier Stützen untersucht worden. Die Behandlung mehrgeschossiger Rahmen mit einer größeren Stützenszahl, wie die in Bild 23 und 25 angegebenen, ist mit diesen Verfahren nicht mehr möglich. Es wird daher im folgenden ein zur Behandlung großer Rahmentragwerke geeignetes Verfahren aufgestellt, wobei zunächst nur zeitunabhängige Einflüsse betrachtet werden sollen. Die zur Erfassung der zeitabhängigen Einflüsse erforderlichen Beziehungen sind in den darauffolgenden Abschnitten angegeben. Das Verfahren baut auf den von Sommer angegebenen Beziehungen auf, wobei zugunsten einer kürzeren Schreibweise die Bedeutung einzelner Symbole geändert wurde.

Ebenso wie in den meisten Steifezahlverfahren, wird die Gründungsfläche in n_G Elemente von der Länge a_i und der Breite b aufgeteilt. Zur Ermittlung der Bauwerksverformungen wird die innerhalb eines Elementes i auf das Bauwerk einwirkende Sohlpressung zu einer in der Mitte des Elementes angreifenden Einzellast Q_i zusammengefaßt, während für die Berechnung der Setzungen innerhalb eines jeden Elementes eine gleichmäßige Sohlruckverteilung

$$q_i = \frac{Q_i}{a_i b} \quad (7)$$

angenommen wird, Bild 1. Die Endsetzungen der einzelnen Elemente betragen

$$s_i = \frac{1}{E_s} \sum_{k=1}^{k=n_G} c_{i k} Q_k$$

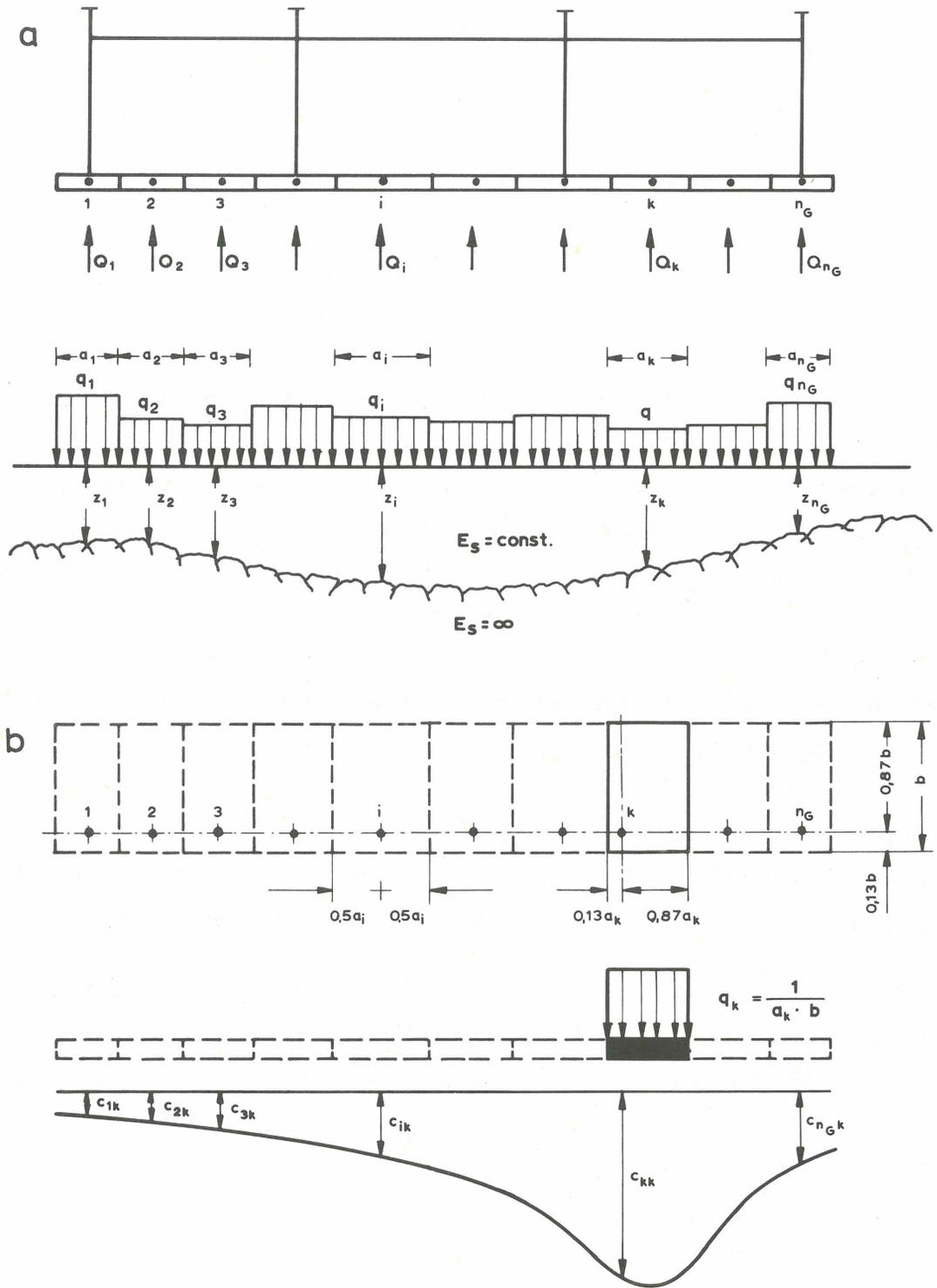


Bild 1 Ermittlung der Setzungen

a Schnittkräfte in der Gründungssohle

b E_s -fache Setzungen infolge $q_k = \frac{1}{a_k \cdot b}$

oder als Matrixgleichung

$$\mathbf{s} = \frac{1}{E_s} \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} \quad (8),$$

worin c_{ik} die E_s -fache Endsetzung des Elementes i infolge der unter dem Element k wirkenden Pressung

$$q_k = \frac{1}{a_k b}$$

ist.

Da vorausgesetzt wurde, daß entlang der Breite b keine Setzungsunterschiede eintreten, werden die Setzungen für die in Bild 1 angegebenen Punkte des kennzeichnenden Schnittes [30] berechnet. Die Berechnung der Setzungseinflußwerte c_{ik} wird am zweckmäßigsten mit der von Steinbrenner [31] angegebenen Formel für die Setzung des Eckpunktes einer schlaffen Rechtecklast durchgeführt. Diese Formel liefert die gleiche Setzung wie die zur Zeit übliche Setzungsberechnung (Annahme 5), wenn die Querdehnungszahl formal gleich unendlich gesetzt und anstelle des Elastizitätsmoduls die Steifenzahl eingeführt wird; hierauf wurde bereits in [32] hingewiesen. Durch Superposition lassen sich mit dieser Formel auch mehrfach geschichtete Böden mit schichtweise konstanter Steifenzahl behandeln. Wegen der von Steinbrenner getroffenen Annahmen wird hierbei in Übereinstimmung mit der üblichen Setzungsberechnung die für den elastisch isotropen Halbraum gültige Druckverteilung auch auf geschichtete Böden angewandt.

Die Beziehung zwischen den Setzungen und den in den gedachten Auflagerpunkten des Bauwerks angreifenden Reaktionskräften Z_i erhält man durch Superposition der Festhaltekräfte der in Bild 2 angegebenen Einheitsverformungszustände

$$Z_i = Z_i^0 + \sum_{k=1}^{k=n} G Z_{ik} s_k$$

oder als Matrixgleichung

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 + \mathbf{Z} \cdot \mathbf{s} \quad (9).$$

Die Bestimmungsgleichungen für die unbekanntenen Sohlpressungen ergeben sich durch Einsetzen von Gl. (8) und der in der Gründungssohle einzuhaltenden Gleichgewichtsbedingung

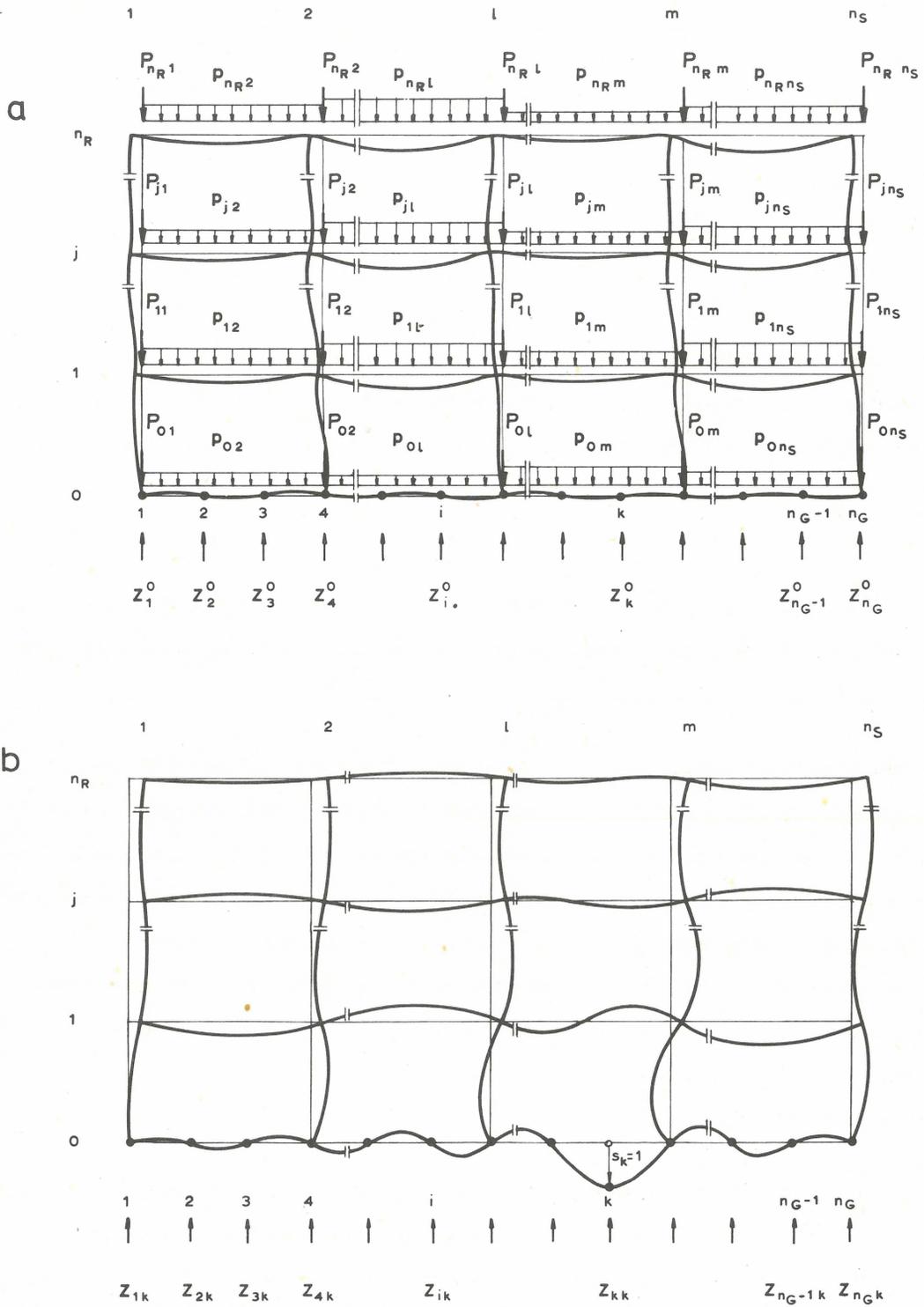


Bild 2 Festhaltekräfte der Einheitsverformungszustände

a Nullzustand (keine Setzung)

b Einheitsverformungszustand $s_k = 1$ ($s_i = 0$ für $i \neq k$)

$$\mathbf{z} = \mathbf{q} \tag{10}$$

in Gl. (9) zu

$$(\mathbf{Z} \cdot \mathbf{C} - \mathbf{E}_s \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{q} = - \mathbf{E}_s \cdot \mathbf{z}_0 \tag{11},$$

worin mit \mathbf{E} die Einheitsmatrix

$$E_{i k} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = k \\ 0 & \text{für } i \neq k \end{cases}$$

bezeichnet wird. Die Auflösung dieses linearen Gleichungssystems liefert die unbekanntenen Sohlpressungen, mit denen die Setzungen nach Gl. (8) berechnet werden können. Die Biegemomente der einzelnen Bauteile ergeben sich dann aus den zur Ermittlung der Festhaltekräfte aufgestellten Beziehungen.

Aus den obigen Gleichungen ist zu ersehen, daß die Leistungsfähigkeit des Verfahrens ausschließlich von den zur Ermittlung der Festhaltekräfte benutzten Methoden abhängt. Hierbei werden durch die Anwendung des Formänderungsgrößenverfahrens wesentliche Vorteile erzielt.

Für die zu behandelnden Rahmentragwerke ist die Anzahl der bei Ermittlung der Festhaltekräfte auftretenden unbekanntenen Formänderungsgrößen wesentlich kleiner als die Anzahl der bei Anwendung des Kraftgrößenverfahrens auftretenden statisch unbestimmten Kraftgrößen. Weiterhin ist die direkte Behandlung ausgedehnter Rahmentragwerke nur möglich, wenn die auftretenden Gleichungssysteme schwach besetzte Koeffizientenmatrizen aufweisen und die schwache Belegung der Matrizen bei der Auflösung der Gleichungssysteme ausgenutzt wird. Dies kann bei Anwendung des Formänderungsgrößenverfahrens auf einfache Art erreicht werden.

Durch Anwendung der Theorie geometrisch unbestimmter Hauptssysteme wird zunächst eine getrennte Behandlung von Hochhausrahmen und Gründungsplatte durchgeführt. Die Behandlung der Gründungsplatte bereitet keine Schwierigkeiten. Im Hochhausrahmen werden die unbekanntenen Formänderungsgrößen eines jeden Geschosses zu jeweils einem Vektor zusammengefaßt. Diese Anordnung der Unbekannten führt zu einer starken Konzentration der von Null verschiedenen Koeffizienten um die Hauptdiagonale der Systemmatrix, da die Formänderungsgrößen eines jeden Geschosses nur mit denen des nächst tieferen und des nächst höheren

Geschosses verknüpft sind. Die Zusammenfassung der die einzelnen Elemente der Vektoren verknüpfenden Koeffizienten in Untermatrizen ermöglicht die stufenweise Auflösung des Gleichungssystems, wobei in jeder Stufe die unbekannt Formänderungsgrößen jeweils eines Geschosses ermittelt werden. Die hierzu erforderlichen Umformungen können mit Hilfe des Matrizenkalküls in übersichtlicher und für die Programmierung elektronischer Rechenanlagen geeigneter Form angegeben werden. Eine entsprechende Ableitung einschließlich aller zur Berechnung der Festhaltekräfte benötigten Beziehungen ist im Anhang I angegeben.

Mit einem für die Rechenanlage IBM 7040 aufgestellten Programm konnten auf diese Weise die in Bild 23 und 25 dargestellten Rahmentragwerke mit 384 bzw. 386 unbekannt Formänderungsgrößen behandelt werden, wobei die zur Berechnung der Festhaltekräfte, der Sohldruckverteilung und der Beanspruchung des Bauwerks benötigte Rechenzeit weniger als 3 Minuten betrug. Nach dem Kraftgrößenverfahren hätten sich für die behandelten Tragwerke Gleichungssysteme mit 822 bzw. 769 Unbekannten in einer für die Auflösung weniger gut geeigneten Form ergeben.

3.2 Das Kriechen des Betons

Wegen der Länge der Bauzeit soll im Hochhausrahmen das unterschiedliche Betonalter der einzelnen Bauteile berücksichtigt werden. Eine mathematisch strenge Behandlung führt auf ein lineares Differentialgleichungssystem, dessen Auflösung wegen der großen Anzahl der Unbekannten auf beträchtliche Schwierigkeiten stößt, so daß die Anwendung eines Differenzenverfahrens der strengen Behandlung vorgezogen wird.

Nach dem von Wippel zur Behandlung statisch unbestimmter Betonkonstruktionen mit stabweise unterschiedlichen Kriecheigenschaften vorgeschlagenen Näherungsverfahren [33], [34], werden die während eines Zeitintervalls

$$\Delta t_1 = t_1 - t_{1-1} \quad ; \quad \Delta \varphi_1 = \varphi(t_1) - \varphi(t_{1-1})$$

eintretenden Verformungen mit Hilfe fiktiver Elastizitätsmoduli berechnet. Hier nach bewirken die im Zeitpunkt t_{1-1} aufgetretenen Betonspannungen während des betrachteten Zeitintervalles eine Zunahme der Verformungen um das $\Delta \varphi_1$ -fache ihrer elastischen Verformungen, während die Verformungen der innerhalb dieses

Zeitintervalls langsam entstehenden Spannungen mit dem fiktiven Elastizitätsmodul

$$E_{b\varphi} = E_b \frac{1 - e^{-\Delta\varphi_1}}{\Delta\varphi_1} \quad (12)$$

berechnet werden.

Dieses Vorgehen entspricht, wie leicht nachzuweisen ist, in einem Bauwerk mit einheitlichen Kriecheigenschaften der strengen Lösung der Differentialgleichung (3), wenn die aufgezwungenen Verformungen zeitunabhängig sind oder affin zum Kriechen eintreten. Für Bauwerke mit unterschiedlichen Kriecheigenschaften und für einen anderen Verformungsverlauf konvergiert das hier als Differenzenverfahren benutzte Näherungsverfahren wesentlich schneller als die sonst üblichen Differenzenverfahren. Die von Wippel behandelten Beispiele zeigen, daß auch in Bauwerken mit sehr unterschiedlichen Kriecheigenschaften bereits mit einem Schritt eine sehr gute Näherungslösung erhalten wird, wenn die Verformungen zeitunabhängig sind.

Das angegebene Differenzenverfahren erlaubt ohne Schwierigkeit die Anwendung des Formänderungsgrößenverfahrens zur Berechnung der kriechbedingten Spannungsänderungen. Diese Berechnung ist auf ebenso einfache Art möglich wie die Berücksichtigung von Temperaturunterschieden in elastischen Tragwerken.

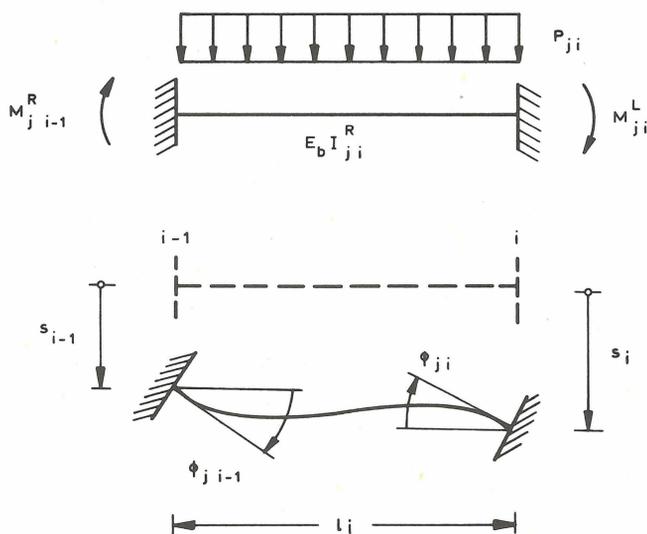


Bild 3 Stabendmomente und Verformungen eines Riegels

Während des betrachteten Zeitintervalls Δt_1 rufen die im Zeitpunkt t_{1-1} auf die einzelnen Stäbe einwirkenden Stabendmomente und Lasten eine Änderung der Knotendrehwinkel um

$$\Delta\phi_{j\ i-1}^I = \frac{l_i \Delta\varphi_1}{6 E_b I_{j\ i}^R} \left[2 M_{j\ i-1}^R(t_{1-1}) - M_{j\ i}^L(t_{1-1}) + \frac{l_i^2 p_{j\ i}}{4} \right]$$

$$\Delta\phi_{j\ i}^I = \frac{l_i \Delta\varphi_1}{6 E_b I_{j\ i}^R} \left[- M_{j\ i-1}^R(t_{1-1}) + 2 M_{j\ i}^L(t_{1-1}) - \frac{l_i^2 p_{j\ i}}{4} \right]$$

hervor. Diese Knotendrehwinkel verletzen die Verträglichkeitsbedingungen des Tragwerks, wodurch zusätzliche Stabendmomente geweckt werden, deren Verformungen mit dem in Gl. (12) angegebenen fiktiven Elastizitätsmodul berechnet werden müssen. Die Stabendmomente des Starrzustandes ergeben sich mit

$$\Delta\phi_{j\ i-1}^{II} = \frac{l_i}{6 E_b I_{j\ i}^R} \frac{\Delta\varphi_1}{1-e} \left[2 M_{j\ i-1}^{R0}(t_1) - M_{j\ i}^{L0}(t_1) \right]$$

$$\Delta\phi_{j\ i}^{II} = \frac{l_i}{6 E_b I_{j\ i}^R} \frac{\Delta\varphi_1}{-1-e} \left[- M_{j\ i-1}^{R0}(t_1) + 2 M_{j\ i}^{L0}(t_1) \right]$$

aus der Bedingung

$$\Delta\phi_{j\ i-1}^I + \Delta\phi_{j\ i-1}^{II} = 0$$

$$\Delta\phi_{j\ i}^I + \Delta\phi_{j\ i}^{II} = 0$$

zu

$$M_{j\ i-1}^{R0}(t_1) = - \left[M_{j\ i-1}^R(t_{1-1}) + \frac{l_i^2 p_{j\ i}}{12} \right] (1 - e^{-\Delta\varphi_1})$$

$$M_{j\ i}^{L0}(t_1) = - \left[M_{j\ i}^L(t_{1-1}) - \frac{l_i^2 p_{j\ i}}{12} \right] (1 - e^{-\Delta\varphi_1}) \quad (13).$$

Die zur Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen benötigten Grundgleichungen lauten

$$\begin{aligned} \Delta M_{j i-1}^R(t_1) &= M_{j i-1}^{R0}(t_1) + \frac{E_b I_{j i}^R}{l_i} \frac{1 - e^{-\Delta\phi_1}}{\Delta\phi_1} (4\Delta\phi_{j i-1}(t_1) + 2\Delta\phi_{j i}(t_1) \\ &\quad - \frac{6}{l_i} [\Delta s_i(t_1) - \Delta s_{i-1}(t_1)]) \\ \Delta M_{j i}^L(t_1) &= M_{j i}^{L0}(t_1) + \frac{E_b I_{j i}^R}{l_i} \frac{1 - e^{-\Delta\phi_1}}{\Delta\phi_1} (4\Delta\phi_{j i}(t_1) + 2\Delta\phi_{j i-1}(t_1) \\ &\quad - \frac{6}{l_i} [\Delta s_i(t_1) - \Delta s_{i-1}(t_1)]) \end{aligned} \quad (14),$$

worin mit $\Delta M(t_1)$, $\Delta\phi(t_1)$ und $\Delta s(t_1)$ die während des Zeitintervalls Δt_1 eintretende Änderung dieser Größen bezeichnet wird. Der Vergleich mit den in Anhang I angegebenen Gleichungen (71) zeigt, daß die dort für ein elastisches Tragwerk hergeleiteten Beziehungen auch für die innerhalb eines beliebigen Zeitintervalls in einem kriechfähigen Tragwerk eintretenden Änderungen gültig sind, wenn die Stabendmomente nach (13) ermittelt werden und an Stelle des Elastizitätsmoduls der fiktive Formänderungsmodul nach Gl. (12) eingesetzt wird.

3.3 Das Zeit-Setzungs-Verhalten des Untergrundes

3.3.1 Dischinger'sches Kriechgesetz

Zunächst erscheint es sehr naheliegend, die zeitabhängigen Verformungen des Baugrundes ebenso zu behandeln wie die Kriechverformungen des Betons [35], [36], [37], [29]. Werden die Voraussetzungen des Dischinger'schen Kriechgesetzes auch für den Baugrund als zutreffend angenommen, so erhält man an Stelle von Gl. (8)

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \frac{\dot{\boldsymbol{\mu}}(t)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(t) + \frac{\boldsymbol{\mu}(0)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}}(t) \quad (15)$$

und hieraus durch Integration

$$\mathbf{s}(t) = \frac{\boldsymbol{\mu}(0)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(t) + \frac{1}{E_s} \int_0^t \dot{\boldsymbol{\mu}}(\tau) \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(\tau) d\tau .$$

Nach dieser Gleichung ist die Größe der Endsetzungen vom Belastungszeitpunkt abhängig. Eine Änderung der Sohldruckverteilung $\Delta\mathbf{q}$, die zum Zeitpunkt τ ein-

tritt, ändert die Endsetzungen um den Betrag

$$\Delta s_{\infty} = \frac{\mu(0)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{q} + \frac{1 - \mu(\tau)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{q} \quad ,$$

das heißt, eine zum Zeitpunkt τ eingetretene Änderung der Sohldruckverteilung hat einen geringeren Einfluß auf die Endsetzungen als eine gleiche, zu einem früheren Zeitpunkt eingetretene. Ein solches Verhalten kennzeichnet einen alternden Werkstoff, dessen Verformbarkeit mit zunehmendem Alter abnimmt. Das Verformungsverhalten von Böden weist jedoch keine solchen Alterungerscheinungen auf. In Übereinstimmung mit der Konsolidierungstheorie muß in Böden die Größe der Endsetzungen vom Belastungszeitpunkt unabhängig sein

$$\Delta s_{\infty} = \frac{1}{E_s} \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{q} \quad .$$

Für einfach statisch unbestimmte, elastische Bauwerke läßt sich die Größe des Fehlers, den die Annahme dieser für Böden nicht zutreffenden Alterung verursacht, leicht abschätzen. Mit den Bezeichnungen nach Keintzel [35] kann für den Endzustand ($t = \infty$) der Setzungsunterschied eines auf drei Einzelfundamenten gelagerten biegsamen Tragwerks durch einen Ausdruck der Form

$$\delta_{\infty} = \alpha - \beta X_{\infty}$$

dargestellt werden. Hierin ist α der von den Auflagerreaktionen des unverformten Tragwerks ($\delta = 0$) und β der von den Auflagerreaktionen der statisch unbestimmten Zwangsgröße $X = -1$ hervorgerufene Setzungsunterschied. Die diesem Setzungsunterschied entsprechende Bauwerksverformung läßt sich durch einen Ausdruck der Form

$$\delta_{\infty} = \gamma X_{\infty}$$

darstellen. Da sowohl im Tragwerk als auch im Untergrund uneingeschränkt lineare und umkehrbare Verformungsbeziehungen als gültig angesehen werden, folgt für den Endzustand aus diesen beiden Gleichungen unmittelbar, daß die Beziehung

$$X_{\infty} = \frac{\alpha}{\gamma + \beta} \tag{16}$$

für jeden beliebigen zeitlichen Ablauf des Setzungsvorganges gelten muß, wenn die Endsetzungen des Bodens vom Belastungszeitpunkt unabhängig sind.

Im Gegensatz hierzu folgt mit $\mu(0) = 0$ (keine Sofortsetzung) und

$$\alpha(t) = \mu(t) \cdot \alpha \quad ; \quad \beta(t) = \mu(t) \cdot \beta$$

aus der Annahme einer dem Dischinger'schen Kriechgesetz entsprechenden Alterung des Baugrundes

$$\frac{d\delta}{dt} = \alpha \frac{d\mu}{dt} - \beta \cdot X \frac{d\mu}{dt}$$

Für die Verformung des Bauwerkes gilt

$$\frac{d\delta}{dt} = \gamma \frac{dX}{dt}$$

Durch Gleichsetzen dieser Beziehungen erhält man, wenn μ als unabhängige Veränderliche eingeführt wird

$$\frac{dX}{d\mu} + \frac{\beta}{\gamma} X = \frac{\alpha}{\gamma}$$

Hieraus folgt unter Beachtung der Anfangsbedingung

$$\mu(0) = 0 \quad , \quad X(0) = 0$$

für den Endzustand $\mu(\infty) = 1$

$$X_{\infty} = \frac{\alpha}{\beta} \left(1 - e^{-\frac{\beta}{\gamma}} \right) \quad (17).$$

Der in Bild 4 durchgeführte Vergleich zeigt, daß die beiden untersuchten Annahmen für die Grenzfälle des starren ($\beta/\gamma = \infty$) und des schlaffen Bauwerkes ($\beta/\gamma = 0$) zu identischen Aussagen führen, während für dazwischen liegende Steifigkeiten durch die Annahme einer Alterung des Bodens Fehler bis zu 30% auftreten können.

Für mehrfach statisch unbestimmte Tragwerke und bei Berücksichtigung des Kriechens des Betons ergeben sich verwickeltere Beziehungen, die eine übersichtliche Fehlerabschätzung nicht mehr zulassen. Insbesondere bei der Aufbringung mehrerer Laststufen innerhalb eines größeren Zeitraums - die Bauzeit eines Stahlbetonhochhauses beträgt häufig bis zu einem Jahr - sind jedoch wesentlich größere Abweichungen zu erwarten. Im folgenden werden daher nur Ansätze verwendet, die zu einer vom Belastungszeitpunkt unabhängigen Endsetzung führen.

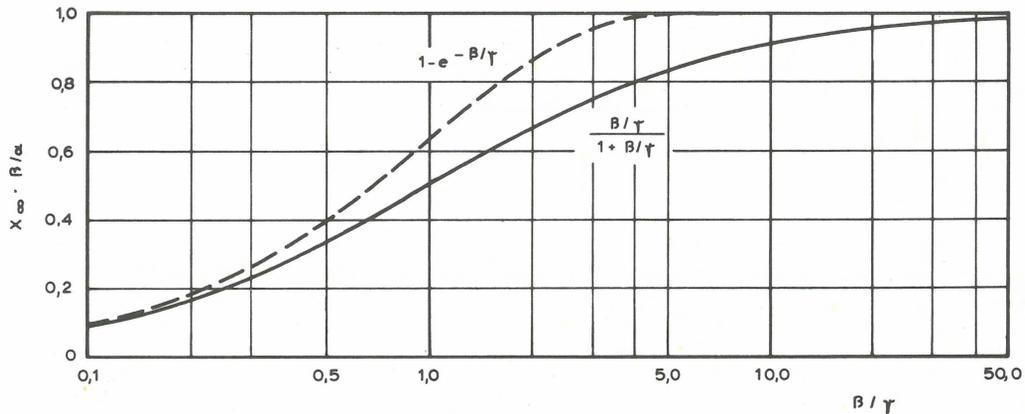


Bild 4 Durch Setzungsunterschiede in einem einfach statisch unbestimmten elastischen Bauwerk hervorgerufener Zwang nach der Konsolidierungstheorie Gl. (16) und nach der Dischinger'schen Alterungstheorie Gl. (17)

3.3.2 Rheologisches Analogiemodell

Eine häufig benutzte Möglichkeit zur rechnerischen Behandlung zeitabhängiger Verformungsvorgänge besteht in der Anwendung rheologischer Analogiemodelle. Das einfachste zur Darstellung eines viskoelastischen Festkörpers geeignete Modell ist der aus einer Feder und einem Dämpfer bestehende Kelvin-Körper, in dem die Größe der Endverformung durch die Federkonstante und die zeitliche Verzögerung, mit der diese Verformung eintritt, durch die Zähigkeit η der Dämpferfüllung festgelegt ist. Dieses Modell wurde von Morris [17] zur Ermittlung der zeitabhängigen Beanspruchung eines nicht kriechfähigen Rahmens auf Einzelfundamenten benutzt. Ähnliche Modelle wurden von Freudenthal und Lorsch [38] zur Berechnung elastischer Gründungsbalken nach dem Bettungszifferverfahren angewandt.

Da die Verformung des Kelvin-Körpers unmittelbar nach der Lastaufbringung gleich Null ist, muß dem Kelvin-Körper eine Feder vorgeschaltet werden, sofern Sofortsetzungen berücksichtigt werden sollen.

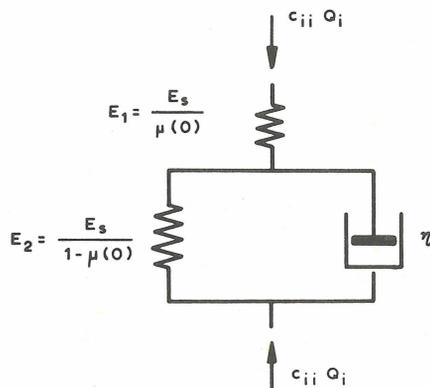


Bild 5 Rheologisches Modell für das Zeit-Setzungs-Verhalten eines Einzelfundamentes

Für ein Einzelfundament lautet die Differentialgleichung dieses in Bild 5 angegebenen Modellkörpers

$$\eta \dot{s}_i + \frac{E_s}{1 - \mu(0)} s_i = \frac{1}{1 - \mu(0)} c_{ii} Q_i + \eta \frac{\mu(0)}{E_s} c_{ii} \dot{Q}_i$$

oder nach Einführung der Retardationszeit des Kelvin-Körpers

$$A = \eta [1 - \mu(0)] / E_s$$

$$\dot{s}_i + \frac{s_i}{A} = \frac{c_{ii}}{A E_s} Q_i + \frac{\mu(0) c_{ii}}{E_s} \dot{Q}_i$$

Für eine Gründungsplatte ergibt die Berücksichtigung der unter den benachbarten Elementen wirkenden Sohlpressungen

$$\dot{s}_i + \frac{s_i}{A} = \frac{1}{A E_s} \cdot \sum_{k=1}^{k=n_G} c_{ik} \cdot Q_k + \frac{\mu(0)}{E_s} \sum_{k=1}^{k=n_G} c_{ik} \cdot \dot{Q}_k$$

oder als Matrixgleichung

$$\dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{A} \mathbf{s} = \frac{1}{A E_s} \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} + \frac{\mu(0)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (18).$$

Aus dieser Beziehung erhält man unter Berücksichtigung der in der Gründungssohle einzuhaltenden Gleichgewichtsbedingungen ein System linearer Differentialgleichungen erster Ordnung zur Bestimmung der unbekanntenen Sohlpressungen.

Dem durch die Einführung des rheologischen Analogiemodells erzielten Vorteil einer anschaulichen mathematischen Formulierung steht jedoch ein entscheidender Nachteil gegenüber.

Bedingt durch den Aufbau des Modells folgen die von einer konstanten Sohldruckverteilung hervorgerufenen zeitabhängigen Verformungen des Bodens einer Exponentialfunktion. Für konstante Sohlpressungen und die Anfangsbedingung

$$\mathbf{s}(\tau) = \frac{\mu(0)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}$$

lautet die Lösung der Differentialgleichungen (18)

$$\mathbf{s}(t) = \frac{\mu(0)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} + \frac{1 - \mu(0)}{E_s} \cdot (1 - e^{-\frac{t-\tau}{A}}) \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} \quad (19).$$

Die zeitabhängigen Verformungen von Böden weichen jedoch beträchtlich von der Exponentialfunktion ab. Eine befriedigende Wiedergabe der Zeit-Setzungs-Vorgänge ist daher nur durch ein Aneinanderfügen mehrerer Kelvin-Körper mit unterschiedlicher Viskosität oder durch die Einführung einer zeitabhängigen Viskosität möglich. Während der Anwendung komplizierterer Modellkörper Grenzen gesetzt sind, da durch das Hinzufügen eines weiteren Kelvin-Körpers die Ordnung der Differentialgleichungen jeweils um eins erhöht wird und der mathematische Aufwand entsprechend anwächst, geht durch die Einführung einer zeitabhängigen Viskosität [17] die Anschaulichkeit des zugrundegelegten Modells weitgehend verloren.

3.3.3 Eindimensionale Konsolidierungstheorie

Bei strenger Beachtung der getroffenen Annahmen müssen die Setzungen der in den einzelnen Zeitdifferentials $d\tau$ eintretenden Änderungen der Sohldruckverteilung unter Berücksichtigung der seit ihrem Eintreten verstrichenen Zeit überlagert werden

$$\frac{\partial s_i(t, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{E_s} \mu(t - \tau) \sum_{k=1}^{k=n} G_{i k} \frac{dQ_k(\tau)}{d\tau} \quad (20).$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt

$$s_i(t) = \frac{\mu(t)}{E_s} \sum_{k=1}^{k=n} G_{c_{ik}} Q_k(0) + \frac{1}{E_s} \int_{\tau=0}^{\tau=t} \mu(t-\tau) \sum_{k=1}^{k=n} G_{c_{ik}} \frac{dQ_k(\tau)}{d\tau} d\tau$$

oder als Matrizengleichung

$$\mathbf{s}(t) = \frac{\mu(t)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(0) + \frac{1}{E_s} \int_{\tau=0}^{\tau=t} \mu(t-\tau) \cdot \mathbf{C} \cdot \frac{d}{d\tau} \mathbf{q}(\tau) d\tau \quad (21).$$

Da die Anwendung der eindimensionalen Konsolidierungstheorie formal auf die gleiche Beziehung führt [15], [16], [39], wird im folgenden die Bezeichnung "eindimensionale Konsolidierungstheorie" beibehalten, obwohl mit Gl. (21) gleichzeitig auch Sofort- und Sekundärsetzungen erfaßt sind. Aus der Ableitung dieser Gleichung nach t

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{s}(t) &= \frac{1}{E_s} \cdot \frac{d\mu(t)}{dt} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(0) + \frac{\mu(0)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{q}(t) \\ &+ \frac{1}{E_s} \int_{\tau=0}^{\tau=t} \frac{\partial}{\partial t} \mu(t-\tau) \cdot \mathbf{C} \cdot \frac{d}{d\tau} \mathbf{q}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (22)$$

erhält man unter Berücksichtigung der in der Gründungssohle einzuhaltenden Gleichgewichtsbedingungen ein System Volterra'scher Integralgleichungen für die erste Ableitung der unbekanntenen Sohlpressungen nach der Zeit.

Für das Zeit-Setzungs-Verhältnis

$$\mu(t-\tau) = \mu(0) + [1 - \mu(0)] \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{A}}\right)$$

des in Abschnitt 3.3.2 behandelten rheologischen Modells ergibt die Addition von Gl. (22) zu der durch A dividierten Gl. (21) die Differentialgleichung des rheologischen Modells, Gl. (18). Ein analoger Nachweis kann für jede beliebige Anzahl in Serie geschalteter Kelvin-Körper geführt werden. Das Zeit-Setzungs-Verhältnis eines solchen Modells lautet

$$\mu(t-\tau) = \mu(0) + [1 - \mu(0)] \sum_{i=1}^{i=n} v_i \left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{A_i}}\right)$$

worin A_i die Retardationszeiten der einzelnen Kelvin-Körper und v_i freie Konstante sind, die der Bedingung

$$\sum_{i=1}^{i=n} v_i = 1$$

genügen müssen. Damit ist nachgewiesen, daß die Lösung des nach der eindimensionalen Konsolidierungstheorie erhaltenen Integralgleichungssystems identisch ist mit der Lösung des für ein entsprechendes rheologisches Modell erhaltenen Differentialgleichungssystems. Für praktische Berechnungen ist die numerische Behandlung des Integralgleichungssystems jedoch wesentlich einfacher als die Lösung eines Systems von Differentialgleichungen, dessen Ordnung durch die Anzahl der zur Wiedergabe des Zeit-Setzungs-Verhältnisses erforderlichen Kelvin-Körper bestimmt wird. Die zur numerischen Behandlung des Integralgleichungssystems erforderlichen Beziehungen werden in Abschnitt 3. 4. 1 angegeben.

3. 3. 4 Zeitabhängige Steifezahl

Die bisherigen Betrachtungen zeigen, daß trotz der getroffenen Vereinfachungen die Berücksichtigung des Zeit-Setzungs-Verhaltens einen größeren mathematischen Aufwand erfordert, wenn bei der Setzungsermittlung die einzelnen Änderungen der Sohldruckverteilung unter Berücksichtigung der seit ihrem Auftreten verstrichenen Zeit überlagert werden. Die beschränkte Genauigkeit dieser Ansätze läßt es als sinnvoll erscheinen, an ihrer Stelle einfachere Beziehungen zu benutzen. Die einfachste Möglichkeit besteht in der Annahme einer zeitabhängigen Steifezahl.

Im Falle einer konstanten äußeren Belastung werden in jedem Zeitpunkt die Setzungen mit einer entsprechend dem Zeit-Setzungs-Verhältnis Gl. (6) erhöhten Steifezahl berechnet [40]

$$\mathbf{s}(t) = \frac{\mu(t)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(t) \quad (23).$$

In dieser Gleichung wird nicht mehr zwischen der unmittelbar nach der Lastaufbringung aufgetretenen Sohldruckverteilung und den in der folgenden Zeit eingetretenen Änderungen dieser Verteilung unterschieden. Die Auswirkungen der hierdurch bewirkten Vernachlässigung der Spannungsgeschichte sind jedoch sehr gering. In einem elastischen Tragwerk, dessen Steifigkeit während des Setzungsvorganges

nicht geändert wird, werden nach Gl. (23) für den Anfangs- und den Endzustand die gleichen Ergebnisse erhalten wie nach der aufwendigeren Beziehung Gl. (21). Wie die in Abschnitt 3.5 durchgeführten Vergleichsberechnungen zeigen, ergeben sich nur unbedeutende Abweichungen für den zeitlichen Verlauf der einzelnen Zustandsgrößen, so daß auch bei Berücksichtigung des Bauvorganges und des Betonkriechens eine befriedigende Übereinstimmung zu erwarten ist. Dies wird durch weitere Vergleichsberechnungen bestätigt.

Während der Bauzeit nimmt im Hochhausrahmen - bedingt durch die Herstellung der einzelnen Geschosse - die äußere Belastung stufenförmig zu. Zur Erfassung der Zeitabhängigkeit der äußeren Belastung sollen zwei Methoden betrachtet werden.

Die im folgenden als Methode I bezeichnete direkte Anwendung von Gl. (23) ist nur für eine einzelne Laststufe möglich. In diesem Falle müssen die durch die Lasten der einzelnen Geschosse hervorgerufenen Zustandsgrößen getrennt berechnet und anschließend superponiert werden. Die durch die Lasten eines zum Zeitpunkt t_j erstellten Geschosses j hervorgerufenen Größen werden durch den hochgestellten Index j gekennzeichnet

$$\mathbf{s}^j(t) = \frac{\mu^j(t)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}^j(t) \quad (24),$$

wobei für alle Laststufen der gleiche Zeit-Setzungs-Verlauf

$$\mu^j(t) = \mu(t - t_j) \quad (25)$$

angenommen wird. Für die durch Superposition der einzelnen Laststufen erhaltenen Größen

$$\mathbf{s}(t) = \sum_j \mathbf{s}^j(t), \quad \mathbf{q}(t) = \sum_j \mathbf{q}^j(t) \quad \text{etc.}$$

wird die bisherige Schreibweise beibehalten.

Für eine große Geschößzahl ist dieses Vorgehen jedoch sehr mühsam. Nach Methode I werden im Zeitpunkt t_1 die Setzungen der einzelnen bisher aufgetragenen Last-

stufen j jeweils mit einer anderen zeitabhängigen Steifezahl

$$\bar{E}_s^j(t_1) = \frac{E_s}{\mu(t_1 - t_j)} = E_s \frac{s_m^j(\infty)}{s_m^j(t_1)} \quad (26)$$

berechnet. Eine wesentliche Vereinfachung kann durch die im folgenden als Methode II bezeichnete gleichzeitige Behandlung aller Laststufen erreicht werden. Diese Zusammenfassung ist nur möglich, wenn im betrachteten Zeitpunkt die Setzungen aller bisher aufgebrauchten Laststufen mit der gleichen mittleren zeitabhängigen Steifezahl

$$\bar{E}_s^j(t_1) = \bar{E}_s(t_1) \quad ; \quad \text{für alle } j \quad (27)$$

berechnet werden. Diese mittlere Steifezahl wird so gewählt, daß bei gleichzeitiger Behandlung aller Laststufen die gleiche mittlere Setzung erhalten wird, wie im Falle der getrennten Behandlung. Nach Methode I erhält man im Zeitpunkt t_1 - unmittelbar vor Aufbringung des Geschosses 1 - aus

$$s_m(t_1) = \sum_{j=0}^{j=1-1} s_m^j(t_1) \quad (28)$$

und Gl. (26) die mittlere Setzung

$$s_m(t_1) = \sum_{j=0}^{j=1-1} \frac{E_s}{\bar{E}_s^j(t_1)} s_m^j(\infty) \quad (29).$$

Nach Einsetzen von Gl. (27) ergibt sich die in Methode II benötigte mittlere zeitabhängige Steifezahl zu

$$\bar{E}_s(t_1) = \frac{E_s}{s_m(t_1)} \sum_{j=0}^{j=1-1} s_m^j(\infty) \quad (30).$$

Mit der Abkürzung

$$\bar{\mu}(t_1) = \frac{s_m(t_1)}{s_m(\infty)} \quad (31),$$

worin im Gegensatz zum Zeit-Setzungs-Verhältnis Gl. (6) die mittlere Setzung durch eine zeitabhängige äußere Belastung verursacht wird, und der nach den Annahmen des Abschnitts 2 gültigen Beziehung

$$\frac{1}{s_m(\infty)} \sum_{j=0}^{j=1-1} s_m^j(\infty) = \frac{q_m(t_1)}{q_m(\infty)}$$

erhält man aus Gl. (30)

$$\bar{E}_s(t_1) = \frac{E_s}{\bar{\mu}(t_1)} \frac{q_m(t_1)}{q_m(\infty)} \quad (32),$$

worin

$$q_m(t_1) = \sum_{j=0}^{j=1-1} q_m^j \quad (33)$$

die zum betrachteten Zeitpunkt vorhandene mittlere Sohlpressung darstellt.

Damit ergibt sich die nach Methode II gültige Beziehung zwischen den Setzungen der Gründungsplatte und den Sohlpressungen zu

$$\mathbf{s}(t_1) = \frac{\bar{\mu}(t_1)}{E_s} \frac{q_m(\infty)}{q_m(t_1)} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}(t_1) \quad (34).$$

Die Abkürzung $\bar{\mu}(t_1)$ ergibt sich aus Gl. (26) und Gl. (28)

$$s_m(t_1) = \sum_{j=0}^{j=1-1} \mu(t_1 - t_j) s_m^j(\infty) \quad (35)$$

unter Beachtung von

$$\frac{s_m^j(\infty)}{s_m(\infty)} = \frac{q_m^j(\infty)}{q_m(\infty)} \quad (36)$$

zu

$$\bar{\mu}(t_1) = \frac{1}{q_m(\infty)} \sum_{j=0}^{l-1} q_m^j \mu(t_1 - t_j) \quad (37).$$

Da nach Methode II die Setzungen aller Laststufen mit der gleichen mittleren zeitabhängigen Steifezahl berechnet werden, haben die zuletzt aufgebrachten Laststufen einen zu großen und die zu Beginn aufgebrachten Laststufen einen zu kleinen Einfluß auf die Setzungen. Hieraus folgt, daß nach Methode II weniger zutreffende Ergebnisse erhalten werden, wenn die Lasten der einzelnen Laststufen sehr unterschiedlich über den Gebäudegrundriß verteilt sind. Die in Abschnitt 3.5 durchgeführten Vergleichsberechnungen zeigen, daß unter den in Hochhausrahmen auftretenden Verhältnissen nur unbedeutende Abweichungen gegenüber den Ergebnissen der genaueren Methoden erhalten werden.

3.4 Bestimmungsgleichungen für die unbekanntenen Sohlpressungen

Die numerische Behandlung der im vorhergehenden Abschnitt zur Erfassung des Zeit-Setzungs-Verhaltens angegebenen Beziehungen wird mit Hilfe des gewöhnlichen Differenzenverfahrens durchgeführt. Da während der Bauzeit das statische System des Hochhausrahmens jeweils durch das Hinzufügen eines weiteren Geschosses geändert wird, müssen die Zeitschritte des Differenzenverfahrens so gewählt werden, daß die Herstellungszeiten der einzelnen Geschosse mit den Intervallgrenzen des Differenzenverfahrens zusammenfallen.

In den folgenden Ableitungen wird die Änderung der einzelnen Zustandsgrößen während des durch die Herstellung eines beliebigen Geschosses $l-1$ und des darauffolgenden Geschosses l festgelegten Zeitintervalls angegeben. Diese Beziehungen gelten auch nach der Fertigstellung des Bauwerks bis zum Abklingen aller zeitabhängigen Vorgänge. Während dieser Zeit müssen die Zeitschritte so gewählt werden, daß eine ausreichende numerische Genauigkeit des Differenzenverfahrens gewährleistet ist. Während der Bauzeit hingegen sind die durch die Herstellung der einzelnen Geschosse festgelegten Zeitschritte fast immer ausreichend klein. Sollen mit den angegebenen Beziehungen während der Bauzeit kleinere Zeitintervalle behandelt werden, so ist zu beachten, daß in diesem Falle der Index der Zeitachse nicht mehr mit dem Geschosßindex übereinstimmt.

3.4.1 Eindimensionale Konsolidierungstheorie

Zur Umformung der Integralgleichung Gl. (22) in eine Differenzengleichung wird die während des Zeitintervalls Δt_j langsam eintretende Änderung der Sohl- druckverteilung $\Delta \hat{q}(t_j)$ ebenso behandelt, wie die am Ende des Zeitintervalls durch eine Belastungsänderung plötzlich eintretende Sohl- druckänderung $\Delta \bar{q}(t_j)$.

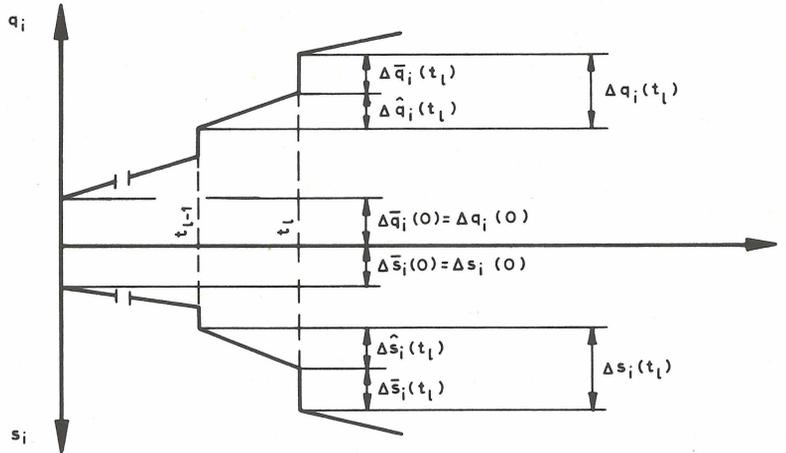


Bild 6 Sohl- druckverteilung und Setzung des Elementes i der Gründungsplatte

Mit

$$\Delta \mathbf{q}(t_j) = \Delta \hat{\mathbf{q}}(t_j) + \Delta \bar{\mathbf{q}}(t_j)$$

und

$$\Delta \mathbf{q}(0) = \mathbf{q}(0)$$

folgt aus Gl. (22) für die während des Zeitintervalls Δt_1 eintretende Änderung der Setzungen

$$\Delta \hat{\mathbf{s}}(t_1) = \frac{1}{E_s} \sum_{j=0}^{1-1} [\mu(t_1 - t_j) - \mu(t_{1-1} - t_j)] \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{q}(t_j) + \frac{\mu(0)}{E_s} \mathbf{C} \cdot \Delta \hat{\mathbf{q}}(t_1) \quad (38)$$

Die während des gleichen Zeitraumes eintretende Änderung der Auflagerreaktionen des bis zum Geschoß 1-1 fertiggestellten Bauwerks

$$\Delta \hat{\mathbf{z}}(t_1) = \Delta \hat{\mathbf{z}}_0(t_1) + \hat{\mathbf{z}}(t_1) \cdot \Delta \hat{\mathbf{s}}(t_1) \quad (39)$$

muß unter Berücksichtigung der in den einzelnen Geschossen unterschiedlichen Kriecheigenschaften ermittelt werden, wobei $\Delta \hat{\mathbf{z}}_0(t_1)$ die durch das Kriechen des Betons im Nullzustand - keine Änderung der Setzungen - und $\hat{\mathbf{z}}(t_1) \cdot \Delta \hat{\mathbf{s}}(t_1)$ die durch zusätzliche Setzungen bewirkten Änderungen sind. Die Festhaltekräfte $\Delta \hat{\mathbf{z}}_0(t_1)$ und $\hat{\mathbf{z}}(t_1)$ können mit den in Anhang I angegebenen Beziehungen ermittelt werden, wenn die Steifigkeiten der einzelnen Geschosse entsprechend dem fiktiven Elastizitätsmodul Gl. (12) und die Stabendmomente des Starrzustandes nach Gl. (13) eingeführt werden. Diese Beziehungen sind der Vollständigkeit halber in Anhang II zusammengestellt.

Durch Einsetzen von Gl. (38) und der Gleichgewichtsbedingung

$$\Delta \hat{\mathbf{z}}(t_1) = \Delta \hat{\mathbf{q}}(t_1)$$

in Gl. (39) erhält man

$$\begin{aligned} \left[\hat{\mathbf{z}}(t_1) \cdot \mathbf{C} - \frac{E_s}{\mu(0)} \mathbf{E} \right] \cdot \Delta \hat{\mathbf{q}}(t_1) &= - \frac{E_s}{\mu(0)} \Delta \hat{\mathbf{z}}_0(t_1) \\ - \frac{1}{\mu(0)} \hat{\mathbf{z}}(t_1) \cdot \mathbf{C} \sum_{j=0}^{j=1-1} [\mu(t_1 - t_j) - \mu(t_{1-1} - t_j)] \cdot \Delta \mathbf{q}(t_j) & \end{aligned} \quad (40),$$

worin mit \mathbf{E} wiederum die Einheitsmatrix bezeichnet wird. Die Auflösung dieses linearen Gleichungssystems liefert die unbekanntenen Sohlpressungen $\Delta \hat{\mathbf{q}}(t_1)$, mit denen die Setzungen $\Delta \hat{\mathbf{s}}(t_1)$ nach Gl. (38) berechnet werden können. Die im betrachteten Zeitraum eintretende Änderung der Biegemomente und Querkräfte kann ebenfalls nach Anhang I berechnet werden, wobei die zur Ermittlung der Festhaltekräfte eingeführten Steifigkeiten und Stabendmomente des Starrzustandes anzuwenden sind.

Die im Zeitpunkt t_1 durch die Aufbringung der Lasten des Geschosses 1 plötzlich eintretenden Setzungen betragen nach Gl. (22)

$$\Delta \bar{\mathbf{s}}(t_1) = \frac{\mu(0)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \Delta \bar{\mathbf{q}}(t_1) \quad (41).$$

Die in diesem Zeitpunkt eintretende Änderung der Auflagerreaktionen des nunmehr

bis zum Geschoß 1 fertiggestellten Bauwerks

$$\Delta \bar{\mathbf{z}}(t_1) = \Delta \bar{\mathbf{z}}_0(t_1) + \bar{\mathbf{z}}(t_1) \cdot \Delta \bar{\mathbf{s}}(t_1) \quad (42)$$

muß mit dem für Kurzzeitlasten gültigen Elastizitätsmodul berechnet werden. Bei Anwendung der in Anhang I angegebenen Formeln ist zu beachten, daß im Starrzustand nur die durch die Lasten des Geschosses 1 hervorgerufenen Stabendkräfte von Null verschieden sind.

Aus der Gleichgewichtsbedingung

$$\Delta \bar{\mathbf{z}}(t_1) = \Delta \bar{\mathbf{q}}(t_1) \quad (43)$$

folgt mit Gl. (41) und Gl. (42)

$$\left[\bar{\mathbf{z}}(t_1) \cdot \mathbf{C} - \frac{E_s}{\mu(0)} \mathbf{E} \right] \cdot \Delta \bar{\mathbf{q}}(t_1) = - \frac{E_s}{\mu(0)} \cdot \Delta \bar{\mathbf{z}}_0(t_1) \quad (44).$$

Nach Berechnung der Sohlpressungen $\Delta \bar{\mathbf{q}}(t_1)$ ergibt sich die Änderung der Setzungen aus Gl. (41) und die Änderung der Schnittkräfte des Bauwerks aus den in Anhang I angegebenen Beziehungen.

Die im Zeitpunkt t_1 - unmittelbar nach Aufbringung des Geschosses 1 - auftretenden Sohlpressungen und Setzungen ergeben sich aus

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(t_1) &= \mathbf{q}(t_{1-1}) + \Delta \hat{\mathbf{q}}(t_1) + \Delta \bar{\mathbf{q}}(t_1) \\ \mathbf{s}(t_1) &= \mathbf{s}(t_{1-1}) + \Delta \hat{\mathbf{s}}(t_1) + \Delta \bar{\mathbf{s}}(t_1) \end{aligned} \quad (45).$$

Für die Schnittkräfte gelten entsprechende Beziehungen.

3. 4. 2 Zeitabhängige Steifezahl, Methode I

Wie bereits in Abschnitt 3. 3. 4 ausgeführt wurde, gelten die folgenden Beziehungen nur für die durch die Lasten eines einzelnen Geschosses hervorgerufenen Zustandsgrößen. Nach Gl. (24) erzeugen die Lasten des Geschosses j im Zeitpunkt ihrer Aufbringung t_j die Setzungen

$$\mathbf{s}^j(t_j) = \frac{\mu(0)}{E_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}^j(t_j) \quad (46).$$

Die durch die gleichen Lasten hervorgerufenen Auflagerreaktionen des Bauwerks

$$\mathbf{z}^j(t_j) = \mathbf{z}_0^j + \mathbf{Z}(t_j) \cdot \mathbf{s}^j(t_j) \quad (47)$$

müssen ebenso wie die in Gl. (42) angegebenen Änderungen mit dem Kurzzeitmodul ermittelt werden, wobei die in Anhang I angegebenen Beziehungen benutzt werden können. Aus der Gleichgewichtsbedingung

$$\mathbf{z}^j(t_j) = \mathbf{q}^j(t_j) \quad (48)$$

folgt mit Gl. (46) und Gl. (47)

$$\left[\mathbf{Z}(t_j) \cdot \mathbf{C} - \frac{E_s}{\mu(0)} \mathbf{E} \right] \cdot \mathbf{q}^j(t_j) = - \frac{E_s}{\mu(0)} \mathbf{z}_0^j \quad (49).$$

Nach der Ermittlung der Sohlpressungen und Setzungen können die Schnittkräfte wiederum mit den in Anhang I angegebenen Beziehungen berechnet werden.

Die in der folgenden Zeit zwischen der Herstellung eines beliebigen Geschosses 1-1 und des darauffolgenden Geschosses l ($l > j$) eintretende Änderung der Setzungen beträgt

$$\Delta \mathbf{s}^j(t_1) = \mathbf{s}^j(t_1) - \mathbf{s}^j(t_{1-1}) \quad ,$$

woraus mit Gl. (24) und Gl. (25)

$$\Delta \mathbf{s}^j(t_1) = \frac{\mu(t_1 - t_j)}{E_s} \mathbf{C} \left[\mathbf{q}^j(t_1) - \frac{\mu(t_{1-1} - t_j)}{\mu(t_1 - t_j)} \mathbf{q}^j(t_{1-1}) \right] \quad (50)$$

folgt. Die im gleichen Zeitraum eintretende Änderung der Auflagerreaktionen des bis zum Geschoß 1-1 fertiggestellten Bauwerks

$$\Delta \mathbf{z}^j(t_1) = \Delta \mathbf{z}_0^j(t_1) + \mathbf{Z}(t_1) \cdot \Delta \mathbf{s}^j(t_1) \quad (51)$$

ist mit den Steifigkeiten nach Gl. (12) und den Stabendmomenten des Starrzustandes nach Gl. (13) zu berechnen, wobei alle Geschosse außer dem Geschoß j als unbelastet anzusehen sind. Die entsprechenden Stabendkräfte sind in Anhang II angegeben.

Mit der Gleichgewichtsbedingung

$$\Delta \mathbf{z}^j(t_1) = \mathbf{q}^j(t_1) - \mathbf{q}^j(t_{1-1}) \quad (52)$$

folgt aus Gl. (50) und Gl. (51)

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{Z}(t_1) \mathbf{C} - \frac{E_s}{\mu(t_1 - t_j)} \mathbf{E}] \cdot \mathbf{q}^j(t_1) = & - \frac{E_s}{\mu(t_1 - t_j)} \Delta \mathbf{z}_0^j(t_1) \\
 + \frac{\mu(t_{1-1} - t_j)}{\mu(t_1 - t_j)} [\mathbf{Z}(t_1) \mathbf{C} - \frac{E_s}{\mu(t_{1-1} - t_j)} \mathbf{E}] \mathbf{q}^j(t_{1-1}) & \quad (53).
 \end{aligned}$$

Nach Berechnung der Sohlpressungen $\mathbf{q}^j(t_1)$ ergibt sich die im betrachteten Zeitraum eintretende Änderung der Setzungen aus Gl. (50). Die Ermittlung der im betrachteten Zeitraum eintretenden Änderung der Schnittkräfte erfolgt analog den im Anschluß an Gl. (40) angegebenen Ausführungen.

Mit

$$\mathbf{s}^j(t_1) = \mathbf{s}^j(t_{1-1}) + \Delta \mathbf{s}^j(t_1) \quad (54)$$

ergibt die Superposition der im Zeitpunkt t_1 - unmittelbar vor Aufbringung des Geschosses 1 - durch die Lasten der einzelnen Geschosse hervorgerufenen Sohlpressungen und Setzungen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}(t_1) &= \sum_{j=0}^{j=1-1} \mathbf{q}^j(t_1) \\
 \mathbf{s}(t_1) &= \sum_{j=0}^{j=1-1} \mathbf{s}^j(t_1) \quad (55).
 \end{aligned}$$

Für die Schnittkräfte gelten entsprechende Beziehungen.

3.4.3 Zeitabhängige Steifezahl, Methode II

Zusätzlich zu den in Abschnitt 3.3.4 getroffenen Vereinfachungen wird in der folgenden Anwendung der Methode II angenommen, daß die Lasten des Geschosses 1-1 während des betrachteten Zeitraumes Δt_1 langsam aufgebracht werden. Durch diese Annahme wird der erforderliche Rechenaufwand weiter vermindert, da jetzt die Auswirkungen einer Lasterhöhung gleichzeitig mit der im folgenden Zeitintervall eintretenden Änderung der Zustandsgrößen mit den nach Gl. (12) ermittelten Steifigkeiten berechnet werden können.

Nach Gl. (34) beträgt die im betrachteten Zeitintervall eintretende Änderung der Setzungen

$$\Delta \mathbf{s}(t_1) = \frac{\bar{\mu}(t_1) q_m(\infty)}{E_s q_m(t_1)} \mathbf{C} [\mathbf{q}(t_1) - \frac{\bar{\mu}(t_{1-1}) q_m(t_1)}{\bar{\mu}(t_1) q_m(t_{1-1})} \cdot \mathbf{q}(t_{1-1})] \quad (56).$$

Die im gleichen Zeitraum eintretende Änderung der Auflagerreaktionen des Bauwerks

$$\Delta \mathbf{z}(t_1) = \Delta \mathbf{z}_0(t_1) + \mathbf{Z}(t_1) \cdot \Delta \mathbf{s}(t_1) \quad (57)$$

muß mit den in Anhang II angegebenen Steifigkeiten und Stabendmomenten des Starrzustandes berechnet werden.

Mit der Gleichgewichtsbedingung

$$\Delta \mathbf{z}(t_1) = \mathbf{q}(t_1) - \mathbf{q}(t_{1-1}) \quad (58)$$

folgt aus Gl. (56) und Gl. (57)

$$\begin{aligned} [\mathbf{Z}(t_1) \cdot \mathbf{C} - \frac{E_s q_m(t_1)}{\bar{\mu}(t_1) q_m(\infty)} \mathbf{E}] \cdot \mathbf{q}(t_1) &= - \frac{E_s q_m(t_1)}{\bar{\mu}(t_1) q_m(\infty)} \cdot \Delta \mathbf{z}_0(t_1) \\ + \frac{\bar{\mu}(t_{1-1}) q_m(t_1)}{\bar{\mu}(t_1) q_m(t_{1-1})} [\mathbf{Z}(t_1) \cdot \mathbf{C} - \frac{E_s q_m(t_{1-1})}{\bar{\mu}(t_{1-1}) q_m(\infty)} \mathbf{E}] \cdot \mathbf{q}(t_{1-1}) & \quad (59). \end{aligned}$$

Die im betrachteten Zeitraum eintretende Änderung der Schnittkräfte muß wiederum mit den in Gl. (57) benutzten Steifigkeiten und Stabendmomenten des Starrzustandes ermittelt werden. Die im Zeitpunkt t_1 - unmittelbar vor Aufbringung des Geschosses 1 - auftretenden Setzungen ergeben sich aus

$$\mathbf{s}(t_1) = \mathbf{s}(t_{1-1}) + \Delta \mathbf{s}(t_1) \quad (60).$$

Für die Schnittkräfte gelten entsprechende Beziehungen.

3. 5 Konvergenz und Vergleich der Verfahren

In den aufgestellten Berechnungsverfahren werden die zeitabhängigen Einflüsse durch Differenzenverfahren erfaßt. Zur Abschätzung des Konvergenzverhaltens dieser Verfahren werden für den in Bild 7 dargestellten Gründungsbalken das Biegemoment in Balkenmitte und die größte Durchbiegung mit einer unterschiedlichen Anzahl von Zeitschritten berechnet, wobei der Balken in $n_G = 17$ Elemente

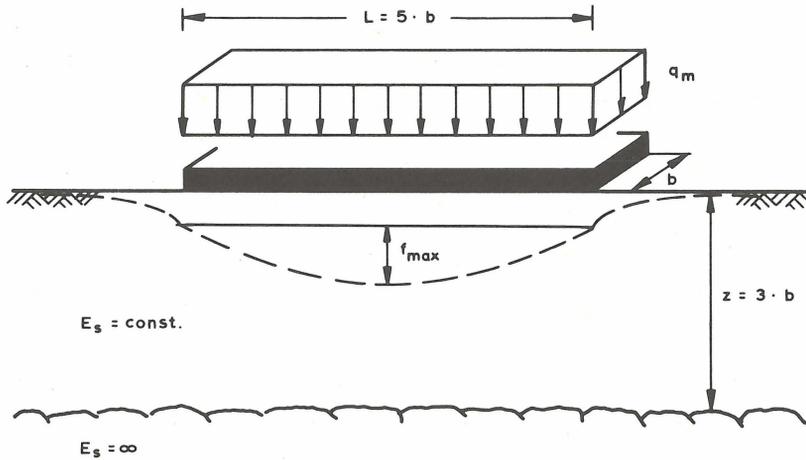


Bild 7 Gleichförmig belasteter Gründungsbalken

unterteilt wird.

Die Berechnungen werden für zwei Systemsteifigkeiten

$$K = 0,1 \quad \text{und} \quad K = 0,01$$

durchgeführt, wobei

$$K = \frac{E_b I}{E_s L^3 b} \quad (61)$$

mit dem für kurzfristige Belastung gültigen Elastizitätsmodul des Betons ermittelt wird. Hierbei wird durch $K = 0,1$ ein relativ steifer Balken - das für den Endzustand ohne Berücksichtigung des Kriechens in Balkenmitte berechnete Biegemoment beträgt

$$\frac{M}{L^2 b q_m} = 0,0108$$

gegenüber 0,0126 für den starren Balken - und durch $K = 0,01$ ein sehr biegsamer Balken - die unter den gleichen Voraussetzungen berechnete größte Durchbiegung beträgt

$$\frac{f_{\max}}{s_m} = 0,210$$

gegenüber 0,353 für den schlaffen Balken - dargestellt. Das Zeit-Setzungs-Verhältnis des Untergrundes wird nach Gl. (64), die Grundkriechkurve des Betons nach Gl. (62) berücksichtigt. Die Belastung wird zum Zeitpunkt $t = 0$ unmittelbar nach dem Erhärten des Betons aufgebracht und anschließend konstant gehalten. Da nur eine Laststufe betrachtet wird, sind abgesehen von der in Abschnitt 3.4.3 getroffenen zusätzlichen Annahme die Methoden I und II identisch. Die Auswirkungen dieser Annahme, die keinen Einfluß auf das Konvergenzverhalten des Verfahrens hat, werden anschließend besprochen.

Bei Vernachlässigung des Betonkriechens werden mit der zeitabhängigen Steifenzahl geschlossene Lösungen erhalten, während die nach der eindimensionalen Konsolidierungstheorie berechneten Ergebnisse ein zufriedenstellendes Konvergenzverhalten zeigen. Bereits bei einer Unterteilung der zwischen der Lastaufbringung und dem Endzustand liegenden Zeitspanne in vier Intervalle sind in allen betrachteten Zeitpunkten die Abweichungen von der strengen Lösung der Integralgleichungen kleiner als 3%. Durch eine Verdoppelung der Schrittzahl werden diese Fehler jeweils um etwa die Hälfte vermindert.

Bei Berücksichtigung des Betonkriechens weisen alle Verfahren ein etwas schlechteres Konvergenzverhalten auf. Für das Endkriechmaß $\varphi_E = 2$ betragen bei einer Unterteilung in acht Zeitschritte die größten Fehler etwa 4%, die dann allerdings bei einer Verdoppelung der Schrittzahl jeweils um etwa 2/3 abnehmen.

Die Biegemomente und Durchbiegungen des Endzustandes sind in Bild 8 in Abhängigkeit von der Anzahl der Zeitschritte angegeben.

Die Genauigkeit der nach der eindimensionalen Konsolidierungstheorie berechneten Ergebnisse wird für eine konstante Anzahl von Zeitschritten entscheidend durch die Anordnung der einzelnen Zeitintervalle beeinflusst. In den angeführten Berechnungen wurde die Länge der einzelnen Zeitintervalle so gewählt, daß in jedem Intervall die mittlere Setzung jeweils um den gleichen Betrag zunimmt. Für andere Verteilungen zeigen die Ergebnisse ein wesentlich ungünstigeres Konvergenzverhalten.

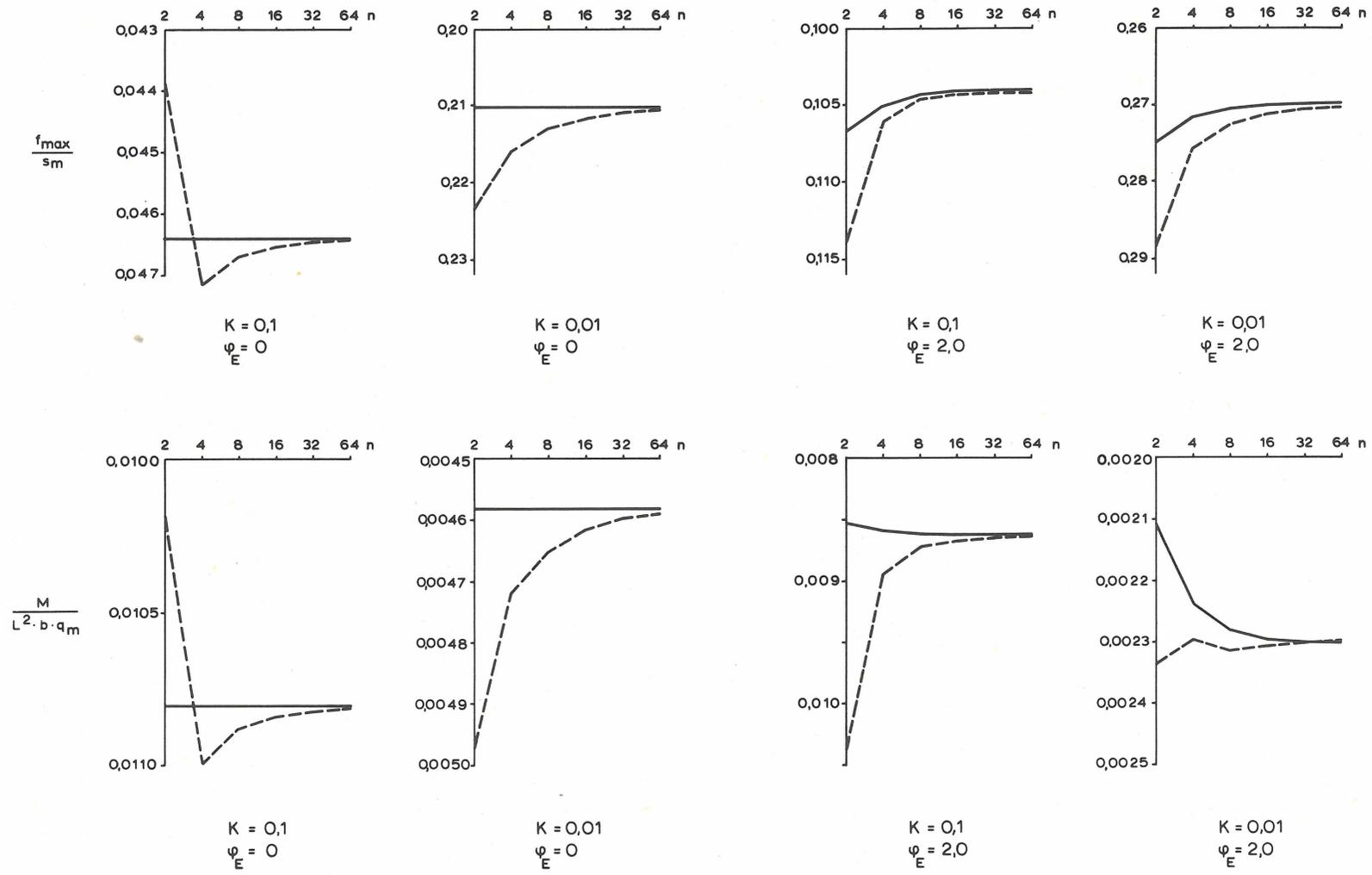


Bild 8 Gleichförmig belasteter Gründungsbalken: Ergebnisse des Endzustandes ($t = \infty$)

- - - - - eindimensionale Konsolidierungstheorie n = Anzahl der Zeitschritte
 ————— zeitabhängige Steifezahl

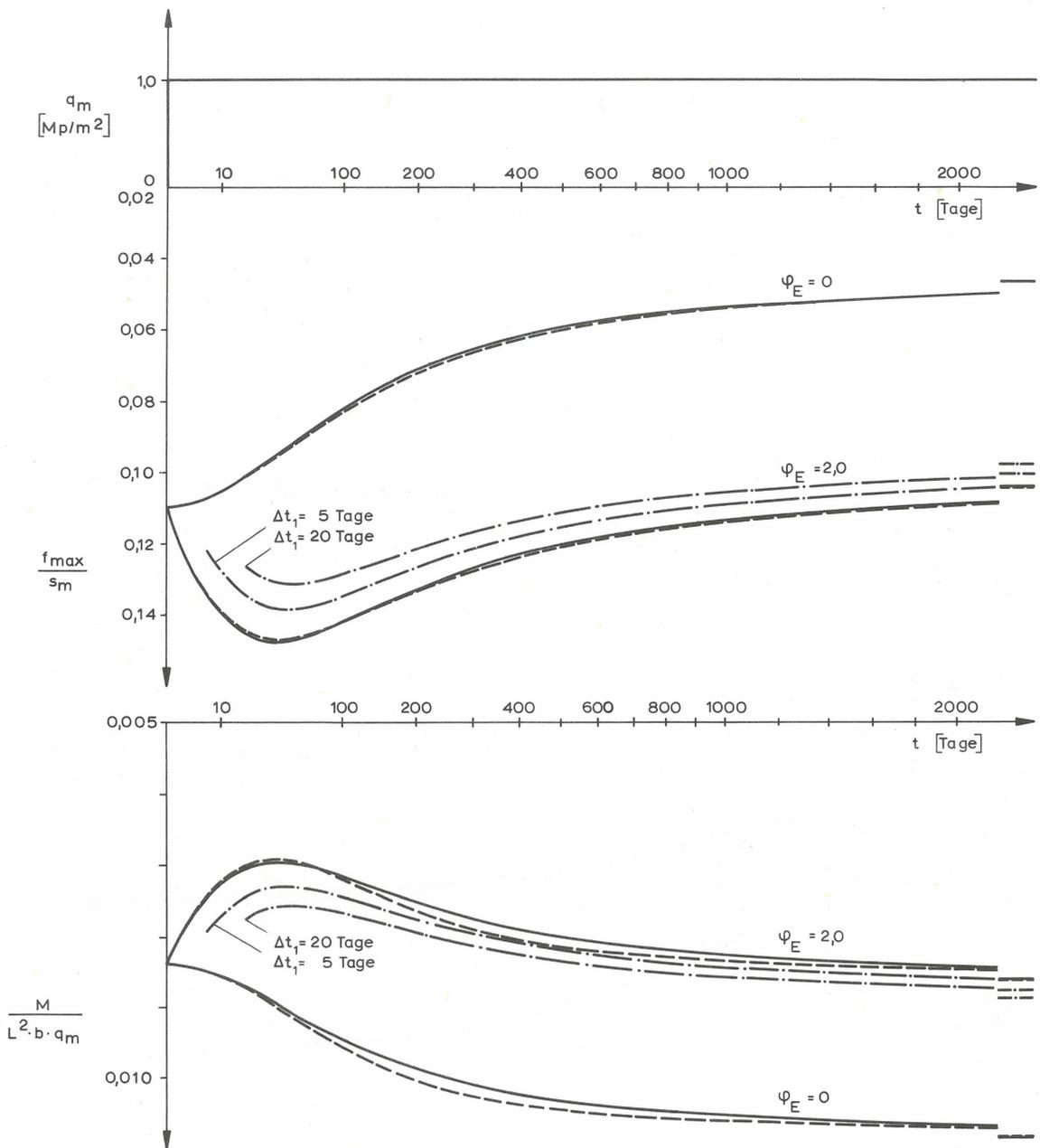


Bild 9 Gleichförmig belasteter Gründungsbalken, $K = 0,1$

- eindimensionale Konsolidierungstheorie
- zeitabhängige Steifenzahl, Methode I
- · - zeitabhängige Steifenzahl, Methode II

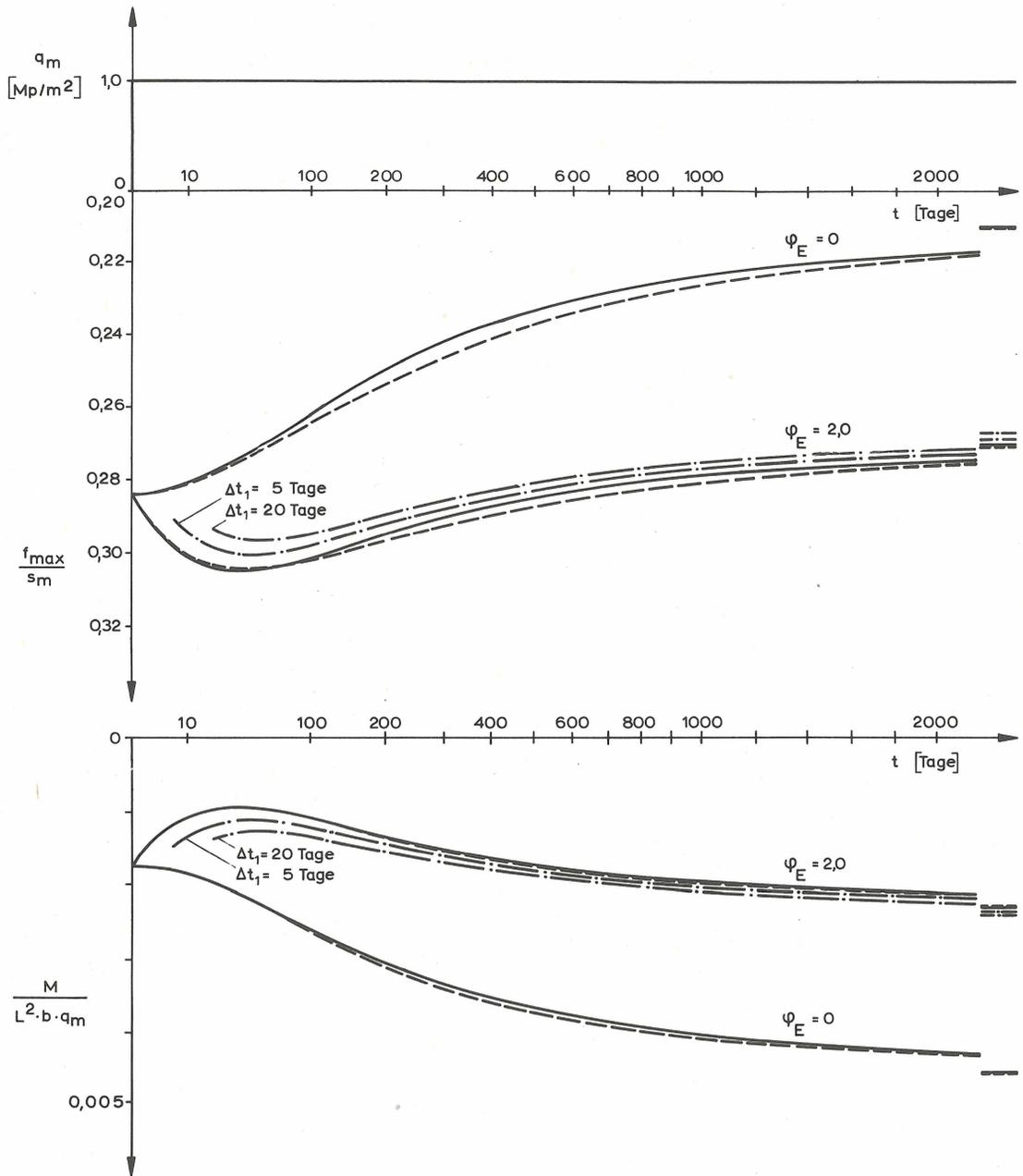


Bild 1o Gleichförmig belasteter Gründungsbalken, $K = 0,01$

- eindimensionale Konsolidierungstheorie
- zeitabhängige Steifezahl, Methode I
- · - · - zeitabhängige Steifezahl, Methode II

Zur Abschätzung der durch die Einführung der zeitabhängigen Steifezahl hervorgerufenen Fehler sind in Bild 9 und 10 die Ergebnisse des soeben betrachteten Gründungsbalkens als Funktion der Zeit aufgetragen. Nach den Ausführungen des Abschnittes 3.3.4 müssen für den Anfangszustand und im Falle des elastischen Balkens ($\varphi_E = 0$) auch für den Endzustand mit allen Verfahren übereinstimmende Ergebnisse erhalten werden.

Der nach der eindimensionalen Konsolidierungstheorie und nach Methode I berechnete zeitliche Verlauf der Biegemomente und der Durchbiegung zeigt nur vernachlässigbare Abweichungen. Auch die nach diesen Verfahren für den kriechfähigen Balken berechneten Endwerte sind praktisch identisch.

Für den kriechfähigen Balken werden nach Methode II - im vorliegenden Fall sind für den elastischen Balken die Methoden I und II identisch - etwas größere Abweichungen erhalten. Diese Abweichungen werden ausschließlich durch die in Abschnitt 3.4.3 getroffene zusätzliche Annahme bedingt. Ihre Größe hängt von der Länge des ersten Zeitintervalls Δt_1 ab.

Für die Gründungsplatte eines Hochhausrahmens sind die durch diese zusätzliche Annahme hervorgerufenen Fehler allerdings vernachlässigbar, da hiervon im wesentlichen nur die durch das Eigengewicht der Gründungsplatte hervorgerufenen Zustandsgrößen betroffen werden und das Eigengewicht der Gründungsplatte nur einen verhältnismäßig kleinen Teil der Gesamtlast darstellt. Auf diese Annahme sollte jedoch verzichtet werden, wenn bereits durch die erste Laststufe ein großer Anteil der Gesamtlast aufgebracht wird und das erste Zeitintervall sehr groß ist.

In den bisherigen Ausführungen wurde nur der Fall einer zeitunabhängigen äußeren Belastung betrachtet. Im Falle einer zeitabhängigen Belastung sind nach Methode II wegen der in Abschnitt 3.3.4 getroffenen Annahme zusätzliche Fehler zu erwarten, während die Genauigkeit der beiden übrigen Verfahren durch die Zeitabhängigkeit der äußeren Belastung nicht beeinflusst wird. Zur Abschätzung dieser Fehler und zur Überprüfung der getroffenen Feststellungen wird das Berechnungsbeispiel 2 des folgenden Abschnitts nach den drei besprochenen Verfahren berechnet. In Bild 11 bis 13 sind die größte Durchbiegung der Gründungsplatte, das Biegemoment in der Mitte der Gründungsplatte und die Stützmomente der äußeren Rahmenriegel aufgetragen. Die mit den einzelnen Verfahren berechneten Ergebnisse weichen nur unbedeutend voneinander ab. Für den Endzustand beträgt

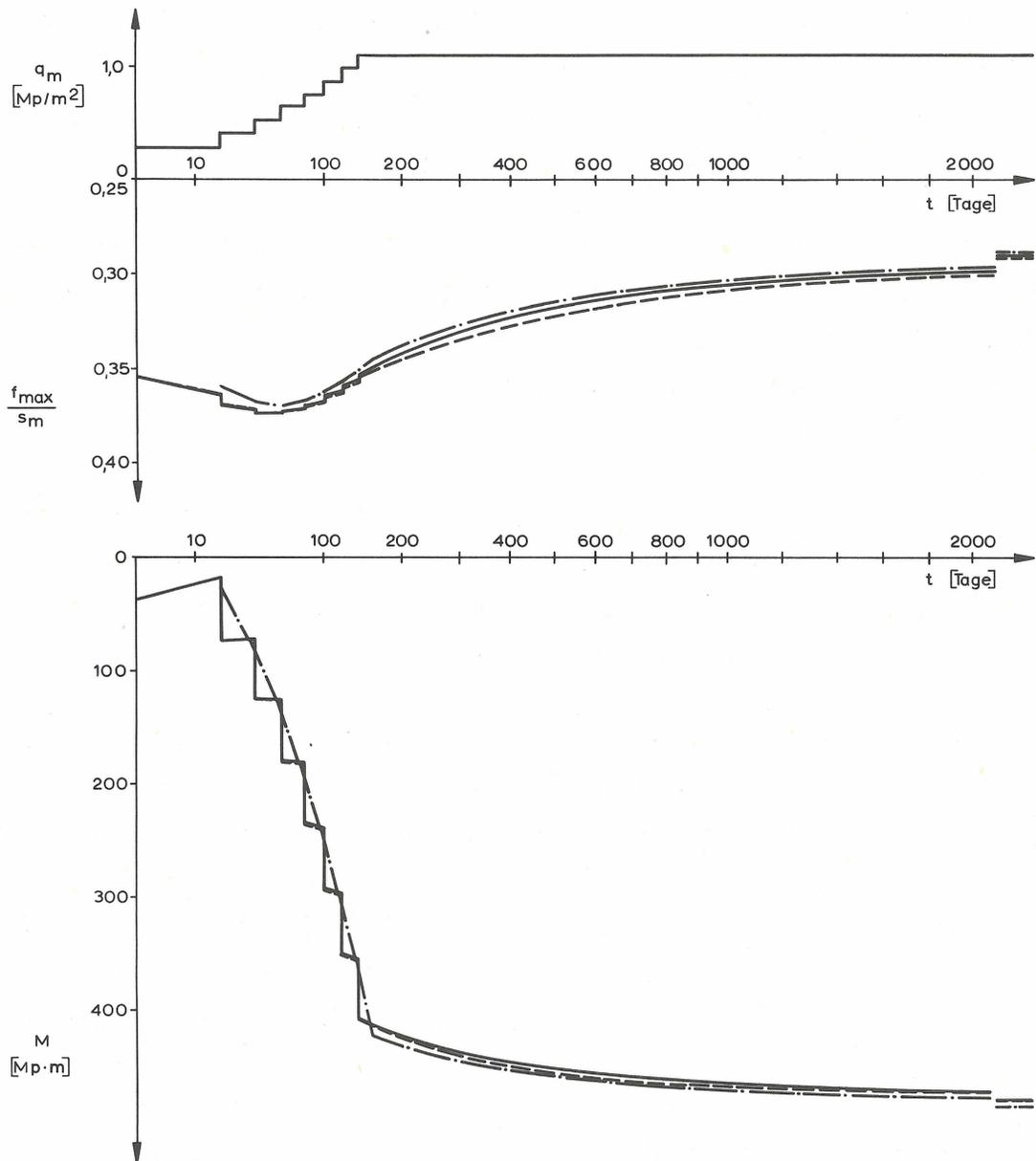


Bild 11 Berechnungsbeispiel 2: Größte Durchbiegung der Gründungsplatte und Biegemoment in der Mitte der Gründungsplatte

- - - - - eindimensionale Konsolidierungstheorie
- zeitabhängige Steifezahl, Methode I
- · - · - zeitabhängige Steifezahl, Methode II

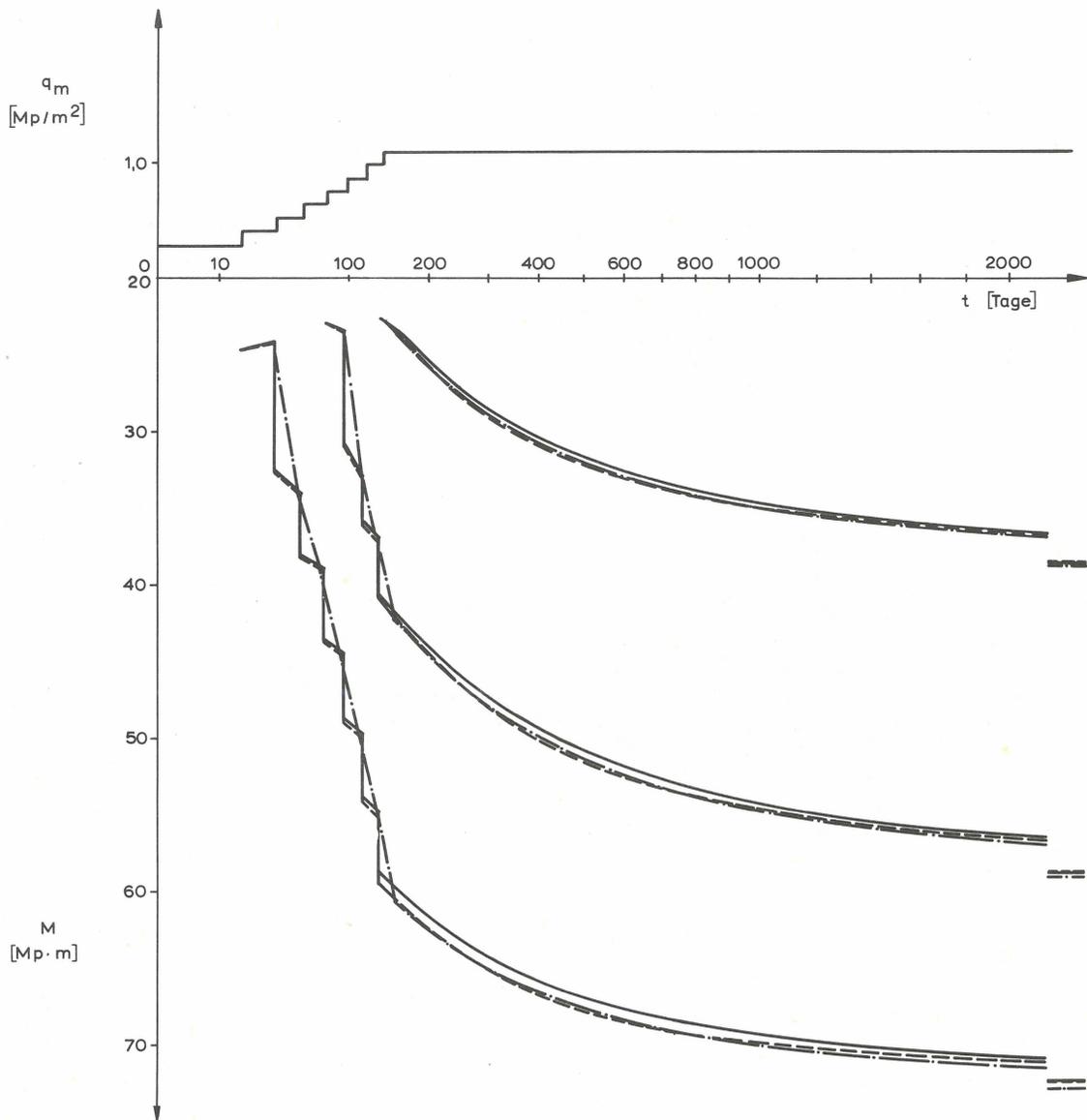


Bild 12 Berechnungsbeispiel 2: Biegemomente im äußeren Riegel des Hochhausrahmens (Bezeichnung und Vorzeichen siehe Bild 45)

- eindimensionale Konsolidierungstheorie
- zeitabhängige Steifezahl, Methode I
- · - · zeitabhängige Steifezahl, Methode II

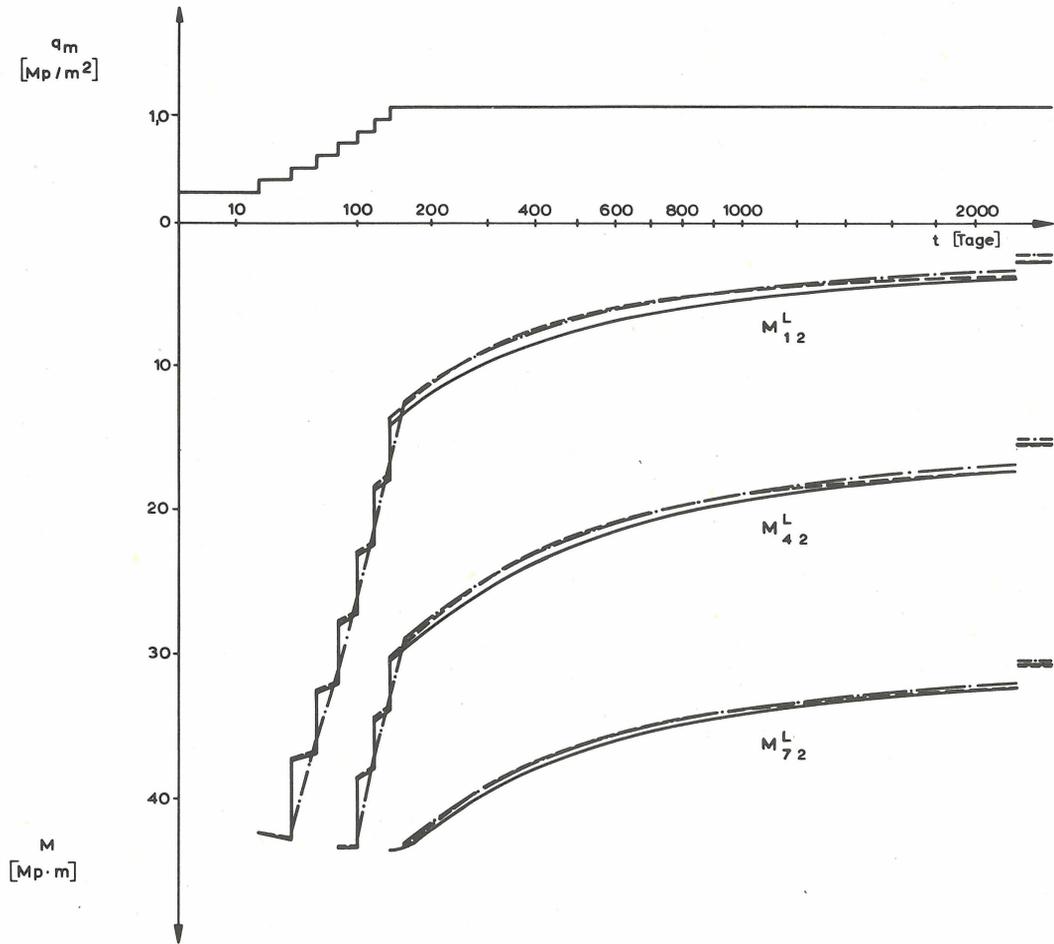


Bild 13

Berechnungsbeispiel 2: Biegemomente im äußeren Riegel des Hochhausrahmens (Bezeichnung und Vorzeichen siehe Bild 45)

- eindimensionale Konsolidierungstheorie
- zeitabhängige Steifezahl, Methode I
- · - zeitabhängige Steifezahl, Methode II

die größte Abweichung der Biegemomente in der Gründungsplatte $4,9 \text{ Mp} \cdot \text{m}$ und im Hochhausrahmen $0,7 \text{ Mp} \cdot \text{m}$.

In den durchgeführten Vergleichsberechnungen werden mit allen Verfahren zahlenmäßig übereinstimmende Ergebnisse erhalten. Die festgestellten Abweichungen sind ohne jede praktische Bedeutung. Da die Anwendung der Methode II einen wesentlich geringeren Aufwand erfordert als die Anwendung der beiden übrigen Verfahren, werden alle folgenden Berechnungen mit Hilfe dieser Methode durchgeführt. Für die Genauigkeit dieser Berechnungen sind praktisch nur die in Abschnitt 2 angegebenen Annahmen von Bedeutung.

4. Anwendung

Im folgenden wird zunächst ein fiktives Bauwerk behandelt, dessen einfacher Aufbau die Auswirkungen der zeitabhängigen Einflüsse klarer erkennen läßt als die anschließend betrachteten ausgeführten Bauwerke. Um die Größe der unterschiedlichen Einflüsse abschätzen zu können, werden diese Berechnungen auf drei Arten durchgeführt:

- α Entsprechend der üblichen Bemessungspraxis werden Hochhausrahmen und Gründungsplatte getrennt behandelt. Die Berechnung des Hochhausrahmens wird unter der Annahme durchgeführt, daß die Auflager unnachgiebig sind und alle Lasten auf das bereits fertiggestellte Bauwerk aufgebracht werden. Bei Berechnung der Gründungsplatte wird durch die Annahme konstanter Stützenlasten die Steifigkeit des Hochhausrahmens vernachlässigt, wobei die Gründungsplatte als nicht kriechfähig betrachtet wird (unterer Grenzwert der Hochhaussteifigkeit).
- β Der Hochhausrahmen und die Gründungsplatte werden als eine statische Einheit aufgefaßt. Das Kriechen des Betons und der Bauvorgang werden vernachlässigt, das heißt alle Lasten werden auf das fertiggestellte, als elastisch angesehene Bauwerk aufgebracht (oberer Grenzwert der Hochhaussteifigkeit).
- γ Das Bauwerk wird nach Methode II unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Einflüsse berechnet.

Die Untersuchungen beschränken sich auf das Zeit-Setzungs-Verhalten des Frankfurter Tons, auf dem auch die behandelten ausgeführten Bauwerke gegründet sind. Als Grundkriechkurve des Betons wird nach Gl. (4)

$$\varphi(t) = \varphi_E \cdot \rho(t) \quad (62)$$

eingeführt, worin φ_E das Endkriechmaß des frischen Betons darstellt und der zeitliche Ablauf des Kriechvorganges

$$\rho(t) = \frac{871 \cdot t + 154 \cdot t^2 + t^3}{3964 + 6527 \cdot t + 267 \cdot t^2 + t^3} \quad (63)$$

entsprechend den in [41] angegebenen Mittelwerten, Bild 14, gewählt ist. Die Zeit t ist hierbei in Tagen einzusetzen.

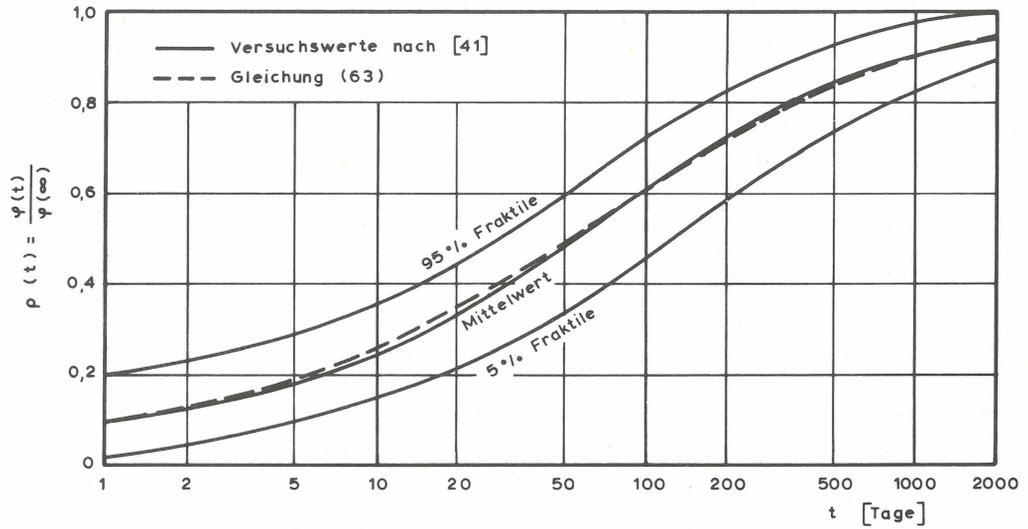


Bild 14 Zeitlicher Verlauf des Kriechvorganges

Das Endkriechmaß des Betons wird zu

$$\varphi_E = 2,0$$

gewählt. Die Biegesteifigkeit der einzelnen Bauwerksglieder wird aus den Querschnittswerten nach Zustand I ohne Einschluß der Bewehrung ermittelt, wobei der Elastizitätsmodul des Betons zu

$$E_b = 2,1 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2$$

angenommen wird.

4.1 Theoretisches Beispiel

Die Abmessungen, Lasten und Steifigkeiten des untersuchten Bauwerks sind in Bild 15 zusammengestellt. Das gewählte Zeit-Setzungs-Verhältnis

$$\mu(t) = \frac{100 + t \text{ [Tage]}}{300 + t \text{ [Tage]}} \quad (64)$$

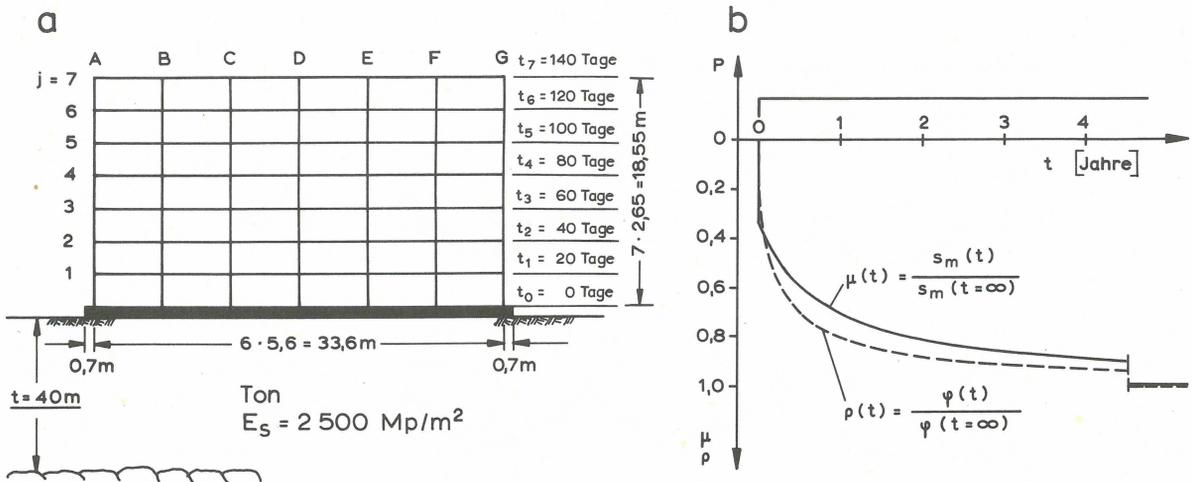
entspricht dem durch Setzungsmessungen festgestellten Zeit-Setzungs-Verhalten des Frankfurter Tons.

Für den Hochhausrahmen werden drei Fälle mit unterschiedlicher Stützensteifigkeit untersucht. Im ersten wird die Biegesteifigkeit der Stützen vernachlässigt (Beispiel 1), im zweiten wird für alle Stützen die gleiche Biegesteifigkeit gewählt (Beispiel 2), während im dritten die Außenstützen fünfzigmal steifer angenommen werden als die Innenstützen (Beispiel 3). Durch diesen letzten Fall soll die Auswirkung von Kernen (Fahrstuhlschächte etc.) untersucht werden, die an den Gebäudeenden angeordnet sind. Die für das Beispiel 2 gewählten Steifigkeiten entsprechen einer 1,20 m dicken Gründungsplatte, Stützenquerschnitten von 0,5 m x 0,5 m und Unterzügen mit einem Seitenverhältnis $h/b = 0,65 \text{ m}/0,45 \text{ m}$, wobei angenommen wird, daß in Gebäudequerrichtung jeweils vier Stützen und Unterzüge angeordnet sind.

In Bild 16 bis 19 sind für die einzelnen Beispiele die Ergebnisse des Endzustandes aufgetragen. Der unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Einflüsse (γ) ermittelte zeitliche Verlauf einiger Biegemomente des Beispiels 2 wurde bereits in Bild 11 bis 13 angegeben. Die Biegemomente der übrigen Beispiele weisen einen ähnlichen zeitlichen Verlauf auf. Bild 20 zeigt die größte Durchbiegung der Gründungsplatte als Funktion der Zeit. Die Stützenlasten des Endzustandes sind in Tafel 1 zusammengestellt.

Aus den ohne Berücksichtigung der Zeiteinflüsse erhaltenen Ergebnissen (α, β) ist zu ersehen, daß im Falle schlaffer Hochhausstützen (Beispiel 1) die Steifigkeit des Hochhausrahmens weitgehend vernachlässigbar ist.

Grundsätzlich andere Verhältnisse ergeben sich im Falle biegesteifer Stützen (Beispiel 2). Trotz der im Verhältnis zur Gründungsplatte sehr geringen Biegesteifigkeit der Stützen - die Gründungsplatte ist neunzigmal steifer als die Stützen - weichen die ohne (α) und mit Berücksichtigung der Hochhaussteifigkeit (β) berechneten Ergebnisse zum Teil beträchtlich voneinander ab: Durch die



Beispiel	Biegesteifigkeit $E_b I$ [Mp · m ²]				Belastung p [Mp/m]		Breite b [m]
	Randstützen B und G	Mittelstützen B bis F	Riegel 1 bis 7	Gründungsplatte	Riegel 1 bis 7	Gründungsplatte	
1	0,0	0,0	$8,4 \cdot 10^4$	$3,78 \cdot 10^6$	15,0	36,0	12,5
2	$4,2 \cdot 10^4$	$4,2 \cdot 10^4$	$8,4 \cdot 10^4$	$3,78 \cdot 10^6$	15,0	36,0	12,5
3	$2,1 \cdot 10^6$	$4,2 \cdot 10^4$	$8,4 \cdot 10^4$	$3,78 \cdot 10^6$	15,0	36,0	12,5

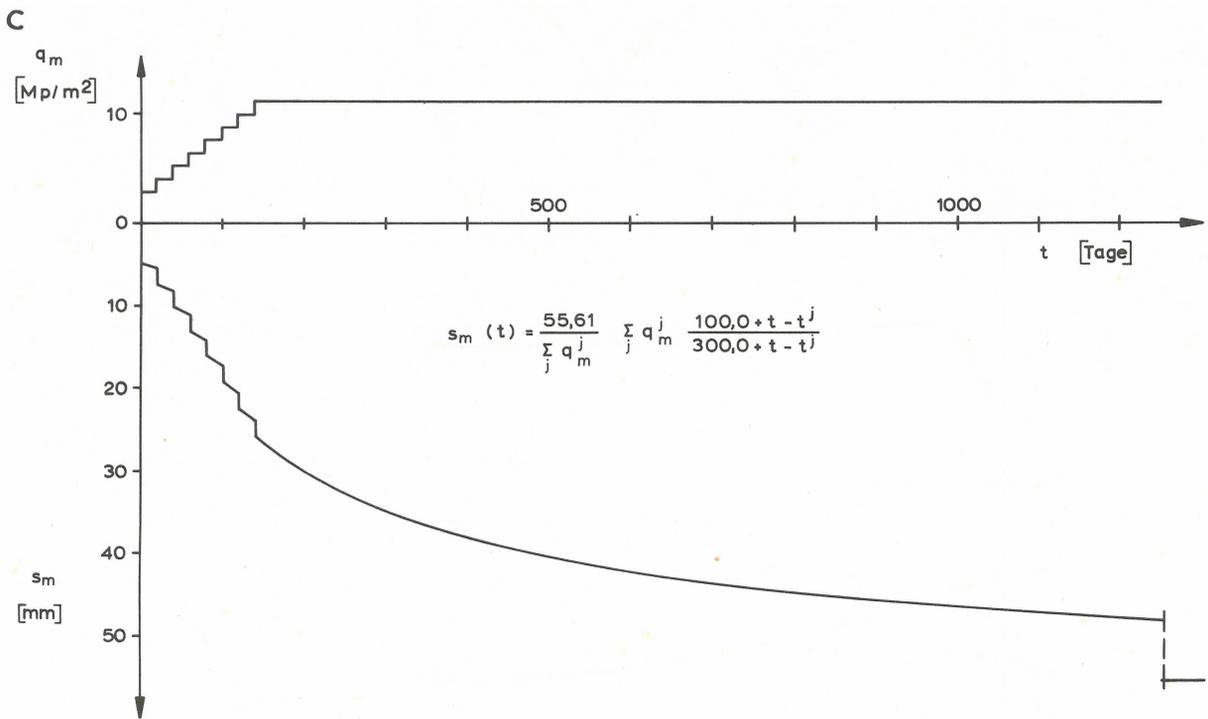


Bild 15 Berechnungsbeispiel

- a Abmessungen, Steifigkeiten, Lasten und Bauzeit
- b Zeit-Setzungs-Verhältnis $\mu(t)$ und Kriechfunktion des Betons $\rho(t)$
- c mittlere Setzung $s_m(t)$

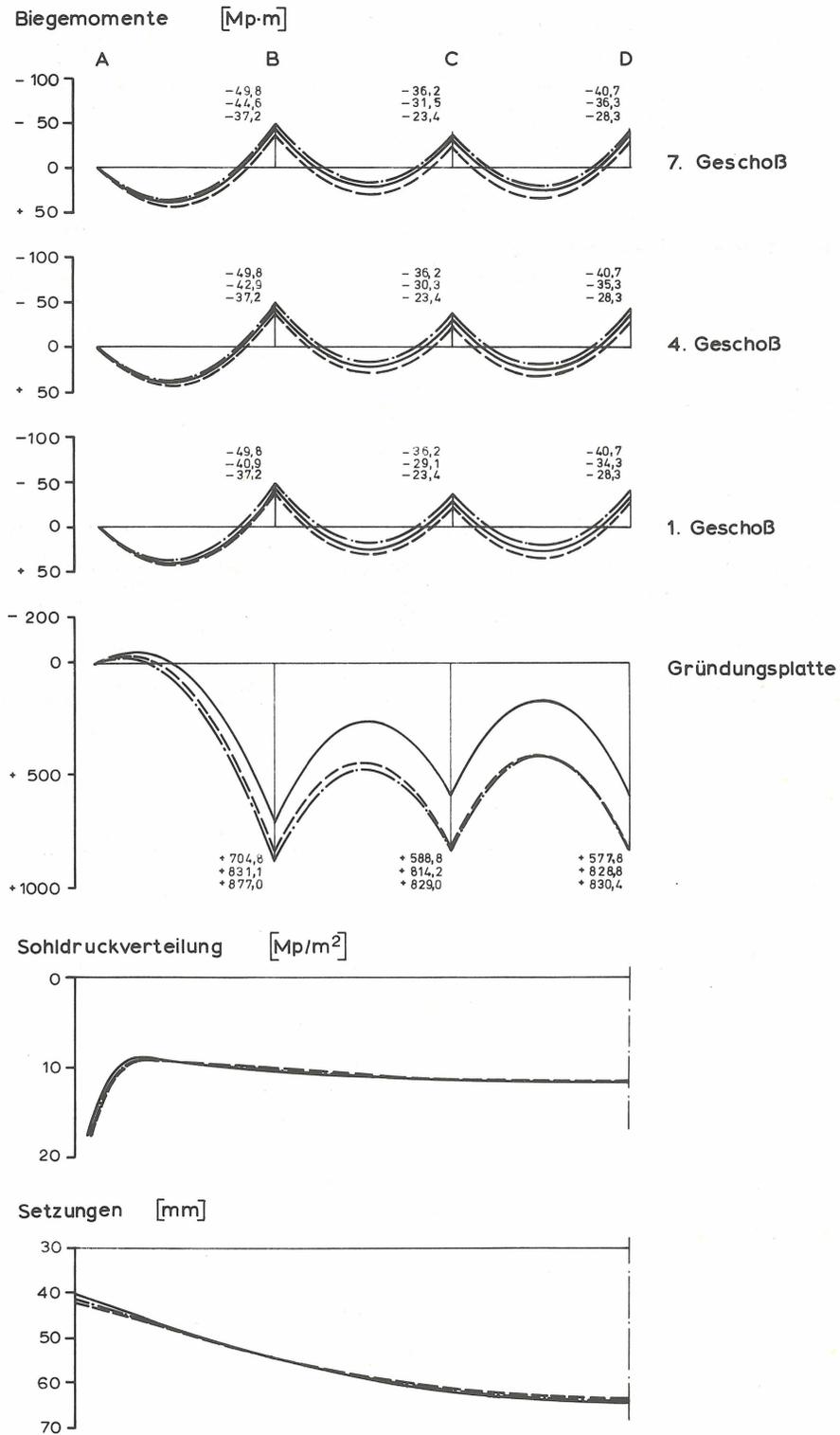


Bild 16 Berechnungsbeispiel 1

Biegemomente, Sohldruckverteilung und Setzungen für den Endzustand, nach α — · —, β — — —, γ — — —

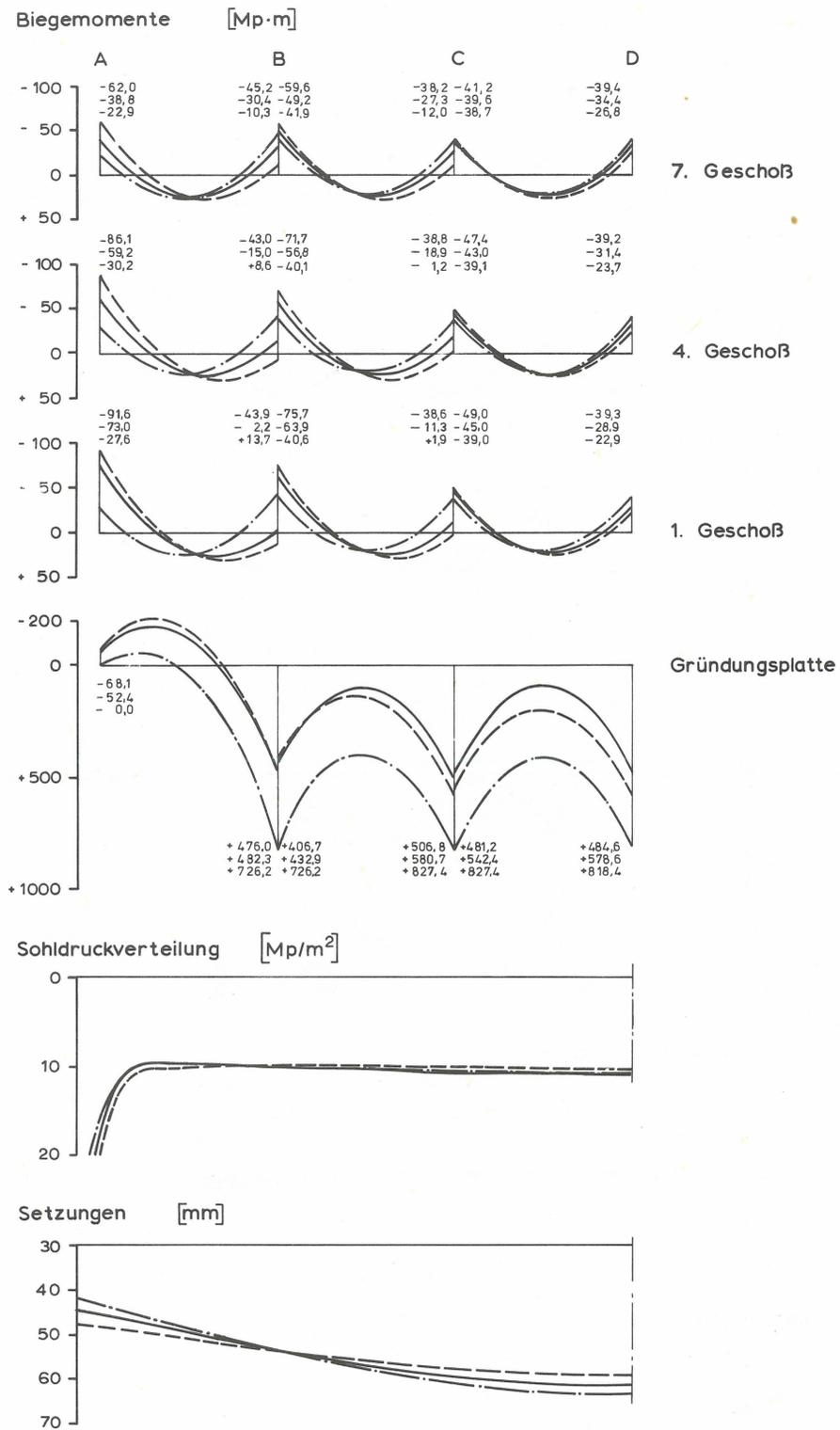


Bild 17 Berechnungsbeispiel 2

Biegemomente, Sohldruckverteilung und Setzung für den Endzustand, nach

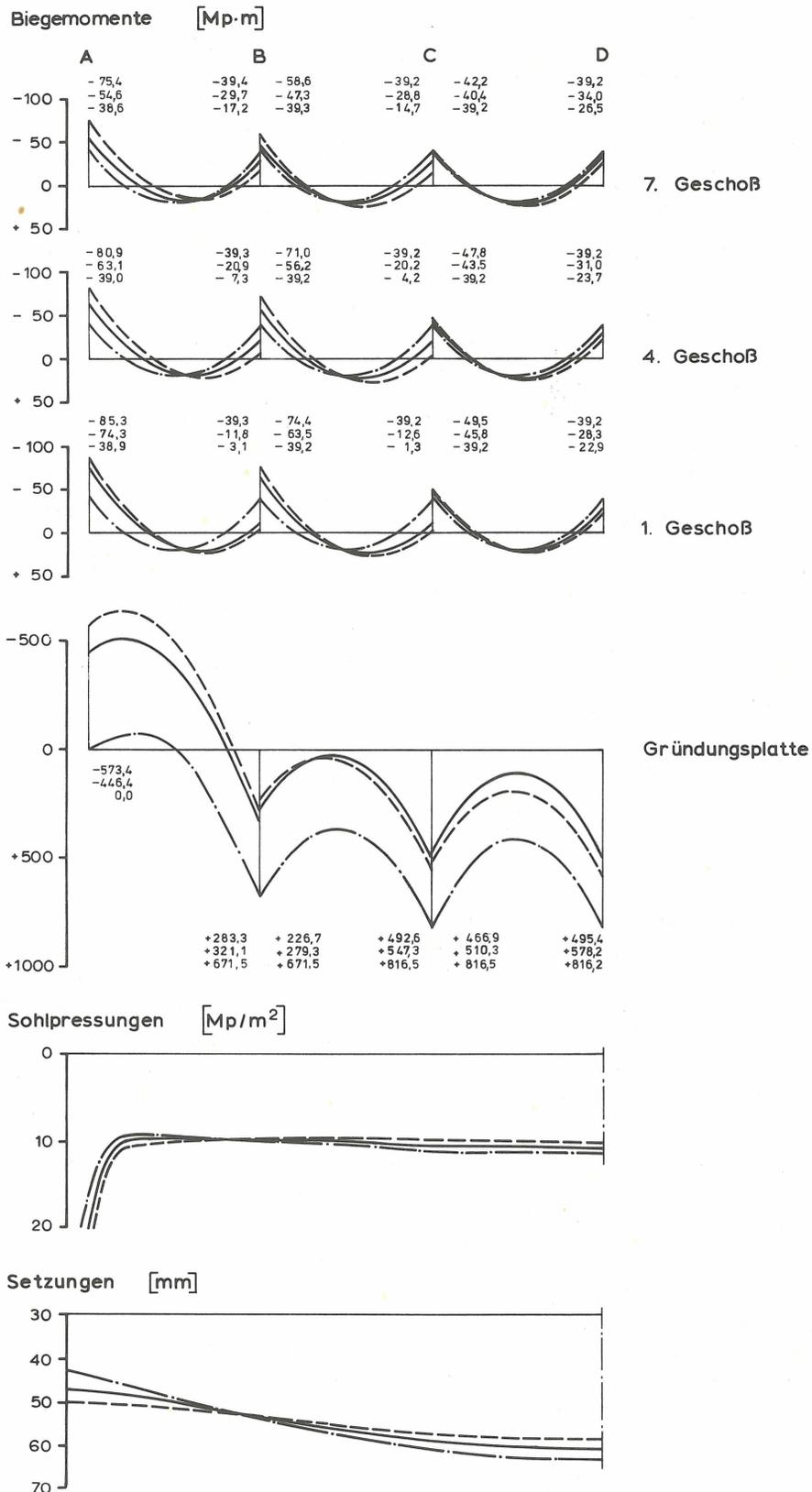
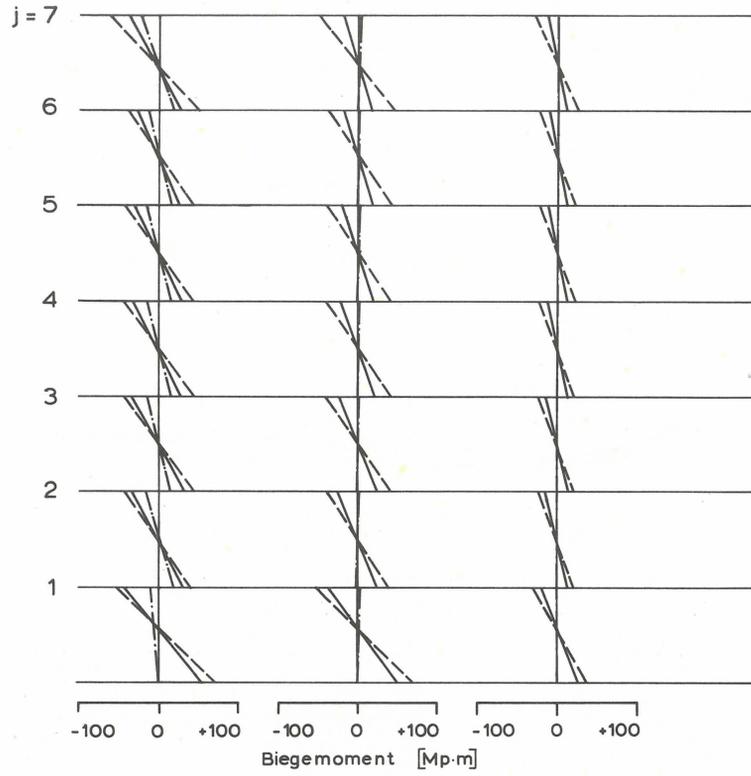


Bild 18

Berechnungsbeispiel 3

Biegemomente, Sohldruckverteilung und Setzungen für den Endzustand, nach α — · — ·, β — — —, γ — — —

Beispiel 2



Beispiel 3

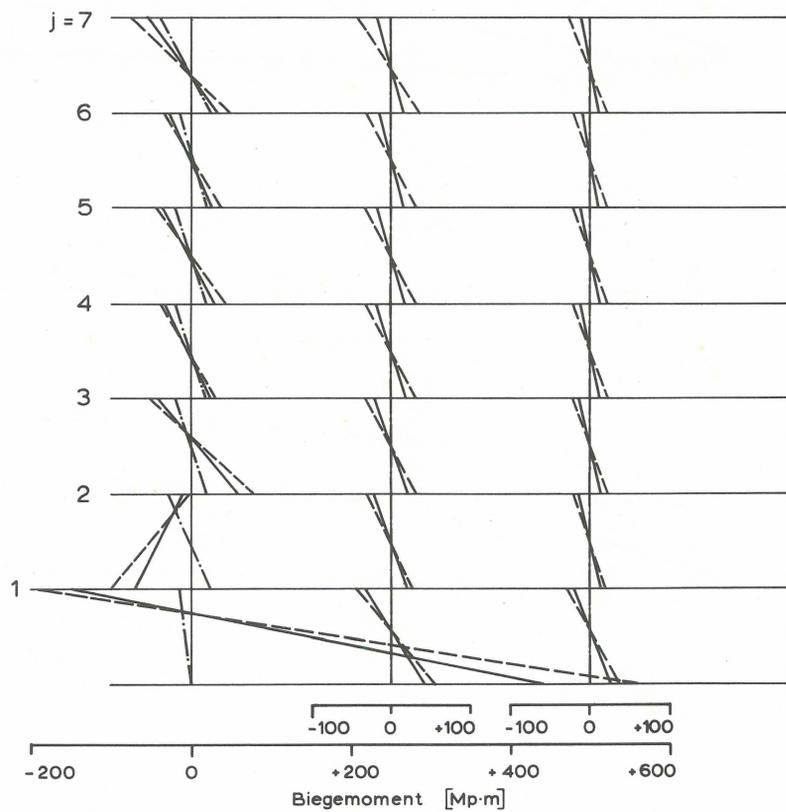


Bild 19

Berechnungsbeispiel

Biegebeanspruchung der Stützen für den Endzustand,
nach α — · — ·, β - - - -, γ — — —

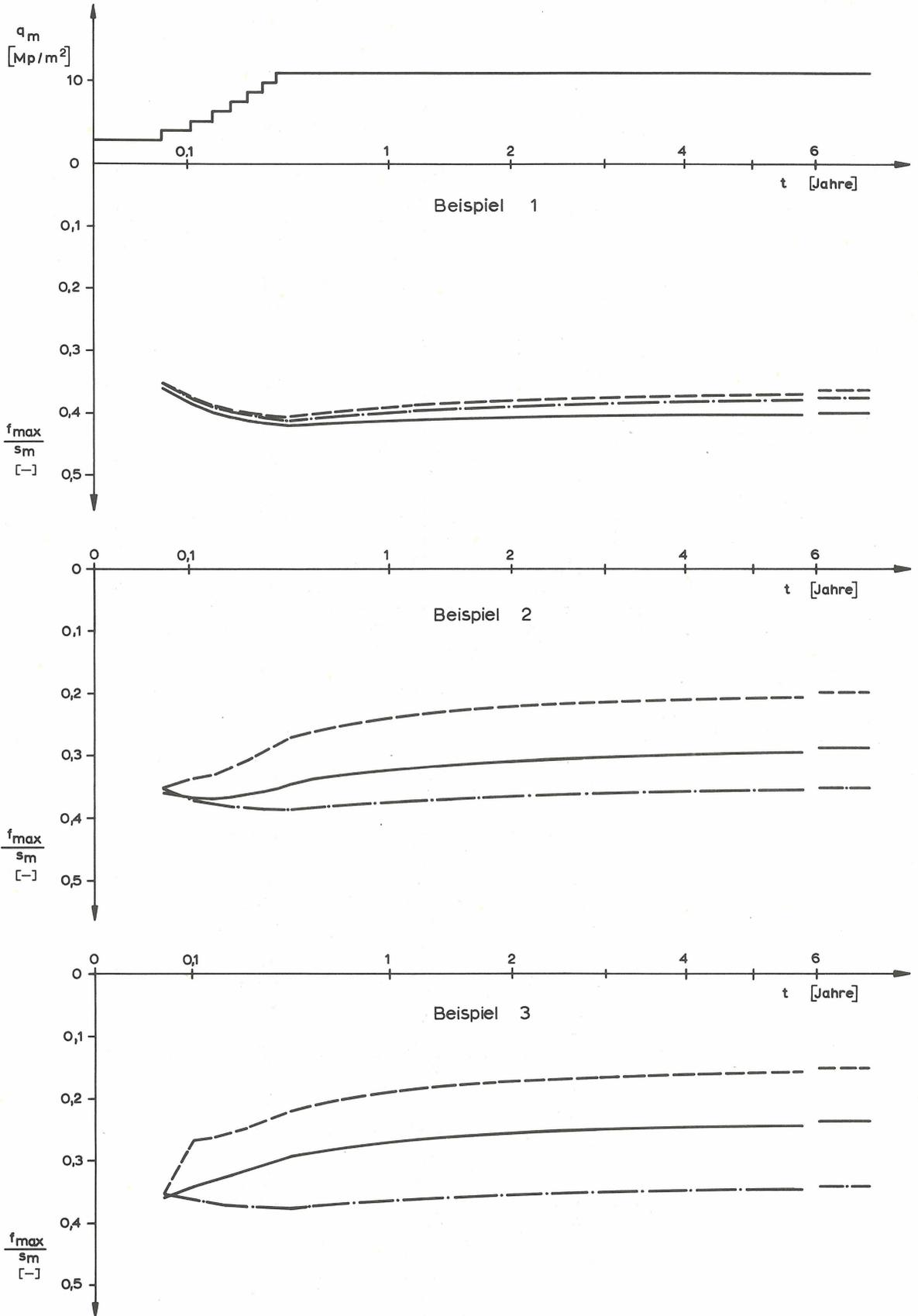


Bild 20 Berechnungsbeispiel

Auf die mittlere Setzung bezogene größte Durchbiegung,
nach α — · — ·, β - - -, γ — — —

Berechnungsbeispiel	Berechnungsart	Stützenlasten				größte Durchbiegung f_{\max}
		A	B	C	D	
		Mp	Mp	Mp	Mp	mm
1	α	231,8	667,2	565,4	599,3	21,0
	β	247,5	651,9	564,5	600,3	20,4
	γ	240,4	657,3	566,0	600,5	22,6
2	α	276,0	608,1	585,7	588,5	19,7
	β	407,2	560,3	530,9	531,0	10,9
	γ	348,2	581,1	554,9	559,5	16,1
3	α	293,5	588,6	587,9	588,0	19,1
	β	384,9	577,9	536,4	529,5	8,3
	γ	347,5	579,3	558,7	557,0	13,1

Tafel 1: Stützenlasten und größte Durchbiegung der Gründungssohle für den Endzustand ($t = \infty$)

Setzungsunterschiede (β) werden die Stützmomente der Hochhausriegel an der Innenseite der Stützen erhöht und an der Außenseite vermindert, wobei die Biegebeanspruchung der Stützen entsprechend anwächst. Die hierdurch hervorgerufene Umlagerung der Stützenlasten vermindert die positiven Biegemomente der Gründungsplatte beträchtlich. Die Feldmomente in den Hochhausriegeln ändern sich nur geringfügig.

Im Falle sehr steifer Außenstützen (Beispiel 3) verursachen die Setzungsunterschiede (β) nur in den Außenstützen der beiden untersten Geschosse und im Außenfeld der Gründungsplatte höhere Beanspruchungen als im Beispiel 2. In den übrigen Bauwerksteilen ergeben sich sogar geringfügig kleinere Beanspruchungen, da durch die höhere Steifigkeit der Außenstützen die Setzungsunterschiede vermindert werden.

Die unter Berücksichtigung der Zeiteinflüsse erhaltenen Ergebnisse (γ) lassen erkennen, daß nach β die Setzungsspannungen des Hochhausrahmens überschätzt werden. Diese Abweichung ist in den oberen Geschossen größer als in den unteren,

was darauf zurückzuführen ist, daß die oberen Geschosse zu einem Zeitpunkt hergestellt werden, in dem schon ein beträchtlicher Teil der Setzungsunterschiede eingetreten ist, und daß infolge des geringeren Betonalters die Setzungsspannungen durch das Kriechen des Betons in den oberen Geschossen stärker abgebaut werden als in den unteren. Obwohl sich hierbei wesentlich geringere Setzungsspannungen ergeben, sind diese immer noch so groß, daß sie als nicht vernachlässigbar angesehen werden müssen.

Aus den in Tafel 1 zusammengestellten Stützenlasten ist zu ersehen, daß das Kriechen des Betons und der Bauvorgang die Umlagerung der Stützenlasten um etwa die Hälfte vermindert. Trotz der geringeren Umlagerung der Stützenlasten erhält man in der Gründungsplatte unter Berücksichtigung der Zeiteinflüsse (γ) kleinere positive Biegemomente als nach β . Diese zusätzliche Abnahme der Biegebeanspruchung ist ausschließlich auf das Kriechen des Betons in der Gründungsplatte zurückzuführen.

Die unter Berücksichtigung der Zeiteinflüsse (γ) berechneten Durchbiegungen der Gründungsplatte liegen mit Ausnahme von Beispiel 1 zwischen den nach α und β berechneten Werten. Die Sohlpressungen weisen nur geringfügige Abweichungen auf.

4.2 Folgerungen für die Bemessung

Nach den durchgeführten Berechnungen wäre zu erwarten, daß die Steifigkeit eines Stahlbetonskelettrahmens mit üblichen Abmessungen einen großen Einfluß auf die Biegebeanspruchung der Gründungsplatte hat, wobei im Hochhausrahmen zum Teil beträchtliche Setzungsspannungen auftreten müßten. Dies gilt auch dann, wenn die betrachteten Zeiteinflüsse berücksichtigt werden. Die häufig vertretene Ansicht, daß Stahlbetonskelettrahmen statisch relativ weiche Systeme darstellen, deren Steifigkeit wegen der Auswirkungen des Bauvorganges und des Betonkriechens nur einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Beanspruchung der Gründungsplatte ausübt, trifft nach diesen Berechnungen zumindest für Bauwerke auf Ton nicht zu. In Übereinstimmung mit der von Meyerhoff [42; Gl. (14)] angegebenen Näherungsbeziehung wird die Größe dieses Einflusses im wesentlichen durch die Biegesteifigkeit der Hochhausstützen bestimmt.

Gemessen an den Ergebnissen dieser genaueren Untersuchung würde bei der üblichen Bemessung die Biegebeanspruchung der Gründungsplatte überschätzt, während im Hochhausrahmen zum Teil bedeutend größere Biegemomente auftreten müßten als bei der Bemessung berücksichtigt werden. Infolge der Abschirmung durch den Hochhausrahmen (Umlagerung der Stützenlasten) und der Auswirkungen des Betonkriechens (γ), ist für das Beispiel 2 die unter den Hochhausstützen berechnete Biegebeanspruchung der Gründungsplatte um etwa 40% kleiner als die der Bemessung zugrunde gelegte (α). Im Hochhausrahmen dagegen sind selbst bei Berücksichtigung des Bauvorganges und des Betonkriechens (γ) die für dieses Beispiel an den Außenstützen ermittelten Stützmomente der Hochhausriegel annähernd doppelt so groß wie die bei der Bemessung üblicherweise berücksichtigten (α).

4.2.1 Die Beanspruchung des Hochhausrahmens

Trotz der Größe der im Hochhausrahmen berechneten Setzungsspannungen können nach den bisherigen Erfahrungen Stahlbetonrahmen, auch wenn bei ihrer Bemessung Setzungsspannungen völlig vernachlässigt werden, noch wesentlich größere Setzungsunterschiede als die in den Berechnungsbeispielen ermittelten ertragen, ohne daß sichtbare Schäden auftreten. Die Ursache hierfür kann nur in den von der Berechnungsannahme abweichenden Formänderungseigenschaften der Stahlbetonbauteile gesehen werden: Während für die Berechnung vorausgesetzt wurde, daß die Biegesteifigkeit der einzelnen Stahlbetonquerschnitte von der Größe der Beanspruchung unabhängig ist, fällt in Wirklichkeit deren Biegesteifigkeit bei einem Anwachsen der Biegemomente stark ab. Durch diesen Abfall werden Zwängspannungen, die in einem statisch unbestimmten Tragwerk durch aufgezwungene Verformungen - beispielsweise durch unterschiedliche Setzungen - entstehen, weitgehend abgemindert.

Es wäre daher verfehlt zu fordern, daß die mit einer konstanten Biegesteifigkeit errechneten Zwängspannungen des Hochhausrahmens in jedem Fall durch eine zusätzliche Bewehrung abzudecken seien. Eine solche Bewehrung müßte nach den von Rüschi [43] angestellten Überlegungen geradezu mit als Ursache für die Entstehung der durch die Setzungsunterschiede ausgelösten Schnittkräfte angesehen werden.

Eine wirklichkeitsnahe Bemessung für die durch einen Zwang ausgelösten Schnittkräfte ist nur möglich, wenn die Biegesteifigkeit des Tragwerks als Funktion des Bewehrungsgrades und der Größe der Beanspruchung aufgefaßt wird. Für einen Hochhausrahmen ist jedoch eine solche Berechnung wegen dessen hoher statischer Unbestimmtheit kaum noch durchführbar und, wie die Erfahrungen zeigen, im allgemeinen auch nicht erforderlich.

Durch einen bei der Bemessung nicht berücksichtigten Zwang wird die Standsicherheit des Bauwerks nicht ernsthaft gefährdet. Jede Überbeanspruchung vergrößert die Weichheit der Konstruktion und führt damit gleichzeitig zu einem weitgehenden Abbau der Zwangsschnittkräfte. Im Falle einer Zwangsbeanspruchung muß daher die eigentliche Gefahr nicht in einer rechnerischen Überschreitung der Querschnittsfestigkeit, sondern vielmehr in dem Auftreten unzulässig breiter Risse gesehen werden [43].

Die an einer großen Anzahl von Bauwerken festgestellten Setzungsschäden zeigen eindeutig, daß Schäden in der Mauerwerksauskleidung von Skelettbauten bereits bei Setzungsunterschieden eintreten, die für den Skelettrahmen selbst noch völlig unschädlich sind [44], [45], [46], [47]. Schäden an den Rahmengliedern können erst nach etwa doppelt so großen Setzungsunterschieden festgestellt werden, wobei aber bereits eine schwerwiegende Schädigung der Auskleidung eingetreten ist.

Diese Betrachtung zeigt, daß in Übereinstimmung mit der bisherigen Bemessungspraxis auf eine Berücksichtigung von Setzungsspannungen in Stahlbetonskelettrahmen mit üblichen Querschnittsabmessungen weitgehend verzichtet werden kann, da die zur Vermeidung von Setzungsschäden an der Mauerwerksauskleidung einzuhaltenen statistischen Schadenskriterien [44], [45], [48], [49] eine ausreichende Sicherheit gegen eine Schädigung des Skelettrahmens gewährleisten. In extrem steifen und damit setzungsempfindlichen Bauwerken, beispielsweise in Silobauten oder in Bauwerken mit hohen Wandscheiben, müssen die durch Setzungsunterschiede hervorgerufenen Beanspruchungen jedoch in jedem Fall berücksichtigt werden.

4.2.2 Die Beanspruchung der Gründungsplatte

Werden entsprechend der bisherigen Betrachtung die Setzungsspannungen bei der Bemessung des Hochhausrahmens vernachlässigt, so darf die Abschirmung durch den Hochhausrahmen bei der Bemessung der Gründungsplatte nicht angesetzt werden. Trotzdem wird nach der üblichen Bemessungspraxis die Beanspruchung der Gründungsplatte immer noch überschätzt: Infolge des Kriechens des Betons und der angeführten Steifigkeitsabnahme verhalten sich Gründungsplatten weicher als dies bei Einführung einer für Kurzzeitverformungen gültigen, konstanten Biegesteifigkeit [50] vorausgesetzt wird.

Welche Bedeutung dem Kriechen des Betons bei der Berechnung von Gründungsplatten beigemessen werden muß, soll anhand des bereits in Abschnitt 3.5 behan-

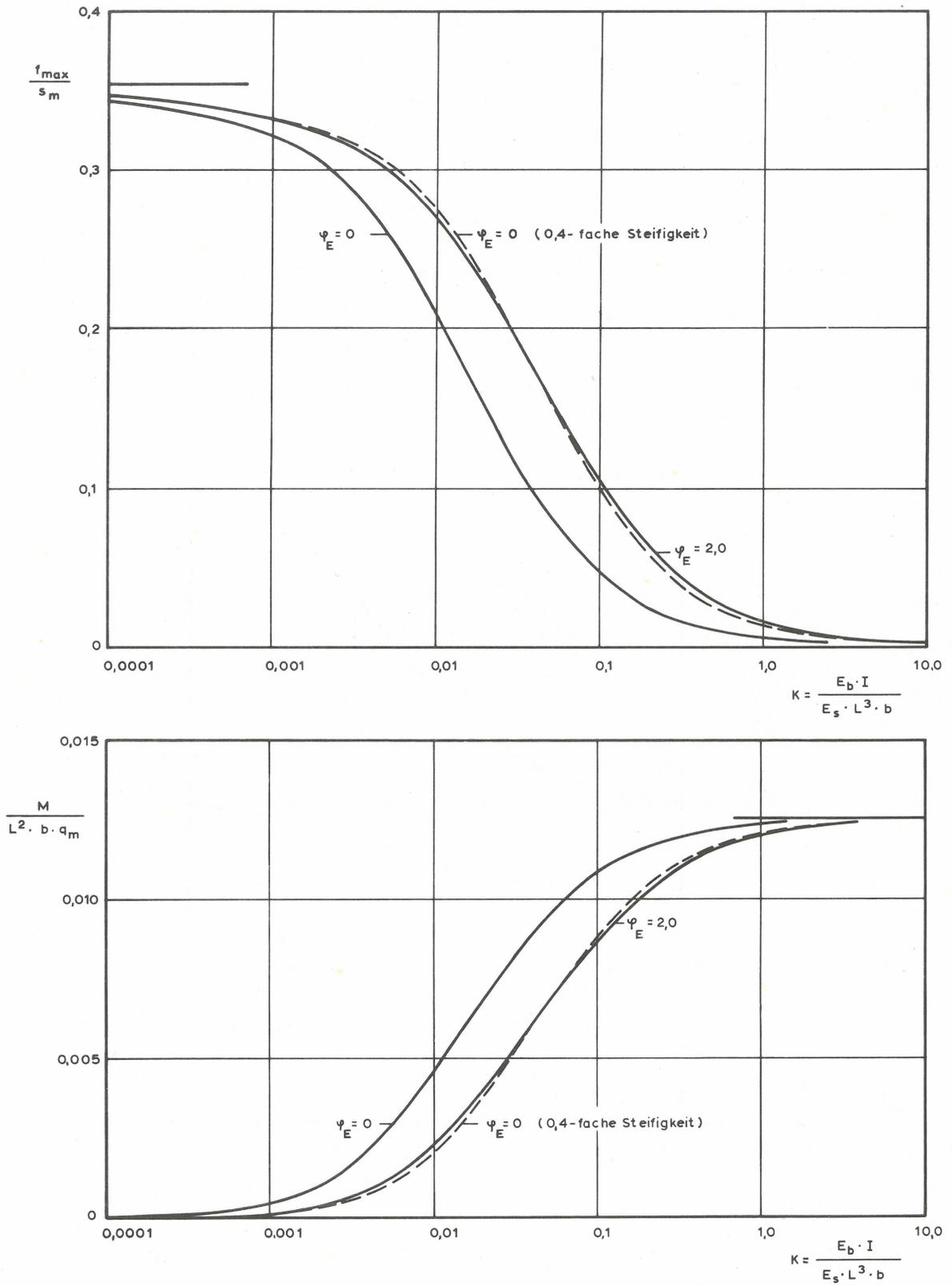


Bild 21 Gleichförmig belasteter Gründungsbalken nach Bild 7. Biegemoment in Balkenmitte und größte Durchbiegung im Endzustand ($t = \infty$)

delten, gleichförmig belasteten Gründungsbalkens aufgezeigt werden. Wie aus dem in Bild 9 und 10 angegebenen zeitlichen Verlauf der Biegemomente zu ersehen ist, treten wegen des für dieses Beispiel angenommenen Zeit-Setzungs-Verlaufs auch bei Berücksichtigung des Kriechens die größten Biegemomente erst im Endzustand auf. Die folgenden Ausführungen können sich daher auf die für den Endzustand erhaltenen Ergebnisse beschränken.

Das in Balkenmitte errechnete Biegemoment und die größte Durchbiegung des Gründungsbalkens sind in Bild 21 als Funktion der nach Gl. (61) definierten Systemsteifigkeit aufgetragen. In Bild 22 sind die unter Berücksichtigung des Kriechens erhaltenen Ergebnisse auf die des elastischen Balkens bezogen.

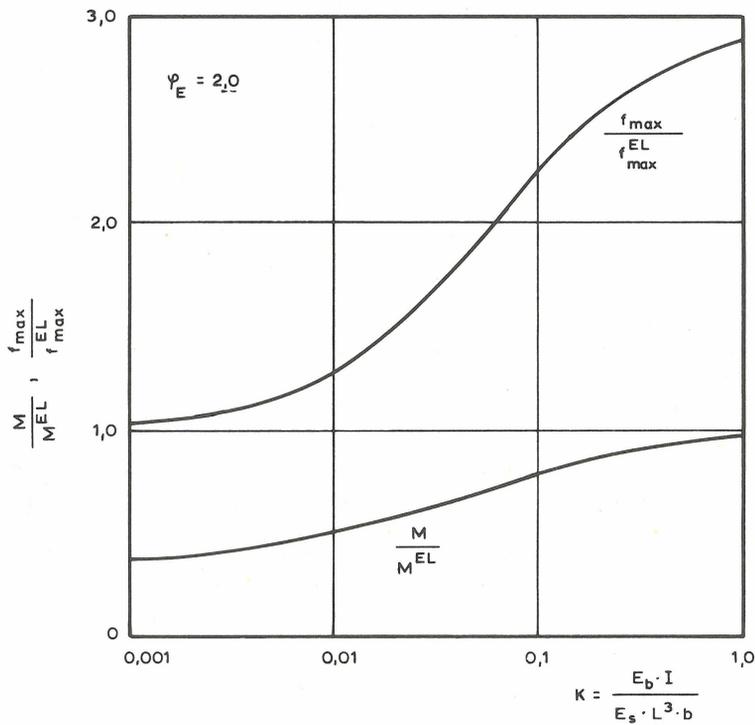


Bild 22 Gleichförmig belasteter Gründungsbalken nach Bild 7
Biegemoment in Balkenmitte und größte Durchbiegung im Endzustand ($t = \infty$)

Aus Bild 21 ist zu ersehen, daß für das betrachtete Beispiel die Auswirkung des Betonkriechens annähernd einer Abnahme der Balkensteifigkeit um 60% gleichgesetzt werden kann. Die durch das Kriechen des Betons bewirkte Abnahme der Biegemomente hängt also wesentlich von der Größe der Systemsteifigkeit ab. Dies wird besonders durch die in Bild 22 durchgeführte Auftragung deutlich: In steifen Bauwerken werden durch das Kriechen des Betons die Biegemomente nur gering-

fällig vermindert, während die in diesem Fall allerdings nur kleine Durchbiegung prozentual stark anwächst. Im Gegensatz hierzu werden in weichen Bauwerken die Biegemomente stark abgebaut, während die Durchbiegung nur unwesentlich zunimmt.

Die angegebenen Zahlenwerte gelten nur für das nach Gl. (64) berücksichtigte Zeit-Setzungs-Verhältnis und für eine Lastaufbringung unmittelbar nach dem Erhärten des Betons. Treten die Setzungen mit einer größeren zeitlichen Verzögerung ein, oder werden die Lasten während einer längeren Bauzeit allmählich aufgebracht, so sind die Auswirkungen des Kriechens geringer als in dem betrachteten Beispiel. Bei einem schnelleren Eintreten der Setzungen, beispielsweise in Sandböden, hat das Kriechen einen noch stärkeren Einfluß auf den Endzustand. In diesem Falle sind aber für das Ende der Bauzeit insgesamt ungünstigere Werte zu erwarten.

Offensichtlich wurde bisher dem Kriechen des Betons bei der Bemessung von Gründungsplatten eine zu geringe Bedeutung beigemessen. Es ist einerseits unwirtschaftlich, Gründungsplatten auf Biegemomente zu bemessen, die mit einer für Kurzzeitverformungen gültigen Biegesteifigkeit ermittelt werden und daher in Wirklichkeit in dieser Größe nicht auftreten können. Die so gewählte Bewehrung kann das Eintreten der Kriechverformungen nicht verhindern. Andererseits werden auf diese Weise auftretende negative Feldmomente der Gründungsplatte und die zu erwartenden Setzungsunterschiede unterschätzt.

Andere Gesichtspunkte gelten für die Berücksichtigung der mit zunehmender Biebeanspruchung abfallenden Biegesteifigkeit. Während im Hochhausrahmen nicht vorhergesehene Setzungsunterschiede im wesentlichen nur Verformungen erzeugen, die Standsicherheit des Bauwerks jedoch nicht entscheidend beeinflussen, tritt unter der Gründungsplatte bei einem Anwachsen der Setzungsunterschiede gleichzeitig eine Umlagerung der Sohlpressungen ein, was für die Gründungsplatte als Änderung der äußeren Belastung anzusehen ist. Eine eindeutige Aufteilung der Beanspruchung von Gründungsplatten in Last- und Zwängspannungen ist daher nicht möglich. Dabei muß für sehr weiche Gründungsplatten neben unzulässig breiten Rissen auch eine örtliche Überbeanspruchung des Untergrundes unter den hoch belasteten Teilen der Gründungsplatte befürchtet werden, wodurch in Extremfällen auch die Standsicherheit des Bauwerks in Frage gestellt werden kann. Wesentlich entscheidender aber ist, daß bereits vor dem Eintreten eines örtlichen Grundbruchs eine allzu starke Konzentration der Sohlpressungen wegen des in Wirklichkeit nicht

linearen Verformungsverhaltens des Untergrundes zu großen Setzungen führen kann.

Da diese Zusammenhänge wegen der unzureichenden Kenntnisse und Erfahrungen noch nicht wirklichkeitsgetreu erfaßt werden können, sind einer vollen Ausnutzung der mit zunehmender Weichheit der Gründungsplatte eintretenden Sohlruckumlagerungen bislang Grenzen gesetzt. Diese Betrachtung zeigt jedoch, daß auch in Gründungsplatten die entscheidende Gefahr nicht so sehr in einer örtlichen Überbeanspruchung der Platte, sondern vielmehr in dem Eintreten unzulässig großer Setzungsunterschiede gesehen werden muß. Gegen eine Berücksichtigung der mit zunehmender Biegebeanspruchung abnehmenden Biegesteifigkeit können jedoch keine Bedenken geltend gemacht werden, sofern eine ausreichend gleichmäßige Verteilung der Sohlpressungen hierdurch nicht in Frage gestellt ist.

4.2.3 Hinweise für die Bemessung

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß eine Berücksichtigung der Setzungsspannungen bei der Bemessung von Stahlbetonskelettrahmen wirtschaftlich nur dann vertretbar ist, wenn außer den Zeiteinflüssen auch die mit zunehmender Biegebeanspruchung abfallende Biegesteifigkeit der Stahlbetonquerschnitte erfaßt wird.

Eine wirklichkeitsnahe Erfassung dieser Einflüsse bei der Bemessung des Hochhausrahmens ist aber gegenwärtig nicht durchführbar, da die hierzu geeigneten Berechnungsverfahren einen zu großen Rechenaufwand erfordern. Bereits das für die vorliegenden Untersuchungen aufgestellte Berechnungsverfahren ist für die Bemessungspraxis als zu aufwendig anzusehen. Dies gilt aber umso mehr, wenn durch die Einführung einer lastabhängigen Biegesteifigkeit das Superpositionsprinzip nicht mehr anwendbar ist.

Unter diesen Umständen kann es nur als sinnvoll angesehen werden - in Übereinstimmung mit der bisherigen Bemessungspraxis - auf eine Berücksichtigung von Setzungsspannungen bei der Bemessung des Hochhausrahmens völlig zu verzichten und durch die Einhaltung der statistisch ermittelten Schadenskriterien die Rissicherheit des Bauwerks zu gewährleisten. Es sollte jedoch klar erkannt werden, daß die Aufnehmbarkeit der hiernach zulässigen Setzungsunterschiede mit den üblichen Methoden rechnerisch nicht mehr nachgewiesen werden kann.

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen ferner, daß bei der Bemessung von Gründungsplatten nach einem Steifezahlverfahren die Steifigkeit der Gründungsplatte bisher unrealistisch hoch angesetzt wurde. Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit ist es unbedingt erforderlich, dem Kriechen des Betons und, sofern eine ausreichend gleichmäßige Verteilung der Sohlpressungen hierdurch nicht in Frage gestellt ist, auch der mit zunehmender Biegebeanspruchung abfallenden Biegesteifigkeit der Stahlbetonquerschnitte zumindest näherungsweise Rechnung zu tragen, zumal eine Vernachlässigung dieser Einflüsse zu einer Unterschätzung der zu erwartenden Setzungsunterschiede und der negativen Feldmomente in der Gründungsplatte führt.

Da sich zum gegenwärtigen Zeitpunkt diese Einflüsse auch mit sehr aufwendigen Rechenverfahren nur mit einer relativ beschränkten Genauigkeit erfassen lassen, kann für die Bemessungspraxis hierbei nur von extrem einfachen Näherungsansätzen ausgegangen werden. Für praktische Berechnungen sollte es daher als angemessen angesehen werden, die bisher gebräuchlichen Steifezahlverfahren beizubehalten und die angeführten Einflüsse näherungsweise durch eine rechnerische Abminderung der Biegesteifigkeit zu berücksichtigen.

Aufgrund der unter Berücksichtigung des Betonkriechens erhaltenen Ergebnisse erscheint es vertretbar, für Gründungsplatten auf Ton nur die Hälfte der für Kurzzeitverformungen gültigen Biegesteifigkeit anzusetzen. Selbst bei diesem Ansatz dürften die Gründungsplatten wegen ihrer in Wirklichkeit lastabhängigen Biegesteifigkeit noch beträchtliche Sicherheitsreserven gegen eine Überbeanspruchung aufweisen. Ob ein ähnlicher Ansatz auch für Gründungsplatten auf Sand anwendbar ist, müßte durch eine genauere Untersuchung der auf diesem Untergrund während der Bauzeit eintretenden Kriechumlagerungen geklärt werden.

Zur Beurteilung der für den Hochhausrahmen zulässigen Setzungsunterschiede ist zu beachten, daß eine verlässliche Abschätzung der zu erwartenden Setzungsunterschiede nur bei Anwendung eines Steifezahlverfahrens möglich ist. Zwar kann auch mit einer willkürlich angenommenen Sohldruckverteilung oder mit dem Bettungs-zahlverfahren eine für die Lastabtragung ausreichende Bewehrung erhalten werden, die Setzungen des Untergrundes werden dabei jedoch überhaupt nicht, beziehungsweise nur sehr unzutreffend erfaßt, so daß auf diese Weise keine Angaben über die zu erwartenden Setzungsunterschiede gewonnen werden können.

4.3 Überprüfung durch Setzungsmessungen an ausgeführten Bauwerken

Die im vorhergehenden Abschnitt angestellten Betrachtungen beruhen auf einer theoretischen Untersuchung. Es ist daher wünschenswert, die auf diesem Wege gewonnenen Aussagen an ausgeführten Bauwerken zu überprüfen. Aus den bereits in der Einleitung geschilderten Gründen kann diese Überprüfung nur mit den am Bauwerk gemessenen Setzungsunterschieden durchgeführt werden. Da jedoch bei den an ausgeführten Bauwerken auftretenden Abmessungen die Setzungsunterschiede in einem wesentlich geringeren Maße von der Steifigkeit des Bauwerks beeinflußt werden als seine Beanspruchung, dürfen von einer solchen Untersuchung im wesentlichen nur qualitative Aussagen erwartet werden.

In den bereits besprochenen Berechnungsbeispielen beträgt der Unterschied zwischen der unter Berücksichtigung des Hochhausrahmens (γ) berechneten größten Durchbiegung der Gründungsplatte und der unter Vernachlässigung des Hochhausrahmens (α) berechneten nur etwa 10% der mittleren Setzung. Die bisher in der Literatur behandelten ausgeführten Bauwerke [2] , [3] sind ausschließlich auf sandigem Untergrund errichtet. Ihre mittlere Setzung beträgt zwischen 1,5 cm und 2,5 cm, wobei ein großer Anteil der Setzungen bereits vor der ersten Setzungsmessung eingetreten war und durch Extrapolation bestimmt werden mußte. Selbst bei Annahme einer von der Beanspruchung unabhängigen Biegesteifigkeit kann in diesen Bauwerken durch einen Hochhausrahmen mit üblichen Abmessungen die Durchbiegung der Gründungsplatte nur um wenige Millimeter vermindert werden. Wegen der bei Ausführung von Setzungsmessungen unvermeidbaren Meßfehler und der Unsicherheiten, die bei einer Extrapolation der vor der ersten Setzungsmessung eingetretenen Durchbiegung nicht ausgeschlossen werden können, lassen sich aus diesen Messungen keine allzu weitreichenden Folgerungen herleiten. Es ist daher anzustreben, derartige Untersuchungen an Bauwerken mit größeren Setzungen durchzuführen, wobei der Anteil der nicht gemessenen Setzungen möglichst klein gehalten werden sollte. Aus diesem Grunde werden für die vorgesehene Überprüfung zwei auf Frankfurter Ton errichtete Bauwerke ausgewählt, deren mittlere Endsetzung 9,6 cm bzw. 6,7 cm beträgt. Die Abmessungen und die Untergrundprofile dieser Bauwerke sind in Bild 23 bis 26 angegeben.

4.3.1 Ermittlung der Eingangswerte

Biegesteifigkeit und Belastung

Die Biegesteifigkeit und die Belastung der einzelnen Bauwerksteile werden anhand der entsprechenden statischen Berechnungen ermittelt. Die Berechnung der Biege-

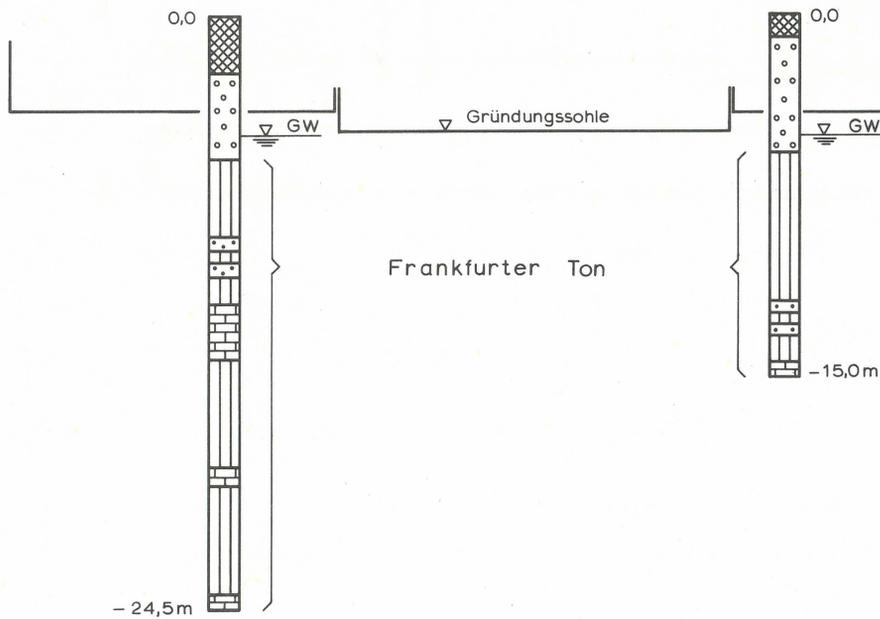
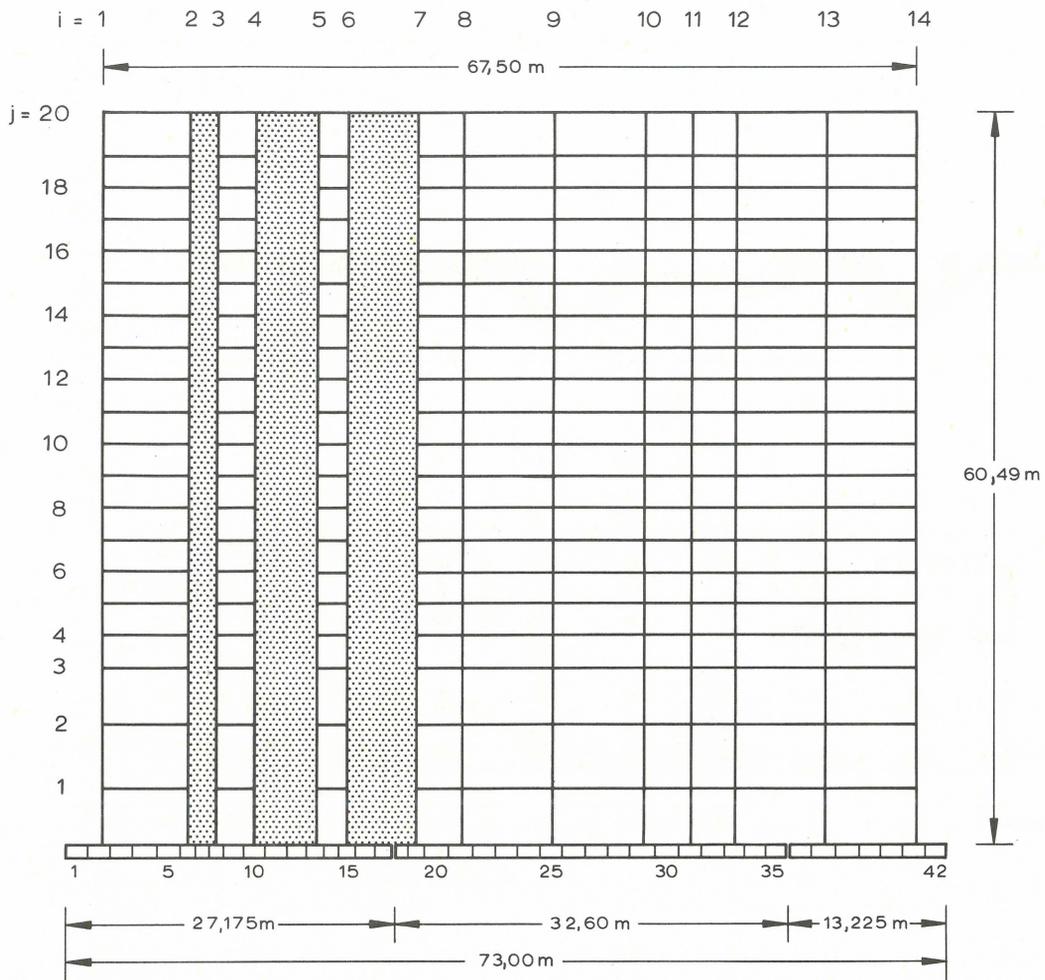


Bild 23 Hotel Frankfurt Intercontinental
Statisches System und Untergrundverhältnisse

Schnitt A - B

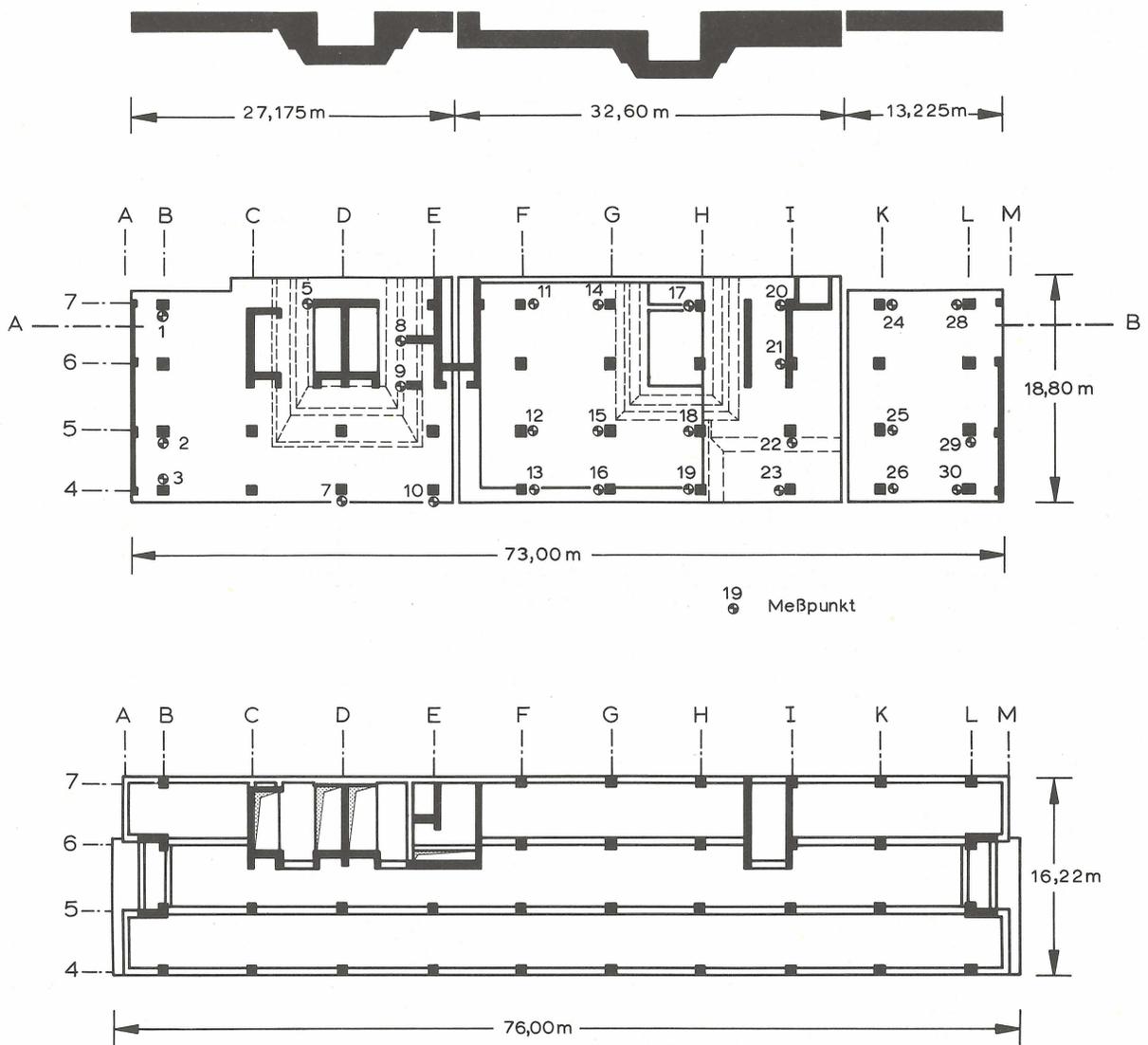


Bild 24 Hotel Frankfurt Intercontinental
Gründungsplatte mit Setzungsmeßpunkten, Grundriß des Normalgeschosses

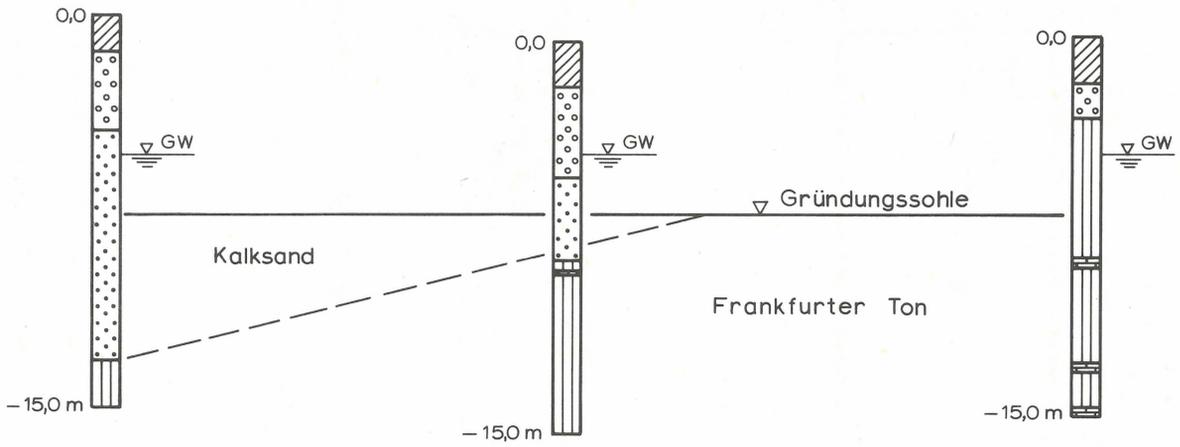
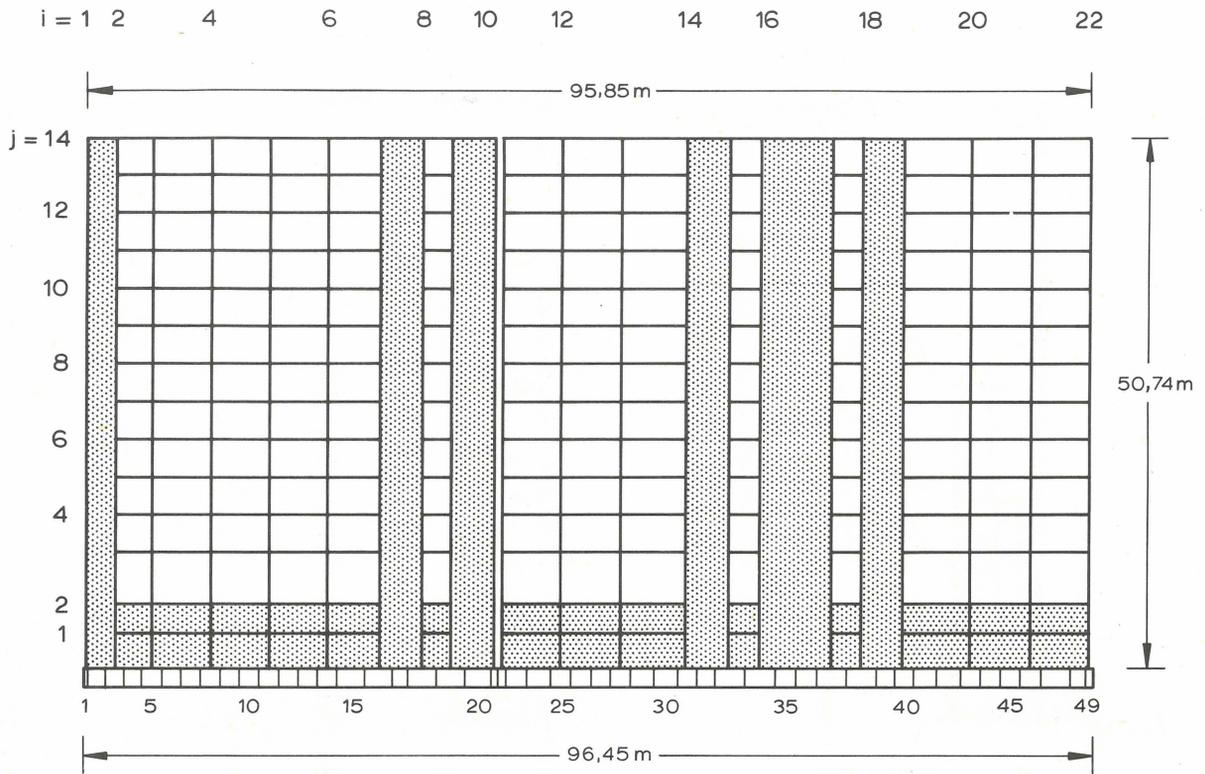


Bild 25 Juridicum der Universität Frankfurt/Main
Statisches System und Untergrundverhältnisse

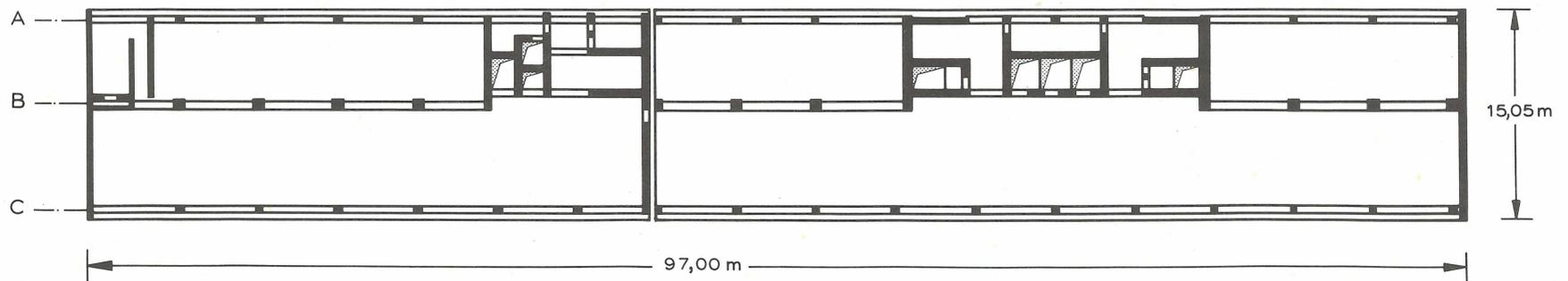
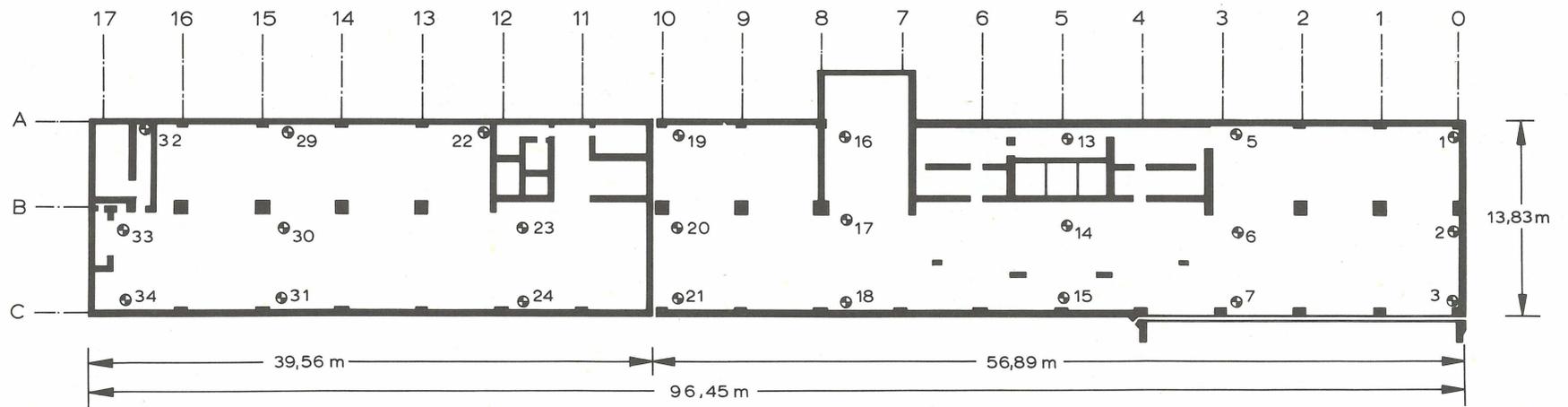


Bild 26 Juridicum der Universität Frankfurt/Main
 Gründungsplatte mit Setzungsmeßpunkten, Grundriß des Normalgeschosses

steifigkeit beruht auf den zu Beginn des Abschnitts 4 getroffenen Annahmen, wobei die Unterzüge nach den deutschen Stahlbetonbestimmungen als Plattenbalken betrachtet werden. Weiterhin wird angenommen, daß alle auf die einzelnen Bauteile entfallenden Eigengewichtslasten gleichzeitig mit der Herstellung dieser Bauteile aufgebracht sind; Verkehrslasten werden vernachlässigt. Die Bauzeiten der einzelnen Geschosse sind den auf der Baustelle geführten Bautagebüchern entnommen.

Behandlung der Windscheiben und Bauwerksfugen

Wegen ihrer großen Breite können die Windscheiben nicht mehr durch einen einzelnen Ersatzstab dargestellt werden. Zur Vermeidung des mit einer genaueren Betrachtung verbundenen Aufwands werden die Windscheiben durch das im Bild 27 dargestellte Ersatzsystem erfaßt.

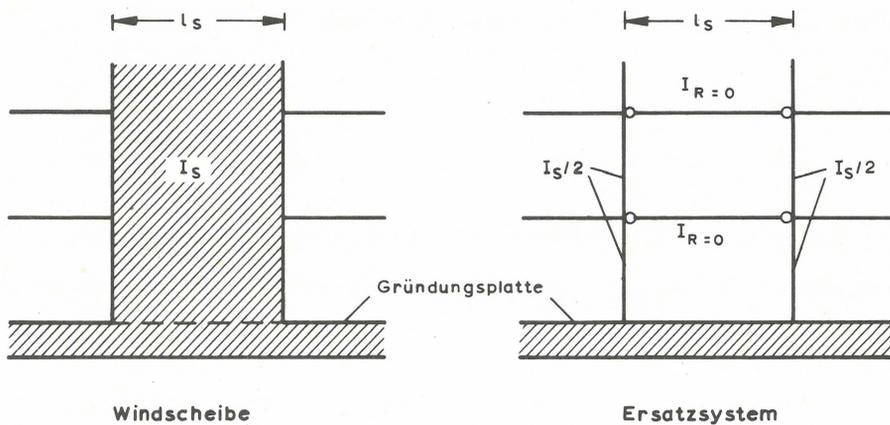


Bild 27 Erfassung der Windscheiben

Da die Biegesteifigkeit der Windscheiben um ein Vielfaches größer ist als die der Geschoßriegel, werden hierbei die Einspannverhältnisse der angrenzenden Riegel nur unwesentlich geändert, während die Biegesteifigkeit der Windscheiben zutreffend erfaßt wird.

Die Berücksichtigung von Fugen in der Fundamentplatte bereitet keine Schwierigkeiten. Hierzu muß lediglich die Biegesteifigkeit der Platte zwischen den beiden an-

grenzenden Elementen gleich Null gesetzt werden. Zur Berücksichtigung von Fugen im Hochhausrahmen müssen die in den Stützenfüßen des Hochhausrahmens angreifenden Festhaltekräfte für die einzelnen Teilrahmen getrennt ermittelt werden. Das gleiche gilt für die Ermittlung der Schnittkräfte des Hochhausrahmens.

Ermittlung des Zeit-Setzungs-Verhältnisses und der Steifezahl

Das Zeit-Setzungs-Verhältnis $\mu(t)$ und die Steifezahl E_s werden unmittelbar aus den durchgeführten Setzungsmessungen bestimmt.

Hierzu wird das nur für eine Laststufe gültige Zeit-Setzungs-Verhältnis durch eine empirische Zeitfunktion mit zunächst noch freien Parametern dargestellt. Aus einer Vielzahl untersuchter Funktionstypen wurde

$$\mu(t) = \frac{a + t}{b + t} \quad (65)$$

als die zur Erfassung des gemessenen Zeit-Setzungs-Verhaltens geeignetste Funktion ausgewählt. Für die betrachtete Laststufe wird hierbei durch

$$\frac{a}{b} = \frac{s_m(0)}{s_m(\infty)} \quad (66)$$

der Anteil der Sofortsetzung und durch die dann noch frei verfügbare Größe eines der beiden Parameter a bzw. b der zeitliche Verlauf der mittleren Setzung festgelegt.

Da am Bauwerk nur die mittlere Setzung infolge aller bis zur betrachteten Messung aufgetragenen Laststufen beobachtet werden kann, müssen die Parameter des Zeit-Setzungs-Verhältnisses in der aus Gl. (65) durch Superposition der einzelnen Laststufen erhaltenen Zeit-Setzungs-Funktion bestimmt werden. Aus Gl. (31), Gl. (37) und Gl. (65) erhält man hierfür

$$s_m(t) = \frac{s_m(\infty)}{q_m(\infty)} \sum_j q_m^j \frac{a + t - t_j}{b + t - t_j} \quad (67).$$

Mit der Forderung, daß die Summe der für die einzelnen Messungen ermittelten Fehlerquadrate ein Minimum sein muß, werden aus dieser Beziehung gleichzeitig mit den Parametern des Zeit-Setzungs-Verhältnisses auch die vor der ersten Mes-

sung eingetretene mittlere Setzung und die mittlere Endsetzung des Bauwerks bestimmt. Die auf diesem Wege erzielte Wiedergabe der gemessenen mittleren Setzungen ist in Bild 28 und 29 angegeben.

In Übereinstimmung mit der in Abschnitt 2 getroffenen Annahme wird in Gl. (67) die Größe des Erdaushubes vernachlässigt. Wegen der bereits vor dem Erreichen der Aushubpressung erhaltenen geringen Abweichung zwischen der berechneten und der gemessenen mittleren Setzung scheint diese Annahme weitgehend gerechtfertigt zu sein. Diese Beobachtung reicht jedoch zu einer allgemeingültigen Beantwortung der Frage, ob in vorbelasteten tertiären Tonen wie dem vorliegenden sowohl vor als auch nach dem Erreichen der Aushubpressung genau die gleiche Wiederbelastungssteifezahl gültig ist, nicht aus, zumal durch die Extrapolation der nicht gemessenen Anfangssetzung und durch die Wahl des Funktionstyps eine gewisse Willkür nicht ausgeschlossen werden kann. Es ist durchaus denkbar, daß ein beträchtlicher Teil der vor dem Erreichen der Aushubpressung eingetretenen Setzungen durch die unvermeidbare Störung der Gründungssohle beim Erdaushub verursacht wird. Trotz dieser Einschränkung ist jedoch deutlich erkennbar, daß durch die Vernachlässigung des Erdaushubes die wirklichen Verhältnisse besser wiedergegeben werden als durch seine bei Setzungsberechnungen übliche Berücksichtigung. Ein ähnliches Verhalten ist bereits früher an Bauwerken auf Sand festgestellt worden [2, Abb. : 15].

Die Steifezahl des Untergrundes wird in zwei Schritten bestimmt: Ein erster Näherungswert E_{s1} wird durch gleichsetzen der unter dem kennzeichnenden Punkt für die gleichförmig belastete Gründungsfläche berechneten Endsetzung mit der nach Gl. (67) ermittelten mittleren Endsetzung gewonnen. Mit diesem Näherungswert wird unter Berücksichtigung der Bauwerkssteifigkeit die mittlere Endsetzung nach α und β berechnet. Die endgültige Steifezahl wird dann zu

$$E_s = E_{s1} \frac{s_{m1}(\infty)}{s_m(\infty)} \quad (68)$$

gewählt, worin $s_{m1}(\infty)$ der Mittelwert der für E_{s1} nach α und β berechneten mittleren Endsetzung und mit $s_m(\infty)$ die aus Gl. (67) erhaltene bezeichnet werden.

Bei der Ermittlung der Steifezahl und in den folgenden Berechnungen wird als Einflußtiefe des Bauwerks die Tiefe gewählt, in der die Spannungserhöhung durch die Bauwerkslasten nur noch 10% der mittleren Sohlpressung beträgt.

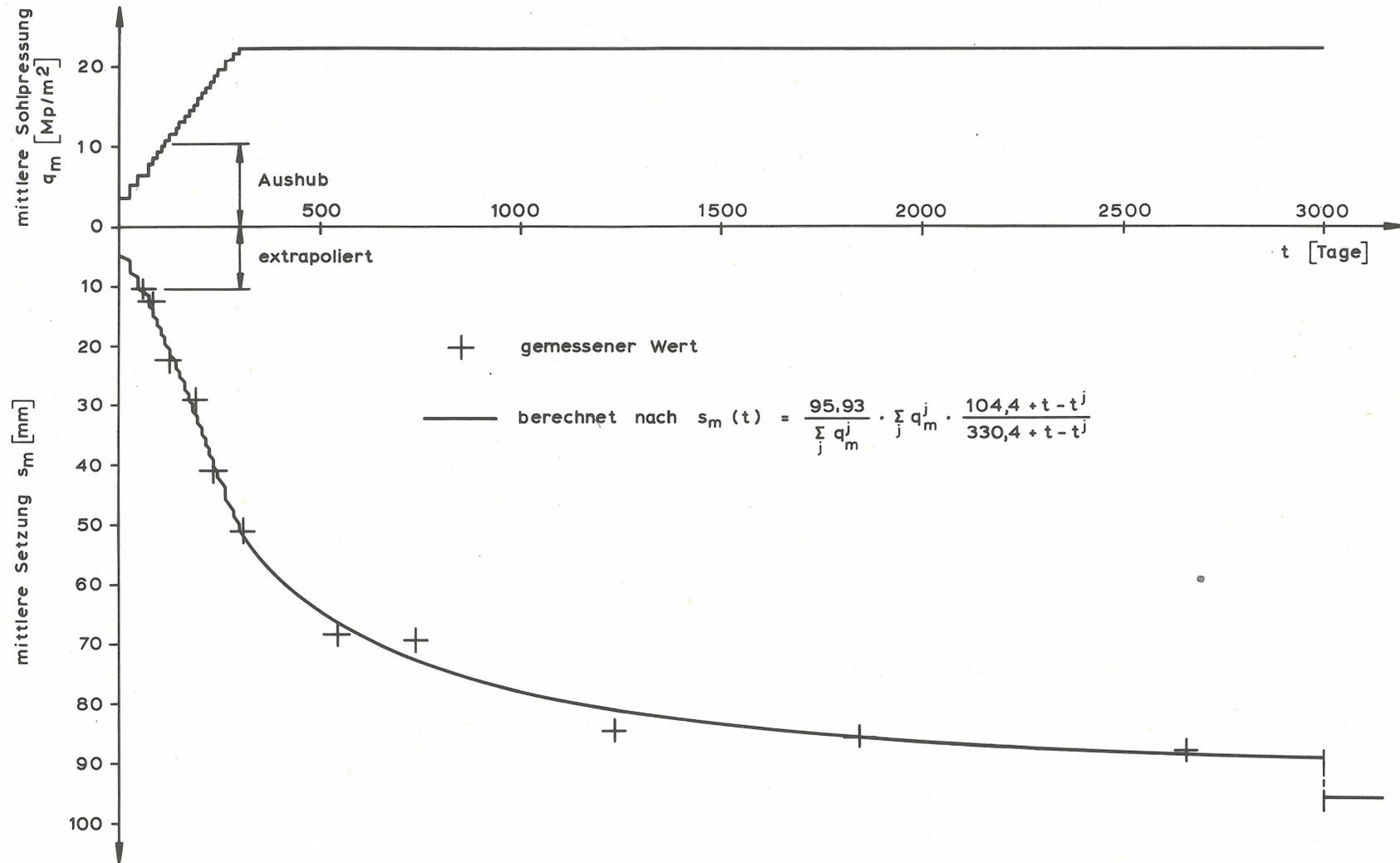


Bild 28 Hotel Frankfurt Intercontinental
Gemessene und berechnete mittlere Setzung

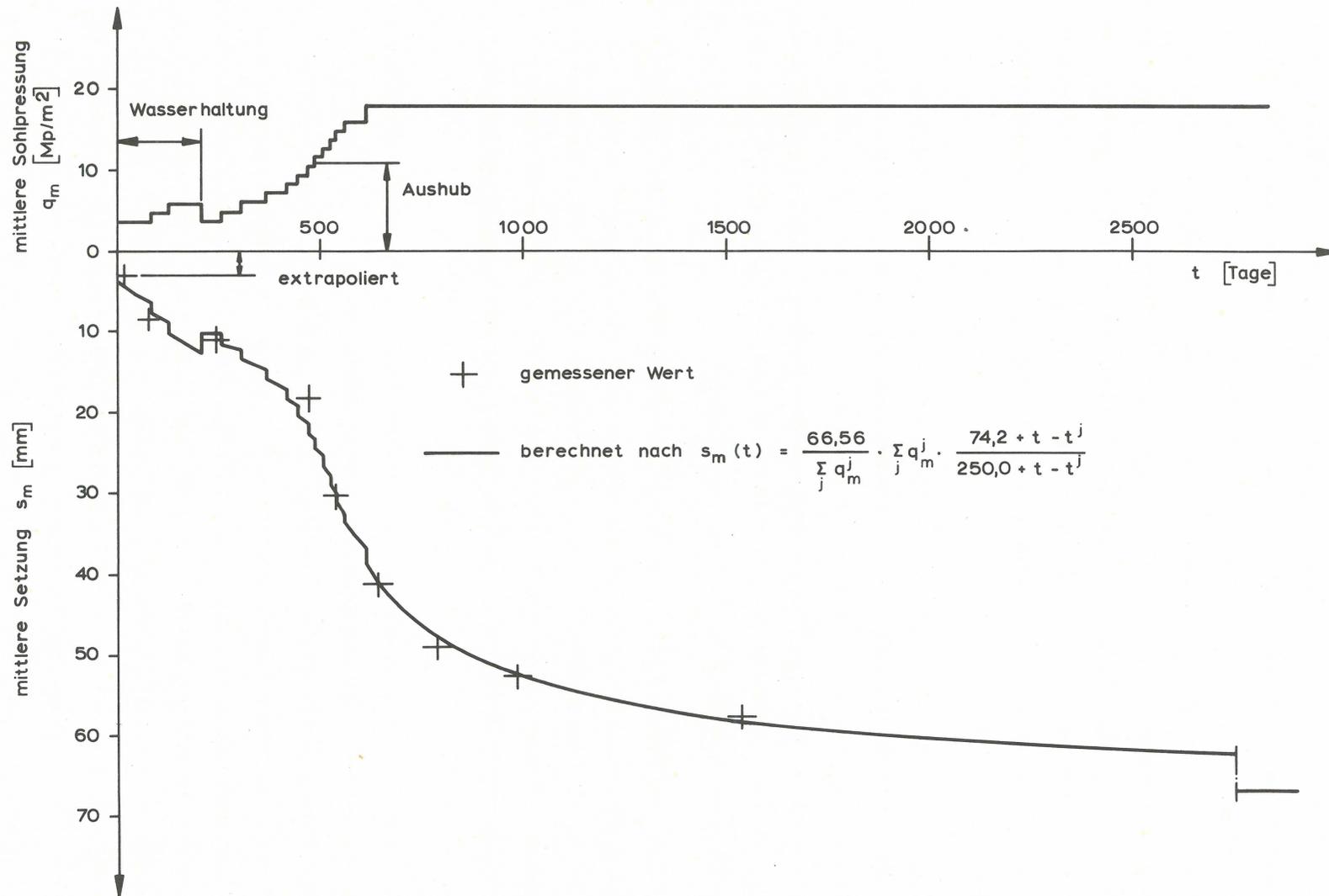


Bild 29 Juridicum der Universität Frankfurt/Main
Gemessene und berechnete mittlere Setzung

4.3.2 Vergleich zwischen berechneter und gemessener Setzungsmulde

Hotel Frankfurt Intercontinental

Da nur der mittlere Teil der Gründungsplatte als durchgehende Grundwasserwanne ausgebildet wurde, ist die Gründungsplatte durch zwei Fugen unterteilt. Die Riegel des Hochhausrahmens verlaufen über die gesamte Bauwerkslänge ohne Fugen. Lediglich in den Geschoßdecken wurde zwischen den Achsen F und G eine 1,2 m breite Schwindfuge offengelassen, die jeweils etwa 4 bis 6 Wochen nach dem Betonieren der entsprechenden Decke geschlossen wurde. Da diese etwa in Gebäudemitte angeordnete und nur kurzfristig vorhandene Deckenfuge die Steifigkeit des Hochhausrahmens nur unwesentlich beeinflusst, wurde sie in den durchgeführten Berechnungen nicht berücksichtigt.

Wegen der Unterkellerung der seitlichen Anbauten sind an den Längsseiten der Gründungsplatte keine Kelleraußenwände, sondern nur stellenweise leichte Trennwände aus Mauerwerk ausgeführt worden. Da die Dachdecke durch mehrere Fugen unterteilt ist, wird die Steifigkeit des Restaurantgeschosses ($j = 21$) ebenso wie die Steifigkeit des zwischen den Achsen B und H zur Aufnahme von Installationseinrichtungen angeordneten Penthouse ($j = 22$) vernachlässigt.

Die für die einzelnen Meßzeitpunkte berechneten Setzungsmulden sind in Bild 30 und 31 den gemessenen gegenübergestellt. Eine entsprechende Gegenüberstellung für die größte Durchbiegung der Gründungssohle enthält Bild 32. Um eine eindeutige Vergleichsmöglichkeit zu gewährleisten, wurde hierbei die Durchbiegung von der durch die Setzungen der äußeren Meßquerschnitte B und L festgelegten Sehne aus gemessen.

Der Vergleich sowohl der Setzungsmulden als auch der Durchbiegungen zeigt deutlich, daß die gemessenen Setzungsunterschiede größer sind als die unter Berücksichtigung des Hochhausrahmens berechneten (β, γ). Die durch die Zeiteinflüsse (γ) bewirkte Verringerung der Bauwerkssteifigkeit reicht nicht aus, um die Größe der gemessenen Setzungsunterschiede zu erklären. Offensichtlich kann das weichere Verhalten des Hochhausrahmens nur durch die in Abschnitt 4.2 besprochene Abnahme der Biegesteifigkeit gedeutet werden, was durch die Größe der im Hochhausrahmen berechneten Biegemomente ebenfalls bestätigt wird. Auch unter Berücksichtigung der Zeiteinflüsse (γ) werden durch die Setzungsunterschiede die Stützmomente in den Außenfeldern der Hochhausriegel mehr als verdoppelt. Es muß angenommen werden, daß eine derartige Erhöhung der Biegebeanspruchung die vorhandene Quer-

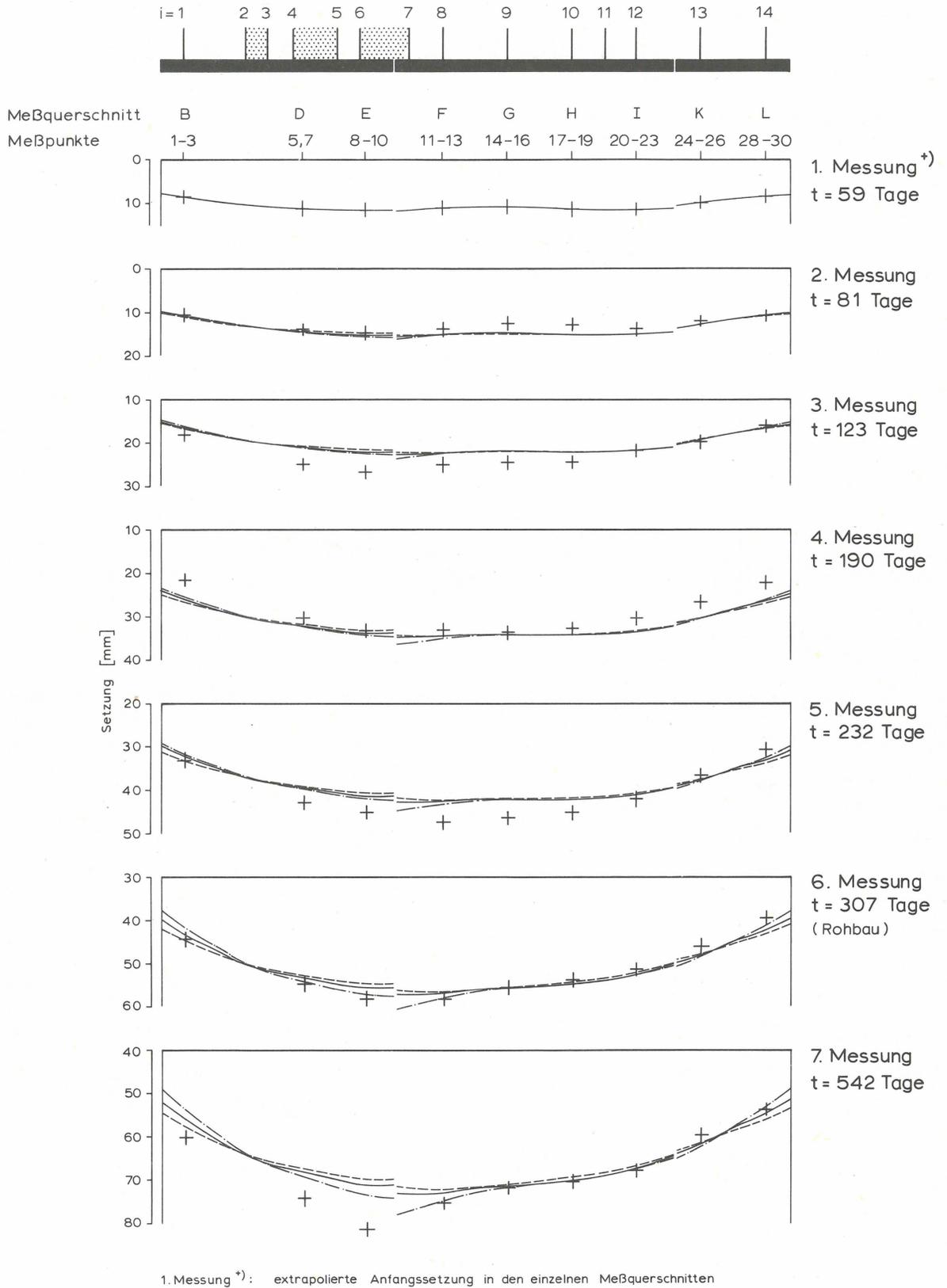


Bild 30

Hotel Frankfurt Intercontinental

Gemessene und berechnete Setzungsmulde
 gemessener Wert +
 berechnet nach α - · - ·, β - - - -, γ - - -

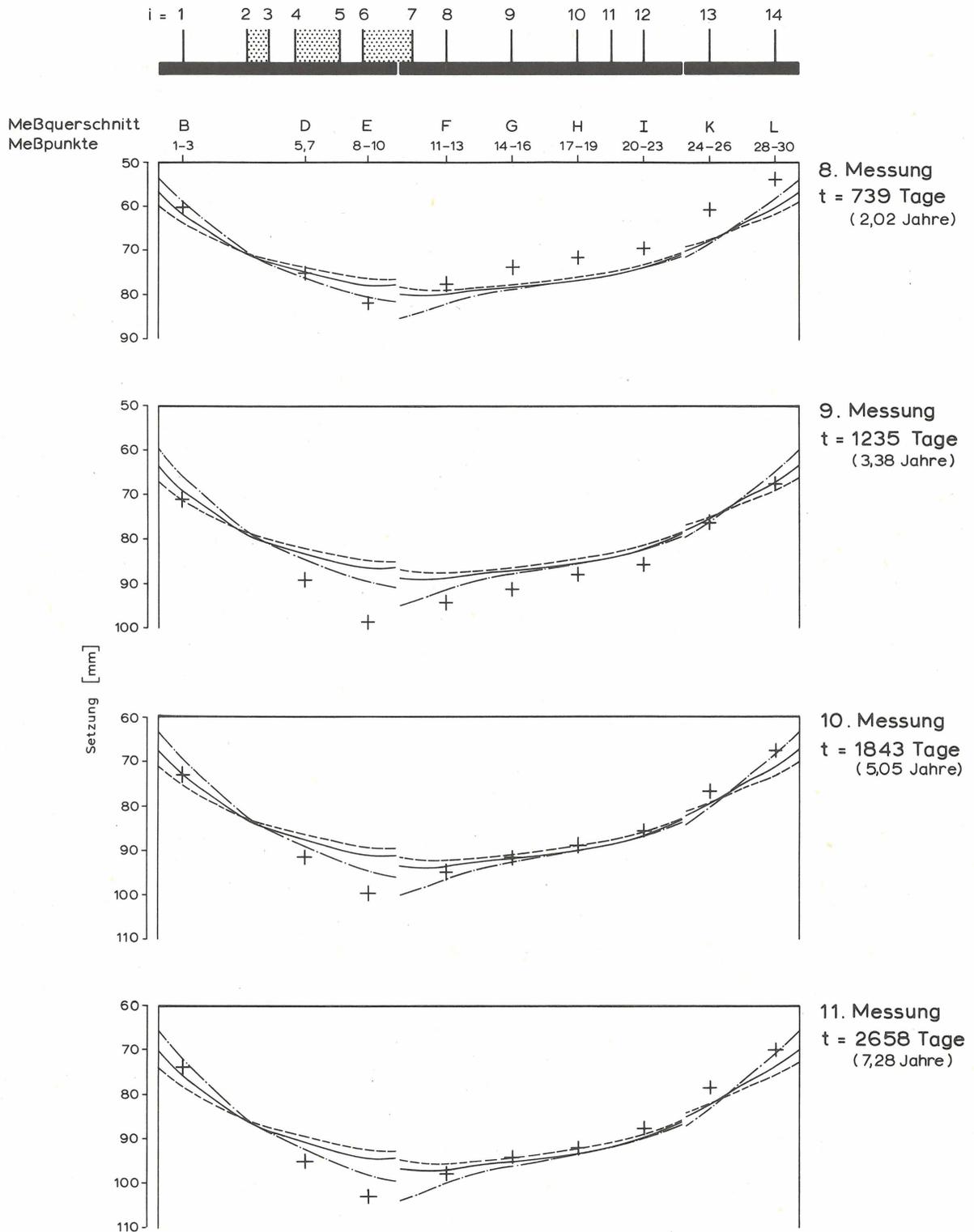


Bild 31 Hotel Frankfurt Intercontinental

Gemessene und berechnete Setzungsmulde
 gemessener Wert +
 berechnet nach α - · - ·, β - - - , γ ———

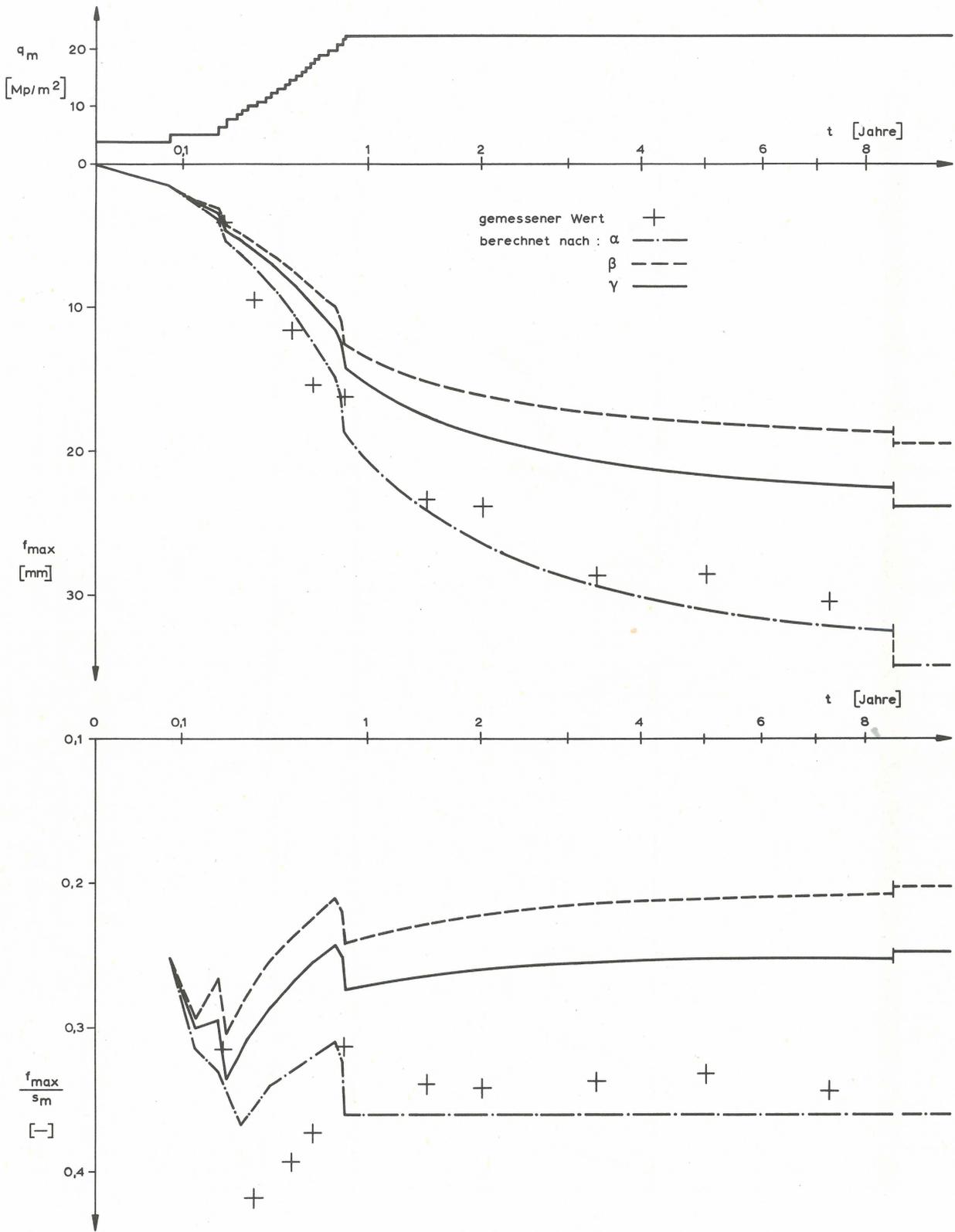


Bild 32 Hotel Frankfurt Intercontinental

Größte Durchbiegung der Gründung f_{\max} und auf die mittlere
Setzung bezogene größte Durchbiegung f_{\max}/s_m

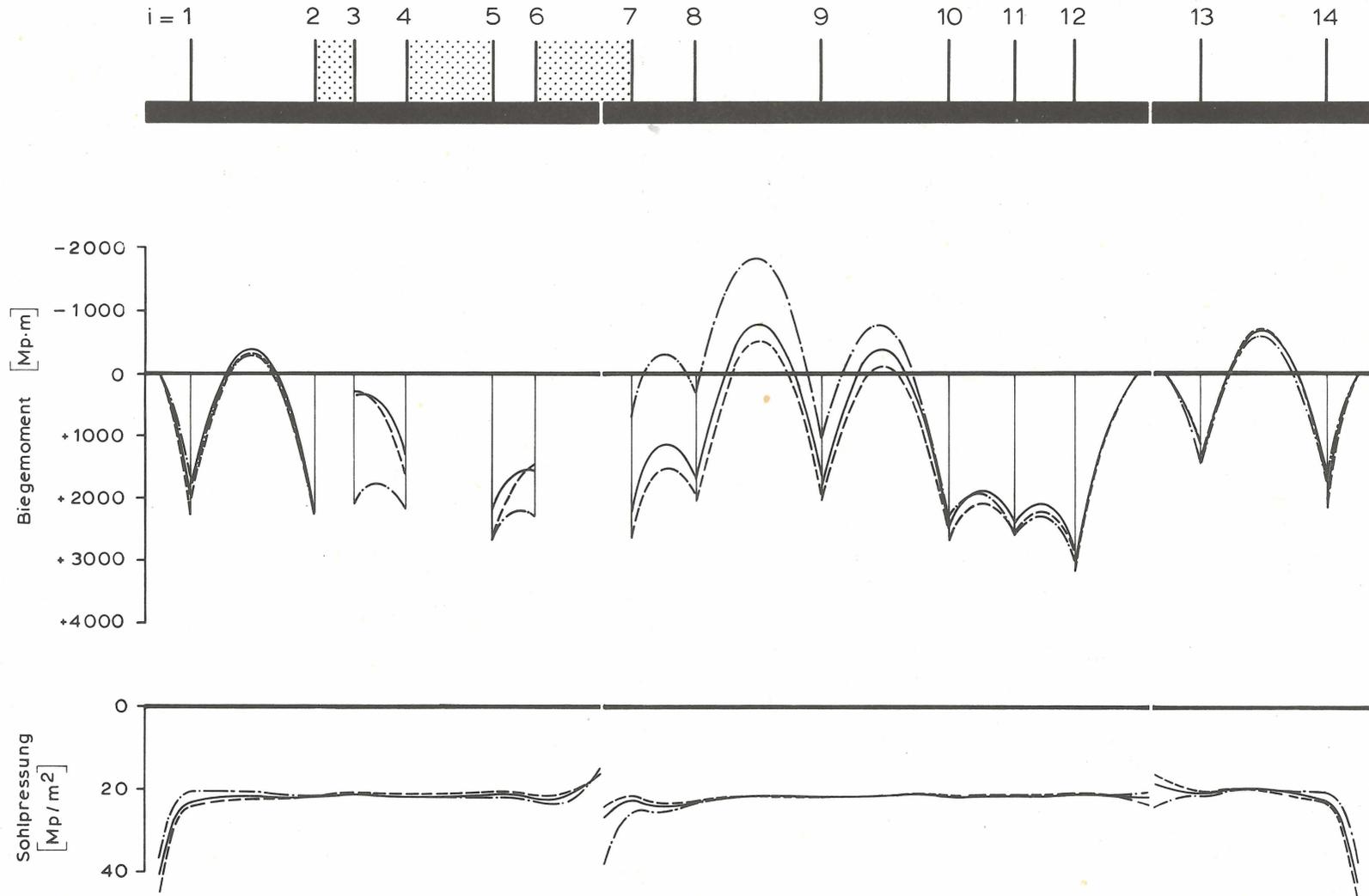


Bild 33 Hotel Frankfurt Intercontinental
 Biegebeanspruchung der Gründungsplatte und Sohldruck-
 verteilung für $t = 2658$ Tage (11. Setzungsmessung)
 nach α — · — ·, β - - - -, γ — — — —

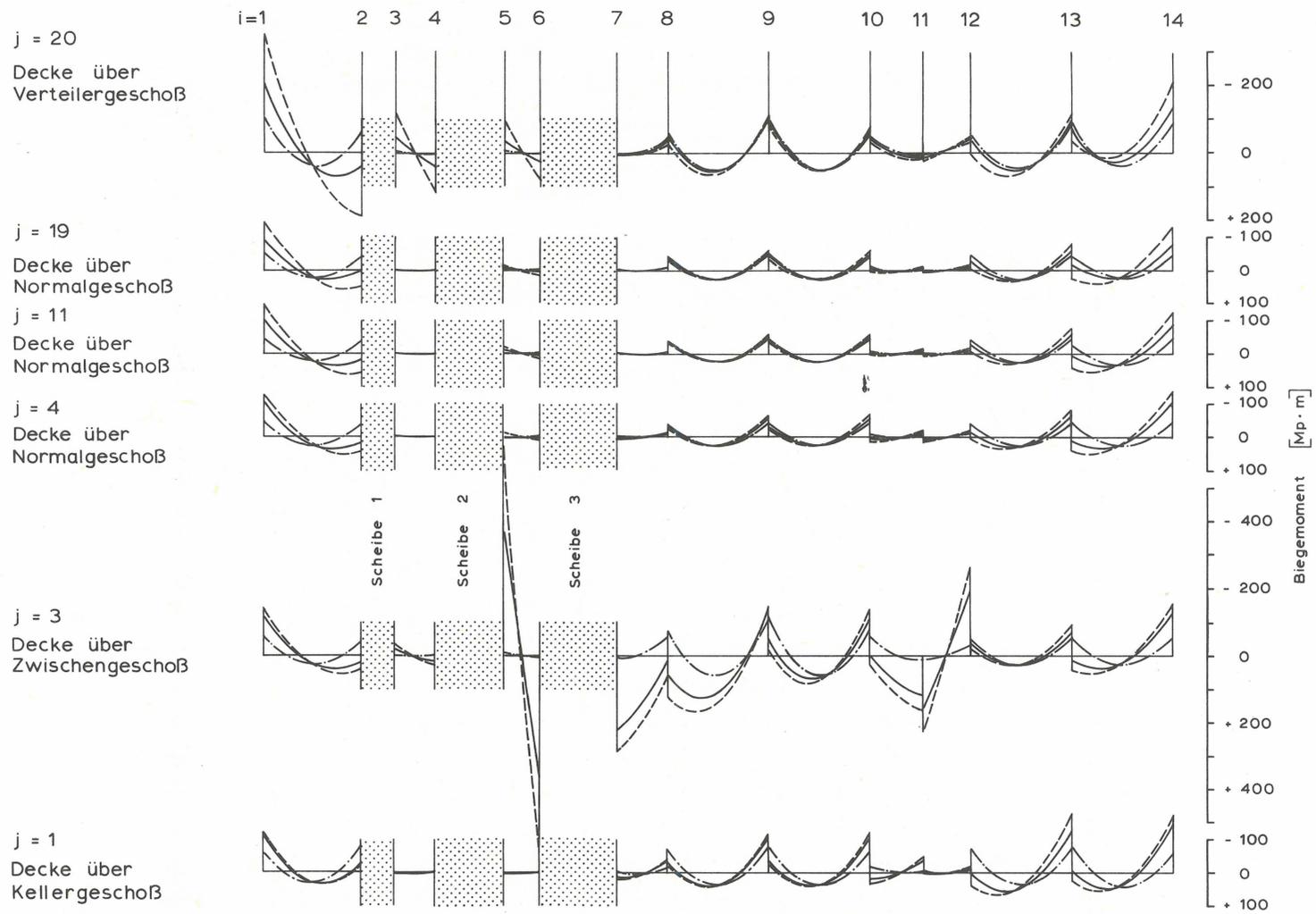


Bild 34 Hotel Frankfurt Intercontinental

Biegebeanspruchung der Riegel für $t = 2658$ Tage (11. Setzungsmessung)
 nach α - · - · - , β - - - - , γ ———

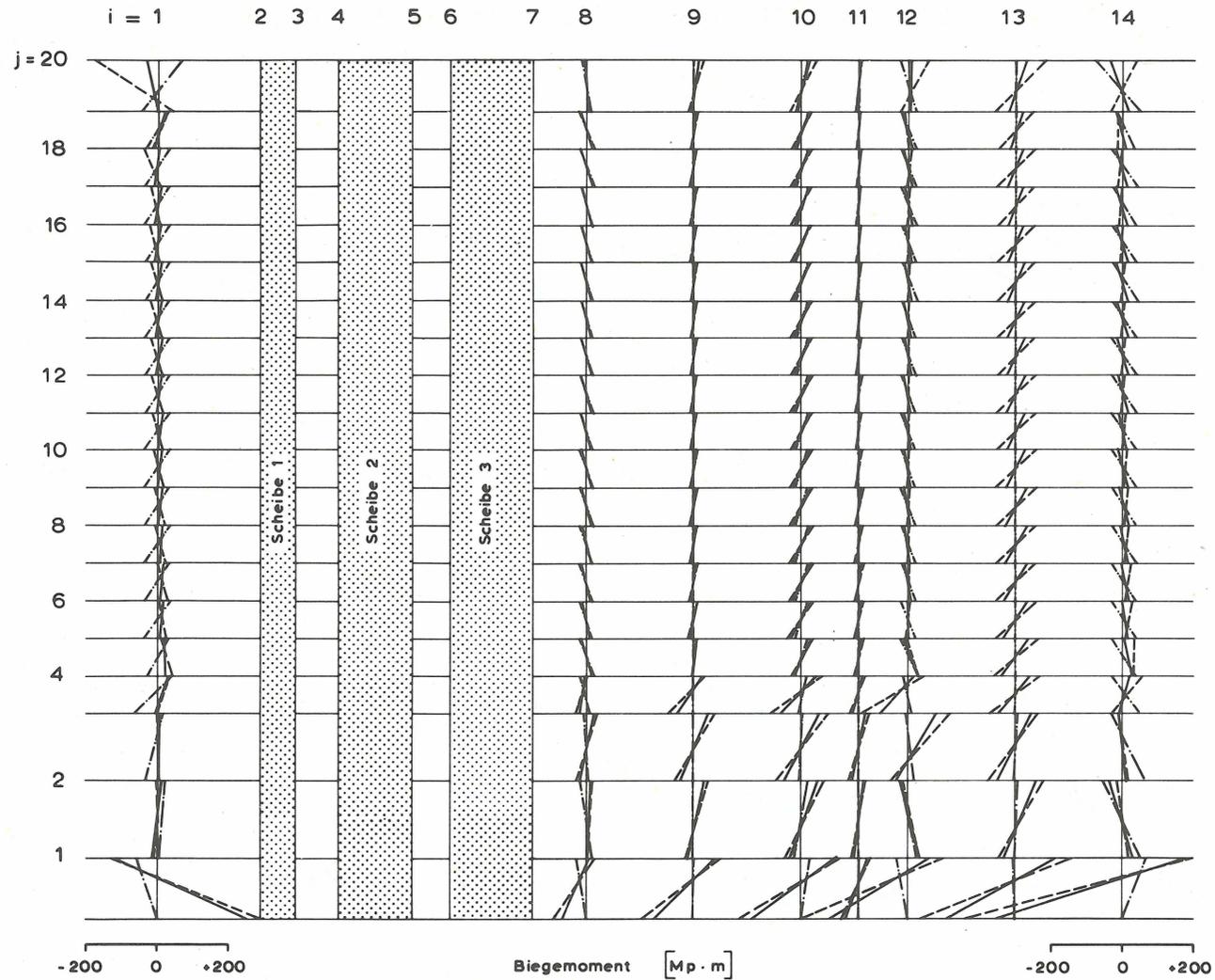


Bild 35 Hotel Frankfurt Intercontinental

Biegebeanspruchung der Stützen für $t = 2658$ Tage
 (11. Setzungsmessung)
 nach α — · — β - - - γ —

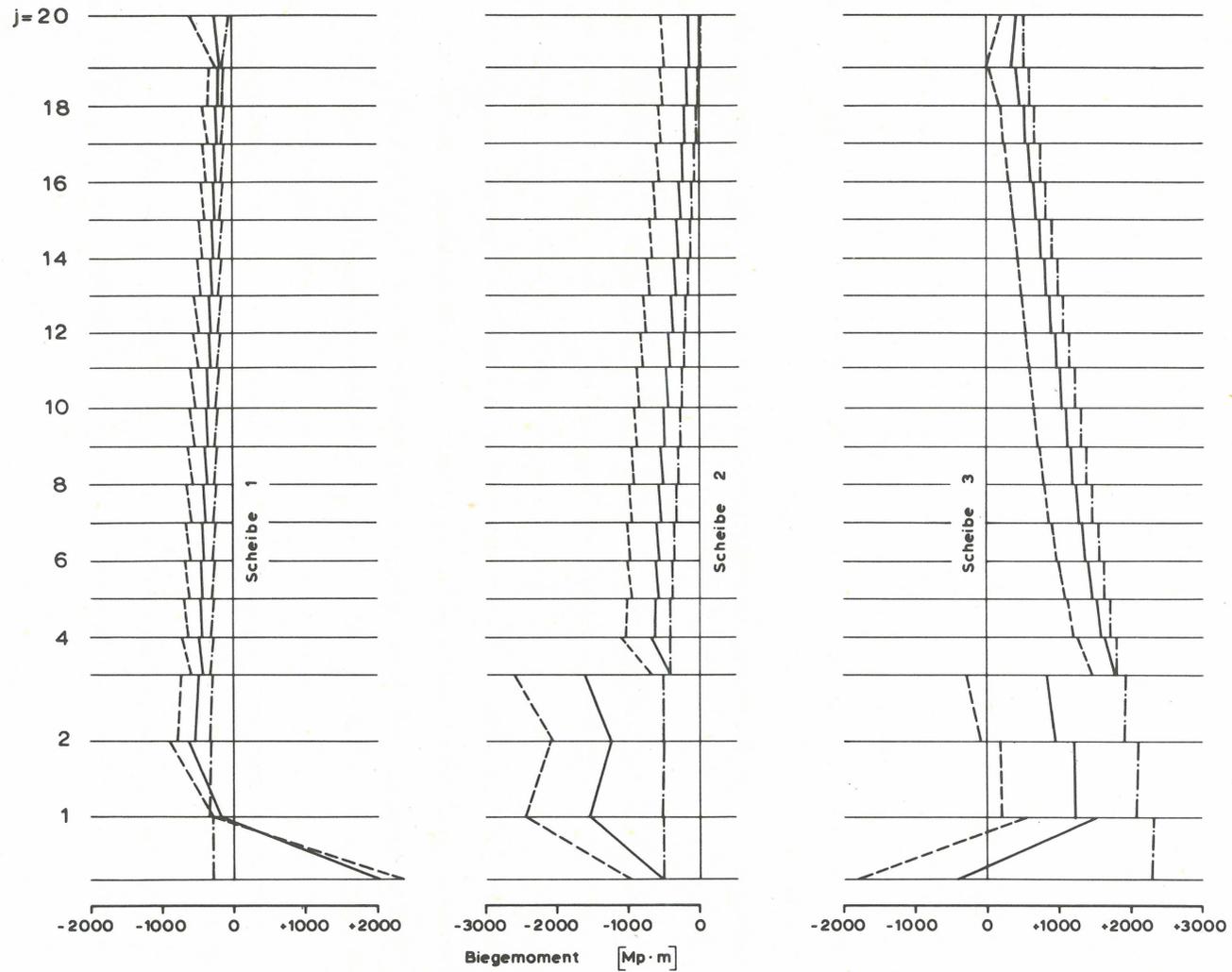


Bild 36 Hotel Frankfurt Intercontinental
 Biegebeanspruchung der Windscheiben für $t = 2658$ Tage
 (11. Setzungsmessung)
 nach α —·—, β ---, γ ———

schnittfestigkeit überschreiten würde.

Die für den Zeitpunkt der 11. Setzungsmessung berechneten Biegemomente sind in Bild 33 bis 36 angegeben. Die verhältnismäßig großen Unterschiede in den für das Zwischengeschoß ($j = 3$) berechneten Stützmomenten sind durch die größere Biegesteifigkeit der Unterzüge dieses Geschosses bedingt. Die unter Berücksichtigung der Setzungsunterschiede berechneten Biegemomente müssen auch in diesem Bereich als größer angesehen werden als die aufnehmbaren.

Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Im nördlichen Teil der Gründungssohle wird der Ton von einer auskeilenden Kalksandschicht überlagert, die nach Rammsondierungen mitteldicht bis dicht gelagert ist. Da aus der gemessenen mittleren Setzung die Steifezahlen des Kalksand und des Tons nicht getrennt ermittelt werden können, wird diese Ermittlung unter der Annahme durchgeführt, daß die Zusammendrückbarkeit des Tons 10mal größer ist als die des Kalksand.

Der Hochhausrahmen und die Kelleräußenwände werden durch eine Fuge unterteilt, während die 1,5 m dicke Gründungsplatte ohne Fugen ausgebildet wurde. In den unter Berücksichtigung des Hochhausrahmens durchgeführten Berechnungen (β, γ) wird unter den durch die Fuge gebildeten Teilrahmen der aus den Kellergeschossen und der Gründungsplatte gebildete Kasten als biegesteifer Gründungskörper aufgefaßt. Hierdurch wird gleichzeitig angenommen, daß sowohl die in den Kellerwänden auftretenden Querkräfte als auch die in der Fundamentplatte entstehenden Zugkräfte aufgenommen werden können, obwohl diese Kräfte bei der Bemessung nicht berücksichtigt wurden. In der unter Vernachlässigung des Hochhausrahmens durchgeführten Berechnung (α) wird nur die Steifigkeit der Gründungsplatte berücksichtigt.

Ebenso wie im zuvor betrachteten Bauwerk wird die Durchbiegung wieder von der durch die Setzungen der äußeren Meßquerschnitte 0 und 17 festgelegten Sehne aus gemessen.

Die in Bild 37 und 38 gegenübergestellten Setzungsmulden und der in Bild 39 durchgeführte Vergleich der größten Durchbiegung zeigen, daß in diesem Bauwerk der Einfluß, den die unterschiedlichen Steifigkeitsansätze auf die berechneten Setzungsunterschiede ausüben, wesentlich geringer ist als im zuvor behandelten Bauwerk.

Durch die Fuge im Hochhausrahmen wird dessen aussteifende Wirkung weitgehend ausgeschaltet. Die erhaltenen Unterschiede sind im wesentlichen nur durch die un-

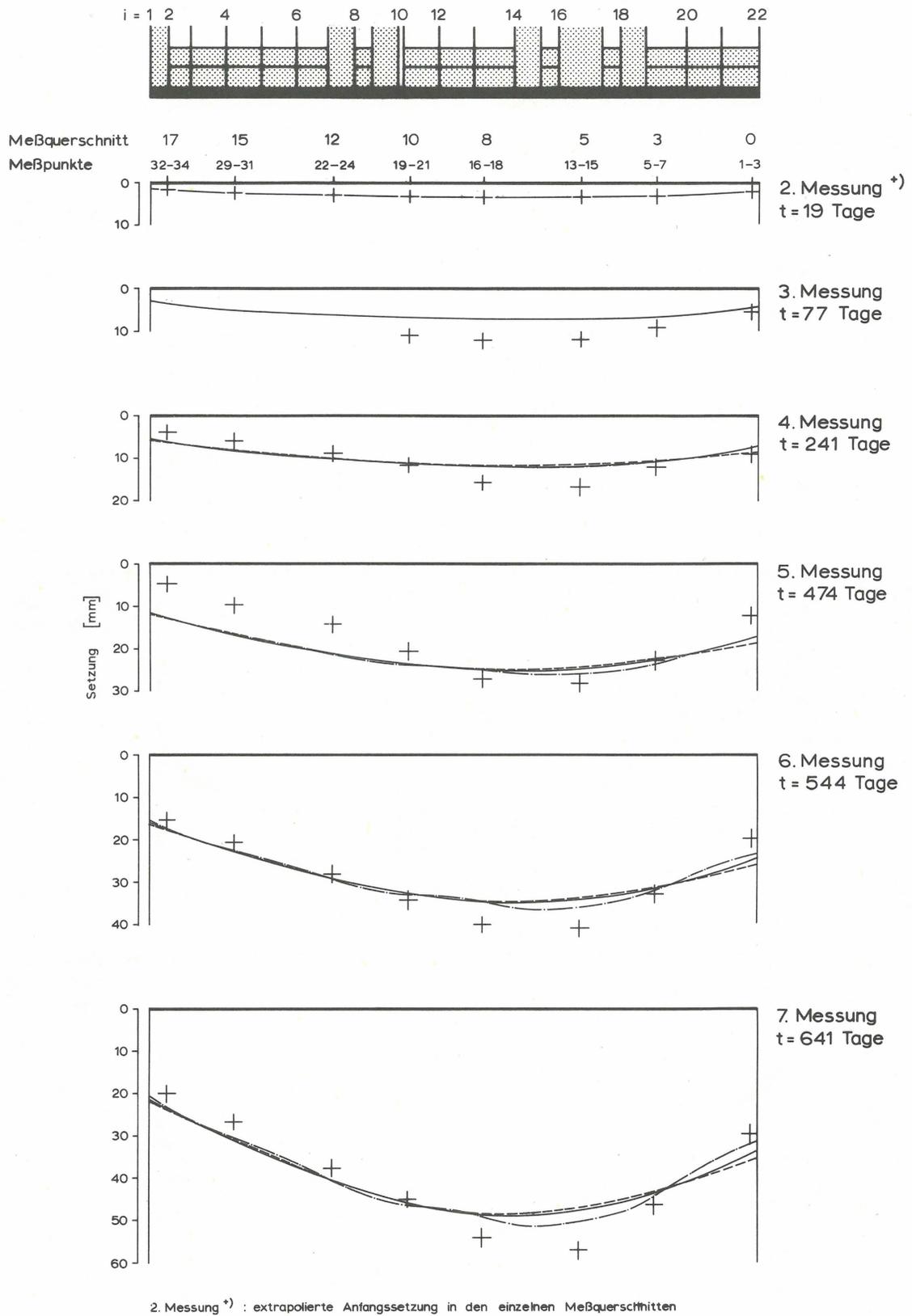


Bild 37

Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Gemessene und berechnete Setzungsmulde

gemessener Wert +

berechnet nach α —, β - - -, γ ———

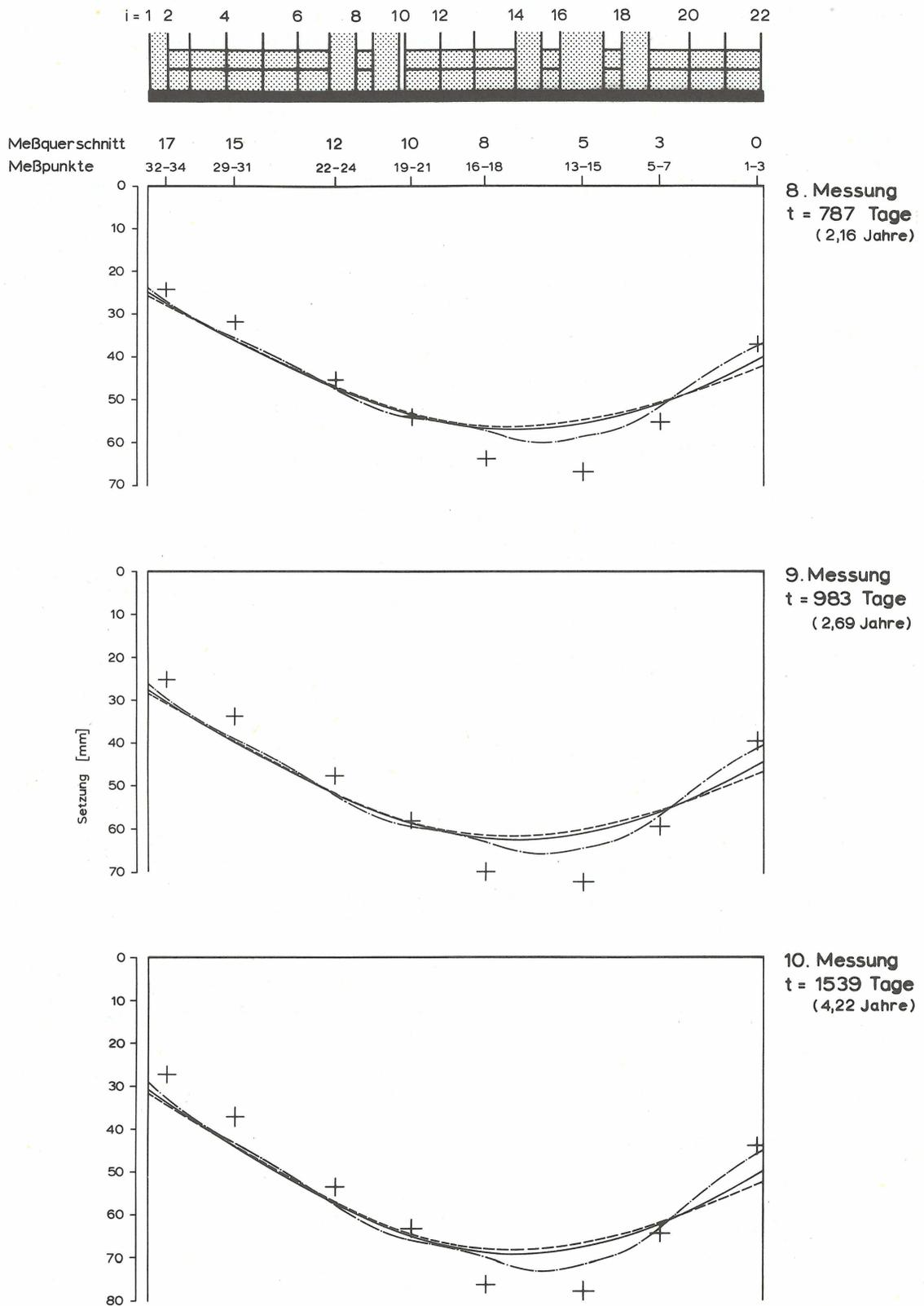


Bild 38

Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Gemessene und berechnete Setzungsmulde
 gemessener Wert +
 berechnet nach α - · - ·, β - - - , γ ———

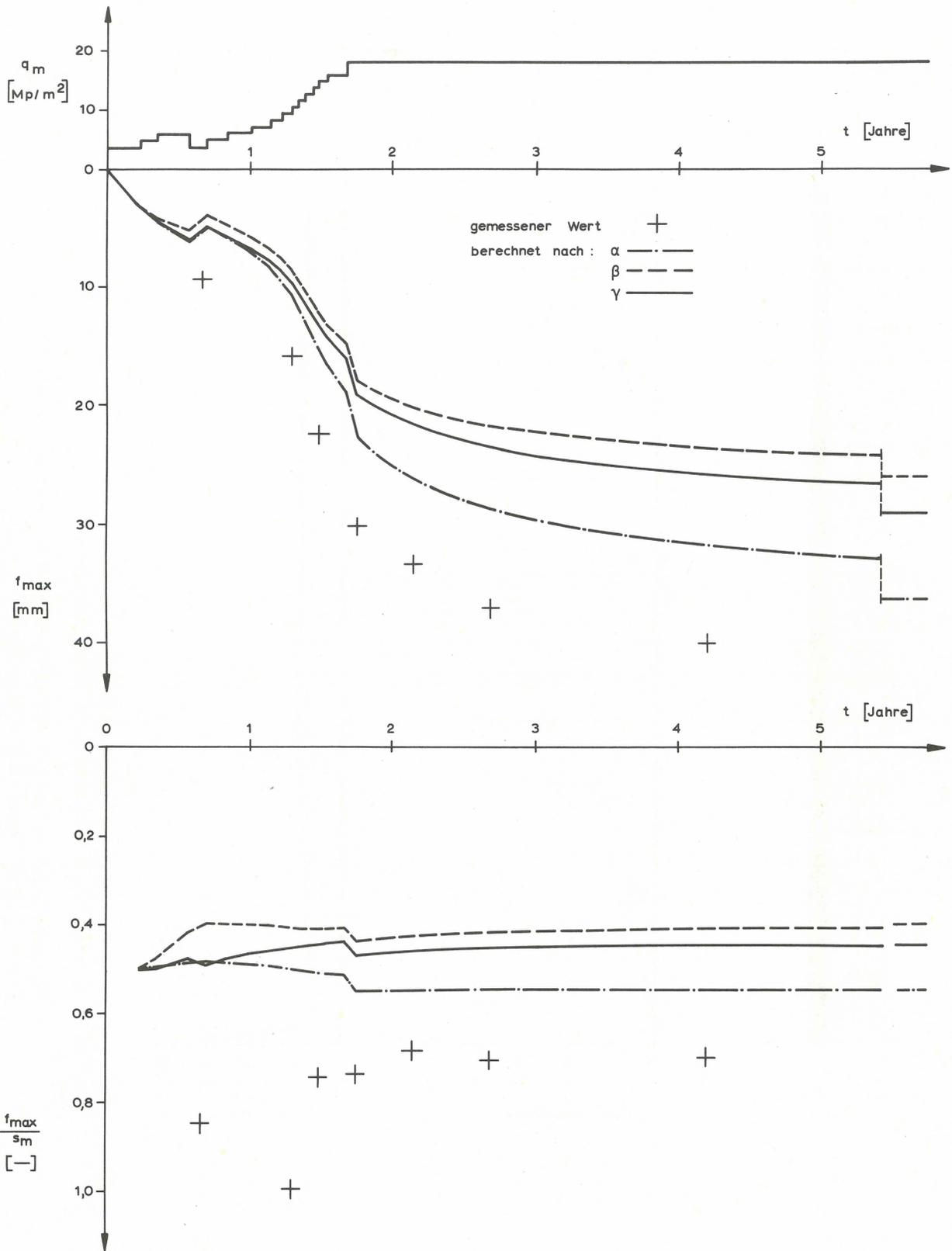


Bild 39 Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Größte Durchbiegung der Gründung f_{\max} und auf die mittlere
Setzung bezogene größte Durchbiegung f_{\max}/s_m

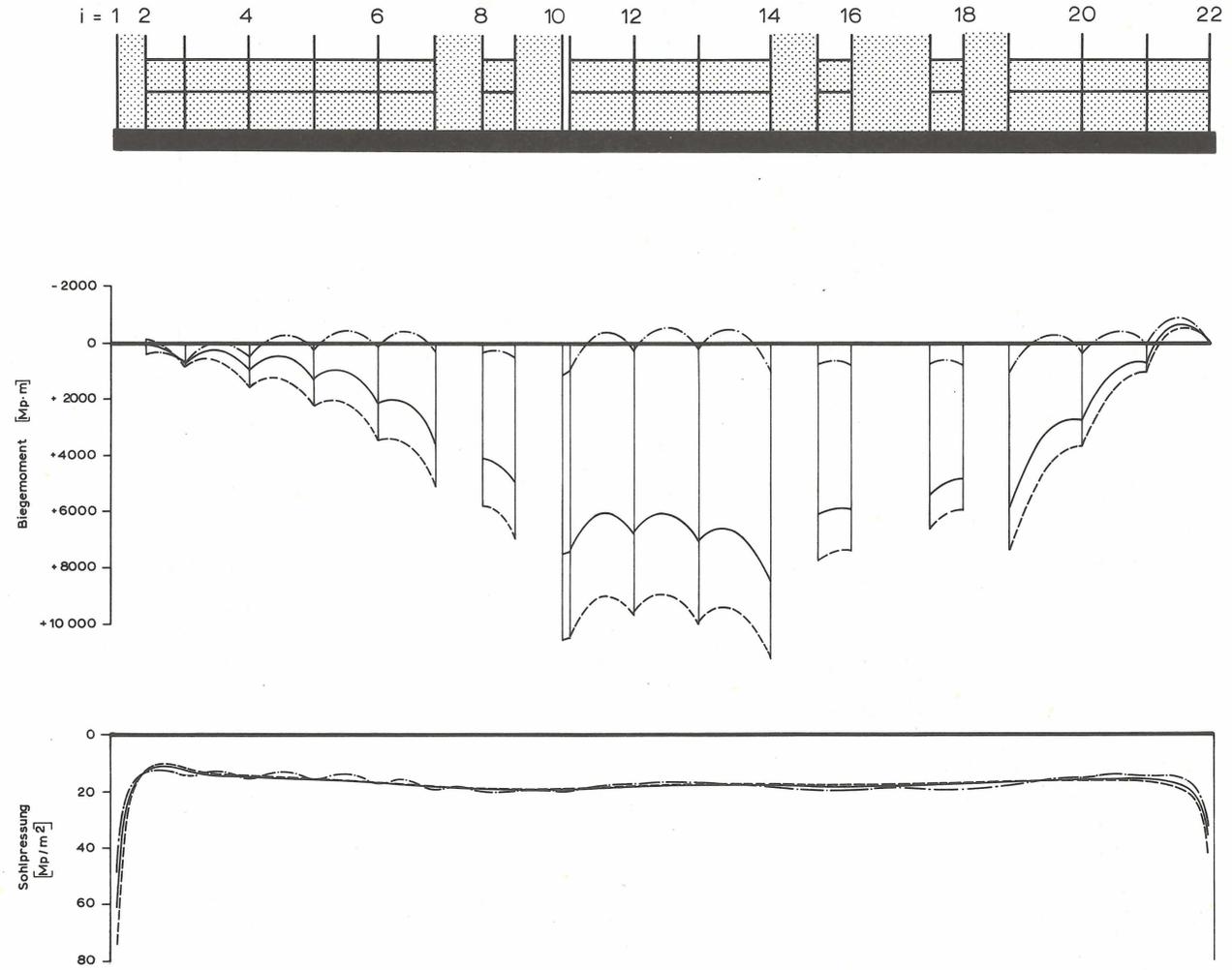


Bild 4o Juridicum der Universität Frankfurt/Main
 Biegebeanspruchung der Gründung und Sohldruckverteilung
 für $t = 1539$ Tage (1o. Setzungsmessung)
 nach α — · — ·, β - - - -, γ ———

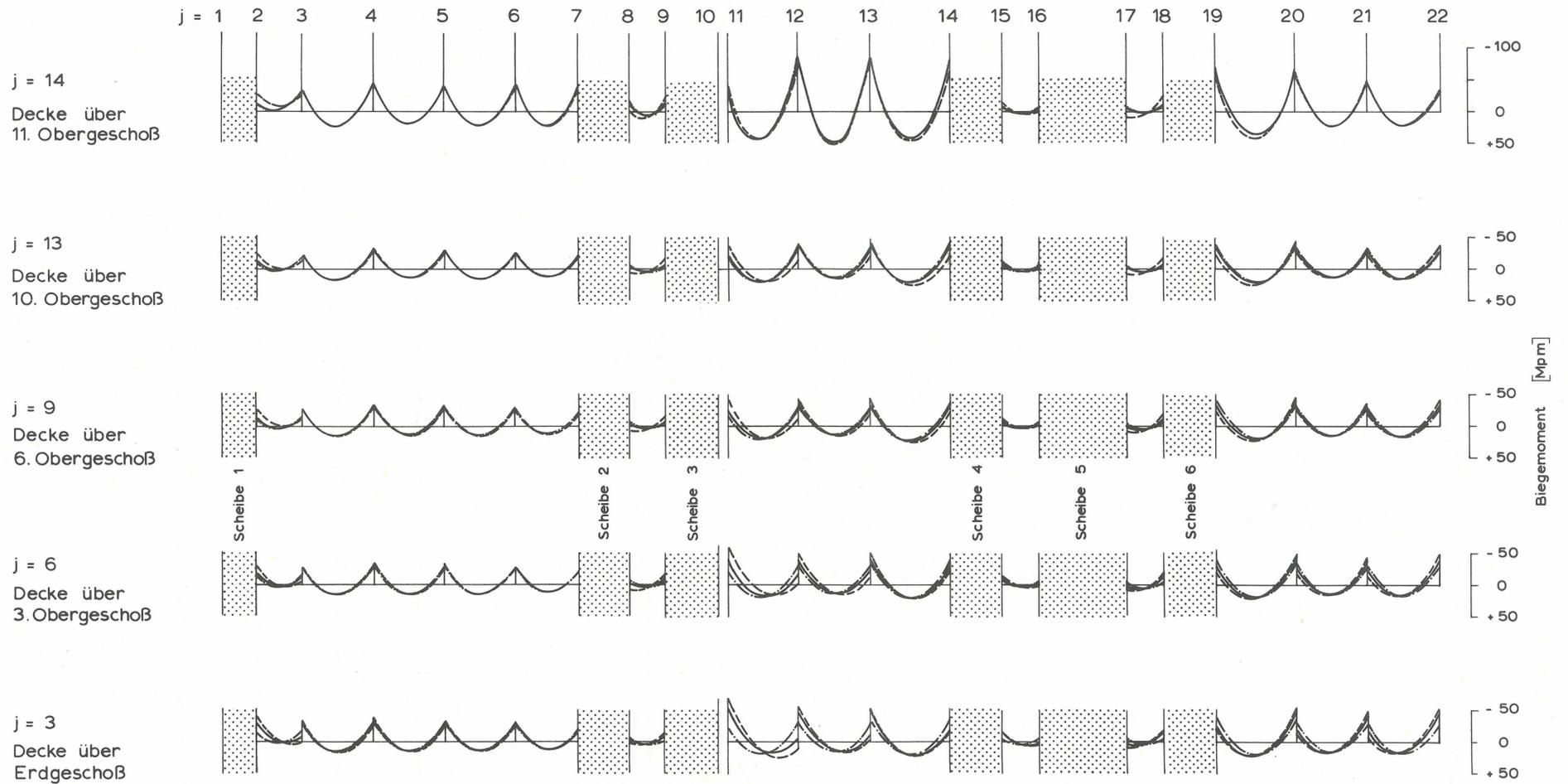


Bild 41 Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Biegebeanspruchung der Riegel für $t = 1539$ Tage (10. Setzungsmessung)

nach α —·—·, β - - - - , γ ———

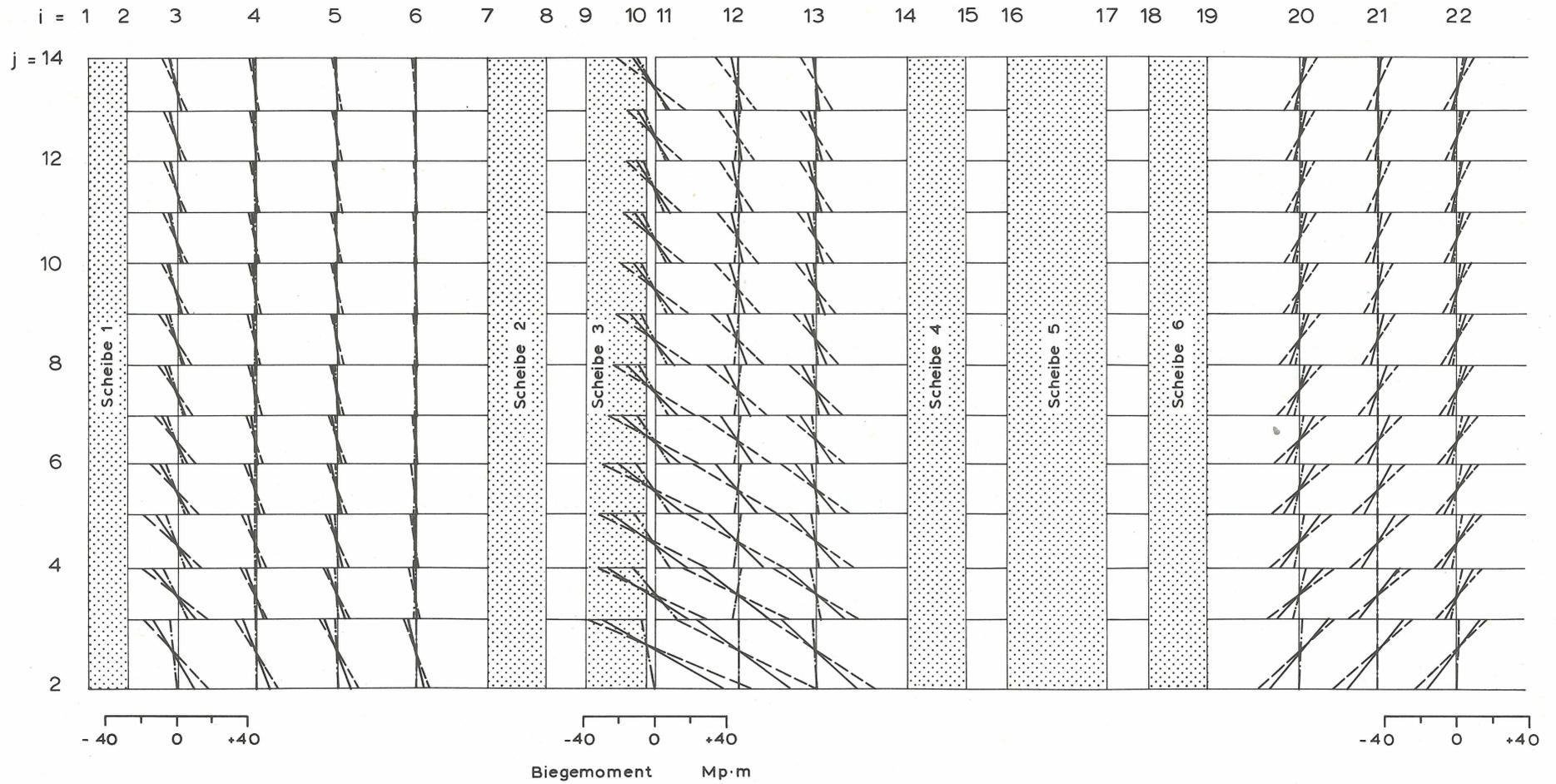


Bild 42 Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Biegebeanspruchung der Stützen für $t = 1539$ Tage (10. Setzungsmessung)

nach α — · — ·, β - - - -, γ —

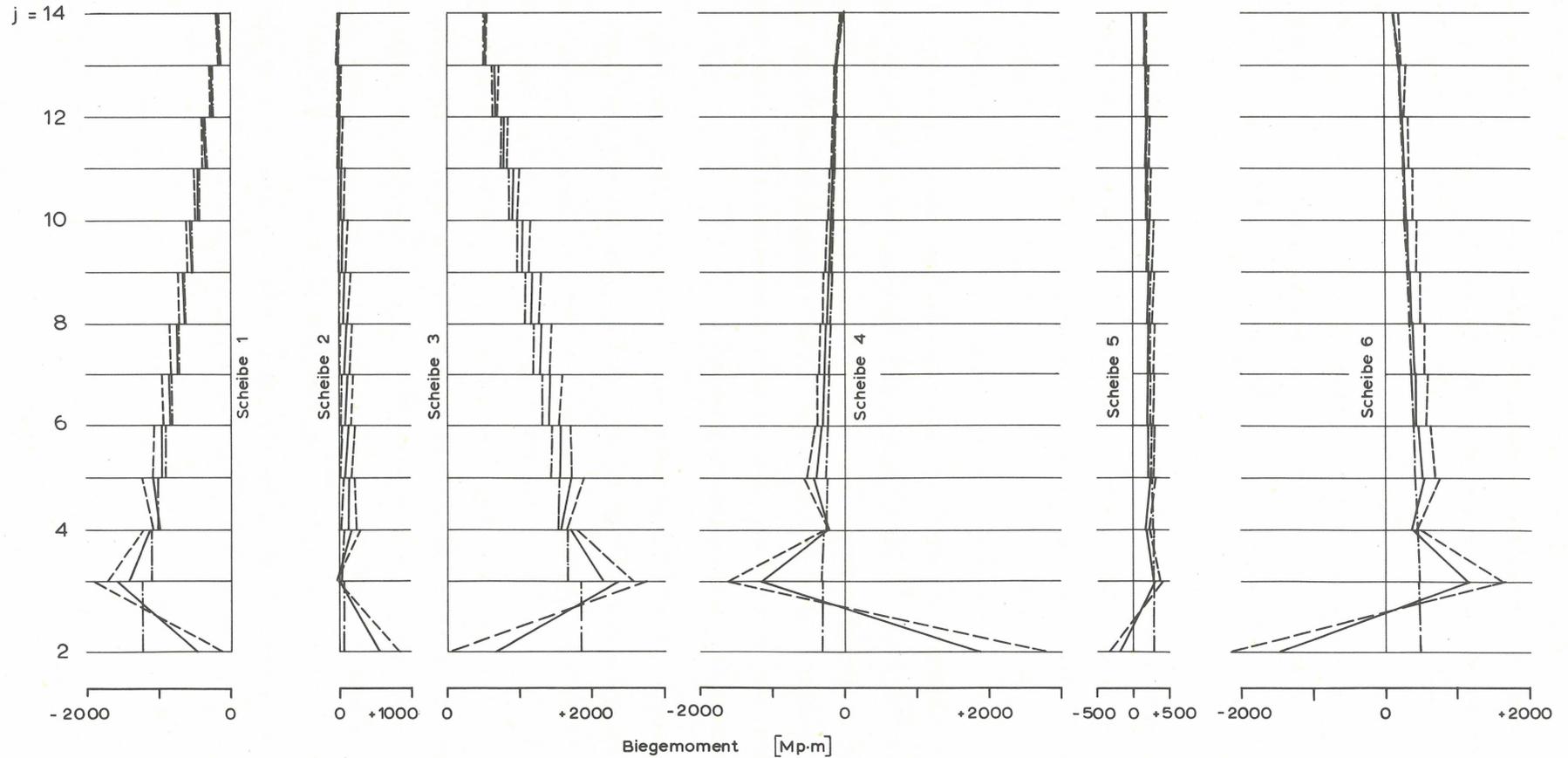


Bild 43 Juridicum der Universität Frankfurt/Main

Biegebeanspruchung der Windscheiben für $t = 1539$ Tage (10. Setzungsmessung)

nach α — · — ·, β - - - -, γ — — —

terschiedlich angenommene Biegesteifigkeit der Gründung bedingt. Das Trägheitsmoment des in β und γ berücksichtigten Gründungskörpers ist etwa 40mal größer als das in α für die Gründungsplatte angesetzte. Aus diesem Grunde werden im Gegensatz zu den in Abschnitt 4.1 behandelten Berechnungsbeispielen nach β und γ wesentlich größere Biegemomente in der Gründung erhalten als nach α . Die durch Setzungsunterschiede im Hochhausrahmen hervorgerufenen Biegemomente sind wesentlich kleiner als im zuvor behandelten Bauwerk. In Bild 40 bis 43 sind die für den Zeitpunkt der 10. Setzungsmessung berechneten Biegemomente aufgetragen.

Nach den in Bild 40 aufgetragenen Ergebnissen werden in der Gründung etwa die 8 bis 10-fachen Biegemomente erhalten, wenn anstelle der Biegesteifigkeit der Gründungsplatte die Steifigkeit des aus den beiden Kellergeschossen gebildeten Gründungskörpers berücksichtigt wird. Die größere Steifigkeit des Gründungskörpers kann hierbei jedoch die Größe der Durchbiegungen nur um etwa 20% vermindern. Aus diesen Ergebnissen wird deutlich, in welchem Maße die Biegemomente der Gründung von deren Steifigkeit beeinflusst werden können, obwohl sich die Durchbiegung nur wenig ändert. Durch eine steifere Ausbildung des Gründungskörpers lassen sich daher zumindest in längeren Bauwerken die Setzungsunterschiede nur geringfügig vermindern, selbst wenn die hierbei auftretenden beträchtlichen Biegemomente bei der Bemessung berücksichtigt werden.

Der Vergleich der berechneten und der gemessenen Setzungsunterschiede zeigt, daß die gemessenen Setzungsunterschiede größer sind als die mit den angenommenen Biegesteifigkeiten berechneten. Zwar kann in diesem Bauwerk die Form der berechneten Setzungsmulde durch die willkürliche Annahme, daß die Steifezahl des Kalksandes 10mal größer ist als die des Tons, beeinflusst werden; es ist jedoch unwahrscheinlich, daß der Kalksand eine größere Steifezahl aufweist als die mit dieser Annahme zu $E_s = 4350 \text{ kp/cm}^2$ ermittelte. Eine kleinere Steifezahl würde aber den Unterschied zwischen den berechneten und den gemessenen Setzungsunterschieden nur noch vergrößern. Hieraus muß geschlossen werden, daß auch bei Berücksichtigung der Zeiteinflüsse (γ) die Biegesteifigkeit des Gründungskörpers überschätzt wird und das weichere Verhalten auch dieses Bauwerks auf die bereits angeführten Ursachen zurückzuführen ist.

In beiden Bauwerken sind die gemessenen Setzungsunterschiede größer als die mit einer konstanten Biegesteifigkeit berechneten. Auch die durch den Bauvorgang und das Kriechen des Betons bewirkte Zunahme der berechneten Setzungsunterschiede reicht nicht aus, um die Größe der gemessenen Setzungsunterschiede zu rechtfertigen.

Obwohl die rechnerische Beanspruchung der Bauwerke bedeutend größer ist als die bei der Bemessung berücksichtigte, konnten an beiden Bauwerken im Bereich des Hochhausrahmens keine Risseschäden festgestellt werden. Lediglich im ersten Bauwerk traten leichte Mauerwerksrisse im Kellergeschoß eines an das Hochhaus angrenzenden, eingeschossigen Anbaus auf.

Das gleiche Ergebnis wäre auch aufgrund der statistisch ermittelten Schadenskriterien zu erwarten gewesen: Die größte im Hochhausbereich gemessene Winkelverdrehung zwischen zwei benachbarten Stützen beträgt $\frac{1}{530}$ für das erste und $\frac{1}{660}$ für das zweite Bauwerk. Nach der statistischen Untersuchung von Skempton und MacDonald [44] sind Risse in der Mauerwerksauskleidung erst bei einer Winkelverdrehung von $\frac{1}{300}$ und Schäden in den Rahmengliedern erst bei einer Verdrehung von $\frac{1}{150}$ zu erwarten.

Für diese an den ausgeführten Bauwerken gemachten Beobachtungen lassen sich keine anderen Ursachen erkennen als die in Abschnitt 4.2 angeführte Abnahme der Biegesteifigkeit in den Stahlbetonteilen. Die in diesem Abschnitt angestellten Betrachtungen müssen somit als bestätigt angesehen werden.

5. Zusammenfassung

Nach den bisherigen Erkenntnissen ist es weitgehend ungeklärt, welchen Einfluß die Steifigkeit des Hochhausrahmens auf die Setzungsunterschiede des Bauwerks und die Beanspruchung der Gründungsplatte ausübt. Während die gegenwärtige Bemessungspraxis davon ausgeht, daß die Steifigkeit des Hochhausrahmens vernachlässigbar ist, wurden bisher nur vereinzelt Rahmen mit kleiner Geschoßzahl und wenigen Stützen untersucht. In diesen Arbeiten wird wegen der Vernachlässigung des Bauvorganges und des Betonkriechens die Steifigkeit des Bauwerks meist aber überschätzt. Da in zunehmendem Umfang immer höhere Bauwerke auch auf relativ zusammendrückbaren Böden errichtet werden - für einige zur Zeit in Frankfurt gebaute Hochhäuser sind Setzungen bis zu 20 cm zu erwarten -, kommt diesen Fragen eine immer größere Bedeutung zu.

Zu ihrer Überprüfung wird in der vorliegenden Arbeit ein für die Behandlung vielgeschossiger Hochhausrahmen geeignetes Berechnungsverfahren aufgestellt, mit welchem der Bauvorgang, das Kriechen des Betons und das Zeit-Setzungs-Verhalten des Untergrundes erfaßt werden können. Das angegebene Steifezahlverfahren beruht auf der Annahme, daß alle Vorgänge linear superponierbar sind und ist zunächst nur auf Böden anwendbar, deren Setzungen langsamer abklingen als das Kriechen des Betons.

Die Auswirkungen der angeführten Zeiteinflüsse auf die Beanspruchung der Gründungsplatte und die Setzungsspannungen des Hochhausrahmens werden durch die Behandlung eines fiktiven Bauwerks aufgezeigt. Nach den Ergebnissen dieser Berechnung wäre die Steifigkeit des Hochhausrahmens keinesfalls als vernachlässigbar anzusehen, wenn die Trägheitsmomente der einzelnen Stahlbetonteile für den vollen Betonquerschnitt ermittelt werden. Selbst bei Berücksichtigung des Bauvorgangs und des Betonkriechens müßten im Hochhausrahmen noch beträchtliche Setzungsspannungen auftreten. Infolge der Abschirmung durch den Hochhausrahmen und der Auswirkungen des Betonkriechens wäre die Biegebeanspruchung der Gründungsplatte wesentlich kleiner als die nach der üblichen Berechnung angenommene.

Die an ausgeführten Bauwerken gemachten Erfahrungen lassen jedoch erkennen, daß auch durch das angegebene Berechnungsverfahren die Steifigkeit des Bauwerks immer noch überschätzt wird. Ein Vergleich der an zwei Hochhäusern gemessenen Setzungsmulden mit den berechneten zeigt, daß die gemessenen Setzungsunterschiede größer sind als die unter Berücksichtigung der Zeiteinflüsse berechneten. Obwohl die be-

rechnete Biegebeanspruchung des Hochhausrahmens bedeutend größer ist als die bei seiner Bemessung berücksichtigte, traten jedoch keine Risses Schäden auf.

Dieses weichere Verhalten der Bauwerke kann nur durch das von der Berechnungsannahme abweichende Verformungsverhalten der Stahlbetonteile erklärt werden. Während für die Berechnung vorausgesetzt wurde, daß die Biegesteifigkeit der einzelnen Stahlbetonquerschnitte von der Größe ihrer Beanspruchung unabhängig ist, fällt in Wirklichkeit deren Biegesteifigkeit bei einem Anwachsen der Biegemomente stark ab.

Da im Hochhausrahmen eine wirklichkeitsnahe Berechnung der Setzungsspannungen gegenwärtig nicht möglich ist und Schäden an der Mauerwerksauskleidung bereits bei Setzungsunterschieden auftreten, die für den Hochhausrahmen selbst noch völlig unschädlich sind, sollte auch weiterhin auf eine Berücksichtigung dieser Spannungen bei der Bemessung des Hochhausrahmens verzichtet und statt dessen die Rissesicherheit des Bauwerks durch eine Begrenzung der zulässigen Setzungsunterschiede nach statistisch ermittelten Schadenskriterien gewährleistet werden. In diesem Falle darf aber bei der Bemessung der Gründungsplatte die Abschirmung durch den Hochhausrahmen nicht mehr angesetzt werden. Dennoch wird durch die in den Steifzahlverfahren üblicherweise zu hoch angesetzte Steifigkeit die Beanspruchung der Gründungsplatte beträchtlich überschätzt. Infolge des Betonkriechens und des besprochenen Steifigkeitsabfalles verhalten sich Gründungsplatten weicher als dies bei Einführung eines für Kurzzeitverformungen gültigen Elastizitätsmoduls und der für den nicht gerissenen Betonquerschnitt ermittelten Trägheitsmomente vorausgesetzt wird.

An einem gleichförmig belasteten Gründungsbalken auf Ton wird gezeigt, daß in diesem Falle die Auswirkung des Betonkriechens einem Rückgang der Biegesteifigkeit um etwa 60% gleichgesetzt werden kann. Für praktische Berechnungen wird daher als grobe Näherung vorgeschlagen, sowohl die Beanspruchung, als auch die Setzungsunterschiede von Gründungsplatten auf Ton nur mit der Hälfte der für Kurzzeitverformungen gültigen Biegesteifigkeit zu berechnen. Hierbei darf die Steifigkeit des Hochhausrahmens nicht angesetzt werden, wenn bei seiner Bemessung keine Setzungsspannungen berücksichtigt wurden.

6. Literaturverzeichnis

- [1] Leussink, H. : Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund (General Report). Europäische Baugrundtagung, Wiesbaden (1963), Bd. II, S. 102/12
- [2] Schultze, E. : Probleme bei der Auswertung von Setzungsmessungen. Vorträge der Baugrundtagung 1962 in Essen, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau e. V. (1962), S. 343/86
- [3] Muhs, H. und K. Weiss: Die Berechnung der Bauwerkssteifigkeit von Hochhäusern aus den Ergebnissen von Setzungsbeobachtungen. Europäische Baugrundtagung, Wiesbaden (1963), H. 11, S. 377/82
- [4] Trost, H. : Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau 62 (1967), H. 10, S. 230/38 und H. 11, S. 261/69
- [5] Ross, A. D. : Creep of concrete under variable stress. ACI-Journal 29 (1958), Nr. 9, S. 739/58
- [6] Biot, M. A. : Consolidation settlement under a rectangular load distribution. Journal of Applied Physics 12 (1941), S. 426/30
- [7] Tan Tjong-Kie: Three dimensional theory on the consolidation and flow of the clay-layers. Scientia Sinica 6 (1957), Nr. 1, S. 203/15
- [8] Gibson, R. E. und J. McNamee: The consolidation settlement of a load uniformly distributed over a rectangular area. Proceedings 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg., London (1957), Vol. I, S. 297/99
- [9] Mandel, J. : Consolidation des sols (Étude mathématique). Géotechnique 3 (1953), Nr. 7, S. 287/99
- [10] Ranke, A. : Der Einfluß der Konsolidierung auf die Spannungsverteilung im Zweischichtensystem. Die Bautechnik 43 (1966), H. 6, S. 204/08, H. 9, S. 318/23 und H. 10, S. 350/58
- [11] v. Terzaghi, K. und O. K. Fröhlich: Theorie der Setzung von Tonschichten. Leipzig-Wien: Deuticke (1936)
- [12] Meyerhof, G. G. : The settlement analysis of building frames. The Structural Engineer 25 (1947), S. 369/409
- [13] Chamecki, S. : Structural rigidity in calculating settlements. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. (Journ. Soil Mech. and Found. Div.), Vol. 82 (1956), SM 1, Paper 865
- [14] Chamecki, S. : Calcul des tassements progressifs des fondations. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics 22 (1969), Nr. 261, S. 1320/34

- [15] Bažant, Z. P. : Časové spolupůsobení staticky neurčitých konstrukcí s podloží (Zeit- und Wechselwirkung zwischen statisch unbestimmten Bauwerken und Untergrund). Stavebnícky časopis 12 (1964), Nr. 9, S. 542/58
- [16] Bažant, Z. P. : Discussion. Proceedings of the American Society of Civil Engineers (Journ. Struct. Div.), Vol. 93 (1967), ST5, S. 612/15
- [17] Morris, D. : Interaction of continuous frames and soil media. Proceedings of the American Society of Civil Engineers (Journ. Struct. Div.), Vol. 92 (1966), ST5, S. 13/44
- [18] Graßhoff, H. : Influence of the flexural rigidity of superstructure on the distribution of contact pressure and bending moments of an elastic combined footing. Proceedings 4th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., London (1957), Vol. I, S. 300/06
- [19] Graßhoff, H. : Das steife Bauwerk auf nachgiebigem Untergrund - Ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Flächengründungen. Berlin-München: W. Ernst & Sohn (1966)
- [20] Kany, M. : Berechnung von Flachgründungen. Berlin: W. Ernst & Sohn (1959)
- [21] de Beer, E. und E. Lousberg: Calcul des poutres reposant sur le sol par la méthode de la répartition parabolique. Annales des Travaux Publics de Belgique 117 (1964), S. 129 und S. 223
- [22] de Beer, E., H. Graßhoff und M. Kany: Die Berechnung elastischer Gründungsbalken auf nachgiebigem Untergrund. Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1515, Köln und Opladen: Westdeutscher Verlag (1966)
- [23] Krsmanovitch, D. : Influence de la continuité et de la rigidité sur le calcul des constructions et des poutres continues de fondation. Annales des Travaux Publics de Belgique 108 (1955), S. 61
- [24] Schultze, E. : Einfluß der Steifigkeit eines Hochbaues auf die Berechnung von Gründungen (Deutscher Auszug von [23]). Der Bauingenieur 33 (1958), H. 3, S. 111
- [25] Sommer, H. : A method for the calculation of settlements, contact pressures and bending moments in a foundation including the influence of the flexural rigidity of the superstructure. Proceedings 6th Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., Montreal (1965), Vol. II, S. 197/201
- [26] Sommer, H. : Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteiften Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen Hochbauten. Fortschr. -Ber. VDI-Z., Reihe 4, Nr. 3 (1965)

- [27] El-Kadi, F.: Die statische Berechnung von Gründungsbalken und Gründungsplatten. Dissertation, Technische Hochschule Aachen (1967)
- [28] Kany, M.: Die Berechnung von U-Bahn-Querschnitten mit Sohlplattenberechnung nach dem Steifezahlverfahren. Veröffentlichungen des Grundbauinstitutes der Bayerischen Landesgewerbeanstalt Nürnberg (1969), H. 13
- [29] Laermann, K.H.: Sohldruckverteilung unter elastischen Rahmentragwerken unter Berücksichtigung des Kriechens. Die Bautechnik 46 (1969), H. 10, S. 340/46
- [30] Graßhoff, H.: Setzungsberechnung starrer Fundamente mit Hilfe des "kennzeichnenden Punktes". Der Bauingenieur 30 (1953), S. 53/54
- [31] Steinbrenner, W.: Tafeln zur Setzungsberechnung. Die Straße 1 (1934), S. 121/24
- [32] Breth, H.: Diskussionsbeitrag. Europäische Baugrundtagung, Wiesbaden (1963), Bd. II, S. 133
- [33] Wippel, H.: Berechnung von Verbundkonstruktionen aus Stahl und Beton. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag (1963)
- [34] Wippel, H.: Kriechbedingte Zwängungen bei Betonkonstruktionen. Die Bautechnik 46 (1969), H. 2, S. 37/52
- [35] Keintzel, E.: Einfluß des Kriechens auf die Stützensenkungen von Stahlbeton-Hochbauten. Die Bautechnik 45 (1968), H. 5, S. 169/70
- [36] Ginzburg, I.I.: Račnet balki na uprugom osnovanii s učetom polzučesti materiala osnovanija (Die Berechnung eines Balkens auf elastischer Bettung unter Berücksichtigung des Kriechens des Bettungsmaterials). Izvetija vyssich učebnych zavedeniy stroitelstvo i architektura (1968), H. 8, S. 31/35
- [37] Laermann, K.H.: Die Berechnung der Kontaktspannungen unter elastisch gebetteten Konstruktionen bei Berücksichtigung des Kriechens. Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar 16 (1969), H. 3, S. 256/61
- [38] Freudenthal, A.M. und H.G. Lorsch: The infinite elastic beam on a linear viscoelastic foundation. Proceedings of the American Society of Civil Engineers (Journ. Eng. Mech. Div.), Vol. 83 (1957), EM1, Paper 1158
- [39] da Silveira, I.: On consolidation of an under placed clay layer support of statically indetermined structures. Proceedings 2nd Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., Rotterdam (1948), Vol. VII, S. 12/14

- [40] Heil, H. : Studies on the structural rigidity of reinforced concrete building frames on clay. Proceedings 7th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg. , Mexico-City (1969), Vol. II, S. 115/21
- [41] Comité Européen du Béton (C. E. B.): Empfehlungen zur Berechnung und Ausführung von Stahlbetonbauwerken. Deutsche Übersetzung herausgegeben vom Deutschen Beton-Verein, Düsseldorf: Werner-Verlag (1966)
- [42] Meyerhof, G. G. : Some recent foundation research and its application to design. The Structural Engineer 31, (1964), Nr. 6, S. 151/67
- [43] Rüsçh, H. : Die wirklichkeitsnahe Bemessung für lastunabhängige Spannungen. Vorträge auf dem Betontag, Deutscher Betonverein (1965), S. 277/304
- [44] Skempton, A. W. , und D. H. MacDonald: The allowable settlement of buildings. Proceedings of the Institution of Civ. Engrs. 5 (1956), Part III, S. 727/68
- [45] Polshin, D. E. und R. A. Tokar: Maximum allowable non uniform settlement of structures. Proceedings 4th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg. , London (1957), Vol. I, S. 402/05
- [46] Feld, J. : Tolerance of structures to settlements. Proceedings of the American Society of Civil Engineers (Journ. Soil Mech. and Found. Div.), Vol. 91 (1965), SM3, S. 63/77
- [47] Fjeld, S. : Settlement damage to a concrete-framed structure. Europäische Baugrundtagung, Wiesbaden (1963), Bd. I, S. 391/400
- [48] Bjerum, L. : Diskussionsbeitrag über zulässige Setzungen von Bauwerken. Europäische Baugrundtagung, Wiesbaden (1963), Bd. II, S. 135/37
- [49] Schultze, E. : Zulässige Setzungen. (Abschn. 1.5.5) Grundbau-Taschenbuch, 2. Auflage, Berlin: W. Ernst & Sohn (1966), S. 126/27
- [50] DIN 4018: Flächengründungen, Richtlinien für die Berechnung (1957)

ANHANG

I. Ermittlung der Festhaltekräfte des elastischen Tragwerks

Zur Ermittlung der Festhaltekräfte für die in Bild 2 angegebenen Einheitsverformungszustände des Gesamtbauwerkes werden zunächst der in Höhe der Stützenfüße von der Gründungsplatte abgetrennte Hochhausrahmen und die Gründungsplatte getrennt betrachtet. Nach Superposition der für die Teilbauwerke ermittelten Festhaltekräfte ergeben sich die gesuchten Festhaltekräfte des Gesamtbauwerkes durch Elimination der Knotendrehwinkel der Gründungsplatte.

I. 1 Festhaltekräfte des Hochhausrahmens

Die an den n_S Stützenfüßen des Hochhausrahmens angreifenden Festhaltekräfte bestehen aus n_S Normalkräften Z_i^H und n_S Biegemomenten X_i^H . Da zunächst die Setzungen s_k^H und die Verdrehungen ϕ_k^H der Stützenfüße noch unbekannt sind, müssen die Festhaltekräfte des Nullzustandes X_i^{H0} , Z_i^{H0} - keine Verschiebung und keine Verdrehung der Stützenfüße - und die Festhaltekräfte der in Bild 44 angegebenen Einheitsverformungszustände getrennt ermittelt werden. Die Festhaltekräfte des Hochhausrahmens ergeben sich dann aus den Superpositionsformeln

$$X_i^H = X_i^{H0} + \sum_{k=1}^{k=n_S} X_{i k}^{HS} \cdot s_k^H + \sum_{k=1}^{k=n_S} X_{i k}^{H\phi} \cdot \phi_k^H$$

$$Z_i^H = Z_i^{H0} + \sum_{k=1}^{k=n_S} Z_{i k}^{HS} \cdot s_k^H + \sum_{k=1}^{k=n_S} Z_{i k}^{H\phi} \cdot \phi_k^H$$

oder

$$\mathbf{x}_H = \mathbf{x}_{H0} + \mathbf{X}_{HS} \cdot \mathbf{s}_H + \mathbf{X}_{H\phi} \cdot \boldsymbol{\phi}_H$$

$$\mathbf{z}_H = \mathbf{z}_{H0} + \mathbf{Z}_{HS} \cdot \mathbf{s}_H + \mathbf{Z}_{H\phi} \cdot \boldsymbol{\phi}_H \quad (69).$$

Zur Berechnung der Festhaltekräfte dieser $2 \cdot n_S + 1$ Verformungszustände werden für jeden Verformungszustand die Stab- und Knotendrehwinkel des Hochhausrahmens benötigt, zu deren Bestimmung ebenso viele Gleichgewichtsbedingungen zur Verfügung stehen, wie unbekannte Drehwinkel auftreten. Mit den Bezeichnungen nach Bild 45 und den Abkürzungen

$$\eta_{j i} = \frac{EI_{j i}^S}{h_j}$$

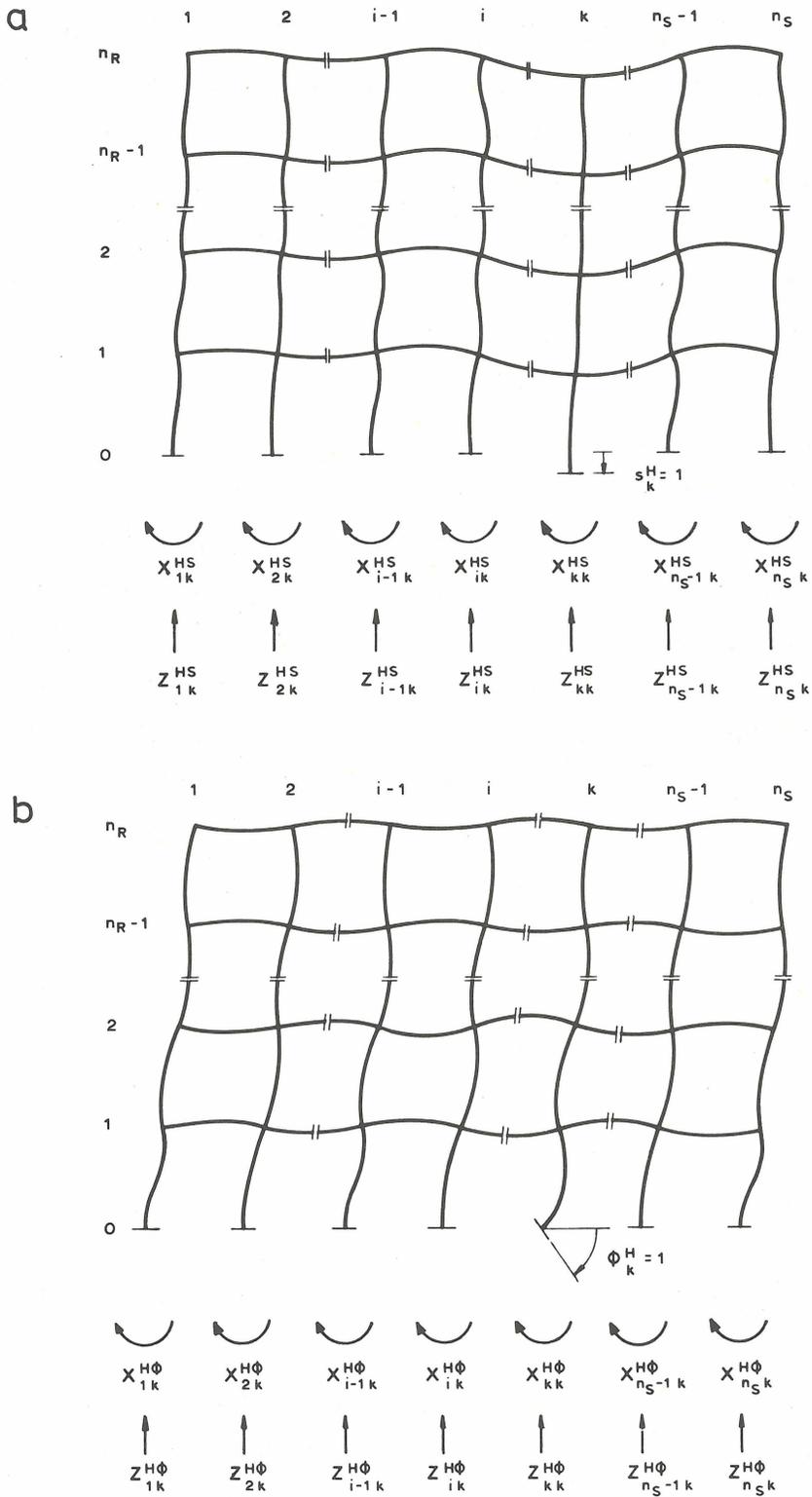


Bild 44

Einheitsverformungszustände des Hochhausrahmens

a Einheitsverformungszustand $s_k^H = 1$ ($s_i^H = 0$ für $i \neq k$)

b Einheitsverformungszustand $\phi_k^H = 1$ ($\phi_i^H = 0$ für $i \neq k$)

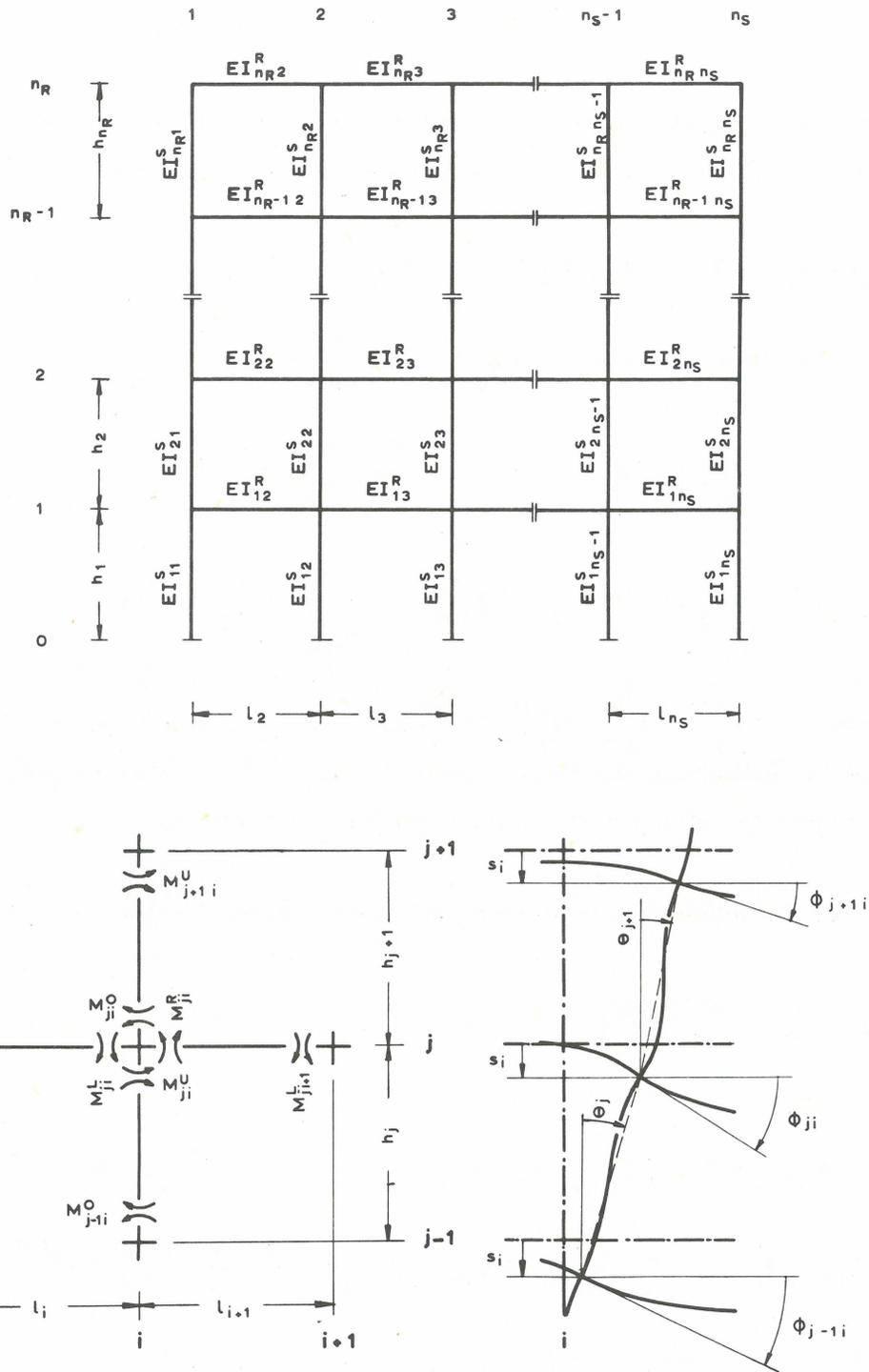


Bild 45 Abmessungen des Hochhausrahmens und Festlegung der Vorzeichen

$$\lambda_{j i} = \frac{EI_{j i}^R}{l_i} \quad (70)$$

lauten die Beziehungen zwischen den in einem beliebigen Knoten $j i$ angreifenden Stabendmomenten und den Verformungen des Hochhausrahmens

$$\begin{aligned} M_{j i}^U &= M_{j i}^{U0} + \eta_{j i} (4 \phi_{j i} + 2 \phi_{j-1 i} - 6 \Theta_j) \\ M_{j i}^O &= M_{j i}^{O0} + \eta_{j+1 i} (4 \phi_{j i} + 2 \phi_{j+1 i} - 6 \Theta_{j+1}) \\ M_{j i}^L &= M_{j i}^{L0} + \lambda_{j i} \left[4 \phi_{j i} + 2 \phi_{j i-1} - \frac{6}{l_i} (s_i^H - s_{i-1}^H) \right] \\ M_{j i}^R &= M_{j i}^{R0} + \lambda_{j i+1} \left[4 \phi_{j i} + 2 \phi_{j i+1} - \frac{6}{l_{i+1}} (s_{i+1}^H - s_i^H) \right] \end{aligned} \quad (71).$$

Hierin sind $M_{j i}^{U0}$, $M_{j i}^{O0}$, $M_{j i}^{L0}$, $M_{j i}^{R0}$ die im Starrzustand - keine Verdrehung und keine Verschiebung der Rahmenknoten - durch die äußere Belastung oder das Kriechen des Betons hervorgerufenen Stabendmomente.

Aus der Gleichgewichtsbedingung des betrachteten Knotens

$$M_{j i}^U + M_{j i}^O + M_{j i}^L + M_{j i}^R = 0$$

folgt

$$\begin{aligned} &2 \eta_{j i} \phi_{j-1 i} + 2 \lambda_{j i} \phi_{j i-1} + 4 (\eta_{j i} + \eta_{j+1 i} + \lambda_{j i} + \lambda_{j i+1}) \phi_{j i} + 2 \lambda_{j i+1} \phi_{j i+1} \\ &+ 2 \eta_{j+1 i} \phi_{j+1 i} - 6 \eta_{j i} \Theta_j - 6 \eta_{j+1 i} \Theta_{j+1} = - (M_{j i}^{U0} + M_{j i}^{O0} + M_{j i}^{L0} + M_{j i}^{R0}) \\ &- \frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} s_{i-1}^H + \left(\frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} \right) s_i^H + \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} s_{i+1}^H \end{aligned} \quad (72).$$

Weiterhin muß für jedes Geschoß die Gleichgewichtsbedingung

$$\sum_{l=1}^{l=n_S} (M_{j-1 \ l}^O + M_{j \ l}^U) = 0$$

eingehalten werden. Hieraus ergibt sich mit (71)

$$-\sum_{l=1}^{l=n_S} 6 \eta_{j \ l} \phi_{j-1 \ l} - \sum_{l=1}^{l=n_S} 6 \eta_{j \ l} \phi_{j \ l} + \sum_{l=1}^{l=n_S} 12 \eta_{j \ l} \theta_j = \sum_{l=1}^{l=n_S} (M_{j-1 \ l}^{O0} + M_{j \ l}^{U0}) \quad (73).$$

Werden jeweils die unbekanntes Drehwinkel eines Geschosses j zu einem Vektor

$$\mathbf{y}_j = (\phi_{j \ 1}, \phi_{j \ 2}, \dots, \phi_{j \ n_S-1}, \phi_{j \ n_S}, \theta_j) \quad (74)$$

zusammengefaßt, so lassen sich die Gleichgewichtsbedingungen der einzelnen Geschosse durch die folgenden Matrixgleichungen ausdrücken

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{y}_1 + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{y}_2 &= \mathbf{v}_{1 \ 0} + \mathbf{V}_{1 \ S} \cdot \mathbf{s}_H + \mathbf{V}_{1 \ \phi} \cdot \phi_H \\ \mathbf{B}'_{j-1} \cdot \mathbf{y}_{j-1} + \mathbf{A}_j \cdot \mathbf{y}_j + \mathbf{B}_j \cdot \mathbf{y}_{j+1} &= \mathbf{v}_{j \ 0} + \mathbf{V}_{j \ S} \cdot \mathbf{s}_H \quad ; \quad 2 \leq j \leq n_R - 1 \\ \mathbf{B}'_{n_R-1} \cdot \mathbf{y}_{n_R-1} + \mathbf{A}_{n_R} \cdot \mathbf{y}_{n_R} &= \mathbf{v}_{n_R \ 0} + \mathbf{V}_{n_R \ S} \cdot \mathbf{s}_H \end{aligned} \quad (75)$$

Aus den Gleichungen (72) und (73) ergeben sich die von Null verschiedenen Elemente der Matrizen \mathbf{A}_j , \mathbf{B}_j , $\mathbf{V}_{j \ S}$ und $\mathbf{V}_{j \ \phi}$ zu

$$A_{j \ i \ i} = \begin{cases} 4 (\eta_{j \ 1} + \eta_{j+1 \ 1} + \lambda_{j \ 2}) & ; \quad i = 1 \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R - 1 \\ 4 (\eta_{n_R \ 1} + \lambda_{n_R \ 2}) & ; \quad i = 1 \quad ; \quad j = n_R \\ 4 (\eta_{j \ i} + \eta_{j+1 \ i} + \lambda_{j \ i} + \lambda_{j \ i+1}) & ; \quad 2 \leq i \leq n_S - 1 \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R - 1 \\ 4 (\eta_{n_R \ i} + \lambda_{n_R \ i} + \lambda_{n_R \ i+1}) & ; \quad 2 \leq i \leq n_S - 1 \quad ; \quad j = n_R \\ 4 (\eta_{j \ n_S} + \eta_{j+1 \ n_S} + \lambda_{j \ n_S}) & ; \quad i \leq n_S \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R - 1 \\ 4 (\eta_{n_R \ n_S} + \lambda_{n_R \ n_S}) & ; \quad i = n_S \quad ; \quad j = n_R \end{cases}$$

$$A_{j i i} = 12 \sum_{l=1}^{l=n_S} \eta_{j l} \quad ; \quad i = n_S + 1 \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R$$

$$\left. \begin{aligned} A_{j i i+1} &= 2 \lambda_{j i+1} && ; \quad 1 \leq i \leq n_S - 1 \\ A_{j i i-1} &= 2 \lambda_{j i} && ; \quad 2 \leq i \leq n_S \\ A_{j n_S + 1 k} &= -6 \eta_{j k} && ; \quad 1 \leq k \leq n_S \\ A_{j i n_S + 1} &= -6 \eta_{j i} && ; \quad 1 \leq i \leq n_S \end{aligned} \right\} 1 \leq j \leq n_R$$

$$\left. \begin{aligned} B_{j i i} &= 2 \eta_{j+1 i} && ; \quad 1 \leq i \leq n_S \\ B_{j i n_S + 1} &= -6 \eta_{j+1 i} && ; \quad 1 \leq i \leq n_S \end{aligned} \right\} 1 \leq j \leq n_R - 1$$

$$V_{j i i}^S = \left\{ \begin{aligned} & - \frac{6 \lambda_{j 2}}{l_2} && ; \quad i = 1 \\ & \frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} && ; \quad 2 \leq i \leq n_S - 1 \\ & \frac{6 \lambda_{j n_S}}{l_{n_S}} && ; \quad i = n_S \end{aligned} \right\} 1 \leq j \leq n_R$$

$$V_{j i i+1}^S = \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} \quad ; \quad 1 \leq i \leq n_S - 1$$

$$V_{j i i-1}^S = - \frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} \quad ; \quad 2 \leq i \leq n_S$$

$$V_{1 i i}^{\Phi} = -2 \eta_{1 i} \quad ; \quad 1 \leq i \leq n_S$$

$$V_{1 n_S+1 k}^{\Phi} = 6 \eta_{1 k} \quad ; \quad 1 \leq k \leq n_S$$

Wie bereits durch die Schreibweise angedeutet, entstehen die Matrizen \mathbf{B}'_{j-1} durch Transponieren der Matrizen \mathbf{B}_{j-1} , d. h. durch Vertauschen von Spalten und Zeilen. Die Elemente der Vektoren $\mathbf{v}_{j 0}$ ergeben sich zu

$$V_{j i}^0 = \left\{ \begin{array}{ll} - (M_{j 1}^{U0} + M_{j 1}^{O0} + M_{j 1}^{R0}) & ; \quad i = 1 \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R - 1 \\ - (M_{n_R 1}^{U0} + M_{n_R 1}^{R0}) & ; \quad i = 1 \quad \quad \quad j = n_R \\ - (M_{j i}^{U0} + M_{j i}^{O0} + M_{j i}^{L0} + M_{j i}^{R0}) & ; \quad 2 \leq i \leq n_S - 1 \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R - 1 \\ - (M_{n_R i}^{U0} + M_{n_R i}^{L0} + M_{n_R i}^{R0}) & ; \quad 2 \leq i \leq n_S - 1 \quad ; \quad j = n_R \\ - (M_{j n_S}^{U0} + M_{j n_S}^{O0} + M_{j n_S}^{L0}) & ; \quad i = n_S \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R - 1 \\ - (M_{n_R n_S}^{U0} + M_{n_R n_S}^{L0}) & ; \quad i = n_S \quad ; \quad j = n_R \\ + \sum_{l=1}^{l=n_S} (M_{j-1 l}^{O0} + M_{j l}^{U0}) & ; \quad i = n_S + 1 \quad ; \quad 1 \leq j \leq n_R \end{array} \right.$$

Durch die Anordnung der Bestimmungsgleichungen für die Stab- und Knotendrehwinkel des Hochhausrahmens nach Gleichung (75) werden zwei für die Behandlung großer Rahmensysteme entscheidende Vorteile erzielt.

Zum einen ergibt sich für die elektronische Bearbeitung eine beträchtliche Einsparung an Speicherplätzen und Rechenzeit, da anstelle des gesamten Gleichungssystems nur die angegebenen Untermatrizen gespeichert und bearbeitet werden müssen.

Zum anderen ist in übersichtlicher Form eine stufenweise Auflösung des Gleichungssystems möglich, wobei wegen des günstigen Aufbaus der Matrizen ein progressives Anwachsen der Rundungsfehler nicht zu befürchten ist.

Aus der letzten Gleichung von (75) folgt durch Linksmultiplikation mit der Kehrmatrix $\mathbf{A}_{n_R}^{-1}$

$$\mathbf{y}_{n_R} = -\mathbf{A}_{n_R}^{-1} \cdot \mathbf{B}'_{n_R-1} \cdot \mathbf{y}_{n_R-1} + \mathbf{A}_{n_R}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{n_R 0} + \mathbf{A}_{n_R}^{-1} \cdot \mathbf{V}_{n_R S} \cdot \mathbf{s}_H$$

Wird diese Beziehung in die vorangehende Matrizengleichung

$$\mathbf{B}'_{n_R-2} \cdot \mathbf{y}_{n_R-2} + \mathbf{A}_{n_R-1} \cdot \mathbf{y}_{n_R-1} + \mathbf{B}_{n_R-1} \cdot \mathbf{y}_{n_R} = \mathbf{v}_{n_R-1 0} + \mathbf{V}_{n_R-1 S} \cdot \mathbf{s}_H$$

eingesetzt, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_{n_R-2} \cdot \mathbf{y}_{n_R-2} + (\mathbf{A}_{n_R-1} - \mathbf{B}_{n_R-1} \cdot \mathbf{A}_{n_R}^{-1} \cdot \mathbf{B}'_{n_R-1}) \cdot \mathbf{y}_{n_R-1} &= \mathbf{v}_{n_R-1 0} \\ -\mathbf{B}_{n_R-1} \cdot \mathbf{A}_{n_R}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{n_R 0} + (\mathbf{V}_{n_R-1 S} - \mathbf{B}_{n_R-1} \cdot \mathbf{A}_{n_R}^{-1} \cdot \mathbf{V}_{n_R S}) \cdot \mathbf{s}_H & \end{aligned}$$

Diese Gleichung kann nun ihrerseits nach \mathbf{y}_{n_R-1} aufgelöst und in die vorangehende Gleichung ($j = n_R - 2$) eingesetzt werden.

Wird auf diese Weise bis zur ersten Gleichung verfahren, so wird ausgehend von

$$\bar{\mathbf{A}}_{n_R} = \mathbf{A}_{n_R}; \quad \bar{\mathbf{v}}_{n_R 0} = \mathbf{v}_{n_R 0}; \quad \bar{\mathbf{V}}_{n_R S} = \mathbf{V}_{n_R S}$$

durch Ausführen der Matrizenoperationen

$$\bar{\mathbf{A}}_j = \mathbf{A}_j - \mathbf{B}_j \cdot \bar{\mathbf{A}}_{j+1}^{-1} \cdot \mathbf{B}'_j$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{j 0} = \mathbf{v}_{j 0} - \mathbf{B}_j \cdot \bar{\mathbf{A}}_{j+1}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{j+1 0}$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{j S} = \mathbf{V}_{j S} - \mathbf{B}_j \cdot \bar{\mathbf{A}}_{j+1}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{V}}_{j+1 S}$$

das Gleichungssystem (75) überführt in

$$\bar{\mathbf{A}}_1 \cdot \mathbf{y}_1 = \bar{\mathbf{v}}_{1 0} + \bar{\mathbf{V}}_{1 S} \cdot \mathbf{s}_H + \mathbf{V}_{1 \Phi} \cdot \Phi_H$$

$$\mathbf{B}'_{j-1} \cdot \mathbf{y}_{j-1} + \bar{\mathbf{A}}_j \cdot \mathbf{y}_j = \bar{\mathbf{v}}_{j 0} + \bar{\mathbf{V}}_{j S} \cdot \mathbf{s}_H \quad ; \quad 2 \leq j \leq n_R \quad (76).$$

Die Auflösung des Gleichungssystems (76) kann, ausgehend von der ersten Matrixgleichung in Stufen - jeweils für die unbekannt Drehwinkel eines Geschosses - erfolgen.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= \bar{\mathbf{A}}_1^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{v}}_{10} + \bar{\mathbf{v}}_{1S} \cdot \mathbf{s}_H + \mathbf{V}_{1\Phi} \cdot \Phi_H) \\ \mathbf{y}_j &= \bar{\mathbf{A}}_j^{-1} \cdot (-\mathbf{B}'_{j-1} \cdot \mathbf{y}_{j-1} + \bar{\mathbf{v}}_{j0} + \bar{\mathbf{v}}_{jS} \cdot \mathbf{s}_H) \quad ; 2 \leq j \leq n_R \end{aligned} \quad (77).$$

Unter Betrachtung von

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{y}_{j0} + \mathbf{Y}_{jS} \cdot \mathbf{s}_H + \mathbf{Y}_{j\Phi} \cdot \Phi_H \quad (78)$$

ergeben sich aus (77) die Stab- und Knotendrehwinkel der $2 \cdot n_S + 1$ Einheitsverformungszustände des Hochhausrahmens zu

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{10} &= \bar{\mathbf{A}}_1^{-1} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{10} \\ \mathbf{y}_{j0} &= \bar{\mathbf{A}}_j^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{v}}_{j0} - \mathbf{B}'_{j-1} \cdot \mathbf{y}_{j-10}) \quad ; 2 \leq j \leq n_R \\ \mathbf{Y}_{1S} &= \bar{\mathbf{A}}_1^{-1} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{1S} \\ \mathbf{Y}_{jS} &= \bar{\mathbf{A}}_j^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{v}}_{jS} - \mathbf{B}'_{j-1} \cdot \mathbf{Y}_{j-1S}) \quad ; 2 \leq j \leq n_R \\ \mathbf{Y}_{1\Phi} &= \bar{\mathbf{A}}_1^{-1} \cdot \mathbf{V}_{1\Phi} \\ \mathbf{Y}_{j\Phi} &= -\bar{\mathbf{A}}_j^{-1} \cdot \mathbf{B}'_{j-1} \cdot \mathbf{Y}_{j-1\Phi} \quad ; 2 \leq j \leq n_R \end{aligned} \quad (79).$$

Die Berechnung der Festhaltekräfte vereinfacht sich wesentlich, wenn beachtet wird, daß nach dem Satz von Maxwell-Betti die Matrizen $\mathbf{X}_{H\Phi}$ und \mathbf{Z}_{HS} symmetrisch sind und die Matrix $\mathbf{Z}_{H\Phi}$ gleich der mit -1 multiplizierten transponierten Matrix \mathbf{X}'_{HS} ist

$$Z_{ik}^{H\Phi} = -X_{ki}^{HS}$$

wobei die Matrix \mathbf{X}_{HS} nach wesentlich einfacheren Formeln berechnet werden kann als die Matrix $\mathbf{Z}_{H\Phi}$. Die Umkehrung des Vorzeichens ist erforderlich, da Φ_k^H und X_{ki}^{HS} in gleicher, s_i^H und $Z_{ik}^{H\Phi}$ jedoch in entgegengesetzter Richtung positiv definiert sind.

Aus Bild 46 und den Gleichungen (71), (74) und (78) folgt

$$X_i^{H0} = M_{0i}^{00} + \eta_{1i} (2 Y_{1i}^0 - 6 Y_{1n_S+1}^0)$$

$$X_{ik}^{H\Phi} = \begin{cases} \eta_{1i} (2 Y_{1ik}^{\Phi} - 6 Y_{1n_S+1k}^{\Phi}) & ; i \neq k \\ \eta_{1k} (4 + 2 Y_{1kk}^{\Phi} - 6 Y_{1n_S+1k}^{\Phi}) & ; i = k \end{cases}$$

$$X_{ik}^{HS} = \eta_{1i} (2 Y_{1ik}^S - 6 Y_{1n_S+1k}^S)$$

Die Festhaltekräfte Z_i^H ergeben sich mit den Bezeichnungen nach Bild 46 zu

$$Z_i^H = \sum_{j=1}^{j=n} R (P_{ji} - Q_{ji}^L + Q_{ji}^R).$$

Werden die Querkräfte des Starrzustandes mit Q_{ji}^{L0} und Q_{ji}^{R0} bezeichnet, so folgt aus

$$Q_{ji}^L = Q_{ji}^{L0} - \frac{1}{l_i} (M_{j i-1}^R - M_{j i-1}^{R0} + M_{ji}^L - M_{ji}^{L0})$$

$$Q_{ji}^R = Q_{ji}^{R0} - \frac{1}{l_{i+1}} (M_{ji}^R - M_{ji}^{R0} + M_{j i+1}^L - M_{j i+1}^{L0})$$

und (71)

$$\begin{aligned} Z_i^H = \sum_{j=1}^{j=n} R [& P_{ji} - Q_{ji}^{L0} + Q_{ji}^{R0} + \frac{6 \lambda_{ji}}{l_i} \varphi_{j i-1} + \left(\frac{6 \lambda_{ji}}{l_i} - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} \right) \varphi_{ji} \\ & - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} \varphi_{j i+1} + \frac{12 \lambda_{ji}}{l_i} s_{i-1}^H - \left(\frac{12 \lambda_{ji}}{l_i} + \frac{12 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} \right) s_i^H \\ & + \frac{12 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} s_{i+1}^H] . \end{aligned}$$

Hieraus folgt mit (74) und (78)

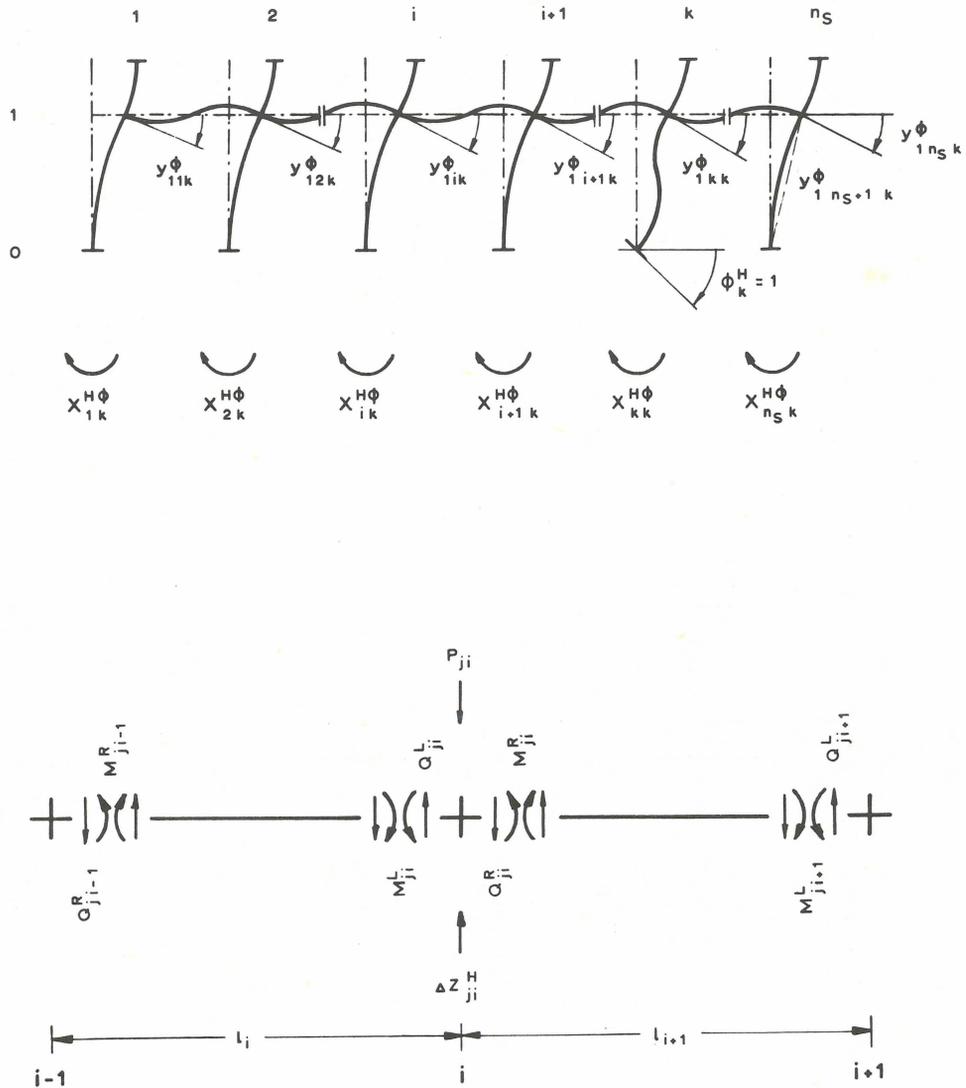


Bild 46 Ermittlung der Festhaltekräfte des Hochhausrahmens

- a Festhaltekräfte $X_{i k}^H$ im Einheitsverformungszustand $\phi_k^H = 1$
- b Ermittlung der Festhaltekräfte $Z_i^H = \sum_{j=1}^{j=n} R \Delta Z_{j i}^H$

$$Z_i^{H0} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{j=n_R} [P_{j1} + Q_{j1}^{R0} - \frac{6\lambda_{j2}}{l_2} (Y_{j1}^0 + Y_{j2}^0)] & ; i=1 \\ \sum_{j=1}^{j=n_R} [P_{ji} - Q_{ji}^{L0} + Q_{ji}^{R0} + \frac{6\lambda_{ji}}{l_i} (Y_{j,i-1}^0 + Y_{ji}^0) \\ - \frac{6\lambda_{j,i+1}}{l_{i+1}} (Y_{ji}^0 + Y_{j,i+1}^0)] & ; 2 \leq i \leq n_S - 1 \\ \sum_{j=1}^{j=n_R} [P_{jn_S} - Q_{jn_S}^{L0} + \frac{6\lambda_{jn_S}}{l_{n_S}} (Y_{j,n_S-1}^0 + Y_{jn_S}^0)] & ; i = n_S \end{cases}$$

$$Z_{1k}^{HS} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{j=n_R} - \frac{6\lambda_{j2}}{l_2} (Y_{j1k}^S + Y_{j2k}^S) & ; k \geq 3 \\ \sum_{j=1}^{j=n_R} [- \frac{6\lambda_{j2}}{l_2} (Y_{j11}^S + Y_{j21}^S) - \frac{12\lambda_{j2}}{l_2^2}] & ; k = 1 \\ \sum_{j=1}^{j=n_R} [- \frac{6\lambda_{j2}}{l_2} (Y_{j12}^S + Y_{j22}^S) + \frac{12\lambda_{j2}}{l_2^2}] & ; k = 2 \end{cases}$$

$$Z_{ik}^{HS} = \sum_{j=1}^{j=n_R} [\frac{6\lambda_{ji}}{l_i} (Y_{j,i-1k}^S + Y_{jik}^S) - \frac{6\lambda_{j,i+1}}{l_{i+1}} (Y_{jik}^S + Y_{j,i+1k}^S)] ; 2 \leq i \leq n_S - 1 ; k \neq i-1, i, i+1$$

$$Z_{i k}^{HS} = \left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{j=n_R} \left[\frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} (Y_{j i-1 k}^S + Y_{j i k}^S) \right. \\ & \quad - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} (Y_{j i k}^S + Y_{j i+1 k}^S) \\ & \quad \left. + \frac{12 \lambda_{j i}}{l_i^2} \right] \end{aligned} \right. ; 2 \leq i \leq n_S - 1 ; k = i - 1$$

$$Z_{i k}^{HS} = \left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{j=n_R} \left[\frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} (Y_{j i-1 k}^S + Y_{j i k}^S) \right. \\ & \quad - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} (Y_{j i k}^S + Y_{j i+1 k}^S) \\ & \quad \left. - \left(\frac{12 \lambda_{j i}}{l_i^2} + \frac{12 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \right] \end{aligned} \right. ; 2 \leq i \leq n_S - 1 ; k = i$$

$$\sum_{j=1}^{j=n_R} \left[\frac{6 \lambda_{j i}}{l_i} (Y_{j i-1 k}^S + Y_{j i k}^S) \right. \\ \left. - \frac{6 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}} (Y_{j i k}^S + Y_{j i+1 k}^S) \right. \\ \left. + \frac{12 \lambda_{j i+1}}{l_{i+1}^2} \right] ; 2 \leq i \leq n_S - 1 ; k = i + 1$$

$$Z_{n_S k}^{HS} = \sum_{j=1}^{j=n_R} \frac{6 \lambda_{j n_S}}{l_{n_S}} (Y_{j n_S-1 k}^S + Y_{j n_S k}^S) ; k \leq n_S - 2$$

$$Z_{n_S k}^{HS} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{j=n_R} \left[\frac{6 \lambda_j n_S}{1_{n_S}} (Y_{j n_S-1 n_S-1}^S + Y_{j n_S n_S-1}^S) + \frac{12 \lambda_j n_S}{1_{n_S}} \right] ; k = n_S-1 \\ \sum_{j=1}^{j=n_R} \left[\frac{6 \lambda_j n_S}{1_{n_S}} (Y_{j n_S-1 n_S}^S + Y_{j n_S n_S}^S) - \frac{12 \lambda_j n_S}{1_{n_S}} \right] ; k = n_S \end{cases}$$

I. 2 Festhaltekräfte der Gründungsplatte

Wird die Gründungsplatte allein - d. h. ohne Hochhausrahmen - betrachtet, so betragen die in den gedachten Auflagerepunkten der Gründungsplatte angreifenden Festhaltekräfte

$$X_i^G = X_i^{G0} + \sum_{k=1}^{k=n_G} X_{i k}^{GS} \cdot s_k + \sum_{k=1}^{k=n_G} X_{i k}^{G\Phi} \cdot \phi_k$$

$$Z_i^G = Z_i^{G0} + \sum_{k=1}^{k=n_G} Z_{i k}^{GS} \cdot s_k + \sum_{k=1}^{k=n_G} Z_{i k}^{G\Phi} \cdot \phi_k$$

oder kürzer

$$\mathbf{x}_G = \mathbf{x}_{G0} + \mathbf{X}_{GS} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{X}_{G\Phi} \cdot \Phi$$

$$\mathbf{z}_G = \mathbf{z}_{G0} + \mathbf{Z}_{GS} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{Z}_{G\Phi} \cdot \Phi \quad (80)$$

Die Festhaltekräfte dieser $2 \cdot n_G + 1$ Verformungszustände können unmittelbar aus den Gleichgewichtsbedingungen

$$X_i^G = M_i^L + M_i^R$$

$$Z_i^G = P_{0 i} - Q_i^L + Q_i^R \quad (81)$$

und den für die Stabendkräfte gültigen Beziehungen

$$M_i^L = M_i^{L0} + \lambda_i [4 \phi_i + 2 \phi_{i-1} - \frac{6}{d_i} (s_i - s_{i-1})]$$

$$M_i^R = M_i^{R0} + \lambda_{i+1} [4 \phi_i + 2 \phi_{i+1} - \frac{6}{d_{i+1}} (s_{i+1} - s_i)]$$

$$Q_i^L = Q_i^{L0} - \frac{6 \lambda_i}{d_i} [\phi_{i-1} + \phi_i - \frac{2}{d_i} (s_i - s_{i-1})]$$

$$Q_i^R = Q_i^{R0} - \frac{6 \lambda_{i+1}}{d_{i+1}} \left[\phi_i + \phi_{i+1} - \frac{2}{d_{i+1}} (s_{i+1} - s_i) \right] \quad (82)$$

hergeleitet werden. Hierin sind

$$\lambda_i = \frac{EI_i^G}{d_i} \quad (83)$$

und M_i^{L0} , M_i^{R0} , Q_i^{L0} , Q_i^{R0} die Stabendkräfte des Starrzustandes.

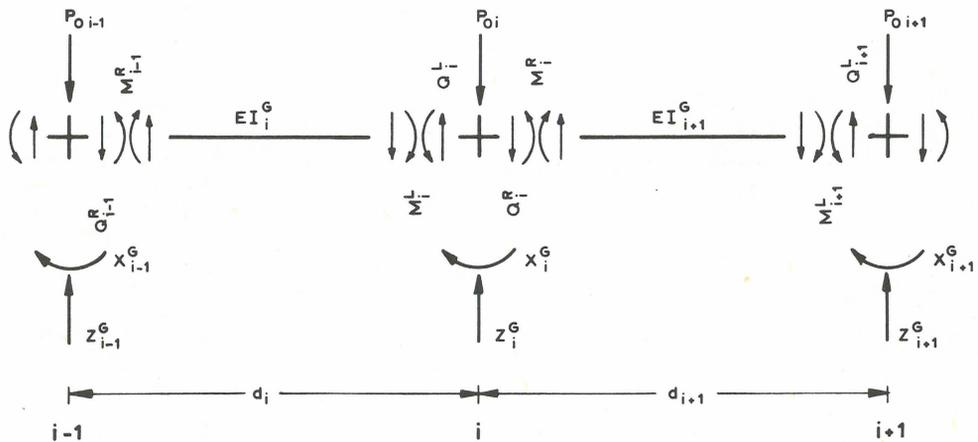


Bild 47 Festhaltekräfte der Gründungsplatte

Die Festhaltekräfte des Starrzustandes ergeben sich zu

$$X_i^{G0} = \begin{cases} M_1^{R0} & ; \quad i = 1 \\ M_i^{L0} + M_i^{R0} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G - 1 \\ M_{n_G}^{L0} & ; \quad i = n_G \end{cases}$$

$$Z_i^{G0} = \begin{cases} P_{01} + Q_1^{R0} & ; \quad i = 1 \\ P_{0i} - Q_i^{L0} + Q_i^{R0} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G - 1 \\ P_{0n_G} - Q_{n_G}^{L0} & ; \quad i = n_G \end{cases}$$

Die von Null verschiedenen Festhaltekräfte der Einheitsverformungszustände sind

$$X_{ik}^{GS} = \begin{cases} \frac{6\lambda_2}{d_2} & ; \quad i = 1 \quad ; \quad k = 1 \\ \frac{6\lambda_i}{d_i} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G \quad ; \quad k = i-1 \\ -\frac{6\lambda_i}{d_i} + \frac{6\lambda_{i+1}}{d_{i+1}} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G - 1 \quad ; \quad k = i \\ -\frac{6\lambda_{i+1}}{d_{i+1}} & ; \quad 1 \leq i \leq n_G - 1 \quad ; \quad k = i+1 \\ -\frac{6\lambda_{n_G}}{d_{n_G}} & ; \quad i = n_G \quad ; \quad k = n_G \end{cases}$$

$$X_{ik}^{G\Phi} = \begin{cases} 4\lambda_2 & ; \quad i = 1 \quad ; \quad k = 1 \\ 2\lambda_i & ; \quad 2 \leq i \leq n_G \quad ; \quad k = i-1 \\ 4\lambda_i + 4\lambda_{i+1} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G - 1 \quad ; \quad k = i \\ 2\lambda_{i+1} & ; \quad 1 \leq i \leq n_G - 1 \quad ; \quad k = i+1 \\ 4\lambda_{n_G} & ; \quad i = n_G \quad ; \quad k = n_G \end{cases}$$

$$Z_{ik}^{GS} = \left\{ \begin{array}{ll} -\frac{12\lambda_2}{d_2^2} & ; \quad i=1 \quad ; \quad k=1 \\ \frac{12\lambda_i}{d_i^2} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G \quad ; \quad k=i-1 \\ -\frac{12\lambda_i}{d_i^2} - \frac{12\lambda_{i+1}}{d_{i+1}^2} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G-1 \quad ; \quad k=i \\ \frac{12\lambda_{i+1}}{d_{i+1}^2} & ; \quad 1 \leq i \leq n_G-1 \quad ; \quad k=i+1 \\ -\frac{12\lambda_{n_G}}{d_{n_G}^2} & ; \quad i=n_G \quad ; \quad k=n_G \end{array} \right.$$

$$Z_{ik}^{G\Phi} = \left\{ \begin{array}{ll} -\frac{6\lambda_2}{d_2} & ; \quad i=1 \quad ; \quad k=1 \\ +\frac{6\lambda_i}{d_i} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G \quad ; \quad k=i-1 \\ +\frac{6\lambda_i}{d_i} - \frac{6\lambda_{i+1}}{d_{i+1}} & ; \quad 2 \leq i \leq n_G-1 \quad ; \quad k=i \\ -\frac{6\lambda_{i+1}}{d_{i+1}} & ; \quad 1 \leq i \leq n_G-1 \quad ; \quad k=i+1 \\ +\frac{6\lambda_{n_G}}{d_{n_G}} & ; \quad i=n_G \quad ; \quad k=n_G \end{array} \right.$$

I. 3 Festhaltekräfte des Gesamtbauwerkes

Die bei Betrachtung des Gesamtbauwerkes in den gedachten Auflagerpunkten der Gründungsplatte angreifenden Festhaltekräfte

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{X}}_S \cdot \mathbf{s} + \bar{\mathbf{X}}_{\Phi} \cdot \Phi$$

$$\mathbf{z} = \bar{\mathbf{z}}_0 + \bar{\mathbf{Z}}_S \cdot \mathbf{s} + \bar{\mathbf{Z}}_{\Phi} \cdot \Phi \quad (84)$$

ergeben sich durch Addition der Festhaltekräfte des Hochhausrahmens und der Gründungsplatte. Werden mit r_i und r_k die Indizes der unter den Hochhausstützen i und k liegenden Auflagerpunkte der Gründungsplatte bezeichnet, Bild 48, so gilt für $i = 1, 2, \dots, n_S$ und $k = 1, 2, \dots, n_S$

$$\bar{\mathbf{X}}_{r_i}^0 = \mathbf{X}_{r_i}^{G0} + \mathbf{X}_i^{H0}$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{r_i}^0 = \mathbf{Z}_{r_i}^{G0} + \mathbf{Z}_i^{H0}$$

$$\bar{\mathbf{X}}_{r_i r_k}^S = \mathbf{X}_{r_i r_k}^{GS} + \mathbf{X}_{i k}^{HS}$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{r_i r_k}^S = \mathbf{Z}_{r_i r_k}^{GS} + \mathbf{Z}_{i k}^{HS}$$

$$\bar{\mathbf{X}}_{r_i r_k}^{\Phi} = \mathbf{X}_{r_i r_k}^{G\Phi} + \mathbf{X}_{i k}^{H\Phi}$$

$$\bar{\mathbf{X}}_{r_i r_k}^{\Phi} = \mathbf{X}_{r_i r_k}^{G\Phi} + \mathbf{X}_{i k}^{H\Phi},$$

während alle übrigen Festhaltekräfte des Gesamtbauwerkes gleich denen der Gründungsplatte sind.

Da in den gedachten Auflagerpunkten der Gründungsplatte außer den Festhaltekräften \mathbf{x} keine äußeren Biegemomente angreifen, folgt mit

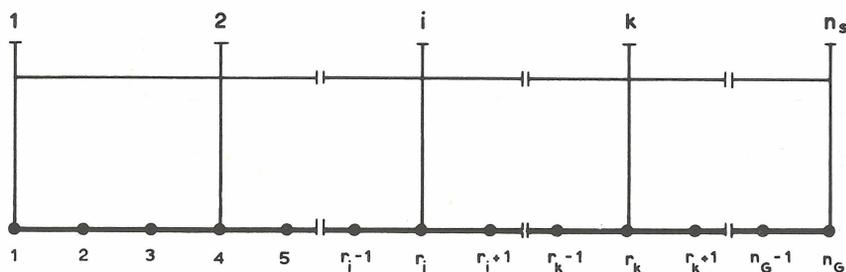


Bild 48 Bezeichnung der Hochhausstützen und der gedachten Auflagerpunkte der Gründungsplatte

$$\bar{\Phi}_i = \bar{\Phi}_i^0 + \sum_{k=1}^{k=n} \bar{X}_{i k}^G \bar{\Phi}_i^S \cdot s_k$$

oder kürzer

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_S \cdot s \tag{85}$$

aus der ersten Gleichung (84)

$$\bar{x}_0 + \bar{X}_{\bar{\Phi}} \cdot \bar{\Phi}_0 + (\bar{X}_S + \bar{X}_{\bar{\Phi}} \cdot \bar{\Phi}_S) \cdot s = 0$$

und daraus

$$\bar{\Phi}_0 = -\bar{X}_{\bar{\Phi}}^{-1} \cdot \bar{x}_0$$

$$\bar{\Phi}_S = -\bar{X}_{\bar{\Phi}}^{-1} \cdot \bar{X}_S \tag{86}$$

Die Festhaltekräfte der in Bild 2 angegebenen Einheitsverformungszustände

$$z = z_0 + Z \cdot s$$

ergeben sich aus der zweiten Gleichung (84) und aus Gleichung (85) zu

$$z_0 = \bar{z}_0 + \bar{Z}_{\bar{\Phi}} \cdot \bar{\Phi}_0$$

$$Z = \bar{Z}_S + \bar{Z}_{\bar{\Phi}} \cdot \bar{\Phi}_S \tag{87}.$$

Nach der Berechnung der Setzungen können die Knotendrehwinkel der Gründungsplatte mit (85) und die Stab- und Knotendrehwinkel des Hochhausrahmens mit (78) ermittelt werden. Die Schnittkräfte des Bauwerks ergeben sich dann aus (71) und (82).

II. Ermittlung der Festhaltekräfte des kriechfähigen Tragwerks

Bei Anwendung des in Abschnitt 3. 2 zur Erfassung der kriechbedingten Schnittkraftumlagerungen angegebenen Differenzenverfahrens können die in Anhang I für elastische Tragwerke aufgestellten Beziehungen auch zur Ermittlung der während eines beliebigen Zeitintervalles in einem kriechfähigen Tragwerk eintretenden Änderungen der einzelnen Zustandsgrößen benutzt werden. Die hierzu in den Beziehungen Anhang I durchzuführenden Änderungen werden im folgenden angegeben. Diese Gleichungen

chungen gelten für den durch die Herstellung des Geschosses 1-1 und des darauffolgenden Geschosses 1 festgelegten Zeitraum. Die übrigen Gleichungen des Anhang I bleiben gültig, wobei anstelle der dort verwendeten Symbole die entsprechenden, im Abschnitt 3.4 benutzten einzuführen sind.

II. 1 Biegesteifigkeit der Rahmenstäbe

Nach Gleichung (14) muß die Steifigkeit der einzelnen Rahmenstäbe entsprechend dem in Gleichung (12) angegebenen fiktiven Elastizitätsmodul ermittelt werden. Die im betrachteten Zeitintervall eintretende Änderung der Grundkriechkurve des zum Zeitpunkt t_j erstellten Geschosses j beträgt

$$\Delta\varphi_j(t_1) = \varphi(t_1 - t_j) - \varphi(t_{1-1} - t_j) \quad (88)$$

Aus (88) und (12) erhält man für die Stäbe des Hochhausrahmens ($j \leq 1-1$) anstelle von (70)

$$\eta_{ji} = \frac{E_b I_{ji}^S}{h_j} \frac{1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}}{\Delta\varphi_j(t_1)}$$

$$\lambda_{ji} = \frac{E_b I_{ji}^R}{l_i} \frac{1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}}{\Delta\varphi_j(t_1)} \quad (89)$$

und für die Gründungsplatte anstelle von (83)

$$\lambda_i = \frac{E_b I_i^G}{d_i} \frac{1 - e^{-\Delta\varphi_0(t_1)}}{\Delta\varphi_0(t_1)} \quad (90)$$

Die angegebenen Steifigkeiten gelten für alle in Abschnitt 3.4 angegebenen Verfahren.

II. 2 Stabendkräfte des Starrzustandes

Die im folgenden angegebenen Stabendkräfte des Starrzustandes ergeben sich aus Gleichung (13) und den Ausführungen des Abschnittes 3.4.

II. 2. 1 Eindimensionale Konsolidierungstheorie

Hochhausrahmen

$$M_{j i}^{R0}(t_1) = - \left[M_{j i}^R(t_{1-1}) + \frac{l_{i+1}^2 p_{j i+1}}{12} \right] \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}]$$

$$M_{j i}^{L0}(t_1) = - \left[M_{j i}^L(t_{1-1}) - \frac{l_i^2 p_{j i}}{12} \right] \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}]$$

$$M_{j i}^{U0}(t_1) = - M_{j i}^U(t_{1-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}]$$

$$M_{j i}^{O0}(t_1) = - M_{j i}^O(t_{1-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_{j+1}(t_1)}]$$

$$Q_{j i}^{R0}(t_1) = - \frac{1}{l_{i+1}} [M_{j i}^{R0}(t_1) + M_{j i+1}^{L0}(t_1)]$$

$$Q_{j i}^{L0}(t_1) = - \frac{1}{l_i} [M_{j i-1}^{R0}(t_1) + M_{j i}^{L0}(t_1)] \quad (91).$$

Bei Ermittlung der Festhaltekräfte Z_i^{H0} muß

$$P_{j i} = 0$$

gesetzt werden.

Gründungsplatte

$$M_i^{R0}(t_1) = - M_i^R(t_{1-1}) [1 - e^{-\Delta\varphi_0(t_1)}]$$

$$M_i^{L0}(t_1) = - M_i^L(t_{1-1}) [1 - e^{-\Delta\varphi_0(t_1)}]$$

$$Q_i^{R0}(t_1) = - \frac{1}{d_{i+1}} M_i^{R0}(t_1) + M_{i+1}^{L0}(t_1)$$

$$Q_i^{L0}(t_1) = - \frac{1}{d_i} M_{i-1}^{R0}(t_1) + M_i^{L0}(t_1) \quad (92).$$

Bei Ermittlung der Festhaltekräfte Z_i^{G0} muß

$$P_{0i} = 0$$

gesetzt werden.

II. 2. 2 Zeitabhängige Steifzahl, Methode I

Hochhausrahmen

$$M_{ri}^{jR0}(t_1) = \begin{cases} -[M_{ji}^j R(t_{1-1}) + \frac{l_{i+1}^2 p_{ji+1}}{12}] \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}] & ; r = j \\ -M_{ri}^j R(t_{1-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_r(t_1)}] & ; r \neq j \end{cases}$$

$$M_{ri}^{jL0}(t_1) = \begin{cases} -[M_{ji}^j L(t_{1-1}) - \frac{l_i^2 p_{ji}}{12}] \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}] & ; r = j \\ -M_{ri}^j L(t_{1-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_r(t_1)}] & ; r \neq j \end{cases} \quad (93).$$

Die restlichen Stabendkräfte ergeben sich entsprechend den Gleichungen (91) und (92). Bei Ermittlung der Festhaltekräfte Z_i^{H0} und Z_i^{G0} muß

$$P_{ji} = 0 \quad \text{und} \quad P_{0i} = 0$$

gesetzt werden.

II. 2. 3 Zeitabhängige Steifzahl, Methode II

Hochhausrahmen

$$M_{ji}^{R0}(t_1) = \begin{cases} -[M_{ji}^R(t_{1-1}) + \frac{l_{i+1}^2 p_{ji+1}}{12}] \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}] & ; 1 \leq j \leq l-2 \\ -\frac{l_{i+1}^2 p_{l-1i+1}}{12} & ; j = l-1 \end{cases}$$

$$M_{ji}^{L0}(t_1) = \begin{cases} -[M_{ji}^L(t_{1-1}) - \frac{l_i^2 p_{ji}}{12}] \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}] & ; 1 \leq j \leq 1-2 \\ + \frac{l_i^2 p_{1-1 i}}{12} & ; j = 1-1 \end{cases}$$

$$M_{ji}^{U0}(t_1) = \begin{cases} - M_{ji}^U(t_{1-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}] & ; 1 \leq j \leq 1-2 \\ 0 & ; j = 1-1 \end{cases}$$

$$M_{ji}^{O0}(t_1) = \begin{cases} - M_{ji}^O(t_{1-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta\varphi_j(t_1)}] & ; 1 \leq j \leq 1-3 \\ 0 & ; j \geq 1-2 \end{cases}$$

$$Q_{ji}^{R0}(t_1) = \begin{cases} - \frac{1}{l_{i+1}} [M_{ji}^{R0}(t_1) + M_{j i+1}^{L0}(t_1)] & ; 1 \leq j \leq 1-2 \\ - \frac{1}{l_{i+1}} [M_{ji}^{R0}(t_1) + M_{j i+1}^{L0}(t_1)] + \frac{p_{1-1 i+1} l_{i+1}}{2} & ; j = 1-1 \end{cases}$$

$$Q_{ji}^{L0}(t_1) = \begin{cases} - \frac{1}{l_i} [M_{j i-1}^{R0}(t_1) + M_{ji}^{L0}(t_1)] & ; 1 \leq j \leq 1-2 \\ - \frac{1}{l_i} [M_{j i-1}^{R0}(t_1) + M_{ji}^{L0}(t_1)] - \frac{p_{1-1 i} l_i}{2} & ; j = 1-1 \quad (94). \end{cases}$$

Bei der Ermittlung der Festhaltekräfte Z_i^{H0} muß außer $P_{1-1 i}$

$$P_{ji} = 0 ; 1 \leq j \leq 1-2$$

gesetzt werden. Für die Stabendkräfte der Gründungsplatte gelten die Gleichungen (92).

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von o. Prof. Dr.-Ing. H. Breth

- Nr. 1 Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteiften Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen Hochbauten
Dr.-Ing. H. Sommer, Februar 1965
- Nr. 2 Aktuelle Probleme im Staudambau
Veröffentlichungen in den Jahren 1966 und 1967
- Nr. 3 Über den Einfluß eines dünnwandigen, im Boden verlegten Rohres auf das Tragverhalten des Bodens
Dr.-Ing. K. H. Schwinn, Januar 1968
- Nr. 4 Das Tragverhalten des Frankfurter Tons bei im Tiefbau auftretenden Beanspruchungen
Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dipl.-Ing. E. Schultz, Dipl.-Ing. D. Stroh, April 1970
- Nr. 5 Zur Frage der Erosionssicherheit unterströmter Erdstaudämme
Dr.-Ing. K. Günther, Juni 1970
- Nr. 6 Ermittlung der rheologischen Zustandsgleichung eines Lehmes mit Hilfe einer neuentwickelten Versuchsanlage
Dr.-Ing. D. Fedder, Dezember 1970
- Nr. 7 Beiträge in den Jahren 1968 - 1970
- Nr. 8 Der Einfluß der Steifigkeit von Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton
Dr.-Ing. H. Heil Juni 1971