

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau  
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Breth

Heft 14

**Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens  
einfach verankerter Baugrubenwände**

**Dr.-Ing. Gert-Peter Schmitt**

Juli 1974

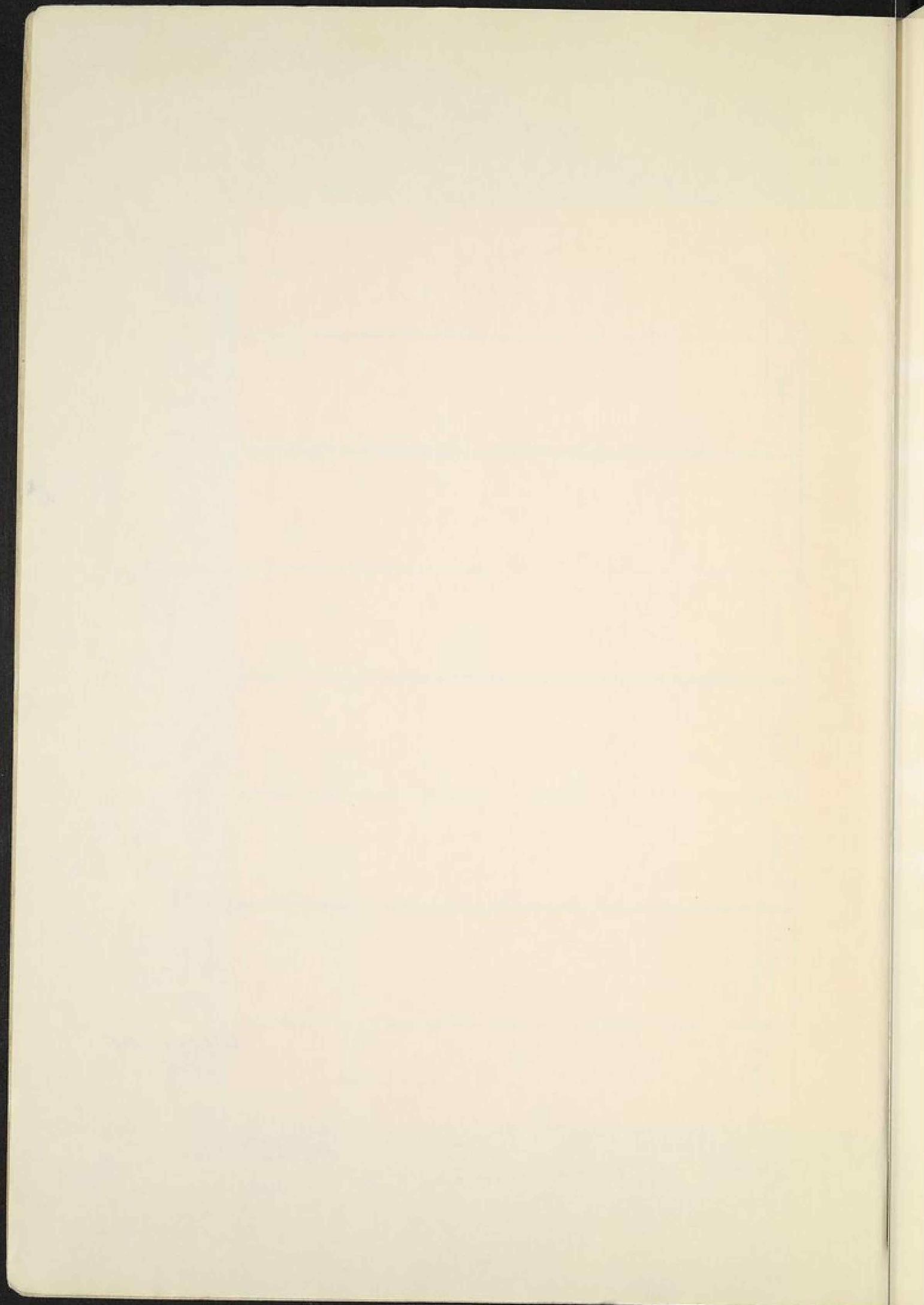
✓



44131-14

Lehrstuhl für  
Bodenmechanik und Grundbau  
Prof. Dr. Ing. H. G. Müller  
Technische Hochschule  
Darmstadt

44131  
I



Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau  
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Breth

Heft 14

**Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens  
einfach verankerter Baugrubenwände**

**Dr.-Ing. Gert-Peter Schmitt**

Juli 1974

THE HISTORY AND LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF TORONTO

OF THE UNIVERSITY OF TORONTO

OF THE UNIVERSITY OF TORONTO

1827

THE HISTORY AND LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF TORONTO

OF THE UNIVERSITY OF TORONTO

OF THE UNIVERSITY OF TORONTO

1827

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
1. Einleitung	5
1.1 Verfahren nach Kranz	5
1.2 Geländebruch	8
1.3 Kritik	8
1.4 Vergleichsstatiken für das System Wand - Boden - Anker	10
1.5 Ähnlichkeitsgesetz	14
2. Plastizitätstheoretische Betrachtung	16
2.1 Wirkliche Bruchfläche	16
2.2 Plastisches Fließen	19
2.2.1 Ideal plastisches Material	19
2.2.2 Abweichung des Bodens vom ideal plastischen Material	24
2.3 Oberer Grenzwert	25
2.3.1 Ableitung des oberen Grenzwertes der Ankerkraft	31
2.4 Exakte Lösung	35
2.5 Unterer Grenzwert	41
2.5.1 Spannungsdiskontinuität	41
2.5.2 Spannungsverteilung	43
2.5.3 Gleichgewicht in einem Element	44
2.5.4 Gleichgewicht zwischen den Elementen	47
2.5.5 Zuordnung der lokalen zu den globalen Unbekannten	47
2.5.6 Randbedingungen	48
2.5.7 Zielfunktionen	50
2.5.8 Bruchbedingungen	50

	<u>Seite</u>
2. 5. 9 Ermittlung der maximal möglichen Ankerkraft mit dem Simplexalgorithmus	55
2. 5. 10 Fehler und Konvergenz des Verfahrens	59
3. Modellversuche mit einer verankerten Wand	64
3. 1 Bedeutung der Versuche	64
3. 2 Versuchsprogramm	64
3. 3 Boden	67
3. 4 Fehlereinflüsse	69
3. 5 Versuchsergebnisse	69
3. 6 Vergleich der Versuchsergebnisse mit anderen Versuchen	76
4. Vergleich der Ergebnisse und Rückschlüsse für die Praxis	80
4. 1 Versuch - Theorie	80
4. 2 Theoretische Lösungen	87
5. Berechnungsvorschlag Tafeln zur Ermittlung der Ankerlänge	95 99
6. Zusammenfassung	103
Literaturverzeichnis	106
Anhang	110
Programm für die Standsicherheitsberechnung	112

Formelzeichen

A	Ankerkraft
b	Lamellenbreite
c	Kohäsion
$c'$	$c / (\gamma \cdot h_q)$
$\rho$	Wandreibungswinkel
Ea	Erddruck
Ean	Erddruck in der Ersatzankerwand
Ep	Erdwiderstand vor der Wand
$\epsilon$	Ankerneigung
$F_1$	mögl. A / vorh. A
$F_2$	$\tan \text{ vorh } \rho / \tan \text{ erf } \rho$
G	Gewicht
$\gamma$	Raumgewicht
h	Tiefe des Ankerkopfes
$h_q$	Wandabschnitt
$h'$	$h/h_q$
L	horizontale Ankerlänge
$\lambda$	Erddruckbeiwert
$\nu$	Dilatanzwinkel
$\mu$	$\tan \rho$
$\varphi$	Polarkoordinate
p	Auflast
$p'$	$p / (\gamma \cdot h_q)$
r	Polarkoordinate
$\rho$	wirksamer Reibungswinkel
$\sigma_1$	größte Hauptspannung
$\sigma_x$ $\tau_{zx}$	Koordinatenspannungen
T	Tangentialkraft
$\vartheta$	Gleitflächenneigung
Q	Gleitflächenreaktionskraft
x	Abstand von der Wand
z	Tiefe unter Gelände
Z	Zugkraft in Ankerhöhe

Indices

t	tangential
n	normal
v	vertikal
h	horizontal
p	infolge Auflast
c	infolge Kohäsion

Vektoren und Matrizen

$\sigma_{(i)}$	Randspannungen am Netzwerk
$y_{(i)}$	Schlupfvariablen der Ungleichungen
$b_{(i)}$	rechte Seiten der Gleichungen und Ungleichungen
$c_{(i)}$	Koeffizienten der Zielfunktion
$a_{(ij)}$	Koeffizienten der Randspannungen
$[ ]^T$	transponiert

## 1. Einleitung

Durch die hochentwickelte Kunst Injektionsanker herzustellen hat die Verbreitung von rückverankerten Wänden stark zugenommen, und der Standsicherheitsnachweis für das System Wand-Boden-Anker ist eine häufige Ingenieurarbeit geworden. Die ausreichende Standsicherheit einer einfach verankerten Wand wird z. Zt. durch die Nachweise der Standsicherheit in der tiefen Fuge nach Kranz (15) und Homberg (12) und der Geländebruchsicherheit nach DIN 4084 gewährleistet. Dem liegt die Vorstellung zu Grunde, es könnten zwei verschiedene Brucharten auftreten (19): Ein innerer Bruch, bei dem die Scherfestigkeit des Bodens zwischen Wand und Anker überschritten wird (13) und ein äußerer Bruch, bei dem der gesamte Erdkörper plastisch unverformt auf einer Kreisgleitfläche abrutscht (Bild 1.1).

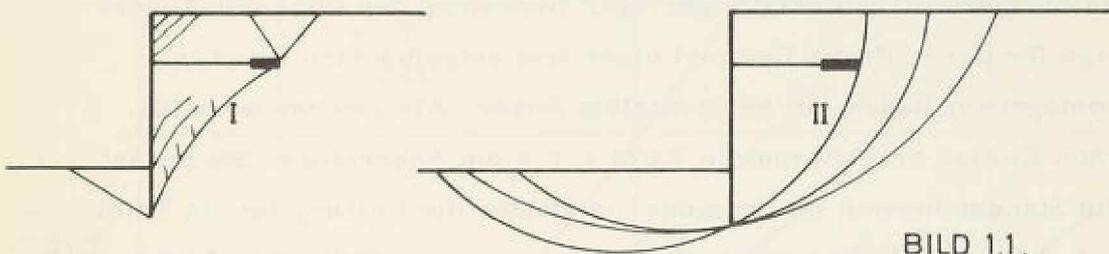


BILD 1.1.

### 1.1 Verfahren nach Kranz (15)

Der innere Bruch wird näherungsweise durch die Betrachtung eines starren Körpers erfaßt, welcher auf einer ebenen Gleitfläche abrutscht, die von dem Ankerende bzw. der Ankermitte bei Injektionsankern bis zum Wandfuß verläuft. Mit dem Kräfteansatz gemäß Bild 1.1.1 und der Sicherheitsdefinition

$$F_1 = \frac{\text{möglich Ah}}{\text{vorhanden Ah}}$$

erhält man folgende Formel für die Standsicherheit:

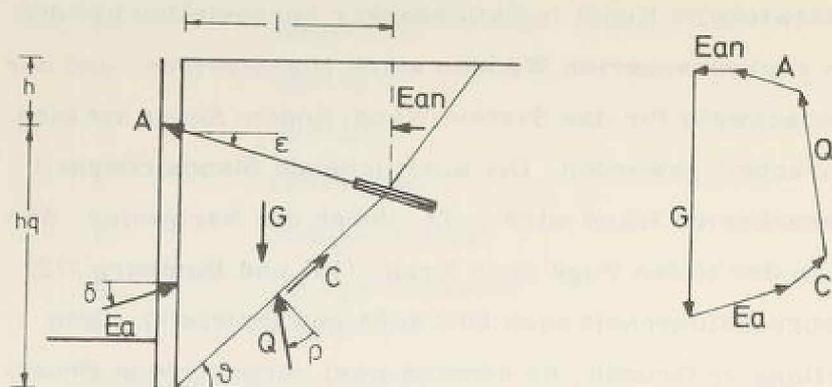
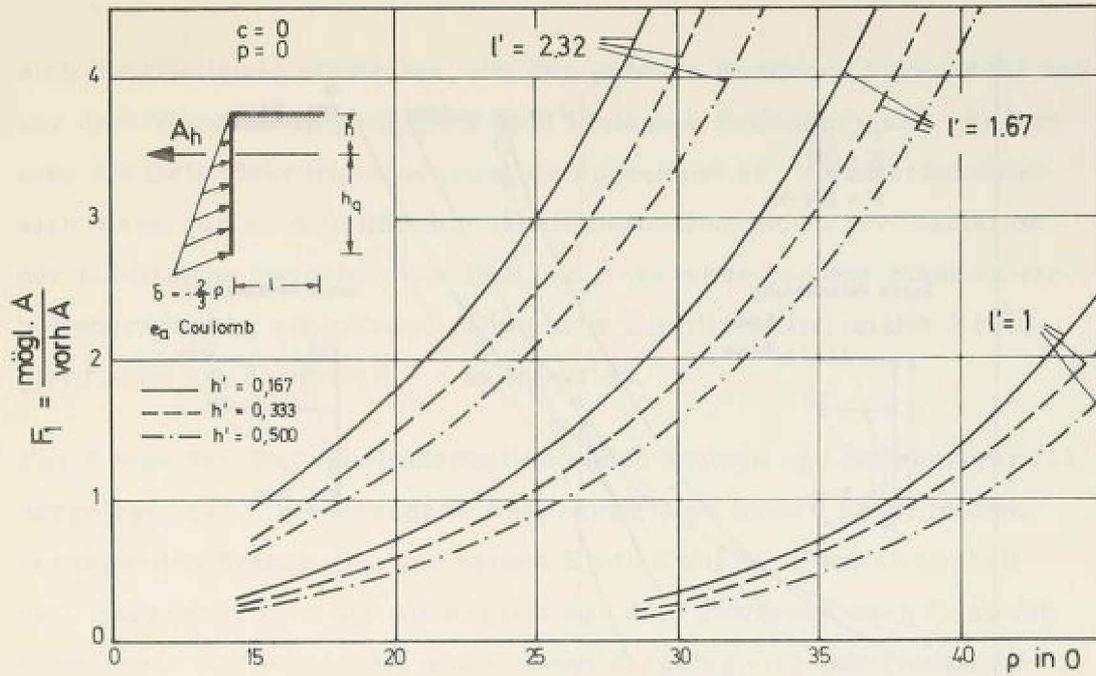


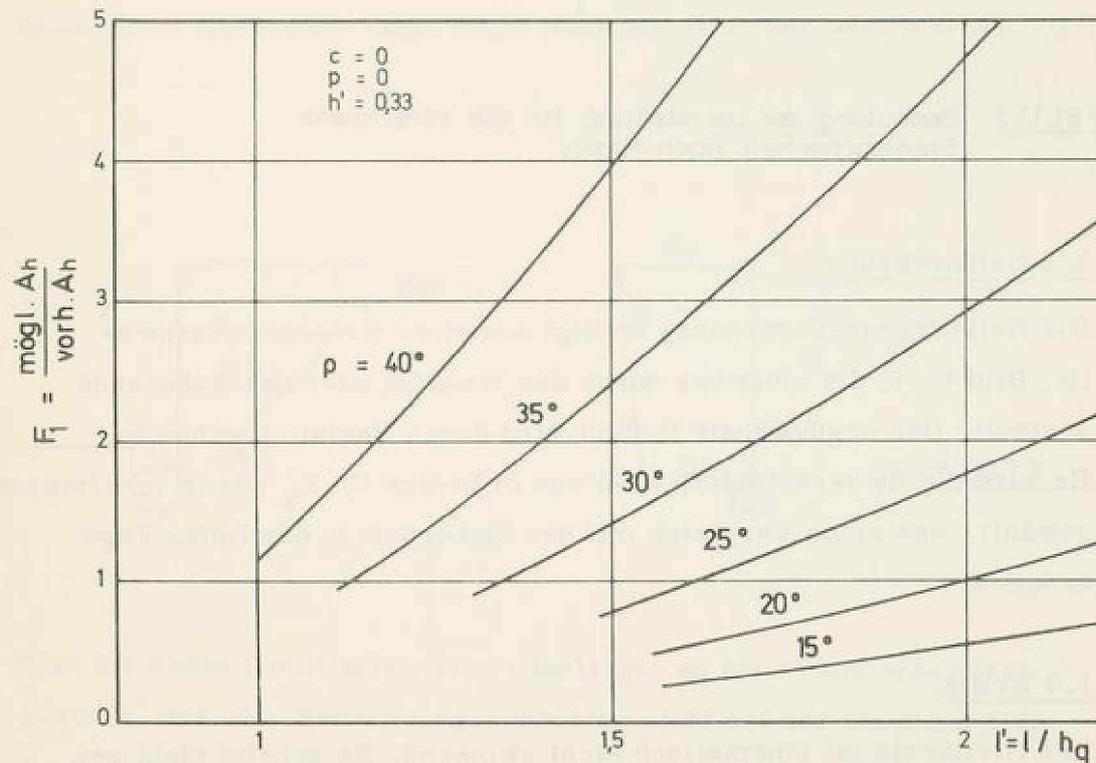
BILD 1.1.1

$$F_1 = \frac{E_a \cos \delta + C \cos \vartheta + (G - E_a \sin \delta - C \sin \vartheta) \tan(\rho - \vartheta) - E_{an}}{(1 + \tan \epsilon - \tan(\rho - \vartheta)) \text{ vorh. } A_h} \quad (1.1.1)$$

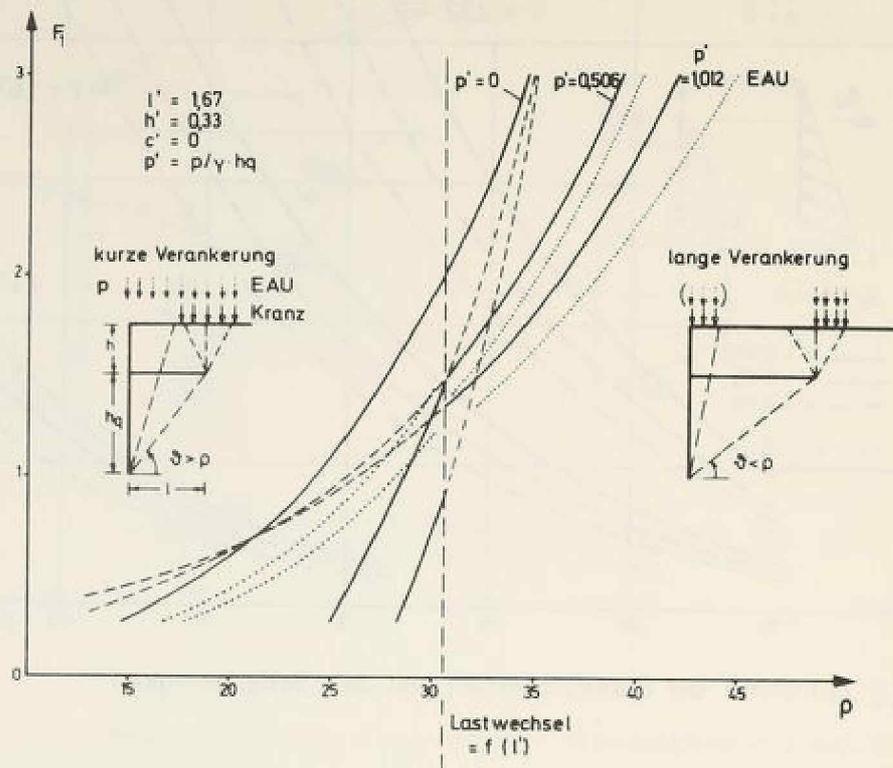
Tafel 1.1.1 zeigt die starke Zunahme der Standsicherheit mit dem Reibungswinkel bei relativ geringer Bedeutung der Höhe der Ankerlage für das einfache Beispiel einer frei aufgelagerten Wand in homogenem Boden mit horizontalem Anker. Als zweiten wesentlichen Einfluß erkennt man in Tafel 1.1.2 die Ankerlänge. Sie erhöht die Standsicherheit um so mehr je größer die Reibung ist. In Tafel 1.1.3 ist der Einfluß von Auflasten bei kurzem und langem Anker wiedergegeben. Es wurde mit der Laststellung gerechnet, die schon Kranz (15) in einem Beispiel als ungünstig ermittelt hat und zum Vergleich wurden die Ergebnisse gemäß den "Empfehlungen des Arbeitsausschusses Ufereinfassungen" (6) eingezeichnet. Es bestätigt sich, daß die Laststellung nach Kranz auch für andere hier nicht wiedergegebene Abmessungen  $l'$  und  $h'$  die ungünstigsten Verhältnisse erfaßt. Der Lastansatz gemäß EAU liegt für die geforderte Sicherheit  $F_1 = 1,5$  auf der sicheren Seite, da die vorhandene Ankerkraft den Einfluß der Auflast enthält, die aufnehmbare Ankerkraft aber ohne den günstigen Einfluß derselben ermittelt wird. Dies ist zwar inkonsequent, jedoch einfach in der Handhabung. Wie später noch gezeigt wird, sind zusätzliche Sicherheiten durchaus angebracht.



TAFEL 1.1.1 Zunahme der Standsicherheit mit der Scherfestigkeit



TAFEL 1.1.2 Zunahme der Standsicherheit mit der Ankerlänge



**TAFEL 1.1.3** Bedeutung der Laststellung für die errechnete Standsicherheit nach Kranz

### 1.2 Geländebruch

Die Geländebruchberechnung erfolgt mit einer Kreisleitfläche (II, Bild 1.1), die meistens durch den Wandfuß oder das Ankerende verläuft. Der ungünstigste Radius wird durch Variation gefunden. Es wird die Sicherheitsdefinition von Fellenius (7)  $F_2 = \tan \rho \text{ vorh} / \tan \rho \text{ erf}$  gewählt, was einen Vergleich mit der Sicherheit in der tiefen Fuge erschwert.

### 1.3 Kritik

Der Gleitkreis ist kinematisch nicht zwingend. Es scheint nicht gewährleistet, daß mit ihm die minimale Sicherheit errechnet wird, denn Ankerende und Wandfuß sind Spannungsunstetigkeiten, die auch Unstetigkeiten in der Gleitlinie bewirken. Oberhalb des Ankers wird

sich die Gleitlinie einstellen, die den größten Erddruck verursacht und vor dem Wandfuß diejenige mit dem kleinsten Erdwiderstand. Ändert man die Geländebruchberechnung entsprechend ab, so unterscheidet sich diese nur noch in der Sicherheitsdefinition und in der Variation der Gleitfläche zwischen Wandfuß und Ankerende von der Standsicherheitsberechnung nach Kranz. Die ebene Gleitfläche ist in der Kreisgleitfläche als Sonderfall  $r = \infty$  enthalten.

Zur Frage der Sicherheitsdefinition haben Jelinek und Ostermayer (13) dargelegt, daß die vorhandene Ankerkraft eine innere Kraft in dem versagenden System ist, die keinen Einfluß auf die Standsicherheit hat. Außerdem wird die Ankerkraft aus dem Erddruck nach Coulomb berechnet. Wie jedoch die später noch dargelegten Modellversuche zeigen, weicht der Erddruck sowohl der Größe als auch der Verteilung nach erheblich davon ab. Die Definition  $F_1$  enthält als tatsächlich bruch-erzeugende Kraft eine Zugkraft in Höhe und Richtung des Ankers.

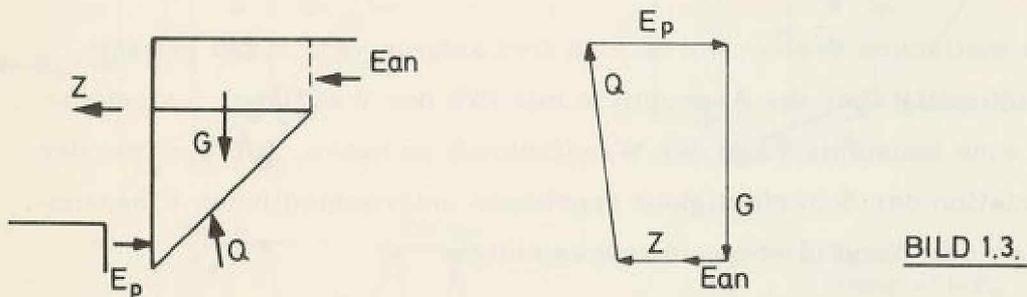


BILD 1.3.

Was die ebene Gleitflächenform anbelangt, so hat Kranz schon festgestellt, daß sein Berechnungsvorschlag nicht auf der sicheren Seite liegt.

Kombiniert man die beiden Sicherheitsnachweise zu einem neuen, der die zweifach gebrochene Gleitfläche und die Sicherheitsdefinition  $F_2$  beinhaltet, so hat man die Schwächen der beiden Verfahren be-

seitigt und braucht nur noch einen Nachweis zu führen. Er liegt näher an der Wirklichkeit, da tatsächlich eine gebrochene Gleitfläche auftritt und die Bruchursache in der Überbeanspruchung der Scherfestigkeit infolge aller Kräfte und nicht infolge einer Zugkraft in Anker-richtung zu sehen ist.

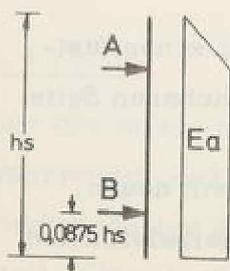
Für Untersuchungen mit geringer Anforderung an die Genauigkeit könnte in erster Näherung eine ebene Gleitfläche angenommen werden, ansonsten ein Gleitkreis zwischen Ankerende und Wandfuß, dessen Mittelpunktlage so lange variiert wird, bis die minimale Sicherheit gefunden ist.

#### 1.4 Vergleichsstatiken für das System Wand-Boden-Anker

In einer Studienarbeit (31) wurde untersucht, inwieweit die Ergebnisse des neuen Berechnungsvorschlages von denen nach Kranz abweichen. Um Vergleichsmöglichkeiten zu haben, wurden beide Berechnungen mit den Sicherheitsdefinitionen  $F_1$  und  $F_2$  durchgeführt, was wegen der unterschiedlichen Schnitte im Boden und der Bedingung  $\Sigma H = 0$  oder  $\Sigma M = 0$  auf verschiedene Rechnungen führt (Bild 1.4.1).

Als statisches System wurde eine frei aufgelagerte Wand gewählt, gleichzeitig aber die Aushubtiefe mit 75% der Wandlänge festgehalten, um eine konstante Lage der Wandfußkraft zu haben. Die sich bei der Variation der Scherfestigkeit ergebenden unterschiedlichen Einspanngrade der Wand blieben unberücksichtigt:

System und Belastung:



$E_a$  nach Coulomb,  $\delta=0$

Ansatz von  $E_p$

$F_1$

$E_p > B$ , ohne Auswirkung auf die errechnete Sicherheit

-----  
 $E_p < B$ , dann  
 $A' = A + B - E_p$   
 wegen der Vergleichbarkeit

$F_2$

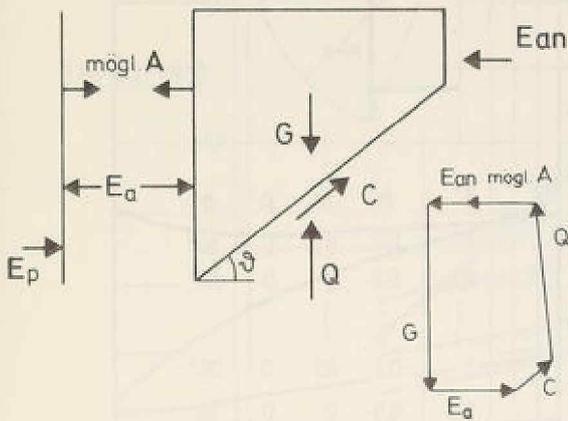
$E_p > B$ , dann wird mit  $E_p = B$  gerechnet wegen der Vergleichbarkeit

-----  
 $E_p < B$ , ohne Bedeutung solange Gleichgewicht am Gesamtkörper

$F_1 = \text{mögl. A} / \text{vorh. A}$

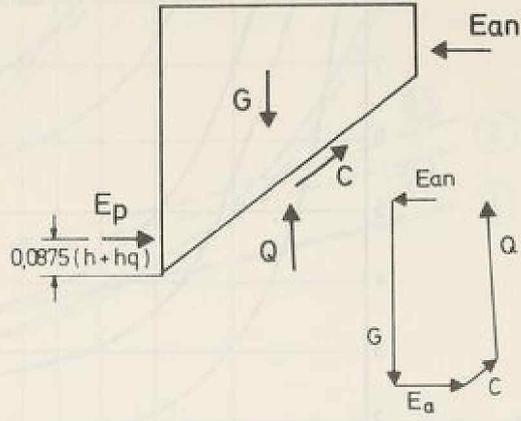
$F_2 = \tan \rho_{\text{vorh}} / \tan \rho_{\text{erf}}$

1.1



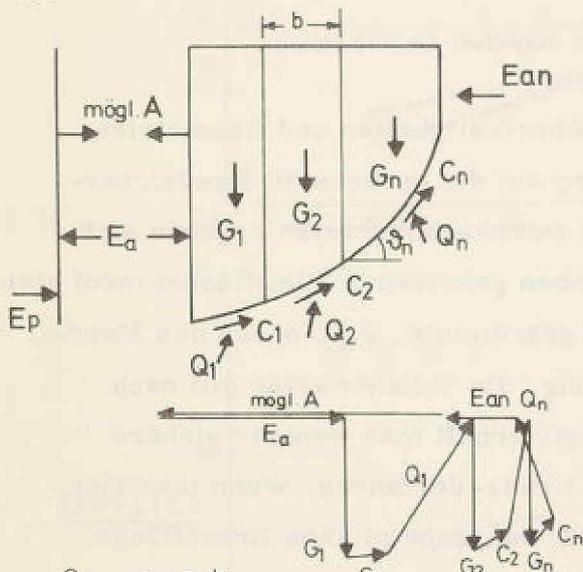
$\text{mögl. A} = E_a + C \cos \vartheta + (G - C \sin \vartheta) \tan(\rho - \vartheta) - E_{an}$

1.2



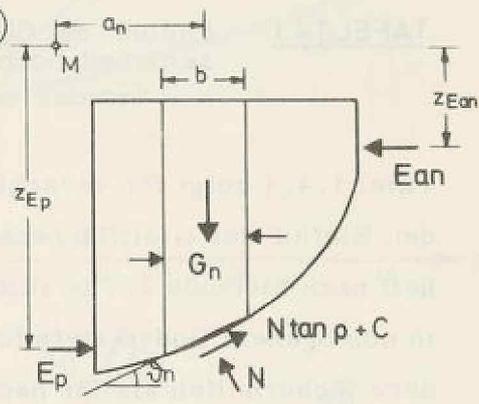
$\rho$  und  $c$  werden so lange variiert, bis sich das Kräfteck schließt

2.1



$Q_{Hn} = c \cdot b$   
 $Q_{Hn} = (G_n - c \cdot b \cdot \tan \vartheta_n) \tan(\rho - \vartheta_n)$   
 $\text{mögl. A} = E_a + \sum C_H + \sum Q_H - E_{an}$

2.2



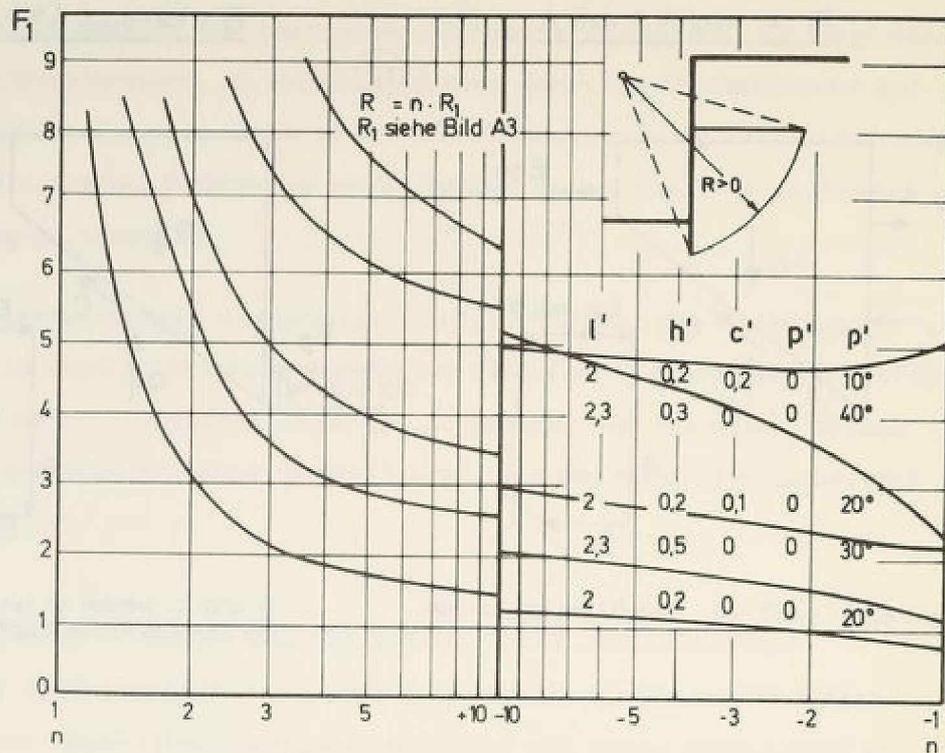
$M_a = \sum G_n a_n - E \cdot z$   
 $M_p = r (N \tan \rho + C) + E_p \cdot z_{Ep}$

$\rho$  und  $c$  werden so lange variiert, bis  $M_a = M_p$

3.1

$M_a = \sum G_n a_n + E_{an} \cdot z_1$   
 $M_p = r \cdot \sum (N \tan \rho + C) + E_a \cdot z_{Ea}$   
 $\text{mögl. A} = (M_p - M_a) / z_A$

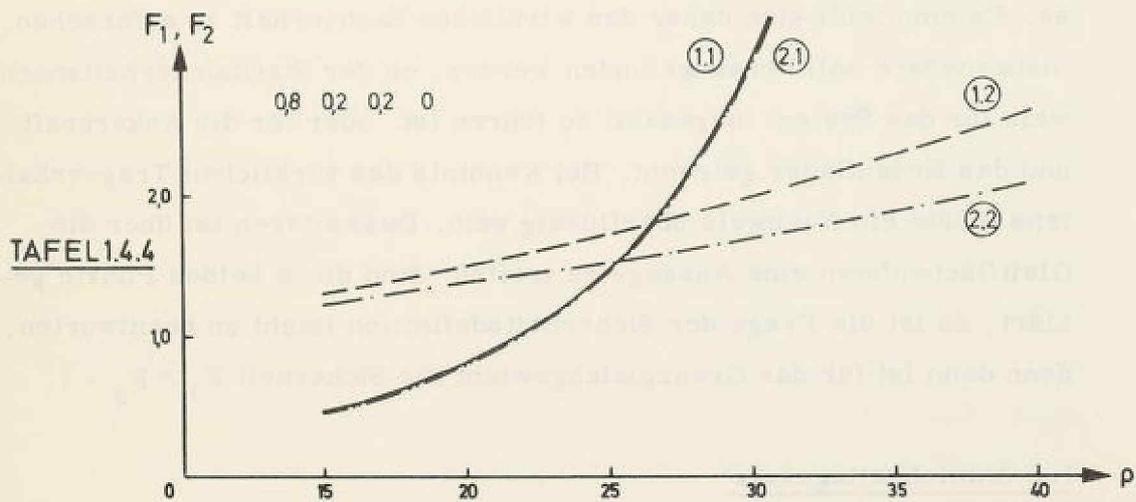
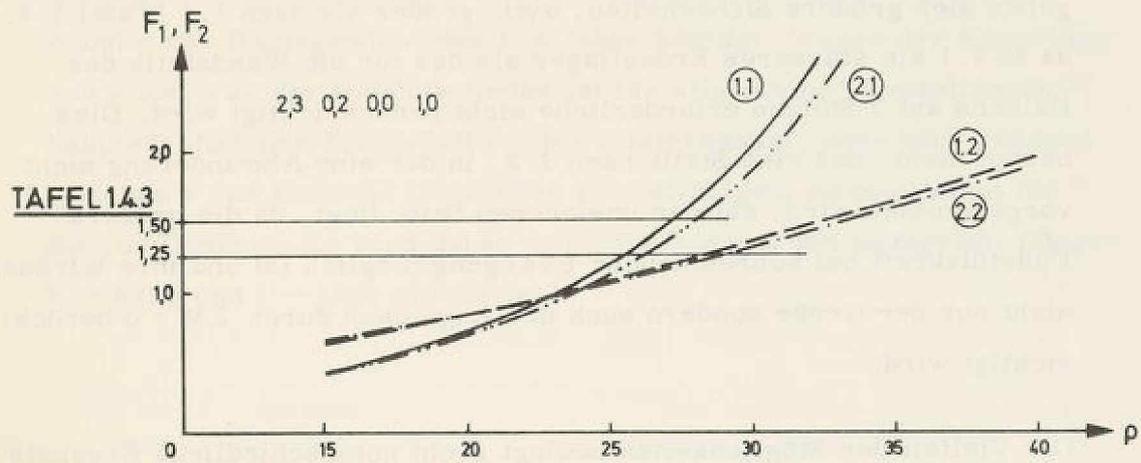
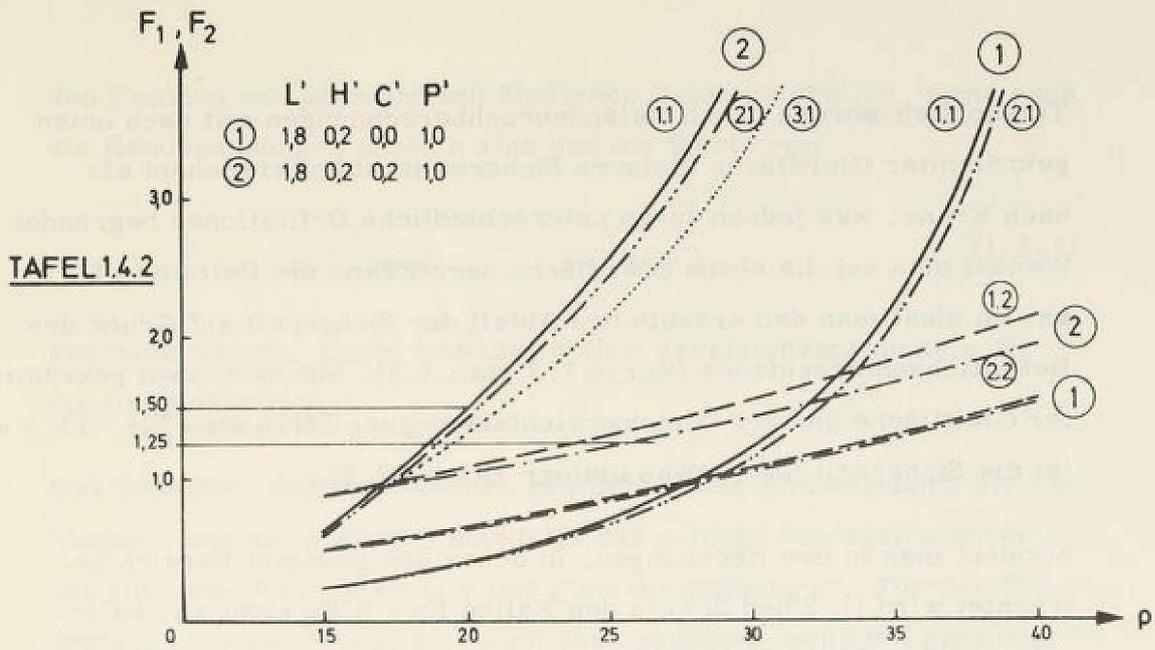
**BILD 1.4.1** Möglichkeiten, die Standsicherheit zu berechnen



**TAFEL 1.4.1** Einfluß der Gleitkreiskrümmung auf die Standsicherheit nach 3.1

$n$  = Vielfaches des kleinsten möglichen Gleitkreisradius

Tafel 1.4.1 zeigt für verschiedene Scherfestigkeiten und Geometrien den Einfluß der Gleitflächenkrümmung auf die errechnete Standsicherheit nach Methode 3.1 in Bild 1.4.1. Interessanterweise ergeben sich in homogenem Boden stets für nach oben gekrümmte Gleitflächen ( $n < 0$ ) kleinere Sicherheiten als für nach unten gekrümmte, d. h. durch den Mehraufwand einer Geländebruchberechnung, die üblicherweise mit nach unten gekrümmten Gleitflächen erfolgt, erhält man weniger sichere Ergebnisse als nach dem einfachen Kranz-Verfahren. Wenn man sich durch gesteigerten Rechenaufwand der wahrscheinlichen Bruchfläche nähern will, so muß man nach oben verlaufende Gleitkreise untersuchen. Die damit erzielbare Verbesserung der Sicherheitswerte ist an dem Unterschied der Kurven 1.1 - 2.1 auf den Tafeln 1.4.2 und 1.4.3 ersichtlich.



Standsicherheit nach den verschiedenen Möglichkeiten entsprechend BILD 1.4.1

Tatsächlich werden durch Geländebruchberechnungen mit nach unten gekrümmter Gleitfläche kleinere Sicherheitszahlen errechnet als nach Kranz, was jedoch durch unterschiedliche Definitionen begründet ist. Wendet man auf die ebene Gleitfläche nach Kranz die Definition F2 an, so sieht man den erheblichen Abfall der Sicherheit auf Grund des Definitionsunterschiedes (Kurve 1.2 statt 1.1). Mit nach oben gekrümmter Gleitfläche und der Gleichgewichtsbedingung  $\sum M = 0$  statt  $\sum H = \sum V = 0$  ist die Sicherheit noch etwas kleiner (Kurve 2.2).

Mindert man in den Rechnungen, in denen der gesamte Bereich betrachtet wird (1.2 und 2.2), in den Fällen  $E_p > B$   $E_p$  nicht ab, so ergeben sich größere Sicherheiten, evtl. größer als nach 1.1 (Tafel 1.4.4), da in 1.1 ein stärkeres Erdauflager als das für die Wandstatik des Balkens auf 2 Stützen erforderliche nicht berücksichtigt wird. Dies besagt nicht, daß eine Statik nach 2.2, in der eine Abminderung nicht vorgenommen wird, auf der unsicheren Seite liegt, da die größere Fußstützkraft bei ausreichender Bewegung möglich ist und ihre Wirkung nicht nur der Größe sondern auch der Lage nach durch  $\sum M = 0$  berücksichtigt wird.

Die Vielfalt der Möglichkeiten bedingt recht unterschiedliche Ergebnisse. Es empfiehlt sich daher den wirklichen Sachverhalt zu erforschen. Insbesondere soll herausgefunden werden, ob der Standsicherheitsnachweis für das System insgesamt zu führen ist oder für die Ankerkraft und das Erdauflager getrennt. Bei Kenntnis des wirklichen Tragverhaltens müßte ein Nachweis überflüssig sein. Desweiteren ist über die Gleitflächenform eine Aussage zu treffen. Sind diese beiden Punkte geklärt, so ist die Frage der Sicherheitsdefinition leicht zu beantworten, denn dann ist für das Grenzgleichgewicht die Sicherheit  $F_1 = F_2 = 1$ .

#### 1.5 Ähnlichkeitsgesetz

Um die Abhängigkeiten, die durch Gl. 1.1.1 und alle folgenden Ableitungen gegeben sind, unabhängig von speziellen Verhältnissen überblicken zu können, wird das Ähnlichkeitsgesetz für den Boden im Bruchzustand herangezogen. Nach Sokolovski (24) sind Spannungen an entsprechen-

den Punkten von geometrisch ähnlichen Gebieten ähnlich, wenn auch die Randspannungen ähnlich sind und die Werte von

$$\rho, \quad \frac{c}{q + c \cdot \tan \rho}, \quad \frac{\gamma \cdot l}{q + c \cdot \tan \rho} \quad (1.5.1)$$

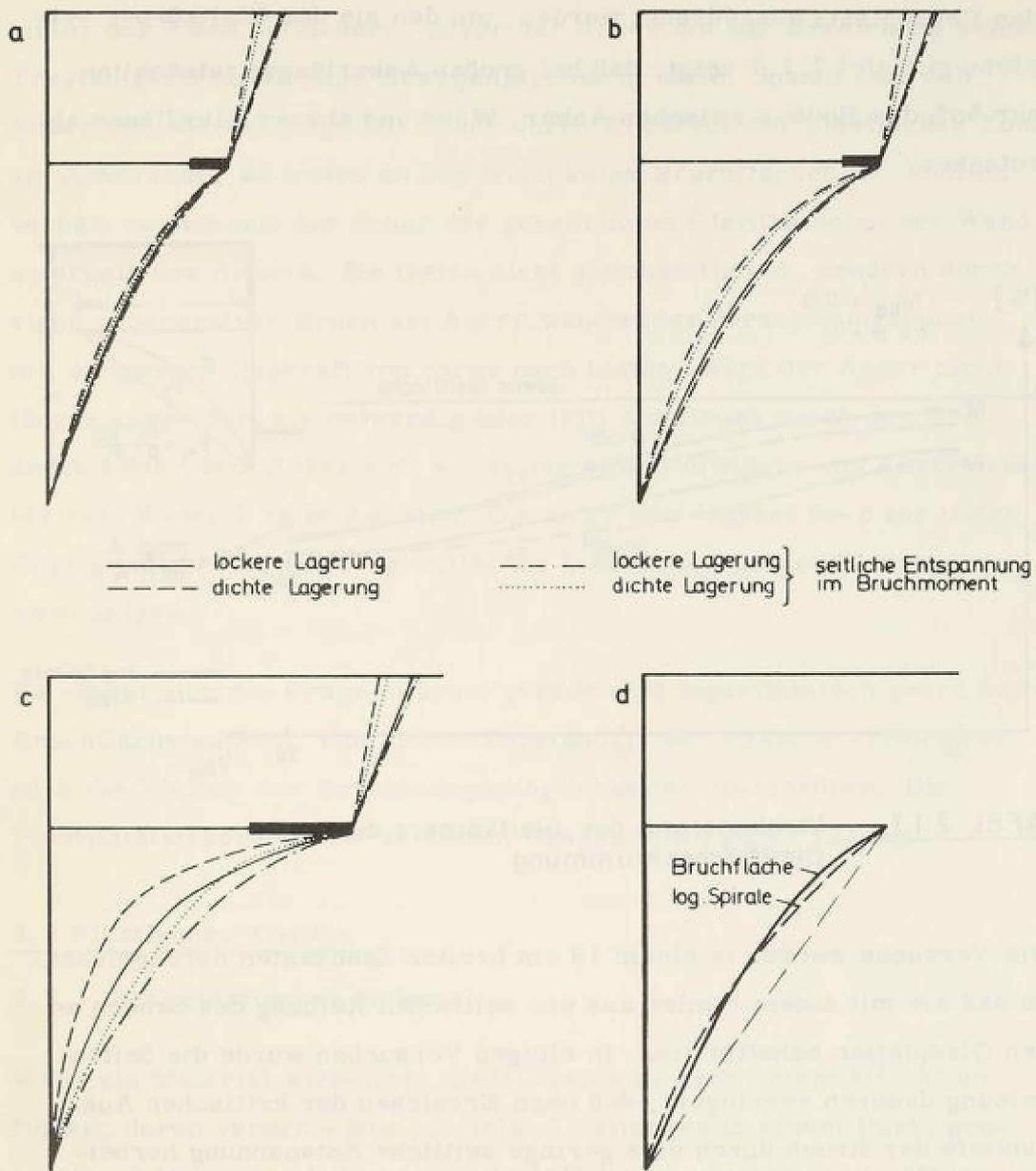
übereinstimmen. Darin bedeutet  $q$  eine Vergleichsspannung, z. B. die Geländeauflast  $p$ .

Das bedeutet, daß bei  $n$ -fachen geometrischen Abmessungen die Kohäsion  $c$  und die Auflast  $p$  ebenfalls das  $n$ -fache betragen müssen, bei gleichem Raumgewicht  $\gamma$  und gleicher Reibung  $\rho$ . Für den Sonderfall  $\rho = 0$  ist Ähnlichkeit auch dann gegeben, wenn bei gleichem  $\rho$  und  $c$  das Raumgewicht das  $1/n$ -fache beträgt. Wegen der Koppelung von  $c$  und  $p$  an die absolute Größe ist für allgemeine Darstellungen hauptsächlich der Sonderfall  $c = p = 0$  interessant, denn hier genügen gleiches  $\rho$  und ähnliche Geometrie bei beliebigem Raumgewicht für die Ähnlichkeit. Es wird daher mit  $c = p = 0$  und den bezogenen Längen  $h' = h/h_0$  und  $l' = l/h_0$  gearbeitet.

## 2. Plastizitätstheoretische Betrachtung

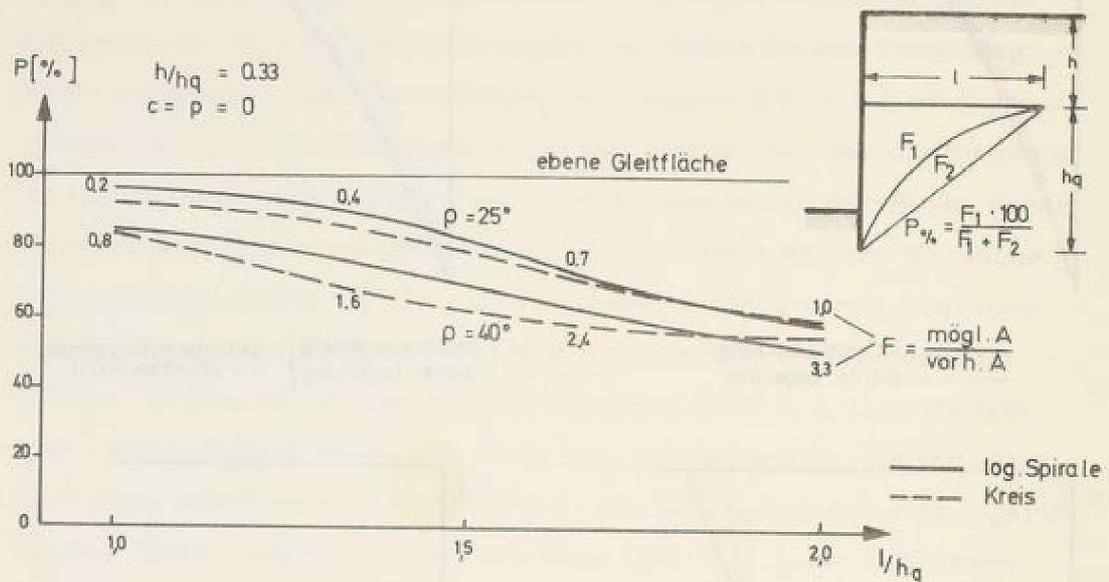
### 2.1 Wirkliche Bruchfläche

Die strenge Erfüllung des Variationsprinzips erfordert nicht nur den ungünstigsten Gleitkreisradius zu finden, sondern auch andere Gleitflächenformen zu untersuchen. Hier ist insbesondere der Vorschlag von Brinch-Hansen (1) bekannt, eine logarithmische Spirale anzunehmen. Jelinek und Ostermayer (13) haben diesen Vorschlag näher dargestellt und wie Verdeyen und Nuyens (28) mit Modellversuchen belegt. Den Versuchen haftet der Mangel an, daß die Wand nur um einen unverschieblichen Punkt drehen konnte und der Bruch durch Zugkraft am Anker erzeugt wurde. Daher wurden weitere Versuche durchgeführt, wobei der Bruch wirklichkeitsgetreu durch Abgraben vor der Wand, die sich auch parallel verschieben konnte, erzeugt wurde. Bei diesen verbesserten Versuchen (Bild 2.1.1) bestätigte sich, was erstmals schon von Krey (16) gezeigt wurde. Es tritt eine nach oben gekrümmte Gleitfläche auf, die sehr gut durch eine logarithmische Spirale angenähert werden kann (Bild 2.1.1.d). Die Bruchfläche verläuft am Anker etwas stärker und am Wandfuß etwas schwächer gekrümmt als ihr mathematisches Modell. Außerdem zeigen die Versuche eine deutliche Zunahme der Gleitflächenkrümmung mit der Ankerlänge. Demnach ist die Abweichung von der Wirklichkeit, die durch die Rechnung mit ebener Gleitfläche bedingt ist, um so größer je länger der Anker ist. Dieses experimentelle Ergebnis stimmt mit den Berechnungen überein. Die Kurven in Tafel 4.2.2 zeigen die Standsicherheiten, die mit der logarithmisch-gekrümmten Gleitfläche berechnet wurden, im Gegensatz zu denen nach Kranz. Aus den Aufzeichnungen der Bruchflächen ist auch zu ersehen, daß für einen dicht gelagerten Sand die Bruchfläche stärker gekrümmt ist als für einen locker gelagerten, d. h. je größer der Reibungswinkel ist, desto kleiner ist der auf der tiefen Fuge abrutschende Erdkörper. Dies findet seine theoretische Bestätigung in der in Tafel 4.2.1 wiedergegebenen Rechnung. Die Abweichung der mit ebener von der mit wirklichkeitsgetreuer Gleitfläche errechneten Sicherheit nimmt ebenfalls mit der Lagerungs-



**BILD 2.1.1** Gleitflächen in Modellversuchen, Wandfläche 19 cm x 40 cm

dichte, hier vertreten durch den Reibungswinkel, zu. Die für die Stand-  
sicherheitsberechnung maßgebende Gleitflächenkrümmung kann durch  
den Prozentsatz ausgedrückt werden, um den sie den Gleitkörper ver-  
kleinert. Tafel 2.1.1 zeigt, daß bei großen Ankerlängen tatsächlich  
nur 50% des Bodens zwischen Anker, Wand und ebener Gleitfläche ab-  
rutschen.



**TAFEL 2.1.1.** Verkleinerung des Gleitkörpers durch die Gleitflächenkrümmung

Die Versuche wurden in einem 19 cm breiten Sandkasten durchgeführt, so daß sie mit einem Fehler aus der seitlichen Reibung des Sandes an den Glasplatten behaftet sind. In einigen Versuchen wurde die Seitenreibung dadurch verringert, daß nach Erreichen der kritischen Aushubtiefe der Bruch durch eine geringe seitliche Entspannung herbeigeführt wurde, wodurch auch die Wandreibungskraft verringert wurde. Dies führt ebenfalls zu einem flacheren Gleitflächenverlauf, ändert jedoch nichts an der prinzipiellen Gleitflächenform. - Über dem Ankerende befindet sich eine Rankinezone.

Im Gegensatz zu dem in (13) angegebenen inneren Bruch des Systems gemäß Bild 1.1 konnte nur die Bewegung eines starren Körpers auf einer dünnen plastischen Zone beobachtet werden. Die aktiven Gleit-

linien an der Wand oberhalb des Ankers beruhen darauf, daß bei den Versuchen die Wand gezogen wurde. Dadurch konnte sich der Boden hinter der Wand auflockern, bevor der Anker die zur Erreichung seiner Tragfähigkeit notwendige Bewegung gemacht hatte. Spannt man den Anker vor oder erzeugt den Bruch durch Erddruck der plastischen Zone am Ankerende, so treten an der Wand keine Bruchflächen auf. Ähnlich verhält es sich mit der Schar der gekrümmten Gleitfläche an der Wand unterhalb des Ankers. Sie treten nicht gleichzeitig auf, sondern durch einen progressiven Bruch am Anker wandert der Verankerungspunkt mit steigender Zugkraft von vorne nach hinten. Wird der Anker nicht länger ausgeführt als notwendig oder tritt der Bruch durch den Erddruck hinter dem Anker auf, so ist nur eine Gleitfläche von Ankerende bis zum Wandfuß zu beobachten. Die unter dem Winkel  $90 - \rho$  zur tiefen Fuge gezeichneten Pseudogleitflächen lassen sich in Modellversuchen nicht zeigen.

Es erhebt sich die Frage, warum gerade eine logarithmisch gekrümmte Bruchfläche auftritt. Ein klares Verständnis der Ursache erleichtert auch die Vielfalt der Berechnungsmöglichkeiten einzuordnen. Die Plastizitätstheorie bietet zu diesen Fragen einen guten Zugang.

## 2.2 Plastisches Fließen

### 2.2.1 Ideal plastisches Material

Wenn ein Material wirbelfrei fließt, kann man eine Potentialfunktion finden, deren verschiedene partielle Ableitungen in einem Punkt proportional den verschiedenen Geschwindigkeitskomponenten in diesem Punkt sind. In der Plastizitätstheorie wird die Bruchbedingung eines Materials als die Potentialfunktion  $\phi = 0$  angesehen (3, 4, 5).  $\phi$  ist ein skalares Feld. Für einen konstanten Wert  $\phi = 0$  ist die Bruchbedingung eine Niveaulfläche. Die Geschwindigkeit des plastischen Dehnungszuwachses in einer Richtung (im folgenden der Einfachheit halber nur Dehnungszuwachs genannt) berechnet sich aus

$$\epsilon'_{ij} = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.2.1)$$

In dem Faktor  $\lambda$  ist das Ausmaß an Arbeit enthalten, das für den speziellen Verschiebungszustand aufgewandt wurde. Der Vektor der gesamten plastischen Dehnung entspricht dem Gradienten der Bruchbedingung.

Ein Spannungszustand  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , der die Bruchbedingung erfüllt, wird im Spannungsraum als ein Punkt der Bruchbedingung (Niveaufläche  $\phi = 0$ ) dargestellt. Der Vektor der Dehnung, der zu einer das Fließen erzeugenden Spannungsänderung gehört, steht unabhängig von der Richtung des Vektors der Spannungsänderung  $\sigma'_{ij}$ , der um ein Fließen aufrecht zu halten, tangential zur Bruchbedingung stehen muß, senkrecht auf der Bruchbedingung, so daß die im Medium gespeicherte Energie  $\Delta \sigma'_{ij} \cdot \epsilon'_{ij} = 0$  ist. Man nennt das die Normalitätsbedingung des assoziierten Fließgesetzes (Bild 2.2.1).

Z. B. ist das Rankine'sche Hauptspannungsverhältnis (Bild 2.2.2)

$$\phi = 0 = \sigma_3 \cdot \tan^2(45 + \frac{\rho}{2}) - \sigma_1$$

als die Coulomb'sche Bruchbedingung für den ebenen Fall in Hauptspannungen ausgedrückt aufzufassen. Für das Verhältnis der plastischen Hauptdehnungen gilt

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_3} = \frac{\partial \phi / \partial \sigma_1}{\partial \phi / \partial \sigma_3} = \frac{-1}{\tan^2(45 + \frac{\rho}{2})} \quad (2.2.2)$$

Die Vektoren der Hauptspannungsänderung und der plastischen Dehnung stehen also senkrecht aufeinander. Man kann sie im gleichen Koordinatenkreuz auftragen, da für isotropes Material Hauptspannung und Hauptdehnungslinien zusammenfallen. Eine das Fließen bewirkende Spannungsänderung von A nach B hat eine Dehnungsgeschwindigkeit AC zur Folge. Die Mohr'schen Span-

BILD 2.2.1

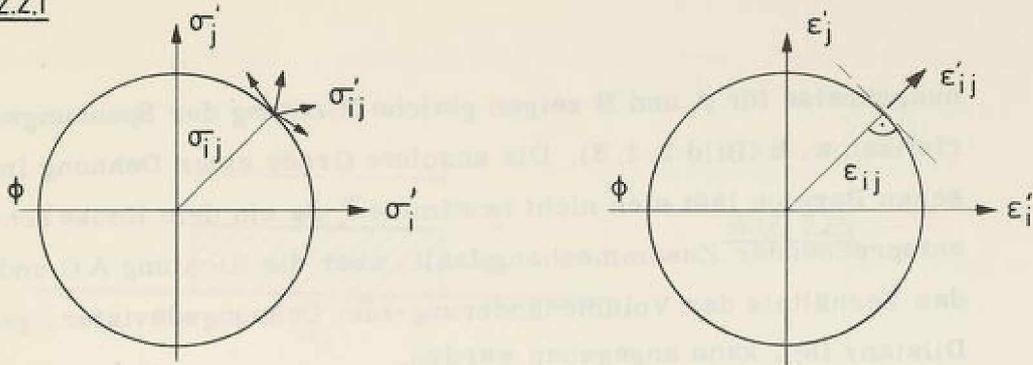


BILD 2.2.2

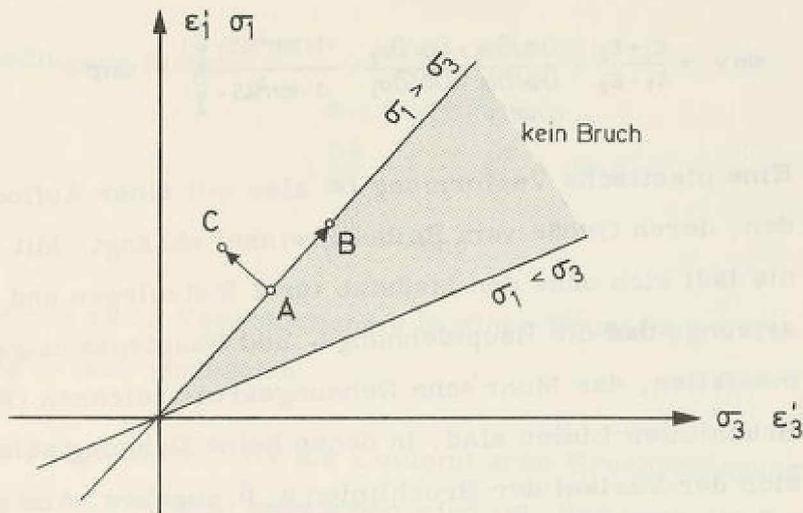


BILD 2.2.3

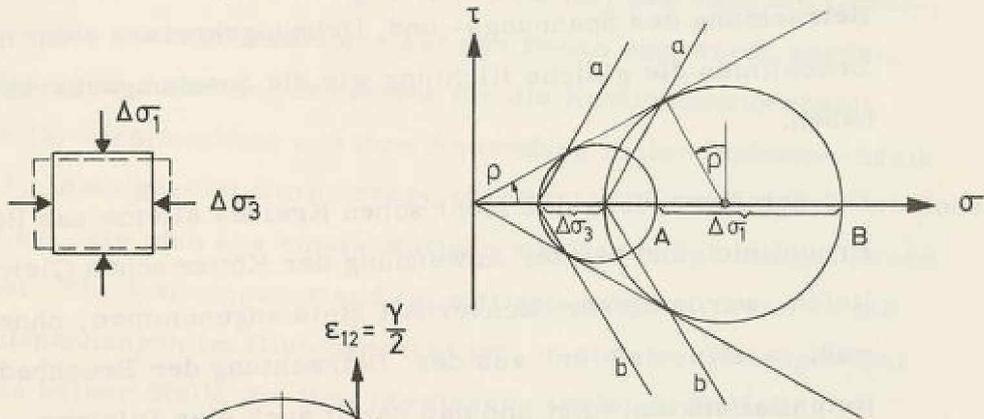
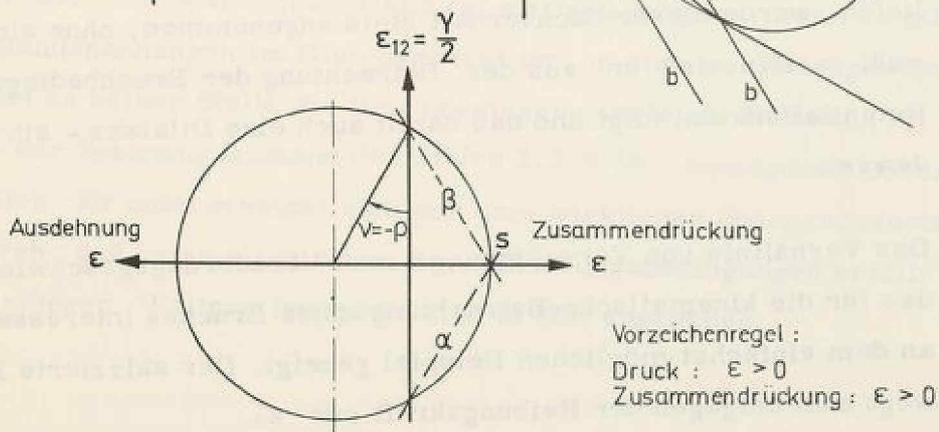


BILD 2.2.4



nungskreise für A und B zeigen gleiche Richtung der Spannungscharakteristiken a, b (Bild 2. 2. 3). Die absolute Größe einer Dehnung im plastischen Bereich läßt sich nicht bestimmen, da ein dem Hooke'schen Gesetz entsprechender Zusammenhang fehlt, aber die Richtung AC und damit das Verhältnis der Volumenänderung zum Dehnungsdeviator, genannt Dilatanz (8), kann angegeben werden.

$$\sin \nu = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3} = \frac{\partial \Phi / \partial \sigma_1 + \partial \Phi / \partial \sigma_3}{\partial \Phi / \partial \sigma_1 - \partial \Phi / \partial \sigma_3} = \frac{-1 + \tan^2(45 + \frac{\rho}{2})}{-1 - \tan^2(45 + \frac{\rho}{2})} = -\sin \rho \quad (22.3)$$

Eine plastische Verformung ist also mit einer Auflockerung verbunden, deren Größe vom Reibungswinkel abhängt. Mit diesem Verhältnis läßt sich ohne den Maßstab für  $\epsilon$  festzulegen und unter der Voraussetzung, daß die Hauptdehnungs- und Hauptspannungsrichtungen zusammenfallen, der Mohr'sche Dehnungskreis zeichnen (Bild 2. 2. 4). Da Bruchlinien Linien sind, in denen keine Dehnung auftritt (22), läßt sich der Verlauf der Bruchlinien  $\alpha, \beta$  angeben. Aus geometrischer Betrachtung des Spannungs- und Dehnungskreises sieht man, daß die Bruchlinien die gleiche Richtung wie die Spannungscharakteristiken haben.

Bei der Anwendung des Mohr'schen Kreises alleine zur Bestimmung der Bruchlinien und bei der Anwendung der Kötter'schen Gleichung auf Bruchlinien wurde dieser Sachverhalt stets angenommen, ohne sich dabei bewußt zu sein, daß er aus der Betrachtung der Bruchbedingung als Potentialfunktion folgt und daß damit auch eine Dilatanz -  $\sin \nu$  verbunden ist.

Das Verhältnis von Verschiebungs- und Verzerrungsgeschwindigkeit, das für die kinematische Betrachtung eines Bruches interessant ist, sei an dem einfachst möglichen Beispiel gezeigt. Der skizzierte Block bewegt sich entgegen der Reibungskraft mit  $\epsilon \dot{x}$ .

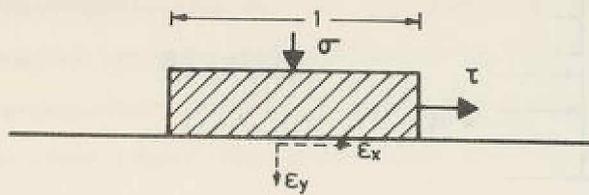


BILD 2.25

Die Bruchbedingung lautet

$$\Phi = 0 = \tau - \sigma \tan \rho$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = 1 \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\tan \rho$$

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\tan \rho$$

Demnach ist mit einer Verschiebung  $u$  in einer Bruchfläche eine Auflockerung  $u \cdot \tan \rho$  verbunden.

Eine weitere Folge davon, daß die Coulomb'sche Bruchbedingung als das plastische Potential angesehen wird ist, daß auch die Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie auf den Boden angewandt werden. Eine allgemeine Ableitung derselben für die Kontinuumsmechanik wurde in (5) veröffentlicht und ihre Anwendung in der Bodenmechanik in (4, 17, 18) aufgezeigt. Ein unterer Grenzwert der Tragfähigkeit des Bodens ist die Last, die sich aus einem statisch möglichen Spannungszustand errechnet. Ein Spannungszustand ist statisch möglich, wenn er mit den Randspannungen im Gleichgewicht ist, in sich im Gleichgewicht ist und an keiner Stelle die Bruchbedingung verletzt. Demnach ist z. B. der Spannungszustand des Bildes 2.2.6 in homogenem Boden möglich. Er unterscheidet sich von dem wirklichen Spannungszustand dadurch, daß keine elastischen Formänderungsbedingungen erfüllt sein müssen. Weitere Beispiele sind in (23) angegeben.

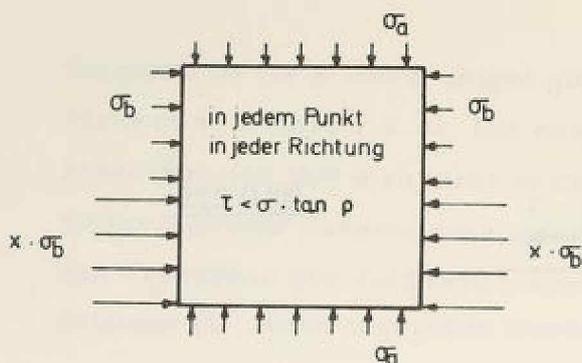


BILD 2.2.6

Ein oberer Grenzwert der Traglast berechnet sich aus der Bedingung, daß bei einer kinematisch möglichen, virtuellen Verschiebung und Dehnung die äußeren Lasten nicht mehr Arbeit leisten dürfen als im Boden disziptiert. Kinematisch möglich ist eine Verschiebung, wenn sie die Verformungsrandbedingungen und die Normalitätsbedingung des assoziierten Fließgesetzes erfüllt.

2. 2. 2 Abweichung des Bodens vom ideal plastischen Material

Nach dem bisher Dargelegten müßte der Boden im Bruchzustand eine Volumenvergrößerung

$$\sin \nu = \frac{\nu'}{Y'} = \frac{\epsilon'_1 + \epsilon'_3}{\epsilon'_1 - \epsilon'_3} = - \sin \rho$$

zeigen. Das Verhalten von Sand ist aber durch die drei typischen Diagramme in Bild 2. 3. 1 (27) gekennzeichnet.

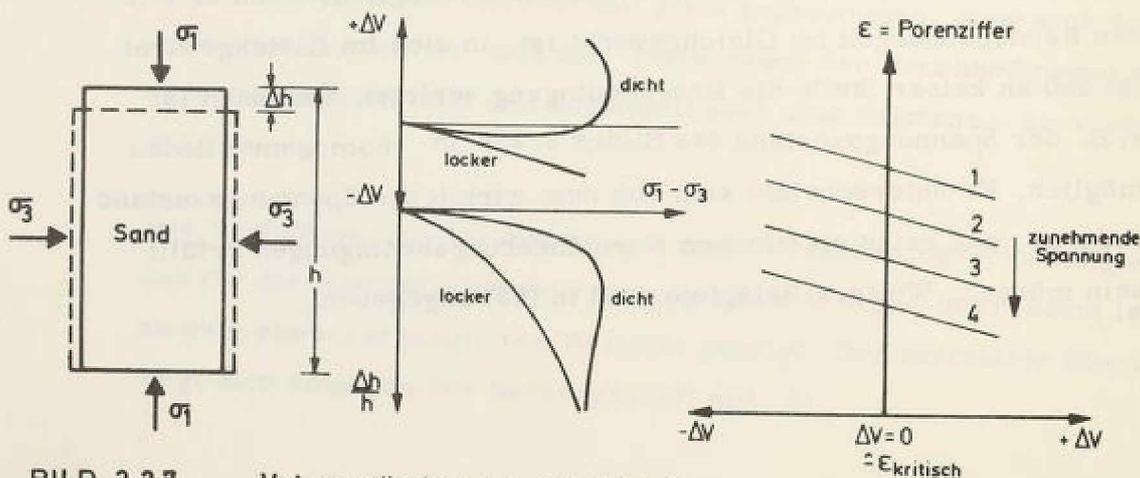


BILD 2.2.7

Volumenänderung von Sand

Die Volumenvergrößerung beim Bruch ist eine Funktion des Spannungszustandes und der Lagerungsdichte. Bei großer Bruchverformung klingt die Volumenänderung ab  $v = 0$ , obwohl die Scherfestigkeit  $\rho \neq 0$  ist. Desgleichen ist der schnelle Bruch von wassergesättigtem Ton durch Volumenkonstanz gekennzeichnet, was jedoch im Gegensatz zum Sand in kritischer Lagerungsdichte nicht im Widerspruch zum assoziierten Fließgesetz steht, da für diesen Fall  $\rho = 0$  ist. In (22) wird z. B. für einen dichten Sand  $\rho = 44^\circ$  eine maximale Dilatanz- $v = 17^\circ$  angegeben.

Da für den Beweis der Grenzwertsätze das Fließgesetz vorausgesetzt wird, gelten sie für den Boden im allgemeinen nicht. Betrachten wir z. B. zwei Materialien mit gleicher Scherfestigkeit aber unterschiedlicher Dilatanz  $v_I = \rho, v_{II} < \rho$ . Es sei für Material I die statisch zulässige Lösung gefunden, die gleichzeitig die wirkliche Lösung ist. Dann ist dies auch für Material II eine statisch zulässige Lösung, wenn die Grenzwertsätze gelten, da die Dilatanz als kinematische Bedingung nicht in die Lösung eingeht. In (3) wird jedoch ein Beispiel gezeigt, in dem eine Lösung für Material II kleiner als ein unterer Grenzwert für Material I ist. Die Traglast für Material II kann nicht größer als die für Material I sein, denn der zugehörige Spannungszustand müßte wieder statisch zulässig sein. Für Traglast "I" war aber schon der größtmögliche gefunden. Die wirkliche Lösung oder ein oberer Grenzwert für Material I ist ein oberer Grenzwert für Material II. Also gilt nur der obere und nicht der untere Grenzwertsatz für den Boden. Jedoch treten solche Fälle nur auf, wenn ein unterer Grenzwert durch letztlich doch kinematische Randbedingungen vergrößert wird, wie z. B. die Stirnflächenreibung beim Würfeldruckversuch.

### 2.3 Oberer Grenzwert

Zur Bestimmung des oberen Grenzwertes muß die Energie ermittelt werden, die in der Diskontinuitätsfläche des ansonsten starren Bodens diszipiert.

$$\frac{dA}{dF} = \sigma_{ij} \cdot \epsilon_{ij}$$

Es muß also im allgemeinen sowohl die Spannung als auch die Verschiebung in den Bruchflächen bekannt sein. Über die Verschiebung läßt sich, da sie kinematisch möglich sein muß, folgende Aussage machen. Ein unverformt bleibender Bodenbereich muß über einen ebenfalls starren, jedoch relativ in Ruhe befindlichen Bereich so gleiten, daß die dem Boden dabei eigene Volumenvergrößerung  $+ \sin \nu$  möglich ist, ohne daß eine Klaffung auftritt. Diese Eigenschaft hat die Bruchfläche in Form einer logarithmischen Spirale

$$r = r_0 \cdot e^{\varphi \tan \nu}$$

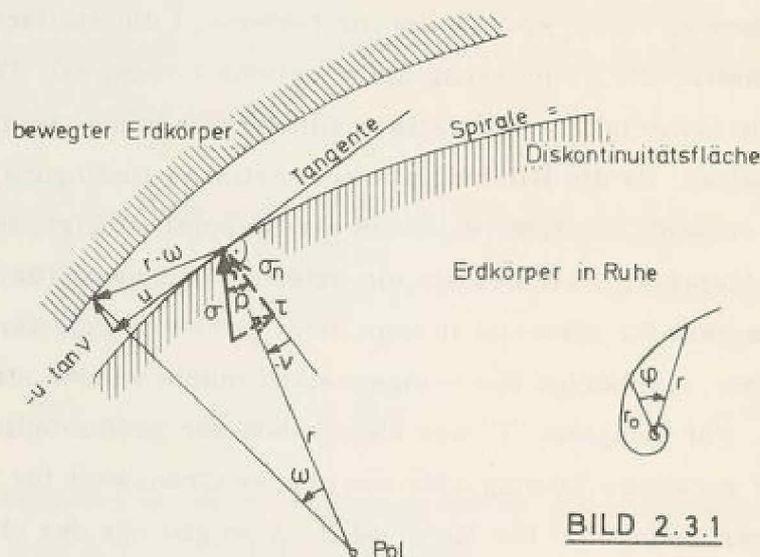


BILD 2.3.1

In dieser prinzipiellen Gleitflächenform ist die ebene Gleitfläche als Sonderfall  $\varphi \rightarrow \infty$  enthalten. Für eine virtuelle Drehung ( $\omega = 1$ ) um den Pol ergeben sich in der Gleitfläche die tangentialen und normalen Verschiebungsgrößen

$$t = r \cdot \cos \nu \quad \text{und} \quad n = - t \cdot \tan \nu .$$

Die dabei geleistete Arbeit pro Flächeneinheit ist :

$$dA = n \cdot \sigma_n - t \cdot \tau$$

$$dA = \sigma_n (-r \cdot \cos v \cdot \tan v - r \cdot \cos v \cdot \tan \rho) \quad (2.3.1)$$

$$dA = -\sigma_n \cdot r \cdot (\sin v + \cos v \cdot \tan \rho)$$

in dem Sonderfall  $v = -\rho$

$$dA = -\sigma_n \cdot r \cdot (0) = 0 \quad (2.3.2)$$

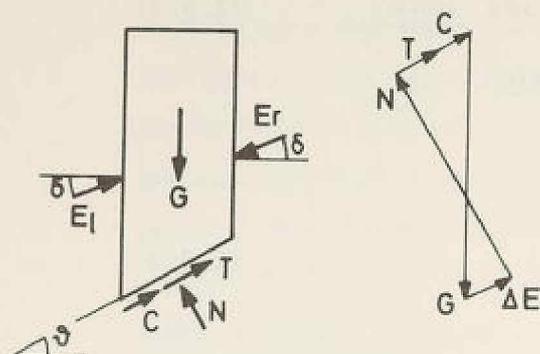
In diesem Fall disziptiert in der Gleitfläche keine Energie, so daß zur Berechnung eines oberen Grenzwertes die Normalspannungen  $\sigma_n$  in der Gleitfläche nicht bekannt sein müssen. Dieser Umstand wird meist in der Form ausgenützt, daß für einen Gleitkörper, der durch die logarithmische Spirale  $r = r_0 \cdot e^{\varphi \cdot \tan \rho}$  begrenzt ist, Gleichgewicht der Kräfte aus  $\Sigma$  Momente um den Pol bestimmt wird, wobei die Gleitflächen-Reaktionskraft  $Q = \int \sigma ds$  durch den Pol verläuft und somit unbekannt bleiben kann.

In dem Sonderfall  $v = 0$

ist die Gleitfläche kreisförmig  $r = r_0$ . Zur Berechnung der Arbeit

$$dA = -\sigma_n \cdot r \cdot \tan \rho$$

genügt das Geschwindigkeitsfeld nicht. Die Gleitflächenspannung muß bekannt sein. Im allgemeinen läßt sie sich nicht berechnen. Jedoch haben sich für diesen Sonderfall Näherungsberechnungen eingebürgert, wie z. B. das analytische Verfahren von Krey (8). Der Gleitkörper wird in Lamellen eingeteilt und aus der Bedingung  $\Sigma V = 0$  für die einzelne Lamelle wird die Gleitflächennormalspannung abschnittsweise bestimmt.



$$N = \frac{G - (E_l - E_r) \sin \delta - C \sin \vartheta}{\cos \vartheta + \tan \rho \cdot \sin \vartheta}$$

$$\Delta A = -N \cdot r \cdot \tan \rho \quad (2.3.3)$$

Da die vertikale Ebene als Hauptspannungsebene angenommen wird, um den Einfluß der unbekannteten Seitenspannung zu eliminieren, ist dies nur eine Näherung. Durch die Lamelleneinteilung erhöht sich der Rechenaufwand gegenüber einer geschlossenen Lösung für den Fall  $\nu = -\rho$ . Für die Verhältnisse der Baupraxis, die durch geschichteten Boden, Grundwasser und nicht konstante Auflasten gekennzeichnet sind, ist ein Lamellenverfahren jedoch besonders anpassungsfähig. Mit dem Lamellenverfahren von Krey wird also für kritisch dicht gelagerten Sand und schnell belasteten wassergesättigten Ton kinematisch korrekt ein oberer Grenzwert mit der dargelegten Näherung ermittelt.

Es ist prinzipiell möglich, den oberen Grenzwert des dilatanten Bodens ebenfalls mit solch einer Näherung für N zu berechnen.

$$\Delta A = -N \cdot r \cdot (\cos \nu \cdot \tan \rho + \sin \nu) \quad (2.3.4)$$

mit  $r = r_0 \cdot e^{\varphi \cdot \tan -\nu}$

Eine andere Möglichkeit, den allgemeinen Fall zu lösen ist es, die Gleitflächenspannung aus der Kötter'schen Gleichung zu ermitteln. Dies ist jedoch gemäß der Ableitung der Gleichung nur dann korrekt, wenn die Spannungscharakteristiken mit den Bruchlinien zusammenfallen, also im Sonderfall  $\nu = -\rho$ , und außerdem die Differenzialgleichung über die wirkliche und nicht irgend eine angenommene Bruchlinie

integriert wird. Eine derart ermittelte Spannungsverteilung ist für den Boden mit  $v \neq -\rho$  ebenfalls nur eine Näherung.

Statt der Ausführung einer Lösung, die wegen des großen Rechenaufwandes und der zusätzlichen Ermittlung der Dilatanz für die Praxis bedeutungslos ist, wird geprüft werden, wie groß der Einfluß der Dilatanz auf den oberen Grenzwert der Standsicherheit sein kann und ob es notwendig ist, die im theoretischen Konzept als bedeutend erkannte plastische Volumenvergrößerung auch in praktischen Berechnungen zu berücksichtigen. Dazu werden für  $\rho_1 = \rho_2$  die beiden Extremfälle  $v_1 = -\rho_1$  und  $v_2 = 0$  betrachtet (siehe Kap. 4.2).

Aus den Darlegungen ergibt sich, daß die in Kap. 1 angeführten Berechnungen der Standsicherheit Ermittlungen eines oberen Grenzwertes sind. Das Krafteck im Verfahren von Kranz ist nichts anderes als die Formulierung der Arbeit der äußeren und inneren Kräfte bei einer virtuellen, kinematisch korrekten Verschiebung  $v$  in einem ideal plastischen Boden, für den die Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung die Potentialfunktion ist.

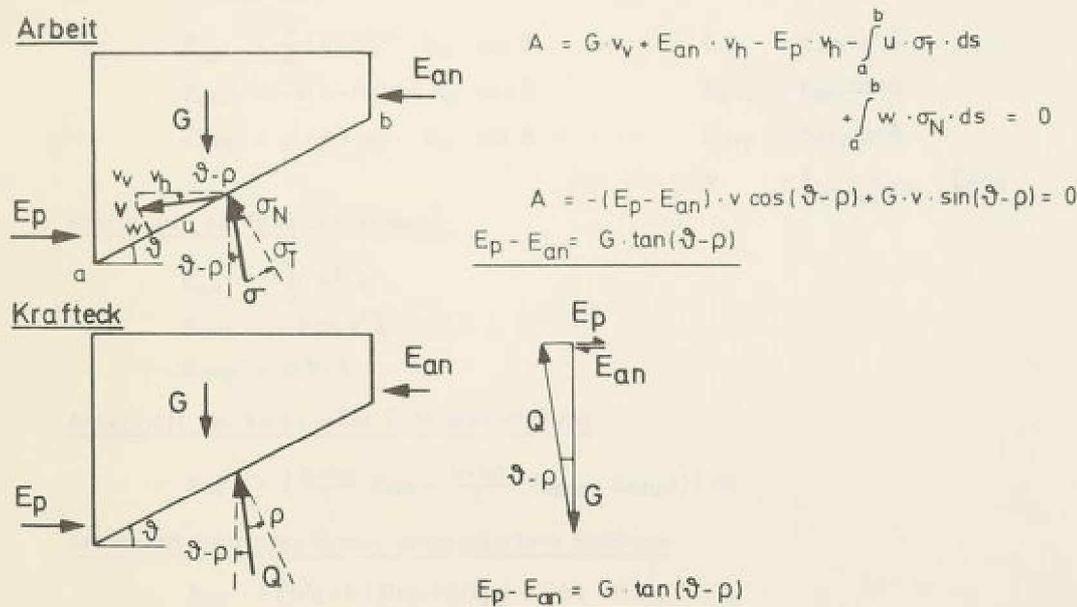
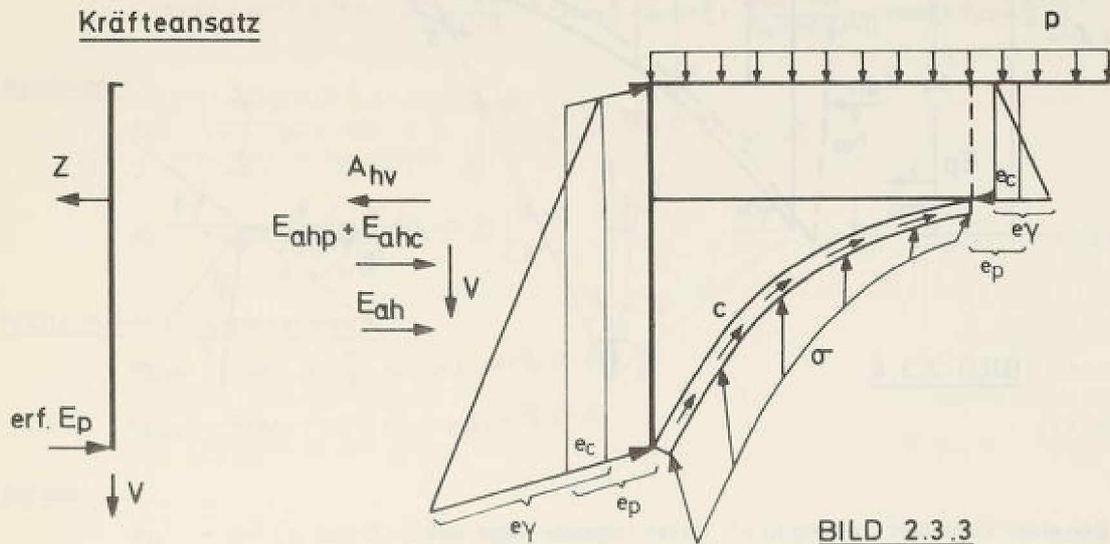


BILD 2.3.2

In gleicher Weise lassen sich alle erdstatischen Berechnungen interpretieren. Sie liegen also prinzipiell auf der unsicheren Seite. Im Verfahren von Kranz ist die ebene Gleitfläche zwar kinematisch möglich, jedoch nicht wirklichkeitsgetreu. Der Vorschlag von Brinch-Hansen (1) hingegen mit einer logarithmischen Spirale zu arbeiten, zeigt sich bei dieser theoretischen Betrachtung als wirklichkeitsnahe, kinematisch korrekte Ermittlung eines oberen Grenzwertes. Da das graphische Verfahren für die verschiedenen Gleitflächenkrümmungen sehr mühselig ist, wird eine allgemeine Lösung erstellt und elektronisch ausgewertet. Zwischen Wandfuß und Ankerende werden nach oben oder unten verlaufende Gleitflächen der Form  $r = r_0 \cdot e^{\varphi \tan \rho}$  gelegt. Es ergibt sich eine einfach unendliche Zahl von Gleitflächen je nach Größe von  $\varphi$ . Die relevante Gleitfläche ist die mit der geringsten Standsicherheit (kleinster oberer Grenzwert).

2.3.1 Ableitung des oberen Grenzwertes



$$\begin{aligned} \lambda &= \text{Erddruckbeiwert für Wandreibungswinkel } \delta = 0 \\ \lambda_a &= \text{Erddruckbeiwert für Wandreibungswinkel } \delta \neq 0 \end{aligned}$$

Kräfte zwischen Wand und Boden :

$$\begin{aligned} E_{ah} &= \frac{\gamma}{2} (h + hq)^2 \cdot \lambda_a \cdot \cos \delta & E_{av} &= E_{ah} \tan \delta \\ E_{ahc} &= -2(h + hq)c \sqrt{\lambda_a} \cdot \cos \delta & E_{avc} &= E_{ahc} \tan \delta \\ E_{ahp} &= p (h + hq) \cdot \lambda_a \cdot \cos \delta & E_{avp} &= E_{ahp} \tan \delta \\ V &= E_{av} + E_{avc} + E_{avp} \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Kräfte auf die Ersatzankerwand :

$$\begin{aligned} E_{an} &= \frac{\gamma}{2} h^2 \cdot \lambda \\ E_{anc} &= -2ch \sqrt{\lambda} \\ E_{anp} &= p \cdot h \cdot \lambda \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Ankerkraft bei klassischer Erddruckverteilung

$$A_{hv} = \left( \frac{h+hq}{3} E_{ah} + \frac{h+hq}{2} (E_{ahc} + E_{ahp}) \right) / hq$$

Ankerkraft bei trapezförmig umgelagertem Erddruck

$$\begin{aligned} h_{ea} &= (h^2q + h(3hq + h)/3) / (2hq + h) \\ A_{hv} &= (E_{ah} + E_{ahc} + E_{ahp}) \cdot h_{ea} / hq \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Erforderlicher Erdwiderstand am Wandfuß

$$E_p = E_{ah} + E_{ahc} + E_{ahp} - \text{vorh. } A_h \quad (2.3.8)$$

Geometrie

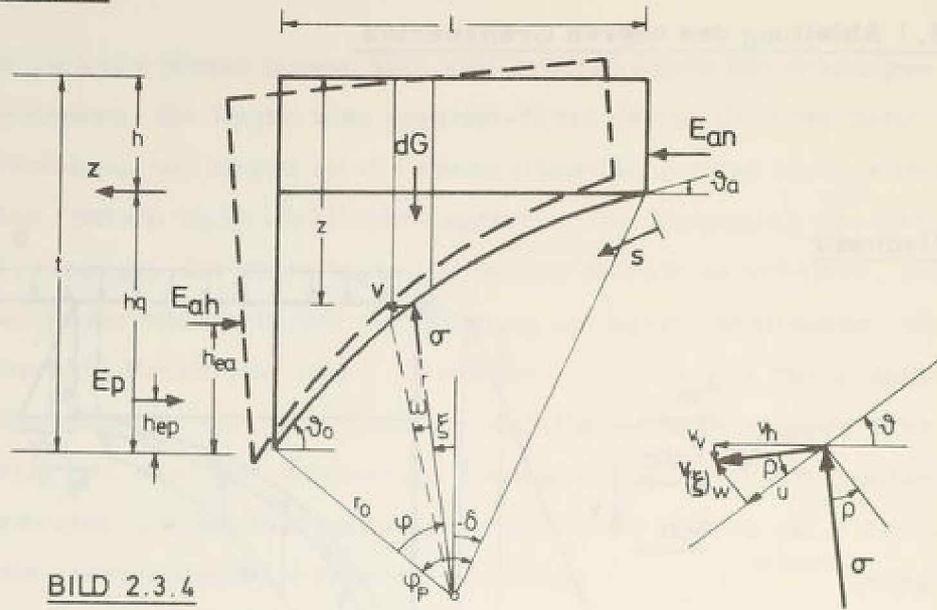


BILD 2.3.4

Bei einer virtuellen Drehung  $\omega = 1$  treten folgende Wege auf :

$$v(\xi) = r(\xi) \cdot \omega$$

$$v = r_0 \cdot e^{(\vartheta_0 - \rho - \xi) \cdot \mu} \cdot \omega \quad \text{mit } \mu = \tan \rho$$

$$v_v = v \cdot \sin \xi$$

$$v_h = v \cdot \cos \xi$$

Arbeit aus :

Gewicht :

$$dG = \gamma \cdot z \cdot \cos(\rho + \xi) \cdot ds$$

$$dG = \gamma (l + r_0 \cos(\vartheta_0 - \rho) - r \cos \xi) e^{(\vartheta_0 - \rho - \xi) \mu} \cos(\rho + \xi) \frac{r_0}{\cos \rho} e^{(\vartheta_0 - \rho - \xi) \mu} d\xi$$

$$A_G = \gamma (l + r_0 \cos(\vartheta_0 - \rho)) \frac{r_0^2 e^{2(\vartheta_0 - \rho) \mu}}{\cos \rho} \cdot \omega \int_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} \sin \xi \cos(\rho + \xi) e^{-2\mu \xi} d\xi$$

$$= \frac{\gamma \cdot r_0^3 e^{2\mu(\vartheta_0 - \rho)}}{\cos \rho} \cdot \omega \int_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} \cos \xi \sin \xi \cos(\rho + \xi) e^{-2\mu \xi} d\xi$$

$$A_G = -K_1 \cdot J_1 + K_2 \cdot J_2 \quad (2.3.9a)$$

$$J_1 = \int_{\vartheta_0 - \rho}^{-\delta} \sin \xi \cos(\rho + \xi) e^{-2\mu \xi} d\xi$$

$$J_1 = e^{-2\mu \xi} \frac{\cos \rho}{2} \sin^2 \xi \Big|_{\vartheta_0 - \rho}^{-\delta}$$

$$J_2 = \int_{\vartheta_0 - \rho}^{-\delta} \sin \xi \cos \xi \cos(\rho + \xi) e^{-3\mu \xi} d\xi$$

$$J_2 = \left[ \cos \rho \left[ -\frac{1}{3} \cos^3 \xi e^{-3\mu \xi} - \frac{3\mu e^{-3\mu \xi} \cos^2 \xi}{3(9\mu^2 + 9)} (3 \sin \xi - 3\mu \cos \xi) - \frac{6\mu e^{-3\mu \xi}}{(9\mu^2 + 9)(9\mu^2 + 1)} (\sin \xi - 3\mu \cos \xi) \right] \right. \\ \left. - \sin \rho \left[ \frac{1}{3} \sin^3 \xi e^{-3\mu \xi} - \frac{3\mu e^{-3\mu \xi} \sin^2 \xi}{3(9\mu^2 + 9)} (3 \cos \xi + 3\mu \sin \xi) - \frac{6\mu e^{-3\mu \xi}}{(9\mu^2 + 9)(9\mu^2 + 1)} (\cos \xi + 3\mu \sin \xi) \right] \right] \Big|_{\vartheta_0 - \rho}^{-\delta}$$

Kohäsion:

$$A_c = - \int_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} \mu \cdot c \cdot ds = - \int_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} c \cdot r_0^2 \cdot e^{2\mu(\vartheta_0 - \rho - \xi)} \cdot \omega \cdot d\xi$$

$$A_c = + \omega \cdot \frac{c \cdot r_0^2}{2\mu} e^{2\mu(\vartheta_0 - \rho - \xi)} \Big|_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} \quad (2.3.10)$$

Kräfte in der Ersatzankerwand:

$$A_{Ean} = E_{an} \cdot \omega \left( \frac{h}{3} + r_0 \cos \delta e^{\mu(\vartheta_0 - \rho + \delta)} \right) \quad (2.3.11a)$$

$$A_{Ean cp} = E_{an cp} \cdot \omega \left( \frac{h}{2} + r_0 \cos \delta e^{\mu(\vartheta_0 - \rho + \delta)} \right) \quad (2.3.12a)$$

Auflast:

$$A_p = p \cdot l \left( r_0 \sin(\vartheta_0 - \rho) - l/2 \right) \cdot \omega \quad (2.3.13)$$

Wandreibung:

$$A_{Ev} = + (E_{av} + E_{av cp}) \sin(\vartheta_0 - \rho) r_0 \cdot \omega \quad (2.3.14a)$$

Erdaufleger:

$$A_{Ep} = - E_p \cdot (r_0 \cos(\vartheta_0 - \rho) + h_{ep}) \cdot \omega \quad (2.3.15a)$$

Ankerkraft:

$$A_z = Z \cdot \omega (r_0 \cos(\vartheta_0 - \rho) + h_q) \quad (2.3.16a)$$

Erddruck:

$$A_{Eah} = E_{ah} \cdot \omega (r_0 \cos(\vartheta_0 - \rho) + \frac{t}{3}) \quad (2.3.17a)$$

$$A_{Eah cp} = E_{ah cp} \cdot \omega (r_0 \cos(\vartheta_0 - \rho) + \frac{t}{2}) \quad (2.3.18a)$$

Im Grenzgleichgewicht ist die Arbeit bei einer virtuellen Drehung gleich Null.

Schnitt wird vor die Wand gelegt:

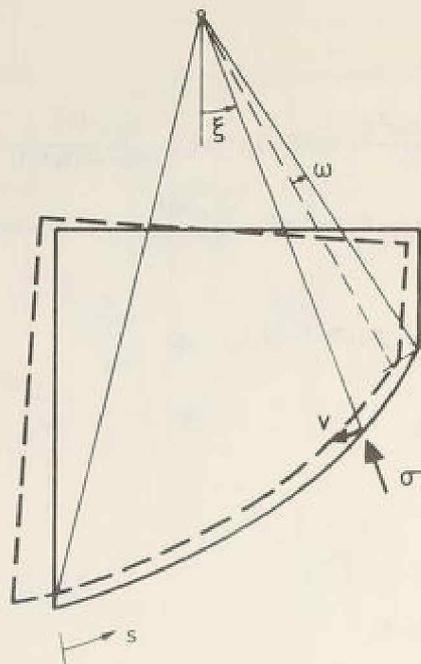
$$A = A_G + A_c + A_{Ean} + A_{Eah cp} + A_{Ev} + A_p + A_{Ep} + A_z = 0 \quad (2.3.19)$$

Schnitt zwischen Wand und Boden:

$$\bar{A} = A_G + A_c + A_{Ean} + A_{Ean cp} - A_{Eah} + A_{Eah cp} + A_{Ev} + A_p + A_{Ahv} = 0 \quad (2.3.20)$$

$$Z = \frac{-(\Sigma A - A_z)}{r_0 \cdot \omega \cdot \cos(\vartheta_0 - \rho) + h_q \cdot \omega} \quad (2.3.21a)$$

$$A_h = \frac{-\Sigma A - A_{Ahv}}{r_0 \cdot \omega \cdot \cos(\vartheta_0 - \rho) + h_q \cdot \omega} \quad (2.3.22a)$$



Eine nach unten gekrümmte Spirale ist ebenfalls kinematisch möglich. Bei einer Drehung  $\omega = -1$  werden folgende Teilarbeiten geleistet :

$$v = -r \cdot \omega$$

BILD 2.3.5

$$A_G = \gamma (-h + r_0 \cos(\psi_0 - \rho)) \frac{r_0^2 e^{2(\psi_0 - \rho)\mu}}{\cos \rho} \cdot J_1 - K_2 \cdot J_2 \quad (2.3.9b)$$

$$A_c = -\omega \frac{2 \cdot r_0^2}{2 \cdot \mu} e^{2\mu(\psi_0 - \rho - \xi)} \Big|_{-\delta}^{\psi_0 - \rho} \quad (2.3.10)$$

$$A_{Ean} = -E_{an} \cdot \omega \cdot (r_0 \cos(\psi_0 - \rho) - \frac{h}{3}) \quad (2.3.11b)$$

$$A_{Eanep} = -E_{anep} \cdot \omega \cdot (r_0 \cos(\psi_0 - \rho) - \frac{h}{3}) \quad (2.3.12b)$$

$$A_p = -p \cdot l \cdot (r_0 \sin(\psi_0 - \rho) - \frac{l}{2}) \cdot \omega \quad (2.3.13)$$

$$A_{Ev} = -v \cdot r_0 e^{\mu(\psi_0 - \rho + \delta)} \cdot \sin(\delta) \cdot \omega \quad (2.3.14b)$$

$$A_{Ep} = E_p \cdot r_0 e^{\mu(\psi_0 - \rho + \delta)} \cos(\delta) \cdot \omega \quad (2.3.15b)$$

$$A_Z = -Z (r_0 e^{\mu(\psi_0 - \rho + \delta)} \cos(\delta) - hq) \cdot \omega \quad (2.3.16b)$$

$$A_{Ahv} = -A_{Ahv} (r_0 e^{\mu(\psi_0 - \rho + \delta)} \cos(\delta) - hq) \cdot \omega$$

$$A_{Eah} = E_{ah} \cdot (r_0 e^{\mu(\psi_0 - \rho + \delta)} \cos(\delta) - \frac{l}{3}) \cdot \omega \quad (2.3.17b)$$

$$A_{Eahcp} = E_{ahcp} \cdot (r_0 e^{\mu(\psi_0 - \rho + \delta)} \cos(\delta) - \frac{l}{3}) \cdot \omega \quad (2.3.18b)$$

$$Z = \frac{\sum A - A_Z}{\cos \delta \cdot r_0 e^{\mu \cdot \psi_0} - hq} \quad (2.3.21b)$$

$$A_h = \frac{\sum A + A_{Ahv}}{\cos \delta \cdot r_0 e^{\mu \cdot \psi_0} - hq} \quad (2.3.22b)$$

Ergebnisse siehe Kap. 4.2 .

### 2.4 Exakte Lösung

In Kap. 2.2 wurde dargelegt, daß die Gleitflächen mit den Spannungscharakteristiken zusammenfallen, wenn die Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung die Potentialfunktion für das plastische Fließen des Bodens ist. Im Falle der rückverankerten Wand ist dann die logarithmische Spirale zwischen Wandfuß und Ankerende eine Spannungscharakteristik. Dadurch kann man den Spannungszustand in der Bruchfläche berechnen.

Diese Möglichkeit hat erstmals Kötter (14) aufgezeigt. Spätere und leichter überschaubare Ableitungen stammen von Ritter (15) und Reißner (16). Hier wird der Grundgedanke skizziert, um die Voraussetzungen der Rechnung darzulegen. Man betrachtet ein Bodenelement in der Bruchfuge  $s$ . Es befindet sich im plastischen Grenzgleichgewicht.

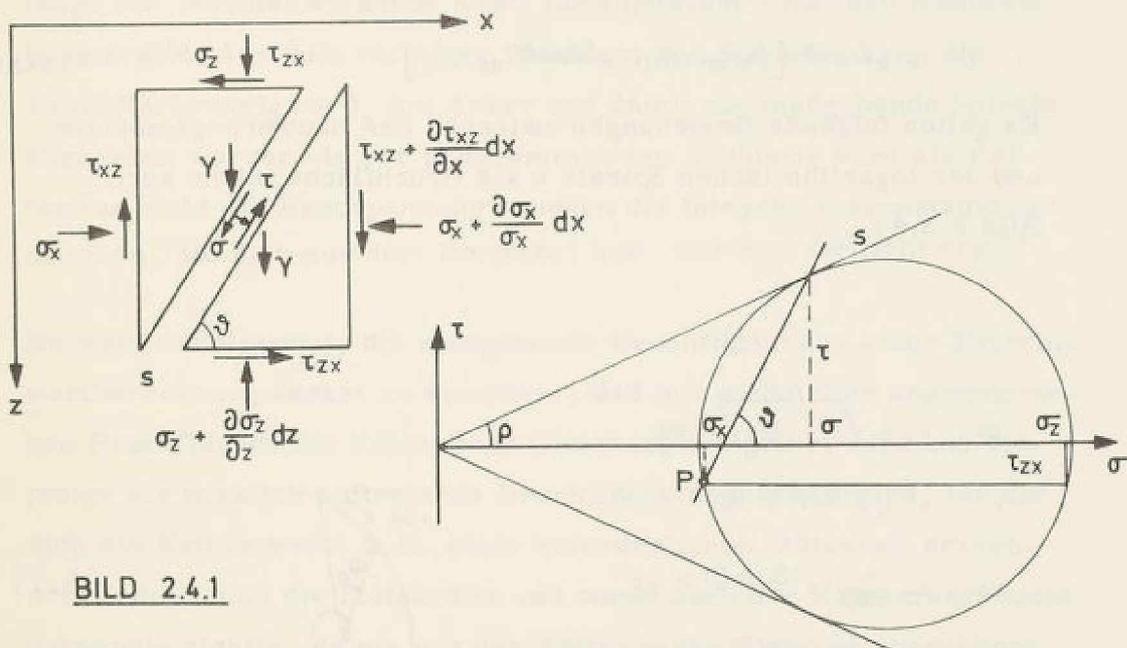


BILD 2.4.1

Der Gleichgewichtszustand wird mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} &= \gamma \\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

formuliert und das plastische Verhalten mit

$$\tau = \sigma \cdot \tan \rho = \sigma \cdot \mu$$

Wenn die Neigung  $\vartheta$  der Bruchfläche bekannt ist, besteht zwischen den Bruchflächenspannungen  $\tau$  und  $\sigma$  und den Koordinatenspannungen  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  ein eindeutiger Zusammenhang, der am anschaulichsten im Mohrschen Kreis (Bild 2.4.1) dargestellt wird. Die mathematische Formulierung dieses Zusammenhangs liefert drei Gleichungen für  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$ , die differenziert und in die Gleitgewichtsbedingung eingesetzt nach einigen Umformungen auf die Kötter'sche Gleichung führen.

$$\frac{d\sigma}{ds} - 2\sigma \tan \rho \frac{d\vartheta}{ds} = \gamma \sin(\vartheta - \rho) \quad (2.4.2)$$

Durch die Transformation vom xy-Koordinatensystem auf die Bruchlinie  $s$  als Koordinate gelangt man von partiellen Differentialgleichungen zu einer totalen Differentialgleichung, die integrierbar ist, wenn  $s$  bekannt ist.

$$\sigma = e^{\int 2\mu d\vartheta} \left[ \int \gamma \sin(\vartheta - \rho) e^{-\int 2\mu d\vartheta} ds + C \right] \quad (2.4.3)$$

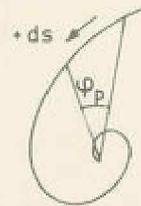
Es gelten folgende Beziehungen zwischen der Bauwerksgeometrie und der logarithmischen Spirale  $s$  als Bruchfläche (siehe auch Bild 2.3.4).

$$ds = -\sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} \cdot d\varphi$$

$$r = r_0 e^{(\vartheta_0 - \rho - \xi) \cdot \mu}$$

$$ds = \frac{r_0}{\cos \rho} e^{(\vartheta_0 - \rho - \xi) \cdot \mu} \cdot d\xi$$

$$r_0^2 = \frac{h\varphi^2 + l^2}{1 + e^{2\varphi\mu} - 2 \cos \varphi_0 e^{\varphi\mu}}$$



(2.4.4)

(2.4.5)

Damit schreibt sich 2.4.3 :

$$\sigma = \gamma e^{2\mu(\rho + \xi)} \left[ \int e^{-2\mu(\rho + \xi)} \sin \xi \frac{r_0}{\cos \rho} e^{\mu(\vartheta_0 - \rho - \xi)} d\xi + C \right] \quad (2.4.6)$$

$$\sigma = \frac{\gamma \cdot r_0 e^{\mu(\vartheta_0 - \rho - \xi)}}{\cos \rho (1 + \mu^2)} (-3\mu \sin \xi - \cos \xi) + C e^{-2\mu(\vartheta_0 - \rho - \xi)} \quad (2.4.7)$$

Aus der einfach unendlichen Schar der kinematisch möglichen Spiralen, die in (2.4.7) durch  $r_0$ , im folgenden durch die unabhängige Variable  $\varphi_p$  gekennzeichnet ist, soll die der Wirklichkeit entsprechende ermittelt werden. Dazu dient folgender Gedanke:

Der Randwert der Bruchflächenspannung am Anker läßt sich in Abhängigkeit von der Spirale angeben. Der Boden befindet sich oberhalb des Ankerendes im aktiven Rankine Zustand. Die Vertikalspannung über dem Ankerende ist  $\gamma \cdot h$ . Die Einleitung der Ankerkraft bedeutet eine Unstetigkeit, so daß unterhalb des Ankers die Gleitfläche eine andere als die Rankine Neigung hat. Der Zusammenhang zwischen Gleitflächenneigung und Randspannung ist am Mohr'schen Kreis abgeleitet (Bild (2.4.2)). Es ist nur der Randwert richtig, für den sich durch Integration der Vertikalspannungen über die Bruchflächenlänge die vertikal wirkende Kraft Bodengewicht + Auflast-Wandreibung ergibt. Aus dem richtigen Randwert der Spannung kann die Bruchflächenneigung  $\vartheta_a$  am Anker und damit die maßgebende Spirale angegeben werden. In der programmierten Rechnung wird als Kriterium nicht die Randspannung sondern die Integrationskonstante, genommen, die sich aus dem Randwert bzw. aus dem Gewicht ergibt.

Es wäre naheliegend, die maßgebende Bruchfläche aus einer Extremwertberechnung derart zu ermitteln, daß mit willkürlich angenommenen Bruchflächen die Kötter'sche Gleichung integriert wird und diejenige als wirklich auftretende Bruchfläche angesehen wird, für die sich ein Extremwert, z. B. einer erforderlichen Stützkraft errechnet. Jedoch sind die Stützkraften und somit auch der Extremwert nicht notwendig richtig, da sie mit der Kötter'schen Gleichung berechnet wurden, die ihrerseits nur stimmt, wenn die in sie eingesetzte Gleichung der Bruchlinie der Wirklichkeit entspricht.

Im folgenden sind die wesentlichen Gleichungen zur Ermittlung der Integrationskonstanten aus Randwert und aus Bodengewicht wiedergegeben. Die Berechnung der Horizontal- und Vertikalkomponenten der

Gleitflächenreaktionskraft erfolgt nur in den Fällen, in denen die Integrationskonstanten gleich sind.

Integrationskonstante aus der Randspannung am Anker:

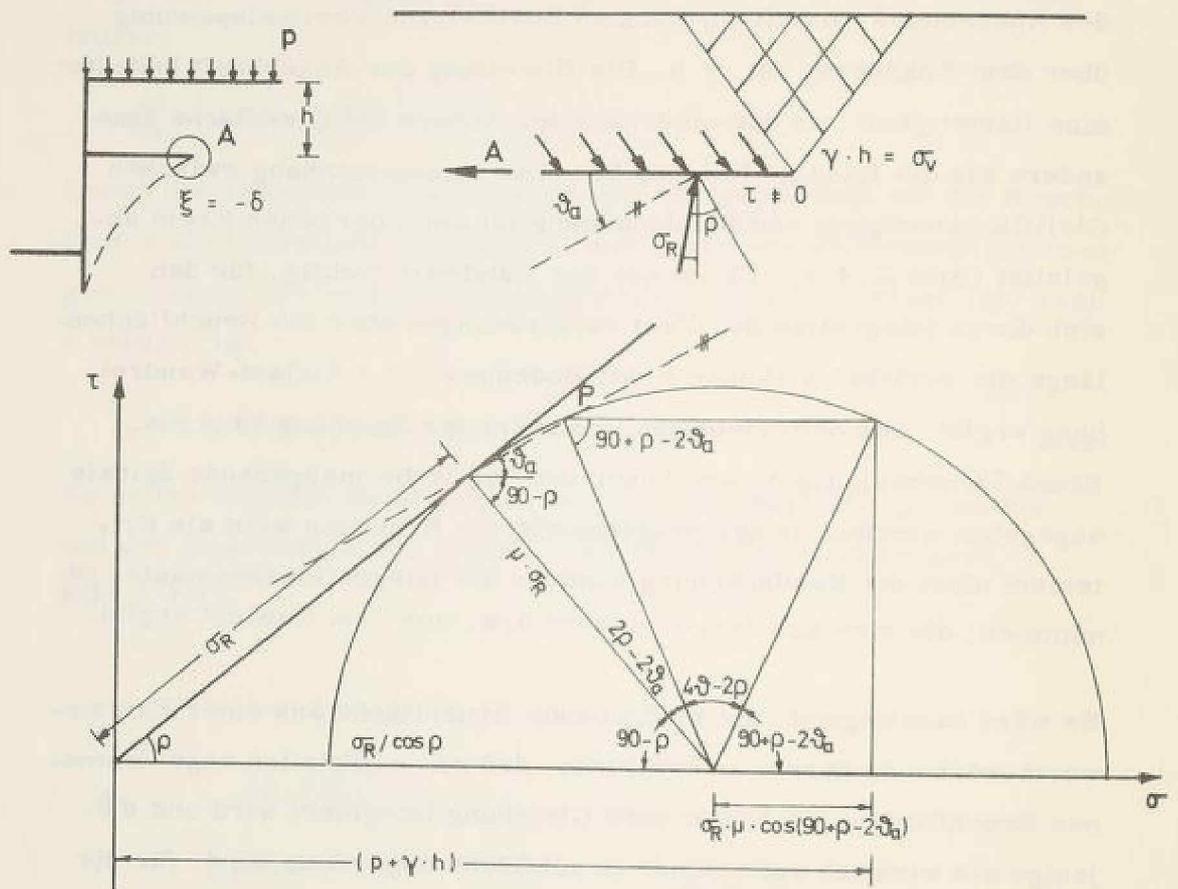


BILD 2.4.2

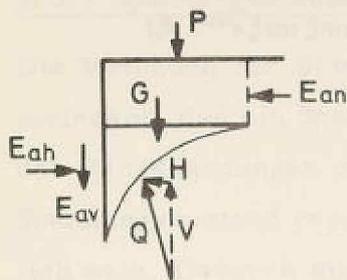
$$p + \gamma \cdot h = \sigma_R / \cos \rho + \sigma_R \cdot \mu \sin(\rho - 2\delta) \quad (2.4.8)$$

Daraus  $\sigma_R$  in 2.4.7 eingesetzt für  $\xi = -\delta$  ergibt :

$$C = (\cos \delta - \sin \delta \cdot 3\mu) \frac{\gamma \cdot r_0}{\cos \rho (1 + 9\mu^2)} e^{3\mu(\delta_0 + \rho - \delta)}$$

$$\cdot \frac{\cos \rho}{1 + \sin \rho \sin(\rho - 2\delta)} (p + \gamma \cdot h) e^{2\mu(\delta_0 - \rho + \delta)} \quad (2.4.9)$$

Integrationskonstante aus dem Überlagerungsgewicht:



$$G + E_{av} + P \stackrel{!}{=} V \quad (2.4.10)$$

$$G = \gamma \cdot (l(h+hq) + \frac{r_0^2}{2} e^{\varphi_p \cdot \mu} \cdot \sin \varphi_p - \frac{r_0^2}{4\mu} (e^{2\mu \varphi_p} - 1)) \quad (2.4.11)$$

$$V = \int_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} \sigma \cdot \cos \xi \, ds \quad (2.4.12)$$

$$V = C \cdot \frac{r_0}{\cos \rho} e^{\mu(\rho - \vartheta_0)} \cdot \int e^{\mu \xi} \cos \xi \, d\xi - \frac{\gamma \cdot r_0^2 e^{2\mu(\vartheta_0 - \rho)}}{\cos^2 \rho (1 + 9\mu^2)} (3\mu \int \sin \xi \cos \xi e^{-2\mu \xi} + \int \cos^2 \xi e^{-2\mu \xi} \, d\xi)$$

$$V = C \cdot K_1 \cdot J_1 - K_2 \cdot (J_2 + J_3) \quad (2.4.13)$$

$$J_1 = \frac{e^{\mu \xi}}{1 + \mu^2} (\mu \cos \xi + \sin \xi) \Big|_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho}$$

$$J_2 = \frac{3\mu}{2} \int_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho} \sin(2\xi) e^{-2\mu \xi} \, d\xi = 3\mu \frac{e^{-2\mu \xi}}{4(1 + \mu^2)} (-\mu \sin 2\xi - \cos 2\xi) \Big|_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho}$$

$$J_3 = \frac{e^{-2\mu \xi}}{4(1 + \mu^2)} (\sin(2\xi) - 2\mu \cos^2 \xi - \frac{1}{\mu}) \Big|_{-\delta}^{\vartheta_0 - \rho}$$

$$C = \frac{P + G + E_{av} + K_2(J_2 + J_3)}{K_1 \cdot J_1} \quad (2.4.14)$$

Ist die Integrationskonstante gefunden, so läßt sich die Horizontalkomponente H der Resultierenden Q der Gleitflächenspannungen  $\sigma$  berechnen.

$$H = \int_{-\delta}^{\delta_0 - \rho} \sigma \cdot \sin \xi \, ds \quad (2.4.15)$$

$$H = C \cdot K_1 \int e^{\mu \xi} \sin \xi \, d\xi - K_2 (3\mu \int \sin^2 \xi e^{-2\mu \xi} \, d\xi + \int \sin \xi \cos \xi e^{-2\mu \xi} \, d\xi)$$

$$H = C \cdot K_1 J_4 - K_2 (J_5 + \frac{J_2}{3\mu})$$

$$J_4 = \frac{e^{\mu \xi}}{1 + \mu^2} (\mu \sin \xi - \cos \xi) \Big|_{-\delta}^{\delta_0 - \rho}$$

$$J_5 = \frac{e^{-2\mu \xi}}{4(1 + \mu^2)} (-6\mu^2 \sin^2 \xi - 3\mu \sin(2\xi) - 3) \Big|_{-\delta}^{\delta_0 - \rho}$$

$$H = C \cdot K_1 J_4 - K_2 (J_5 + J_2 / 3\mu) \quad (2.4.16)$$

Aus der Bedingung  $\Sigma$  Horizontalkräfte = 0 für die im Bild 2.3.4 eingezeichneten Kräfte kann die Ankerkraft ermittelt werden.

## 2.5 Berechnung des unteren Grenzwertes

### 2.5.1 Spannungsdiskontinuität

Die Methoden zur Ermittlung eines unteren Grenzwertes haben alle gemeinsam, daß ein Spannungszustand gesucht wird, der das Gleichgewicht der Randspannungen und Massenkkräfte beinhaltet. Die aus solch einem Spannungszustand resultierenden Formänderungen müssen nicht verträglich sein. Dadurch sind Linien mit sprunghafter Änderung des Spannungszustandes möglich. Sowohl der Spannungszustand als auch die Größe des Sprungs sind durch die Bruchbedingung begrenzt. Dies wird am Mohr'schen Kreis anschaulich. Die Begrenzung des Spannungszustandes im Element heißt, daß der Mohr'sche Kreis (a) die Bruchgerade äußerstenfalls berühren darf.

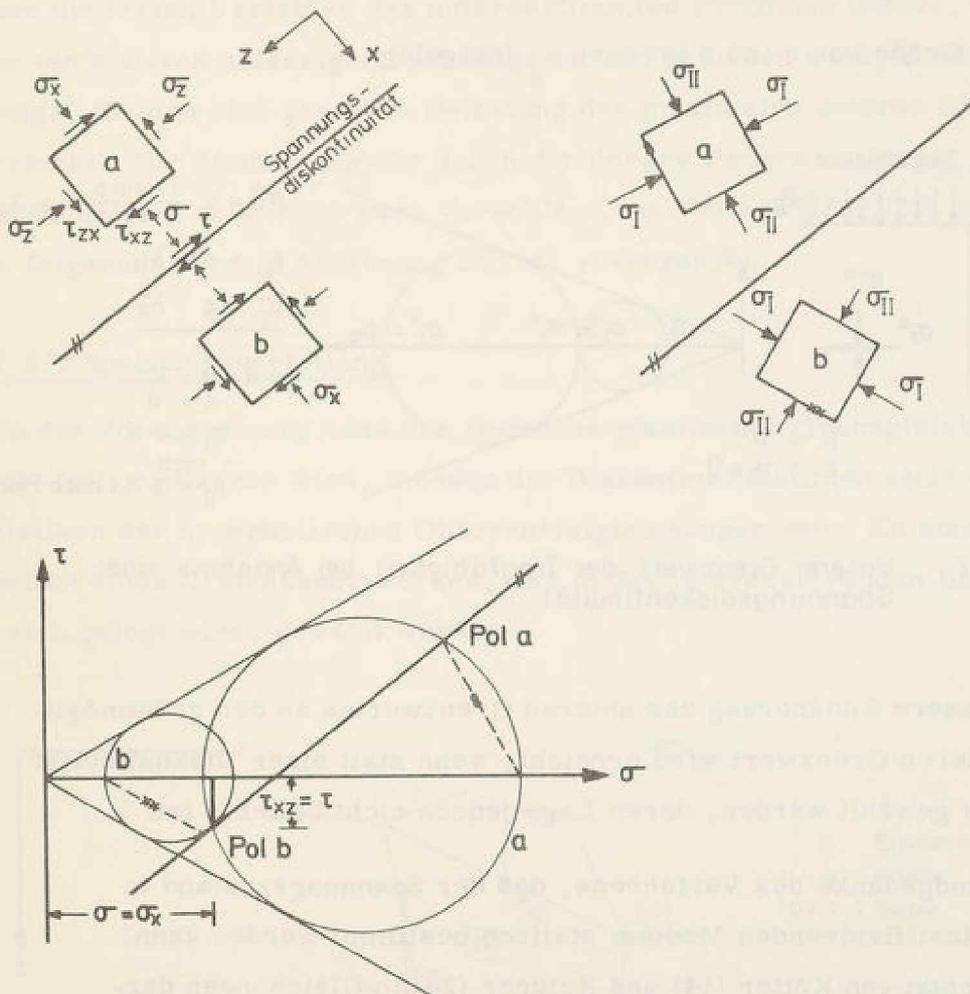


BILD 25.1.1 Spannungsdiskontinuität für den Fall des plastischen Grenzzustandes und gleicher Scherfestigkeit auf beiden Seiten

Die Möglichkeit des Spannungssprungs ergibt sich daraus, daß zur Erfüllung des Gleichgewichts entlang einer Diskontinuitätslinie nur  $\sigma_x^a = \sigma_x^b$  und  $\tau_{xz}^a = \tau_{xz}^b$  gefordert wird. Damit ist der Spannungszustand in b nicht bestimmt, es lassen sich beliebig viele Spannungskreise zeichnen. Die größtmögliche Änderung des Spannungszustandes ergibt sich für den Kreis b, der wiederum die Bruchgerade berührt, also, wenn auf beiden Seiten der Unstetigkeitslinie der plastische Grenzgleichgewichtszustand herrscht. Aus dem Mohr'schen Kreis ersieht man, daß ein Spannungssprung eine Änderung in der Größe und Richtung der Hauptspannung bedeutet.

Mit dem bisher Dargelegten lassen sich in einfachen Fällen schon untere Grenzwerte ermitteln. Zur Veranschaulichung wird das Beispiel der Grenztragfähigkeit auf gewichtslosem Halbraum angeführt.

Mit der Größe von q und  $\rho$  ist auch  $p_g$  festgelegt.

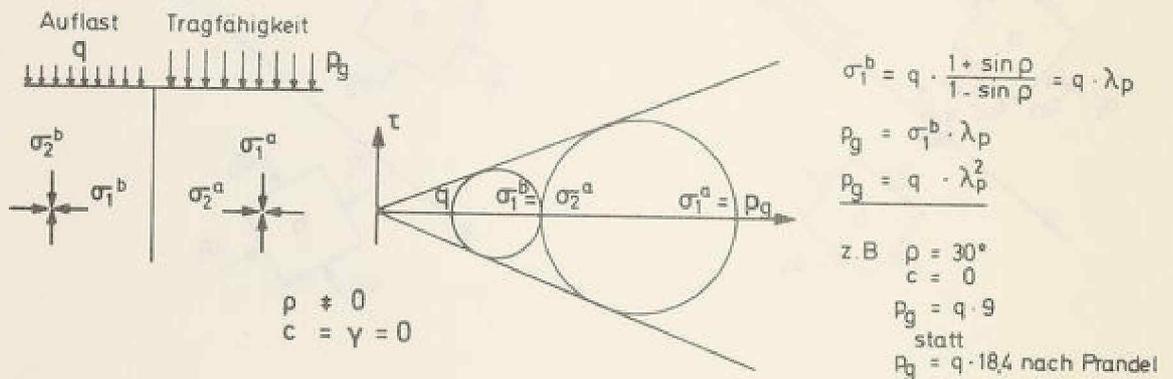


BILD 25.12 Unterer Grenzwert der Tragfähigkeit bei Annahme einer Spannungsdiskontinuität

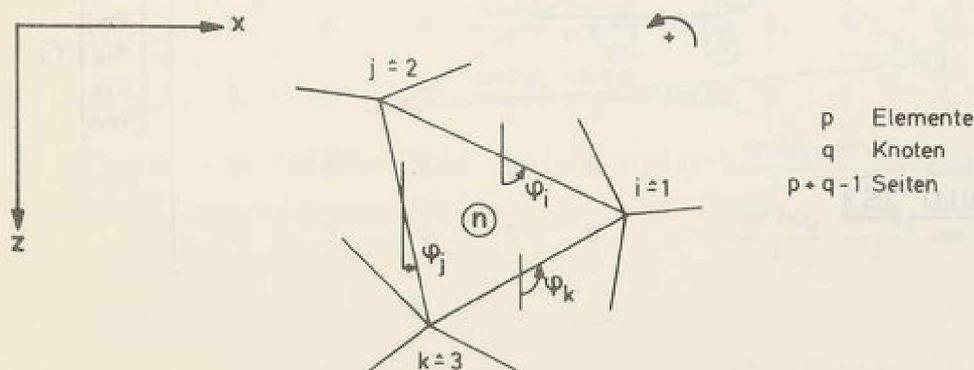
Eine bessere Annäherung des unteren Grenzwertes an den größtmöglichen unteren Grenzwert wird erreicht, wenn statt einer Diskontinuität mehrere gewählt werden, deren Lage jedoch nicht beliebig ist.

Der Grundgedanke des Verfahrens, daß der Spannungszustand in einem plastifizierenden Medium statisch bestimmt werden kann, wurde schon von Kötter (14) und Reißner (20) in Gleichungen dargestellt.

Sokolovski (17) hat Methoden entwickelt, um die 4 Differentialgleichungen des Problems von bekannten Randwerten aus mit Hilfe der charakteristischen Linien zu lösen. Jedoch können Lösungen nur erzielt werden, wenn der betrachtete Boden im plastischen Grenzgleichgewicht ist. Bei einer rückverankerten Wand gibt es jedoch neben vollplastischen Bereichen hinter der Ersatzankerwand auch Zonen, die sich nicht im plastischen Grenzgleichgewicht befinden und zudem einen Linienbruch. Der Satz vom unteren Grenzwert fordert aber auch nicht, daß das plastische Grenzgleichgewicht an allen Stellen erreicht ist. Die Kreise a und b in Bild 2. 5. 1. 2 müssen die Bruchgerade nicht berühren. Wird der Bruch nur in Teilbereichen angenommen, so ist der Spannungszustand auch nach Annahme der Unstetigkeitslinien nicht eindeutig bestimmbar. Über diese Schwierigkeit hilft die lineare Optimierungsrechnung hinweg. Sie verfügt über die freien Variablen des unterbestimmten Problems derart, daß nicht nur ein statisch zulässiger Spannungszustand gefunden wird, sondern derjenige, für den eine gesuchte Belastung den maximalen unteren Grenzwert erreicht. Zur Ausnutzung der durch die lineare Programmierung gegebenen Möglichkeiten existieren zwei Vorschläge, von Vollenweider (29) und Lysmer (18). Im folgenden wird in Anlehnung an (18) vorgegangen.

### 2. 5. 2 Spannungsverteilung

Da die Voraussetzung, daß der Boden im plastischen Grenzgleichgewicht ist, fallen gelassen wird, müssen die Diskontinuitätslinien nicht Charakteristiken der hyperbolischen Differentialgleichungen sein. Es können die Seiten eines Dreiecksnetzwerkes, das in den interessierenden Bodenbereich gelegt wird, gewählt werden.



Näherungsweise wird angenommen, daß sich die Spannungen im Element und an den Rändern mit  $x$  und  $z$  nur linear ändern. Die Elementrandspannungen werden in den Vektoren  $\{\sigma\}^n$  und  $\{\tau\}^n$  zusammengefaßt.

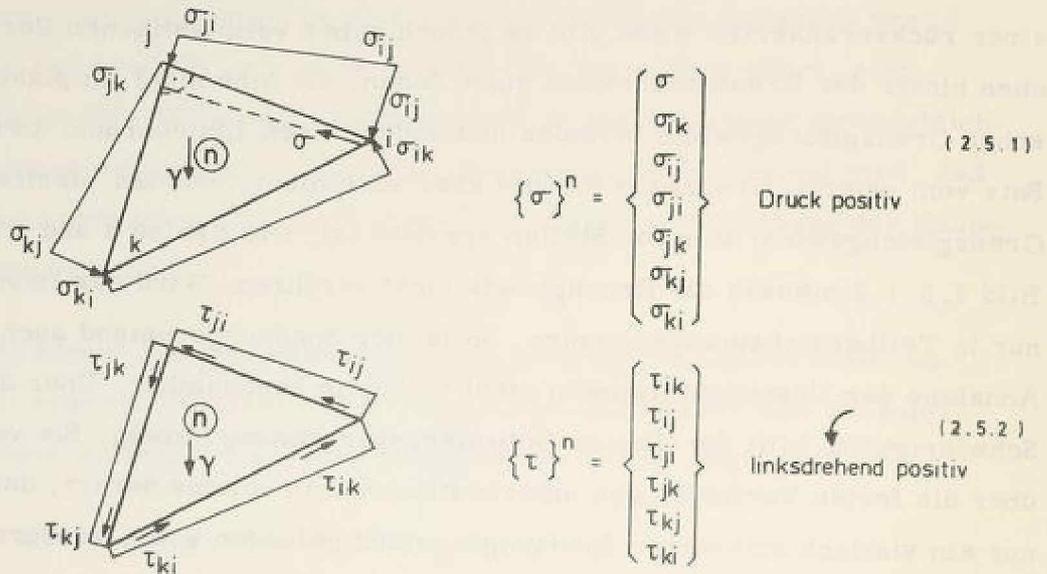


BILD 2.5.2 Benennung der Unbekannten am Element

### 2.5.3 Gleichgewicht in einem Element

Die inneren Spannungen in den Ecken eines Elements  $n$  bilden den Vektor  $\{s\}$ . Mit diesen Spannungen wird zunächst die Gleichgewichtsforderung in jeder Ecke formuliert.

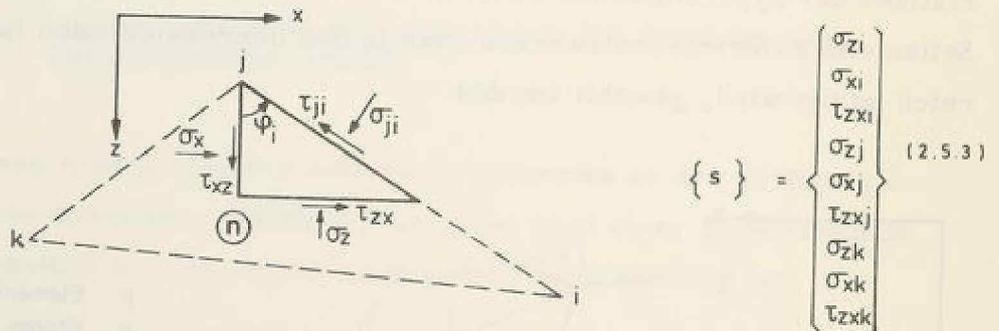


BILD 2.5.3

$$\begin{aligned}
 \Sigma M & : \tau_{xz} = -\tau_{zx} \\
 \Sigma K_{ij} & : \begin{aligned} \tau_{ji} &= \tau_{zxj} \sin^2 \varphi_i + \sigma_{xj} \cos \varphi_i \sin \varphi_i + \tau_{xzj} \cos^2 \varphi_i - \sigma_{zj} \sin \varphi_i \cos \varphi_i \\ \tau_{ji} &= -\tau_{zxj} \cos 2\varphi_i + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_i \cdot (\sigma_{xj} - \sigma_{zj}) \\ \tau_{ij} &= -\tau_{zxi} \cos 2(\varphi_i + \pi) + \frac{1}{2} \sin 2(\varphi_i + \pi) (\sigma_{xi} - \sigma_{zi}) \end{aligned} \quad (2.5.4) \\
 \Sigma K_{bij} & : \begin{aligned} \sigma_{ji} &= \tau_{zxj} \sin 2\varphi_i + \sigma_{xj} \cos^2 \varphi_i + \sigma_{zj} \sin^2 \varphi_i \\ \sigma_{ij} &= \tau_{zxi} \sin 2(\varphi_i + \pi) + \sigma_{xi} \cos^2(\varphi_i + \pi) + \sigma_{zi} \sin^2(\varphi_i + \pi) \end{aligned} \quad (2.5.5)
 \end{aligned}$$

Durch Vertauschen der Indices erhält man die Gleichungen für die beiden anderen Seiten. Insgesamt besteht zwischen den äußeren Randspannungen und den inneren Koordinatenspannungen folgender Zusammenhang.

$$\{\sigma\}^n = [S]^n \cdot \{s\}^n \quad (2.5.6)$$

$$\{\tau\}^n = [T]^n \cdot \{s\}^n \quad (2.5.7)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi_j \cdot \cos^2 \varphi_j & \sin 2\varphi_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \varphi_k & \cos^2 \varphi_k & \sin 2\varphi_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \varphi_i & \cos^2 \varphi_i & \sin 2\varphi_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin^2 \varphi_i \cdot \cos^2 \varphi_i & \sin 2\varphi_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin^2 \varphi_j \cdot \cos^2 \varphi_j & \sin 2\varphi_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin^2 \varphi_j \cdot \cos^2 \varphi_j & \sin 2\varphi_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin^2 \varphi_k \cdot \cos^2 \varphi_k & \sin 2\varphi_k & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} -\frac{\sin 2\varphi_k}{2} & \frac{\sin 2\varphi_k}{2} & -\cos 2\varphi_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\sin 2\varphi_i}{2} & \frac{\sin 2\varphi_i}{2} & -\cos 2\varphi_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\sin 2\varphi_i}{2} & \frac{\sin 2\varphi_i}{2} & -\cos 2\varphi_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\sin 2\varphi_j}{2} & \frac{\sin 2\varphi_j}{2} & -\cos 2\varphi_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sin 2\varphi_j}{2} & \frac{\sin 2\varphi_j}{2} & -\cos 2\varphi_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sin 2\varphi_k}{2} & \frac{\sin 2\varphi_k}{2} & -\cos 2\varphi_k \end{bmatrix}$$

Damit die inneren Spannungen im Gleichgewicht sind, muß gelten:

$$\begin{aligned} \partial\sigma_z / \partial z &= \partial\tau_{zx} / \partial x + \gamma_v \\ \partial\sigma_x / \partial x &= \partial\tau_{zx} / \partial z + \gamma_h \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Folgender linearer Ansatz für die Spannungsverteilung erfüllt die Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= c_1 z + c_2 \cdot x + c_3 + \gamma_v \cdot z \\ \sigma_x &= c_4 z + c_5 \cdot x + c_6 + \gamma_h \cdot x \\ \tau_{zx} &= c_5 z + c_1 \cdot x + c_7 \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

Das lineare Spannungsfeld in einem Element wird also durch den Vektor  $\{c\}$  gekennzeichnet. Es errechnet sich aus

$$\{s\}^n = [G]^n \{c\}^n + \{g\}^n \quad (2.5.10)$$

$$\{g\}^{nT} = \left\{ \begin{array}{l} \gamma_v \cdot z_i, \gamma_h \cdot x_i, 0, \gamma_v \cdot z_j, \gamma_h \cdot x_j, 0, \\ \gamma_v \cdot z_k, \gamma_h \cdot x_k, 0 \end{array} \right\} \quad (2.5.11)$$

$$[G]^n = \begin{bmatrix} z_i & x_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_i & x_i & 1 & 0 \\ x_i & 0 & 0 & 0 & z_i & 0 & 1 \\ z_j & x_j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_j & x_j & 1 & 0 \\ x_j & 0 & 0 & 0 & z_j & 0 & 1 \\ z_k & x_k & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_k & x_k & 1 & 0 \\ x_k & 0 & 0 & 0 & z_k & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5.12)$$

Zur späteren Formulierung des Gleichgewichts zwischen den Elementen muß jedoch das Spannungsfeld eines Elements in Randspannungen ausgedrückt werden.

$$\{\sigma\}^n = [S]^n \cdot [G]^n \cdot \{c\}^n + [S]^n \cdot \{g\}^n \quad (2.5.13)$$

Da jedoch  $\{c\}$  unbekannt ist, sind weitere Umformungen erforderlich.

$$\{c\} = ([S] \cdot [G])^{-1} \cdot \{\sigma\} - ([S] \cdot [G])^{-1} \cdot [S] \cdot \{g\} \quad (2.5.14)$$

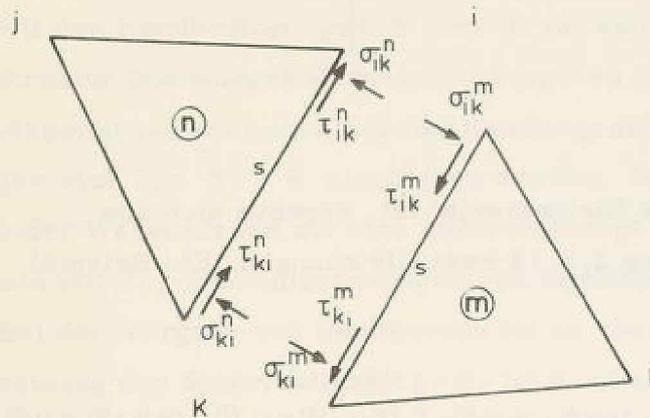
Hier zeigt sich, daß zur Eliminierung von  $\{c\}$ , also zur Festlegung des Spannungsfeldes  $\{s\}$  je Element, sieben Spannungen erforderlich sind. Daher wurde anfangs der Vektor  $\{\sigma\}^n$  so definiert, daß er nicht nur die sechs Randnormalspannungen enthält, sondern willkürlich noch eine innere Spannung.

$$\begin{aligned} \{s\} &= [G] ([S] [G])^{-1} \{\sigma\} + \{g\} - [G] \cdot ([S] \cdot [G])^{-1} \cdot [S] \cdot \{g\} \quad (2.5.15) \\ \{s\} &= [B] \cdot \{\sigma\} + \{h\} \end{aligned}$$

B und h enthalten nur die Lage und Gestalt des n-ten Elements sowie das Raumgewicht. Zu dem linearen Spannungsfeld gehören folgende Randschubspannungen :

$$\begin{aligned} \{\tau\} &= [T] \cdot [B] \cdot \{\sigma\} + [T] \cdot \{h\} \\ \{\tau\} &= [TB] \cdot \{\sigma\} + \{Th\} \end{aligned} \quad (2.5.16)$$

#### 2.5.4 Gleichgewicht zwischen den Elementen



$$\sigma_{ki}^n = \sigma_{ki}^m \quad (2.5.17)$$

$$\tau_{ki}^n = \tau_{ki}^m \quad (2.5.18)$$

Die Normalspannungen in der Netzebene in Richtung einer Elementseite werden nicht betrachtet. Hier können vom Element n nach m Diskontinuitäten auftreten. Gleichung (2.5.17) wird durch das System der Benennung der Unbekannten erfüllt.

#### 2.5.5 Zuordnung der lokalen zu den globalen Unbekannten

Die Knoten, Seiten und Elemente werden in beliebiger Reihenfolge nummeriert. Ihre Zuordnung wird für jedes Element in linksdrehender Reihenfolge in der Matrix [EZ] und für jede Seite in der Matrix [SZ] festgehalten. Es soll je Element n mit den sechs Randspannungen  $\sigma_{ij}^n$  und mit der inneren Normalspannung  $\sigma^n$  als Unbekannten gerechnet werden. Das sind unter Berücksichtigung von Gleichung (2.5.17)  $3 \cdot p + 2 \cdot q - 2$  Spannungen  $\sigma$ . Sie werden zur Vermeidung von Doppelbenennungen mit globalen Indices gekennzeichnet.

		Index	
		am Element (n)	im Gesamtsystem
$n < p$	$\sigma$		$\sigma_n$
$i < j$	$\sigma_{ij}$		$\sigma_{p+2 \cdot s-1}$
$i > j$	$\sigma_{ij}$		$\sigma_{p+2 \cdot s}$

s = Seitennummer

Element Nr.	kleinste Punkt Nr. i	Seite	Punkt	Seite	Punkt	Seite	$\sigma_{ik}$	$\sigma_{ij}$	$\sigma_{ji}$	$\sigma_{jk}$	$\sigma_{kj}$	$\sigma_{ki}$

$$[EZ] = \begin{bmatrix} 1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 2 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ \vdots & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ p & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \end{bmatrix} \quad (2.5.19)$$

Seite Nr. s	kleinere Punkt Nr.	größere Punkt Nr.	kleinere Element Nr.	größere Element Nr.
-------------	--------------------	-------------------	----------------------	---------------------

$$[SZ] = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ 2 & & & & \\ \vdots & i & j & & \\ \vdots & \text{oder} & \text{oder} & & \\ \vdots & j & k & & \\ p+q-1 & & & 0 & \text{wenn freier Rand} \end{bmatrix} \quad (2.5.20)$$

Für jede Seite, die keine freie Elementseite ist, ergeben sich aus Gleichung 2.5.16 und Gleichung 2.5.18 zwei Gleichungen. Ein Beispiel für Knoten K, wenn  $1 < i < j < K$ :

$$TB(6,i)^n \cdot \sigma(1)^n + \sum_{i=2}^7 TB(6,i)^n \cdot \sigma(i)^n \cdot Th(6)^n = Th(5)^m + \sum_{i=2}^7 TB(5,i)^m \sigma(i)^m + TB(5,1)^m \sigma(1)^m$$

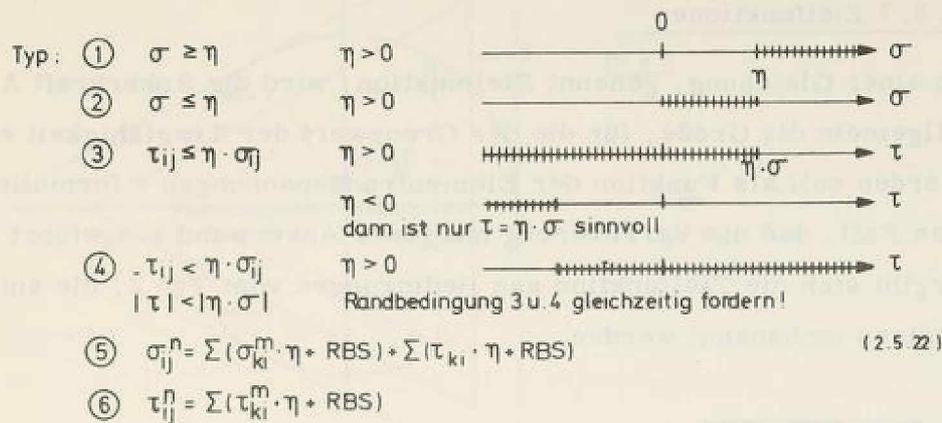
mit 2.5.19

$$TB(6,1)^n \cdot \sigma(n) - TB(5,1) \sigma(m) + \sum_{i=2}^7 TB(6,i)^n \cdot \sigma(EZ(n,7+i)) - \sum_{i=2}^7 TB(5,i)^m \cdot \sigma(EZ(m,7+i)) = Th(5)^m - Th(6)^n \quad (2.5.21)$$

Mit den globalen Indices erhält man eine Bestimmungsgleichung für die  $1\sigma$  im allgemeinen verschiedenen Spannungen, die an zwei Nachbar-elementen wirken.

### 2.5.6 Randbedingungen

An den freien Rändern des Netzwerks treten an die Stelle der Gleichgewichtsbedingungen statische Randbedingungen. Es kann gefordert werden, daß zwei Spannungen gleich groß sind oder daß eine Spannung nicht größer als eine andere ist. Folgende Randbedingungen sind möglich:



Mit den Randbedingungen 5 und 6 ist es möglich, im Innern der Struktur Spannungsänderungen einzugeben, in dem eine Seite zwei Nummern bekommt und zweimal als freier Rand angesehen wird, über den Bedingungen vom Typ 5, 6 eingelesen werden. So lassen sich z. B. mit Typ 5 der Wasserdruck auf eine undurchlässige Membrane in einem Damm und mit Typ 6 Schubspannungen von Injektionsankern berücksichtigen. Bei der Vorgabe von Randwerten ist zu beachten, daß eine exakte Ausnutzung der Scherfestigkeit  $\tau = \sigma \cdot \tan \rho - c$  zu einem Widerspruch führen kann, da, wie später beschrieben, die Bruchbedingung durch ein Vieleck ersetzt wird. Ferner können Randwerte aus exakten Berechnungen (z. B. aktiver Erddruck) Widerspruch erzeugen, weil bei dem Verfahren prinzipiell nur die Ermittlung eines unteren Grenzwertes und nicht der Traglast garantiert ist oder weil die gewählte Elementzahl und Anordnung nicht genügt, um die Grenztraglast zu ermöglichen, womit sie auch als Randbedingung nicht akzeptiert wird.

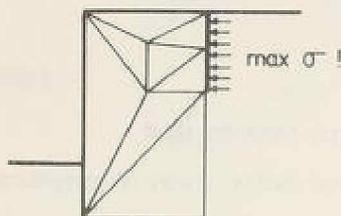
Randbedingungen vom Typ 1, 2 und 5 lassen sich nach Ermittlung des globalen Index als Gleichungen oder Ungleichungen, allgemein Restriktionen genannt, zur Bestimmung von  $\sigma_i$  angeben. Randbedingungen vom Typ 3, 4 und 6 entsprechen der Gleichgewichtsforderung (2.5.18).

Z. B. Typ 3:

$$\sum_{i=L, x-1}^{x+L, 7} TB(x, i)^n \cdot \sigma(EZ(n, 7+i)) + (TB(x, x)^n - \eta) \sigma(EZ(n, x)) \leq -Th(x)^n \quad (2.5.23)$$

### 2.5.7 Zielfunktionen

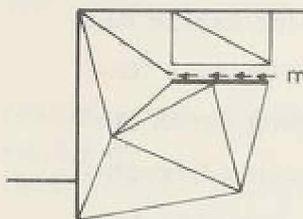
In einer Gleichung, genannt Zielfunktion, wird die Ankerkraft  $A$  oder allgemein die Größe, für die der Grenzwert der Tragfähigkeit ermittelt werden soll, als Funktion der Elementrandspannungen  $\sigma$  formuliert. Für den Fall, daß die Verankerung mit einer Ankerwand ausgeführt wird, ergibt sich die Zielfunktion aus Bedingungen vom Typ 2, die auf globale Indices umbenannt werden.



$$A \approx \sum_{k=1}^n (v_{2k} \cdot \sigma_{ij}^k + v_{2k-1} \cdot \sigma_{ji}^k) \quad (2.5.24)$$

- $n$  = Anzahl der Dreiecke an der Ankerwand
- $v$  = Gewichte mit denen eine Spannungsverteilung über die Traglastfläche beeinflusst werden kann

Die Traglast einer liegenden Verankerung ergibt sich aus Randschubspannungen, die entsprechend den Randbedingungen vom Typ 3 in die unbekanntes  $\sigma$  des Problems umgerechnet werden.



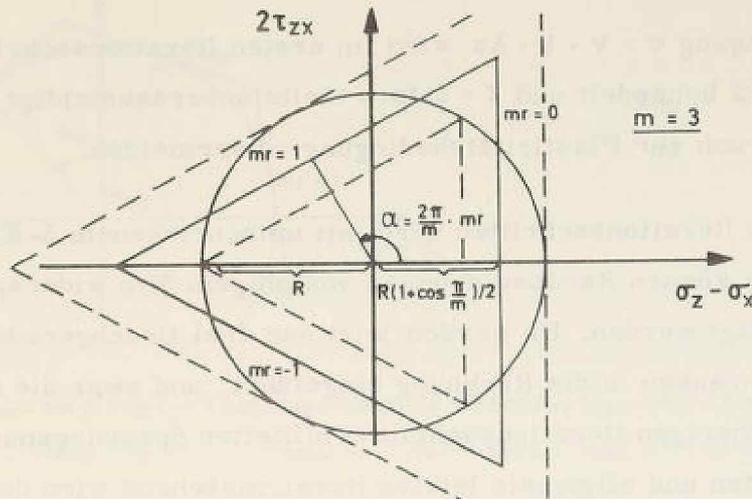
$$A \approx \sum (v_{2k} \cdot \tau_{ij}^k + v_{2k-1} \cdot \tau_{ji}^k) \quad (2.5.25)$$

Wahlweise können auch zwei Zielfunktionen formuliert werden, z. B. der Erddruck auf die Baugrubenwand und die Ankerkraft. Nach der Erddruckermittlung wird dann die zugehörige mögliche Ankerkraft bestimmt. Durch solche postoptimalen Iterationen steigt der Rechenaufwand nur geringfügig, und es werden die dargelegten möglichen Schwierigkeiten, z. B. bei der Vorgabe des aktiven Erddrucks als Randwert vermieden.

### 2.5.8 Bruchbedingungen

Die Mohr-Coulomb Bruchbedingung hat die Form eines Kreises.

$$(\sigma_z - \sigma_x)^2 + (2\tau_{zx})^2 \leq [(\sigma_z + \sigma_x) \sin \rho + 2c \cos \rho]^2 \quad (2.5.26)$$



**BILD 2.5.8.1** Dreieckförmige Bruchbedingung im ersten Iterationsschritt

Da in den Programmen zur Optimierung nur lineare Restriktionen berücksichtigt werden können, muß der Kreis durch ein  $m$ -Eck ersetzt werden. Es werden für jedes Element und jede Ecke  $m$  Ungleichungen entstehen. Die Ungleichungen ergeben sich entsprechend der Hesse'schen Normalform einer Geraden.

$$(2\tau_{zx}) \sin \alpha + (\sigma_z - \sigma_x) \cos \alpha - R(1 + \cos \frac{\pi}{m}) / 2 \leq 0$$

mit  $m = 3$

$$(\cos(\frac{2}{3}\pi mr) - \frac{3}{4}\sin \rho) \sigma_z - (\cos(\frac{2}{3}\pi mr) + \frac{3}{4}\sin \rho) \sigma_x + 2\sin(\frac{2}{3}\pi mr) \tau_{zx} \leq \frac{3}{2} c \cos \rho \quad (2.5.27)$$

Die Annäherung ist um so besser, je größer  $m$  ist. Damit würde die Zahl der Ungleichungen viel zu groß. Daher wird die Lösung iterativ ermittelt. Der Kreis wird zunächst durch ein Dreieck ersetzt. Es bieten sich dazu ein umschriebenes und ein einbeschriebenes Dreieck an. Das umschriebene Dreieck würde, z. B. für den Fall  $c = 0, \rho > 30^\circ$  für die ungünstigsten Spannungspunkte in einer Dreiecksecke bedeuten, daß  $\rho < 90^\circ$  sein muß, d. h. die im ersten Iterationsschritt ermittelte Traglast ist nach oben nicht begrenzt. Daher wird das Mittel zwischen einbeschriebenem und umschriebenem Dreieck gewählt. Das ist jedoch mit dem Nachteil verbunden, daß teilweise keine Randwerte, die volle Ausnutzung der Scherfestigkeit voraussetzen, berücksichtigt werden können. Ein Spannungspunkt auf dem Bruchkreis liegt eventuell außerhalb des Dreiecks und steht damit im Widerspruch zur rechnerischen Bruchbedingung.

Eine Randbedingung  $\sigma = \gamma \cdot h \cdot \lambda \alpha$  wird im ersten Iterationsschritt als  $\sigma = \gamma \cdot h \cdot \lambda \alpha \cdot 2$  behandelt und  $\tau = \sigma \cdot \tan \rho$  bleibt unberücksichtigt, um einen Widerspruch zur Plastizitätsbedingung zu vermeiden.

In den nächsten Iterationsschritten wird mit umschriebenem 5-Eck gearbeitet. Damit können Randbedingungen von obigem Typ widerspruchlos berücksichtigt werden. Es werden jetzt nur drei Bruchgeraden des m-Ecks als Schranken in die Rechnung eingeführt, und zwar die Geraden, die dem im vorherigen Iterationsschritt ermittelten Spannungspunkt nahe liegen. Im dritten und allgemein letzten Iterationsschritt wird der Kreis durch 3 Seiten eines 9-Ecks, u. z. dem Mittel zwischen einbeschriebenem und umschriebenem ersetzt.

Dazu wird für jede Ecke das Spannungsverhältnis  $\vartheta$  Bild 2.5.8.2 ermittelt.

$$\vartheta = \arctan(2\tau_{zx}/(\sigma_z - \sigma_x)) \quad (2.5.28)$$

Aus der Optimierung erhält man den Spannungszustand :

$$\sigma_i \quad i = 1, \dots, 3p + 2q - 2$$

Umgerechnet auf lokalen Index:

$$\{\sigma_j\}^n \quad \begin{matrix} n = 1, \dots, p \\ j = 1, \dots, 7 \end{matrix}$$

Die Umrechnung der äußeren Spannungen  $\sigma_{ij}$  auf die inneren mit

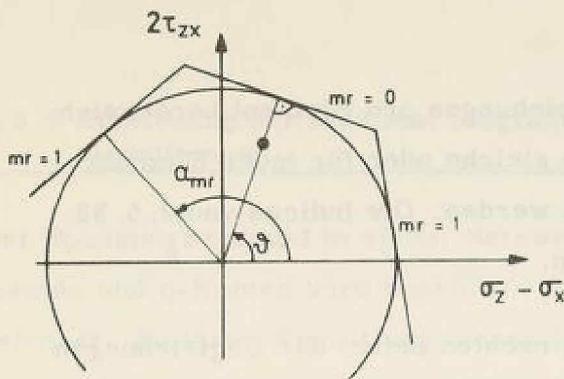
$$(2.5.15) \quad \{s\}^n = B \{\sigma\}^n \cdot \{h\}^n \quad (2.5.29)$$

erlaubt die Bestimmung des Spannungsbereichs gemäß Gl. 2.5.28

$$\vartheta_{(i,k)} = \arctan(2 \cdot s(3-k, i) / (s(3k-2, i) - s(3k-1, i))) \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, p \\ k = 1, \dots, 3 \end{matrix}$$

$\alpha$  der Geradennormalform lautet für die 3 Bruchbedingungen

$$\begin{aligned} \alpha_{mr} &= \vartheta + \frac{2\pi}{m} \cdot mr \\ mr &= -1, 0, 1 \end{aligned}$$



$$\alpha_{mr} = \vartheta + \frac{2\pi}{m} \cdot mr$$

$$mr = -1, 0, 1$$

$$(\cos \alpha_{mr} - \sin \rho) \sigma_z - (\cos \alpha_{mr} + \sin \rho) \sigma_x + 2 \sin \alpha_{mr} \tau_{zx} \leq 2c \cos \rho \quad (2.5.30)$$

$$y_{mrz} \cdot \sigma_z - y_{mrx} \cdot \sigma_x + y_{mr\tau} \cdot \tau_{zx} \leq 2c \cos \rho$$

**BILD 2.5.8.2** Annäherung der Bruchbedingung durch ein M- Eck

Die drei Restriktionen 2.5.30 müssen in jedem Element für jede Ecke erfüllt sein. Diese Forderung schreibt sich am einfachsten vektoriell nach Einführung der Vektoren  $\{y\}$ :

$$\{y\}_{i,mr}^T \cdot \{s\}^n \leq 2c \cdot \cos \rho \quad \begin{matrix} i = 1, 2, 3 \\ mr = -1, 0, 1 \end{matrix} \quad (2.5.31)$$

$$\{y\}_{1,mr} = \begin{pmatrix} y_{mrz} \\ y_{mrx} \\ y_{mr\tau} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \{y\}_{2,mr} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_{mrz} \\ y_{mrx} \\ y_{mr\tau} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \{y\}_{3,mr} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_{mrz} \\ y_{mrx} \\ y_{mr\tau} \end{pmatrix}$$

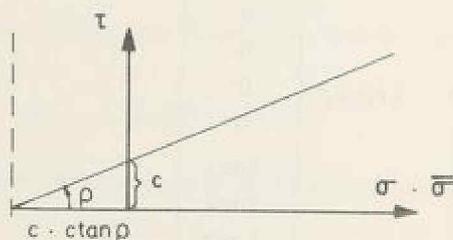
Für den ersten Iterationsschritt und auch für weitere, wenn sich in dem betreffenden Punkt bei der vorherigen Iteration nur eine geringe Scherbeanspruchung ergeben hat, werden die Vektoren  $\{y\}$  gemäß Gl. 2.5.27 statt Gl. 2.5.30 gebildet.

$$\{y\}^T \cdot [B]^n \cdot \{\sigma\}^n + \{y\}^T \cdot \{h\}^n \leq 2c \cos \rho \quad (2.5.32)$$

Die Bruchbedingung wird durch 9 Ungleichungen pro Element berücksichtigt. Wahlweise kann für alle Elemente gleiche oder für jedes Element eine andere Scherfestigkeit vorgegeben werden. Die Indices von 2.5.32 sind noch von lokal auf global zu ändern.

Da der Einfluß der Kohäsion nur in den rechten Seiten der Ungleichungen enthalten ist, werden zwei rechte Seiten gebildet, die sich nur durch den Kohäsionseinfluß unterscheiden. Der Einfluß auf die Traglast läßt sich wiederum durch postoptimale Iterationen mit nur geringem Mehraufwand angeben.

Nach Gleichung 2.5.30 sind in den Elementen auch Zugspannungen  $\{s\}^n$  möglich, wenn  $c \neq 0$  ist. Bei dem mathematischen Verfahren zur Maximierung der Ankerkraft werden jedoch prinzipiell negative Unbekannte ausgeschlossen. Die Unbekannten sind hier die Spannungen zwischen den Elementseiten. Um nichtinkonsequenterweise in den Elementen eine andere Bruchbedingung als zwischen den Elementen zu berücksichtigen, wird für das Optimierungsverfahren die Möglichkeit einer Nullpunktverschiebung um  $c \cdot c \tan \rho$  vorgesehen.



$$a_{ij} \cdot \sigma_j = a_{ij} \cdot \bar{\sigma}_i - a_{ij} \cdot c \cdot \tan \rho \quad (2.5.33)$$

Aus der Sicht des Ingenieurs kann es jedoch sinnvoll sein, auf diese Nullpunktverschiebung zu verzichten, z. B. werden bei der Erddruckermittlung i. a. Zugspannungen = Null gesetzt.

2.5.9 Ermittlung der maximal möglichen Ankerkraft mit dem Simplexalgorithmus

Der Spannungszustand in einem Netzwerk ohne Doppelseiten aus  $p$ -Elementen und  $q$ -Knoten wird durch  $m = 3 \cdot p + 2 \cdot q - 2$  Spannungen gekennzeichnet. Zu ihrer Ermittlung stehen in einem  $\infty$  großen Netzwerk  $2 \cdot p + 2 \cdot q - 2$  Gleichungen aus den Gleichgewichtsbedingungen zur Verfügung. Hinzu kommen  $9 \cdot p$  Ungleichungen aus den Bruchbedingungen. In einem endlichen Netzwerk entfallen an den Rändern die Gleichgewichtsbedingungen. An ihre Stelle treten teilweise Gleichungen und Ungleichungen aus den Randbedingungen. Das System ist dann nicht mehr wie im Fall des  $\infty$  Netzwerkes  $p$ -fach, sondern meistens noch stärker unterbestimmt. Es fehlen, verglichen mit den elastischen Berechnungen, die Formänderungsbedingungen.

Eine Lösung ist mit Hilfe der linearen Programmierung (18, 26, 29) möglich. Dazu wird zu jeder Gleichung und Ungleichung eine andere Schlupfvariable  $y_i$  addiert. Da die Ungleichungen alle in der Form  $\sum a_{ij} < b_i$  geschrieben werden, müssen die Schlupfvariable der Ungleichungen in der endgültigen Lösung alle  $\geq 0$  und die der Gleichungen  $= 0$  sein. Auch für die  $\sigma_i$ , allgemein Strukturvariable genannt, gilt  $\sigma_i > 0$ , d.h. nur Druckspannungen werden im Boden zugelassen.

	$\sigma_1$	$\sigma_2$	...	$\sigma_m$	$y_1$	$y_2$	...	$y_i$	Ankerkraft
Gleichungen	$a_{[1,1]}$	$a_{[1,2]}$	...	$a_{[1,m]}$	1	0	0	0	$= b_{[1]}$
	$a_{[2,1]}$	...	...	...	0	1	0	0	.
	...	...	...	...	0	0	1	0	.
	...	...	...	$a_{[m-p,m]}$	0	0	0	1	$= b_{[m-p]}$
Ungleichungen	...	...	...	...	...	...	...	1	.
	...	...	...	...	...	...	...	1	.
	$a_{[m+8p,1]}$	...	...	...	...	...	...	1	$= b_{[m+8p]}$
	$c_1$	$c_2$	...	$c_m$	0	0	0		$= B$

Zur Bestimmung von  $2 \cdot m + 10 \cdot p$  Unbekannten stehen jetzt  $m + 10 \cdot p$  Gleichungen zur Verfügung, d. h. es kann über  $m$  Unbekannte verfügt werden. Dies geschieht immer so, daß die spezielle Form, in der das Gleichungssystem geschrieben ist, genannt kanonisch, ausgenutzt wird. Und zwar erhält man sofort eine Lösung für die Variablen, die die Einheitsmatrix als Koeffizientenschema haben, sie werden Basisvariablen (BV) genannt, wenn man die anderen, genannt Nichtbasisvariablen (NBV),  $= 0$  setzt. Solche Lösungen nennt man Basislösungen.

Setzt man im vorliegenden Tableau, in dem die Spannungen, die NBV sind, selbige  $= 0$ , so erhält man eine unbrauchbare Lösung. Das zeigt sich rechnerisch darin, daß die Schlupfvariablen der Gleichungen  $y_i$  ( $i = 1 \dots m - p$ )  $\neq 0$  sind, weil die rechten Seiten im allgemeinen  $\neq 0$  sind. Der Boden mit Raumgewicht und Randspannungen ist nicht spannungslos,  $\sigma_i \neq 0$ . Um den Widerspruch zu beheben, aber die kanonische Form des Systems weiter nutzen zu können, wird für jede Gleichung das System einmal so identisch umgerechnet, daß eine Spannung  $\sigma$  in die Basis gelangt und eine Schlupfvariable der Gleichungen in die Nichtbasis kommt. Bei dieser Folge von Umformungen, genannt Phase 0, werden redundante und widersprüchliche Randbedingungen erkannt, die die Form einer Gleichung haben. Setzt man am Ende von Phase 0 die NBV  $= 0$ , so sind damit neben anderen Variablen alle Schlupfvariablen der Gleichungen 0, d. h. solch eine Basislösung erfüllt alle Bedingungen in Gleichungsform. Damit dieser richtige Ergebnisteil im Laufe der weiteren Rechnung nicht verlorenght, muß verhindert werden, daß diese Schlupfvariablen nochmals in die Basis kommen. Dies wird durch Nullsetzen der entsprechenden Spalten erreicht. Ihre Umrechnung im Verlauf der weiteren Rechnung unterbleibt. Jede Gleichung verringert also die Dimension des Problems um eine Spalte.

Für die Variablen in der Basis ergibt sich mit den NBV  $= 0$  am Ende der Phase 0 zwar eine Lösung, sie ist jedoch nicht zulässig, da alle Variablen nicht negativ sein müssen, im allgemeinen jedoch die rechten Seiten  $b_i$  teilweise negativ sind. Solch eine Lösung bedeutet einen Spannungszustand mit teilweise Zugspannungen ( $BV = \sigma_i < 0$ ), der einen Teil der Bruchbedin-

gungen verletzt ( $BV = y_i < 0$ ). In einem weiteren Iterationszyklus (Phase I) wird das Gleichungssystem so umgeformt, daß alle rechten Seiten positiv werden. Dazu wird gemäß der Mehrphasenmethode eine Gleichung mit negativer rechter Seite betrachtet. Ihre BV wird größer, evtl. sogar positiv, wenn man eine NBV mit in dieser Gleichung negativen und zwar möglichst absolut großen Koeffizienten nicht Null werden läßt, sondern ihr einen möglichst großen Wert gibt. Dazu muß diese NBV aus der Basis entfernt werden. Sie wird gegen eine BV ausgetauscht, die so ausgewählt wird, daß keine der schon erfüllten Restriktionen (rechte Seite  $> 0$ ) verletzt wird. Nach dem Austauschschritt ist das Gleichungssystem wieder in kanonischer Form. Wenn die rechte Seite der ausgewählten Gleichung noch nicht negativ ist, wird das Verfahren mit derselben Gleichung, ansonsten mit einer anderen Gleichung mit negativer rechter Seite wiederholt. Läßt sich in einer Gleichung mit negativer rechten Seite kein negativer Koeffizient finden, so enthält sie einen Widerspruch. Zum Beispiel könnte eine Randspannung die Bruchbedingung verletzen. Die Rechnung wird abgebrochen. Das Gleichungssystem liegt in der Form vor, in der die widersprüchlichen Gleichungen erkennbar sind (rechte Seite  $< 0$ , alle anderen Koeffizienten  $> 0$ ). Andernfalls gelangt man nach endlich vielen Umformungen zum Ende der Phase I, alle rechten Seiten sind nicht negativ und das System ist noch in kanonischer Form. Setzt man die NBV = 0, das sind jetzt nur noch wenige Spannungen und überwiegend Schlupfvariable der Bruchbedingungen, so erhält man eine zulässige Lösung. Es handelt sich um einen Spannungszustand im starr-plastischen Boden, der alle Rand- und Gleichgewichtsbedingungen erfüllt. Er befindet sich nur an den Stellen im plastischen Grenzzustand, an denen die Schlupfvariablen von Bruchbedingungen Null sind.

Die Zielfunktionswerte, z. B. der Erddruck und die Ankerkraft ergeben sich aus den rechten Seiten der vorletzten und letzten Zeilen der Zielfunktionen. Sie waren ursprünglich Funktionen der Netzspannungen  $\sigma_i$ . Durch die wiederholten identischen Umformungen enthalten sie jetzt Erddruck und Ankerkraft als Funktionen von Spannungen und Schlupfvariablen:

$$\text{z. B. } \bar{c}_1 y_3 - \bar{c}_2 \sigma_7 - \bar{c}_3 \sigma_1 + \bar{c}_4 y_4 \dots + \bar{c}_m \sigma_6 + 0 + 0 \dots + \text{Ankerkraft} = B \\ \text{- Erddruck}$$

Es interessiert jedoch nicht irgendein Spannungszustand, sondern zunächst derjenige, der einem minimalen Erddruck entspricht. Wie man aus der ersten Zielfunktion ersieht, wird der Erddruck kleiner bzw. der negative Erddruck größer, wenn man in der Zielfunktion eine Variable mit negativem Koeffizienten nicht Null setzt, wie es einer Basislösung entspricht, sondern ihr einen endlichen Wert gibt. Letzteres erreicht man unter Beibehaltung der kanonischen Form dadurch, daß man diese NBV in die Basis bringt. Die Vergrößerung der NBV ist beschränkt durch die Gleichung, deren Basisvariable bei Vergrößerung der Variablen am ehesten Null wird. Mit dieser Gleichung ist die BV bestimmt, die jetzt in die NBV geht. Der Erddruck wird also dadurch verringert, daß an neuer Stelle der plastische Grenzzustand erreicht sein wird (Phase II). Läßt sich solch eine Basisvariable bzw. Stelle nicht finden, so heißt das, daß die NBV beliebig wachsen kann und damit auch der negative Erddruck, ohne daß eine der gestellten Bedingungen verletzt wird. Ist andererseits in der Zielfunktion kein negativer Koeffizient mehr vorhanden, so kann der Erddruck nicht mehr verringert werden. Es ist der statisch mögliche Spannungszustand gefunden, der den aktiven Erddruck ermöglicht.

Diese drei Phasen der linearen Optimierung werden entsprechend der iterativen Annäherung der Bruchbedingung durch Geraden dreimal durchlaufen. Der zum Schluß vorliegende Spannungszustand, der dem Optimum der ersten Zielfunktion entspricht, ist auch noch statisch zulässig, so daß darauf aufbauend die zweite Zielfunktion optimiert werden kann. Dabei sind zwei Fälle möglich :

1. Der erste Zielfunktionswert (Erddruck) soll gehalten werden, und es ist die dabei mögliche Vergrößerung des zweiten (Ankerkraft) gesucht. Dann wird in der Phase II die zum Austausch bestimmte NBV der zweiten Zielfunktion so ausgewählt, daß sich bei einem Austauschschritt die rechte Seite der ersten Zielfunktion nicht ändert. Bei mehreren statt zwei Zielfunktionen wäre es jedoch vorteilhafter, die zu haltenden Zielfunktionen als Gleichungen entsprechend Phase 0 zu behandeln.

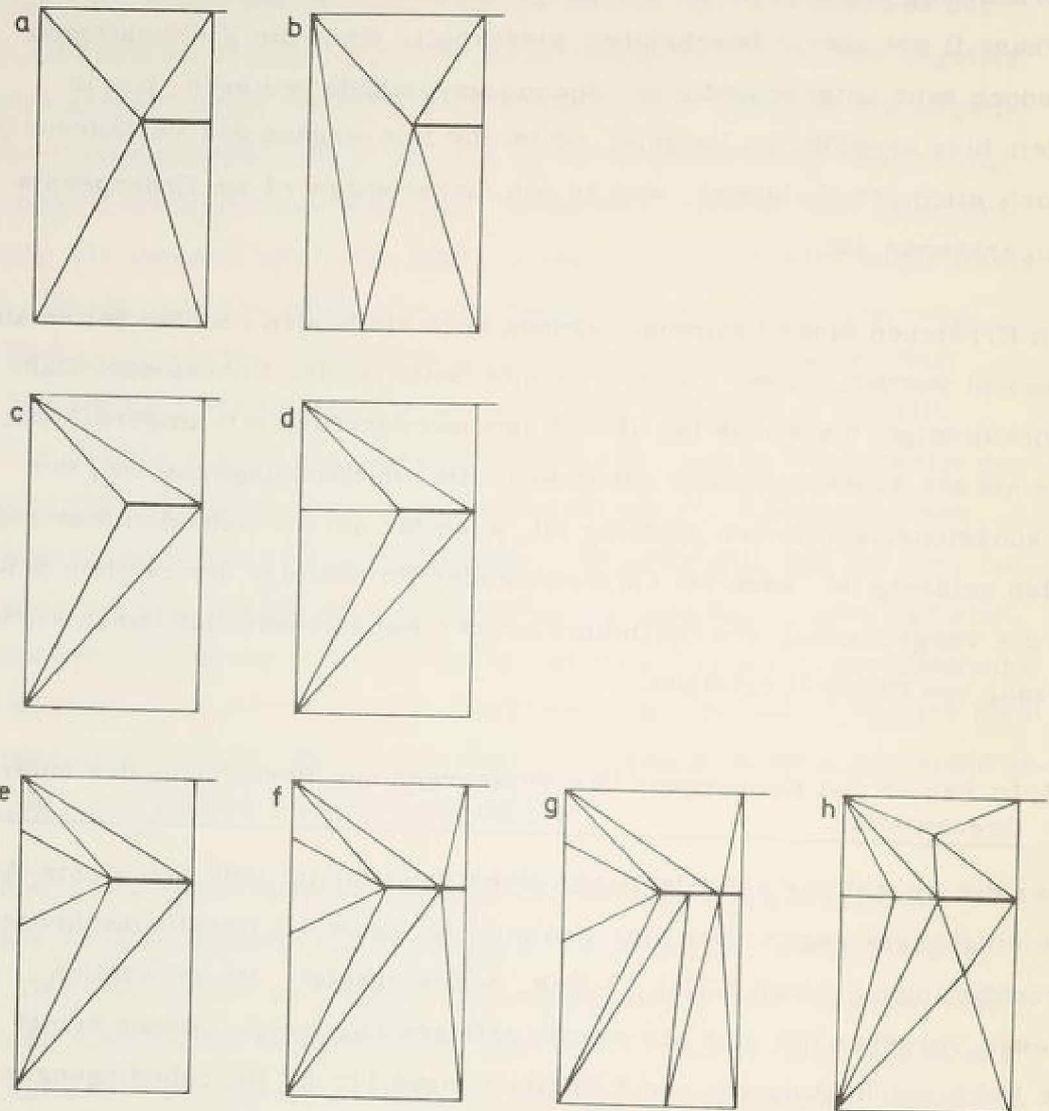
2. Der erste Zielfunktionswert soll nicht gehalten werden, z. B. nach Ermittlung des aktiven ist der passive Erddruck gesucht. Dann wird Phase II wie zuerst beschrieben wiederholt. Wenn die Zielfunktionen jedoch sehr unterschiedliche Spannungszustände bedingen, wie in dem hier angeführten Beispiel, so ist die Konvergenz des Verfahrens jedoch nicht gewährleistet, was an den Sicherheiten  $< 1$  im Endergebnis zu erkennen ist.

Nach Erreichen eines Optimums können auch die beiden rechten Seiten ausgetauscht werden. In der zweiten rechten Seite ist der Kohäsionseinfluß berücksichtigt. Sie wurde bei allen Austauschschritten mit umgerechnet, aber nie als Austauschspalte genommen. Da ein Spannungszustand, der für kohäsionslosen Boden zulässig ist, auch für um die Kohäsion festeren Boden zulässig ist, kann bei entsprechender Reihenfolge der rechten Seiten die Vergrößerung des Optimums um den Kohäsionseinfluß durch Fortsetzung von Phase II erfolgen.

#### 2. 5. 10 Fehler und Konvergenz des Verfahrens zur Berechnung des unteren Grenzwertes

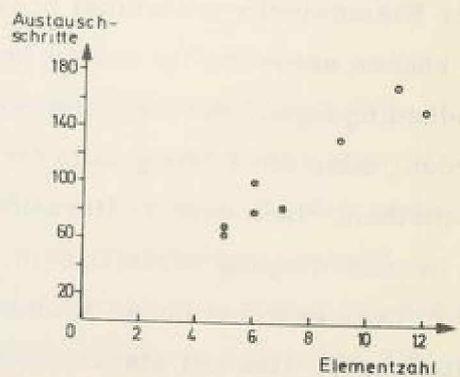
---

Über die Anzahl der erforderlichen Iterationsschritte läßt sich nichts Allgemeingültiges sagen. Der hier gewählte Rhythmus - 3 Iterationsschritte, Bruchbedingung durch 3-Eck, 5-Eck, 9-Eck ersetzt - ist willkürlich. Dieses Vorgehen hat sich als relativ erfolgreich gezeigt. Jedoch bringt die Berücksichtigung von nur 3 Ungleichungen für die Bruchbedingung in einer Elementecke manchmal Schwierigkeiten. Wie schon dargelegt wurde, können entweder im ersten Iterationsschritt nicht ohne weiteres Randbedingungen, die die volle Scherfestigkeit ausnutzen verarbeitet werden, oder die Lösung kann für große Scherfestigkeit unbegrenzt erscheinen. Nach dem 3. Iterationsschritt kann an einzelnen Stellen die Bruchbedingung verletzt sein, d. h. die Iterationen konvergierten nicht. Dies kann bei hoher Elementzahl und geringer Zahl der Randbedingungen, also bei starker Unterbestimmtheit auftreten, insbesondere in solchen Elementen, in denen zur Erreichung einer maximalen Traglast nicht die Scherfestigkeit für den Spannungszustand maßgebend ist. Praktisch gelangt man auch dann zum Erfolg, indem man einige zu-



Zahl der Austauschschritte  $\hat{=}$  Neuberechnungen des Koeffizientenschemas

Elementzahl	Gleichungen	1 zulässiger Spannungszustand	optimaler Spannungszustand
5	16 (17)	36 (35)	11 (15)
6	19 (18)	54 (27)	28
7	22	36	24
9	27	60	46
11	32	54	86
12	40	71	42



**BILD 2.5.10**

Netzwerke zur Ermittlung des Einflusses, den die Elementzahl und Anordnung auf den unteren Grenzwert und den numerischen Aufwand haben

sätzliche Randbedingungen für solche Gebiete formuliert. Prinzipiell ist jedoch eine Konvergenz nicht gewährleistet.

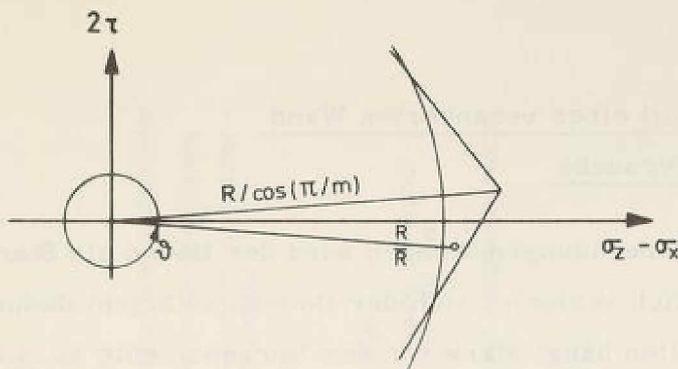
Von größerer Bedeutung wegen des Speicher- und insbesondere Rechenzeitbedarfs ist die Frage, in wie viel Elemente ein Gebiet eingeteilt werden muß, um eine interessante Lösung zu erhalten. Eine sichere Lösung erhält man immer, jedoch kann sie soweit auf der sicheren Seite liegen, daß sie selbstverständlich ist. Auch hierzu läßt sich keine einheitliche Antwort finden. Zunächst wird man die gegebene Geometrie mit der minimalen Elementzahl erfassen. Ein Wechsel der Scherfestigkeit, des Strömungsdruckes oder des Raumgewichtes bedeuten ein neues Element. Da, wo in Wirklichkeit die Spannungsverteilung annähernd linear verläuft, reicht ein Element. Starke Spannungsänderungen müssen durch Unstetigkeitslinien, also Dreieckseiten, ermöglicht werden. Folglich ist die problemgerechte geschickte Anordnung der Elemente von Bedeutung. Die Eigenheiten des Verfahrens sollen für die auch im Modellversuch genauestens untersuchten Verhältnisse, sie sind in Kapitel 3 dargestellt, erörtert werden.

Als Zielfunktion wird z. B. für die Konvergenzbetrachtung gefragt, wie groß die Stützkraft auf die Wand sein muß, damit noch Gleichgewicht möglich ist, d. h. wie weit kann die Baugrube ausgehoben werden. Von der Geometrie her sind wenigstens  $p = 5$  Elemente erforderlich. Es gibt 2 Anordnungsmöglichkeiten entsprechend Bild 2.5.10, die sich in dem Ergebnis erf  $E_p = 127$  kp/m fast gleichwertig erweisen. Die Bilder c und d zeigen 2 mögliche Elementaufteilungen für  $p = 6$ , die einen wesentlichen Unterschied enthalten. Anordnung c erlaubt eine nichtlineare Erddruckverteilung, was auch der Wirklichkeit entspricht. Demzufolge ist erf  $E_p = 108$  kp/m kleiner als im Fall d. Die desweiteren gezeigten Elementanordnungen erlauben es nicht, eine größere Standfestigkeit des Systems nachzuweisen. Die erforderliche Stützkraft in Abhängigkeit von der Elementzahl ist für Verhältnisse, die etwa den Versuchen 8, 9, 18 entsprechen, in Bild 4.1.8 wiedergegeben. Eine sehr geringe Elementzahl reicht also zur Erfassung recht komplexer Probleme aus.

Zum Schluß sei noch darauf hingewiesen, daß das Auffinden eines zulässigen und optimalen Spannungszustandes mit einem sehr großen numerischen Aufwand verbunden ist. Die Koeffizientenmatrix der unbekannt Spannungen und Abstände zum Bruchzustand wird für jeden Austauschschritt aus der vorherigen, nicht ursprünglichen Matrix auf der Stelle berechnet. Die neuen Koeffizienten liefern wiederum die Entscheidungskriterien durch die Prüfung der Hilfsziel- bzw. Zielfunktionen auf Null für den nächsten Austauschschritt. Da die Ausgangsmatrix zum größten Teil mit Nullen besetzt ist, werden nur die Elemente  $\neq 0$  umgerechnet. Um diese Rechenzeiterparnis nicht zu verlieren, werden Neuberechnete, im Verhältnis zu ihrem vorherigen Wert relativ kleine Koeffizienten wieder = 0 gesetzt. Die Zahl der Austauschschritte für jede der drei Iterationen ist sehr groß. Die Tabelle für die gezeigten Netzwerke gibt einen Einblick. Somit können sich Fehler fortpflanzen, was dazu führen kann, daß das Endergebnis Randbedingungen oder die Bruchbedingung nicht mehr exakterfüllt. Dies läßt sich jedoch am Ergebnis leicht erkennen und ist für die im Grundbau übliche Genauigkeit belanglos. Unangenehmer ist es, wenn durch die Ungenauigkeiten ein Widerspruch entsteht und der Programmablauf beendet wird. Man kann versuchen, durch die geänderte Reihenfolge der Randbedingungen oder zusätzliche Ungleichungen darüber hinwegzukommen.

#### Überprüfung der Bruchbedingung

Für die Elementecken, deren Spannungszustand durch die Randbedingungen bestimmt ist, wird, um Rechenzeit zu sparen, keine Bruchgrenze kontrolliert. Für die übrigen Elemente wird die Bruchgrenze nur bereichsweise formuliert. Daher ist es abschließend erforderlich, die Einhaltung der Ungleichung 2. 5. 26 für alle Elementecken zu prüfen.



Da in der letzten Iteration mit einem gemittelten m-Eck gearbeitet wurde, sind auch noch Punkte zulässig, die folgender Bedingung genügen:

$$(\sigma_z - \sigma_x)^2 + (2\tau_{zx})^2 \geq \frac{(\sigma_z + \sigma_x) \sin \rho + 2c \cos \rho}{\cos \pi/m} \quad (2.5.34)$$

Der Einfluß dieser auf der unsicheren Seite liegenden Näherung beträgt, wenn c gleich Null ist, ungünstigstenfalls

$$\sin \rho_1 / \sin \rho_2 = \cos \pi/m \quad (2.5.35)$$

Zum Beispiel: letzte Iteration m = 9

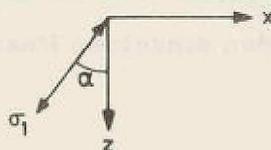
c = 0	$\rho$ 1vorh = 15° überprüft wird	16,0° - 14,0°
	$\rho$ 1vorh = 30° überprüft wird	32,2° - 28,5°
	$\rho$ 1vorh = 40° überprüft wird	43,0° - 38,0°

Die Abweichungen liegen in dem Genauigkeitsbereich, in dem die Scherfestigkeit ermittelt wird und auch in den Versuchen in Abhängigkeit von dem Spannungszustand und der Lagerungsdichte streuten. Im Ergebnis wird das Verhältnis  $R/\bar{R}$  als Sicherheit für jeden Eckpunkt angegeben. Bei schlechter Konvergenz kann ein weiterer Iterationsschritt unter Nutzung der schon ermittelten Hauptspannungsrichtung folgen.

Im Endergebnis werden außer dem Spannungszustand in den Formen  $\{\sigma\}^n, \{s\}^n$  für jede Elementecke, Größe und Richtung der Hauptspannung angegeben, um einen optischen Eindruck vom Spannungsverlauf und der Brauchbarkeit des Ergebnisses zu geben.

$$\sigma_{1,2} = (\sigma_z + \sigma_x) / 2 \pm \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 / 4 + \tau_{zx}^2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan (2\tau_{zx} / (\sigma_z - \sigma_x))$$



### 3. Modellversuche mit einer verankerten Wand

#### 3.1 Bedeutung der Versuche

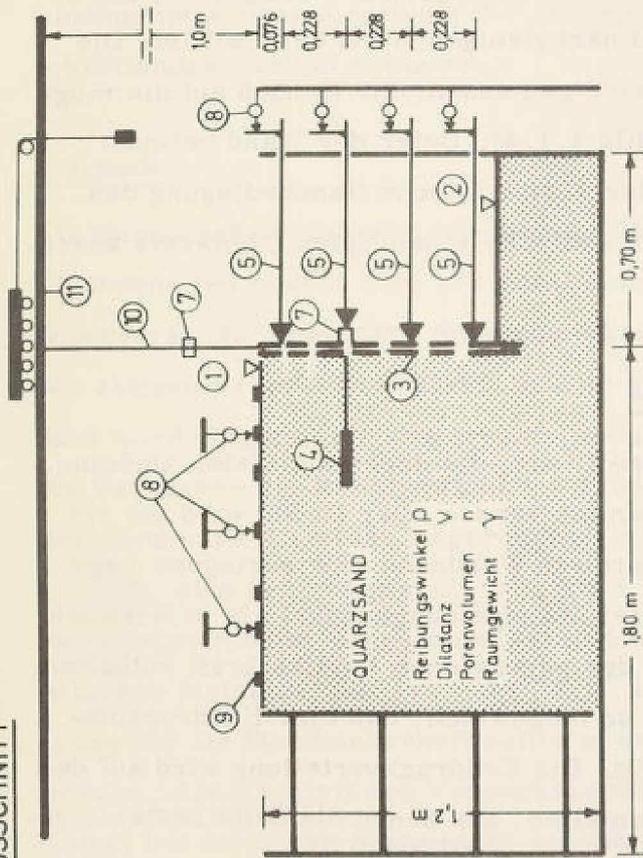
In den dargelegten Berechnungsmethoden wird der Boden als Starrkörper betrachtet. Tatsächlich verformt sich der Boden und bricht dadurch progressiv. Sein Verhalten hängt stark von der Vorgeschichte ab, hier der Herstellung der rückverankerten Wand. Die Standsicherheitsberechnungen beziehen sich aber nur auf das Versagen im Endzustand ohne vorherige Einflüsse zu berücksichtigen. Trotzdem erwartet der Ingenieur im Grundbau, daß bei Einhaltung einer gewissen Sicherheit keine weiteren Probleme auftreten, z. B. daß die Verformungen ausreichend beschränkt sind. Modellversuche bieten eine Möglichkeit, Kenntnisse über das Tragverhalten in allen Bauzuständen zu erlangen. Sie können auch Aufschlüsse darüber geben, ob es sinnvoll ist, in der Standsicherheitsberechnung einen Schnitt zwischen Boden und Wand auf der aktiven Seite zu legen oder das gesamte System zu betrachten und ob die Annahme des aktiven Erddruckes berechtigt ist.

Aus theoretischer Sicht ist noch zu bedenken, daß die Berechnungsmethoden auf der Annahme der Mohr'schen Bruchbedingung als Potentialfunktion für das plastische Fließen beruhen. Wie jedoch in Kapitel 2.3 dargelegt wurde, ist die Dilatanz der Böden erheblich geringer, als es sich aus dieser Theorie ergibt. Es besteht der Verdacht, daß der hierdurch bedingte Fehler erheblich kleiner ist, als er sich in der Dilatanz ausdrückt, denn wie dargelegt wurde, enthalten die klassischen bodenmechanischen Kräfteansätze die gleichen Voraussetzungen, und sie haben sich praktisch bewährt. Mit Modellversuchen kann die Auswirkung der Abweichung des Bodens von seinem theoretischen Ideal auf ein baupraktisches Standsicherheitsproblem stellvertretend für andere Sicherheitsberechnungen untersucht werden.

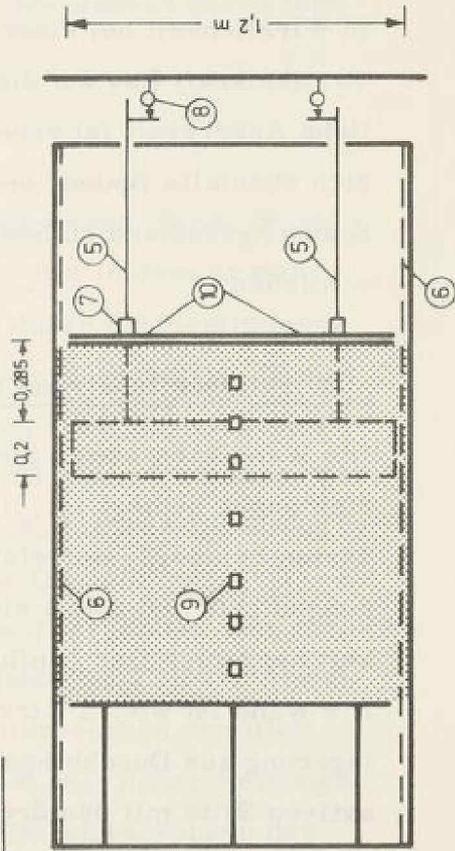
#### 3.2 Versuchsprogramm

In dem ideal ebenen Fall soll eine allseits von homogenem Boden umgebene Wand sich so verformen und bewegen können, wie es dem Verhalten des Bodens in den einzelnen Phasen des Baugrubenaushubs und beim

LÄNGSSCHNITT



GRUNDRISS



- ① Füllungs - OK
- ② Aushubschle
- ③ Modellwand
- ④ Anker aus besandeter Metallplatte
- ⑤ Taster zur Verformungsmessung
- ⑥ 2 flexible Folien mit dazwischen - liegender Gleitmasse
- ⑦ Dynamometer
- ⑧ Messuhren
- ⑨ Oberflächenpegel
- ⑩ Vertikalaufhängung der Wand in 3 Abschnitten auf der aktiven Seite
- ⑪ Rollenbahn mit Ausgleichgewicht

BILD 3.2.1

Versuchsanlage

Vorspannen des Ankers entspricht. Dabei werden alle an der Wand auftretenden Kräfte und die Bewegungen gemessen. Im einzelnen wird dieses Ziel mit der etwas abgeänderten Versuchsanlage (Bild 3. 2. 1) von Wanoschek, die in (30) ausführlich beschrieben wurde, folgendermaßen erreicht:

#### a) Bewegungsmöglichkeiten

Die Wand kann sich durch die Aufhängung an einer Rollenbahn horizontal frei bewegen. Der Rollwiderstand und die Reibungskräfte der seitlichen Wandabdichtung werden durch eine Zugkraft am Lager ausgeglichen. Die Aufhängung ist biegeweich. Eine horizontale Rückstellkraft bei einer Wanddrehung ist somit ausgeschlossen. Eine vertikale Abwärtsbewegung der aktiven Wandseite ist nicht möglich. Dadurch kann sich im Versuch ein größerer aktiver Wandreibungswinkel einstellen, als es in Wirklichkeit bei einer vertikal nachgiebigen Wand der Fall ist. Die Vertikalkraft  $E_{av}$  auf die Wand wird gemessen. Ihr Einfluß auf die mögliche Ankerkraft ist erheblich (Bild 4. 1. 4). Unter der Wand befindet sich ebenfalls Boden, um nicht durch eine falsche Randbedingung den Spannungszustand zu beeinflussen und z. B. einen tiefen Gleitkreis auszuschließen.

#### b) Wirklichkeitsgetreue Bauweise

Die Wand kann wegen ihrer großen Dicke, die durch die vielen Meßeinrichtungen bedingt ist, nicht gerammt werden. Der Boden wird um sie herum beidseitig aufgefüllt, wodurch in Wandnähe eine geringere Lagerungsdichte und somit ein kleinerer Wandreibungswinkel als in Wirklichkeit herrscht. Der Einfluß ist in der gemessenen Vertikalkraft enthalten. Die Wand ist wie in Wirklichkeit so biegeweich, daß eine Erddruckumlagerung aus Durchbiegung auftritt. Die Erddruckverteilung wird auf der aktiven Seite mit den dreizehn Lamellen, aus denen die Seite besteht, gemessen. Auf der passiven Seite wird nur die Kraft auf die unteren sechs Lamellen gemessen.

Die Reihe der Injektionsanker wird durch eine schon beim Auffüllen des Sandes eingelegte Platte simuliert. Sie liegt horizontal, ist beidseitig

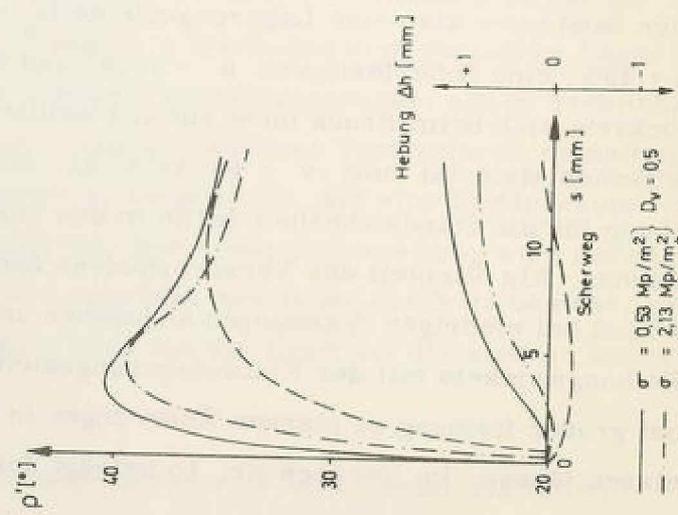
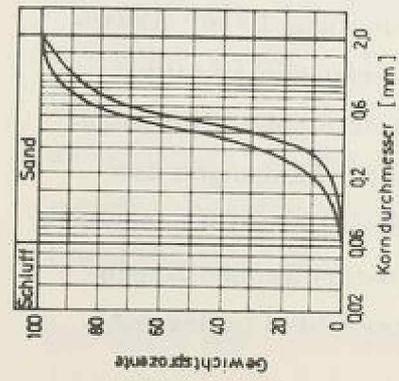
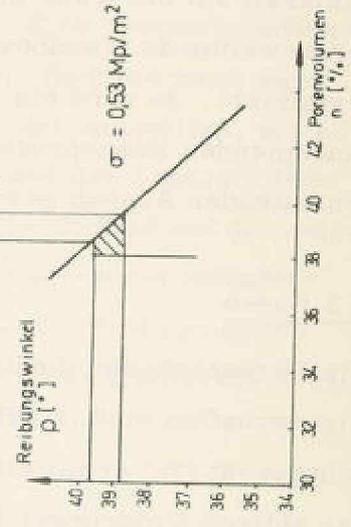
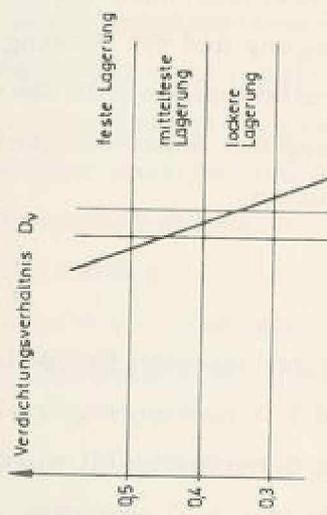
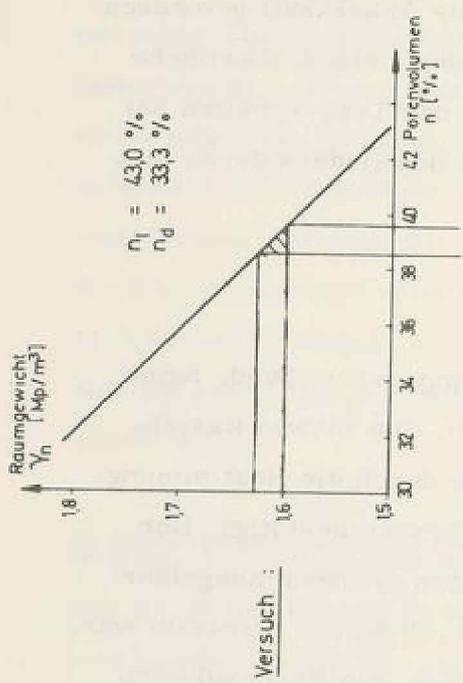
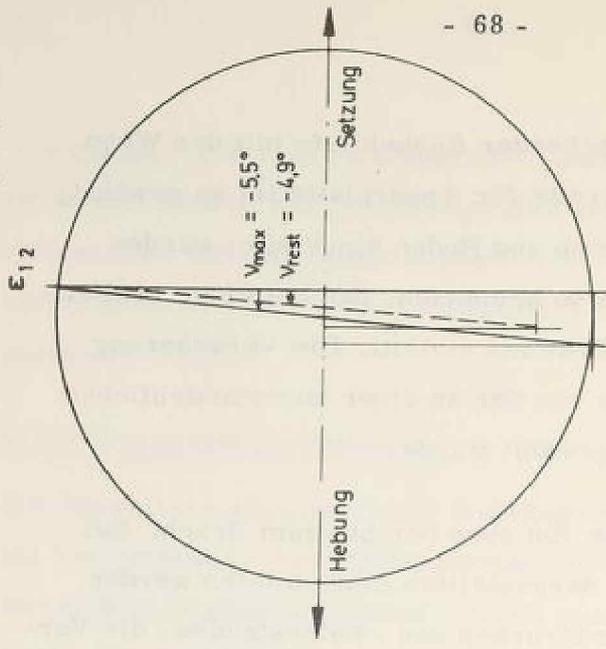
besandet und wird erst bei entsprechender Aushubtiefe mit der Wand verbunden und vorgespannt. Die Größe der Ankerplatte ist so gewählt, daß die Ankerkraft sicher über Schub und Boden eingeleitet werden kann. Die Ankerlänge ist hingegen so bemessen, daß bei einer realistischen Aushubtiefe der Bruch des Systems eintritt. Die Verankerung unterscheidet sich also wesentlich von der an einer unverschieblichen Ankerwand, wie sie z. B. in (11) gewählt wurde.

Der Aushub erfolgt schichtenweise von oben her bis zum Bruch. Bei Erreichen der in den Bildern 3.5 dargestellten Aushubtiefen werden die Horizontalkomponenten des Erddruckes und -widerstandes, die Vertikalkraft auf die Wand in drei Abschnitten und die Ankerkraft gemessen. Ferner werden die Wandbewegung und die Setzung der Geländeoberfläche registriert. So wird ein vollständiges Bild über das Tragverhalten bei zunehmender Beanspruchung der Scherfestigkeit des Bodens durch fortschreitenden Aushub gewonnen.

### 3.3 Boden

Als Versuchsboden diente, der leichten Handhabung wegen, Sand. Seine Eigenschaften sind in Bild 3.3 zusammengestellt. Die in dem Kastenschengerät (30) ermittelte Scherfestigkeit wurde durch die Bestimmung des aktiven Erddruckes (Bild 3.5.7) in einem Versuch bestätigt. Der Sand wurde lagenweise eingereicht, wodurch in den dreizehn ausgeführten Versuchen ein Raumbgewicht  $\gamma = 1,60 - \gamma = 1,63 \text{ Mp/m}^3$  wirksam war. Der Sand hatte also eine Lagerungsdichte  $D_v = 0,4$ , ein Porenvolumen  $n = 39\%$ , eine Scherfestigkeit  $\rho' = 39,5^\circ$  und eine Dilatanz  $-v = 0^\circ$ . Er lockerte sich beim Bruch nicht auf und weicht somit erheblich vom idealplastischen Material mit  $-v = \rho = 39,5^\circ$  ab. Die Bedeutung dieser Abweichung für die Standsicherheit sollte in den Modellversuchen ermittelt werden. Als Nachteil des Versuchsbodens Sand ist sein hoher Reibungswinkel bei niedrigen Spannungen anzusehen und die Schwankungen des Reibungswinkels mit der Einbaulagerungsdichte, die ihrerseits besonders bei großer Reibung zu starken Änderungen in den theoretischen Ergebnissen führen. Im Versuch Nr. 10 beträgt der Unterschied in der mög-

Dilatanz bei  $D_v = 0,5$   
 $\sigma = 0,53 \text{ Mp/m}^2$



Ergebnisse der Scherversuche (30)

BILD 3.3  
 Eigenschaften des Versuchsandes

lichen Ankerkraft bei Änderung des Reibungswinkels um  $1^\circ$  ca. 8% (Bild 4.1.4). Der Reibungswinkel liegt außerdem an der oberen Grenze der in der Baupraxis vorkommenden Scherfestigkeit.

### 3.4 Fehlereinflüsse

Bis zum Bruch des Systems traten Wandbewegungen in Ankerhöhe von ca. 10 mm auf. Um den relativen Fehler aus der Reibung des Bruchkörpers an den seitlichen Begrenzungen des Versuchskastens klein zu halten, wurde mit der großen Breite von 1,2 m gearbeitet. Der absolute Fehler in der gemessenen Horizontalkraft aus der Reibung zwischen Sand und Glas wurde zu  $H = 17 \text{ kp/m}$  berechnet. Er wurde durch 2 Gummifolien mit dazwischenliegender Schmierung aus Graphit und Silicon aufgehoben, so daß der ebene Fall nur noch durch die Kraft zur Dehnung der zwischen dem Sand und der Schmierschicht liegenden Folie gestört war. Diese Kraft wurde bei Dehnungen, die dem Versuch analog sind, zu  $13,5 \text{ kp/m}$  gemessen. Da der ebene Fall nicht störungsfrei gelang, muß die Kraft in die Vergleichsrechnungen eingeführt werden. Ihren Einfluß auf den oberen Grenzwert zeigt Bild 4.1.4.

Ein Versuch dauerte ca. 8 Stunden. Dabei traten Nullpunktverschiebungen der elektronischen Meßanlage auf. Die Versuchsauswertung erfolgte mit den zeitlich interpolierten Nullwerten.

Die Schwankung der Lagerungsdichte des Sandes in den Versuchen wird durch unterschiedliches Raumgewicht und entsprechenden Reibungswinkel gemäß Bild 3.3 berücksichtigt. Die Bilder 3.5. b zeigen, daß die Versuche reproduzierbar sind.

### 3.5 Versuchsergebnisse

Im Ausgangszustand wirkt auf die Wand ein Erddruck von  $E_0 = 250 \text{ kp/m}$  (Mittel aus 12 Versuchen) mit maximalen Abweichungen von  $\pm 9\%$  (Kurve 1, Bild 3.5.1a). Das stimmt recht gut mit der Faustformel  $E_0 = 1/2 \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot (1 - \sin \rho) = 245 \text{ kp/m}$  überein. Bedingt durch den Einbau

des Sandes um die Wand herum ist schon ein Wandreibungswinkel vorhanden, der dem einer geramnten Wand entgegengesetzt wirkt. Durch das Aufbringen einer Gleichstreckenlast  $p = 292 \text{ Kp/m}^2$  im Versuch 10 z. B., erhöht sich der Erddruck annähernd rechteckförmig verteilt (Kurve 2, Bild 3. 5. 2) um  $74 \text{ Kp/m}$ , was einem Erddruckbeiwert von  $0,28$  entspricht.

Durch die Bewegung der eingespannten Wand (Bilder 3. 5. c) beim Aushub der Baugrube bis zur Höhe des Ankers fällt der Erddruck auf den oberen Wandteil, entsprechend der Drehbewegung auf den aktiven Grenzwert ab (Kurve 3, Bilder 3. 5. a). Der Anker wird mit der Wand verbunden und auf  $2/3$  seiner Endlast vorgespannt, wodurch der Erddruck auf die Wand, insbesondere im Ankerbereich über den Ruhedruck ansteigt (Kurve 4, Bilder 3. 5. a). In diesem Bauzustand herrscht das größte Kragmoment in der Wand. Man kann bei horizontaler Ankerlage davon ausgehen, daß die Hälfte der Vorspannkraft ihre Reaktion in einem zusätzlichen, dreieckförmig verteilten Erddruck auf die Wand oberhalb des Ankers findet. Zur Ermittlung des Kragmomentes muß der Erddruck also in diesem Maße erhöht werden. Die Verformungen gehen jedoch durch die Vorspannungen nicht zurück (Kurven 3-4, Bilder 3. 5. c), d. h. will man wenig Anfangsbewegung der Wand, so muß man den Anker höher einbauen. Eine einmal eingetretene Bewegung läßt sich durch Vorspannen auf den vorher vorhandenen Ruhedruck nicht rückgängig machen. Mit dem Aushub verschiebt sich die Wand und dreht gleichzeitig um den Fuß.

Durch die vertikal unnachgiebige Lagerung wächst der Wandreibungswinkel auf ca.  $30^\circ$  ( $2/3 \cdot \rho = 26,5^\circ$ ) im Bruchzustand (Bild 3. 5. 5). Da sich dieser materialbedingte Grenzwert schon vor Erreichen der großen Bruchbewegungen einstellt, kann angenommen werden, daß er sich auch bei einer geramnten Wand mit anfangs entgegengesetzter Wandreibung einstellt.

Der Erddruck fällt mit weiterem Aushub ab. Auch der Erdwiderstand wird geringer, da der Einfluß des Aushubes gegenüber der Mobilisierung der passiven Scherkräfte überwiegt. Die Tragkraft des Ankers wird zunehmend

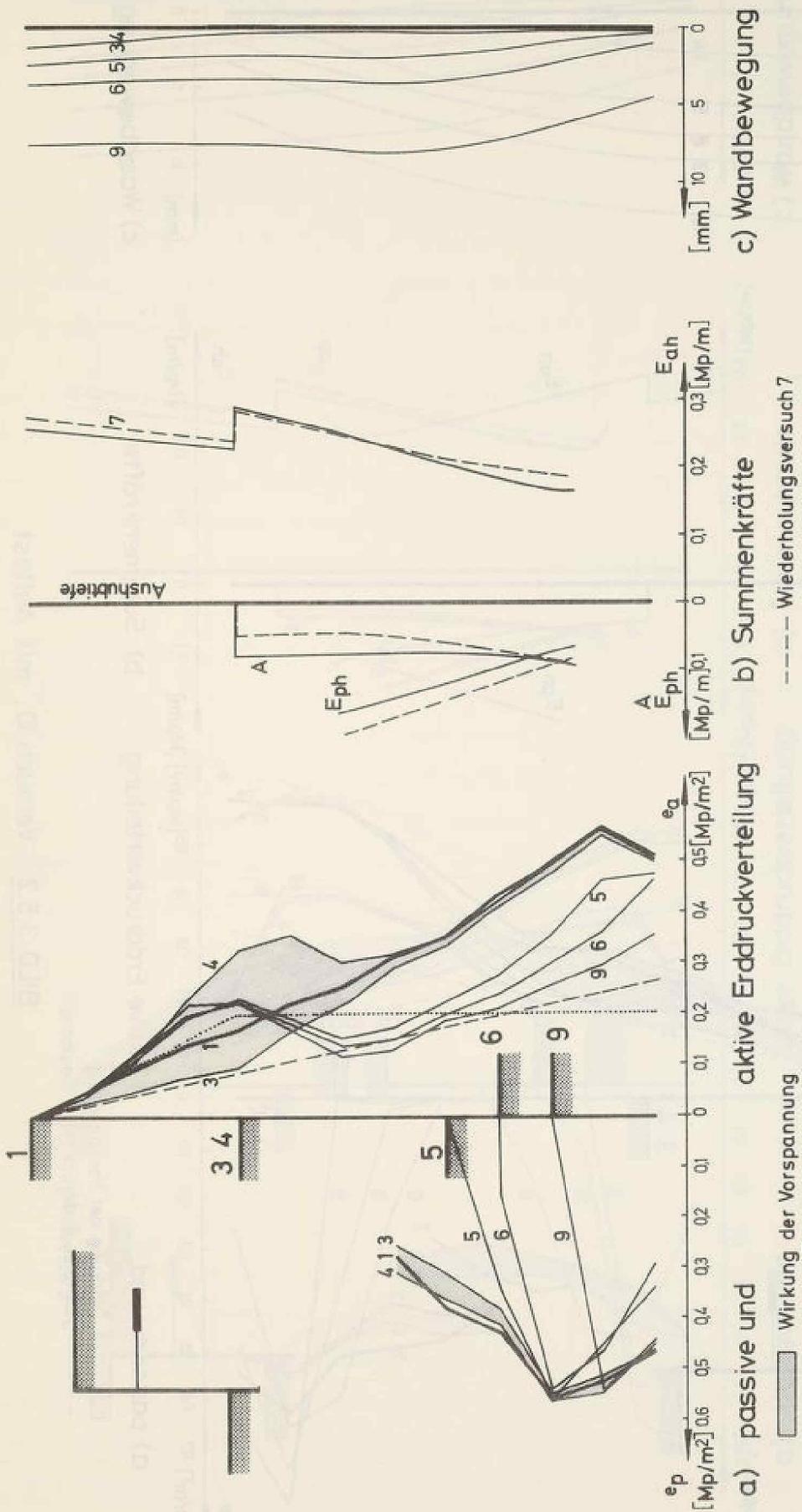


BILD 3.5.1 Versuch 2, ohne Auflast

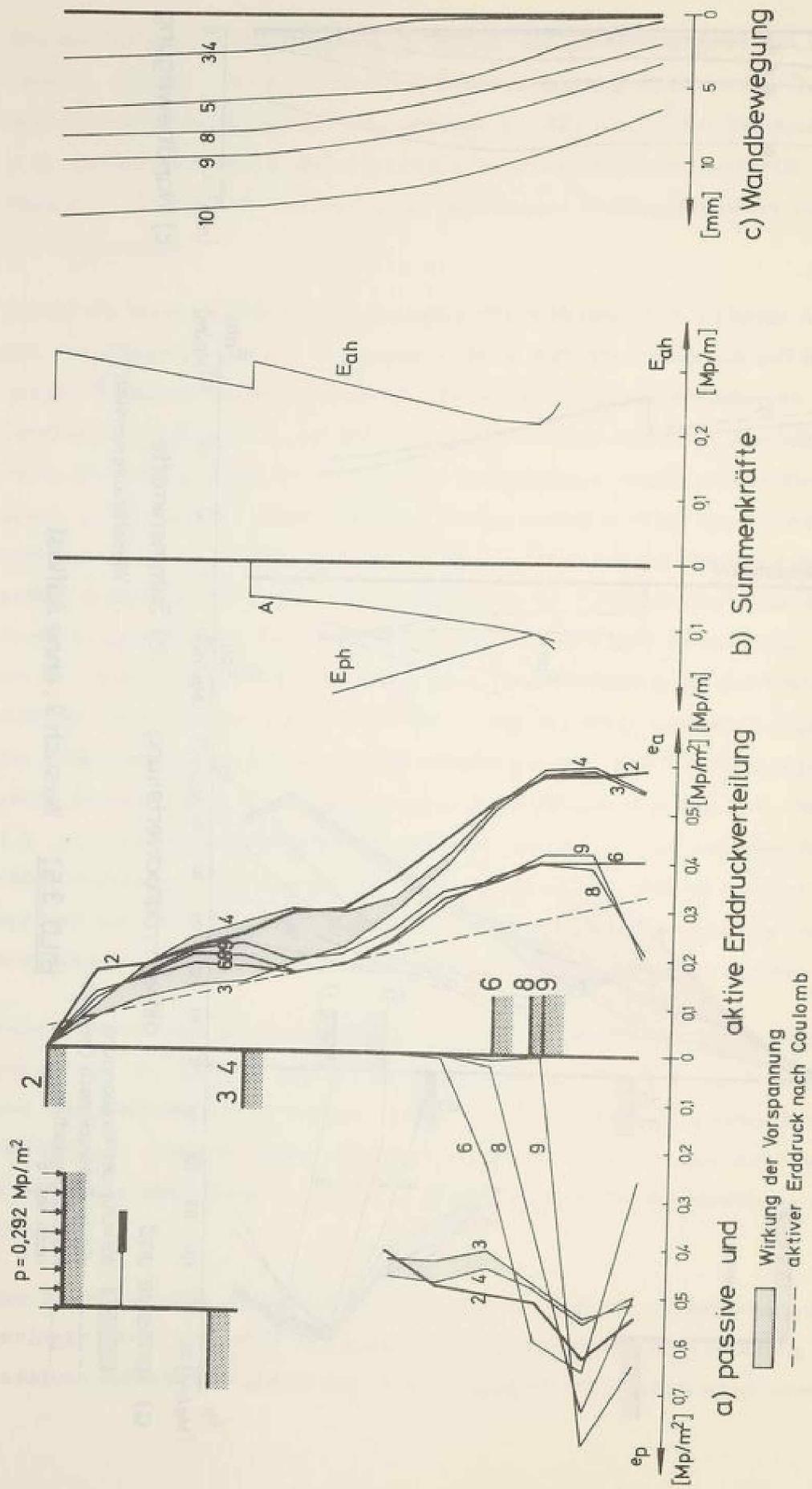


BILD 3.5.2 Versuch 10, mit Auflast

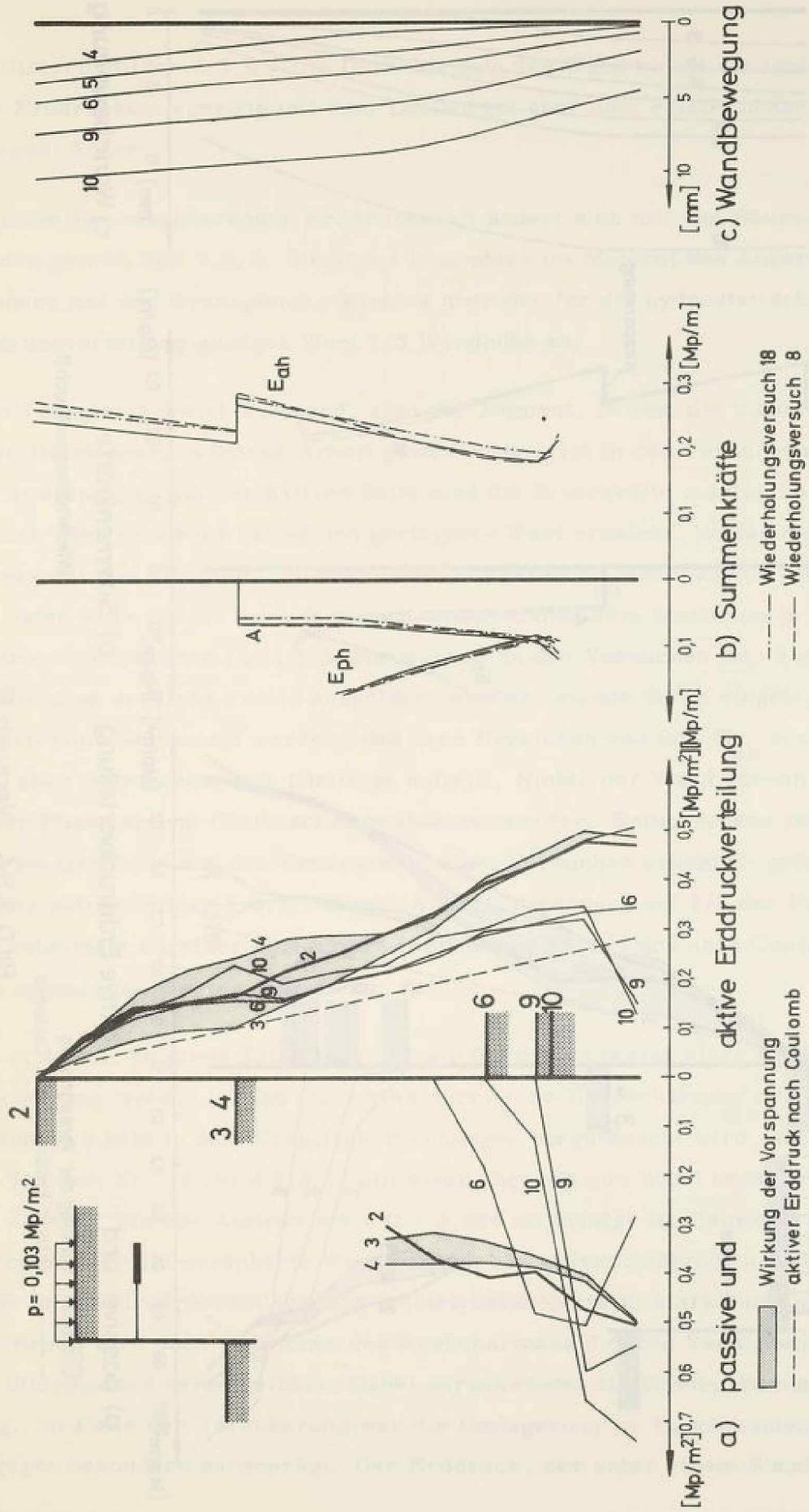


BILD 3.5.3 Versuch 9

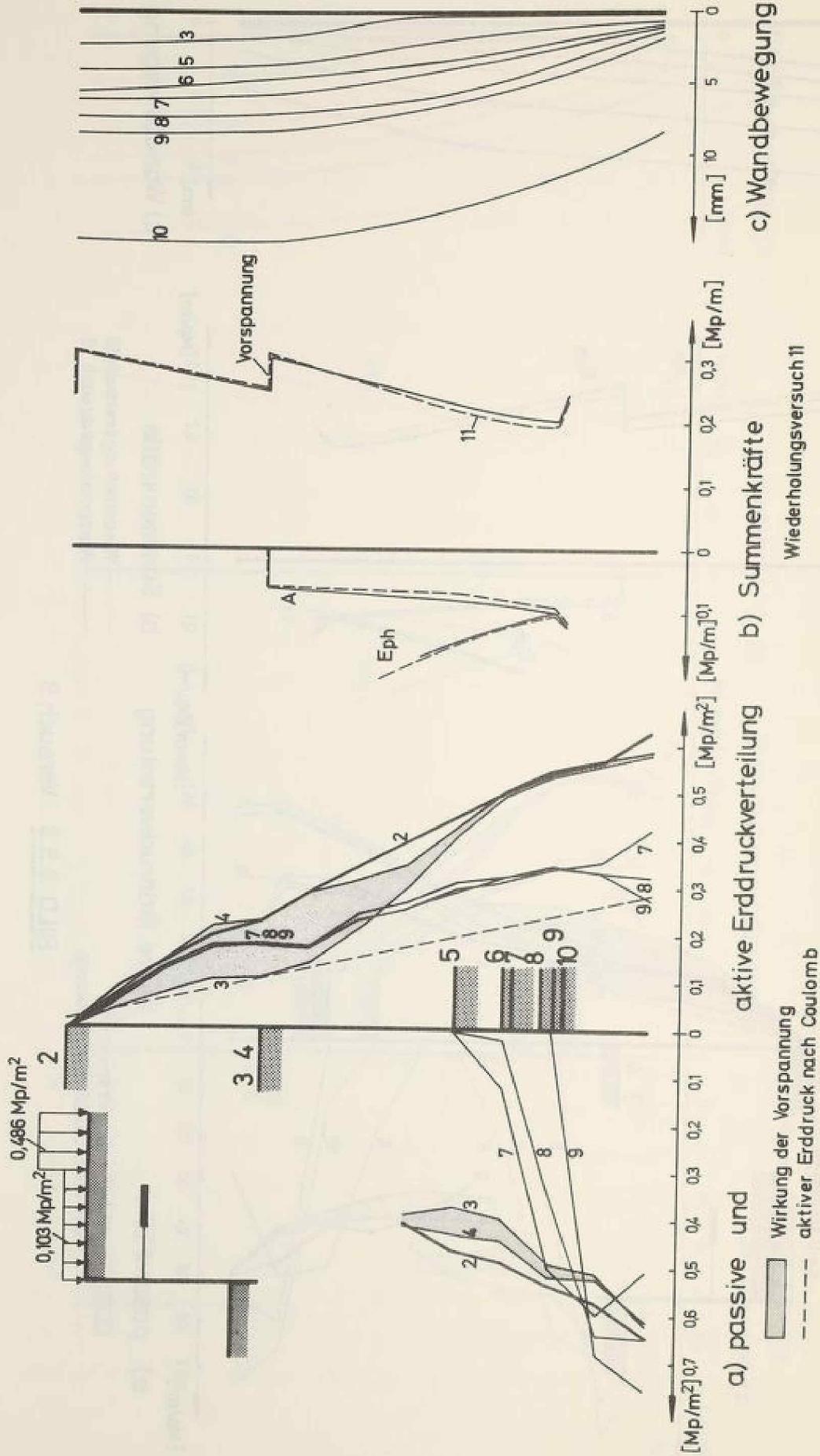


BILD 3.5.4 Versuch 12

mobilisiert (Bilder 3. 5. b). Die Durchbiegung der Wand bringt die typische Erddruckumlagerung mit dem Lastbuckel über dem relativ unnachgiebigen Anker.

Die Höhe der resultierenden Erddruckkraft ändert sich mit den Bauzuständen gemäß Bild 3. 5. 6. Sie steigt besonders im Moment des Ankerspannens und des Grenzgleichgewichtes über den für die hydrostatische Erddruckverteilung gültigen Wert  $1/3$  Wandhöhe an.

Der Grenzgleichgewichtszustand, also der Moment, in dem die theoretischen Betrachtungen dieser Arbeit gelten sollen, ist in den Versuchen klar ausgeprägt. Auf der aktiven Seite sind die Scherkräfte maximal ausgenutzt. Der Erddruck hat seinen geringsten Wert erreicht, so daß das System mit der kleinsten erforderlichen Stützkraft  $E_{ph}$  am Wandfuß steht. In der tiefen Fuge ist die Scherfestigkeit entsprechend dem Maximum in der Scherfestigkeitskurve (Bild 3. 3) ausgenutzt. In den Versuchen Nr. 6 und 14, die ohne seitliche Folien ausgeführt wurden, konnte durch eingelegte Farbstreifen beobachtet werden, daß nach Erreichen von  $\min E_{ah}$  eine nach oben gekrümmte tiefe Gleitfuge auftritt. Hinter der Wand können in keiner Phase aktive Gleitflächen beobachtet werden. Entsprechend ist auch im Grenzzustand der Erddruck in allen Versuchen erheblich größer als der aktive (Bilder 3. 5. a). Einer Ankervorspannung auf  $2/3$  der Endlast entspricht ungefähr eine Erddruckerhöhung um  $1/3$  des nach Coulomb sich ergebenden Wertes.

Um zu sehen, ob diese Erddruckerhöhung für die Bauweise einer Rückverankerung typisch ist und nicht etwa durch eine Überschätzung des Reibungswinkels in den Vergleichsrechnungen vorgetäuscht wird, soll der Versuch Nr. 19 (Bild 3. 5. 7) mit einer abgestützten Wand herangezogen werden. Bis zur Aushubtiefe 6 ( $t = 0,684$  m) erfolgt die Bauweise analog der für die verankerte Wand. Durch den unverschieblichen Stützpunkt ist die Erddruckumlagerung (gestrichelte Kurve 6) stark ausgeprägt. Der Bruch wird nach Erreichen des Aushubniveaus 6 durch Verschiebung des Stützpunktes herbeigeführt. Dabei verschwindet die Erddruckumlagerung. Im Falle der Verankerung war die Umlagerung im Bruchmoment hingegen besonders ausgeprägt. Der Erddruck, der unter einem Wandrei-

bungswinkel  $\delta = - 2/3$  wirkt, fällt erwartungsgemäß auf den Coulomb'schen Wert für  $\rho = 39,5^\circ$  ab.

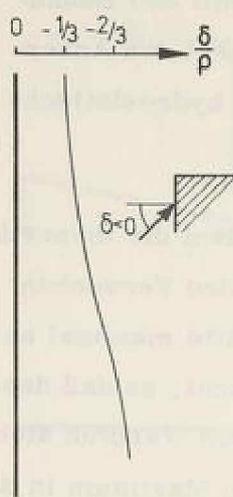


BILD 3.5.5 Zunahme der Wandreibung  $\delta$  mit dem Aushub, Versuch 10

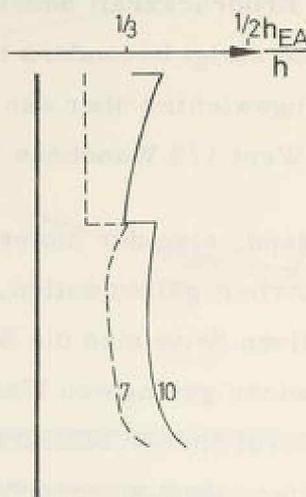


BILD 3.5.6 Lage der Erddruckkraft, Versuch 7 -  $p = 0$   
Versuch 10 -  $p = 0,29 \text{ Mp/m}^2$

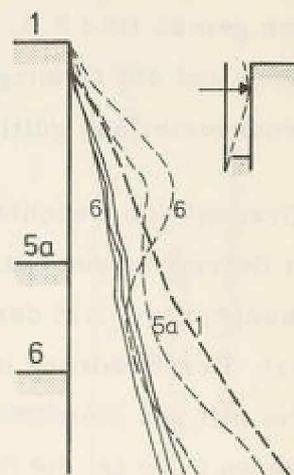


BILD 3.5.7 Überprüfung der Versuchsanlage und Ermittlung der Scherfestigkeit durch einen reinen Erddruckversuch, Versuch 19

Der Grenzzustand ist unter den Versuchsverhältnissen zuerst in der tiefen Fuge erreicht. An der nicht dreieckförmigen Erdwiderstandsverteilung sieht man, daß die Bewegungen des Wandfußes noch nicht ausreichen, um die Scherfestigkeit vor der Wand voll zu mobilisieren. Erst bei geringfügigem weiteren Aushub, der mit relativ großen Wandbewegungen verbunden ist (Kurven 9 und 10, Bild 3.5.3c), da in der tiefen Fuge die Scherfestigkeit gemäß Bild 3.3 abfällt, erreicht das Erdauflager oder der Anker seine Tragfähigkeit.

### 3.6 Vergleich der Versuchsergebnisse mit anderen Versuchen

In den Versuchen von Verdeyen und Nuyens (28), Jelinek und Ostermayer (13) und Stavropoulos(25) wurde der Bruch des Systems bei verschiedenen Ankerlängen durch Zug am Anker herbeigeführt. Auch dabei wurden nach oben gekrümmte tiefe Gleitflächen festgestellt. Da jedoch in den beiden zuerst genannten Arbeiten nur die Kraft im gezogenen Anker gemessen wurde, ist die Aussagekraft über das Verhalten einer Rückverankerung gering.

In der dritten Untersuchung wurde auch die Kraft auf die Wand in Form der vertikalen und horizontalen Auflagerreaktionen gemessen. Es ergab sich für geometrische Verhältnisse, bei denen der Anker etwas tiefer als in den neueren Untersuchungen lag, ein Erddruck, der das 2 bis 3-fache des Coulomb'schen Wertes beträgt (Bild 3.6.1). Für sehr lange Anker fiel der Erddruck gegen den Coulomb'schen Wert ab. Die Resultierende des Erddruckes lag stets tiefer als 1/3 der Wandhöhe (Bild 3.6.2). In (25) wird die in Bild 3.6.3 wiedergegebene Erddruckverteilung auf eine rückverankerte Wand angegeben.

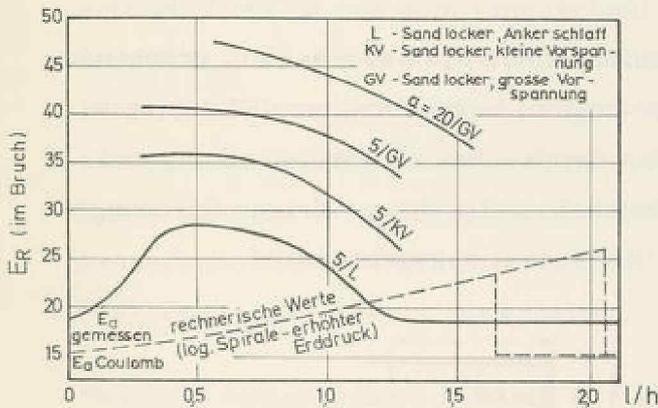


BILD 3.6.1 Erddruck  $E_R$  in Abhängigkeit von der Ankertlänge  $l$ . Drehung um den Fußpunkt - Wandrücken glatt, nach Stavropoulos (25)

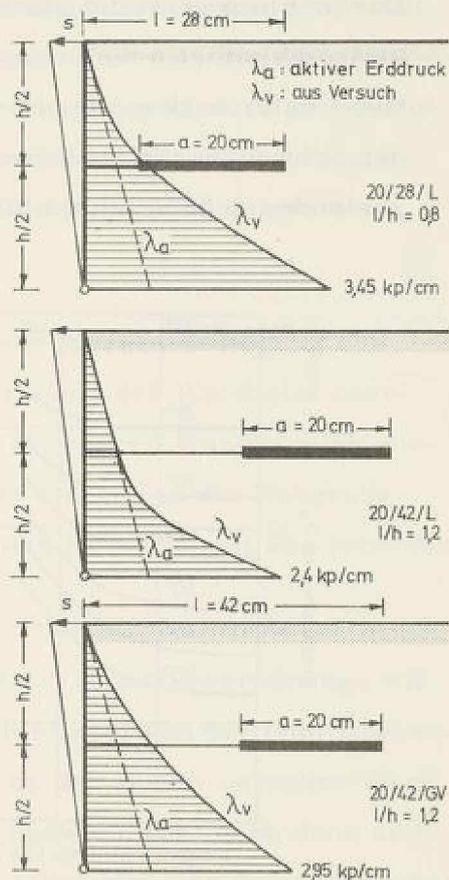
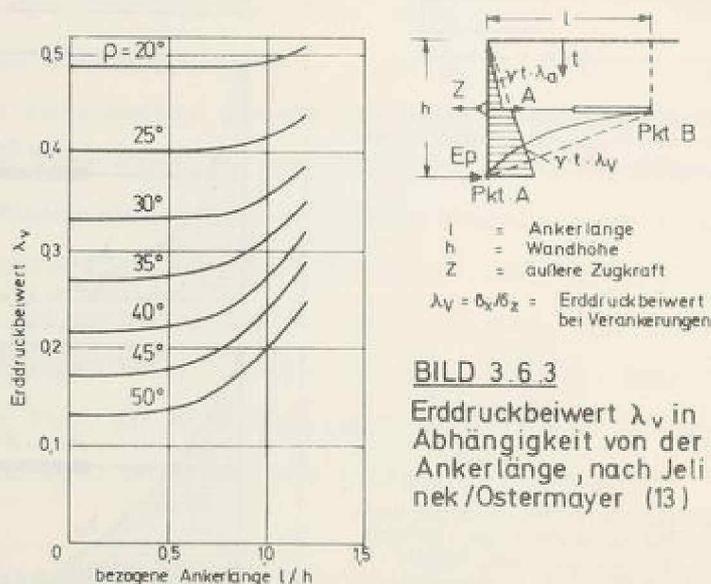


BILD 3.6.2 Erddruckverteilung längs der Wand (im Bruch) (aus Messung), Drehung um den Fußpunkt, nach Stavropoulos (27)

Diese Ergebnisse weichen von den hier mitgeteilten Erkenntnissen stark ab. Sie erklären sich aus der Versuchsdurchführung, die weder den Bauvorgang und die Bruchursache noch die Auflagerbedingung einer verankerten Wand nachahmt.

Der Fußpunkt der starren Wand wurde unverschieblich gehalten und der Bruch durch Zugkraft in Ankerhöhe erzeugt, so daß zwangsläufig bei kurzen Ankern eine Verspannung zwischen Anker und Wandfuß in dem Maße der Ankertragfähigkeit auftrat. Tatsächlich wird jedoch der Wandfuß durch den Erdwiderstand gehalten, was mit Verschiebungen verbunden ist. Bei langen Ankern mußte der Erddruck auf den Coulomb'schen Wert abfallen, weil die entsprechende Bewegung erzwungen wurde. Bei einer Baugrubenwand ist jedoch gerade ein langer, vorgespannter Anker ein Festpunkt, der eher eine Druckumlagerung entsprechend den Verhältnissen in dem Versuch mit der abgestützten Wand (Kurve 6, Bild 3.5.7) erzwingt.

Darüber hinaus ist die Modellwand mit nur 0,35 m x 0,85 m erheblich kleiner als die in den hier dargestellten Versuchen, so daß der relative Fehler in dem Messwert des Erddruckes aus Seitenreibung und den Schwankungen im Reibungswinkel infolge des niedrigen Spannungszustandes größer ist, als hier (Bild 4.1.4) angegeben wird.



Jelinek und Ostermayer schlagen auf Grund der Versuchsergebnisse eine Erddruckerhöhung im Bereich zwischen Anker und Wandfuß vor (Bild 3.6.3) und empfehlen den Bereich oberhalb des Ankers mit dem

aktiven Erddruck zu bemessen. Dem kann auf Grund der neueren Versuchsergebnisse nicht zugestimmt werden. Gerade oberhalb des Ankers tritt ein erheblich größerer als der aktive Erddruck auf, weil der Anker auf ca.  $2/3$  seiner Endlast vorgespannt wird, wenn der Aushub die Ankertiefe erreicht hat. Durch das Vorspannen, und in der Praxis wird der Anker zur Prüfung seiner Tragfähigkeit über seine Endlast hinaus gespannt und wieder abgelassen, werden die zu erwartenden Verformungen für den Endzustand des Systems Anker - Boden - oberer Wandteil schon sehr stark vorweggenommen, so daß auch nur noch ein beschränkter Abbau des Erddruckes bei weiterem Aushub erfolgt. Dies ist aus dem Unterschied der Kurven 4 und 9 in den Bildern 3.5. a zu ersehen. Die Kurven für die Wandverschiebungen in den Bildern 3.5. c zeigen auch recht gut, daß nach Kurve 4, die dem Anspannen des Ankers entspricht, der obere Wandbereich sich im wesentlichen parallel verschiebt. Da der Boden zwischen Wand, Anker und Geländeoberfläche sich mitverschiebt, bleibt der einmal eingeleitete Spannungszustand recht gut erhalten.

Bei sehr weitgehendem Aushub, der zu einer starken Bewegung des Wandfußes und zu einer relativen Zurückdrehung des Wandteils oberhalb des Ankers führt, kann der Erddruck im oberen Wandbereich wieder ansteigen, obwohl die Wand sich immer stärker in die Baugrube vorbewegt. Dies ist ein weiterer Grund, das Kragmoment aus erhöhtem Erddruck zu ermitteln.

Es erscheint nicht notwendig, das Ausmaß der Erddruckerhöhung, wie in (13) (siehe auch Bild 3.6.1, gestrichelte Kurve) von der Gleitflächenneigung am Wandfuß abhängig zu machen, da der Boden zwischen Wand und Anker nicht im plastischen Grenzgleichgewicht ist, auch dann nicht, wenn das gesamte System versagt. Mithin lohnt sich der Arbeitsaufwand nicht. Die Berücksichtigung eines erhöhten Erddruckes ist jedoch erforderlich.

#### 4. Vergleich der Ergebnisse und Rückschlüsse für die Praxis

##### 4.1 Versuch - Theorie

Die Meßergebnisse aus den einzelnen Stufen des Versuchsablaufes dienten bislang nur dazu ein qualitatives Bild vom Tragverhalten zu geben. Für die Beurteilung der rechnerischen Ergebnisse interessieren auch die absoluten Werte der Ankerkraft und des Erdaufagers im Bruchmoment. In den Abbildungen 4.1.1 - 4.1.3 werden die Meßwerte jeweils auf ihren theoretischen Wert bezogen, wobei die Schwankungen in der Lagerungsdichte, im Wandreibungswinkel und im Erddruck berücksichtigt sind. Es zeigt sich, daß das System teilweise erheblich höhere Ankerkräfte ermöglicht als auf Grund der Lösung der Differentialgleichung oder des damit recht gut übereinstimmenden oberen Grenzwertes errechnet werden (Bild 4.1.2). Entsprechend ist im Modellversuch die erforderliche Stützkraft am Wandfuß ca. 22% kleiner als nach der Theorie (Bild 4.1.3).

Die Unterschiede sind nicht ihrer absoluten Größe nach bedeutsam. Dafür können die Meßwerte, wie in Kapitel 3.4 dargelegt wurde, zu große Fehler enthalten. Die stark unterschiedlichen Abweichungen von der theoretischen Lösung lassen auch vermuten, daß nicht alle Einflüsse exakt erfaßt wurden. Jedoch läßt sich aufgrund der in Bild 4.1.2 wiedergegebenen Verhältnisse sagen, die Abweichungen des wirklichen Sandes von dem plastischen Medium sind derart, daß mit dem nach der Theorie kinematisch korrekt berechneten oberen Grenzwert die Standsicherheit der Rückverankerung ausreichend beurteilt werden kann. Die Tatsache, daß die Dilatanz  $v = 0$ , statt  $v = -\rho$  ist, stellt für Standsicherheitsberechnungen mit Scherparametern aus der ebenen Scherbüchse kein Risiko dar. Aufgrund der Veröffentlichungen (8), (9) und (10) könnte man das Gegenteil vermuten.

Wie an dem Gleitflächenverlauf in den Versuchen und auch in den Ergebnissen der Berechnung des oberen Grenzwertes (Bild 4.1.4) zu sehen ist, tritt der Bruch bei sehr geringer Gleitflächenkrümmung auf. Daraus kann jedoch nicht geschlossen werden, daß auch das Ver-

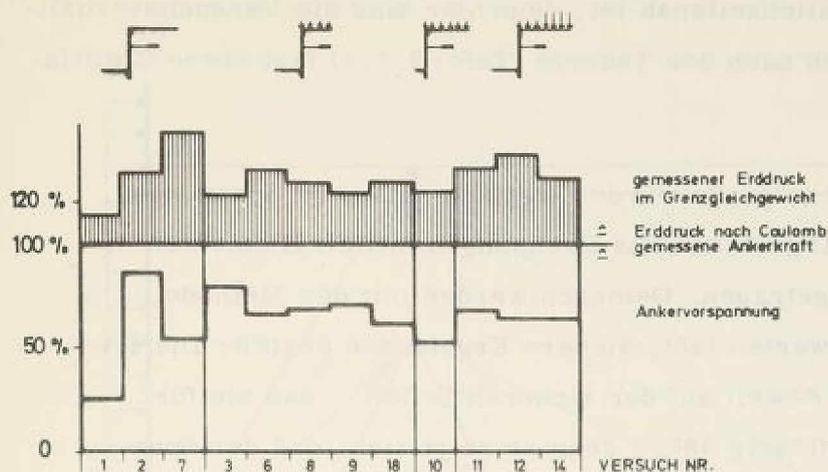


BILD 4.11.  
 Erhöhung des Erddruckes im Grenzzustand durch die Ankervorspannung

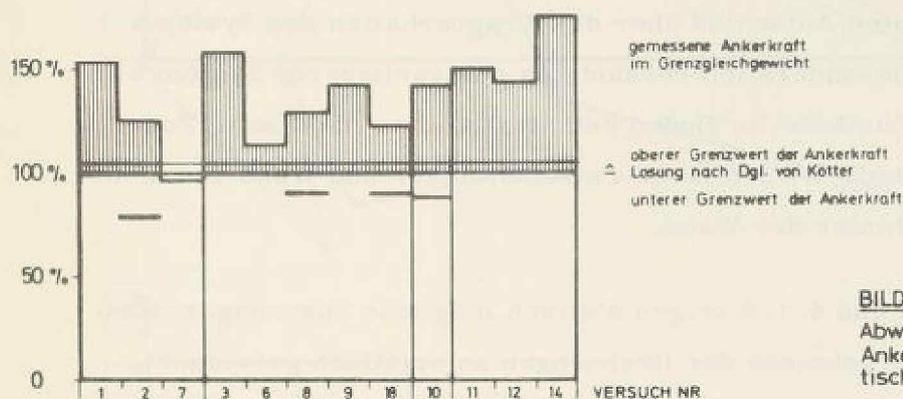


BILD 4.12.  
 Abweichung der gemessenen Ankerkraft von den theoretischen Ergebnissen

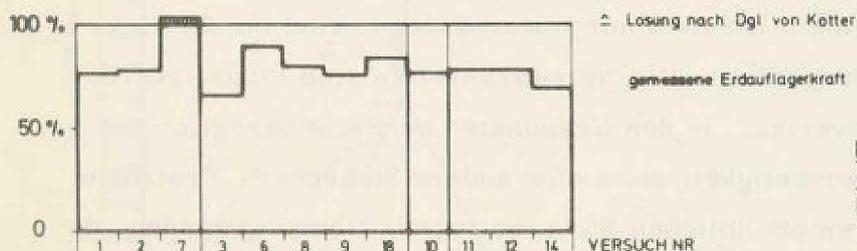


BILD 4.13.  
 Abweichung des gemessenen Erdauftragers von dem theoretisch erforderlichen

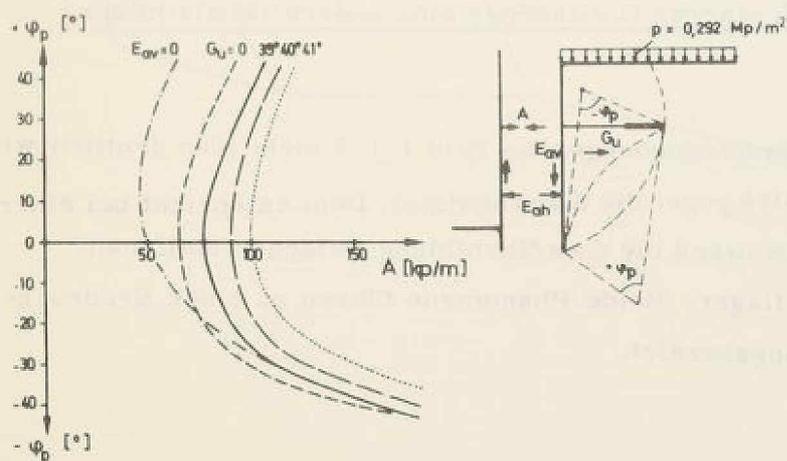


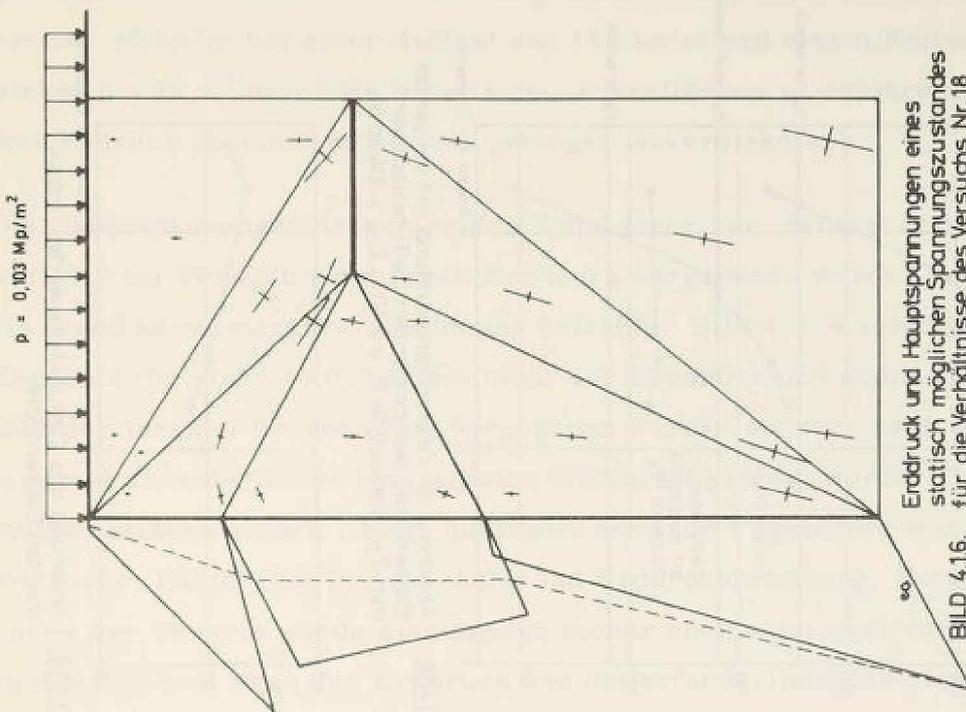
BILD 4.14.  
 Einfluß der Wandreibung  $E_{av}$ , der seitlichen Stützung  $G_u$  und der Scherfestigkeit  $p$  auf den oberen Grenzwert der Ankerkraft  $A$ . Versuch Nr. 10

fahren von Kranz wirklichkeitsnah ist, denn hier sind die Versuchsverhältnisse so, daß sich auch nach der Theorie (Tafel 2, 1, 1) fast ebene Gleitflächen ergeben.

Für einige der Modellversuche wurden statisch zulässige Spannungszustände berechnet. Ergebnisse aus Rechnungen mit elf Elementen sind in Bild 4.1.2 eingetragen. Demnach werden mit der Methode, wie es die Theorie erwarten läßt, sichere Ergebnisse erzielt. Die Lösung liegt keineswegs so weit auf der sicheren Seite, daß sie für Ingenieurzwecke überflüssig ist, denn es zeigt sich, daß der Spannungszustand, der dem unteren Grenzwert der Standsicherheit entspricht, einen guten Aufschluß über das Tragverhalten des Systems liefert. Das ist besonders interessant, da das vorliegende System alle drei möglichen Zustände im Boden enthält, nämlich plastische Zone über dem Ankerende, Bruchfläche zwischen Anker und Wand und nichtplastische Zone hinter der Wand.

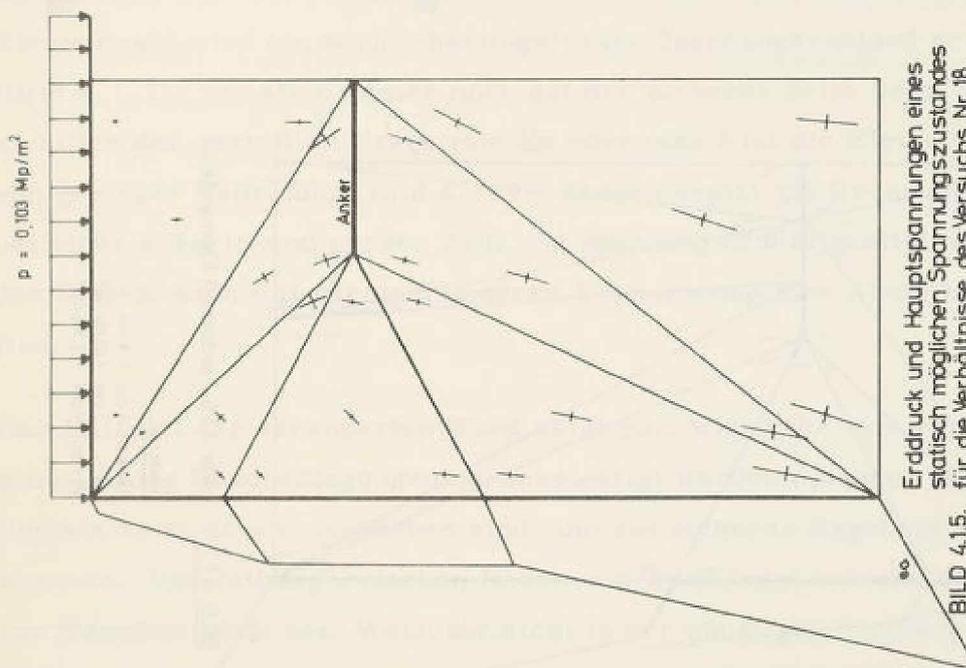
Die Bilder 4.1.5 und 4.1.6 zeigen statisch mögliche Spannungszustände, wie sie als Ergebnisse der Rechnungen automatisch gezeichnet werden. Größe und Richtung der Hauptspannungen, die sich voraussetzungsgemäß in einem Element nur linear ändern, sind für die Eckpunkte und Mitten dargestellt. Die Netzwerksseiten sind Unstetigkeitslinien im Spannungsverlauf. In den Eckpunkten herrscht bezüglich der Ausnutzung der Scherfestigkeit stets eine andere Sicherheit. Trotzdem lassen sich die allgemein üblichen Sicherheitsdefinitionen anwenden, da auch bei einer Berechnung des oberen Grenzwertes die Ausnutzung der Scherfestigkeit in dem starren Gleitkörper eine andere ist als in der Bruchfläche.

An dem Verlauf der Hauptspannungen im Bild 4.1.5 sieht man deutlich, wie der Verankerungskörper sich gegen die Wand abstützt. Dem entspricht bei einer ausgesteiften Baugrubenwand die Gewölbebildung zwischen Steifenangriffspunkt und Erdaufleger. Beide Phänomene führen zu einer Erddruckerhöhung im Abstützungsbereich.



Erddruck und Hauptspannungen eines statisch möglichen Spannungszustandes für die Verhältnisse des Versuchs Nr. 18. Erddruck nicht vorgegeben, min. Stützkraft E<sub>ch</sub>-A gefragt

BILD 4.16.



Erddruck und Hauptspannungen eines statisch möglichen Spannungszustandes für die Verhältnisse des Versuchs Nr. 18. Erddruck E<sub>a</sub> vorgegeben, max. Ankerkraft A gefragt

BILD 4.15.

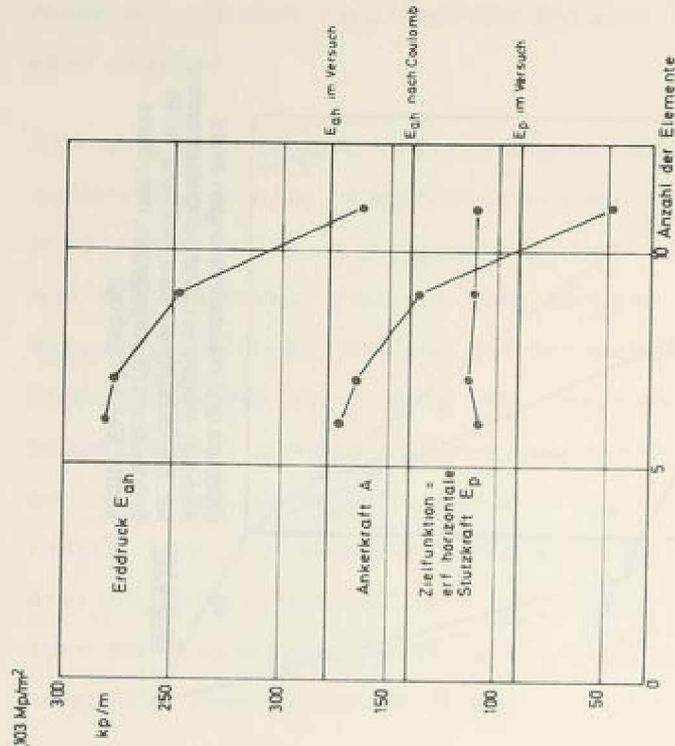


BILD 4.18. Abnahme der inneren Verspannung mit steigender Elementzahl bei konstantem Zielfunktionswert min  $E_p$ , Versuch Nr. 18,  $\rho = 40^\circ$ ,  $E_{gv} = 104 \text{ kp/m}$

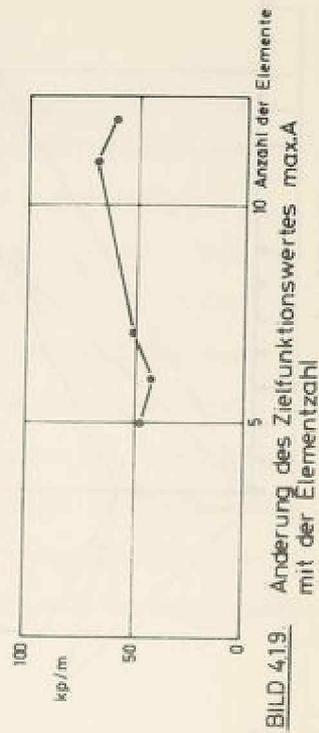


BILD 4.19. Änderung des Zielfunktionswertes max. A mit der Elementzahl

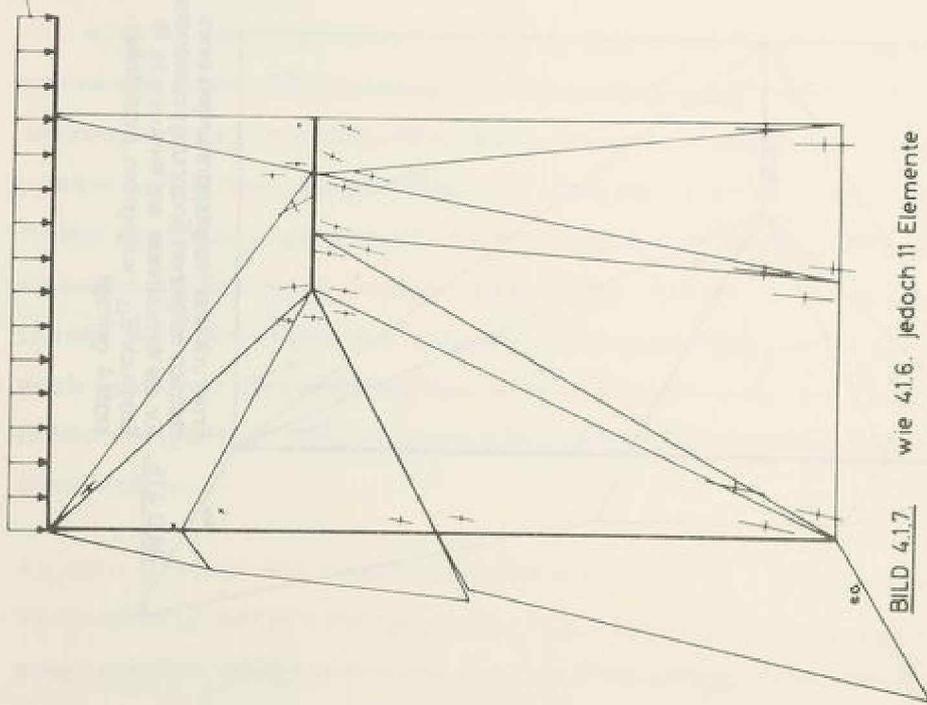


BILD 4.17. wie 4.16. jedoch 11 Elemente

Maßstab  
 Längen: 1 cm = 5 cm  
 $\sigma_0$  1 cm = 0.1 Mp/m<sup>2</sup>  
 $\sigma_1$  1 cm = 1 Mp/m<sup>2</sup>

Die Schubspannungen werden nicht nur auf der Unterseite des Ankers zur tiefen Fuge hin, sondern auch auf der Oberseite in den Boden eingeleitet. Nur so sind die im Modell gemessenen großen Ankerkräfte von ca. 95 kp/m bei einer Auflast von 118 kp/m und einem Reibungswinkel  $\rho = 39,5^\circ$  durch Reibung in den Ankerflächen zu erklären. Spitzendruck scheidet wegen der geringen Ankerdicke aus.

Die Hauptspannungen drehen an der Wand mehr zur Senkrechten hin, weil der im Versuch gemessene Erddruck vorgegeben wurde, d. h. die Wand keine stärkere Abstützung erlaubte. Bild 4. 1. 6 zeigt das Ergebnis für einen Fall, in dem nicht der Erddruck und somit auch nicht das Maß der inneren Verspannung vorgegeben wurden, sondern nach der minimal erforderlichen horizontalen Stützkraft gefragt wurde. Das mathematische Modell liefert qualitativ ähnliche Ergebnisse wie die Versuche: Lastbuckel in Ankerhöhe und Erddruckerhöhung. Entsprechend der Theorie würde man danach sicher aber auch unwirtschaftlich bemessen, denn der Erddruck und die erforderliche Stützkraft sind größer als in Wirklichkeit (Bild 4. 1. 8). Erst mit zunehmender Elementzahl wird ein wirklichkeitsgetreuer Spannungszustand erzielt (Bild 4. 1. 7), der aber immer noch auf der sicheren Seite liegt. Hinsichtlich der gestellten Frage  $\min E_p$  oder  $\max A$  ist die Elementzahl von geringer Bedeutung (Bild 4. 1. 9). Jedoch ergibt die Rechnung, daß bei einer ausreichend großen Zahl von Spannungsunstetigkeitslinien das System auch mit geringer innerer Verspannung eine Abstützung findet.

Das Beispiel der verankerten Wand zeigt gut, wieso für eine rein statische Lösung Randbedingungen berücksichtigt werden müssen, die letztlich als kinematisch anzusehen sind, um ein sicheres Ergebnis zu bekommen. Die Reibung zwischen Boden und Wand trägt entscheidend zur Standfestigkeit bei. Wenn sie nicht in der günstigen Richtung auftritt, weil die Wand vertikal nachgibt, so muß dies durch Randbedingungen die die Wandreibung nach Größe und Richtung begrenzen, vorgegeben werden.

Anhand des Beispiels läßt sich der Wert der Berechnung eines unteren Grenzwertes beurteilen. Obwohl der Satz vom unteren Grenzwert nur für ein Material mit der Dilatanz  $v = -\rho$  bewiesen ist, zeigt sich, daß bei der Berechnung eines statisch möglichen Spannungszustandes mit der Scherfestigkeit aus dem ebenen Scherversuch für einen volumenkonstanten Sand kein unsicheres Ergebnis erzielt wird.

Über die Verhältnisse bei locker gelagertem Sand ist durch die Versuchsergebnisse nichts ausgesagt. Der lockere Sand neigt bei einer Belastung zur Verdichtung. Die Verformung bis zum Eintritt des Bruches ist dementsprechend größer. Über das Ausmaß der Verformung liefert das Traglastverfahren keine Aussage.

Bei der Anwendung eines jeden Traglastverfahrens wie dem der Ermittlung des optimalen Spannungszustandes muß deshalb gewährleistet sein, daß die Bewegungen so groß sein können, wie sie zur Mobilisierung der Scherfestigkeit erforderlich sind. Bei passiver Beanspruchung des Bodens kann dies zu unverträglich großen Bewegungen führen. Das Verfahren kann dem Rechnung tragen, indem für die Elemente im passiv beanspruchten Bodenbereich eine abgeminderte Scherfestigkeit in Ansatz gebracht wird.

Zu der Bedingung, daß die Bewegungen prinzipiell möglich sein müssen, gehört auch, daß der Boden über ausreichendes Plastifizierungsvermögen verfügen muß, d. h. daß seine Scherfestigkeit bei Bruchbewegungen nicht verloren gehen darf. Diese Bedingung ist i. A. erfüllt.

Bezüglich der Sicherheit, die statisch mögliche Spannungszustände beizubehalten, sei darauf hingewiesen, daß zwar meistens, wie in dem hier untersuchten Beispiel, der untere Grenzwert nahe der exakten Lösung liegt, daß jedoch prinzipiell nicht die Wirklichkeit berechnet wird, und daß dem Ergebnis nicht anzusehen ist, wie weit es von der exakten Lösung entfernt ist. Außerdem ist die Belastung eines angrenzenden Bauwerks wie hier z. B. der Baugrubenwand, wie sie sich aus einer sicheren Spannungsver-

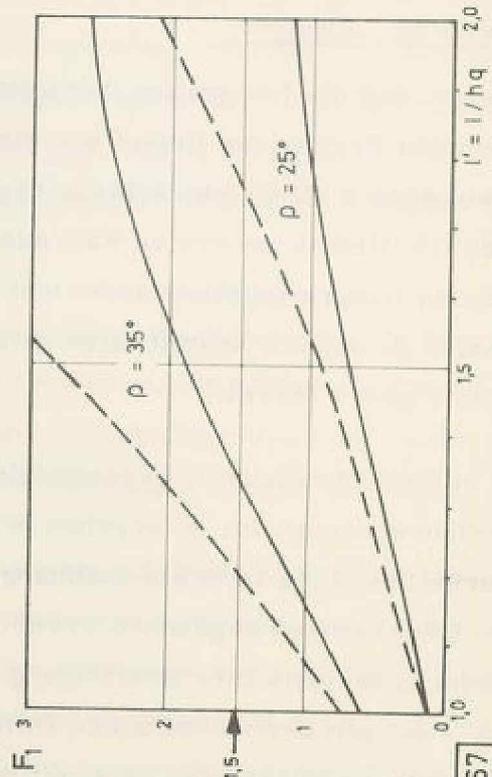
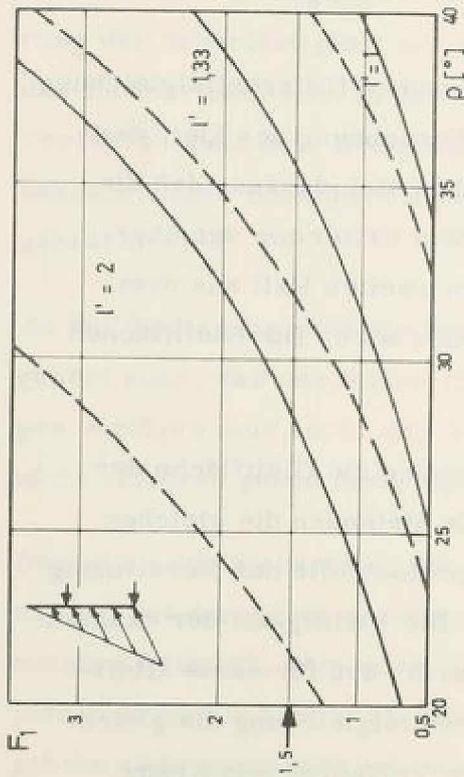
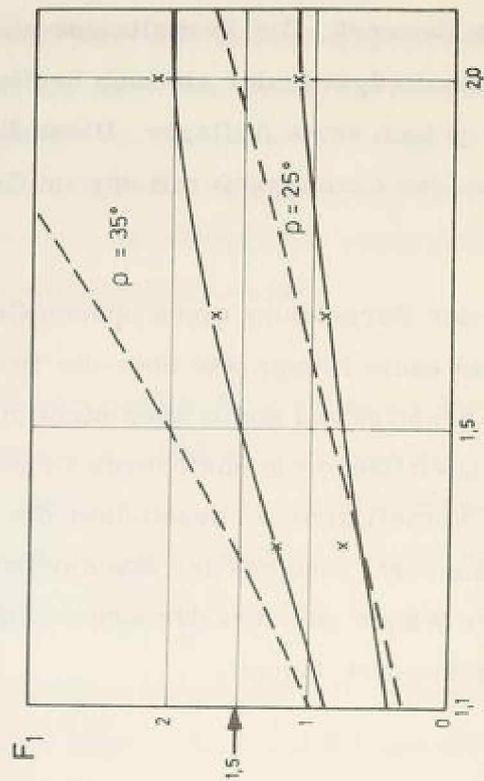
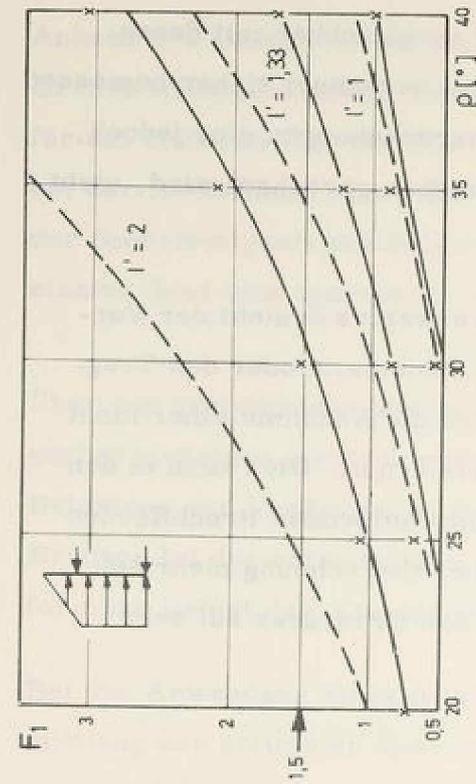
teilung im Boden ergibt, nicht prinzipiell eine sichere Bemessungsgrundlage für das Bauwerk. Die Verhältnisse sind vergleichbar mit denen eines Durchlaufträgers, der statisch bestimmt berechnet sicher bemessen wird, nicht jedoch seine Auflager. Diese Einschränkungen sind jedoch, gemessen an der Genauigkeit mit der im Grundbau gerechnet wird, nicht erheblich.

Gegenüber der Berechnung eines oberen Grenzwertes besteht der Vorteil, daß man kaum Kenntnisse über die Bruchkinematik oder des Tragverhaltens benötigt und somit auch nicht durch die Annahme einer nicht kritischen Gleitfläche ein unsicheres Ergebnis erhält. Dies kann in den Fällen von Vorteil sein, in denen über die entscheidenden Bruchflächen nichts bekannt ist, also bei der Standsicherheitsberechnung mehrfach verankerter Wände oder bei der Ermittlung des Erddrucks auf sehr weich ausgekleidete Tunnel.

#### 4.2 Theoretische Lösungen

Bild 4.1.2 zeigt, daß die Integration der Kötter'schen Differentialgleichung fast die gleichen Ergebnisse liefert wie die Berechnung des kleinsten oberen Grenzwertes. Die Unterschiede ergeben sich daraus, daß die maßgebende Gleitfläche im ersten Fall aus dem Kriterium der übereinstimmenden Integrationskonstanten und im zweiten Fall aus dem der minimalen Sicherheit schrittweise gefunden wird. Die Gleitflächen stimmen nicht genau überein.

Setzt man in die Kötter'sche Differentialgleichung die Gleitfläche der Extremwertberechnung ein, so ergeben beide Methoden die gleichen Standsicherheiten. Dies kann als unabhängige Kontrolle der Berechnung des oberen Grenzwertes angesehen werden. Die Richtigkeit der exakten Lösung findet andererseits ihre Bestätigung darin, daß für ebene Gleitflächen ( $\varphi_p \rightarrow \infty$ ) mit der Kötter'schen Differentialgleichung die gleiche Standsicherheit errechnet wird, wie mit dem Verfahren von Kranz.

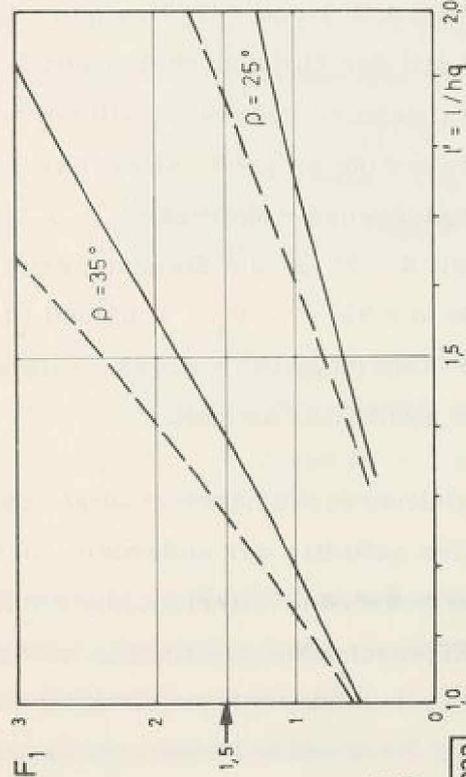
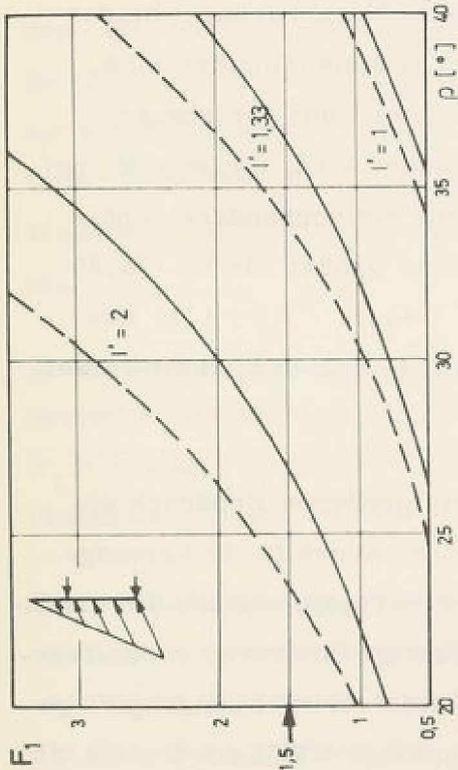
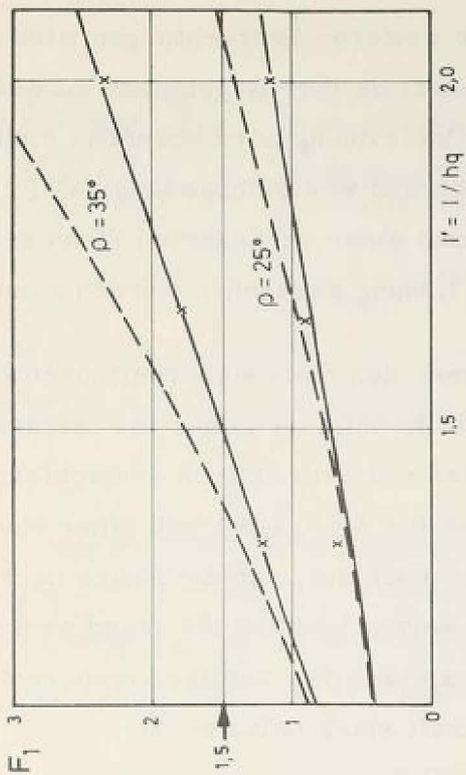
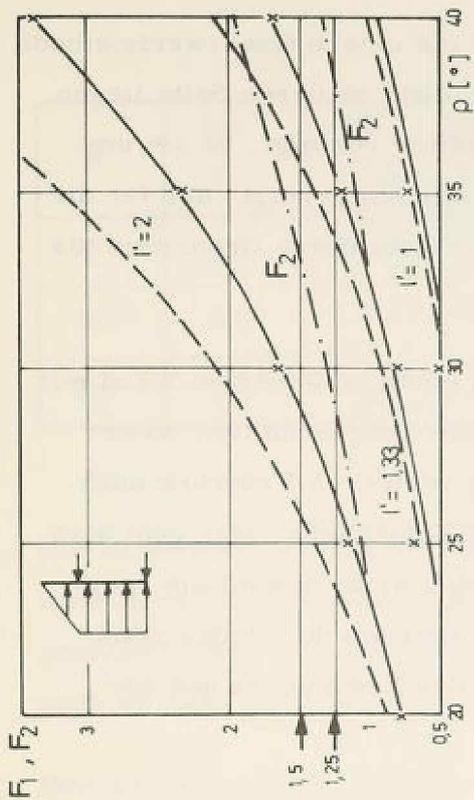


$c' = 0$   
 $p' = 0$   
 $h' = 0,167$

Obere Grenzwerte der Standsicherheit in der tiefen Fuge

TAFEL 4.2.1, 4.2.2 Erdruck nach Coulomb,  $\delta = -\frac{2}{3}p$   
 TAFEL 4.2.3, 4.2.4 Erdruck erhöht und umgelagert

--- ebene Gleitfläche  
 - - - Spirale  
 x x x Kreis



$c' = 0$   
 $p' = 0$   
 $h' = 0,333$

Obere Grenzwerte der Standsicherheit in der tiefen Fuge

TAFEL 4.2.7, 4.2.8 Erddruck erhöht und umgelagert

TAFEL 4.2.5, 4.2.6 Erddruck nach Coulomb,  $\delta = -\frac{2}{3}\rho$

--- ebene Gleitfläche      — Spirale      x x x Kreis

Für die weiteren Betrachtungen wird auf die untere Grenzwertmethode verzichtet, da ihre Ergebnisse zu weit auf der sicheren Seite liegen. Die exakte Lösung wird ebenfalls nicht weiter verfolgt, da sie umständlich und wenig anpassungsfähig ist. Sie hat gezeigt, daß für die Sicherheit einer verankerten Wand der kleinste obere Grenzwert als exakte Lösung angesehen werden kann.

Führt man den Standsicherheitsnachweis einer verankerten Wand mit geringen Kenntnissen über das tatsächliche Tragverhalten, so erfolgt dies mit dem aktiven dreieckförmig verteilten Erddruck nach Coulomb für  $\delta = -2/3\rho$  und einer ebenen Gleitfläche. Man geht also von dem Fall aus, daß die Anker nachgiebig sind, obwohl sie vorgespannt werden und daß die Wand sich weniger als der Boden setzt, obwohl sie aus den Vertikalkomponenten des Erddruckes und der Ankerkraft stark belastet ist.

Die Tafeln 4.2.1 und 4.2.2 zeigen, daß eine Verankerung, die derart und mit der üblichen Sicherheit  $F_1 = 1,5$  dimensioniert wird, nicht standsicher sein muß, alleine schon, weil mit der ebenen Gleitfläche eine zu große Sicherheit berechnet wird. So ist z. B. bei der vorgegebenen Ankerhöhe ( $h' = 0,167$ ) für die vorhandene Scherfestigkeit  $\rho = 21,5^\circ$  die Standsicherheit nicht größer als  $F_1 = 0,85$  bzw. für  $\rho = 32,0^\circ$  -  $F_1 = 1,05$  und für  $\rho = 40,6^\circ$  -  $F_1 = 1,1$ . Bei tieferer Ankerlage ( $h' = 0,333$ , Tafeln 4.2.4, 4.2.6) sind die Abweichungen nicht ganz so groß.

Die Modellversuche haben gezeigt, daß ein größerer Erddruck als der aktive auftritt, der außerdem noch höher angreift. In Ermangelung von besseren Kriterien, die die Ankervorspannung und die elastischen Eigenschaften des Bodens berücksichtigen müssen, wird vorgeschlagen, den horizontalen Erddruck auf eine vertikal unnachgiebige Wand mit  $\delta = 0$  und auf eine vertikal nachgiebige Wand mit  $\delta = +2/3\rho$  zu berechnen. Das Ausmaß der damit erzielten Erddruckerhöhung ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

$\rho$	$\lambda_{ah}$ $\delta = 0$	$\lambda_{ah}$ $\delta = -\frac{2}{3}\rho$	Erddruckerhöhung $\delta = 0$ statt $\delta = -\frac{2}{3}\rho$	$\lambda_{ah}$ $\delta = +\frac{2}{3}\rho$	Erddruckerhöhung $\delta = \frac{2}{3}\rho$ statt $\delta = 0$	Erddruckerhöhung im Versuch
20°	0.49	0.43	14.5 %	0.61	24 %	—
30°	0.33	0.27	21.5 %	0.44	33 %	—
40°	0.22	0.18	22.8 %	0.29	34 %	33 %

Die Erddruckerhöhung wird somit von der Reibung abhängig gemacht. Eine Berechtigung dafür besteht nur insofern, als ein Schluff im allgemeinen einen kleineren Verformungsmodul als ein Sand hat und so auch weniger Verspannung zwischen Anker und Wand ermöglicht.

Der Erddruck sollte außerdem trapezförmig verteilt angenommen werden. Wie die Modellversuche zeigen, ist das System Wand-Boden-Anker im Grenzzustand nicht so gutmütig, durch Bewegungen den Erddruck auf den klassischen Fall zu reduzieren und so die Sicherheit in der tiefen Fuge wieder herzustellen, da der über die Verspannung entscheidende Schlupf der Anker durch das Überspannen ausgeschlossen ist.

Durch diese weiteren zwei Richtigstellungen verringert sich die rechnerische Standsicherheit in den oben angeführten drei Fällen von  $F_1 = 1,5$  nach Kranz auf  $F_1 = 0,80$  bzw.  $F_1 = 1,0$  und  $F_1 = 1,05$  (Tafeln 4. 2. 3 und 4. 2. 4).

Durch die Erddruckumlagerung erhöht sich die Ankerkraft und damit verringert sich die Standsicherheit in der tiefen Fuge. Andererseits verringert sich die erforderliche Stützkraft am Wandfuß, so daß dort die Sicherheit größer wird. Tatsächlich haben das Ausmaß und die Art der Verspannung als ein innerer Spannungszustand keinen Einfluß

auf die gesamte Standsicherheit, wie schon in Kapitel 1 erwähnt wurde. Diese Erkenntnis folgte jedoch aus der Betrachtung von starr-plastischen Körpern wie dem aktiven und passiven Keil oder dem Kreisabschnitt. Das Ergebnis wird dem Problem in der Praxis nicht gerecht, da es Bewegungen voraussetzt, die so groß sind, daß der passive Erddruck geweckt wird. Die Messungen des Erddrucks und der Wandbewegung in den Modellversuchen zeigen klar, daß auf der aktiven Seite der Bruch schon vor Erreichen des Grenzzustandes vor dem Wandfuß auftritt. Die Standsicherheitsdefinition  $F_1 = \frac{\text{möglich Ah}}{\text{vorhanden Ah}}$  mit ihrem Schnitt zwischen aktiver und passiver Seite ist daher sehr sinnvoll. Sie erlaubt es, den tatsächlich auftretenden progressiven Bruch entsprechend den Bewegungen in die zwei wesentlichen Bereiche aufzugliedern. Auf der aktiven Seite kann die Sicherheit  $F_1 = 1,5$  als ausreichend angesehen werden, da der Bruch dort bei relativ geringen Bewegungen auftritt. Vor dem Wandfuß hingegen muß die Sicherheit so groß gewählt werden, daß sie die Bewegungen ausreichend beschränkt.

Auf Grund der Tafeln 4.2.1 - 4.2.8 und der hier getroffenen Feststellungen ist das Verfahren von Kranz mit klassischem Erddruck als durchaus unsicher zu bezeichnen. Es fragt sich, wieso erfolgreich damit gearbeitet wird. Zunächst ist festzustellen, daß die Scherfestigkeit im allgemeinen kleiner in den rechnerischen Ansatz gebracht wird als sie tatsächlich ist. Desweiteren wird die tiefe Fuge bis zur Mitte des Ankerkörpers gelegt, während die Gleitfläche tatsächlich bis zum Ende der Ankerebene verläuft. So wurde es auch in den Vergleichsrechnungen angenommen, so daß auch hier versteckte Sicherheiten sind. Es ist nicht vertretbar, die nach Kranz errechneten großen Sicherheiten als maßgebend anzusehen mit dem Hinweis auf die in den Modellversuchen festgestellte große Standsicherheit, da die Versuchsergebnisse nicht durch theoretisch richtige Rechnungen gestützt werden können.

Aus Sicherheitsgründen muß die Gleitflächenkrümmung berücksichtigt werden, wenn nicht mit unwirtschaftlichen Näherungen gerechnet werden soll. Die logarithmische Spirale ist jedoch in der Praxis zu schwierig zu handhaben. Wie schon in Kapitel 2.3 für den Sonderfall  $v = 0$  dargelegt wurde, bietet sich als Näherung ein Lamellenverfahren mit einem Gleitkreis an. Die mögliche Ankerkraft muß aus einer virtuellen Drehung um den Kreismittelpunkt, also aus der Bedingung  $\Sigma M = 0$ , ermittelt werden, da die Bedingung  $\Sigma H = 0$  zu große Sicherheiten vortäuscht. In den Tafeln 4.2.3, 4.2.4, 4.2.7, 4.2.8 sind die Standsicherheiten, die sich so berechnen, im Vergleich zu denen, die mit der logarithmischen Spirale ermittelt werden, aufgetragen. Es zeigt sich fast völlige Übereinstimmung der Ergebnisse. Nur bei großen Ankerlängen werden mit Kreislamellen geringfügig größere Sicherheiten berechnet. Die Verkleinerung des Gleitkörpers durch die Gleitflächenkrümmung (Tafel 2.1.1) ist für die kritischen Verhältnisse bei Kreis und Spirale fast gleich. Somit zeigen die Ergebnisse, daß bei gleicher Scherfestigkeit die Dilatanz keinen nennenswerten Einfluß auf die Standsicherheit hat.

Zur Frage der Sicherheitsdefinition ist in Tafel 4.2.7 nochmals die Definition  $F_2 = \tan \rho_{\text{vorh}} / \tan \rho_{\text{erf}}$  neben  $F_1$  aufgetragen. Eine Konstruktion, die mit  $F_1 = 1,5$  bemessen wurde, ist etwa so sicher wie eine mit  $F_2 = 1,25$ . Jedoch ist der Unterschied bei weitem nicht mehr so groß wie in den Tafeln 1.4.2 - 1.4.4, da durch die Berechnung von möglich Ah aus der Bedingung  $\Sigma M = 0$  der Anstieg der Sicherheit mit der Scherfestigkeit und Ankerlänge schwächer ist. Die Forderung der einen oder anderen Sicherheitsdefinition und Zahl ist im gewissen Maße willkürlich. Hier spricht jedoch einiges für den Kräftevergleich  $F_1 = 1,5$ . Er ist die schon allgemein übliche Definition und ist mit wenig Arbeit verbunden. Die vereinzelt auftretende etwas geringere Sicherheit gegenüber  $F_2 = 1,25$  ist vertretbar, da jetzt in der Sicherheitszahl kein Zuschlag mehr für Fehler im Berechnungsverfahren enthalten sein muß. Außerdem wird mit der Sicherheit nur der

Bruch auf der aktiven Seite verhindert. Vor dem Wandfuß ist je nach zulässiger Bewegung eine größere Sicherheit erforderlich. Die bislang für das Problem geforderte zweite Sicherheit, nämlich  $F_2 = 1,25$  gegen Geländebruch, enthielt beides in unklarer Weise gemischt. Da in homogenem Boden stets größere Sicherheit gegen Geländebruch vorhanden ist (Kap. 1), kann dieser Nachweis im Zusammenhang mit der Rückverankerung fallen gelassen werden.

## 5. Berechnungsvorschlag

Die wesentlichen Punkte aus Kapitel 3 und 4 sollen hier für ein praxisgerechtes Arbeiten zusammengestellt werden. Alle Angaben gelten für eine frei aufgelagerte Baugrubenwand, die bei Erreichen der entsprechenden Aushubtiefe verankert wird. Die Tragfähigkeit des Einzelankers ist durch Überspannen gewährleistet. Die Verformungen des Ankers und des Kragteils der Wand sind durch Vorspannen auf ca. 70% der Endlast weitgehend vorweggenommen.

1. Die Wand sollte auf einen höheren als den aktiven Erddruck bemessen werden. Die Horizontalkomponente des erhöhten Erddruckes kann so gefunden werden, daß in Fällen, in denen mit  $\delta = - 2/3 \rho$  gerechnet würde mit  $\delta = 0$  gerechnet wird und entsprechend statt  $\delta = 0$   $\delta = + 2/3 \rho$ . Dies ist nicht theoretisch begründet, ermöglicht aber unter Benutzung der allgemein verbreiteten Erddrucktafeln dem wirklichen Verhalten nahezukommen.
2. Der Erddruck wird trapezförmig verteilt - mit Knick in Ankerhöhe - auf die Wand angesetzt. Dazu ist die Tiefe der Ankerlage zu wählen; Kriterien sind die Verformung der im Bauzustand eingespannten Wand und das Kragmoment für den Endzustand.
3. Der Erdwiderstand wird nach einer der klassischen Methoden berechnet. Er ist mit einem Sicherheitsfaktor abzumindern, der sich nach zulässigen Verformungen richtet, wenigstens jedoch 1,5 beträgt. Diese Sicherheit ist gegenüber dem vollen Ansatz des Erdwiderstandes bei der klassischen Spundwandberechnung nicht zusätzlich, da jetzt im unteren Wandbereich ein kleinerer Erddruck angesetzt wird (Bild 3.5.1).
4. Für die so ermittelte Horizontalkomponente der Ankerkraft werden die Ankerlänge und -neigung derart gewählt, daß die mögliche Horizontalkomponente der Ankerkraft wenigstens das 1,5-fache der aufnehmbaren beträgt.

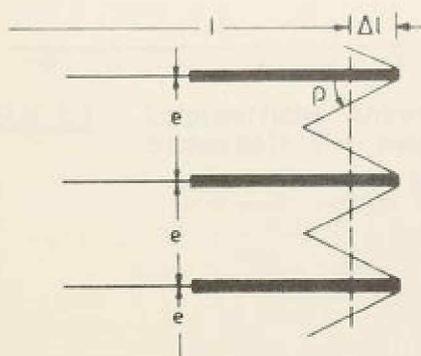
Die aufnehmbare Ankerkraft berechnet man, wenn eine elektronische Rechenanlage zur Verfügung steht, aus der Bedingung  $\Sigma M = 0$ , um den Mittelpunkt des ungünstigsten Gleitkreises zwischen Wandfuß und Ankerende. Dies ist i. A. ein nach oben gekrümmter Kreis, der tangential in den Anker übergeht. In die Gleichgewichtsbedingung werden die Schnittkräfte zwischen der Wand und dem aktiven Boden eingeführt und nicht die Erdauflagerkraft. Im Bereich der Ersatzankerwand herrscht der ideale Rankinefall, so daß der Erddruck dort mit  $\delta = 0$  ermittelt wird.

Ein detailliertes Rechnungsschema für baupraktische Verhältnisse, nach dem unmittelbar ein Programm geschrieben werden kann, ist im Anhang wiedergegeben. Dort wird die kleinstmögliche Ankerkraft aus der Rechnung mit nach oben oder unten verlaufendem Gleitkreis gesucht. So kann berücksichtigt werden, daß eventuell spezielle Auflasten und tiefliegende Schichten geringer Scherfestigkeit einen tiefen Gleitkreisverlauf bewirken.

5. Die Baugrubenwand wird durch die Vertikalkomponenten der Ankerkraft und des Erddruckes belastet. Nur wenn diese Kräfte mit 1,5-facher Sicherheit vom Boden übernommen werden können, dürfen sie beim Standsicherheitsnachweis für die Ankerlage berücksichtigt werden. Wie stark sich dies in der erforderlichen Ankerlänge niederschlägt, kann für die jeweiligen Verhältnisse dem Unterschied der Tafeln 5.1 bis 5.3 entnommen werden.
6. Für den Standsicherheitsnachweis muß außer der schon bei der Wandstatik gewählten Höhe der Ankerlage ihre Länge und Neigung geschätzt werden. Dazu können die Tafeln 5.1 bis 5.3 dienen. Sie geben die erforderliche Ankerlänge bei 1,5-facher Sicherheit an für homogenen Boden, beliebiges Raumgewicht, ohne Grundwasser und ohne Auflasten. Ihnen liegt das im Anhang wiedergegebene Programm zu Grunde. Die Höhe der Erdauflagerkraft, die für die Berechnung der vorhandenen Ankerkraft bekannt sein

muß, wurde nicht wie in den bisher dargelegten Vergleichsrechnungen angenommen, sondern aus der erforderlichen Einbindetiefe der Wand in homogenem Boden ermittelt. Dabei wurde für das Erdauflager 1,5-fache Sicherheit berücksichtigt und die Höhe der Erdauflagerkraft in  $0,4 \times$  Einbindetiefe angenommen. Der Erdwiderstand wurde nach Coulomb für  $\delta = 2/3 \rho$  berechnet, was etwa die gleichen Werte ergibt wie die Tafeln nach Caquot für  $\delta = \rho$  (27). Die durchgezogenen Kurven setzen voraus, daß die Wand sich weniger setzt als der Boden und daß die Vertikalkomponenten der Ankerkraft und des Erddruckes mit 1,5-facher Sicherheit am Wandfuß in den Boden eingeleitet werden können. Die Tafeln erlauben es ferner, bei Abänderung eines Entwurfs anzugeben, wie sich die erforderliche Ankerlänge ändert, wenn eine andere Ankerneigung gewählt wird, weil etwa die Aufnahme der Vertikalkräfte nicht gewährleistet ist oder wenn eine andere als die ursprünglich erwartete Scherfestigkeit angetroffen wird.

7. Bei wesentlichem Einfluß von Auflasten, Grundwasser oder Bodenschichten sind die Tafeln 5 nicht anwendbar. Die erforderliche Ankerlänge wird gemäß 4.) oder mit ebener Gleitfläche graphisch gefunden. Letzteres gilt auch, wenn keine elektronische Rechnung möglich ist. Den Tafeln 5.4 und 5.5 kann entnommen werden, um wieviel die so gewonnene Ankerlänge vergrößert werden muß.
8. Die so ermittelte Länge der Ankerlage gilt für den Fall der ebenen Ankerplatte. Für eine Reihe von Ankerkörpern ist ein Zuschlag  $\Delta l$  erforderlich (25).

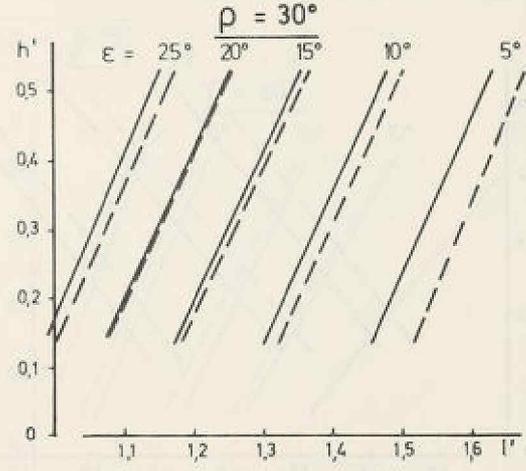
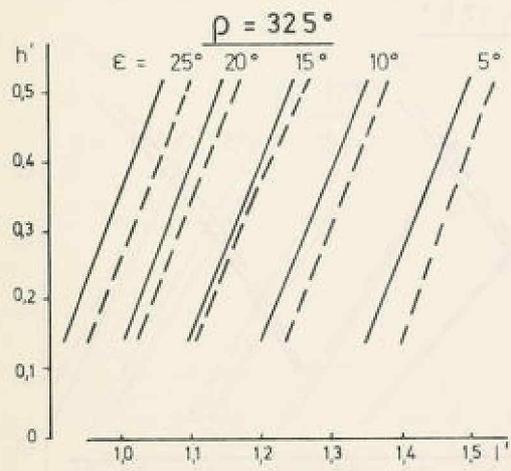
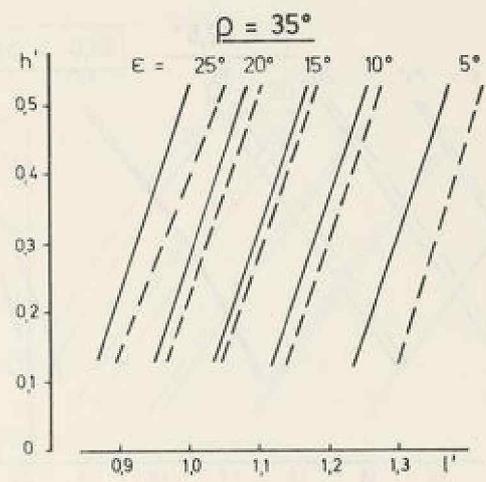
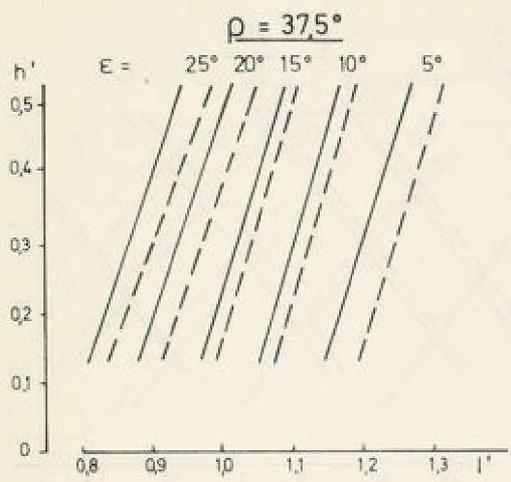
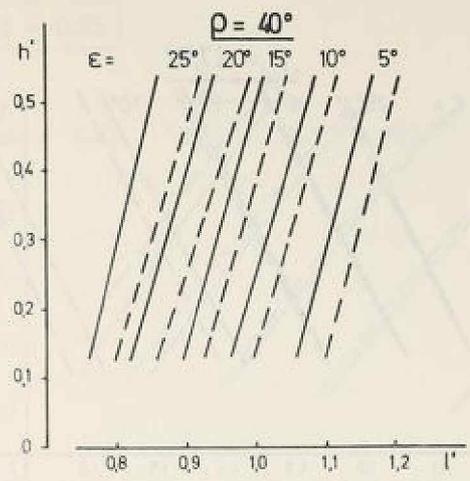
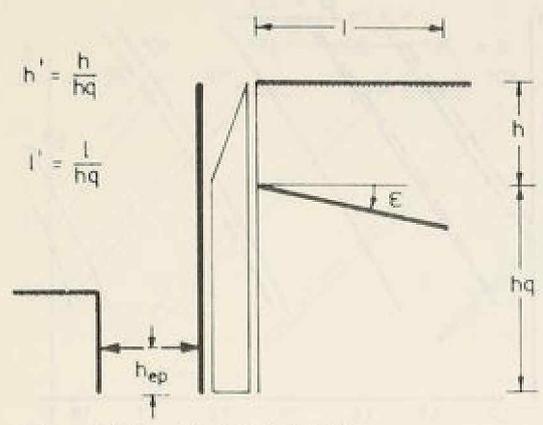


$$\Delta l = \frac{e}{4 \cdot \tan \rho}$$

**BILD 5.1**

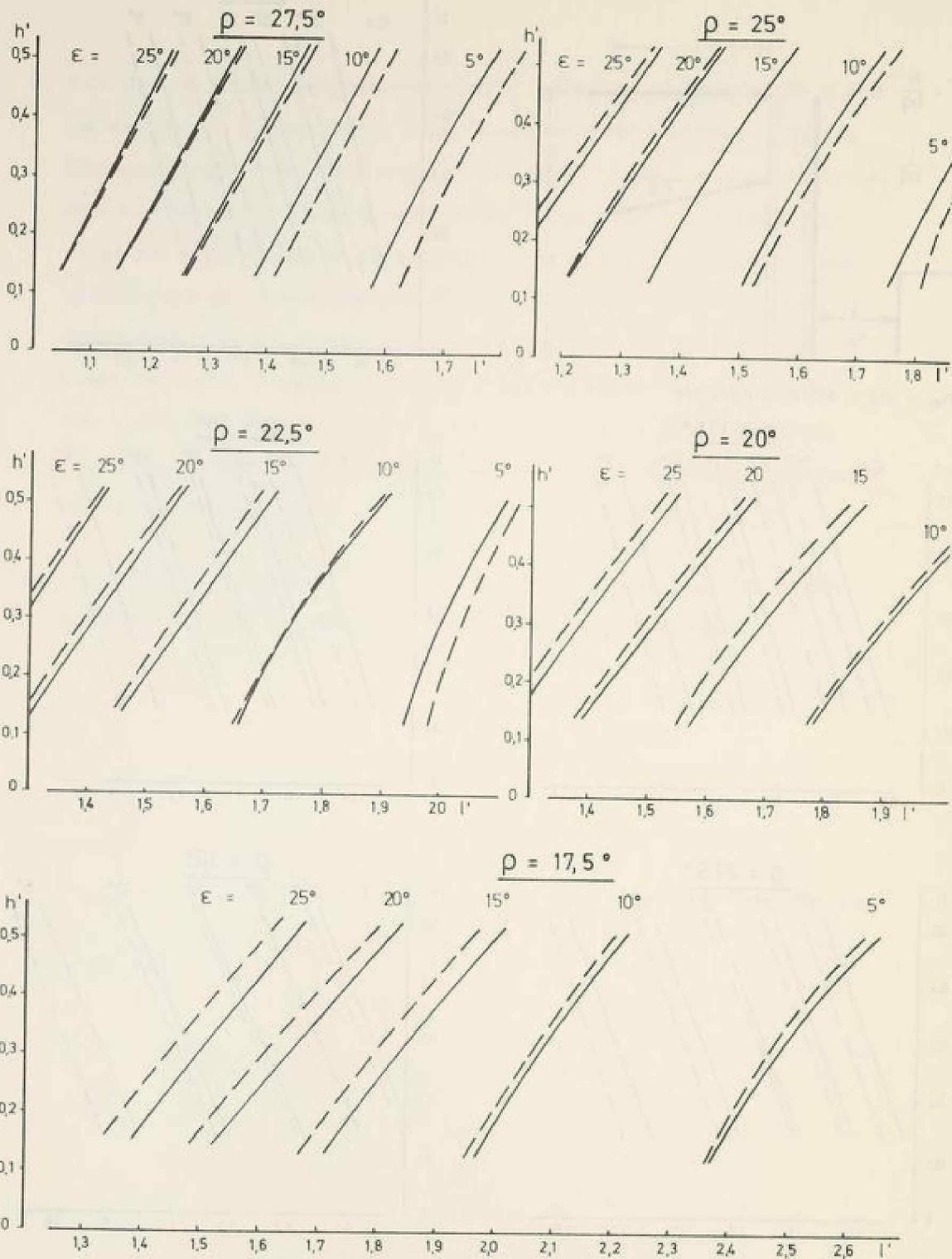
Erforderlicher Zuschlag zur theoretischen Ankerlänge

9. Für die im Boden eingespannte oder teilweise eingespannte Wand ist ein Bruch in der tiefen Fuge weniger wahrscheinlich. Diese Einspannungsgrade sind in den Versuchen (Bild 3.5.1) in etwa bei den Aushubtiefen 5 und 6 vorhanden. Bruch kann nur auftreten, wenn die erforderliche Bewegung und Wandverformung zur Mobilisierung der Einspannkraft auf der passiven Seite so groß sind, daß in einer tiefen Fuge schon Bruch eintritt, also bei einer falschen Einschätzung des Erdwiderstandes. Für einen Nachweis der Standsicherheit in solch einem Fall verläuft die tiefe Fuge vom Ankerende bis zu einem kinematischen möglichen Punkt der Wand, näherungsweise dem Querkraftnullpunkt.
  
10. Der Nachweis der Standsicherheit in der hohen Fuge ist, insbesondere bei hoher Lage der Ankerkörper, zu erbringen.



**TAFELN 5.1** Erforderliche Ankerlänge unter Einhaltung der Sicherheit  $F = \text{mögl. A} / \text{vorh. A} = 1,5$

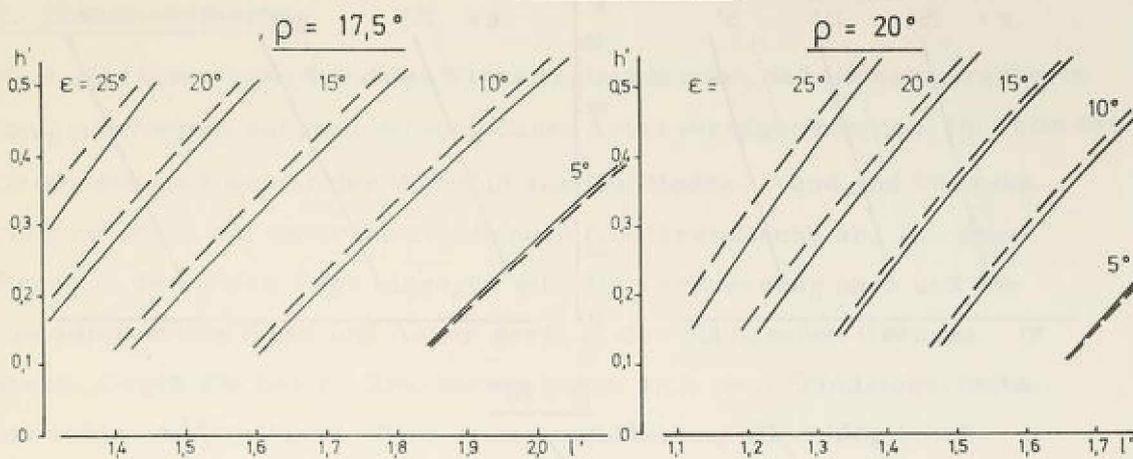
————— vertikal unnachgiebige Wand  
 - - - - - vertikal nachgiebige Wand



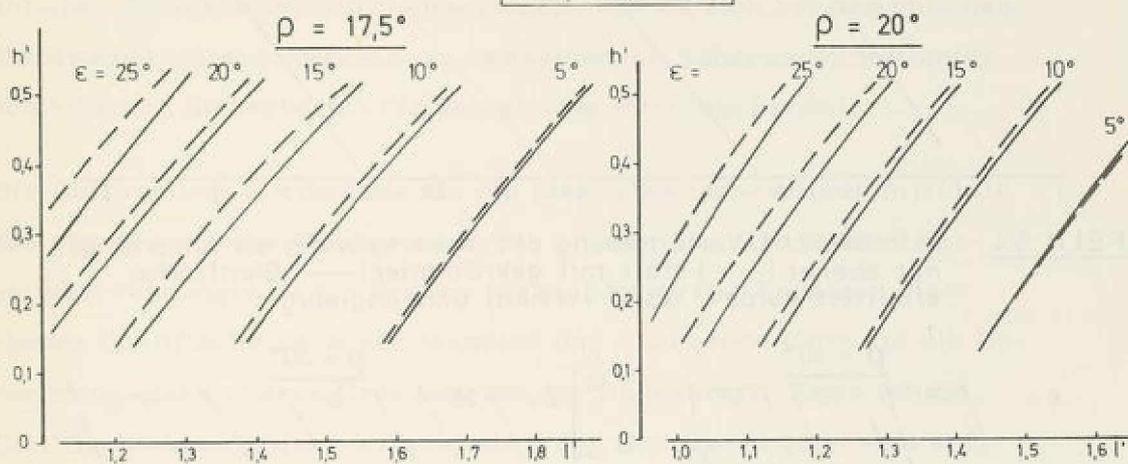
**TAFELN 5.2** Erforderliche Ankerlänge unter Einhaltung der Sicherheit  $F = \text{mögl. } A / \text{vorh. } A = 1,5$

————— vertikal unnachgiebige Wand  
 - - - - - vertikal nachgiebige Wand

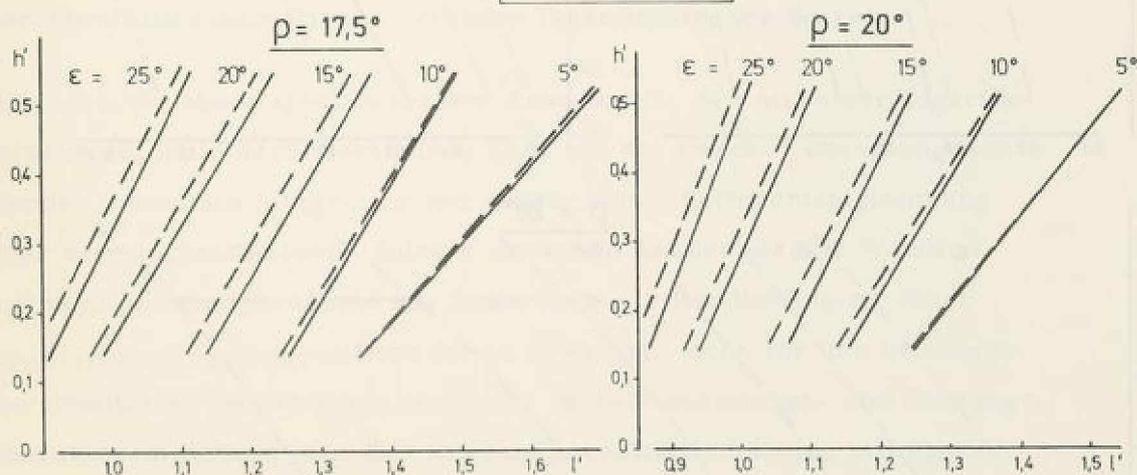
$c'/\gamma \cdot hq = 0,05$



$c'/\gamma \cdot hq = 0,10$

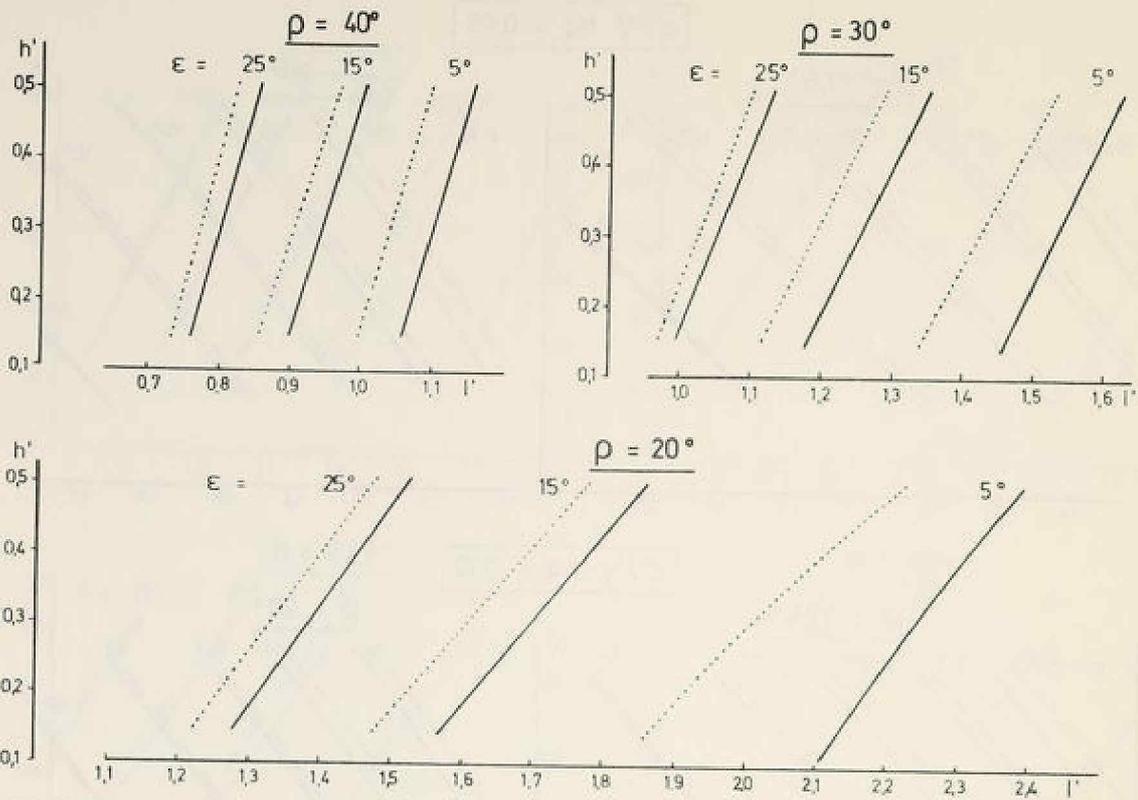


$c'/\gamma \cdot hq = 0,15$

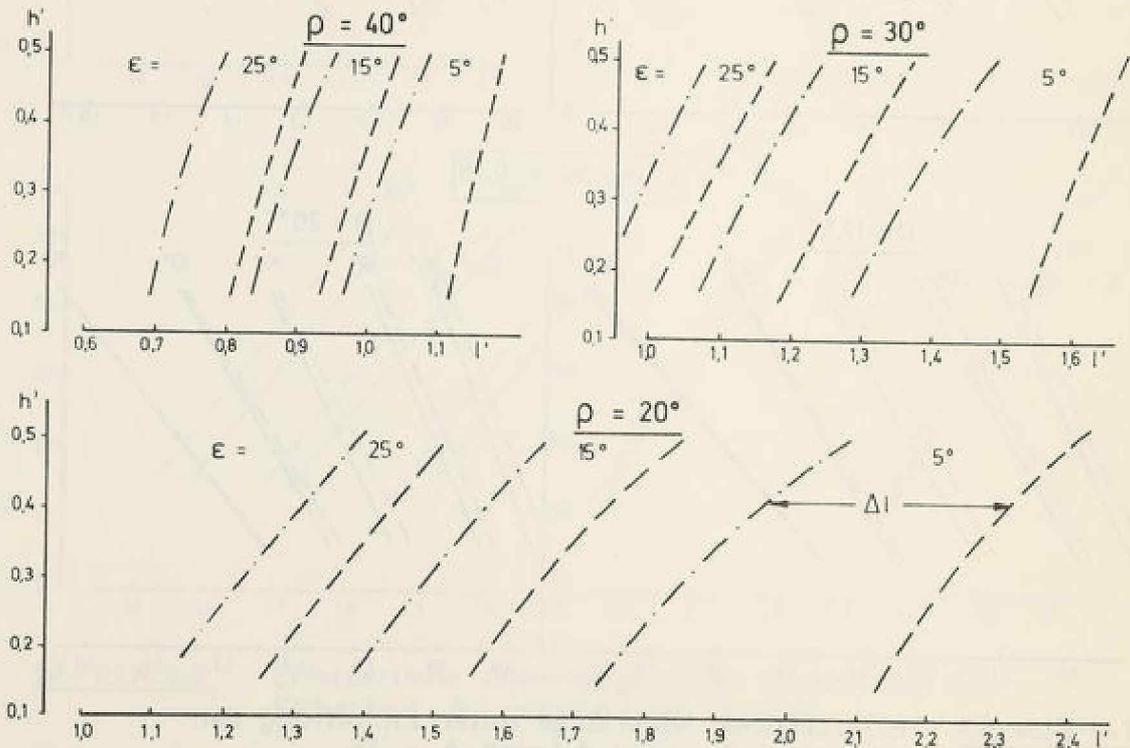


TAFELN 5.3 Erforderliche Ankerlänge unter Einhaltung der Sicherheit  $F = \text{mögl. } A / \text{vorh. } A = 1,5$

- vertikal unnachgiebige Wand
- - - - - vertikal nachgiebige Wand



**TAFELN 5.4** Erforderliche Verlängerung des Ankers, wenn die Ankerlänge mit ebener (.....) statt mit gekrümmter (—) Gleitfläche ermittelt wurde, Wand vertikal unnachgiebig



**TAFELN 5.5** Erforderliche Verlängerung des Ankers, wenn die Ankerlänge mit ebener (---) statt mit gekrümmter (—) Gleitfläche ermittelt wurde, Wand vertikal nachgiebig

## 6. Zusammenfassung

Nach dem bisherigen Stand des Wissens glaubte man, daß einfach verankerte Baugrubenwände auf zwei verschiedenen Arten versagen könnten. Im Falle des Geländebruchs weicht der Wandfuß aus und Boden, Wand und Verankerung rutschen auf einer durchgehenden Gleitkreisfläche ab. Bei dem Bruch in der tiefen Fuge hingegen gibt die Verankerung nach und der Boden zwischen Wand und Anker gerät in den plastischen Grenz- zustand. Gegen die beiden Brucharten haben sich zwei Standsicherheits- nachweise eingebürgert. Eine Zusammenstellung aller möglichen Nachweise und die Vergleichsrechnungen mit den in beiden Verfahren üblichen Sicherheitsdefinitionen zeigen, daß es sich bei den üblichen Standsicherheitsnachweisen um verschiedene Näherungen mit unter- schiedlichen Sicherheiten für das gleiche Problem handelt.

Die Betrachtung des Bodens als ein ideal plastisches Medium, für das das assoziierte Fließgesetz gilt, erlaubt es, alle Standsicher- heitsberechnungen in ein System einzuordnen. Die Annahme einer ebenen Gleitfläche zwischen Wandfuß und Ankerende führt auf die Be- rechnung eines oberen Grenzwertes der Ankerkraft. Zwar ist die Gleitfläche kinematisch korrekt, aber der Grenzwert kann weit auf der unsicheren Seite liegen. Dies zeigt die Vergleichsrechnung mit der ebenfalls kinematisch korrekten logarithmischen Spirale.

Der kleinste obere Grenzwert der Ankerkraft, der mit einer logarith- mischen Spirale berechnet wird, kann als die exakte Lösung angesehen werden, denn die Integration der Kötter'schen Differentialgleichung über eine logarithmische Spirale zwischen Ankerende und Wandfuß mit dem Spannungszustand am Ankerende als Randbedingung führt zu gleichen Ergebnissen. Dies ist zu erwarten, denn für den betrachte- ten Idealboden ist die logarithmische Spirale spannungs- und dehnungs- charakteristische Linie. Die Standsicherheitsberechnung mit einem Gleitkreis ist zwar für einen idealen Reibungsboden kinematisch nicht korrekt, jedoch zeigen die Vergleichsrechnungen nach dem Extremal-

prinzip fast völlige Übereinstimmung mit dem kinematisch exakten kleinsten oberen Grenzwert.

Demnach hat die im theoretischen Konzept, insbesondere für den Beweis der Grenzwertsätze wichtige Dilatanz des Bodens für praktische Berechnungen in dem vorliegenden Problem keine Bedeutung. Dies ist wichtig, denn die wirklichen Böden zeigen nur sehr geringe und außerdem während des Bruches veränderliche Dilatanz.

Entsprechend den Grenzwertsätzen der Plastizitätstheorie wird auch ein unterer Grenzwert der Ankerkraft berechnet. Die Lösung ist sehr aufwendig und liegt etwas auf der sicheren Seite, so daß von ihr kein weiterer Gebrauch gemacht wird. Das Verfahren ist nicht problemspezifisch und kann, nachdem seine Zuverlässigkeit und seine Grenzen in dieser Arbeit durch Vergleichsrechnungen und Modellversuche aufgezeigt wurden, auf geeignete Probleme angewandt werden.

Die theoretischen Betrachtungen geben Auskunft über die kritische Gleitfläche. Außerdem zeigt der Spannungszustand, der zu dem unteren Grenzwert der Ankerkraft gehört, wie die Ankerkraft abgetragen wird und wie es zu einer Erhöhung und Umlagerung des Erd- druckes gegenüber dem Rankinefall kommt. Jedoch kann danach nicht wirtschaftlich das Ausmaß der Erddruckerhöhung angegeben werden, da die idealplastischen Methoden die Verformungen und das Bauverfahren nicht berücksichtigen. Entsprechend können auch keine Angaben gewonnen werden, ob in einer Standsicherheitsberechnung der Schnitt zwischen der Wand und dem aktiven Boden gelegt werden soll oder besser der gesamte Boden zu betrachten ist.

Daher werden Modellversuche mit einer biegeweichen Wand durchgeführt. Die Wand ist so gelagert, daß beide Arten des Versagens möglich sind. Der Aushub, die Verankerung und das Vorspannen erfolgen so, daß sie für eine Baugrubenwand möglichst wirklichkeitsgetreu sind. Der Erddruck und -widerstand, die Ankerkraft, die Wandrei-

bung und die Wandbewegung werden in allen Bauzuständen gemessen. Auch im Grenzzustand des Systems wirkt auf die Wand ein größerer als der aktive Erddruck. Der Schwerpunkt der Erddruckfläche liegt außerdem höher als ein Drittel der Wandhöhe. Der Bruch erfolgt durch Aushub, d. h. Verringerung der Fußstützkraft. Trotzdem tritt eine nach oben gekrümmte Gleitfläche und kein Geländebruch auf, was mit den theoretischen Erkenntnissen übereinstimmt. Da die Scherfestigkeit in der tiefen Fuge schon ausgenutzt wird, bevor die Bewegungen ausreichen den Erdwiderstand voll zu mobilisieren, wird vorgeschlagen, den Standsicherheitsnachweis für den aktiven Fall mit  $F = \text{möglich Ah} / \text{vorhanden Ah} = 1,5$  zu führen und die Sicherheit für das Erdauflager je nach zulässiger Bewegung eventuell größer zu wählen. Für diesen Standsicherheitsnachweis sind Art und Ausmaß der Verspannung zwischen Wand und Anker von Bedeutung. Dazu wird ein Vorschlag gemacht, der auf den Versuchsergebnissen beruht.

Durch ausführliche Untersuchungen im Rahmen der Plastizitätstheorie und in Modellversuchen wird ausreichend Klarheit gewonnen, um einen einzigen Standsicherheitsnachweis vorzuschlagen.

Es wird ein Programm vorgestellt, das es erlaubt, die Standsicherheit einer verankerten Baugrubenwand für baupraktische Verhältnisse wirklichkeitsnah zu berechnen. In Tafeln, die auf der Auswertung des Programmes für homogenen Boden beruhen, kann die erforderliche Ankerlänge unter Einhaltung 1,5-facher Sicherheit unmittelbar abgelesen werden.

Literaturverzeichnis

- (1) J. Brinch Hansen  
"Earth Pressure Calculation"  
Kopenhagen 1953, The Danish Technical Press
- (2) W. Buchholz  
"Erdwiderstand auf Ankerplatten"  
Jahrbuch der HTG, 1930/31
- (3) E. H. Davis  
"A Discussion of Theories of Plasticity and Limit Analysis  
in Relation to the Failure of Soil Masses"  
5. Australien Conf. Soil Mech. a. Foundation Eng. 1967
- (4) D. C. Drucker, W. Prager  
"Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design"  
Q. Appl. Math. 1952, Vol. , No. 2
- (5) D. Drucker, W. Prager, H.J. Greenberg  
"Extended Limit Design Theorems for Continuous Media"  
Q. Appl. Math., 1952, Vol. IX, No. 4
- (6) "Empfehlungen des Arbeitsausschusses Ufereinfassungen"  
Berlin 1964, W. Ernst u. Sohn
- (7) W. Fellenius  
"Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion"  
Berlin 1948, W. Ernst u. Sohn
- (8) E. Franke  
"Neuere Erkenntnisse über das Stoffverhalten in der  
Bodenmechanik"  
Die Bautechnik, Heft 4, 1972
- (9) G. Gudehus  
"Ein statisch und kinematisch korrekter Standsicherheitsnachweis  
für Böschungen"  
Baugrundtagung Düsseldorf 1970

- (10) G. Gudehus  
"Lower and Upper Bounds of Stability of Earth-Retaining Structures"  
Madrid 1972, Proc. 5th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering
- (11) T. H. Hanna, G. A. Matallana  
"The Behavior of Tied-back Retaining Walls"  
Canadian Geotechnical Journal, 7, 372, 1970
- (12) H. Homberg  
"Graphische Untersuchung von Fangedämmen und Ankerwänden"  
Mitt. a. d. Geb. d. Wasserbaus u. d. Baugrundforschung,  
H. 8, Berlin 1938
- (13) R. Jelinek / H. Ostermayer  
"Zur Berechnung von Fangedämmen und verankerten Stützwänden"  
Die Bautechnik, 1967, Heft 5 und 6
- (14) F. Kötter  
"Die Bestimmung des Drucks an gekrümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck"  
Sitzungsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin 1903
- (15) E. Kranz  
"Über die Verankerung von Spundwänden"  
Mitt. a. d. Geb. d. Wasserbaus u. d. Baugrundforschung,  
H. 11, Berlin 1940
- (16) Krey, H.  
"Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes"  
Berlin 1936, W. Ernst u. Sohn
- (17) Lion Finn  
"Applications of Limit Plasticity in Soil Mechanics"  
J. ASCE, Vol. 93, No. SM 5, Sept. 1967
- (18) J. Lysmer  
"Limit Analysis of plane Problems in Soil Mechanics"  
J. ASCE, SM 4, July 1970

- (19) A. Ranke, H. Ostermayer  
"Beitrag zur Stabilitätsuntersuchung mehrfach verankerter  
Baugrubenumschließungen"  
Die Bautechnik, Heft 10, 1968
- (20) H. Reißner  
"Zum Erddruckproblem"  
Sitzungsbericht der Berliner Mathematischen Gesellschaft,  
Berlin 1924
- (21) M. Ritter  
"Zur Theorie des Erddruckes auf Stützmauern"  
Schweizerische Bauzeitung, 1910
- (22) K. H. Roscoe  
"The Influence of Strains in Soil Mechanics"  
Geotechnique XX, 2 (1970)
- (23) A. Schofield, P. Wroth  
"Critical State Soil Mechanics"  
London 1968, Mc Grow-Hill
- (24) V. V. Sokolovski  
"Statics of Soil Media"  
London 1960, Butterworth
- (25) D. Stavropoulos  
"Ein Beitrag zur Frage der Verankerung von Stützwänden  
durch Injektionsanker"  
Die Bautechnik, Heft 8, 1972
- (26) E. Stiefel  
"Einführung in die numerische Mathematik"  
Stuttgart 1961, Teubner
- (27) "Umdruck Bodenmechanik"  
Lehrstuhl für Bodenmechanik u. Grundbau, TH Darmstadt

- (28) J. Verdeyen, I. Nuyens  
"Calcul des rideaux d'ancrage de palplanches"  
Proc. VI Int. Conf. Soil Mech. a. Foundation Eng.,  
Toronto 1965
- (29) U.G. Vollenweider  
"Beitrag zur Behandlung bodenmechanischer Grenzwertprobleme  
nach der Plastizitätstheorie"  
Institut für Baustatik, ETH Zürich, 1969
- (30) R. Wanoschek  
"Der Einfluß von Fundamentlasten auf die Größe und Vertei-  
lung des Erddruckes auf biegsame, abgesteifte Baugruben-  
wände"  
Dissertation TH Darmstadt, 1971
- (31) H.W. Wichert, W.D. Hoffmann  
"Stand sicherheitsuntersuchungen an einfach rückverankerten  
Baugrubenwänden"  
Studienarbeit SS 1972

## ANHANG

### Programm zur Berechnung der "Standsicherheit in der tiefen Fuge"

Das folgende Programm berücksichtigt die Erkenntnisse dieser Arbeit. Es ist nicht in einer Form für minimale Rechenzeit oder minimalen Speicherbedarf dargestellt, sondern so, daß der Gang der Rechnung in Verbindung mit den Bezeichnungen der Bilder A1 - A4 verständlich bleibt.

#### A1. Bodenprofil

- 1.1 Das Bodenprofil muß derart vereinfacht werden, daß die Schichten horizontal verlaufen.
- 1.2 In den Höhen des Ankerendes, des Grundwasserspiegels und des Wandfußes müssen Schichtgrenzen vorgegeben werden.
- 1.3 Für den Boden unter dem Grundwasserspiegel ist das Raumgewicht unter Auftrieb anzugeben.
- 1.4 In den Bereichen, die in Bild A4 schraffiert sind, wird bei der Ermittlung des Scherwiderstandes in der Gleitfläche kein Schichtwechsel berücksichtigt.

#### A2. Auflasten

- 2.1 Es werden vor und hinter der durch das Ankerende verlaufenden Ersatzwand unterschiedliche Gleichflächenlasten ( $P_A$ ,  $P_{AN}$ ) berücksichtigt. Der Erddruck in der Ersatzankerwand wird stets mit der größeren Auflast ermittelt.
- 2.2 Streckenlasten ( $P$ ) können in beliebiger Zahl auch überlappend eingelesen werden. Sie müssen jedoch zwischen Wand und Ankerende wirken.
- 2.3 Der Einfluß von Laststrecken auf den horizontalen Erddruck auf die Wand ( $EAHP$ ) und die Ersatzankerwand ( $EANP$ ) ist vorzugeben.

#### A3. Abmessungen

Die Wandtiefe, die Ankerlänge, die Ankerhöhe und -neigung müssen vorgegeben werden.

#### A. 4 Statik

4. 1 Die Höhe (HEP) der Erdauflagerkraft über dem Wandfuß muß vorgegeben werden.
4. 2 Die Horizontalkomponente des Erddruckes auf die Wand wird wahlweise für den Fall, daß der Boden sich mehr setzt als die Wand oder daß keine Relativbewegung auftritt, berechnet. Der Erddruck wird trapezförmig umgelagert. Wahlweise kann der Erddruck auch vorgegeben werden.
4. 3 Der für die speziellen Verhältnisse maßgebende mittlere Wandreibungswinkel muß vorgegeben werden.
4. 4 Die Berechnung der Standsicherheit  $F = \text{mögl. AH} / \text{vorh. AH}$  erfolgt mit den im Bild A1 gezeigten Kräften. Die Horizontalkomponenten des Wasserdruckes auf die beiden Seiten heben sich auf; die Vertikalkomponente ist durch das Raumbgewicht unter Auftrieb berücksichtigt. Die Gleitflächenreaktionskraft wird gemäß Bild A2 ermittelt.
4. 5 Der ungünstigste Gleitkreisradius wird nach dem Extremalprinzip aus zehn Radien, die zwischen den extremen gemäß Bild A3 liegen, ausgewählt.

#### A. 5 Es bleiben die folgenden wesentlich ingenieurmäßigen Arbeiten

5. 1 Generalisierung des Bodenprofils.
5. 2 Abschätzung des Erdauflagers nach den konstruktiven Gegebenheiten - Trägerbohlwand, Spundwand und nach zulässigen Bewegungen.
5. 3 Ermittlung des Einflusses von Fundamentlasten auf den Erddruck.
5. 4 Wahl des Wandreibungswinkels entsprechend der vertikalen Belastung aus Ankerneigung und Erddruck und gemäß der Tragfähigkeit der Wand, wobei ein wesentlicher Unterschied zwischen gerammten Spundwänden und I-Trägern in Bohrlöchern bestehen kann.
5. 5 Überprüfung der Standsicherheit in der hohen Fuge bei hochliegendem Ankerende.

A. 6 Dateneingabe

Es sind die Größen aus Bild A4 in folgender Reihenfolge einzulesen:

- NS Anzahl der Schichten
- NP Anzahl der Streckenlasten
- ST=1 Erddruck und Ankerkraft sind vorgegeben  
=0 Erddruck und Ankerkraft sind nicht vorgegeben
- STV=-1 Die Wand setzt sich weniger als der Boden  
=+1 Keine Relativbewegung zwischen Wand und Boden
- H, HQ, L, EPS<sup>0</sup>, TGWP, TGW, HEP, PA, PAN, HS, GAMA, RHO, C für jede Schicht, von oben beginnend
- GAMA, RHO, C für den Boden unterhalb des Wandfußes
- EANP, TEANP, EAH, HEAH
- XP, LP, P für NP Streckenlasten
- EAH, HEA, AHV wenn ST = 1
- TANDE Tangens des wirksamen mittleren Wandreibungswinkels, i. A. 0 - tan (2/3 RHO)

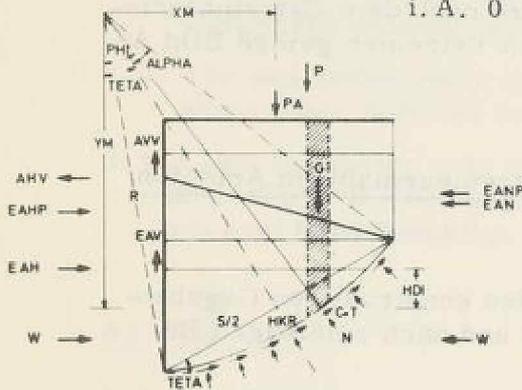


BILD A1 Kräfte am Bruchkörper

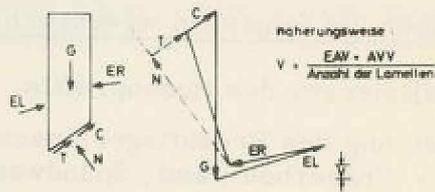


BILD A2 Ermittlung der Gleitflächenreaktionskraft lamellenweise aus der Bedingung IV = 0

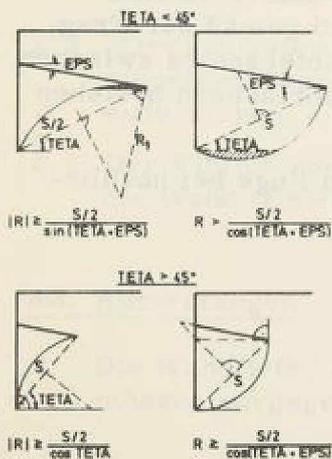


BILD A3 Beschränkungen der Gleitkreiskrümmung

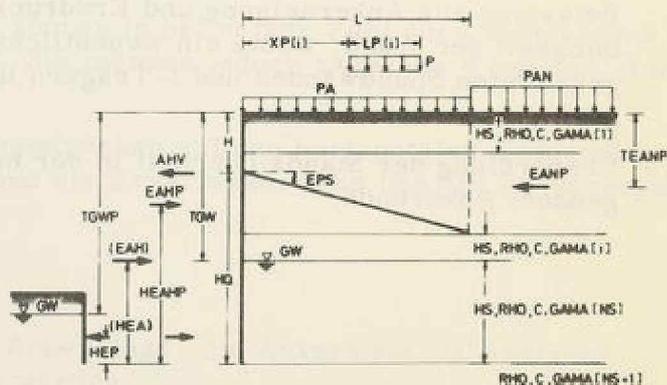


BILD A4 Eingabedaten

Standsicherheit einer verankerten Wand

integer : I, J, K, II, STV, ST, NS, NSA, NP  
 real : H, HQ, L, EPS, TGW, TGWP, HEP, HEA, EAH, EAN, EAHP, TEAHP, TEAN, PA, PAN  
 TA, EW, AHV, AHM, F, TANDE

NEU  
 DAY

lies : NS, NP, STV, ST, H, HQ, L, EPS, TGWP, TGW, HEP, PA, PAN

real : M, T, V, VAN, LAMBDA, LAMB, A, B, D, EO, EU, G  
 array : HS, GAMA, RHO, C [1: NS+1], P, XP, LP [1: NP+1]

< PA - PAN >  
 [VAN = PAN] [VAN = PA]  
 TA = L · tan EPS  
 I = 1(1) NS

Erddruckberechnung

lies : HS, GAMA, RHO, C (1)  
 A = sin RHO (1)  
 D = 0  
 LAMB = LAMBDA = (1-A)/(1+A)  
 < STV = 1 > D = cos (2/3 RHO (1))  
 LAMB = (1 - A · A) / (D · (1 + sqrt (sin (RHO (1)) / 3) · A / D)) # 2  
 F = 2 · C (1) · sqrt LAMB  
 A = 2 · C (1) · sqrt LAMBDA  
 EO = V · LAMB - F  
 B = HS (1)  
 < T - TGW > V = V · B · GAMA (1)  
 V = V · B · GAMA (1) - B  
 EU = V · LAMB - F  
 EAH = EAH + (FO · EU) / 2 · B · D  
 T = T · B

Erddruck in der Ersatzankerwand

< T - H · TA + B / 20 >  
 EO = VAN · LAMBDA - A  
 VAN = VAN + GAMA (1) · B  
 EU = VAN · LAMBDA - A  
 EAN = EAN + (EO + EU) / 2 · B  
 M = M + EO · B · (T - B / 2) + (EO · EU) · B / 2 · (T - B / 3)  
 NSA = 1

< EAN = 0 > EAN = 0

lies : GAMA, RHO, C (NS + 1)  
 B = H · HQ · TGWP  
 A = TGWP - TGW  
 < TGW = H + HQ > EW = A · (A / 2 + B)  
 EW = 0

lies : EAHP, HEAHP  
 EAN = EAN + EAHP  
 M = M + EAHP · HEAHP  
 TEAN = M / EAN  
 HEA = (HQ · HQ + H · (3 · HQ + H)) / 3 / (2 · HQ + H)

lies : EAHP, HEAHP  
 AHV = EAH · (HEA - HEP) / (HQ - HEP)  
 + EW · ((B · B + A · (B + A / 3)) / (2 · B + A) - HEP) / (HQ - HEP)  
 + EAHP · (HEAHP - HEP) / (HQ - HEP)

drucke : EAH, EW, AHV, EAN

< NP = 0 > ja NP = 1  
 XP (1) = LP (1) = P (1) = 0  
 nein I = 1(1) NP lies : XP (1), LP (1), P (1)

< ST = 1 > ja lies : EAH, HEA, AHV

lies : TANDE  
 Geometrie der kreisförmigen tiefen Fuge

integer : ALA  
 real : TETA, RR, S, ALPHA, HKR, XM, YM, X, Y, XX, YY, PHI, BB, HDI, PP, XNS, C  
 array : R, AHMV (1:10)  
 TETA = arc tan ((HQ - TA) / L)  
 S = L / cos TETA  
 R (1) = 1 - L / (2 · cos TETA · cos (TETA + EPS))  
 R (2) = 1,4 · R (1)  
 R (3) = 2 · R (1)  
 R (4) = 3 · R (1)  
 R (5) = 5 · R (1)

$\langle \text{TETA} = 45^\circ \rangle$   $\rightarrow$   $\text{R(6)} = -L/2 / \cos \text{TETA} / \cos \text{TETA}$   
 $\text{R(7)} = 14 \cdot \text{R(6)}$   $\text{R(6)} = -L/2 / \cos \text{TETA} / \sin (\text{TETA} + \text{EPS})$   
 $\text{R(8)} = 2 \cdot \text{R(6)}$   
 $\text{R(9)} = 3 \cdot \text{R(6)}$   
 $\text{R(10)} = 6 \cdot \text{R(6)}$

$\text{II} = 1(1)10$  10 Gliedkreise

$\text{RR} = \text{R}(\text{II})$   
 $\text{M} = 0$   
 $\text{ALPHA} = \arcsin(S/2/RR)$   
 $\text{HKR} = \text{RR} - \text{RR} \cdot \cos \text{ALPHA}$   
 $\text{XM} = (\text{RR} - \text{HKR}) \cdot \sin \text{TETA}$   
 $\text{YM} = (\text{RR} - \text{HKR}) \cdot \cos \text{TETA}$   
 $\text{YY} = \text{YM} + \text{HQ}/2 - \text{TA}/2$   
 $\text{PHI} = \arccos(\text{YY}/RR)$   
 $\text{XNS} = \text{RR} \cdot \sin \text{PHI}$

$\text{K} = \text{NS}(-1)\text{NSA} + 1$

$\text{Y} = \text{YY}$   
 $\text{PHI} = \arccos(\text{Y}/RR)$   
 $\text{X} = \text{RR} \cdot \sin \text{PHI}$   
 $\text{YY} = \text{YY} - \text{HS}(\text{K})$   
 $\text{PHI} = \arccos(\text{YY}/RR)$   
 $\text{XX} = \text{RR} \cdot \sin \text{PHI}$   
 $\text{C} = \text{C}(\text{K})$   $\leftarrow$   $\text{ZUSA LA}$   
 $\text{BB} = \text{XX} \cdot \text{X}$   
 $\text{ALA} = \text{entier}(\text{BB}/(L/15))$   
 $\text{B} = \text{BB}/\text{ALA}$

$\text{J} = 1(1)\text{ALA}$  Moment einer Lamelle

$\text{A} = \text{X} \cdot (\text{J} - 05) \cdot \text{B}$   
 $\text{PHI} = \arcsin(\text{A}/RR)$   
 $\text{HDI} = \text{RR} \cdot \cos \text{PHI} - \text{YY}$   
 $\text{PP} = 0$

$\text{I} = 1(1)\text{NP}$

$\langle \text{A} - \text{XNS} \neq \text{XP}(\text{I}) \text{ und} \rangle$   
 $\langle \text{A} - \text{XNS} \neq \text{XP}(\text{I}) + \text{LP}(\text{I}) \rangle \rightarrow \text{PP} = \text{PP} + \text{P}(\text{I})$

$\text{G} = (\text{HDI} \cdot \text{GAMA}(\text{K}) + \text{PA} + \text{PP}) \cdot \text{B}$

$\langle \text{K} - 1 \rangle \rightarrow \text{I} = \text{K} - 1(-1)1 \quad \text{G} = \text{G} + \text{GAMA}(\text{I}) \cdot \text{HS}(\text{I}) \cdot \text{B}$

$\text{T} = (\text{G} - \text{AHV} \cdot \tan \text{EPS} - (\text{EAH} + \text{EAHP}) \cdot \text{TANDE} / (15 - \text{NS} + \text{NSA})$   
 $\quad - \text{B} \cdot \text{C} \cdot \tan \text{PHI} / (\cos \text{PHI} \cdot \text{ctan} \text{RHO}(\text{I}) + \sin \text{PHI})$

$\text{M} = \text{M} \cdot \text{G} \cdot \text{A} + (\text{T} + \text{C} \cdot \text{B} / \cos \text{PHI}) \cdot \text{RR}$

$\langle \text{K} = \text{NSA} + 1$   
 $\text{und} \langle \text{XM} \rangle < L/2 \rangle$

$\langle \text{RR} = 0 \rangle$   

$\text{K} = \text{NS} + 1$ $\text{Y} = \text{YM} + \text{HQ}/2 - \text{TA}/2$ $\text{YY} = \text{Y}$ $\text{XX} = -\text{XNS}$	$\text{K} = \text{NSA}$ $\text{YY} = \text{YY} - \text{HS}(\text{NSA})$ $\text{X} = \text{XX}$ $\text{XX} = -\text{X}$
---	---

 $\rightarrow \text{ZUSA LA}$

$\langle \text{K} - (\text{NS} + 1) \rangle = \text{K} = \text{NSA}$

$\text{AHMV}(\text{II}) = (\text{EAH} - (\text{YM} + \text{HQ}/2 - \text{TA}/2 - \text{HEA})$   
 $\quad + \text{EAHP}(\text{YM} + \text{HQ}/2 - \text{HEAHP} - \text{TA}/2)$   
 $\quad + (\text{AHV} \cdot \tan \text{EPS} - (\text{EAH} + \text{EAHP}) \cdot \text{TANDE}) \cdot (\text{XM} - L/2)$   
 $\quad - \text{EAN}(\text{YM} - \text{HQ}/2 - \text{H} - \text{TA}/2 - \text{TEAN})$   
 $\quad + \text{M}/(\text{YM} - \text{HQ}/2 - \text{TA}/2)$

$\text{AHM} = 100000$

$\text{I} = 1(1)10$

$\langle \text{AHM} - \text{AHMV}(\text{I}) \rangle \rightarrow \text{AHM} = \text{AHMV}(\text{I})$

$\text{F} = \text{AHM} / \text{AHV}$

drucke : AHM, F

NEU DAT

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau  
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Breth

- Nr. 1 Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteiften Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen Hochbauten  
Dr.-Ing. H. Sommer, Februar 1965
- Nr. 2 Aktuelle Probleme im Staudambau  
Veröffentlichungen in den Jahren 1966 und 1967
- Nr. 3 Über den Einfluß eines dünnwandigen, im Boden verlegten Rohres auf das Tragverhalten des Bodens  
Dr.-Ing. K. H. Schwinn, Januar 1968
- Nr. 4 Das Tragverhalten des Frankfurter Tons bei im Tiefbau auftretenden Beanspruchungen  
Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dipl.-Ing. E. Schultz Dipl.-Ing. D. Stroh, April 1970
- Nr. 5 Zur Frage der Erosionssicherheit unterströmter Erdstaudämme  
Dr.-Ing. K. Günther, Juni 1970
- Nr. 6 Ermittlung der rheologischen Zustandsgleichung eines Lehmes mit Hilfe einer neuentwickelten Versuchsanordnung  
Dr.-Ing. D. Fedder, Dezember 1970
- Nr. 7 Beiträge in den Jahren 1968 - 1970
- Nr. 8 Der Einfluß der Steifigkeit von Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton  
Dr.-Ing. H. Heil Juni 1971
- Nr. 9 Der Einfluß von Fundamentlasten auf die Größe und Verteilung des Erd- drucks auf biegsame, abgesteifte Baugrubenwände  
Dr.-Ing. H. R. Wanoschek, März 1972
- Nr. 10 Das Verformungsverhalten des Frankfurter Tons beim Tunnelvortrieb  
Dipl.-Ing. G. Chambosse, Februar 1972
- Nr. 11 Beiträge in den Jahren 1972-1973
- Nr. 12 Messungen an einer verankerten Baugrubenwand  
Dipl.-Ing. W. Romberg, Dezember 1973
- Nr. 13 Berechnung verankerter Baugruben nach der Finite Element Methode  
Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1974
- Nr. 14 Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens einfach verankerter Baugru- benwände  
Dr.-Ing. Gert-Peter Schmitt, Juli 1974

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

RESEARCH REPORT

BY

DR. J. H. GOLDSTEIN

AND

DR. R. M. MAYER

IN

COOPERATION WITH

THE NATIONAL BUREAU OF STANDARDS

WASHINGTON, D. C.

1954

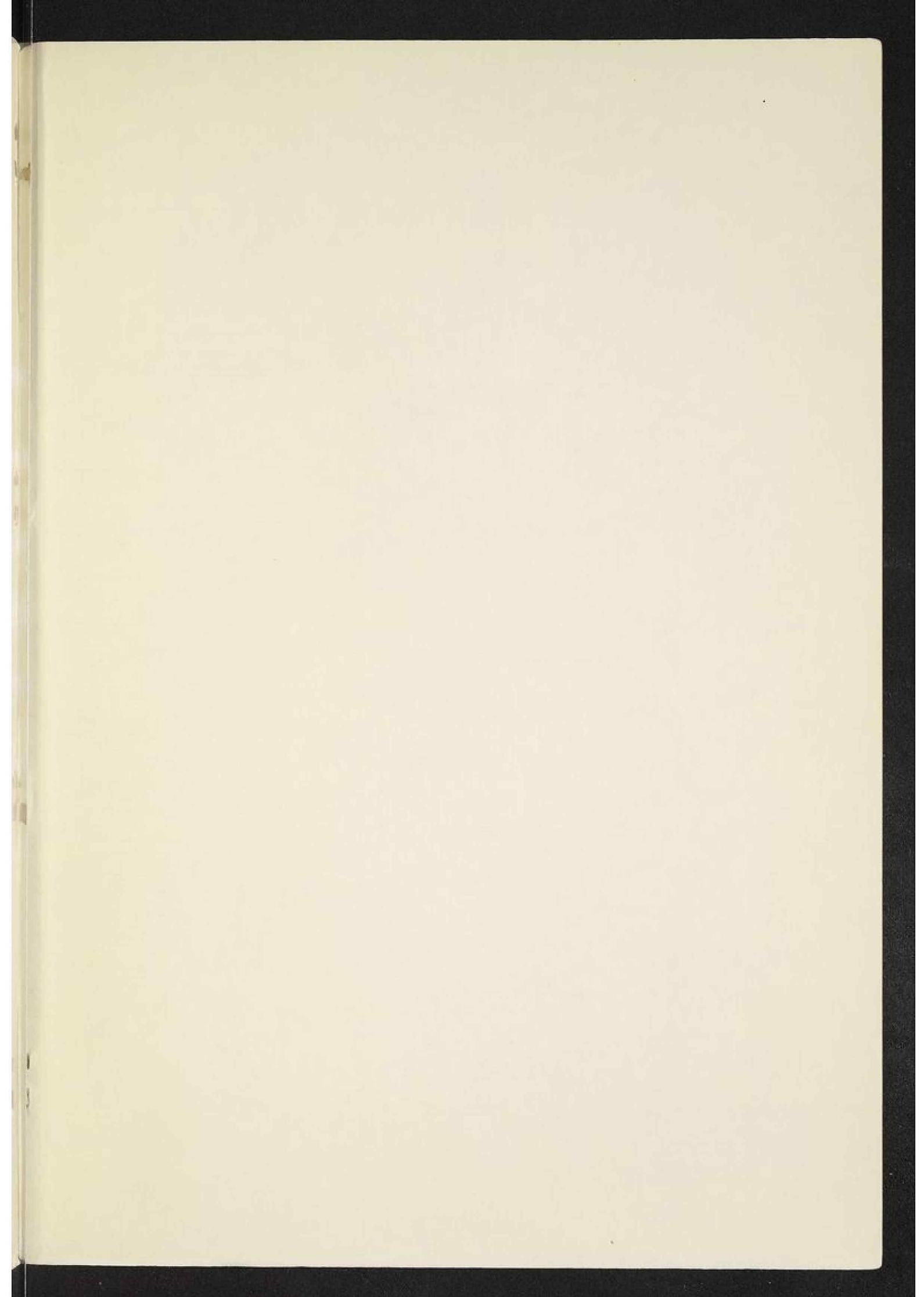
U. S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE

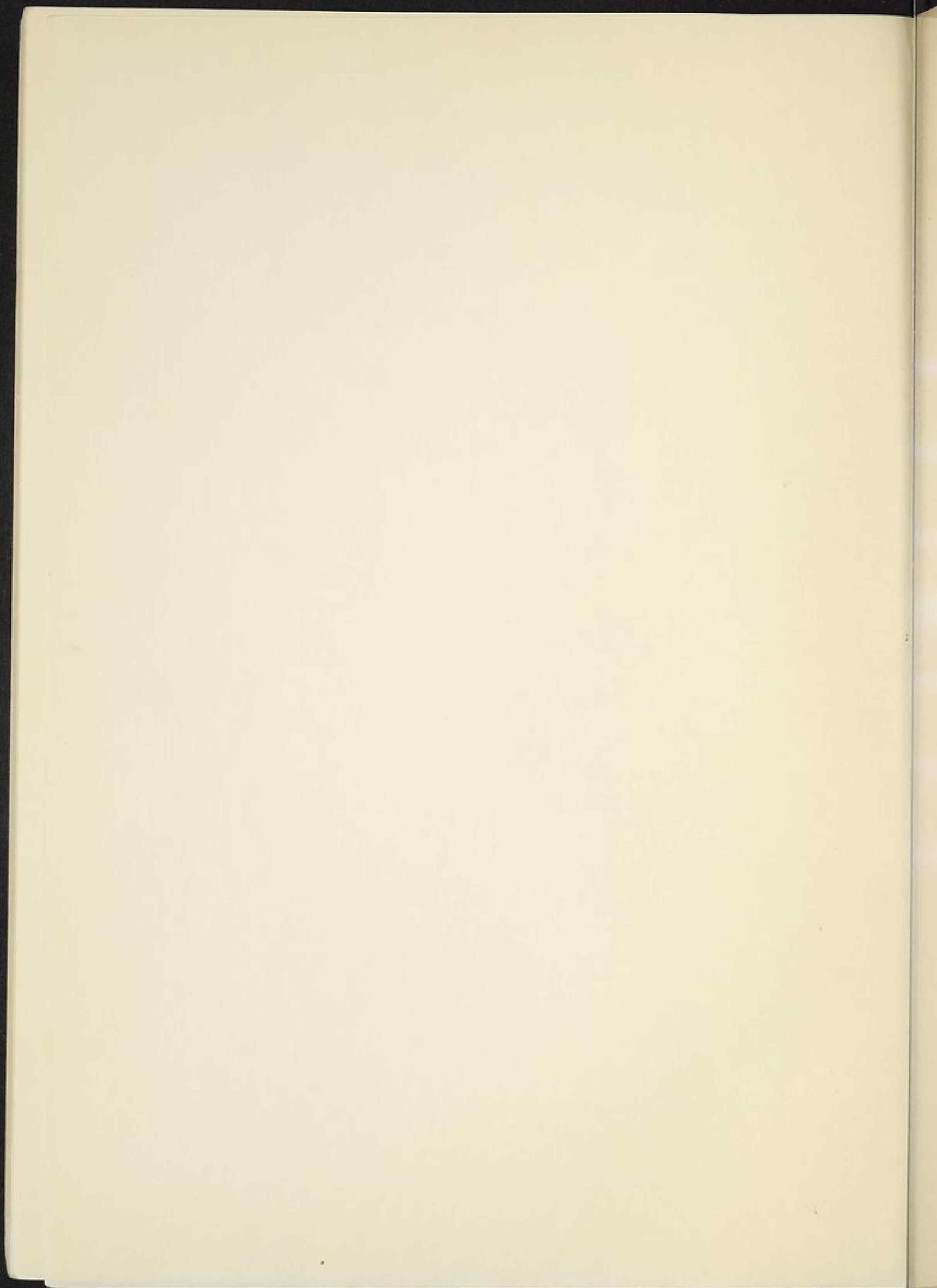
100-400000

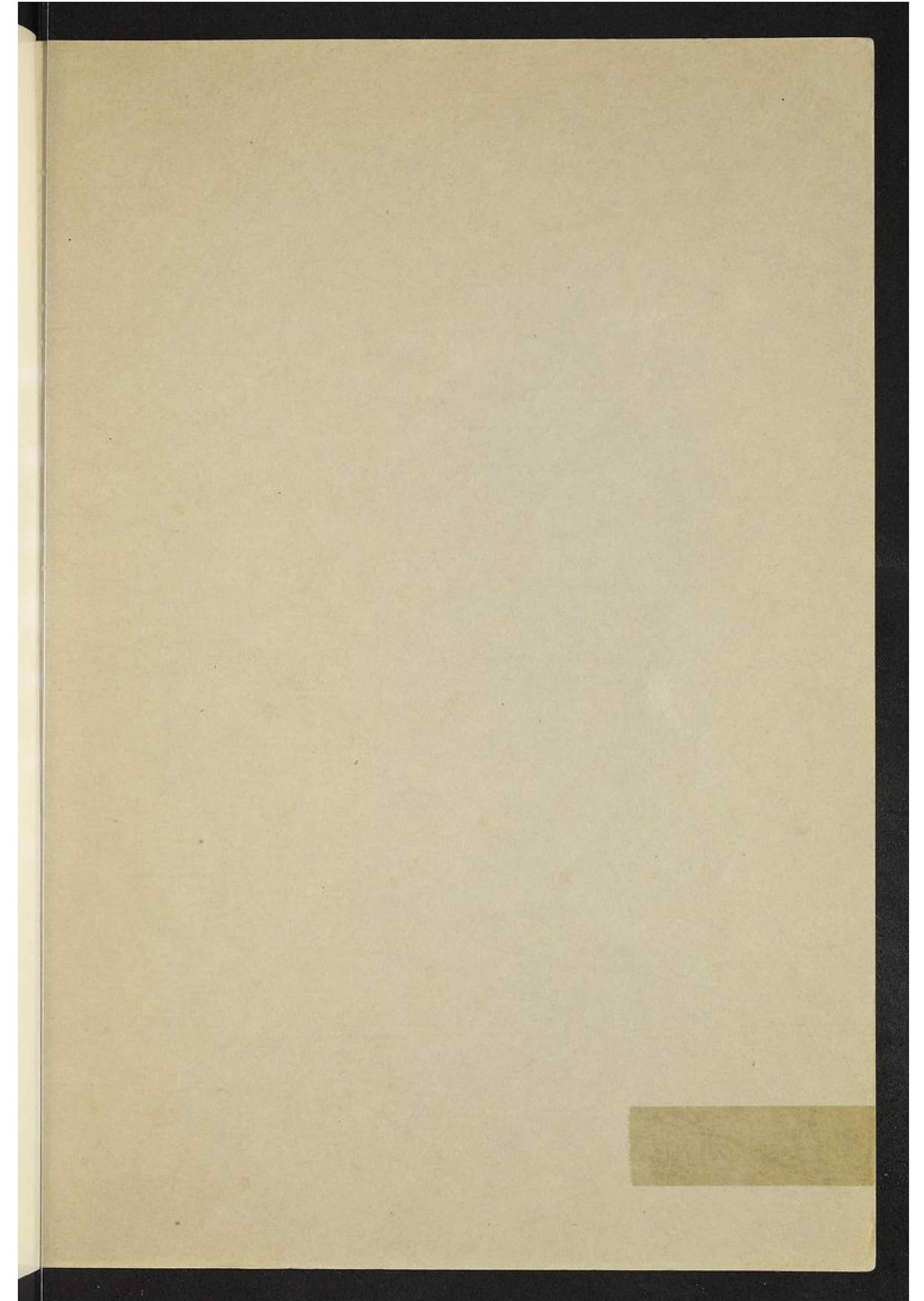
FOR SALE BY THE NATIONAL BUREAU OF STANDARDS

WASHINGTON, D. C.

1954







44131