



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

**Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik
der Technischen Universität Darmstadt**

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. Rolf Katzenbach und Prof. Dr.-Ing. Ulvi Arslan

**Vorträge zum Workshop Baugrund-Tragwerk-Interaktion
am 21. November 1997**

Zusammengestellt von Dipl.-Ing. Oliver Reul

Heft 38 · Darmstadt · November 1997



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

**Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik
der Technischen Universität Darmstadt**

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. Rolf Katzenbach und Prof. Dr.-Ing. Ulvi Arslan

**Vorträge zum Workshop Baugrund-Tragwerk-Interaktion
am 21. November 1997**

Zusammengestellt von Dipl.-Ing. Oliver Reul

Vorwort der Herausgeber

Mit dem Mitteilungsheft Nr. 38 publizieren das Institut und die Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Universität Darmstadt die Beiträge zum Workshop Baugrund-Tragwerk-Interaktion, der am 21.11.1997 an der Technischen Universität Darmstadt stattgefunden hat.

Seit Juni 1996 fördert die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) dankenswerterweise die Forschergruppe Baugrund-Tragwerk-Interaktion. Mitglieder der Forschergruppe Baugrund-Tragwerk-Interaktion sind die Professoren Arslan (Institut für Geotechnik), Ehlers (Institut für Mechanik (Bauwesen), Universität Stuttgart), Katzenbach (Institut für Geotechnik), Wörner (Institut für Statik) und Wriggers (Institut für Mechanik IV). Mit Beginn der zweiten Antragsphase ab Juli 1998 wird die Forschergruppe durch Prof. Meißner und Dr. Lämmer (Institut für Numerische Methoden und Informatik im Bauwesen) vervollständigt. Sprecher der Forschergruppe ist Professor Rolf Katzenbach. Das gemeinsame Ziel der einzelnen Forschungsvorhaben der Forschergruppe ist es, die Frage zu klären, in welchen Fällen und in welchem Umfang, d.h. mit welcher abstrahierenden Modellbildung die Baugrund-Tragwerk-Interaktion bei flach und tief gegründeten Tragwerken im Hinblick auf die Anforderungen an die Sicherheit und an die Wirtschaftlichkeit der Konstruktion betrachtet werden muß. Die Klärung dieser Frage wird entscheidend zum ressourcenschonenden und optimierten Entwurf von Gründungen und der aufgehenden Konstruktion beitragen.

Im Rahmen des Workshops wurde über die ersten Forschungsergebnisse der für einen Zeitraum von 6 Jahren angelegten Forschungen der Forschergruppe berichtet. Diese Beiträge und die Beiträge der Gastreferenten zeigen den hohen Stellenwert der Baugrund-Tragwerk-Interaktion in Wissenschaft und Praxis auch auf nationaler und internationaler Ebene.

Seit dem 1. Oktober 1997 führt unsere Universität auf Initiative unseres Präsidenten, Herrn Prof. Dr.-Ing. Johann-Dietrich Wörner, mit Zustimmung des Senats und des Konvents unserer Universität gemäß Erlaß des Hessischen Ministeriums für Wissenschaft und Kunst die Bezeichnung Technische Universität Darmstadt. Wir haben diese Namensfortschreibung zum Anlaß genommen, das äußere Erscheinungsbild unseres Mitteilungsheftes an diese Entwicklung anzupassen.

Allen, die zum Gelingen dieses Mitteilungsheftes und des Workshops Baugrund-Tragwerk-Interaktion beigetragen haben, sei an dieser Stelle ganz herzlich gedankt.

Rolf Katzenbach

Ulvi Arslan

Inhaltsverzeichnis	Seite
Andrew Hin Cheong Chan Numerical Modelling of Saturated Soil in Dynamic Soil-Structure Interaction	1
Bernardo Schrefler, V. Salomoni, Luciano Simoni Modelling of Soil Deformation Induced by Offshore and Onshore Gas Recovery	27
Konrad Zilch, Ralf Schneider Verfahren für die Beschreibung der Interaktion von Baugrund und Tragwerk	39
Ergün Togrol Modelling Interaction of Structures on Soft Soils	51
Wolfgang Ehlers, Peter Blome, Heiner Müllerschön Baugrund-Modellierung auf der Basis der Theorie Poröser Medien	65
Peter Wriggers, Anna Haraldsson Kontaktmodelle für die Interaktion Baugrund-Tragwerk	91
Rolf Katzenbach, Ulvi Arslan, Christian Moormann, Oliver Reul Studien zur Baugrund-Tragwerk-Interaktion	113
Johann-Dietrich Wörner, Dan Constantinescu, Rupert Pfeiffer Zeitabhängige Veränderung des Systems Bauwerk durch Änderung der Belastung und der Steifigkeiten des Überbaus während der Bauphase und danach	137
Joaquín Díaz, Udo Meißner, Lutz Lämmer Das objektorientierte geotechnische Modellierungssystem	151



Numerical Modelling of Saturated Soil in Dynamic Soil-Structure Interaction

Andrew Hin Cheong Chan

School of Civil Engineering, University of Birmingham, England

1 Abstract

This note presents a numerical method for the calculation of the overall behaviour of a non-trivial saturated soil/structure system. The numerical modelling of saturated soil is discussed in detail together with three comparisons with soil-structure physical experiments performed on various centrifuge facilities. The numerical procedure involves the Biot formulation which is the basic mathematical framework and the Finite Element method for discretisation. Displacement (u) and pore pressure (p) are the primary unknowns and an adequate constitutive relationship is used.

This combination has been shown to be adequate for a number of applications shown including a sand bed with overlying dyke, dry and submerged quay wall, and an Aluminium wall retaining saturated sand. Good comparisons have been obtained for this range of physical centrifuges tests. They also highlighted the need of good modelling for the soil-structure interface. Furthermore, the numerical procedure does not involve expensive computational resources. This computational efficiency would allow parametric studies to be performed which is essential for practical design process.

2 Introduction

Dynamic soil-structure interaction is one of the more complex problems in geotechnical engineering. There are two major difficulties to be dealt with in most problems; modelling the structure-soil interface and the non-linear effective stress behaviour. The modelling of the dynamic behaviour of the structure is less demanding but it still poses problems in some unexpected ways.

For most dynamic soil-structure interaction problems, the structure can be considered essentially as a single phase material. With its relative high stiffness, the structure could be modelled as a linear elastic perfectly plastic material. In some of the problems such as the concrete dyke on soil foundation considered in this note, the structure can be modelled as a rigid block with no deformation to be considered. However, for problems where bending is important such as retaining wall, quadratic finite element is required to permit sufficient flexural flexibility in the structure. Under most practical circumstance, the hysteretic damping found in the soil should dominate the energy dissipation characteristic of the soil-structure system. However, if the motion in the structure is relatively large, substantial energy may be dissipated within the structure. If this dissipation is not accounted for within the analysis, the displacement and acceleration of the system would be overestimated.

It is common in most static soil-structure interaction problem to consider the soil as springs similar to that of Winkler foundation. However, this approach is inadequate for some steady state problems and this is even more pronounced for dynamic problems. The main reason is that the stiffness and damping characteristic of the soil is highly non-linear and dependent on strain level. They are also inter-related and should not be simplified into a non-linear elastic stiffness and viscous damping coefficient. The modelling of soil is further complicated by the fact that soil is a two-phase material and if partially saturated, a three-phase material of solid, water and air. For simplicity, only fully saturated soils will be considered hereinafter in this note.

2.1 Behaviour of saturated soils

Saturated soils and other two phase media have been the subject of much investigation both experimentally and numerically over a number of years. Soils in particular have received considerable attention because of the vital role they play in foundations, dams, dykes and pavement construction. The interaction of soil and pore fluid can be strong enough, due to the build up of the pore pressure, to lead to a catastrophic material softening, a phenomenon known as liquefaction, which occurs frequently in saturated loose granular material under earthquake and other dynamic loading such as blasting. The potential consequences of liquefaction can be illustrated by the near collapse of the Lower San Fernando dam near Los Angeles during the 1971 earthquake. This failure fortunately did not involve any loss of life as the level to which the dam “slumped” still contained the reservoir. Had this been but a few feet lower, the over-topping of the dam would indeed have caused a major catastrophe with the flood hitting a densely populated area of Los Angeles.

A further example to highlight the difference between the typical behaviour of soil and structure is the response of a series of residential buildings in Niigata, Japan during the 1964 earthquake. The buildings have mostly survived the earthquake sustaining minimal

structural damages and some have even been jacked back into vertical to be reused after the earthquake. However, their foundations have completely liquefied leading to sinking and tilting of a number of them.

It is evident that the examples quoted above involved the interaction of pore water pressure and the soil skeleton. Perhaps the particular feature of this interaction however escapes immediate attention. This feature relates to the “weakening” of the soil-fluid composite during the cyclic motion such as that which is involved in an earthquake. However it is this rather than the overall acceleration forces which caused the slumping of the Lower San Fernando dam. What appears to have happened here is that during the motion the interstitial pore pressure increased thus reducing the inter-particle forces in solid phase of the soil and causing a loss of strength. Therefore it is unsafe to separate the behaviour of structure and soil in a soil-structure interaction problem.

A qualitative, and if possible quantitative prediction of the phenomena leading to permanent deformation or unacceptably high build up of pore pressures, is therefore essential in order to guarantee the safe behaviour of such structures. In the analysis of such dynamic behaviour, the usual decoupled and factor of safety approach may not be most appropriate.

For very slow phenomena with adequate drainage, drained static behaviour can be assumed. The behaviour of the two phases, i.e. soil skeleton (the deformable porous solid) and water (the incompressible pore fluid), decouples and solutions can be found separately for the soil skeleton and pore fluid via usual mechanics and effective stress principles even for non-linear problems. On the other hand, if the loading is applied very rapidly and drainage is prevented, an assumption of undrained conditions can be made and the pore pressure can be calculated via the Bulk modulus of the fluid and again a single set of field equations need to be solved. However, under transient consolidation and dynamic conditions, such decoupling does not occur.

Furthermore, let us return to the example of the Lower San Fernando dam. According to the strict sense of factor of safety on force equilibrium, the dam has failed because a substantial part of the upstream side of the dam has collapsed and slid into the reservoir. This would be the result if a Newmark type sliding block analysis had been performed implying that the action due to the earthquake loading exceeded the shear resisting capacity of the soil. However, because the motion was arrested, a complete failure did not occur.

The designer can demand that the factor of safety on force equilibrium should never be allowed to fall below unity. However, this could lead to extremely conservative and costly design. On the other hand, the soil-structure system may be so stiff that a brittle failure may occur at higher level of excitation. By contrast a more flexible ductile system with adequate energy absorption mechanism which is allowed to move and “fail” may survive similar level of excitation which minor damages to the structure and its human inhabitants.

Besides considering the behaviour of the structure and soil independently, in order to analyse the behaviour in a saturated soil/structure system during dynamic excitation, one has to consider the behaviour of the interface also. This is a very difficult subject and a topic under continual research. In this note, only simple frictional interfacial behaviour is considered. However, in reality, modelling the interface would involve modification of properties such as strength, stiffness, void ratio and permeability for soil adjacent to the structure. This is brought about by the installation of the structure on the soil.

Having discussed the three components found in the soil-structure interaction, we shall focus our attention on the numerical modelling of saturated soil. There are three main components and they are as follows:

- a. The establishment of an adequate mathematical framework to describe the phenomenon
- b. The establishment of a numerical (discrete) approximation procedure
- c. The establishment of an adequate constitutive relationship for the material behaviour

Each of them is a major topic on its own and involves a certain degrees of approximation. There is also different level of agreement amongst researchers on approaches to be taken in each of them. In this note, the mathematical framework, the process of numerical approximation and the definition of an adequate constitutive relationship are first presented. The discussion then turns to the validation of the numerical procedure using analytical solutions and physical experiments. Then the basic equations used in the numerical modelling are introduced together with the basic information for the numerical analyses. Comparisons with three centrifuge experimental results are given before the final discussions and conclusions.

2.2 Mathematical framework for the dynamic behaviour of saturated soil

In this area, there is almost total agreement on the approach to be taken. Taking for instance the VELACS project (Arulanandan 1994), which stands for the Verification of Liquefaction Analysis by Centrifuge Studies (the project will be introduced later in the note). Most of the numerical predictions for the centrifuge tests, except the test modelling a level ground with single layer of sand, used formulations (Smith 1994 and Chan et al 1994b) that can be traced back to the original Biot dynamic formulation (Biot 1956). The Biot formulation provides a mathematical description of physical behaviour which can adequately describe the transient behaviour of saturated soil for most geomechanics applications except notably fast pile driving and explosive events.

The basic equations for the Biot formulation are:

- a. The equilibrium equation of the soil-pore fluid mixture
- b. The equilibrium equation for the pore fluid which is a generalisation of the Darcy's equation to include the acceleration of the soil skeleton
- c. The conservation of mass for the pore fluid
- d. The concept of effective stress
- e. The constitutive equation

The formulation emphasised the two phase nature of saturated soil. The effective stress equation emphasised the disparity between the natures of the two media so the simple distribution of stress between the two media according to the ratio of volume would not be correct. Lastly, the use of two equilibrium equations emphasised that the two phases are acting separately and a fully drained or an undrained analysis would not be appropriate in general (Zienkiewicz et al 1980).

In dynamic analysis, a fully drained calculation assumes no change in pore water pressure occurred, usually on the basis that permeability is high. However, a high permeability may lead to a high fluid velocity which, in turn, would be preceded by a high fluid acceleration. The high level of fluid velocity and acceleration would introduce substantial changes in pore water pressure and invalidate the original assumption of the calculation.

On the other hand, a fully undrained calculation during earthquake shaking could be justified for soils with relatively low permeability such as silt and clay but not in the case of sand where drainage can be substantial during the short duration of seismic activity. Furthermore this assumption of no drainage, however breaks down during the consolidation stage. In order to obtain a correct spatial distribution of permanent settlement, the build-up, the redistribution and drainage of the pore water pressure has to be as accurate as possible.

These simplified fully drained and fully undrained analyses were employed, in most cases, due to the limited availability of inexpensive computing power. However, the situation is now changing and, for most of the examples quoted in this note, the results could be obtained on a 486DX2 IBM compatible personal computer with reasonable computational time.

2.3 Numerical (discrete) approximation procedure

A slightly more diverse approach has been taken by researchers in this area. Again quoting the VELACS project, of the numerical predictors performing Class A predictions for model 3, the following three strategies, all based on the finite element method, have been used for the numerical discretisation of the Biot equation (Smith 1994):

The u-p formulation – where u the displacement of soil skeleton and p the pore fluid pressure are the basic variables (Chan 1988 and Zienkiewicz et al 1990).

The u-U or u-w formulation – when U is the displacement of the pore fluid and w is the averaged relative fluid displacement defined in accordance with Darcy's law (Prevost 1987 and 1993, Chan et al 1991, Shiomi 1983 and Zienkiewicz and Shiomi 1984).

The u-U-p formulation – which employs both the displacement of the soil skeleton and the fluid as well as the pore fluid pressure as the basic unknowns (Anandarajah 1990, Gajo et al 1994 and Sandhu et al 1990).

Although the u-p formulation neglects the averaged relative fluid acceleration, it has been found to be satisfactory for static, consolidating and slow dynamic loading including most seismic calculations and it has been widely adopted. The most popular implementation is the fully Implicit procedure (Chan 1988, Zienkiewicz et al 1990 and Parra-Colmenares 1996). Other variants included the Explicit u/Implicit p formulation (Zienkiewicz et al 1982 and Leung 1984) and Implicit-Implicit staggered (Zienkiewicz et al 1987, 1988 and Paul 1982).

For faster dynamic conditions, the u-U or the u-w formulation would be more appropriate with the retention of the averaged relative fluid acceleration. Again a number of variants exist for this strategy namely Implicit u-U (Prevost 1987, Lacy 1986, Shiomi 1983 and Zienkiewicz and Shiomi 1984) and the fully Explicit u-w (Chan et al 1991). The fully Explicit u-w formulation has the advantage of simplicity and only two by two matrices are required to be solved even under three-dimensional conditions. Although it suffers from more degrees of freedom per node than the u-p formulation and is only conditionally stable, no iteration is required within a time step. Also the scheme lends itself more easily to vectorisation and parallelisation and requires less storage. This method together with the Explicit u/Implicit p and Implicit-Implicit staggered formulation can be attached to a solid finite element programs, e.g. DYNA3D or NIKE3D, to augment its capability to include two phase analysis. In the author's opinion, less implementation effort would be involved if the Explicit u-w scheme is taken for such augmentation.

The u-U-p formulation, although being formulated by Zienkiewicz and Shiomi (1984) is a relatively new development. With three sets of independent variables, the procedure imposed a higher computational requirement. But as it contains no extra terms in addition to the u-U or the u-w formulation, they should share similar converged results. However as the formulation has a mixed character, it could have a better convergency characteristic but this has yet to be shown.

2.4 An adequate constitutive relationship for the material behaviour

There is generally little if any agreement on the way to approach the issue of constitutive modelling. However, there is some agreement on the following major issues

- a. A peak and residual friction angle can be defined for cohesionless soil like sand
- b. Dilative characteristic of dense sand leads to cyclic mobility and contractive behaviour of loose sand, on the other hand, could lead to static or cyclic initial liquefaction
- c. Classical elasto-plastic model with single yield surface, associative flow rule and elastic interior is in general inadequate for the modelling of the cyclic behaviour of soil.

The author would not attempt a detail discussions on this matter. Many material models have been developed and these material models have varying degrees of success under dynamic loading condition. There may be more constitutive models than the number of researchers in the field. Mainly, two diametrically opposite approaches have been taken.

The first is to include as many aspects of soil behaviour in the model as possible leading to a sort of Grand Unified Model (see e.g. Crouch and Wolf 1994a, 1994b and 1994c). This implies a large number of soil model parameters, and thus a number of soil property tests are required to find them out. The models should be able to account for all foreseeable aspects of soil behaviour, but usually this would lead to heavy computational overheads. From a scientific point of view, this is a direction which has to be pursued, not the least to form a framework for the calibration of simpler models in their own area of applicability.

On the other hand, for engineering applications, simpler models must suffice, for reasons such as computational efficiency, limited test data available, site variability, and uncertainty in input parameters including earthquake input. Simpler models can also enhance understanding and allow extensive parametric studies to be performed. These simpler models have to be used with care to avoid some of their assumptions being violated during the analysis. For example, a simple classical non-associative Mohr Coulomb model may be adequate for static analysis. However, when used in cyclic analysis, appropriate damping must be introduced to account for the hysteretic damping available in the physical material (Chan et al 1994).

For interested readers, a number of review volumes can be referred to (Murayama 1985, Committee on earthquake engineering USA 1985, Ledbetter 1983, Saada and Bianchini 1988 and Dafalias 1994). The material model used in this note is the Pastor Zienkiewicz mark III model (1986).

2.5 Validation of the numerical procedure

Having established the numerical procedure, it is imperative to establish the extent of validity of the assumptions made during the three stages of numerical formulation. This can be performed individually for the three stages:

The constitutive model can be compared with laboratory experiments such as the conventional triaxial apparatus, true triaxial apparatus, hollow cylinder and shear box tests. The constitutive model can be tested against other constitutive models. A parametric sensitivity analysis can also be performed. These tests can be conveniently performed on a soil model testing computer program such as SM2D (Chan 1995b). Single subroutine call is involved for each separate constitutive model implementation and this allows the same subroutine to be used in the soil model testing mode or in various finite element programs such as DIANA-SWANDYNE II (Chan 1995a), GLADYS-2E (Chan 1995) and CRISP (Britto and Gunn 1987) via an interfacing subroutine (Al-Tabbaa 1995).

The numerical approximation can be tested against analytical solutions obtained using linear elastic material such as the Terzaghi consolidation and solutions for dynamic (cyclic) steady state (Zienkiewicz et al 1980 and Simon et al 1984). But in order for such analytical solutions to be used correctly, the basic assumption of the formulation must be respected.

For instance, in the classical analytical solution of Terzaghi consolidation, one of the basic assumptions is violated when the top drainage of the soil column is opened suddenly at time zero. Although an analytical solution can be obtained, the solution is discontinuous at small time. This is because, underlying the consolidation formulation is the assumption that the acceleration of the fluid is small and it has been neglected. By opening the top drainage suddenly, the infinite acceleration resulted in the fluid phase would invalidate this basic assumption. Traditionally, this infinite acceleration is avoided in numerical analysis by choosing a large time step at the beginning of the analysis (Britto and Gunn 1987). An alternative solution to this problem is to assume an initial excess pore water distribution that would not invalidate the small fluid acceleration assumption such as a triangular or trapezoidal distribution with zero excess pore water pressure and finite slope of change at the top.

However, in order to test the validity of the assumptions made in the initial mathematical framework and the behaviour of the constitutive model in the boundary value problems, one has to resort to the comparison with physical results from prototype or model experiments. It is generally accepted that centrifuge experiments are able to provide a good representation of the prototype behaviour with proper scaling of stress level within the model (Schofield 1980). In this note, the calculated results of displacement, pore pressure, acceleration and other relevant engineering quantities using the implicit u-p formulation (via the computer program DIANA-SWANDYNE II) are compared with

centrifuge experiments performed on the Cambridge Geotechnical Centrifuge, the centrifuge in California Institute of Technology, USA and the one in University of Colorado, Boulder. Various types of soil-structure system have been considered:

- i. A concrete dyke on a sand bed with a silicone oil sea on one side contained in a rigid box. Silicon oil is used to provide proper dynamic scaling for permeability (see e.g. Schofield 1980 and 1981 and Zeng 1990). The test was performed by Venter (1985 and 1987) and coded KVV03.
- ii. A submerged quay wall retaining loose soil contained in a rigid box. The test was performed by Zeng (1993) and formed the model No. 11 of the VELACS project.
- iii. Aluminium cantilever retaining wall retaining saturated soil backfill. A series of centrifuge tests was performed by Dewoolkar (1996) and the result of test MMD1 is quoted in this note.

VELACS is the acronym for Verification of Liquefaction Analysis by Centrifuge Studies funded by National Science Foundation, USA. The main objective of the project is to verify numerical prediction procedures using centrifuge tests. A total of nine centrifuge tests were planned. The numerical predictors, invited from all over the world, were given the model configuration and planned input and density of the soil used in the tests; they were then asked to submit their predictions before the tests were commenced. The Class A prediction results were kept by a third party so the centrifuge experiments were performed without the knowledge of the submitted numerical predictions. In October 1993, a symposium was held in University of California, Davis and the numerical predictions were compared with the centrifuge results and the centrifuge tests were also compared with their duplicate tests (Arulanandan 1994).

3. Numerical Modelling and Computer Code

Because of space limitation, only a brief outline is given in this section. Further details can be found in Zienkiewicz et al (1990 and 1991) and Chan (1988). The FORTRAN 77 program DIANA-SWANDYNE II (Chan et al 1995a) has been developed for the static, consolidating and dynamic analysis of soils. It is based on the fully implicit u-p approximation of the Biot (1956) formulation for a saturated porous medium possibly interacting with a solid component e.g. a structure.

SWANDYNE II has access to an array of soil models via the SM2D interface and adopts the fully implicit scheme. Using the continuity, momentum and generalised Darcy equations, the complete Biot equation governing deformable porous media can be expressed in two-dimensional Cartesian co-ordinates as:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \rho g_x - \rho \ddot{u}_x - \rho_f \ddot{w}_x = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \rho g_y - \rho \ddot{u}_y - \rho_f \ddot{w}_y = 0 \quad (1b)$$

where σ_{xx}, σ_{yy} are the normal total stresses (tensile positive) which are further separated into the effective stresses $\sigma'_{xx}, \sigma'_{yy}$ acting on the soil and pore pressure p (compression positive) for the fluid in the pores, g_x and g_y are the body acceleration, ρ and ρ_f are the average density of the soil-pore fluid mixture and the density of the pore fluid respectively, u_x and u_y are the displacement of the soil and \ddot{w}_x, \ddot{w}_y are the averaged relative fluid acceleration. By including porosity n in the definition of the averaged relative fluid velocity:

$$\dot{w}_x = n(\dot{U}_x - \dot{u}_x) \quad (2a)$$

$$\dot{w}_y = n(\dot{U}_y - \dot{u}_y) \quad (2b)$$

their value conforms with the one used in the original Darcy equation (see e.g. Craig 1992) with U_x and U_y being the displacement of the fluid. The generalised Darcy equation can be expressed as:

$$\begin{pmatrix} \dot{w}_x \\ \dot{w}_y \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{v}_k}{\mathbf{v}_f \rho_k \mathbf{g}_k} \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f g_x - \rho_f \ddot{u}_x - \frac{\rho_f \ddot{w}_x}{n} \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_f g_y - \rho_f \ddot{u}_y - \frac{\rho_f \ddot{w}_y}{n} \end{pmatrix} \quad (3)$$

where the permeability tensor consists of k_{xx}, k_{xy}, k_{yx} and k_{yy} . For material with isotropic permeability k (unit = length/time):

$$\begin{aligned} k_{xx} &= k_{yy} = k \\ k_{xy} &= k_{yx} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Furthermore n_k, r_k and g_k are the viscosity of the fluid, density of fluid and gravitational acceleration at which the permeability is measured and n_f is the viscosity of the fluid actually being used. For example, for test KVV03, g_x is 0, g_y is $78g_k$ where $g_k = g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ and n_k is 1 centistoke (for water) and n_f is 80 centistoke (for 80cs silicone oil). Lastly the continuity equation for the fluid phase can be expressed as:

$$\frac{\dot{p}}{Q} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

where Q is the averaged bulk modulus defined with K_s being the bulk modulus of the soil grains and K_f the bulk modulus of the pore fluid as:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \quad (6)$$

By eliminating pore pressure p between eqns (3) and (5), the u-w formulation (so-called because u and w are the primary variables) results. On the other hand, if the averaged relative fluid acceleration is neglected from eqns (1) and (3), and \dot{w}_x, \dot{w}_y are eliminated between eqns (3) and (5), the u-p formulation is recovered. By neglecting further the solid acceleration in eqns (1) and (3), the standard consolidation equation is obtained. Lastly, if both the solid and fluid velocities are neglected, the resulting equations are now decoupled and they are the static solid equation and the steady state seepage equation. Using the finite element method (Zienkiewicz and Taylor 1989 and 1991) for spatial discretisation, the discretised u-p formulation is as follow:

The dynamic form:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{P}(\mathbf{u}) - \mathbf{Q}\mathbf{p} &= \mathbf{f}_u \\ \mathbf{G}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{Q}^T\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{S}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{H}\mathbf{p} &= \mathbf{f}_p \end{aligned} \quad (7a)$$

The consolidation form:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{u}) - \mathbf{Q}\mathbf{p} &= \mathbf{f}_u \\ \mathbf{Q}^T\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{S}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{H}\mathbf{p} &= \mathbf{f}_p \end{aligned} \quad (7b)$$

The static and steady state form:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{u}) - \mathbf{Q}\mathbf{p} &= \mathbf{f}_u \\ \mathbf{H}\mathbf{p} &= \mathbf{f}_p \end{aligned} \quad (7c)$$

where \mathbf{M} is the mass matrix, \mathbf{G} is the dynamic coupling matrix, \mathbf{S} is the compressibility matrix, \mathbf{H} is the permeability matrix, (sometimes a viscous damping term $\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}$ is added to the first equation in 7a), \mathbf{u} and \mathbf{p} are the vectors for the nodal value of u and p respectively, \mathbf{Q} is the coupling matrix, $\mathbf{P}(\mathbf{u})$ is non-linear internal force vector which is given by:

$$\mathbf{P}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \underline{\boldsymbol{\sigma}}' d\Omega \quad (8)$$

where \mathbf{B} is the usual displacement-strain transformation matrix for the finite element method, $\boldsymbol{\sigma}'$ is vector of all effective stress components at the integration (Gauss) points and Ω is the domain concerned. Eqns (5-8) together with the undrained version of eqn (7a) and (7c) formed the basis of the implicit finite element program DIANA-SWANDYNE II. The time discretisation is performed using the generalised Newmark method presented by Katona and Zienkiewicz (1985).

4. Material Model, Soil Data and Mesh Discretisation

The details of the material model can be found in Pastor and Zienkiewicz (1986). The soil data, numerical parameters and mesh discretisation for KVV03 has been given in Chan (1988) and Zienkiewicz et al (1990). For VELACS Model No. 11, the Class C results of Madabhushi and Zeng (1994) is presented instead of the Class A results in Chan et al (1993). This is because, due to time limitation at the time of Class A prediction, slip element was not used behind the quay wall and the results are not as comparable to the experiments as the Class C results. As for MMD1, the centrifuge test has been well documented in the PhD thesis of Dewoolkar (1996).

5. Experimental Set-up and Results

5.1 Test KVV03

The finite element idealisation and location of measurements are given in Fig. 1. Very good results were obtained in the first Class B prediction. The experiment was first performed and the input motion was passed to the author. Further triaxial tests were performed on the Leighton-Buzzard 120/200 sand used in the test (Venter 1986) and material parameters were obtained using soil model tester SM3D (Chan 1986) – the predecessor of SM2D. Good responses have been obtained for most, if not all, the pore pressure transducers, linear voltage displacement transducers and accelerometers. The input motion and the comparison of the predicted and measured vertical displacement at the top of the dyke are shown in Fig 2. The values are given in model scale and they can be converted into prototype scale by dividing the acceleration value by 78 (i.e., the gravity level used in the test), multiplying the displacement and time by the same factor. Despite the noise recorded in the measurement, the comparison is remarkable. Almost identical slope, start time and finishing time for displacement together with excellent permanent displacement were obtained.

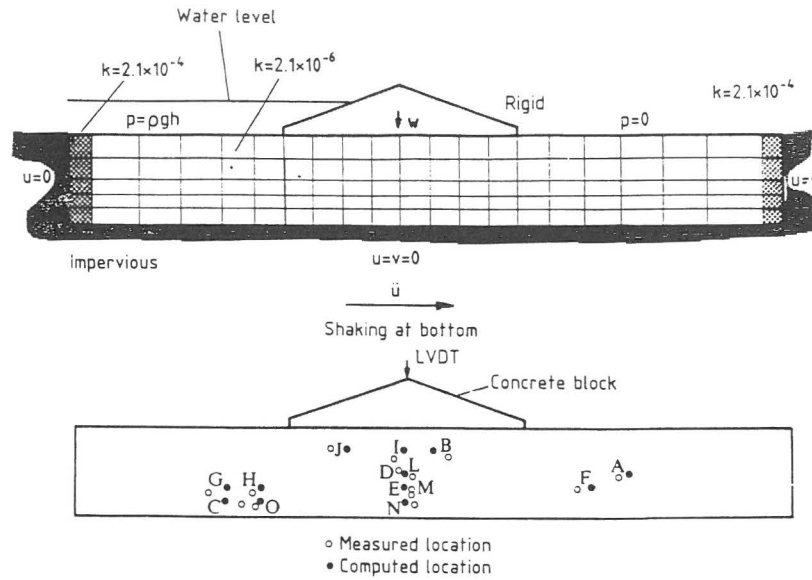


Figure 1 Finite Element Idealisation and location of measurements

The progression of displacement was continuous during the passage of the earthquake. Contrary to the sliding theory, there was no discernible threshold acceleration at which the displacement began or ended. For an earthquake of this relative complexity, it is not clear if the displacement has a direct relationship with the number of cycles. Besides the vertical movement, there were rotational and horizontal translational components of the dyke's displacement (Chan 1988) which could not be easily accounted for by a one-dimensional model.

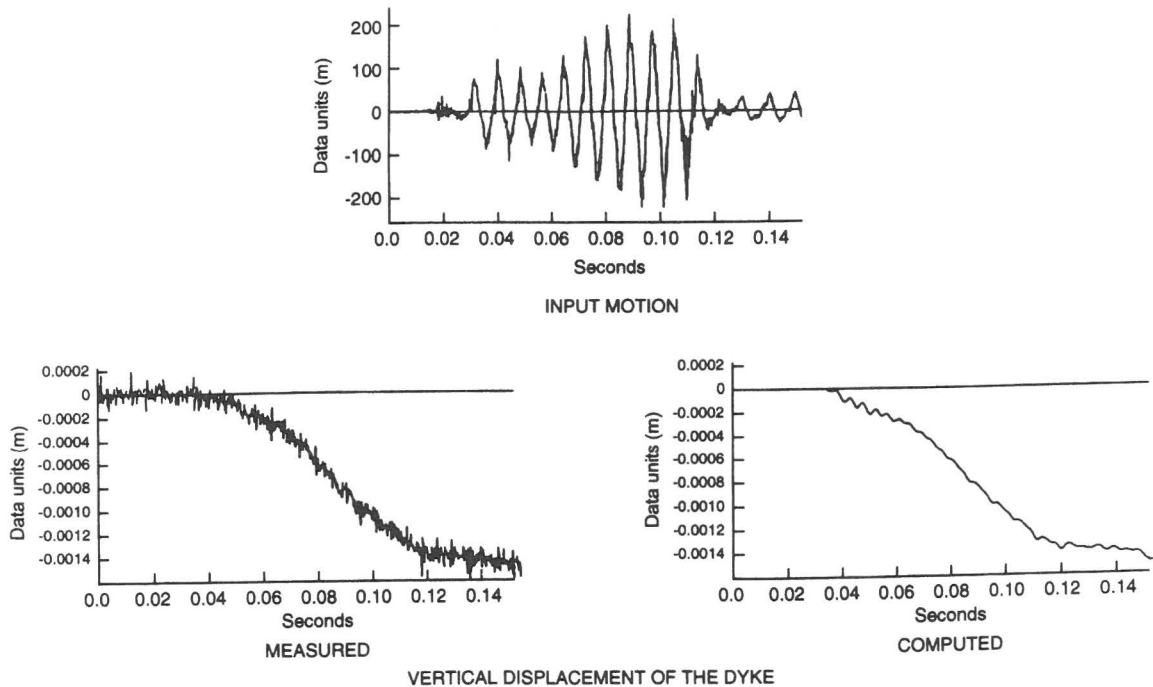


Figure 2 Comparison with centrifuge results

The time evolution of excess pore pressure at point A and B are given in Fig. 3. The computed solution showed good agreement with the experiment in both cases. Less oscillation in the pore pressure trace is found at point A which represented a far-field situation and the influence of the structure is relatively less significant. However, for point B which is found right underneath the dyke, substantial oscillation of the excess pore pressure trace is found. The frequency of oscillation was found to be similar to that of the structure. One can conclude that the tight numerical coupling of the structure and soil underneath the dyke is responsible for this oscillation. The situation is made worse by the absence of averaged relative fluid acceleration. At the assumed impermeable and the no storage boundary condition underneath the dyke, the continuity equation in eqn(5) indicates that all rate of change in volume would be transferred into rate of change of pore pressure. This oscillation dies down rapidly after the earthquake-like motion finishes at 0.12 seconds of model time confirming its link to the motion of the structure.

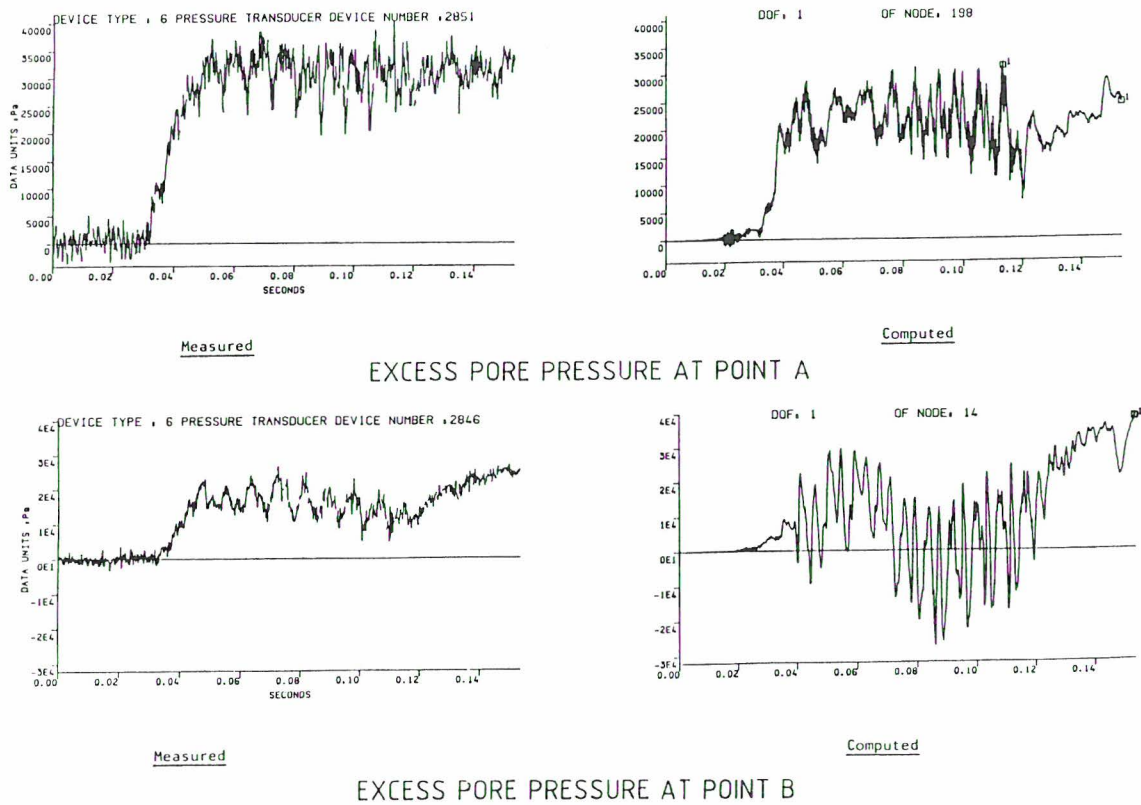


Figure 3 Comparison with centrifuge results

5.2 VELACS Model No. 11

The experimental set-up is given in Fig. 4 which was taken from Zeng (1993). Reasonable results have been obtained in the Class A prediction (Chan et al 1993) and even better agreement was obtained by Madabhushi and Zeng (1994) in their Class C prediction of two similar tests using also DIANA-SWANDYNE II when a layer of slip element was used behind the submerged quay wall. The displacement and rotation of the quay for the experimental and numerical results are given in Fig. 5 for dry and Fig. 6 for saturated condition and very good agreement has been observed. This kind of quay wall failure shares a similar mechanism as the ones failed on the Port Island of Kobe during the Hyogo Ken-Nanbu earthquake on 17th January 1995. This example once again highlighted the fact that accurate modelling of the soil-structure is essence in this kind of interaction problems.

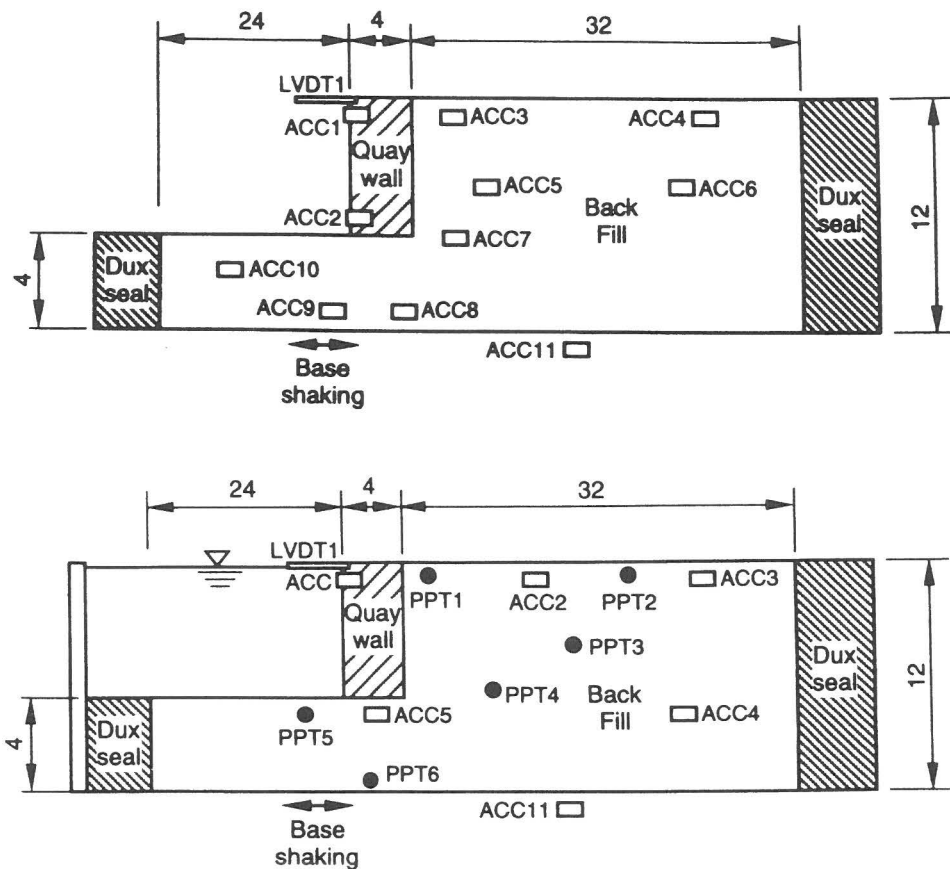


Figure 4 (Top) Schematic section of centrifuge model XZ7
(Bottom) Schematic section of centrifuge model XZ9
from Madabhushi and Zeng (1994)

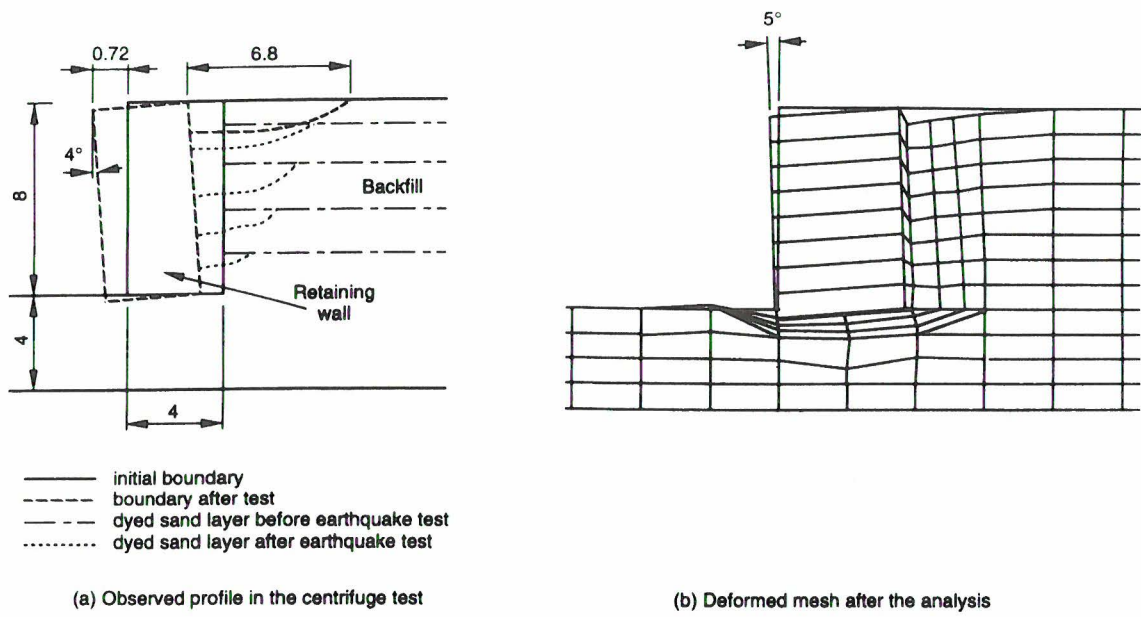


Figure 5 Post test profile of the centrifuge model XZ7

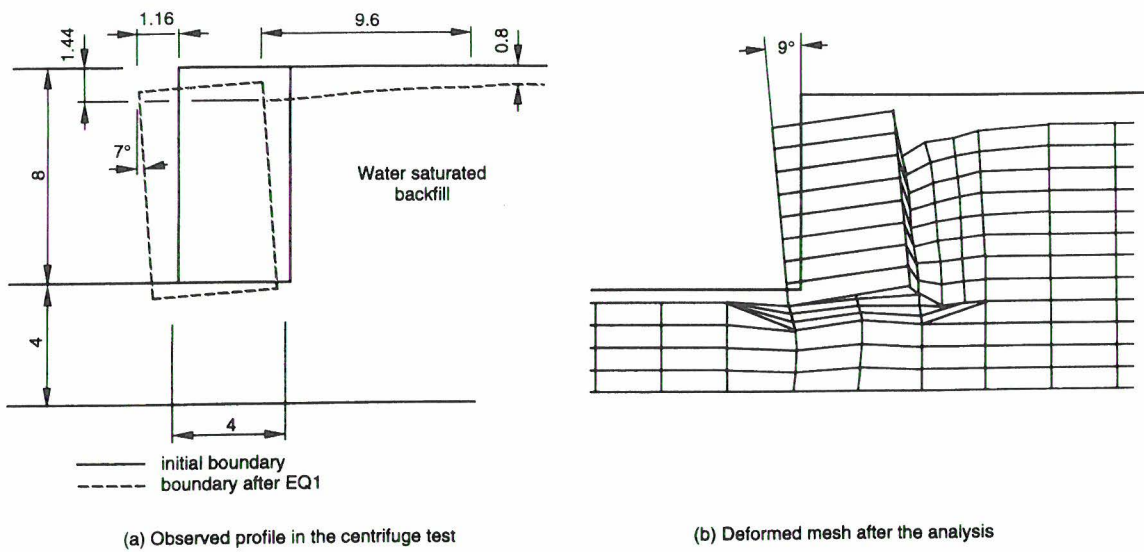


Figure 6 Post test profile of the centrifuge model XZ9

5.3 Centrifuge test MMD1

The schematic model configuration of test MMD1 in Fig 7a has been taken from (Dewoolkar 1996). A layer of slip element can be found behind the retaining wall in Fig 7b. Without this layer of slip element, a consistent stress state cannot be found as the initial condition for the dynamic analyses. Good agreement with theoretical and experimental results has been found for the static analysis. The experimental results are stiffer than the theoretical and numerical results because of the stiffening of the retaining wall by the weld at the root of it.

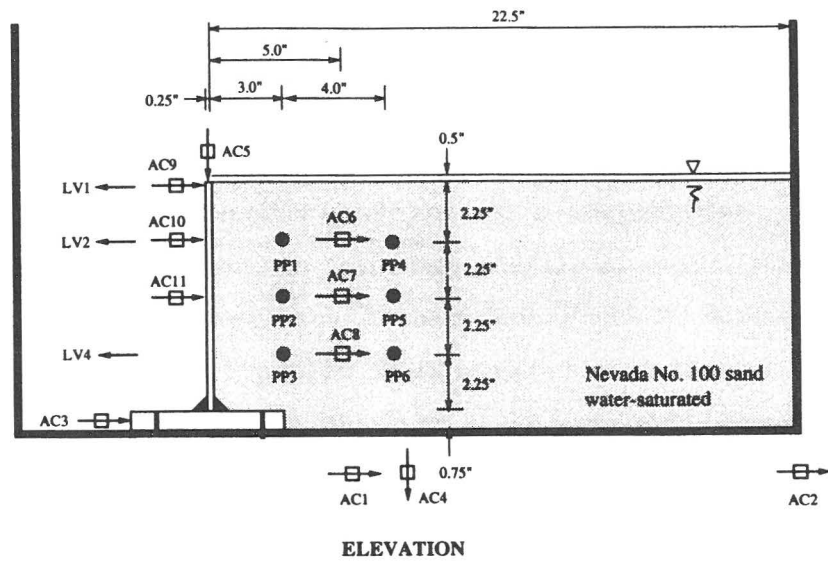


Figure 7a Schematic model configuration of test MMD1 (Dewoolkar 1996)

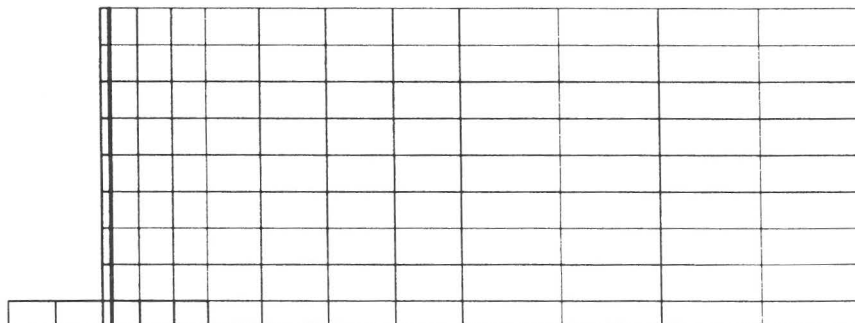


Figure 7b Finite Element Mesh with slip element, in heavy line (Dewoolkar 1996)

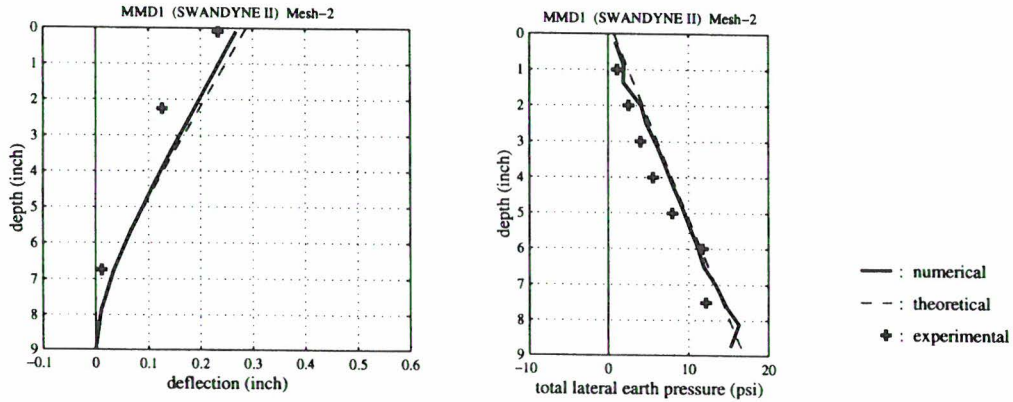


Figure 8 (Left) Static deflection of the wall (Dewoolkar 1996)
 (Right) Total lateral earth pressure on the wall
 (Dewoolkar 1996)

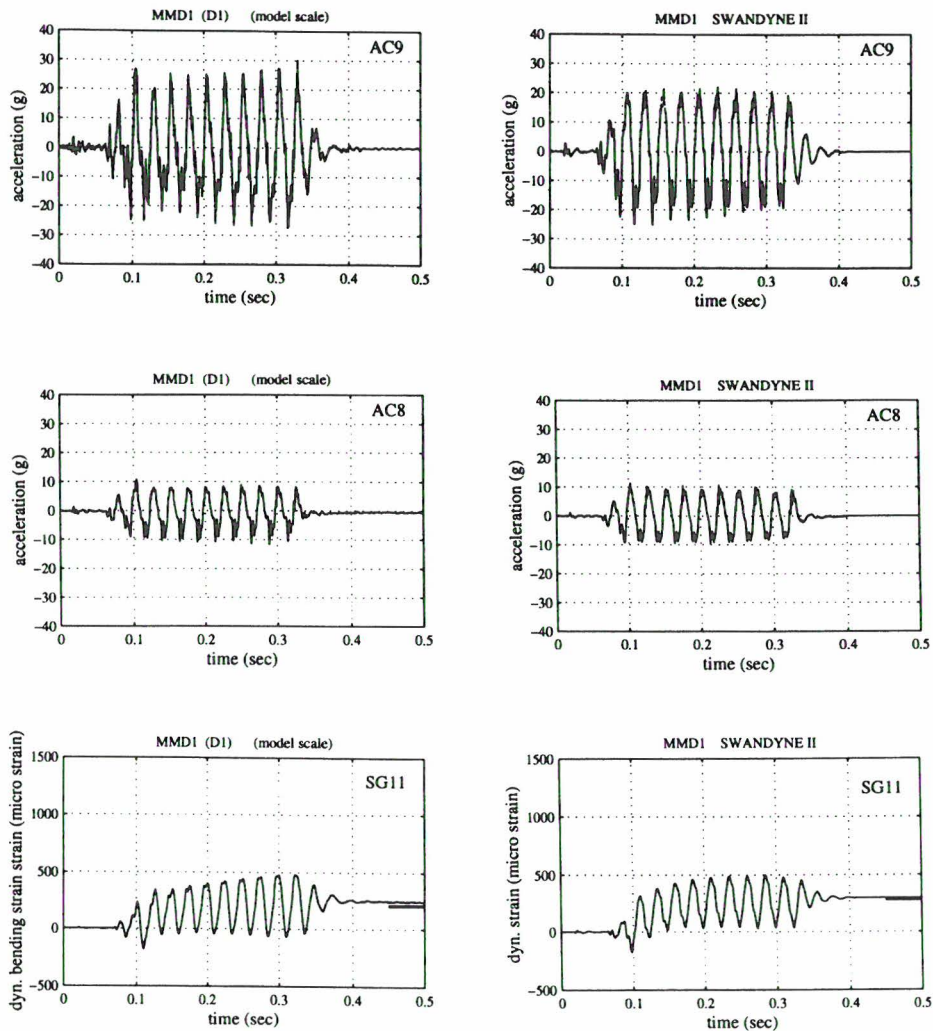


Figure 9 Comparison with centrifuge test MMD1
 (Dewoolkar 1996)
 (Top) Horizontal wall accelerations at the top
 (Middle) Horizontal soil accelerations
 (Bottom) Dynamic bending strains of the wall

Selected results for the horizontal accelerations at the tip of the wall, horizontal accelerations within the soil and dynamic bending strains in the wall can be found in Fig. 9. All of them showed good agreement with the experimental results. The same is true for the horizontal displacement at the tip of the wall and long term excess pore pressure trace in Fig. 10.

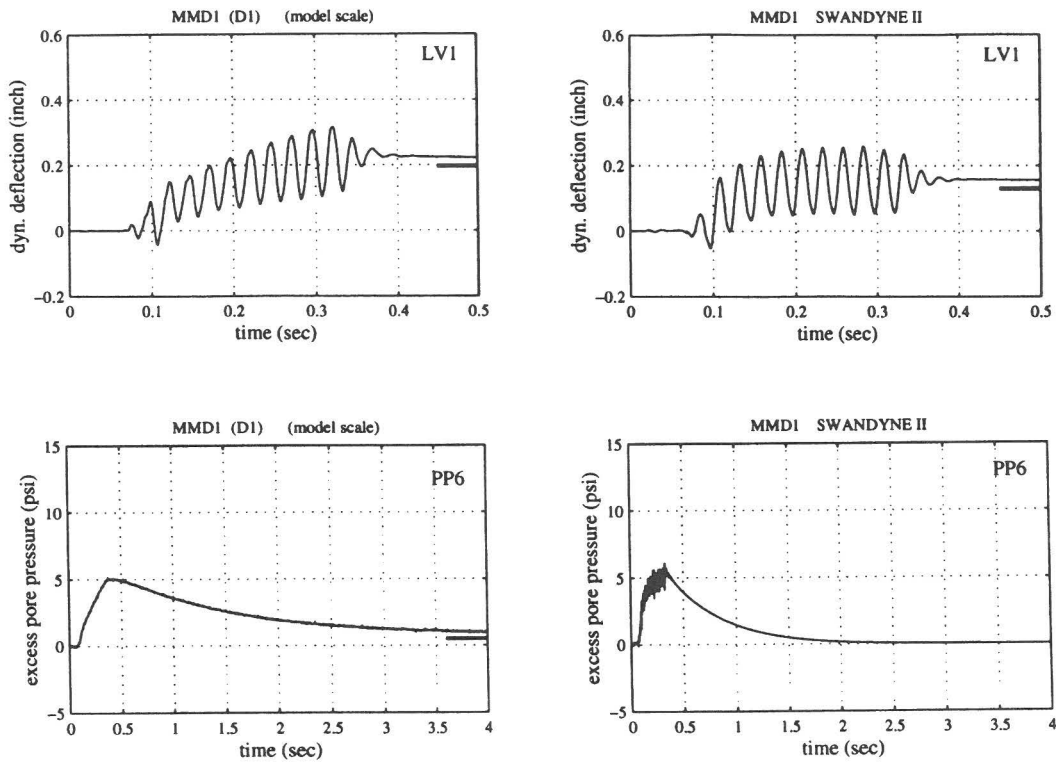


Figure 10 Comparison with centrifuge test MMD1 (Dewoolkar 1996)
(Top) Dynamic wall deflections
(Bottom) Long term excess pore pressure

6. Discussions and Conclusions

In order to calculate the overall behaviour of a non-trivial saturated soil/structure system, careful considerations have to be made for the structure, soil and the soil-structure interface. In this note, the numerical modelling of saturated soil is discussed in detail together with three comparisons with soil-structure physical experiments performed on various centrifuge facilities.

In order to model the dynamic behaviour of saturated soil adequately, it is necessary to employ an appropriate mathematical framework, numerical (discrete) approximation and an adequate constitutive relationship. The Biot formulation, the u-p formulation and the Pastor-Zienkiewicz mark III model have been shown to be adequate for the applications shown including a sand bed with overlying dyke, dry and submerged quay wall, and an

Aluminium wall retaining saturated sand. Good comparisons have been obtained for this range of physical centrifuges tests.

Furthermore, the numerical procedure did not involve expensive computational resources. Most of the (two-dimensional) results have been obtained on an IBM compatible computer with reasonable computational time. This computational efficiency would allow parametric studies which are essential in the design process.

There are four major factors which will determine the quality of the numerical predictions:

- a. Different Numerical approximations to the Biot formulation
- b. Different Constitutive Models
- c. Skill of the operator: Mesh density, Choice of element, Choice of time stepping parameters, Choice of constitutive parameters
- d. Computer Implementation: Coding correctness, Machine dependent constants, Physical Unit dependent constants, stress return scheme, strain subdivision scheme

Point a has been discussed briefly in this note. Its effect can be compared and isolated by comparing codes with different numerical approximation but using the same constitutive model, the same constitutive and time stepping parameters.

More comparisons would be needed to compare constitutive models but it would be imperative to find out the common points between constitutive models which are able to model a certain aspect of material behaviour successfully. Key concepts such as critical state has to be extracted from them. The 'Tower of Babel' situation in the current constitutive modelling community has to be addressed in order to allow practitioners a better understanding of the basic concepts of the models.

Standardised procedure of parameter identification has to be identified so as to minimise the effect of the skill of operator. Training and practice would also play an important role. On the other hand, it is the duty of the programmers to ensure that the computer code is codified properly. Comparisons with analytical tests such as those mentioned in the text and others like the patch test (Zienkiewicz and Taylor 1989 and Taylor et al 1986) are also of importance. A well formulated program should allow the user the choice of physical units and some guidance on the input (for example, by providing a knowledge based system) would be beneficial. The computer code should allow for different levels of expertise; a greater number of input parameters should have values proposed by the software for use by novices, while greater numerical control would be allowed for an expert user.

Lastly, further development on numerical approximation is still underway. Extension of the numerical procedure to three-dimension is been undertaken and an even more efficient and simpler to understand constitutive model is also under development in order to deliver this powerful design and analysis tool into the hands of practising Civil Engineers.

6. References

- AL-TABBAA A. (1995)
Excess pore pressure during consolidation and swelling with radial drainage, *Géotechnique*, Vol. 45, No. 4, 701-707.
- ANANDARAJAH A. (1990)
HOPDYNE - A Finite Element Computer Program for the Analysis of Static, Dynamic and Earthquake Soil and Soil-Structure Systems, Internal Report, Johns Hopkins University, Baltimore.
- ARULANANDAN K. (1994)
Why VELACS? (VERification of Liquefaction Analysis using Centrifuge Studies), Proc. VELACS symp., UC Davis, 17-20 Oct., Vol. 2, 1239-1266.
- BIOT M. A. (1956)
Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, part I – low-frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 28, No. 2, 168-178.
- BRITTO A. M. AND GUNN M. J. (1987)
Critical state soil mechanics via finite elements, Ellis Horwood Ltd, Chichester.
- CHAN A. H. C. (1986)
User manual for SM3D – Soil model testing program with full 3-D stress state – Research Report C/R/554/86, Institute Num. Meth. in Engrg., Univ. College of Swansea, Swansea, Wales.
- CHAN A. H. C. (1988)
A unified Finite Element Solution to Static and Dynamic Geomechanics problems, Ph.D. Dissertation, University College of Swansea, Wales.
- CHAN A. H. C. (1995)
User Manual for GLADYS-2E, School of Civil Engineering, University of Birmingham, December, Birmingham.
- CHAN A. H. C. (1995a)
User Manual for DIANA SWANDYNE-II, School of Civil Engineering, University of Birmingham, December, Birmingham.
- CHAN A. H. C. (1995b)
User manual for SM2D – Soil Model Tester for 2-dimensional application, School of Civil Engineering, University of Birmingham, December, Birmingham.
- CHAN A. H. C., FAMIYESIN O. O. AND MUIR WOOD D. (1991)
A Fully Explicit u-w Schemes for Dynamic Soil and Pore Fluid Interaction, APCOCM Hong Kong, 11-13 Dec., Vol. 1, 881-887.

- CHAN A. H. C., FAMIYESIN O. O. AND MUIR WOOD D. (1993)
Numerical Prediction for Model No. 11, Proc. VELACS symp., UC Davis, 17-20 Oct., Vol. 1, 909-931.
- CHAN A. H. C., FAMIYESIN O. O. AND MUIR WOOD D. (1994)
Numerical modelling of dynamic experiments on dry sand beds using simple models, ECONMIG 94, 249-255.
- CHAN A. H. C., SIDDHARTHAN R. AND ITO K. (1994b)
Overview of the Numerical Predictions for VELACS Model No.3 in Verification of numerical procedures for the analysis of soil liquefaction problems, UC Davis, 17-20 Oct, A.A. Balkema, Rotterdam.
- COMMITTEE ON EARTHQUAKE ENGINEERING (1985)
Liquefaction of Soils During earthquakes – Report of the National Research Council, National Academy Press, Washington, D.C.
- CRAIG R. F. (1992)
Soil Mechanics (5th edn), Chapman & Hall, London.
- CROUCH R. S. AND WOLF J. P. (1994a)
Performance of the constitutive model for soil gUTS, Proceedings of the third European Conference on Numerical methods in Geotechnical Engineering – ECONMIG 94, Manchester/UK/7-9 Sept, 35-41.
- CROUCH R. S. AND WOLF J. P. (1994b)
Unified 3-D critical state bounding surface plasticity model for soils incorporating continuous plastic loading under cyclic paths. I: Constitutive relations, Int. J. Num. Anal. Geomech., Vol. 18, No. 11, 735-758.
- CROUCH R. S. AND WOLF J. P. (1994c)
Unified 3-D critical state bounding surface plasticity model for soils incorporating continuous plastic loading under cyclic paths. I: Calibration and simulations, Int. J. Num. Anal. Geomech., Vol. 18, No. 11, 759-784.
- DAFALIAS Y. F. (1994)
Overview of constitutive models used in VELACS, Proc. VELACS symp., UC Davis, 17-20 Oct., Vol. 2, 1293-1303.
- DEWOOLKAR M.M. (1996)
PhD Thesis, University of Colorado, Boulder.
- GAJO A., SAETTA A. AND VITALIANI R. (1994)
Evaluation of three- and two-field finite element methods for the dynamic response of saturated soil, Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol. 37, 1231-1247.
- KATONA M. G. AND ZIENKIEWICZ O. C. (1985)
A unified set of single step algorithms Part 3: The Beta-m method, a generalisation of the Newmark scheme, Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol. 21, 1345-1359.
- LACY S. J. (1986)
Numerical Procedures for Nonlinear transient analysis of two-phase soil systems, Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, Princeton University, Princeton NJ.

- LEDBETTER R. (1983)
Current Methodologies for assessing seismically induced settlements in soil – NUREG/CR-3380, Nuclear Regulator, Washington, D.C.
- LEUNG K. H. (1984)
Earthquake response of saturated soils and liquefaction, Ph.D. Dissertation, University College of Swansea, Wales.
- MADABHUSHI S. P. G. AND ZENG X. (1994)
An analysis of the seismic behaviour of quay walls in Verification of numerical procedures for the analysis of soil liquefaction problems, UC Davis, 17-20 Oct, Vol.2, A.A. Balkema, Rotterdam.
- MURAYAMA S. Ed. (1985)
Constitutive laws of soils – Report of ISSMFE subcommittee on Constitutive Laws of Soils: Proceedings of Discussion session 1A XI ICSMFE, San Francisco.
- PARRA-COLMENARES E. J. (1996)
Numerical modeling of liquefaction and lateral ground deformation including cyclic mobility and dilation response in soil systems, Ph.D. Dissertation, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York.
- PASTOR M. AND ZIENKIEWICZ O. C. (1986)
A generalised plasticity hierarchical model for sand under monotonic and cyclic loading, NUMOG II, Ghent, April, 131-150.
- PAUL D. K. (1982)
Efficient dynamic solutions for Single and Coupled multiple field problems, Ph.D. Dissertation, University College of Swansea, Wales.
- PREVOST J. H. (1987)
DYNAFLOW: A Nonlinear transient finite element analysis program, Report 81-SM-1, Department of Civil Engineering, Princeton University, Princeton NJ.
- PREVOST J. H. (1993)
Nonlinear dynamic response analysis of soil and soil-structure interacting systems, in Soil Dynamics and Geotechnical Earthquake Engineering (ed.) Pedro Sêco e Pinto, 49-126, A.A.Balkema, Rotterdam.
- SAADA A. AND BIANCHINI G. Eds. (1988)
Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils - Proceedings Int Workshop Cleveland 22-24 July, A.A. Balkema, Rotterdam.
- SANDHU R. S., SHAW H. L. AND HONG S. J. (1990)
A three-field finite element procedure for analysis of elastic wave propagation through fluid-saturated soils, Soil Dyn. Earth. Engrg., Vol. 9, 58-65.
- SCHOFIELD A. N. (1980)
Cambridge Geotechnical Centrifuge Operations – 20th Rankine Lecture, Géotechnique, Vol. 30, No. 3, 227-268.
- SCHOFIELD A. N. (1981)
Dynamic and Earthquake geotechnical centrifuge modelling, Proc. Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Engineering and Soil Dynamics, University of Missouri-Rolla, Rolla, MO, USA, Vol. 3, 1081-1100.

- SHIOMI T. (1983)
Nonlinear behaviour of soils in earthquake – C/Ph/73/83, Ph.D. Dissertation, Univ. Coll. of Swansea, Wales.
- SIMON B. R., ZIENKIEWICZ O. C. AND PAUL D. K. (1984)
An analytical solution for the transient response of saturated porous elastic solids, Int. J. Num. Anal. Geomech., Vol. 8, 381-398.
- SMITH I. M. (1994)
An overview of numerical procedures used in the VELACS project, Proc. VELACS symp., UC Davis, 17-20 Oct., Vol. 2, 1321-1338.
- TAYLOR R. L., ZIENKIEWICZ O. C., SIMO J. C. AND CHAN A. H. C. (1986)
The Patch Test - A condition for assessing F.E.M. Convergence, Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol. 22, 39-62.
- VENTER K. V. (1985)
KVV03 data report: Revised data report of a centrifuge model test and two triaxial tests, Andrew N. Schofield and Associates, Cambridge, England.
- VENTER K. V. (1986)
Triaxial data report: Report on seven triaxial tests, Andrew N. Schofield and Associates, Cambridge, England.
- VENTER K. V. (1987)
Modelling the response of sand to cyclic loads, Ph.D. Dissertation, Cambridge University Engineering Department.
- ZENG X. (1990)
Data of centrifuge tests on quay walls, CUED/D-soils/TR239, Cambridge University Engineering Department, Cambridge, England.
- ZENG X. (1993)
Experimental results of Model No.11 in Verification of numerical procedures for the analysis of soil liquefaction problems, UC Davis, 17-20 Oct, Vol.1, A.A. Balkema, Rotterdam.
- ZIENKIEWICZ O. C. AND SHIOMI T. (1984)
Dynamic Behaviour of saturated porous media: The generalized Biot formulation and its numerical solution, Int. J. Num. Anal. Geomech., Vol. 8, 71-96.
- ZIENKIEWICZ O. C. AND TAYLOR R. L. (1989)
The Finite Element Method - Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems (4th edn), McGraw-Hill Book Company, London.
- ZIENKIEWICZ O. C. AND TAYLOR R. L. (1991)
The Finite Element Method - Volume 2: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-linearity (4th edn), McGraw-Hill Book Company, London.
- ZIENKIEWICZ O. C., CHANG C. T. AND BETTESS P. (1980)
Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils, Géotechnique, Vol. 30, No. 4, 385-395.

- ZIENKIEWICZ O. C., LEUNG K. H., HINTON E. AND CHANG C. T. (1982)
Liquefaction and permanent deformation under dynamic conditions – Numerical solution and Constitutive relations, Chapter 5 in Soil Mechanics – Transient and cyclic loads, John Wiley, Chichester.
- ZIENKIEWICZ O. C., PAUL D. K. AND CHAN A. H. C. (1987)
Numerical solution for the total response of saturated porous media leading to liquefaction and subsequent consolidation, NUMETA 87 conference, Swansea, July 6-10.
- ZIENKIEWICZ O. C., PAUL D. K. AND CHAN A. H. C. (1988)
Unconditionally stable staggered solution procedure for soil-pore fluid interaction problems, Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol. 26, 1039-1055.
- ZIENKIEWICZ O. C., CHAN A. H. C., PASTOR M., PAUL D. K. AND SHIOMI T. (1990)
Static and Dynamic Behaviour of Geomaterials – A rational approach to quantitative solutions, Part I – Fully Saturated Problems, Proc. Roy. Soc. Lond., Vol. A429, 285-309.
- ZIENKIEWICZ O. C., PASTOR M., CHAN A. H. C. AND XIE Y. M. (1991)
Computational approaches to the dynamics and statics of saturated and unsaturated soils, Chapter 1 in Advanced Geotechnical Analysis, Elsevier Applied Science Publishers Ltd, London and New York.



Modelling of Soil Deformation Induced by Offshore and Onshore Gas Recovery

B.A. Schrefler, V. Salomoni, L. Simoni

University of Padova, Dept. Costruzioni e Trasporti

Abstract

The paper investigates reservoir compaction and resulting surface subsidence during exploitation of a gas reservoir and in the period after shutdown of the wells. The substantial difference in behaviour is pointed out when assuming elastic and elastoplastic constitutive relationships for the reservoir rock and surroundings. Further, a correction is introduced to account for capillary effects, which strongly modify the behaviour after shutdown and may account for ongoing subsidence observed.

Introduction

Surface subsidence above exploited gas reservoirs is observed in many parts of the world. Two well known examples in Europe are the Groningen field, in the Netherlands, and the gas reservoirs in the Northern Adriatic basin. In both cases the prediction of the expected subsidence is important because the areas are low-lying ones close to the sea border.

Surface subsidence is due to reservoir compaction. The causes for such a compaction may be twofold: one, traditionally known, is drop of reservoir pressure due to pumping. The second one, up to now neither known nor expected, is compaction due to capillary effects which are not negligible in gas reservoirs. In this paper both aspects will be addressed.

Reservoir compaction due to pressure drop has usually been analysed by means of uncoupled or coupled linear elastic numerical models. These models yield surface rebound as soon as pressure increases again due to encroaching water, after shutdown of the wells

[1]. However such rebound is usually not observed in reality; on the contrary, very often ongoing subsidence is observed. It will be shown that elastoplastic material models give a more realistic answer, in the sense that they yield no or very little rebound. Capillary effects are then analysed in more detail. In this way a rational explanation of the ongoing subsidence is possible.

The Northern Adriatic Basin

For our investigations we refer to some gas fields of the Ravenna area in the Northern Adriatic Basin, owing that experimental data are available which allow at least for a qualitative comparison. The gas fields of this area are shown in Figure 1. They are located at depths ranging from 1200 to 4000 m. One gas field, the Ravenna Terra one, is particularly well documented and has been investigated in a companion paper [2]. There an axisymmetric reservoir with an equivalent radius of 2 km [3] was studied considering both linear elastic and elastoplastic models. It has been shown that conventional subsidence models, based on pressure drop only yield a rebound after shutdown of the wells in case of linear elastic soil behaviour, rebound which may be reduced to zero in the limit if elastoplasticity is taken into account. No ongoing subsidence after cessation of pumping was obtained for such a reservoir. However surface levelling clearly shows that subsidence continued after 1982, when pumping was stopped [5]. Hydrodynamic consolidation of clay layers which limit gas bearing sand strata can be discarded as reason for ongoing subsidence since such layers are usually rather thin (1-2 m).

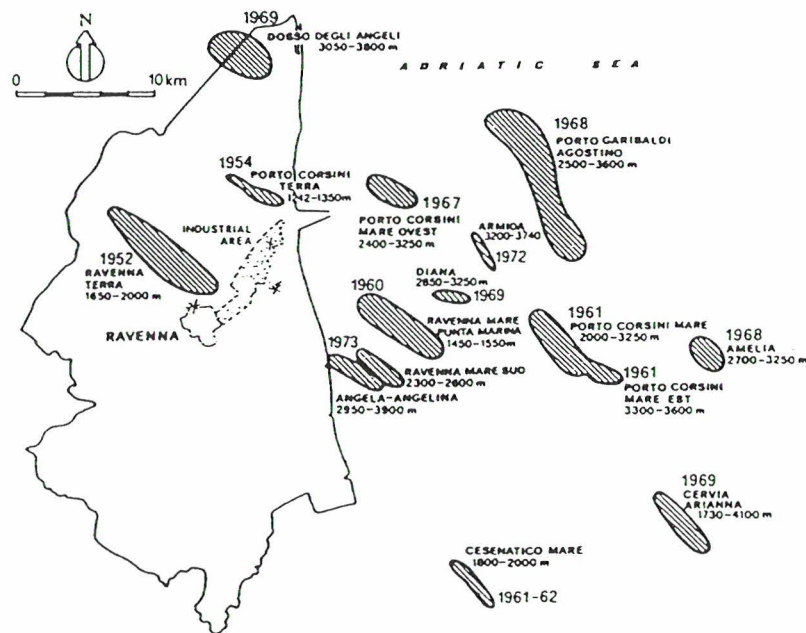


Figure 1 Geographical distribution of the main gas fields in the Northern Adriatic Basin [4]

Since in the area there are also several smaller reservoirs, we study here a reservoir with an equivalent radius of 1 km to analyse if in such a situation enhanced conventional subsidence models give some ongoing consolidation. This allows also to find out if there is some arching effect of the overburden, which is missing or less important in larger reservoirs. Both waterdrive reservoirs and volumetric reservoirs will be investigated. A smaller reservoir with waterdrive may be representative of the *Dosso degli Angeli* field (Figure 1) for which inflow data are known [6]. Such data were for instance missing for the Ravenna Terra field.

In the presence of edge aquifers (waterdrive reservoir), land subsidence involves an area substantially larger than the gas reservoir area. Water pressure gradients related to reservoir exploitation develop in neighbouring aquifers and some time is necessary to recover hydraulic steady state conditions in the whole system. As a result, subsidence may be slightly delayed in time and its final values larger than in the case of an isolated reservoir (volumetric reservoir).

Linear elastic and elastoplastic models where only pressure drop is considered

We now consider a situation depicted in Figure 2 where water occupies the pores in the edge aquifer (if present) and gas the pores in the reservoir. The presence of only one fluid in each respective domains is an assumption common to all conventional subsidence models [1]. The mathematical model used here for such a case comprises one mass balance equation, in integral form, for the gas in the reservoir, a second mass balance equation for water outside the reservoir and one equilibrium equation for the mixture.

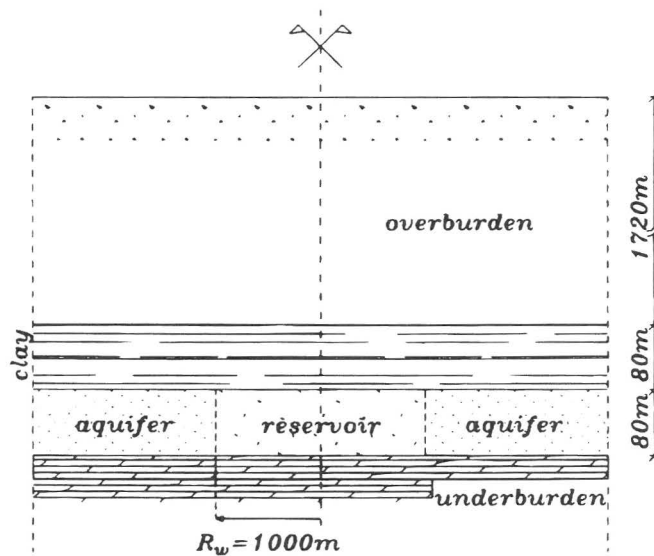


Figure 2 Cross-section and position of the ideal axisymmetric reservoir

Constant permeabilities and linear constitutive relationships were firstly assumed, as is usual in subsidence problems. The following data and boundary conditions can be envisaged for the reservoir:

- depth of burial 1800 m, thickness 80 m, external radius R_w 1000 m. The adjacent aquifer is assumed as the same thickness as the reservoir and both are overlaid by a clay layer 80 m thick, with the remaining depth comprising sand;
- the base of the model system is assumed impermeable with no vertical and free horizontal displacements. The top surface is impermeable with no displacement constraints. At the outer boundary, horizontal displacements are fixed and vertical displacements free, with fixed flow potential. The outer boundary of the reservoir is impermeable in one case (volumetric reservoir) and permeable in the second case (waterdrive reservoir);
- elastic properties for sand are $E=990$ MPa, $\nu=0.2$ and $E=392$ MPa, $\nu=0.45$ for clay. These values were obtained by experiments performed in real cases similar to the Ravenna Terra reservoir. Permeability for the clay is $8.65 \cdot 10^{-5}$ m/day and 4.32 m/day for the sand;
- reservoir exploitation lasts for 10 years, with a cumulative gas production of $11.076 \cdot 10^9$ Nm³. Initial reservoir pressure is 19.7 MPa, with initial gas volume $13 \cdot 10^9$ Nm³ at a temperature of 40°C.

Figure 3 presents compaction history for a point on the border of the reservoir and a second on the symmetry axis. In all cases maximum displacements occur roughly when the total gas volume is produced. We then observe a reversal of the strain rate sign and a recovery phase takes place, even though at a different rate: higher for waterdrive conditions, very slow (nearly zero) for volumetric conditions. For a larger reservoir [2], the rate of recovery is higher for volumetric conditions also. This recovery is in contrast with observed behaviour, but is an obvious consequence of the assumed soil elasticity. When the maximum pressure drop in the reservoir is attained, the model gives maximum displacement. From that time, inflow of water in the reservoir is continuing, water overpressures reduce and finally disappear and initial displacement conditions are then recovered.

The maximum compaction is obtained in volumetric conditions, however for the border node compaction is larger for the waterdrive conditions. This is so because of the different lateral extent of the areas involved in consolidation: for the waterdrive reservoir the lateral aquifer is compacting together with the reservoir. In volumetric conditions the lateral stratum represent a constraint to the reservoir compaction.

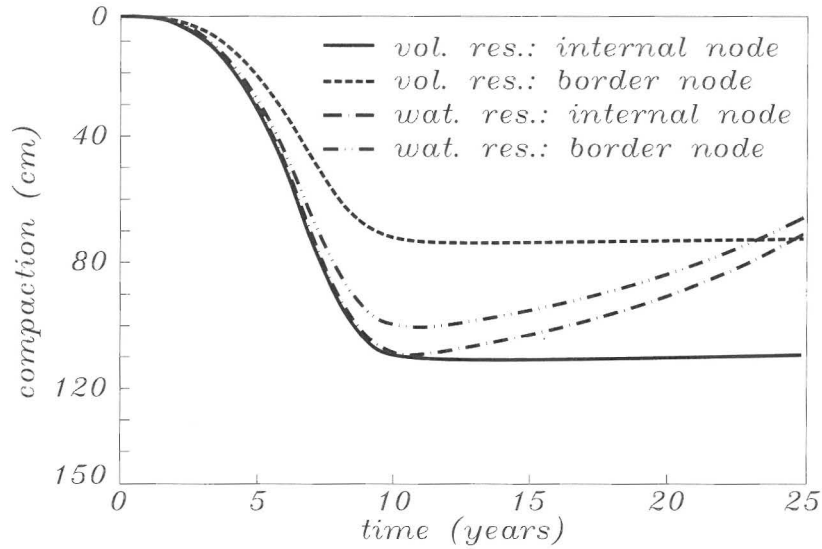


Figure 3 Compaction history for ideal reservoirs with R_w 1000 m

Figure 4 shows maximum surface subsidence for the cases analysed. Time histories, in particular surface rebound, are similar to those of reservoir compaction but maximum subsidence is obtained for the waterdrive reservoir.

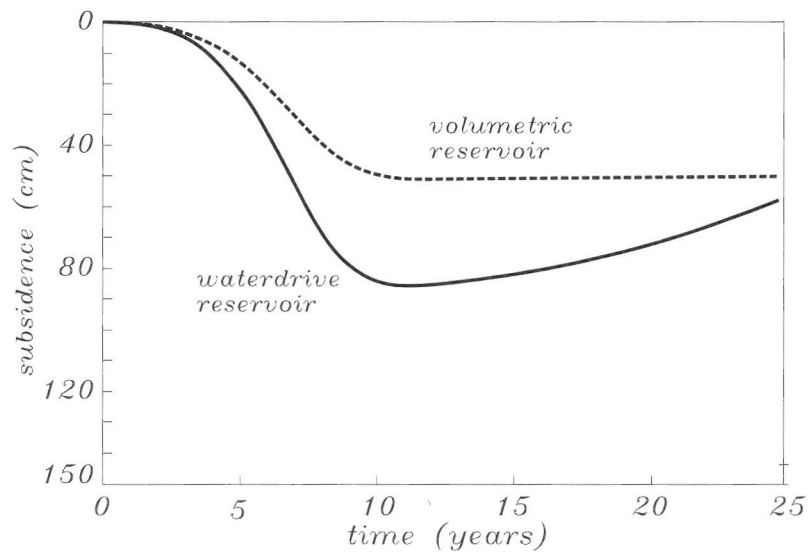


Figure 4 Maximum subsidence history for the ideal reservoirs

Displacement values are reduced particularly for the volumetric case, when compared to compaction: this reduction is due the so-called vault effect which depends on the ratio between the depth of burial and the lateral extent of the compacting area. When this ratio increases this ratio, the reduction of subsidence is larger, as can be observed for the volumetric reservoir.

In the numerical models, for the both the reservoirs, the inflow of water continues for more than fifteen years after shutdown of the wells. At that moment only a limited part of final volume of water has inflowed (Figure 5); particularly for the volumetric reservoir, where water has to seep from less permeable strata, water inflow is certainly not completed after this time interval. These transient phases are in reality longer, because permeabilities assumed in the numerical model refer to fully saturated conditions, whereas the reservoir is partially saturated. In these conditions permeability is lower than in a fully saturated medium, hence a decrease in inflow rate has to be expected.

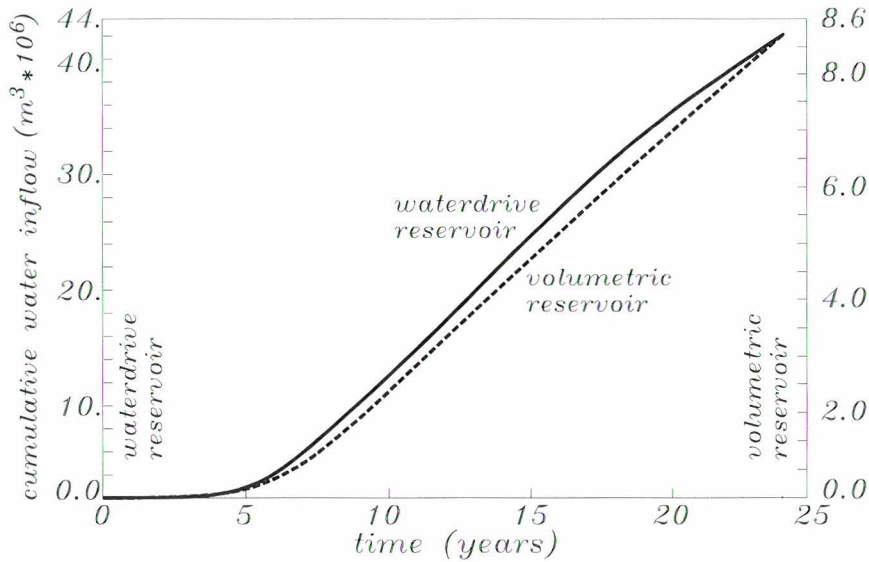


Figure 5 Influence of boundary conditions on cumulative water inflow

The most important conclusion is that linear elastic models are unable to simulate ongoing compaction and subsidence when the withdrawal rate is significantly reduced or stopped. This is so because the problem is essentially an elastoplastic one, even though the effective stress variations involved are usually quite limited: the soil is in fact very close to the yield limit. Introducing elastoplastic constitutive soil behaviour improves the prediction capacity of the numerical models, as will be shown in the next paragraph. However, it has to be assumed that the stress point lies very near to, or on, the yield surface at the onset of the exploitation [1]. This corresponds to the assumption of an overconsolidation ratio OCR equal to one, i.e. the reservoir overburden did not substantially change in the past.

The analysis of the ideal axisymmetric reservoir is now repeated by assuming an elastoplastic behaviour for the solid. It is known that with increasing depth, the mechanical behaviour of clay and sand becomes almost the same, e.g. vertical compressibilities at 1800 m of burial assume very similar values [4]. Hence we could use, without distinction, a Mohr-Coulomb or a critical state model for the reservoir and confining aquifers. In the cases analysed, material parameters are as follows:

- in the Mohr-Coulomb model, apparent cohesion of 10 MPa and internal friction angle of 38 degrees are assumed;
- in the critical state model, the initial position of the centre of the critical state ellipse $P_{c0}=3.24$ MPa, initial size of the ellipse 3.40 MPa and consolidation factor of 20 are assumed;
- all other parameters, boundary conditions and production history were the same as in the previous analyses.

Mechanical parameters were estimated on the basis of known data of clays and sands in real reservoirs in the Alto Adriatico area [1, 7].

The sand of aquifers at the top behaves elastically during the whole simulation. As can be seen in Figure 6, which presents compaction histories for the ideal reservoir, the recovery of compaction after stopping of pumping is considerably reduced also for the waterdrive reservoir and maximum displacements occur at the border instead of the central area. The recovery of surface subsidence is also strongly reduced (Figure 7), with respect to elastic solution. It is interesting to observe the water inflow histories, which present nearly the same shape as in the elastic solution. However the volume of encroaching water is reduced for all boundary conditions: at 25 years (15 after depletion of the wells) the cumulative inflowed water is about 17% and 15% of the elastic solution, for waterdrive and volumetric situations respectively (Figure 8). The final water inflow must be estimated lower in the elastoplastic solution, owing the fact that the original pore structure is not recovered. Initial pressure distribution is hence obtained after a longer time than the elastic case. It is worth mentioning that reduced water inflow and delayed times have been observed in the *Dosso degli Angeli* gas field [6].

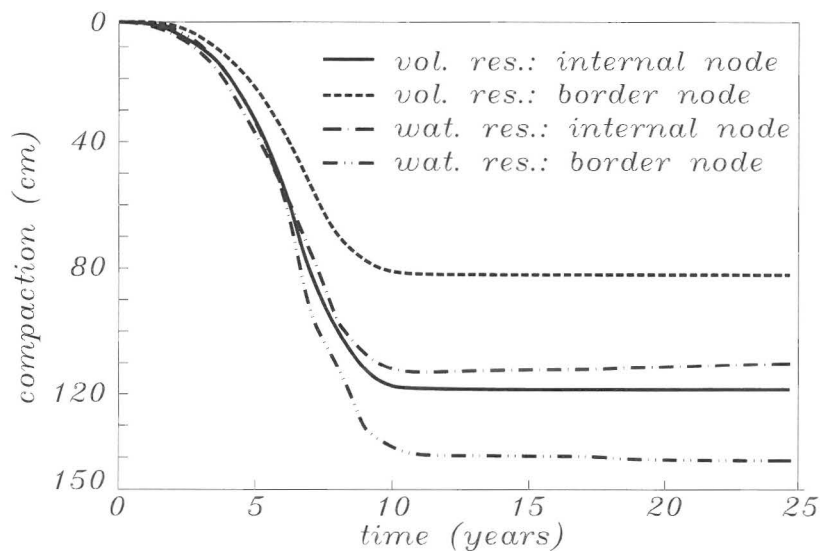


Figure 6 Compaction histories when assuming elastoplastic materials

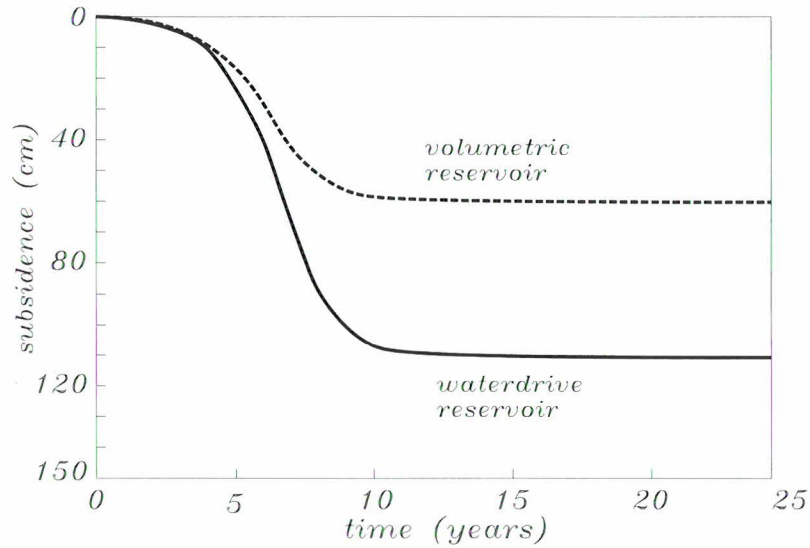


Figure 7 Subsidence histories when assuming elastoplastic materials

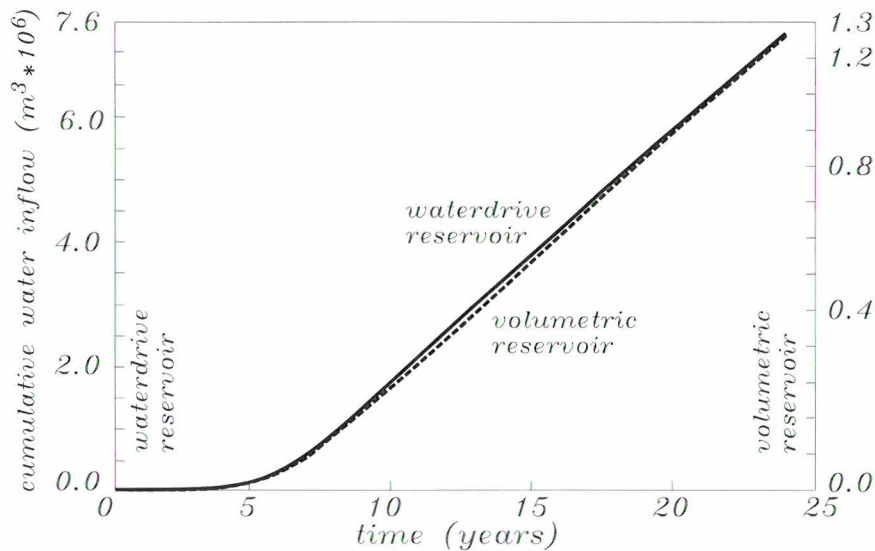


Figure 8 Water inflow histories when assuming elastoplastic materials

The analyses performed show that the use of traditional elastoplastic models (Mohr-Coulomb, critical state etc.), have certainly improved the capabilities of the numerical model in the sense that recovery of compaction is reduced and, at maximum, eliminated. However, ongoing subsidence in real cases has not yet been forecast. To this end, we have to introduce different plastic models which are justified by observing the microscale of the soil.

A generalised plasticity model which takes into account capillary effects

Real gas reservoirs are made up of media (more or less cemented sands, porous rocks etc.) with an open structure, i.e. with many interconnected voids filled with *gas and water*. Observed degrees of water saturation in the gas fields of the Northern Adriatic basin vary between 40 and 65%. Gas must have a continuous distribution in the zone of the wells, otherwise it remains trapped in the reservoir. At the fluid interface, tensions occur which cause capillary effects or suction and strongly affect the mechanical behaviour of the solid skeleton. For sands in particular, the original geometric structure is maintained mainly by capillary effects, which result in an apparent cohesion. When these decrease, the system assumes a different geometric configuration with a re-arrangement of the grains or local fracture of the rocks, both causing a reduction in void volume. The original system is said to be metastable. Capillary effects diminish when water saturation increases because of the water flooding the reservoir. During this transient phase, the areal extent of the capillary discontinuity surfaces decreases and mechanical strength is reduced. In this situation a soil sample is said to collapse, with a macroscopic strain related to volume reduction. For these reasons, in the presence of capillary effects, a stress measure has to be introduced, which differs from the case when pores are fully saturated by the same fluid.

Whereas in fully saturated media mechanical behaviour is controlled by one stress dimension variable (the effective stress), for a partially saturated medium two independent stress dimension parameters (combination of total stress tensor, water and gas pressure) are needed to describe the deformational behaviour. In the following, the assumed stress variables are suction, say the difference between gas and water pressure, and Bishop's effective stress. The latter is a combination of total stress and pressure acting on the solid, represented by a weighted average of water and gas pressure. As weighting function, water saturation or, more rarely, the areal extent of the contact surfaces is assumed. Bishop's stress definition recovers the effective stress definition when saturation equals one.

An important consequence of the assumed definition is that changes in effective stress may occur (hence deformation takes place) related only to changes in water saturation and/or capillary pressure. Both cases are linked to water filtration through the solid skeleton. This movement depends on water permeability and develops during long transient phases, see e.g. Figure 8. As we have observed, water inflow continues for some years after shutdown of the wells, hence saturation and Bishop's stress continuously change during these time spans. This may be one of the causes of ongoing subsidence.

Extensive laboratory experiments under oedometric and triaxial isotropic compression with variable saturation (suction) exhibit a strong plastic behaviour involving volume strains caused by suction changes. With increasing saturation, the lowering of the yield limit is of the order of some megapascals [8], depending on the radius of capillary meni-

sci, i.e. on the structure and dimensions of the pores. This confirms the known fact that in sands and in some types of rocks deformability increases with increasing water saturation reaching a maximum in fully saturated conditions. This behaviour has been observed in clays, silts, clayey sands and also in chalk and sandstone. An initial nearly-elastic phase is shown, then a hardening plastic interval and an approximately linear behaviour associated with decreasing of the mean effective pressure (unloading). The nearer to its yield limit the material is, the stronger the influence of changes in saturation.

On the grounds of the mechanical behaviour described, to evaluate reservoir compaction and surface subsidence completely we have to take into account the volumetric strains associated with changes in water saturation and the pertinent constitutive relationships have to be stated in an elastoplasticity frame. To this end we make use of the material model [9], whose main features are now summarised:

- hardening modulus is assumed depending on the stress path (isotropic or not), suction and, linearly, on the mean Bishop's pressure;
- for a fixed value of the ratio of a measure of the deviatoric stress tensor and the hydrostatic part, the compressibility modulus is dependent on suction;
- the change in total volumetric strain depends directly on the change in mean effective pressure through the compressibility modulus and inversely on the mean effective pressure and initial specific volume, i.e. the ratio of total volume and volume of the solid part of the sample;
- disregarding the elastic contribution, the compressibility modulus can be approximated as the ratio of its value in fully saturated conditions and a term linearly depending on suction. A very simple approximated relation is obtained in this way and has the advantage of being computationally very efficient;
- the yield limit in partially saturated conditions depends on its value in fully saturated case with a correction term linearly dependent on suction;
- irreversible volumetric strain is assumed as the parameter controlling hardening, hence the evolution of the yield surface.

We show now on a simple 1-D example how the model works for reservoir compaction. The soil parameters used are taken from Reference 7. Let us assume that the initial water saturation is 0.65, the confinement pressure 11.0 MPa and that we have a reservoir pressure drop of 1 MPa. Let us further assume, for seek of simplicity, that on the Bishop's mean stress – suction plane the initial yield surface is approximately a vertical line (Figure 9). Point A represents the initial condition. If for our calculations we use the compressibility modulus related to full saturation, the corresponding transformation is represented by the line A'-F. For this path, which takes place with a compressibility modulus $\lambda(0)$, we have the same volumetric plastic strain as in the transformation A-E-F, because the initial and final points of both loading paths belong to the same yield surfaces. The first part A-E involves only the Bishop's stress change of 1 MPa, with the compressibility modulus

$\lambda(0.2)$ i.e. in partially saturated conditions, resulting in a volumetric plastic strain of 0.0032. The second transformation E-F represents the change in saturation with a volumetric plastic strain equal to 0.0037. The total plastic strain is hence 0.0069, the same as for A'-F. The yield surface through F could also be reached in partially saturated conditions by simply increasing the mean pressure change to 14 MPa, and keeping the degree of saturation constant (point F'). This is peculiar to partially saturated soil behaviour.

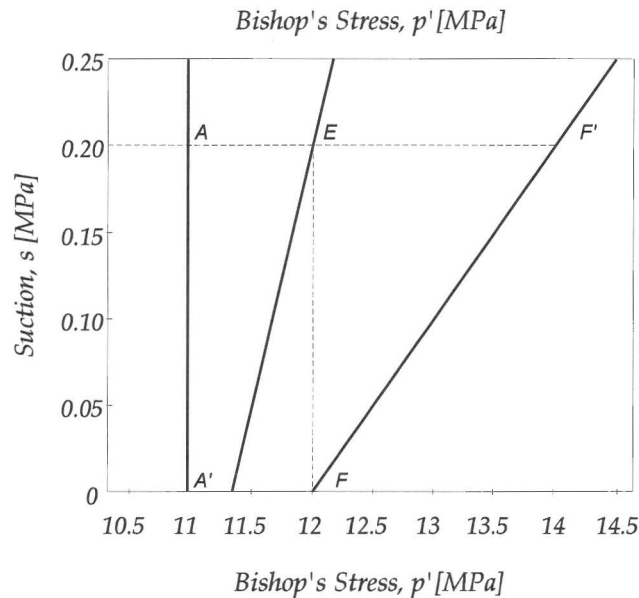


Figure 9 Yield surfaces in the Bishop's mean stress – suction plane

When analysing the described total transformation A-E-F, a possible error is to use the compressibility modulus related to suction equal to 0.2 MPa, neglecting the effect of change in saturation. The error is dramatic (-54%).

For a gas reservoir having the thickness as the one previously analysed, oedometric conditions occur in the surroundings of the symmetry axis. Hence in that area, assuming that fully saturated conditions could be reached, we obtain an increment of compaction of 30 cm with respect to the previous solution.

We can reach the conclusion that increase of saturation after the shutdown of the wells results in a considerable increment of the reservoir compaction and the resulting surface subsidence. This behaviour, which is typical of soils presenting a metastable structure, is a reasonable explanation of the subsidence recorded in some real cases after the closing of the reservoirs. Another consequence is that if the subsidence was predicted with compressibilities obtained from fully saturated samples, this subsidence presents an upper limit. On the contrary, if for the prediction of subsidence compressibilities were used which were measured in partially saturated conditions (e.g. from markers downhole)

this predicted subsidence is probably underestimated. From this point of view, the discrepancies between the initial predictions and those made at later stages for the expected subsidence in 2050 in the Groningen gas field [10] could be explained by the presented mechanical model.

Conclusions

On the grounds of a real test case and numerical analyses on an ideal reservoir, the capacity to reliably forecast surface subsidence is discussed. Only by using a particular elastoplastic model which includes also capillary effects it is possible to represent time histories qualitatively similar to those observed in real cases.

References

- [1] R.W. Lewis and B.A. Schrefler, 1998, *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*, Wiley, Chichester.
- [2] B.A. Schrefler, L. Simoni and V. Salomoni, to appear, Prediction of surface subsidence above gas reservoirs, *Proceedings Int. Symposium on Civil Infrastructure Systems, Intelligent Renewal, Capri, 24-26 Sept. 1997*
- [3] G. Evangelisti and B. Poggi, 1970, Sopra i fenomeni di deformazione dei terreni da variazione di strato, *Atti Acc. delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Serie II*, 6.
- [4] G. Gambolati, G. Ricceri, W. Bertoni, G. Brighenti and E. Vuillermin, 1991, Mathematical simulation of the subsidence of Ravenna, *Water Resources Res.*, 27, 2899-2918.
- [5] B.A. Schrefler, G. Bolzon, V. Salomoni and L. Simoni, 1997, On compaction in gas reservoirs, *Rendiconti Accademia Nazionale dei Lincei, serie IX, vol. VIII, fasc. IV*.
- [6] G. Gambolati, P. Teatini and W. Bertoni, Numerical prediction of land subsidence over Dosso degli Angeli gas field, Ravenna, Italy, in *Current research and case studies of land subsidence, Proceedings J.F. Poland Symp. on Land subsidence, Sacramento, (CA), October 1995, in print*.
- [7] AGIP, 1996, *Progetto Alto Adriatico-Studio di impatto ambientale*, AGIP, San Donato, Italy.
- [8] P. Delage, C. Schroeder and Y.J. Cui, 1996, Subsidence and capillary effects in chalk, *Proceedings Eurock'96, Balkema, Rotterdam*, 1291-1298.
- [9] G. Bolzon, B.A. Schrefler and O.C. Zienkiewicz, 1996, Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states, *Géotechnique*, 46, 279-289.
- [10] B.A. Schrefler and L. Simoni L., 1997, La subsidenza sopra i giacimenti di gas naturale, *Accademia Patavina di Scienze, Lettere ed Arti.*, Vol. CIX, Parte II, 85-113.



Verfahren für die Beschreibung der Interaktion von Baugrund und Tragwerk

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Konrad Zilch, Dipl.-Ing. Ralf Schneider

Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München

1 Grundprobleme der Baugrund-Tragwerk-Interaktion

Die Boden-Bauwerk-Interaktion steht an der Schnittstelle zwischen Tragwerksplanung und Geotechnik. Sie muß demnach die Forderungen und Sicherheitsbedürfnisse der beiden beteiligten Fachrichtungen berücksichtigen. Dies ist schwieriger, als es zunächst scheint, da sich Tragwerksplanung und Geotechnik in den letzten Jahrzehnten weitgehend unabhängig voneinander entwickelt haben und da sich die Baustoffe Boden und Beton/Stahl/Mauerwerk in ihrer Natur stark unterscheiden.

Aus dieser Problematik hat sich eine Bemessungspraxis entwickelt, deren Absicherung weitgehend auf Erfahrung beruhte. Vor dem Hintergrund der Formulierung neuer Sicherheits- und Bemessungskonzepte sowohl in der Geotechnik als auch in der Tragwerksplanung erweist es sich als erforderlich, die gewohnten Berechnungsannahmen und -methoden zu überdenken.

Die traditionellen Nachweiskonzepte der zulässigen Spannungen mit der etwas willkürlichen Vermischung von Gebrauchs- und Bruchzustand haben sich in einigen Fällen als unzureichend erwiesen. Dies führte zur Einführung genau definierter Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit, deren klare Trennung es erlauben soll, definierte Anforderungen an das Bauwerk mit einem möglichst konstanten Sicherheitsniveau zu erfüllen. Diese Grenzzustände können aber nur baustoffspezifisch festgelegt werden. In der BTI liegen Ursache und Wirkung eines Grenzzustandes jedoch häufig auf verschiedenen Seiten der Schnittstelle. Im allgemeinen sind Grenzzustände des Baugrundes nicht *an sich*, sondern nur in ihrer Einwirkung auf das Tragwerk für die Bemessung von Interesse. Bei der Entwicklung eines schlüssigen Sicherheitskonzeptes muß dieser Umstand berücksichtigt werden, was wiederum bedeutet, daß ein Nachweiskonzept für

die Interaktion mehr sein muß als die Summe der Nachweise für Tragwerk und Baugrund.

2 Mechanische Modellbildung

Das Gesamtsystem aus Boden und Tragwerk läßt sich mit den üblichen Methoden der Baustatik als Gleichungssystem in der Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{w}_T \\ \mathbf{w}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_T \\ \mathbf{p}_B \end{bmatrix}$$

darstellen mit den Steifigkeitsmatrizen $\mathbf{k}_T, \mathbf{k}_B$ der zunächst entkoppelten Teilsysteme Tragwerk und Boden. Der Lastvektor des Baugrundes \mathbf{p}_B ist im allgemeinen gleich Null und wird im folgenden nicht berücksichtigt. Wegen der Entkopplung der Knotenverschiebungen $\mathbf{w}_T, \mathbf{w}_B$ im Tragwerk und im Baugrund und der fehlenden Auflagerbedingungen für den Überbau ist das Gleichungssystem zunächst singulär, was sich jedoch durch die Einführung der Kompatibilität an der Schnittstelle

$$\mathbf{w}_B = \mathbf{R}_{\text{int}} \cdot \mathbf{w}_T$$

beheben läßt. Die Matrix \mathbf{R}_{int} , die die Kopplungsbedingungen für die beiden Teilsysteme enthält, ließe sich als Interaktionsmatrix bezeichnen. Das Gleichungssystem kann damit in eine nicht singuläre Form gebracht werden: (\mathbf{I} ist die Einheitsmatrix, $\mathbf{R}_{\text{int}}^T$ die transponierte Matrix von \mathbf{R}_{int})

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{R}_{\text{int}}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{k}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{R}_{\text{int}} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{w}_T = \mathbf{k}_{T+B} \cdot \mathbf{w}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{R}_{\text{int}}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{p}_T$$

Natürlich ist die exakte Lösung solcher Gleichungssysteme mit den heute zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln auch bei großen Strukturen kein Problem. Allerdings hat das Vorgehen einen gravierenden Nachteil. Die Betrachtung des Gesamtsystems liefert dem Tragwerksplaner keine Zwischenergebnisse mehr, die ihn vor die Notwendigkeit einer kritischen Interpretation stellen; der Einfluß der Baugrundverformung auf die Schnittgrößen des Tragwerkes läßt sich aus dem Ergebnis nicht ablesen.

Das Berechnungsverfahren läßt sich so modifizieren, daß die Betrachtung des Gesamtsystems durch eine getrennte Betrachtung der Teilsysteme ersetzt wird. Das singuläre Gleichungssystem des Tragwerkes

$$\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{w}_T = \mathbf{p}_T$$

muß jedoch erst durch den Einbau künstlicher Randbedingungen in eine lösbare Form gebracht werden. Man erreicht dies durch eine Zerlegung des Verformungsvektors

$$\mathbf{w}_T = \mathbf{R}_T \cdot \mathbf{w}_{T,\text{red}} + \mathbf{R}_{\text{int}}^T \cdot \mathbf{w}_B$$

in die Anteile der Verschiebungen der Knoten im Inneren des Tragwerkes und an der Kontaktstelle zum Baugrund. Der Anteil der Baugrundverformung läßt sich dann auf die rechte Seite bringen und wird so dem Lastvektor zugeschlagen.

$$\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{w}_T = \mathbf{p}_T$$

$$\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{R}_T \cdot \mathbf{w}_{T,\text{red}} = \mathbf{p}_T - \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{R}_{\text{int}}^T \cdot \mathbf{w}_B$$

$$\mathbf{R}_T^T \cdot \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{R}_T \cdot \mathbf{w}_{T,\text{red}} = \mathbf{R}_T^T \cdot (\mathbf{p}_T - \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{R}_{\text{int}}^T \cdot \mathbf{w}_B)$$

Vernachlässigt man den Anteil der Baugrundverformung auf der rechten Seite, so beschreibt das Gleichungssystem ein Tragwerk mit unverschieblichen Auflagern.

Das Teilsystem Baugrund läßt sich in die folgende Form bringen:

$$(\mathbf{k}_T + \mathbf{R}_{\text{int}}^T \cdot \mathbf{k}_B \cdot \mathbf{R}_{\text{int}}) \cdot \mathbf{w}_T = \mathbf{p}_T$$

$$\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{R}_{\text{int}} \cdot \mathbf{w}_T = \mathbf{k}_B \cdot \mathbf{w}_B = \mathbf{R}_{\text{int}} \cdot (\mathbf{p}_T - \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{w}_T)$$

Man erhält also auf diese Weise Beziehungen für das Verhalten der beiden Teilsysteme. Dies läßt sich für ein iteratives Vorgehen nutzen, bei dem in jedem Iterationsschritt die Verformungen bzw. Auflagerkräfte des jeweils anderen Teilsystems als bekannt vorausgesetzt werden. Anders als bei der Gesamtsystemberechnung läßt sich hier aus der Änderung der Setzungen und Schnittgrößen zwischen zwei Schritten auf die Setzungsempfindlichkeit des Tragwerks schließen.

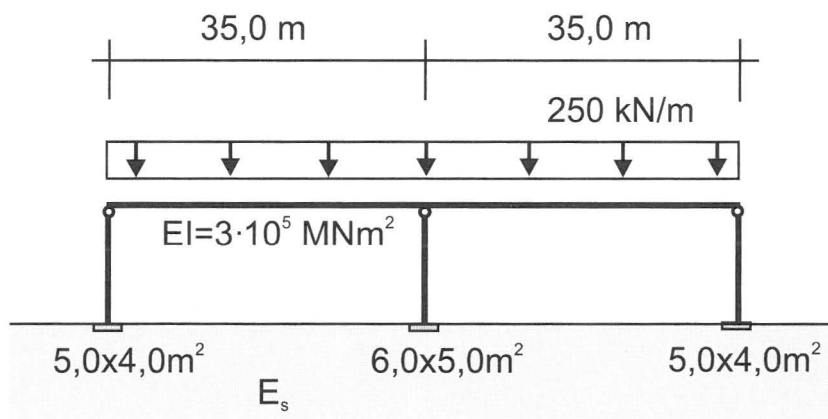


Bild 1 Zweifeldträger

Der Unterschied der beiden Verfahren läßt sich anhand des in Bild 1 dargestellten Zweifeldträgers verdeutlichen. Zunächst wird für den Baugrund ein Steifemodul von $E_s = 100 \text{ MN/m}^2$ angenommen. Aus der Betrachtung des Gesamtsystems erhält man die Auflager-setzungen (in [m])

$$\mathbf{w}_B = \begin{pmatrix} 0,00737 \\ 0,01619 \\ 0,00737 \end{pmatrix},$$

aus der iterativen Teilsystemberechnung in den einzelnen Iterationsschritten die Ergebnisse:

$$\mathbf{w}_B^1 = \begin{pmatrix} 0,00706 \\ 0,01670 \\ 0,00706 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}_B^2 = \begin{pmatrix} 0,00740 \\ 0,01614 \\ 0,00740 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}_B^3 = \begin{pmatrix} 0,00737 \\ 0,01619 \\ 0,00737 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}_B^4 = \begin{pmatrix} 0,00737 \\ 0,01619 \\ 0,00737 \end{pmatrix}$$

Man sieht, daß die Iteration sehr schnell gegen das exakte Ergebnis konvergiert, bereits nach dem ersten Schritt ist eine für baupraktische Zweck ausreichende Genauigkeit erreicht. Auch das Stützmoment erreicht schon nach wenigen Schritten seinen Endwert:

$$M^1 = -38,3 \Rightarrow M^2 = -31,2 \Rightarrow M^3 = -31,9 \Rightarrow M^4 = -31,8 \text{ [MNm]}$$

Reduziert man dagegen den Steifemodul auf $E_s = 50 \text{ MN/m}^2$, so nimmt der Einfluß der Boden-Tragwerk-Interaktion auf die Beanspruchungen des Überbaus erwartungsgemäß stark zu. Die Konvergenz der iterativen Lösung verschlechtert sich geringfügig.

Exakte Lösung:

$$\mathbf{w}_B = \begin{pmatrix} 0,01526 \\ 0,03152 \\ 0,01526 \end{pmatrix}$$

Iteration:

$$\mathbf{w}_B^1 = \begin{pmatrix} 0,01412 \\ 0,03340 \\ 0,01412 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}_B^2 = \begin{pmatrix} 0,01547 \\ 0,03117 \\ 0,01547 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}_B^3 = \begin{pmatrix} 0,01522 \\ 0,03158 \\ 0,01522 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}_B^4 = \begin{pmatrix} 0,01527 \\ 0,03150 \\ 0,01527 \end{pmatrix}$$

Die Änderung des Stützmomentes zwischen erstem und zweitem Iterationsschritt ist hier deutlich größer als im ersten Fall; eine für baupraktische Fälle ausreichende Genauigkeit wird jedoch auch hier nach 2-3 Schritten erreicht:

$$M^1 = -38,3 \Rightarrow M^2 = -24,1 \Rightarrow M^3 = -26,8 \Rightarrow M^4 = -26,3 \text{ [MNm]}$$

In extremen – und daher nicht sehr realistischen – Fällen kann die iterative Lösung stark oszillieren. Beispielsweise erhält man bei einer Verringerung der Stützweite auf $l = 20 \text{ m}$ und $E_s = 50 \text{ MN/m}^2$ in den einzelnen Iterationsschritten die Schnittgrößen:

$$M^1 = -12,5 \Rightarrow M^2 = +11,2 \Rightarrow M^3 = -11,1 \Rightarrow M^4 = +10,0 \text{ [MNm]}$$

Die Gesamtsystemberechnung erscheint zunächst vorteilhaft, da sie in einem Rechenschritt das exakte Ergebnis liefert. Dieses ist aber nur exakt im Rahmen einer bestimmten Konstellation der Eingangsparameter, sie enthält keine Aussage über den Einfluß einer Variation etwa der Baugrundsteifigkeit auf die Beanspruchungen des Tragwerks. Eine iterative Teilsystembetrachtung kann diese trotz ihrer fehlenden Exaktheit liefern, wenngleich sich diese auf *globale* Änderungen der Bodeneigenschaften beschränkt, den u.U. entscheidenden Einfluß *örtlicher* Schwankungen dagegen nicht erfaßt.

Auf der Grundlage des geschilderten Vorgehens lassen sich Verfahren entwickeln, die in Abhängigkeit von der Setzungsempfindlichkeit der Konstruktion vier Stufen umfassen (NABau, 1995):

- Stufe 0: Auf der Stufe 0 werden Setzungen des Baugrundes weder explizit berücksichtigt noch ermittelt, lediglich durch zulässige Bodenpressungen *implizit* begrenzt. Ein solches Vorgehen entspricht dem heute in der Praxis bei normalen Hochbauten üblichen. Es liefert aber nur sinnvolle Ergebnisse, wenn die Schnittgrößenverteilung durch die Baugrundverformung nur unwesentlich beeinflusst wird, wenn also die Setzungsdifferenzen gering sind und/oder das Tragwerk sehr weich ist, im Extremfall statisch bestimmt.
- Stufe 1: Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so sind die Verfahren der Stufe 1 anzuwenden. Hier wird mit den resultierenden Auflagerkräften der Stufe 0 die Setzung des Baugrundes ermittelt und mit Werten verglichen, die als zulässig angesehen werden. Um den Einfluß auf die Schnittgrößen im Tragwerk zu ermitteln, muß sich eine Grenze nicht auf die *absoluten* Setzungen, sondern auf die *Setzungsdifferenzen* beziehen.
- Stufe 2: Sind die Grenzwerte für die Setzung nicht eingehalten, oder kann aufgrund der Natur des Tragwerkes eine solche Grenze nicht angegeben werden, so kann der Einfluß der Baugrundverformung auf die Schnittgrößen abgeschätzt werden, indem die Baugrundverformung in der oben geschilderten Weise als Last auf den Überbau aufgebracht wird.

Stufe 3: Stellt man bei der Neuberechnung des Systems erhebliche Änderungen der Baugrundverformung fest, so muß das Verfahren der Stufe 2 wiederholt angewandt werden. Durch eine solche iterative Berechnung der Teilsysteme nähert man sich an das Ergebnis der Gesamtsystemberechnung an.

In der Praxis liefern die gekoppelten Verfahren und die Teilsysteme unterschiedliche Ergebnisse, da bei einer Berücksichtigung der Baugrundverformung durch Ansatz von Zwängungen diese im allgemeinen mit einem Sicherheitsbeiwert beaufschlagt werden, der bei der Gesamtsystemberechnung verloren geht, sofern nicht die Steifigkeiten des Baugrundes mit Sicherheiten gewichtet werden.

Die erforderliche Modellierung ist überdies vom untersuchten Grenzzustand des Tragwerks abhängig, da bei Annäherung an die Traglast die Verformungsfähigkeit durch Rißbildung und lokales Plastifizieren stark zunimmt und somit der Einfluß der Baugrundverformungen abnimmt, während er sich beim Nachweis der Gebrauchstauglichkeit häufig deutlich bemerkbar macht.

Bei Nachweisen auf der Grundlage zulässiger Bodenpressungen sollte daher zwischen den Grenzzuständen unterschieden werden. Das heute praktizierte Vorgehen ist problematisch, da die Festlegung der zulässigen Bodenpressungen entweder aus der Begrenzung der Setzungen oder der Sicherheit gegen Grundbruch resultiert und somit nicht eindeutig den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit oder Tragfähigkeit zugeordnet werden kann.

3 Stochastische Baugrundeigenschaften

Die Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Baugrund und Bauwerk ist für die Bemessung nicht ausreichend, da sie die Kenntnis aller Systemparameter voraussetzt. Bei realen Systemen unterliegen diese jedoch beträchtlichen Schwankungen.

Besonders im Baugrund sind diese stark ausgeprägt, was vor allem auf die aus wirtschaftlichen und technischen Gründen nur in sehr beschränktem Maße mögliche Erkundung zurückzuführen ist. Zu Beginn einer Baumaßnahme ist die Beschaffenheit des Bodens daher nur in sehr groben Zügen bekannt. Die Unkenntnis des tatsächlichen Zustands erfordert die Einführung probabilistischer Überlegungen und somit die Definition eines Sicherheitskonzeptes.

Man beschreibt den Boden mit stochastischen Modellen, die der Realisation einer Eigenschaft mit einem bestimmten Wert eine Wahrscheinlichkeit zuweisen (siehe z.B. Rackwitz [1]). In statistischer Hinsicht ist es vorteilhaft, den Wert X einer Baugrundeigenschaft in einem bestimmten Punkt zusammensetzen aus einem Erwartungswert X_m

dieser Eigenschaft im betrachteten Bereich, d.h. innerhalb der Baustelle, und einer zufälligen Schwankung ΔX um diesen Erwartungswert.

Der Erwartungswert X_m muß im betrachteten Bereich nicht konstant sein und wird in vielen Fällen besonders in Tiefenrichtung einen Trend aufweisen, da z.B. der Steifemodul des Bodens mit der Tiefe im allgemeinen zunimmt. Die Abweichung der Werte X von X_m ist nicht völlig regellos, sondern gehorcht gewissen stochastischen Gesetzmäßigkeiten, da die Eigenschaften in einzelnen Punkten aufgrund ihrer gemeinsamen Entstehungsgeschichte nicht unabhängig voneinander sind. Daher führt man in das Modell die Autokorrelation ein, um die stochastische Abhängigkeit der Parameter in verschiedenen Punkten zu erfassen. Für eine bestimmte Bodeneigenschaft X ergibt sich der Korrelationskoeffizient der beiden Punkte ξ_1, ξ_2 aus:

$$\rho = \frac{E(X(\xi_1) \cdot X(\xi_2)) - E(X(\xi_1)) \cdot E(X(\xi_2))}{\sigma^2}$$

Dabei bezeichnet $E(\cdot)$ den Erwartungswert einer Größe. Für eine unkorrelierte Größe gilt wegen der stochastischen Unabhängigkeit

$$E(X(\xi_1) \cdot X(\xi_2)) = E(X(\xi_1)) \cdot E(X(\xi_2))$$

und damit $\rho = 0$.

Die Korrelation der Eigenschaften in zwei Punkten ist vor allem vom Abstand Δl zwischen den beiden Punkten abhängig. Ein Maß hierfür ist die Korrelationslänge l_0 , ein gebräuchlicher Ansatz für den Korrelationskoeffizienten die folgende quadratisch exponentielle Funktion:

$$\rho = e^{-\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)^2}$$

Die gegenseitige Abhängigkeit klingt mit zunehmendem Abstand zweier Punkte rasch ab. Im allgemeinen Fall wird l_0 für die Vertikal- und Horizontalrichtung besonders bei geschichteten Böden deutlich unterschiedlich sein. Eine solche Anisotropie kann in das Modell eingeführt werden, indem man die Autokorrelationsfunktion mit dem horizontalen und vertikalen Abstand $\Delta h, \Delta v$ in der folgenden Form schreibt:

$$\rho = e^{-\left[\left(\frac{\Delta h}{l_{0h}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{l_{0v}}\right)^2\right]}$$

Die Bestimmung der Bodenparameter muß aufgrund weniger, stichprobenartiger Versuche und einer groben Klassifizierung unter Ausnutzung der Erfahrung des Bodengutachters erfolgen. Es ist offensichtlich, daß auch die Verteilungsparameter des Zufallfeldes, insbesondere der Erwartungswert X_m , nicht exakt bestimmbar und somit Zufallsvariablen sind. Ihr Variationskoeffizient läßt sich durch den Umfang der Baugrunduntersuchung beeinflussen, jedoch nicht vollständig eliminieren, da die durchgeführten Laborversuche auch unter systematischen Fehlern und dem Problem der Übertragung von Laborergebnissen an gestörten Proben auf den gewachsenen Baugrund leiden.

Bei der Bestimmung von Variationskoeffizienten ist darüber hinaus zu bedenken, daß diese wegen der Autokorrelation des Baugrundes vom betrachteten Bodenvolumen abhängen. Dies führt zu einem deutlichen stochastischen Maßstabseffekt für die Baugrundeigenschaften, wie an zwei einfachen Beispielen gezeigt werden soll.

Beispiel 1: Verformung eines Bodenkörpers

Bild 2 zeigt eine quadratischen Bodenprobe der Seitenlänge a beim Kompressionsversuch. Qualitativ entspricht dies dem Erdkörper unter einer Gründung. Dieser Probekörper wird in vier Felder unterteilt, denen jeweils konstante, untereinander korrelierte Steifigkeiten zugewiesen werden.

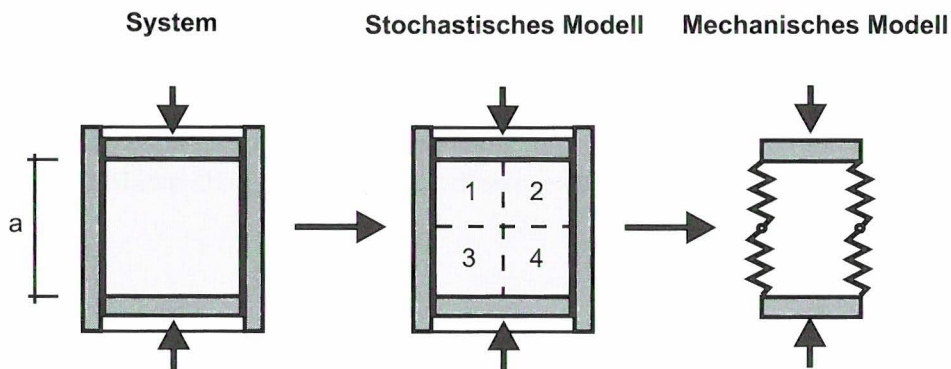


Bild 2 Bodenkörper, stochastische und mechanische Modellbildung

Untersucht man die Steifigkeit der gesamten Probe, so entspricht dies der Parallelschaltung von vier Einzelfedern. Der Steifemodul in den einzelnen Bodenelementen und damit die Federsteifigkeit wird als streuend mit einem Variationskoeffizienten von 30 % unter Annahme einer Normalverteilung angesetzt. Die Steifigkeit der Bodenfedern ist korreliert mit einer Korrelationslänge von a bzw. $5 a$, die Korrelationsmatrix ist dann

$$a = l_0: \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0,779 & 0,779 & 0,606 \\ 0,779 & 1 & 0,606 & 0,779 \\ 0,779 & 0,606 & 1 & 0,779 \\ 0,606 & 0,779 & 0,779 & 1 \end{pmatrix}$$

bzw.

$$a = 5 \cdot l_0: \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1,9 \cdot 10^{-3} & 1,9 \cdot 10^{-3} & 3,7 \cdot 10^{-6} \\ 1,9 \cdot 10^{-3} & 1 & 3,7 \cdot 10^{-6} & 1,9 \cdot 10^{-3} \\ 1,9 \cdot 10^{-3} & 3,7 \cdot 10^{-6} & 1 & 1,9 \cdot 10^{-3} \\ 3,7 \cdot 10^{-6} & 1,9 \cdot 10^{-3} & 1,9 \cdot 10^{-3} & 1 \end{pmatrix}$$

Während die Matrix im ersten Fall noch voll besetzt ist verschwinden im zweiten die Nebendiagonalglieder fast völlig. Die Einzelfedern sind damit stochastisch nahezu unabhängig.

Daraus läßt sich nun die Verteilungsfunktion der Verformung der gesamten Bodenprobe ermitteln. Bild 3 zeigt den Verlauf für die beiden Fälle. Die Streuung des stark korrelierten Falles ist erheblich größer als die des schwach korrelierten, was leicht verständlich ist, wenn man bedenkt, daß bei einem unendlich großen Bodenvolumen die Steifigkeit gegen den Erwartungswert streben muß. Ein Vergrößerung des Volumens reduziert also durch die Mittelung der Eigenschaften die Unsicherheiten des Bodens.

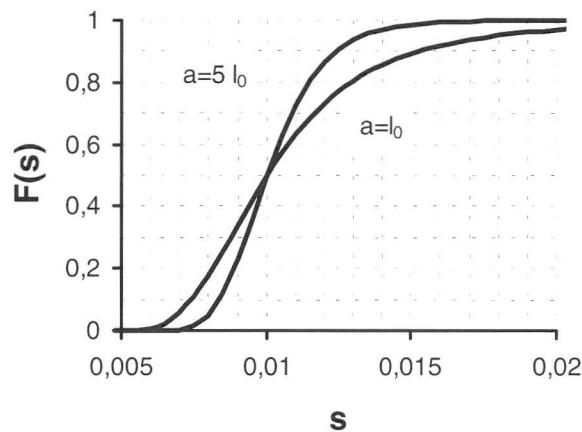


Bild 3 Stochastische Verteilung der Verformung bei unterschiedlichen Korrelationslängen

Bei der Ausnutzung dieses Effektes in der Bemessung ist jedoch zu bedenken, daß die Mittelung nur den fluktuierenden Anteil ΔX betrifft, nicht aber die Streuung des Erwartungswertes X_m , der ja in der Baustelle definitionsgemäß voll korreliert ist. Die Varianzreduktion wird daher erheblich überschätzt, wenn die Unsicherheiten der Parameterbestimmung nicht berücksichtigt werden.

Beispiel 2: Differenzsetzung eines Zweifeldträgers

Nun wird ein einfacher Zweifeldträger auf drei korrelierten Einzelfedern (Variationskoeffizient der Federsteifigkeit: 30%) untersucht (Bild 4). Die Fundamentabmessungen und damit die Erwartungswerte der Federsteifigkeiten werden so gewählt, daß der Erwartungswert der Setzungsdifferenz Null ist. Die Spannweite wird nun der einfachen und der fünffachen Korrelationslänge gleichgesetzt. Die in Bild 5 dargestellte Verteilungsfunktion für Δs zeigt wieder einen deutlichen Einfluß der Korrelation, allerdings ist diesmal der Variationskoeffizient bei kleineren Systemabmessungen geringer. Das ist auch wieder verständlich, da für den Grenzfall $l = 0$ die Fundamente in einem einzigen Punkt mit identischen Baugrundeigenschaften zusammenfallen müssen, so daß sich für diesen Fall keine Setzungsdifferenz ergeben kann.

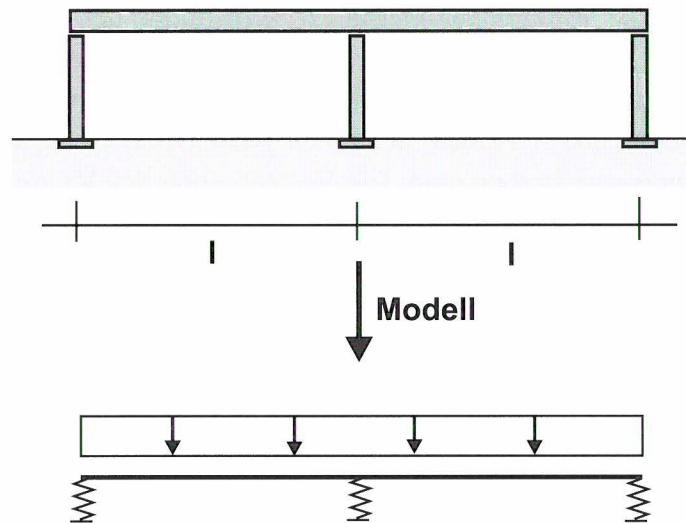


Bild 4 Zweifeldträger

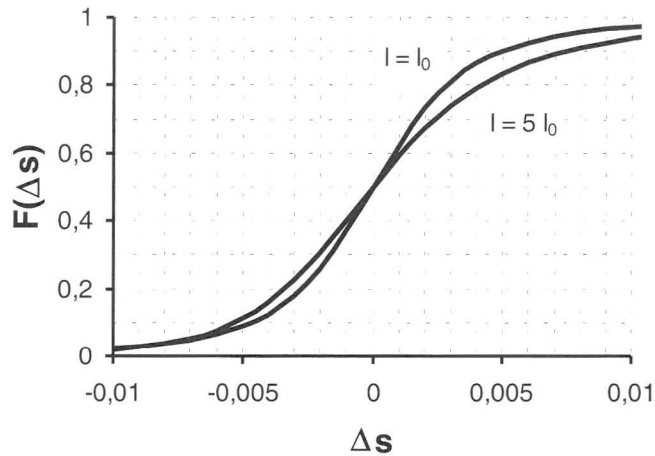


Bild 5 Stochastische Verteilung der Setzungsdifferenz bei unterschiedlichen Abmessungen

4 Modellunsicherheiten

Die Unsicherheit geologischer Prognosen beruht nicht alleine auf der stochastischen Streuung der Bodenparameter, sondern auch auf den Unsicherheiten der zugrunde liegenden mechanischen Modelle.

Diese müssen, um eine Anwendung in der Praxis überhaupt erst zu ermöglichen, im Regelfall grobe Idealisierungen der Wirklichkeit darstellen. Beispielhaft seien hier nur starrplastische Mechanismen zur Ermittlung des Erddrucks auf Stützbauwerke oder elastische Bodenmodelle zur Setzungsberechnung erwähnt.

Dieses Problem läßt sich theoretisch durch die Verwendung wirklichkeitsnaher Materialmodelle umgehen. Allerdings steigt mit zunehmender Komplexität der Modelle die Zahl der erforderlichen Materialparameter und die Schwierigkeit ihrer Bestimmung aus Laborversuchen an, so daß letztlich eine Verminderung der Modellunsicherheit mit einer Vergrößerung der Unsicherheit der Materialparameter erkaufte wird.

5 Folgerungen für ein neues Sicherheitskonzept

Die Einführung neuer, auf Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit basierender Nachweisformate erfordert ein Überdenken der bestehenden Sicherheitskonzepte.

Die Beschreibung einer Bodeneigenschaft durch einen einzigen Wert ohne eine mögliche Bandbreite ist für die Tragwerksplanung in vielen Fällen nicht ausreichend. Dies gilt insbesondere dann, wenn es sich bei dem Wert nicht um einen Mittelwert, sondern um einen

„auf der sicheren Seite liegenden“ charakteristischen Wert handelt, da es eine sichere Seite in der Boden-Bauwerk-Interaktion im allgemeinen nicht gibt.

Auch können zu unterschiedlichen Zeitpunkten unterschiedliche Grenzwerte bemessungsentscheidend sein, etwa im Fall einer dicken Bodenplatte, deren Zwangsschnittgrößen aus dem Schwinden und dem Abfließen der Hydratationswärme durch eine geringe Bodensteifigkeit reduziert werden, während für die Lastabtragung im Endzustand im allgemeinen ein unterer Grenzwert der Baugrundsteifigkeit maßgebend ist.

Ein schlüssiges Sicherheitskonzept muß die stochastischen Streuungen vor allem der Bodenparameter auch bei Nachweisen der Gebrauchstauglichkeit berücksichtigen. Dies ist jedoch schwierig, da die Streuungen der Baugrundeigenschaften aufgrund ihrer Größenabhängigkeit keine reine Materialeigenschaft, sondern auch eine Systemeigenschaft sind und somit nur in einer Kooperation von Tragwerksplaner und Geotechniker festgelegt werden können.

Literatur

Rackwitz, Peintinger (1981)

Ein wirklichkeitsnahes stochastisches Bodenmodell mit unsicheren Parametern und Anwendung auf die Stabilitätsuntersuchung von Böschungen. In: Bauingenieur 56 (1981) S. 215-221

Ruile, A. (1998)

Zur Interaktion von Boden und Mauerwerk. Lehrstuhl für Massivbau, TU München

Böckmann, A. (1997)

Zuverlässigkeitsanalyse von ebenen Tragwerken aus Stahlbeton in Wechselwirkung mit dem Baugrund. Lehrstuhl für Massivbau, TU München

NaBau Koordinierungsausschuß Sicherheit (1995)

Baugrund-Tragwerk-Interaktion. Bericht der Ad-hoc-Gruppe „Baugrund-Tragwerk-Interaktion“



Modelling interaction of structures on soft soils modellierung

Prof. Dr. Ergün Togrol

Istanbul Technical University

ABSTRACT

In this paper the behaviour of soft soils under embankments is analysed and discussed. In stage construction of embankments the major concern is to control shear stress induced deformations in the ground. The proposed procedure allows a sufficient factor of safety against base failure at each stage of the construction.

INTRODUCTION

Analysis of soil-structure interaction may serve to detect the behaviour of any type of structural element that lies in contact with soil. Modelling of the soil response is an important stage in the analysis of soil-structure interaction. Very often soil behaviour needs to be idealised and generalised for all soil strata encountered in a site.

In this paper the behaviour of soft soils is characterised by a critical state model and a design procedure for embankment construction on soft clays is developed.

A stress-strain-time analysis that is truly representative of in-situ behaviour is a major concern in the embankment design on soft soils. Although there has been an increasing use of stage-construction techniques for embankment construction in recent years, many of the existing design procedures suffer from limited capability to represent the true soil behaviour.

A stability analysis based on effective stresses necessitates correct prediction of excess pore water pressures induced during construction stages. A review of case records indicated that the application of the existing theories of pore pressure evaluation has not consistently led to satisfactory results. Therefore, empirical approaches employing measured excess pore water pressures have been developed in recent years for the evaluation of the

effective stress paths. In either case the total stresses induced in the clay masses are calculated by using elastic methods, although it is known that elastic conditions do not prevail in a yielding soil structure. A normally consolidated clay is one that is in a state of yield such that a small increase in stress gives rise to significant plastic strains. Also, the pore pressure build-up is higher in the case of normally consolidated clays than the case of overconsolidated clays.

Elimination of a source of error is attempted by taking the plastic behaviour into account in the proposed design procedure, which hypothesises that the at-rest conditions are recreated in a soil body by the end of each consolidation period. This hypothesis is rationalised by showing theoretically that the amount of accumulated excess pore water pressures during a shearing process depends on the ratio of anisotropy in a soil body.

SOIL BEHAVIOUR

Effective stress concept

The recent progress in microscopic study of friction showed that the **laws of friction** should be re-written in a more general way (Bhushan et al, 1995; Krim.1996):

- (1) The friction force depends on how easily two surfaces become stuck relative to becoming unstuck; it is proportional to the degree of irreversibility of the force that squeezes the two surfaces together, rather than the outright strength of the force;
- (2) The friction force is proportional to the actual, rather than the apparent area of contact;
- (3) The friction force is directly proportional to the sliding speed of the interface at the true contact points, so long as the surfaces are not allowed to heat up and the sliding speed remains well below the speed of sound.

(The true area of contact between macroscopic objects is likely to be proportional to the squeezing force. The harder objects are squeezed the more area comes into contact. So friction appears to be proportional to the normal load as Guillaume Amontons stated in the 17th century.)

Terzaghi's effective stress concept is very important in this context. Positive effective stresses press soil particles to each others. All measurable effects of change of stress, such as compression, distortion and strength are due to changes in the effective stress. Volume changes in soils are due exclusively to changes in effective stress.

Consolidation

The time-dependent process of volume change in soil is known as consolidation. The relationship between the volume of the soil and the effective stress, which is independent of time, is known as compression. There are three important consequences of the consolidation process, namely, (1) compression, (2) time dependency, (3) strength increase.

For isotropic compression the equations of the compression and swelling lines are, respectively,

$$v = N - \lambda \ln p' \quad (1)$$

$$v = v_{\kappa} - \kappa \ln p' \quad (2)$$

v is the specific volume of the soil and defined as the volume of the soil sample containing unit volume of soil grains ($v = 1 + \varepsilon$). For the λ -line, N is defined as the specific volume of a normally consolidated soil at unit mean stress. For the κ -line, v_{κ} is defined as the specific volume of an overconsolidated soil at unit mean stress.

Critical state line

At any stage of a triaxial compression test with axial and radial effective stresses σ_1 and σ_3 , the stress state of the triaxial test specimen can be defined by equations (3) and (4),

$$p' = (\sigma_1 + 2\sigma_3) / 3 \quad (3)$$

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (4)$$

Design of embankments on soft soils is an especially interesting subject to study for a geotechnical engineer. It is even more so if you are also interested in critical soil mechanics. In that context the strain hardening of soft soils brings forth many valuable possibilities.

The projection of the **critical state line** (Roscoe, Burland, 1968) onto the $q: p'$ plane may be described by

$$q = Mp' \quad (5)$$

where M is its gradient. The projection of the critical state line onto the $v: p'$ plane may be described by

$$v = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (6)$$

where Γ is defined as the value of v corresponding to unit p' on the critical state line, thus Γ locates the critical state line in the $v : \ln p'$ plane.

At the same specific volume, v , the critical state mean effective pressure is

$$p'_f = \exp((\Gamma - v) / \lambda) \quad (7)$$

At lower values of p' , when

$$p' < p'_f$$

soil fails in a brittle manner, and dilates on slip planes so specimens do not deform uniformly at peak stresses. At higher values of p' , when

$$p' > p'_f$$

the soil specimen deforms more uniformly, positive pore pressure develop and better data would be obtained (Figs. 1, 2).

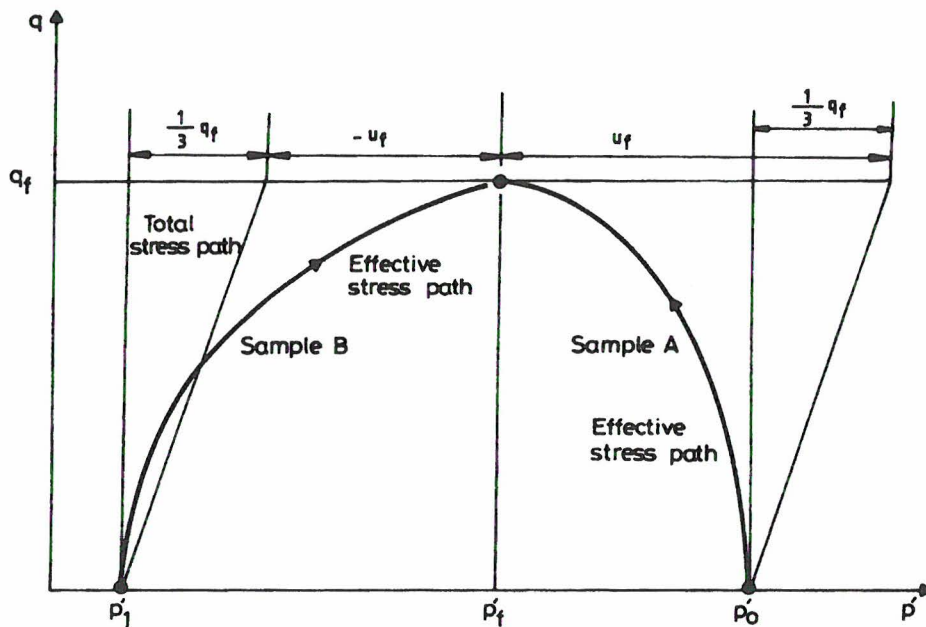


Figure 1 Undrained stress paths of (A) normally consolidated, (B) overconsolidated specimens.

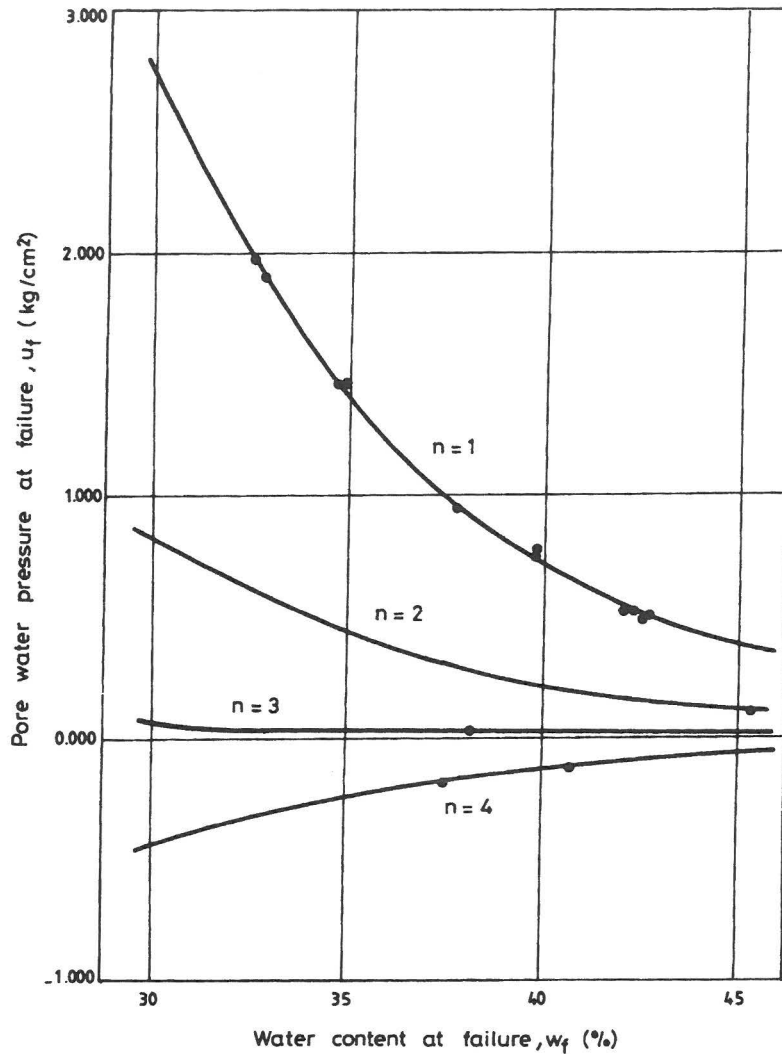


Figure 2 Excess pore water pressure vs water content curves of kaolin specimens for undrained triaxial compression tests at varying overconsolidation ratios.

State boundary surface

The initial state of an isotropically normally consolidated soil lies on the normal consolidation line and hence on the state boundary surface. In the case of idealised undrained loading, the effective stress path resulting from the application of the total stress increments will reach the critical state line by following a constant volume contour on the state boundary surface. The stage loading technique involves undrained loading and drained consolidation periods. During each consolidation period, the effective stress path of the soil tends toward a new effective stress state at which specific volume is smaller. Along this part of the effective stress path there is no change in the shear stresses. Risk of general failure during undrained loading stages is eliminated by maintaining the effective stress paths below the critical state line.

The accumulated amount of excess pore water pressures at the end of a loading stage can be calculated as being the horizontal distance between the total and the effective values of normal pressure. If elastic methods are used in estimating the total stresses, as in current design practice, the plastic behaviour of the yielding clay structure would not be considered, and this results in unrealistic solutions. After yielding, the clay starts to lose its rigidity, and thus the lateral stresses increase (Law and Lo, 1976).

Let us consider a unit volume of isotropically normally consolidated soil. When an additional stress is applied to the soil element, the increase in the pore water pressure equals the increase in applied stress, and as the pore pressure dissipates, the effective stresses increase. This behaviour can be followed on Fig.3. Initial stress state of an isotropically normally consolidated clay is represented as point A. As the soil is loaded the effective stress path follows a constant volume contour and reaches an effective stress state, such as point B in Fig.3. The stress state of the soil moves from point B to point C during the succeeding consolidation period. Point C can be considered as the end of the consolidation period. In this context, it is worthwhile to mention that at point C the soil experiences a stress-induced anisotropy and therefore inherits a shear stress value (q) that should be accompanied by an excess pore water pressure. To take into account the additional excess pore water pressure inherited by the stress-induced anisotropy, the total stress path should be applied from point C' corresponding to point C on the normal consolidation line. In other words, the anisotropy created at point C is a development of isotropic conditions and thus the behaviour is dependent on a compatible value of isotropic pressure. Accordingly, the excess pore water pressures are calculated as being the horizontal distance between the new total stress path drawn from point C' and the corresponding effective stress path that comprises point C on it.

The above argument can be used to demonstrate the behaviour of anisotropically normally consolidated natural clays. The ratio of anisotropy of natural clays is defined in terms of K_0 . The value of K_0 is also affected by plasticity, overconsolidation ratio, ageing and thixotropic hardening of soil. Under at-rest conditions the effective stress state of a normally consolidated soil lies on the normally consolidated K_0 line which can be represented as

$$q = (3(1 - K_0)p') / (1 + K_0) \quad (8)$$

on the $q: p'$ plane. K_0 for a soil in normally consolidated condition remains constant. In the case studied in this paper, the soil will always be normally consolidated since the stresses applied will not be relieved at any stage.

The K_0 line for anisotropic natural clays serves as the $q = Z p'$ line for isotropic clays. Therefore, it can be stated that the effective stress states corresponding to the end of consolidation periods fall on the K_0 line. In that case, excess pore water pressures can be calculated as the horizontal distance of the normal effective pressure from the K_0 line (Fig.3).

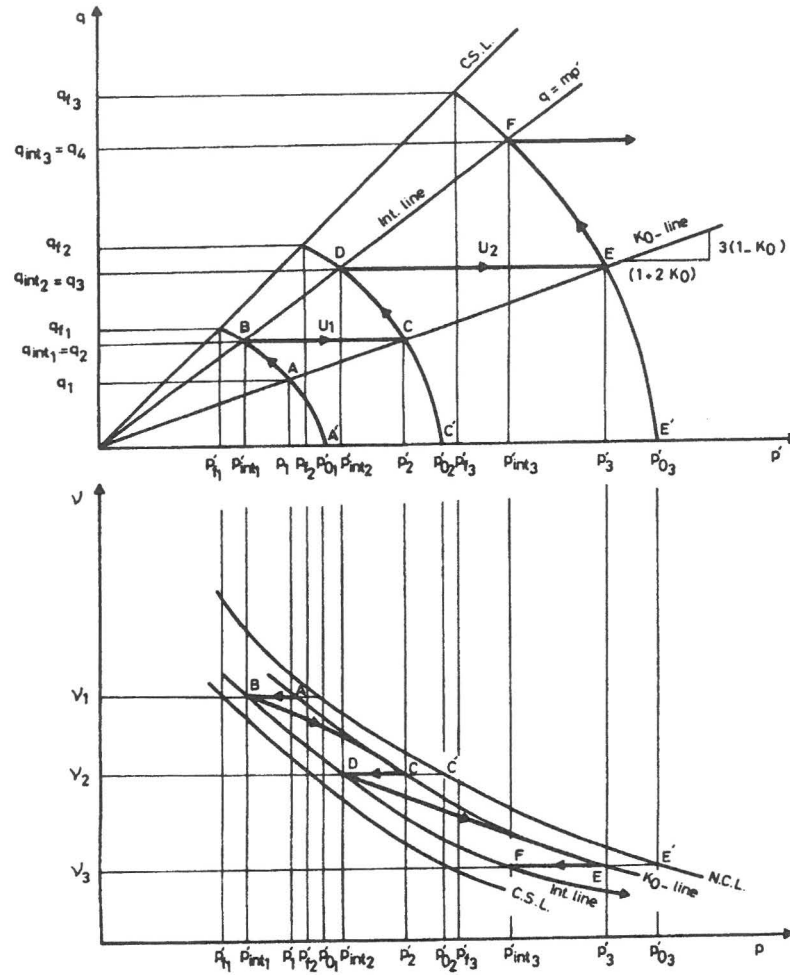


Figure 3 Stress paths of anisotropically normally consolidated soft clay under stage loading.

STABILITY

Stability is one of the main geotechnical considerations in the design of embankments on soft clays; settlement is the other criteria which has primary importance. Loganathan et al (1993) introduce “field deformation analysis” in order to separate and quantify settlement components for both loading and consolidation stages. Field deformation analysis based on volumetric deformation concept is an important contribution to the present design practice. It can be argued that stability and strength changes in the foundation soils are determined by volume changes.

If the volume change effects of the soil is in the stiffening direction as it occurs during consolidation periods, this can be utilised during stage-construction of embankments.

A number of researchers pointed out that lateral deformations can be considered as indirect measures of stability criterion (Yamaguchi, 1984; Marche et al, 1974; Tavenas et al, 1980). Most of the total deformation and thus major portion of lateral deformation occur during the construction (Ortiz, 1967). These observations are also an indication of the close relation between embankment instability and lateral flow. Therefore, one of the main considerations for the safe design of embankments on soft soils should be to minimise lateral flow during loading stages. If the stresses in the ground can be kept at a safe value so that failure will not be initiated at any location beneath the embankment, lateral flow will be minimised which in turn contributes to stability.

In the proposed procedure, stresses are not allowed to reach critical values and it secures the desired value of safety factor to be preserved at each stage of loading.

PROCEDURE

The initial effective stress of a normally consolidated soil is at or very close to the yield surface and its behaviour may be approximated by that of a completely plastic "wet" clay (Roscoe, Burland, 1968). Therefore the undrained effective stress path equation coincides with that of the yield surface. The proposed procedure is developed for centre line region below embankments.

Stress paths together which are used in the proposed approach are given in Fig.3. The procedure is explained here. The symbols used in the equations, N , M , Γ , λ are soil constants and determined by conventional laboratory and field tests.

(1) Initial stress state of the soil is represented as point A in Fig.1 and can be determined from the data of saturated unit weight of the soil and from the knowledge of K_0 . The initial specific volume v_I is known or it can be calculated from the corresponding preconsolidation pressure p'_c . If soil is normally consolidated $p'_c = p'_{oI}$, and the initial isotropic normal pressure is expressed as,

$$p'_{oI} = p'_c = \exp((N - v_I)/\lambda) \quad (9)$$

If initial specific volume of the soil, v_I is not known p'_{oI} can be determined from equation (9) and then is used in equation (8) in order to determine v_I . The equation of the yield surface according to the Modified Cam-clay theory is

$$p'_{oI} = p'_I + (q_I^2 / M^2 p'_I) \quad (10)$$

where p'_I and q_I are normal and shear stresses corresponding to the initial stress state and are found for normally consolidated soil with a stress anisotropy of K_0 .

(2) Normal and shear stresses corresponding to failure state can be found by

$$p'_{fl} = \exp((\Gamma - v_1) / \lambda) \quad (7 \text{ bis})$$

$$q_{fl} = M p'_{fl} \quad (5 \text{ bis})$$

(3) The position of the **intermediate line** is chosen. The selection is based on providing a sufficient factor of safety. The equations of the projections of the intermediate line on the $q : p'$, and $v : p'$ planes are

$$q = m p' \quad (11)$$

$$v = L - \lambda \ln p' \quad (12)$$

where m is the slope of the intermediate line when it is projected into $q : p'$ plane. In selecting the value of m it would be appropriate to apply a safety factor F_s on failure shear stresses

$$F_s = q_f / q_{int} \quad (13)$$

L and m values which are required to construct intermediate (design) line in the $q : p' : n$ plane can easily be obtained by inserting the desired value of the safety factor into the equations developed by Çiniciođlu and Togrol (1991).

(4) In the embankment construction loads are applied in such a way that shear stress level in the ground should always kept at or below the design line. Thus a desired value of safety factor will automatically be provided at each stage of loading.

The value of the normal stress for the first stage of loading is predicted as

$$p'_{int1} = \exp((L - v_1) / \lambda) \quad (14)$$

and the value of design shear stress is found by inserting values of p'_{int1} and p'_{o1} into Modified Cam-clay yield surface equation

$$q_{int1} = + M \{ p'_{int1} (p'_{o1} - p'_{int1}) \}^{0.5} \quad (15)$$

or in a simpler form as

$$q_{int1} = m p'_{int1} \quad (16)$$

(5) The first stage of loading is completed when effective stress states represented by point B in Fig.1 is reached. Then soil is allowed to consolidate. Line BC represents the stress path during the consolidation period. Point C represents the end of first consolidation stage and it is on the anisotropic loading line termed K_0 line which is characterised by the slope of

$$q/p' = 3(1 - K_0)/(1 + 2K_0) \quad (17)$$

on $q : p'$ plane. The value of K_0 is constant and will remain constant as long as the soil remains in normally consolidated condition.

Since the stresses applied will not be relieved at any stage for the design problem analysed in this paper, the effective stress state of the soil will be carried back onto the normally consolidated K_0 line after complete dissipation of excess pore water pressure. Stress states at the beginning and at the end of the first consolidation period are represented as points B (p'_{int1}, q_{int1}, n_1) and C (p'_2, q_2, n_2), respectively. Values of stresses corresponding to point C are:

$$q_2 = q_{int1} \quad \text{and} \quad p'_2 = \{ (1 + 2K_0)/3(1 - K_0) \} q_{int1}$$

Thus the amount of excess water pressure which should be dissipated during the consolidation period is

$$u_2 = p'_2 - p'_{int1} \quad (18)$$

(6) At the end of the first consolidation period the specific volume of the soil decreases from v_1 to v_2 . The value of n_2 can easily be calculated as $v_2 = N - \lambda \ln p'_{02}$ at the point of intersection of constant volume contour corresponding to this state and the normal consolidation line. The value of preconsolidation pressure corresponding to the effective stress state represented as point C in Fig.1 is

$$p'_{02} = p'_2 + (q_2^2 / M^2 p'_2) \quad (19)$$

(7) After the excess pore pressure u_1 is dissipated, and the effective stress state C is reached, the second stage of undrained loading can be applied until the undrained effective stress path reaches the intermediate line. This procedure continues in the same way during the further stages of loading and consolidation.

BEARING CAPACITY

The analysis so far carried out satisfies the bearing capacity consideration for embankments. The undrained shear strength c_u can be defined from

$$c_u = q_u/2 = (M/2) \exp((\Gamma - v)/\lambda) \quad (20)$$

and using the conventional prediction of bearing capacity for strip footings which is

$$q_d = N_c * c_u = 5 c_u \quad (21)$$

it is only necessary that the applied incremental load at each stage should be less than q_d . The analysis carried out satisfies

$$q_{int} < q_d = 5 c_u \quad (22)$$

because

$$q_{int} < q_u = 2 c_u \quad (23)$$

Thus the bearing capacity consideration is also satisfied. The surface loading will result in stress increments that are smaller at greater depths. Furthermore the shear strength is usually increase with depth. Therefore, the top level of the clay layer is the most critical elevation at which the closer attention should be paid.

CONTROL

In geotechnical engineering, more than in any other field of civil engineering, important savings can be made by considering the most probable rather than the most favourable possibilities. Observations made during the construction are often used to fill the gaps in the available information. Building embankments on soft soils is a good example where observational procedures are widely used.

The values of q and p' are assessed before starting a new loading stage. A “shear strength/time” relationship can be obtained by application of field vane tests with appropriate time intervals. The ratio between the measured value of c_{u0} at the beginning of a consolidation period and a c_u value at any time t before starting a new loading period equals the ratio of preconsolidation pressures corresponding to these stress states. It is generally accepted that undrained strength of natural soils are primarily dependent on their preconsolidation pressures (Chapuis, 1980; Trak et al, 1980; Bergdahl et al, 1987). Thus for a measured value of c_{ux} at time t_x during consolidation, it can be written

$$c_{ux} / c_{u0} = p'_{0x} / p'_{0l} \quad (24)$$

where c_{u0} corresponds the measured strength at the beginning of consolidation, i.e. at time t_0 and p'_{0x} and p'_{0l} are the preconsolidation pressures corresponding to the stress states at times t_x and t_0 . This relationship can be made use of to determine the yield envelope relevant to the current effective stress state of the soil and the procedure is continued. In this way, the design procedure based on effective stresses is controlled by field strength measurements.

CONCLUSIONS

The design and construction of embankments on soft soils is one of the major concerns of geotechnical engineers in regards to growing demands in road and harbour works. If the thickness of the soft stratum is great, in addition to excessive settlements, slides caused by the failure of the base soil occur during or immediately after the construction. High embankments can be built if the base soil is allowed to consolidate under the fill without causing failure.

The design of embankments to be built on thick beds of soft soils are usually preceded by stability and settlement calculations. Until recent years, the stability has been evaluated by the methods based on total stresses. The use of effective stress methods are justified by the fact that they employ the fundamental factors governing soil behaviour.

In this paper, firstly, the behaviour of isotropically normally consolidated clays is analysed and the analysis is extended to cover the anisotropic behaviour. The stage construction technique presented in this study ensures that the critical state line will not be reached by the effective stress paths at any stage of loading and the same safety factors will be provided against bearing capacity failure throughout the loading stages. This is achieved by construction of an intermediate line.

The proposed procedure enables the designer to optimise the length of the consolidation-pause periods according to the constructional and economical requirements. Use of field vane shear tests provides a measure of the intermediate shear stress corresponding the time required for consolidation and strength gain.

The construction of 1.8 kilometres long Iskenderun breakwater on soft silts reaching to a thickness of 18 meters, in southern Turkey suggested that the required time for consolidation periods is better determined in the field for a successful application of stage-construction technique (Togrol, Dadapbilge, 1977).

REFERENCES

- Bergdahl, U., J. Hartlen, R. Larsson, Z. Lechowicz, A. Szymanski, W. Wolski (1987).
“Shear Strength increase in Organic Soils due to Embankment Loading”, 8 Krajowa Konferencja Mechaniki Gruntow I Fundamentowainia, Wroclaw.
- Bhushan, B., J.N. Israelachvili, U. Landman (1995).
“Nanotribology: friction, wear and lubrication at the atomic scale”, Nature, Vol.374, 13 Apr., pp.607-616.
- Chapuis, R.P. (1982).
“New Stability Method for Embankments on Clay Foundations”, Canadian Geotechnical J., 19, pp.44-48.
- Krim, J. (1996).
“Friction at the Atomic Scale”, Scientific American, Oct., pp.48-56.
- Law, K.T., K.Y.Lo (1976).
“Analysis of Shear-induced Anisotropy in Leda Clay”, Proc.2nd Conf.on Numerical Methods in Geomech., Vol.1, pp.329-344.
- Loganathan, N., A.S. Balasubramaniam, D.T. Bergado (1993).
“Deformation Analysis of Embankments”, ASCE J.Geotech.Engrg., 119(8), pp.1185-1206.
- Marche, R., R. Chapuis (1974).
“Control of Stability of Embankments by the Measurement of Horizontal Displacement”, Canadian Geotech.J., 11(1), pp.182-201.
- Ortiz, J.S. (1967).
“Zumpango Test Embankment” ASCE J. Geotechn. Engrg., 93(4), pp.199-209.
- Roscoe, K.H., J.B.Burland, (1968).
“On the generalized stress-strain behaviour of “wet” clay”, Engineering Plasticity, Cam.Univ Press, pp.535-609.
- Tavenas, F., S. Leroueil (1980).
“The Behaviour of Embankments on Clay Foundation” Canadian Geotech. J., 17, pp.236-260.
- Togrol, E., S.F. Çiniciođlu (1991).
“Embankment Design on Soft Clays”, ASCE J. Geotech.Engrg., Vol.111, No.11, pp.1691-1705.
- Togrol, E., S.F. Çiniciođlu (1994).
“Stage construction of Embankments on Soft Soils”, Developments in Geotechnical Engineering, pp.401-407.
- Togrol, E., K. Dadapbilge (1977).
“Stability of Embankments on Soft Submarine Sediments”, Proc. 9th ICSMFE, Tokyo, Vol.1, pp.773-776.
- Trak, B., P. La Rochelle, F. Tavenas, S. Leroueil, M.Roy (1980).
“A New Approach to the Stability Analysis of Embankments on Sensitive Clays”, Canadian Geotech.J., 17(4), pp.526-544.
- Yamaguchi, H. (1984).
“Effect of Depth of Embankment on Foundation Settlement” Soil Found., 24(1)



Baugrund-Modellierung auf der Basis der Theorie Poröser Medien

**Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Ehlers,
Dipl.-Ing. Peter Blome, Dipl.-Ing. Heiner Müllerschön**
Institut für Mechanik (Bauwesen), Lehrstuhl II, Universität Stuttgart

1 Ziel, Motivation und Problemstellung

Mit der Theorie Poröser Medien (TPM) liegt ein generelles, kontinuumsmechanisch und thermodynamisch fundiertes Konzept zur makroskopischen Beschreibung allgemeiner Mehrphasenmaterialien vor. Insbesondere zielt die Theorie auf die Behandlung von ganz oder teilweise fluidgesättigten porösen Festkörpermaterialien ab. Damit ist eine exzellente Grundlage für die Behandlung von geomechanischen Problemstellungen bereitgestellt. Es ist das Ziel des vorliegenden Artikels, bindige und nichtbindige Böden im Rahmen einer ganzheitlichen kontinuumsmechanischen Formulierung mit Hilfe der TPM durch ein Mehrphasenmodell zu beschreiben.

Geomechanische Problemstellungen, wie z. B. das klassische Konsolidationsproblem, verlangen die Beschreibung eines in den Bewegungen gekoppelten Festkörper-Fluid-Problems. Das Konsolidationsproblem ist dadurch gekennzeichnet, daß das Aufbringen einer zusätzlichen äußeren Belastung (z. B. durch ein Bauwerk) auf einen flüssigkeitsgesättigten Boden zu zeitabhängigen Deformationen führt, die begleitet werden von einem Prozeß austretenden Porenwassers (Bild 1). Der Konsolidationsprozeß ist dann abgeschlossen, wenn die effektive Spannung des Bodens, die über ein Konstitutivgesetz mit der Festkörperdeformation verbunden ist, einen neuen Gleichgewichtszustand mit der äußeren Zusatzlast bildet.

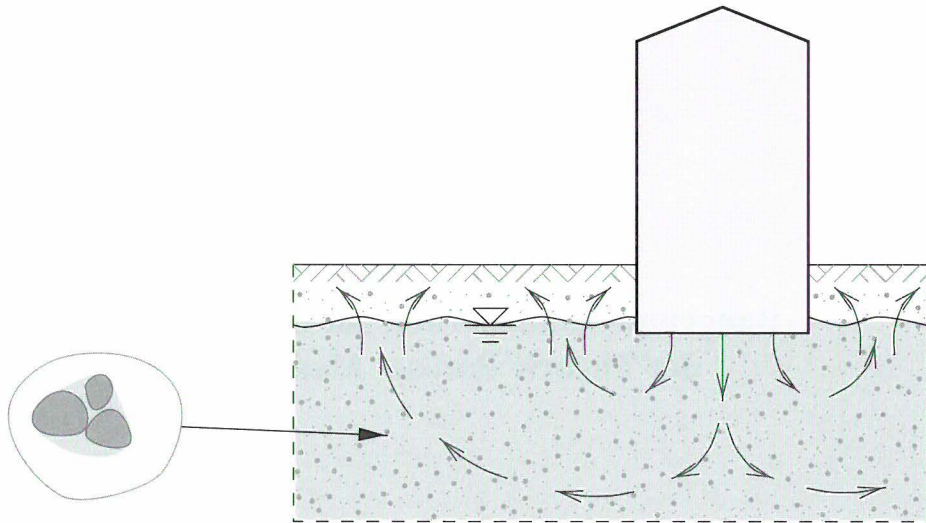


Bild 1 Schematische Darstellung des klassischen Konsolidationsproblems

Die Behandlung solcher Probleme mit Hilfe kontinuumsmechanischer Methoden, also weitestgehend im Rahmen einer phänomenologischen Betrachtungsweise, stellt zunächst die Frage nach dem Grad der Homogenisierung; d. h. es muß *a priori* entschieden werden, ob man (1) jedes Material für sich auf dem von diesem Material eingenommenen Gebiet mit den Mitteln der klassischen Kontinuumsmechanik der Einphasenmaterialien beschreiben will, oder ob man (2) von vornherein eine konzeptionelle Durchschnittsbildung über das gesamte Gebiet aus Festkörper- und Fluidanteilen durchführt und dann von einem statistisch gemittelten, „verschmierten“ Mehrphasenkontinuum ausgeht.

Im Regelfall ist die äußere Geometrie der Einzelkörper von natürlichen Granulaten, z. B. Sandböden, unbekannt. Daraus ergibt sich eine Notwendigkeit zur Durchschnittsbildung. Man gibt sich prinzipiell mit Informationen zufrieden, die nicht das einzelne Material mit der aus der klassischen Kontinuumsmechanik gewohnten Genauigkeit beschreiben, sondern die die jeweiligen physikalischen Eigenschaften der Teilkörper lediglich im Mittel wiedergeben. Um statistische Aussagen als repräsentative Aussagen werten zu können, muß man voraussetzen, daß (a) der betrachtete Bereich groß genug ist, um eine statistische Aussage zuzulassen, und daß (b) die lokalen Substrukturen, z. B. die Korngrößen eines Granulats oder die lokale Verteilung der Konstituierenden im Kontrollraum, fein genug sind, um die verschmierte Modellbildung zu gestatten. Man erhält ein Kontinuum mit statistisch verteilten, *de facto* unvermischbaren Konstituierenden, bei dem man davon ausgeht, daß sich alle am Gesamtkörper beteiligten Materialien nach der Durchschnittsbildung gleichzeitig und gemeinsam im gesamten Kontrollraum befinden (Bild 2). Diese Vorstellung führt automatisch auf die aus der Theorie der mischbaren Materialien (Mischungstheorie) bekannte Axiomatik von heterogen aus verschiedenen Stoffen konstituierten, superponierten Kontinua mit inneren Wechselwirkungen, durch die man die internen Kopplungsmechanismen zwischen den einzelnen Phasen beschreibt (Truesdell & Toupin, 1960; Bowen, 1976).

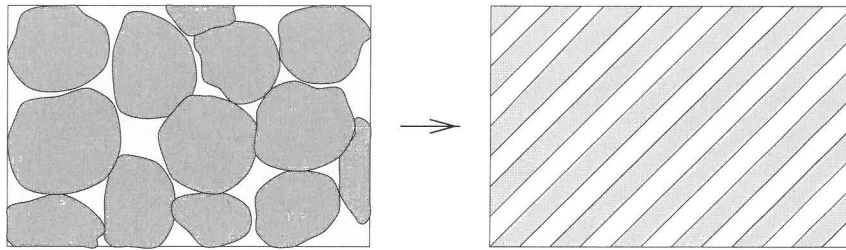


Bild 2 Geometrischer Aufbau (links) und statistisches Ersatzmodell (rechts) eines fluidgesättigten granularen Festkörpers

Da die Mischungstheorie kein volumetrisches Maß für die Anteile der die Mischung konstituierenden Teilkörper enthält, wird zur Beschreibung allgemeiner Mehrphasenmaterialien und insbesondere zur Beschreibung von porösen Medien, also gekoppelten Festkörper-Fluid-Aggregaten, zusätzlich vom Konzept der Volumenanteile Gebrauch gemacht. Hierbei werden die Anteile der Teilkörper durch skalare Strukturvariablen (Volumenanteile) erfaßt. Damit ist die TPM definiert als eine Kontinuumstheorie für mehrphasige Materialien, die sich aus den Elementen „Mischungstheorie“ und „Konzept der Volumenanteile“ zusammensetzt (Bowen, 1980, 1982; de Boer & Ehlers, 1986, 1990; Ehlers, 1989, 1993, 1996).

2 Modellgleichungen

2.1 Annahmen und Voraussetzungen

Im folgenden wird ein binäres Modell behandelt, das aus den Teilkörpern Bodengerüst und Porenwasser besteht. Das Materialverhalten des Bodengerüsts sei elastisch-plastisch, das des Porenwassers viskos. Es wird vorausgesetzt, daß zwischen den Konstituierenden kein Massenaustausch stattfindet. Außerdem sollen die Konstituierenden dieselbe konstante Temperatur haben, d. h. die behandelten Prozesse sind isotherm.

Im Rahmen der konzeptionellen Modellbildung in der TPM geht man davon aus, daß sich die am Gesamtmodell beteiligten Partialkörper (Festkörperskelett und Fluid) im Zustand idealer Unordnung befinden, also statistisch über den Kontrollraum verteilt sind. Diese Voraussetzung führt auf ein Ersatzmodell φ mit superponierten und interagierenden Konstituierenden φ^α , $\alpha \in \{S, F\}$ (Skelett und Fluid):

$$\varphi = \varphi^S + \varphi^F .$$

An jedem Punkt des Kontrollraums befinden sich demnach gleichzeitig materielle Punkte X^α beider Konstituierenden, so daß die mathematischen Funktionen zur Beschreibung der geometrischen und physikalischen Eigenschaften der Teilkörper in jedem Raumpunkt des Kontrollraums definiert sind (Feldfunktionen).

Konzept der Volumenanteile

Die Anteile der Konstituierenden am Gesamtvolumen des Kontrollraums sind definiert als lokale Quotienten dv^α von φ^α bezogen auf das Volumenelement dv von φ :

$$n^\alpha = \frac{dv^\alpha}{dv}.$$

Für den gesättigten Festkörper gilt die Sättigungsbedingung

$$n^S + n^F = 1.$$

Verbunden mit der Definition der Volumenanteile n^α ist die Einführung von zwei unterschiedlichen Dichtefunktionen für jede Konstituierende φ^α :

- effektive (realistische) Dichte: $\rho^{\alpha R} = \frac{dm^\alpha}{dv^\alpha},$
- partielle Dichte: $\rho^\alpha = \frac{dm^\alpha}{dv}.$

Die effektive Dichte $\rho^{\alpha R}$ bezieht die lokale Masse dm^α auf das Volumenelement dv^α , während die partielle Dichte ρ^α dieselbe lokale Masse auf das Volumenelement dv bezieht. Damit folgt unmittelbar, daß die Dichtefunktionen über die Volumenanteile gekoppelt sind:

$$\rho^\alpha = n^\alpha \rho^{\alpha R}.$$

Da die Kompressibilität von Festkörper und Fluid im Vergleich zur Kompressibilität des porösen Festkörperskeletts gering ist, werden die Teilkörper des Modells als materiell inkompressibel angenommen. Mit Hilfe der oben genannten Beziehung kann unmittelbar darauf geschlossen werden, daß die Eigenschaft materieller Inkompressibilität von φ^α wegen $\rho^{\alpha R} = \text{konst.}$ nicht gleichbedeutend ist mit der Eigenschaft globaler Inkompressibilität dieser Konstituierenden, da sich die Partialdichten immer noch ändern können durch Änderung der Volumenanteile n^α .

2.2 Grundgleichungen der TPM

Kinematik (Standard-Formulierung)

Zur Beschreibung des in den Bewegungen gekoppelten Festkörper-Fluid-Problems wird die Festkörperbewegung in der *Lagrangeschen* Form mit Hilfe des Verschiebungsvektors \mathbf{u}_S dargestellt:

$$\mathbf{u}_S = \mathbf{x} - \mathbf{X}_S.$$

\mathbf{x} ist der Ortsvektor der homogenisierten Mischung in der aktuellen Konfiguration, \mathbf{X}_S ist der Ortsvektor des Festkörpers in der Ausgangskonfiguration.

Im Rahmen der geometrisch linearen Theorie kann der Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}_S$ des Festkörpers als symmetrischer Anteil des Verschiebungsgradienten angegeben werden. Darüber hinaus läßt sich $\boldsymbol{\varepsilon}_S$ additiv in elastische und plastische Anteile zerlegen:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_S = \frac{1}{2} (\text{Grad}_S \mathbf{u}_S + \text{Grad}_S^T \mathbf{u}_S) = \boldsymbol{\varepsilon}_{Se} + \boldsymbol{\varepsilon}_{Sp}.$$

Das Symbol $\text{Grad}_S(\cdot)$ kennzeichnet die partielle Ableitung von (\cdot) nach dem Ortsvektor \mathbf{X}_S des Festkörpers in der Ausgangskonfiguration.

Für das Porenfluid wird mit der Sickergeschwindigkeit \mathbf{w}_F eine modifizierte *Eulersche* Beschreibung gewählt. Die Sickergeschwindigkeit wird aus der Differenz der Fluidgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}_F$ und der Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}_S$ des sich deformierenden Festkörpers gebildet:

$$\mathbf{w}_F = \dot{\mathbf{x}}_F - \dot{\mathbf{x}}_S.$$

Bilanzgleichungen

Grundlage zur Aufstellung der Bilanzgleichungen in der TPM ist die Idee, daß sich die Bilanzgleichungen sowohl für die Konstituierenden φ^α als auch für den ganzen Mehrphasenkörper $\varphi = \varphi^S + \varphi^F$ in Analogie zu den Bilanzgleichungen der klassischen Kontinuumsmechanik der Einphasenmaterialien darstellen lassen, sofern man den Kopplungsmechanismen (Produktionsgrößen) zwischen den Phasen φ^α Rechnung trägt. Daraus folgt, daß für die speziellen Bilanzen von Masse, Bewegungsgröße (Impuls), Drall, Energie und Entropie zusätzliche Produktionsterme zur Beschreibung der Interaktionswirkungen eingeführt werden müssen.

Für Mischungen ohne Massenaustauschprozesse lautet die lokale Massenbilanz

$$(\rho^\alpha)'_\alpha + \rho^\alpha \text{div } \dot{\mathbf{x}}_\alpha = 0.$$

Die darin enthaltene materielle Zeitableitung der Partialdichte ρ^α ist durch

$$(\rho^\alpha)'_\alpha = \frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + \text{grad } \rho^\alpha \cdot \dot{\mathbf{x}}_\alpha$$

definiert. Der Operator $\text{grad}(\cdot)$ kennzeichnet die partielle Ableitung von (\cdot) nach dem Ortsvektor \mathbf{x} der aktuellen Konfiguration; $\text{div}(\cdot)$ ist der zu $\text{grad}(\cdot)$ gehörende Divergenzoperator.

Aufgrund der materiellen Inkompressibilität der Konstituierenden läßt sich die Massenbilanz in eine Volumenbilanz überführen:

$$\rho^{\alpha R} = \text{konst.} \quad \longrightarrow \quad (n^\alpha)'_\alpha + n^\alpha \operatorname{div} \dot{\mathbf{x}}_\alpha = 0.$$

Für das Festkörperskelett kann diese Volumenbilanz integriert werden:

$$n^S = n_{0S}^S (\det \mathbf{F}_S)^{-1}.$$

Hierin sind n_{0S}^S der Volumenanteil des Festkörpers in seiner Ausgangskonfiguration und

$$\mathbf{F}_S = \operatorname{Grad}_S \mathbf{x}$$

der Deformationsgradient des Festkörpers. Über die Sättigungsbedingung läßt sich n^F ermitteln:

$$n^F = 1 - n^S.$$

Unter Voraussetzung quasistatischer Prozesse lautet die lokale Impulsbilanz:

$$\mathbf{0} = \operatorname{div} \mathbf{T}^\alpha + \rho^\alpha \mathbf{b} + \mathbf{p}^\alpha.$$

Darin sind \mathbf{T}^α der partielle *Cauchy*sche Spannungstensor, \mathbf{b} die äußere Volumenkraft pro Masseneinheit (Gravitation) und \mathbf{p}^α die Impulsproduktion, die für den Fall des Zweiphasenmaterials als lokale Interaktionskraft zwischen den Teilkörpern interpretiert werden kann. Für die Impulsproduktion gilt die Zwangsbedingung

$$\mathbf{p}^S + \mathbf{p}^F = \mathbf{0},$$

d. h. die lokalen Interaktionskräfte der Phasen heben sich gegenseitig auf.

Aus der lokalen Drallbilanz folgt unter der Voraussetzung nicht-polarer Konstituierenden die Symmetrie der partialen *Cauchy*schen Spannungstensoren:

$$\mathbf{T}^\alpha = (\mathbf{T}^\alpha)^T.$$

Alle Bilanzen sind ausführlich in *Ehlers* (1996) behandelt.

2.3 Allgemeine Konstitutivgleichungen

Da die Bilanzgleichungen ein Gleichungssystem darstellen, in dem die Anzahl der Unbekannten größer ist als die Anzahl der zur Verfügung stehenden Gleichungen, sind zusätz-

liche Konstitutivgleichungen für die *Cauchy*schen Spannungstensoren \mathbf{T}^α und eine der beiden Impulsproduktionen \mathbf{p}^α erforderlich. Infolge der Inkompressibilität der beiden Phasen bestehen die folgenden Gleichungen aus jeweils zwei Summanden. Der erste Summand wird durch den effektiven Porenfluiddruck p bestimmt. Der zweite Summand resultiert aus der Festkörperdeformation bzw. der Viskosität der Porenflüssigkeit und wird als Extragröße bezeichnet (*Ehlers*, 1989, 1993).

Interaktionskraft (Impulsproduktion)

Für die volumenbezogene Interaktionskraft bzw. Impulsproduktion zwischen Festkörperskelett und Porenfluid gilt

$$\mathbf{p}^F = p \operatorname{grad} n^F + \mathbf{p}_E^F$$

mit dem Extraanteil

$$\mathbf{p}_E^F = - \frac{(n^F)^2 \gamma^{FR}}{k^F} \mathbf{w}_F.$$

Darin sind $\gamma^{FR} = \rho^{FR} |\mathbf{b}|$ die reale Wichte des Fluids und k^F der *Darcysche* Permeabilitätskoeffizient. Als makroskopische Größe ist dieser abhängig von der Geometrie des Porenraums und der Viskosität des Porenwassers. Er wird hier als Funktion der Porosität in Abhängigkeit von den Volumendehnungen $\varepsilon_v = \boldsymbol{\varepsilon}_S \cdot \mathbf{I}$ angegeben (*Ehlers & Volk*, 1997):

$$k^F = k_0^F \left(1 + m^k n_{0S}^S \varepsilon_v \right).$$

k_0^F ist der *Darcysche* Permeabilitätskoeffizient im unverformten Zustand, m^k ist eine Materialkonstante.

Spannungszustand der Porenflüssigkeit

Für die Fluidspannungen gilt

$$\mathbf{T}^F = -n^F p \mathbf{I} + \mathbf{T}_E^F \approx -n^F p \mathbf{I},$$

wobei der Extraspannungstensor \mathbf{T}_E^F (Reibungsspannung) *a priori* vernachlässigt wird.

Spannungszustand des Festkörperskeletts

Für die Festkörperspannungen gilt

$$\mathbf{T}^S = -n^S p \mathbf{I} + \mathbf{T}_E^S.$$

Im folgenden wird zur Beschreibung der Extraspannungen des Festkörperskeletts (*effektive* Spannungen) von der Annahme der geometrisch linearen Theorie Gebrauch gemacht:

$$\mathbf{T}_E^S = 2 \mu^S \boldsymbol{\varepsilon}_{S_e}^D + k^S (\boldsymbol{\varepsilon}_{S_e} \cdot \mathbf{I}) \mathbf{I}.$$

Der Tensor $\boldsymbol{\varepsilon}_{S_e}^D = \boldsymbol{\varepsilon}_{S_e} - \frac{1}{3} (\boldsymbol{\varepsilon}_{S_e} \cdot \mathbf{I}) \mathbf{I}$ kennzeichnet darin den isochoren (spurfreien) Anteil der elastischen Festkörperverzerrung.

Um das komplexe Materialverhalten von Sand beschreiben zu können, muß das Elastizitätsgesetz materiell nichtlinear formuliert werden, d. h. die Größen μ^S und k^S dürfen hier nicht als elastische Konstanten aufgefaßt werden, sondern können z. B. als Materialfunktionen in Abhängigkeit der elastischen Volumendehnung $\varepsilon_{ve} = \boldsymbol{\varepsilon}_{S_e} \cdot \mathbf{I}$, der plastischen Volumendehnung $\varepsilon_{vp} = \boldsymbol{\varepsilon}_{S_p} \cdot \mathbf{I}$ sowie der maximal möglichen Volumenkontraktanz $\varepsilon_{v \min}$ formuliert werden (*Ehlers & Müllerschön, 1998*):

$$\mu^S = \mu^S(\varepsilon_{vp}), \quad k^S = k^S(\varepsilon_{ve}; \varepsilon_{vp}, \varepsilon_{v \min}).$$

2.4 Plastizität des Festkörperskeletts

Im Rahmen der TPM kann das Materialverhalten eines granularen Festkörperskeletts durch elastisch-plastische Materialgesetze beschrieben werden. Solche Gesetze müssen unterschiedliche Festigkeitseigenschaften im Hauptspannungsraum berücksichtigen. Granulare Materialien haben z. B. die Eigenschaft, keine oder nur sehr geringe Zugspannungen aufnehmen zu können, sie besitzen dilatantes Verhalten bei Scherbeanspruchung und haben die Charakteristik der Materialverfestigung mit zunehmender Belastung.

Zur Beschreibung von kohäsiven Reibungsmaterialien werden folgende Elemente der Plastizitätstheorie benötigt:

- Fließbedingung und Verfestigungsgesetz,
- nicht-assozierte Fließregel.

Fließbedingung und Verfestigungsgesetz

Hier wird ein Modell verwendet, das eine geometrisch lineare, elastisch-plastische Theorie mit einem Einflächenfließkriterium, isotroper Verfestigung und einer nicht-assozierten Fließregel beschreibt (*Ehlers, 1993, 1995*). Im Unterschied zu anderen Fließkriterien, z. B. den Kappenmodellen von *Schad (1974)* und *Arslan (1980)*, treten bei diesem Modell keine Unstetigkeitsstellen auf.

Das Einflächenfließmodell wird durch die erste Invariante I und die zweite und dritte de-

viatorische Invariante (II_D und III_D) der effektiven Festkörperspannungen \mathbf{T}_E^S und durch einen Satz von sieben Materialparametern $\{\alpha^h, \beta^h, \delta^h, \epsilon^h, \kappa^h, \gamma^d, m^d\}$ beschrieben:

$$F = \Phi^{1/2} + \beta^h I + \epsilon^h I^2 - \kappa^h = 0,$$

$$\Phi = \text{II}_D (1 + \gamma^d \vartheta)^{m^d} + \frac{1}{2} \alpha^h I^2 + \delta^h I^4,$$

$$\vartheta = \text{III}_D / (\text{II}_D)^{3/2}$$

mit $\begin{cases} I, \text{II}_D, \text{III}_D & : \text{Invarianten von } \mathbf{T}_E^S \\ \alpha^h, \beta^h, \delta^h, \epsilon^h, \kappa^h, \gamma^d, m^d & : \text{Materialparameter} \end{cases}$

und $\{\alpha^h, \beta^h, \delta^h, \epsilon^h, \kappa^h\} = f(W_p)$.

Form und Größe der Fließkurve in der hydrostatischen Ebene des Hauptspannungsraums werden durch die Parameter $\alpha^h, \beta^h, \delta^h, \epsilon^h$ und κ^h bestimmt. Sie entwickeln sich als Funktionen der plastischen Arbeit W_p (siehe Abschnitt 2.5). Die Parameter γ^d und m^d beschreiben die Form der Fließkurve in der deviatorischen Ebene.

Die Fließbedingung ist in Bild 3 als Fließfläche im Hauptspannungsraum geometrisch dargestellt. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sind die Hauptwerte der effektiven Festkörperspannungen \mathbf{T}_E^S (Zugspannungen positiv).

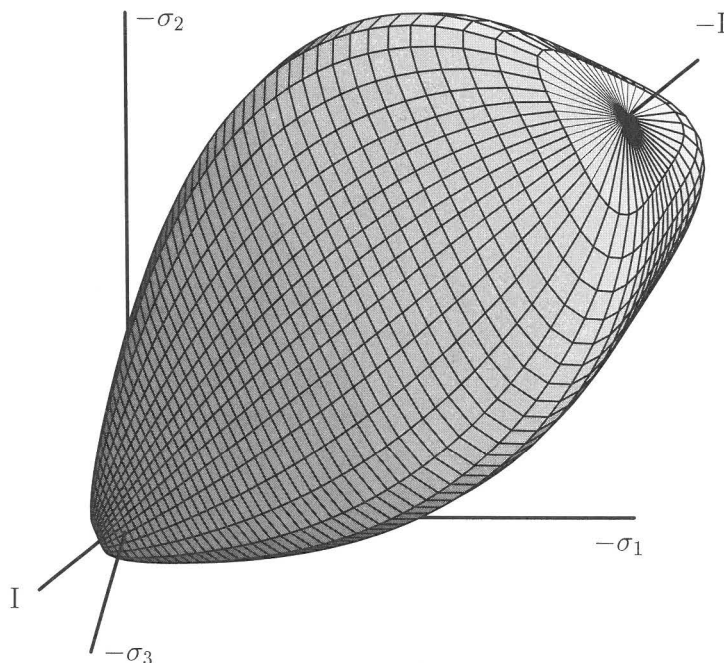


Bild 3 Fließfläche im Hauptspannungsraum (Ehlers, 1993, 1995)

Nicht-assozierte Fließregel

Aus experimentellen Ergebnissen ist bekannt, daß der für nicht-poröse metallische Stoffe übliche Ansatz einer assoziierten Fließregel für die plastische Dehnungsrate bei Reibungsmaterialien nicht angewandt werden kann, da ein solcher Ansatz insbesondere in bezug auf die Berechnung plastischer Volumendehnung (Dilatanz und Kontraktanz) zu falschen Ergebnissen führt. Daher ist es im Rahmen der nicht-assozierten Plastizität erforderlich, zusätzlich zur Fließbedingung ein plastisches Potential einzuführen (Diebels, Ellsiepen & Ehlers, 1996; Ehlers & Volk, 1997):

$$G = \Gamma^{1/2} + \beta^h I + \epsilon^h I^2 + g(I),$$

$$\Gamma = II_D + \frac{1}{2} \alpha^h I^2 + \delta^h I^4.$$

Die nicht-assozierte Fließregel ergibt sich aus der Differentiation des plastischen Potentials nach den effektiven Spannungen:

$$(\epsilon_{Sp})'_S = \Lambda \frac{\partial G}{\partial \mathbf{T}_E^S}.$$

Die Fließregel beschreibt die Evolution der plastischen Verzerrungen (plastische Dehnungsrate). Dabei gibt die Ableitung der Funktion $g(I)$ nach den effektiven Spannungen die Abweichung von der assoziierten Fließrichtung in der hydrostatischen Ebene an. Für $g(I) = -\kappa^h$ und $\Theta = 0^\circ$ sind die Fließkurve und die Kurve des plastischen Potentials identisch, d. h. die Fließrichtung ist bezüglich der hydrostatischen Ebene assoziiert. In der Deviatorebene wird die Fließrichtung koaxial angenommen, d. h. sie hat die gleiche Richtung wie der herrschende deviatorische Spannungsvektor (Bild 4).

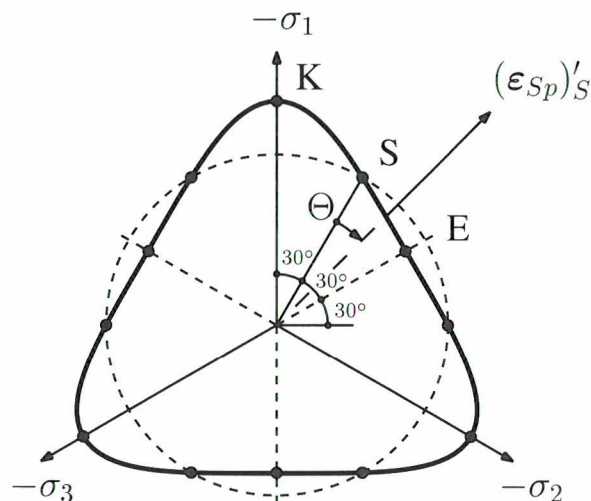


Bild 4 Schnitt durch die Fließfläche in der Deviatorebene

In Bild 4 bezeichnen K den Kompressionspunkt, E den Extensionspunkt und S den sogenannten Punkt der einfachen Scherung.

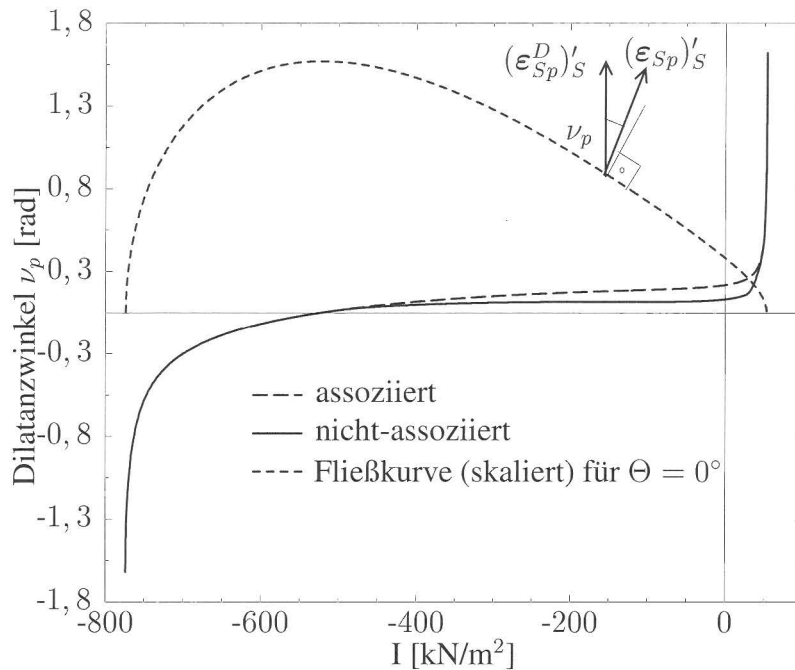


Bild 5 Schnitt durch die Fließfläche in der hydrostatischen Ebene (qualitativ)

Der Winkel zwischen der Fließrichtung und der Senkrechten auf die hydrostatische Achse wird durch

$$\tan \nu_p = \frac{\|(\epsilon_{Sp}^K)'_S\|}{\|(\epsilon_{Sp}^D)'_S\|}$$

beschrieben. Darin sind ν_p der Dilatanzwinkel sowie $(\epsilon_{Sp}^D)'_S$ und $(\epsilon_{Sp}^K)'_S$ Deviator und Kugeltensor von $(\epsilon_{Sp})'_S$. In Bild 5 ist ν_p für den assoziierten und einen nicht-assozierten Fall über die gesamte Fließkurve angegeben. Für den Fall hydrostatischen Drucks oder Zugs steht die Fließrichtung senkrecht auf den Polen der Fließfläche. Daraus folgt, daß sich der Wertebereich des Dilatanzwinkels zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2}$ befindet. Für negative Winkel ν_p sind die Volumendehnungen eines belasteten Körpers negativ (kontraktant), für positive Winkel positiv (dilatant). Beim Nulldurchgang des Dilatanzwinkels verschwindet der Kugelteil der Fließrichtung, d. h. der Körper verformt sich volumenkonstant.

2.5 Modellanpassung für Berliner Sand

Beispielhaft wird für das vorliegende Zweiphasenmodell eine Parameteridentifikation an Berliner Sand vorgestellt. Der Sand wurde am Potsdamer Platz ca. 16 m unter der Geländeoberfläche entnommen. Er weist eine enggestufte Korngrößenverteilung (SE) und eine dichte Lagerung auf. Die für die folgende Parameterbestimmung erforderlichen Triaxialversuche wurden vom Institut für Geotechnik der TU Darmstadt durchgeführt.

Bestimmung der Permeabilitätskonstanten

Die Permeabilitätskoeffizienten können aus Durchlässigkeitsversuchen bestimmt werden. Für dicht gelagerten Sand wurde von *Canou* (1989) ein linearer Zusammenhang in der Form

$$k^F = k_1^F e - k_2^F$$

angegeben. Darin sind $e = (1 - n_{0S}^S)/n_{0S}^S$ die Porenzahl und k_1^F, k_2^F Materialkonstanten. Für den dicht gelagerten Berliner Sand lassen sich die Konstanten k_0^F und m^k der Funktion für den Permeabilitätsverlauf nach *Ehlers & Volk* (1997) aus dem *Canouschen* Ansatz bestimmen.

Bestimmung der elastischen Materialkenngrößen

Die elastischen Materialfunktionen μ^S und k^S werden über Dehnungsinckremente an Ent- bzw. Wiederbelastungsschleifen triaxialer Kompressionsversuche ermittelt. Da die Verformungen in diesen Bereichen annähernd reversibel sind, wird rein elastisches Materialverhalten vorausgesetzt.

Die Funktion μ^S wird in Abhängigkeit der plastischen Volumendehnung ε_{vp} angegeben, die durch die Belastungsgeschichte bis zu der betrachteten Entlastungsschleife entstanden ist (Bild 6). Die plastische Vordeformation ε_{vp} wird für den elastischen Ent- und Wiederbelastungsprozeß als konstant angenommen, d. h. μ^S wird mit ε_{vp} parametrisiert. Für einen rotationssymmetrischen Hauptspannungszustand (Triaxialversuch) ergibt sich μ^S aus dem Elastizitätsgesetz nach Abschnitt 2.3:

$$\mu^S(\varepsilon_{vp}) = \frac{1}{2} \frac{\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)}{\Delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)}.$$

Dabei wurde ein linearer Zusammenhang in der Form

$$\mu^S(\varepsilon_{vp}) = \mu_0^S \varepsilon_{vp}$$

vorausgesetzt (*Ehlers & Müllerschön*, 1998).

Da die elastische Steifigkeit mit zunehmender Verdichtung größer wird, sind triaxiale Scherversuche bei unterschiedlichen Konsolidationsspannungen erforderlich.

Zur Bestimmung von k^S muß ein hydrostatischer Kompressionsversuch mit Entlastungsschleifen durchgeführt werden (Bild 7). Die Materialkenngröße k^S beschreibt den Verlauf der mittleren Spannung σ_m in den Ent- bzw. Wiederbelastungsschleifen über der Volumendehnung ε_{ve} . k^S basiert auf einer Logarithmus-Funktion, die die hydrostatische

Kompression an die minimale Volumendehnung $\varepsilon_{v \min}$ annähert. Damit ergibt sich aus dem Elastizitätsgesetz für den hydrostatischen Spannungszustand σ_m in Abhängigkeit von k^S :

$$\sigma_m = k^S(\varepsilon_{ve}; \varepsilon_{vp}, \varepsilon_{v \min}) \varepsilon_{ve}$$

mit

$$k^S(\varepsilon_{ve}; \varepsilon_{vp}, \varepsilon_{v \min}) = k_1^S + k_2^S \ln \left[1 + \varepsilon_{ve} \left(\varepsilon_{ve} + \varepsilon_{vp} - \varepsilon_{v \min} + \frac{1}{\varepsilon_{vp} - \varepsilon_{v \min}} \right) \right] \varepsilon_{ve} .$$

Dabei ist ε_{vp} als Parameter zu verstehen, der für die momentane Auswertung des Elastizitätsgesetzes als konstant angenommen wird (Ehlers & Müllerschön, 1998).

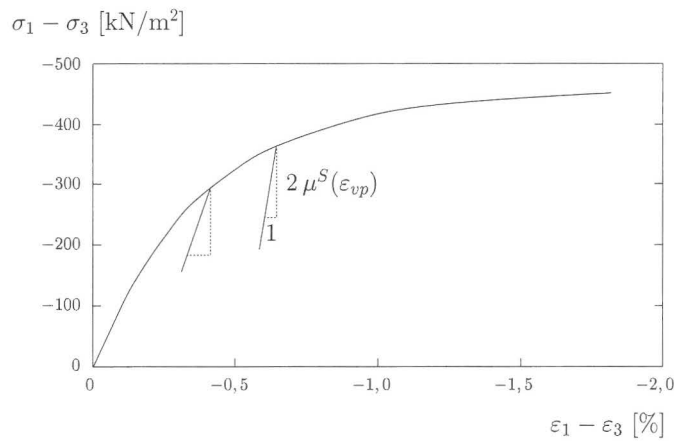


Bild 6 Entlastungszyklen im Scherversuch (qualitativ)

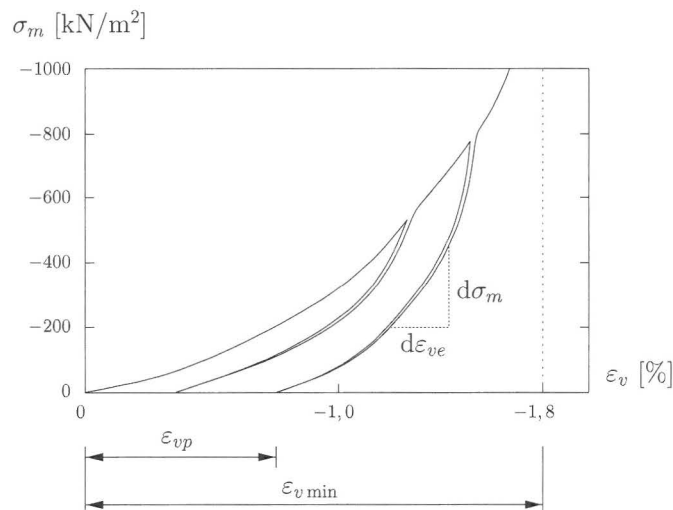


Bild 7 Entlastungszyklen im hydrostatischen Kompressionsversuch (qualitativ)

Bestimmung der plastischen Materialparameter

Parameteridentifikation in der Deviatorebene:

„Wahre“ Triaxialversuche (drei Spannungsrichtungen unabhängig voneinander regelbar) zeigen, daß die Form der Fließfläche im Bruchzustand für Sand in der Deviatorebene einem Dreieck mit abgerundeten Ecken entspricht (vgl. Bild 4). Dabei entwickelt sich diese Form mit zunehmender deviatorischer Belastung aus einer Kreisform zu Beginn des plastischen Fließens.

Die Formulierung der Fließbedingung (vgl. Abschnitt 2.4) erlaubt eine Modellierung dieser Eigenschaften bei geeigneter Wahl von γ^d und m^d . Hier werden für beide Größen zunächst konstante Werte für die Form der Fließfläche im Bruchzustand verwendet.

Parameteridentifikation in der hydrostatischen Ebene:

Zur Ermittlung der Fließkurven in der hydrostatischen Ebene wird die Entwicklung der volumenspezifischen plastischen Arbeit

$$W_p = \int \mathbf{T}_E^S \cdot d\boldsymbol{\varepsilon}_{Sp}$$

für verschiedene Spannungspfade in Triaxialversuchen untersucht. Mit der Annahme, daß Punkte gleicher plastischer Arbeit auf einer Fließfläche liegen, kann für ein beliebiges Niveau der plastischen Arbeit ein Parametersatz $\Psi^h = \{\alpha^h, \beta^h, \delta^h, \epsilon^h, \kappa^h\}$ bestimmt werden. Die Entwicklung der Parameter und somit der Verfestigung wird durch folgende Evolutionsgleichung beschrieben:

$$\dot{\Psi}^h = C_i (\overset{\star}{\Psi}^h - \Psi^h) \dot{W}_p.$$

Dabei gelten die Randbedingungen

$$\Psi^h(W_p = 0) = \Psi_0^h > \overset{\star}{\Psi}^h, \quad \Psi^h(W_p \rightarrow \infty) = \Psi_\infty^h = \overset{\star}{\Psi}^h.$$

Die mit einem Stern gekennzeichneten Parameter sind Sättigungswerte für die größtmögliche Fließfläche, C_i , $i = \alpha, \dots, \kappa$, sind die die Verfestigung beschreibenden Konstanten.

Für kohäsionsloses Material, wie z. B. Sand, gilt $\alpha^h = \kappa^h = 0$ (Diskussion in Ehlers (1995)). Bild 8 zeigt Fließkurven für verschiedene Stufen der plastischen Arbeit, die durch eine Anpassung an experimentelle Ergebnisse aus Triaxialversuchen an Berliner Sand gewonnen wurden. Die gestrichelten Linien zeigen die Spannungspfade der Versuche. Auf der Abszisse ist die erste Invariante des Spannungstensors \mathbf{T}_E^S aufgetragen, auf der Ordinate der Fließradius $r_0 = \sqrt{2 \Pi_D}$.

Ein Zusammenhang mit den in der Bodenmechanik für Triaxialversuche üblichen p/q -Diagrammen ist wie folgt gegeben:

$$p = \frac{1}{3} I, \quad q = \sqrt{\frac{3}{2}} r_0 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{27}} \gamma^d \right)^{-m^d/2}.$$

r_0 ist der Fließradius für $\Theta = 0^\circ$ (vgl. Bild 4). Da sich q auf den um 30° verschobenen Kompressionspunkt bezieht, ergibt sich die oben dargestellte Abhängigkeit von den Parametern γ^d und m^d .

Bild 9 zeigt die Entwicklung der Parameter β^h , δ^h und ϵ^h in Abhängigkeit von der plastischen Arbeit W_p .

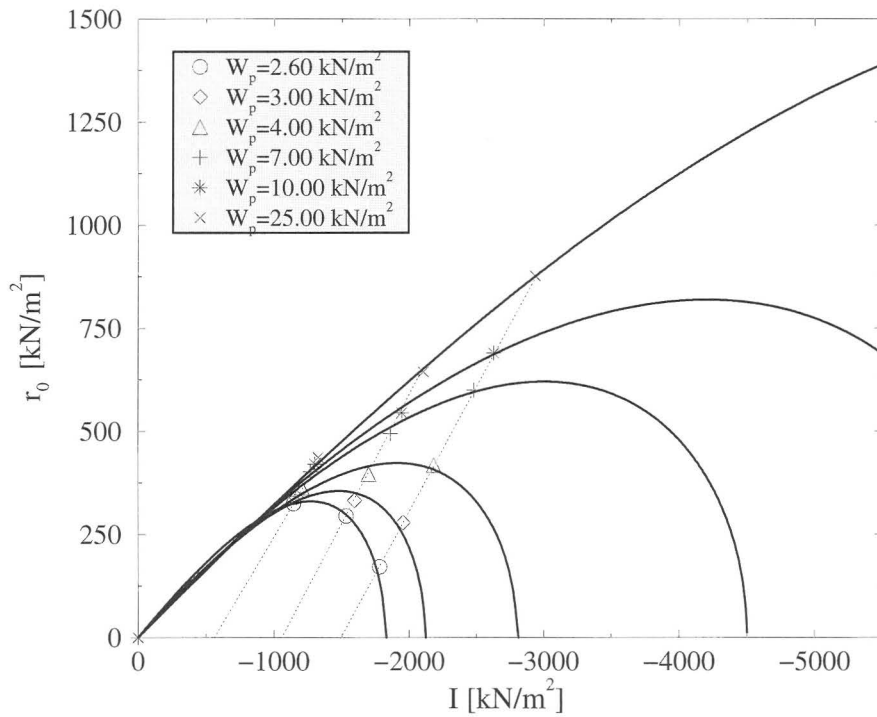


Bild 8 Fließkurven gleicher plastischer Arbeit (isotrope Verfestigung)

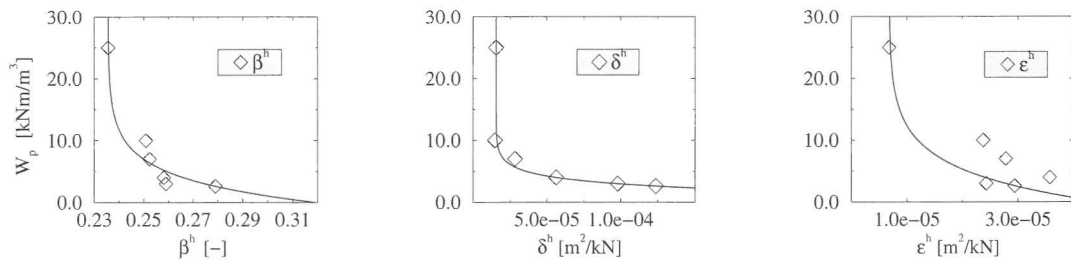


Bild 9 Entwicklung der Parameter β^h , δ^h und ϵ^h

3 Diskretisierung

3.1 Schwache Form der Feldgleichungen

Zur Bestimmung der Festkörperverschiebung \mathbf{u}_S , der Sickergeschwindigkeit \mathbf{w}_F und der Volumenanteile n^S und n^F des binären Modells aus Festkörper und Porenfluid stehen die Massen- und Impulsbilanzen der Teilkörper und die Sättigungsbedingung zur Verfügung (vgl. Abschnitt 2.2).

Impulsbilanz der Mischung

Zur Beschreibung des Festkörperskeletts wird von der Summe der Impulsbilanzen der Teilkörper (Impulsbilanz der Mischung) ausgegangen:

$$\mathbf{0} = \operatorname{div}(\mathbf{T}^F + \mathbf{T}^S) + (\rho^F + \rho^S) \mathbf{b}.$$

Die Massendichten werden in Abhängigkeit von den Volumenanteilen angegeben, die totalen Spannungen werden durch die effektiven Spannungen und den Porenfluiddruck ersetzt (vgl. Abschnitt 2.3):

$$\mathbf{0} = \operatorname{div}(\mathbf{T}_E^S - p \mathbf{I}) + (n^F \rho^{FR} + n^S \rho^{SR}) \mathbf{b}.$$

Diese Gleichung wird durch Multiplikation mit einer Testfunktion $\delta \mathbf{u}_S$, Integration über das Volumen V und durch Anwendung des Divergenztheorems und des Gaußschen Integralsatzes in eine schwache Form überführt:

$$\int_V (\mathbf{T}_E^S - p \mathbf{I}) \cdot \operatorname{grad} \delta \mathbf{u}_S \, dv - \int_V (n^F \rho^{FR} + n^S \rho^{SR}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u}_S \, dv = \int_{\partial V} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u}_S \, da.$$

Hierin sind $\delta \mathbf{u}_S$ ein virtuelles Verschiebungsfeld und $\mathbf{t} = (\mathbf{T}_E^S - p \mathbf{I}) \mathbf{n}$ die Oberflächenbelastung des betrachteten Körpers. \mathbf{n} ist der nach außen gerichtete Oberflächennormaleneinheitsvektor. Eine Aufteilung der Oberflächenbelastung in Festkörper- und Fluidanteile entfällt. Der Anteil der äußeren Last, den der Festkörper allein trägt, hängt von der Deformation ab, durch die die Festkörperspannung erst aufgebaut wird.

Volumenbilanz der Mischung

Aufgrund der materiellen Inkompressibilität der Konstituierenden läßt sich die Massenbilanz in eine Volumenbilanz überführen:

$$(n^\alpha)'_\alpha + n^\alpha \operatorname{div} \dot{\mathbf{x}}_\alpha = 0.$$

Mit der Sättigungsbedingung (vgl. Abschnitt 2.2) und dem Divergenztheorem kann aus der Summe der Volumenbilanzen der Konstituierenden eine Volumenbilanz für den Gesamtkörper hergeleitet werden (Inkompressibilitätsbedingung):

$$\operatorname{div} [(\mathbf{u}_S)'_S + n^F \mathbf{w}_F] = 0.$$

Die Filtergeschwindigkeit $n^F \mathbf{w}_F$ gibt die Strömungsgeschwindigkeit des Porenfluids bezüglich des durchströmten Gesamtkörpers an, während sich die Sickergeschwindigkeit \mathbf{w}_F auf die Strömung im Porenraum bezieht. Die Filtergeschwindigkeit kann mit Hilfe der Impulsbilanz des Porenfluids und der für diese Bilanz getroffenen konstitutiven Annahmen (vgl. Abschnitt 2.3) ausgedrückt werden. Für den quasistatischen Fall erhält man das *Darcysche* Filtergesetz

$$n^F \mathbf{w}_F = -\frac{k^F}{\gamma^{FR}} (\operatorname{grad} p - \rho^{FR} \mathbf{b}).$$

Hiermit läßt sich in der Volumenbilanz der Mischung die unbekannte Filtergeschwindigkeit ersetzen:

$$\operatorname{div} \left[(\mathbf{u}_S)'_S - \frac{k^F}{\gamma^{FR}} (\operatorname{grad} p - \rho^{FR} \mathbf{b}) \right] = 0.$$

Die Volumenbilanz wird analog zur Impulsbilanz in eine schwache Form überführt. Multiplikation mit einer Testfunktion δp , Integration über das Volumen V und Anwendung des Divergenztheorems und des *Gaußschen* Integralsatzes führen auf

$$\begin{aligned} \int_V \operatorname{div} (\mathbf{u}_S)'_S \delta p \, dv + \\ + \int_V \frac{k^F}{\gamma^{FR}} (\operatorname{grad} p - \rho^{FR} \mathbf{b}) \cdot \operatorname{grad} \delta p \, dv = - \int_{\partial V} q \delta p \, da. \end{aligned}$$

Hierin sind δp ein virtuelles Druckfeld und $q = (n^F \mathbf{w}_F) \cdot \mathbf{n}$ die Filtergeschwindigkeit des durch einen Teil der Oberfläche tretenden Porenfluids.

Im Rahmen des Standard-*Galerkin*-Verfahrens sind Test- und Gewichtsfunktionen identisch und korrespondieren mit den entsprechenden Feldgrößen.

DAE-System

Die numerische Umsetzung der schwachen Formen der Verschiebungs-Druck-Formulierung führt auf ein differential-algebraisches Gleichungssystem (DAE) erster Ordnung in der Zeit, bei dem Differentialgleichungen mit algebraischen Gleichungen gekoppelt sind. Die Lösung dieses Gleichungssystems bestimmt die Felder \mathbf{u}_S und p .

Die Volumenanteile werden in Abhängigkeit von den Festkörperdeformationen ermittelt (vgl. Abschnitt 2.2).

3.2 Abwärtskompatibilität des Modells

Im Sinne einer Abwärtskompatibilität läßt sich mit dem oben beschriebenen Modell auch Material beschreiben, dessen Poren geschlossen sind oder das nur aus einem Festkörperanteil besteht.

„Gefangenes“ Fluid

Geschlossene Poren innerhalb des Materials bedeuten, daß das Fluid „gefangen“ ist. Die Relativgeschwindigkeit des Fluids zur Geschwindigkeit des sich deformierenden Festkörpers (Sickergeschwindigkeit) verschwindet dann:

$$\mathbf{w}_F = \mathbf{0} .$$

Die schwache Form der Volumenbilanz der Mischung reduziert sich damit auf

$$\int_V \operatorname{div} (\mathbf{u}_S)_S' \delta p \, dv = 0 ,$$

d. h. der Körper verformt sich bei Volumenkonstanz.

Leeres Bodengerüst

Durch Weglassen der Porenflüssigkeit läßt sich das gekoppelte Zweiphasenmodell in ein Einphasenmodell überführen. Das Bodengerüst ist dann leer:

$$\{p, \rho^{FR}\} \equiv 0 .$$

Die schwache Form der Impulsbilanz des leeren porösen Festkörpers lautet dann

$$\int_V \mathbf{T}_E^S \cdot \operatorname{grad} \delta \mathbf{u}_S \, dv - \int_V n^S \rho^{SR} \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u}_S \, dv = \int_{\partial V} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u}_S \, da .$$

Hierin ist $\mathbf{t} = \mathbf{T}_E^S \mathbf{n}$ die Oberflächenbelastung des Körpers. Diese Form ist bekannt als Standardform des Prinzips der virtuellen Arbeit.

4 Numerische Beispiele

4.1 Nachrechnung eines Triaxialversuchs

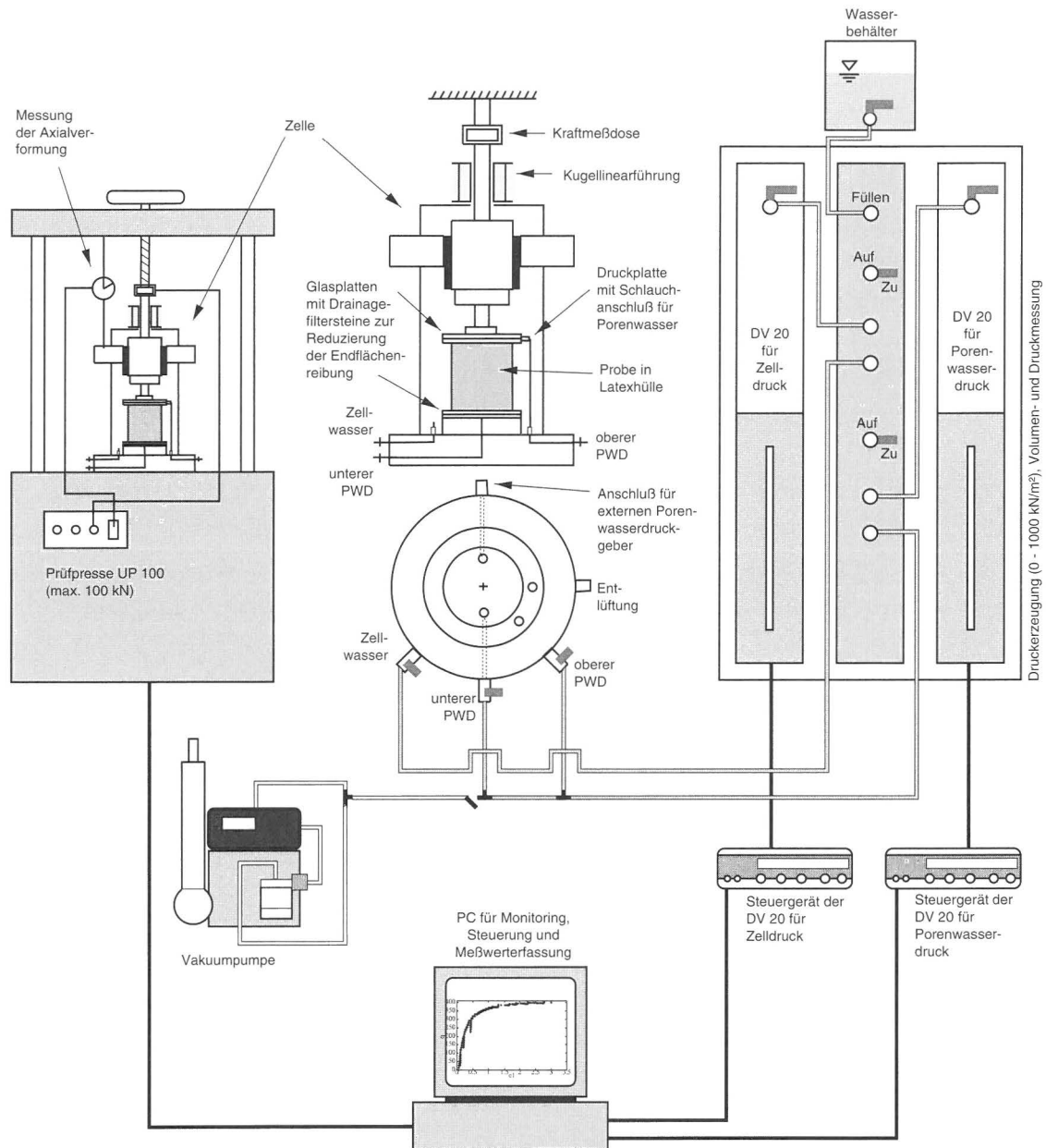


Bild 10 Triaxialgerät – schematische Darstellung und Funktionsweise

Beim Triaxialversuch wird eine zylindrische Probe rotationssymmetrisch belastet. Die Probe wird in eine Druckzelle eingebaut (Bild 10). Die Radialspannungen $\sigma_2 = \sigma_3$ werden durch Wasserdruck aufgebracht. Eine Latexhülle verhindert den Zutritt des Wassers zur Probe. Der Axialspannung σ_1 wird mit Hilfe eines Druckstempels verändert.

Charakterisierung des Versuchs

- Kompressionsversuch an trockenem Berliner Sand (vgl. Tabelle 1)
- dichte Lagerung $\begin{cases} \rho_{0S}^S & = 1,71 \text{ g/cm}^3 \\ n_{0S}^S & = 0,644 \\ \varepsilon_{v \min} & = -1,9 \% \end{cases} \longrightarrow n^S(\varepsilon_{v \min}) = 0,656$
- Seitenspannung $\sigma_2 = \sigma_3 = -500 \text{ kN/m}^2$

Durchgeführt wird ein Kompressionsversuch ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| = |\sigma_3|$) an trockenem Berliner Sand. Der Sand wird nahe seiner dichtesten Lagerung in die Versuchseinrichtung eingebracht. Die bodenmechanischen Kennwerte sind der obigen Aufstellung zu entnehmen. Darin sind ρ_{0S}^S die Dichte und n_{0S}^S der Volumenanteil des Festkörpers in der Ausgangslage. $\varepsilon_{v \min}$ ist die maximal erreichbare Volumenkompression. Für diesen Deformationszustand ist der zugehörige Volumenanteil des Festkörpers $n^S(\varepsilon_{v \min})$ angegeben.

Zunächst wird die Probe im hydrostatischen Spannungszustand belastet, dann wird der Zeldruck gehalten und der Axialdruck gesteigert. Der Belastungspfad ist in Bild 11 dargestellt. Die Seitenspannung beträgt $\sigma_2 = \sigma_3 = -500 \text{ kN/m}^2$. Gemessen werden die Dehnung ε_1 und die Volumendehnung ε_v , ausgehend vom hydrostatischen Anfangszustand.

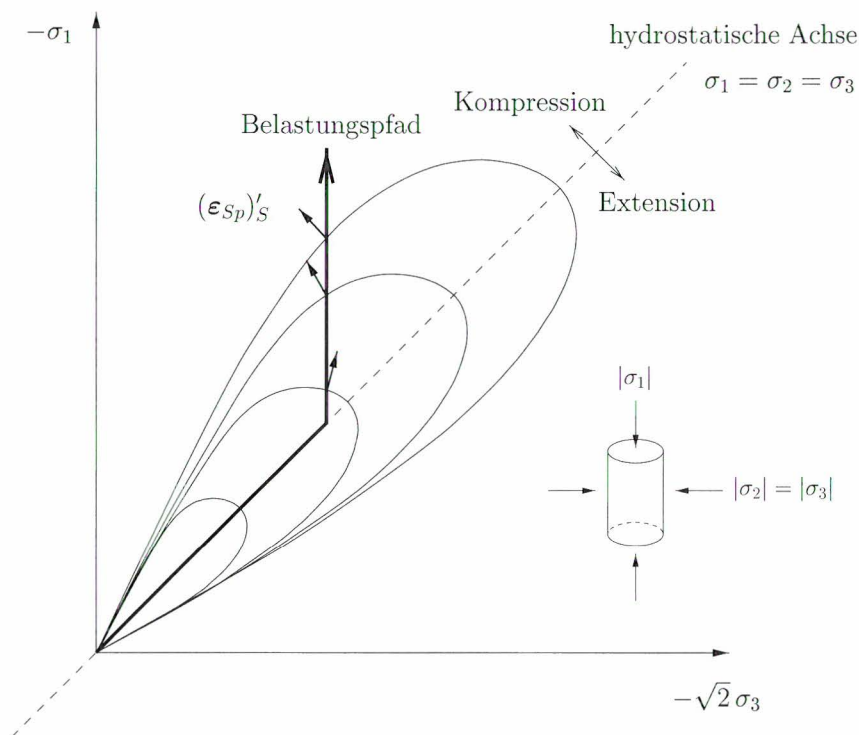


Bild 11 Fließkurven, Richtungen der plastischen Verzerrungsrate und Belastungspfad im Hauptspannungsraum

Elastizität			
Parameter	Symbol	Wert	Einheit
	μ_0^S	$-1,07 \cdot 10^8$	kN/m ²
	k_1^S	$6,11 \cdot 10^6$	kN/m ²
	k_2^S	$3,86 \cdot 10^4$	kN/m ²
	$\varepsilon_{v \min}$	-0,019	-
Plastizität			
Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Fließbedingung und Verfestigung	α^h	0	-
	β^{*h}	0,2255	-
	C_β	0,25	m ² /kN
	β_0^h	0,3281	-
	γ^d	1,664	-
	δ^{*h}	$1,100 \cdot 10^{-5}$	m ² /kN
	C_δ	0,70	m ² /kN
	δ_0^h	$7,0699 \cdot 10^{-4}$	m ² /kN
	ε^{*h}	0	m ² /kN
	C_ε	0,20	m ² /kN
	ε_0^h	$5,7189 \cdot 10^{-5}$	m ² /kN
	κ^h	0	kN/m ²
	m^d	0,569	-
Bodenmechanische Kenngrößen			
Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Effektive Dichten	ρ^{SR}	2 653	kg/m ³
	ρ^{FR}	1 000	kg/m ³
Volumenanteile	n_{0S}^S	0,644	-
	n_{0S}^F	0,356	-
Effektive Fluidwichte	γ^{FR}	10	kN/m ³
Permeabilitätskonstanten	k_1^F	$12,8 \cdot 10^{-4}$	m/s
	k_2^F	$5,1 \cdot 10^{-4}$	m/s
	k_0^F	$1,6 \cdot 10^{-4}$	m/s
	m^k	18,5	-

Tabelle 1 Zusammenfassung der Materialparameter für Berliner Sand

Während der Verfestigung, d. h. Aufweitung der Fließfläche, ändert sich die Richtung des plastischen Fließens. Dies beeinflusst die Volumendehnung der Probe. Die unterschiedlichen, während eines Belastungsprozesses auftretenden plastischen Fließrichtungen $(\varepsilon_{Sp})'_S$ können qualitativ aus Bild 11 entnommen werden.

Der Winkel zwischen der Fließrichtung und der Senkrechten auf die hydrostatische Achse wird durch den Dilatanzwinkel beschrieben. Die Anpassung dieses Winkels durch die Funktion $g(I)$ (vgl. Abschnitt 2.4) liefert im folgenden den korrekten Verlauf der Volumendehnung.

In Bild 12 sind die experimentellen Meßergebnisse und die Ergebnisse einer numerischen Simulation des Triaxialversuchs graphisch dargestellt. Die deviatorische Belastung $\sigma_1 - \sigma_3$ und die Volumendehnung ε_v sind über die Dehnung ε_1 aufgetragen. Die Meßwerte sind durch Quadrate gekennzeichnet. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis der numerischen Rechnung.

Die Probe zeigt zunächst kontraktantes Verhalten (negative Volumendehnung), im weiteren Verlauf der Belastung dilatantes Verhalten (positive Volumendehnung). Die Meßwerte werden durch die numerische Rechnung gut wiedergegeben.

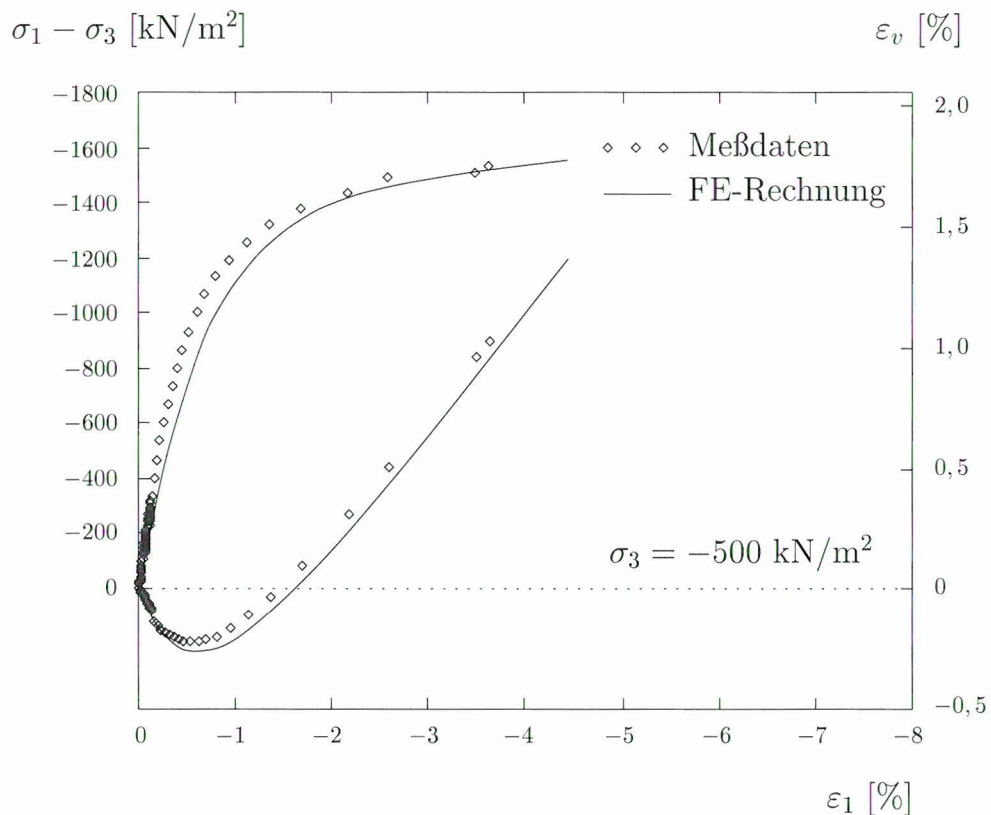


Bild 12 Numerische Rechnung (FEM) / Versuchsergebnisse

4.2 Gekoppeltes Festkörper-Fluid-Problem

Als Beispiel eines in den Bewegungen gekoppelten Festkörper-Fluid-Problems wurde ein wassergesättigter Halbraum gewählt, der durch ein aufgesetztes Fundament belastet wird. Der Halbraum ist nach unten und zur Seite durch wasserundurchlässige Ränder begrenzt. Das im Baugrund enthaltene Porenwasser befindet sich somit in einer geschlossenen Wanne. Das Porenwasser kann nur an der Oberfläche neben der Lastplatte austreten.

Für den Baugrund wurden die Bodenparameter des in 4.1 untersuchten Berliner Sandes verwendet. Die Auflast wird linear gesteigert.

In Bild 13 zeigen die Isolinien die Bereiche gleichen Porenwasserdrucks p an. In vektorieller Darstellung sind die Sickergeschwindigkeiten w_F des Porenwassers angegeben.

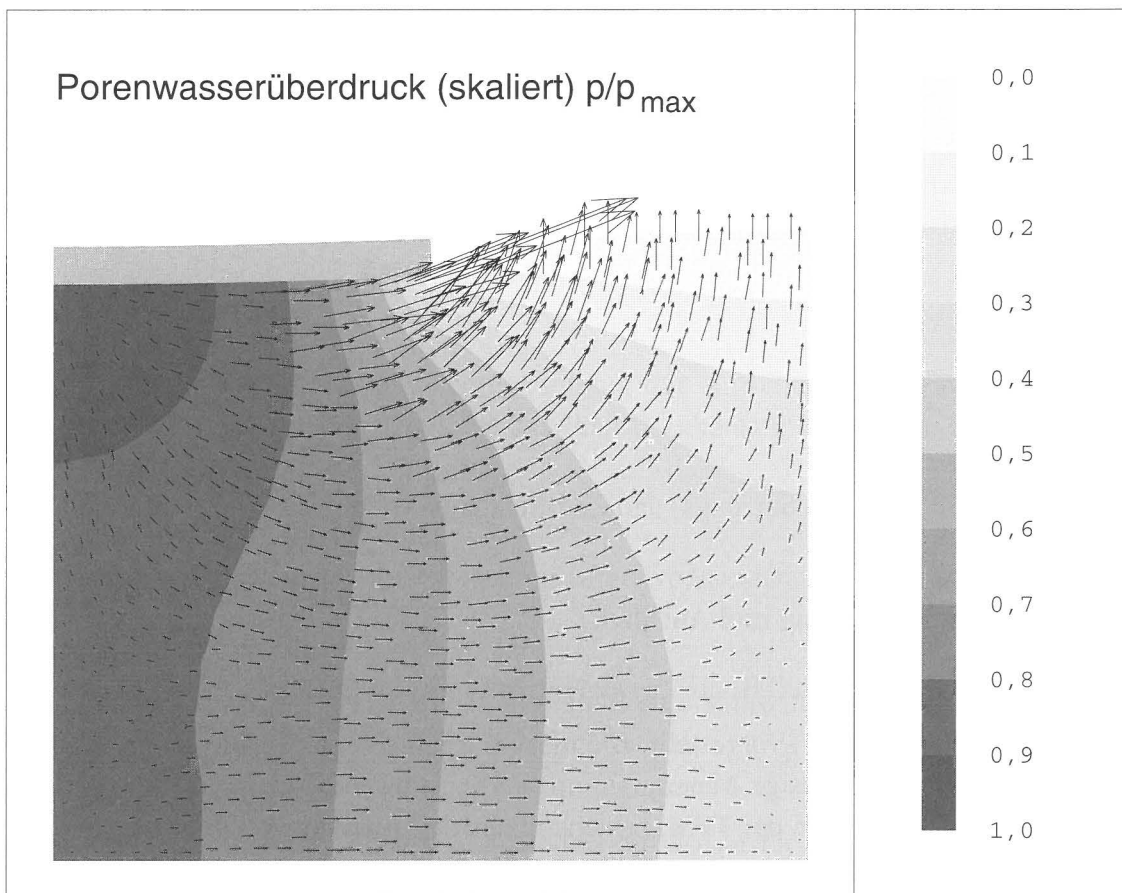


Bild 13 Fundament auf wassergesättigtem Halbraum

Für das gekoppelte Festkörper-Fluid-Problem führen unterschiedliche k^F -Werte zu einem unterschiedlichen Last-Setzungs- und Zeit-Setzungs-Verlauf. Um dieses Verhalten zu dokumentieren, wurden neben dem k_0^F -Wert nach Tabelle 1 zwei weitere Werte benutzt, die einer größeren bzw. kleineren Anfangsdurchlässigkeit entsprechen. In Bild 14 sind die

- Diebels, S., Ellsiepen, P., Ehlers, W. (1996)
A Two-Phase Model for Viscoplastic Geomaterials. Proceedings of the International Symposium Dynamics of Continua (zur Veröffentlichung angenommen)
- Ehlers, W. (1989)
Poröse Medien – ein kontinuumsmechanisches Modell auf der Basis der Mischungstheorie. Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen, Heft 47, Universität-GH-Essen
- Ehlers, W. (1993)
Constitutive Equations for Granular Materials in Geomechanical Context. In: Continuum Mechanics in Environmental Sciences and Geophysics (herausgegeben von K. Hutter), Springer-Verlag, Wien, 313-402
- Ehlers, W. (1995)
A Single Surface Yield Function for Geomaterials. Archive of Applied Mechanics, 65, 246-259
- Ehlers, W. (1996)
Grundlegende Konzepte in der Theorie Poröser Medien. Technische Mechanik, 16, 63-76
- Ehlers, W., Müllerschön, H. (1998)
Elastic Behaviour of Granular Materials – Theory and Experiments (in Vorbereitung)
- Ehlers, W., Volk, W. (1997)
On Theoretical and Numerical Methods in the Theory of Porous Media Based on Polar and Non-polar Elasto-plastic Solid Materials. Int. J. Solid Struct. (zur Veröffentlichung angenommen)
- Schad, H. (1974)
Nichtlineare Stoffgleichungen für Böden und ihre Verwendung bei der numerischen Analyse von Grundbauaufgaben. Mitteilung 10, Institut für Grundbau und Bodenmechanik, Universität Stuttgart
- Truesdell, C., Toupin, R. A. (1960)
The Classical Field Theories. In: Handbuch der Physik, Band III/1 (herausgegeben von S. Flügge), Springer-Verlag, Berlin, 226-902



Kontaktmodelle für die Interaktion Baugrund-Tragwerk

Prof. Dr.-Ing. Peter Wriggers, Dipl.-Ing. Anna Haraldsson

Institut für Mechanik, Technische Universität Darmstadt

1 Einleitung

Die Interaktion zwischen Bauwerk und Boden ist in vielen praktischen Fällen nicht zu vernachlässigen. Dabei sind im wesentlichen die nichtlinearen Einwirkungen aus der Deformation des Bodens auf das Tragwerk und umgekehrt zu untersuchen. Dies gilt sowohl für das fertige Bauwerk als auch für die einzelnen Bauabschnitte. Durch die enge Verknüpfung von Setzung und Deformation des Tragwerks ist es notwendig, ein ganzheitliches Modell zu erstellen.

Einen nicht unwichtigen Einfluß auf die Deformation des Gesamttragwerks hat das Verhalten in der Kontaktzone zwischen dem Boden und dem Bauwerk. Dies zeigt sich deutlich bei Pfählen, bei denen die vertikalen Lasten maßgeblich durch die Mantelreibung in den Boden übertragen werden. Wesentlich ist aber auch die genaue Kenntnis des Kontaktdruckes zwischen Fundamentplatten und Boden und damit die Spannungsverteilung im Boden. So ist zum Beispiel bei Abhebung von Fundamentplatten eine Berücksichtigung der einseitigen Kontaktbindung bei der Berechnung unbedingt erforderlich. Aus diesen

Gründen müssen Reibungs- und Kontaktkräfte bei der Behandlung der Bauwerks-Boden-Interaktion mit ausreichender Genauigkeit in die Analysen einfließen. Dazu benötigt man sowohl auf kontinuumsmechanischer Grundlage formulierte Kontaktgesetze als auch, aufgrund der Nichtlinearität dieser Prozesse, entsprechende numerische Diskretisierungsverfahren und zugehörige Algorithmen.

Im Bereich zwischen Boden und Bauwerk ist die Ungleichungsnebenbedingung für den Kontakt zu formulieren. Diese ist zunächst rein kinematischer Natur und vielfach in der Literatur beschrieben worden, z.B. in den Büchern von Kikuchi, Oden (1988) oder von Antes, Panagiotopoulos (1992). Es sind auch konsistente kinematische Formulierungen für den Kontakt zweier deformierbarer Körper endlicher Verzerrungen entstanden, siehe z.B. Simo, Laursen (1993), Wriggers, Miehe (1992) oder Klarbring (1994). Entsprechende numerische Modelle für die Diskretisierung im Rahmen der Methode der finiten Elemente liegen vor, mit denen man die kinematische Kontaktbedingung im numerischen Modell abbilden kann. Sie finden sich z.B. in den Arbeiten von Hallquist (1979), Wriggers, Simo (1985) Bathe, Chaudhary (1985), Chaudhary, Bathe (1986), Parisch (1989) oder Simo, Laursen(1993).

Betrachtet man jedoch die Materialgesetze in der Kontaktzone zwischen Bauwerk und Boden, so ist festzustellen, daß hier, sowohl in der theoretischen Formulierung als auch in deren numerischer Umsetzung, noch ein erheblicher Forschungsbedarf besteht. Im Gegensatz zu metallischen Festkörpern, für die unterschiedliche Materialgleichungen, sowohl für Normal- als auch für Tangentialkontakt entwickelt wurden, siehe z.B. Kragelski (1982) oder Tabor (1981), fehlen entsprechende Ansätze für Böden. Bei der Behandlung von Böden geht man zur Zeit in der Regel davon aus, daß der Normalkontakt durch die Zwangsbedingung der Nichteindringung beschrieben wird, woraus sich die Normalspannung dann als Lagrangescher Multiplikator ergibt. Weiterhin wird für den Reibkontakt dann das klassische Coulombsche Gesetz angenommen. Dem Coulombschen Reibgesetz liegt jedoch im allgemeinen die Annahme zugrunde, daß die aufnehmbare Schubspannung im Bereich der Oberfläche größer ist als im Inneren des Körpers. Diese Voraussetzung erfüllen in der Regel metallische Werkstoffe, siehe z.B. Kragelski (1982). Bei Böden sind jedoch entsprechende Untersuchungen, die erheblichen Einfluß auf die Formulierung von Reibgesetzen haben, bisher nicht bekannt.

In diesem Beitrag werden nun verschiedene Kontaktmodelle für die Interaktion Baugrund - Tragwerk beschrieben. Zunächst wird ein Überblick über die Formulierung der Kontaktkinematik mittels des Master-Slave-Konzepts gegeben. Dann werden unterschiedliche Materialmodelle für die Reibung betrachtet. Auf den Zugang mittels elastoplastischer Analogie, der erstmals von Michalowski, Mroz (1978) beschrieben wurde, wird hierbei besonders eingegangen. Insbesondere wird ein Verfahren zur Bestimmung eines Reibgesetzes Beton-Boden mittels numerischer Simulation gezeigt. Anschließend wird die schwache Form des Gleichgewichtes aufgestellt und die 3D-Diskretisierung für Cou-

lombsche Reibung im Rahmen einer Penalty-Methode mit Return-Mapping-Algorithmus gezeigt. Zum Schluß werden noch Bauteilversuche numerisch simuliert, um die Notwendigkeit der Berücksichtigung des Kontaktes und eines speziellen Reibgesetzes zu demonstrieren. Dies geschieht anhand von statischen Pfahlprobelastungen zweier Bohrpfähle. Zusätzlich wird noch die unsymmetrische Belastung von Bodenplatten numerisch simuliert.

2 Kontaktkinematik

2.1 Ausgangs- und verformte Konfiguration

Zur Modellierung von Kontaktproblemen mit finiten Deformationen hat sich das Master-Slave-Konzept von Hallquist (1979) als besonders geeignet erwiesen und wird mittlerweile von zahlreichen Autoren verwendet, z.B. von Curnier (1984), Curnier, Alart (1988), Wriggers, Miehe (1992) und Laursen, Simo (1993). Hierbei wird zur Beschreibung der Relativbewegung zweier Körper ein Körper als Referenzkörper (Master-Körper) B^m ausgewählt, auf den man sich im weiteren bezieht. Die Kontaktfläche auf dem Master-Körper wird in der Referenzkonfiguration mit $\Gamma_{0c}^m \subset \Gamma_0^m$ und in der aktuellen Konfiguration mit $\Gamma_c^m \subset \Gamma^m$ bezeichnet. Entsprechende Bezeichnungen gelten mit $\Gamma_{0c}^s \subset \Gamma_0^s$ und $\Gamma_c^s \subset \Gamma^s$ für den Relativkörper (Slave-Körper) B^s . Die Kontaktflächen werden a priori festgelegt und beinhalten im allgemeinen eine aktive Kontaktzone, in der sich die Körper berühren, und einen inaktiven Bereich, in dem die Körper getrennt sind. Siehe hierzu auch Abbildung 1.

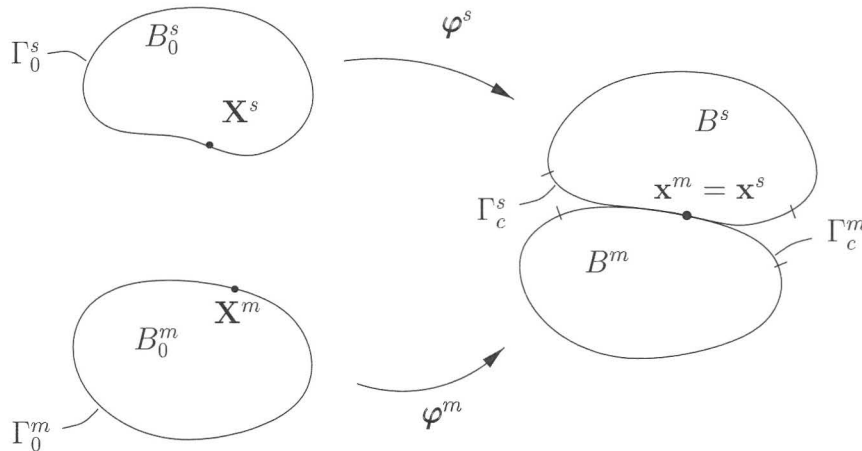


Abbildung 1: Referenz- und aktuelle Konfiguration

Die Referenzfläche Γ_c^m und die Relativfläche Γ_c^s sollen nun in einer natürlichen Parameterdarstellung mit Gaußschen Flächenparametern ξ^α gegeben und hinreichend oft stetig differenzierbar sein. Punkte auf Γ_c^m in der Referenz- bzw. der aktuellen Konfiguration können dann durch ihre Koordinaten $\mathbf{X}^m(\xi^\alpha, t_0)$ bzw. $\mathbf{x}^m(\xi^\alpha, t)$ identifiziert werden. Lo-

kale Basissysteme in Referenz- und Momentankonfiguration erhält man durch Ableiten der Koordinaten nach den Flächenparametern (siehe auch Abbildung 2):

$$\mathbf{A}_\alpha = \mathbf{X}_{,\alpha}^m(\xi^\alpha, t_0), \quad \mathbf{a}_\alpha = \mathbf{x}_{,\alpha}^m(\xi^\alpha, t). \quad (1)$$

Die Schreibweise $\mathbf{x}_{,\alpha}$ bedeutet hierbei die partielle Ableitung von \mathbf{x} nach den natürlichen Parametern ξ^α .

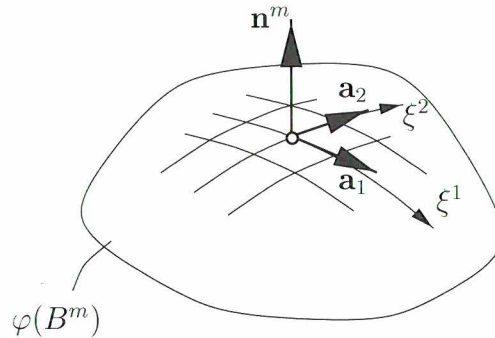


Abbildung 2: Flächenparameter und Vektoren

2.2 Definition einer Abstandsfunktion

Die Relativbewegung zweier Körper kann mit Hilfe einer Projektionsvorschrift erfaßt werden, die zu jeder Zeit eine Abbildung zwischen einem Slave-Punkt \mathbf{x}^s auf Γ_c^s und einem Master-Punkt $\mathbf{x}^m(\xi^\alpha, t)$ auf Γ_c^m definiert. Dazu berechnet man für jeden Slave-Punkt den Punkt $\mathbf{x}^m(\bar{\xi}^\alpha, t)$ auf Γ_c^m , der die Abstandsfunktion d minimiert:

$$d(\xi^\alpha, t) = \|\mathbf{x}^s - \mathbf{x}^m(\xi^\alpha, t)\| \rightarrow MIN. \quad (2)$$

$\bar{\xi}^\alpha$ kennzeichnet die Parameterwerte, die den minimalen Abstand liefern. Man kann sie nach Wriggers, Mische (1994) durch Auswerten der notwendigen Bedingung

$$\frac{d}{d\xi^\alpha} d(\xi^\beta, t) = - \frac{\mathbf{x}^s - \mathbf{x}^m(\xi^\beta, t)}{\|\mathbf{x}^s - \mathbf{x}^m(\xi^\beta, t)\|} \cdot \mathbf{x}_{,\alpha}^m(\xi^\beta, t) = 0 \quad (3)$$

erhalten. Größen, die an der Stelle $\bar{\xi}^\alpha$ berechnet werden, sind im folgenden mit einem Querstrich gekennzeichnet, z.B. $\bar{\mathbf{x}}^m = \mathbf{x}^m(\bar{\xi}^\alpha, t)$. Wie im letzten Abschnitt beschrieben, entspricht $\mathbf{x}_{,\alpha}^m(\xi^\beta, t)$ dem Tangentenvektor $\bar{\mathbf{a}}_\alpha$. Daraus ergibt sich, daß $\mathbf{x}^s - \mathbf{x}^m(\xi^\beta, t)$ in die Richtung der Flächennormalen $\bar{\mathbf{n}}_c^m$ zeigt. Die durch obige Projektion festgelegte Zuordnung von Punkten auf der Master- und Slavefläche ermöglicht es nun, eine lokale Abstandsfunktion (*gap*) g_N einzuführen:

$$g_N = [\mathbf{x}^s - \bar{\mathbf{x}}^m] \cdot \bar{\mathbf{n}}_c^m \quad (4)$$

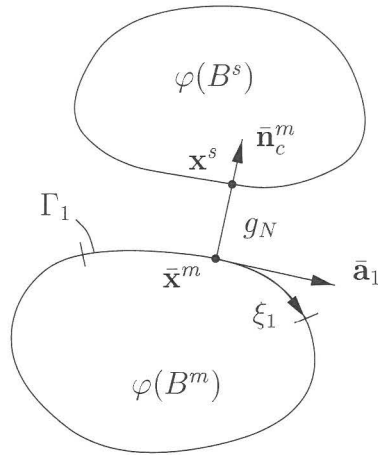


Abbildung 3: Die lokale Abstandsfunktion (gap) g_N

(siehe Abbildung 3 für den zweidimensionalen Fall). Die Abstandsfunktion ist positiv, wenn die beiden Körper in den Punkten x^s und \bar{x}^m getrennt sind und gleich Null, wenn sich die Körper bei $x^s = \bar{x}^m$ berühren. Ein negativer Wert von g_N zeigt an, daß der Slave-Punkt in den Master-Körper eingedrungen ist:

$$g_N \begin{cases} > 0 & \text{Seperation} \\ = 0 & \text{Kontakt} \\ < 0 & \text{Penetration.} \end{cases} \quad (5)$$

Im Rahmen einer rein geometrischen Kontaktformulierung wird gefordert, daß während der Bewegung zweier Körper zu keiner Zeit eine Eindringung stattfinden darf. Die lokale geometrische Zwangsbedingung für den Kontakt lautet somit

$$g_N \geq 0. \quad (6)$$

Die Penetrationsfunktion

$$g_N^- = \begin{cases} g_N & \text{für } g_N < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (7)$$

ermöglicht die Berücksichtigung dieser Zwangsbedingung im Rahmen der Penalty-Methode. Ferner kann sie als kinematische Größe in konstitutiven Gleichungen für den Kontakt dienen. Die Bereiche, in denen $g_N \neq 0$ gilt, definieren in beiden Fällen die aktive Kontaktfläche.

2.3 Tangentialbewegung

Die tangentiale Relativbewegung ist mit einer Änderung des Lösungspunktes $\bar{\xi}^\alpha = \bar{\xi}^\alpha(t)$ verbunden. Deshalb kann aus der zeitlichen Ableitung von (3) die Zeitableitung von $\bar{\xi}^\alpha$

berechnet werden, siehe Wriggers, Miehe (1994). Mit $\bar{\mathbf{x}}^m = \mathbf{x}^m(\bar{\xi}^\alpha(t), t)$ und $\bar{\mathbf{v}}^m = \frac{\partial \mathbf{x}^m(\bar{\xi}^\alpha(t), t)}{\partial t}$ ergibt sich

$$\left(\mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m - \bar{\mathbf{x}}_{,\beta}^m \dot{\bar{\xi}}^\beta \right) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha + (\mathbf{x}^s - \bar{\mathbf{x}}^m) \cdot \left(\bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^m + \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^m \dot{\bar{\xi}}^\beta \right) = 0. \quad (8)$$

Der Differenzvektor $(\mathbf{x}^s - \bar{\mathbf{x}}^m)$ kann auch durch das Produkt $g_N \bar{\mathbf{n}}_c$ ausgedrückt werden. Mit den Metrikkoeffizienten $\bar{a}_{\alpha\beta} = \bar{\mathbf{a}}_\alpha \cdot \bar{\mathbf{a}}_\beta$ auf $\partial \mathbf{B}_c^m$ im Punkt $\bar{\xi}^\alpha$ und den Koeffizienten des Krümmungstensors $\bar{b}_{\alpha\beta} = \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^m \cdot \bar{\mathbf{n}}_c$ folgt $\dot{\bar{\xi}}^\alpha$ schließlich aus der Lösung des Gleichungssystems

$$\left(\bar{a}_{\alpha\beta} - g_N \bar{b}_{\alpha\beta} \right) \dot{\bar{\xi}}^\beta = (\mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha + g_N \bar{\mathbf{n}}_c \cdot \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^m. \quad (9)$$

Im Fall von Kontakt ($g_N = 0$) vereinfacht sich dies zu

$$\mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m = \dot{\bar{\xi}}^\alpha \bar{\mathbf{a}}_\alpha. \quad (10)$$

Die Differenz der materiellen Geschwindigkeiten $\mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m$ stellt die relative Tangentialgeschwindigkeit dar, die wegen (10) durch $\dot{\bar{\xi}}^\alpha \bar{\mathbf{a}}_\alpha$ ausgedrückt werden kann. Die relative Tangentialgeschwindigkeit

$$\dot{\mathbf{g}}_T^s = \mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m \quad (11)$$

dient als lokale kinematische Variable im konstitutiven Gesetz für die Tangentialspannungen, siehe Abschnitt 3.1.

3 Formulierung des Materialverhaltens in der Kontaktzone

3.1 Materialmodell für Reibung

Zur Modellierung des Materialverhaltens in der Kontaktzone sind verschiedene Strategien möglich. So können die Materialgesetze der angrenzenden Körper auf die Kontaktfläche projiziert werden, wie z.B. von Larsson, Runesson(1992) oder Miehe, Schröder (1994) beschrieben.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, das Reibgesetz unabhängig vom Materialgesetz des Bodens zu modellieren, wie z.B. bei der Coulombschen Reibung. Dieser Zugang wird nun genauer betrachtet. Klassischerweise unterscheidet man zwischen dem Haften und dem mit relativen Tangentialverschiebungen verbundenen Gleiten. Die Idee des elastoplastischen Vorgehens ist es nun, diese relativen Tangentialverschiebungen in einen elastischen "Haftanteil" und einen plastischen Gleitanteil aufzuspalten, siehe auch Abbildung 4:

$$\mathbf{g}_T^e := \mathbf{g}_T - \mathbf{g}_T^s \quad (12)$$

Der elastische Anteil beschreibt Mikro-Verschiebungen, die als Haftverhalten angesehen werden können, da die zugehörigen Deformationen beim Entlasten verschwinden.

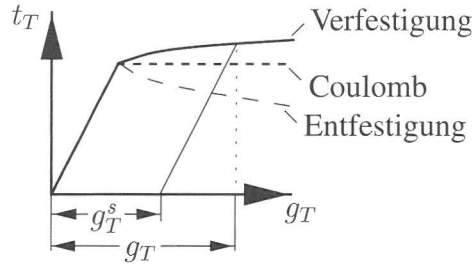


Abbildung 4: Elastoplastische Analogie

Im einfachsten Fall kann man eine linear elastische isotropische Materialgleichung für den tangentialen Kontaktspannungsvektor wählen:

$$\mathbf{t}_T = \epsilon_T \mathbf{g}_T^e, \quad (13)$$

wobei ϵ_T ein Materialparameter ist.

Die konstitutive Evolutionsgleichung für den irreversiblen Gleitanteil der relativen Tangentialverschiebung \mathbf{g}_T^s kann in Form einer Gleitregel für große Deformationen in der Kontaktzone folgendermaßen beschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{g}}_T^s = \dot{\lambda} \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T}. \quad (14)$$

λ ist hierbei der "plastische" Parameter. Er beschreibt die Größe des Gleitens. f_s ist die Gleitfunktion. Sie definiert die Gleitfläche. Im Fall von Coulombscher Reibung lautet sie

$$f_s = |\mathbf{t}_T| - \mu t_N \leq 0, \quad (15)$$

wobei μ der Reibkoeffizient ist. t_N repräsentiert die aus der Eindringung resultierende Reaktionskraft normal zur Kontaktfläche. Die Normalkraft t_N folgt aus der Nebenbedingung ($g_N = 0$). Im Fall einer Penalty - Regularisierung ergibt sich für t_N

$$t_N = \epsilon_N g_N^- \quad (16)$$

mit dem Penaltyparameter ϵ_N .

Das mit Gleichung 12 bis 15 beschriebene Coulombsche Reibgesetz entspricht in der Kontakt-Plastizitäts-Analogie idealer Plastizität (siehe hierzu auch Abbildung 4). Es kann aber auch eine verallgemeinerte Form der Gleitfunktion gewählt werden, bei der der Reibkoeffizient von der Normalkraft und dem Gleitweg abhängt.

$$f_s = |\mathbf{t}_T| - \mu(t_N, \mathbf{g}_T^s) t_N \leq 0. \quad (17)$$

Hiermit ist dann ver- bzw. entfestigendes Materialverhalten in der Kontaktzone beschreibbar.

Die zu beiden Gleitkriterienfunktionen definierten Gleitflächen sind in Abbildung 5 dargestellt.

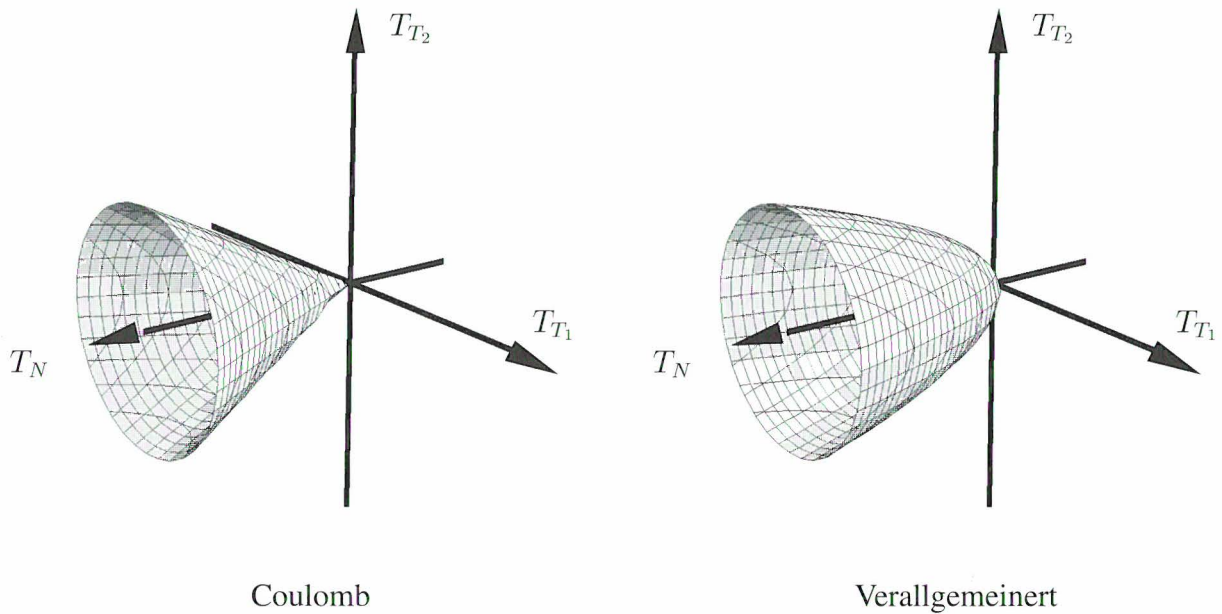


Abbildung 5: Gleitflächen

3.2 Vorgehensweise zur Bestimmung des Materialverhaltens in der Kontaktzone

Materialgleichungen für die Kontaktzone können auch durch einen Mittelungsprozeß aus mikromechanischen Betrachtungen ermittelt werden. Dazu wird zunächst die Mikrostruktur in Γ_c betrachtet (siehe Abbildung 6). Dies kann sowohl mittels analytischer Untersuchungen als auch mittels numerischer Simulationen geschehen. Hierbei müssen bekannte Oberflächenprofile angenommen werden, oder es muß mit einer statistischen Verteilung gerechnet werden.

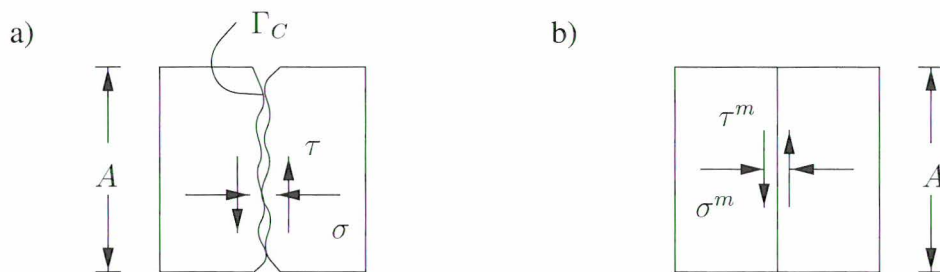


Abbildung 6: a) Mikrostruktur b) Kontinuumsmechanisches Modell

Die so bestimmten Normalspannungen σ und Tangentialspannungen τ werden anschließend unter Annahme von Periodizität über die betrachtete Fläche gemittelt:

$$\sigma^m = \frac{1}{A} \int \sigma dA$$

$$\tau^m = \frac{1}{A} \int \tau dA$$

Zur Parameteridentifikation müssen anschließend noch Experimente zu Rate gezogen werden, bevor man endlich durch Nachrechnung eines Bauteilversuches die gewonnenen Ergebnisse verifizieren kann, siehe Abschnitt 6.1.

4 Grundgleichungen und schwache Form des Gleichgewichts

Die lokale Gleichgewichtsbedingung für einen Körper B lautet

$$Div \mathbf{P} + \hat{\mathbf{f}} = \mathbf{0}. \quad (18)$$

\mathbf{P} ist hierbei der Piola-Kirchhoffsche Spannungstensor, der durch die jeweiligen Materialgleichungen, elastische oder inelastische, definiert wird, und $\hat{\mathbf{f}}$ sind die Volumenkräfte. Es seien folgende Randbedingungen gegeben:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{t}} &= \mathbf{P} \mathbf{N} \quad \text{auf} \quad \partial B_{0\sigma}, \\ \hat{\mathbf{u}} &= \mathbf{u} \quad \text{auf} \quad \partial B_{0u}. \end{aligned} \quad (19)$$

Außerdem muß noch zur Berücksichtigung des Kontaktes Ungleichungsrestriktion (6) beachtet werden:

$$g_N \geq 0. \quad (20)$$

Durch Multiplikation der Differentialgleichung (18) mit der Testfunktion \mathbf{v} , die die kinematischen Randbedingungen erfüllt, und anschließende Integration erhält man

$$\int_{B_0} (Div \mathbf{P} + \hat{\mathbf{f}}) \cdot \mathbf{v} dV = 0. \quad (21)$$

Partielle Integration führt auf eine Variationsungleichung:

$$\int_{B_0} \mathbf{P} : Grad \mathbf{v} dV - \int_{B_0} \hat{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{v} dV - \int_{\partial B_{0\sigma}} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} dA - \int_{\partial B_{0\sigma}^s} \mathbf{t}^s \cdot \mathbf{v}^s dA - \int_{\partial B_{0\sigma}^m} \mathbf{t}^m \cdot \mathbf{v}^m dA \geq 0 \quad (22)$$

mit den Spannungen \mathbf{t}^s und \mathbf{t}^m an den Kontakträndern $\partial B_{0\sigma}^s$ und $\partial B_{0\sigma}^m$. Zur praktischen Berechnung dieser Variationsungleichung wird eine Strategie der aktiven Mengen verwendet, innerhalb derer die Ungleichungsnebenbedingung (20) als Gleichungsnebenbedingung für die aktive Menge eingeführt wird.

Unter Berücksichtigung des Newtonschen Axioms von actio und reactio $\mathbf{t}^s dA^s = -\mathbf{t}^m dA^m$ und der Aufspaltungen des Spannungvektors \mathbf{t}^s in $\mathbf{t}^s = \mathbf{t}_N + \mathbf{t}_T = -t_N \bar{\mathbf{n}}_C + \mathbf{t}_T$ erhält man folgendes Problem: finde \mathbf{u} , so daß

$$G(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{B_0} \mathbf{P} : \text{Grad} \mathbf{v} dV - \int_{B_0} \hat{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{v} dV - \int_{\partial B_{0\sigma}} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} dA - \int_{\partial B_{0C}^s} (-t_N \bar{\mathbf{n}}_C + \mathbf{t}_T) \cdot (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}^m) dA = 0 \quad \forall \mathbf{v}. \quad (23)$$

Der Kontaktanteil der schwachen Form (23) läßt sich mit (4), (10) und $t_{T\alpha} = \mathbf{t}_T \cdot \mathbf{a}_\alpha$ folgendermaßen umformen:

$$\begin{aligned} A_C &= \int_{\partial B_{0C}^s} (t_N \bar{\mathbf{n}}_C - \mathbf{t}_T) \cdot (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}^m) dA \\ &= \int_{\partial B_{0C}^s} t_N \delta g_N dA - \int_{\partial B_{0C}^s} \mathbf{t}_T \cdot (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}^m) dA \\ &= \int_{\partial B_{0C}^s} t_N \delta g_N dA - \int_{\partial B_{0C}^s} \mathbf{t}_T \cdot \delta \mathbf{g}_T dA \\ &= \int_{\partial B_{0C}^s} t_N \delta g_N dA - \int_{\partial B_{0C}^s} t_{T\alpha} \delta \xi^\alpha dA \end{aligned} \quad (24)$$

Die hierzu benötigte Variation δg_N erhält man durch Variation von (4):

$$\delta g_N = [\mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m] \cdot \bar{\mathbf{n}}_c^m \quad (25)$$

$\delta \xi^\alpha$ folgt entsprechend (9) aus der Lösung des Gleichungssystems

$$\left(\bar{a}_{\alpha\beta} - g_N^- \bar{b}_{\alpha\beta} \right) \delta \xi^\beta = (\mathbf{v}^s - \bar{\mathbf{v}}^m) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha + g_N^- \bar{\mathbf{n}}_c \cdot \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^m. \quad (26)$$

Wie von Wriggers (1995) beschrieben, entspricht (24) der Behandlung des Kontaktes mit einer Penalty-Methode, wenn für t_N Gleichung (16) angenommen wird.

5 3D Diskretisierung des Kontaktes

5.1 Räumliche Diskretisierung

Der Kontaktrand wird nun durch 5-Knoten-Kontaktelemente diskretisiert, wie sie bereits von Laursen, Simo (1993) beschrieben wurden. Das Element besteht aus einem Slave-Knoten, von dem aus Kontakt mit einem Master-Segment gesucht wird, siehe Abbildung 7. Nun kann der Abstand der beiden Flächen entsprechend Gleichung (4) beschrieben werden

$$g_N = \left[\mathbf{x}^s - \mathbf{x}^m \left(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2 \right) \right] \cdot \bar{\mathbf{n}}_c^m. \quad (27)$$

Hierfür müssen $\bar{\xi}^1$ und $\bar{\xi}^2$ iterativ berechnet werden, da wegen der isoparametrischen Diskretisierung mit Gleichung (3) ein nichtlineares Gleichungssystem für die $\bar{\xi}^\alpha$ gegeben ist.

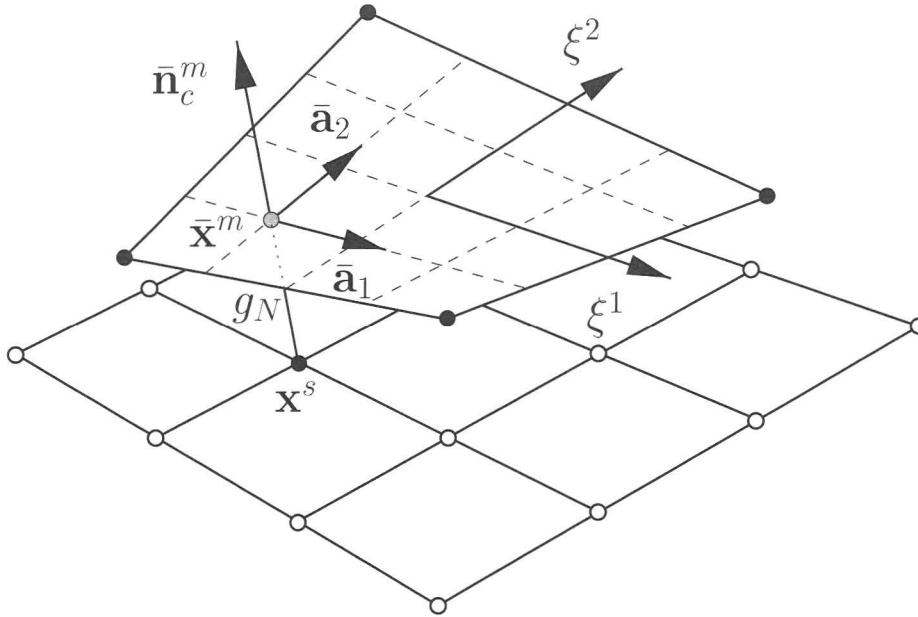


Abbildung 7: Geometrie des 5-Knoten-Kontaktelementes

Dies geschieht mit Hilfe eines Newton-Verfahrens.

5.2 Zeitdiskretisierung

Der Reibweg zur Zeit t_{n+1} lässt sich in Abhängigkeit von $\bar{\xi}_n^\alpha$ und g_{Tn} aus dem vorherigen Zeitschritt t_n berechnen:

$$g_{Tn+1} = g_{Tn} + \Delta g_{Tn+1} \quad \text{mit} \quad \Delta g_{Tn+1} = (\bar{\xi}_{n+1}^\alpha - \bar{\xi}_n^\alpha) \bar{a}_{\alpha n+1} \quad (28)$$

Die Normalspannungen berechnet man nun entsprechend Gleichung (16)

$$t_N = \epsilon_N g_N^-. \quad (29)$$

Zur Berechnung der Tangentialspannungen wird zusätzlich der Return-Mapping-Algorithmus verwendet, um die Ungleichungsrestriktion für die Gleitfläche $f_s \leq 0$ (siehe Kapitel 3.1) zu erfüllen, sowie eine implizite Euler-Integrationsregel zur zeitlichen Diskretisierung. In Verbindung mit Reibkontakt wurde diese Vorgehensweise u.A. von Wriggers (1987), Ju, Taylor(1988), Wriggers, Vu Van, Stein (1990) und Simo, Laursen(1993) angewendet.

Im Fall der Coulombschen Reibung ergeben sich dann die Tangentialspannungen zu

$$\mathbf{t}_T = \begin{cases} \mathbf{t}_T^{tr} & \text{für } f_s^{tr} \leq 0 \\ \mu |t_N| \frac{\mathbf{t}_T^{tr}}{\|\mathbf{t}_T^{tr}\|} & \text{für } f_s^{tr} > 0, \end{cases} \quad (30)$$

wobei die Gleitfläche $f_s^{tr} = ||\mathbf{t}_T^{tr}|| - \mu|t_N|$ mit den elastischen "Trial"-Spannungen $\mathbf{t}_T^{tr} = \epsilon_T \mathbf{g}_T$ ausgewertet wird. Für die verallgemeinerte Gleitfläche (17) kann die Tangentialspannung nicht explizit angegeben werden, hier hat eine lokale Iteration zu erfolgen, um alle Restriktionen zu erfüllen.

6 Beispiele

6.1 Numerische Simulation des Verhaltens in der Mikrostruktur zur Bestimmung eines Reibgesetzes Beton - Boden

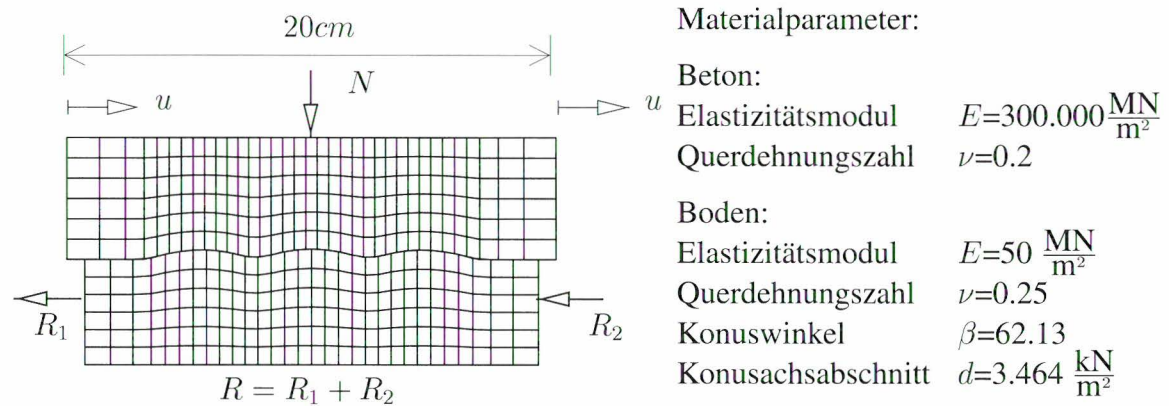


Abbildung 8: FEM-Netz der Mikrostruktur und Materialparameter

Zur numerischen Simulation des Verhaltens in der Mikrostruktur wird ein 20cm breiter Ausschnitt der Kontaktzone Beton-Boden im ebenen Verzerrungszustand betrachtet (siehe Abbildung 8). Zur Generierung des Netzes werden B-Splines verwendet. Hierbei wird die raue Oberfläche durch eine B-Spline-Kurve beschreiben. Für die exemplarische

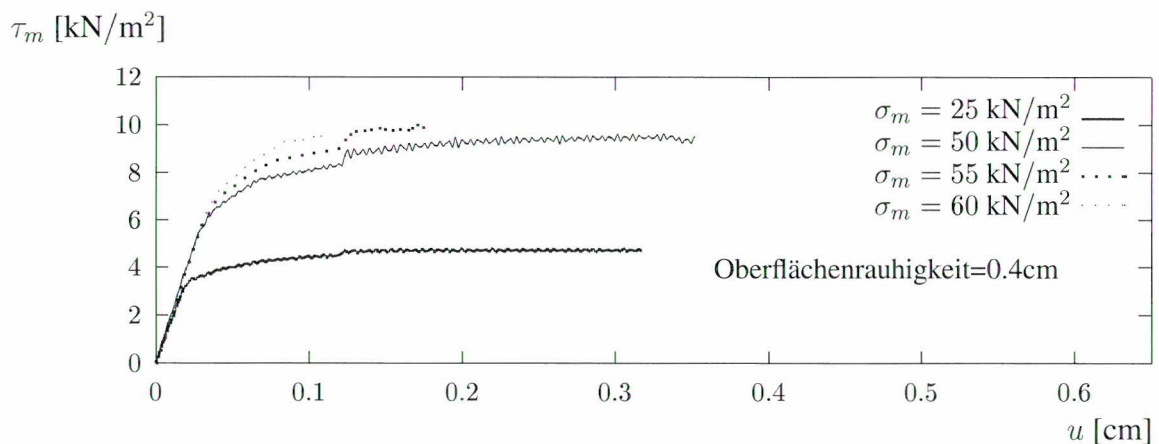


Abbildung 9: Mittlere Tangentialspannung $\tau_m(u)$ für verschiedene Normalspannungen

FEM-Rechnung wird der Beton durch linear elastische Elemente diskretisiert, während der Boden mit Drucker-Prager-Plastizität modelliert wird. Der Beton wird nun mit der Kraft N gegen den Boden gedrückt und danach tangential zur Reibfläche verschoben. Aus den Reaktionskräften R_1 und R_2 am Boden kann man dann auf die gemittelte Tangentialspannung τ_m schließen, während N der gemittelten Normalspannung σ_m entspricht.

In Abbildung 9 sind die Tangentialspannungen τ_m für verschiedene Normalspannungen σ_m über der Verschiebung aufgetragen. Die Verläufe lassen auf ein verfestigendes Materialverhalten in der Kontaktzone schließen. In Abbildung 10 sind die Tangentialspannungen für verschiedene Oberflächenrauigkeiten dargestellt. Die Oberflächenrauigkeiten sind hierbei als die Abstände der B-Spline-Kontrollknoten von der Mittelebene definiert. Es ist zu sehen, daß bei größerer Oberflächenrauigkeit die maximal aufnehmbare Tangentialspannung zunimmt.

Hierbei sollte man allerdings berücksichtigen, daß die plastischen Verzerrungen entsprechend Abbildung 11 darauf schließen lassen, daß es bei größeren Verschiebungen des Betons zur Ausbildung einer Scherfuge im Boden kommen könnte.

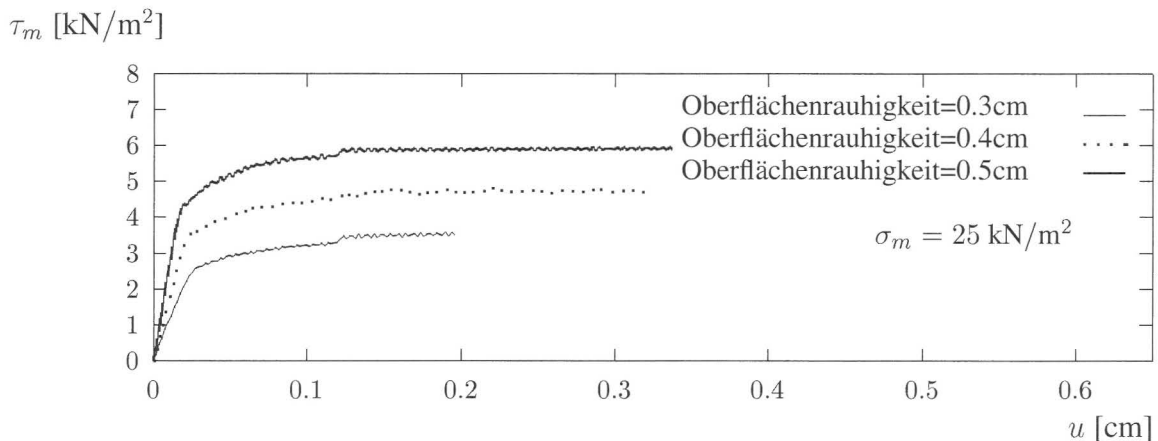


Abbildung 10: Mittlere Tangentialspannung $\tau_m(u)$ für verschiedene Rauigkeiten

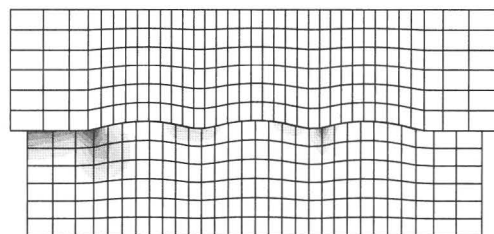


Abbildung 11: Die Norm der plastischen Verzerrungen $\|\epsilon^p\| = \sqrt{\epsilon_{ij}^p \epsilon_{ij}^p}$

6.2 Numerische Simulation: Abheben einer Bodenplatte

Lastfall 1

Es wird eine quadratische Fundamentplatte (Seitenlänge 10m) betrachtet, die an einer Kante mit einer Flächenlast von 300 kN/m^2 belastet wird. Da das Problem symmetrisch ist, wird nur eine Hälfte diskretisiert, wie in Abbildung 12 dargestellt. Am Graph der Absenkungen von Bodenplatte und Bodenoberfläche (siehe Abbildungen 13 und 14) kann man erkennen, daß die Platte sich vom Boden löst. Diese Abhebung der Bodenplatte ist nur unter Berücksichtigung des Kontaktes durch eine FE-Berechnung zu simulieren. In Abbildung 15 sind die plastischen Verzerrungen im Boden dargestellt. Die maximale Setzung beträgt 0.31 cm .

Materialparameter:

Beton:

$$E=30.000\text{MN/m}^2$$

$$\nu=0.2$$

Boden:

$$E=140\text{MN/m}^2$$

$$\nu=0.3$$

$$\beta=47.5$$

$$d=20.97\text{kN/m}^2$$

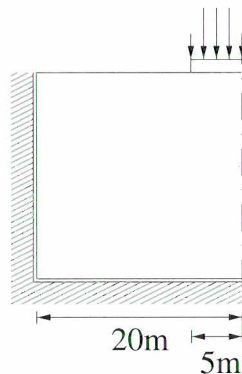


Abbildung 12: Lastfall 1: Materialparameter, Randbedingungen

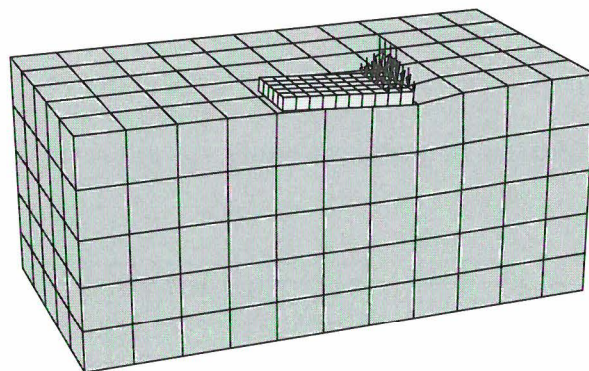


Abbildung 13: Lastfall 1: deformiertes FEM-Netz

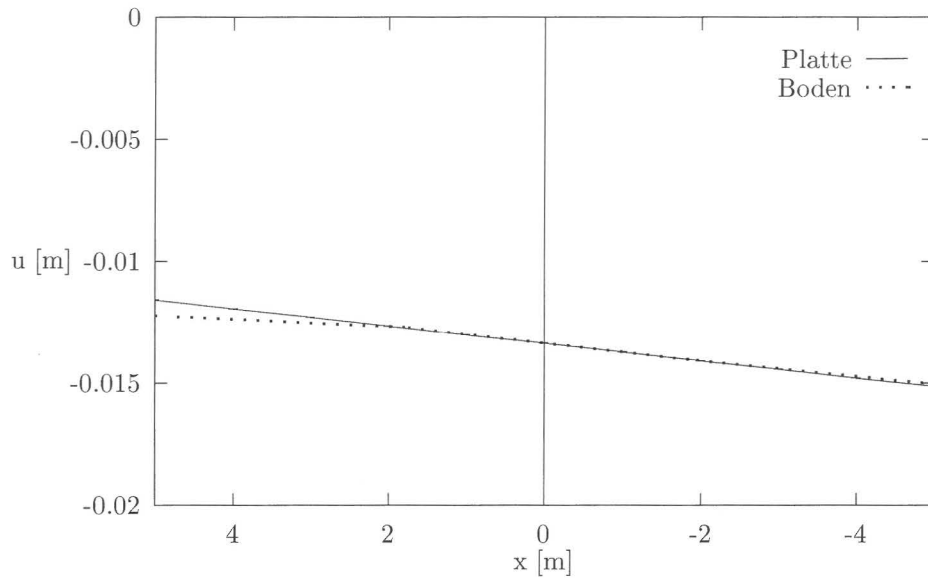


Abbildung 14: Lastfall 1: Absenkung der Platte und der Bodenoberfläche

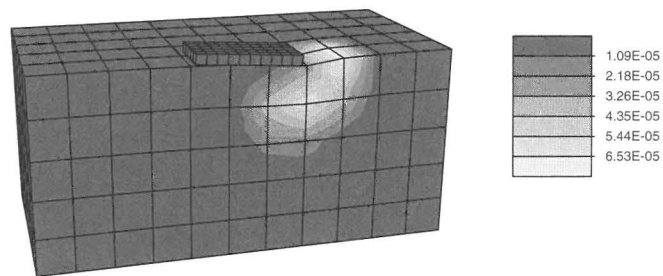


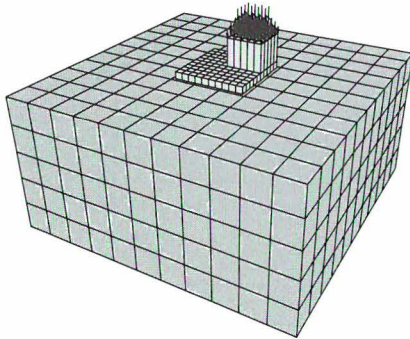
Abbildung 15: Lastfall 1: Norm der plastischen Verzerrungen $\|\epsilon^p\|$

Lastfall 2

Hier wird nun die gleiche Fundamentplatte betrachtet, die jedoch nicht entlang einer Kante, sondern auf einem Viertel mit einer Flächenlast von 240 kN/m^2 belastet wird. Aufgrund der unsymmetrischen Belastung muß das ganze System in die Simulation einbezogen werden (siehe Abbildung 16).

Die Fundamentplatte aus Beton wurde als linear elastisch angenommen, während für den Boden Materialdaten von Mergel gewählt wurden. Er wurde mit Drucker-Prager Plastizität berechnet. Die Materialdaten können Abbildung 16 entnommen werden.

Die hiermit errechneten Verschiebungen von Fundamentplatte und Bodenoberfläche sind in Abbildung 17 dargestellt. Auch hier ist das Abheben gut zu erkennen. Die maximale Setzung, die unter der Last auftritt, beträgt 0.37 cm.



Materialparameter:

Beton:
 $E=30.000\text{MN/m}^2$
 $\nu=0.2$

Boden:
 $E=140\text{MN/m}^2$
 $\nu=0.3$
 $\beta=47.5$
 $d=20.97\text{kN/m}^2$

Abbildung 16: Lastfall 2: FEM-Netz und Materialdaten

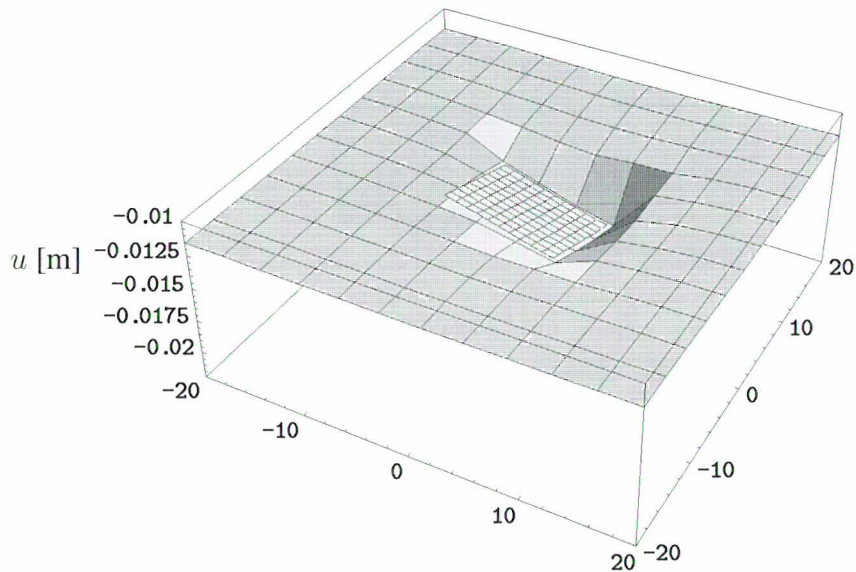
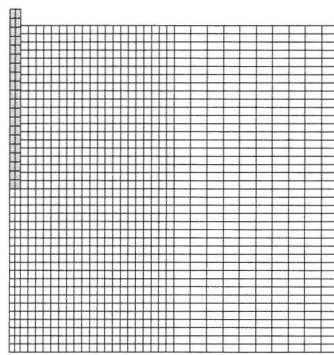


Abbildung 17: Lastfall 2: Absenkung der Bodenplatte

6.3 Statische Pfahlprobelastung eines Bohrpfahls

1. Beispiel

Als weiteres Beispiel wird die statische Pfahlprobelastung eines Bohrpfahls numerisch simuliert und mit den Meßergebnissen von Sommer, Hambach(1974) verglichen. Hier wird ein 10m langer Pfahl mit einem Radius von 0.65m am Pfahlkopf belastet, wie in Abbildung 18 dargestellt. Die Materialdaten für den Beton entsprechen denen aus dem letzten Beispiel. Der Boden besteht aus Ton, der durch ein Drucker-Prager-Materialmodell simuliert wird. Seine Materialdaten können Abbildung 18 entnommen werden.



Materialparameter:

Beton:

$$E=30.000\text{MN/m}^2$$

$$\nu=0.2$$

Boden:

$$E=50\text{MN/m}^2$$

$$\nu=0.25$$

$$\beta=20.$$

$$d=20\text{kN/m}^2$$

Abbildung 18: FEM-Netz des Pfahls, Materialparameter

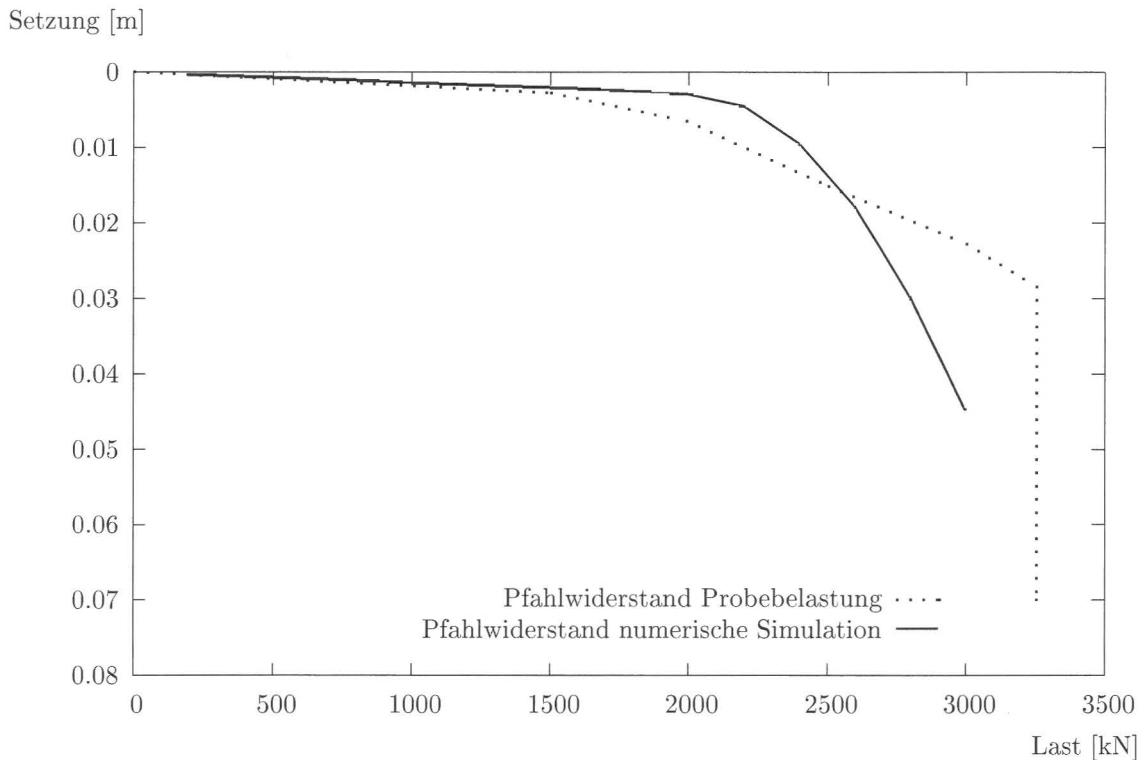


Abbildung 19: Last-Setzungs-Linie der 1. Pfahlprobelastung

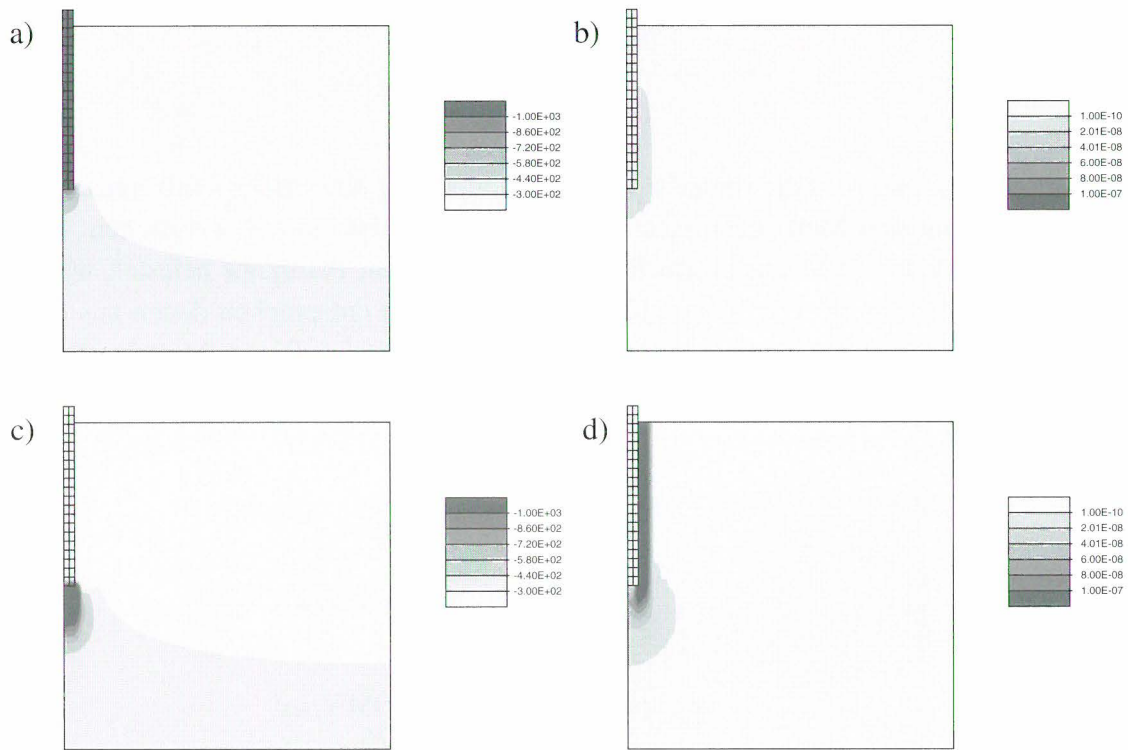


Abbildung 20: a) Spannungen in vertikaler Richtung σ_2 bei Last 2MN, b) Norm der plastischen Verzerrungen $||\epsilon^p||$ bei Last 2MN, c) σ_2 bei Last 3MN, d) $||\epsilon^p||$ bei Last 3MN

Der Tangentialkontakt zwischen Beton und Boden wird mit Coulombscher Reibung modelliert.

In Abbildung 20 ist der Verlauf der Spannungen und der plastischen Verzerrungen bei zunehmender Belastung zu sehen. Bei Abbildung 20 a) und c) läßt sich gut der Aufbau einer Druckzwiebel unter der Pfahls Spitze erkennen. In Abbildung 20 b) und d) sieht man anhand der plastischen Verzerrungen, daß die zu großen Schubspannungen am Pfahlmantel letztlich zum Versagen führen. Die Last-Setzungs-Linie der numerischen Simulation ist in Abbildung 19 zusammen mit der gemessenen aufgetragen. Man kann eine prinzipielle Übereinstimmung erkennen, die Abweichungen sind auf das vereinfachende Materialmodell für den Ton zurückzuführen.

2. Beispiel

Hier wird eine zweite Pfahlprobebelastung numerisch simuliert. Der Pfahl hat einen Durchmesser von 0.9m und ist 23.7m lang, siehe Abbildung 21a.

In Abbildung 21b sind die Lastsetzungslinien aus der numerischen Simulation und aus

der Meßung entsprechend Katzenbach, Moormann (1997) gegenübergestellt. Der Entlastungsvorgang bei der Pfahlprobebelastung wurde in der numerischen Simulation berücksichtigt.

Durch das Fehlen einer Kappe für das Drucker-Prager-Boden-Modell unterscheidet sich die berechnete Last-Setzungs-Linie im Anfangsbereich wesentlich von der gemessenen, während die weitere Simulation eine befriedigende Übereinstimmung zeigt.

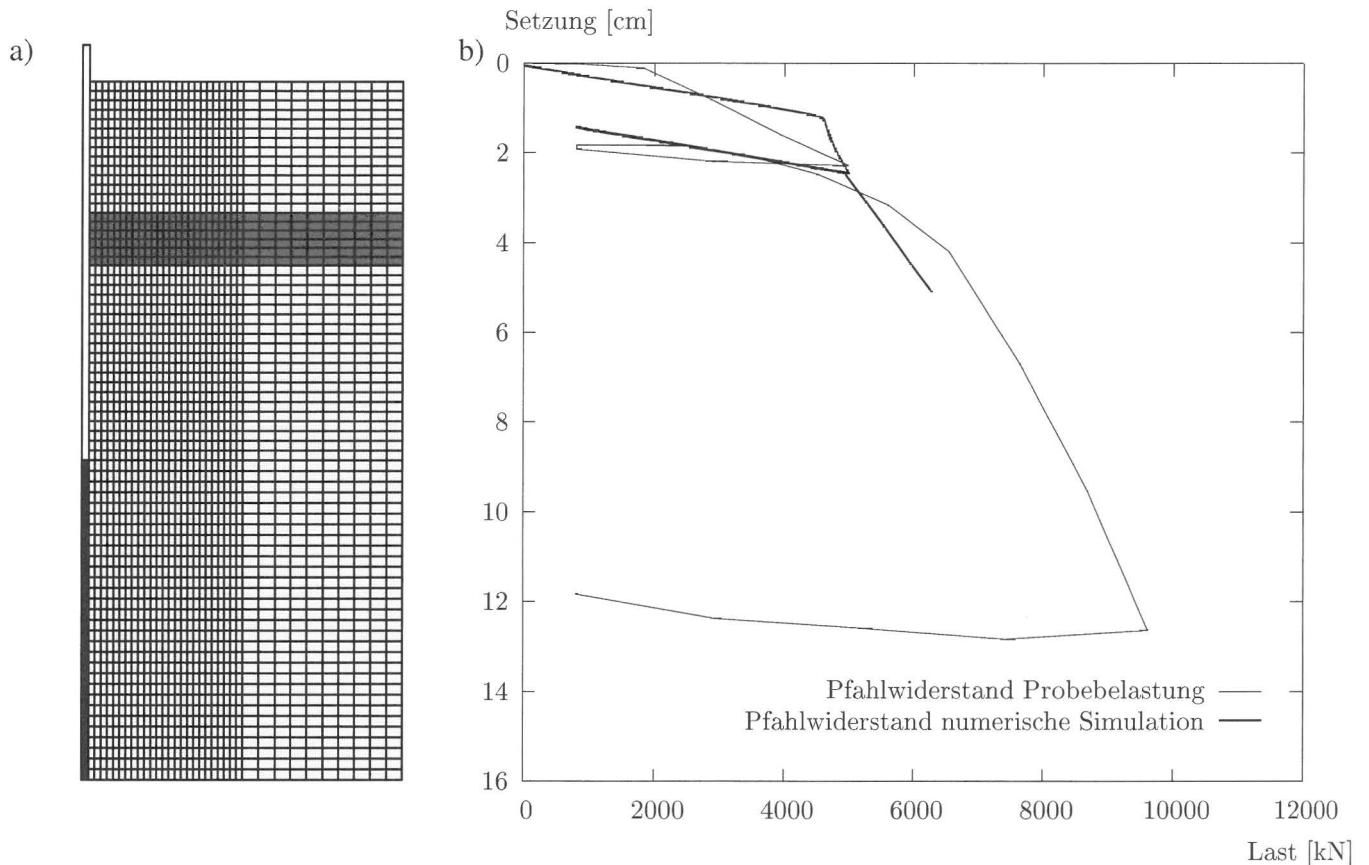


Abbildung 21: a) FEM-Netz der zweiten Pfahlprobebelastung b) Lastsetzungslinie

7 Ausblick

In Anbetracht des letzten Beispiels ist es zunächst erforderlich, die Berechnung unter Berücksichtigung des Kontaktes mit einer besseren Modellierung des Bodens zu kombinieren.

Zur Bestimmung des Materialverhaltens in der Kontaktzone, und somit zu einer verbesserten Beschreibung der Reibung zwischen Boden und Bauwerk, sind weitere Versuche und ausführlichere numerische Simulationen des Verhaltens der Mikrostruktur erforderlich.

Dann sollte die numerische Simulation eines Einzelpfahls oder gar einer Pfahlgruppe im Dreidimensionalen erfolgen. Dies ist aber auf Grund des hohen Speicherbedarfs mit den momentan verfügbaren Rechnern so nicht möglich. Eine Berechnung auf Parallelrechnern wäre jedoch denkbar.

Literatur

Antes, H., Panagiotopoulos, P. D. (1992)

The boundary integral approach to static and dynamic contact problems, International Series of Numerical Mathematics, Vol. 108, Birkhäuser

Bathe, K. J., Chaudhary, A. B. (1985)

A Solution Method for Planar and Axisymmetric Contact Problems, Int. J. Num. Meth. Engng, 21, 65-88

Chaudhary, A. B., Bathe, K. J. (1986)

A Solution Method for Static and Dynamik Analysis of Three-Dimensional Contact Problems with Friction, Computers & Structures, 24, 137-147

Curnier, A. (1984)

A Theory of Friction, Int. J. Solids Structures, 20, 637 - 647

Curnier, A., Alart, P. (1988)

A Generalized Newton Method for Contact Problems with Friction, J. Mec. Theor. Appl., Special Issue: Numerical Methods in Mechanics of Contact Involving Friction, 67-82

Hallquist, J. (1979)

NIKE2D: An Implicit, Finite Deformation, Finite Element Code for the Analysing of the Static and Dynamic Response of Two-dimensional Solids, Report UCRL-52678, UC-Lawrence Livermore National Laboratory

Ju, W., Taylor, R. L. (1988)

A Perturbed Lagrangian Formulation for the Finite Element Solution of Nonlinear Frictional Contact Problems, J. Theor. Appl. Mech., 7, 1-14

Katzenbach, R., Moormann, Chr. (1997)

Design of axially loaded piles and pile groups - German practice. Proc. of the ERTC3 Seminar, Brussels, 177-201

- Kikuchi, N., Oden, J.T. (1988)
Contact Problems in Elasticity: A Study of Variational Inequalities and Finite Element Methods, SIAM, Philadelphia
- Klarbring, A. (1994)
Large displacement frictional contact: A continuum framework for finite element discretization, submitted. Also in: *Comp. Solid Mech.*, COMETT lecture notes, EPFL, Lausanne
- Kragelski, I. V., Dobychin, M. N. , Kombalov, V., S. (1982)
Friction and Wear - Calculation Methods, (Translated from the Russian by N. Standen), Pergamon Press
- Larsson, R., Runesson, K.(1992)
Plastic Localization Captured by Discontinuous Displacement Approximation, in: *Computational Plasticity, Fundamentals and Applications*, D.R.J. Owen, E. Oñate and E. Hinton (Eds.)
- Laursen, T. A., Simo, J. C. (1993)
A Continuum-based Finite Element Formulation for the Implicit Solution of Multi-body, Large Deformation Frictional Contact Problems, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 36, 3451-3485
- Michalowski, R., Mroz, Z. (1978)
Associated and Non-associated Sliding Rules in Contact Friction Problems, *Arch. Mech.*, 30, 259-276
- Miehe, C., Schröder, J. (1994)
Post-critical discontinuous localization analysis of small-strain softening elastoplastic solids, *Archive of Applied Mechanics* 64, 267-285
- Oden, J. T., Pires, E. B. (1983)
Nonlocal and Nonlinear Friction Laws and Variational Principles for Contact Problems in Elasticity, *J. Appl. Mech.*, 50, 67-76
- Parisch, H. (1989)
A Consistent Tangent Stiffness Matrix for Three-dimensional Non-linear Contact Analysis, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 28, 1803-1812
- Sommer, H., Hambach, Ph. (1974)
Großpfahlversuche im Ton für die Gründung der Talbrücke Alzey. *Bauingenieur*, 49, 310-317
- Tabor, D. (1981)
Friction - The Present State of Our Understanding, *J. Lubr. Technol.*, 103, 169-179

Wriggers, P. (1987)

On Consistent Tangent Matrices for Frictional Contact Problems, in: Proceedings of NUMETA 87 Conference, eds. Middleton, J., Pande, G. N., Nijhoff Publishers, Dordrecht

Wriggers, P. (1995)

Finite Element Algorithms for Contact Problems, Arch. of Comp. Meth. in Engng., 2,4,1-49

Wriggers, P., Miehe, C. (1992)

Recent Advances in the Simulation of Thermomechanical Contact Processes, in: Proceedings of COMPLAS III, eds. Owen, D. R. J., Hinton, E., Oñate, E., Pineridge Press, Swansea

Wriggers, P., Miehe, C. (1994)

Contact Constrains within Coupled Thermomechanical Analysis - A Finite Element Model, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., 113, 301-319

Wriggers, P., Simo, J. C. (1985)

A Note on Tangent Stiffness for Fully Nonlinear Contact Problems, Comm. Appl. Num. Meth., 1, 199-203

Wriggers, P., Vu Van, T., Stein, E. (1990)

Finite Element Formulation of Large Deformation Impact-Contact Problems with Friction, Comp. Struct., 37, 319-331



Studien zur Baugrund-Tragwerk-Interaktion

**Prof. Dr.-Ing. Rolf Katzenbach, Prof. Dr.-Ing. Ulvi Arslan,
Dipl.-Ing. Christian Moormann, Dipl.-Ing. Oliver Reul**
Institut für Geotechnik, Technische Universität Darmstadt

1 Einleitung

Da jedes Bauwerk im bzw. auf dem Baugrund gegründet ist, führt jede Gründung zur Fragestellung Baugrund-Tragwerk-Interaktion. Eine vollständige Analyse des im allgemeinen dreidimensionalen und zeitvarianten Problems erfordert:

- eine zutreffende Modellierung des Baugrundes und des Tragwerks,
- eine zutreffende Modellierung des Kontaktverhaltens zwischen dem Baugrund und dem Bauwerk und
- eine adäquate Berechnungsmethode zur Lösung des Interaktionsproblems.

Das Zusammenwirken von Baugrund und Bauwerk wird bei der Berechnung praktischer Bauaufgaben durch verschiedene Modelle simuliert. Dabei ist die Frage wichtig, ob das im allgemeinen zeitabhängige dreidimensionale Problem durch ein einfacheres, zwei- oder gar eindimensionales Problem ersetzt werden kann und ob Vereinfachungen bezüglich des Materialverhaltens des Baugrundes möglich sind.

Das gemeinsame Ziel der Forschergruppe Baugrund-Tragwerk-Interaktion ist es daher zu klären, in welchen Fällen und in welchem Umfang, d.h. mit welcher abstrahierenden Modellbildung die Baugrund-Tragwerk-Interaktion bei flach und tief gegründeten Tragwerken im Hinblick auf die Anforderungen an die Sicherheit und an die Wirtschaftlichkeit der Konstruktion betrachtet werden muß.

Bislang werden bei den Standsicherheits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweisen unterschiedliche, auf den verschiedensten Modellbildungen basierende fallbezogene Näherungslösungen zur Erfassung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion verwendet, wobei die

entsprechenden Berechnungsmodelle untereinander in der Regel nicht konsistent sind. Es stehen zur Zeit keine in sich stringenten Modelle zur Erfassung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion zur Verfügung.

Zuverlässige Aussagen zu der Fragestellung, unter welchen Umständen eine Vernachlässigung der Interaktion und damit eine getrennte, unabhängige Betrachtung der Teilsysteme Baugrund und Tragwerk möglich ist, gibt es bisher nicht.

Eine verlässliche Antwort auf diese bei jedem Bauwerk neu zu beurteilende Frage, deren Beantwortung bislang im Ermessen des einzelnen planenden Ingenieurs liegt, kann nur auf der Grundlage wirklichkeitsnaher Untersuchungen gegeben werden.

2 Strukturmodell

Zur Klärung der in der Einleitung angesprochenen Fragestellungen entwickelt die Forschergruppe Baugrund-Tragwerk-Interaktion ein Strukturmodell. Das Strukturmodell für Baugrund, Tragwerk und Kontaktzone setzt sich aus den folgenden Bausteinen zusammen:

- Mehrphasenmodelle und 3D-Geometrie
- Modelle zum Werkstoffverhalten
- Modelle zur Berücksichtigung der Einwirkungen mit der Erfassung der Belastungsgeschichte und des Baufortschritts
- Werkzeuge zur numerischen Simulation inklusive der 3D-Visualisierung mittels Prä- und Postprozessoren.

Mit dem Strukturmodell werden insbesondere die folgenden Aspekte erfaßt:

- Zeitabhängigkeit und Dreidimensionalität der Problemstellung
- Mehrphasigkeit des Bodens
- elastoplastisches, vom Beanspruchungsniveau und der Einwirkungsgeschwindigkeit abhängiges nichtlineares Werkstoffverhalten von Boden und Beton

Ziel des Teilprojektes „Geotechnische Modellierung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion“ innerhalb der Forschergruppe ist die Entwicklung geotechnischer Beurteilungskriterien für die theoretische Modellierung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion, die – verifiziert durch Meßdaten – in Modellierungsstufen unterschiedlicher Komplexität münden.

In diesem Zusammenhang werden am Institut und der Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Universität Darmstadt Elementversuche und Parameterstudien durchgeführt sowie die zahlreichen, von 1:1-Objekten vorhandenen Messungen aufbereitet, um damit

das Strukturmodell durch den Vergleich von Rechnung und Messung zu verifizieren. Abschließend wird dann ein Beurteilungskatalog erstellt, aus dem hervorgeht, in welchen Fällen und unter Einsatz welcher Modellierungstechnik die Wechselwirkung zwischen Baugrund und Bauwerk in Abhängigkeit von den Anforderungen an die Teilsysteme berücksichtigt werden muß.

Innerhalb des Strukturmodelles kommt der wirklichkeitsnahen Modellierung des Bodens als Mehrphasenmedium eine zentrale Bedeutung zu. In zahlreichen Berechnungsalgorithmen, wie z.B. der Ermittlung des Erd- und Wasserdruckes, wird jede Phase, also die feste Phase, die flüssige Phase und die gasförmige Phase für sich betrachtet. Oft wird die Wechselwirkung der einzelnen Phasen untereinander vernachlässigt und der Boden vereinfachend mit einem Einphasenmodell abgebildet (Bild 1).

Mit dem Konzept der Mischungstheorie wird es möglich werden, vom Anfangszustand, der in Bild 2 mit 1 gekennzeichnet ist, bis hin zum Endzustand, gekennzeichnet mit 2, alle zeitvarianten Vorgänge im Boden mit einer einzigen Modellbildung stringent und ohne fallbezogene Datenmanipulation zu erfassen. und zwar unabhängig davon, ob der Zeitraum t_K der Konsolidierungsphase nur wenige Sekunden, wie bei Sanden und Kiesen, oder mehrere Jahre, z.T. auch Dekaden, wie bei Tonen, beträgt.

Für die punktuelle Beschreibung der Anfangs- und Endzustände 1 und 2 existieren validierte Einphasenmodelle, die zur Überprüfung der programmiertechnischen Umsetzung der Mischungstheorie herangezogen werden können, da die Mischungstheorie in Richtung Einphasenmodelle abwärtskompatibel ist.

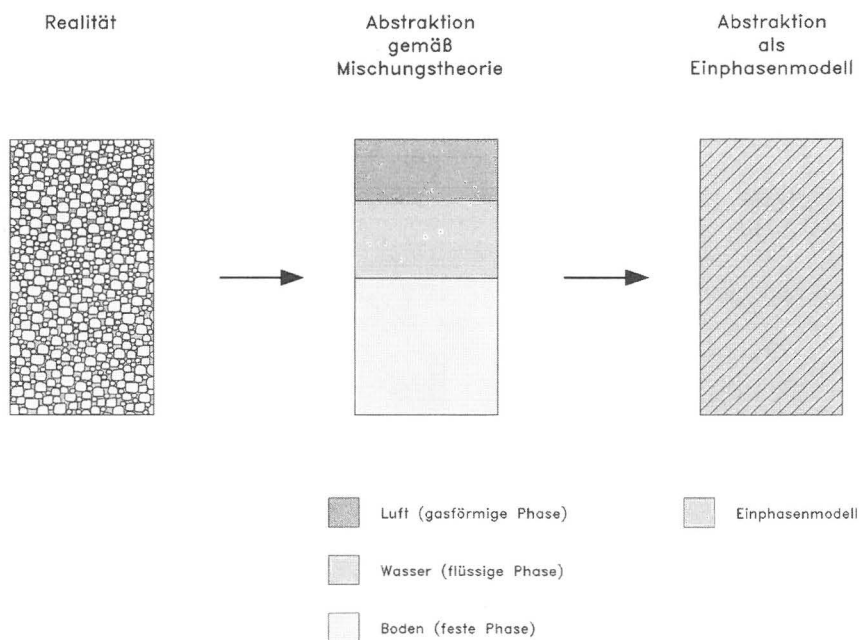


Bild 1 Boden als Mehrphasenmedium

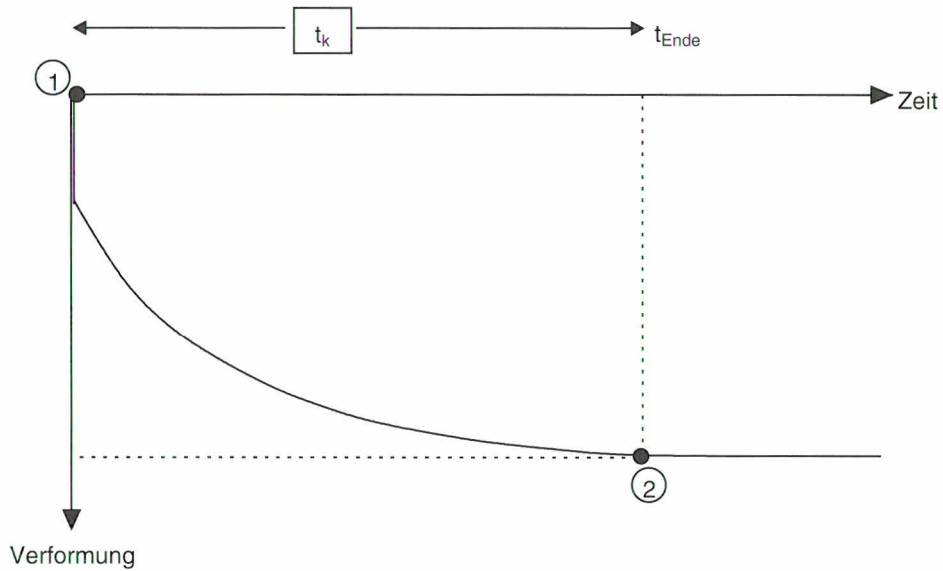


Bild 2 Zeitvariante Verformungsvorgänge des Bodens

3 Triaxialversuche an Sandproben

Zur Bestimmung der Werkstoffkennwerte für das elastoplastische Stoffmodell des Korngerüsts nach Ehlers (1993) werden triaxiale Kompressions- und Extensionsversuche sowie Hydrostatische Versuche an dicht gelagerten Sandproben, deren Kornverteilungskurve in Bild 3 dargestellt ist, ausgeführt.

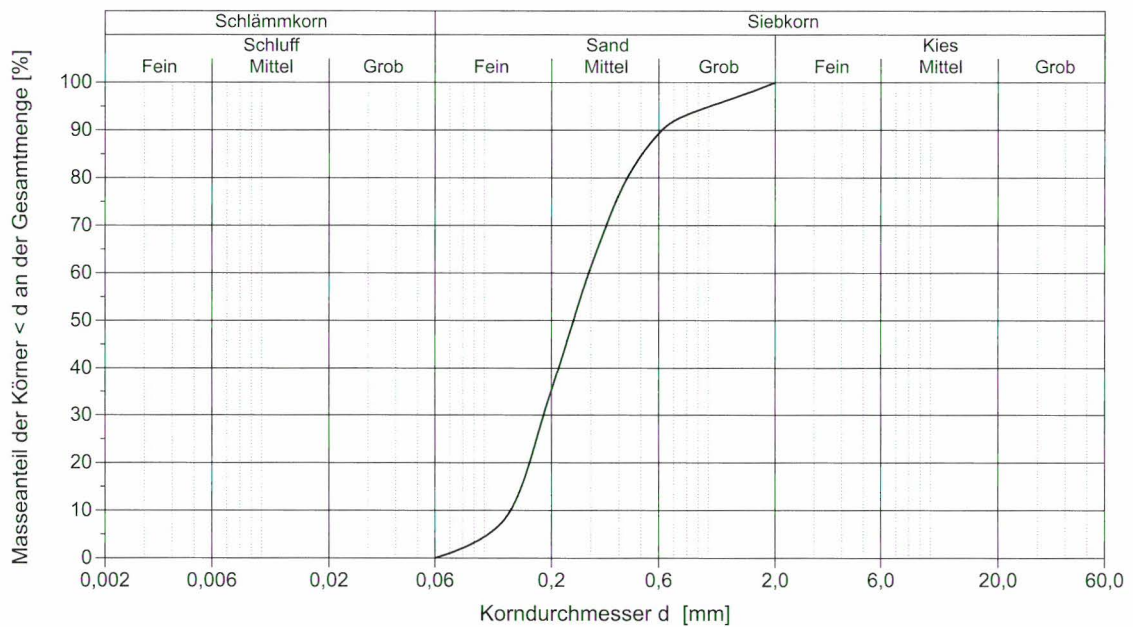


Bild 3 Kornverteilungskurve des Versuchssandes

Alle Versuche werden mindestens dreimal ausgeführt, um die Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse zu überprüfen. Bild 4 zeigt beispielhaft die Ergebnisse von drei triaxialen Kompressionsversuchen, die bei einem konstanten Zelldruck von 200 kN/m^2 und einer Einbaudichte von $1,71 \text{ g/cm}^3$ ausgeführt worden sind.

In Bild 4 a) ist über der Vertikaldehnung ϵ_1 die Hauptspannungsdifferenz $\sigma_1 - \sigma_3$ aufgetragen. Druckspannungen und Stauchungen sind dabei mit positivem Vorzeichen definiert. Die Versuchskurven zeigen eine gute Übereinstimmung. Bild 4 b) zeigt die Abhängigkeit der Volumendehnung ϵ_v von der Vertikaldehnung ϵ_1 . Nachdem die Probe bis zu einer Stauchung von $\epsilon_1 \approx 0,4 \%$ verdichtet wird, zeigt sich dilatantes Materialverhalten.

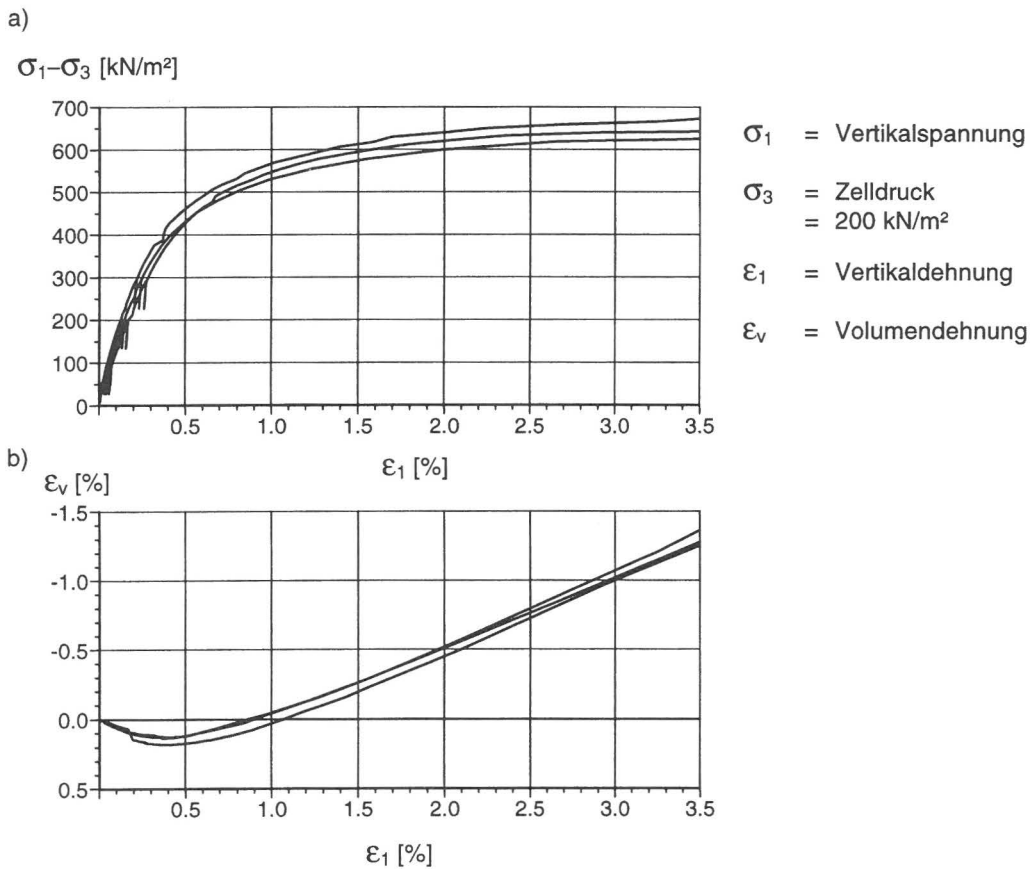


Bild 4 Versuchskurven für einen triaxialen Kompressionsversuch

Aus den Kompressionsversuchen ergibt sich in Übereinstimmung mit den von Arslan (1980) erzielten Ergebnissen eine Abhängigkeit zwischen der Beanspruchung des Bodens, ausgedrückt durch die erste und zweite Invariante I_1 und I_2 des Spannungstensors, und dem Elastizitätsmodul, mit dem der elastische Anteil der Korngerüstverformung beschrieben wird. Der Elastizitätsmodul nimmt mit zunehmender Beanspruchung zu und besitzt nach den Versuchsergebnissen Werte zwischen 200 MN/m^2 und 1.000 MN/m^2 (Bild 5).

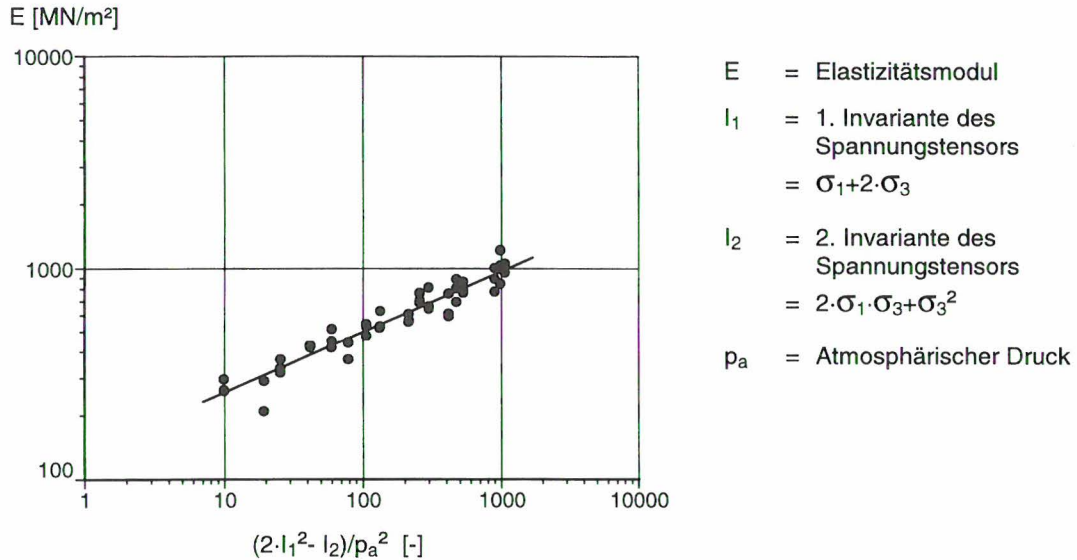


Bild 5 E-Modul in Abhängigkeit der ersten und zweiten Invariante des Spannungstensors

Der Reibungswinkel φ' des Sandes wurde nach Auswertung aller Triaxialen Kompressionsversuche mit einer linearen Regressionsanalyse zu $\varphi' = 37,3^\circ$ bestimmt.

4 Numerische Parameterstudie

Mit der im folgenden vorgestellten numerischen Parameterstudie für die in Bild 6 dargestellten Gründungssysteme Flächengründung, Freistehende Pfahlgruppe und Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP) sollen die Grundlagen zur Untersuchung der Abwärtskompatibilität des Mehrphasenmodelles geschaffen und die maßgeblichen Interaktionseffekte herausgearbeitet werden.

Der Parameterstudie liegen die folgenden Berechnungsannahmen zugrunde:

- Der Boden wird mit einem elastoplastischen Einphasenmodell, d.h. für den Endzustand, abgebildet. Der Elastizitätsmodul des kohäsiven Bodens nimmt mit der Tiefe linear zu.
- Zwischen Boden und Bauwerk herrscht idealer Kontakt, d.h. es wird keine Relativverschiebung zwischen Boden und Bauwerk zugelassen.
- Die reale Steifigkeit des Bauwerks wird vernachlässigt.

Das nichtlineare Materialverhalten des Bodens wird in der ersten Stufe mit einem im Institut für Geotechnik schon umfangreich erprobten und bewährten elastoplastischen Stoffgesetz erfaßt, das hinsichtlich der prinzipiellen Vorgehensweise dem im Teilprojekt Ehlers vorgestellten Stoffgesetz ähnelt, das aber aus zwei Teilfließflächen, und zwar aus

der Fließfläche mit der Funktion F_s für den Konus und der Fließfläche für die Kappe mit der Funktion F_c gemäß (Gl. 1) und (Gl. 2) aufgebaut ist:

$$F_s = t - d - p \cdot \tan \beta = 0 \quad (\text{Gl. 1})$$

$$F_c = \sqrt{(p - p_a)^2 + (R \cdot t)^2} - R \cdot (d + p_a \cdot \tan \beta) = 0 \quad (\text{Gl. 2})$$

mit

- t = Maß für die Deviatorspannung
- d = Achsabschnitt in der p-t-Ebene
- $\tan \beta$ = Geradensteigung in der p-t-Ebene
- p = Hydrostatische Spannung
- p_a = Hydrostatische Spannung zur Definition der Kappenposition
- R = Formfaktor der Kappe

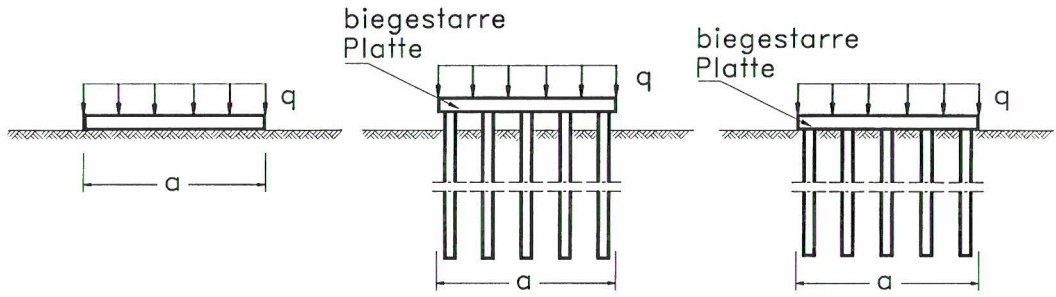
Spannungsänderungen innerhalb der Fließfläche rufen elastische, reversible Verformungen hervor, Spannungsänderungen auf die Fließfläche führen zu plastischen, irreversiblen Verformungen. Im Bereich des Konus kommt es dabei zu idealplastischem Verhalten, während das Material im Bereich der Kappe in Abhängigkeit der plastischen Volumendehnungen verfestigt oder entfestigt. Die Größen d und β können aus der Kohäsion c und dem Reibungswinkel φ' des Bodens abgeleitet werden.

Die Pfähle wurden linear elastisch modelliert. Die Gründungsplatte ist biegestarr. Die Stoffkonstanten sind in Tabelle 1 zusammengefaßt.

Bezeichnung	Formelzeichen	Einheit	Boden	Pfähle
Elastizitätsmodul	E	MN/m ²	14,5 + 1,75 × z * ¹	30000
Querdehnungszahl	v	-	0,25	0,2
Ruhedruckbeiwert	K_0	-	0,5	-
Formfaktor Übergangsbereich	α	-	0,0	-
Konuswinkel	β	°	37,67	-
Konusachsabschnitt	d	kN/m ²	42,43	-
Formfaktor Konus	K	-	0,795	-
Formfaktor Kappe	R	-	0,1	-
Wichte unter Auftrieb	γ'	kN/m ³	10	15

*¹ z ab Modelloberkante

Tabelle 1 Stoffkonstanten der Parameterstudie



Flachgründung

Freistehende Pfahlgruppe

Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP)

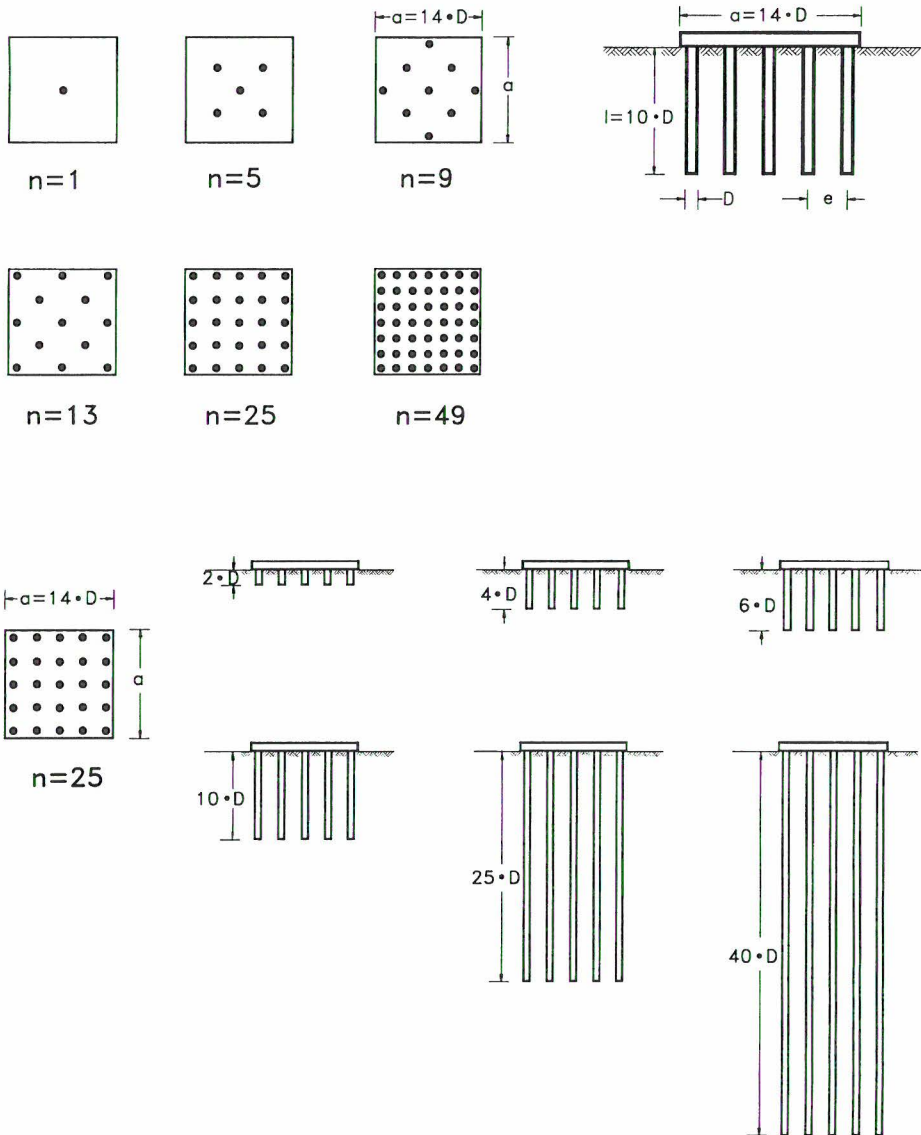


Bild 6 Systemkonfiguration der untersuchten Gründungssysteme

In Bild 7 ist der Setzungsverlauf unter einer Flächgründung für eine schlanke Gründungsplatte und für eine starre Gründungsplatte, wie sie jeweils mit einem elastischen und einem elastoplastischen Stoffansatz für den Boden ermittelt wurden, dargestellt. Die Setzungen sind jeweils auf die Setzung der starren Platte bei zulässiger Belastung R_{zul} bezogen.

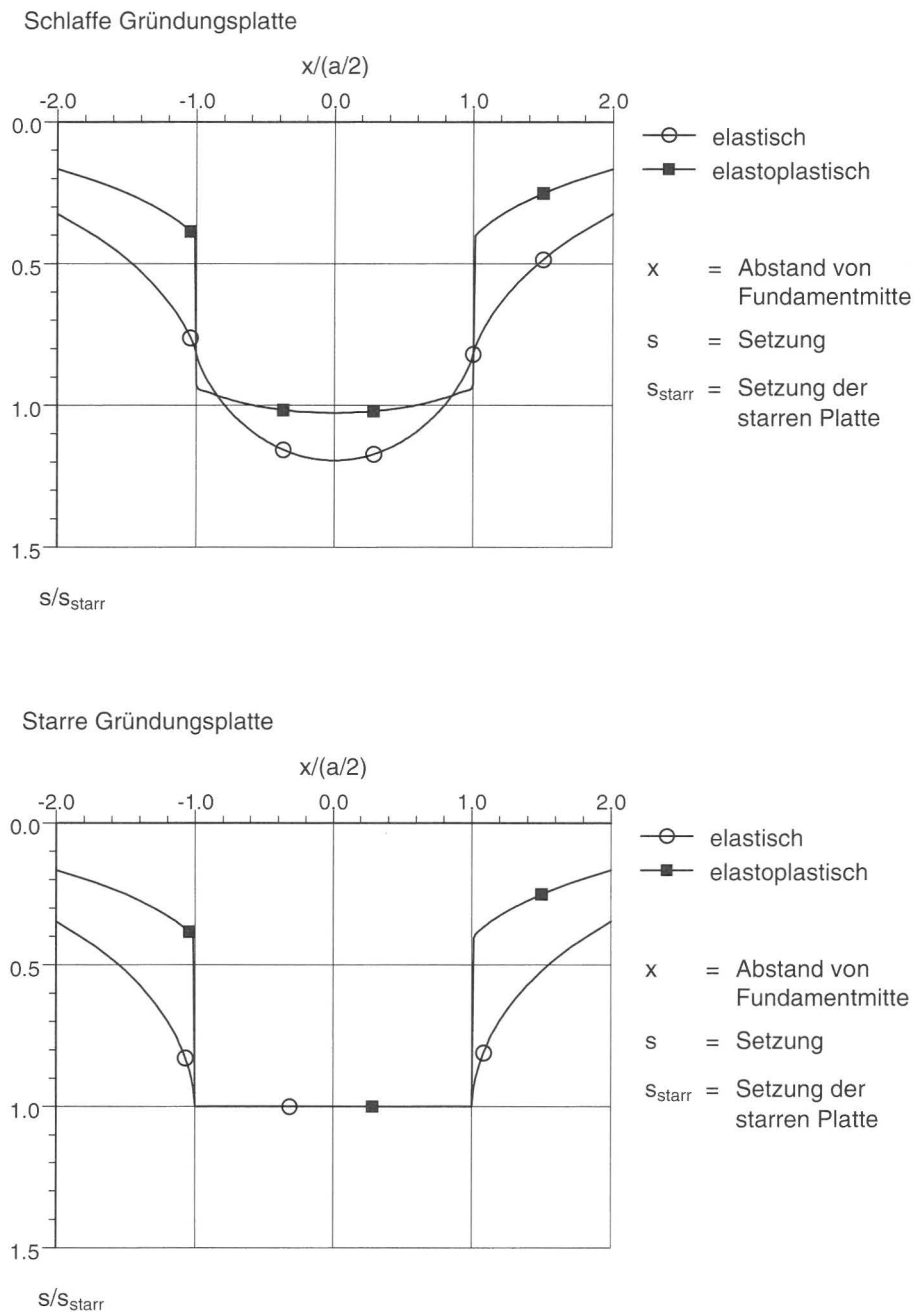


Bild 7 Setzungsverlauf unter einer Flachgründung aus der numerischen Computersimulation

In der elastoplastischen Berechnung tritt ein Setzungssprung am Fundamentrand auf, der 60 % der Fundamenteigensetzung beträgt. Der Setzungssprung ist eine unmittelbare Folge der Baugrund-Tragwerk-Interaktion. Die Kenntnis der Größe des Setzungssprunges ist von entscheidender Bedeutung bei der Dimensionierung von Bauwerksübergängen und Bauwerksanschlüssen, wie z.B. von Gas-, Ferndampf- und Wasserleitungen.

Der Setzungssprung läßt sich mit dem elastischen Baugrundmodell nicht berechnen. Mit dem elastoplastischen Stoffgesetz wird das Systemverhalten von Fundament und Baugrund realitätsnah erfaßt, hier allerdings zunächst noch ohne Zeiteffekte und ohne Berücksichtigung der aufgehenden Konstruktion, Einflüsse, die nach abgeschlossener Entwicklung des Strukturmodells vollständig berücksichtigt werden.

Der in der Literatur häufig beschriebene Setzungssprung (Amann und Breth 1977, Katzenbach 1995, Sommer 1978) soll anhand des 103 m hohen Commerzbank-Hochhauses I beispielhaft vorgestellt werden. Das Hochhaus ist im setzungsaktiven Frankfurter Ton auf einer biegesteifen, 3 m dicken Fundamentplatte flach gegründet und hat sich zum Zeitpunkt der hier dargestellten Messung um 12 cm gesetzt. Am Hochhausrand ist ein Setzungssprung Δs zwischen 5,3 cm und 8 cm gemessen worden (Bild 8). Der größere Setzungssprung trat am Übergang zur Tiefgarage auf. Dort ist mittlerweile das neue Commerzbank-Hochhaus errichtet worden. Unter anderem wegen der Problematik des Setzungssprunges wurde das neue, 299 m hohe Commerzbank-Hochhaus auf 111 Großbohrpfählen in den felsigen Frankfurter Kalken gegründet, die unter dem Frankfurter Ton in 40 m Tiefe unter der Geländeoberfläche anstehen (Katzenbach et al. 1997b).

Der bei Flachgründungen beobachtete Einstanzeffekt tritt, wie nachfolgend gezeigt werden soll, auch bei Einzelpfählen auf.

Bild 9 zeigt die berechnete Widerstandssetzungslinie eines Einzelpfahles mit einem Verhältnis von Länge zu Pfahldurchmesser von $l/D = 10$. Der Pfahlmantelwiderstand R_s wird, wie aus den Messungen bekannt, bei geringer Setzung vollständig mobilisiert und nimmt wegen des Abscherens des Bodens am Pfahlmantel mit weiterer Setzung nicht mehr zu. Der Pfahlfußwiderstand R_b hingegen nimmt wegen der Kompression des Bodens unter dem Pfahlfuß sukzessive mit der Setzung zu. Der Pfahlwiderstand R ist die Summe aus Pfahlmantelwiderstand und Pfahlfußwiderstand.

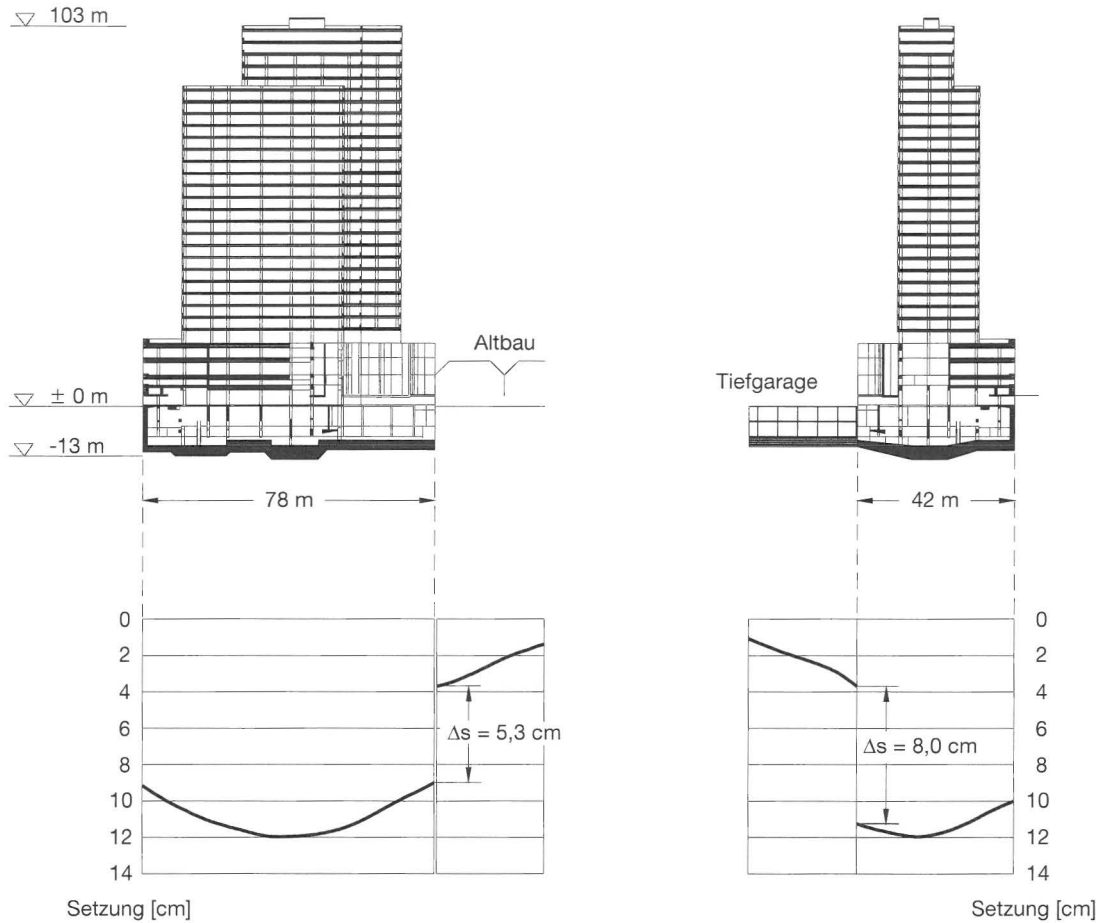


Bild 8 Setzungsverlauf unter dem Commerzbank Hochhaus I

Der Pfahl stanzte sich noch deutlich stärker in den Boden ein als das flach gegründete Fundament. Dies ist auf den Schervorgang am Pfahlmantel und auf die vergleichsweise geringe seitliche Ausstrahlung der Kompression des Bodens am Pfahlfuß zurückzuführen. In Bild 10 sind die berechneten und gemessenen Setzungen in Abhängigkeit des horizontalen Abstandes x vom Pfahl dargestellt. Die Messungen wurden an dem 13 m langen und 1,3 m dicken Pfahl 2 der Großpfahlversuche für die Talbrücke Alzey durchgeführt (Sommer und Hambach 1974).

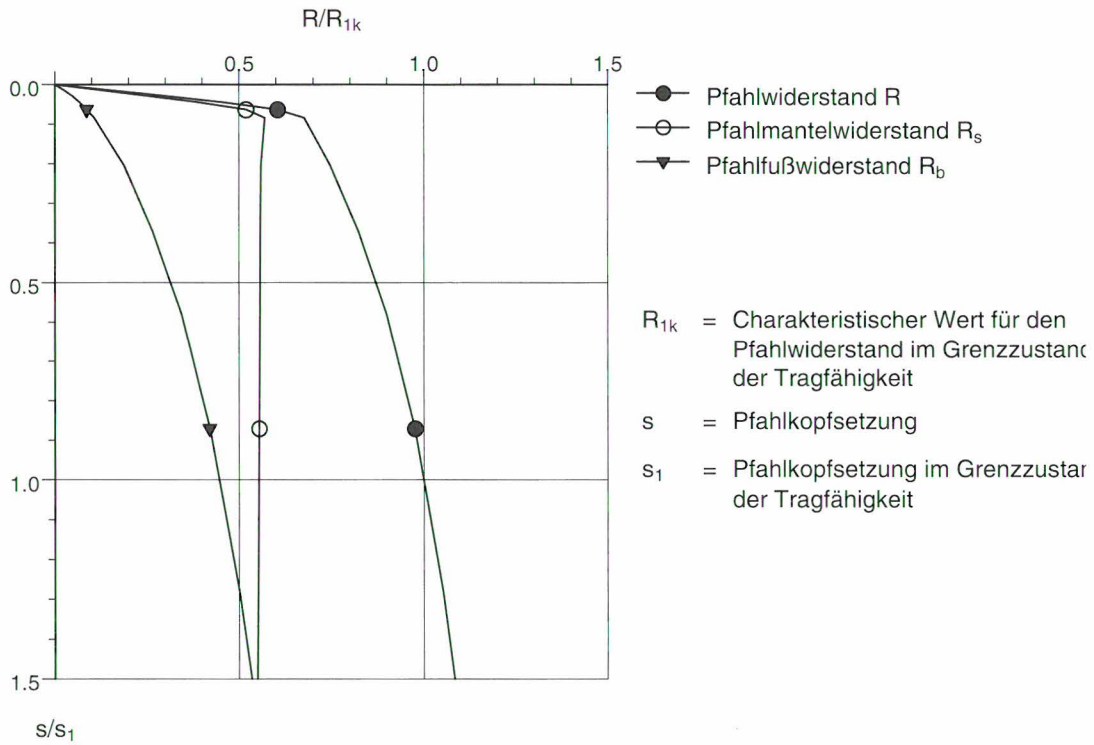


Bild 9 Widerstandssetzungslinie eines Einzelpfahles

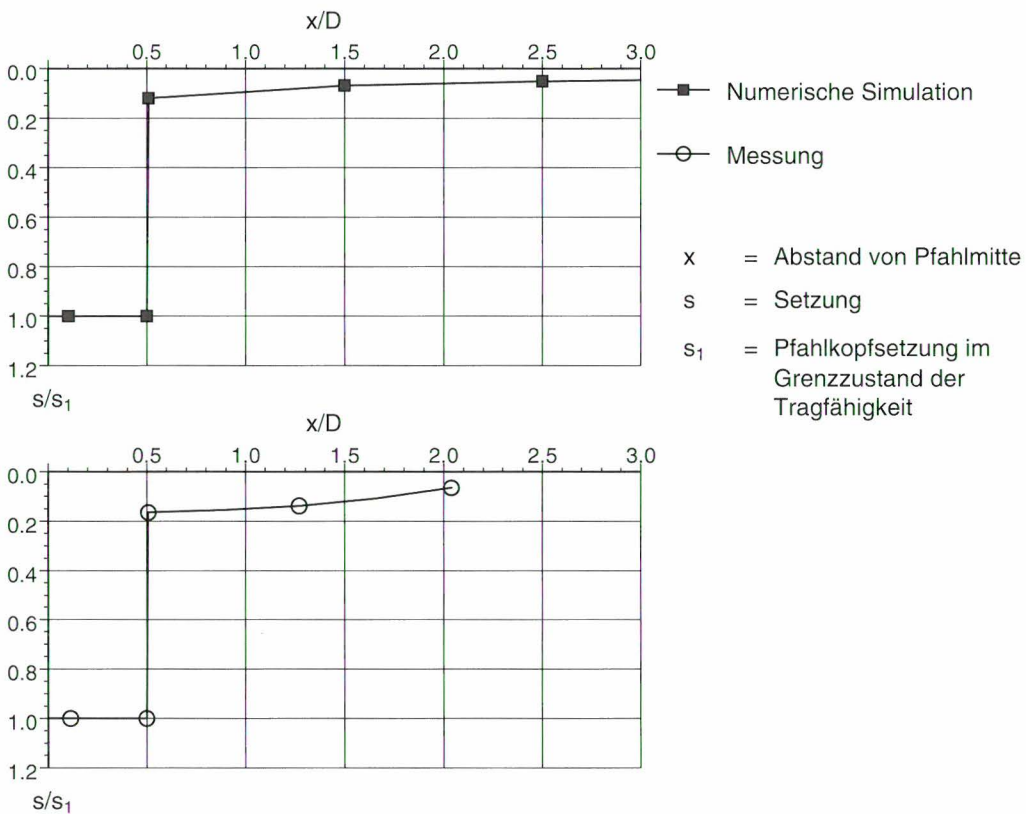


Bild 10 Setzungen in Abhängigkeit des horizontalen Abstandes vom Pfahl aus Berechnung und Messung

Zusätzlich zu den bei einer Flachgründung und einem Einzelpfahl auftretenden Wechselwirkungen zwischen Bauwerk und Baugrund muß bei der Untersuchung des Tragverhaltens von Pfahlgruppen auch die zwischen den Pfählen auftretende Pfahl-Pfahl-Interaktionen berücksichtigt werden.

Die Pfahl-Pfahl-Interaktion ist nach unseren Untersuchungen abhängig von:

- dem Pfahlstandort innerhalb der Pfahlgruppe
- dem bezogenen Pfahlabstand e/l
- den Materialeigenschaften des Bodens
- der Steifigkeit der aufgehenden Konstruktion

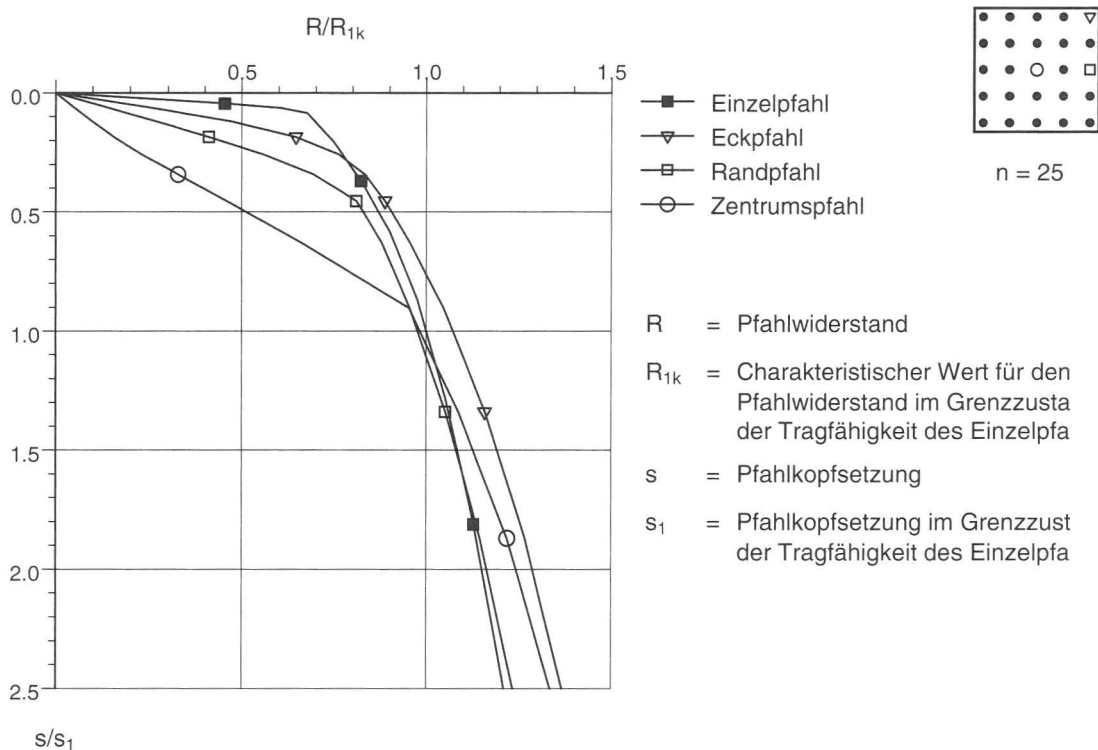


Bild 11 Widerstandssetzungslinien in Abhängigkeit vom Pfahlstandort

Bild 11 zeigt die unterschiedliche Tragwirkung des Eckpfahles, des Randpfahles und des Zentrumspfahles der Freistehenden Pfahlgruppe mit $n = 25$ Pfählen; die unterschiedliche Tragwirkung ist im für die Pfahlbemessung maßgeblichen Gebrauchszustand eine Folge dieser Pfahl-Pfahl-Interaktion.

Der Zentrumspfahl bringt im Gebrauchszustand, also bei $R/R_{1k} \approx 0,5$ nur 10 % der Pfahlsteifigkeit und damit der Tragwirkung des Einzelpfahles und nur 20 % der Tragwirkung des Eckpfahles. Die in der Bemessungspraxis durchaus übliche gleichmäßige Verteilung der Last auf alle Pfähle führt zu Fehleinschätzungen der Tragwirkung im Gebrauchszustand.

Aus den in Bild 12 dargestellten berechneten Widerstandssetzungslinien für verschiedene Freistehende Pfahlgruppen, bei denen zwischen der biegestarren Pfahlkopfplatte und dem Boden kein Kontakt besteht, wird deutlich, daß, um die zulässige Belastung der Flachgründung zu erreichen, mindestens 25 Pfähle erforderlich sind.

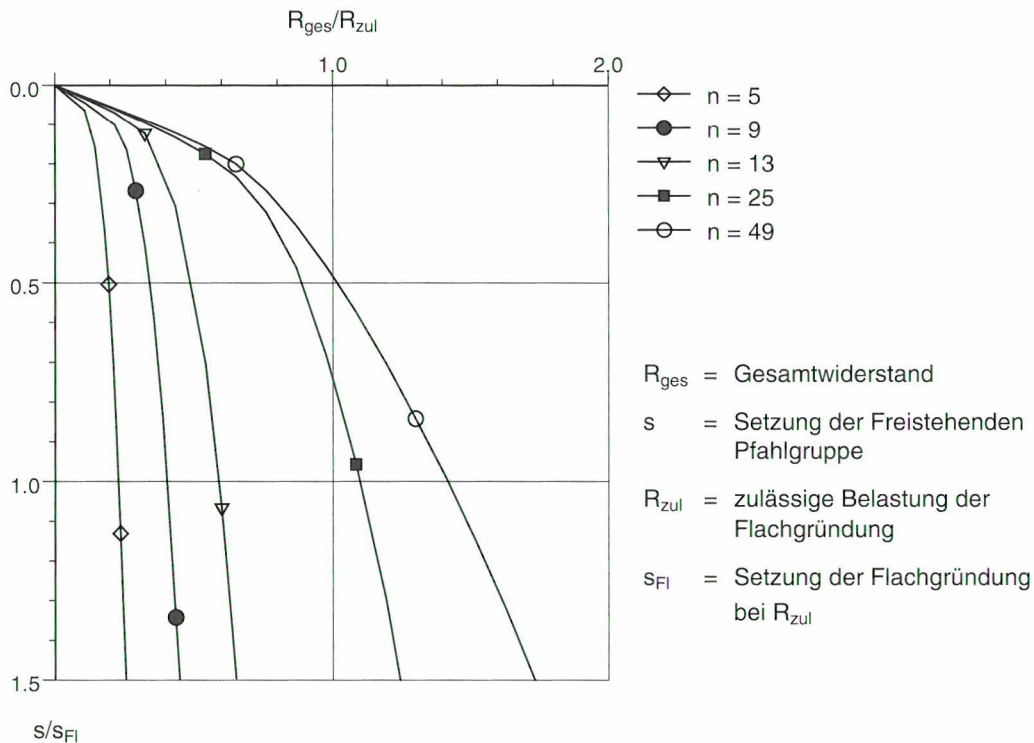


Bild 12 Widerstandssetzungslinien der Freistehenden Pfahlgruppen – Variation der Pfahlzahl

Bei Kombinierten Pfahl-Plattengründungen (KPP) sind neben den Pfahl-Pfahl-Interaktionen auch die Interaktionen zwischen der Sohlnormalspannung und der Pfahltragwirkung zu berücksichtigen. Die in Bild 13 dargestellten berechneten Widerstandssetzungslinien für die verschiedenen KPP dokumentieren bei gleicher Setzung größere Gesamtwiderstände als für die Freistehenden Pfahlgruppen mit entsprechender Pfahlzahl.

Im Gründungskonzept der Kombinierten Pfahl-Plattengründung (KPP), das in zunehmenden Maß in der Baupraxis umgesetzt wird (Barth & Reul 1997, Cooke et al. 1981, Hansbo 1983, Katzenbach et al. 1997a, Lutz et al. 1996, Placzek & Jentzsch 1997, Richter et al. 1996) werden die Pfähle in erster Linie zur Verringerung der Setzungen herangezogen (Burland et al. 1977). Dabei wird die gemeinsame Tragwirkung von Platte, Boden und Pfählen im Sinne eines Verbundtragsystems genutzt.

Die Hauptfragestellungen bei den Untersuchungen zum Tragverhalten der Kombinierten Pfahl-Plattenwirkung, bei denen neben den Pfahl-Pfahl-Interaktionen auch die Inter-

aktionen zwischen der Sohlnormalspannung und den Pfählen zu berücksichtigen sind, sind der Einfluß der Pfähle auf die Reduktion der Setzungen und Setzungsdifferenzen sowie der Anteil von Pfählen und Platte am Lastabtrag (Randolph 1994). Einen Überblick über verschiedene vereinfachende Berechnungsmodelle zur Untersuchung des Tragverhaltens von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen geben Poulos et al. (1997). Der aktuelle Stand der Forschung bei der Entwicklung eines Nachweis- und Sicherheitskonzeptes für die KPP ist in Katzenbach et al. (1996) beschrieben.

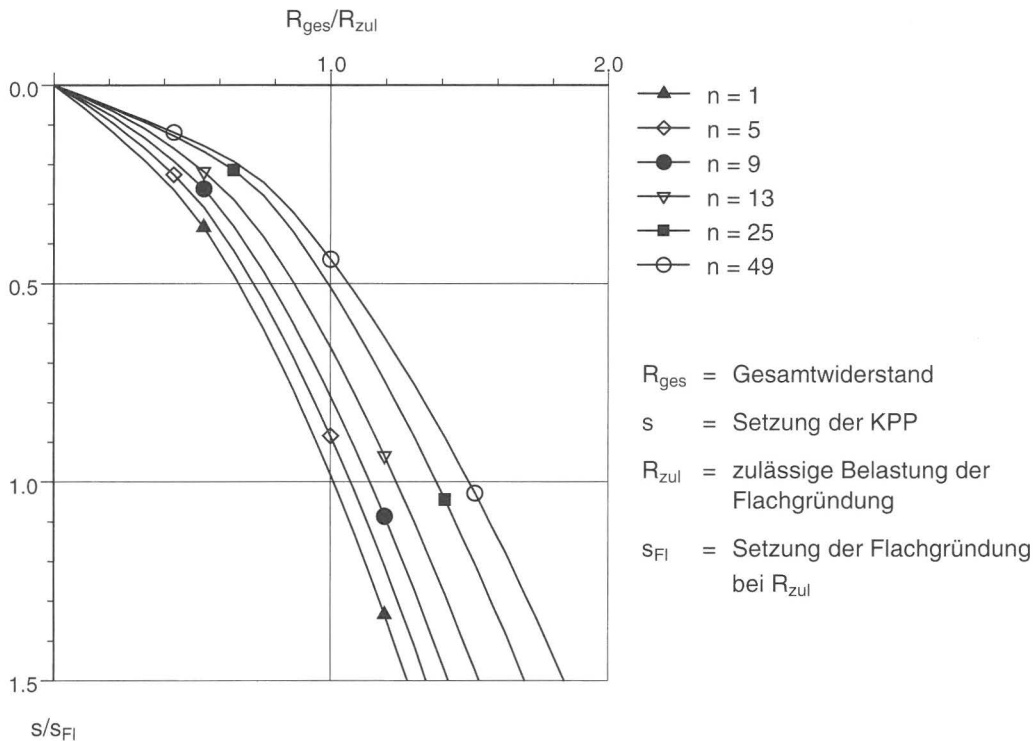


Bild 13 Widerstandssetzungslinien der Kombinierten Pfahl-Plattengründungen – Variation der Pfahlanzahl

Beim Entwurf der Kombinierten Pfahl-Plattengründung ist stets abzuwägen, mit welcher Pfahlanzahl und mit welchen Pfahllängen die optimale Gründungskonstruktion geschaffen wird. Hierfür gibt es wegen der komplizierten Baugrund-Tragwerk-Interaktion noch keine allgemein gültigen und validierten Entwurfs- und Bemessungsregeln. Im Rahmen der numerischen Parameterstudie wurden daher die Pfahllängen bei einer konstanten Pfahlanzahl von $n = 25$ zwischen $l = 2 D$ und $l = 40 D$ variiert.

Die berechneten Widerstandssetzungslinien sind in Bild 14 dargestellt. Es wird deutlich, daß die kurzen Pfähle keine nennenswerte Wirkung auf das Tragverhalten des Gesamtsystems haben, während bei größeren Pfahllängen die Setzungsreduktion gegenüber der Flachgründung deutlich zunimmt. Bei der KPP mit 40 m langen Pfählen zeigt sich keine Nichtlinearität, da die Tragfähigkeit der Pfähle deutlich größer ist als der hier untersuchte Lastbereich.

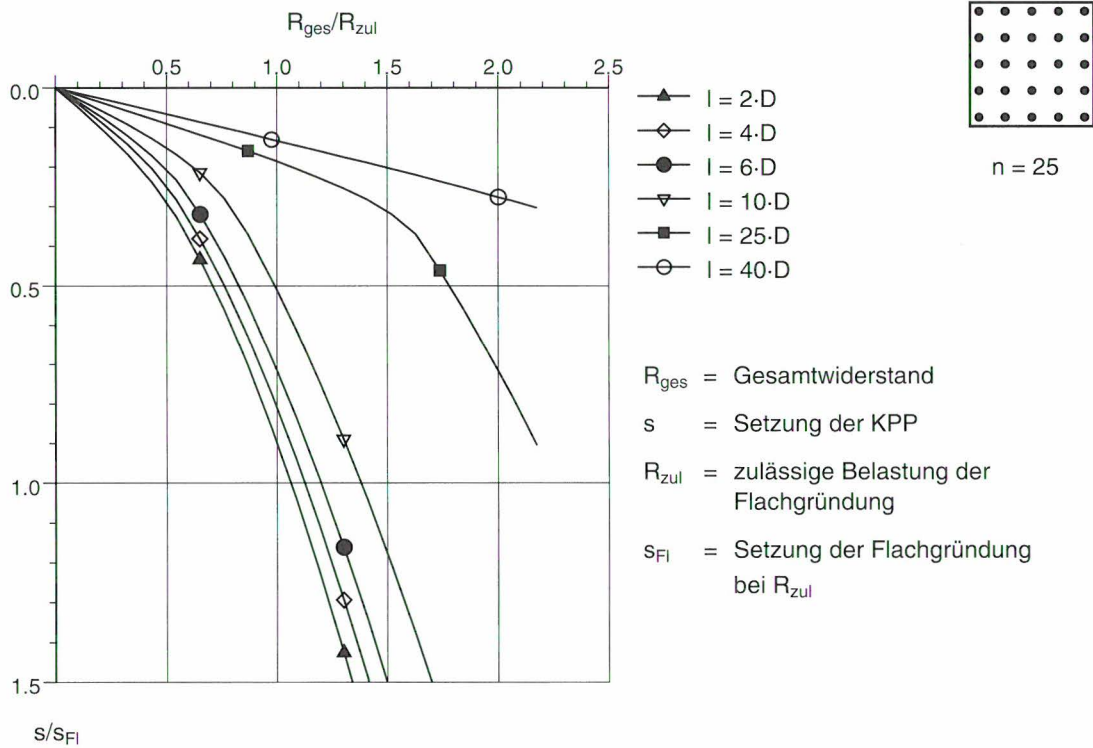


Bild 14 Widerstandssetzungslinien der Kombinierten Pfahl-Plattengründungen – Variation der Pfahllänge

Die Tragwirkung der Kombinierten Pfahl-Plattengründung beschreiben wir mit dem Pfahl-Plattenkoeffizienten α_{KPP} . α_{KPP} ist das Verhältnis der Summe der Pfahlwiderstände zum Gesamtwiderstand des Bauwerks:

$$\alpha_{KPP} = \frac{\sum R_{Pfahl}}{R_{ges}} \quad (Gl. 3)$$

mit

- α_{KPP} = Pfahlplatten-Koeffizient
- $\sum R_{Pfahl}$ = Summe der Pfahlwiderstände
- R_{ges} = Gesamtwiderstand

Die Interaktion zwischen Pfählen und Platte ist in Bild 15 durch die Aufteilung der Gesamtlast R_{ges} auf den Lastanteil der Platte R_{Platte} und der Pfähle $\sum R_{Pfahl}$ erkennbar. Das beim Einzelpfahl und der Freistehenden Pfahlgruppe zu beobachtende abrupte Systemversagen tritt hier nicht auf.

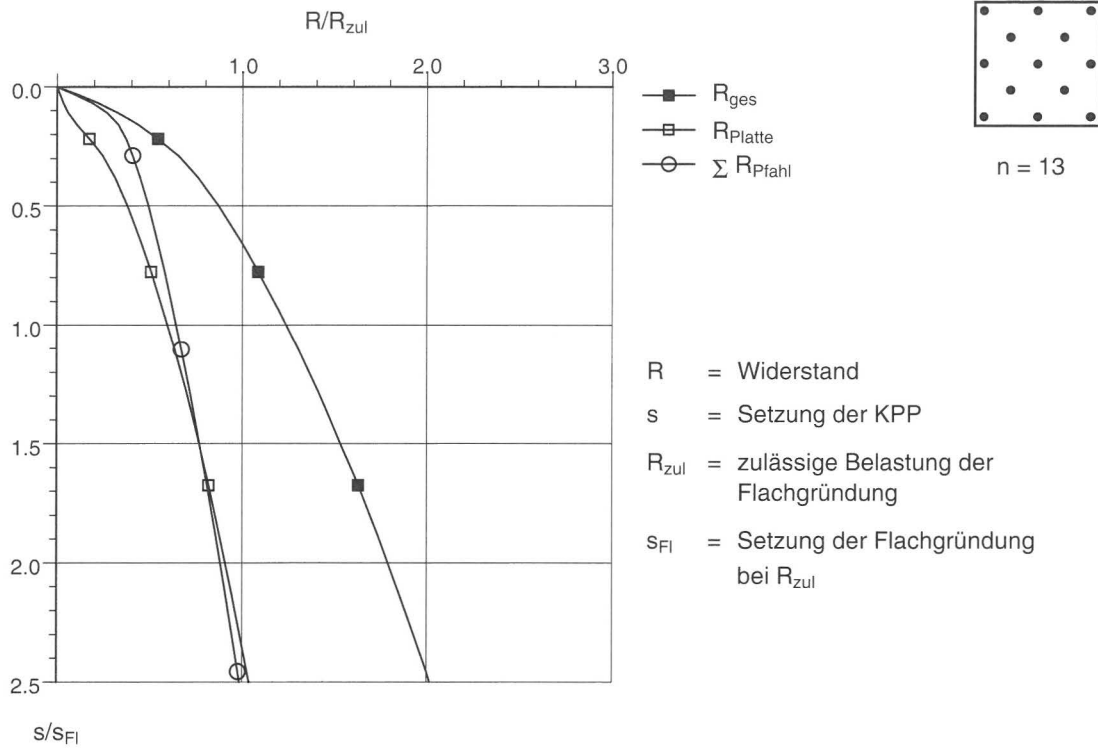


Bild 15 Widerstandssetzungslinie der KPP, aufgeteilt in Pfahl- und Plattenwiderstand

Bild 16 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Pfahl-Plattenkoeffizienten α_{KPP} und der bezogenen Setzung der KPP. Für $\alpha_{KPP} = 0$ handelt es sich um eine reine Flachgründung, für $\alpha_{KPP} = 1$ wird die gesamte Bauwerkslast von den Pfählen als Freistehende Pfahlgruppe abgetragen. Es wird dann keine Sohlspannung zwischen Fundamentplatte und Boden aktiviert.

Der Kurvenverlauf in Bild 16a) für die KPP mit variabler Pfahlanzahl bei konstanter Pfahllänge $l = 10 D$ unterscheidet sich von dem Kurvenverlauf in Bild 16b) für die KPP mit variabler Pfahllänge bei konstanter Pfahlanzahl $n = 25$. Typ und Verlauf der α_{KPP} -Setzungslinie sind also u.a. auch von der Systemkonfiguration abhängig, was bei simplifizierenden Modellbildungen berücksichtigt werden muß.

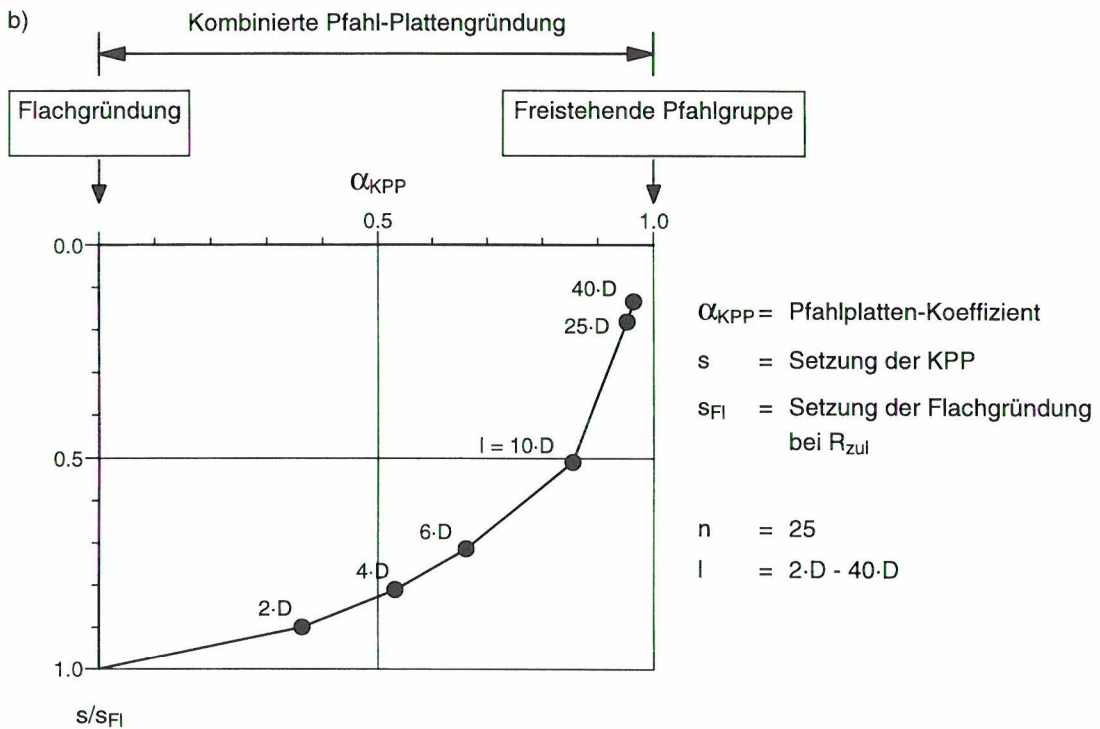
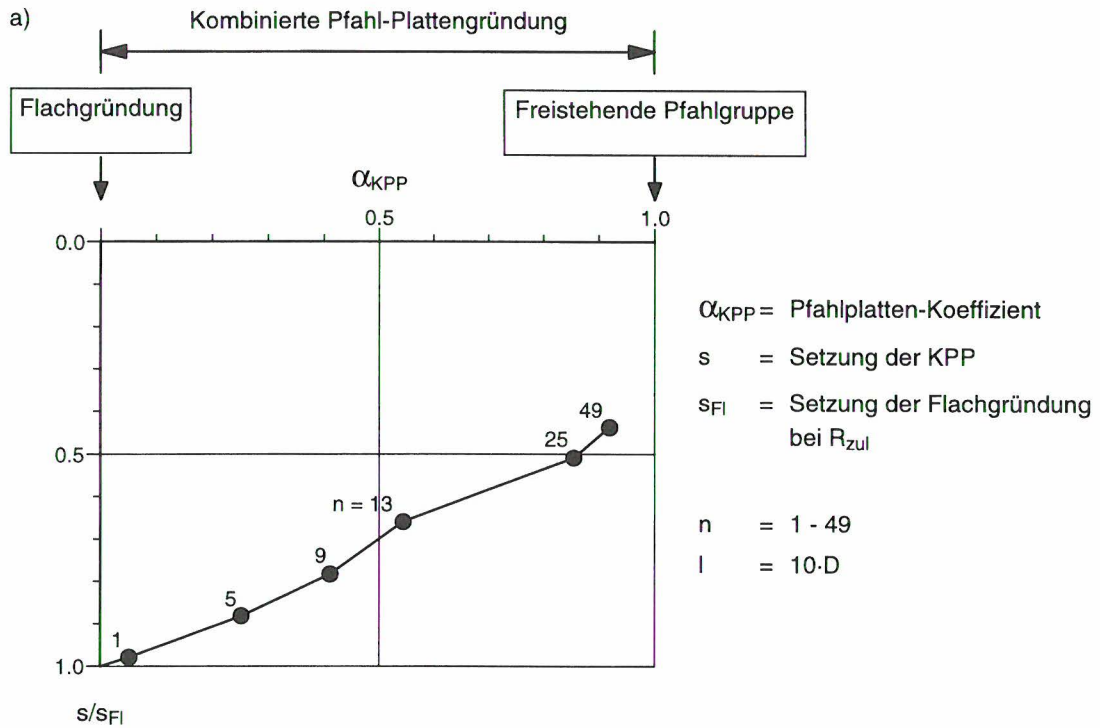


Bild 16 Setzung in Abhängigkeit des Pfahlplatten-Koeffizienten α_{KPP} für die Variation der Pfahlzahl und der Pfahllänge

Der aus der Pfahlgruppenwirkung resultierende Anteil der Baugrund-Tragwerk-Interaktion wird durch den Gruppenwirkungsgrad erfaßt. In der internationalen Literatur wurde dabei meistens der Gruppenwirkungsgrad bei Grenzlast untersucht (Phung Duc Long 1993, Vesic 1969):

$$\eta_f = \frac{\Sigma R_{\text{Pfahl},f}}{n \cdot R_f} \quad (\text{Gl. 4})$$

mit

- η_f = Gruppenwirkungsgrad bei Grenzlast
- $\Sigma R_{\text{Pfahl},f}$ = Summe der Pfahlwiderstände der Freistehenden Pfahlgruppe bzw. der KPP bei Grenzlast
- R_f = Widerstand des Einzelpfahles bei Grenzlast
- n = Pfahlanzahl der Freistehenden Pfahlgruppe bzw. der KPP

Da in der hier durchgeführten Studie im Gegensatz zu der oben genannten Definition auch die Gruppenwirkungsgrade im Gebrauchszustand untersucht werden sollten, wurde für die folgenden Auswertungen der Gruppenwirkungsgrad bei definierter Setzung herangezogen.

Der Gruppenwirkungsgrad η bei definierter Setzung s_i ist der Verhältniswert der Summe der Pfahlwiderstände zu dem mit der Pfahlanzahl n multiplizierten Widerstand des Einzelpfahles:

$$\eta = \frac{\Sigma R_{\text{Pfahl}}(s_i)}{n \cdot R(s_i)} \quad (\text{Gl. 5})$$

mit

- η = Gruppenwirkungsgrad bei definierter Setzung
- $\Sigma R_{\text{Pfahl}}(s_i)$ = Summe der Pfahlwiderstände der Freistehenden Pfahlgruppe bzw. der KPP bei einer Setzung s_i
- $R(s_i)$ = Widerstand des Einzelpfahles bei einer Setzung s_i
- n = Pfahlanzahl der Freistehenden Pfahlgruppe bzw. der KPP

Ein Gruppenwirkungsgrad von $\eta = 1$ bedeutet, daß die Pfahlgruppe mit allen ihren Pfählen die gleiche Tragwirkung erzielt wie n Einzelpfähle. Der Gruppenwirkungsgrad ist in Bild 17 in Abhängigkeit vom bezogenen Pfahlachsabstand e/D für verschiedene Setzungen aufgetragen.

Der Gruppenwirkungsgrad nimmt zunächst mit zunehmendem Pfahlachsabstand zu. Er ist bei den hier untersuchten Systemkonfigurationen im Gebrauchszustand größer als 1, wenn der Pfahlachsabstand mindestens vier mal so groß ist wie der Pfahldurchmesser. Dies ist deutlich mehr als der in der Praxis bei vielen Pfahlgruppen gewählte Wert. Bei einem Pfahlachsabstand von $2 D$ beträgt der Gruppenwirkungsgrad nur $\eta = 0,5$ im Gebrauchszustand. Dies bedeutet, daß die Pfähle in diesem Fall nicht vollständig ausgenutzt werden und die Bemessung unwirtschaftlich ist.

Während der Gruppenwirkungsgrad bei der Freistehenden Pfahlgruppe für große bezogene Pfahlachsabstände und für große Setzungen dem Wert $\eta = 1,0$ zustrebt, nimmt der Gruppenwirkungsgrad bei der Kombinierten Pfahl-Plattengründung mit zunehmender Setzung zu. Dies ist auf die Interaktion zwischen den Sohlnormalspannungen und den Pfählen zurückzuführen. Das Ansteigen des Gruppenwirkungsgrades mit zunehmender Setzung steht in Übereinstimmung mit den von Böckmann (1991) aus Modellversuchen an Freistehenden Pfahlgruppen in Sand gewonnenen Ergebnissen.

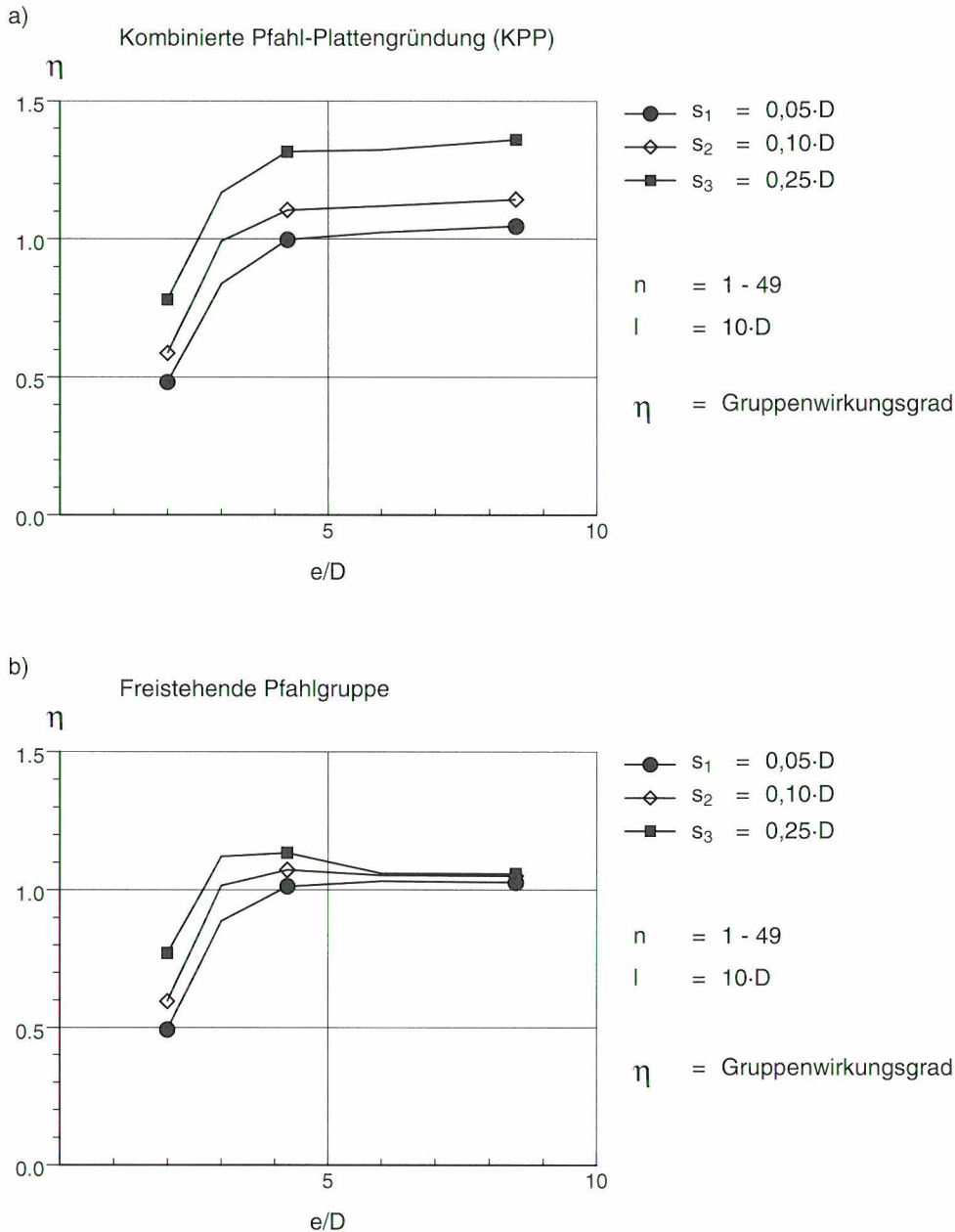


Bild 17 Gruppenwirkungsgrad in Abhängigkeit vom bezogenen Pfahlabstand für Kombinierte Pfahl-Plattengründungen und Freistehenden Pfahlgruppen

5 Schlußbemerkungen

Die vorgestellten Untersuchungsergebnisse dokumentieren ein erstes Zwischenstadium unserer Forschungen und bedürfen einer Fortschreibung mit dem Strukturmodell, nicht zuletzt deshalb, weil es bis dato beispielsweise noch nicht möglich ist, von der Systemkonfigurationen unabhängige Berechnungsergebnisse zu erzielen. Ersatzweise hilft man sich bei konkreten Fragestellungen durch fall- und standortbezogene Validierungen, was unbefriedigend ist und durch die Entwicklung des Strukturmodells behoben werden muß.

Zur Erreichung des gemeinsamen Zieles der Forschergruppe Baugrund-Tragwerk-Interaktion sind daher noch erhebliche Forschungsanstrengungen erforderlich, nämlich:

- Modellierung des zeitabhängigen Materialverhaltens des Mehrphasensystems Boden auf der Basis der Mischungstheorie
- Modellierung der Kontaktzone zwischen Boden und Bauwerk
- Modellierung der aus dem Bauablauf und dem Materialverhalten des Betons resultierenden zeitvarianten Steifigkeit der aufgehenden Konstruktion
- Umsetzung in dreidimensionale numerische Simulationen mit dem neuen Strukturmodell

Literatur

- Amann, P., Breth, H. (1977)
Über die Setzung von Hochhäusern und die Biegebeanspruchung von Gründungsplatten. Bautechnik, 2/1977, 37-42
- Arslan, U. (1980)
Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten der Böden. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 23
- Barth, U., Reul, O. (1997)
Congress Center Messe Frankfurt – Kombinierte Pfahl-Plattengründung zur Beherrschung der großen Lastexzentrizitäten. 4. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium, Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 37, 117-129
- Böckmann, F.J. (1991)
Modellversuche zur Grenzlastermittlung von Pfahlgruppen – Vertikalpfähle in symmetrischer Anordnung. Mitteilungen des Fachgebietes Grundbau, Boden- und Felsmechanik der Gesamthochschule Kassel, Heft 2
- Burland, J.B., Broms, B.B., De Mello, V.F.B (1977)
Behaviour of foundations and structures. Proc. IX ICSMFE: 2, 495-546, Rotterdam: Balkema

- Cooke, R.W., Bryden-Smith, D.W., Gooch, M.N., Sillet, D.F. (1981)
Some observations of the foundation loading and settlement of a multi-storey building on a piled raft foundation in London Clay. Proc. ICE, London: 107 (Part I), 433-460
- Ehlers, W. (1993)
Constitutive equations for granular materials in geomechanical context. Continuum mechanics in environmental sciences and geophysics, 313-402, Wien: Springer-Verlag
- Hansbo, S. (1993)
Interaction problems related to the installation of pile groups. Proc. Deep foundations on bored and auger piles, 59-66, Rotterdam: Balkema
- Katzenbach, R. (1995)
Hochhausgründungen im setzungsaktiven Frankfurter Ton – Innovationen für neue Gründungstechniken. Beiträge zum 10. Christian Veder Kolloquium, Institut für Bodenmechanik und Grundbau, der Technische Universität Graz, Mitteilungsheft Nr. 13, 44-58
- Katzenbach, R., Arslan, U., Moormann, C. (1996)
Nachweiskonzept für die Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP). Geotechnik 19 (1996), Nr. 4, 280-290
- Katzenbach, R., Arslan, U., Moormann, C., Reul, O. (1997a)
Möglichkeiten und Grenzen der Kombinierten Pfahl-Plattengründung (KPP), dargestellt am Beispiel aktueller Projekte. 4. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium, Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 37, 89-116
- Katzenbach, R., Arslan, U., Gutwald, J., Holzhäuser, Quick, H. (1997b)
Soil-structure-interaction of the 300 m high Commerzbank tower in Frankfurt am Main - Measurements and numerical studies. Proc. XIV ICSMFE: 2, 1081-1084, Rotterdam: Balkema
- Lutz, B., Wittmann, P., El-Mossallamy, Y., Katzenbach, R. (1996)
Die Anwendung von Pfahl-Plattengründungen – Entwurfspraxis, Dimensionierung und Erfahrungen mit Gründungen in überkonsolidierten Tönen auf der Grundlage von Messungen. Vorträge der Baugrundtagung 1996 in Berlin, 153-164, Essen: DGGT
- Phung Duc Long (1993)
Footings with settlement-reducing piles in non-cohesive soil. Swedish Geotechnical Institute
- Placzek, D., Jentzsch, E. (1997)
Pile-raft-foundation under exceptional vertical loads - Bearing behaviour and settlements. Proc. XIV ICSMFE: 2, 1115-1118, Rotterdam: Balkema
- Poulos, H. G., Small, J. C., Ta, L. D., Sinha, J., Chen, L. (1997)
Comparison of some methods for analysis of piled rafts. Proc. XIV ICSMFE: 2, 1119-1124, Rotterdam: Balkema
- Randolph, M.F (1994)
Design methods for pile groups and piled rafts. Proc. XIII ICSMFE: 5, 61-82, Rotterdam: Balkema

- Richter, Th., Savidis, S., Katzenbach R., Quick, H. (1996)
Wirtschaftlich optimierte Hochhausgründungen im Berliner Sand. Vorträge der Baugrundtagung 1996 in Berlin, 129-146. Essen: DGGT
- Sommer, H. (1978)
Messungen, Berechnungen und Konstruktives bei der Gründung Frankfurter Hochhäuser. Bauingenieur, 53, 205-211
- Sommer, H., Hambach Ph. (1974)
Großpfahlversuche im Ton für die Gründung der Talbrücke Alzey. Bauingenieur, 49, 310-317
- Vesic, A. S. (1969)
Experiments with instrumented pile groups in sand. Performance of deep foundations, ASTM Special Technical Publications 444, 177-222

2 Modellbildung des Tragwerks

2.1 Gesamtmodell

Als Grundlage der Modellbildung wird von der FE-Methode ausgegangen. Will man das Gesamtsystem Baugrund-Tragwerk abbilden und berechnen, erhält man unter Umständen sehr große Berechnungsmodelle, d.h. Gleichungssysteme mit vielen Unbekannten. In Bild 1 ist die Steifigkeitsmatrix des Gesamtmodells Baugrund-Tragwerk als Schema dargestellt. Nicht nur aus Gründen der Begrenzung des Rechenaufwandes sondern auch wegen der Transparenz der Einflüsse kann es sinnvoll sein, eine Aufteilung des Tragwerks in die beiden Teilsysteme Gründung und Bauwerk vorzunehmen.

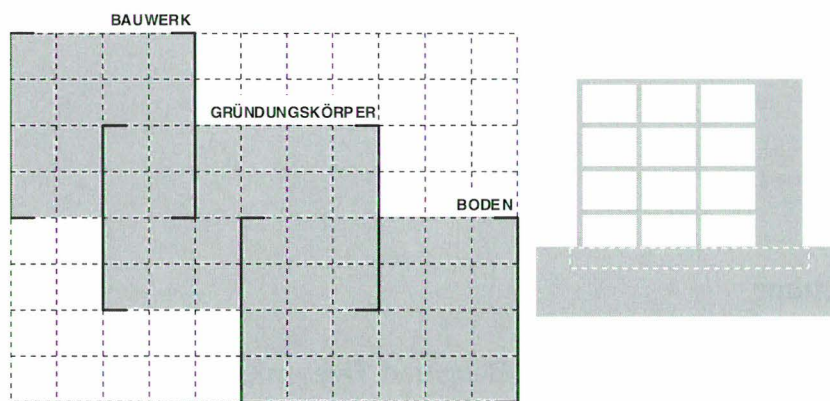


Bild 1 Steifigkeitsmatrix Gesamtmodell

Die Gründung hat als Verbindungsglied zwischen Bauwerk und Baugrund die zentrale Rolle bei der Baugrund-Tragwerk-Interaktion. Daher ist hier der Schwerpunkt der Modellierung zu sehen.

Zur Abbildung des Teilsystems Bauwerk hat man unterschiedliche Möglichkeiten, die nachfolgend aufgeführt sind. Die Mindestanforderungen an alle Modelle sind:

- hinreichende Abbildung der relevanten Bauwerkssteifigkeiten
- Berücksichtigung des last- und zeitabhängigen Werkstoffverhaltens
- Berücksichtigung von Last- bzw. Systemänderung

1.1 Substruktur-Methode

Das Teilsystem Bauwerk wird als Substruktur von der Gründung abgetrennt. Die Steifigkeitsmatrix und die Lastmatrix dieser Substruktur wird bis auf die mit der Gründung gemeinsamen Knotenpunkte reduziert. Dadurch erhält man für die Abbildung des Gesamtsystem Baugrund-Tragwerk ein reduziertes Berechnungsmodell (Bild 2), daß trotzdem

alle Steifigkeiten und Lasten des Bauwerks vollständig berücksichtigt. Diese Methode wurde im Bauwesen bisher z.B. dazu benutzt, sich häufig innerhalb einer Gesamtstruktur wiederholende Teilstrukturen zu ersetzen und somit den Rechenaufwand zu reduzieren /1/.

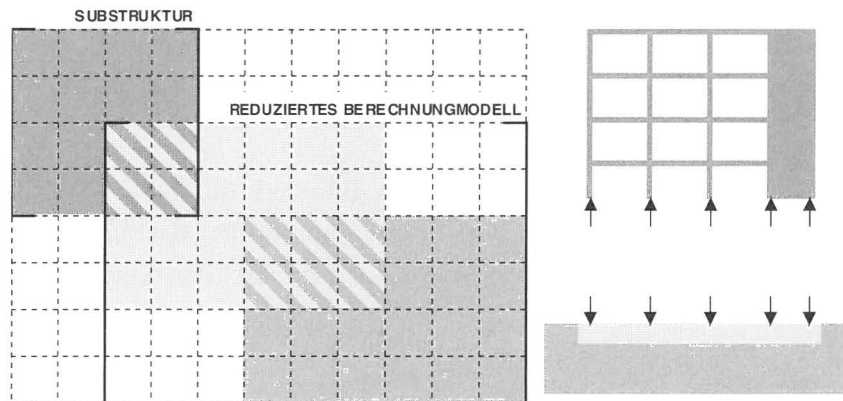


Bild 2 Substruktur-Methode

Die zeitliche Veränderung der Substruktur wird entweder durch die Wiederholung der oben beschriebenen Vorgehensweise für alle Berechnungszustände oder durch eine in der Steifigkeits- und Lastmatrix enthaltene Zeitkomponente berücksichtigt.

1.2 Physikalische Ersatzmodelle

Das Bauwerk wird durch eine Kombination aus Federn, Dämpfern, etc. (rheologische Modelle) und Platten, Scheiben und Stäben ersetzt, so daß das Ersatzmodell in Widerstand und Reaktion die Eigenschaften des Bauwerks erhält. In Bild 3 ist ein solches Ersatzmodell schematisch dargestellt.

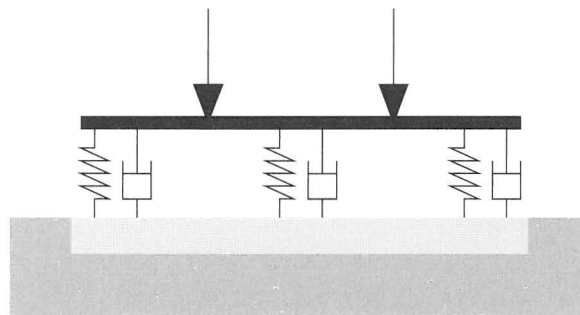


Bild 3 Physikalisches Ersatzmodell

Die Modellfindung stellt ein nicht unerhebliches Problem dar, da kein direkter Lösungsweg existiert. Wenn jedoch empirisch eine größere Anzahl Bauwerke einer Art gelöst wurden, sollte es möglich sein, zur Findung der physikalischen Ersatzmodelle, auf der Grundlage einer Art Kriterienkatalogs für Bauwerke dieser Art, eine Modellbildungsregel aufzustellen.

1.3 Mathematische Ersatzmodelle

Bei dem mathematischen Ersatzmodell wird das Bauwerk durch eine Steifigkeitsmatrix und eine Lastmatrix ersetzt, die zum einen die gemeinsamen Knotenpunkte von Gründung und Bauwerk enthalten, aber auch freie Knotenpunkte haben können.

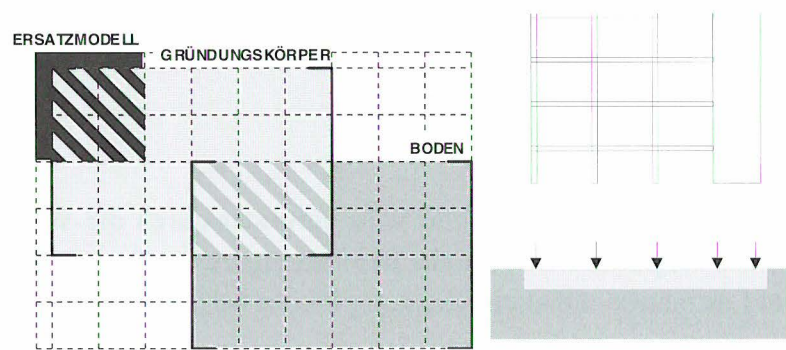


Bild 4 Mathematisches Ersatzmodell

Durch die Untersuchung der Einflüsse unterschiedlicher Bauwerksbereiche auf die Baugrund-Tragwerk-Interaktion soll ein Kriterienkatalog erarbeitet werden, der aufgrund der Voruntersuchung eines Bauwerks das Aufstellen des mathematischen Ersatzmodells zuläßt. Dies kann z.B. durch Teillösung der für die Baugrund-Tragwerk-Interaktion einflußreichen Bauwerksbereiche, d.h. Reduzierung der Steifigkeits- und Lastmatrix auf die mit der Gründung gemeinsamen Knotenpunkten sein. Die anderen Bereiche des Bauwerks werden anschließend durch Ergänzungen in der Steifigkeits- und Lastmatrix bzw. durch deren Erweiterung berücksichtigt.

2 Zeitabhängige Effekte

2.1 Zeitabhängige Veränderung des Bauwerks während der Bauphase

Bauwerke werden nicht in einem Stück montiert, sondern es handelt sich um ein kontinuierliches Aneinanderfügen von Bauteilen. Dies hat zur Folge, daß im ungünstigsten Fall der Lastabtrag eines jeden Bauteils ein anderes Tragsystem vorfindet. Weiterhin hat dies zur Folge, daß Baugrundsetzungen, abhängig vom jeweiligen Bauzustand, an unter-

schiedlichen Tragsystemen Zwang erzeugen. Als Beispiel für die schrittweise Entstehung von Bauwerken ist in Bild 5 ein Faulturm des Hauptklärwerks Nürnberg während der Errichtung mit einer Kletterschalung abgebildet.

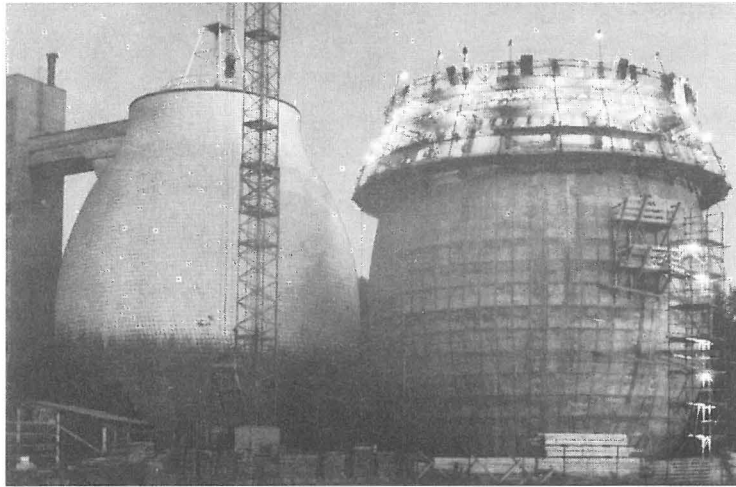


Bild 5 Kletterschalung am Faulturm Hauptklärwerk I Nürnberg

2.2 Zeitabhängige Veränderung des Materialverhaltens von Stahlbeton

2.2.1 Kriechen und Relaxation

Kriechen nennt man die zeitabhängige Verformungszunahme von Beton unter Dauerlast. Die Verformungszunahme ist zu Beginn der Belastung am größten und wird anschließend allmählich kleiner. Je nach Umgebungsbedingung ist der Kriechvorgang nach zwei bis acht Jahren weitgehend abgeklungen. Die Verformungen infolge Kriechen können ein Mehrfaches der unmittelbar bei Belastung auftretenden elastischen Verformungen annehmen. Die Größe der Kriechverformung wird sehr stark vom Betonalter bei Belastungsbeginn beeinflusst. Bei statisch unbestimmten Tragwerken führt das Kriechverhalten unter Umständen zur Umlagerung von Bauteilbeanspruchungen. Diese Materialeigenschaft von Beton bewirkt auch, daß sich bei konstantem Verformungszustand Spannungen in Bauteilen reduzieren. Diesen Abbau von Eigen- bzw. Zwangsspannungen nennt man Relaxation.

Alle Stoffgesetze für das Phänomen Kriechen enthalten immer auch mehr oder wenig empirisch motivierte Bestandteile bzw. Faktoren, da der physikalische Vorgang Kriechen und seine Ursachen noch nicht umfassend geklärt sind /4/. Bei allen Kriechansätzen sind für die Ermittlung des Kriecheinflusses Ausgangsparameter erforderlich. Die Ermittlung dieser Parameter weist nicht zu vernachlässigende Ungenauigkeiten auf; dies bedeutet, daß sehr genaue Kriechansätze eine Exaktheit suggerieren, die aufgrund der ungenauen Ausgangsparameter nicht begründet ist. Unter anderem auch aus diesen Gründen ist für die Berücksichtigung des Kriechens bei der Baugrund-Tragwerk-Interaktion ein linearer

Kriechansatz wie in /2/ und /3/ beschrieben, ausreichend. In Bild 6 ist ein solcher linearer Zusammenhang zwischen Kriechverformung und kriecherzeugender Belastung dargestellt. Bei diesen Ansätzen wird das Kriechen vom Zeitpunkt t_i bis t_{i+1} mit einer Kriechzahl $\varphi(t_i - t_{i+1})$ berücksichtigt. Die Kriechzahl φ ist das Verhältnis der Kriechverformung zur elastischen Verformung bei konstanter kriecherzeugender Spannung.

$$\varepsilon_k(t) = \varphi(t) \cdot \varepsilon_0 \qquad \varepsilon(t) = \varepsilon_0(t) + \varepsilon_k(t) \qquad \varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} (1 + \varphi(t))$$

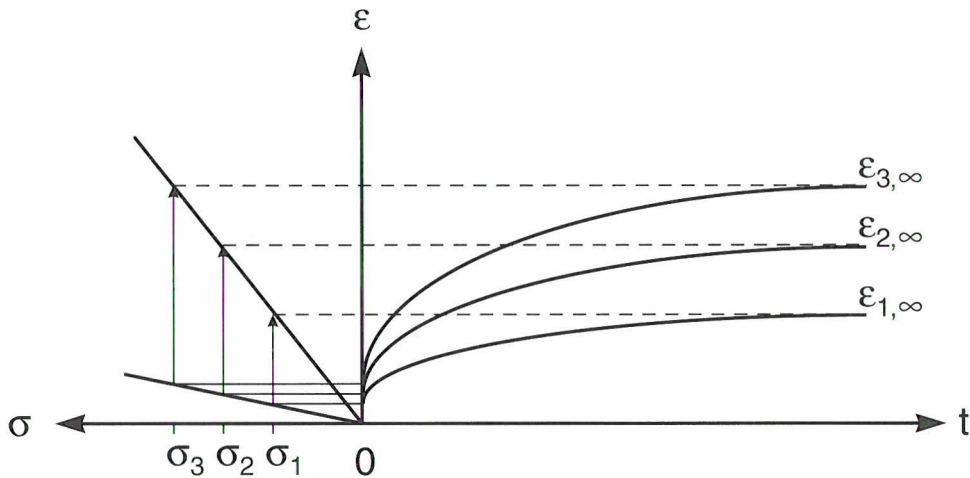


Bild 6 σ - ε - t Beziehung eines linearen Kriechansatzes

Anstatt das Kriechen im Stoffgesetz zu berücksichtigen, kann man auch statische Ersatzlasten bestimmen die in einer Berechnung mit herkömmlichen Stoffgesetzen die Auswirkungen des Kriechens berücksichtigen.

2.2.2 Schwinden

Schwinden nennt man die Verformungs- bzw. Volumenänderung des erhärteten Betons infolge Austrocknung. Bis auf einen irreversiblen Anteil des Schwindens bei den ersten Austrocknungszyklen nach der Erhärtung des Betons ist der Schwindvorgang bei Feuchtigkeitsaufnahme (Quellen) reversibel. Die Berücksichtigung des Schwindens bei der Baugrund-Tragwerk-Interaktion kann rechnerisch z.B. in gleicher Weise wie eine Längenänderung infolge Temperatur erfaßt werden.

3 Berechnungsstrategien

3.1 Vorgehensweise

3.1.1 Allgemeines

Für die Abbildung des Tragwerkes ist es sinnvoll, die Elementansätze auf Bauteilebene und nicht auf Querschnittsebene zu modellieren, um somit den numerischen Aufwand für die Berechnung zu reduzieren. Eine effizientere Lösungsstrategie besteht in der Formulierung von Makroelementen (z.B. für Stützen, Deckenplatten, Unterzüge etc.), die die Besonderheiten des Materials Beton bzw. Stahlbeton berücksichtigen können. Für die zeitabhängige Berechnung gibt es u.a. die folgenden Wege.

3.1.2 Sehneniteration

Die als Sehneniteration umschriebene Berechnungsmethode ist die einfache Superponierung der äußeren Einwirkungen und der Kriechanteile der verschiedenen kriecherzeugenden Belastungen an den jeweilig wirksamen Tragsystemen. Hierbei wird für alle relevanten Zeitpunkte der „scheinbar wirkende E-Modul“ = E^* der Bauteile bezüglich der jeweiligen kriecherzeugenden Lasten ermittelt und daraus der Verformungs- und Spannungszustand des Systems berechnet. In Bild 7 ist dargestellt, wie man den Pfeilen folgend über E^* den jeweiligen Verformungszustand $\epsilon_k(t)$ ermittelt.

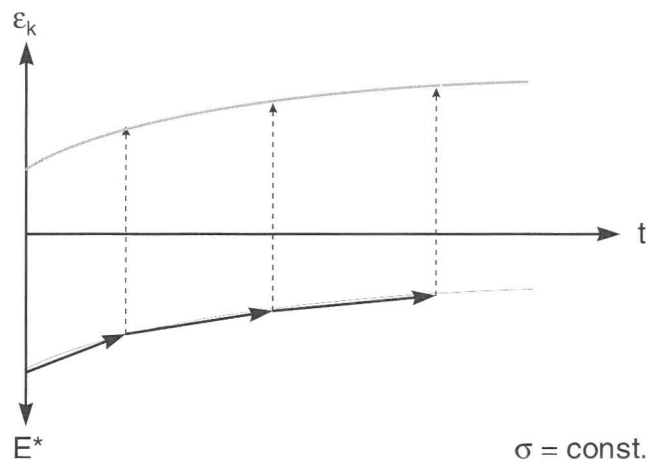


Bild 7 Verformungs-Zeit Beziehung

Will man nun für das Gesamtmodell oder als Ausgangszustand für die Substruktur-Methode das Bauwerk abbilden und bei der Berechnung die oben aufgeführten Einflüsse wie Systemänderung durch Baufortschritt, zeit- und lastabhängige Systemänderung, Kriechen und Schwinden berücksichtigen, so stellt man fest, daß die Berechnung des Endzustandes durch Superponierung der unterschiedlichen „Lastfälle“ und „Systeme“

schon bei relativ einfachen Systemen zu einer großen Anzahl von Einzelberechnungen führt. Vereinfacht bedeutet das: n-Bauzustände, n-Systeme und n-Kriechanfangspunkte verursachen in der Berechnung $\gg n$ -Überlagerungen.

3.1.3 Inkrementelles Vorgehen

Bei dieser Vorgehensweise muß man zuerst das Tragwerk mit allen Bauteilen vom Anfangszustand bis zum Endzustand erfassen. Den Bauteilen müssen zusätzlich zu den üblichen Merkmalen, wie Abmessungen, Eigengewicht, Stoffgesetz auch die zeitabhängigen Merkmale Herstellungs- und Einbauzeitpunkt zugeordnet werden. Lasten haben außer der Lastart (Verkehrs- oder ständige Last) auch als Merkmal den Belastungs- bzw. Entlastungszeitpunkt.

Nachdem das Tragwerk mit allen erforderlichen Eigenschaften und Belastungen erfaßt wurde, muß man die Zeitschritte bzw. Zeitpunkte der Berechnung festlegen und das Tragwerk in einem Berechnungsmodell abbilden. Die Berechnung erfolgt nun schrittweise. Das Ergebnis einer Berechnung, d.h. der Zustand des Systems, muß als Ausgangszustand der nächsten Berechnung im Modell gespeichert werden.

Die Systemänderung, neue Belastungen und Kriechen und Schwinden finden in der Berechnung unter Verwendung der zeitabhängigen Last- und Bauteilsmerkmale Berücksichtigung.

Es handelt sich bei dieser Vorgehensweise also um eine dynamische Berechnung ohne Berücksichtigung der Massenbeschleunigungsanteile.

3.2 Theoretisches Beispiel

3.2.1 Allgemeines

Im Rahmen der Voruntersuchungen zum Einfluß der Veränderung des Tragsystems während der Bauphase wurden zuerst zwei- und dreidimensionale Tragwerksmodelle untersucht. Ziel war es, den Einfluß und die Auswirkungen der Berücksichtigung der Bauphasen im Verhältnis zur Berechnung des Gesamtsystems bezüglich der Verschiebungen und Schnittgrößen in den Gründungen zu untersuchen und die Größenordnung des Einflusses qualitativ einzuschätzen.

3.2.2 Aufgabenstellung und Berechnung

Nachfolgend wird das Beispiel eines mehrgeschossigen Hochbaus kurz vorgestellt. Es handelt sich um einen 7-geschossigen Stahlbetonskelettbau. Die Bodenplatte hat die Abmessungen $l / b / d = 35 / 18,2 / 1,2$ m. Die Geschoßhöhe beträgt 2,65 m. Bei sieben Geschossen ergibt sich die Gebäudehöhe zu 18,55 m. Alle Geschosse haben ein Stützenraster von 5,6 x 5,6 m, die Stützen haben den Querschnitt 0,5 x 0,5 m, die darauf aufliegenden Decken haben eine Dicke von 0,2 m. Die ersten zwei Geschosse haben zusätzlich umlaufend eine außenliegende tragende und aussteifende Wandscheibe der Stärke 0,2 m. Die Betonfestigkeitsklasse der Bauteile ist B35.

Bei der FE-Modellierung wurden für die Stützen Stab-Elemente, für die Wände und Decken Scheiben-Elemente und für das Fundament Volumen-Elemente verwendet.

Der Baugrund ist ein Sand, für die Berechnung wurde vereinfachend ein linear elastisches Werkstoffgesetz angenommen. Zur Berücksichtigung des Baugrundes wurde bei der FE-Modellierung unter die Bodenplatte ein Bodenquader von 65 x 48,2 x 15 m aus Volumen-Elementen abgebildet sowie unten und an den Seiten in den Knoten zur näherungsweisen Erfassung des Halbraums mit Federn gelagert. Das FE-Modell des Gesamtsystems ist in Bild 8 dargestellt.

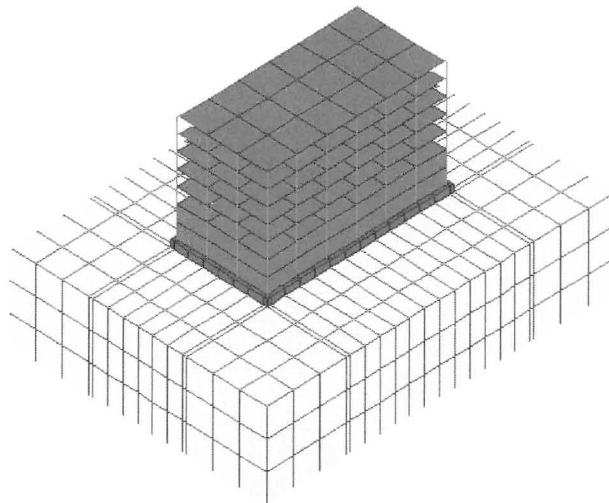


Bild 8 FE-Modell des Gesamtsystems

Zuerst wird Gesamtsystem berechnet. Anschließend wird es in 15 Bauphasen aufgeteilt, hierbei sind Phase 1 die Bodenplatte, Phase 2 die Stützen, die Wände und die Decken der einen Hälfte des 1. Geschosses, Phase 3 die Stützen, die Wände und die Decken der anderen Hälfte des 1. Geschosses. Die weiteren Geschosse (2. - 7. Geschoß) werden ebenfalls in jeweils zwei Bauphasen geteilt. Bei der Berechnung des Gesamtsystems sowie bei der Berechnung in 15 Bauphasen wurde der Einfluß des Kriechens nicht berücksichtigt. In Bild 9 bis Bild 11 sind Beispiele für die unterschiedlichen Bauphasen als FE-Modell dargestellt.

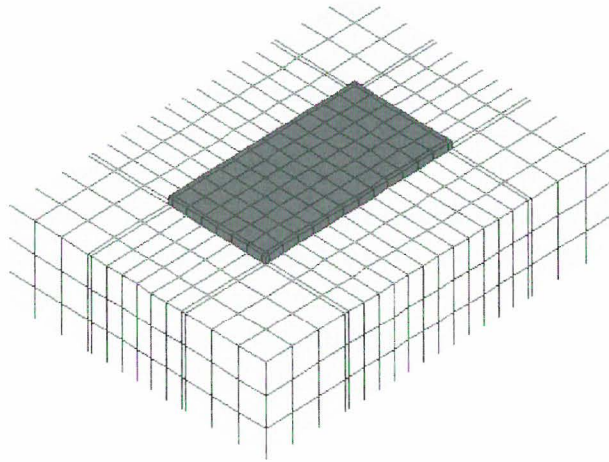


Bild 9 FE-Modell der Bauphase 1 / Fundament

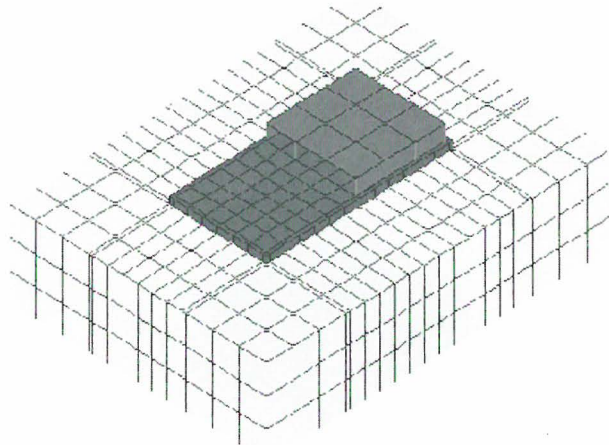


Bild 10 FE-Modell der Bauphase 2

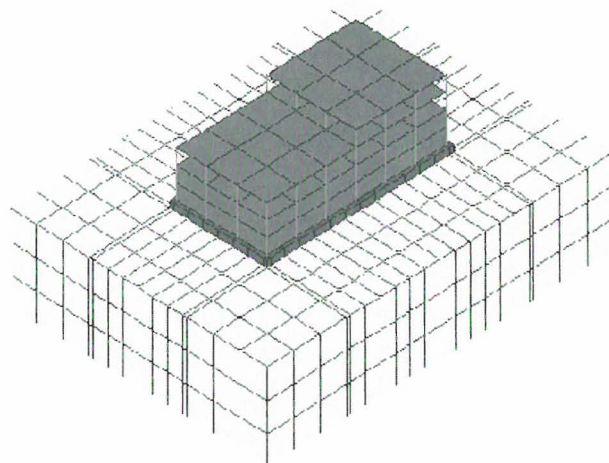


Bild 11 FE-Modell der Bauphase 8

3.2.3 Ergebnisse

Als Auswertung der Ergebnisse sind nachfolgend exemplarisch die Verschiebungen und Momente m_x im mittleren Längsschnitt (Bild 12) der Bodenplatte dargestellt.

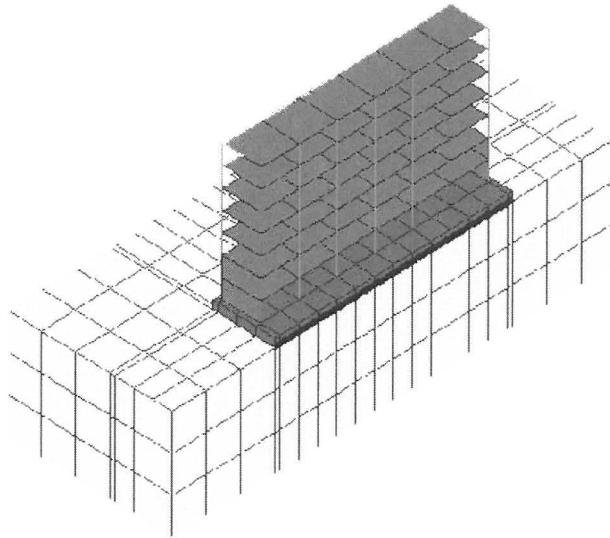


Bild 12 Mittlerer Längsschnitt durch das FE-Modell

Die Ergebnisse der Berechnung des Gesamtsystems werden in den Diagrammen mit Gesamtsystem bezeichnet, Bauphase i bezeichnet die Verschiebungen bzw. Momente m_x nach Bauphase i .

In Diagramm 1 sind die Verschiebungen der Bodenplatte der unterschiedlichen Bauphasen dargestellt, es ist die Entstehung der Verschiebungen bis Bauphase 15 zu erkennen. Die Bodenplatte verläuft in x -Richtung von $x = -0,7$ m bis $x = 37,3$ m.

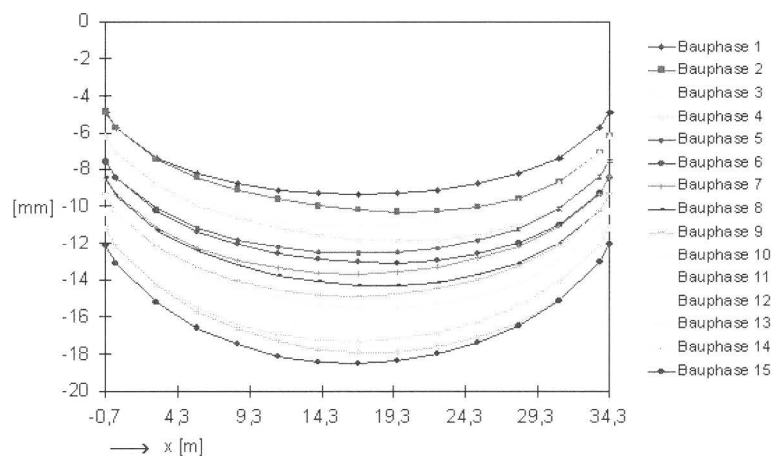


Diagramm 1 Vertikalverschiebungen in Bodenplattenmitte (Längsschnitt)

In den Diagrammen 2 und 3 sind die Verschiebungen und Momente m_x Bodenplatte der Berechnung des Gesamtsystems und der Berechnung unter Berücksichtigung der einzelnen Bauphasen nach Bauphase 15 dargestellt.

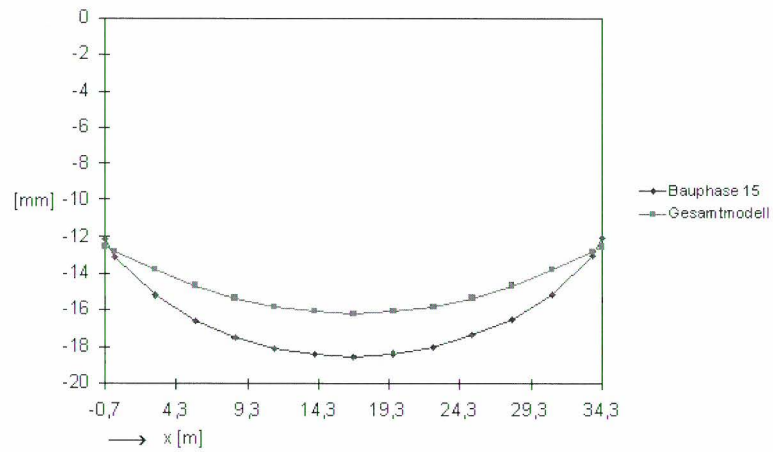


Diagramm 2 Vertikalverschiebungen in Bodenplattenmitte (Längsschnitt)

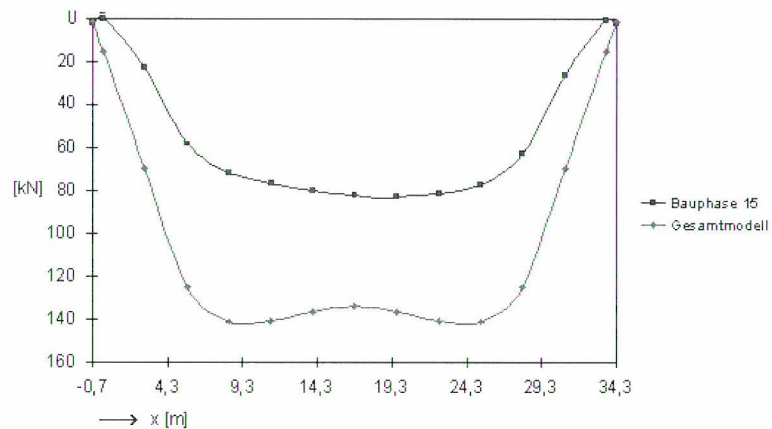


Diagramm 3 Momente m_x in Bodenplattenmitte (Längsschnitt)

In Diagramm 4 ist die Differenz der in Phasen berechneten Verschiebungen nach Bau-phase 15 und der am Gesamtsystem berechneten Verschiebungen über der gesamten Bodenplatte aufgetragen.

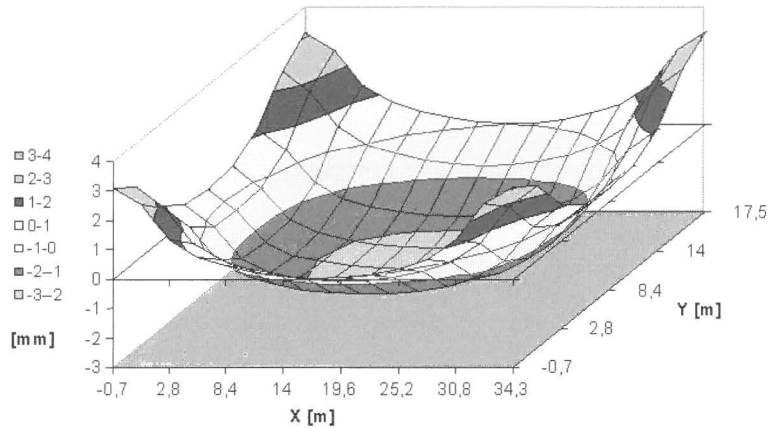


Diagramm 4 Differenz der berechneten Vertikalverschiebungen:
Bauzustände – Gesamtsystem

4 Bewertung und Ausblick

Die Berechnungen haben gezeigt, daß die Berücksichtigung der zeitabhängigen Veränderung des Tragwerks durch das „Wachsen“ eines Bauwerks beim Berechnungsergebnis sowohl bei den auftretenden Verschiebungen als auch bei den Schnittkräften der Gründung einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß haben kann. Dies bedeutet, daß bei der Untersuchung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion dieser Einfluß weiter berücksichtigt werden muß, um seine Bedeutung, auch im Wechselspiel mit dem Effekt des Kriechens, zu erfassen.

Im Rahmen der zukünftiger Untersuchungen soll die Betrachtung der thermischen Wechselwirkungen unmittelbar nach der Herstellung der Betongründung so erfaßt und aufbereitet werden, daß diese Einflüsse, d.h. Zwangsbeanspruchungen und Verformungen, durch geeignete Anpassung der FE-Modelle für die Gründungen schon vor der Gesamtbetrachtung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion berücksichtigt werden.

Für das weitere Vorgehen erscheint es am sinnvollsten, den Weg der direkten inkrementellen Berechnung zu verfolgen. Die hierzu erforderlichen Werkzeuge sind so anzupassen, daß unter Anwendung der Substruktur-Methode Berechnungen von Tragwerksbeispielen durchgeführt werden können, die als Ergebnis unter anderem auch die inkrementelle Entwicklung der Steifigkeits- und der Lastmatrix des Bauwerks zur Verfügung stellen. Aus diesen Ergebnissen läßt sich dann der unterschiedliche Einfluß und die unterschiedliche Bedeutung einzelner Belastungen und Bauwerksbereiche auf

die Baugrund-Tragwerk-Interaktion abschätzen. Ein weiteres Ziel ist es auch, zu ermitteln, wie fein die Aufteilung der Zeitschritte während und nach der Herstellung des Gebäudes gewählt werden muß, um Rechenaufwand und Nutzen in eine vernünftige Relation zu setzen.

Wenn man ein allgemeingültiges Modell gefunden hat, das die Baugrund-Tragwerk-Interaktion realistisch abbildet, ist der nächste Schritt, auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse einen Beurteilungskatalog zu erarbeiten, der die Frage nach der Notwendigkeit bzw. der Modellierungsgenauigkeit der Berücksichtigung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion für ein Bauwerk beantwortet.

5 Literatur

- /1/ Breitzke, G.; Leimbach, K.-R.; Wunderlich, W.: SUBSTAR, Ein Finite-Element-Programm mit Mehrebenen-Substrukturtechnik zur linearen statischen Berechnung von Tragwerken, Mitteilung Nr. 86-14; Institut für konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum 1986
- /2/ König, G.; Gerhardt, H.-C. : Spannungs- und Schnittgrößenumlagerungen infolge Kriechen und Schwinden des Betons bei Stabtragwerken aus Stahlbeton und Spannbeton, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der THD Heft 34; Ernst & Sohn 1986
- /3/ Shen, J.-H.: Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung, DAfStb-Heft 432; Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Berlin 1992
- /4/ Weigler, H.; Karl, S.: Beton: Arten, Herstellung, Eigenschaften; Ernst & Sohn 1989



Das objektorientierte geotechnische Modellierungssystem

Joaquín Díaz, Udo F. Meißner, Lutz Lämmer

Institut für Numerische Methoden und Informatik im Bauwesen,
Technische Universität Darmstadt

1 Einleitung

Die hohe Komplexität von Ingenieurbauwerken, insbesondere in innerstädtischen Bereichen und die Rahmenbedingungen für umweltverträgliches Bauen, haben in den letzten Jahrzehnten die qualitativen Anforderungen an die Modellierung *Geotechnischer Ingenieursysteme* erheblich gesteigert (Díaz, 1995). Um die Wechselwirkungen zwischen Baugrund, Bauwerk und Umgebung prognostizieren zu können, werden zuverlässige geotechnische Modelle im groß- und kleinmaßstäblichen Bereich benötigt (Katzenbach et al., 1996c).

Für die Erfüllung der Planungsaufgaben müssen i.a. unter engen zeitlichen Vorgaben geeignete Lösungen mit innovativen Ideen gefunden werden. Ein Lösungsansatz dafür stellt die rechnergestützte Modellierung dar. Diese Modellierung kann bei der Durchführung komplexer Ingenieuraufgaben, bei der große Informationsmengen miteinander verknüpft, verarbeitet und konsistent gespeichert werden müssen, erfolgversprechend mit neuen Software-Werkzeugen durchgeführt werden. Dafür sind zur Berücksichtigung der funktionalen, technischen, umweltverträglichen und wirtschaftlichen Anforderungen geeignete objektorientierten Methoden zu entwickeln. Zwei entscheidende Anforderungen an die Abbildung solcher Probleme in geeignete Rechnermodelle sind dabei die zeitabhängige Verwaltung der Bauzustände sowie die dreidimensionale Modellierung des Problems.

Im vorliegenden Beitrag wird zunächst auf die Zeitabhängigkeit der Modelle für geotechnische Aufgabenstellungen eingegangen. Im Anschluß daran werden Vorteil und Nutzen der objektorientierten Modellierung für die Verarbeitung von unterschiedlichen Fachinformationen dargestellt. Insbesondere werden dynamische Modelle zur Erfassung zeitabhängiger Aufgabenstellungen besprochen. Abschließend werden die Boden- und Konstruktionsmodelle sowie ein neuer Ansatz zur Bauablaufsteuerung vorgestellt.

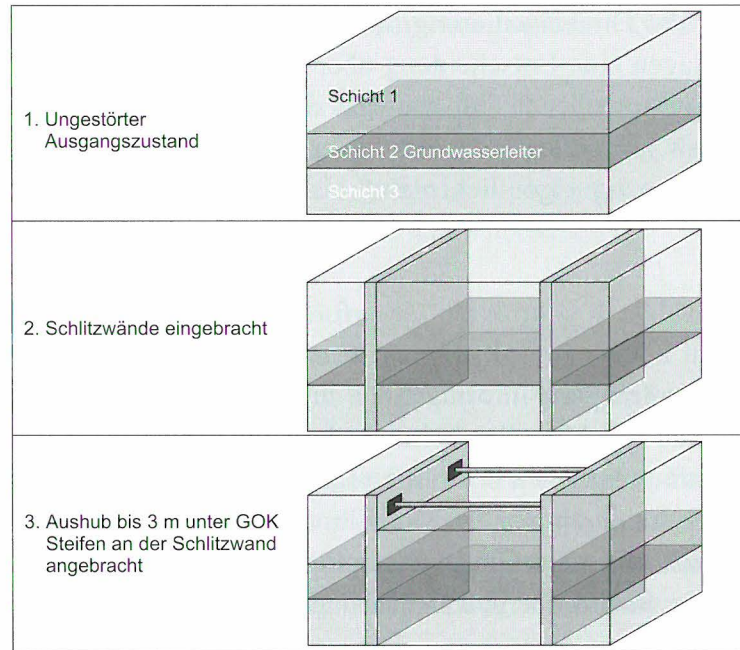


Bild 2 Bauzustände zur Erstellung einer Baugrube im Grundwasser

Hierbei eignet sich vor allem das dynamische Modell zur exakten Beschreibung des zeitlichen Verhaltens. Am Beispiel der Erstellung einer trockenen Baugrube im Grundwasser soll aufgezeigt werden, wie beispielsweise eine geotechnische Maßnahme (Bild 2 und 3) in ein dynamisches Modell (Bild 4) abgebildet werden kann.

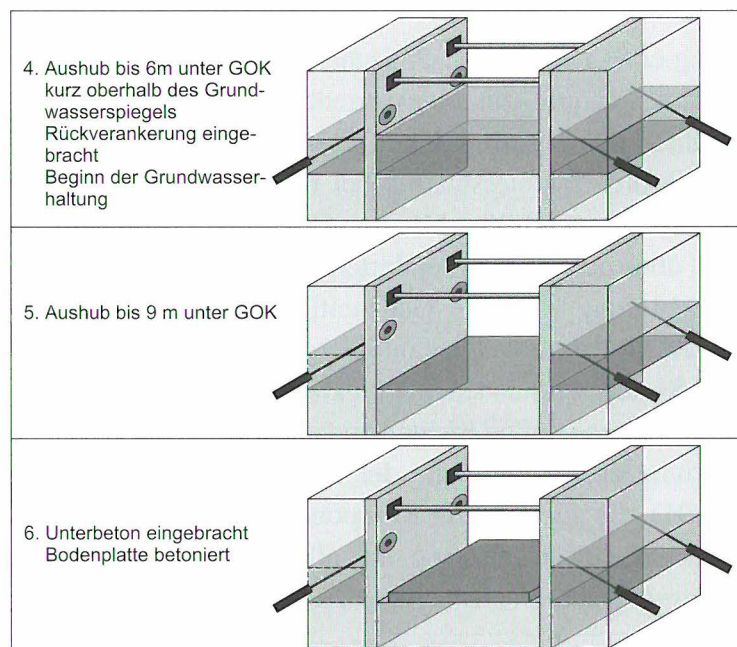


Bild 3 Bauzustände zur Fertigstellung der trockenen Baugrube

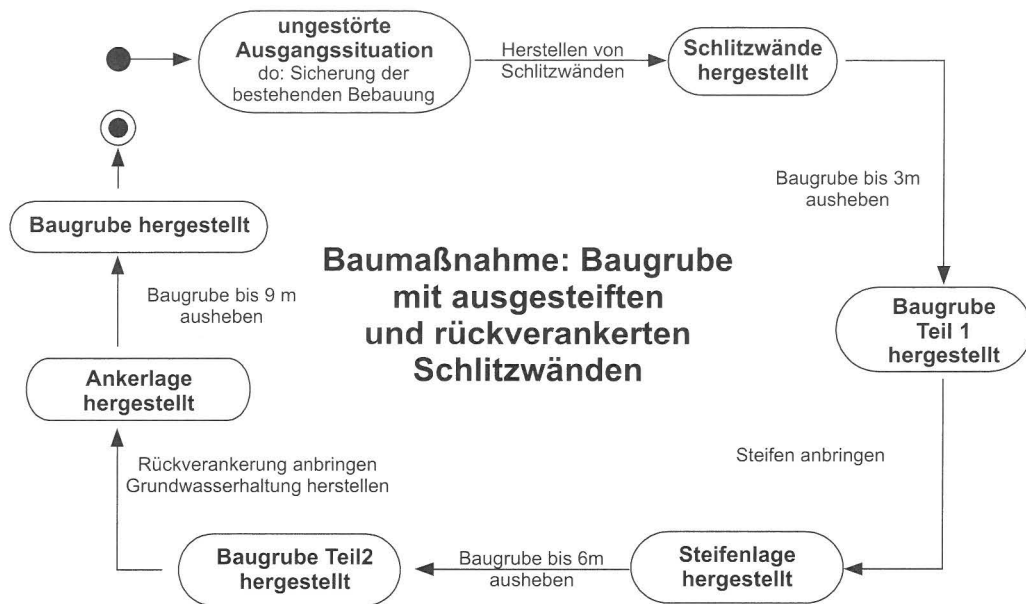


Bild 4 Zustandsdiagramm für die Erstellung der Baugrube im Grundwasser

Innerhalb des dynamischen Modells werden Zustände und Ereignisse unterschieden. Ein Zustand erfasst dabei die Eigenschaften einzelner Objekte zu einem festen Zeitpunkt, hier während eines Bauzustandes. So enthält der Zustand „ungestörte Ausgangssituation“ die aktuellen Werte der Bodenschichten zum Zeitpunkt des Baubeginns. Das Ereignis „Herstellen von Schlitzwänden“ löst eine Zustandsänderung aus und überführt die aktuellen Eigenschaften des Zustandes „ungestörte Ausgangssituation“ in den Zustand „Schlitzwände hergestellt“. Dies führt zu Änderungen der Informationswerte im Boden- und im Konstruktionsmodell. Im Bodenmodell wird ein geotechnisches Konstruktionselement (Schlitzwand) eingebracht. Im darauf folgenden Zustand enthält nun das Bodenmodell neben den Bodenschichten die eingebrachte Schlitzwand.

Für den Software-Entwurf lassen sich aus dem dynamischen Modell drei wesentliche Anforderungen ableiten:

- I Die verwendeten Modelle (Boden- und Konstruktionsmodell) unterliegen zeitlichen Veränderungen. Deshalb ist im Software-Entwurf eine Datenstruktur zu wählen, mit der sich die zeitabhängigen Eigenschaften der Objekte verwalten lassen.
- II Die geotechnischen Konstruktionselemente (z.B. Schlitzwände, Anker) definieren das Konstruktionsmodell und stehen in direkter Beziehung zum Bodenmodell.
- III Für die Verwaltung der Bauzustände wird ein Bauablauf-Manager benötigt, der die jeweils gültigen Kombinationen aus Boden- und Konstruktionsmodell erfasst und den einzelnen Bauzuständen zuordnet.

4 Zeitabhängige Modellierung des Boden- und Konstruktionsmodells

Häufig erfolgt der DV-Einsatz in einzelnen Planungsphasen der Ingenieurpraxis so, daß ein durchgängiger Informationsfluß über alle Planungsphasen nicht gewährleistet ist. Zur Fällung von Planungsentscheidungen werden aber alle relevanten Informationen „zur richtigen Zeit und am richtigen Ort“ benötigt (Díaz, 1995). Ziel des neu entwickelten Geotechnischen Informationssystems (GTIS) ist deshalb die Realisierung eines wirklichkeitsgetreuen Modellierungssystems für komplexe geotechnische Aufgabenstellungen aus den Bereichen Grundbau und Bodenmechanik (Díaz et al., 1996), das alle relevanten technischen Informationen konsistent verwaltet. Hierfür werden die Komponenten Boden, Baugrube und Konstruktion durch ein dreidimensionales Geotechnisches Modell erfaßt. Durch Anbindung externer Berechnungsprogramme wird geotechnische Standard-Software eingebunden. Von zentraler Bedeutung ist dabei die Erfassung der zeitvarianten Systemänderungen, um den Baufortschritt abbilden zu können.

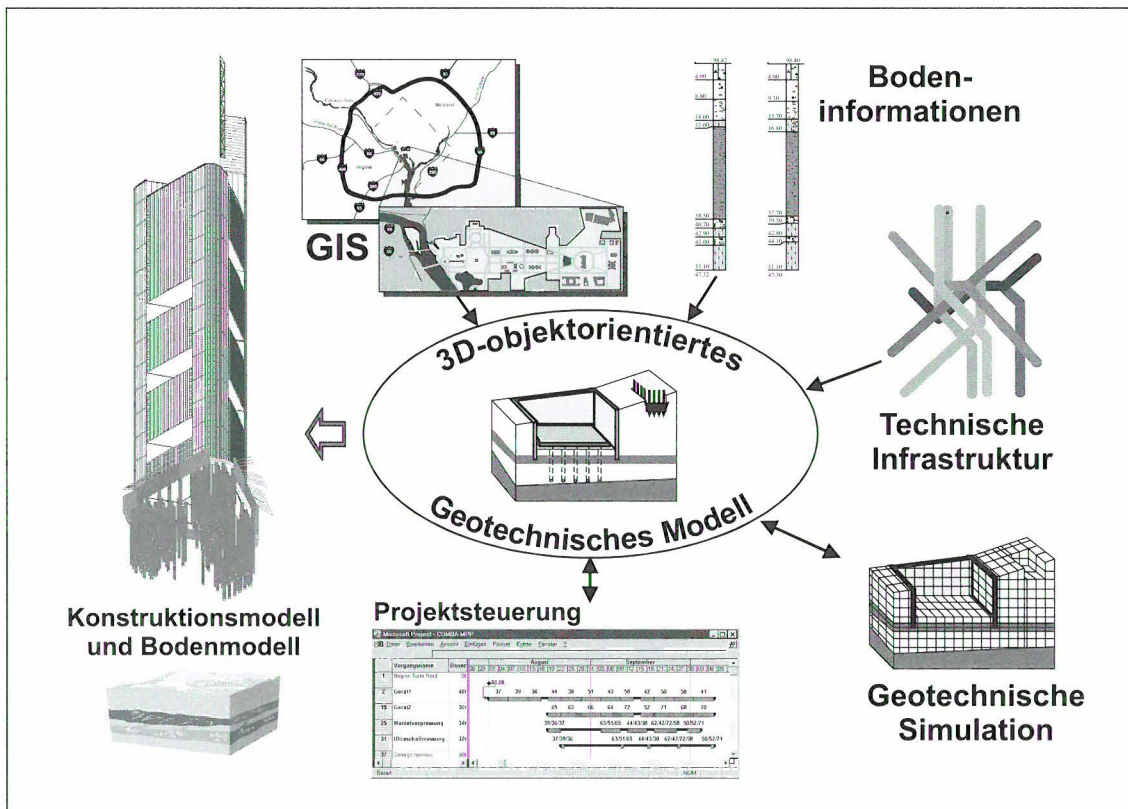


Bild 5 Integration von Planungsgrundlagen im Geotechnischen Modell

In Bild 5 sind entsprechende Planungsgrundlagen dargestellt. Als Integrationsbasis steht das dreidimensionale objektorientierte Geotechnische Modell in der Mitte, das unterschiedlich strukturierte Planungsinformationen importieren und verwalten kann. Dieses Modell basiert auf den drei Komponenten Bodenmodell, Konstruktionsmodell und Bauablaufsteuerung.

4.1 Bodenmodell

Kern des Bodenmodells ist eine dynamische Datenstruktur, mit der die zeitvarianten Informationen der einzelnen Bauzustände verwaltet werden. Hierbei wird zunächst vom ungestörten Baugrund als Ausgangsbasis für das Bodenmodell ausgegangen. Durch Integration der einzelnen Veränderungen der Bodengeometrie und der Bodeneigenschaften (z.B. durch Aushub oder Bodenverbesserung) während des Bauablaufes werden weitere Bauzustände (Bild 6) im Bodenmodell erzeugt, gespeichert und bei Bedarf abgerufen.

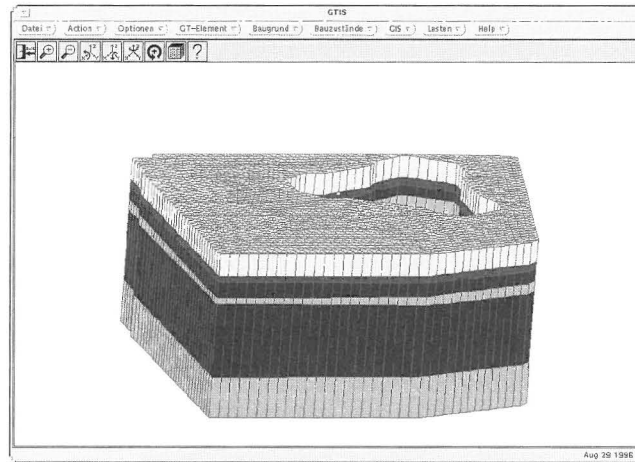


Bild 6 Bodenmodell

4.2 Konstruktionsmodell

Das Konstruktionsmodell enthält die vom Bauingenieur entworfene geotechnische Konstruktion. Hierbei können die einzelnen Konstruktionselemente (Schlitzwände, Anker, Bodenplatte, Pfahlkonstruktion) aus einem Bauteilkatalog in parametrisierter Form erzeugt und zusammengefügt werden (Bild 7).

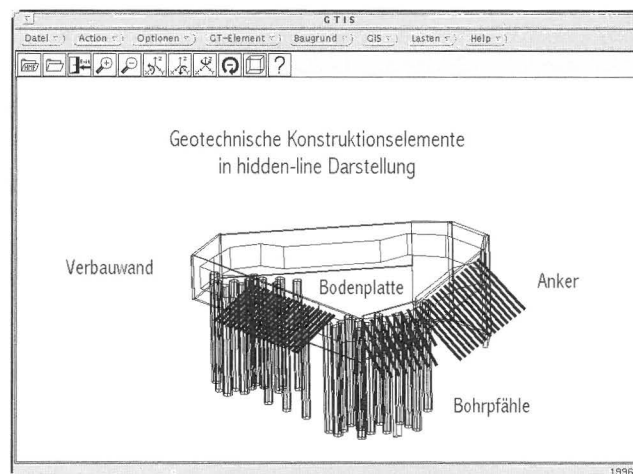


Bild 7 Geotechnisches Konstruktionsmodell

4.3 Bauablaufsteuerung

Mit diesem Werkzeug wird die zeitliche Abfolge der Bauzustände definiert. Dazu wird die Netzplantechnik verwendet. Mit dem Netzplan (Bild 8) werden alle relevanten Bauzustände und Bauvorgänge spezifiziert. Ergänzend dazu wird eine Verknüpfung des jeweiligen Baugrundmodells mit den geotechnischen Konstruktionselementen vorgenommen.

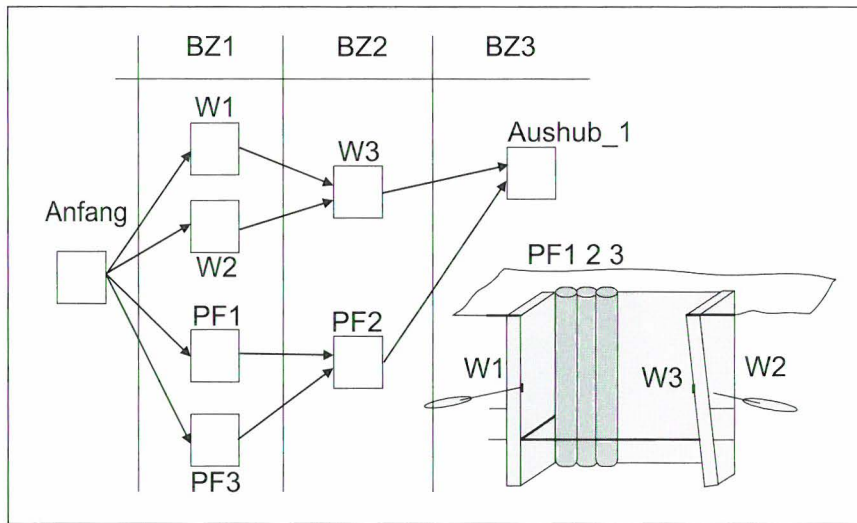


Bild 8 Definition des Bauablaufs und der Bauzustände

Damit kann der Bauablauf systematisch erfaßt und verwaltet werden. Im Ergebnis wird so mit Hilfe der Bauablaufsteuerung zu jedem Bauzustand ein gültiges Modell bestehend aus Baugrund, Konstruktion und Baugrube erzeugt, daß zu Berechnungs-, Bemessungs- oder Konstruktionszwecken weiterverarbeitet werden kann. Wie üblich können Vorgänge und Ereignisse, die hier optional mit geotechnischen Konstruktionselementen verknüpft sind, als Netzpläne unter Berücksichtigung von Zeit und Ressourcen modelliert werden. Die Optimierung durch Netzplanvariationen und -berechnungen ist möglich.

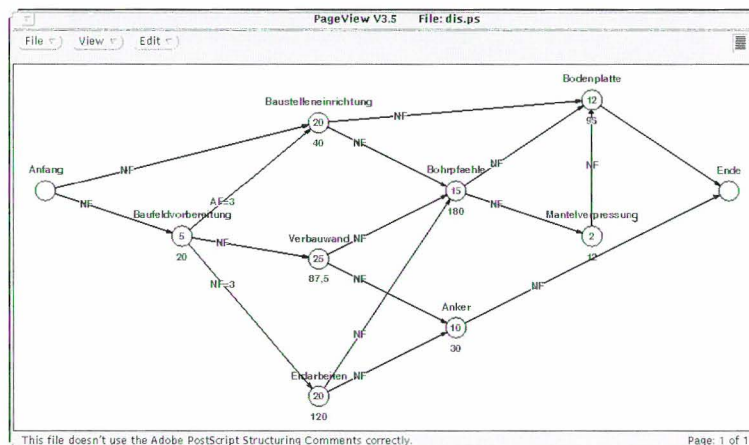


Bild 9 Darstellung des Bauablaufs im Netzplan

5 Visualisierung zeitabhängiger 3D-Modelle in der Geotechnik

Die Bauzustände der geotechnischen Modelle können differenziert dargestellt und aus unterschiedlichen Sichten betrachtet werden (Bild 10). Durch die Anwendung dreidimensionaler Visualisierungstechniken ist es möglich, trotz der Komplexität der Boden- und Konstruktionsmodelle den Überblick über den Gesamtzusammenhang zu gewährleisten und Details der Konstruktion sichtbar zu machen.

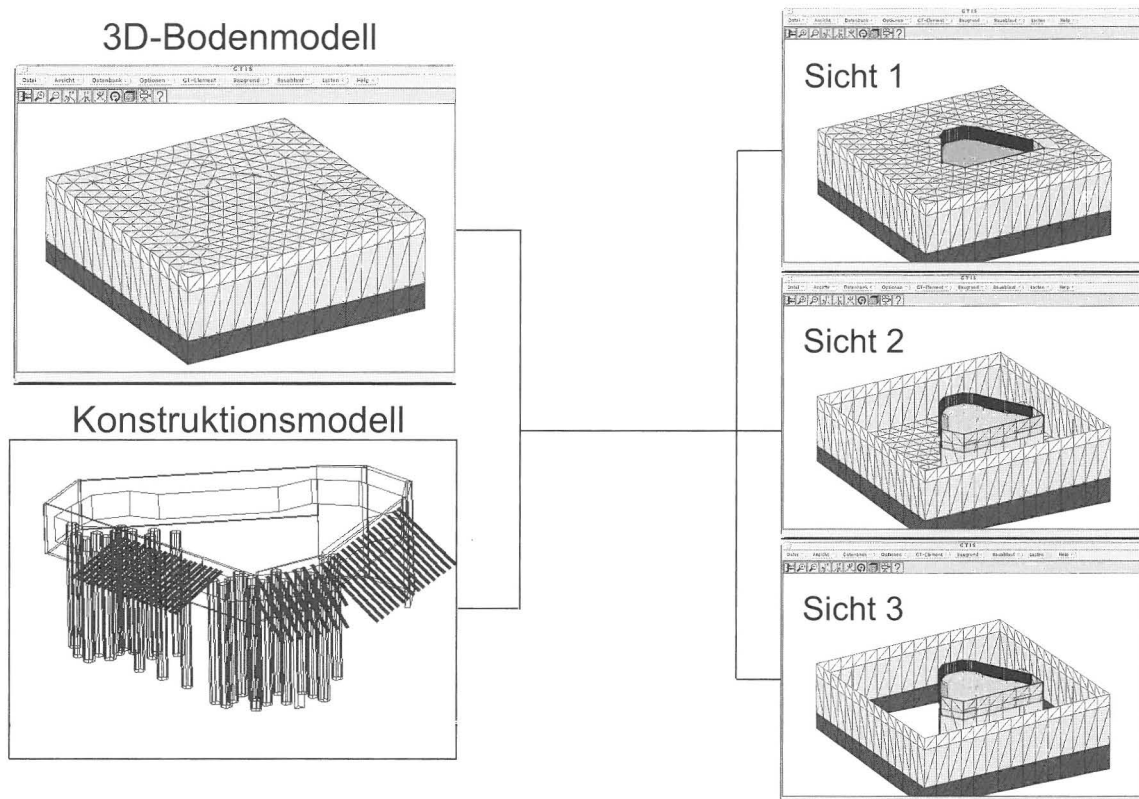


Bild 10 Visualisierung der Geotechnischen Modelle

6 Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag zeigt, wie der Bauablauf bei der objektorientierten Modellierung einer geotechnischen Aufgabenstellung berücksichtigt werden kann. Für die Entwicklung geotechnischer Modellierungssysteme ergibt sich daraus die Anforderung, schon innerhalb der Analysephase die zeitkritischen Abhängigkeiten zu modellieren und im Software-Entwurf zu berücksichtigen (Meißner, Díaz, 1996). Hierfür hat sich das dynamische Modell nach Rumbaugh als geeignet erwiesen. Am Beispiel des Geotechnischen Informationssystems (GTIS) wird die raumabhängige Verwaltung der Boden- und Konstruktionsmodelle und die zeitabhängige Bauablaufsteuerung, mit der die einzelnen Bauzustände der Modelle verwaltet werden, demonstriert. Die ingenieurmäßige Model-

lierung geotechnischer Systeme wird damit effizient unterstützt, wobei bereits erfaßte Informationen, z.B. aus Geographischen Informationssystemen importiert und weitergenutzt werden. Hieraus läßt sich folgende Erkenntnis ziehen: GTIS beinhaltet einen ganzheitlichen Modellierungsansatz und unterstützt integrierte Projektbearbeitung (Díaz, 1998). Über implementierte Schnittstellen können einerseits digitale Planungsinformationen integriert werden und andererseits die erstellten Modellinformationen an externe Berechnungsprogramme übergeben werden.

7 Literatur

- Arslan, U. (1994)
Baugrund – Tragwerk – Interaktion. In: Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 33 (S. 29 ff.), Darmstadt 1994.
- Díaz, J. (1995)
Objektorientierte Modellierung Geotechnischer Ingenieursysteme. In: Forum Bauinformatik, Hannover '95, VDI Fortschrittsberichte Reihe 20 Nr. 173 (S. 8 ff.), VDI-Verlag Düsseldorf 1995.
- Díaz, J. (1996)
Meißner, U.; Schönenborn, I.: Objektorientierte CAD-Modellierung Geotechnischer Baugrubensysteme. In: 4. FEM/CAD – Tagung Darmstadt, Erfahrungsaustausch und Technologietransfer im Bauwesen, VDI-Fortschrittsberichte Reihe 20, Nr. 214 (S. 123 ff.), VDI-Verlag Düsseldorf 1996.
- Díaz, J. (1997)
Meißner, U.; Schönenborn, I.: Modellierung zeitabhängiger 3D-Modelle in der Geotechnik. In: Intern. Kolloquium über Anwendungen der Informatik und Mathematik in Architektur und Bauwesen, Bauhaus Universität, Weimar 1997.
- Díaz, J. (1998)
Objektorientierte Modellierung geotechnischer Systeme. In: Bericht 2/98 des Instituts für Numerische Methoden und Informatik im Bauwesen der Technischen Universität Darmstadt, Darmstadt 1998.
- Fenves, G.L. (1990)
Object-Oriented Programming for Engineering Software Development. Engineering with Computers, Springer Verlag New York Inc. 1990.
- Katzenbach, R.; Arslan, U.; Holzhäuser, J.; Vogler, M. (1996a)
Sensitivitätsanalysen für tiefe Hochhausgründungen. In: 4 FEM/CAD – Tagung Darmstadt, Erfahrungsaustausch und Technologietransfer im Bauwesen, VDI-Fortschrittsberichte Reihe 20, Nr. 214(S. 22 ff.), VDI-Verlag Düsseldorf 1996.
- Katzenbach, R.; Quick, H.; Arslan, U. (1996b)
Commerzbank-Hochhauses in Frankfurt am Main, Kostenoptimierte und setzungsarme Gründung. Bauingenieur 71, Heft 9 (S. 345 ff.), Springer-Verlag 1996.

- Katzenbach, R.; Meißner, U.; Díaz, J. (1996c)
Computergestützte objektorientierte Modellierung eines Hochhauses am Beispiel der Commerzbank in Frankfurt am Main. In: Multimedia im Bauwesen, Massivbau Seminar Nr.16 der Technischen Hochschule Darmstadt (III. Beitrag), Darmstadt 1996.
- Meißner, U.; Díaz, J.; Schönenborn, I. (1995)
Object-oriented Analysis of Geotechnical Engineering Systems. In: Proceedings of the Sixth Int'l Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Berlin (pp. 61 ff.), Balkema-Verlag Rotterdam 1995.
- Meißner, U.; Díaz, J.; Schönenborn, I.; Krüger, R. (1996)
Object-oriented Modelling of Three-dimensional Hydro-Geotechnical Systems. In: XI. Intern. Conf. on Computational Methods in Water Resources, Cancún, México (S. 709 ff.), Comp. Mechanics Publications Southampton 1996.
- Meißner, U.; Díaz, J. (1996)
Object-oriented Design of the Geotechnical Information System. In: Intern. Conf. on Information Technology in Civil and Structural Engineering Design, Glasgow, Scotland 1996.
- Rumbaugh, J., Blaha, M.L., Premerlani, W., Eddy, F., Lorensen, W. (1991)
Object-oriented Modeling and Design. Prentice Hall International, New Jersey 1991.

Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Universität Darmstadt

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der TH Darmstadt
Hrsg.: o. Prof. Dr.-Ing. H. Breth

- Nr. 1 Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteiften Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen Hochbauten.
Dr.-Ing. H. Sommer, Februar 1965
- Nr. 2 Aktuelle Probleme im Staudammbau.
Veröffentlichungen in den Jahren 1966 und 1967
- Nr. 3 Über den Einfluß eines dünnwandigen, im Boden verlegten Rohres auf das Tragverhalten des Bodens.
Dr.-Ing. K.H. Schwinn, Januar 1968
- Nr. 4 Das Tragverhalten des Frankfurter Tons bei im Tiefbau auftretenden Beanspruchungen.
Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dipl.-Ing. E. Schultz, Dipl.-Ing. D. Stroh, April 1970
- Nr. 5 Zur Frage der Erosionssicherheit unterströmter Erdstaudämme.
Dr.-Ing. K. Günther, Juni 1970
- Nr. 6 Ermittlung der rheologischen Zustandsgleichung eines Lehmes mit Hilfe einer neuentwickelten Versuchsapparatur.
Dr.-Ing. D. Fedder, Dezember 1970
- Nr. 7 Beiträge in den Jahren 1968 bis 1970
- Nr. 8 Der Einfluß der Steifigkeit von Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton.
Dr.-Ing. H. Heil, Juni 1971
- Nr. 9 Der Einfluß von Fundamentlasten auf die Größe und Verteilung des Erddrucks auf biegsame, abgesteifte Baugrubenwände.
Dr.-Ing. H.R. Wanoschek, März 1972
- Nr. 10 Das Verformungsverhalten des Frankfurter Tons beim Tunnelvortrieb.
Dipl.-Ing. G. Chambosse, Februar 1972
- Nr. 11 Beiträge in den Jahren 1972 und 1973.
- Nr. 12 Messungen an einer verankerten Baugrubenwand.
Dipl.-Ing. W. Romberg, Dezember, 1973
- Nr. 13 Berechnung verankerter Baugruben nach der Finite Element Methode.
Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1974
- Nr. 14 Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens einfach verankerter Baugrubenwände.
Dipl.-Ing. Gert-Peter Schmitt, Juli 1974
- Nr. 15 Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Tons.
Dr.-Ing. P. Amann, Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1975

- Nr. 16 Ermittlung des Tragverhaltens einer mehrfach verankerten Baugrubenwand durch Modellversuche.
Dr.-Ing. R. Wolff, Juni 1975
- Nr. 17 Die instationäre Brunnenströmung im anisotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche.
Dr.-Ing. Thomas Klüber, November 1975
- Nr. 18 Spannungen und Verformungen in hohen Dämmen im Bauzustand.
Dr.-Ing. Gunter Hardt, Januar 1976
- Nr. 19 Beiträge in den Jahren 1974 bis 1977

Sonderheft:
Beiträge zu Staudammbau und Bodenmechanik.
Festschrift zum 65. Geburtstag von o. Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Darmstadt 1978
- Nr. 20 Spannungen und Verformungen in hohen Steinschüttdämmen im Bauzustand unter besonderer Berücksichtigung von Talform und Hangrauigkeit.
Dr.-Ing. Heinz Czapla, März 1979
- Nr. 21 Beitrag zur Berechnung von Gründungsplatten - Eine vergleichende Studie.
Dr.-Ing. Horst Rückel, August 1979
- Nr. 23 Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten der Böden.
Dr.-Ing. M. Ulvi Arslan, Dr.-Ing. Rainer Wanninger, August 1980
- Nr. 24 Entwicklungstendenzen beim Bau und der Berechnung oberflächennaher Tunnel in bebautem Stadtgebiet.
Dr.-Ing. Rolf Katzenbach, November 1981

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. E. Franke

Sonderheft
Beiträge zu Staudammbau und Bodenmechanik
Festschrift zum 70. Geburtstag von o. Prof. em. Dr.-Ing. H. Breth
Darmstadt 1983
- Nr. 25 Großversuche zur Ermittlung des Tragverhaltens von Pfahlreihen unter horizontaler Belastung.
Dr.-Ing. H.G. Schmidt, Januar 1986

Sonderheft:
Beiträge zum Symposium Pfahlgründungen, 12./13. 3. 1986 in Darmstadt
Tagungsband

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. T. Dietrich
- Nr. 26 Pfahlgruppen in geschichtetem Boden unter horizontaler dynamischer Belastung.
Dr.-Ing. H.G. Hartmann, April 1986

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. E. Franke
- Nr. 27 Zur Frage der Standsicherheit verankerter Stützwände auf der tiefen Gleitfuge.
Dr.-Ing. Michael H. Heibaum, April 1987

Nr. 28 Tragverhalten von Pfahlgruppen unter Horizontalbelastung.
Dr.-Ing. Eberhard Klüber, März 1988

Nr. 29 Untersuchungen über den Primärspannungszustand in bindigen überkonsolidierten Böden am Beispiel des Frankfurter Untergrundes
Dr.-Ing. Hermann Mader, Februar 1988

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. T. Dietrich

Nr. 30 Coulombsches Extremalprinzip und Schranken des Erddrucks.
Prof. Dr.-Ing. T. Dietrich und Dr.-Ing. U. Arslan, Juni 1989

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. E. Franke

Nr. 31 Beitrag zur Beschreibung des Materialverhaltens bindiger Böden unter allgemeiner nichtmonotoner Belastung.
Dr.-Ing. Gerhard Muth, Juli 1989

Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. R. Katzenbach

Nr. 32 Festvorträge zum Festkolloquium am 1. Oktober 1993 anlässlich des 80. Geburtstages von em.Prof. Dr.-Ing. Herbert Breth, Darmstadt, November 1994

Nr. 33 Vorträge des 1. Darmstädter Geotechnik-Kolloquiums am 14. Juli 1994, Darmstadt, Dezember 1994

Nr. 34 Vorträge zum 2. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium am 30. März 1995, Darmstadt, Dezember 1995

Nr. 35 Vorträge zum 3. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium am 21. März 1996, Darmstadt, März 1996

Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der TH Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. R. Katzenbach und Prof. Dr.-Ing. U. Arslan

Nr. 36 Ein Berechnungsmodell zum Tragverhalten der Kombinierten Pfahl-Plattengründung.
Dr.-Ing. Yasser El-Mossallamy, März 1997

Nr. 37 Vorträge zum 4. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium am 13. März 1997, Darmstadt, März 1997

Mitteilungen des Institutes und der Versuchsanstalt für Geotechnik der TU Darmstadt
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. R. Katzenbach und Prof. Dr.-Ing. U. Arslan

Nr. 38 Vorträge zum Workshop Baugrund-Tragwerk-Interaktion am 21. November 1997, Darmstadt, November 1997

Impressum

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Rolf Katzenbach

Prof. Dr.-Ing. Ulvi Arslan

Institut und Versuchsanstalt für Geotechnik
der Technischen Universität Darmstadt

Petersenstraße 13

64287 Darmstadt

Telefon 06151/16-2149

Telefax 06151/16-6683

ISBN 3-931396-26-6

Die Herstellung dieses Heftes erfolgte mit Mitteln des Fördervereins der Freunde
des Institutes für Geotechnik an der Technischen Universität Darmstadt e.V.