

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Breth

Heft 17

**Die instationäre Brunnenströmung
im anisotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche**

Dr.-Ing. Thomas Klüber

November 1975

v



Lehrstuhl für
Bodenmechanik und Grundbau
Prof. Dr.-Ing. H. Brehm
Technische Hochschule
Oermsdorf

44131-17-2

Reproduktion und fototechnischer Druck · STUDENTENWERK DARMSTADT · Abt. Druck und Kopie

5-71-1844

Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau

der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Breth

Heft 17

Die instationäre Brunnenströmung im anisotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche

Dr.-Ing. Thomas Klüber

November 1975

Abhandlung des Verfassers im Jahre 1870
für die deutsche Sprache

Verlag von J. Neumann, Neudamm

1870

Die deutsche Grammatik
in alphabetischer Ordnung

Verlag von J. Neumann, Neudamm

1870

Verlag von J. Neumann, Neudamm

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
Formelzeichen	1
Bildverzeichnis	3
Tabellenverzeichnis	7
1. Einleitung	8
1.1 Motivation und allgemeine Problemstellung	8
1.2 Zielsetzung und Lösungsmethode	9
2. Übersicht der vorhandenen Lösungsmethoden	10
2.1 Stationäre Strömung	11
2.2 Instationäre Strömung	14
3. Das mathematische Modell der Brunnenströmung	21
3.1 Berechnungsannahmen	21
3.2 Dimensionsanalyse	22
3.3 Die Grundgleichungen der instationären Brunnenströmung	23
3.3.1 Gleichung zur Ermittlung der Standrohrspiegelhöhe	23
3.3.2 Randbedingungen	25
3.3.3 Formulierung des mathematischen Modells	29
3.4 Übergang der freien Oberfläche zur Sickerfläche	30
4. Problemlösung mit Hilfe der Finite-Element Methode (FEM)	31
4.1 Die Grundlagen der FEM und ihre Anwendung auf die Grundwasserströmung	31
4.1.1 Theoretische Grundlage	31
4.1.2 Zur Wahl des Elementtyps	32

	Seite
4.1.3 Zur Lösung von Problemen ohne freie Oberfläche	<u>33</u>
4.1.4 Zur Lösung von Problemen mit freier Oberfläche	33
4.1.5 Zur Verformung des Elementnetzes	35
4.1.6 Zur Integration der Bewegungsgleichung	36
4.2 Programmbeschreibung	39
4.2.1 Anwendungsbereich und Kopplungsmöglichkeiten	39
4.2.2 Programmablauf	42
5. Die Strömung zu einem vollkommenen Brunnen bei konstanter, plötzlich eintretender und völliger Absenkung	46
5.1 Erfassung des horizontal unbegrenzten Grundwasserleiters	46
5.2 Ermittlung der Hangquelle	49
5.3 Wahl von Brunnenradius und Durchlässigkeitsverhältnis	49
5.4 Ergebnisse	51
5.4.1 Die Lage der freien Oberfläche und deren Verschiebungsgeschwindigkeit	51
5.4.2 Potentialverteilung, Wasserzufluß und Geschwindigkeitsverteilung	62
5.4.3 Die Reichweite der Grundwasserabsenkung	71
6. Bewertung der klassischen Verfahren	76
6.1 Freie Oberfläche nach Dupuit	76
6.2 Wasserzufluß nach Dupuit/Weber	77
6.3 Reichweite nach Sichardt und Weber	81
6.4 Zum Begriff " Fassungsvermögen "	83
7. Betrachtung zur Gültigkeit des Darcyschen Gesetzes in Brunnennähe	85
8. Die Strömung zu einem vollkommenen Brunnen bei konstanter Entnahme	92
8.1 Verfahren zur Ermittlung des Brunnenwasserstandes	92
8.2 Wahl von Brunnenradius, Durchlässigkeitsverhältnis und Entnahme	95

	<u>Seite</u>
8.3 Freie Oberfläche und Brunnenwasserstand in Abhängigkeit von der Zeit, dem Durchlässigkeitsverhältnis und der Entnahme	97
8.4 Vergleiche mit den Lösungen von Weber und Theis	104
8.4.1 Reichweite nach Weber	104
8.4.2 Freie Oberfläche nach Theis	106
9. Zur Bestimmung von k_h/k_v und n_s aus einem Pumpversuch bei konstanter Entnahme ^s	113
9.1 Vorbemerkungen	113
9.2 Darlegung des Verfahrens und seiner Anwendungsgrenzen	115
9.3 Anwendungsbeispiel	118
9.4 Auswertung des Beharrungszustandes nach Dupuit	125
9.5 Auswertung durch Vergleich mit der Standardkurve von Theis ("Theis' Type-Curve Method")	126
9.6 Auswertung nach Jacobs Geradenlinienmethode ("Jacob's Straight-Line Method")	127
9.7 Bewertung	129
10. Zusammenfassung	131
Literaturverzeichnis	135
Anhang:	143
Verfahren zur Auswertung eines instationären Pumpversuchs bei konstanter Entnahme	

1	Einleitung	1
2	1. Die Bedeutung der Sprache	2
3	2. Die Entwicklung der Sprache	3
4	3. Die Funktion der Sprache	4
5	4. Die Struktur der Sprache	5
6	5. Die Semantik der Sprache	6
7	6. Die Pragmatik der Sprache	7
8	7. Die Sociolinguistik	8
9	8. Die Psycholinguistik	9
10	9. Die Neurolinguistik	10
11	10. Die Erwerbslinguistik	11
12	11. Die Zweitspracherwerb	12
13	12. Die Fremdspracherwerb	13
14	13. Die Sprachdidaktik	14
15	14. Die Sprachwissenschaft	15
16	15. Die Sprachphilosophie	16
17	16. Die Sprachgeschichte	17
18	17. Die Sprachtypologie	18
19	18. Die Sprachfamilien	19
20	19. Die Sprachkontakt	20
21	20. Die Sprachmischung	21
22	21. Die Sprachveränderung	22
23	22. Die Sprachkontakt	23
24	23. Die Sprachmischung	24
25	24. Die Sprachveränderung	25
26	25. Die Sprachkontakt	26
27	26. Die Sprachmischung	27
28	27. Die Sprachveränderung	28
29	28. Die Sprachkontakt	29
30	29. Die Sprachmischung	30
31	30. Die Sprachveränderung	31
32	31. Die Sprachkontakt	32
33	32. Die Sprachmischung	33
34	33. Die Sprachveränderung	34
35	34. Die Sprachkontakt	35
36	35. Die Sprachmischung	36
37	36. Die Sprachveränderung	37
38	37. Die Sprachkontakt	38
39	38. Die Sprachmischung	39
40	39. Die Sprachveränderung	40
41	40. Die Sprachkontakt	41
42	41. Die Sprachmischung	42
43	42. Die Sprachveränderung	43
44	43. Die Sprachkontakt	44
45	44. Die Sprachmischung	45
46	45. Die Sprachveränderung	46
47	46. Die Sprachkontakt	47
48	47. Die Sprachmischung	48
49	48. Die Sprachveränderung	49
50	49. Die Sprachkontakt	50
51	50. Die Sprachmischung	51
52	51. Die Sprachveränderung	52
53	52. Die Sprachkontakt	53
54	53. Die Sprachmischung	54
55	54. Die Sprachveränderung	55
56	55. Die Sprachkontakt	56
57	56. Die Sprachmischung	57
58	57. Die Sprachveränderung	58
59	58. Die Sprachkontakt	59
60	59. Die Sprachmischung	60
61	60. Die Sprachveränderung	61
62	61. Die Sprachkontakt	62
63	62. Die Sprachmischung	63
64	63. Die Sprachveränderung	64
65	64. Die Sprachkontakt	65
66	65. Die Sprachmischung	66
67	66. Die Sprachveränderung	67
68	67. Die Sprachkontakt	68
69	68. Die Sprachmischung	69
70	69. Die Sprachveränderung	70
71	70. Die Sprachkontakt	71
72	71. Die Sprachmischung	72
73	72. Die Sprachveränderung	73
74	73. Die Sprachkontakt	74
75	74. Die Sprachmischung	75
76	75. Die Sprachveränderung	76
77	76. Die Sprachkontakt	77
78	77. Die Sprachmischung	78
79	78. Die Sprachveränderung	79
80	79. Die Sprachkontakt	80
81	80. Die Sprachmischung	81
82	81. Die Sprachveränderung	82
83	82. Die Sprachkontakt	83
84	83. Die Sprachmischung	84
85	84. Die Sprachveränderung	85
86	85. Die Sprachkontakt	86
87	86. Die Sprachmischung	87
88	87. Die Sprachveränderung	88
89	88. Die Sprachkontakt	89
90	89. Die Sprachmischung	90
91	90. Die Sprachveränderung	91
92	91. Die Sprachkontakt	92
93	92. Die Sprachmischung	93
94	93. Die Sprachveränderung	94
95	94. Die Sprachkontakt	95
96	95. Die Sprachmischung	96
97	96. Die Sprachveränderung	97
98	97. Die Sprachkontakt	98
99	98. Die Sprachmischung	99
100	99. Die Sprachveränderung	100

Formelzeichen

Bezeichnung	Einheit	Definition
d	L	Maßgebender Korndurchmesser
e	-	Eulersche Zahl
g	LT^{-2}	Erdbeschleunigung
h	L	Standrohrspiegelhöhe
H	L	Mächtigkeit des durch den Brunnen erfaßten Grundwasserleiters mit freier Oberfläche
k	LT^{-1}	Durchlässigkeit
m	L	Mächtigkeit des Grundwasserleiters bei gespannten Strömungsverhältnissen
n_s	-	Unter der Wirkung der Schwerkraft entwässerbares Porenvolumen
p	$ML^{-1}T^{-2}$	Neutrale Spannung
Q'	$L^3 T^{-1}$	Fassungsvermögen
Q	$L^3 T^{-1}$	Sekundliche Wassermenge
Q_F	$L^3 T^{-1}$	Förderleistung der Pumpe
r	L	Zylinderkoordinate in horizontaler Richtung
R	L	Reichweite
Re	-	Reynolds-Zahl
s	L	Absenkung des Wasserstandes
t	T	Zeit

Bezeichnung	Einheit	Definition
v	LT^{-1}	Vektor der Filtergeschwindigkeit
$W(u)$	-	Brunnenfunktion
x, y	L	Kartesische Koordinaten in horizontaler und vertikaler Richtung
z	L	Zylinderkoordinate in vertikaler Richtung
α	-	Parameter bei der Reichweite nach Weber
β	-	Böschungswinkel der Sickerfläche
δ	L	Maß für die Steigung der Geraden bei "Jacob's Straight-Line Method"
Δ	-	Differenzensymbol
κ	-	Schrittkennzahl bei der Integration nach Runge-Kutta
ν	$L^2 T^{-1}$	Kinematische Viskosität des Wassers
ρ_w	ML^{-3}	Massendichte des Wassers
ϕ	$L^2 T^{-1}$	Strömungspotential

Indices

h	horizontal
v	vertikal
Q	Hangquelle
r, z	in Richtung der r, z -Koordinate
x, y	in Richtung der x, y -Koordinate
n	n -tes Zeitintervall
0	auf den Brunnen bezogen

Kopfzeiger

*	Kennzeichnung für dimensionslose Größen
'	Kennzeichnung für transformierte Koordinaten

Bildverzeichnis

	<u>Seite</u>
1 Erläuterung des hydraulischen Systems und der Bezeichnungen	11
2 Randbedingungen	26
3 Integration nach Runge-Kutta	38
4 Kopplungsmöglichkeiten von FLOWA	40
5 Programmablauf FLOWA - Version 5	44
6 Teilung des Grundwasserleiters in 2 Bereiche	47
7 FE-Netzwerk	50
8 Freie Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	52
9 Vergleich der freien Oberflächen für unterschiedlich anisotrope Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$; $k_v = \text{konst.}$)	53
10 Vergleich der freien Oberflächen für unterschiedlich anisotrope Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$; $k_v = \text{konst.}$)	54
11 Verformte Strukturen ($r_o^* = 0,1$)	55
12 z^* -Koordinaten der Punkte 120 und 21 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	58
13 z^* -Koordinaten der Punkte 89 und 18 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	58
14 Verschiebungsgeschwindigkeit der Punkte 120 und 21 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	60

	Seite	
15	Verschiebungsgeschwindigkeit der Punkte 89 und 18 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	60
16	Potentialverteilung zum Zeitpunkt $t^* = 0$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	63
17	Potentialverteilung zum Zeitpunkt $t^* = 0,50$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	64
18	Potentialverteilung zum Zeitpunkt $t^* = 0,94$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	65
19	Wasserzufluß in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	67
20	Geschwindigkeitsverteilung im Grundwasserleiter zum Zeitpunkt $t^* = 0$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0$)	69
21	Geschwindigkeitsverteilung im Grundwasserleiter zum Zeitpunkt $t^* = 0,94$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	70
22	Größe und Verteilung der Horizontalgeschwindigkeit am Brunnenschacht zum Zeitpunkt $t^* = 0$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	73
23	Größe und Verteilung der Horizontalgeschwindigkeit am Brunnenschacht zum Zeitpunkt $t^* = 0,94$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	74
24	Reichweite in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der tolerierten Randabsenkung nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	75
25	Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Dupuit ($r_o^* = 0,1$)	78
26	Vergleich des Wasserandrangs nach FEM und Dupuit/Weber ($r_o^* = 0,1$)	82
27	Faktor α in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der tolerierten Randabsenkung ($r_o^* = 0,1$)	82
28	Angenommene Kornverteilungskurven	87

	<u>Seite</u>
29 Der auf der Basis des Darcyschen Gesetzes ermittelte, ortsabhängige Zustand der Strömung durch den Boden ② (gS, fki, ms) nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	89
30 Der auf der Basis des Darcyschen Gesetzes ermittelte, ortsabhängige Zustand der Strömung durch den Boden ① (mKi, fki, gki) nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	91
31 Ablauf der Simulation bei isotropem Grundwasserleiter	98
32 Ablauf der Simulation bei anisotropem Grundwasserleiter ($k_h/k_v = 3$)	98
33 Freie Oberfläche in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Pumpenleistung ($r_o^* = 0,04$)	100
34 Länge der Sickerfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses ($r_o^* = 0,04$)	102
35 Länge der Sickerfläche in Funktion der Absenkung im Brunnen, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Pumpenleistung ($r_o^* = 0,04$)	102
36 Reichweite in Funktion der Zeit, der Randabsenkung, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Entnahme ($r_o^* = 0,04$)	105
37 Faktor α zur Berechnung der Reichweite nach Weber (1928) mit $R^* = \alpha \cdot \sqrt{k_h^* \cdot t^*}$. Kurvenparameter sind die Randabsenkung, das Durchlässigkeitsverhältnis und die Entnahme ($r_o^* = 0,04$)	105
38 Freie Oberfläche nach Theis (1935) in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Pumpenleistung ($r_o^* = 0,04$)	108
39 Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 1, Q_F^* = 0,25, r_o^* = 0,04$)	109
40 Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 1, Q_F^* = 0,45, r_o^* = 0,04$)	110
41 Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 3, Q_F^* = 0,25, r_o^* = 0,04$)	111
42 Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 3, Q_F^* = 0,45, r_o^* = 0,04$)	112

	<u>Seite</u>
43 Förderleistung und Wasserstände während des Versuchs	119
44 Anwendungsbeispiel: Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve bei Pegel 3	122
45 Anwendungsbeispiel: Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve bei Pegel 2	123
46 Anwendungsbeispiel: Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve bei Pegel 1	124
47 Auswertung durch Vergleich mit der Standardkurve von Theis ("Theis' Type-Curve Method")	128
48 Auswertung nach Jacobs Geradlinienmethode ("Jacob's Straight-Line Method")	128
49 Bezeichnungen bei der Auswertung von Pumpversuchen	144

Tabelle nverzeichnis

	<u>Seite</u>
1 Vergleich der Lage der Hangquelle bei isotropem und anisotropem Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	61
2 Vergleich des Wasserzuflusses bei isotropem und anisotropem Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	67
3 Gradient und dimensionslose Geschwindigkeit im Knoten 292 in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	72
4 Vergleich des Wasserandrangs nach FEM und Dupuit/Weber für die zuletzt berechneten Zeitintervalle nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)	80
5 Maßgebende Korndurchmesser und Durchlässigkeiten der betrachteten Böden ($\nu = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$)	87
6 Maximale Reynolds-Zahlen bei der Strömung durch die Böden ③ und ④	88
7 Werte der dimensionslosen Bildparameter	116
8 Zeitabhängige Absenkung des Brunnen- und Grundwasserstandes während des Versuchs	119
9 Vergleich errechneter und gewählter Vorwerte	120
10 Erforderliche Ablesewerte	121
11 Vergleich der Ergebnisse aus den unterschiedlichen Auswertverfahren	130

1. Einleitung

1.1 Motivation und allgemeine Problemstellung

Grundwasserfassungsanlagen werden häufig mit Vertikalbrunnen ausgestattet, unabhängig von dem Ziel der Wasserfassung. Bei der Grundwassergewinnung wird der maximale Wasserzufluß zum Brunnen bei minimaler Absenkung, bei der Grundwasserabsenkung dagegen die maximale Absenkung bei minimalem Zufluß angestrebt. Während bei der Grundwassergewinnung der Kenntnis der Lage der freien Oberfläche gegenüber der Kenntnis des Wasserzuflusses weniger Bedeutung zukommt, steht die Frage nach der Lage der freien Oberfläche bei der Grundwasserabsenkung naturgemäß im Vordergrund. Diese Frage ist bis heute nicht zufriedenstellend gelöst. Die heute üblichen Verfahren vernachlässigen die Differenz zwischen dem Wasserstand im Brunnen und dem Austrittspunkt der freien Oberfläche am Brunnenschacht, die sogenannte Sickerfläche, und erzeugen daher eine, mit zunehmender Entfernung allerdings abklingende, Fehleinschätzung des Grundwasserstandes. Die Existenz einer Sickerfläche ist von Sichardt (1928) mit dem Überschreiten des Fassungsvermögens des Brunnens gedeutet worden. Nach seiner Auffassung wird der Sprung dadurch verursacht, daß eine der Größe nach zunächst noch unbekannte Grenzgeschwindigkeit am Brunnenschacht erreicht worden ist, die auch durch noch so große Absenkung des Wasserspiegels im Brunnen nicht überschritten werden kann. Der "Höchstwert der Entnahmemenge", das Fassungsvermögen eines Brunnens, ermittelt sich nach Sichardt (1928) zu

$$Q' = 2\pi r_0 \cdot z_0 \cdot \frac{\sqrt{k}}{15} \text{ in } m^3/s \quad (1)$$

wobei $2\pi \cdot r_0 \cdot z_0$ die benetzte Filterfläche ist und mit $\sqrt{k}/15$ die empirisch ermittelte Grenzgeschwindigkeit definiert wird. Gleichung (1) ist nicht dimensionstreu: die Längen sind in m, die Durchlässigkeit k in m/s einzusetzen. Mit Hilfe des Sichardtschen Fassungsvermögens, das gleichzeitig eine Schranke für die Absenkung des Brunnenwasserstandes darstellt, gelingt es, die Länge der Sickerfläche und damit den Fehler bei der Ermittlung der freien Oberfläche auf der Grundlage der Dupuit-Forchheimer An-

nahmen klein zu halten. Es gelingt jedoch damit nicht, den Einfluß des Brunnenwasserstandes und des Brunnenradius auf den Grundwasserstand quantitativ zu erfassen.

Die bei der Grundwassergewinnung wesentliche Frage nach der Größe des Wasserzuflusses in einem quasistationären Endzustand ist durch die Gleichung von Dupuit (1863) und Thiem (1870) beantwortet. Diese Gleichung ist wie an anderer Stelle bewiesen (siehe Chapman (1957), Polubarinova-Kochina (1962), Hantush (1962), Heinrich (1963), Hunt (1970)) trotz der zu ihrer Ableitung erforderlichen Annahmen exakt. Das bei der Grundwasserabsenkung dagegen noch weitgehend ungelöste Problem besteht darin, in Abhängigkeit von den Abmessungen des Brunnens und des Grundwasserleiters, von den hydraulischen Eigenschaften des Grundwasserleiters und von der Betriebsweise des Brunnens - definierter Brunnenwasserstand oder definierte sekundliche Förderwassermenge - den allgemein instationären Grundwasserstand als Funktion von Ort und Zeit anzugeben.

1.2 Zielsetzung und Lösungsmethode

Die Ermittlung des Grundwasserstandes in Brunnennähe ist aufgrund der nicht-linearen Randbedingung an der freien Oberfläche, der Vielfalt der Randbedingungstypen und der Vielfalt der geometrischen und physikalischen Einflußgrößen ein äußerst kompliziertes Problem, so daß eine exakte, theoretische Lösung ausgeschlossen erscheint. Andererseits müssen auch bei einer Näherungslösung einschränkende Annahmen hinsichtlich der Vielfalt der zu untersuchenden physikalischen und geometrischen Parameter getroffen werden. Eine allgemeine, umfassende Behandlung der genannten Problemstellung ist im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich.

Die hier durchgeführten Untersuchungen beschränken sich daher auf den vertikal radialsymmetrischen Fall des vollkommenen Brunnens in einem horizontal unbegrenzten, homogenen und orthotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche über einem dichten Horizont.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit gliedert sich in zwei Teile:

1. Bei einem definierten Brunnenwasserstand werden der Grundwasserstand als Funktion von Ort und Zeit und der Wasserzufluß zum Brunnen als Funktion der Zeit ermittelt.
2. Bei einer definierten sekundlichen Förderwassermenge wird der Grundwasserstand als Funktion von Ort und Zeit ermittelt und mit der bekannten Lösung von Theis (1935) verglichen.

Da ein Großteil der natürlichen Böden wegen der Ablagerung und horizontalen Ausrichtung der Körner nicht isotrop ist, soll der Einfluß der Anisotropie des Grundwasserleiters auf den Grundwasserstand und den Wasserzufluß besondere Beachtung finden. Teil zwei der Untersuchungen wird daher so aufbereitet, daß eine Auswertung des Pumpversuchs auch hinsichtlich der Anisotropie des Grundwasserleiters möglich wird.

Die bisher üblichen, den stationären und instationären Fall erfassenden, "klassischen" Berechnungsverfahren und der Begriff des Fassungsvermögens nach Sichardt sollen kritisch betrachtet und neu bewertet werden.

Zur Lösung des komplexen Problems wird die Methode finiter Elemente herangezogen. Dieses Verfahren erlaubt eine digitale Simulation des Strömungsvorganges, wobei sich beliebige Randbedingungstypen und -formen sowie beliebige Eigenschaften des Grundwasserleiters berücksichtigen lassen.

2. Übersicht der vorhandenen Lösungsmethoden

Der Zielsetzung der Arbeit entsprechend beschränkt sich der nachfolgende Überblick allein auf Methoden, die zur Lösung des Problems der Zuströmung zu einem vollkommenen Brunnen in einem Grundwasserleiter mit freier Oberfläche über einer horizontalen, undurchlässigen Sohle angewen-

Diese Gleichung ist, wie schon erwähnt, theoretisch exakt. Die Lage der freien Oberfläche erhält man mit den, die Lösung stark vereinfachenden, Dupuit-Forchheimer Annahmen:

1. Die Standrohrspiegelhöhe innerhalb des durchströmten Grundwasserleiters ist keine Funktion der z-Koordinate.
2. Die Horizontalgeschwindigkeit in der Entfernung r ist proportional der Neigung der freien Oberfläche in dieser Entfernung.

Mit diesen Vereinfachungen und bei Kenntnis der Mächtigkeit H des Grundwasserleiters und bei Kenntnis der Reichweite R erhält man den Grundwasserstand z in der Entfernung r zu

$$z^2 = z_0^2 + \frac{H^2 - z_0^2}{\ln \frac{R}{r_0}} \cdot \ln \frac{r}{r_0} \quad (3)$$

Im allgemeinen ist der Grundwasserleiter horizontal nicht begrenzt, so daß die zunächst noch unbekannte Reichweite R vor der Lösung von Gleichung (2) und (3) ermittelt werden muß. Dies geschieht häufig mit Hilfe der von Sichardt (1930) angegebenen Beziehung

$$R = 3000 \cdot s \cdot \sqrt{k} \quad \text{in m} \quad (4)$$

Die Gleichungen (2), (3) und (4) dienen zusammen mit Gleichung (1) zur Dimensionierung der Brunnen und zur Ermittlung der Lage der freien Oberfläche.

Dem Vorteil der Einfachheit und einer auch für die Praxis leichten Handhabung stehen schwerwiegende Nachteile gegenüber. Die Strömung zu einem Brunnen in einem horizontal unendlich ausgedehnten Grundwasserleiter ist, wenn man die Grundwasserneubildung durch Versickerung von Oberflächenwasser vernachlässigt, immer zeitabhängig, so daß das klassische Berechnungsverfahren einen Zustand betrachtet, der erst nach längerer Pumpdauer näherungsweise erreicht wird. Bei langjähriger Ent-

nahme für Versorgungszwecke trifft dies relativ gut zu, nicht jedoch bei kurzfristiger Entnahme für die Grundwasserabsenkung.

Die Dupuit-Forchheimer Annahmen treffen die realen Strömungsverhältnisse gut bei geringer Neigung der freien Oberfläche und bei geringen Absenkungen. Diese Verhältnisse sind aber in der unmittelbaren Umgebung des Brunnens nicht gegeben, so daß hier erhebliche Fehler bei der Berechnung des Grundwasserstandes eintreten. Besonders der Sprung am Brunnenschacht, die Sickerfläche, wird bei dieser Vorgehensweise nicht erfaßt und bleibt unbekannt.

Der Gültigkeitsbereich der Dupuit-Forchheimer Annahmen wird von Hantush (1964), auch bei völliger Absenkung des Brunnenwasserstandes, mit $r > 1,5 H$ angegeben.

Das klassische Berechnungsverfahren ist hinsichtlich der Ermittlung der Lage der freien Oberfläche sehr unbefriedigend. Nahrgang (1954) versuchte, diese Lücke zu schließen und entwickelte eine graphische Lösungsmethode, mit deren Hilfe er den Grundwasserstand und das Potential als Funktion des Ortes ohne weitergehende, einschränkende Annahmen ermitteln kann. Die Methode basiert auf dem bekannten Verfahren, ein zunächst grob gezeichnetes Strömungsnetz so lange zu verbessern, bis alle Rand- und Übergangsbedingungen eingehalten werden. Dem dann bekannten Strömungsnetz können alle weiterhin interessierenden Größen, z. B. Wasserzufluß und Geschwindigkeitsverteilung entnommen werden. Das geschilderte Verfahren eignet sich zwar prinzipiell, ist jedoch in der Durchführung sehr mühsam, so daß es keine weitere Verbreitung gefunden hat.

Die Analogieverfahren, die analytischen und numerischen Methoden sind dagegen in sehr großem Umfang zur Lösung des Problems herangezogen worden. Da diese Lösungsmethoden aber den stationären Zustand häufig als Sonderfall des instationären Zustands beinhalten, sollen sie im folgenden Kapitel behandelt werden.

2.2 Instationäre Strömung

Die gespannte Grundwasserströmung zu einem Brunnen wurde zuerst von Theis (1935) als instationärer Vorgang aufgefaßt. Durch systematisches Austauschen der physikalisch äquivalenten Größen in der schon bekannten Gleichung der Wärmeströmung zu einer Senke erhielt Theis eine Beziehung, die das Absinken der Druckhöhe als Funktion von Ort, Zeit und konstanter Pumpenleistung angibt:

$$s = \frac{Q_F}{4\pi \cdot k \cdot m} \cdot \int_u^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (5)$$

$$\text{mit } u = \frac{r^2 \cdot n_s}{4 k \cdot m \cdot t} \quad (6)$$

m = Mächtigkeit des Grundwasserleiters bei gespannten Strömungsverhältnissen

n_s = Unter der Wirkung der Schwerkraft entwässerbares Porenvolumen.

Die Gleichung (5) ist noch von Theis (1935) selbst für die Berechnung des Anstiegs der Druckhöhe beim Wiederauffüllvorgang erweitert worden.

Jacob (1940) verknüpfte das Darcysche Gesetz mit der die Kompressibilität von Wasser und Korngerüst berücksichtigenden Kontinuitätsbeziehung und erhielt auf diesem theoretischen Weg die für die gespannte Brunnenströmung näherungsweise gültige Differentialgleichung vom Typ der Wärmeleitungsgleichung, deren Lösung mit Gleichung (5) identisch ist. Anhand seiner Ableitung wird ersichtlich, daß Gleichung (5) zur Ermittlung des Grundwasserstandes bei ungespannter Grundwasserströmung ebenfalls gültig ist, wenn man annimmt, daß

1. die Kompressibilität von Wasser und Korngerüst bei ungespannten Strömungsverhältnissen für alle praktischen Fälle vernachlässigt werden kann,

2. die Dupuit-Forchheimer Annahmen gültig sind,
3. die Absenkung der freien Oberfläche relativ klein ist zur Mächtigkeit des Grundwasserleiters,
4. der Grundwasserleiter unendlich lang, homogen und isotrop ist und von einer horizontalen, undurchlässigen Sohle begrenzt ist,
5. der Brunnenradius verschwindend klein ist.

Jacob (1940) hat Gleichung (5) zur Ermittlung von Durchlässigkeit und Speichervermögen aus einem Pumpversuch weiter aufbereitet.

Die Lösung von Theis (1935) und Jacob (1940) wurde in der Zwischenzeit teils in ihrer ursprünglichen, teils in einer noch weiter vereinfachten Form (für $u < 0,01$), so umgeformt, daß die verschiedenen Betriebsweisen des Brunnens berücksichtigt werden können. Jacob und Lohman (1952) ermittelten auf der Basis der Wärmeleitungsgleichung den zeitabhängigen Zufluß bei konstanter Absenkung im Brunnen. Lennox und Vanden Berg (1967) gaben eine Lösung für zyklischen Pumpenbetrieb an, wobei auf Perioden konstanter Pumpenleistung Wiederauffüllperioden folgen. Lohr (1967) formte die für $u < 0,01$ vereinfachte Version der Lösung so um, daß sich beliebig abgestufte, bereichsweise konstante Pumpenleistungen erfassen lassen.

Kaldenhoff (1971) hat die Lösungsansätze von Theis und Jacob mit neuen Vorschlägen erweitert und hat die Ergebnisse praxisgerecht aufbereitet.

Boulton (1954) wandte sich von der Theisschen Vorgehensweise ab. Grundlage seiner Lösung ist die Laplacesche Differentialgleichung, die das hydraulische System zusammen mit den dazugehörigen Randbedingungen exakt beschreibt. Boulton vernachlässigte die nicht-linearen Terme in der Randbedingung der freien Oberfläche, was nach seiner Meinung für $s_0/H < 0,5$ berechtigt ist. Für kleine Absenkungen der freien Oberfläche

und konstante Geschwindigkeit am Brunnenschacht bei vernachlässigbar kleinem Brunnenradius erhielt er folgende Gleichung zur Ermittlung des Grundwasserstandes bei konstanter Pumpenleistung:

$$s = \frac{Q_F}{2\pi \cdot k \cdot H} \cdot V(\rho, \tau) \quad (7)$$

$$\text{mit } \rho = \frac{r}{H} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{k \cdot t}{H \cdot n_s} \quad (8)$$

Die Funktion $V(\rho, \tau)$ stellt die Abkürzung für ein bestimmtes Integral dar und ist bei Boulton (1954) und Hantush (1964) tabelliert. Gleichung (7) wird für $\tau < 0,5$ und $\tau > 5,0$ noch mit einem Korrekturfaktor versehen, der ebenfalls den Veröffentlichungen von Boulton (1954) und Hantush (1964) zu entnehmen ist.

Boulton hat mit dieser Lösung auf die Dupuit-Forchheimer Annahmen verzichtet und lieferte damit gegenüber der Theisschen Lösung, speziell in Brunnennähe, genauere Ergebnisse. Die Annahme kleiner Absenkungen relativ zur Mächtigkeit des Grundwasserleiters beschränkt allerdings wiederum die allgemeine Anwendbarkeit. Trotz der Einschränkungen stellt aber die Lösung von Boulton die beste theoretische und für die Praxis am weitesten aufbereitete Lösung des Problems dar.

Kashef (1965) verzichtete ebenfalls auf die Dupuit-Forchheimer Annahmen und leitete eine Gleichung zur Bestimmung des Grundwasserstandes als Funktion von Ort und Zeit her. Ausgehend von der Dupuit-Lösung für den stationären Zustand (Gl. (3)), die, wie Kashef bewies, mit guter Näherung die Druckverteilung auf der undurchlässigen Sohle angibt, erhielt er durch eine Analyse der Kräfte innerhalb eines konzentrischen Ringes eine Aussage über den stationären und instationären Grundwasserstand. Seiner Lösung liegen die Annahmen zugrunde, daß alle Stromlinien innerhalb eines konzentrischen Ringes strahlenförmig auf einen Punkt gerichtet sind und das Potential in Vertikalschnitten linear verteilt ist, woraus folgt, daß die Vertikalgeschwindigkeit in einem vertikalen Schnitt konstant angenommen wird. Da die Dupuit-Forchheimer Annahmen fehlen, wurde hier die am

Brunnenschacht auftretende Sickerfläche berücksichtigt.

Die Kenntnis der Länge der Sickerfläche aus der Lösung von Kashef (1965) machte sich Mahdaviani (1967) zunutze. Mahdaviani betrachtete, ähnlich Dracos (1962) für den ebenen Fall, die Absenkung in einem Brunnen als Wellenproblem und verfolgte die raum-zeitliche Ausdehnung dieser Störung anhand der Differentialgleichungen der Wellenfortpflanzung. Hierbei wurde in jedem vertikalen Schnitt konstante Horizontal- und Vertikalgeschwindigkeit vorausgesetzt. Die Lösung erfolgte mit Hilfe des Charakteristikenverfahrens, wobei die bekannte Sickerfläche als Randbedingung einging.

Mahdaviani verglich die theoretische Lösung mit Messungen, die an einem mit Sand gefüllten Sektormodell ausgeführt wurden und erhielt befriedigende Übereinstimmung.

Die beiden zuletzt genannten Verfahren wurden allerdings nicht soweit aufbereitet, daß sie unmittelbar für die Praxis verwendbar geworden wären.

Die von Busch, Tiemer und Luckner (1967) angegebene Zusammenstellung der wichtigsten Lösungsmethoden der partiellen Differentialgleichungen der Grundwasserhydraulik beinhaltet Methoden für Strömungsvorgänge, die nichtstationär und eindimensional sind oder sich auf solche Vorgänge zurückführen lassen. Ihre Ausführungen lassen erkennen, daß das mathematische Modell der instationären Grundwasserströmung - wie das den Strömungsvorgang beschreibende Gleichungssystem mit den zugehörigen Anfangs- und Randbedingungen genannt wird - bei Anwendung analytischer Methoden nur durch zahlreiche Vereinfachungen und hierbei oft nur mit erheblichem Aufwand zu lösen ist. Genauere Ergebnisse lassen sich durch Analogieversuche oder durch numerische Lösung des mathematischen Modells erreichen.

Analogieversuche wurden zunächst vorwiegend für ebene Strömungsprobleme angewandt. In den letzten Jahren sind jedoch auch Modelle zur Simulation der radialsymmetrischen Grundwasserströmung entwickelt worden, so daß die Modelltechniken auch hier als mögliche Lösungsmethoden angeführt

werden sollen. Grundsätzliches zur Ähnlichkeitsmechanik und zu den Modellgesetzen bei der Simulation von Grundwasserströmungsproblemen findet sich bei Busch und Luckner (1968 b) und Verma und Brutsaert (1971) . In einer Artikelserie aus dem Institut für Boden- und Wasserwirtschaft der Technischen Universität Dresden wurden von Busch u. a. die verschiedensten Analogmodelle beschrieben und in ihrer Arbeitsweise erläutert:

Ein Spaltmodell (Hele-Shaw Modell) zur Simulation der stationären und instationären Brunnenströmung wurde von Busch, Peukert und Luckner (1968 c) beschrieben. Das rotationssymmetrische Modell, dessen Spalt seine Breite in r-Richtung nach einer Wurzelfunktion dritten Grades ändert , eignet sich vor allem zur Simulation von vollkommenen und unvollkommenen Schluck- und Förderbrunnen bei gespannter und ungespannter Grundwasserströmung. Da das mathematische Modell der Spaltströmung dem der Grundwasserströmung exakt entspricht, kann die Lage der freien Oberfläche und damit die Länge der Sickerstrecke genau ermittelt werden. Bei der Auswertung der instationären Versuche ergeben sich allerdings Schwierigkeiten, weil der Zeitmaßstab von $r^2 / 3$ abhängt und somit für jeden Punkt der freien Oberfläche ein anderer Zeitmaßstab gilt.

Die Grundlagen der Simulation mittels elektrischer Kontinuumsmodelle (Papiermodelle, elektrolytischer Trog) und die Lösungsmöglichkeiten wurden in zwei Artikeln von Busch, Hackeschmidt und Luckner (1968 d), (1968 e) dargelegt. Diese Modelle eigneten sich für stationäre, ebene und räumliche Probleme (siehe Franke (1964)) und seien für instationäre Grundwasserbewegungen noch entwicklungsfähig.

Bessere Anwendungsmöglichkeiten besitzen nach Busch und Luckner (1968 f) die von ihnen beschriebenen hydraulischen und elektrischen Netzwerke, deren Entwicklung aber, speziell für instationäre Probleme, noch nicht abgeschlossen sei.

Physikalisch ähnliche Modelle (Sektormodelle aus Sand oder Glaskugeln mit Wasser oder Glycerin als strömendem Medium) wurden, soweit es dem Ver-

fasser bekannt wurde, nur für stationäre Probleme verwendet. Siehe Ehrenberger (1928), Hall (1955), Nahrgang (1965) und Schröter (1967). Diese Untersuchungen befaßten sich hauptsächlich mit der Ermittlung der Ergiebigkeit von vollkommenen und unvollkommenen Brunnen, mit der Lage der freien Oberfläche und mit der Länge der Sickerstrecke am Brunnenschacht. Die Nachteile dieser Modelle bestehen darin, daß der Versuchsablauf schon bei stationärer Strömung sehr zeitintensiv ist und daß der Einfluß der Modellabmessungen r_0/R nur sehr schwer ausgeschaltet werden kann. Sie erscheinen zur Untersuchung von instationären Strömungen ungeeignet.

Die stürmische Entwicklung der Elektronischen Datenverarbeitungsanlagen in den letzten Jahren eröffnete auch der Behandlung von Grundwasserströmungsproblemen neue Möglichkeiten. Numerische Lösungsverfahren des mathematischen Modells erschienen bislang aufgrund der Rechenintensität ausgeschlossen. Diese Rechnungen lassen sich nun mit Hilfe von Computern mit vertretbarem Zeitaufwand lösen.

Grundlage aller numerischen Verfahren ist die Beschreibung der abhängigen Variablen durch einzelne, diskreten Stützstellen zugeordnete Werte, was mathematisch der Umformung einer Differentialgleichung in ein System algebraischer Differenzgleichungen entspricht. Durch Verbindung benachbarter Stützstellen entsteht ein Netzwerk, das in seiner Form jeder Geometrie des Grundwasserleiters angepaßt werden kann.

Das Differenzenverfahren ist von Schmidt (1956) schon zur Lösung der instationären Brunnenströmung unter Berücksichtigung der nicht-linearen Randbedingungen an der freien Oberfläche angewandt worden. Aufgrund der damals noch bescheidenen Rechenmöglichkeiten mußte sich Schmidt auf ein instationäres Beispiel mit geringer Absenkung ($s_0/H = 0,2$) beschränken. Hierfür ermittelte er die Lage der freien Oberfläche und die Potentialverteilung in Funktion der Zeit.

Weitere Anwendungen des Differenzenverfahrens auf die instationäre Brunnenströmung liegen von Esmaili und Scott (1968) und Streltsova und Rushton (1973) vor. Esmaili und Scott ermittelten auf der Basis der nicht-linearen Boussinesq-Gleichung die Lage der freien Oberfläche und die sekundliche Wassermenge bei Schluck- und Förderbrunnen. Die Ergebnisse sind in Form von Diagrammen für beide Brunnentypen aufbereitet. Streltsova und Rushton (1973) verwendeten die linearisierte Boussinesq-Gleichung und stellten durch eine Verknüpfung von mittlerer Standrohrspiegelhöhe und Grundwasserstand in einem vertikalen Schnitt eine neue Differentialgleichung her, die mit Hilfe des Differenzenverfahrens hinsichtlich der Lage der freien Oberfläche gelöst wurde.

Ein weiteres numerisches Lösungsverfahren stellt die Finite-Element Methode dar, die zuerst von Zienkiewicz, Mayer und Cheung (1966) auf gespannte, ebene Grundwasserströmungen angewandt wurde. Taylor und Brown (1967), Finn (1967) und Withum (1967) haben diese Methode hinsichtlich der Behandlung von stationären Problemen mit freier Oberfläche weiterentwickelt. Danach sind mit dieser Methode zahlreiche Probleme der Grundwasserhydraulik gelöst worden.

Das mathematische Modell der instationären, ungespannten Grundwasserströmung wurde unter Berücksichtigung der nicht-linearen Randbedingung an der freien Oberfläche von Ehlers (1971) für den ebenen Fall und von Neuman und Witherspoon (1971) für den radialsymmetrischen Fall mit Hilfe der Finite-Element Methode gelöst. Wie von ihnen aufgezeigt worden ist, ermöglicht das Verfahren, den Grundwasserstand als Funktion von Ort und Zeit, die ein- bzw. ausströmenden zeitabhängigen Wassermengen, den Gradienten und die Geschwindigkeit an beliebigen Stellen und zu jeder Zeit zu ermitteln. Die geometrischen Randbedingungen und die hydraulischen Eigenschaften des Grundwasserleiters sind beliebig wählbar.

3. Das mathematische Modell der Brunnenströmung

3.1 Berechnungsannahmen

Zur Ableitung der Grundgleichungen der instationären Brunnenströmung werden einschränkende Annahmen getroffen, die für alle Kapitel gültig sind und daher den Ausführungen vorangestellt werden sollen.

Voraussetzungen

1. Der Grundwasserleiter ist homogen und orthotrop, er besitzt ein starres, unverschiebliches Korngerüst, das mit Wasser voll gesättigt ist.
2. Die Kennwerte des Grundwasserleiters - Durchlässigkeit und entwässerbares Porenvolumen - sind unabhängig von der Zeit.
3. Das strömende Medium Wasser ist inkompressibel.
4. Der Grundwasserleiter liegt auf einer horizontalen, undurchlässigen Schicht; seine Ausdehnung in horizontaler Richtung ist unbegrenzt.
5. Der Grundwasserleiter besitzt eine freie Oberfläche und wird von einem bis auf die undurchlässige Schicht reichenden, durchgehend geschlitzten Brunnen entwässert. Eine Sickerfläche kann auftreten.
6. Das Fließgesetz von Darcy ist gültig.
7. Die Trägheitskräfte sind gegenüber der Schwerkraft und den Reibungskräften klein.
8. Die Kapillarkräfte werden vernachlässigt, ebenso der Einfluß der teilweise gesättigten Zone oberhalb der freien Oberfläche.
9. An der freien Oberfläche herrscht Luftdruck.
10. Es tritt keine Auffüllung durch versickerndes Niederschlagswasser auf; die dem Brunnen entnommene Wassermenge stammt allein aus dem Grundwasserleiter.

11. Die Brunnenachse ist vertikal und gleichzeitig Symmetrieachse.
12. Das hydraulische System ist vertikal radialsymmetrisch.
13. Die Brunnenwandungen üben keinen zusätzlichen Widerstand auf die Grundwasserbewegung aus.

3.2 Dimensionsanalyse

Mit Hilfe der Dimensionsanalyse kann man die Beziehungen zwischen n dimensionsbehafteten Variablen, deren Dimensionen sich auf r Grunddimensionen zurückführen lassen, in eine Beziehung zwischen $(n - r)$ dimensionslosen Variablen überführen. Dadurch wird also in einer funktionalen Beziehung die Zahl der unabhängigen Variablen um r reduziert. Voraussetzung ist, daß jeder funktionale Zusammenhang eines physikalischen Vorgangs vom verwendeten Maßsystem unabhängig, also dimensionsgerecht ist.

Die Dimensionsanalyse soll auch auf das Problem der Grundwasserströmung zu einem Brunnen angewandt werden. Die prinzipielle Vorgehensweise bei der Anwendung der Dimensionsanalyse wird von Kobus (1974) beschrieben.

Der Grundwasserstand z wird als abhängige Variable definiert, die Einflußgrößen als unabhängige Variablen. Unter Berücksichtigung der Berechnungsannahmen (Kap. 3.1) und der Bezeichnungsvereinbarung (Bild 1) kann man schreiben:

$$z = f_1 (r_0, r, t, Q_F, H, n_s, k_h, k_v) \quad (9)$$

Die Grunddimensionen - in der Mechanik i. a. 3, nämlich Masse, Länge, Zeit - sind hier Länge und Zeit, somit ist $r = 2$. Bei $n = 8$ dimensionsbehafteten Einflußgrößen läßt sich daher die Anzahl der unabhängigen Variablen auf 6 reduzieren. Durch Anwendung der Methode von Rayleigh (siehe Kobus (1974)) erhält man somit folgende mögliche Kombination der dimensionsbehafteten Einflußgrößen:

$$\frac{z}{H} = f_2 \left(\frac{r}{H}, \frac{r_0}{H}, \frac{Q_F \cdot t}{H^3}, \frac{k_h \cdot H^2}{Q_F}, \frac{k_v \cdot H^2}{Q_F}, n_s \right) \quad (10)$$

Weitere Kombinationen sind denkbar, aber physikalisch weniger sinnvoll.

Die Zahl der unabhängigen Variablen in Gleichung (10) läßt sich durch entsprechende Umformung auf 5 reduzieren. Man erhält:

$$\frac{z}{H} = f_3 \left(\frac{r}{H}, \frac{r_0}{H}, \frac{k_h}{k_v}, \frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}, \frac{k_v \cdot t}{H \cdot n_s} \right) \quad (11)$$

Eine weitere Vereinfachung ist ohne zusätzliche einschränkende Annahmen (z. B. Isotropie) nicht möglich. Die Variablenkombination der Gleichung (11) dient nur zur Definition von dimensionslosen Einflußgrößen, die zur Unterscheidung von dimensionsbehafteten Größen mit dem Kopfzeiger * versehen werden. Es wird definiert:

$$\begin{aligned} z^* &= \frac{z}{H}, & r^* &= \frac{r}{H}, & r_0^* &= \frac{r_0}{H}, & Q_F^* &= \frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}, \\ k_h^* &= \frac{k_h}{k_v}, & t^* &= \frac{k_v \cdot t}{H \cdot n_s} \end{aligned} \quad (12)$$

Gleichung (11) schreibt sich somit einfacher:

$$z^* = f_3 (r^*, r_0^*, k_h^*, Q_F^*, t^*) \quad (13)$$

Die in Gleichung (13) angeschriebenen, sechs dimensionslosen Einflußgrößen beschreiben das Strömungssystem, unter Berücksichtigung der genannten Berechnungsannahmen, eindeutig.

3.3 Die Grundgleichungen der instationären Brunnenströmung

Die Ableitung der maßgebenden Gleichungen findet sich in jedem Lehrbuch der Grundwasserhydraulik (z. B. Polubarinova-Kochina (1962), De Wiest (1969)); es kann daher nicht der Sinn des Kapitels sein, diese Ableitung in aller Ausführlichkeit zu wiederholen. Absicht der kurzgefaßten Zusammenstellung ist es, dem Leser die Voraussetzungen für die Ableitung der Grundgleichungen und die Gleichungen selbst mit den hier eingeführten dimensionslosen Größen vor Augen zu führen. Die Ableitung erfolgt allerdings noch in dem gewohnten dimensionsbehafteten System.

3.3.1 Gleichung zur Ermittlung der Standrohrspiegelhöhe

Es werden die dem Problem angepaßten Zylinderkoordinaten r, φ, z eingeführt; wegen Voraussetzung 12. in Kapitel 3.1 ist das Verhalten der Strö-

mung in jeder von der z-Achse ausgehenden Halbebene ($\varphi = \text{konst.}$) gleich, so daß die Koordinaten r, z zur eindeutigen Beschreibung ausreichen. Wir definieren daher ein rechtshändiges, orthogonales Koordinatensystem r, z wobei die z-Achse, der Schwerkraft entgegengesetzt, vertikal nach oben zeigt. Die Summe aus Druckhöhe und geodätischer Höhe wird als Standrohrspiegelhöhe bezeichnet:

$$h = \frac{p}{\rho_w \cdot g} + z \quad (14)$$

Wählt man die Hauptachsen des laut Voraussetzung 1. ortsunabhängigen Durchlässigkeitstensors so, daß sie mit dem definierten Koordinatensystem r, z identisch sind, so erhält man das Darcysche Gesetz in folgender, allgemeiner Form:

$$\begin{bmatrix} v_r \\ v_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_v \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial r} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Gleichung (15) stellt als Bewegungsgesetz der Grundwasserhydraulik eine theoretische Grundlagenformel dar.

Die Kontinuitätsbedingung lautet unter Berücksichtigung der Annahmen (Nr. 1. , 3. , 12.)

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} v_r + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

Setzt man die Bewegungsgleichung (15) in die Kontinuitätsbedingung (16) ein und berücksichtigt man, daß die Durchlässigkeiten k_h und k_v laut Voraussetzung 1. unabhängig von r bzw. z sind, so lassen sich die Komponenten der Filtergeschwindigkeit eliminieren und man erhält mit

$$k_h \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot k_h \frac{\partial h}{\partial r} + k_v \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (17)$$

eine Differentialgleichung zweiter Ordnung zur Bestimmung der Standrohrspiegelhöhe. Setzt man isotropen Boden voraus, d. h. $k_h = k_v = k$, und definiert man das Geschwindigkeitspotential $\phi = -k \cdot h$, so erhält man aus Gleichung (17) die bekannte Laplacesche Differentialgleichung der Potentialtheorie (in Zylinderkoordinaten unter Ausnutzung der Radialsymmetrie):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (18)$$

Da die Zeit t in den Gleichungen (17) und (18) nicht explizit erscheint, gelten diese Gleichungen sowohl für stationäre als auch für instationäre Grundwasserströmungen.

Wie von der Potentialtheorie bewiesen, ist die Verteilung des Potentials innerhalb eines Feldes nur dann eindeutig bestimmbar, wenn auf allen Rändern entweder das Potential oder die partielle Ableitung des Potentials in Normalenrichtung gegeben sind. Dies gilt auch für anisotrope Grundwasserleiter, bei denen sich die Komponenten der Filtergeschwindigkeit nicht unmittelbar aus einem Potential ableiten lassen. Um also im allgemeinen Fall die Verteilung der Standrohrspiegelhöhe zu einer bestimmten Zeit ermitteln zu können, ist die Kenntnis der Verteilung der Standrohrspiegelhöhe an dem freien Rand und damit die Kenntnis der Lage der freien Oberfläche zu dieser Zeit erforderlich. Die Zeit t hat somit in den Gleichungen (17) und (18) ausschließlich die Funktion eines Parameters. Diese Tatsache ermöglicht die Behandlung instationärer Grundwasserströmungen als eine Folge von stationären Zwischenzuständen, wobei die Zeit t das hydraulische System nur über die Lage des freien Randes beeinflusst.

3.3.2 Randbedingungen

1. Benetzter Teil der Brunnenwandung (Linie AB in Bild 2)

Bei Annahme hydrostatischer Druckverteilung ist die Linie AB zu jeder

Zeit eine Potentiaallinie. Die Größe des Potentials wird bestimmt von dem zeitabhängigen Wasserstand im Brunnen. Die Standrohrspiegelhöhe ergibt sich zu

$$h(r_0, z, t) = z_0(t) \quad \text{mit } 0 \leq z \leq z_0 \quad (19)$$

wenn man den Luftdruck, wie üblich, zu Null setzt.

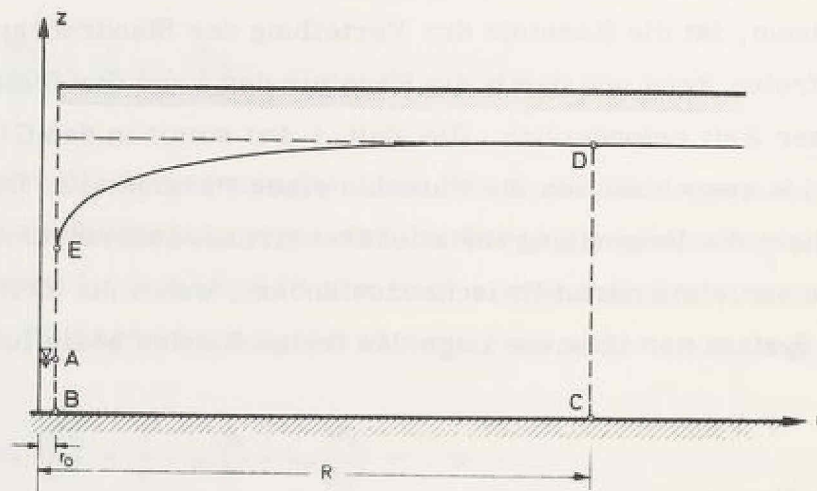
2. Undurchlässige Sohle des Grundwasserleiters (Linie BC in Bild 2)

Das Wasser kann nur parallel zur Linie BC strömen und nicht durch diese Berandung hindurch. Der Vektor der Filtergeschwindigkeit in Normalenrichtung wird daher Null (hier wegen Annahme 4. und der Definition des Koordinatensystems ist die Normalenrichtung gleich der z-Richtung), d. h.

$$v_z = 0$$

und damit

$$\frac{\partial h(r, 0, t)}{\partial z} = 0 \quad \text{mit } r_0 \leq r \leq \infty \quad (20)$$



\overline{AB}	Potentiaallinie	\overline{DE}	Freie Oberfläche
\overline{BC}	Stromlinie	\overline{EA}	Sickerfläche
\overline{CD}	Potentiaallinie		

Bild 2: Randbedingungen

3. Vertikale Begrenzung des Grundwasserleiters (Linie CD in Bild 2)

In der Entfernung R, die theoretisch unendlich groß ist, erreicht die freie Oberfläche den ungestörten Grundwasserstand. Die gedachte Linie CD wird somit zur Potentiallinie, es gilt

$$h(\omega, z, t) = H \quad (21)$$

4. Freie Oberfläche des Grundwasserleiters (Linie DE in Bild 2)

An der freien Oberfläche wirkt gemäß Annahme 9. der zu Null angenommene Luftdruck. Es gilt somit auf der gesamten Linie DE und zu jedem Zeitpunkt

$$h(r, z, t) = z \quad (22)$$

oder

$$h(r, z, t) - z = 0 \quad (23)$$

Da die freie Oberfläche eine Grenzfläche zwischen flüssiger und gasförmiger Phase ist und da gemäß dem Lagrangeschen Theorem für Grenzflächen die Grenzfläche einer Flüssigkeit stets aus denselben Flüssigkeitsteilchen gebildet wird, lautet ihre kinematische Bedingung:

$$\frac{D}{Dt} (h(r, z, t) - z) = 0 \quad (24)$$

Das Differential D/Dt stellt die substantielle Ableitung dar; die Differentiation folgt der Bewegung der Teilchen an der freien Oberfläche. Mit

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{v_r}{n_s} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v_z}{n_s} \cdot \frac{\partial}{\partial z}$$

folgt aus Gleichung (24):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{v_r}{n_s} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{v_z}{n_s} \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = 0 \quad (25)$$

wobei $\frac{v_r}{n_s}$ und $\frac{v_z}{n_s}$ die Komponenten der wahren Fließgeschwindigkeit der Teilchen an der freien Oberfläche darstellen. Eliminiert man v_r und v_z mit Hilfe von Gleichung (15), so erhält man die Randbedingung der freien Oberfläche:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k_v}{n_s} \left\{ \frac{k_h}{k_v} \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial h}{\partial z} \right\} \quad (26)$$

Gleichung (26) stellt die bekannte, nicht-lineare Differentialgleichung dar, die die Verschiebungsgeschwindigkeit der freien Oberfläche in Funktion der Zeit beschreibt.

Da Gleichung (22) entlang der gesamten Oberfläche gilt, müssen auch die Änderungen der beiden Funktionen längs der freien Oberfläche gleich sein. Es gilt:

$$\frac{\partial h}{\partial s} \stackrel{!}{=} \frac{\partial z}{\partial s} \quad (27)$$

Durch die Umformung

$$\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\partial h}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial s} \stackrel{!}{=} \frac{\partial z}{\partial s} \quad (28)$$

und Multiplikation der Gleichung (28) mit $\frac{\partial s}{\partial t}$ erhält man

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial t} \left(1 - \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (29)$$

Gleichung (29) in Gleichung (26) eingesetzt, ergibt mit

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{k_v}{n_s} \frac{1}{1 - \frac{\partial h}{\partial z}} \left\{ \frac{k_h}{k_v} \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial h}{\partial z} \right\} \quad (30)$$

eine nicht-lineare Differentialgleichung, die unmittelbar die Veränderung der z-Koordinate der freien Oberfläche über die Zeit angibt. Die partiellen Ableitungen der Standrohrspiegelhöhe auf der rechten Seite der Gleichung (30) sind entlang der freien Oberfläche zu bilden.

5. Sickerfläche am Brunnenrand (Linie EA in Bild 2)

In der Sickerfläche herrscht, ebenso wie entlang der freien Oberfläche, der zu Null angenommene Luftdruck. Es gilt somit:

$$h(r_0, z, t) = z \quad \text{mit } z_0 \leq z \leq z_Q \quad (31)$$

3.3.3 Formulierung des mathematischen Modells

Das in Bild 1 dargestellte hydraulische System der Strömung zu einem Brunnen wird, unter Berücksichtigung der in Kapitel 3.1 getroffenen Annahmen, durch ein Gleichungssystem beschrieben, welches hier als "mathematisches Modell" bezeichnet wird. Die Differentialgleichungen und die Randbedingungen sind in den vorausgegangenen Kapiteln 3.3.1 und 3.3.2 hergeleitet worden.

Da die Lösung zur Reduzierung der Zahl der unabhängigen Variablen mit dimensionslosen Größen durchgeführt wird, soll die Gleichungsgruppe mit dimensionslosen Parametern nochmals angeschrieben werden. Ergänzend zu Gleichung (12) werden folgende dimensionslose Größen definiert:

$$h^* = \frac{h}{H}, \quad k_v^* = \frac{k_v}{k_v} = 1, \quad \frac{\partial z^*}{\partial t^*} = \frac{n_s}{k_v} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} \quad (32)$$

Das mathematische Modell lautet in dimensionsloser Schreibweise:

$$k_h^* \left(\frac{\partial^2 h^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial h^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 h^*}{\partial z^{*2}} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial z^*}{\partial t^*} = \frac{1}{1 - \frac{\partial h^*}{\partial z^*}} \left[k_h^* \left(\frac{\partial h^*}{\partial r^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial h^*}{\partial z^*} \right)^2 - \frac{\partial h^*}{\partial z^*} \right] \quad (34)$$

$$h^*(r_0^*, z^*, t^*) = z_0^*(t^*) \quad \text{gültig für } 0 \leq z^* \leq z_0^* \quad (35)$$

$$h^*(r_0^*, z^*, t^*) = z^* \quad \text{gültig für } z_0^* \leq z^* \leq z_Q^* \quad (36)$$

$$\frac{\partial h^*(r^*, 0, t^*)}{\partial z^*} = 0 \quad \text{gültig für } r_0^* \leq r^* \leq \infty \quad (37)$$

$$h^*(\infty, z^*, t^*) = 1 \quad (38)$$

$$h^*(r^*, z^*, 0) = 1 \quad (39)$$

Gleichung (39) wurde neu hinzugefügt und stellt eine Anfangsbedingung zur Lösung von Gleichung (34) dar. Die Gleichungen (33) bis (39) sind, bis auf die in Kapitel 3.1 genannten Annahmen, frei von Näherungen, so daß die bisher vielfach auftretende Beschränkung der Lösung entfällt. Eine geschlossene, theoretische Lösung der Gleichungsgruppe existiert bisher nicht.

3.4 Übergang der freien Oberfläche zur Sickerfläche

Dieser Übergang ist im Fall der stationären Strömung schon von Nahgang (1954) näher untersucht worden. Nahgang beweist, daß eine Sickerfläche in jedem Fall einer Absenkung des Brunnenwasserspiegels existiert und daß die freie Oberfläche, die bei stationärer Strömung eine Stromlinie darstellt, tangential in die Sickerfläche einmündet. Es war daher zunächst zu prüfen, ob die von Nahgang für den stationären Fall bewiesenen Behauptungen auch für die instationäre Strömung zutreffen.

Dracos (1962) hat für den ebenen, instationären Fall die Existenz der Sickerfläche bewiesen und gezeigt, daß auch im instationären Fall die freie Oberfläche zu jeder Zeit tangential in die Sickerfläche einmündet. Der Vektor der Filtergeschwindigkeit in dem Schnittpunkt von freier Oberfläche und Sickerfläche, von nun "Hangquelle" genannt, ist demnach zu jeder Zeit parallel zur Tangente an die freie Oberfläche in diesem Punkt und somit parallel zur Sickerfläche gerichtet und besitzt die Größe $v = -k \cdot \sin \beta$. Die maximale Verschiebungsgeschwindigkeit der Hangquelle beträgt daher

$$- \frac{k}{n_s} \cdot \sin \beta.$$

Die Hangquelle stellt sowohl einen Bestandteil der freien Oberfläche als auch der Sickerfläche dar. Die Randbedingung der Sickerfläche (siehe Kapitel 3.3.2, Punkt 5.) gilt somit auch für die Hangquelle. Demnach wird

in der Hangquelle bei vertikaler Sickerfläche $\frac{\partial h}{\partial z} = 1$ und $\frac{\partial h}{\partial r} = 0$. Die Verschiebungsgeschwindigkeit dieses Punktes ist wegen der dann eintretenden Division $\frac{0}{0}$ mit der Randbedingung der freien Oberfläche, der nicht-linearen Differentialgleichung (30), nicht mehr zu ermitteln. Das Absinken der Hangquelle bewirkt also lediglich eine Störung des Gleichgewichts und nur die zeitabhängige Verschiebungsgeschwindigkeit entlang der freien Oberfläche infolge dieser Störung wird durch die Bewegungsgleichung beschrieben.

Der anisotrope Grundwasserleiter ist durch eine Verzerrung des Koordinatensystems in einen isotropen Grundwasserleiter transformierbar. Daher mündet die freie Oberfläche auch bei Anisotropie des Grundwasserleiters tangential in die Sickerfläche ein.

Die von Dracos für den ebenen Fall bewiesenen Zusammenhänge sind wegen des kontinuierlich erfolgenden Grenzübergangs von ebener zu radialer Strömung auch im vorliegenden radialsymmetrischen Fall zutreffend.

4. Problemlösung mit Hilfe der Finite-Element Methode (FEM)

4.1 Die Grundlagen der FEM und ihre Anwendung auf die Grundwasserströmung

4.1.1 Theoretische Grundlage

Die Laplacesche Differentialgleichung Gleichung (33) zu lösen ist mathematisch gleichbedeutend damit, eine Funktion h^* zu finden, die das folgende Integral

$$J = \frac{1}{2} \iint_B \left\{ k_h^* \cdot r^* \left(\frac{\partial h^*}{\partial r^*} \right)^2 + k_v^* \cdot r^* \left(\frac{\partial h^*}{\partial z^*} \right)^2 \right\} dr^* dz^* \quad (40)$$

zu einem Minimum macht. Der Integrationsbereich erstreckt sich hierbei über das gesamte durchströmte Gebiet.

Die Äquivalenz der Problemstellung läßt sich mit Hilfe der Prinzipien der Variationsrechnung beweisen. Es ist eine notwendige Bedingung für das Auftreten eines Extremwertes des Integrals J , daß die gesuchte Funktion $h^*(r^*, z^*)_{t^* = t_1^*}$ der sogenannten Eulerschen Differentialgleichung genügen muß. Die Laplacesche Differentialgleichung (33) ist aber mit der Eulerschen Differentialgleichung des Variationsproblems Gleichung (40) identisch. Bei Anwendung der Finite-Element Methode zur Lösung des Variationsproblems Gleichung (40) wird der durchströmte Bereich in willkürlich gewählte und willkürlich geformte, endlich kleine Elemente eingeteilt.

Wenn die unbekanntenen Werte der gesuchten Funktion h^* in den Knotenpunkten den Verlauf der Funktion innerhalb des eingeschlossenen Gebietes eindeutig beschreiben, erhält man durch Differentiation des Integrals J nach den h^* -Werten in den Knotenpunkten und durch das zu Null setzen ein Gleichungssystem, das, nach Einarbeitung der Randbedingungen, nach den unbekanntenen Werten der Funktion h^* in den Knoten aufgelöst werden kann. Bezüglich der Aufstellung und Lösung des Gleichungssystems wird auf die Literatur (z. B. Zienkiewicz (1967), (1971)) verwiesen.

4.1.2 Zur Wahl des Elementtyps

Die zunächst einfachste geometrische Form der endlich kleinen Elemente stellt im ebenen Fall das Dreieck dar. Das Dreieckselement mit einem linearen Ansatz der Standrohrspiegelhöhe

$$h^* = A + B \cdot x^* + C \cdot y^* \quad (41)$$

innerhalb des Elementes und somit konstanter Geschwindigkeitsverteilung im Element bietet den Vorteil einer guten Konvergenz der Potentialfunktion bei relativ geringem Berechnungsaufwand, besitzt aber den Nachteil einer relativ schlechten Näherung für die Geschwindigkeitsverteilung (siehe Meißner (1973)). Die zu entwickelnden Programme werden aber bei Verwendung von Dreieckselementen mit linearem Ansatz der Standrohrspiegelhöhe relativ einfach und leicht überschaubar, so daß zunächst nur diese Elemente verwendet werden sollen.

Bedingt durch das radialsymmetrische Strömungssystem werden aus den ebenen Dreiecks-Elementen räumliche Torus-Elemente mit dreieckförmigem Meridianschnitt. Der Ansatz für die Standrohrspiegelhöhe lautet analog Gleichung (41)

$$h^* = A + B \cdot r^* + C \cdot z^* \quad (42)$$

Zienkiewicz, Mayer und Cheung (1966) ziehen zur Lösung Dreieckselemente mit drei Knoten und linearem Ansatz für die Standrohrspiegelhöhe heran, während Neuman und Witherspoon (1971) und Desai (1972) isoparametrische Elemente mit vier Knoten verwenden.

Meißner (1973) entwickelte für Dreieckselemente mit drei und sechs Knoten gemischte Ansatzfunktionen, die neben der Standrohrspiegelhöhe auch die Filtergeschwindigkeit oder auch die Stromfunktion enthalten.

4.1.3 Zur Lösung von Problemen ohne freie Oberfläche

Bei Strömungsproblemen ohne freie Oberfläche sind die geometrische Form der Ränder, ihre Lage und die geltenden Randbedingungen bekannt. Das Gleichungssystem ist also hinsichtlich der unbekanntenen Werte der Standrohrspiegelhöhe in den Knoten lösbar. Alle anderen interessierenden Größen, Druckverteilung, Geschwindigkeitsverteilung und Wassermenge, lassen sich aus der Potentialverteilung ableiten.

4.1.4 Zur Lösung von Problemen mit freier Oberfläche

Die Lage der freien Oberfläche ist zu Beginn der Rechnung noch unbekannt, ihre Ermittlung also Bestandteil der Rechnung selbst.

Bei stationärer Strömung ist die freie Oberfläche eine Randstromlinie. Man wählt eine sinnvolle Lage der Randstromlinie, löst das Gleichungssystem und prüft, ob die Bedingung der freien Oberfläche

$$h(r, z, t) = z \quad (22)$$

in allen Knotenpunkten der freien Oberfläche eingehalten ist. Bei Abweichungen ist das Netz entsprechend zu korrigieren und das System ist neu zu rechnen. Die Autoren (z. B. Finn (1967) , Withum (1967)) unterscheiden sich allein in der Durchführung der Korrektur.

Es ist weiterhin möglich, das stationäre Problem wie ein instationäres Problem zu behandeln. Die Rechnung wird zunächst mit einer für den stationären Zustand geschätzten Oberfläche begonnen. Ergibt sich eine mit Hilfe der Bewegungsgleichung (34) zu ermittelnde Verschiebungsgeschwindigkeit in den Knoten der freien Oberfläche, so wird das Netz analog der Vorgehensweise bei instationärer Strömung verformt. Dieses Verfahren wird solange wiederholt, bis die Verschiebungsgeschwindigkeit der Randknoten hinreichend klein ist.

Bei instationärer Strömung wird die Verschiebungsgeschwindigkeit der freien Oberfläche von der nicht-linearen Differentialgleichung (34) beschrieben. Die eigentliche Problematik besteht also in der Integration der Bewegungsgleichung, wobei die Geschwindigkeit in den betrachteten Knotenpunkten an der freien Oberfläche bekannt sein muß.

Der zeitliche Verlauf der instationären Strömung wird, aufbauend auf dem Grundgedanken von Heinrich und Desoyer (1955), durch schrittweise Berechnung mit endlichen Zeitintervallen approximiert:

Das durch eine Anfangsbedingung gegebene hydraulische System wird zum Zeitpunkt $t^* = 0$ durch eine plötzliche Veränderung der Randbedingungen im Gleichgewicht gestört. In diesem Zustand ermittelt man, z. B. mit Hilfe der Finite-Element Methode, die Potentialverteilung und daraus die Geschwindigkeiten in allen auf der freien Oberfläche liegenden Knotenpunkten.

Bei dieser Betrachtungsweise werden die während der Anlaufzeit auftretenden Beschleunigungen vernachlässigt. Dracos (1962) hat bewiesen, daß die Phase nicht vernachlässigbarer Beschleunigungen äußerst kurz ist, so daß die Anlaufzeit im Vergleich mit der Dauer des Strömungsvorgangs vernachlässigt werden kann. Es ist daher berechtigt, zur Zeit $t^* = 0$ bereits die

Geschwindigkeitsverteilung der quasistationären Strömung in die Rechnung einzuführen.

Aus der Bewegungsgleichung (34) erhält man die Verschiebungsgeschwindigkeiten der Oberflächenpunkte und damit ihre neue Lage am Ende eines beliebig gewählten Zeitintervalls. Das Verfahren wird anschließend wiederholt, wobei das bekannte hydraulische System als Ausgangszustand für ein neues Zeitintervall aufgefaßt wird.

4.1.5 Zur Verformung des Elementnetzes

Bei der instationären Strömung wird der durchströmte Bereich, über den das Integral in Gleichung (40) zu erstrecken ist, aufgrund der Bewegung der freien Oberfläche ständig verändert. Das Elementnetz muß daher in irgendeiner Form auf diese Veränderungen Rücksicht nehmen. In allen neueren Veröffentlichungen (Ehlers (1971), Neumar und Witherspoon (1971), Desai (1972)) wird das Elementnetz so verformt, daß die Randknoten stets auf dem Rand bleiben. Die Knoten der freien Oberfläche werden zunächst um das aus der Bewegungsgleichung ermittelte Maß verschoben, dann werden die übrigen Knoten den veränderten geometrischen Randbedingungen angepaßt. Die genannten Verfasser haben hierzu unterschiedliche Verfahren entwickelt. Da das Verfahren von Ehlers (1971) für das eigene Programm verwendet wurde, soll es hier in seinem Prinzip erläutert werden:

Das durchströmte Gebiet wird als elastisches Kontinuum betrachtet und seine Verformung wird nach den Gesetzen der Elastizitätstheorie ermittelt. Um für jeden Knoten analog zur Grundwasserströmung nur einen Freiwert zu bekommen, werden die Netzpunkte in ihrem Grundriß festgehalten und nur in vertikaler Richtung verschoben. Mit Hilfe der FEM werden nun, unter Berücksichtigung der Randverschiebungen, die Vertikalverschiebung der übrigen Knoten und somit die neuen Koordinaten der Knotenpunkte ermittelt. Da nur Randverschiebungen vorgegeben werden und keine äußeren Kräfte, und da das Kontinuum hinsichtlich seiner elastischen Eigenschaften

als homogen vorausgesetzt wird, ist die absolute Größe der elastischen Parameter belanglos. Sie können daher mit den Durchlässigkeiten des Grundwasserleiters zahlenmäßig gleichgesetzt werden. Bei der Ermittlung der Netzverformung kann somit die gleiche Koeffizientenmatrix verwendet werden, wie sie bei der Ermittlung der Standrohrspiegelhöhe aufgebaut wurde.

Dieses Verfahren ist leicht in den Programmablauf integrierbar; es hat aber den erheblichen Nachteil, daß der sehr rechenzeitintensive Algorithmus zur Auflösung des Gleichungssystems nochmals durchlaufen werden muß und man die nur geringen Verformungen unterliegenden Teile des Kontinuums nicht aus dem Lösungsalgorithmus ausblenden kann.

4.1.6 Zur Integration der Bewegungsgleichung

Die Integrationsverfahren unterscheiden sich darin, für wie lange und in welchem Umfang sie die nur zu Beginn des Zeitintervalls gültigen Geschwindigkeiten in den Knoten der freien Oberfläche als maßgebend erachten.

Ehlers (1971) hat sich mit drei möglichen Integrationsmethoden befaßt und die Verfahren hinsichtlich ihrer Genauigkeit und ihres Rechenzeitbedarfs miteinander verglichen. Die Integration nach Runge-Kutta war hierbei hinsichtlich der Genauigkeit den Verfahren nach Euler-Chauchy und nach der Trapezregel überlegen, benötigte aber auch den größten Rechenaufwand. Die Anwendbarkeit der Integrationsmethoden für gewöhnliche Differentialgleichungen auf die im Ursprung partielle Differentialgleichung ist auf eine Diskretisierung der Bewegungsgleichung zurückzuführen.

Der Grundwasserleiter wird bei Anwendung der FEM in endlich kleine Elemente zerlegt und der gesuchte Wert der Lösungsfunktion $h^*(r^*, z^*, t^*)$ wird nur in diskreten Punkten, den Knotenpunkten des Netzes, erhalten. Die Lösung der Bewegungsgleichung der freien Oberfläche wird daher ebenfalls nur für die auf der freien Oberfläche liegenden Netzpunkte gesucht, deren Grundrißkoordinaten r_i^* sich, gemäß Vereinbarung, während der

Verschiebungen nicht ändern. Betrachtet man nun einen Punkt i der freien Oberfläche, so gibt die Bewegungsgleichung die Abhängigkeit der Verschiebungsgeschwindigkeit dieses Knotens von der Zeit an

$$\frac{dz_i^*}{dt^*} = f(z_i^*, t^*), \quad (43)$$

die Variable r_i^* entfällt. Die partielle Differentialgleichung (34) zerfällt somit in ein entkoppeltes System von gewöhnlichen Differentialgleichungen mit nur einer unabhängigen Variablen z_i^* . Die Funktion $f(z_i^*, t^*)$ ist nicht analytisch gegeben; es können jedoch einzelne Funktionswerte zu bestimmten Zeitpunkten in den Knoten der freien Oberfläche aus der zugehörigen Potentialverteilung ermittelt werden. Die Verschiebungen ergeben sich dann durch Multiplikation des maßgebenden Funktionswertes mit der gewählten Länge des Zeitintervalls Δt^* .

Das Verfahren von Runge-Kutta ist in der einschlägigen mathematischen Literatur, z. B. Zurmühl (1965), und in seiner Anwendung auf die Integration der Bewegungsgleichung der freien Oberfläche bei Ehlers (1971) beschrieben und wird daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit nur kurz erläutert. Das Prinzip der Methode (siehe auch Bild 3) besteht darin, aus vier, nach Vorschrift der Differentialgleichung $\frac{dz_i^*}{dt^*} = f(z_i^*, t^*)$, vorläufig ermittelten Steigungswerten der Lösungskurve einen Mittelwert $\left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_M$ derart zu bilden, daß der damit errechnete endgültige Näherungswert $z_i^*(t_0^* + \Delta t^*) = z_i^*(t_0^*) + \left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_M \cdot \Delta t^*$ mit der wahren Lösung $z_i^*(t_0^* + \Delta t^*)$ bei Taylor-Entwicklung vom Anfangswert t_0^* aus in möglichst vielen t^* -Potenzen übereinstimmt. Dieser Mittelwert lautet:

$$\left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_M = \frac{1}{6} \left[\left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_I + 2 \cdot \left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_{II} + 2 \cdot \left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_{III} + \left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_{IV} \right] \quad (44)$$

und damit das endgültige Ergebnis

$$\left. \begin{aligned} t^* &= t_0^* + \Delta t^* \\ z_i^*(t^*) &= z_i^*(t_0^*) + \left(\frac{dz_i^*}{dt^*}\right)_M \cdot \Delta t^* \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

das als Ausgangszustand der nächsten analogen Schrittrechnung dient.

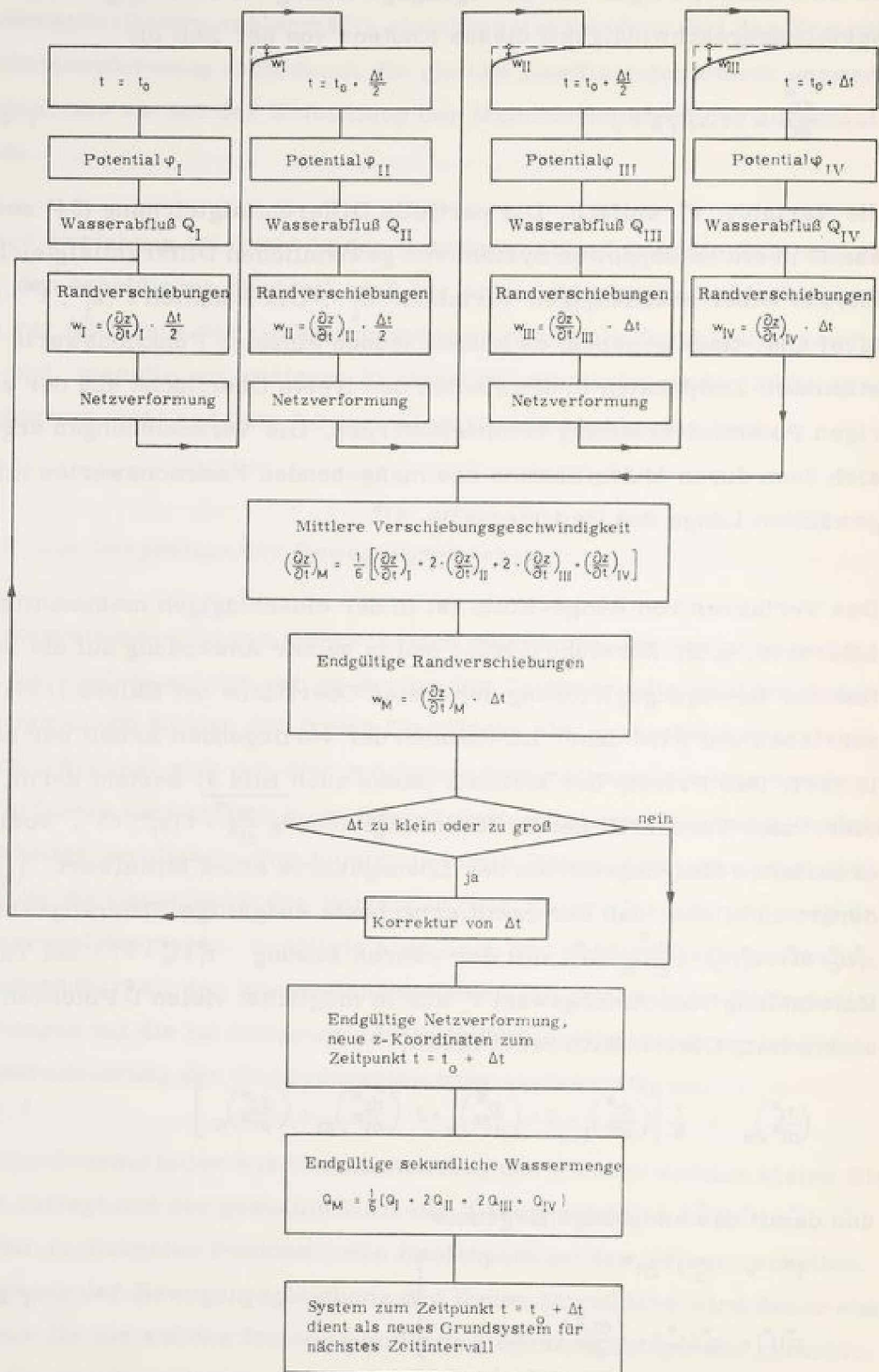


Bild 3: Integration nach Runge-Kutta

Das Verfahren schließt den Taylor-Abgleich bis zum Glied t^{*4} einschließlich ein, der Fehler ist also von der Ordnung t^{*5} . Das bedeutet, daß der Fehler bei Schrittverkleinerung sehr rasch mit t^{*5} abnimmt, bei Schrittvergrößerung aber auch entsprechend stark zunimmt. Der Schrittbesetzung kommt also bei dieser numerischen Integration eine entscheidende Bedeutung zu. Zur Abschätzung der Rechengenauigkeit wird daher die "Schrittkennzahl κ " eingeführt (siehe Zurmühl (1965), S. 423)

$$\kappa = 2 \left| \frac{\left(\frac{dz^*}{dt^*}\right)_{III} - \left(\frac{dz^*}{dt^*}\right)_{II}}{\left(\frac{dz^*}{dt^*}\right)_{II} - \left(\frac{dz^*}{dt^*}\right)_{I}} \right| \quad (46)$$

die für mittlere Genauigkeitsansprüche nach Zurmühl (1965) im Bereich $0,1 \leq \kappa \leq 0,2$ liegen soll. Die Größe der Schrittkennzahl dient als Kriterium zur Beurteilung, ob die Länge des betreffenden Zeitintervalls zu klein oder zu groß gewählt wurde.

4.2 Programmbeschreibung

4.2.1 Anwendungsbereich und Kopplungsmöglichkeiten

Das in FORTRAN IV geschriebene Rechenprogramm FLOWA - bestehend aus dem Hauptprogramm und ca. 25 Unterprogrammen - gestattet die Analyse von ebenen und radialsymmetrischen, stationären und instationären Grundwasserströmungsproblemen mit und ohne freie Oberfläche. Die geometrische Form des Grundwasserleiters und seine Randbedingungen unterliegen hierbei keiner Beschränkung. Die Durchlässigkeit des Grundwasserleiters und das Durchlässigkeitsverhältnis k_h/k_v müssen nur elementweise konstant sein, während die Hauptachsen der Durchlässigkeitstensoren im gesamten System mit den Koordinatenachsen übereinstimmen müssen.

Als Fließgesetz ist momentan allein das lineare Fließgesetz nach Darcy implementiert. Die Integration der Bewegungsgleichung der freien Oberfläche erfolgt nach dem Verfahren von Runge-Kutta, die Auflösung der positiv definiten, symmetrischen Bandmatrix nach dem Verfahren von Cholesky.

Zur Zeit stehen zwei Elementtypen zur Verfügung, das Dreieckselement für ebene und das Torus-Element mit dreieckförmigem Meridianschnitt für radialsymmetrische Probleme bei linearem Ansatz für die Standrohrspiegelhöhe. Der Einbau weiterer Elementtypen ist jedoch aufgrund der Programmgliederung ohne weiteres möglich.

Bei der Bearbeitung konkreter Problemstellungen wird die im Bild 4 schematisch dargestellte und nachstehend erläuterte Folge von Operatoren durchlaufen.

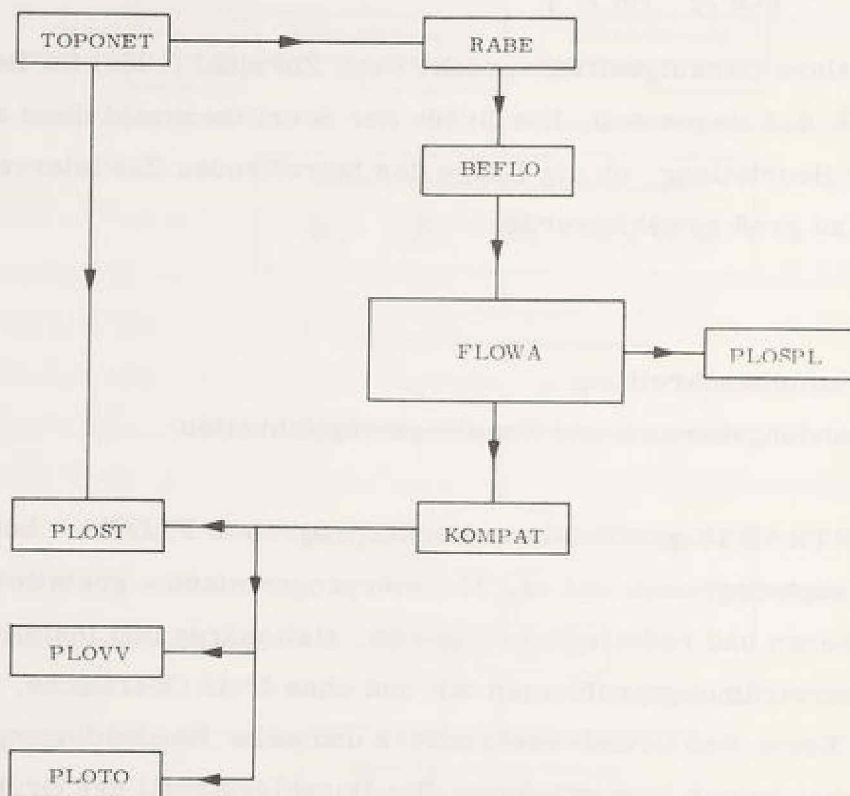


Bild 4: Kopplungsmöglichkeiten von FLOWA

Die Generierung der Netzdaten - Element-Knoten- Zuordnung und Koordinaten der Knotenpunkte - erfolgt mit dem von Führung (1973) entwickelten Programm TOPONET. Das Programm nimmt nach der Entwicklung der Netztopologie eine Ummumerierung der Knoten dergestalt vor, daß eine optimale Bandbreite der Koeffizientenmatrix entsteht. Die Randbedingungen des hydraulischen Systems zur Ermittlung von Potential und Stromfunktion und zur

Ermittlung der Verformungen werden von dem Operator RABE, die für in-stationäre Probleme häufig benötigte Knoten-Element- Zuordnung von dem Operator BEFLO aufgestellt. TOPONET, RABE und BEFLO können zwar im Abschnittsmodus gestartet werden, sie sind aber speziell für den Dialogbetrieb geschrieben; dadurch kann der sich im ständigen Kontakt mit dem Rechner befindende Benutzer die gesamten Eingabedaten in relativ kurzer Zeit erstellen. Aufgrund der weitgehend automatisierten Erzeugung der Eingabedaten sind diese frei von zufälligen Übertragungsfehlern und die Fehlerdiagnose innerhalb der Programme schaltet logische Fehler bei den wenigen, vom Benutzer erstellten Eingabedaten mit hoher Wahrscheinlichkeit aus. Der ansonsten zeitraubende Datentest kann daher entfallen. Sobald die Eingabedaten erstellt sind, kann FLOWA gestartet werden. Die zur Problemkennung und zum Ablauf erforderlichen Steuerparameter werden im Gesprächsmodus von FLOWA an der Konsole erfragt und im Abschnittsmodus von der Datendatei eingelesen. Die Ergebnisse werden in langfristigen Dateien abgelegt und stehen dort zur weiteren Bearbeitung zur Verfügung.

Bei der bei FE-Programmen üblichen Datenfülle ist eine sinnvolle Auswertung nur mit entsprechenden Zeichenprogrammen möglich. Czaplá (1975) hat als Bestandteile des Systems zur graphischen Datenverarbeitung PLOSYS die Operatoren zum Zeichnen der Struktur PLOST, zum Zeichnen der Geschwindigkeitsvektoren PLOVV und zur Ermittlung und zeichnerischen Darstellung der Potentiallinien PLOTÖ entwickelt. Die für diese Programme erforderlichen Eingabedaten werden von KOMPAT aus den von FLOWA erzeugten Daten aussortiert und anschließend entsprechend den Konventionen von PLOSYS auf Dateien geschrieben.

Der Operator PLOSPL dient zur vergleichenden Auftragung der freien Oberfläche, wodurch besonders der Einfluß der Zeit und der Variation der hydraulischen und geometrischen Parameter deutlich gemacht werden kann.

4.2.2 Programmablauf

Der Programmablauf von FLOWA ist schematisch in Bild 5 dargestellt und wird nachfolgend beschrieben.

Im Hauptprogramm werden zunächst die in den Unterprogrammen variablen Zahlenfelder dimensioniert; es folgen Angaben zur optimalen Ausnutzung der Speicherkapazität. Nach dem Einlesen der Strukturdaten, der Referenzliste, die Angaben zu den hydraulischen Eigenschaften der Elemente enthält, der Randbedingung (bei instationären Problemen zum Zeitpunkt $t = 0$) und der Steuerparameter wird das zum jeweiligen Problem gehörende Unterprogramm aufgerufen, das alsdann den weiteren Programmablauf steuert.

Bei Problemen ohne freie Oberfläche (confined flow), die auch bei umfangreicheren Systemen nur wenig Rechenzeit erfordern, ist eine Restart-Möglichkeit wenig sinnvoll und daher auch nicht implementiert. Das Programm beginnt sofort mit dem Aufstellen der Koeffizientenmatrix, arbeitet dann die das Problem näher beschreibenden Randbedingungen ein, wobei gleichzeitig auch die rechten Seiten des Gleichungssystems ermittelt werden, und löst das Gleichungssystem hinsichtlich der Knotenpotentiale auf. Falls auch die Werte der Stromfunktion in den Knoten interessieren, werden in die ursprünglich aufgebaute und zu diesem Zweck konservierte Koeffizientenmatrix die vorgegebenen Werte der Stromfunktion auf dem Rand eingearbeitet und das Gleichungssystem nochmals hinsichtlich der Stromfunktion in den Knoten gelöst.

Der Wasserzufluß kann anschließend mit dem Programm bestimmt werden. Gleichzeitig besteht durch die Ermittlung von ein- und ausströmender sekundlicher Wassermenge die Möglichkeit, das Programm hinsichtlich der Genauigkeit bei der Geschwindigkeitsermittlung zu kontrollieren. Wie schon in Kapitel 4.1.2 ausgeführt, besitzt der hier verwendete Elementtyp den Nachteil einer schlechten Näherung für die Geschwindigkeit, so daß die Überprüfung der ein- und ausströmenden sekundlichen Wassermenge - ent-

sprechend der Gleichgewichtskontrolle in der Statik bei Verwendung der Formänderungsgrößenmethode - als echte Kontrolle zweckmäßig ist. Die Genauigkeit kann durch eine Elementverdichtung in Bereichen großer Gradienten und durch die absolute Zahl der Elemente selbst beeinflusst werden.

Bei der Untersuchung des hydraulischen Grundbruchs oder bei der Frage der Erosionssicherheit ist die Kenntnis von Gradient oder Geschwindigkeit in bestimmten Bereichen erforderlich. Daher wird dem Benutzer über Steuerparameter die Möglichkeit gegeben, sich in beliebig ausgewählten und in beliebig vielen Elementen und/oder Knoten Gradient und/oder Geschwindigkeit nach Größe und Richtung zu ermitteln.

Bei Problemen mit freier Oberfläche (unconfined flow) ist, bedingt durch die Vielzahl der Iterationsschritte, eine Restart-Möglichkeit unbedingt erforderlich. Das problemspezifische Steuerprogramm entscheidet daher zunächst anhand der logischen Variablen RESTART, ob Restart-Version vorliegt und wenn ja, anhand der Variablen NIT, bei welchem Iterationsschritt wieder aufgesetzt werden soll. Wenn Restart-Version vorliegt, werden die im Hauptprogramm eingelesenen und bei instationären Problemen nur zum Zeitpunkt $t^* = 0$ gültigen Strukturdaten mit den aus dem letzten Iterationsschritt stammenden und auf Dateien gesicherten Daten überschrieben. Anhand dieser neuen Strukturdaten werden dann die Randbedingungen entsprechend korrigiert. Nach dieser nur bei Restart-Version erforderlichen Aufbereitung der Daten beginnt der Algorithmus zur Integration der Bewegungsgleichung nach Runge-Kutta. Das Gleichungssystem wird hier in jedem der vier Zwischenschritte zweimal gelöst, zunächst hinsichtlich der Potentiale in den Knoten, dann - nach der Ermittlung der Randverschiebungen an der freien Oberfläche - hinsichtlich der Vertikalverschiebungen der Knoten. Liegt die Genauigkeit der Integration in bestimmten, vorgegebenen Schranken, so braucht die Rechnung nicht mit korrigierter Intervalllänge wiederholt zu werden. Die Ergebnisse dieses Iterationsschrittes werden alsdann auf langfristigen Dateien gesichert und auf der Liste ausgedruckt. Wenn die vorgegebene Zeitschranke noch nicht erreicht ist, wird der momenta-

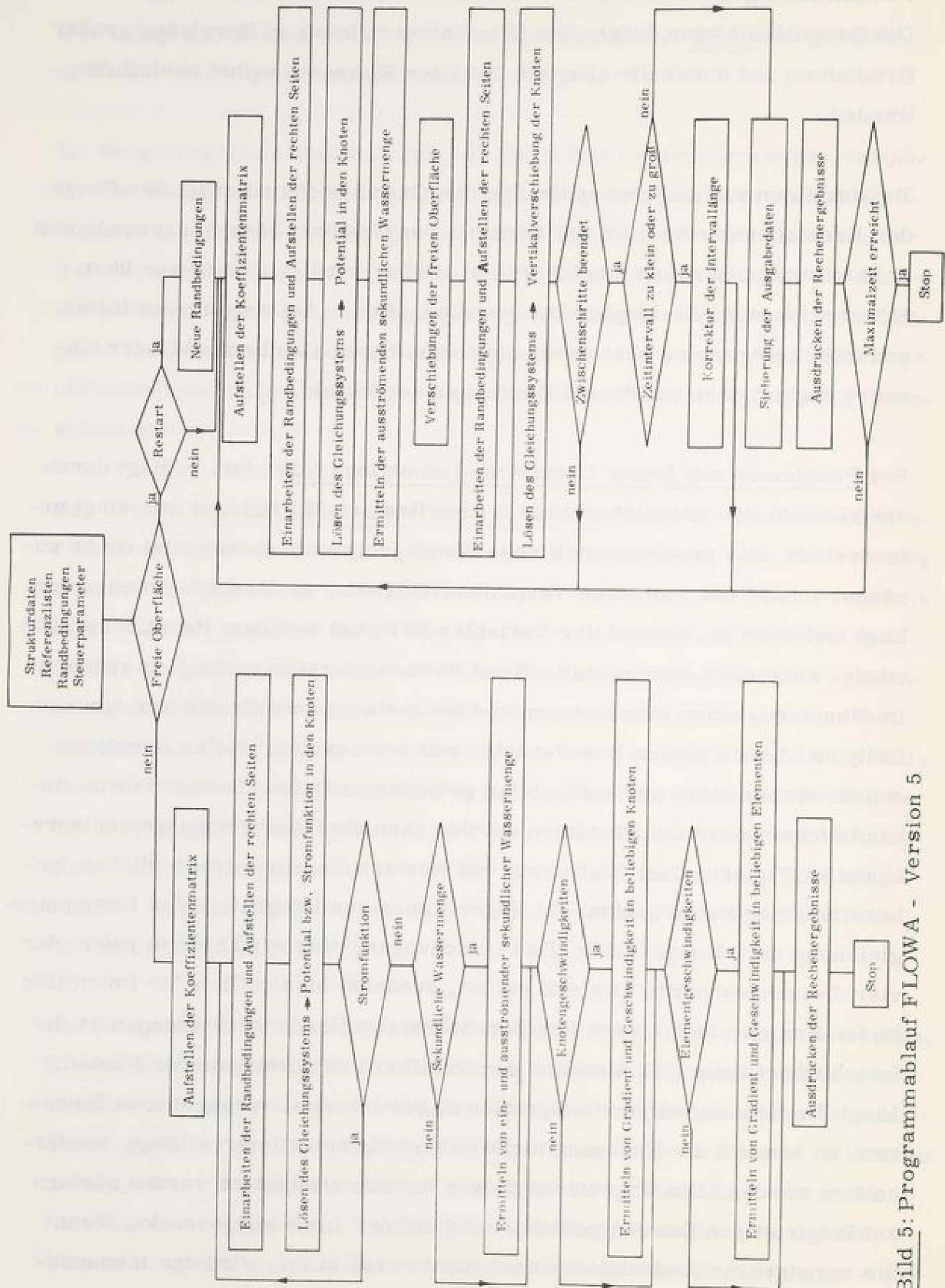


Bild 5: Programmablauf FLOWA - Version 5

ne Zustand als Ausgangszustand für das nächste Zeitintervall betrachtet und die Rechnung mit neuen Daten wiederholt. Somit erhält man die Lage der freien Oberfläche als Funktion der Zeit. Die Randbedingungen sind hierbei zwar während der Zwischenschritte konstant aber zwischen den Iterationsschritten beliebig veränderbar, so daß jede Betriebsweise - definierte, konstante, oder zeitabhängige Potentialdifferenz oder definierte sekundliche Förderwassermenge - simuliert werden kann.

Die für ein bestimmtes Zeitintervall maßgebende sekundlich ausströmende Wassermenge wird aus dem Mittelwert der sekundlich ausströmenden Wassermengen in jedem der vier Zwischenschritte bestimmt. Die Bildung des Mittelwertes für den Wasserabfluß erfolgt hierbei analog der Mittelung der Verschiebungsgeschwindigkeit. Auf den Vergleich von Zu- und Abfluß wird während der Routinerechnungen verzichtet, da dies bei instationären Problemen eine nicht unwesentliche Rechenarbeit erfordert. Die Eignung des Elementnetzes kann durch Voruntersuchungen, bei denen Zu- und Abfluß im zum Zeitpunkt $t^* = 0$ gültigen Netz verglichen werden, getestet werden. Es wird damit angenommen, daß in den Folgerechnungen die Differenz zwischen Zu- und Abfluß sich nur unwesentlich ändert und daß der Abfluß aus dem Grundwasserleiter die maßgebende sekundliche Wassermenge darstellt.

Sofern auch bei der instationären Grundwasserströmung Gradient und Geschwindigkeit in beliebig gewählten Knoten oder Elementen interessieren, können diese Informationen durch das Nachlauf-Programm KOMPAT (siehe Bild 4) aus den in jedem Iterationsschritt gesicherten Daten errechnet werden.

Um die Genauigkeit der Integration beurteilen zu können, wird die in Gleichung (46) definierte Schrittkennzahl κ ermittelt. Die Genauigkeit ist ausreichend, wenn eine noch zu wählende Schranke nicht überschritten wird. Um häufige Wiederholungsrechnungen zu vermeiden, werden in FLOWA die untere und obere Schranke gegenüber der Empfehlung von Zurmühl (siehe Kapitel 4.1.6) verschoben. Die Integration wird als ausreichend genau angesehen, wenn die Schrittkennzahl im Bereich $0,04 \leq \kappa \leq 0,25$ liegt.

Das Steuerprogramm reagiert auf Werte außerhalb dieses Bereiches wie folgt:

$$\text{falls } \kappa < 0,04 : \Delta t^* \leftarrow 2 \cdot \Delta t^*$$

$$\text{falls } 0,25 < \kappa < 0,50 : \Delta t^* \leftarrow 0,22 / \kappa \cdot \Delta t^*$$

$$\text{falls } \kappa \geq 0,50 : \Delta t^* \leftarrow 0,25 \cdot \Delta t^*$$

und Wiederholen des Rechengvorgangs (siehe Bild 3).

Die Schrittkenzahl wird außerdem zur automatischen Schrittsteuerung, d. h. zu einer vom Steuerprogramm selbst gewählten Länge des folgenden Zeitintervalls Δt^* , benutzt.

5. Die Strömung zu einem vollkommenen Brunnen bei konstanter, plötzlich eintretender und völliger Absenkung

5.1 Erfassung des horizontal unbegrenzten Grundwasserleiters

Grundwasserfassungsanlagen werden normalerweise in horizontal ausgedehnten Grundwasserleitern installiert. Um die durch eine willkürliche Begrenzung des durchströmten Gebietes möglicherweise auftretenden Randeinflüsse auszuschalten und um die realen Verhältnisse ohne übertriebenen Aufwand möglichst naturgetreu zu simulieren, wird folgende Vorgehensweise gewählt:

Der unendlich ausgedehnte Grundwasserleiter wird fiktiv in zwei Bereiche aufgeteilt (siehe Bild 6) und nur der dem Brunnen unmittelbar benachbarte Bereich mit $r_0 < r < R$ wird durch ein FE-Netzwerk repräsentiert. Die Verformungen innerhalb dieses Bereiches werden, wie in Kapitel 4.1.5 beschrieben, mit Hilfe der FEM ermittelt. In dem daran anschließenden äußeren Bereich mit $R \leq r \leq \infty$ wird die Näherungslösung von Theis (1935) als gültig angesehen; die Verformungen der freien Oberfläche ergeben sich dann unmittelbar durch Auswertung der von Theis angegebenen Gleichung (siehe Gl. (5)). Im Fall des Brunnens mit konstanter Absenkung

wird näherungsweise die im vorhergehenden Zwischenschritt ermittelte, sekundlich ausfließende Wassermenge mit der in die Theissche Lösung einzuführenden, konstanten Förderwassermenge gleichgesetzt. Diese Vorgehensweise erscheint in Anbetracht der geringen Verformungen berechtigt.

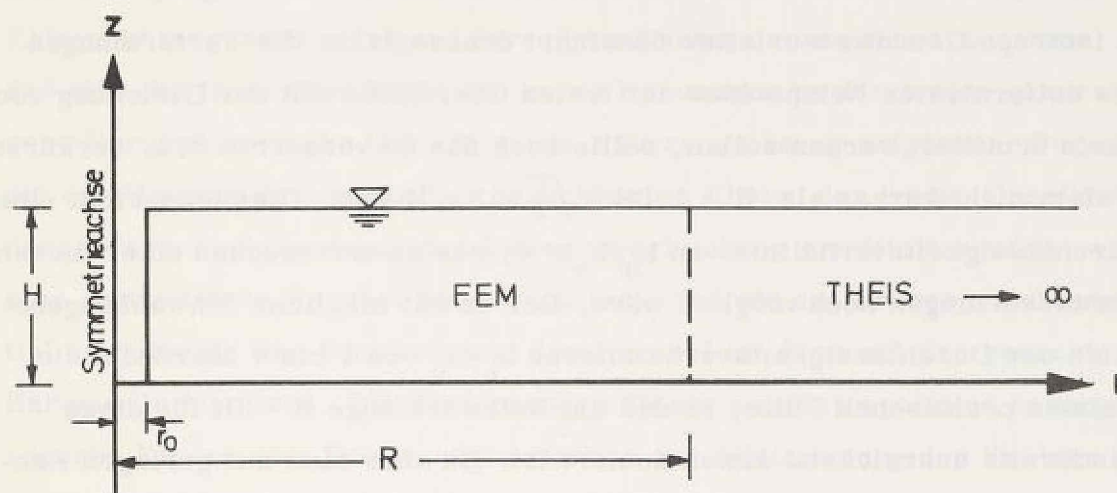


Bild 6 : Teilung des Grundwasserleiters in 2 Bereiche

Weiterhin wird angenommen, daß die Potentiallinien in der Entfernung $r = R$ bei geringer Neigung der freien Oberfläche vertikal verlaufen. Allen auf dem Vertikalschnitt $r = R$ liegenden Netzpunkten wird daher das Potential des Oberflächenpunktes als Randbedingung zugewiesen. Dadurch kann ein Potentialabbau auch außerhalb des von dem Netzwerk erfaßten Bereiches erfolgen, der Grundwasserleiter ist nicht auf den Bereich $r \leq R$ beschränkt.

Die Netzwerkabmessungen werden so gewählt, daß das Seitenverhältnis $(R - r_0) / H = 3$ ergibt. Die Reichweite des Netzwerkes beträgt somit $R = 3H + r_0$ oder $R \approx 3H$. In dieser Entfernung sind die Voraussetzungen, die der Theisschen Lösung zugrunde liegen (siehe Kapitel 2.2), zutreffend. Beschränkt man die Untersuchungen auf einen isotropen Grundwasserleiter, so könnte man in Anlehnung an die von Hantush (1964) angegebene Gül-

tigkeitsgrenze der Dupuit-Forchheimer Annahmen die Netzlänge auf $R = 1,5H$ verkürzen. Da aber auch bei anisotropen Grundwasserleitern, die man sich durch die Koordinatentransformation

$$\left. \begin{aligned} z' &= z \\ r' &= \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

in isotrope Grundwasserleiter überführt denken kann, die Verformungen des entferntesten Netzpunktes der freien Oberfläche mit der Gleichung von Theis ermittelt werden sollen, sollte auch das so verzerrte (i. a. verkürzte) System nicht kürzer als $R' = 1,5H = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot 3 \cdot H$ sein. Dies entspricht einem Durchlässigkeitsverhältnis von $k_h/k_v = 4$, das zu untersuchen unter diesen Voraussetzungen noch möglich wäre. Der so mit mögliche Schwankungsbereich des Durchlässigkeitsverhältnisses k_h/k_v von 1 bis 4 überdeckt die meisten praktischen Fälle, so daß die Netzwerklänge $R \cong 3H$ für diese Bandbreite ausreichend dimensioniert ist. Da aber eine mit geringen Fehlern behaftete Verformung des entferntesten Knotens keinen wesentlichen Einfluß auf das Verhalten des durchströmten Systems hat und da der durch eine Netzverlängerung erreichbare Genauigkeitszuwachs in keinem Verhältnis zum erforderlichen Rechenaufwand steht, wird mit dem $R \cong 3H$ langen Netzwerk auch ein Grundwasserleiter mit dem extremen Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 10$ untersucht. Das verzerrte System hat somit die Länge $R' = \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot 3H = 0,95H$, was außerhalb der Gültigkeitsgrenze der Dupuit-Forchheimer Annahmen liegt. Die bei den Genauigkeitsanforderungen $R \cong 1,5H$ erforderliche Netzlänge betrage $R \cong \sqrt{10} \cdot 1,5H = 4,75H$.

Das mit TOPONET entwickelte Elementnetz ist in Bild 7 dargestellt; es enthält 500 Elemente und 294 Knoten. Das Maß der Elementverdichtung im brunnennahen Bereich richtet sich nach dem erwarteten Potentialabbau und ist dem Generierungsprogramm neben der maximalen Elementzahl vorgeschrieben worden. Die von TOPONET optimierte maximale Knotenzahldifferenz beträgt 24.

5.2 Ermittlung der Hangquelle

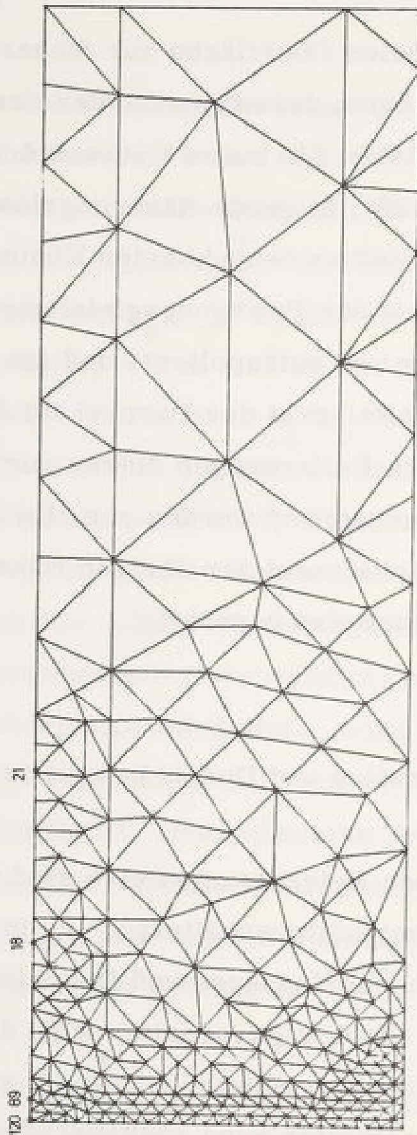
Die Hangquelle stellt für die Bewegungsgleichung der freien Oberfläche - wie in Kapitel 3.4 erläutert - einen singulären Punkt dar, dessen Verschiebungsgeschwindigkeit nicht mit der Bewegungsgleichung zu ermitteln ist.

Der Übergang von der freien Oberfläche zur Sickerfläche muß in jedem Zeitpunkt tangential erfolgen; darauf wird unter der weiteren Annahme, daß sich die freie Oberfläche für kurze Kurvenstücke durch eine quadratische Parabel annähern läßt, folgende Näherungslösung aufgebaut. Durch die der Hangquelle unmittelbar benachbarten Knoten der freien Oberfläche, deren Verschiebungen mit der Bewegungsgleichung ermittelt werden, wird eine quadratische Parabel so extrapoliert, daß sie am Brunnenrand tangential einmündet. Der Scheitelpunkt der Parabel ist dann mit der gesuchten Hangquelle identisch. Die Entfernungen dieser zur Extrapolation herangezogenen Knoten vom Brunnenrand werden zur Minimierung des Fehlers bewußt klein gewählt. In Anbetracht der übrigen Näherungen erscheint diese vereinfachende Vorgehensweise berechtigt.

5.3 Wahl von Brunnenradius und Durchlässigkeitsverhältnis

Durch die dimensionslose Betrachtungsweise sind mit einer Rechnung für ein konstantes Durchlässigkeitsverhältnis k_h/k_v und ein konstantes Verhältnis r_o/H alle möglichen Abmessungen und Durchlässigkeiten des Grundwasserträgers erfaßt. Das Strömungsverhalten wird daher exemplarisch an einem System mit dem Brunnenradius $r_o = \frac{1}{10}H$, entsprechend $r_o^* = 0,1$ aufgezeigt. Der Grundwasserleiter wird zunächst als isotrop und dann als orthotrop mit den Durchlässigkeitsverhältnissen $k_h/k_v = 3$ und $k_h/k_v = 10$ angesehen. Durch die Betrachtung des isotropen und des mit $k_h/k_v = 10$ extrem anisotropen Grundwasserleiters wird der mögliche Schwankungsbereich der Ergebnisse abgeschätzt, während mit dem zwischen diesen Grenzwerten liegenden, realistischen Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 3$ der Verlauf der Änderungen aufgezeigt werden soll.

MASSTAB (IN CM) 1/15.95238



DESIGN BY PLOST 281178

BRUNNEN2 - UNVERFORMTE STRUKTUR - $T_{*}=0.00$

Bild 7: FE-Netzwerk

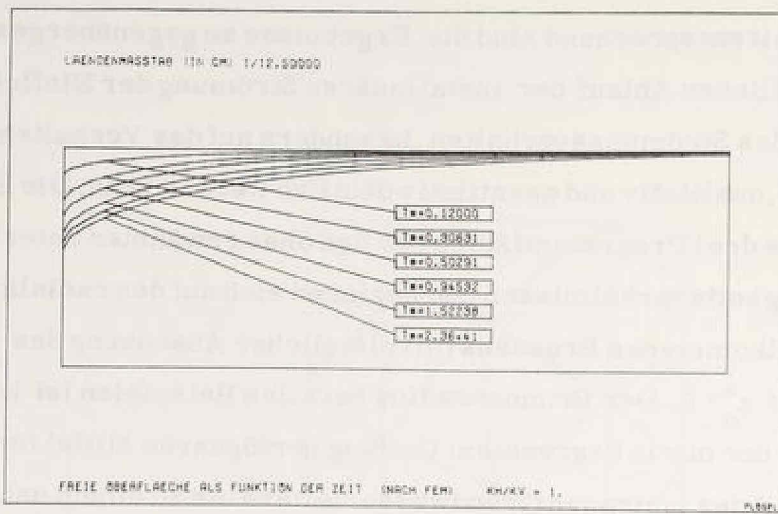
5.4 Ergebnisse

Dem Ziel der Arbeit entsprechend sind die Ergebnisse so gegenübergestellt, daß außer dem zeitlichen Ablauf der instationären Strömung der Einfluß der Anisotropie auf das Strömungsverhalten, besonders auf das Verhalten der freien Oberfläche, qualitativ und quantitativ deutlich werden kann. Die Ergebnisse stammen aus drei Programmläufen mit den oben erwähnten unterschiedlichen Durchlässigkeitsverhältnissen und beziehen sich auf den radialsymmetrischen Fall des vollkommenen Brunnens mit plötzlicher Absenkung des Brunnenwasserstandes auf $z_o^* = 0$. Der Brunnenradius bei allen Beispielen ist konstant $r_o^* = 0,1$. Aufgrund der nur in begrenztem Umfang verfügbaren Mittel für Rechenzeit ist nur der Fall des isotropen Grundwasserleiters bis zu einem nahezu stationären Zustand ($t^* = 2,36$) verfolgt worden. Die Rechnungen für das Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 3$ sind zum Zeitpunkt $t^* = 1,56$ und für $k_h/k_v = 10$ bei $t^* = 0,94$ abgebrochen worden, so daß sich Vergleiche der Ergebnisse für alle drei Durchlässigkeitsverhältnisse auf den Zeitraum bis $t^* = 0,94$ beschränken müssen.

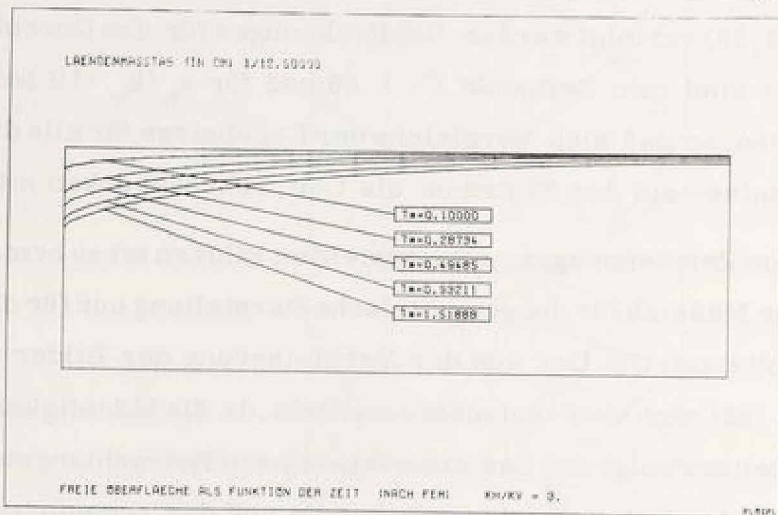
Zu den mit Hilfe von Zeichenprogrammen erstellten Bildern ist zu bemerken, daß der angegebene Maßstab für die geometrische Darstellung nur für die Originalgröße der Platte zutrifft. Der aus der Verkleinerung der Bilder resultierende Maßstab läßt sich aber trotzdem ermitteln, da die Mächtigkeit H des Grundwasserleiters aufgrund der dimensionslosen Betrachtungsweise gleich 1 gesetzt wurde. Der betrachtete Zeitpunkt und das zugehörige Durchlässigkeitsverhältnis sind auf der Platte vermerkt.

5.4.1 Die Lage der freien Oberfläche und deren Verschiebungsgeschwindigkeit

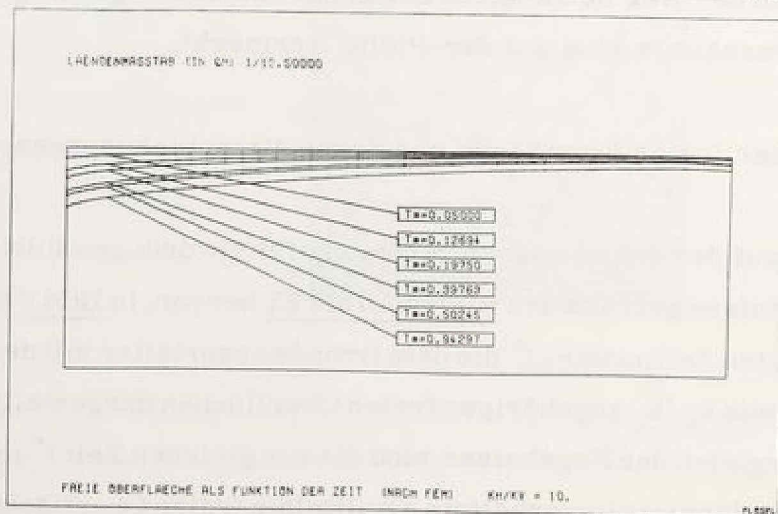
Der zeitliche Ablauf der instationären Strömung für die drei gewählten Durchlässigkeitsverhältnisse geht aus den Bildern 8 bis 15 hervor. In Bild 8 sind zu willkürlich gewählten Zeitpunkten t^* die dem Grundwasserleiter mit dem Durchlässigkeitsverhältnis k_h/k_v zugehörigen freien Oberflächen dargestellt. Zum unmittelbaren Vergleich der Ergebnisse sind die zur gleichen Zeit t^* mit unterschiedlichem Durchlässigkeitsverhältnis ermittelten freien Oberflächen in Bild 9 und 10 nebeneinander aufgezeichnet. Einen Eindruck von den Verformungen des Elementnetzes und von der dadurch bedingten weiteren Verdichtung des



$$k_h = k_v$$



$$k_h = 3k_v$$



$$k_h = 10k_v$$

Bild 8: Freie Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

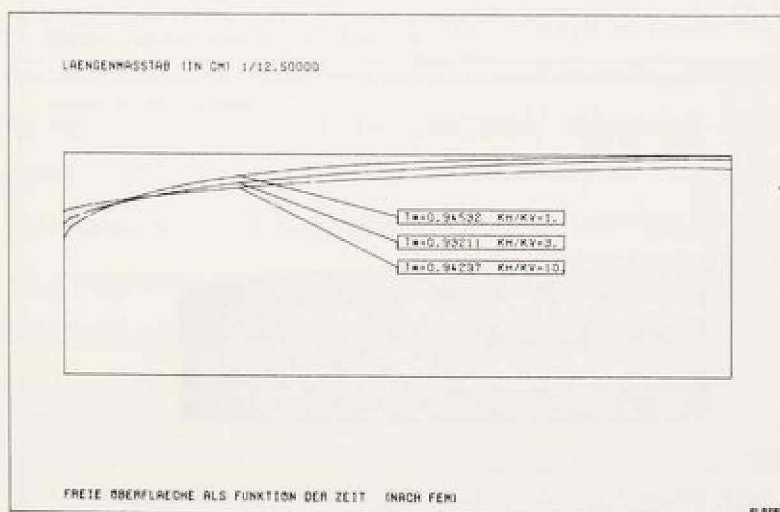
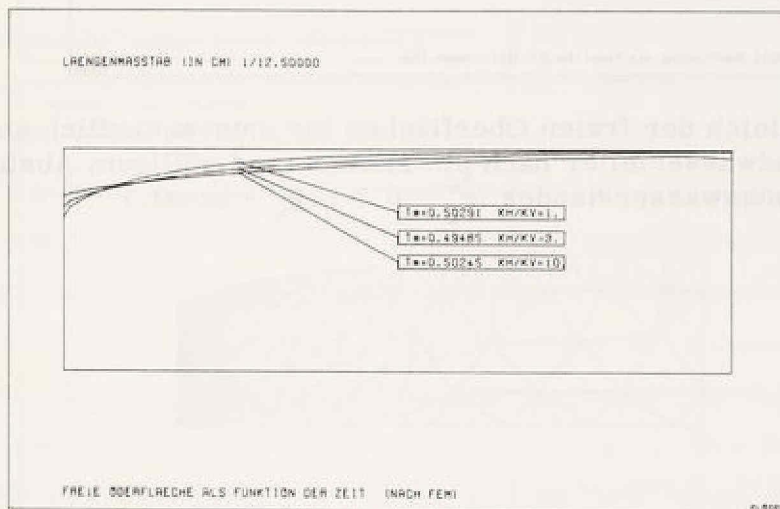
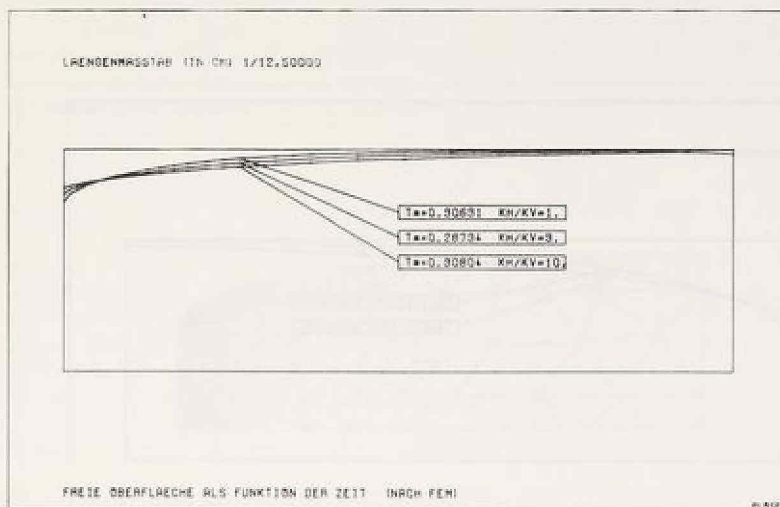


Bild 9: Vergleich der freien Oberflächen für unterschiedlich anisotrope Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$; $k_v = \text{konst.}$)

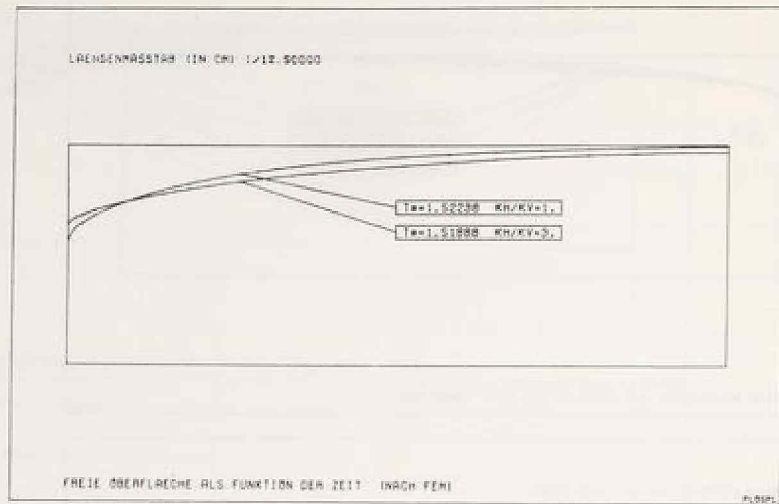
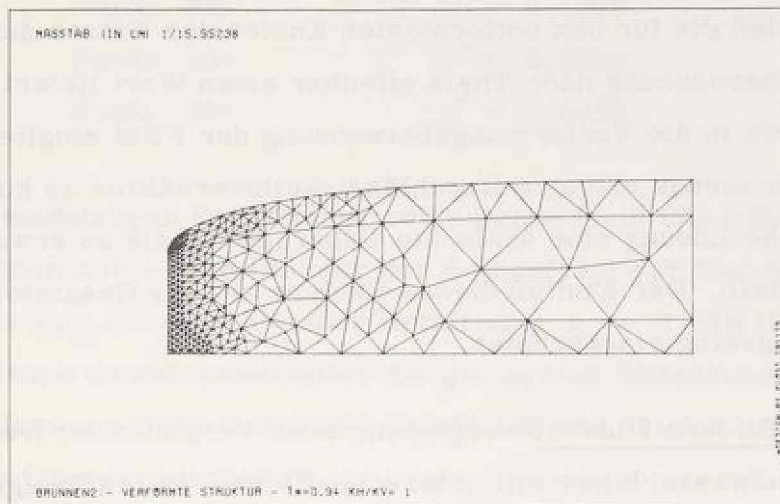
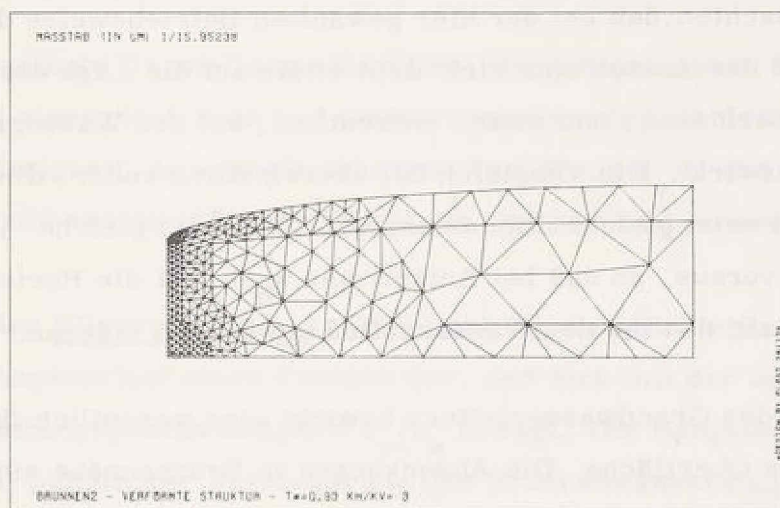


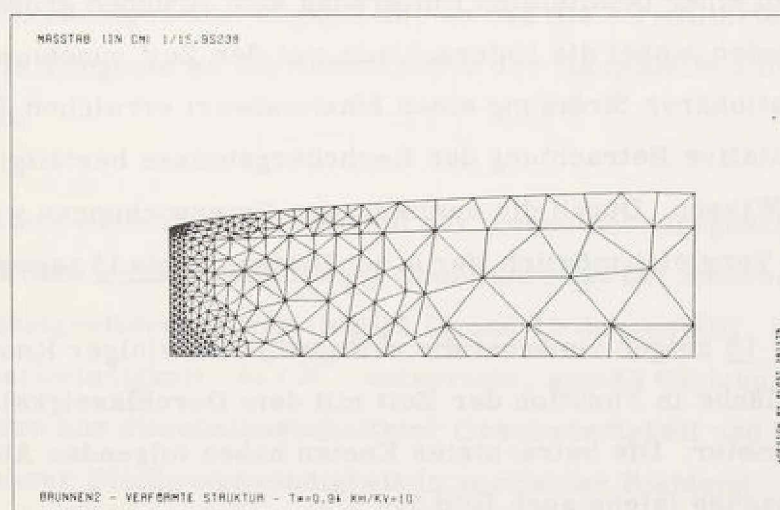
Bild 10: Vergleich der freien Oberflächen für unterschiedlich anisotrope Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$; $k_v = \text{konst.}$)



$$k_h = k_v$$



$$k_h = 3 k_v$$



$$k_h = 10 k_v$$

Bild 11: Verformte Strukturen ($r_0^* = 0,1$)

Netzes im kritischen Bereich um den Brunnenschacht gibt Bild 11.

Das Abfallen der freien Oberflächen bei dem Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 10$ im Bereich der äußeren Begrenzung des Elementnetzes ist dadurch bedingt, daß die für den entferntesten Knoten des Netzes durchgeführte Verformungsberechnung nach Theis offenbar einen Wert liefert, der sich nicht harmonisch in die Verformungsberechnung der FEM eingliedert. Das FE-Netz war für dieses extreme Durchlässigkeitsverhältnis zu kurz, so daß die Theissche Lösung eine schlechte Näherung für die zu erwartende Absenkung darstellt. Der Einfluß dieses Fehlers auf das Gesamtergebnis wird jedoch als gering eingeschätzt.

Bei dem in den Bildern 9 und 10 vorgenommenen Vergleich der freien Oberflächen für Grundwasserleiter mit unterschiedlichem Durchlässigkeitsverhältnis ist zu beachten, daß bei der hier gewählten Betriebsweise des Brunnens der Einfluß der Anisotropie sich nicht allein auf die Lage der freien Oberfläche, sondern auch, und zwar wesentlich, auf den Wasserzufluß zum Brunnen auswirkt. Ein Vergleich bei übereinstimmender, dimensionsbehalteter Zeit t setzt gleiche dimensionslose Zeit t^* und gleiche Vertikaldurchlässigkeit voraus, so daß bei Anisotropie $k_h/k_v > 1$ die Horizontaldurchlässigkeit und mit ihr der Wasserzufluß anwachsen müssen.

Die Anisotropie des Grundwasserleiters bewirkt eine wesentlich flacher verlaufende freie Oberfläche. Die Absenkungen in Brunnennähe sind geringer, diejenigen ab einer bestimmten Entfernung vom Brunnen größer als bei isotropem Boden, wobei die Unterschiede mit der Zeit zunehmen und erst bei quasistationärer Strömung einen Maximalwert erreichen. Die zunächst rein qualitative Betrachtung der Rechenergebnisse bestätigt somit das vorhandene Wissen. Durch die vorliegenden Untersuchungen wird nun ein quantitativer Vergleich möglich, der in den Bildern 12 bis 15 angestrebt wird.

Die Bilder 12 und 13 zeigen zunächst die z^* -Koordinaten einiger Knotenpunkte der freien Oberfläche in Funktion der Zeit mit dem Durchlässigkeitsverhältnis als Parameter. Die betrachteten Knoten haben folgenden Abstand von der Brunnenachse (siehe auch Bild 7):

Punkt 120:	$r/H = r^* = 0,1000$ (Hangquelle)
Punkt 89:	$r^* = 0,1600$
Punkt 18:	$r^* = 0,5886$
Punkt 21:	$r^* = 1,0429$

Die im anisotropen Fall flacher verlaufende freie Oberfläche drückt sich anschaulich durch eine Umkehr der Reihenfolge der Kurvenparameter aus. Während zum Beispiel ab einer Entfernung $r > 0,58H$ (Punkt 18 und 21) der isotrope Grundwasserleiter die geringsten Absenkungen zeigt, ist dies unmittelbar am Brunnenschacht (Punkt 120 und 89) der mit $k_h/k_v = 10$ anisotrope Grundwasserleiter.

Die vorgelegte Darstellung erlaubt es, den brunnennahen Grundwasserstand in einem isotropen und anisotropen Grundwasserleiter bei bekannter Durchlässigkeit, bei vergleichbarem Verhältnis r_o/H und bei vergleichbarer Betriebsweise in Abhängigkeit von Ort und Zeit zu bestimmen.

Die in den Bildern 12 und 13 strichliert eingezeichnete Gerade stellt den Absenkungsverlauf eines Punktes dar, der sich mit der maximal möglichen Verschiebungsgeschwindigkeit k_v/n_s bewegt. Die Hangquelle (Punkt 120) sinkt bei plötzlicher Verringerung des Brunnenwasserstandes zunächst mit dieser Maximalgeschwindigkeit ab, so daß die strichlierte Gerade gleichzeitig die Tangente an die Absenkkurve der Hangquelle zum Zeitpunkt $t^* = 0$ darstellt.

Der weitere zeitabhängige Verlauf der Verschiebungsgeschwindigkeiten in ausgewählten Punkten der freien Oberfläche ist bei unterschiedlichem Durchlässigkeitsverhältnis in Bild 14 und 15 dargestellt. Die dimensionslose Geschwindigkeit $\partial z^*/\partial t^*$ entspricht, gemäß Gleichung (32) dem Quotienten aus dimensionsbehafteter Geschwindigkeit und maximal möglicher wahrer Fließgeschwindigkeit in vertikaler Richtung:

$$\frac{\partial z^*}{\partial t^*} = \frac{\partial z/\partial t}{k_v/n_s} \quad (48)$$

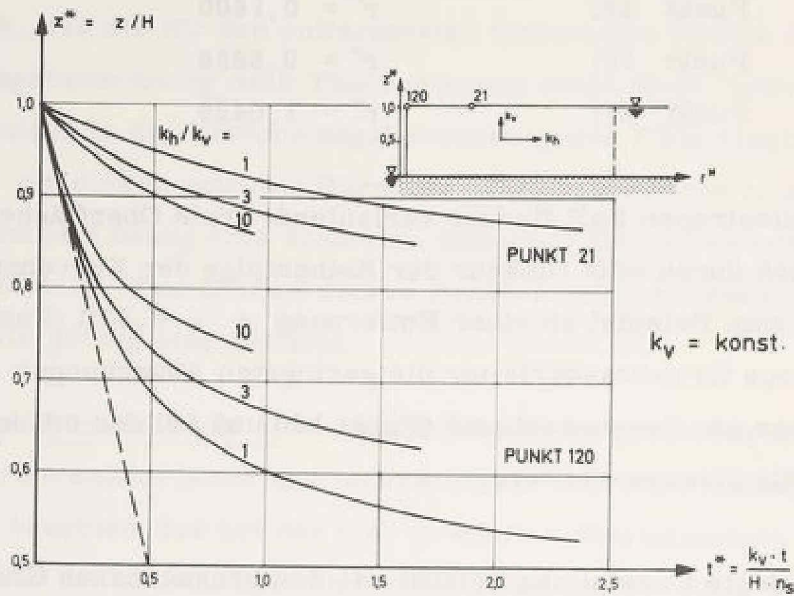


Bild 12 : z^* -Koordinaten der Punkte 120 und 21 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

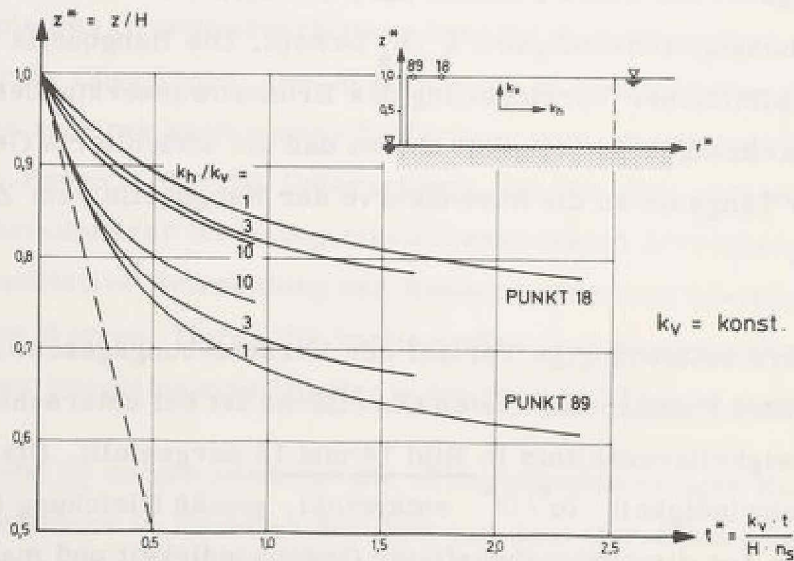


Bild 13: z^* -Koordinaten der Punkte 89 und 18 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

Die im Anfangszustand relativ hohe Verschiebungsgeschwindigkeit der Knoten im brunnennahen Bereich nimmt nach kurzer Zeit entscheidend ab und nähert sich dann nur sehr langsam dem Grenzwert Null. Die Geschwindigkeiten der weiter entfernt liegenden Knotenpunkte sind dagegen anfänglich wesentlich geringer; sie nähern sich jedoch nach kurzer Zeit den Verschiebungsgeschwindigkeiten im brunnennahen Bereich. Der größte Teil der gesamten Absenkung tritt daher in einem kurzen Zeitraum nach der Störung des Gleichgewichtszustandes ein, während die bis zu einem quasi-stationären Endzustand noch verbleibende Restabsenkung sich gleichmäßig über einen großen Zeitraum erstreckt. Eine Anisotropie $k_h/k_v > 1$ des Grundwasserleiters bewirkt zusätzlich noch eine weitere Verzögerung der Verschiebungsgeschwindigkeit der brunnennahen Punkte, so daß am Brunnenrand eine gegenüber dem isotropen Fall wesentlich geringere Absenkung eintritt. Mit größer werdender horizontaler Durchlässigkeit, bei konstanter Vertikaldurchlässigkeit, wird ein größer werdender Bereich zum Potentialabbau herangezogen. Dies bedingt größere Gradienten und damit größere Verschiebungsgeschwindigkeiten in brunnenernen (etwa $r > H$) Bereichen der freien Oberfläche, so daß hier gegenüber dem isotropen Fall größere Verschiebungen eintreten.

In dem bei einer Grundwasserabsenkung besonders interessierenden Bereich in Brunnennähe ist gemäß Bild 12 und 13 keine wesentliche Absenkung der freien Oberfläche am Brunnenschacht unter den Wert $z^* = 0,5$ bei Einzelbrunnen mit üblichem Brunnendurchmesser zu erwarten. Eine Anisotropie $k_h/k_v > 1$ wirkt sich zusätzlich noch negativ auf die erreichbare Absenkung aus. Die in Bild 12 eingetragenen Absenkungskurven für den Punkt 120 (Hangquelle) bei verschiedenen Durchlässigkeitsverhältnissen werden mit zunehmender Zeit weiterhin divergieren, so daß minimal mit den dort ermittelten Unterschieden, die in Tabelle 1 für 3 Zeitpunkte zusammengestellt sind, zu rechnen ist.

Die z^* -Koordinate der Hangquelle im isotropen Fall wird gleich 100 gesetzt.

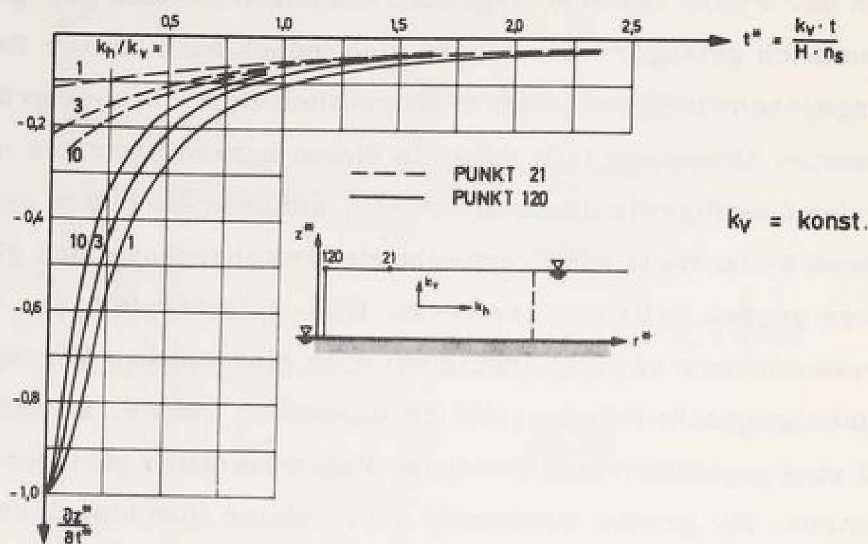


Bild 14: Verschiebungsgeschwindigkeit der Punkte 120 und 21 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

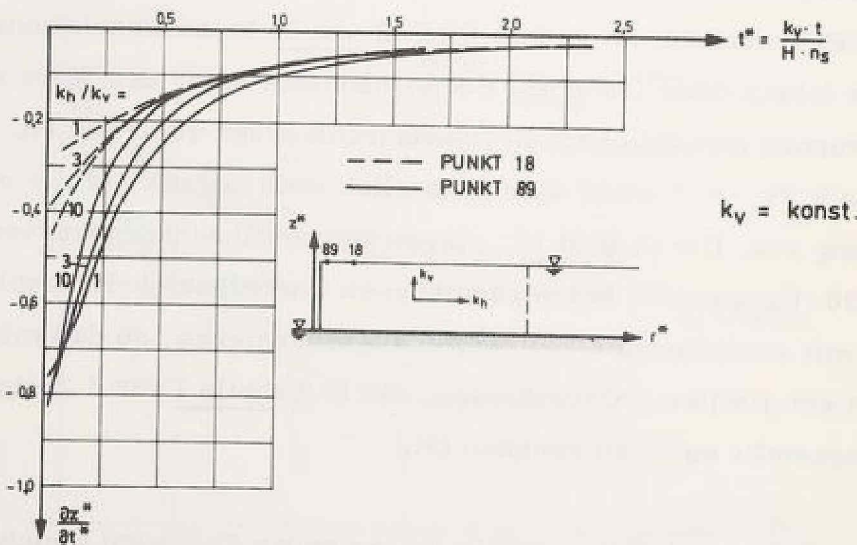


Bild 15: Verschiebungsgeschwindigkeit der Punkte 89 und 18 der freien Oberfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

Tabelle 1: Vergleich der Lage der Hangquelle bei isotropem und anisotropem Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

t^*	z^*			Abweichungen in %		
	k_v	$3k_v$	$10k_v$	k_v	$3k_v$	$10k_v$
0,50	0,685	0,732	0,782	100	107	114
0,94	0,610	0,673	0,734	100	110	120
1,50	0,565	0,635	-	100	112,5	-

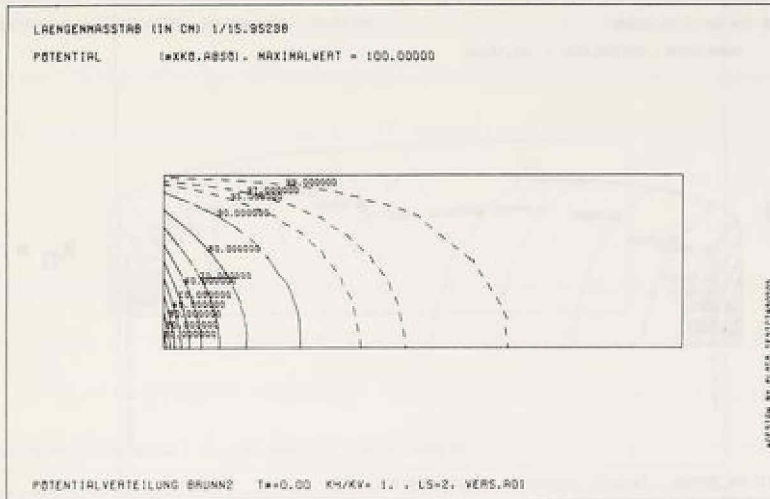
Die in der Anisotropie des Grundwasserleiters begründete Anhebung der freien Oberfläche in Brunnennähe reicht allerdings nach diesen Untersuchungen nicht weiter als die Mächtigkeit H des Grundwasserleiters. Ab dieser Entfernung von der Brunnenachse liegt die freie Oberfläche unter derjenigen für isotropen Boden. Die oben genannte, für isotropen Boden gültige Grenze der Absenkung des Wasserspiegels am Brunnenrand von $s^* \approx 0,5$ ist von den Abmessungen und den hydraulischen Eigenschaften des Grundwasserleiters abhängig und wird nur bei völliger Absenkung des Brunnenwasserspiegels erreicht. Eine Absenkungsgrenze ist schon von Sichardt (1928) beobachtet und so gedeutet worden, daß das "Fassungsvermögen" des Brunnens erreicht sei. Seine Beobachtungen bestätigen auch die Abhängigkeit dieser Grenze vom Brunnendurchmesser (siehe Zuschrift Sichardt (1933) an Kozeny (1933)). Nahrgang (1954) untersuchte die stationäre Strömung zu einem Einzelbrunnen und stellte eine Absenkungsgrenze der freien Oberfläche am Brunnenschacht von $s^* = 0,5$ fest, wobei aber die eventuel. möglichen Einflüsse der Abmessungen, speziell des Brunnennradius, und der hydraulischen Eigenschaften nicht untersucht worden sind.

5.4.2 Potentialverteilung, Wasserzufluß und Geschwindigkeitsverteilung

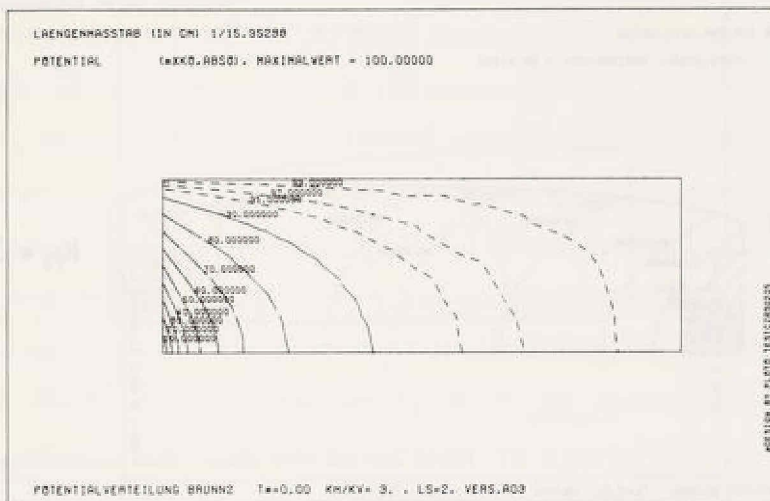
Der Strömungsvorgang wird durch eine plötzliche Störung des Gleichgewichtszustandes ausgelöst. Zum Zeitpunkt $t^* = 0$ entspricht die freie Oberfläche daher noch dem ursprünglichen Grundwasserspiegel vor der Absenkung. Dies wird im mathematischen Modell durch die Anfangsbedingung Gleichung (39) ausgedrückt. Die unmittelbar nach der Störung auftretende Potentialverteilung ist für die drei gewählten Durchlässigkeitsverhältnisse in Bild 16 dargestellt. Bild 17 und Bild 18 zeigen die Änderungen in der Potentialverteilung während des Strömungsablaufs auf.

Aufgrund der mit der Zeit zunehmenden Absenkung der freien Oberfläche wird ein immer größer werdender Bereich zum Potentialabbau herangezogen. Zum Zeitpunkt $t^* = 0$ werden im isotropen Fall 90 % des Potentials in einem Bereich bis ca. $r^* = 0,9$ abgebaut, während schon zur Zeit $t^* = 0,94$ dieser Bereich um etwa $1/3$ auf ca. $r^* = 1,2$ angewachsen ist. Mit zunehmender Zeit wird sich dieser Bereich noch weiter ausdehnen. Die Anisotropie des Grundwasserleiters bewirkt entsprechend den Einflüssen auf die freie Oberfläche einen erhöhten Potentialabbau im oberflächen- und brunnen nahen Bereich, aber gleichzeitig eine Ausdehnung des Einflußbereiches in den Grundwasserleiter hinein. Daher weichen die Potentiallinien mit zunehmender Anisotropie immer mehr von einem näherungsweise vertikalen Verlauf ab. Betrachtet man den Schnittpunkt der 90 % Potentiallinie mit der undurchlässigen Berandung, so besitzt dieser eine r^* -Koordinate, die bei $k_h/k_v = 3$ im Mittel um das 1,5-fache, bei $k_h/k_v = 10$ im Mittel um das 2,0-fache größer ist als die Entfernung im isotropen Fall.

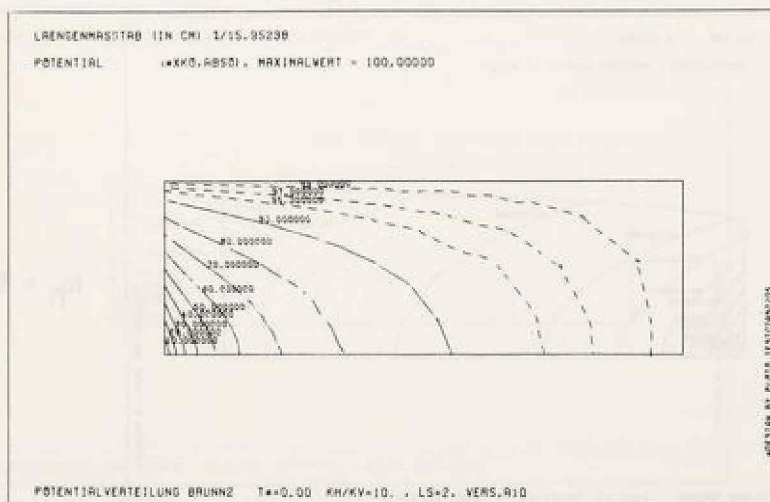
Da bei isotropem Grundwasserleiter Potential- und Stromlinien senkrecht aufeinander stehen und da sich die freie Oberfläche mit zunehmender Zeit einer Stromlinie nähert, muß der Winkel zwischen Potentiallinie und freier Oberfläche einem rechten Winkel zustreben. Dies läßt sich anhand der Bilder 17 und 18 für den isotropen Fall verfolgen.



$$k_h = k_v$$

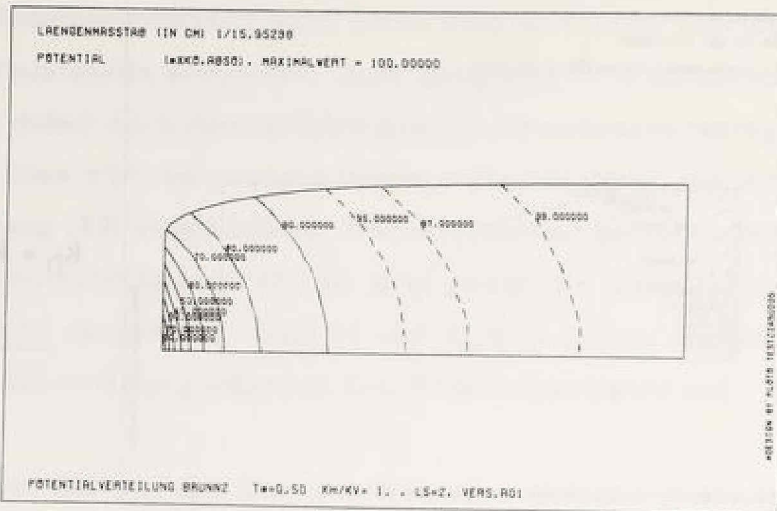


$$k_h = 3k_v$$

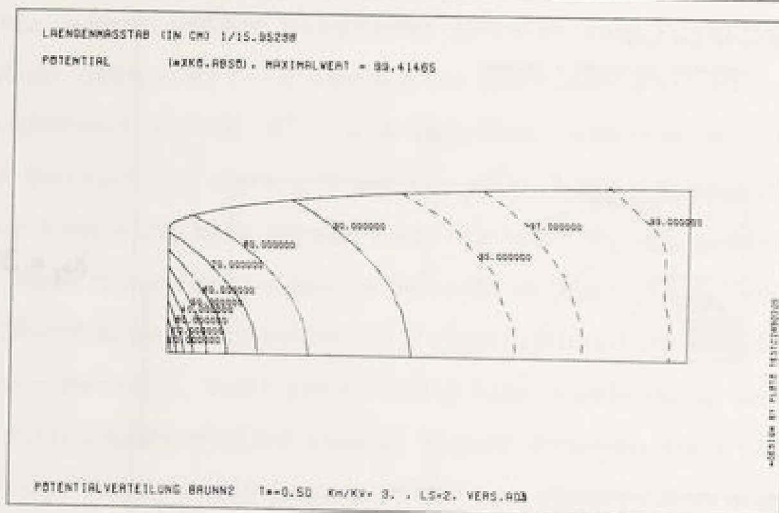


$$k_h = 10k_v$$

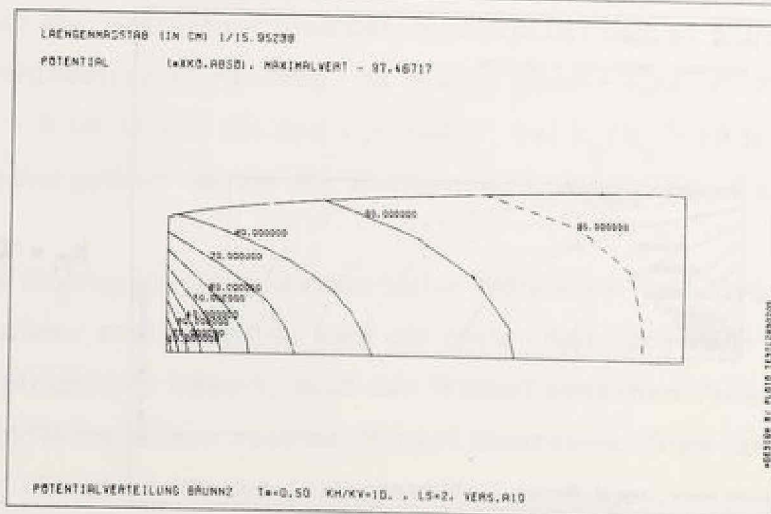
Bild 16: Potentialverteilung zum Zeitpunkt $t^* = 0$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)



$k_h = k_v$

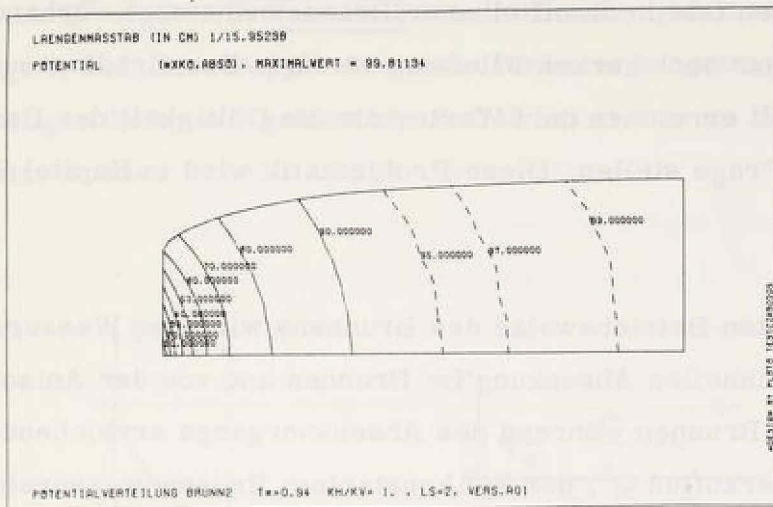


$k_h = 3 k_v$

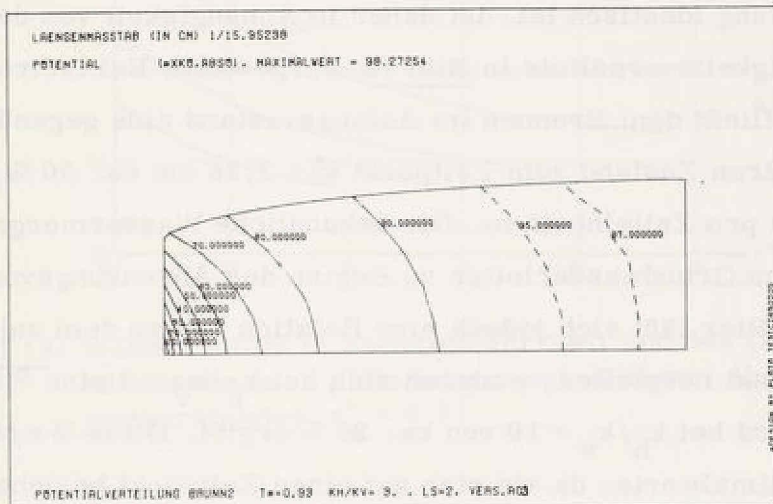


$k_h = 10 k_v$

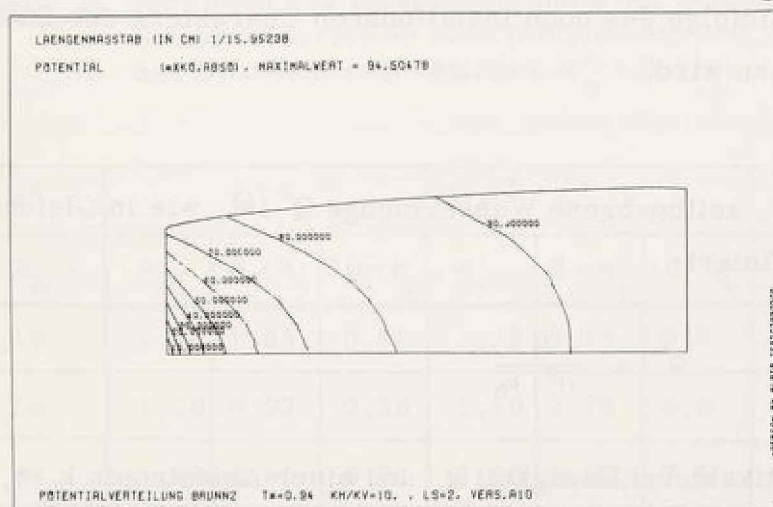
Bild 17: Potentialverteilung zum Zeitpunkt $t^* = 0,50$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)



$$k_h = k_v$$



$$k_h = 3k_v$$



$$k_h = 10k_v$$

Bild 18: Potentialverteilung zum Zeitpunkt $t^* = 0,94$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)

Trotz der Ausweitung des zum Potentialabbau herangezogenen Bereichs bleibt aber auch im anisotropen Fall die Tatsache bestehen, daß der größte Teil des Potentials in unmittelbarer Brunnennähe noch vorhanden ist und über einen nur noch kurzen Fließweg verfügt. Der Gradient und die Fließgeschwindigkeit erreichen dort Werte, die die Gültigkeit des Darcyschen Gesetzes in Frage stellen. Diese Problematik wird in Kapitel 7 behandelt.

Bei der hier gewählten Betriebsweise des Brunnens wird der Wasserzufluß erheblich von der schnellen Absenkung im Brunnen und von der Anisotropie beeinflusst. Der den Brunnen während des Absenkvorgangs erreichende, dimensionslose Wasserzufluß Q^* , der bei konstantem Brunnenwasserstand mit der Förderleistung identisch ist, ist daher in Abhängigkeit von der Zeit und dem Durchlässigkeitsverhältnis in Bild 19 dargestellt. Bei isotropem Grundwasserleiter fließt dem Brunnen im Anfangszustand eine gegenüber dem nahezu stationären Zustand zum Zeitpunkt $t^* = 2,36$ um ca. 50 % erhöhte Wassermenge pro Zeiteinheit zu. Die sekundliche Wassermenge ist auch bei anisotropem Grundwasserleiter zu Beginn des Absenkungsvorgangs wesentlich größer. Hier läßt sich jedoch eine Relation nur zu dem zuletzt untersuchten Zeitpunkt herstellen, wodurch sich bei $k_h/k_v = 3$ eine Steigerung von ca. 35 % und bei $k_h/k_v = 10$ von ca. 20 % ergibt. Diese Werte sind jedoch nur Minimalwerte, da sie sich auf einen Zeitpunkt beziehen, bei dem der Zufluß infolge des noch instationären Charakters der Strömung noch weiter abnehmen wird.

Die dimensionslose, zeitbezogene Wassermenge Q^* ist, wie in Gleichung (12) angegeben, definiert:

$$Q^* = \frac{Q}{H^2 \cdot k_h}$$

Bei konstanter Vertikaldurchlässigkeit k_v und einer Anisotropie $k_h > k_v$ ergibt sich auch bei gleichem Q^* ein höherer Zufluß Q . Die Erhöhung der dimensionsbehafteten sekundlichen Wassermenge Q ist aber wegen der kon-

stanten Vertikaldurchlässigkeit geringer als die Änderung der horizontalen Durchlässigkeit, so daß sich hier rein formal eine Verringerung des Zuflusses Q^* ergibt. In Tabelle 2 ist die Erhöhung der sekundlichen Wassermenge Q bei anisotropem Grundwasserleiter eingetragen, wobei der zu dem jeweiligen Zeitpunkt gehörende Zufluß bei isotropen Verhältnissen gleich 1 gesetzt wurde.

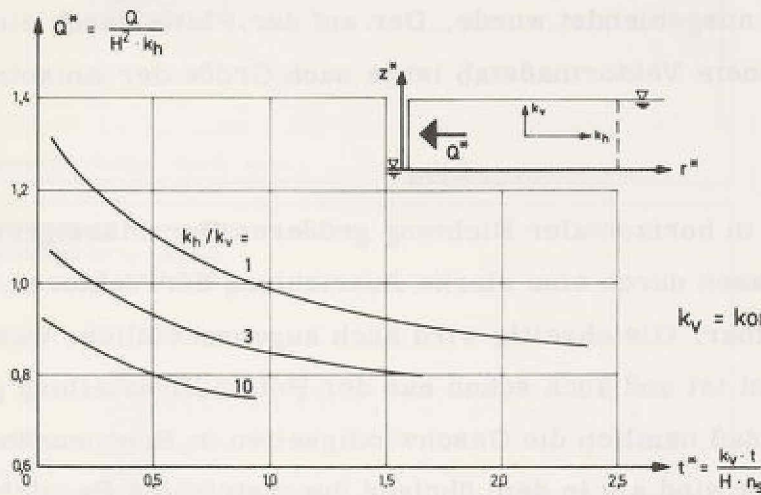


Bild 19: Wasserzufluß in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

Tabelle 2: Vergleich des Wasserzuflusses bei isotropem und anisotropem Grundwasserleiter nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

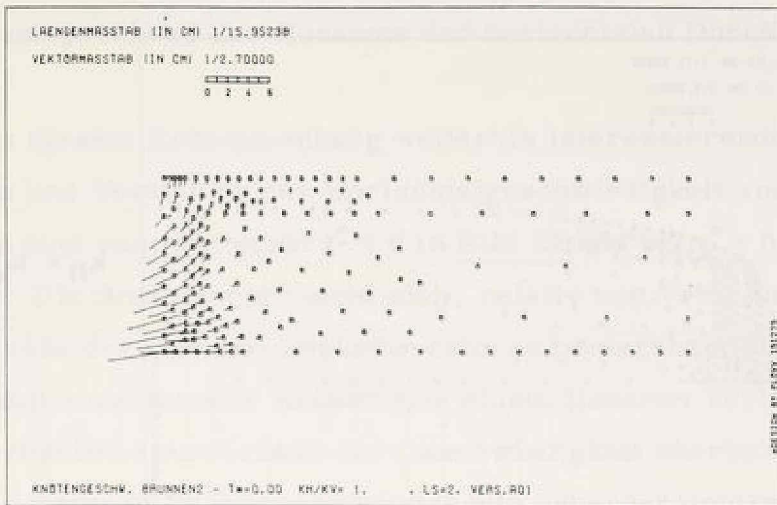
t^*	Q^*			$Q/H^2 = Q^* \cdot k_h$			Erhöhung von Q		
	$k_h = k_v$	$3 \cdot k_v$	$10 \cdot k_v$	k_v	$3 \cdot k_v$	$10 \cdot k_v$	k_v	$3 \cdot k_v$	$10 \cdot k_v$
0,10	1,28	1,05	0,90	1,28	3,15	9,0	1,0	2,46	7,04
0,50	1,10	0,93	0,80	1,10	2,79	8,0	1,0	2,53	7,27
0,94	1,00	0,86	0,75	1,00	2,58	7,5	1,0	2,58	7,50
1,50	0,92	0,81	-	0,92	2,43	-	1,0	2,64	-

Um einen weiteren Eindruck von der Wirkung der Anisotropie auf das Strömungsverhalten zu bekommen, wurden zu verschiedenen Zeitpunkten die Geschwindigkeiten in den Netzknoten ermittelt und als Vektoren nach Größe und Richtung aufgetragen. Der Vektor der Geschwindigkeit gibt gleichzeitig die Richtung der durch diesen Punkt führenden Stromlinie an. In den Bildern 20 und 21 ist zunächst das gesamte durchströmte System dargestellt. Die Knoten sind durch ein Spezialsymbol gekennzeichnet, wobei aber im Bereich $r^* < 1,5$ aus Gründen der Übersichtlichkeit ein großer Teil der Knoten ausgeblendet wurde. Der auf der Platte durch einen Balken gekennzeichnete Vektormaßstab ist je nach Größe der Anisotropie unterschiedlich.

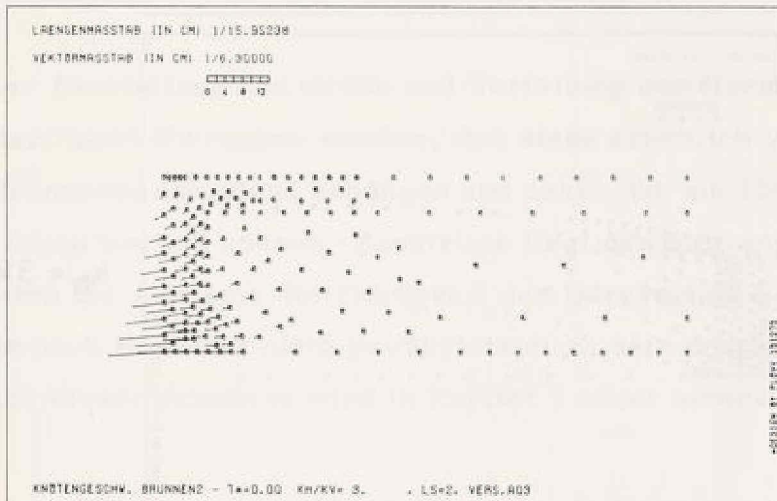
Der Einfluß der in horizontaler Richtung größeren Durchlässigkeit macht sich in allen Phasen durch eine starke Ausrichtung der Vektoren zur Horizontalen bemerkbar. Gleichzeitig wird auch augenscheinlich, was im Prinzip schon bekannt ist und auch schon aus der Potentialverteilung gefolgert werden konnte, daß nämlich die Geschwindigkeiten in Brunnennähe um ein Vielfaches größer sind als in dem übrigen durchströmten Bereich. Die bei Annahme laminarer Strömung theoretisch unendlich große Geschwindigkeit im Schnittpunkt von Brunnenwasserspiegel und Brunnenschacht kann wegen der Diskretisierung des kontinuierlichen Grundwasserleiters ebensowenig erhalten werden, wie ein exakt horizontal gerichteter Geschwindigkeitsvektor in diesem Knoten. Die ermittelte Größe und Richtung des Geschwindigkeitsvektors ist hier weniger bedeutsam. Daher werden in Tabelle 3 für den unmittelbar darüberliegenden Knoten die Gradienten und dimensionslosen Geschwindigkeiten zu verschiedenen Zeiten und bei unterschiedlichem Durchlässigkeitsverhältnis miteinander verglichen. Durch Multiplikation mit der vertikalen Durchlässigkeit ergeben sich hieraus dimensionsbehaftete Geschwindigkeiten:

$$\left. \begin{aligned} v_r &= v_r^* \cdot k_v \\ v_z &= v_z^* \cdot k_v \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

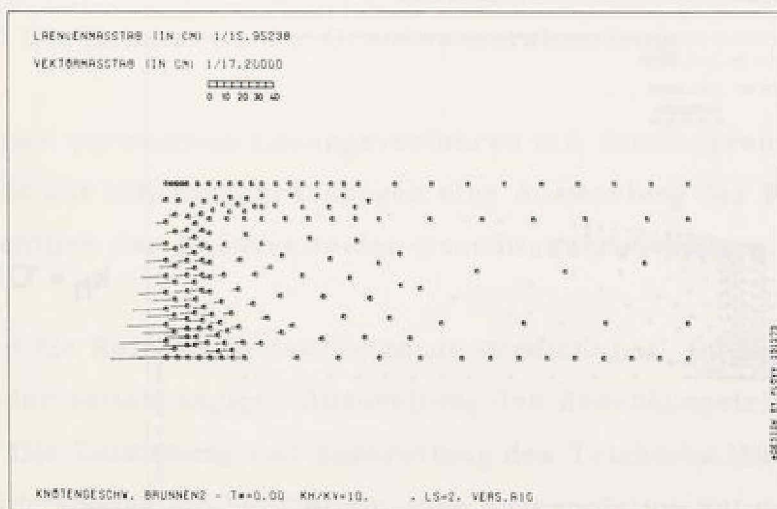
Entsprechend der Ausdehnung des zum Potentialabbau herangezogenen Bereichs in den Grundwasserleiter hinein nimmt der Gradient mit zunehmenden



$$k_h = k_v$$

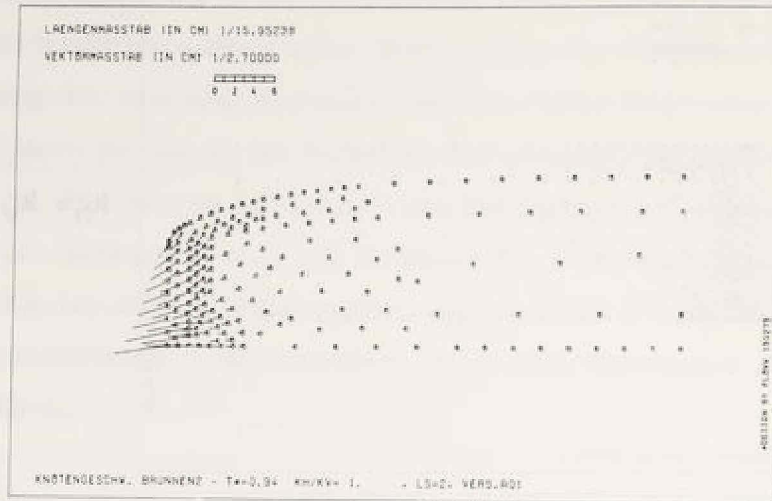


$$k_h = 3 k_v$$

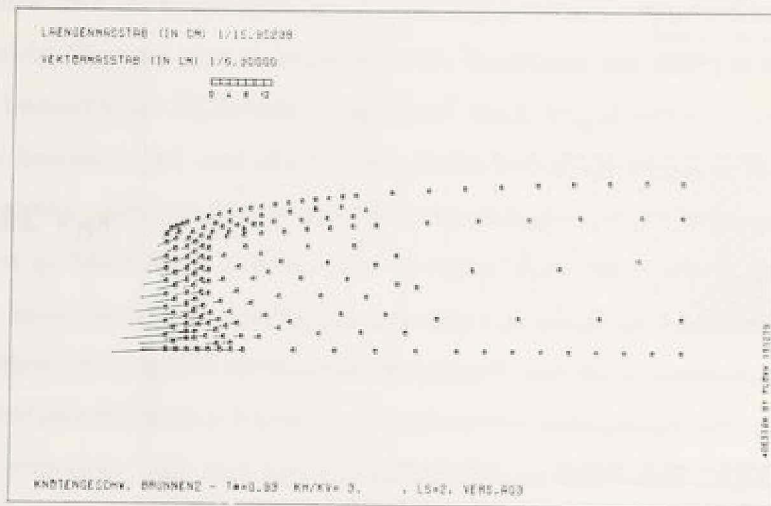


$$k_h = 10 k_v$$

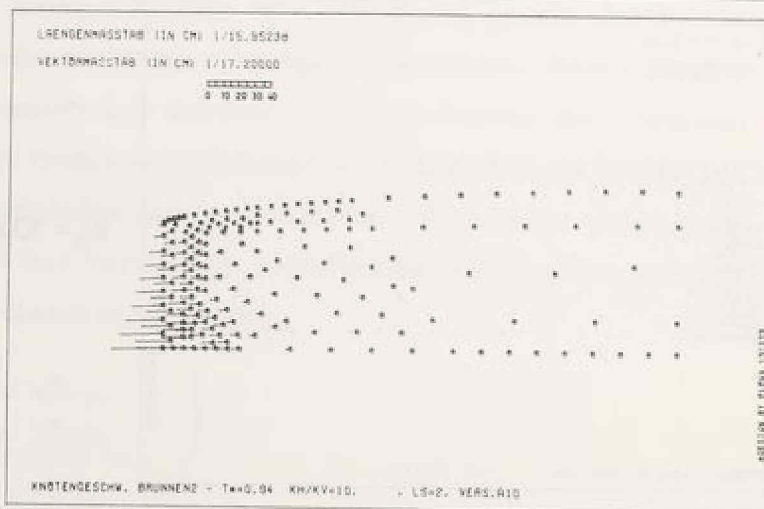
Bild 20: Geschwindigkeitsverteilung im Grundwasserleiter zum Zeitpunkt $t^* = 0$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)



$k_h = k_v$



$k_h = 3k_v$



$k_h = 10k_v$

Bild 21: Geschwindigkeitsverteilung im Grundwasserleiter zum Zeitpunkt $t^* = 0,94$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

der Zeit und mit wachsender Anisotropie $k_h/k_v > 1$ ab. Die Filtergeschwindigkeit fällt ebenfalls mit der Zeit ab, wobei sich jedoch Größe und Richtung entsprechend der Zunahme der horizontalen Durchlässigkeit ändern.

Ein in diesem Zusammenhang weiterhin interessierendes Problem ist die Größe und Verteilung der Horizontalgeschwindigkeit am Brunnenschacht. Diese sind zum Zeitpunkt $t^* = 0$ in Bild 22 und bei $t^* = 0,94$ in Bild 23 dargestellt. Die Anisotropie macht sich, relativ zur Verteilung, vor allem auf die Größe der Geschwindigkeitsvektoren bemerkbar; die Verteilung nähert sich mit zunehmender Anisotropie einem linearen Verlauf, wobei allerdings das erhebliche Anwachsen der Geschwindigkeit oberhalb des hier mit $z_0^* = 0$ angenommenen Brunnenwasserspiegels unberücksichtigt bleibt.

Bei der Beurteilung von Größe und Verteilung der Horizontalgeschwindigkeit darf nicht übersehen werden, daß diese erheblich vom Brunnenradius und Brunnenwasserstand abhängen und daher nur auf identische Probleme übertragen werden können. Zusätzlich liegt den hier angegebenen Geschwindigkeiten die Annahme der Gültigkeit des Darcyschen Gesetzes zurrunde, was je nach Bodenart nicht gewährleistet zu sein braucht. Der Gültigkeitsbereich dieser Annahme wird in Kapitel 7 näher untersucht.

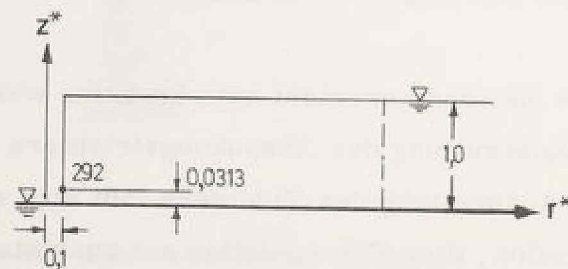
5.4.3 Die Reichweite der Grundwasserabsenkung

Das hier verwendete Lösungsverfahren mit dem begrenzten Elementnetz erlaubt nur mit Einschränkungen eine Auswertung der Rechenergebnisse hinsichtlich der Reichweite der Grundwasserabsenkung.

Sobald die Reichweite das Netzende erreicht hat, ist keine weitere Verfolgung der zeitabhängigen Ausbreitung des Absenkungstrichters mehr möglich. Die Entstehung und Ausbreitung des Trichters läßt sich somit nur im Anfangsstadium beurteilen, eine Extrapolation auf quasistationäre Endzustände ist nicht möglich. Mit dem Begriff "Reichweite" wird die Entfernung bezeichnet, bei der die Absenkung ein gewisses, toleriertes Maß

Tabelle 3: Gradient und dimensionslose Geschwindigkeit im Knoten 292 als Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)

t^*	Richtung	Gradient			Geschwindigkeit v^*		
		$k_h =$	k_v	$3 \cdot k_v$	$10 \cdot k_v$	k_v	$3 \cdot k_v$
0.00	Horizontal	-5,23	-4,09	-3,32	-5,23	-12,26	-33,20
	Vertikal	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
	Result.	-5,32	-4,21	-3,47	-5,32	-12,30	-33,22
0.50	Horizontal	-5,12	-4,01	-3,22	-5,12	-12,02	-32,22
	Vertikal	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
	Result.	-5,21	-4,13	-3,37	-5,21	-12,06	-32,24
0,94	Horizontal	-5,03	-3,94	-3,16	-5,03	-11,83	-31,58
	Vertikal	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
	Result.	-5,13	-4,07	-3,31	-5,13	-11,88	-31,60
1,52	Horizontal	-4,95	-3,88		-4,95	-11,65	
	Vertikal	-1,00	-1,00		-1,00	-1,00	
	Result.	-5,05	-4,01		-5,05	-11,69	
2,36	Horizontal	-4,87			-4,87		
	Vertikal	-1,00			-1,00		
	Result.	-4,97			-4,97		



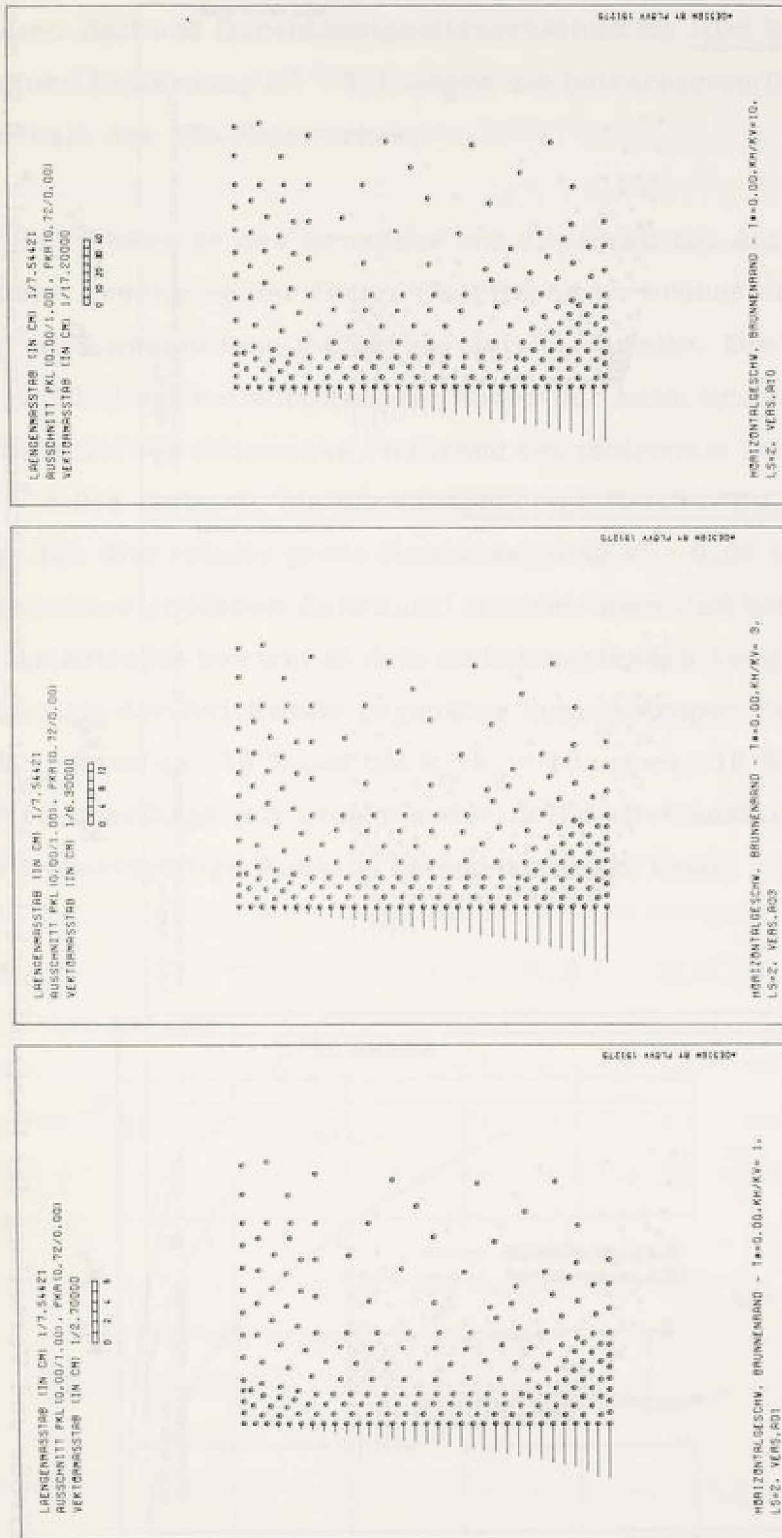


Bild 22: Größe und Verteilung der Horizontalgeschwindigkeit am Brunnenmund zum Zeitpunkt $t^* = 0$ nach plötzlichem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

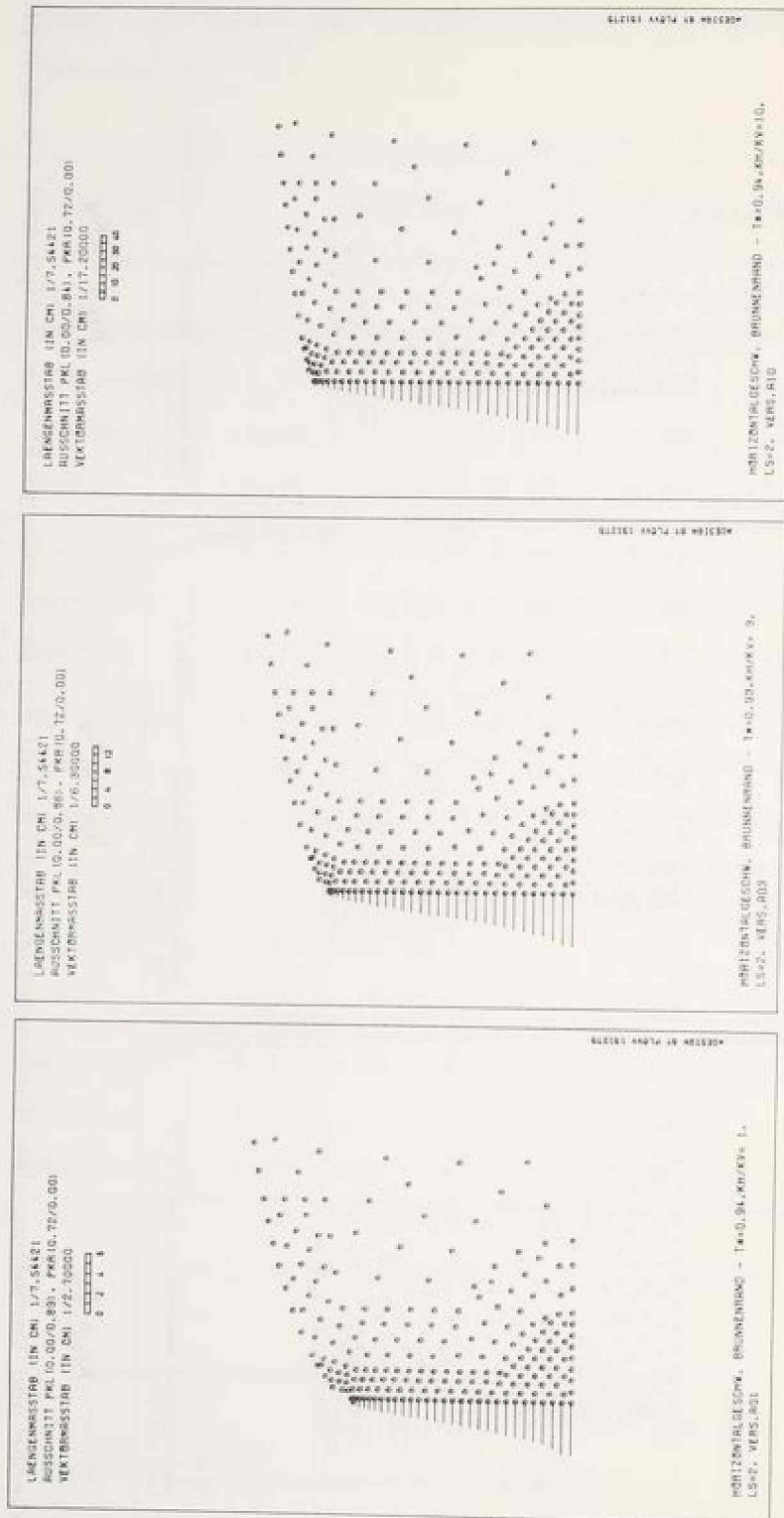


Bild 23: Größe und Verteilung der Horizontalgeschwindigkeit am Brunnenschacht zum Zeitpunkt $t^* = 0,94$ nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenvorstandes ($r_0^* = 0,1$)

("Randabsenkung") nicht überschreitet. Als Randabsenkung werden zwei Größen $s^* = 0,01$ und $s^* = 0,001$ definiert, deren Reichweiten in Abhängigkeit von Zeit und Durchlässigkeitsverhältnis im Bild 24 aufgetragen sind. Ab einer Entfernung $R^* \approx 3,1$ liegen die betrachteten Randabsenkungen außerhalb des FE-Netzwerkes.

Die Betriebsweise des Brunnens und die somit bei Anisotropie $k_h/k_v > 1$ größere Absenkung der freien Oberfläche im brunnenfernen Bereich bedingt eine wesentliche Steigerung der Reichweite. Die Randabsenkung von $s^* = 0,001$ liegt bei anisotropem Boden nur beim ersten Iterationsschritt im Bereich des Netzwerkes, während bei isotropem Boden ein Zeitraum von $t^* = 0,6$ vergeht, bis die dazugehörige Reichweite größer als die Netzlänge ist. Die relativ große Randabsenkung $s^* = 0,01$ läßt sich dagegen in einem etwas größeren Zeitraum, im isotropen Fall bis $t^* = 1,7$ verfolgen. Die Anisotropie bewirkt in dem zu betrachtenden Vergleichszeitraum eine Steigerung der Reichweite gegenüber dem isotropen Fall und zwar bei $k_h/k_v = 3$ um ca. 30 % und bei $k_h/k_v = 10$ um ca. 70 %. Diese Faktoren werden allerdings mit zunehmender Zeit weiter ansteigen, so daß hier keine allgemeingültige Aussage gemacht werden kann.

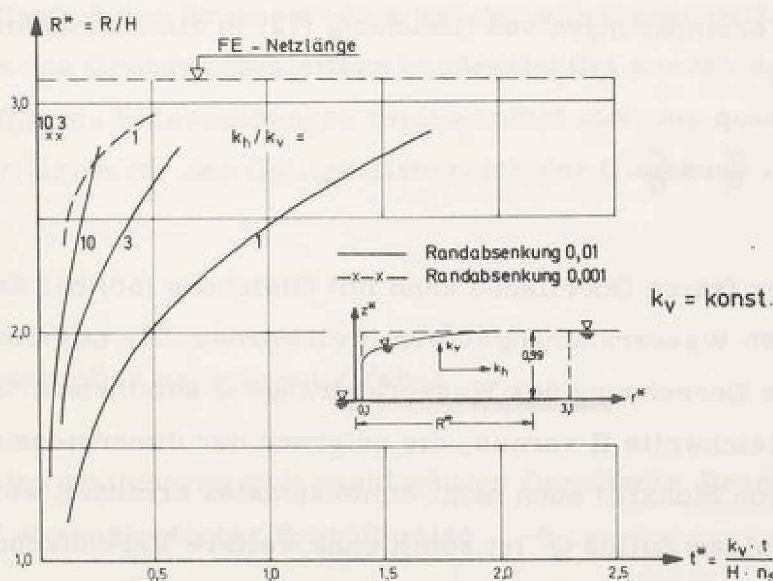


Bild 24: Reichweite in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der tolerierten Randabsenkung nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

6. Bewertung der klassischen Verfahren

Das in Kapitel 2.1 dargelegte Berechnungsverfahren für den quasistationären Zustand erhält hier das Attribut "klassisch". Gleichzeitig wird auch die von Weber (1928) angegebene Gleichung zur Ermittlung der zeitabhängigen Reichweite hierzu gerechnet, obgleich sich diese in der Praxis in geringerem Umfang durchgesetzt hat.

Die mit Hilfe der FEM erhaltenen Aussagen über das zeitabhängige Verhalten einer Brunnenströmung lassen sich nur bedingt mit den klassischen, stationären Verfahren vergleichen. Soweit ein unmittelbarer Ergebnisvergleich angestrebt wird, kann dies nur für das zuletzt berechnete, einem quasistationären Zustand am meisten ähnelnde Zeitintervall erfolgen. Das letzte Zeitintervall wird jedoch nicht als stationär angesehen, es können und werden zweifelsohne noch weitere Verschiebungen der freien Oberfläche und damit Veränderungen im hydraulischen System eintreten.

6.1 Freie Oberfläche nach Dupuit

Gleichung (3) wird zunächst mit Hilfe von Gleichung (2) umgeformt und dann mit den Vereinbarungen von Gleichung (12) in dimensionsloser Form angeschrieben:

$$z^{*2} = z_0^{*2} + \frac{Q^*}{\pi} \cdot \ln \frac{r^*}{r_0^*} \quad (50)$$

Der Verlauf der freien Oberfläche kann mit Gleichung (50) bei Kenntnis des dimensionslosen Wasserandrangs Q^* ermittelt werden. Die mit Gleichung (2) vorzunehmende Berechnung des Wasserandrangs Q setzt wiederum die Kenntnis der Reichweite R voraus, die aufgrund der dimensionsunechten Gleichung (4) von Sichardt auch nicht dimensionslos ermittelt werden kann. Der dimensionslose Zufluß Q^* ist somit ohne weitere Vereinfachungen mit den klassischen Verfahren nicht ermittelbar und wird daher dem FE-Programmlauf für das zum Vergleich herangezogene letzte Zeitintervall ent-

nommen. Der dann bekannte Zufluß Q^* wird als für den quasistationären Zustand gültig angesehen und in Gleichung (50) eingesetzt.

In Bild 25 sind die mit Gleichung (50) erhaltenen freien Oberflächen dem Ergebnis der Programmläufe gegenübergestellt. Gleichung (50) liefert eine freie Oberfläche, die wegen der Dupuit-Forchheimer Annahmen auf der Höhe des Brunnenwasserstandes, im vorliegenden Fall wegen $z_0^* = 0$ erst am dichten Horizont, in den Brunnenschacht einmündet. Der hierdurch erzeugte Fehler in der Lage der freien Oberfläche ist in Brunnennähe am größten und nimmt mit wachsender Entfernung vom Brunnen ab, wobei eine eventuell vorhandene Anisotropie des Bodens bei $k_h/k_v > 1$ sich zusätzlich ungünstig auswirkt und den Fehler erheblich vergrößert. Die hier dargestellte Fehleinschätzung in der Lage der freien Oberfläche stellt aber gleichsam einen Extremwert dar, da die Länge der Sickerstrecke mit abnehmendem Brunnenwasserstand anwächst und im Fall völliger Absenkung ihren Maximalwert erreicht.

Anhand von Bild 25 wird ersichtlich, daß die Berechnung der Lage der freien Oberfläche nach Dupuit bei großen Absenkungen im Brunnen ein völlig unzureichendes Verfahren darstellt. Die Anwendung dieser Gleichung setzt also immer die Beschränkung auf relativ kleine Absenkungen voraus, wobei der Einfluß des Brunnenradius und der einer eventuell vorhandenen Anisotropie des Grundwasserleiters berücksichtigt werden sollte. Die hier durchgeführten Untersuchungen reichen nicht aus, um quantitativ formulierte Kriterien für den Gültigkeitsbereich der Gleichung (50) angeben zu können.

6.2 Wasserzufluß nach Dupuit/Weber

Die für den stationären Fall exakt gültige Dupuitsche Brunnengleichung (2) lautet in dimensionsloser Schreibweise

$$Q^* = \pi \frac{1 - z_0^{*2}}{\ln \frac{R^*}{r_0^*}} \quad (51)$$

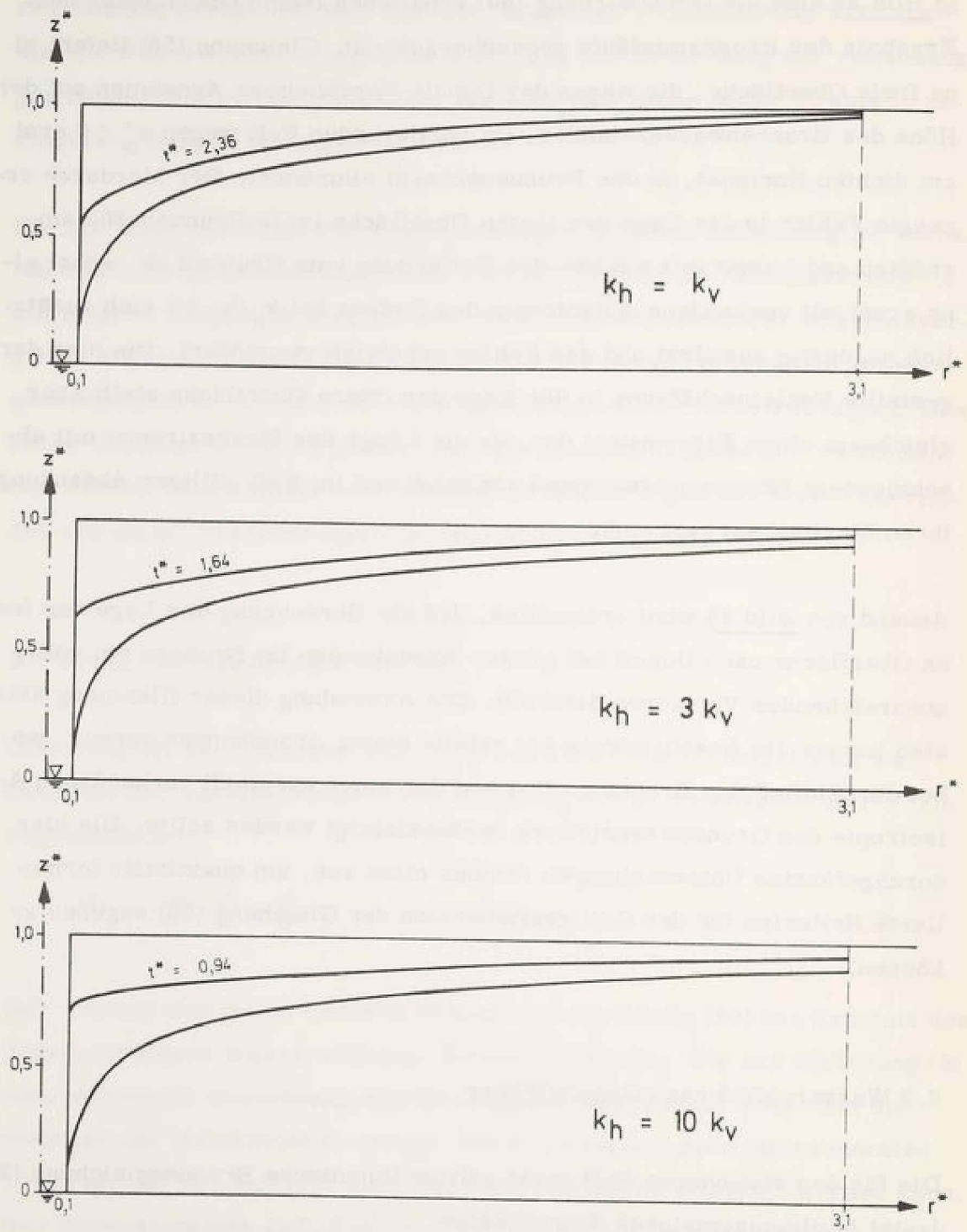


Bild 25: Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Dupuit ($r_o^* = 0,1$)

Die dimensionsunechte Gleichung (4) von Sichardt erlaubt es nicht, eine dimensionslose Reichweite R^* zu ermitteln. Verwendet man dagegen die von Weber (1928) angegebene Gleichung zur Ermittlung der zeitabhängigen Reichweite

$$R = 3 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot H \cdot t}{n_s}} \quad (52)$$

in ihrer dimensionslosen Form

$$R^* = \alpha \cdot \sqrt{k_h^* \cdot t^*} \quad (53)$$

wobei für k in Gleichung (52) die horizontale Durchlässigkeit k_h und für den Faktor 3 vor der Wurzel verallgemeinernd α eingesetzt wird, so läßt sich die Reichweite R^* und damit auch der dimensionslose Wasserandrang Q^* in einem quasistationären Zustand mit Gleichung (51) berechnen. Der so errechnete Wasserzufluß, im weiteren "Wasserzufluß nach Dupuit/Weber" genannt, wird dann dem jeweiligen Wasserzufluß aus der FE-Berechnung gegenübergestellt, wobei die in Gleichung (53) einzuführende Zeit mit der zum Erreichen des als quasistationär aufgefassten letzten Zeitintervalls der FE-Berechnung erforderlichen, dimensionslosen Pumpdauer t^* gleichgesetzt wird.

Die von Weber (1928) abgeleitete Gleichung (52) besitzt in diesem Zusammenhang gegenüber der Sichardtschen Reichweite gemäß Gleichung (4) neben dem Vorteil, dimensionsecht zu sein, den Vorteil, daß der Einfluß der Anisotropie und Zeit berücksichtigt werden kann. Andererseits ist nicht einzusehen, daß die Reichweite von der Absenkung im Brunnen, bzw. von der sekundlichen Förderwassermenge unabhängig sein soll. Trotz dieser Mängel hat sich die Gleichung (52) bzw. (53) bei dem hier untersuchten Beispiel - wie noch zu beweisen sein wird - bewährt.

Der in Gleichung (53) auftretende Faktor α ist ein "freier" Parameter, der so gewählt werden kann, daß der sich aus den Programmläufen ergebende Wasserzufluß formelmäßig mit Gleichung (51) erhalten wird.

Der Tabelle 4 ist zu entnehmen, daß mit der Reichweite

$$R^* = 25 \cdot \sqrt{k_h^* \cdot t^*} \quad (54)$$

aus Gleichung (51) ein vom richtigen Wert nur wenig (siehe Tabelle 4) abweichender Wasserzufluß erhalten werden kann.

Tabelle 4: Vergleich des Wasserandrangs nach FEM und Dupuit/Weber für die zuletzt berechneten Zeitintervalle nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)

$k_h^* \hat{=} k_h/k_v$	t^*	R^* aus Gl. (54)	Q^* aus Gl. (51) mit R^* aus Gl. (54)	Q_{FEM}^*	$\frac{Q^*_{Gl. (51)}}{Q_{FEM}^*} \cdot 100\%$
1	2,36	3,84	0,860	0,865	99,4
3	1,64	5,50	0,782	0,800	97,6
10	0,94	7,66	0,724	0,750	96,6

Die hier nur für die zuletzt gerechneten Zeitintervalle vorgenommenen Vergleiche lassen sich auf die gesamte instationäre Berechnung ausdehnen. Hierbei wird bewußt die nur im stationären Fall gültige Gleichung (51) formal für die instationären Zwischenzustände verwendet. Die Zeit und die Anisotropie gehen ausschließlich über die Gleichung (54) in die Rechnung ein. Der sich so ergebende, zeitabhängige Wasserandrang ist in Bild 26 neben dem Ergebnis aus den Programmläufen dargestellt. Die beschriebene Vorgehensweise ist, obwohl theoretisch nicht begründbar, für praktische Zwecke ausreichend genau, so daß mit Hilfe von Gleichung (51) und Gleichung (54) für dieses Beispiel mit einer relativ großen und schnellen Absenkung ein Anhaltspunkt für die Größe der sekundlich zu fördernden Wassermenge in den instationären Zwischenzuständen gewonnen werden kann.

Eine auf die vorliegenden Rechenergebnisse gestützte Verallgemeinerung hinsichtlich andersartiger Rand- und Betriebsbedingungen des Brunnens ist nicht möglich. Der Vorschlag könnte jedoch durch weitere Berechnungen überprüft und gegebenenfalls den veränderten Bedingungen angepaßt werden.

Für die Berechnung des Wasserandrangs Q^* in quasistationären Zuständen ist die Festlegung auf eine dimensionslose Zeit t^* erforderlich, ab der sich der Zufluß Q^* nicht mehr wesentlich ändert. Diese Festlegung auf eine "Grenzreichweite" entbehrt nicht einer gewissen Willkür und kann nur sehr vage vorgenommen werden. Für die Berechnung der sekundlichen Wassermenge in einem quasistationären Endzustand wird empfohlen, in Gleichung (54) die dimensionslose Endzeit t^* zu 5,0 bis 10,0 zu wählen, wobei der kleinere Wert für weniger durchlässige und der größere Wert für gut durchlässige Böden gewählt werden sollte.

6.3 Reichweite nach Sichardt und Weber

Mit "Reichweite" wird hier, wie in Kapitel 5.4.3, die Entfernung verstanden, bei der die Absenkung ein toleriertes Maß, die "Randabsenkung", nicht überschreitet. Die Reichweite in einem quasistationären Zustand ist im homogenen Boden abhängig vom Verhältnis der Durchlässigkeiten k_h/k_v , während die zeitliche Ausbreitung des Absenkungstrichters von der absoluten Größe der Durchlässigkeit abhängig ist. Die Reichweite in einem quasistationären Zustand wird in der Praxis häufig mit der Gleichung (4) von Sichardt ermittelt. Diese Gleichung enthält, obgleich für den Beharrungszustand gültig, die Durchlässigkeit k als Variable und ist damit, streng betrachtet, wenig sinnvoll. Hier fließt aber die Erfahrung Sichardts ein, daß bei sehr durchlässigen Böden die Reichweite zu einem bestimmten Zeitpunkt, der dem Beharrungszustand entsprechen soll, größer ist als bei weniger durchlässigen Böden. Damit wird auch bei der Gleichung von Sichardt ein Zeitbegriff deutlich, der dem Anwender unbewußt bleibt.

Die die Reichweite beeinflussende, zeitbezogene Förderwassermenge wird bei Sichardt, anders als bei Weber, durch die Variable s , die Absenkung im Brunnen, berücksichtigt. Da die Gleichung von Sichardt aber dimensionsunecht ist, kann hier wiederum kein Vergleich durchgeführt werden. Es wird auf die dimensionsechte Gleichung von Weber (1928), Gleichung (52) bzw. Gleichung (53), zurückgegriffen. Anhand der Rechenergebnisse

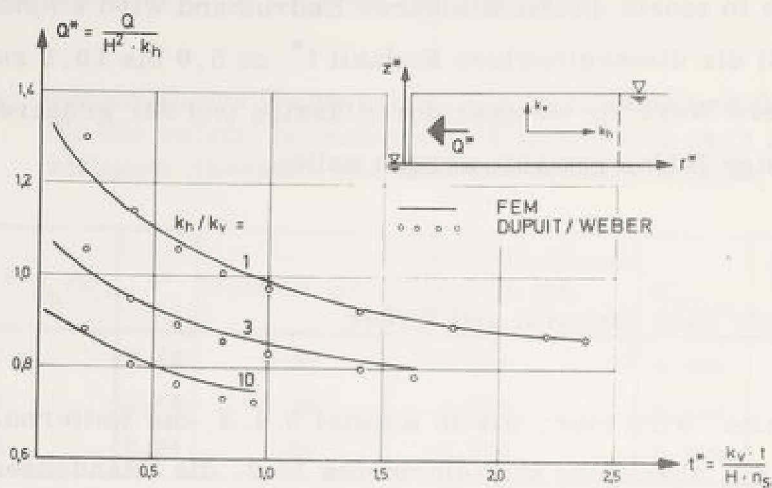


Bild 26: Vergleich des Wasserandrangs nach FEM und Dupuit/Weber ($r_0^* = 0,1$)

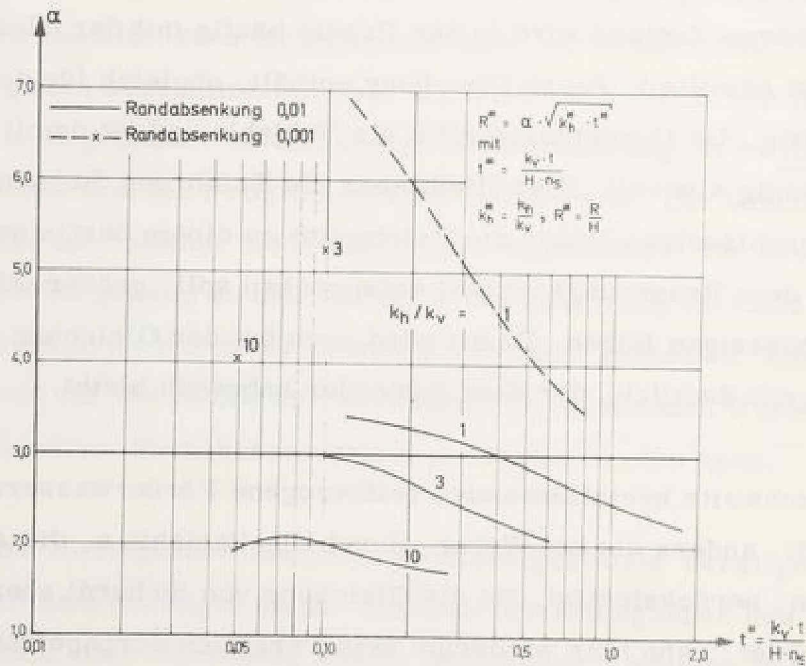


Bild 27: Faktor α in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der tolerierten Randabsenkung ($r_0^* = 0,1$)

(siehe Bild 24) wird es möglich, den in Gleichung (53) noch freien Parameter α als Funktion der Zeit rückzurechnen; somit kann die Gleichung (52) von Weber überprüft und in ihrer Aussagekraft und hinsichtlich Ihrer Genauigkeit bewertet werden.

Als Ergebnis der Rückrechnung ist in Bild 27 der Faktor α in Funktion der Zeit mit dem Durchlässigkeitsverhältnis und der gewählten Randabsenkung als Parameter dargestellt. Der Faktor α schwankt bei einer tolerierten Randabsenkung $s^* = 0,001$ je nach Durchlässigkeitsverhältnis und Zeitpunkt zwischen 3 und 7 und bei $s^* = 0,01$ zwischen 1,7 und 3,4. Er nimmt mit zunehmender Zeit ab und scheint einem Grenzwert zuzustreben.

Aus dem vorgelegten Ergebnis wird der Schluß gezogen, daß die von Weber (1928) angegebene Gleichung (52) bzw. Gleichung (53) mit $\alpha = 3$ zur Ermittlung der zeitabhängigen Reichweite für die Praxis mit ausreichender Genauigkeit verwendet werden kann. Die tolerierte Randabsenkung beträgt hierbei im Bereich $0 \leq t^* \leq 1,0$ etwa 1 % der Mächtigkeit H des Grundwasserleiters und im Bereich $t^* > 1,0$ etwa 0,1 % von H. Diese Angaben beziehen sich wiederum nur auf den hier untersuchten Fall einer schnellen und großen Absenkung im Brunnen.

6.4 Zum Begriff "Fassungsvermögen"

Der von Sichardt (1928) formulierte Begriff "Fassungsvermögen" (siehe Gleichung (1)) dient heute dazu, den bei der Berechnung der freien Oberfläche mit Gleichung (3) auftretenden Fehler (siehe auch Bild 25) klein zu halten.

Die mit der Dupuitschen Brunnengleichung (2) ermittelte Ergiebigkeit des Grundwasserleiters soll kleiner oder maximal gleich sein dem Fassungsvermögen, ausgedrückt durch

$$Q \leq Q' = 2\pi r_0 \cdot z_0 \cdot \frac{\sqrt{k}}{15} \quad (55)$$

Durch Umformung dieser Bedingung wird obige Aussage deutlich; denn der Brunnenwasserstand z_0 soll bei vorgegebenem Brunnendurchmesser der Forderung

$$z_0 \geq \frac{15}{2\pi} \cdot \frac{Q}{\sqrt{k} \cdot r_0} \quad (56)$$

genügen.

Der Nachweis eines ausreichenden Fassungsvermögens beinhaltet somit die Beschränkung der Absenkung im Brunnen und damit eine Beschränkung der Größe des Fehlers in der Berechnung der freien Oberfläche. Den Einfluß des Brunnenradius auf die Lage der freien Oberfläche vernachlässigend, ließe sich diese Beschränkung auch einfacher formulieren, z. B. $z_0 \geq H/3$, so daß dem Begriff des Fassungsvermögens dann keine weitere Bedeutung mehr zukäme.

Das hydraulische System des horizontal unbegrenzten Grundwasserleiters kann auch als verzerrtes, isotropes Modell eines anisotropen Grundwasserleiters aufgefaßt werden. Die Systeme unterscheiden sich außer den Koordinaten nur im Brunnenradius. Aus diesem Grund ist der Einfluß des Brunnenradius auf das Strömungsverhalten in Brunnennähe mit dem Einfluß der Anisotropie vergleichbar und kann daher nicht vernachlässigt werden. In der vorliegenden Arbeit ist der Einfluß des Brunnenradius nicht untersucht worden, so daß sich hieraus keine Kriterien zur Beschränkung des Brunnenwasserstandes in Abhängigkeit vom Brunnenradius ableiten lassen. Das Fassungsvermögen bleibt also vorläufig das einzige, in der Praxis bewährte und den Brunnenradius berücksichtigende Kriterium zur Beschränkung der Absenkung im Brunnen und die Beschränkung ist so lange notwendig, wie es keine der Gleichung (3) entsprechende und ähnlich einfache Möglichkeit gibt, die Lage der freien Oberfläche in Brunnennähe treffend zu ermitteln.

7. Betrachtung zur Gültigkeit des Darcyschen Gesetzes in Brunnennähe

Die Anwendung des mit Gleichung (15) gegebenen Darcyschen Gesetzes für laminare Strömung impliziert die Beschränkung auf seinen Gültigkeitsbereich. Die vorliegenden Ergebnisse, die ja das Darcysche Gesetz als gültig voraussetzen, können jedoch nur mit Vorbehalten dazu dienen, laminare Bereiche von nicht-laminaren oder gar turbulenten Strömungsbereichen zu trennen. Die nachfolgenden Untersuchungen haben daher einerseits das ohne Einschränkungen erreichbare Ziel, den Gültigkeitsbereich des Darcyschen Gesetzes nach oben abzugrenzen, und können so die Voraussetzungen klären helfen, unter denen das Darcysche Gesetz bei der Strömung zu einem Brunnen noch gültig ist. Andererseits ist es das Ziel, rein informativ die auf der Basis des linearen Fließgesetzes ermittelten laminaren und nicht-laminaren Strömungsbereiche auch bei brunnennaher turbulenter Strömung anzugeben.

Als Kriterium für den Zustand der Strömung wird in Analogie zur Hydrodynamik die Reynolds-Zahl herangezogen, die bei der Durchströmung poröser Medien so definiert wird:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (57)$$

Die Reynolds-Zahl, die bekanntlich das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Zähigkeitskräften zum Ausdruck bringt, ist geeignet, die Grenze von laminarer zu nicht-laminarer Filterströmung zu erfassen. Eine Schwierigkeit besteht darin, die charakteristische Länge d so zu definieren, daß sie die besonderen Verhältnisse des porösen Mediums erfaßt. Ludewig (1967) hat die bis dahin aus der Literatur bekannten, aus Versuchen ermittelten, kritischen Reynolds-Zahlen zusammengestellt. Hieraus geht die Meinung der Mehrzahl der Verfasser hervor, daß ab einer Reynolds-Zahl von $Re \approx 5$ merkbare Abweichungen vom linearen Fließgesetz festzustellen sind. Strömungen mit Reynolds-Zahlen $Re > 200$ werden als turbulent angesehen. Der Bereich zwischen laminarer und ausgeprägter turbulenter Strömung wird als "Übergangsbereich" bezeichnet und umfaßt die Zahlen

$5 < Re < 200$. In Anlehnung an die von Ludewig (1967) zusammengestellten Untersuchungsergebnisse werden daher folgende Kriterien für den Zustand der Strömung eingeführt:

$Re < 5$	Laminare Strömung
$5 < Re < 200$	Übergangsbereich
$Re > 200$	Turbulente Strömung

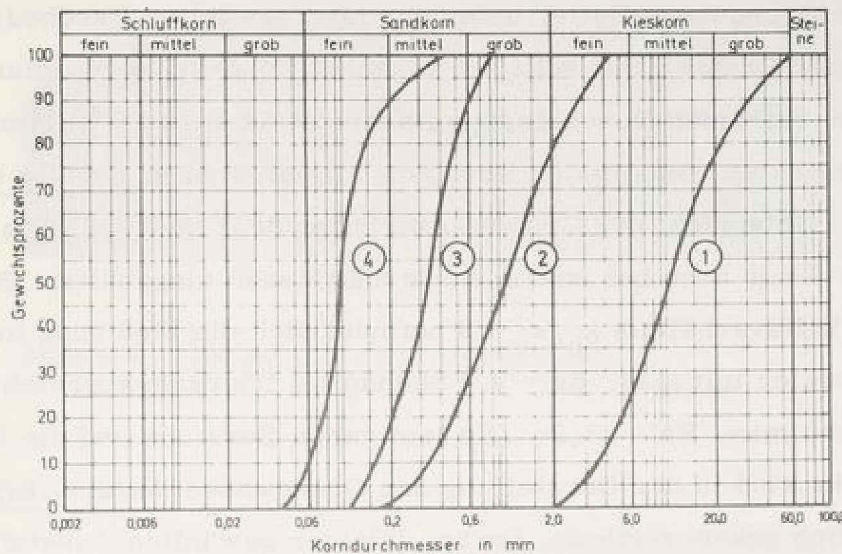
Bezüglich der Definition der charakteristischen Länge schließt sich der Verfasser der Auffassung von Nagy und Karadi (1961) an, die als maßgebende Länge den Korndurchmesser bei 50 % Siebdurchgang, mit d_{50} bezeichnet, wählen. Um die Einflüsse der Definition der charakteristischen Länge auf die Größenordnung der Reynolds-Zahl auszuschalten, beschränkt sich diese Untersuchung auf gleichförmige Böden.

Die dimensionslosen Fließgeschwindigkeiten v^* sind bei dem gewählten Beispiel des vollkommenen Brunnens bei plötzlicher und völliger Absenkung als Funktion von Ort und Zeit aus den FE-Programmläufen bekannt. Mit Gleichung (49) erhält man aus Gleichung (57) :

$$Re = v^* \cdot \frac{k_v \cdot d}{\nu} \quad (58)$$

Bei Vorgabe der vertikalen Durchlässigkeit k_v und des mittleren Korndurchmessers d_{50} lassen sich somit die Reynolds-Zahlen als Funktion von Ort und Zeit ermitteln.

Die Untersuchung beschränkt sich exemplarisch auf vier Böden, die mit ihrer Korngröße und ihrer Durchlässigkeit den Anwendungsbereich der Schwerkraftentwässerung umfassen. Die gedachten Kornverteilungen sind dem Bild 28, die der Berechnung zugrundegelegten maßgebenden Korndurchmesser und die geschätzten Durchlässigkeiten sind der Tabelle 5 zu entnehmen.



Kurve Nr	①	②	③	④
Bodenart/Bodengruppe	mKi, fki, gki	gS, fki, ms	mS, fs, gs'	fS, su', ms'
U = d bei 80% / d bei 10%	4,3	4,0	2,4	2,7

Bild 28: Angenommene Kornverteilungskurven

Die Reynolds-Zahlen werden von der Zeit, dem Durchlässigkeitsverhältnis und der Bodenart beeinflusst. Sie nehmen entsprechend der Abnahme der Fließgeschwindigkeit im brunnennahen Bereich mit der Zeit ab, wobei sie sich - wie aus Tabelle 3 zu ersehen ist - in ihrer Größe nicht wesentlich unterscheiden. Der Einfluß der Zeit ist daher von untergeordneter Bedeutung und wird nicht näher untersucht. Die Reynolds-Zahlen werden mit den Geschwindigkeiten aus dem zuletzt gerechneten Zeitintervall für die vier Böden ermittelt.

Tabelle 5: Maßgebende Korndurchmesser und Durchlässigkeiten der betrachteten Böden ($\nu = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$).

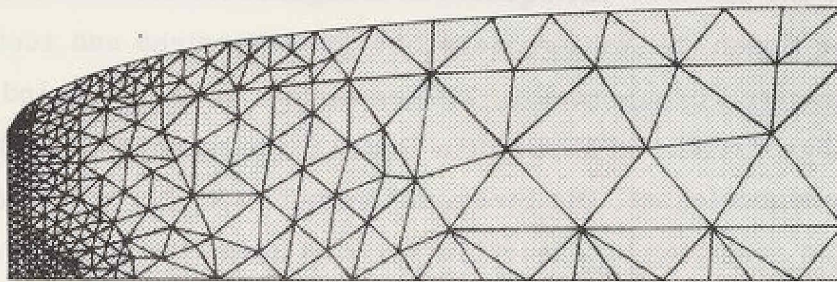
Nummer der Kornverteilungskurve	Bezeichnung nach DIN 4023	d_{50} in 10^{-3}m	k_v in m/s	$\frac{k_v \cdot d_{50}}{\nu}$
1	mKi, fki, gki	10	10^{-2}	76,92
2	gS, fki, ms	1	10^{-3}	0,769
3	mS, fs, gs'	0,35	$5 \cdot 10^{-4}$	0,135
4	fS, su', ms'	0,1	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00385

Gemäß den Untersuchungen und unter Anwendung des Kriteriums $Re < 5$ ist die Strömung zu einem Brunnen in einem dem Boden ③ und ④ entsprechenden Grundwasserleiter unter den hier gewählten Randbedingungen (vollkommener Brunnen mit völliger Absenkung und Brunnenradius $r_o^* = 0,1$) auch bei dem extremen Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 10$ laminar. Die hier erreichten, maximalen Reynolds-Zahlen sind in Tabelle 6 zusammengestellt. Entspricht der Grundwasserleiter dem Boden ②, so wird die Grenze $Re = 5$ nur noch bei isotropen Verhältnissen eingehalten. Bei dem Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 3$ befindet sich die Strömung im brunnennahen Bereich mit $max. Re = 9,4$ ebenso im Übergangsbereich wie bei $k_h/k_v = 10$ und $max. Re = 25,2$. Die laminaren Bereiche und die Übergangsbereiche sind in der Darstellung des Grundwasserleiters (Bild 29) unterschiedlich gekennzeichnet. Da bei der hier gewählten Ansatzfunktion eine konstante Geschwindigkeit im Element angenommen wird, folgt die Grenze der beiden Bereiche den Elementbegrenzungen.

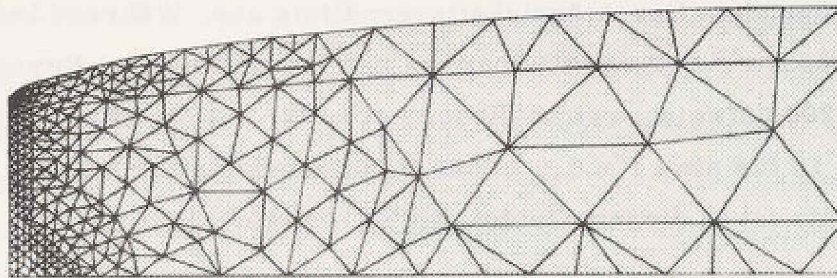
Tabelle 6: Maximale Reynolds-Zahlen bei der Strömung durch die Böden ③ und ④

Bodenart	k_h/k_v	t^*	max. Re
③ mS,fs,gs	1	2,36	0,70
	3	1,52	1,65
	10	0,94	4,40
④ fS,su,ms	1	2,36	0,02
	3	1,52	0,05
	10	0,94	0,13

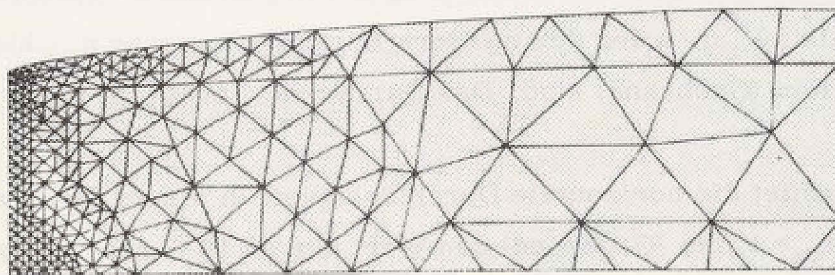
Beim Vergleich der Ergebnisse für den unterschiedlich anisotropen mit dem isotropen Grundwasserleiter ist zu beachten, daß die Geschwindigkeiten nicht zum gleichen Zeitpunkt ermittelt wurden und daß sich daher die Reynolds-Zahlen nicht unmittelbar miteinander vergleichen lassen.



BRUNNEN 2 - VERFORMTE STRUKTUR - $T^* = 2.36$ KH/KV = 1



BRUNNEN 2 - VERFORMTE STRUKTUR - $T^* = 1.52$ KH/KV = 3



BRUNNEN 2 - VERFORMTE STRUKTUR - $T^* = 0.94$ KH/KV = 10

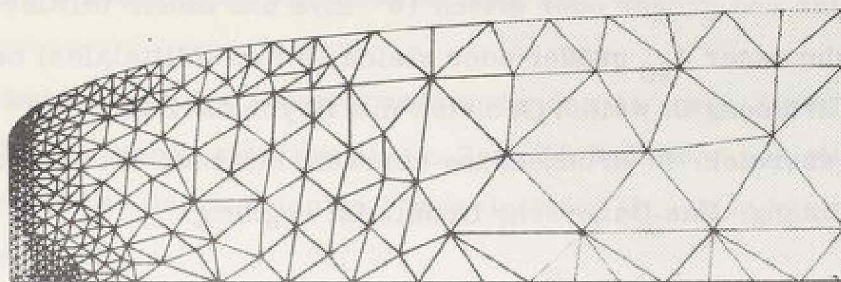
 $Re < 5$  $Re > \frac{5}{200}$

Bild 29: Der auf der Basis des Darcyschen Gesetzes ermittelte, ortsabhängige Zustand der Strömung durch den Boden (②)(gS, fki, ms) nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_o^* = 0,1$)

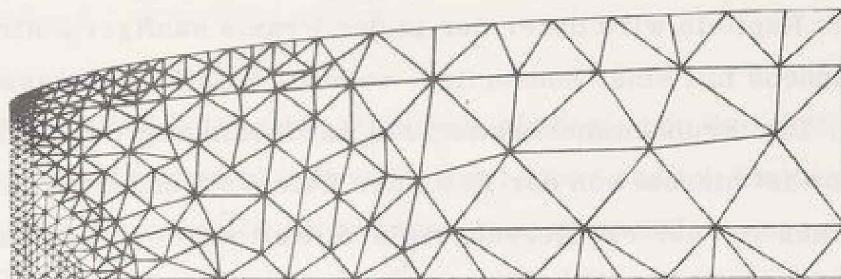
Das bisher erhaltene Ergebnis läßt für den Boden ①, der 10-fach durchlässiger ist und einen 10-fach größeren maßgebenden Korndurchmesser besitzt als der Boden ②, weit größere Übergangsbereiche und auch Bereiche mit ausgeprägter Turbulenz ($Re > 200$) erwarten. Im Bild 30 sind die einzelnen Strömungsbereiche in einem dem Boden ① entsprechenden Grundwasserleiter gekennzeichnet. Die Strömung befindet sich bei anisotropen Verhältnissen im gesamten untersuchten Teil des unendlich ausgedehnten Grundwasserleiters mit Reynolds-Zahlen größer 5 im Übergangs- und teilweise auch im Turbulenzbereich. Nur bei isotropem Untergrund sind ab einer Entfernung von $r^* \approx 2$ die Trägheitskräfte gegenüber den Zähigkeitskräften vernachlässigbar; die Reynolds-Zahlen liegen hier unter der gewählten Grenze von $Re = 5$. Der Bereich ausgeprägter Turbulenz weitet sich mit steigendem Durchlässigkeitsverhältnis aus. Während bei $k_h/k_v = 1$ nur ein Bereich $r^* \approx 0,2$ unmittelbar um den Brunnenmantel Reynolds-Zahlen größer 200 aufweist, reicht dieser bei $k_h/k_v = 3$ bis etwa $r^* = 0,4$ und bei $k_h/k_v = 10$ bis etwa $r^* = 0,9$ in den Grundwasserleiter hinein. Das Darcysche Gesetz ist in diesem Gebiet mit Sicherheit ungültig.

Aufgrund der Untersuchungsergebnisse lassen sich folgende Feststellungen treffen:

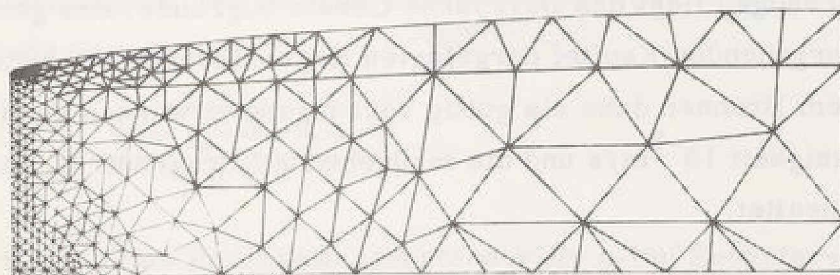
1. Die Reynolds-Zahlen überschreiten die Grenze $Re = 5$ nicht, falls die vertikale und horizontale Durchlässigkeit des Grundwasserleiters nicht größer als 10^{-3} m/s und der mittlere Korndurchmesser d_{50} kleiner oder gleich 1 mm (Grobsand) sind. Das Darcysche Gesetz ist gültig.
2. Überschreitet die horizontale Durchlässigkeit in einem Grundwasserleiter mit $d_{50} = 1$ mm (Grobsand) den Wert der zu 10^{-3} m/s angenommenen Vertikaldurchlässigkeit, so erreichen die Reynolds-Zahlen bei $k_h/k_v = 3$ Werte bis $Re \approx 10$, bei $k_h/k_v = 10$ bis $Re \approx 25$. Der Übergangsbereich mit $Re > 5$ ist auf den brunnennahen Bereich beschränkt. Das Darcysche Gesetz ist in diesem Gebiet, da die Trägheitskräfte an Einfluß gewinnen, nur noch näherungsweise gültig.



BRUNNEN 2 - VERFORMTE STRUKTUR - $T^* = 2.35$ KH/KV = 1



BRUNNEN 2 - VERFORMTE STRUKTUR - $T^* = 1.52$ KH/KV = 3



BRUNNEN 2 - VERFORMTE STRUKTUR - $T^* = 0.94$ KH/KV = 10

..... Re < 5
 Re $\frac{5}{200}$
 Re > 200

Bild 30 : Der auf der Basis des Darcyschen Gesetzes ermittelte, ortsabhängige Zustand der Strömung durch den Boden ① (mK_i , f_{ki} , g_{ki}) nach plötzlichem und völligem Absinken des Brunnenwasserstandes ($r_0^* = 0,1$)

3. In Grundwasserleitern, die dem Boden ① entsprechen, mit Durchlässigkeiten von größer oder gleich 10^{-2} m/s und einem mittleren Korndurchmesser d_{50} größer oder gleich 10 mm (Mittelkies) befindet sich die Strömung in weiten Gebieten mit Reynolds-Zahlen $Re > 5$ im Übergangsbereich. In Brunnennähe herrscht mit $\max Re > 400$ turbulente Strömung. Das Darcysche Gesetz ist ungültig.

8. Die Strömung zu einem vollkommenen Brunnen bei konstanter Entnahme

Der bisher behandelte Fall der plötzlichen Absenkung auf einen dann konstanten Brunnenwasserstand ist überwiegend theoretischer Natur. In den nachfolgenden Kapiteln wird daher der in der Praxis häufiger auftretende Fall des Brunnens mit einer konstanten sekundlichen Förderwassermenge behandelt. Der Brunnenwasserstand als Randbedingung des hydraulischen Systems ist hierbei von der Zeit, der Entnahme und dem Zufluß abhängig und muß vor der FE-Berechnung ermittelt werden. Das nachfolgend erläuterte Verfahren gestattet die Simulation von Pumpversuchen und daran anschließend die Entwicklung einer Methode zur Auswertung von instationären Pumpversuchen auch hinsichtlich der Anisotropie des Grundwasserleiters.

Den Untersuchungen liegt das Darcysche Gesetz zugrunde, das gemäß den im vorhergehenden Kapitel dargelegten Ergebnissen bei der Zuströmung zu einem Brunnen dann als gültig vorausgesetzt werden kann, wenn die Durchlässigkeit 10^{-3} m/s und die maßgebende Korngröße (d_{50}) 1 mm nicht überschreitet.

8.1 Verfahren zur Ermittlung des Brunnenwasserstandes

Das Prinzip des Verfahrens besteht darin, die zeitabhängigen Randbedingungen des hydraulischen Systems während endlich kleiner Zeitintervalle durch konstante Randbedingungen zu ersetzen. Die kontinuierlich verlau-

fende Absenkung des Brunnenwasserstandes wird durch eine Vielzahl plötzlicher Absenkungen schrittweise approximiert.

Die Veränderungen des Brunnenwasserstandes dz_0 nach Ablauf eines Zeitintervalls dt ergeben sich aus einem Zuflußdefizit oder aus einem Überschuß gegenüber der konstanten Förderleistung Q_F . Man kann somit schreiben:

$$- dz_0 \cdot \pi \cdot r_0^2 = (Q_F - Q) \cdot dt \quad (59)$$

Der Brunnenwasserstand z_0 zur Zeit $t_2 = t_1 + \Delta t$ ergibt sich durch die Integration von Gleichung (59)

$$z_0 = \int_0^{t_1} - \frac{Q_F - Q}{\pi \cdot r_0^2} dt + \int_{t_1}^{t_2} - \frac{Q_F - Q}{\pi \cdot r_0^2} dt \quad (60)$$

Der Wasserzufluß Q ist zwar allgemein abhängig von der Zeit und dem Brunnenwasserstand, er wird jedoch während eines endlich kleinen Zeitintervalls bei unveränderlichem Brunnenwasserstand als konstant angesehen. Das Integral $\int Q dt$ kann somit durch die Summation $\sum Q \cdot \Delta t$ ersetzt werden.

Bezeichnet man mit $(n-1)$ die Anzahl der bis zur Zeit t_1 benötigten Zeitintervalle, so erhält man nach Ausführung der Integration in Gleichung (60) und nach Einarbeitung der Anfangsbedingung $z_0 = H$ zur Zeit $t = 0$ die gesuchte Abhängigkeit des Brunnenwasserstandes von der Zeit, der Pumpenleistung und dem Zufluß:

$$z_{0t=t_2} = H - \frac{Q_F \cdot t_2 - \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \Delta t_i - Q_n (t_2 - t_1)}{\pi \cdot r_0^2} \quad (61)$$

Zur Ermittlung des Brunnenwasserstandes im n -ten Zeitintervall von t_1 nach t_2 ist somit die Kenntnis der einströmenden Wassermenge $Q_n (t_2 - t_1)$ erforderlich. Diese kann - gemäß den Ergebnissen des Kapitel 6.2 - in guter Näherung mit den Gleichungen von Dupuit (Gl. (2)) und Weber (Gl. (52)) abgeschätzt werden. Setzt man die Dupuitsche Gleichung

$$Q_n = Q = \pi \cdot k_h \cdot \frac{H^2 - z_{0t=t_2}^2}{\ln R(t=t_2)/r_0} \quad (62)$$

in Gleichung (61) ein und löst nach z_0 auf, so erhält man den Brunnenwasserstand zur Zeit t_2 zu

$$z_{0,t_2} = - \frac{r_0^2 \cdot \ln R/r_0}{2k_h(t_2-t_1)} + \sqrt{H \left(H + \frac{r_0^2 \cdot \ln R/r_0}{k_h(t_2-t_1)} \right) - \frac{\ln R/r_0}{\pi \cdot k_h} \cdot \frac{Q_F t_2 - \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \Delta t_i}{(t_2-t_1)} + \left(\frac{r_0^2 \cdot \ln R/r_0}{2k_h(t_2-t_1)} \right)^2} \quad (63)$$

Gleichung (63) ist zwar im ersten Zeitintervall wegen $t_1 = 0$ und $\sum Q_i \cdot \Delta t_i = 0$ unmittelbar lösbar, für $t_1 > 0$ aber erst bei Vorliegen der Rechenergebnisse hinsichtlich der bis dahin eingeflossenen Wassermenge

$$\sum_{i=1}^{n-1} Q_i \cdot \Delta t_i > 0$$

Die Forderung $z_0 \geq 0$ muß zu jedem Zeitpunkt erfüllt sein. Aus dieser Bedingung erhält man aus Gleichung (63) eine obere Schranke für die Förderwassermenge. Es gilt:

$$Q_F \cdot t_2 \leq \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \Delta t_i + (t_2 - t_1) \pi \cdot k_h \frac{H^2}{\ln R/r_0} + \pi \cdot r_0^2 \cdot H \quad (64)$$

Gleichung (64) besagt anschaulich, daß die bis zur Zeit t_2 geförderte Wassermenge maximal der Summe aus der bis zur Zeit t_1 eingeflossenen Wassermenge, der aus der Dupuitschen Gleichung ermittelten, im Zeitintervall von t_1 nach t_2 maximal möglichen Wassermenge beim Brunnenwasserstand $z_0 = 0$ und dem im Brunnen vorhandenen Wasservolumen gleich sein darf. Ist die in Gleichung (64) ausgedrückte Bedingung erfüllt, so ist nachweisbar gleichzeitig gewährleistet, daß das Argument der Wurzel in Gleichung (63) immer einen positiven Wert annimmt.

Die Simulierung des durch eine konstante Entnahme stetig veränderten hydraulischen Systems von Grundwasserleiter und vollkommenem Brunnen geschieht nun folgendermaßen: Das Programm entnimmt den Eingabedaten die vorgesehene, konstante sekundliche Entnahmemenge. Im vorgegebenen ersten Zeitintervall wird durch die Reduktion der Entnahme auf 50 % des Sollwertes eine Anfahrzeit der Pumpen berücksichtigt. Anschließend wird überprüft, ob der in Gleichung (64) ausgedrückte Grenzwert der

Entnahme nicht überschritten ist. Der Brunnenwasserstand z_0 im ersten und in allen folgenden Zeitintervallen ergibt sich dann aus Gleichung (63). Aufgrund der diskontinuierlichen Arbeitsweise muß sich auf der Höhe des Brunnenwasserstandes an der Brunnenwandung ein Netzknoten befinden. Es wird daher der dem errechneten Wasserstand am nächsten liegende Knoten gesucht und dessen z -Koordinate als im nächsten Zeitintervall gültiger Brunnenwasserstand z_0 betrachtet. Danach können die ursprünglich eingelesenen Randbedingungen den Veränderungen des Wasserstandes angepaßt werden. Die weitere Berechnung erfolgt nun wie im Fall des zeitunabhängigen Brunnenwasserstandes.

Die maximal denkbare, zwangsweise vorgenommene Veränderung des mit Gleichung (63) errechneten Brunnenwasserstandes beträgt die Hälfte des durchschnittlichen Knotenabstandes am Brunnenrand, der bei dem hier gewählten Elementnetz $0,0312 \cdot H$ beträgt. Die aufgezwungene Verschiebung bleibt damit immer unter dem Wert von $0,0156 \cdot H$. Durch eine entsprechend größere Elementzahl kann dieser Fehler beliebig verringert werden.

Bedingt durch diese zufällige und daher nicht abschätzbare Verschiebung des Brunnenwasserstandes weicht der mit Gleichung (62) geschätzte Zufluß während des nächsten Zeitintervalls im Mittel $\pm 10\%$ von dem später ermittelten Wert aus der FE-Berechnung ab. Da in jedem Zeitintervall mit Gleichung (63) ein neues z_0 mit den berechneten und nicht mit den geschätzten Wassermengen ermittelt wird, wirkt sich der Schätzfehler direkt nur auf das betreffende Zeitintervall aus.

8.2 Wahl von Brunnenradius, Durchlässigkeitsverhältnis und Entnahme

Für die Simulation des vollkommenen Brunnens wird das gleiche FE-Netzwerk (Bild 7) benutzt wie für die Darlegung des Strömungsverhaltens bei plötzlicher Absenkung auf einen konstanten Brunnenwasserstand. Um eine allgemeine Aussage zu ermöglichen, werden die in Kapitel 3.1 abgeleiteten, dimensionsbehafteten Gleichungen (62) bis (64) mit Hilfe von Gleichung (12) so umgeformt, daß sie dimensionsunabhängig sind.

Setzt man baupraktisch übliche Werte für die Durchlässigkeit k_h , die Brunnentiefe H , den Brunnenradius r_0 und für die gewählte maximale Absenkung s_0 an, so ergibt sich folgende sinnvolle Bandbreite für die dimensionslosen Parameter, Brunnenradius und Entnahme:

$$\begin{aligned} \frac{r_0}{H} &= r_0^* = 0,01 \text{ bis } 0,1 \\ \frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h} &= Q_F^* = 0,05 \text{ bis } 5,0 \end{aligned} \quad (55)$$

Um den Umfang der Rechnungen zu begrenzen, beschränkt sich der Autor auf einen konstanten Brunnenradius ($r_0^* = 0,04$), zwei Werte für die Entnahme ($Q_F^* = 0,25$ und $Q_F^* = 0,45$) und auf zwei Durchlässigkeitsverhältnisse ($k_h/k_v = 1$ und $k_h/k_v = 3$).

Bei einem Vergleich der Ergebnisse für verschiedene Durchlässigkeitsverhältnisse ist zu beachten, daß bei für alle Durchlässigkeitsverhältnisse gleich groß angenommener, dimensionsloser Entnahme Q_F^* gleiche Horizontaldurchlässigkeit vorausgesetzt wird und daß daher im anisotropen Fall wegen

$$t^* = \frac{k_v \cdot t}{H \cdot n_s}$$

eine Verzerrung des dimensionslosen Zeitmaßstabes eintritt. Vergleichbare Verhältnisse liegen nur vor, wenn bis zum gleichen Zeitpunkt $t = t_1$ gleich viel Wasser $Q_F t = Q_{F_1} \cdot t_1$ dem Grundwasserleiter entnommen wurde. Für die dimensionslosen Größen, Entnahme und Zeit, bedeutet dies, daß Vergleiche nur vorgenommen werden dürfen, wenn die Bedingungen

$$\begin{aligned} Q_{(k_h/k_v \neq 1)}^* &= Q_{(k_h/k_v = 1)}^* \\ t_{(k_h/k_v \neq 1)}^* &= \left(\frac{k_v}{k_h} \right) \cdot t_{(k_h/k_v = 1)}^* \end{aligned} \quad (56)$$

eingehalten sind.

8.3 Freie Oberfläche und Brunnenwasserstand in Abhängigkeit von der Zeit, dem Durchlässigkeitsverhältnis und der Entnahme

Die Auftragung der Rechenergebnisse richtet sich nach dem bei der Auswertung von Pumpversuchen üblichen Verfahren. In Bild 31 sind somit für den isotropen Grundwasserleiter Entnahme und Zufluß in Funktion der Zeit und der Absenkung im Brunnen und die Absenkung im Brunnen in Funktion der Zeit mit der Entnahme als Parameter dargestellt.

Bild 32 enthält die analoge Darstellung für den $k_h/k_v = 3$ anisotropen Grundwasserleiter. Die Rechnungen werden so frühzeitig abgebrochen, daß noch kein Beharrungszustand vorliegt. Der Ablauf der Simulation und besonders die Reaktion des Brunnenwasserstandes auf Veränderungen im Zufluß lassen sich an den Bildern 31 und 32 anschaulich nachvollziehen.

Zu Beginn des Pumpvorgangs tritt aufgrund der geringen Absenkung und der damit geringen Zuflußmenge ein hohes Wasserdefizit auf, das zunächst dem Vorrat im Brunnen entnommen wird. Die hierdurch eingeleitete, verstärkte Absenkung im Brunnen bewirkt solange ein Anwachsen des Zuflusses, bis sich Zufluß und Entnahme die Waage halten. Da aber noch kein Beharrungszustand vorliegt, und da mit zunehmender Absenkung der freien Oberfläche die zuströmende, zeitbezogene Wassermenge geringer wird, tritt ein weiteres, wenn auch wesentlich langsames Fallen des Brunnenwasserstandes ein, das erst bei quasistationärer Strömung beendet ist. Die "Sprünge" des Brunnenwasserstandes und des Zuflusses in der Anfangsphase der Simulation sind eine Folge der gegenüber der Berechnung mit Gleichung (63) zwangsläufig erforderlichen Anpassung des Brunnenwasserstandes an die z-Koordinate des benachbarten Knotens. Diese gewaltsame Anpassung bewirkt gerade in der sensiblen Anfangsphase eine relativ große Abweichung des Zuflusses vom Sollwert und dadurch auch eine Änderung des Brunnenwasserstandes.

Bei der Beurteilung der Abhängigkeit $Q^* = f(s_0^*)$ ist zu beachten, daß der Funktionsverlauf selbst noch zeitabhängig ist und daß daher kein kontinuierlicher Verlauf dieser Funktion erhalten wird. Der Einfluß der Anisotropie auf den Verlauf der Funktionen $Q^* = f(t^*)$ und $s_0^* = f(t^*)$ ist im

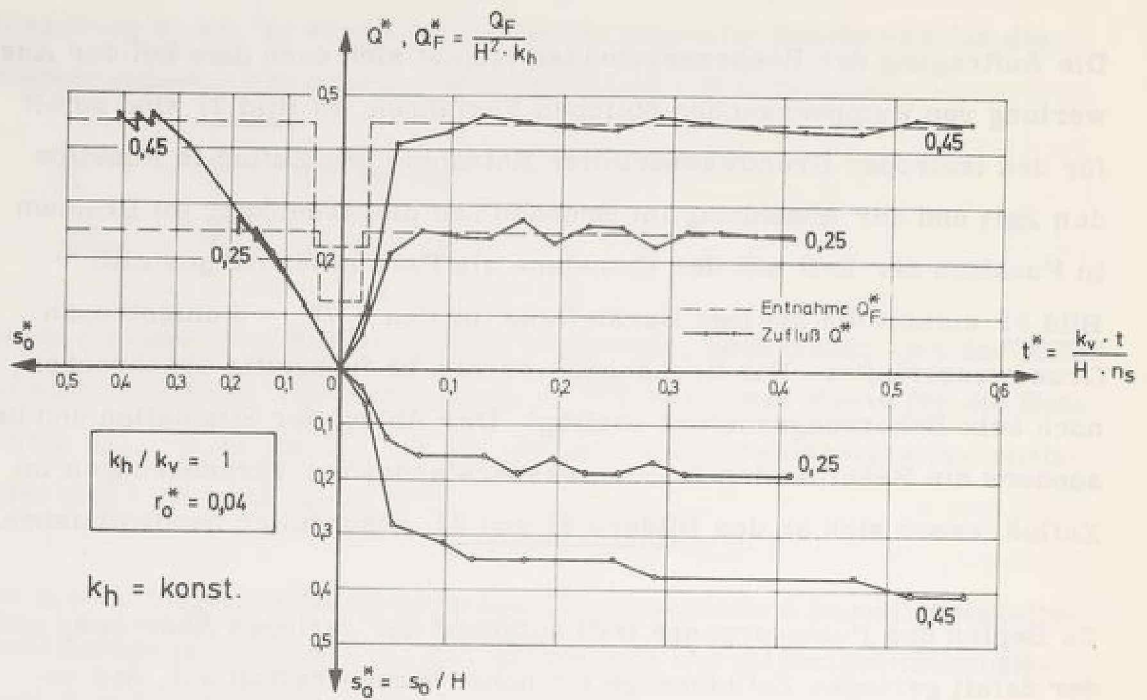


Bild 31: Ablauf der Simulation bei isotropem Grundwasserleiter

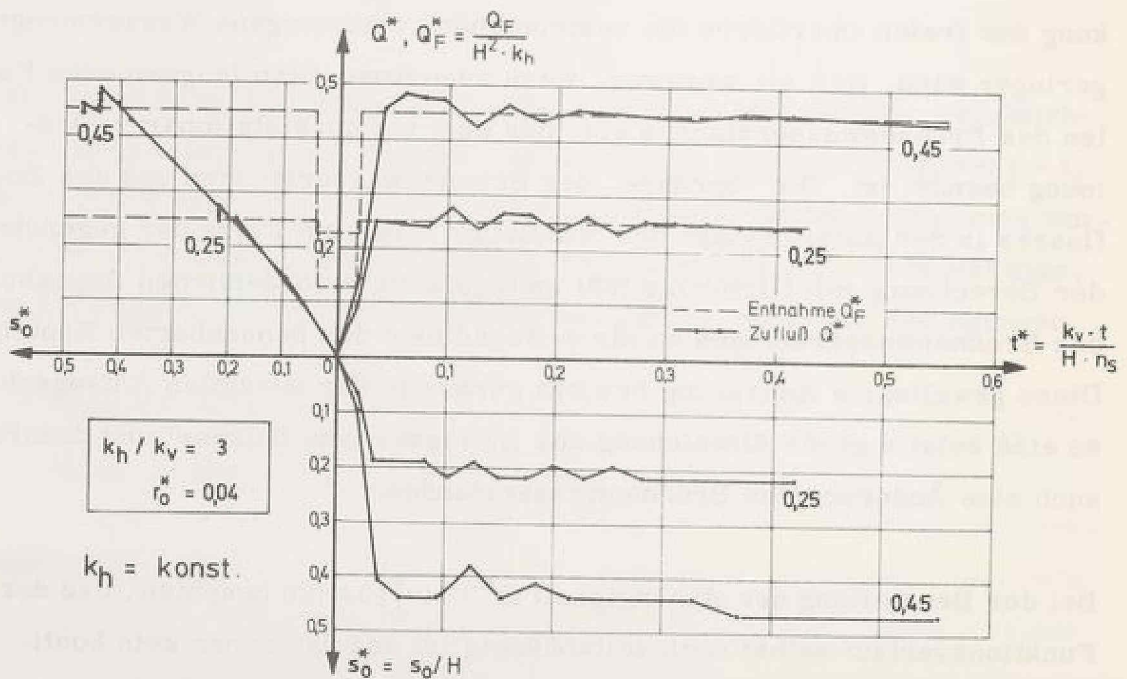


Bild 32: Ablauf der Simulation bei anisotropem Grundwasserleiter
 $(k_h / k_v = 3)$

vorliegenden Fall der konstanten Entnahme gering. Die Anpassung des Zuflusses an die Entnahme erfolgt, unter Berücksichtigung der Verzerrung des Zeitmaßstabes, bei anisotropem Grundwasserleiter geringfügig verzögert.

Der Brunnenwasserspiegel sinkt ebenfalls zeitlich verzögert ab, wobei die Absenkung schließlich bei Anisotropie einen geringfügig größeren Wert erreicht. Die Anisotropie wirkt sich bei konstanter Entnahme hauptsächlich auf die Lage der freien Oberfläche und weniger auf den Brunnenwasserstand und den zeitabhängigen Zufluß aus.

Der zeitabhängige Verlauf der freien Oberflächen und der dazugehörige Brunnenwasserstand sind für die vier untersuchten Beispiele in Bild 33 dargestellt. Das schon früher beobachtete Phänomen der flacher verlaufenden freien Oberflächen bei anisotropem Grundwasserleiter ist auch hier festzustellen. Dieser Einfluß bedingt zusammen mit der größeren Absenkung im Brunnen eine wesentliche Verlängerung der Sickerfläche bei Anisotropie. Um eine qualitativ bessere Abschätzung zu ermöglichen, ist in Bild 34 die Länge der Sickerfläche in Funktion der Zeit mit der Entnahme und dem Durchlässigkeitsverhältnis als Parameter dargestellt. Die Verzerrung des Zeitmaßstabes im Fall des $k_h/k_v = 3$ anisotropen Grundwasserleiters ist bei der Auftragung berücksichtigt. Die Anisotropie $k_h/k_v = 3$ des Grundwasserleiters bewirkt im hier untersuchten Zeit- und Absenkungsbereich und beim dem hier gewählten Brunnenradius $r_o^* = 0,04$ eine Verlängerung der Sickerfläche auf größenordnungsmäßig das 1,5-fache der Länge im isotropen Fall. Der bei der Berechnung der Lage der freien Oberfläche nach Dupuit-Forchheimer auftretende Fehler wird somit durch einen anisotropen Grundwasserleiter erheblich verstärkt.

Die Länge der Sickerfläche hängt bei konstant angenommenen hydraulischen Eigenschaften des Grundwasserleiters und bei konstantem Brunnenradius von der Entnahme, d. h. von der Absenkung im Brunnen, und von der Zeit ab. Bild 35 zeigt die Abhängigkeit der Länge der Sickerfläche von der Absenkung f die hier untersuchten Beispiele auf. Der Ein-

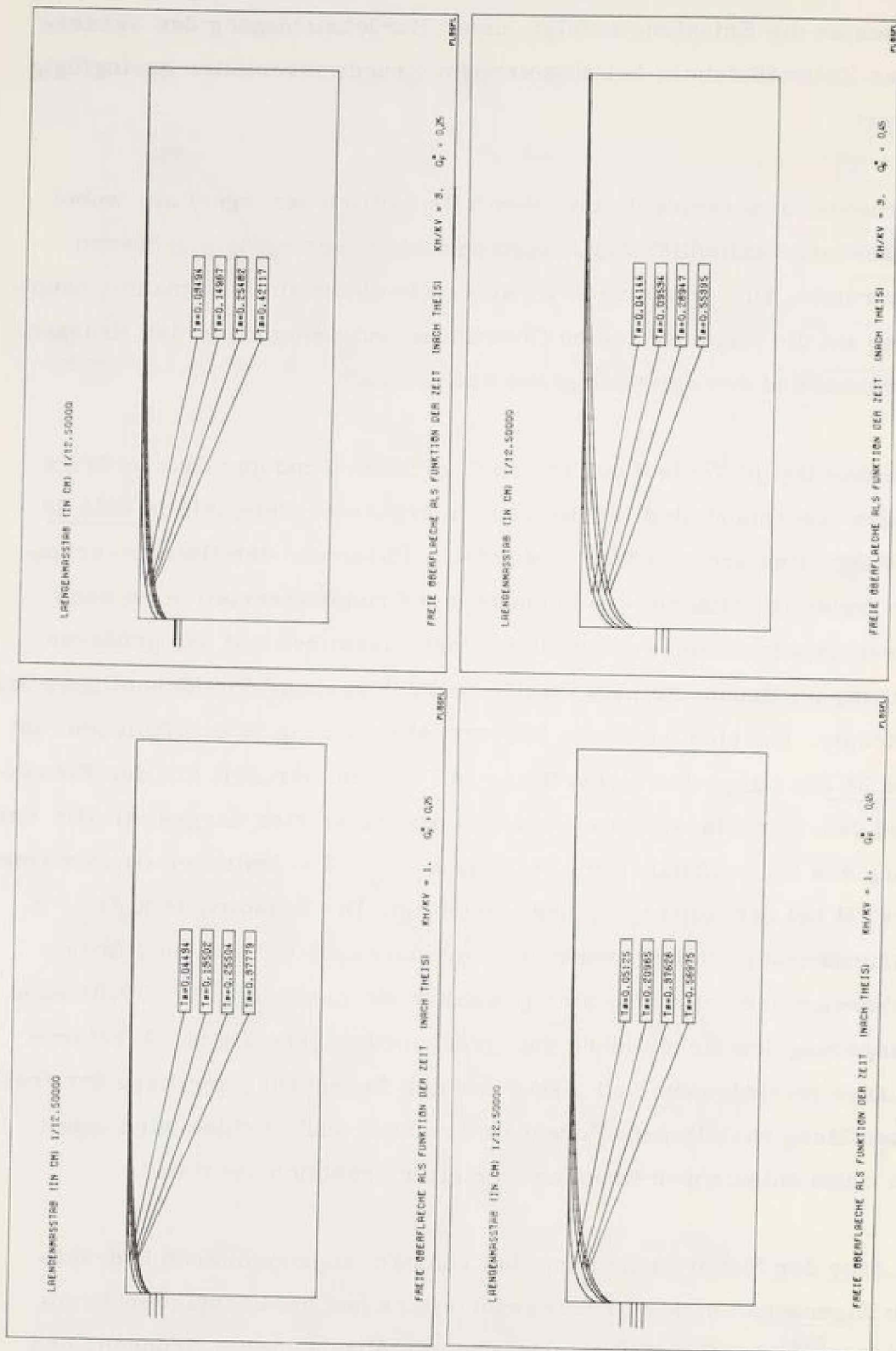


Bild 33: Freie Oberflächen in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Pumpenleistung
 $(r^* = 0,04)$
 $k_v = k_h$
 $k_v = \frac{1}{3} k_h$

fluß der Zeit führt zusammen mit den schon erwähnten Unregelmäßigkeiten bei der Festlegung des Brunnenwasserstandes zu dem nicht-kontinuierlichen Verlauf der Funktion. Die in Bild 35 eingezeichnete, strichlierte Gerade stellt die "50 %-Linie" dar. Sie gibt die Länge der Sickerfläche an, unter der Annahme, daß diese 50 % der Absenkung im Brunnen beträgt. Diese Abschätzung trifft für baupraktisch übliche Brunnenradien, bei vollständiger Absenkung im Brunnen und im Beharrungszustand bekanntermassen zu. Der Verlauf der Rechenergebnisse erweckt den Eindruck, als ob diese Abschätzung auch für mittlere Absenkungen im Brunnen ($s_o^* = 0,4$ bis $0,5$) nach einer gewissen Anlaufphase sinnvoll sei. Präzisere Schlüsse sind erst nach Fortführung der Rechnungen bis zu einem quasistationären Zustand möglich.

Da die bei der Simulation von Pumpversuchen gewonnenen Ergebnisse später zur Auswertung von Pumpversuchen herangezogen werden, wird der zeitliche Verlauf der Absenkung ausgewählter Oberflächenpunkte hier nicht dargestellt. Er ist im Anhang zu finden (s. Tafeln 1.1 bis 1.5 und 3.1 bis 3.5).

Zur Frage nach der Reichweite einer Grundwasserabsenkung bei konstanter Entnahme aus einem Brunnen soll anhand dieser Untersuchungen ein klärender Beitrag geliefert werden. Wie aus den bisherigen Ausführungen hervorgeht, zeigt das hydraulische System von Brunnen und Grundwasserleiter bei konstanter Entnahme ein grundsätzlich anderes Verhalten als bei plötzlicher Absenkung auf einen konstanten Brunnenwasserstand. Diese Unterschiede äußern sich auch bei der Betrachtung der Reichweite, worunter hier wiederum die Entfernung einer tolerierten Randabsenkung verstanden wird. Die so definierte Reichweite ist in Bild 36 als Funktion der Zeit t^* , der gewählten Randabsenkung s_R^* , dem Durchlässigkeitsverhältnis k_h/k_v und der zeitbezogenen, konstanten Förderwassermenge Q_F^* dargestellt. Die auffällige "Gruppenbildung" der Kurven wird allein durch die unterschiedliche Größe der betrachteten Randabsenkung hervorgerufen, was andererseits bedeutet, daß die übrigen Kurvenparameter, Durchlässigkeitsverhältnis und Entnahme, einen demgegenüber wesentlich geringeren Ein-

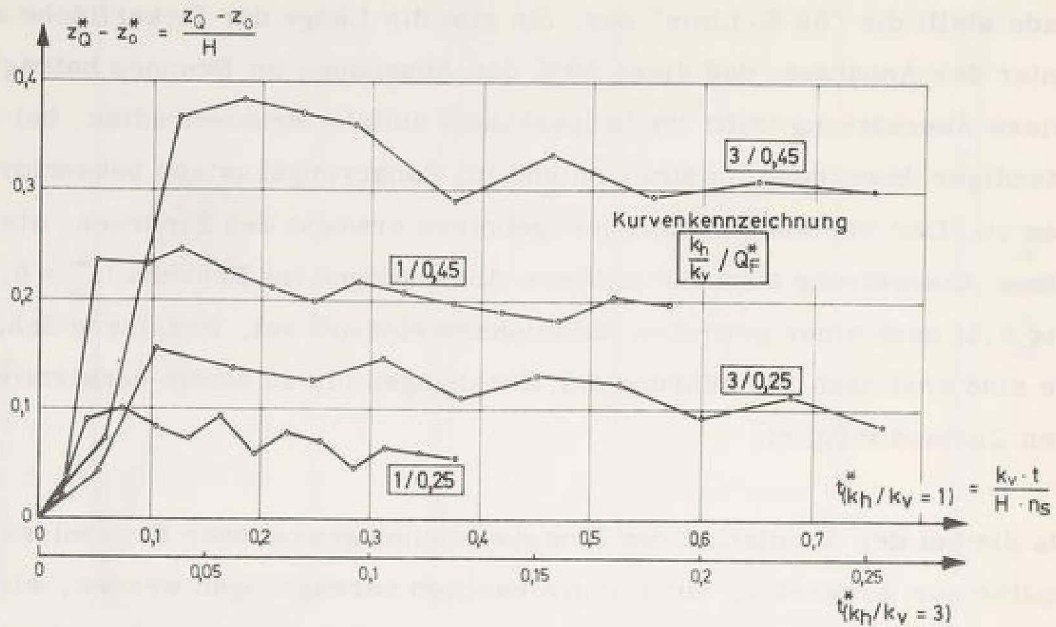


Bild 34: Länge der Sickerfläche in Funktion der Zeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses ($r_o^* = 0,04$)

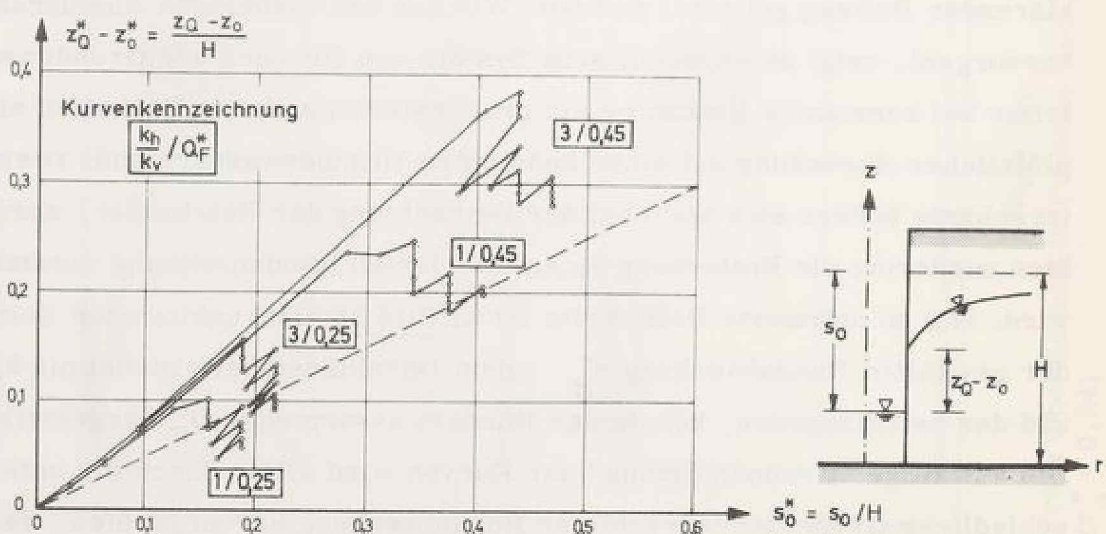


Bild 35: Länge der Sickerfläche in Funktion der Absenkung im Brunnen, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Pumpenleistung ($r_o^* = 0,04$)

fluß ausüben.

Die Anisotropie in der Form einer geringeren Vertikaldurchlässigkeit bei sonst gleichen Parametern bewirkt bei Betrachtung des Toleranzmaßes $s_R^* = 0,001$ anfänglich eine geringere, dann jedoch eine größere Reichweite als bei isotropem Boden. Bei der tolerierten Randabsenkung $s_R^* = 0,01$ ist im gesamten betrachteten Zeitbereich die Reichweite bei isotropem Boden größer als bei anisotropem Boden. Die Ursache für dieses ungewöhnliche Verhalten ist in der Betriebsweise des Brunnens zu suchen. Bedingt durch die konstante Entnahme und durch die bei Anisotropie zwangsläufig erforderliche Verringerung der Vertikaldurchlässigkeit sinkt die freie Oberfläche bei den zunächst in Brunnennähe liegenden tolerierten Randabsenkungen langsamer ab. Die Reichweite ist also bei isotropem Boden zunächst größer. Die Anisotropie bewirkt jedoch gleichzeitig eine flacher verlaufende freie Oberfläche durch größere Absenkungen in brunnenferneren Bereichen. Das Toleranzmaß $s_R^* = 0,001$ erreicht in der betrachteten Zeit diese Bereiche mit größerer Absenkung, so daß sich hier die bei Anisotropie erwartete, allerdings nur geringfügig größere Reichweite einstellt.

Die konstante Entnahme aus dem Brunnen als weitere Einflußgröße wird hier ungefähr verdoppelt und nicht um Größenordnungen gesteigert. Innerhalb dieses Steigerungsmaßes bewirkt eine Veränderung der Entnahme nur eine vergleichsweise geringe Änderung der Reichweite; diese Änderung wird bei einer angenommenen Proportionalität von R und Q_F , bzw. von R und s_0 , wie es z. B. bei der Ermittlung der Reichweite nach Sichardt (1930) (s. Gleichung (4)) getan wird, überschätzt. Die Gleichung (52) von Weber (1928) dagegen, bei der die Absenkung im Brunnen bzw. die konstante Entnahme unberücksichtigt bleibt, unterschätzt diesen Einfluß. Eine Bewertung der Weberschen Gleichung wird im nächsten Kapitel vorgenommen.

8.4 Vergleiche mit den Lösungen von Weber und Theis

8.4.1 Reichweite nach Weber

Die von Weber (1928) angegebene Gleichung (52) zur Ermittlung der Reichweite lautet in dimensionsloser Schreibweise

$$R^* = \alpha \cdot \sqrt{k_h^* \cdot t^*} \quad (53)$$

wobei nach Weber der Faktor $\alpha = 3$ zu setzen ist.

Die aus den FE-Programmläufen erhaltenen und in Bild 36 dargestellten Reichweiten erlauben wiederum eine Rückrechnung des Faktors α , wobei die Einflüsse der Anisotropie, der konstanten Entnahme, der tolerierten Randabsenkung und der Zeit berücksichtigt werden können. Gleichung (53) wird hierzu nach α aufgelöst. Unter Berücksichtigung der aktuellen R -, k_h - und t -Werte ergibt sich die in Bild 37 dargestellte Abhängigkeit. Da der Faktor α nur eine Rechengröße ohne physikalisch definierbaren Hintergrund darstellt, sind Vergleiche dieser Zahlen untereinander physikalisch wenig sinnvoll. Bild 37 soll nur die Abweichung möglicher α -Werte von dem empirisch gewonnenen Faktor $\alpha = 3$ aufzeigen. Auf eine Verzerrung des Zeitmaßstabes für den $k_h/k_v = 3$ anisotropen Grundwasserleiter wird daher verzichtet.

Die rückgerechneten α -Werte schwanken je nach betrachtetem Parameter und Zeit zwischen 0,3 und 5,3. Die Einflüsse von Anisotropie und unterschiedlicher konstanter Entnahme sind folgerichtig auch bezüglich des Faktors α gering, wobei mit zunehmender Zeit die bestehenden Unterschiede noch abnehmen.

Aus den dargelegten Untersuchungen kann geschlossen werden, daß die Gleichung von Weber

$$R = 3 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot H \cdot t}{r_s}} \quad (52)$$

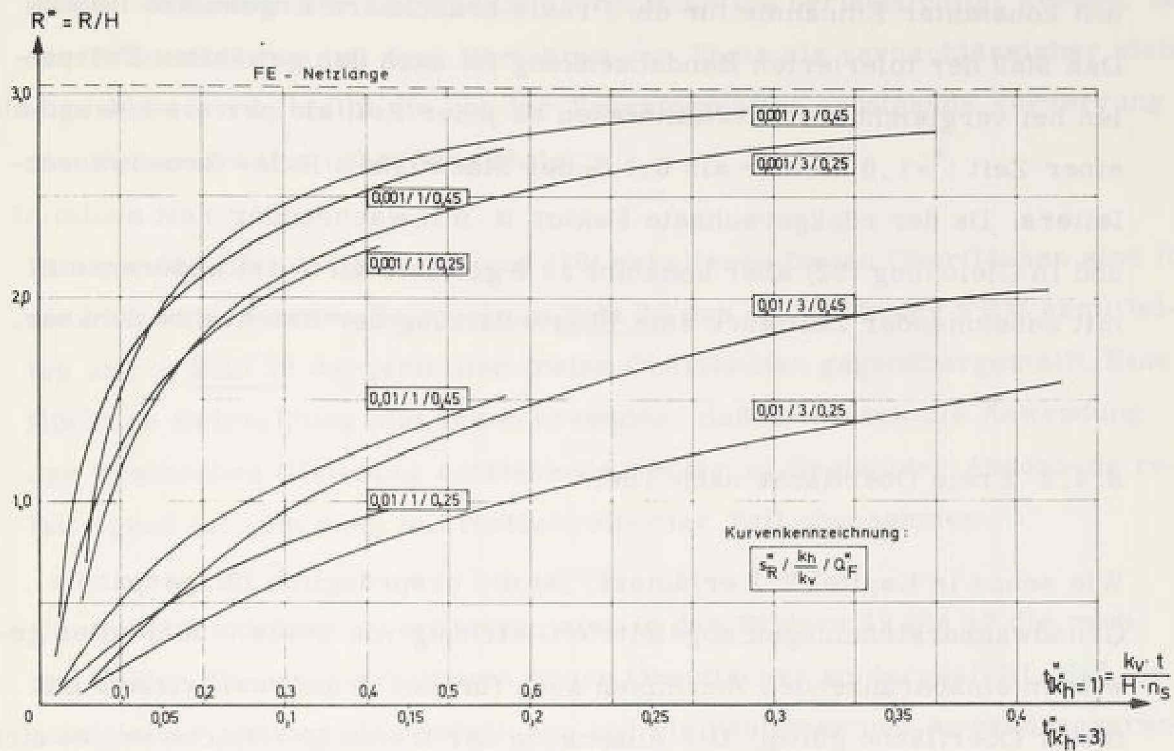


Bild 36: Reichweite in Funktion der Zeit, der Randabsenkung, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Entnahme ($r_0^* = 0,04$)

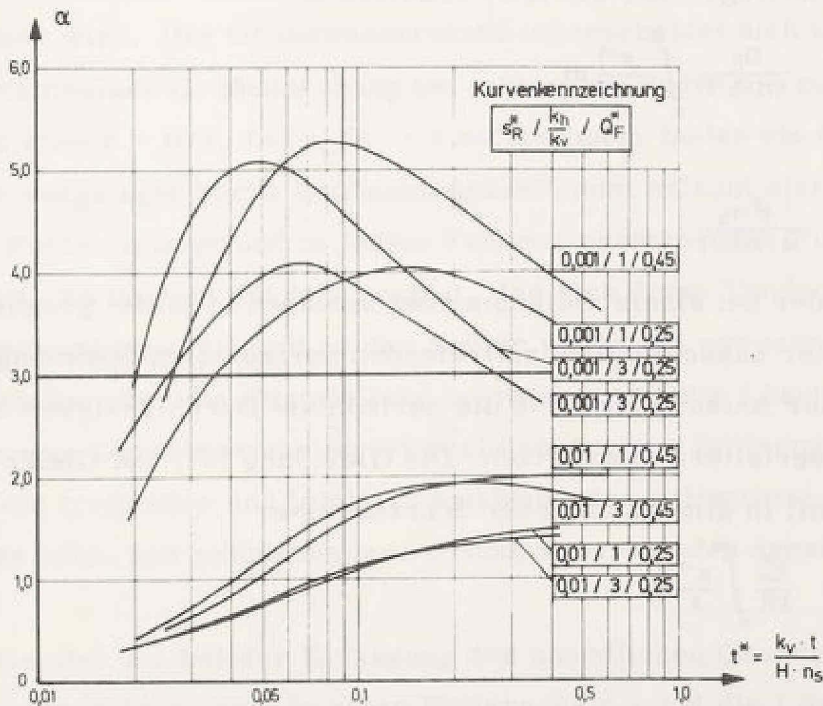


Bild 37: Faktor α zur Berechnung der Reichweite nach Weber (1928). Kurvenparameter sind die Randabsenkung, das Durchlässigkeitsverhältnis und die Entnahme ($r_0^* = 0,04$)

zur Ermittlung der zeitabhängigen Reichweite auch im Fall des Brunnens mit konstanter Entnahme für die Praxis brauchbare Ergebnisse liefert. Das Maß der tolerierten Randabsenkung ist nach den gewählten Beispielen bei vergleichbaren Verhältnissen zu jeder Zeit kleiner als 1 % und ab einer Zeit $t^* > 1,0$ kleiner als 0,1 % der Mächtigkeit H des Grundwasserleiters. Da der rückgerechnete Faktor α mit wachsender Zeit abnimmt und in Gleichung (52) aber konstant zu 3 gewählt wird, ist andererseits mit zunehmender Zeit auch eine Überschätzung der Reichweite denkbar.

8.4.2 Freie Oberfläche nach Theis

Wie schon in Kapitel 2.2 erläutert, ist die ursprünglich für gespannte Grundwasserströmungen abgeleitete Gleichung von Theis (1935) unter gewissen einschränkenden Annahmen auch für den Grundwasserleiter mit freier Oberfläche gültig. Die Absenkung der freien Oberfläche ergibt sich danach als Funktion von Ort, Zeit und konstanter Pumpenleistung aus Gleichung (5), wobei die Mächtigkeit m des gespannten Grundwasserleiters durch die analoge Variable H zu ersetzen ist:

$$s = \frac{Q_F}{4\pi \cdot k \cdot H} \int_u^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (67)$$

mit

$$u = \frac{r^2 \cdot n_s}{4 \cdot k \cdot H \cdot t} \quad (68)$$

Aufgrund der bei einem vollkommenen Brunnen in einem gespannten Grundwasserleiter ausschließlich auftretenden horizontalen Strömung, ist bei vorhandener Anisotropie für k die horizontale Durchlässigkeit k_h des Grundwasserleiters einzusetzen. Die Gleichung (67) und Gleichung (68) lauten somit in dimensionsloser Schreibweise:

$$s^* = \frac{Q_F^*}{4\pi} \int_u^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (69)$$

mit

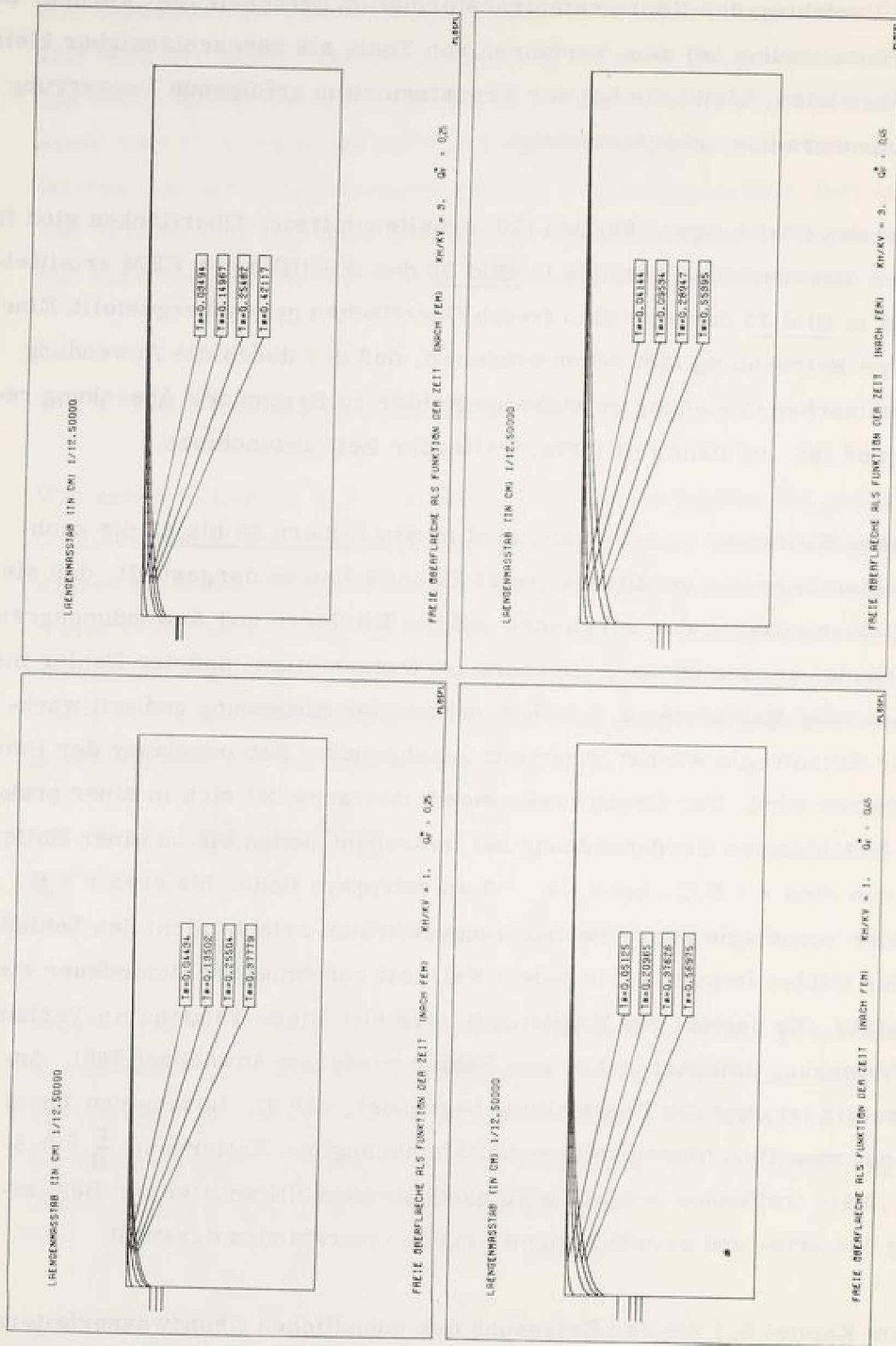
$$u = \frac{r^{*2}}{4 \cdot k_h^* \cdot t^*} = \frac{\left(\sqrt{\frac{1}{k_h^*}} \cdot r^*\right)^2}{4 t^*} = \frac{(r^{**})^2}{4 t^*} \quad (70)$$

Eine mögliche Anisotropie des Grundwasserleiters kann also durch das bekannte Verfahren der Koordinatentransformation berücksichtigt werden. Da der Brunnenradius bei dem Verfahren von Theis als vernachlässigbar klein angesehen wird, bleibt die bei der Transformation erfolgende Verzerrung des Brunnenradius unberücksichtigt.

Die mit den Gleichungen (69) und (70) erhaltenen freien Oberflächen sind für die vier untersuchten Beispiele in Bild 38 den mit Hilfe der FEM ermittelten und in Bild 33 dargestellten freien Oberflächen gegenübergestellt. Eine flüchtige Betrachtung läßt schon erkennen, daß der durch die Anwendung der Theisschen Gleichung entstehende Fehler zu Beginn der Absenkung relativ groß ist, um dann mit fortschreitender Zeit abzunehmen.

Um diese Eindrücke zu erhärten, sind in den Bildern 39 bis 42 die nach den beiden Theorien erhaltenen freien Oberflächen so dargestellt, daß sie unmittelbar miteinander verglichen und die Einflüsse und Anwendungsgrenzen erkannt werden können. Hiernach ist festzustellen, daß der Fehler mit zunehmender Entnahme, d. h. mit zunehmender Absenkung und mit wachsender Anisotropie wächst, aber mit zunehmender Betriebsdauer der Pumpen kleiner wird. Der Grundwasserstand unterscheidet sich in einer praktisch bedeutsamen Größenordnung bei isotropem Boden bis zu einer Entfernung von etwa $r = H/2$, bei $k_h/k_v = 3$ anisotropem Boden bis etwa $r = H$. Der hier vorgelegte kurze Beobachtungszeitraum erlaubt nicht den Schluß, daß der Fehler immer und in jedem Fall mit zunehmender Pumpdauer stetig abfällt. Es besteht die Möglichkeit, daß sich diese Tendenz im Verlauf der Absenkung umkehrt und so den Fehler wiederum anwachsen läßt. Andererseits ist aber die Feststellung begründet, daß die Lösung von Theis ab einer vom Durchlässigkeitsverhältnis abhängigen Entfernung $\frac{r}{H} \geq 0,5$ bis 1,0 ein treffendes und leicht zu handhabendes Hilfsmittel zur Bestimmung des orts- und zeitabhängigen Grundwasserstandes darstellt.

Die im Kapitel 5.1 bei der Erfassung des unendlichen Grundwasserleiters getroffene Annahme, erst in einer Entfernung $r = 3 H$ die Lösung von Theis als gültig anzusehen, hat sich somit nachträglich als berechtigt erwiesen.



$$k_v = \frac{1}{3} k_h$$

$$k_v = k_h$$

Bild 38: Freie Oberfläche nach Theis (1935) in Funktion der Zeit, des Durchlässigkeitsverhältnisses und der Pumpenleistung ($r^* = 0,04$)

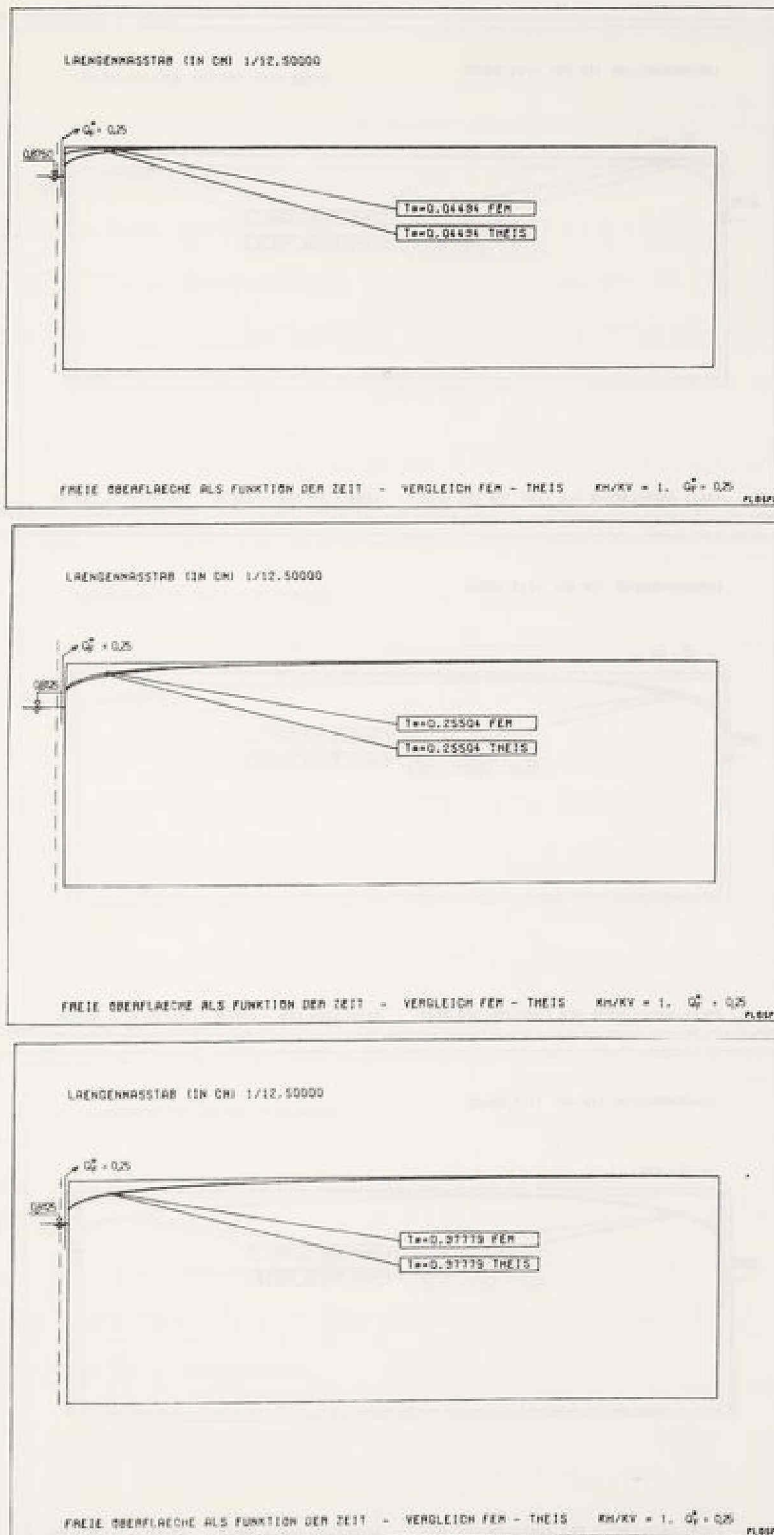


Bild 39: Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 1$, $Q_F^* = 0,25$, $r_0^* = 0,04$)

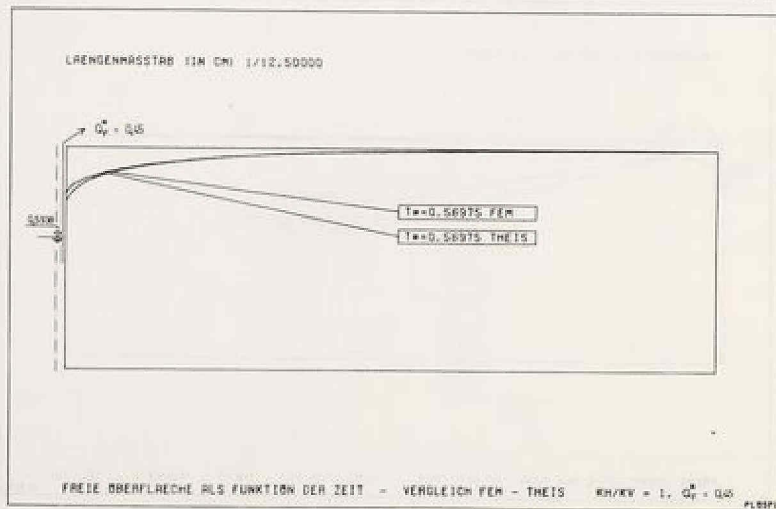
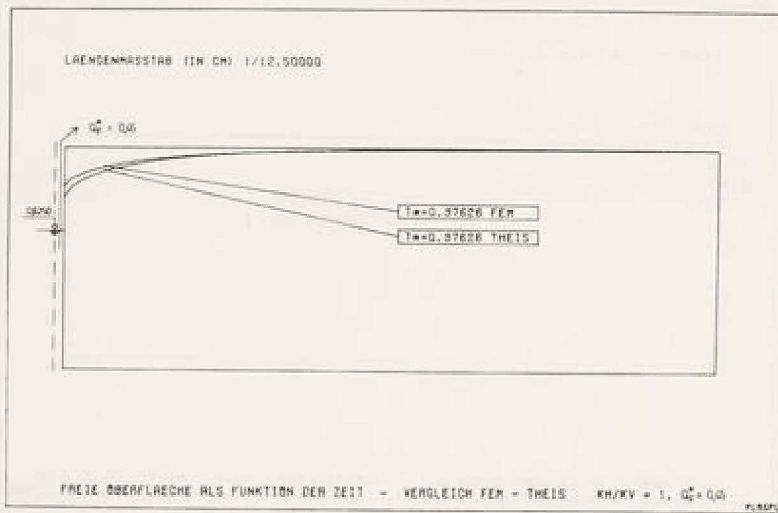
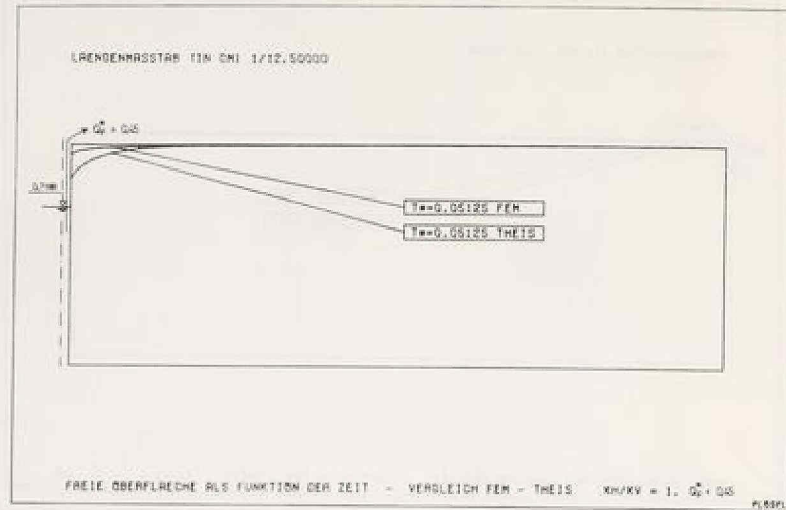


Bild 40: Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 1, Q_F^* = 0,45, r_O^* = 0,04$)

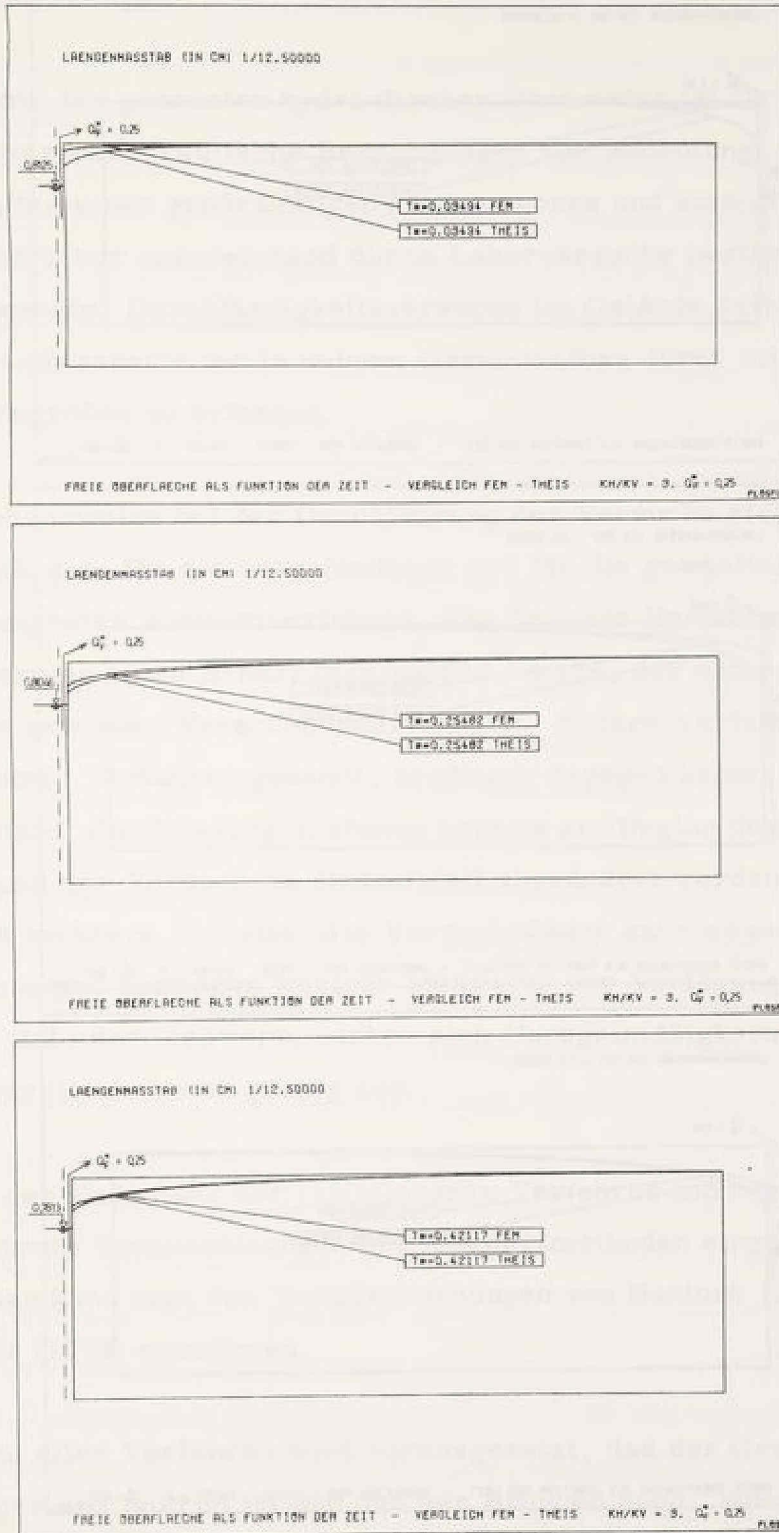


Bild 41: Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 3$, $Q_F^* = 0,25$, $r_o^* = 0,04$)

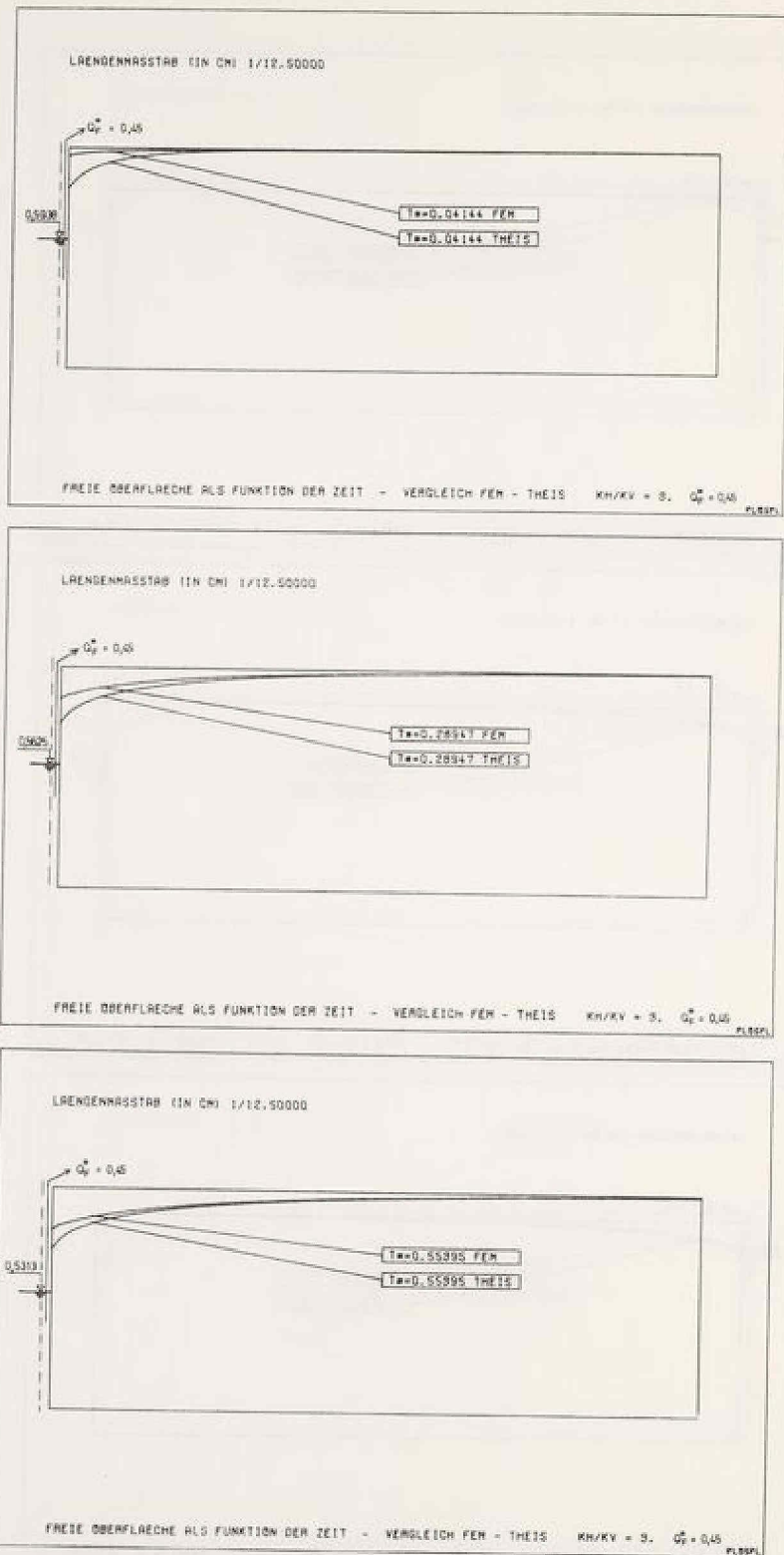


Bild 42: Vergleich der freien Oberflächen nach FEM und Theis ($k_h/k_v = 3, Q_F^* = 0,45, r_o^* = 0,04$)

9. Zur Bestimmung von k_h , k_h/k_v und n_s aus einem Pumpversuch bei konstanter Entnahme

9.1 Vorbemerkungen

Die Kenntnis der genannten hydraulischen Parameter ist für hydrologische und grundwasserhydraulische Berechnungen von Bedeutung. Da sich die Eigenschaften eines großräumigen, inhomogenen und anisotropen Grundwasserleiters nur unzureichend durch Laborversuche bestimmen lassen, ist es notwendig, Durchlässigkeitsversuche im Gelände durchzuführen, um so den Grundwasserleiter in seinem Gesamtaufbau durch mittlere hydraulische Kenngrößen zu erfassen.

Die Vorgehensweise bei der Durchführung der Versuche richtet sich weitgehend nach dem für die vorgefundenen und für die gewählten Randbedingungen geeigneten Auswertverfahren. Ein Teil der Verfahren setzt bei der Auswertung einen Beharrungszustand voraus, der naturgemäß erst nach einer gewissen Versuchsdauer eintritt. Andere Verfahren, hier "instationäre" Verfahren genannt, benötigen dagegen keinen Gleichgewichtszustand; die Messungen können bereits am Beginn des Versuchs ausgewertet und der Versuch im Bedarfsfall abgeändert werden. Dadurch ergeben sich mehrere Vorteile: die Versuchsdauer kann wesentlich verkürzt werden, ohne daß deswegen weniger Meßwerte zur Verfügung stehen. Durch die große Zahl der Meßwerte wirken sich Unregelmäßigkeiten des Untergrundes vergleichsweise gering aus.

Aufgrund der Bedeutung der instationären Verfahren möchte der Autor kurz auf deren Voraussetzungen und Auswertmethoden eingehen. Detailinformationen kann man den Veröffentlichungen von Hantush (1964) und Herth und Arndts (1973) entnehmen.

Bei nahezu allen Verfahren wird vorausgesetzt, daß der Grundwasserleiter homogen und isotrop ist und daß der Brunnen nach kurzer Anlaufzeit mit konstanter Förderleistung betrieben und der Grundwasserstand in Pegeln gemessen wird. Diejenigen Verfahren, die bei gespanntem, zwischen

dichten Schichten strömenden Grundwasser angewandt werden, können analog auch zur Auswertung von Pumpversuchen bei ungespannter Grundwasserströmung herangezogen werden, wenn die Absenkung der freien Oberfläche klein ist zur Mächtigkeit des Grundwasserleiters. Hantush (1964) empfiehlt für die Absenkung Werte $s/H \leq 0,25$.

Die instationären Verfahren lassen sich hinsichtlich ihrer Methodik in zwei Gruppen unterteilen:

1. Verfahren, die Meßkurven mit Standardkurven zur bestmöglichen Deckung bringen und aus der Verschiebung der Koordinatensysteme Durchlässigkeit und entwässerbares Porenvolumen n_s ermitteln ("Type-Curve Methods"),
2. Verfahren, die die Meßwerte durch eine Gerade anzunähern versuchen und aus der Steigung der Geraden und dem Abszissenabschnitt die Durchlässigkeit und das entwässerbare Porenvolumen n_s bestimmen ("Straight-Line Methods").

Mit den in dieser Zusammenstellung erfassten Verfahren ist es möglich, die Durchlässigkeit und das entwässerbare Porenvolumen des homogen und isotrop angenommenen Grundwasserleiters zu ermitteln. Dem Verfasser ist kein Verfahren bekannt, das es gestattet, das Durchlässigkeitsverhältnis eines anisotropen Grundwasserleiters aus einem instationären Pumpversuch durch direkte Auswertung der Grundwasserstandsmessungen zu ermitteln. Vorschläge zur Bestimmung des Durchlässigkeitsverhältnisses aus einem Beharrungszustand wurden zwar bereits von Bouwer (1964) und Mansur und Dietrich (1965) und aus einem instationären Zustand von Lohr (1969) und Rao (1972) gemacht. Mit ihren Verfahren kann jedoch die Beobachtung des orts- und zeitabhängigen Grundwasserstandes bei beliebiger Absenkung im Brunnen nicht hinsichtlich der Durchlässigkeit und des Durchlässigkeitsverhältnisses ausgewertet werden. Ziel dieses Abschnittes ist es daher, ein auf einer bekannten Methode aufbauendes Verfahren vorzustellen, das ohne wesentlich gesteigerten Aufwand, die Auswertung

eines Pumpversuches hinsichtlich der Anisotropie des Grundwasserleiters ermöglicht. Die Forderung nach Homogenität des Grundwasserleiters bleibt weiterhin bestehen.

Die im Kapitel 8 beschriebene Technik erlaubt die Simulation von Pumpversuchen mit konstanter Entnahme, wodurch der orts- und zeitabhängige Grundwasserstand und der zeitabhängige Brunnenwasserstand bei unterschiedlicher, aber jeweils konstanter Förderleistung ermittelt werden können. Diese Ergebnisse (siehe Kapitel 8.3) sollen gemäß den "Type-Curve Methods" zu "Standardkurven" aufbereitet werden.

9.2 Darlegung des Verfahrens und seiner Anwendungsgrenzen

Die Dimensionsanalyse ermöglichte eine Reduktion der unabhängigen Variablen auf die in Gleichung (11) ausgedrückte, funktionale Beziehung

$$\frac{z}{H} = f_3 \left(\frac{r}{H}, \frac{r_0}{H}, \frac{k_h}{k_v}, \frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}, \frac{k_v \cdot t}{H \cdot r_s} \right) \quad (11)$$

Bei einer Darstellung des Grundwasserstandes in Abhängigkeit von der Zeit treten somit vier Parameter auf: die Entfernung $\frac{r}{H}$ des betrachteten Punktes von der Brunnenachse, der Brunnenradius $\frac{r_0}{H}$, das Durchlässigkeitsverhältnis k_h/k_v und die dimensionslose Pumpenleistung $\frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}$. Letzere wird unmittelbar als Kurvenparameter innerhalb einer Darstellung gewählt, während die übrigen Größen als globale Bildparameter auftreten. Die Darstellung des zeitabhängigen Grundwasserstandes in der dimensionslosen und daher allgemeinen Form

$$\frac{z}{H} = f_1 \left(\frac{k_v \cdot t}{H \cdot r_s} \right) \quad (71)$$

wird als "Standardkurve" definiert.

Der zeitabhängige Brunnenwasserstand wird zur besseren Klärung ebenfalls in der Form

$$\frac{z_0}{H} = f_2 \left(\frac{k_v \cdot t}{H \cdot r_s} \right) \quad (72)$$

aufgetragen, wodurch eine Auswertung auch allein durch Messungen des zeitabhängigen Brunnenwasserstandes möglich wird. Dieses Verfahren sollte aber nur in einfach gelagerten Fällen gewählt werden, wo eine überschlägliche Angabe der hydraulischen Parameter ausreicht und die Installation von Beobachtungsbrunnen wirtschaftlich nicht vertretbar erscheint.

Durch entsprechende Variation der globalen Bildparameter k_h/k_v , $\frac{r_0}{H}$, $\frac{r}{H}$ und des Kurvenparameters $\frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}$ können alle in der Praxis üblicherweise auftretenden Durchlässigkeitsverhältnisse, Abmessungen und Förderleistungen erfaßt werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist diese umfassende Behandlung nicht möglich. Es werden daher, entsprechend den Variationen bei der Simulation von Pumpversuchen nur zwei Varianten für das Durchlässigkeitsverhältnis und für die Förderleistung bei konstantem Verhältnis $r_0/H = r_0^*$ untersucht. Die Entfernungen der in ihrer zeitabhängigen Lage betrachteten Oberflächenpunkte können im Bereich $0,04 < r/H < 3,04$ beliebig gewählt werden. In Tabelle 7 sind die in den Standardkurven berücksichtigten Parameterkombinationen zusammengestellt.

Tabelle 7: Werte der dimensionslosen Bildparameter

r_0/H	k_h/k_v	$\frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}$	r/H
0,04	1	0,25	0,10
			0,47
			1,00
			1,55
			2,00
			0,10
	3	0,25	0,10
			0,47
			1,00
			1,55
			2,00
			0,10
3	0,45	0,10	
		0,47	
		1,00	
		1,55	
		2,00	
		0,10	

Die zur Auswertung erforderlichen Messungen sind ebenso wie das Auswertverfahren selbst im Anhang erläutert.

Eine der Beschränkungen in der Anwendung der Tafeln liegt momentan noch darin, daß nur eine geringe Bandbreite der Bildparameter vorliegt und eine Auswertung daher oft durch mangelhafte Übereinstimmung der Vorwerte ausscheidet. Eine Erweiterung hinsichtlich weiterer Förderleistungen, Brunnenradien und Durchlässigkeitsverhältnisse ist sicher erforderlich. Trotzdem sind die in den Tafeln 1.1 bis 3.5 des Anhangs dargestellten Standardkurven im Rahmen der betrachteten Parameter schon zur Auswertung von instationären Pumpversuchen geeignet. Eine weitere Beschränkung ist durch die geringe Dauer der Simulation gegeben. Der Rechnungsvorgang läßt sich jedoch bis zu einem quasistationären Zustand fortführen. Das Verfahren ist im Prinzip universell anwendbar und hinsichtlich größerer Pumpdauer und weiterer Parameterkombinationen in beliebigem Umfang ausbaufähig.

Auf die möglichen Fehler bei der Messung von Grundwasserständen in der Praxis, auf den Einfluß des Eintrittswiderstandes in das Filterrohr auf den Brunnenwasserstand, auf die Verfälschung der Ergebnisse durch ein natürliches Gefälle des Grundwasserleiters und auf die Einflüsse einer verzögerten Porenentwässerung bei inhomogenem Grundwasserleiter (siehe Boulton (1963) und Ohling (1968)) wird hier nur hingewiesen.

Die der Berechnung zugrundeliegenden, idealisierenden Annahmen (siehe Kapitel 3.1) müssen weitgehend den im konkreten Fall auftretenden Verhältnissen entsprechen, wenn eine nach diesem Verfahren vorgenommene Auswertung sichere Ergebnisse liefern soll. Andererseits werden bei den bisher üblichen Verfahren noch weitergehendere Annahmen getroffen, die hier nicht zutreffen brauchen.

9.3 Anwendungsbeispiel

Das soeben beschriebene Verfahren zur Auswertung von Pumpversuchen soll auf ein konkretes Beispiel angewandt werden. Aus den verfügbaren Beispielen wird dasjenige ausgewählt, das hinsichtlich des Versuchsablaufs mit dem bei der Simulation zugrundegelegten am besten übereinstimmt.

Der Versuchsbrunnen mit einem Durchmesser von 900 mm reichte bis in 18 m Tiefe unter den Grundwasserspiegel auf einen gering durchlässigen Horizont. Das Filterrohr erfasste den gesamten, aus fein- bis mittelkiesigen Sanden bestehenden Grundwasserleiter. Der orts- und zeitabhängige Grundwasserstand wurde in Pegeln, deren Grundrißanordnung in Bild 43 dargestellt ist, gemessen. Die Durchlässigkeit sollte seinerzeit aus den gemessenen Grundwasserständen mit Hilfe der Dupuitschen Gleichung der freien Oberfläche rückgerechnet werden. Da dieses Verfahren einen erst nach größerer Pumpdauer eintretenden quasistationären Zustand voraussetzt, wurde die Förderleistung der Pumpe erst nach mehreren Stunden Pumpdauer konstant gehalten. Die erste Ablesung der Pegel fand erst nach 1 Stunde statt, so daß keine Meßwerte aus der Anfangsphase vorliegen.

Die in den Pegeln gemessene Absenkung der freien Oberfläche innerhalb eines Zeitraumes von 12 Stunden nach Pumpbeginn ist in Tabelle 8 zusammengestellt. Der weitere Verlauf der Wasserstände und die dazugehörige Entnahme gehen aus Bild 43 hervor.

Durch den gekrümmten Verlauf der Potentiallinien wird in über die gesamte Höhe des Grundwasserleiters geschlitzten Pegeln nicht die Lage der freien Oberfläche, sondern eine mittlere Potentialhöhe gemessen. Um diesen Fehler auszugleichen, empfiehlt Hantush (1964) bei ungespannter Grundwasserströmung statt s die Werte $s_u = s - \frac{s^2}{2H}$ in Funktion der Zeit aufzutragen.

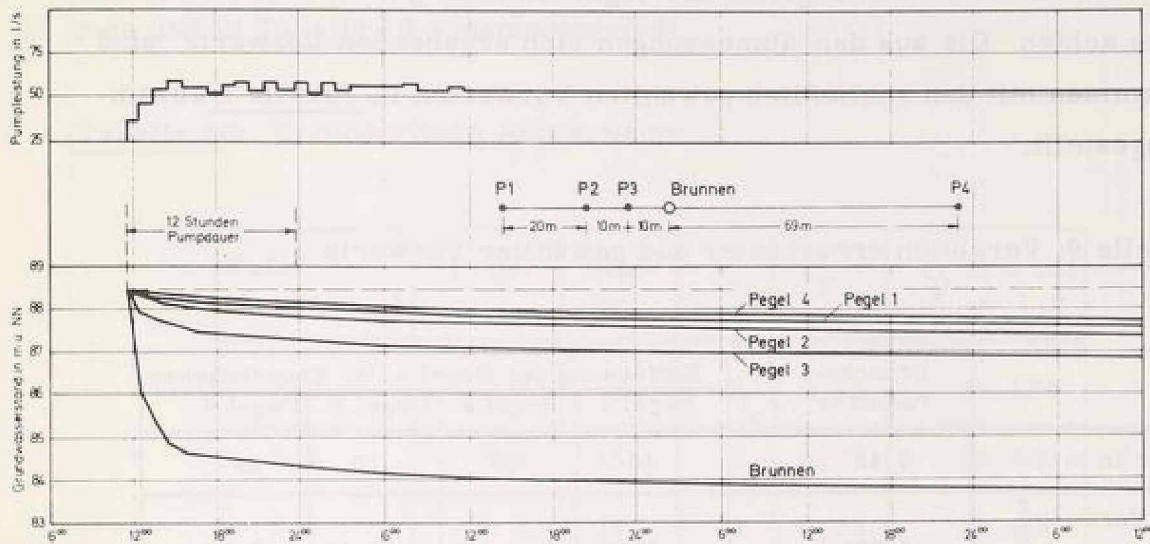


Bild 43: Förderleistung und Wasserstände während des Versuchs

Tabelle 8: Zeitabhängige Absenkung des Brunnen- und Grundwasserstandes während des Versuchs

Zeit in h nach Pump- beginn	Absenkung s in m				
	Brunnen	Pegel 1 $r_1 = 40$ m	Pegel 2 $r_2 = 20$ m	Pegel 3 $r_3 = 10$ m	Pegel 4 $r_4 = 69$ m
1	2,1	0,09	0,27	0,58	
2	3,0	0,12	0,36	0,75	
3	3,6	0,16	0,45	0,90	0,0
4	3,9	0,20	0,50	0,98	
5	3,98	0,24	0,55	1,06	
6	4,04	0,27	0,63	1,11	
7	4,05	0,29	0,65	1,13	0,08
8	4,06	0,31	0,68	1,15	
9	4,12	0,33	0,70	1,19	
10	4,15	0,34	0,72	1,21	
11	4,19	0,37	0,75	1,24	
12	4,22	0,39	0,78	1,27	0,20
72	4,85	0,83	1,24	1,74	0,62

Die Meßwerte der Tabelle 8 werden, dem vorgeschlagenen Verfahren folgend, auf halblogarithmischem Papier in der Form $\frac{z}{H} = \frac{H \cdot s}{H} = f(t)$ aufgetragen. Hierbei ist auf die Übereinstimmung der Maßstäbe der Ordinatenachse und der Dekadenlänge auf der logarithmisch geteilten Abszissenachse zu achten. Die aus den Abmessungen sich ergebenden Vorwerte sind zusammen mit den schließlich gewählten Vorwerten in Tabelle 9 zusammengestellt.

Tabelle 9: Vergleich errechneter und gewählter Vorwerte

	Brunnenradius ($r = r_0$)	Entfernung der Pegel v. d. Brunnenachse			
		Pegel 1	Pegel 2	Pegel 3	Pegel 4
r in m	0,45	40	20	10	69
Vorwert $\frac{r}{H}$ (H = 18 m)	0,025	2,22	1,11	0,55	3,83
gewählter Vorwert $\frac{r}{H}$	0,04	2,0	1,0	0,47	> 3,04

Die dimensionslosen Pegelabstände r/H und der Brunnenradius r_0/H passen zwar nur angenähert in das angegebene Schema. Abweichungen in dieser Größenordnung sind jedoch im Hinblick auf die Lage der freien Oberfläche von untergeordneter Bedeutung.

Bei dem zunächst gewählten Durchlässigkeitsverhältnis $k_h/k_v = 1$ läßt sich nur dann eine relativ gute Deckung von Daten- und Standardkurve erreichen, wenn man den Brunnenwasserstand außeracht läßt. Eine bessere und auch den Brunnenwasserstand einschließende Übereinstimmung erhält man mit den für $k_h/k_v = 3$ gültigen Standardkurven (siehe Bilder 44, 45 und 46). Die Kurven für den Brunnenwasserstand stimmen in ihrem zeitlichen Verlauf aber auch hier noch relativ schlecht überein, was jedoch zum einen eine Folge der im Anfangsstadium nicht konstanten sondern stetig gesteigerten Entnahme zum anderen aber auch eine Folge des Unterschiedes zwi-

schen tatsächlichem Brunnenradius ($r_o/H = 0,025$) und für die Auswertung zwangsläufig zu $r_o/H = 0,04$ angenommenem Brunnenradius sein kann.

Die erforderlichen Ablesewerte werden den Bildern 44, 45 und 46 entnommen und in Tabelle 10 zusammengefaßt.

Tabelle 10: Erforderliche Ablesewerte

Tafel (s. Anhang)	Pegel	Bild- Nr.	k_h^*	Q_F^*	t_P in s bei $\frac{t_P}{t_P^*} = 1,0$
3. 2	P 3	44	3	0,25	24.500
3. 3	P 2	45	3	0,25	18.000
3. 5	P 1	46	3	0,25	18.000

Während des Beobachtungszeitraums wurden nahezu konstant 55 l/s gefördert. Aus den im Anhang angegebenen Gleichungen erhält man somit

die horizontale Durchlässigkeit zu $k_h = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$,
 die vertikale Durchlässigkeit zu $k_v = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ und
 das entwässerbare Porenvolumen zu $n_s = 0,22$ bzw. $n_s = 0,31$.

Den Meßergebnissen ist mit großer Sicherheit zu entnehmen, daß der Grundwasserleiter nicht isotrop ist und ein Durchlässigkeitsverhältnis von $k_h/k_v \approx 3$ aufweist. Das Auswertverfahren hätte eine noch sicherere Aussage bezüglich der Anisotropie des Grundwasserleiters ermöglicht, wenn weitere Pegel im Bereich $r/H = 2$ zur Verfügung gestanden hätten, wenn mit den Ablesungen früher begonnen worden wäre und wenn die Förderleistung nach geringer Anlaufzeit konstant geblieben wäre.

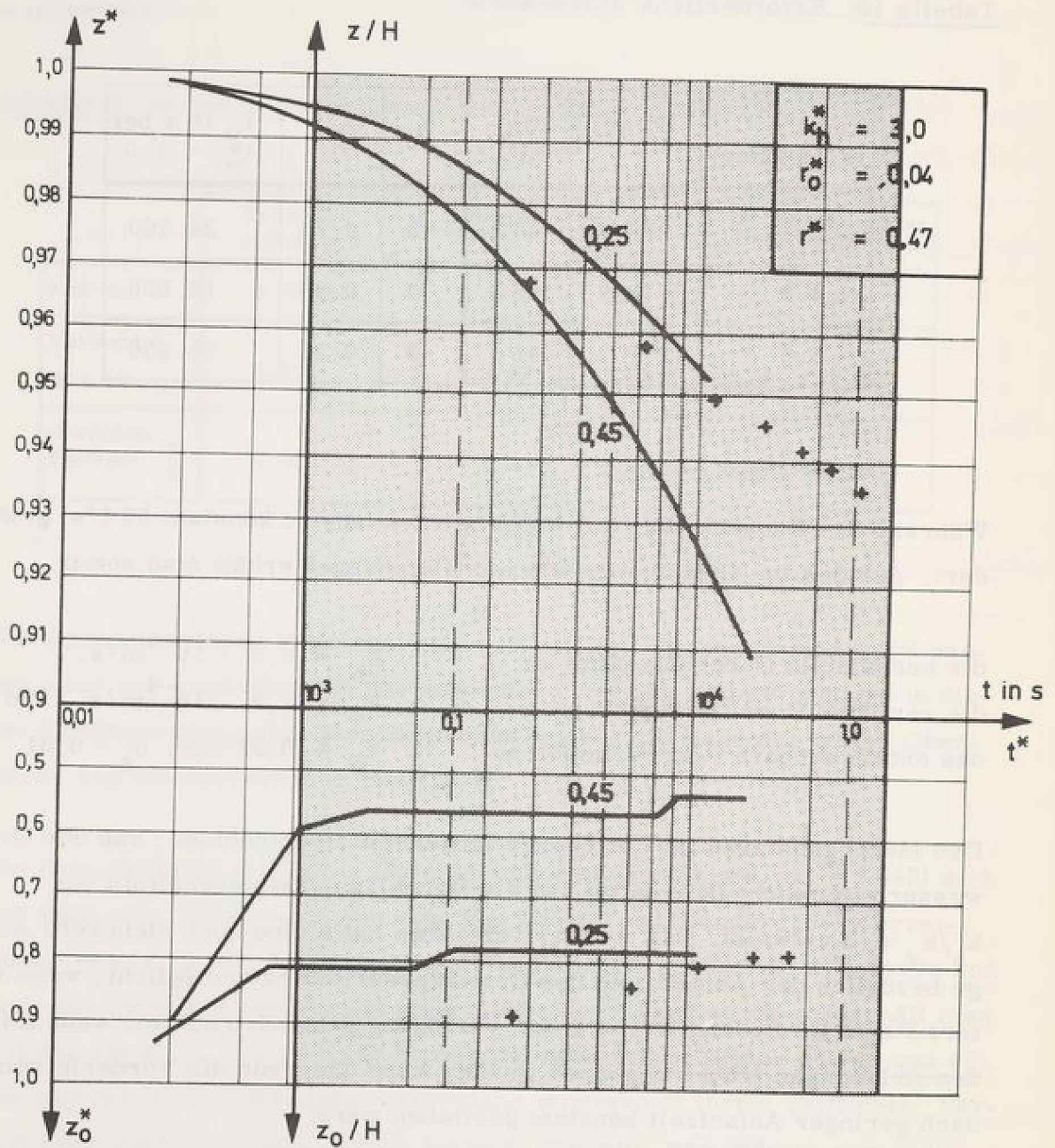


Bild 44: Anwendungsbeispiel: Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve bei Pegel 3
 (+++ $\hat{=}$ Meßpunkte; — $\hat{=}$ Standardkurve)

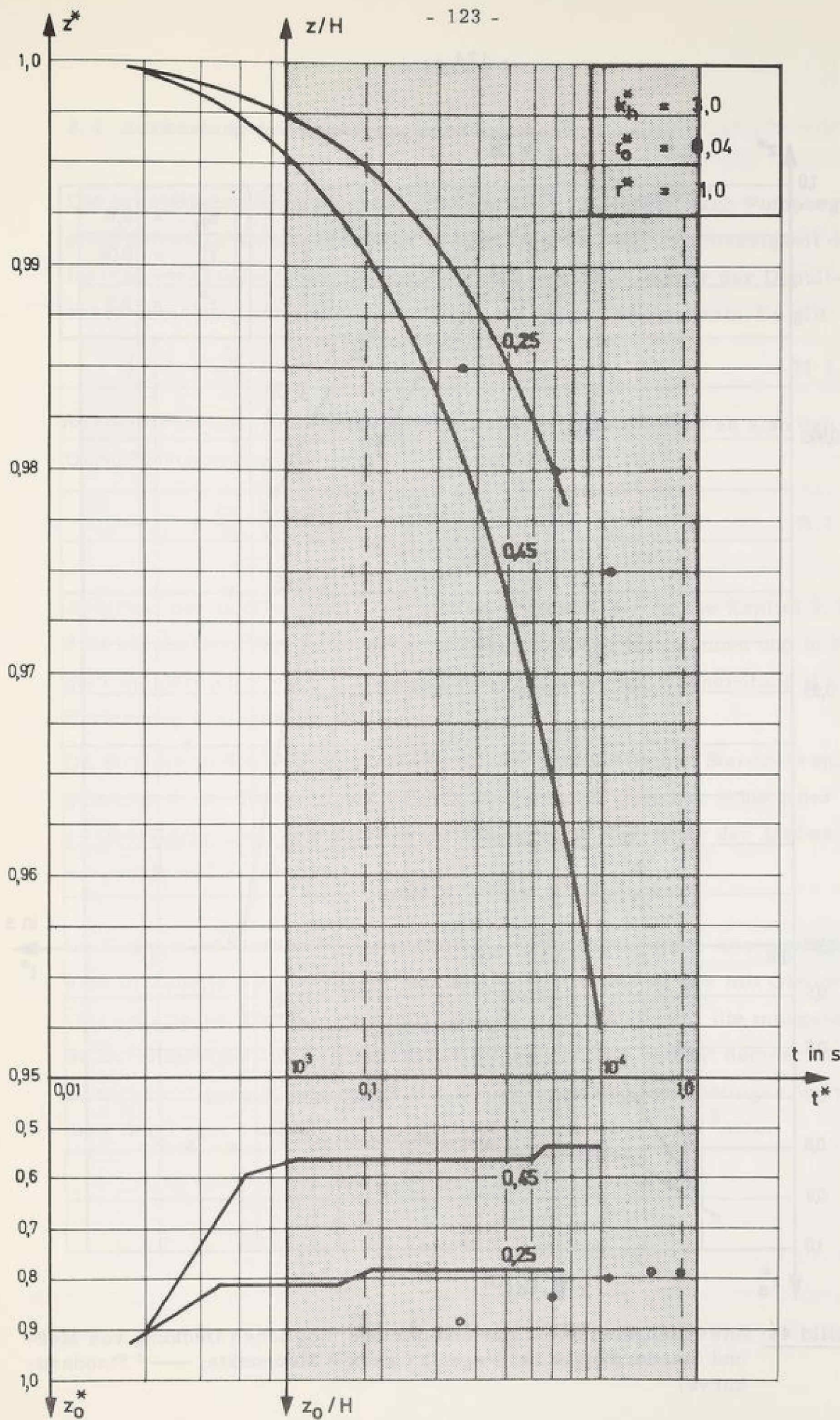


Bild 45: Anwendungsbeispiel: Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve bei Pegel 2 ($\circ \circ \circ \circ$ $\hat{=}$ Meßpunkte; — $\hat{=}$ Standardkurve)

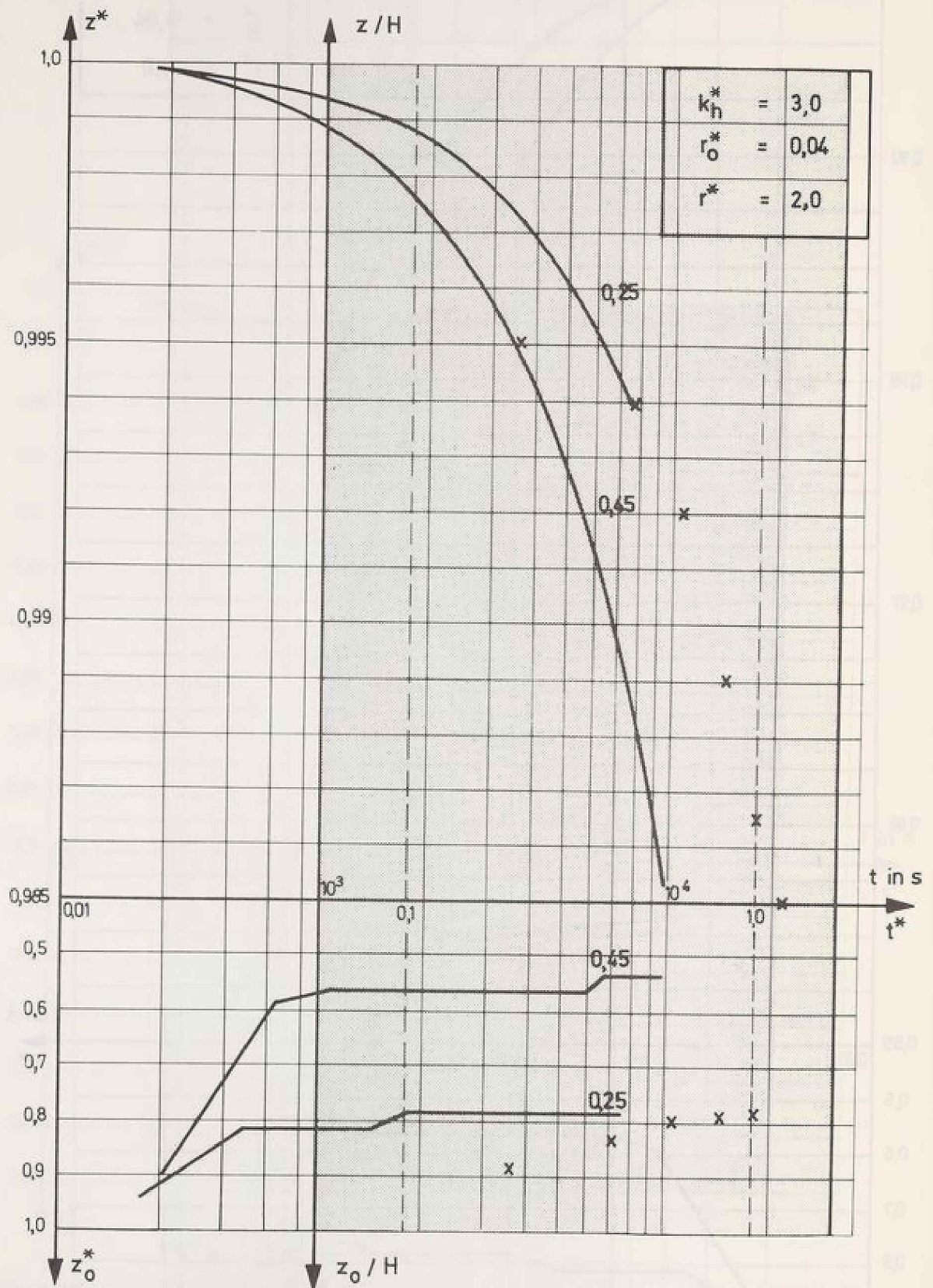


Bild 46: Anwendungsbeispiel: Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve bei Pegel 1 (xxxx $\hat{=}$ Meßpunkte; — $\hat{=}$ Standardkurve)

9.4 Auswertung des Beharrungszustandes nach Dupuit

Die im stationär angenommenen Endzustand, 72 Stunden nach Pumpbeginn, gemessenen Grundwasserstände ermöglichen es, die Durchlässigkeit des isotrop vorausgesetzten Grundwasserleiters durch Umkehr der Dupuit-schen Gleichung der freien Oberfläche analytisch zu ermitteln. Es gilt:

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{Q_F}{\pi \cdot k} (\ln r_2 - \ln r_1) \quad (73)$$

Aus dem Vergleich gemessener Grundwasserstände erhält man also den Durchlässigkeitsbeiwert zu

$$k = \frac{Q_F}{\pi} \cdot \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{z_2^2 - z_1^2} \quad (74)$$

Aufgrund der in Gleichung (74) enthaltenen Annahmen (siehe Kapitel 2.1) darf bei diesem Verfahren weder der Wasserstand im Brunnen und in Pegeln im Bereich $r < 1,5 H$ (Hantush (1964)), noch der Wasserstand H in der Entfernung R eingesetzt werden.

Da sich die in den Pegeln gemessenen, durchschnittlichen Standrohrspiegelhöhen in der Entfernung $r > 1,5 H$ unwesentlich von der Höhe z der freien Oberfläche unterscheiden, braucht hier keine Korrektur der Meßwerte vorgenommen zu werden.

Im Endzustand wurden 53 l/s gefördert, die dazugehörigen Absenkungen sind in Tabelle 8 eingetragen. Das arithmetische Mittel der mit Gleichung (74) erhaltenen Einzelwerte stellt, gemäß dieser Methode, die maßgebende Durchlässigkeit des Grundwasserleiters dar. Sie beträgt demnach bei Berücksichtigung aller Pegel $k = 9,1 \cdot 10^{-4}$ m/s und bei alleiniger Verwendung der Pegel 1 und 4 ($r > 1,5 \cdot H = 27,0$ m) $k = 1,2 \cdot 10^{-3}$ m/s.

9.5 Auswertung durch Vergleich mit der Standardkurve von Theis ("Theis-Type-Curve Method")

Das Verfahren ist bei Hantush (1964), Herth und Arndts (1973) u. a. beschrieben und soll hier kurz erläutert werden. Die Gleichung (5) von Theis (1935) lautet in der für den ungespannten Grundwasserleiter abgewandelten Form

$$s = \frac{Q_F}{4\pi \cdot k \cdot H} \int_u^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (67)$$

Das Integral wird auch mit $W(u)$ abgekürzt und als "Brunnenfunktion" ("well-function") bezeichnet. Bei konstanter Förderleistung Q_F ist die Absenkung s proportional der Brunnenfunktion $W(u)$. Die unabhängige Variable u der Funktion $W(u)$ ist in Gleichung (68) definiert und bei konstant angenommenen hydraulischen Parametern n_s und k proportional r^2/t . Es gilt somit

$$\begin{aligned} \log s - \log W(u) &= \log \frac{Q_F}{4\pi \cdot k \cdot H} = \text{konst.} \\ \log(t/r^2) - \log(1/u) &= \log \frac{n_s}{4 \cdot k \cdot H} = \text{konst.} \end{aligned} \quad (75)$$

d. h. eine Darstellung der Funktion $W(u)$ in Abhängigkeit von $1/u$ ("Standardkurve") muß derjenigen der Absenkung s in Abhängigkeit von t/r^2 ("Meßkurve") ähnlich sein, vorausgesetzt, die beiden Funktionen werden auf doppelt-logarithmischem Papier mit gleicher Dekadenlänge aufgetragen. Aus der Verschiebung der Koordinatensysteme von Meß- zu Standardkurve lassen sich aus Gleichung (75) die hydraulischen Parameter berechnen. Die Brunnenfunktion $W(u)$ ist bei Hantush (1964), Herth und Arndts (1973) u. a. tabelliert.

Die Meßwerte der Tabelle 8 werden in der Form $s_u = s - \frac{s^2}{2H}$ (siehe Kapitel 9.3) in Funktion von t/r^2 aufgetragen und mit der Standardkurve verglichen. In Bild 47 ist der Zustand der bestmöglichen Deckung von Meß- und Standardkurve festgehalten. Zahlreiche Meßwerte des Pegels 3 liegen

aufgrund der geringen Entfernung des Pegels zum Brunnen außerhalb des Standardblattes und sind daher im Bild 47 nicht aufgetragen. Die Auswertung der Koordinatenverschiebung ergibt mit der im Beobachtungszeitraum geförderten Wassermenge von 55 l/s: $k = 9 \cdot 10^{-4}$ m/s, $n_s = 0,22$. Der in Kapitel 9.1 angegebene Grenzwert der Absenkung von $s/H \leq 0,25$ wird mit $\max s/H = 0,07$ nicht erreicht.

Das Verfahren hat den Nachteil, daß bei geringer Krümmung der Meßkurve, entsprechend etwa dem nahezu geradlinigen Verlauf der Standardkurve für Werte von $1/u > 100$, mehrere Positionen mit guter Übereinstimmung von Meß- und Standardkurve gefunden werden können. Eine eindeutige Lösung ist dann mit diesem Verfahren unmöglich. Der nahezu geradlinige Verlauf der Meßkurve tritt allerdings erst bei größeren Beobachtungszeiträumen t auf, für die $u < 0,01$ wird, was gemäß Gleichung (68) gleichbedeutend ist mit $r^2/t < 0,01 \cdot 4k H/n_s$.

9.6 Auswertung nach Jacobs Geradlinienmethode (Jacob's Straight-Line Method")

Dieses Verfahren ist ebenfalls bei Hantush (1964), Herth und Arndts (1973) u. a. beschrieben. Es bietet sich für große Beobachtungszeiträume an, wenn der Vergleich von Meß- und Standardkurve nach Theis keine eindeutige Aussage mehr ermöglicht. Nach Jacob kann die Gleichung (67) für relativ große Zeiten $r^2/t < 0,05 \cdot 4k H/n_s$ durch den Ausdruck

$$s = \frac{Q_F}{4\pi \cdot k \cdot H} \cdot 2,3 \cdot \log \left(\frac{2,25}{4u} \right) \quad (76)$$

approximiert werden. Gleichung (76) stellt in einem halblogarithmischen Koordinatensystem die Gleichung einer Geraden dar mit der Neigung

$$\delta = \frac{Q_F}{4\pi \cdot k \cdot H} \cdot 2,3 = \frac{2,3}{4\pi} \cdot \frac{Q_F}{k \cdot H} = 0,183 \frac{Q_F}{k \cdot H} \quad [L] \quad (77)$$

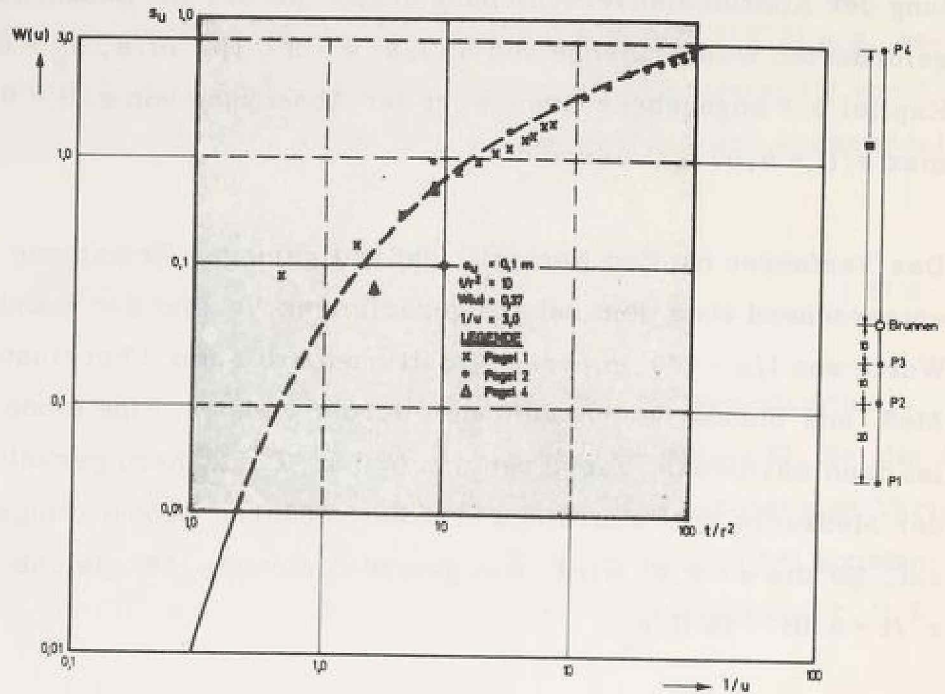


Bild 47: Auswertung durch Vergleich mit der Standardkurve von Theis ("Theis' Type - Curve Method")

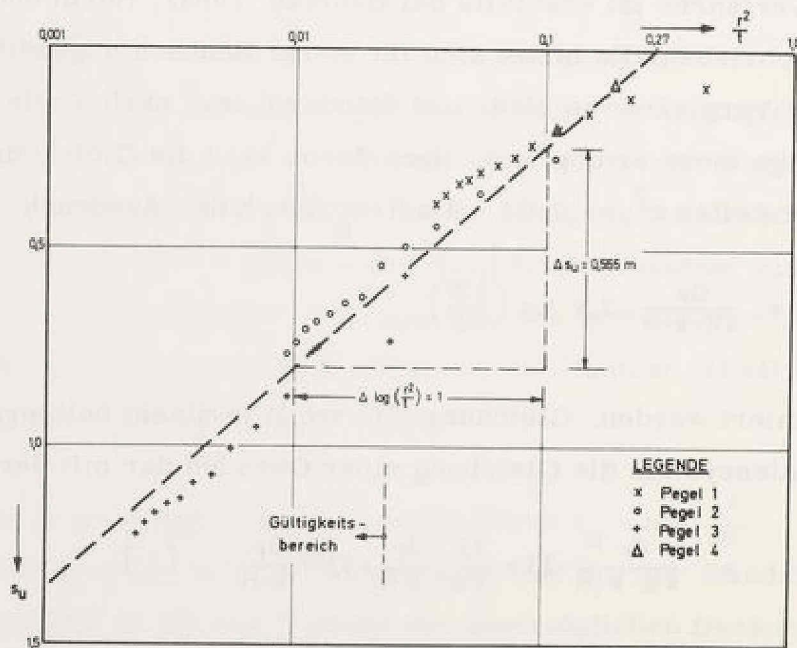


Bild 48: Auswertung nach Jacobs Geradenmethode ("Jacob's Straight - Line Method")

und dem Abschnitt auf der logarithmisch geteilten r^2/t -Achse von

$$\left(\frac{r^2}{t}\right)_{s_u=0} = \frac{2,25 \cdot k \cdot H}{n_s} \quad [L^2/T] \quad (78)$$

Bei konstanter Pumpenleistung und bei konstanten hydraulischen Parametern ergeben sich aus Gleichung (77) die Durchlässigkeit und aus Gleichung (78) das entwässerbare Porenvolumen.

Die gemessenen, in Tabelle 8 angegebenen Absenkungen der freien Oberfläche werden somit als $s_u = s - \frac{s^2}{2H}$ (siehe Kapitel 9.3) in Abhängigkeit von r^2/t in einem halblogarithmischen Koordinatensystem aufgetragen und durch eine Gerade angenähert (Bild 48). Die Ausgleichsgerade kann auch nach der Methode der linearen Korrelation eingerechnet werden (siehe Lohr (1967)). Aus der Steigung der Geraden ergibt sich durch Umkehr der Gleichung (77) die Durchlässigkeit und aus dem Abszissenabschnitt bei $s_u = 0$ gemäß Gleichung (78) das entwässerbare Porenvolumen z'' :
 $k = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$, $n_s = 0,15$. Die Anwendungsgrenzen der Methode sind mit $\max s/H = 0,07 < 0,25$ (siehe Kapitel 9.1) und $r^2/t < 0,05 \cdot 4 \cdot k \cdot \frac{H}{n_s} = 0,0241 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ eingehalten, denn auch für die im Gültigkeitsbereich verbleibenden Meßwerte stellt die eingezeichnete Gerade eine zutreffende Ausgleichsgerade dar.

9.7 Bewertung

Die nach den einzelnen Verfahren ermittelten Durchlässigkeiten und entwässerbaren Porenvolumina sind in Tabelle 11 zusammengestellt.

Die freie Oberfläche verläuft bei Anisotropie, wie aufgezeigt wurde, insgesamt flacher. Ihre Lage, relativ zur Oberfläche im isotropen Fall, hängt aber auch von der Betriebsweise des Brunnens ab. Bei konstanter Pumpenleistung liegt sie in weiten Bereichen über der vergleichbaren Oberfläche des isotropen Grundwasserleiters. Die Auswirkungen auf das Ergebnis der Auswertung hängen damit von der Entfernung und Anordnung der Meßpegel, vom Zeitpunkt der Messungen, von der Betriebsweise des Brunnens und

schließlich vom Verfahren selbst ab und sind somit im Einzelfall in ihrer Tendenz nur schwer abzuschätzen.

Tabelle 11: Vergleich der Ergebnisse aus den unterschiedlichen Auswertverfahren.

	Eigenes Verfahren	Dupuit	Theis	Jacob
Durchlässigkeit in m/s	$k_h = 6,8 \cdot 10^{-4}$ $k_v = 2,2 \cdot 10^{-4}$	Isotropie vorausgesetzt		
		$9,1 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$
Entwässerbares Porenvolumen n_s	0,22 (0,31)		0,22	0,15

Bei der Auswertung des quasistationären Zustandes nach Dupuit (gemäß Gleichung (74)) sind die Auswirkungen der Anisotropie am ehesten zu verfolgen. Eine Anisotropie wirkt sich bei gleicher konstanter Pumpenleistung und gleicher Pegelanordnung nur über den Nenner $z_2^2 - z_1^2$ auf die Durchlässigkeit aus. Der Ausdruck $z_2^2 - z_1^2$ läßt sich in das Produkt $(z_2 - z_1) \cdot (z_2 + z_1)$ aufspalten. Die flacher verlaufende freie Oberfläche bewirkt eine Reduzierung der Differenz der Pegelwasserstände $z_2 - z_1$, die i. a. höheren Grundwasserstände bewirken eine Erhöhung der Summe $z_2 + z_1$. Das Produkt $(z_2 - z_1) \cdot (z_2 + z_1)$ der voneinander divergierenden Multiplikatoren wird damit bei anisotropen Grundwasserleitern kleiner. Die Durchlässigkeit des vermeindlich isotropen Untergrundes wird daher im Vergleich zur tatsächlich vorhandenen Horizontaldurchlässigkeit gewöhnlich zu groß eingeschätzt, was durch die vorliegende Vergleichsuntersuchung bestätigt wird.

Aufgrund der relativ kleinen und nicht plötzlich eintretenden Absenkungen sind die Vertikalgeschwindigkeiten innerhalb des Grundwasserleiters ebenfalls relativ klein. Das Verhalten des hydraulischen Systems wird daher überwiegend von der horizontalen Geschwindigkeit und damit von der hori-

zontalen Durchlässigkeit bestimmt. was andererseits bedeutet, daß bei der Auswertung mit den gängigen Verfahren Durchlässigkeiten erhalten werden, die größenordnungsmäßig der horizontalen Durchlässigkeit entsprechen müssen. Diese Bedingung wird, wie man in Tabelle 11 erkennen kann, erfüllt.

Das hier vorgestellte Verfahren zur Auswertung von Pumpversuchen mit konstanter Förderleistung erlaubt es, ohne gegenüber den bekannten Verfahren wesentlich gesteigerten Aufwand, die Anisotropie des Grundwasserleiters abzuschätzen. Bei einem Vergleich der so erhaltenen Ergebnisse mit denen aus anerkannten Verfahren ergibt sich eine relativ gute Übereinstimmung in der Horizontaldurchlässigkeit des Grundwasserleiters. Die Abweichungen sind in ihrer Tendenz erklärbar. Das Ergebnis wird gleichzeitig als Bestätigung der in Kapitel 8.1 vorgeschlagenen Simulationstechnik gewertet.

10. Zusammenfassung

Vertikalbrunnen zur Fassung des Grundwassers werden einerseits zur Wassergewinnung andererseits zur Absenkung des Grundwasserstandes herangezogen. Hierbei werden die Größe des Wasserzuflusses, die Lage der freien Oberfläche und deren Abhängigkeiten gesucht. Bisher ist der Wasserzufluß nur in einem quasistationären Zustand bei homogenem und orthotropem Grundwasserleiter mit begrenzter, horizontaler Ausdehnung exakt bekannt. Die Lage der freien Oberfläche kann bei kleinen Absenkungen mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit ermittelt werden.

Die heute üblichen Verfahren zur Ermittlung der freien Oberfläche setzen im allgemeinen neben einem homogenen und isotropen Grundwasserleiter die Gültigkeit der Dupuit-Forchheimer Annahmen voraus. Diese führen zu einer Fehleinschätzung des Grundwasserstandes, die allerdings mit wachsender Entfernung vom Brunnen abklingt. Da aber bei einer Grundwasserabsenkung gerade der brunnennahe Grundwasserstand bedeutsam ist, wur-

de ein Lösungsverfahren angewendet, das es gestattet, auf die genannten Annahmen zu verzichten, um so den Grundwasserstand in Abhängigkeit von den ihn beeinflussenden Größen auch in Brunnennähe zutreffend ermitteln zu können. Das zu diesem Zweck entwickelte, auf der Finite-Element Methode basierende Rechenprogramm setzt allein einen orthotropen Grundwasserleiter voraus, in dem das Darcysche Gesetz gültig ist. Die nicht-lineare Randbedingung der freien Oberfläche wird berücksichtigt. Somit entfällt eine Beschränkung des Verfahrens auf kleine Absenkungen.

Die Untersuchungen beschränken sich auf den vertikal radialsymmetrischen Fall des vollkommenen Brunnens in einem horizontal unbegrenzten, homogenen und orthotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche über einem horizontalen, dichten Horizont.

Die Ergebnisse beinhalten Aussagen über den Zufluß und die Lage der freien Oberfläche in Funktion von Ort, Zeit und Durchlässigkeitsverhältnis bei konstantem Brunnenwasserstand sowie Aussagen über die Lage der freien Oberfläche und den Brunnenwasserstand in Funktion von Ort, Zeit, Durchlässigkeitsverhältnis und Größe der Entnahme bei jeweils konstanter Entnahme.

Eine Anisotropie $k_h/k_v > 1$ des Grundwasserleiters bewirkt eine in Brunnennähe langsamer und ab einer, vorwiegend vom Durchlässigkeitsverhältnis abhängigen Entfernung vom Brunnen schneller absinkende und damit insgesamt flacher verlaufende freie Oberfläche. Während im Fall des Brunnens mit konstantem Brunnenwasserstand die für unterschiedlich anisotrope Grundwasserleiter gültigen freien Oberflächen diejenige für isotropen Boden schneiden, liegen sie bei konstanter Entnahme in weiten Bereichen über derjenigen für isotropen Boden.

Die Untersuchungsergebnisse bestätigen die schon bekannte Tatsache, daß die freie Oberfläche am Brunnenschacht auch bei völliger Absenkung des Brunnenwasserstandes nur etwa bis zur Hälfte der Mächtigkeit des Grund-

wasserleiters abgesenkt werden kann. Die erreichbare Absenkung am Brunnenschacht verringert sich weiterhin mit abnehmendem Brunnennradius und mit zunehmender Anisotropie. Aufgrund der Ergebnisse kann die Länge der Sickerfläche in Abhängigkeit von den sie beeinflussenden Größen angegeben werden.

Der Wasserzufluß bei konstantem Brunnenwasserstand wird bei konstanter Vertikaldurchlässigkeit in erster Linie vom Durchlässigkeitsverhältnis, also von der Größe der horizontalen Durchlässigkeit beeinflusst. Der Einfluß der Zeit ist demgegenüber weniger bedeutsam und nimmt mit zunehmender Anisotropie weiter ab.

Ein Vergleich der Untersuchungsergebnisse mit den heute üblichen Berechnungsverfahren für den stationären Zustand zeigt die unter Umständen erheblichen Fehler auf, die bei der Einschätzung des Grundwasserstandes mit Hilfe der Dupuit-Forchheimerschen Gleichung eintreten. Die von Dupuit (1863) und Thiem (1870) für einen quasistationären Zustand abgeleitete Gleichung zur Bestimmung der sekundlich zuströmenden Wassermenge liefert dagegen bei Verwendung der von Weber (1928) angegebenen Gleichung zur Ermittlung der zeitabhängigen Reichweite Werte, die mit den Rechenergebnissen gut übereinstimmen, auch dann, wenn die instationären Zwischenzustände betrachtet werden. Gleichzeitig liefert die Gleichung von Weber sinnvolle Aussagen über die zeitabhängige Reichweite einer Grundwasserabsenkung.

Die von Theis (1935) und Jacob (1940) für den Brunnen mit konstanter Entnahme angegebene Gleichung gibt etwa ab der Entfernung $r = H$ vom Brunnen die orts- und zeitabhängige Lage der freien Oberfläche auch bei bis zu $k_h/k_v = 3$ anisotropem Grundwasserleiter mit einer für praktische Belange ausreichenden Genauigkeit an.

Die Untersuchungen ermöglichen es, den Gültigkeitsbereich des Darcyschen Gesetzes bei der Brunnenströmung nach oben abzugrenzen. Danach befindet sich die Strömung in einem aus feinkiesigen, mittelsandigen Grob-

sand bestehenden Grundwasserleiter in Brunnennähe schon im Übergangsbereich von laminarer zur turbulenten Strömung. Das Darcysche Gesetz ist hier näherungsweise gültig. In den mit Hilfe der Schwerkraft noch entwässerbaren Böden mit kleinerer Durchlässigkeit und kleinerem Korndurchmesser ist das Darcysche Gesetz ohne Einschränkung gültig.

Die für den Brunnen mit konstanter Entnahme vorliegenden Ergebnisse werden soweit aufbereitet, daß aus den während eines Pumpversuchs gemessenen orts- und zeitabhängigen Grundwasserständen auch die Anisotropie des Grundwasserleiters ermittelt werden kann. Die Anwendung wird an einem Beispiel gezeigt, das gleichzeitig auch nach den bekannten Verfahren ausgewertet wird. Die Ergebnisse stimmen in der Größenordnung überein, die Abweichungen sind in ihrer Tendenz erklärbar.

Literaturverzeichnis

- [1] Boulton, N. S. (1954) The drawdown of the water-table under non-steady conditions near a pumped well in an unconfined formation. Proc. of the Institution of Civil Engineers, 3 (1954), Part 3, pp. 564-579
- [2] Boulton, N. S. (1963) Analysis of data from nonequilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage. Proc. of the Institution of Civil Engineers, 26 (1963), pp. 469-482
- [3] Bouwer, H. (1964) Measuring horizontal and vertical hydraulic conductivity of soil with the double-tube method. Proc. of the Soil Science Society of America, 28 (1964), No. 1, pp. 19 - 23
- [4] Busch, K. F.,
Tiemer, K. und
Luckner, L. (1967) Die wichtigsten Lösungsmethoden für die partiellen Differentialgleichungen der Grundwasserhydraulik. Bergbautechnik, 17 (1967), H. 12, S. 656-662
- [5] Busch, K. F. und
Luckner, L. (1968a) Beitrag zur angewandten Brunnenhydraulik. Bergbautechnik, 18 (1968), H. 1, S. 9-15
- [6] Busch, K. F. und
Luckner, L. (1968 b) Beitrag zur Lösung von Grundwasserströmungsproblemen durch physikalisch ähnliche Modellversuche. Bergbautechnik, 18 (1968), H. 2, S. 57-63
- [7] Busch, K. F.,
Peukert, D. und
Luckner, L. (1968 c) Beitrag zur Lösung von Grundwasserströmungsproblemen durch Spaltmodellversuche. Bergbautechnik, 18 (1968), H. 3, S. 120 - 128
- [8] Busch, K. F.,
Hackeschmidt, M. und
Luckner, L. (1968 d) Einführung in die praktische Simulierung der Grundwasserbewegung mittels elektrisch leitender Papiere und Elektrolyte. Bergbautechnik, 18 (1968), H. 5, S. 229-236

- [9] Busch, K. F.,
Hackeschmidt, M. und
Luckner, L. (1968 e) Lösungsmöglichkeiten stationärer und nicht-stationärer Grundwasserströmungsprobleme mittels elektrischer Kontinuumsmodelle. Bergbautechnik, 18 (1968), H. 6, S. 287-293
- [10] Busch, K. F. und
Luckner, L. (1968 f) Beitrag zur Lösung von Grundwasserströmungsproblemen mit Hilfe hydraulischer und elektrischer Netzwerke. Bergbautechnik, 18 (1968), H. 10, S. 542-548
- [11] Chapman, T.G. (1957) Two-dimensional ground-water flow through a bank with vertical faces. Geotechnique, 7 (1957), pp. 35-40, Correspondence pp. 141-143
- [12] Czapla, H. (1975) PLOSYS, ein Anwender-System zur graphischen Auswertung von Daten im Kontinuum. Veröffentlichung in Vorbereitung. Lehrstuhl für Bodenmechanik und Grundbau der TH Darmstadt
- [13] Desai, C. S. (1972) Seepage analysis of earth banks under drawdown. Proc. ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, SM 11, Nov. 1972, pp. 1143-1162
- [14] De Wiest, R. u.a.
(1969) Flow through porous media. Academic Press, London
- [15] Dracos, T. (1962) Ebene nicht-stationäre Grundwasserabflüsse mit freier Oberfläche. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Erdbau der ETH Zürich, Nr. 57
- [16] Dupuit, A. (1863) Etudes théorique et pratique sur le mouvement des eaux à travers les terrains perméables. Carilian-Goeury Verlag, Paris
- [17] Ehlers, K.D. (1971) Berechnung instationärer Grund- und Sickerwasserströmungen mit freier Oberfläche nach der Methode finiter Elemente. Diss. TU Hannover

- [18] Ehrenberger, R. (1928) Versuche über die Ergiebigkeit von Brunnen und Bestimmung der Durchlässigkeit des Sandes. Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins, 80 (1928), H. 9/10 S. 71-74; H. 11/12, S. 89-92; H. 13/14, S. 109-112
- [19] Esmaili, H. and Scott, V. H. (1968) Unconfined aquifer characteristics and well flow. Proc. ASCE, Journal of the Irrigation and Drainage Division, IR 1, March 1968, pp. 115-136
- [20] Finn, W. D. L. (1967) Finite-Element analysis of seepage through dams. Proc. ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, SM 6, Nov. 1967, pp. 41-48
- [21] Franke, O. L. (1964) Die Strömungsvorgänge bei unvollkommenen Brunnen. Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, H. 20
- [22] Führung, H. (1973) Finit-Element Lösungen von Kerb- und Rißproblemen mit Hilfe automatischer Netzerzeugung. Veröffentlichung des Instituts für Statik und Stahlbau der TH Darmstadt, H. 24
- [23] Hall, H. P. (1955) An investigation of steady flow toward a gravity well. La Houille Blanche, 10 (1955), pp. 8-35
- [24] Hantush, M. S. (1962) On the validity of the Dupuit-Forchheimer well-discharge formula. Journal of Geophysical Research, 67 (1962), No. 6, pp. 2417-2420
- [25] Hantush, M. S. (1964) Hydraulics of wells. Advances of Hydroscience. ed. by Ven te Chow, Vol. 1, Academic Press, New York
- [26] Heinrich, G. und Desoyer, K. (1955) Hydromechanische Grundlagen für die Behandlung von stationären und instationären Grundwasserströmungen. Ingenieur-Archiv, XXIII. Band, S. 73-84; XXIV. Band (1956), S. 81-84; XXVI. Band (1958), S. 30-42

- [27] Heinrich, G. (1963) Die strenge Lösung für die Ergiebigkeit eines vollkommenen Brunnens. Ingenieur-Archiv, XXXII. Band, S. 33-36
- [28] Herth, W. und Arndts, E. (1973) Theorie und Praxis der Grundwasserabsenkung. Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin
- [29] Hunt, B.W. (1970) Exact flow rates from Dupuit's approximation. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY 3, March 1970, pp. 633-642
- [30] Jacob, C.E. (1940) On the flow of water in an elastic artesian aquifer. Transactions, American Geophysical Union, 21 (1940), pp. 574-586
- [31] Jacob, C.E. and Lohman, S.W. (1952) Nonsteady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer. Transactions, American Geophysical Union, 33 (1952), pp. 559-569
- [32] Kaldenhof, H. (1971) Näherungslösungen bei der instationären Brunnenzuströmung. Mitteilungen Nr. 73, Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU Berlin
- [33] Kashef, A.-A., I. (1965) Exact free surface of gravity wells. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY 4, July 1965, pp. 167-184
- [34] Kobus, H. (1974) Anwendung der Dimensionsanalyse in der experimentellen Forschung des Bauingenieurwesens. Die Bautechnik, 51 (1974), H. 3, S. 88-94
- [35] Kozeny, J. (1933) Theorie und Berechnung der Brunnen. Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 28 (1933), H. 8, S. 88-92; H. 9, S. 101-105; H. 10, S. 113-116
- [36] Kyrieleis, W. und Sichardt, W. (1930) Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten. Springer-Verlag, Berlin

- [37] Lennox, D. H. and Vanden Berg, A. (1967) Drawdowns due to cyclic pumping. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY 6, Nov. 1967, pp. 35-51
- [38] Lohr, A. (1967) Beitrag zur Interpretation des Pumpversuchs als instationärer Vorgang. Das Gas- und Wasserfach, 108 (1967), H. 26, S. 725-733
- [39] Lohr, A. (1969) Beitrag zur Ermittlung des k_h -Wertes durch hydraulische Feldversuche. Das Gas- und Wasserfach, 110 (1969), H. 14, S. 369-376
- [40] Ludewig, M. (1967) Untersuchungen über die Gültigkeitsgrenzen des Darcyschen Gesetzes bei Sanden und Kiesen. Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Bauwesen Leipzig, 1967, H. 3, S. 151-164
- [41] Mahdavian, M. A. (1967) Steady and unsteady flow towards gravity wells. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY 6, Nov. 1967, pp. 135-146
- [42] Mansur, C. I. and Dietrich, R. J. (1965) Pumping test to determine permeability ratio. Proc. ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, SM 4, July 1965, pp. 151-183
- [43] Meißner, U. (1973) Die Berechnung ebener und räumlicher Grund- und Sickerwasserströmungen mit verallgemeinerten Variationsverfahren. Mitteilungen des Sonderforschungsbereichs 79 für Wasserforschung im Küstenbereich der TU Hannover, H. 2
- [44] Nagy, I. V. und Karadi, G. (1961) Untersuchungen über den Gültigkeitsbereich des Gesetzes von Darcy. Oesterreichische Wasserwirtschaft, 13 (1961), H. 12, S. 281-287
- [45] Nahrgang, G. (1954) Zur Theorie des vollkommenen und unvollkommenen Brunnens. Springer-Verlag, Berlin

- [46] Nahrgang, G. (1965) Über die Anströmung von Vertikalbrunnen mit freier Oberfläche im einformig homogenen sowie im geschichteten Grundwasserleiter. Schriftenreihe des Deutschen Arbeitskreises Wasserforschung, H. 6, Erich Schmidt Verlag, Bielefeld
- [47] Neuman, S. P. and Witherspoon, P. A. (1971) Analysis of nonsteady flow with a free surface using the Finite Element Method. Water Resources Research, 7 (1971), No. 3, pp. 611-623
- [48] Polubarinova-Kochina, P. Ya. (1962) Theorie of ground water movement. Princeton Univ. Press, Princ., New Jersey
- [49] Ohling, J. (1968) Zur Auswertung von Pumpversuchen bei scheinbarem Beharrungszustand. Die Wasserwirtschaft, 10 (1968), S. 291-294
- [50] Rao, D. B. (1972) A field test for permeability ratio. Indian Geotechnical Journal, 2 (1972), No. 2, pp. 149-155
- [51] Schmidt, H. (1956) Über eine Anwendung der Relaxationsmethode zur Behandlung von Grundwasserströmungen. Diss. TH Wien
- [52] Schröter, K. (1967) Zur Berechnung des Vertikalbrunnens. Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Bauwesen Leipzig, H. 3, S. 139-150
- [53] Sichardt, W. (1928) Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen und seine Bedeutung für die Grundwasserabsenkung, insbesondere für größere Absenkungstiefen. Springer Verlag Berlin
- [54] Sichardt, W. (1930) siehe Kyrieleis, W. und Sichardt, W. (1930)
- [55] Sichardt, W. (1933) Zuschrift zu Kozeny (1933). Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 28 (1933), H. 21, S. 248-249

- [56] Streltsova, T. D. and Rushton, K. R. (1973) Water table drawdown due to a pumped well in an unconfined aquifer. *Water Resources Research*, 9 (1973), No. 1, pp. 236-242
- [57] Taylor, R. L. and Brown, C. B. (1967) Darcy flow solutions with a free surface. *Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division*, HY 2, March 1967, pp. 25-33
- [58] Theis, C. V. (1935) The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. *Transactions, American Geophysical Union*, 16 (1935) pp. 519-524
- [59] Thiem, A. (1870) Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlöcher, Schachtbrunnen und Filtergallerien. *Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung*, 13(1870), S. 450-467
- [60] Verma, R. D. and Brutsaert, W. (1971) Similitude criteria for flow from unconfined aquifers. *Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division*, HY 9, Sept. 1971, pp. 1493-1509
- [61] Weber, H. (1928) Untersuchungen über die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen. Springer Verlag, Berlin
- [62] Withum, D. (1967) Elektronische Berechnungen ebener und räumlicher Sicker- und Grundwasserströmungen durch beliebig berandete, inhomogene, anisotrope Medien. *Mitteilungen aus dem Institut für Wasserwirtschaft und landwirtschaftlichen Wasserbau der TH Hannover*, H. 10.
- [63] Zienkiewicz, O. C. Mayer, P. and Cheung, Y. K. (1966) Solution of anisotropic seepage by Finite Elements. *Proc. ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division*, EM 1, Feb. 1966, pp. 111-120
- [64] Zienkiewicz, O. C. (1967) *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, Mc Graw-Hill, London

- [65] Zienkiewicz, O. C. (1971) The Finite Element Method in Engineering Science. Mc Graw-Hill, London
- [66] Zurmühl, R. (1965) Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer Verlag, Berlin



A N H A N G

Verfahren zur Auswertung eines
instationären Pumpversuchs bei
konstanter Entnahme

[Faint, mostly illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page. Some words like 'Verfahren' and 'Auswertung' are visible.]

1. Bezeichnungen

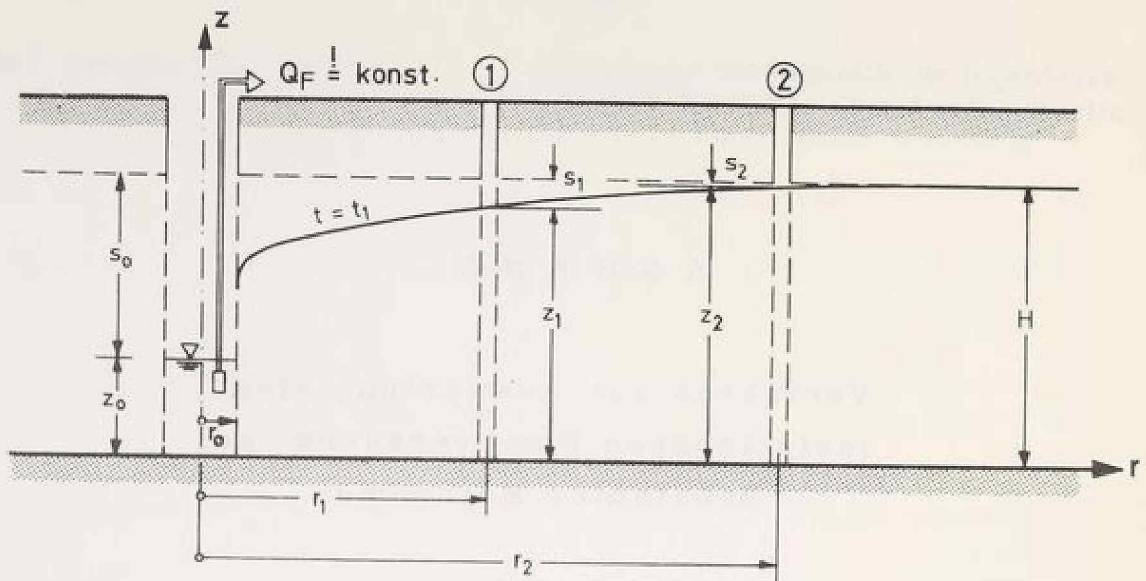


Bild 49: Bezeichnungen bei der Auswertung von Pumpversuchen

Dimensionsbehaftete Größen

Q_F	Konstante sekundliche Förderwassermenge	$[L^3/T]$
k_h	Durchlässigkeit in horizontaler Richtung	$[L/T]$
k_v	Durchlässigkeit in vertikaler Richtung	$[L/T]$
n_s	Entwässerbares Porenvolumen	
H	Mächtigkeit des Grundwasserleiters; entspricht bei unvollkommenem Brunnen der Tiefe des Brunnens unter dem Grundwasser- stand	$[L]$
t	Zeit ab Beginn der Pumpentätigkeit	$[T]$

Dimensionslose Größen

Längen $r^* = r/H$; $r_o^* = r_o/H$
 $z^* = z/H$; $z_o^* = z_o/H$
 $s^* = s/H$; $s_o^* = s_o/H$

Zeit $t^* = \frac{k_v \cdot t}{H \cdot n_s}$

Förderleistung $Q_F^* = \frac{Q_F}{H^2 \cdot k_h}$

Durchlässigkeiten $k_h^* = k_h/k_v$; $k_v^* = k_v/k_v = 1$

2. Versuchsdurchführung

Zur Anwendung des Verfahrens sind während des Versuchs folgende Messungen erforderlich:

1. Brunnenwasserstand in Abhängigkeit von der Zeit,
2. Grundwasserstand in Abhängigkeit von der Zeit,
3. Förderleistung in Abhängigkeit von der Zeit.

Es kommt dem vorgeschlagenen Verfahren entgegen, wenn die Abmessungen und der Versuchsablauf so gewählt werden:

1. Brunnenradius $r_o^* = 0,04$
2. Entfernung der Pegel von der Brunnenachse
 $r^* = 0,1 / 0,47 / 1,0 / 1,55$ oder $2,0$
3. Absenkung des Brunnenwasserstandes $s_o^* = 0,2$ bis $0,5$
4. Förderleistung soll nach kurzer Anlaufzeit der Pumpen konstant bleiben
5. Häufige Messungen in der Anfangsphase des Versuchs

3. Erläuterung des Verfahrens

Dem Verfahren liegt das Prinzip des Vergleichs der Meßdaten mit einer "Standardkurve" ("Type-Curve Method") zugrunde. Es ist besonders zur Auswertung der in hohem Maße zeitveränderlichen Zustände geeignet. Eine Beschränkung der Größe der Absenkung ist prinzipiell nicht gegeben.

Zur Anwendung sind folgende Einzelschritte erforderlich:

1. Bildung der Vorwerte r^* für jeden Pegel und r_o^*
2. Wahl eines Durchlässigkeitsverhältnisses k_h^*
3. Aufsuchen der entsprechenden Standardblätter (Tafeln 1.1 bis 3.5)
4. Erstellung eines "Datenblattes" mit den Meßwerten:
Werden die Absenkungen des Grundwasserstandes in Pegeln gemessen, die über die gesamte Höhe des von dem Brunnen erfaßten Grundwasserleiters geschlitzt sind, so müssen die Meßergebnisse aus den Grundwasserpegeln im Bereich $r < 1,5H$ zunächst von dem in Kapitel 9.3 erläuterten Meßfehler durch die Umrechnung von s in $s_u = s - \frac{s^2}{2H}$ bereinigt werden. Anschließend werden die Absenkungen s_u des Grund- und die Absenkungen s_o des Brunnenwasserstandes in der Form $z^* = \frac{H - s_u}{H}$ bzw. $z_o^* = \frac{H - s_o}{H}$ in Abhängigkeit von der Zeit (Dimension beliebig) auf transparentes, halblogarithmisches Papier aufgetragen. Die Art der Auftragung, die lineare Teilung der z^* -Achse und die Länge einer Einheit auf der logarithmisch geteilten Zeitachse müssen der des Standardblattes (Einheit 62,5 mm) entsprechen.
5. Das transparente Datenblatt wird über das den Vorwerten entsprechende Standardblatt gelegt. Durch Verschieben des Datenblattes in Richtung der Zeit-Achse, ohne Veränderung der Ordinate z^* , wird versucht, die Meßkurven für den Grund- und Brunnenwasserstand mit den Standardkurven zur bestmöglichen Deckung zu bringen. Falls dies nur unbefriedigend gelingt,

kann ein anderes Durchlässigkeitsverhältnis k_h^* gewählt werden. Maßgebend ist dasjenige Durchlässigkeitsverhältnis, bei dem die relativ beste Deckung beider Kurvenpaare erreicht wird.

6. Ablesen des Kurvenparameters Q_F^* der Standardkurven; gegebenenfalls linear interpolieren.
7. Feststellen des Verschiebungsmaßes:
Wahl eines Punktes P und Ablesen des Abszissenwertes auf dem Datenblatt ($= t_P$) und auf dem Standardblatt ($= t_P^*$).
Zur Vereinfachung sollte ein "runder" t^* -Wert, z. B. 0,1 oder 1,0 gewählt werden.
8. Hydraulische Parameter aus:

$$k_h = \frac{Q_F}{H^2 \cdot Q_F^*} \quad ; \quad k_v = \frac{1}{(k_h^*)_{\text{gewählt}}} \cdot k_h$$

$$n_s = \frac{k_v \cdot t_P}{H \cdot t_P^*}$$

Die Gleichungen sind dimensionsecht; Längen- und Zeitdimensionen sind konsequent beizubehalten. Das Verfahren ist mit den hier vorgelegten Standardkurven nur beschränkt anwendbar. Siehe hierzu die Erläuterungen im Kapitel 9.2, das auch einen Hinweis auf die dem Verfahren zugrundeliegenden, idealisierenden Annahmen enthält.

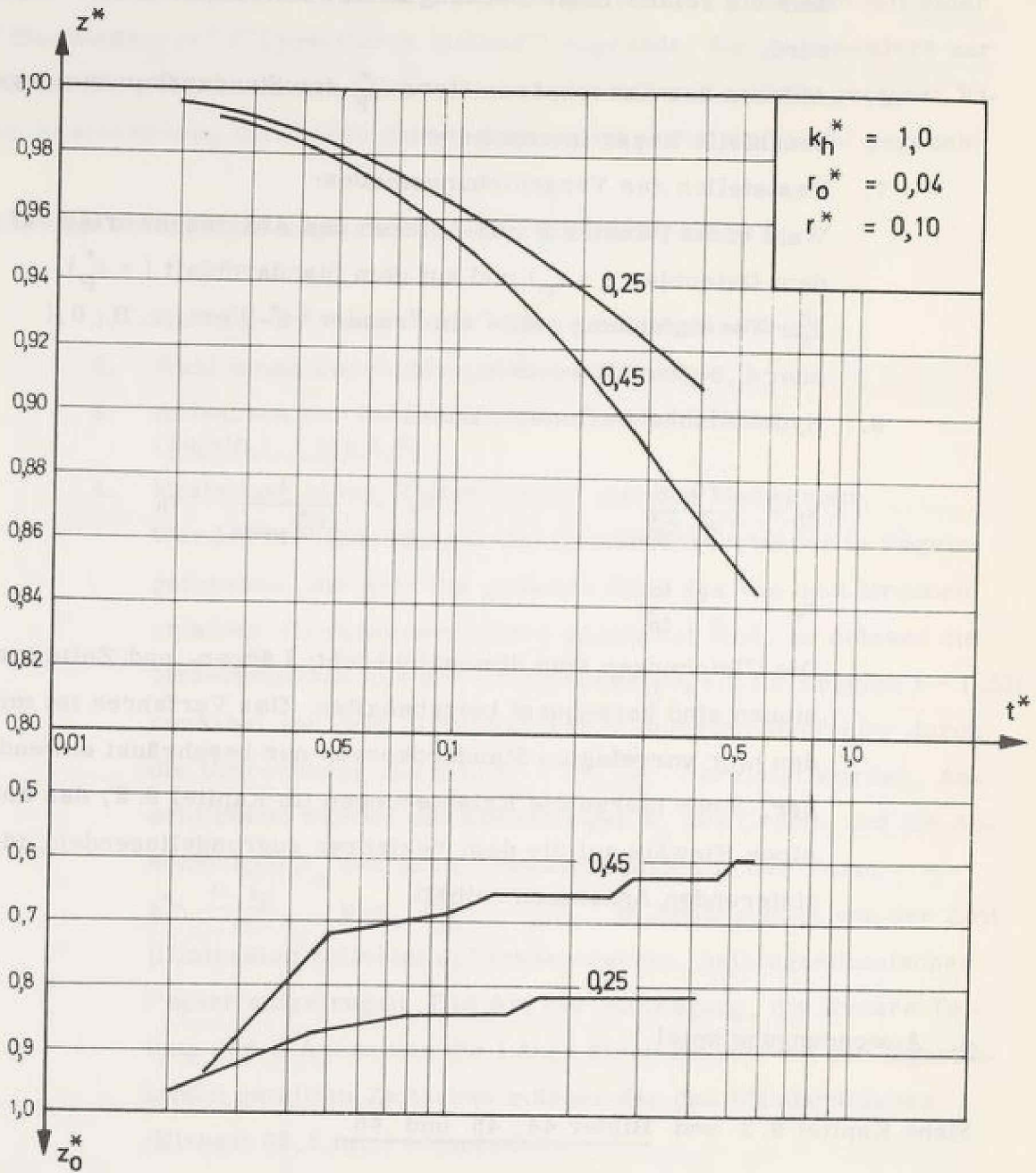
4. Anwendungsbeispiel

Siehe Kapitel 9.3 und Bilder 44, 45 und 46

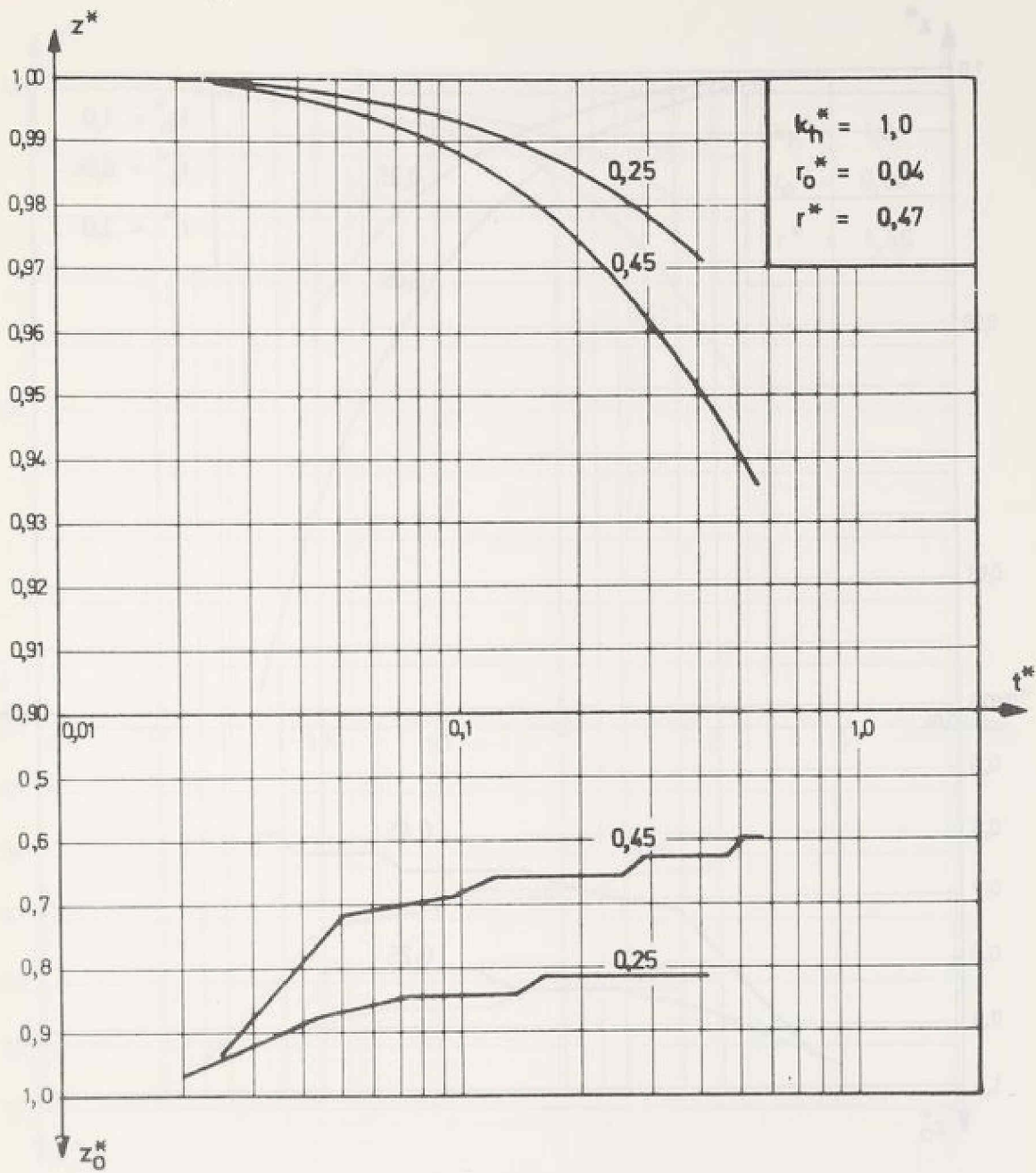
5. Standardblätter

Siehe nachfolgende Tafeln 1.1 bis 3.5; Kurvenparameter ist Q_F^*

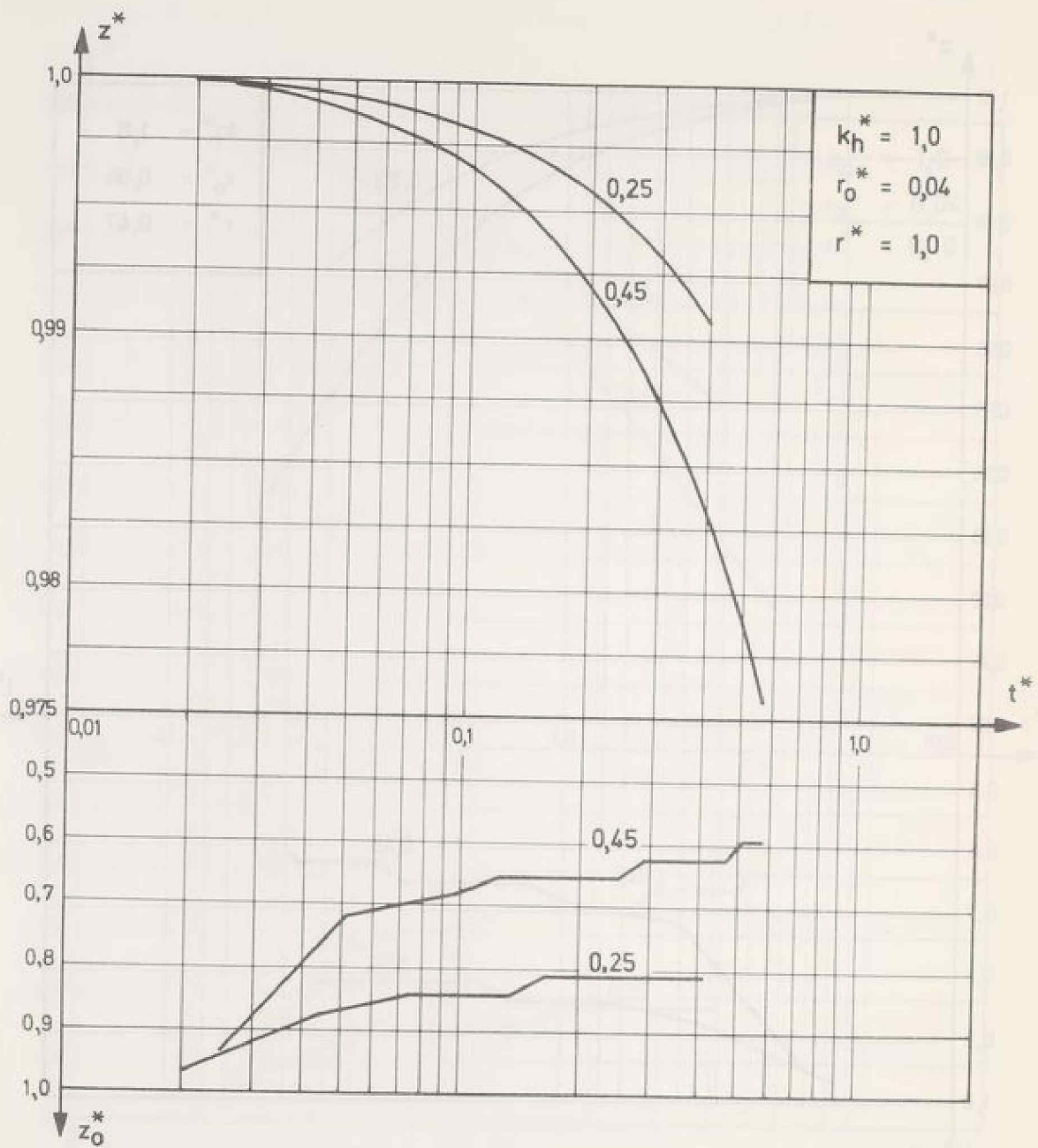
TAFEL 1.1



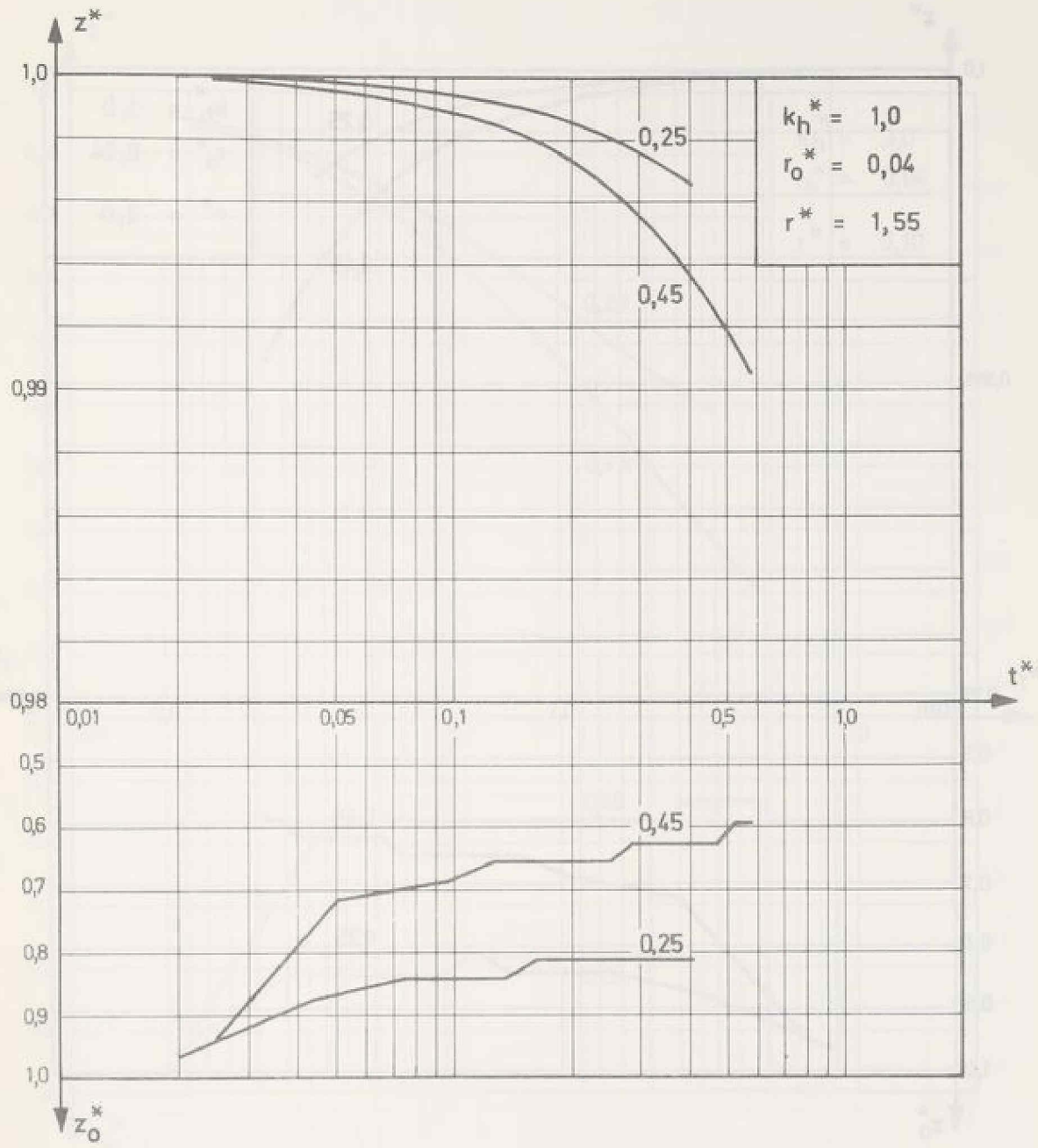
TAFEL 1.2



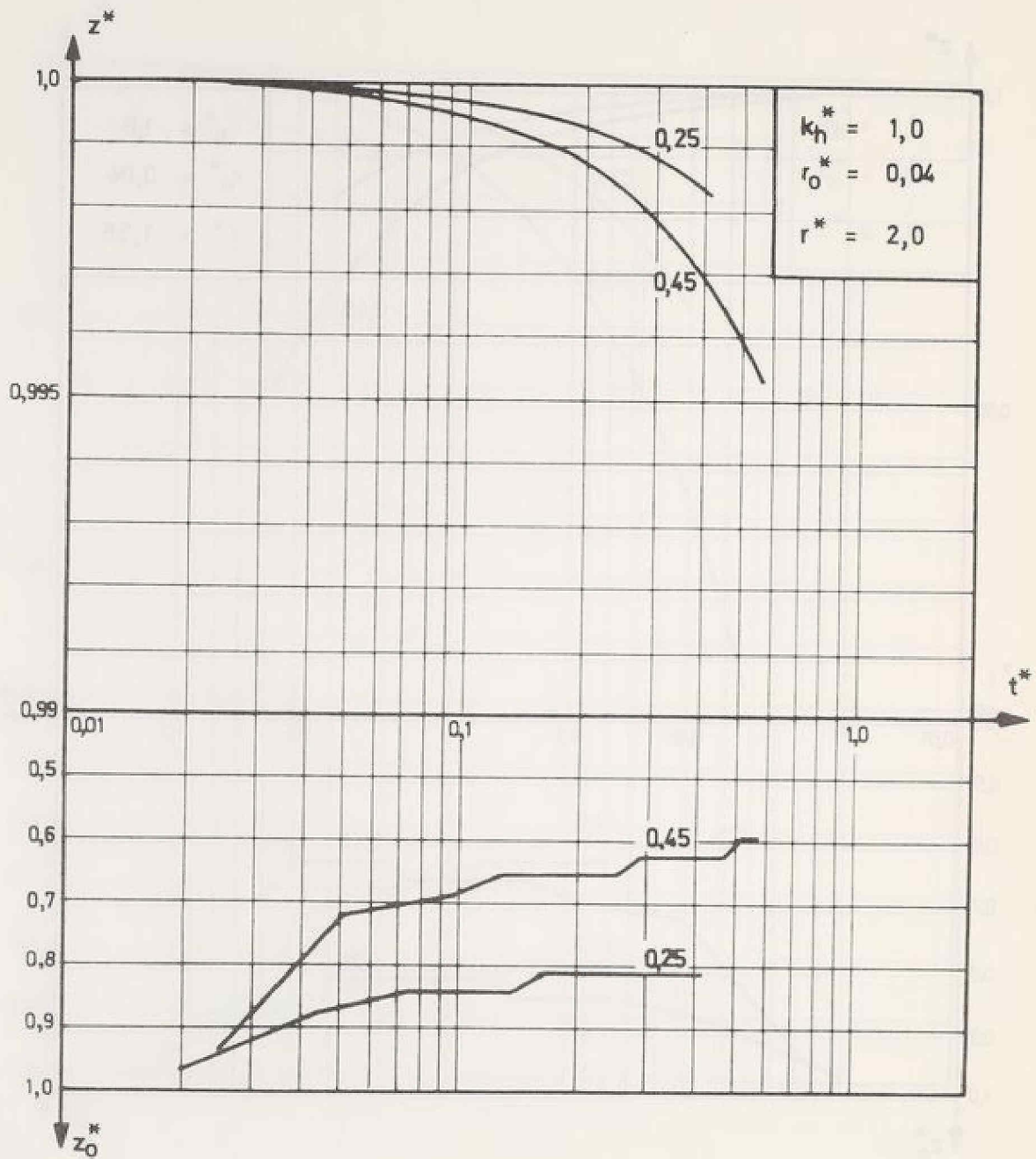
TAFEL 1.3



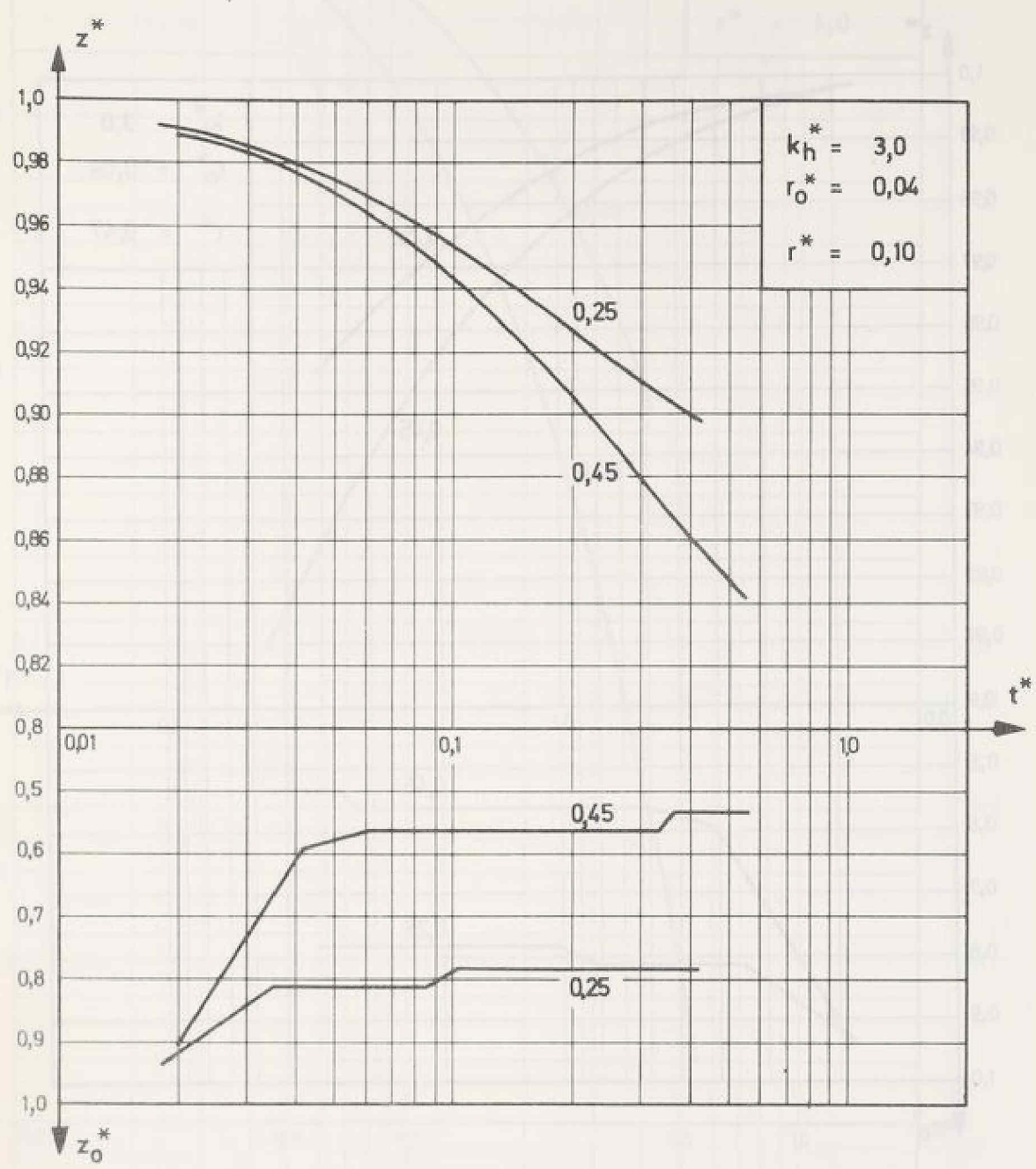
TAFEL 1.4

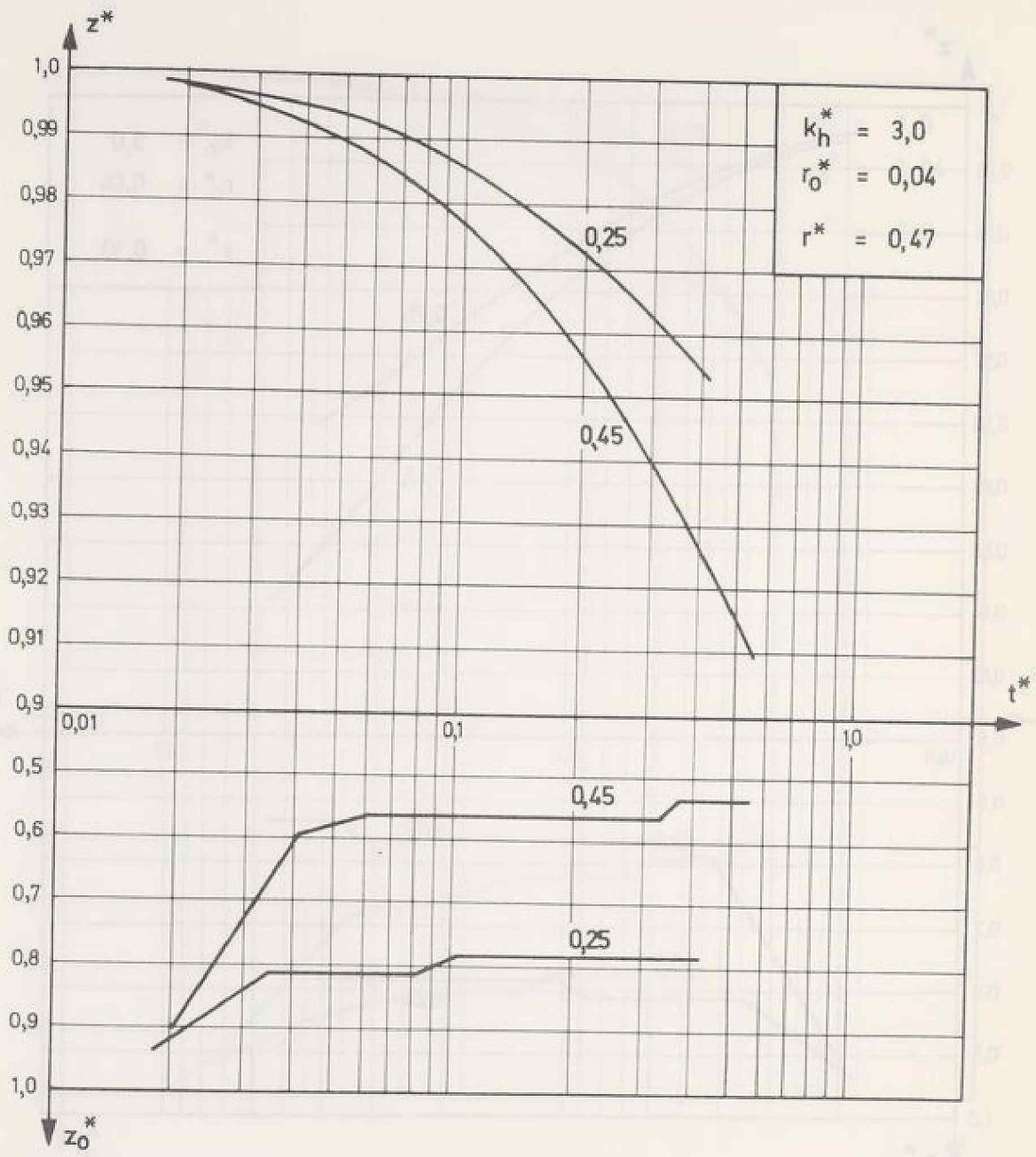


TAFEL 1.5

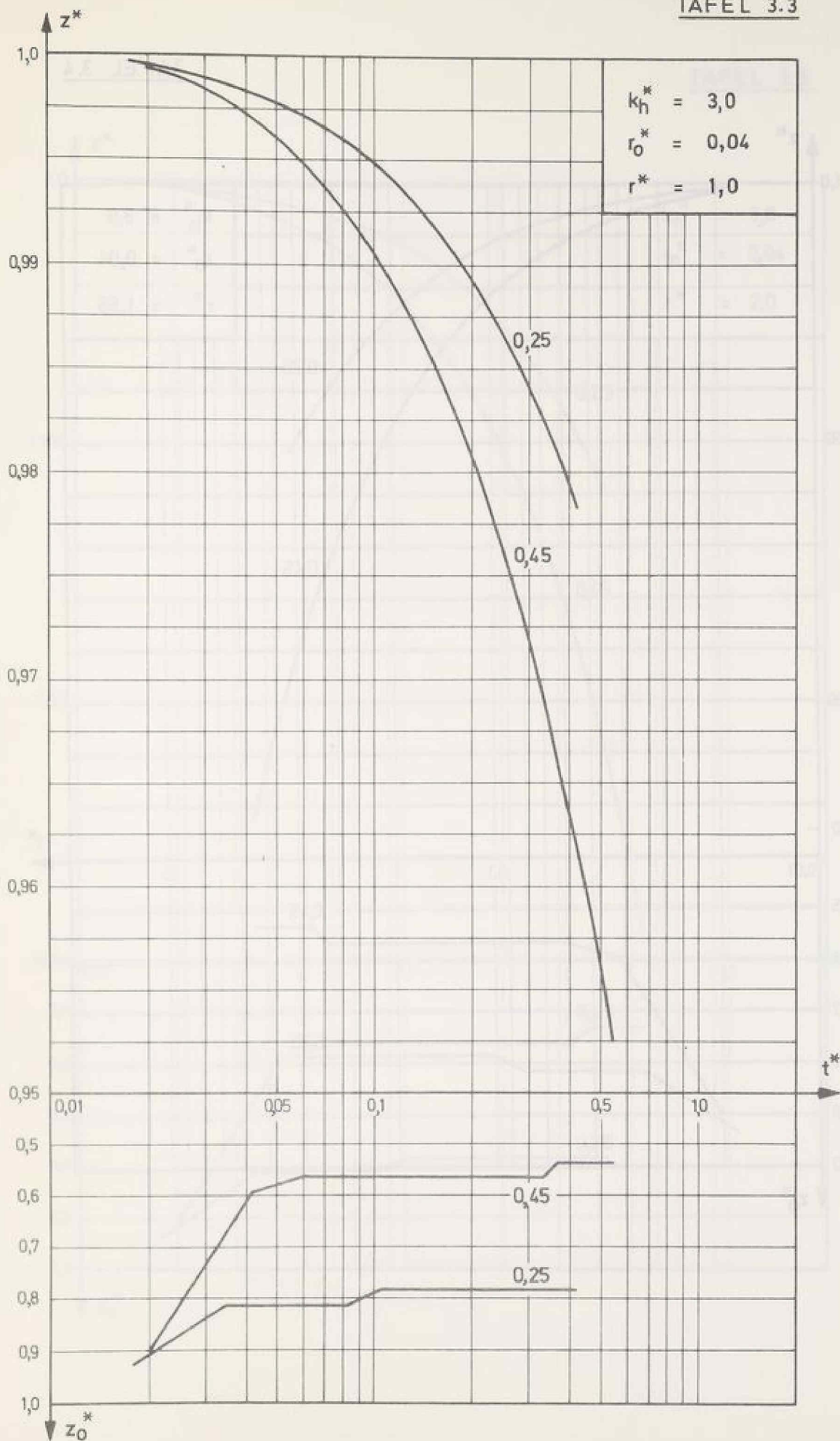


TAFEL 3.1

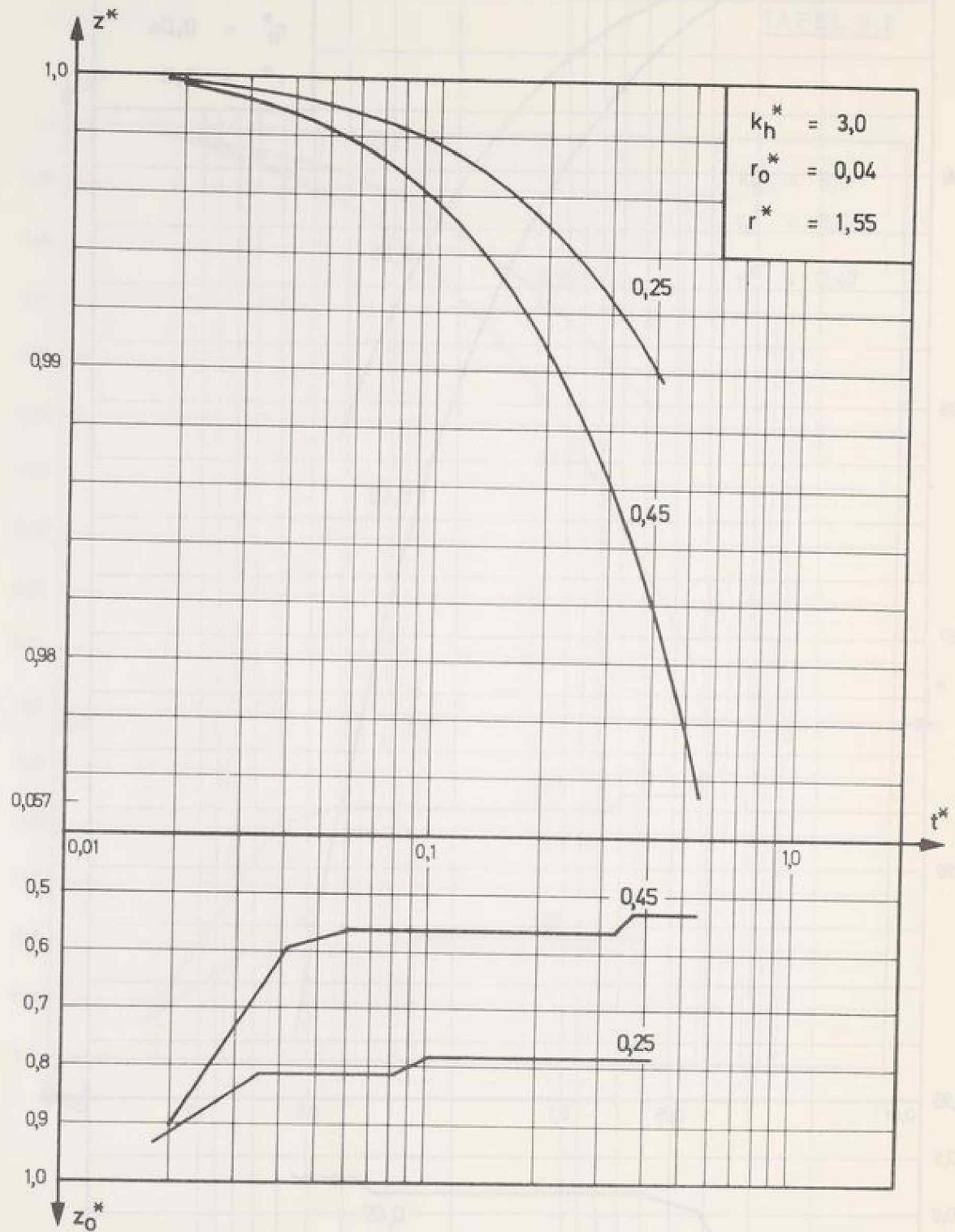




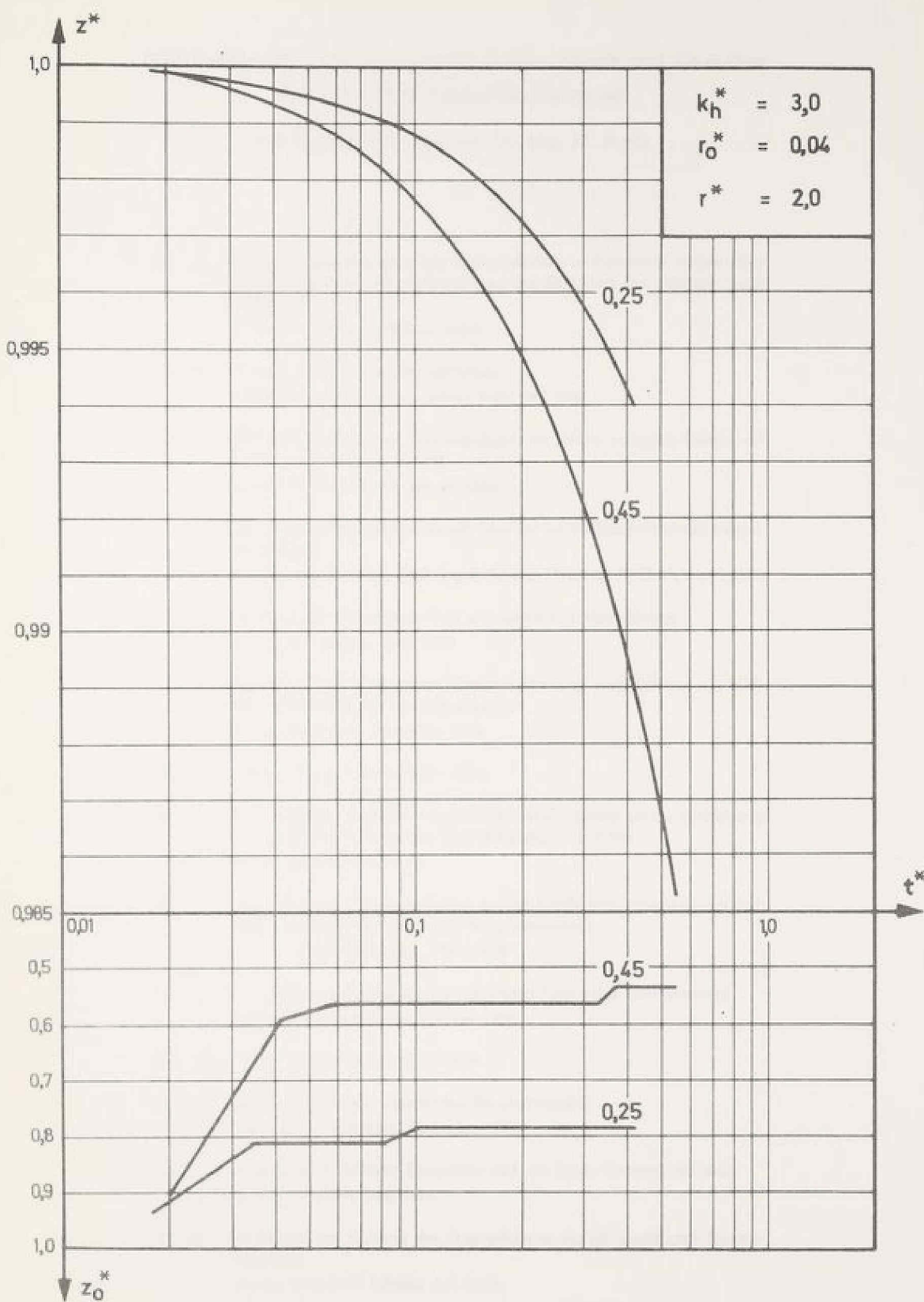
TAFEL 3.3

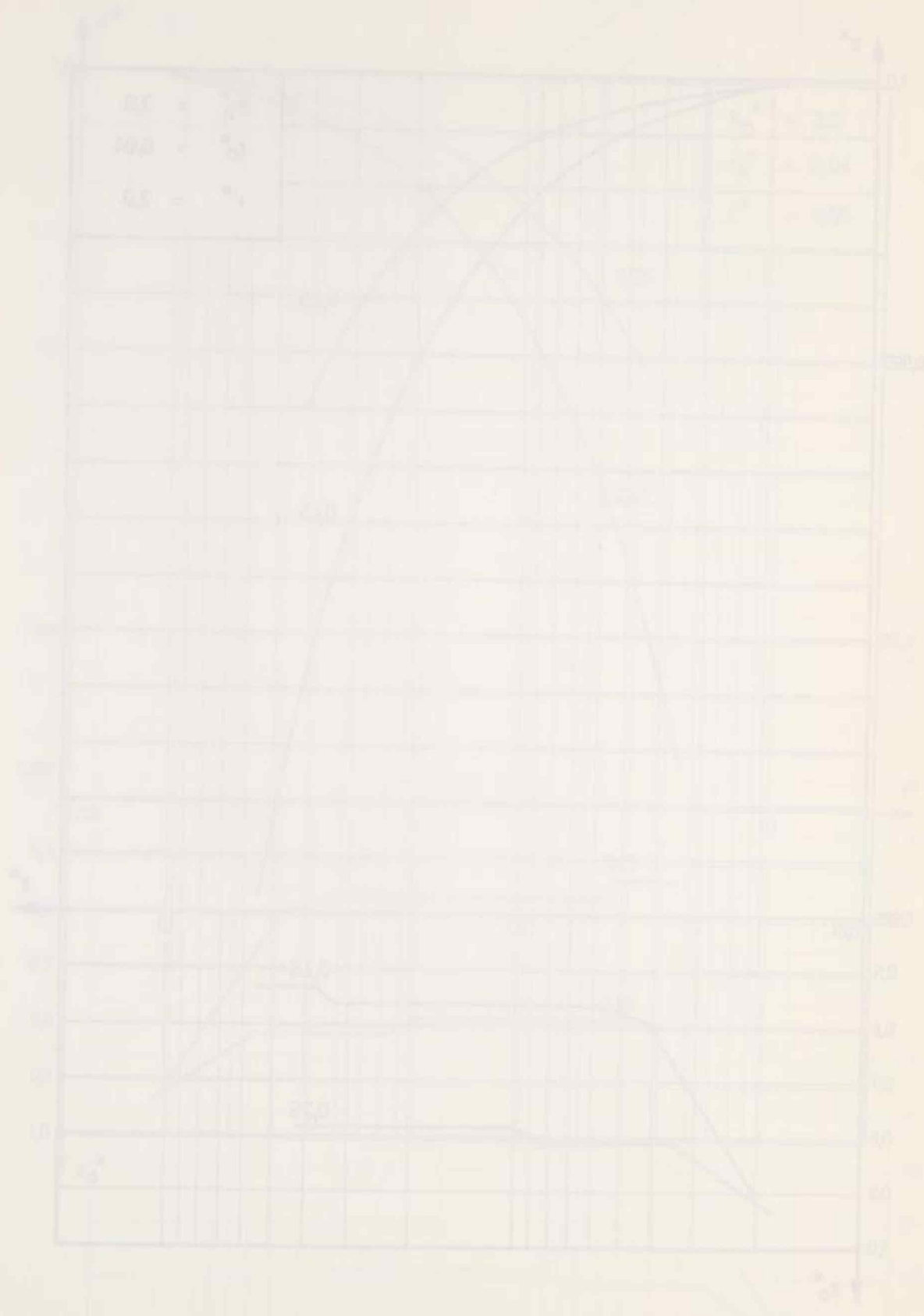


TAFEL 3.4



TAFEL 3.5



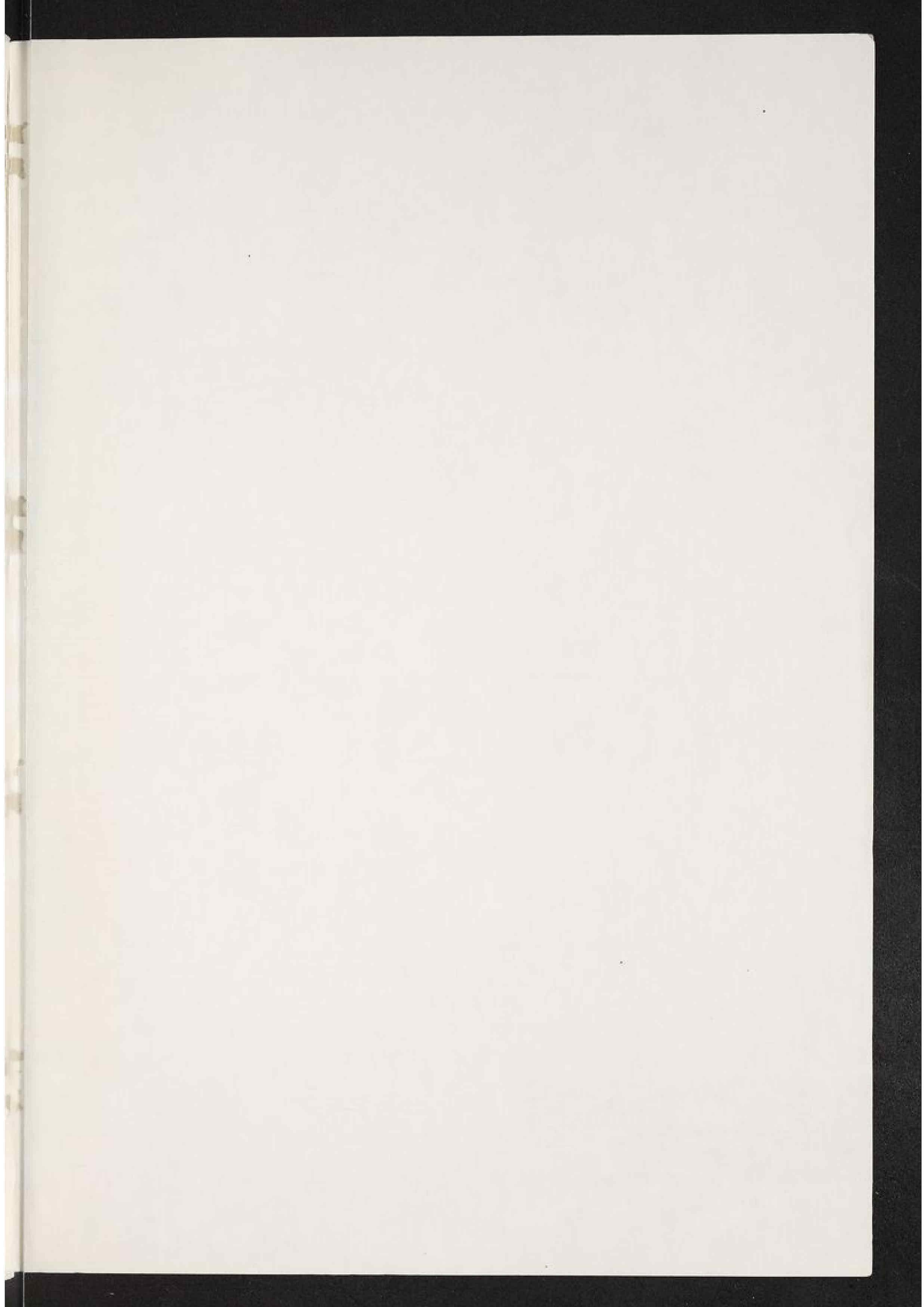


Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Breth

- Nr. 1 Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteiften
Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen
Hochbauten
Dr.-Ing. H. Sommer, Februar 1965
- Nr. 2 Aktuelle Probleme im Staudammbau
Veröffentlichungen in den Jahren 1966 und 1967
- Nr. 3 Über den Einfluß eines dünnwandigen, im Boden verlegten Rohres auf
das Tragverhalten des Bodens
Dr.-Ing. K. H. Schwinn, Januar 1968
- Nr. 4 Das Tragverhalten des Frankfurter Tons bei im Tiefbau auftretenden Bean-
spruchungen
Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dipl.-Ing. E. Schültz, Dipl.-Ing. D. Stroh, April 1970
- Nr. 5 Zur Frage der Erosionssicherheit unterströmter Erdstaudämme
Dr.-Ing. K. Günther, Juni 1970
- Nr. 6 Ermittlung der rheologischen Zustandsgleichung eines Lehmes mit Hilfe
einer neuentwickelten Versuchsanordnung
Dr.-Ing. D. Fedder, Dezember 1970
- Nr. 7 Beiträge in den Jahren 1968 - 1970
- Nr. 8 Der Einfluß der Steifigkeit von Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung
und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton
Dr.-Ing. H. Heil, Juni 1971
- Nr. 9 Der Einfluß von Fundamentlasten auf die Größe und Verteilung des Erd-
drucks auf biegsame, abgesteifte Baugrubenwände
Dr.-Ing. H. R. Wanoschek, März 1972
- Nr. 10 Das Verformungsverhalten des Frankfurter Tons beim Tunnelvortrieb
Dipl.-Ing. G. Chambosse, Februar 1972
- Nr. 11 Beiträge in den Jahren 1972-1973
- Nr. 12 Messungen an einer verankerten Baugrubenwand
Dipl.-Ing. W. Romberg, Dezember 1973
- Nr. 13 Berechnung verankerter Baugruben nach der Finite Element Methode
Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1974
- Nr. 14 Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens einfach verankerter Baugru-
benwände
Dr.-Ing. Gert-Peter Schmitt, Juli 1974

- Nr. 15 Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Tons
Dr.-Ing. P. Amann, Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1975
- Nr. 16 Ermittlung des Tragverhaltens einer mehrfach verankerten Baugrubenwand durch Modellversuche
Dr.-Ing. Reinhard Wolff, Juni 1975
- Nr. 17 Die instationäre Brunnenströmung im anisotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche
Dr.-Ing. Thomas Klüber, November 1975



44131