

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik  
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. E. Franke

Heft 31

**Beitrag zur Beschreibung des Materialverhaltens  
bindiger Böden  
unter allgemeiner nichtmonotoner Belastung**

**Dr.-Ing. Gerhard Muth**

Juli 1989

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik  
der Technischen Hochschule Darmstadt

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. E. Franke

Heft 31

**Beitrag zur Beschreibung des Materialverhaltens  
bindiger Böden  
unter allgemeiner nichtmonotoner Belastung**

**Dr.-Ing. Gerhard Muth**

Juli 1989



## VORWORT

Bei der Anwendung der Mechanik im Grundbau, d.h. der Bodenmechanik im Rahmen der tagtäglichen Routinearbeit ist die Verwendung komplizierter theoretischer Methoden sowohl was die mechanischen Modellvorstellungen als auch was die Erfassung des Stoffverhaltens anlangt nicht sinnvoll und nicht üblich. Für Verformungsberechnungen wird die Elastizitätstheorie (mit "geschickt" gewählten Sekantenmoduln) verwendet: Für Bruchuntersuchungen wird starrplastisches Stoffverhalten vorausgesetzt. Denn die erreichbare Genauigkeit hängt im praktischen Alltagsfall weniger von der Leistungsfähigkeit der Theorie als von den nur begrenzten Möglichkeiten der Erfassung des wechselhaften, stark streuenden Verhaltens des natürlich "gewachsenen" Baustoffs, des Baugrunds ab (bei dem man im Gegensatz zu Holz nicht einmal die schlechteren Partien aussortieren kann).

Als die elektronische Rechentechnik es in den 70er Jahren dann ermöglichte, mit der Methode der finiten Elemente (FEM) und anderen ähnlichen numerischen Verfahren Aufgaben der grundbaulichen Kontinuumsmechanik anzugehen, verbreitete sich zunächst der Glaube, man könne diesen Zustand überwinden und auch bei Lösung der tagtäglichen Routineaufgaben mit einer besseren Theorie, z.B. der FEM und nichtlinearen Stoffgesetzen genauer als bisher rechnen. Es zeigte sich jedoch sehr bald, daß diesen Bemühungen selbst bei Annahme idealer, gleichmäßiger Baugrundverhältnisse durch das komplizierte Stoffverhalten körniger Haufwerke engere Grenzen als ursprünglich gedacht gezogen waren. So erwies sich die Erfassung des Stoffverhaltens mit den besonders bekannt gewordenen Methoden von Duncan/Chang und mit den Cambrider Cam-Clay Ansätzen, von denen verschiedene Entwicklungsstufen existieren, für viele Fälle als zu ungenau.

Wenn auch die FEM im Grundbau für die Untersuchung praktischer Routinefälle nicht in dem Maße wie erwartet (und wie in Verbindung mit künstlichen Baustoffen möglich) nutzbar ist, so zeigte sich doch, daß ihre Anwendung für Parameterstudien Erkenntnisfortschritte ermöglicht, die mit dem bisher verfügbaren theoretischen Instrumentarium nicht möglich waren, wenn nur die Erfassung des Stoffverhaltens bei den numerischen Untersuchungen verbessert wird. Das rechtfertigt die etwa 5 Jahre währenden, von Herrn Muth ausgeführten Untersuchungen.

Anlaß und Ausgangspunkt für die Aufgabenstellung waren die Mängel der bisherigen Möglichkeiten zur Beschreibung des Stoffverhaltens z.B. hinsichtlich des Einflusses der Drehung der Hauptspannungsrichtungen beim Übergang vom Konsolidations- zum Bruchzustand auf die undrained Scherfestigkeit bindiger Böden (Franke 1979) oder bei geologisch vorbelasteten bindigen Böden, die Berücksichtigung des Verformungsverhaltens beim Übergang von einer jungfräulichen Belastung über Entlastungen zu Wiederbelastungen, z.B. auch bis zur Fortsetzung der Erstbelastung. Dabei hängt das Verformungsverhalten vom Verlauf des jeweils vorausgegangenen Spannungspfades ab. Bei wassergesättigten bindigen Böden ist dabei im undrainierten Zustand der entstehende Porenwasserüberdruck anstelle der Volumenänderungen zu ermitteln.

Herr Muth hat diese Aufgabe hervorragend gelöst. Im Unterschied zu anderen ist seine Lösung klar durchschaubar. Er hat über den von anderen auf diesem Gebiet geleisteten Arbeitsumfang hinaus jedoch nicht nur die mathematisch/mechanische Formulierung beobachteten Stoffverhaltens bearbeitet (das ja ohne die Grundlage der Kenntnis phänomenologischer Versuchsdaten gar nicht möglich ist), sondern er hat auch selbst die experimentelle Ermittlung des Stoffverhaltens betrieben. Zu diesem Zweck sind von ihm spezielle Triaxialgeräte entwickelt worden, mit denen das Verformungsverhalten zylindrischer Proben in axialer und radialer Richtung mit größter Genauigkeit bei Belastung längs unterschiedlicher Spannungspfade studiert werden kann. Seine im Rahmen der Geräteentwicklung und der Durchführung der Laborversuche mit diesen Geräten erbrachten Leistungen stellen für sich schon wie die parallel laufende mathematisch/mechanische Formulierung des Stoffverhaltens eine beachtenswerte Leistung dar. Die Klarheit, mit der Herr Muth seine Arbeitsergebnisse -angeschlossen an eine Übersicht über die bisherige Entwicklung auf dem behandelten Gebiet- dargestellt hat, läßt hoffen, daß dieses Mitteilungsheft das Interesse findet, das ihm der Unterzeichnete wünscht.

E. Franke



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Ziel der Arbeit . . . . .	1
1.2	Annahmen und Voraussetzungen . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Materialverhalten bindiger Böden — Entwicklung und Stand der Erkenntnisse</b>	<b>4</b>
2.1	Einleitung . . . . .	4
2.2	Mikrostruktur der Tone . . . . .	5
2.3	Ödometrische und isotrope Kompression . . . . .	6
2.4	$K_0$ -Spannungszustand . . . . .	7
2.5	Volumenverformungscharakteristik in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungsverhältnis . . . . .	9
2.6	Normiertes Verhalten bindiger Böden . . . . .	15
2.7	Einfluß der mittleren Hauptspannung . . . . .	16
2.8	Einfluß von Anisotropie und Drehung der Hauptspannungsachsen . . . . .	23
2.9	Materialverhalten unter zyklischer Belastung . . . . .	36
2.10	Geschwindigkeits- und Zeitabhängigkeit des Materialverhaltens . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Elasto-plastische Materialmodelle</b>	<b>50</b>
3.1	Grundlagen . . . . .	50
3.2	Auf „Cam Clay“ basierende Modelle . . . . .	52
3.3	Modelle mit konischer Fließfläche und Kappe . . . . .	60
3.4	Modelle mit mehreren Fließflächen . . . . .	62
3.5	„Rate Type Relations“ . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Neues elasto-plastisches Mehrflächenmodell</b>	<b>69</b>
4.1	Grundlegende Annahmen . . . . .	69
4.2	Mathematische Formulierung der inkrementellen Grundgleichungen . . . . .	72
4.3	Isotrope und kinematische Verfestigung der Fließ- und der Umkehrfläche . . . . .	74
4.4	Form der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche . . . . .	78
4.5	Grenzen der Fließflächenparameter . . . . .	80
4.6	Elastische und plastische Dehnungsinkremente . . . . .	82
4.7	Der plastische Modul $K$ . . . . .	84
4.8	Verfestigungsbeziehungen für die spezielle Fließ- und Umkehrfläche . . . . .	86
4.9	Entstehung einer neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr . . . . .	87

<b>5</b>	<b>Anwendung des Modells bei speziellen Spannungs- und Verformungspfadern</b>	<b>90</b>
5.1	UndrÄnierte Versuchsbedingungen . . . . .	90
5.2	Verformungsgesteuerte Versuche . . . . .	91
5.3	$K_0$ - bzw. Ödometerversuche . . . . .	92
5.4	Zyklische Beanspruchung . . . . .	93
<b>6</b>	<b>Laborversuche</b>	<b>102</b>
6.1	Ziel der Versuche . . . . .	102
6.2	TriaxialversuchsgerÄt . . . . .	103
6.2.1	Belastungs- und KraftmeÄeinrichtung . . . . .	103
6.2.2	VerformungsmeÄeinrichtung . . . . .	106
6.2.3	MeÄwerterfassung und Belastungseinrichtung . . . . .	112
6.2.4	DurchlÄssigkeit der GummihÄllen . . . . .	114
6.3	Herstellung der Bodenproben . . . . .	119
6.4	DurchgefÄhrte Versuche . . . . .	120
6.4.1	Ödometerversuche . . . . .	120
6.4.2	$K_0$ -Versuche . . . . .	124
6.4.3	Triaxialversuche . . . . .	125
6.4.4	CU-Versuche mit unterschiedlichen ÄberkonsolidierungsverhÄltnissen	144
<b>7</b>	<b>Numerische Anwendung des Materialmodells</b>	<b>147</b>
7.1	Ermittlung der Materialparameter . . . . .	147
7.2	Integration der inkrementellen Grundgleichungen . . . . .	150
7.3	Nachrechnung der Probenherstellung — „Perfect Sampling“ . . . . .	151
7.4	Nachrechnung der Versuche . . . . .	154
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>168</b>
	Literaturverzeichnis	170
	Anhang	182
<b>A</b>	<b>Verallgemeinerung des Modells auf allgemeine SpannungszustÄnde</b>	<b>183</b>
<b>B</b>	<b>Formeln zur Berechnung der neuen FlieÄflÄche nach Belastungsumkehr</b>	<b>189</b>
<b>C</b>	<b>Tabellarische Zusammenstellung der Versuchsergebnisse</b>	<b>192</b>

## Abbildungsverzeichnis

2.1	Zusammenstellung von $K_{o,NC}$ -Werten verschiedener Autoren . . . . .	8
2.2	Exponent $m$ über der Plastizitätszahl . . . . .	8
2.3	Dränierte und undrãnierte triaxiale Kompressionsversuche an normalkonsolidiertem Weald Clay . . . . .	10
2.4	Drãnierte und undrãnierte triaxiale Kompressionsversuche an überkonsolidiertem Weald Clay . . . . .	11
2.5	Effektive Spannungspfade und Linien gleichen Wassergehalts . . . . .	12
2.6	„Critical State Line“ und „State Boundary Surface“ . . . . .	13
2.7	Elastische Wand und Spannungspfad auf der SBS . . . . .	14
2.8	Beziehung zwischen Hauptspannungsdifferenz, Porenwasserüberdruck und Hauptdehnung . . . . .	17
2.9	Undrãnierte Spannungspfade eines normalkonsolidierten Tones . . . . .	18
2.10	Vergleich der Versuchsergebnisse mit der Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung in der Deviatorebene . . . . .	19
2.11	Porenwasserdruckentwicklung in Abhängigkeit von der Änderung der drei Hauptspannungen . . . . .	19
2.12	Einfluß der mittleren Hauptspannung auf die Spannungs-Dehnungskurven und die Porenwasserdruckentwicklung . . . . .	21
2.13	Richtungen der Dehnungsinkrementvektoren in der Triaxial- und der Deviatorebene . . . . .	22
2.14	Vergleich anisotrope/isotrope undrãnierte Scherfestigkeit im Kompressionsversuch mit normal- und überkonsolidierten Proben . . . . .	24
2.15	Vergleich anisotrope/isotrope undrãnierte Scherfestigkeit im Extensionsversuch anisotroper/isotroper Reibungswinkel $\varphi'$ . . . . .	25
2.16	Monotone Scherbeanspruchung mit unterschiedlicher Hauptspannungsrichtung an isotropen Sandproben . . . . .	27
2.17	Drehung der Hauptspannungsachsen zwischen Konsolidations- und Bruchzustand . . . . .	28
2.18	Porenwasserdruckkoeffizient $a_f$ in Abhängigkeit von der Änderung der normierten Oktaederschubspannung . . . . .	29
2.19	Spannungs-Dehnungsverhalten von dichtem Sand mit inhãrenter Anisotropie	30
2.20	Einfluß der inhãrenten Anisotropie auf die Scherfestigkeit und das Verformungsverhalten von Sand . . . . .	31

2.21	Effektive Spannungspfade für Versuche mit kontinuierlicher Drehung der Hauptspannungsachsen . . . . .	32
2.22	„State Boundary Surface“ zur Interpretation des Einflusses einer Drehung der Hauptspannungsachsen . . . . .	33
2.23	Vergleich von monotonen Torsionsscherversuchen und echten Dreiaxialversuchen . . . . .	34
2.24	Effektive Spannungspfade in der $p - q$ - und der Deviatorebene . . . . .	35
2.25	Spannungs-Dehnungskurven: Versuch T2 „Cyclic Collapse“ und Versuch T3 „Shakedown“ . . . . .	37
2.26	Effektive Spannungspfade der Versuche T2 und T3 . . . . .	38
2.27	Gleichgewichtslinien für verschiedene Konsolidierungsverhältnisse . . . . .	39
2.28	Typische Spannungs-Dehnungskurven von undrained zyklischen Versuchen	40
2.29	Dehnungs- und Porenwasserdruckentwicklung in zyklischen Versuchen . . .	41
2.30	Zyklisches Spannungsverhältnis in Abhängigkeit von der Zyklenzahl . . . .	44
2.31	Anwendung der Methode der akkumulierten Dehnungen . . . . .	44
2.32	Zeitabhängigkeit des Materialverhaltens . . . . .	46
2.33	„Delayed Compression“ . . . . .	49
3.1	Schematische Darstellung der assoziierten und der nichtassoziierten Fließregel . . . . .	50
3.2	Schematische Darstellung der isotropen und der kinematischen Verfestigung	51
3.3	Fließflächen des „Cam Clay“ Modells . . . . .	53
3.4	Fließflächen des „Revised-Modified Cam Clay Modells“ . . . . .	54
3.5	Verallgemeinerung der Fließflächen des „Cam Clay“ Modells im Hauptspannungsraum . . . . .	55
3.6	Kombination der Fließflächen des „Cam Clay“ Modells mit der Mohr-Coulomb-schen Bruchbedingung in der Deviatorebene . . . . .	56
3.7	Translation und Rotation der „Bounding Surface“ . . . . .	58
3.8	„Consolidation“ und „Loading Surfaces“ . . . . .	59
3.9	„Double Hardening Modell“ . . . . .	60
3.10	Mehrfließflächenmodell am Beispiel einer eindimensionalen Spannungs-Dehnungskurve . . . . .	63
3.11	Fließfläche und „Consolidation Surface“ in der $p - q$ -Ebene . . . . .	66
3.12	Vergleich berechneter und experimenteller Spannungs-Dehnungskurven . . .	66
3.13	„Bounding Surface“ in der $p - q$ -Ebene . . . . .	67
4.1	Schematische Darstellung der Entwicklung der Fließflächen . . . . .	71

4.2	Translation der Fließfläche . . . . .	76
4.3	Einfluß der Parameter $R$ und $\xi$ auf die Form der Fließfläche . . . . .	81
4.4	Einfluß der Parameter $R$ und $\eta$ auf die Form der Fließfläche . . . . .	82
4.5	Normierter plastischer Modul $K_v$ . . . . .	85
4.6	Interpolationsfunktion für den plastischen Modul $K$ . . . . .	86
5.1	Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche: effektive Spannungspfade. . . . .	94
5.2	Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche: Fließflächen . . . . .	94
5.3	Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche: Verformungen . . . . .	95
5.4	Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet mit Berücksichtigung der Umkehrfläche: effektive Spannungspfade . . . . .	97
5.5	Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet mit Berücksichtigung der Umkehrfläche: Verformungen . . . . .	97
5.6	Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet mit Berücksichtigung der Umkehrfläche: Fließflächen . . . . .	98
6.1	Schemaskizze des Triaxialversuchsgeräts . . . . .	104
6.2	Schnitt durch die Probe und die Filterplatte . . . . .	107
6.3	Unterer Meßquerschnitt zur Vertikalverschiebungsmeßung . . . . .	107
6.4	Meßknöpfe, die an der Probe befestigt werden . . . . .	108
6.5	Geräte zum Anbringen der Meßknöpfe und der Filterplatten an der Probe . . . . .	109
6.6	Befestigung der Meßknöpfe an der Bodenprobe . . . . .	110
6.7	Skizze und Foto der Querdehnungsmeßbügel . . . . .	111
6.8	Schemaskizze des Versuchsaufbaus . . . . .	113
6.9	Volumenänderungskurven eines Durchlässigkeitsversuches . . . . .	114
6.10	Versuchsgerät zur Ermittlung der Durchlässigkeit von Gummimembranen . . . . .	116
6.11	Kornverteilung des untersuchten Tons . . . . .	119
6.12	Ödometerversuch 1 . . . . .	121
6.13	Ödometerversuch 2 . . . . .	122
6.14	Ödometerversuch 3 . . . . .	123
6.15	Rekonsolidierungsphase der Triaxialversuche . . . . .	125
6.16	Anisotrope Verformungen unter isotroper Belastung . . . . .	126
6.17	Proben der Versuche TR1 und TR5 nach dem Abscheren . . . . .	127
6.18	Spannungspfade der Triaxialversuche . . . . .	128

6.19	Isotrope Belastung der Versuche TR1 und TR2 . . . . .	129
6.20	Vergleich der Horizontal- und Vertikalverschiebungen . . . . .	130
6.21	Effektiver Spannungspfad des Versuchs TR1 . . . . .	131
6.22	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR1 . . . . .	135
6.23	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR2 . . . . .	136
6.24	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR3 . . . . .	137
6.25	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR4 . . . . .	138
6.26	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR5 . . . . .	139
6.27	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR6 . . . . .	140
6.28	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR7 . . . . .	141
6.29	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR8 . . . . .	142
6.30	Verformungskurven des Triaxialversuchs TR9 . . . . .	143
6.31	Normierte effektive Spannungspfade der CU-Versuche . . . . .	144
6.32	Porenwasserüberdruckentwicklung in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungs- verhältnis . . . . .	145
6.33	Deviatorspannungsentwicklung in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungs- verhältnis . . . . .	146
7.1	Spannungspfad bei der Vorbelastung und Probenentnahme im Ödometer . .	152
7.2	Fließflächen bei der Vorbelastung und Probenentnahme im Ödometer . . .	153
7.3	Vergleich des berechneten $K_{o,NC}$ -Wertes mit Versuchsergebnissen . . . . .	155
7.4	Vergleich der berechneten $K_o$ -Werte für Ent- und Wiederbelastung mit Ver- suchsergebnissen . . . . .	156
7.5	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR1 . . . . .	158
7.6	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR2 . . . . .	159
7.7	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR3 . . . . .	160
7.8	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR4 . . . . .	161
7.9	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR5 . . . . .	162
7.10	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR6 . . . . .	163
7.11	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR7 . . . . .	164
7.12	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR8 . . . . .	165
7.13	Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR9 . . . . .	166
7.14	Berechnete und gemessene normierte effektive Spannungspfade . . . . .	167
A.1	Hauptspannungsraum und Deviatorebene . . . . .	185
A.2	Fließflächenformen in der Deviatorebene . . . . .	186
A.3	Translation der Fließfläche in der Deviatorebene . . . . .	188

B.1 Entstehung der neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr . . . . . 189

## Tabellenverzeichnis

2.1	Vergleich der berechneten und gemessenen „Double Amplitude Strains“ . .	45
4.2	Transformierte Spannungskordinaten . . . . .	79
4.3	Parameter der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche . . . . .	80
4.4	Parameter zur Berechnung der neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr . .	89
6.5	Zusammenstellung von Durchlässigkeitsbeiwerten für Naturgummimembranen	118
7.6	Zusammenstellung der in den Berechnungen verwendeten Materialparameter	149
A.7	Verallgemeinerte transformierte Spannungskordinaten . . . . .	187
C.8	Triaxialversuch TR1 . . . . .	192
C.9	Triaxialversuch TR2 . . . . .	193
C.10	Triaxialversuch TR3 . . . . .	195
C.11	Triaxialversuch TR4 . . . . .	197
C.12	Triaxialversuch TR5 . . . . .	201
C.13	Triaxialversuch TR6 . . . . .	203
C.14	Triaxialversuch TR7 . . . . .	205
C.15	Triaxialversuch TR8 . . . . .	207
C.16	Triaxialversuch TR9 . . . . .	209
C.17	Ödometerversuch 1 . . . . .	212
C.18	Ödometerversuch 2 . . . . .	215
C.19	Ödometerversuch 3 . . . . .	218

## Verzeichnis der verwendeten Symbole und Bezeichnungen

Symbole und Bezeichnungen, die aus der Literatur übernommen wurden oder die nur in einem Abschnitt verwendet werden, wo sich auch die Erklärung findet, werden im folgenden nicht aufgeführt.

### Indizes:

$el$	elastisch
$pl$	plastisch
$ij$ $i, j = 1, 2, 3$	Hauptkomponenten
$ij$ $i, j = x, y, z$	Komponenten in kartesischen Koordinaten
$i, j$ $i, j = p, q$ bzw. $v, s$	Komponenten der „Roscoe Variablen“ in der Triaxialebene
$\dot{\phantom{x}}$	Zeitableitung, benutzt für inkrementelle Größen
$'$	effektive Größen
$\sim$	auf den Mittelpunkt einer Fließ-, Vorbelastungs- oder Umkehrfläche
$\bar{\phantom{x}}$	transformierte Spannungskomponenten
$\bar{\phantom{x}}$ bzw. $\nu$	auf die Vorbelastungsfläche bezogen
$\check{\phantom{x}}$ bzw. $u$	auf die Umkehrfläche bezogen
$\rightarrow$	Vektoren
$K$	Kompressionsbereich
$E$	Extensionsbereich
$f$	Bruchzustand („failure“)
$NC$	Normalkonsolidiert
$OC$	Überkonsolidiert

### Symbole:

$\sigma_{ij}$	Komponenten des Spannungstensors
$\varepsilon_{ij}$	Komponenten des Verzerrungstensors
$\alpha_{ij}$	Komponenten des Tensors, der den Mittelpunkt der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche markiert
$n_{ij}$	Normalenvektor auf der Fließfläche
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen
$I_1, I_2, I_3$	Invarianten des Spannungstensors
$J_1, J_2, J_3$	Invarianten des deviatorischen Spannungstensors
$\sigma_{oct}, \tau_{oct}$	Oktaedernormal- und Oktaederschubspannung
$\theta$	Lode-Winkel (Spannungsinvariante)
$\sigma, \tau$	Normal- und Schubspannung

$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$	„Roscoe Variablen“ in der Triaxialebene
$q = \sigma_1 - \sigma_3$	
$\varepsilon_v = \varepsilon_p = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$	Volumendehnung, zu $p$ komplementär
$\varepsilon_s = \varepsilon_q = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$	Schubverzerrung, zu $q$ komplementär
$u, \Delta u$	Porenwasserüberdruck
$A, a$	Porenwasserdruckparameter
$e$	Porenziffer
$\varphi, c$	Reibungswinkel, Kohäsion
$p_e$	äquivalente Porenziffer nach Hvorslev
$f$	Fließfläche
$F$	Vorbelastungsfläche
$\check{f}$	Umkehrfläche
$C_1, C_2, C_3$	abhängige Parameter der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche
$M$	Neigung der „Critical State Line“
$M, R, S, \xi, \eta$	unabhängige Parameter der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche
$a, \bar{a}, \check{a}$	Durchmesser der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche
$\delta = a/\bar{a}$	Durchmesserverhältnis
$p_o, q_o$	Mittelpunktskoordinaten der Fließfläche
$p_u, q_u$	Mittelpunktskoordinaten der Umkehrfläche
$\lambda, \omega, \psi, \Gamma$	Verfestigungsparameter
$\kappa, \nu$	elastische Parameter
$\beta, (\tau/c_u)_{min}, \alpha_1, \alpha_2$	Parameter, die das Materialverhalten und die Degradation unter zyklischer Belastung beschreiben
$K, K_v$	plastische Verformungsmoduli
$B, G$	Kompressions- und Schubmodul
$\gamma_1, \gamma_2$	Parameter, die die Entstehung der neuen Fließfläche bei Belastungs- umkehr steuern
$K_o = \sigma_3/\sigma_1$	Ruhedruckbeiwert
$S_o = q/p$	Ruhedruckbeiwert in den „Roscoe Variablen“
$OCR$	Überkonsolidierungsverhältnis
$\varepsilon_A$	Degradationsparameter
$h(\varepsilon_A)$	Entfestigungsfunktion
$\zeta$	Parameter, der zyklisches Versagen bzw. zyklische Beruhigung steuert

# 1 Einleitung

## 1.1 Ziel der Arbeit

Aufgabe der Geotechnik ist es, die Standsicherheit und die Einhaltung der zulässigen Verformungen von Gründungen, Stützkonstruktionen und Erdbauwerken zu gewährleisten. Dies setzt umfassende Kenntnisse über die Festigkeitseigenschaften und das Verformungsverhalten des Bodens in seinen vielfältigen Erscheinungsformen voraus. Da die Beschreibung und Modellierung des Materialverhaltens von natürlichen Böden zu den schwierigsten Aufgaben der Materialtheorie gehören, ist es verständlich, daß im Verlauf der Entwicklung geotechnischer Berechnungsverfahren eine Vielzahl von vereinfachenden Annahmen und empirisch ermittelten Zusammenhängen eingeführt wurden, die sich bei vielen Fragestellungen sehr gut bewährt haben.

In jüngerer Zeit hat die rasante Entwicklung auf dem Gebiet der Computertechnologie zu verbesserten numerischen Berechnungsverfahren wie der Methode der Finiten Elemente (FEM), der Boundary Element Methode (BEM) und Finiter Differenzenverfahren geführt, die heutzutage zunehmend auf immer kleineren und leistungsfähigeren Rechenanlagen verfügbar sind. Numerische Berechnungsverfahren erlauben gegenüber analytischen Methoden die Verwendung von verbesserten und aufwendigeren Materialmodellen für den Boden, sowie die Simulation nahezu beliebiger Geometrien, Belastungen, Rand- und Anfangsbedingungen.

Da das Verformungs- und Festigkeitsverhalten von Böden eine Vielzahl von Nichtlinearitäten umfaßt, ist der Erfolg einer numerischen Berechnung in der Geotechnik ganz entscheidend von dem verwendeten Materialmodell abhängig. Daneben geben die analytischen Lösungen und älteren halbempirischen Berechnungsverfahren der Bodenmechanik auch weiterhin für viele Fragestellungen eine ausreichende Antwort und können den numerischen Berechnungsverfahren häufig als Kontrolle dienen.

Um mit einem numerischen Modell zutreffende Vorhersagen machen zu können, bedarf es nach LADD et al. [78] dreier Komponenten:

1. einem Modell zur Beschreibung des Materialverhaltens des Bodens;
2. Methoden zur Ermittlung der erforderlichen Materialparameter;
3. Berechnungsverfahren und Lösungsalgorithmen, innerhalb derer das Materialmodell zur Beantwortung praktischer Fragestellungen eingesetzt werden kann.

Zum zweiten Punkt gehört der gesamte Komplex der Labor- und Feldversuchstechnik sowie die Frage der Kalibrierung des Materialmodells, das heißt der quantitativen Bestimmung der Materialparameter aus hierfür geeigneten Meßergebnissen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, aufbauend auf einer Reihe von Vorschlägen aus der Literatur ein elasto-plastisches Mehrfließflächenmodell zur Beschreibung des Materialverhaltens bindiger Böden unter allgemeinen, nichtmonotonen Beanspruchungen zu entwickeln. Besondere Bedeutung kommt der zutreffenden Beschreibung der Volumenverformungscharakteristik bzw. bei undraineden Verhältnissen der Porenwasserdruckentwicklung zu. Unter Volumenverformungscharakteristik soll im folgenden die für Böden typische Eigenschaft verstanden werden, sich unter vergleichbaren Beanspruchungen in Abhängigkeit von der Vorbelastung („Beanspruchungsgeschichte“) sowohl kontraktant (Volumenabnahme, Verdichtung) als auch dilatant (Volumenzunahme, Auflockerung) verhalten zu können. Selbst unter monotoner Belastung kann das Verhalten von anfänglicher Kontraktanz zu Dilatanz wechseln. Um das gesamte Verformungsverhalten auch quantitativ zutreffend beschreiben zu können, ist es daher mindestens erforderlich, sozusagen das Vorzeichen der Volumenänderungen richtig wiedergeben zu können.

Anhand der Ergebnisse einer Vielzahl von axialsymmetrischen Elementversuchen mit einem künstlich aufbereiteten, mittelplastischen Ton wird die grundsätzliche Eignung des Modells zur qualitativen und quantitativen Beschreibung des Materialverhaltens wasser-gesättigter, bindiger Böden unter monotoner und nichtmonotoner Beanspruchung nachgewiesen. Die Gültigkeit des Modells erstreckt sich auch auf nichtaxialsymmetrische Zustände, es liegen allerdings keine eigenen Versuchsergebnisse für nichtaxialsymmetrische Beanspruchungen vor.

## 1.2 Annahmen und Voraussetzungen

Den Berechnungen und Ableitungen in dieser Arbeit liegen, sofern in den einzelnen Abschnitten keine Einschränkungen gemacht werden, folgende Annahmen und Voraussetzungen zugrunde.

- Der Boden wird als homogenes isotropes Kontinuum betrachtet. Auf die Frage der Anisotropie wird in Abschnitt 2.8 eingegangen.
- Die Untersuchungen erstrecken sich ausschließlich auf wassergesättigte bindige Böden.
- Die Verzerrungen werden als klein vorausgesetzt.
- Alle Berechnungen sind quasistatisch, d.h. Massenkräfte und Dämpfung bleiben unberücksichtigt.
- Das Materialverhalten wird als geschwindigkeitsunabhängig vorausgesetzt. Viskoses Verhalten, Kriechen und Relaxation (s. z.B. GUDEHUS [43]) werden mit dem vorgeschlagenen Modell nicht behandelt. Alle Beanspruchungsvorgänge werden als so langsam vorausgesetzt, daß die Belastungs- oder Verformungsgeschwindigkeit keine Rolle spielt.
- Die Gültigkeit des Prinzips der wirksamen Spannungen von TERZAGHI [141], nach dem

*„Alle meßbaren Effekte einer Spannungsänderung, wie z.B. Zusammendrückung, Verzerrung und Änderung der Scherfestigkeit ausschließlich auf einer Veränderung der wirksamen Spannungen beruhen“*

wird vorausgesetzt (s. hierzu auch KUNTSCHE [72]).

- Für die plastischen Verformungsanteile wird angenommen, daß die Richtungen der plastischen Hauptdehnungsinkremente mit denen der Hauptspannungen zusammenfallen (ROSCOE [122]).
- Für das plastische Materialmodell wird eine assoziierte Fließregel zugrunde gelegt, d.h. der Vektor der plastischen Dehnungsinkremente ist normal zur Fließfläche (Normalitätsregel).

## 2 Materialverhalten bindiger Böden — Entwicklung und Stand der Erkenntnisse

### 2.1 Einleitung

Wenn man in der Bodenmechanik von Böden als einer besonderen Klasse von Materialien spricht, dann ist das wesentlichste Unterscheidungsmerkmal zu anderen Materialien die Eigenschaft, daß Böden ein Haufwerk aus einzelnen Bodenteilchen darstellen („particulate systems“ nach LAMBE & WHITMAN [85]), die untereinander und mit dem in den Hohlräumen des Haufwerks befindlichen Porenwasser und der Porenluft in Wechselwirkung stehen. Böden sind somit Mehrphasensysteme. Die Bindungskräfte zwischen den Bodenteilchen unterscheiden sich von denen, die bei anderen Materialklassen auftreten. Als Beispiel seien hier die starken Bindungskräfte zwischen den Molekülen im Kristallgitter der Metalle genannt. Der Teilchencharakter der Böden ist bei Sanden und Kiesen augenscheinlich, ist aber in gleicher Weise auch bei bindigen Böden mit ihren mikroskopisch kleinen Teilchen vorhanden.

Die Vielfalt in der Zusammensetzung, der Struktur und der Entstehungsgeschichte natürlicher Böden ist unbegrenzt. Das hat zur Folge, daß die meß- und beobachtbaren Phänomene des Materialverhaltens ebenfalls unbegrenzt sind. Da eigene experimentelle Ergebnisse wegen des sehr hohen Versuchsaufwands immer lückenhaft sein müssen, sollen im folgenden die wesentlichsten Eigenschaften des Materialverhaltens bindiger Böden, wie sie sich aus der Literatur ergeben, beschrieben werden, um aufzuzeigen, welche Phänomene des Materialverhaltens mit dem vorgeschlagenen Modell erfaßbar sind und wo die Grenzen des Modells liegen. Mit diesem Überblick kann und soll allerdings kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden.

Ein universelles Stoffgesetz für Böden gibt es nicht und wird es nach GUDEHUS [45] auch nicht geben. Jedes Materialmodell kann unter Zugrundelegung von Annahmen und Voraussetzungen nur einen Teil des Materialverhaltens beschreiben. Deshalb ist es wichtig, die Grenzen abzustecken und aufzuzeigen, welche Aspekte des Materialverhaltens nicht mit dem vorgeschlagenen Modell erfaßt werden können.

## 2.2 Mikrostruktur der Tone

Da eine Reihe von Ursachen für bestimmte Verhaltensweisen des Materials in der Mikrostruktur der Tone zu suchen sind, sollen zunächst einige Grundzusammenhänge dieses Forschungsgebietes erläutert werden.

Als Ton wird nach DIN 4022 der Korngrößenbereich mit  $d \leq 0.002$  mm bezeichnet. Bestimmend für die Eigenschaften dieses Bodenanteils sind jedoch fast ausschließlich die Tonminerale und ihre spezielle Struktur. Die Tonminerale bestehen überwiegend aus Verwitterungsprodukten des Feldspats. Die beiden Grundbausteine, das  $SiO_4$ -Tetraeder und das Aluminium-Hydroxyl-Oktaeder bilden netzartige Molekülgerüste, die sich wegen der unausgeglichenen Oberflächenladungen auf unterschiedliche Weise zu zwei- bzw. dreischichtigen Kristallpaketen aneinanderlagern. Durch sogenannte isomorphe Substitution können Atome der Kristallgerüste durch andere ersetzt werden, z.B. die Si-Atome der Tetraederschicht durch Al-Atome. Dies hat u.a. zur Folge, daß die einzelnen Tonteilchen eine negative Ladung besitzen und Kationen und dipolare Wassermoleküle an ihrer Oberfläche adsorbieren. Dadurch wird der sogenannte Adsorptionskomplex gebildet, der die Tonteilchen wie eine Hülle umgibt. Die physikalischen Eigenschaften des Wassers im Adsorptionskomplex sind gegenüber dem freien Wasser verändert. In unmittelbarer Umgebung der Kornoberfläche sind die Wassermoleküle so fest gebunden, daß sie sich wie ein Festkörper verhalten, vergleichbar stabilem Eis. In einem Abstand besitzt diese Wasserhülle ein viskoses Verhalten, bevor sie mit größerem Abstand in das freie Porenwasser übergeht.

Eine weitere Folge der isomorphen Substitution ist die schlechte Kristallisationsfähigkeit der Tonminerale. Durch die Unregelmäßigkeiten in den Kristallgerüsten können sich nur mikroskopisch kleine Kristalle bilden. Die Größe der Tonteilchen liegt etwa im Bereich zwischen  $10^{-6}$  und  $10^{-9}$  m. Da die spezifische Oberfläche, das heißt die Summe der Oberflächen aller Körner in einer Einheitsmasse, mit abnehmender Korngröße überproportional zunimmt, wird die Wechselwirkung zwischen den Tonteilchen überwiegend durch Oberflächenkräfte und weniger durch die Gravitationskräfte bestimmt, was man als kolloidales System bezeichnet.

In der Sedimentationsphase lagern sich die Tonteilchen unter der gleichzeitigen Wirkung von Abstoßungs- und Anziehungskräften zu kartenhaus- bzw. wabenähnlichen Strukturen zusammen, die bereits eine Strukturfestigkeit besitzen, die aber bei Störungen leicht wieder verloren geht, was durch die Sensitivität ausgedrückt wird. Diese Sensitivität ist besonders groß bei marinen Tonen, deren Salzgehalt (Kationen) im Laufe der Zeit durch Niederschläge ausgelaugt wurde (z.B. die skandinavischen Quicktone).

Unter Beanspruchung ordnen sich die Tonteilchen immer mehr zu einer dispersen Struktur um, sodaß die Tonteilchen mehr oder weniger senkrecht zur Richtung der größten Hauptspannung ausgerichtet werden. Dadurch wird das Materialverhalten anisotrop. Insofern unterscheiden sich durch geologische Prozesse überkonsolidierte Tone von sogenannten normalkonsolidierten, die keiner größeren Überlagerung als der momentanen ausgesetzt waren.

### 2.3 Ödometrische und isotrope Kompression

Lange Zeit konzentrierte sich das Interesse der Geotechnik fast ausschließlich auf die Scherfestigkeit des Bodens. ROSCOE forderte 1970 in seiner 10. Rankine Lecture [122] zu einem Umdenken auf:

*„We should stop concentrating attention only on the shear strength of soils and think in terms of their stress-strain behaviour“.*

Die Scherfestigkeit des Bodens ist sehr stark von der dem Bruch vorangehenden Beanspruchung (z.B. Porenwasserdruckentwicklung, Vorbelastung, zyklische Entfestigung usw.) abhängig — Scherfestigkeit und Verformungsverhalten sind zwei Aspekte des Materialverhaltens.

Für den ödometrischen Kompressionsversuch formulierte TERZAGHI [140] bereits 1925 die erste nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung

$$e = e_n - C_c \log \frac{\sigma_n + \Delta\sigma}{\sigma_n} \quad (2.1)$$

bzw.

$$e = e_o - \lambda \ln \frac{p}{p_o} \quad (2.2)$$

die auch noch heute verwendet wird. Als Spannungsbereich für den geradlinigen Verlauf der halblogarithmischen Druck-Porenziffer-Kurve gibt KUNTSCHKE [72]  $100 < \sigma < 8000$  kPa an. Die Gleichungen 2.1 und 2.2 gelten für normalkonsolidierte oder erstverdichtete Böden, die in ihrer Vorgeschichte unter keiner höheren Spannung als der aktuellen konsolidiert sind. Demgegenüber unterscheidet man die überkonsolidierten oder überverdichteten Böden und definiert das Überkonsolidierungsverhältnis (s. z.B. von SOOS [146])

$$OCR = \frac{\sigma'_{vm}}{\sigma'_{vc}} \quad (2.3)$$

als das Verhältnis der aktuellen effektiven Spannung  $\sigma'_{vm}$  zur Vorbelastungsspannung  $\sigma'_{vc}$ .

Das Überkonsolidierungsverhältnis prägt ganz entscheidend das Verformungsverhalten bindiger Böden. Bei einer Entlastung verläuft die Druck- Porenziffer- Kurve des Ödometerversuchs in einem wesentlich flacheren Schwell- und Wiederverdichtungsast, die eine deutliche Hysteresisschleife bilden. Die Einmündung in den Erstverdichtungsast findet bei einer

kleineren Porenziffer als bei Beginn der Entlastung statt, d.h. durch die Ent- und Wiederbelastung wird das Material verdichtet.

Bei der ödometrischen Kompression oder  $K_o$ -Konsolidierung (s. Gl. 2.1 und 2.2) ist die Verformungsbedingung  $\varepsilon_3 = 0$  eingehalten, die den Bedingungen im Untergrund entspricht. Bei einer isotropen Konsolidierung d.h.  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  ergibt sich im halblogarithmischen Druck-Porenziffer-Diagramm eine parallel verschobene Gerade mit der gleichen Steigung. Verhält sich das Material isotrop, dann gilt  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ . Bei anisotropem Materialverhalten ist das Verhältnis von  $\varepsilon_1/\varepsilon_3$  konstant (s. Abbildung 6.16 in Abschnitt 6.4.3).

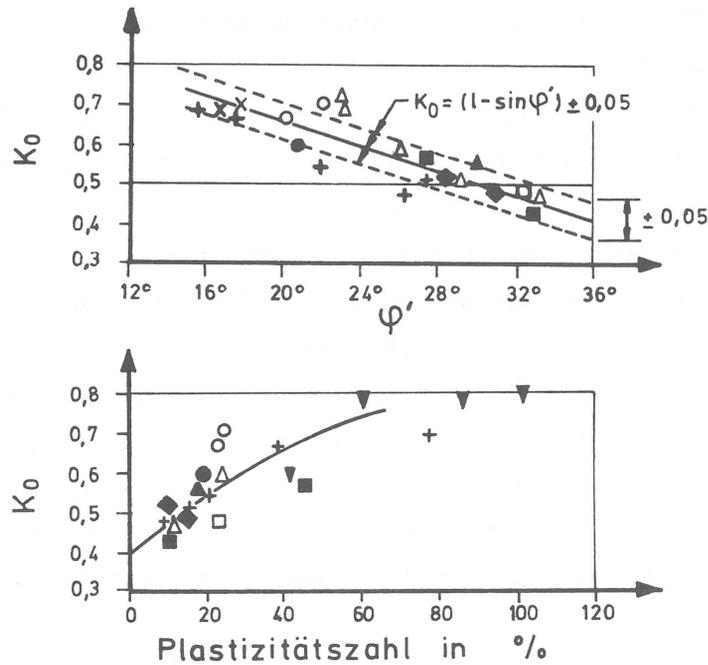
TOPOLNICKI [143] hat durch eine Reihe von biaxialen Konsolidierungsversuchen mit jeweils konstantem Verhältnis von  $\varepsilon_1/\varepsilon_3$  (proportionale Verzerrung) gezeigt, daß alle Erstverdichtungslinien parallel verlaufen, aber eine leichte Krümmung aufweisen. Die oberste dieser Linien gehört zur isotropen Verzerrung ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ ) und stellt eine Grenzzustandslinie („State Boundary“) dar. Er schlägt eine Linearisierung im doppelt-logarithmischen Maßstab vor

$$C_c = \lambda \exp \left[ \ln(1 + e_o) - \lambda \ln \left( \frac{p'}{p'_o} \right) \right] \quad (2.4)$$

Bei der Auswertung von Kompressionsversuchen sind die Primärsetzungen (Konsolidierungssetzungen), deren zeitlicher Verlauf allein dem ausströmenden Porenwasser zugeschrieben wird, von den Sekundärsetzungen (Kriechverformungen) zu trennen. MESRI & CHOI [92] haben durch Ödometerversuche an sehr unterschiedlich dicken Proben gezeigt, daß der Anteil der Kriechverformungen während der Konsolidierungsphase tatsächlich vernachlässigbar gering ist, so daß sich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Porenziffer  $e$  und der effektiven Spannung am Ende der Konsolidierungsphase — gekennzeichnet durch den Abbau von 90 % des Porenwasserüberdrucks — ergibt („unique end-of-primary (eop) void ratio-effective stress relationship“). Es ist daher im Materialmodell sinnvoll, die Kriechverformungen von den Konsolidierungsverformungen zu trennen.

## 2.4 $K_o$ -Spannungszustand

Der normale Ödometerversuch liefert keine Information über den Seitendruck  $\sigma'_3$ . Versuche, bei denen im Ödometerversuch der Seitendruck gemessen wurde [19,135,1] oder Triaxialversuche, bei denen über eine Prozeßsteuerung der Seitendruck  $\sigma'_3$  so geregelt wurde, daß die Verformungsbedingung  $\varepsilon_3 = 0$  eingehalten ist [87], ergeben für normal konsolidierte Böden ein konstantes Verhältnis der Hauptspannungen.



Gestörte	Ungestörte	Aus:
Probe		
+		BROOKER & IRELAND (1965) [19]
□		R. LADD (1965) [75]
○	□	BISHOP (1958) [13]
	◇	SIMONS (1958) [133]
	△	CAMPANELLA & VAID (1972) [22]
△		berechnet von WROTH (1972) [152]
	▽	Geot. Eng. Inc. (1976) [63]
×		ABDELHAMID & KRIZEK (1976) [1]
●		MADER (1988) [87]

Abbildung 2.1: Zusammenstellung von  $K_{0,NC}$ -Werten verschiedener Autoren, nach LADD et al. [78]. Die Ergebnisse von MADER [87] (●) wurden nachgetragen.

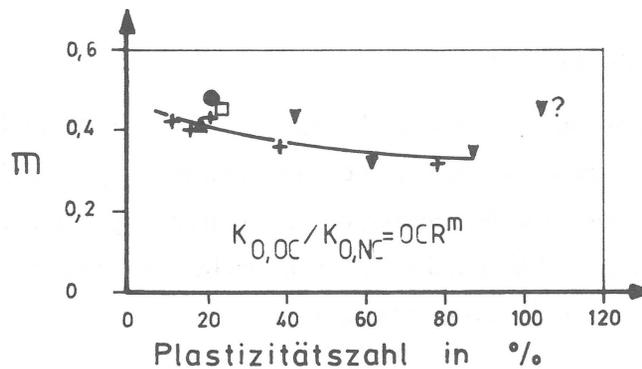


Abbildung 2.2: Zusammenstellung von Exponenten  $m$  verschiedener Autoren, nach LADD et al. [78]. Die Ergebnisse von MADER [87] (●) wurden nachgetragen.

$$\frac{\sigma_3'}{\sigma_1'} = K_{o,NC} \text{ Ruhedruckbeiwert für normalkonsolidierte Böden} \quad (2.5)$$

Die Versuchsergebnisse verschiedener Autoren, lassen sich recht gut durch die Näherungsformel von JAKY [64] approximieren, wie auch die in Abbildung 2.1 wiedergegebene Zusammenstellung von LADD et.al [78] zeigt.

$$K_{o,NC} = 1 - \sin \varphi' \quad (2.6)$$

Die Versuche von MADER [87], der prozeßgesteuerte triaxiale  $K_o$ -Versuche durchgeführt hat, lieferten etwas niedrigere Werte als die Formel von JAKY. Bei Entlastung zeigt sich, daß der  $K_o$ - Wert für den nun überkonsolidierten Boden mit steigendem Überkonsolidierungsverhältnis anwächst. Dieser Anstieg kann recht gut durch die empirische Gleichung von SCHMIDT (1966) [129] beschrieben werden (s. Abbildung 2.2), wobei sich der Exponent  $m$  zwischen 0.35 und 0.45 bewegt.

$$\frac{K_{o,OC}}{K_{o,NC}} = OCR^m \quad (2.7)$$

Bei der anschließenden Wiederbelastung mündet der Spannungspfad sehr schnell wieder in den geradlinigen Spannungspfad für Erstbelastung ein. Das bedeutet, daß die  $K_o$ - Werte für den Wiederbelastungsast größer sind als für den Erstbelastungsast. Der  $K_o$ - Wert ist somit nicht eindeutig durch das Überkonsolidierungsverhältnis bestimmt, sondern die Belastungsgeschichte hat einen entscheidenden Einfluß.

## 2.5 Volumenverformungscharakteristik in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungsverhältnis

Das Verformungsverhalten bindiger Böden — speziell die Volumenverformungscharakteristik — und damit die Tendenz zur Entwicklung von Porenwasserüberdrücken wird ganz entscheidend vom Überkonsolidierungsverhältnis OCR oder, allgemeiner ausgedrückt, von der Belastungsgeschichte geprägt. Abbildung 2.3 zeigt die typischen Ergebnisse eines dränierten und eines undränierten triaxialen Kompressionsversuchs an einer normalkonsolidierten Probe (Weald Clay) nach HENKEL [50], und in Abbildung 2.4 sind Versuchsergebnisse von zwei vergleichbaren Triaxialversuchen mit einer überkonsolidierten Probe dargestellt.

Beim normalkonsolidierten Boden wachsen im dränierten Versuch die Deviatorspannungen mit zunehmender axialer Dehnung  $\varepsilon_1$  an und erreichen nach sehr großen Verformungen einen Maximalwert, der den Grenzzustand kennzeichnet. Die zugehörigen Volumenänderungen sind kontraktant, die Probe wird verdichtet. Die Volumendehnungsrate nimmt ab, und mit Erreichen des Grenzzustands bleiben die Volumendehnungen konstant, während die deviatorischen Dehnungen unbegrenzt anwachsen.

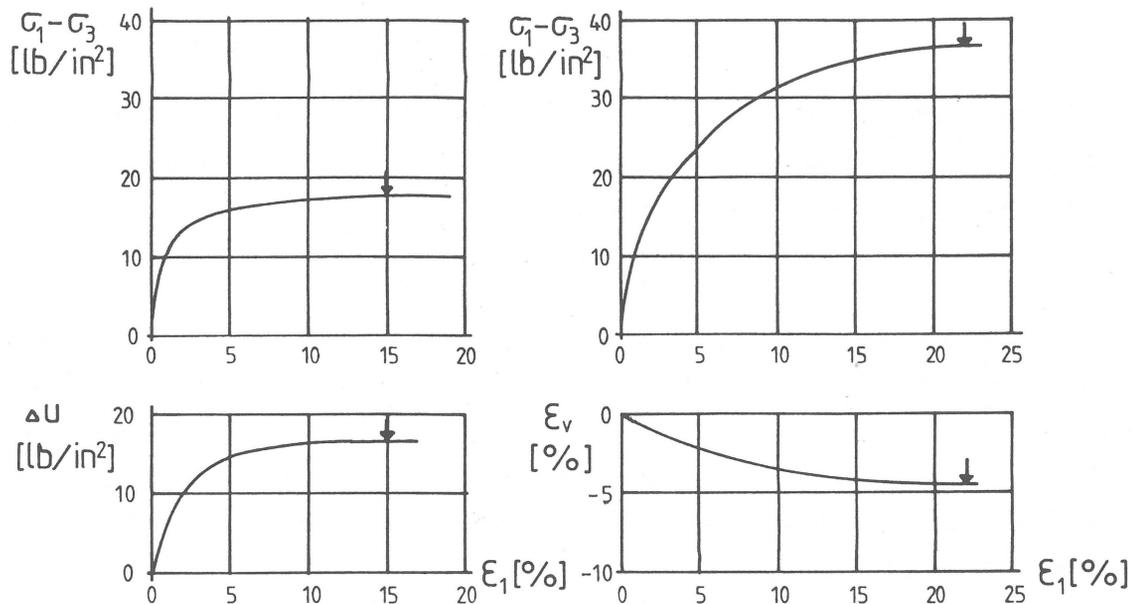


Abbildung 2.3: Dränierte und undränierte triaxiale Kompressionsversuche an normalkonsolidiertem Weald Clay, nach HENKEL [50] (↓ Peak)

Beim undränierten Versuch an einer gleichartig konsolidierten Bodenprobe steigt die Deviatorspannung mit der axialen Dehnung sehr viel steiler an und erreicht ein Maximum, das wesentlich niedriger ist als beim dränierten Versuch. Anstelle der im undränierten Versuch verhinderten Volumendehnung entsteht ein Porenwasserüberdruck, der nach Erreichen des Grenzzustandes konstant bleibt.

Die stark überkonsolidierten Proben ( $OCR = 24$ ) zeigen im dränierten Versuch ebenfalls einen steileren Anstieg der Deviatorspannung als im undränierten, die nach Überschreitung eines Maximums („Peak“ ↓) wieder abfällt. Die Volumendehnungskurve weist jetzt zunächst geringe kontraktante Verformungen auf, die dann sehr schnell in dilatantes Verhalten übergehen. Etwa an Stelle der maximalen Deviatorspannung (s. ↓ in Abb. 2.4) besitzt die Volumendehnungskurve ihre größte Steigung. Im vergleichbaren undränierten Versuch mit dem gleichem Überkonsolidierungsverhältnis  $OCR = 24$  erreicht die Deviatorspannung einen größeren Maximalwert. Die Ursache dafür ist, daß anstatt der Volumendehnungen jetzt zunächst geringe Porenwasserüberdrücke in der Probe auftreten, die aber infolge des dilatanten Verformungsverhaltens sehr schnell abfallen und in Porenwasserunterdrücke übergehen.

Kontraktantes Verhalten des Bodens führt beim undränierten Versuch, bei dem die Volumenänderungen verhindert sind, zu Porenwasserüberdrücken, während dilatantes Verhal-

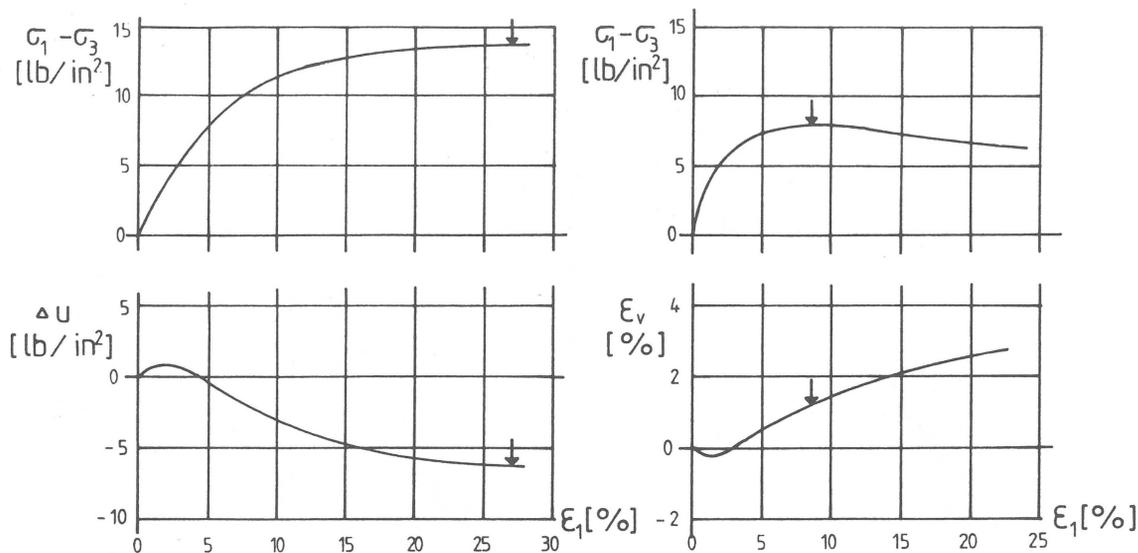


Abbildung 2.4: Dränierte und undränierte triaxiale Kompressionsversuche an überkonsolidiertem Weald Clay (OCR = 24), nach HENKEL [50] (↓ Peak)

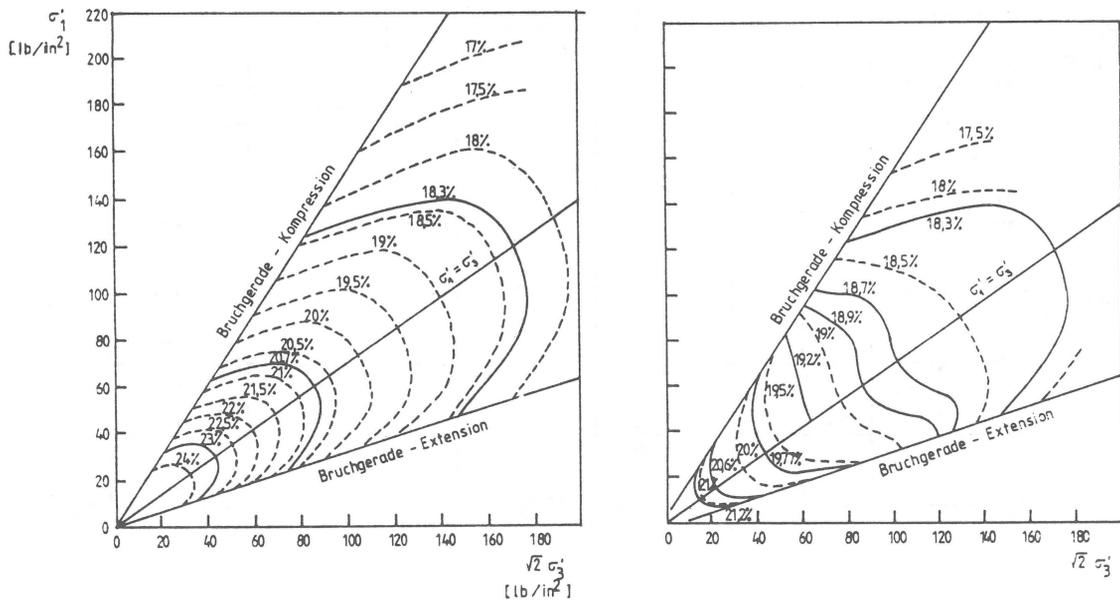
ten Porenwasserunterdrücke zur Folge hat. Mit wachsendem Überkonsolidierungsverhältnis findet ein stetiger Übergang vom Verhalten des normalkonsolidierten Bodens zu dem des stark überkonsolidierten statt. Das Verhalten normalkonsolidierter bindiger Böden ist dem Verhalten locker gelagerter Sande qualitativ ähnlich, das stark überkonsolidierter, dem von dicht gelagerten Sanden.

SKEMPTON [136] hat zur Berechnung der Porenwasserüberdrücke folgende einfache halbempirische Beziehung

$$\Delta u = B(\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)) \quad (2.8)$$

angegeben, mit den Porenwasserdruckparametern  $A$  und  $B$ . Der Parameter  $B$  berücksichtigt das Verhalten bei teilweiser Wassersättigung und ist bei voller Sättigung  $B = 1$ .  $A$  ändert sich mit zunehmender Belastung der Probe und nimmt bei Erreichen des Bruchzustandes den Wert  $A_f$  an, der bei der Anwendung der effektiven Scherparameter verwendet wird. Die  $A_f$ -Werte sind abhängig vom Überkonsolidierungsverhältnis und außerdem vom Spannungspfad, auf dem der Bruchzustand herbeigeführt wird (eine ausführliche Diskussion hierzu findet sich bei FRANKE [38,37,39]). SKEMPTON [136] selbst weist am Schluß seiner Arbeit darauf hin, daß eine physikalisch sinnvollere Porenwasserdruckgleichung mit dem sphärischen und dem deviatorischen Spannungsanteil formuliert sein müßte. Eine weitergehende Diskussion dieser Frage findet sich im Abschnitt 2.7 auf Seite 18ff.

RENDULIC [118] und später HENKEL [51,52,53,54] haben gezeigt, daß für wasser-



- - - - - effektive Spannungspfade in undrÄnirten Versuchen
- Linien gleichen Wassergehalts aus drÄnirten Versuchen

Abbildung 2.5: Effektive Spannungspfade und Linien gleichen Wassergehalts für (links) normal- und (rechts) überkonsolidierten Weald Clay, nach HENKEL [52,53]

gesättigte bindige Böden zwischen der Scherfestigkeit, dem Wassergehalt bzw. der Porenziffer, der Volumenverformungscharakteristik und den effektiven Spannungen eine eindeutige Abhängigkeit besteht, unabhängig davon, ob die Versuche drÄnirt oder undrÄnirt ausgeführt wurden. Sehr stark abhängig ist das Verhalten allerdings vom Überkonsolidierungsverhältnis und auch davon, ob die Probe isotrop oder unter  $K_o$ - Bedingungen konsolidiert wurden. Abbildung 2.5 (HENKEL [53]) zeigt Kurven gleichen Wassergehalts, die aus drÄnirten und undrÄnirten Versuchen ermittelt wurden, für normal- und überkonsolidierte Proben. Die Kurven aus den drÄnirten und aus den undrÄnirten Versuchen besitzen näherungsweise die gleiche Form, woraus RENDULIC [118] auf die Gültigkeit des Prinzips der effektiven Spannungen geschlossen hat. Nach KUNTSCHE [72] ist diese Schlußfolgerung nur zulässig, wenn zusätzlich vorausgesetzt wird, daß die Verformungen eindeutige Funktionen der effektiven Spannungen sind, also unabhängig vom Verlauf des Spannungspfad sind. Seine eigenen Versuche bestätigen das Konzept der effektiven Spannungen von TERZAGHI [140] für bindige Böden ebenfalls.

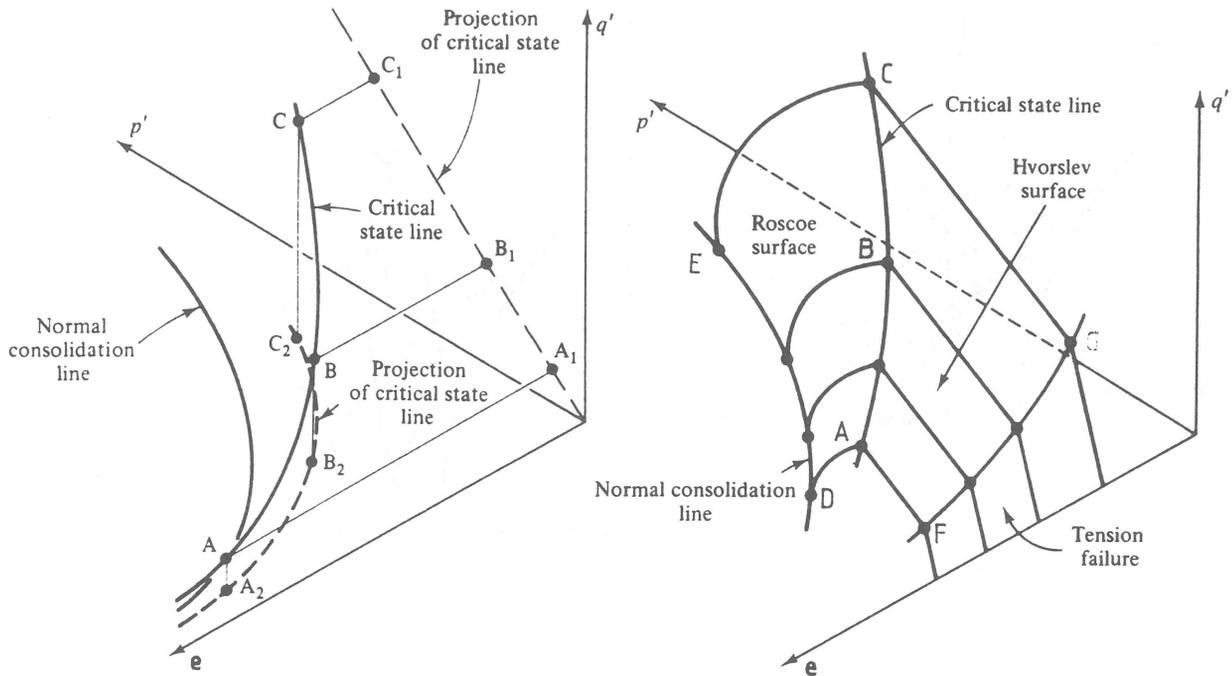


Abbildung 2.6: „Critical State Line“ (links) und „State Boundary Surface“ (rechts), aus ATKINSON & BRANSBY [9]

Das bisher geschilderte Verformungsverhalten bindiger Böden bildet die Grundlage des „Critical State“ Konzepts und des darauf basierenden elastoplastischen „Cam Clay“ Modells [20,121,120,119,131,142]. Aufbauend auf den grundlegenden Arbeiten von RENDULIC [118] und HVORSLEV [61] wurden in den 50er Jahren in Cambridge die ersten elastoplastischen Theorien für Böden entwickelt, die Ausgangspunkt für eine vielfältige Entwicklung auf dem Gebiet der Stoffgesetze für Böden bilden.

Das „Critical State“ Konzept besagt, daß ein Bodenelement unter einer kontinuierlich anwachsenden Scherbeanspruchung einem Grenzzustand zustrebt, bei dem das Material volumenkonstant fließt. Dieser Grenzzustand, bei dem der Boden eine kritische Dichte besitzt, ist allein abhängig von der Porenziffer  $e$  und der effektiven Spannung und wird durch die beiden folgenden Gleichungen beschrieben,

$$q = M p' \quad (2.9)$$

$$e = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (2.10)$$

die in einem Raum mit  $p'$ ,  $q$  und der Porenziffer  $e$  als Achsen eine räumlich gekrümmte Kurve darstellen — die kritische Zustandslinie oder „Critical State Line CSL“ (s. Abbildung 2.6 links  $A - B - C$ ). Die Projektion der CSL auf die  $p - e$ -Ebene ( $A_2 - B_2 - C_2$ ) ist eine Kurve,

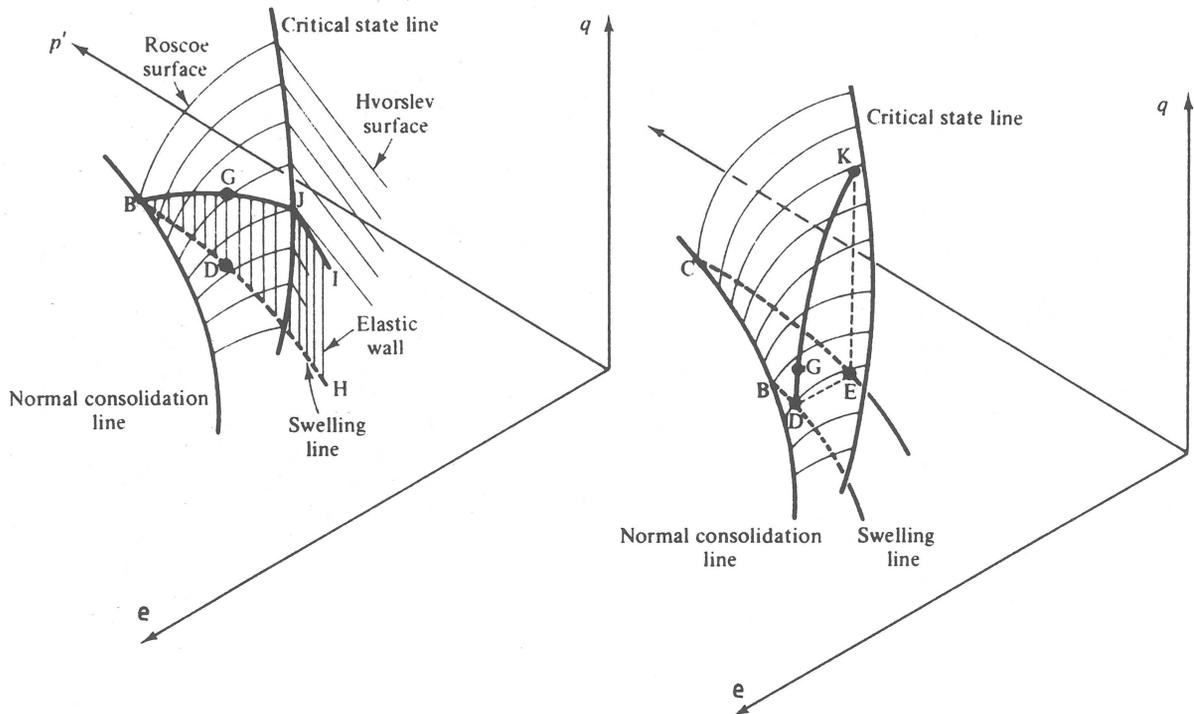


Abbildung 2.7: Elastische Wand (links) und Spannungspfad auf der SBS (rechts), aus ATKINSON & BRANSBY [9]

die parallel zur Druck-Porenziffer-Kurve des Kompressionsversuchs für normalkonsolidierte Böden („Normal Consolidation Line“) entsprechend Gleichung 2.2 verläuft, und stellt sich in halblogarithmischer Darstellung als Gerade dar.

Ist der Boden lockerer als die kritische Dichte, dann führt eine Scherbeanspruchung zu Kontraktanz bzw. zu Porenwasserüberdruck<sup>1</sup>, während der überkritische Boden Dilatanz bzw. Porenwasserunterdruck zeigt. Durch einen mathematischen Ansatz für die in einem Be- und Entlastungszyklus dissipierte Energie und unter Annahme einer assoziierten Fließregel stellen ROSCOE et.al. [120,131] die Gleichung für eine Schar von Fließkurven auf, die in dem oben definierten Raum eine Grenzzustandsfläche die sogenannte „State Boundary Surface“ (SBS) aufspannen (Fläche  $A - B - C - E - D$  in Abb. 2.6), die später auch in Würdigung der Arbeiten von K. ROSCOE als „Roscoe Surface“ bezeichnet wurde. Die SBS wird im überkritischen Bereich durch die sogenannte Hvorslev-Surface ( $A - B - C - G - F$ ) ergänzt, deren Spur ( $G - F$ ) in der  $q - e$ -Ebene für  $p = 0$  die Entwicklung der wirksamen Kohäsion  $c'$  mit abnehmender Porenziffer markiert. Die Projektion der CSL auf die  $q - e$ -Ebene stellt die undrained Scherfestigkeit  $c_u = f(e)$  dar.

<sup>1</sup>man bezeichnet solche Böden auch als „wet clays“, weil die Bodenprobe beim Durchkneten Wasser abgibt und die Hände feucht werden, im Gegensatz zu den überkritischen „dry clays“, die Wasser aufsaugen

Spannungszustände außerhalb der SBS sind nicht möglich. Bei Spannungspfaden innerhalb der Fläche finden nur elastische Volumenänderungen statt, die Spannungspfade bewegen sich dabei in einer sogenannten elastischen Wand ( $H - D - B - G - J - I$  in Abbildung 2.7 links). Die Schubverzerrungen werden als vollständig irreversibel angenommen. Für die elastischen Volumenänderungen (Schwellkurven) wird ein logarithmischer Ansatz zugrunde gelegt.

$$e = e_{\kappa} - \kappa \ln p \quad (2.11)$$

Erreicht ein Spannungspfad nach einer rein elastischen Deformation die SBS im unterkritischen Bereich (Punkt  $G$  in Abbildung 2.7 rechts), dann ist die Fließbedingung erfüllt und der Spannungspfad bewegt sich bei abnehmender Porenziffer auf der SBS ( $G - K$ ). Es finden stabile elasto-plastische Verformungen statt. Beim Erreichen der Hvorslev-Surface im überkritischen Bereich findet eine instabile Entfestigung statt. Das „Cam Clay“ Modell ist eines der ersten elasto-plastischen Materialgesetze für Böden und bildet die Grundlage für eine ganze Klasse von modifizierten und verbesserten Materialmodellen [21,96,98,154,102]

## 2.6 Normiertes Verhalten bindiger Böden

Auf dem linken Teil von Abbildung 2.5 läßt die offensichtliche Ähnlichkeit der Kurven auf eine weitere Eigenschaft bindiger Materialien schließen, die von vielen Autoren [118,62,105] [148,77,78] berichtet wird. Durch Bezug auf eine geeignete charakteristische Spannung — meist die Konsolidierungsspannung  $\sigma'_{vc}$  — lassen sich die Spannungs-Dehnungs Kurven, die undränierten Spannungspfade und die undränierte Scherfestigkeit  $c_u$  für normalkonsolidierte Böden normieren. Diese Eigenschaft trifft ebenfalls für Böden gleicher Überkonsolidierungsverhältnisse zu (s. den rechten Teil von Abbildung 2.5). Das bedeutet, daß die absolute Größe der Konsolidierungsspannung neben OCR nur sehr geringen Einfluß auf das Verhalten des Materials hat. Voraussetzung hierfür ist, daß die Böden keine ausgeprägte Strukturempfindlichkeit (Sensitivität) besitzen, wie z.B. die beschriebenen skandinavischen Quick-Tone. Bei sensitiven Böden kann die Struktur durch höhere Konsolidierungsspannungen sehr stark verändert oder völlig zerstört werden.

Das Konzept normierbarer Bodenparameter („Normalized Soil Parameter NSP Concept“) bildet die Grundlage der von LADD et.al. [77] (s. auch [78,38,37]) vorgeschlagenen Entwurfsmethode für Standsicherheitsberechnungen in normal und leicht überkonsolidierten bindigen Böden, die unter dem Namen SHANSEP bekannt geworden ist. SHANSEP steht als Akronym für „Stress History and Normalized Soil Engineering Properties“. Die Methode versucht für Standsicherheitsberechnungen die Spannungsgeschichte einer Tonablagerung zu berücksichtigen, indem das Profil der Überlagerungsspannungen  $\sigma'_{vm}$  und das Profil

der Überkonsolidierungsverhältnisse OCR ermittelt wird. Für dieses Profil der Überkonsolidierungsverhältnisse wird dann in geeigneten Laborversuchen die normierte undrÄnierte Scherfestigkeit  $c_u/\sigma'_{vc}$  bestimmt. Die Standsicherheitsberechnung kann dann als  $\varphi = 0$  Analyse mit  $c_u$ -Werten durchgeföhrt werden, die dem jeweiligen Überkonsolidierungsverhältnis zugeordnet sind.

Das Verfahren setzt voraus, daß möglichst ungestörte Bodenproben entnommen werden, an denen der in-situ Spannungszustand und die höchste Vorbelastungsspannung  $\sigma'_{vm}$  in Abhängigkeit von der Tiefe ermittelt werden kann. Die Proben werden zunächst auf den 1.5- bis 2-fachen Wert der Vorbelastungsspannung  $\sigma'_{vm}$  rekonsolidiert, um die unvermeidlichen Probenstörungen bei der Entnahme zu beseitigen und genau definierte Überkonsolidierungsverhältnisse einstellen zu können. Die undrÄnierte Scherfestigkeit  $c_u$  wird für die unterschiedlichen OCR-Werte in Scherversuchen ermittelt, die den Ausgangsspannungszustand und den in der Natur vorkommenden eingepprägten Spannungspfad eines repräsentativen Bodenelements möglichst gut repräsentieren (z.B. triaxiale und biaxiale Kompressions- und Extensionsversuche, Einfach-Scherversuche „simple shear“), um auf diese Weise den Einfluß des Spannungspfades auf die undrÄnierte Scherfestigkeit näherungsweise zu berücksichtigen. Diese Vorgehensweise ist Grundlage der von LAMBE [83,84] vorgeschlagenen „Stress Path Method“, die im englischsprachigen Raum weit verbreitet ist und sich gut bewährt hat.

SHANSEP versucht die Einflüsse der Probenstörung, des anisotropen Ausgangsspannungszustandes, des effektiven Spannungspfades sowie der Verformungsgeschwindigkeit auf die undrÄnierte Scherfestigkeit  $c_u$  zu berücksichtigen, die in der sogenannten  $\varphi = 0$  Analyse benutzt wird. Die Methode ist nicht anwendbar bei strukturempfindlichen oder diagenetisch verfestigten Böden. SHANSEP geht über die „Stress Path Method“ hinaus, indem sie mit dem Konzept der normierten Bodenparameter einen höheren Grad der Verallgemeinerung einföhrt.

## 2.7 Einfluß der mittleren Hauptspannung

Der konventionelle Triaxialversuch liefert nur Informationen über das Materialverhalten unter axialsymmetrischen Spannungszuständen ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$ ). Die Verallgemeinerung der Mohr-Coulombsche Bruchbedingung setzt voraus, daß die mittlere Hauptspannung  $\sigma_2$  keinen Einfluß auf die Scherfestigkeit besitzt. Eine Reihe von Untersuchungen haben allerdings gezeigt, daß die mittlere Hauptspannung sowohl die Scherfestigkeit als auch das Verformungsverhalten beeinflusst. Die meisten Spannungszustände in der Natur sind nicht axialsymmetrisch sondern dreidimensional; auch dem für praktische Verhältnisse wichtigen ebenen Dehnungszustand liegt ein dreidimensionaler Spannungszustand zugrunde. Um den

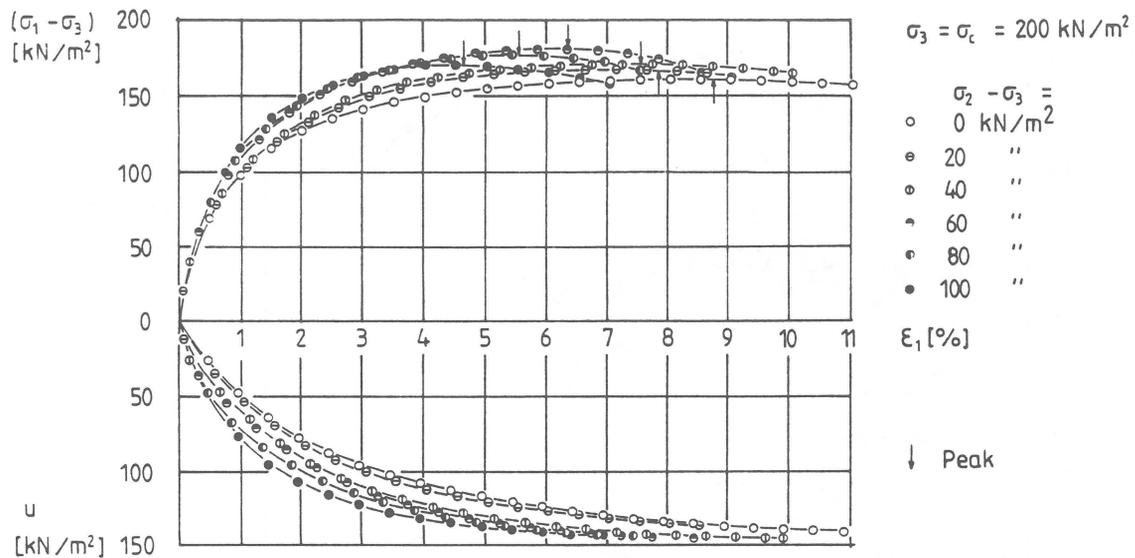


Abbildung 2.8: Beziehung zwischen Hauptspannungsdifferenz, Porenwasserüberdruck und Hauptdehnung, nach SHIBATA & KARUBE [132]

Einfluß der mittleren Hauptspannung zu studieren, sind Versuchsgeräte erforderlich, bei denen sich die drei Hauptspannungen unabhängig voneinander kontrollieren lassen. Versuche, die den ebenen Dehnungszustand simulieren, sogenannte Biaxial- oder „Plane Strain“ Versuche sind ebenfalls geeignet, Aussagen über den Einfluß der mittleren Hauptspannung zu machen.

SHIBATA & KARUBE [132] berichten über undrainierte Versuche an aufbereiteten quaderförmigen Proben eines normalkonsolidierten alluvialen Tons. Die Versuche wurden in einer modifizierten Triaxialzelle durchgeführt, bei der die mittlere Hauptspannung über zusätzliche seitliche Druckkissen aufgebracht werden konnte, sodaß alle drei Hauptspannungen unabhängig zu kontrollieren waren. SHIBATA & KARUBE zeigen, daß die Form der Spannungs-Dehnungskurven durch die relative Größe der mittleren Hauptspannung wenig beeinflusst wird und daß die axialen Dehnungen  $\epsilon_1$  bei der maximalen Hauptspannungsdifferenz  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  mit zunehmender Differenz  $(\sigma_2 - \sigma_3)$  abnehmen. Die effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  des triaxialen Kompressions- und Extensionsversuchs sind annähernd gleich groß, während bei den Versuchen, bei denen die mittlere Hauptspannung  $\sigma_2$  zwischen  $\sigma_1$  und  $\sigma_3$  variierte um mehr als 10 % größere effektive Reibungswinkel ermittelt wurden, sodaß die verallgemeinerte Mohr-Coulombsche Bruchbedingung eine untere Grenze für die tatsächliche Festigkeit des Bodens darstellt. Die Porenwasserdruckentwicklung in Abhängigkeit von den drei Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  läßt sich mit ausreichender Genauigkeit durch die

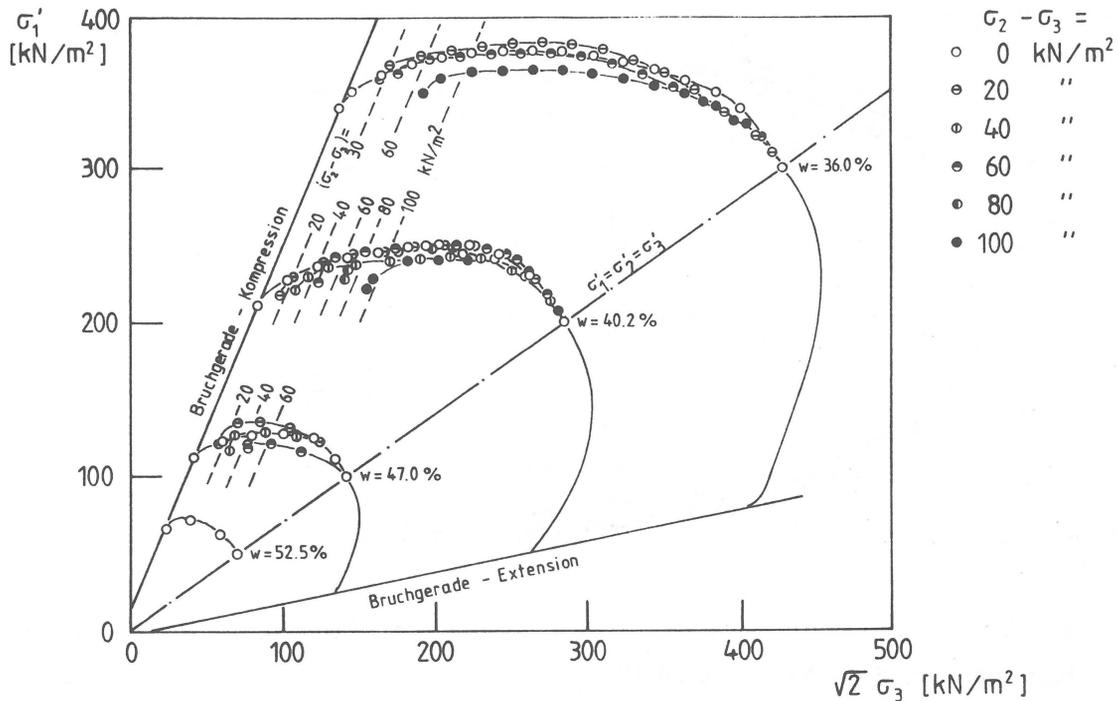


Abbildung 2.9: UndrÄnirte Spannungspfade eines normalkonsolidierten Tones, projiziert in die Ebene  $\sigma'_2 = \sigma'_3$ , nach SHIBATA & KARUBE [132]

von HENKEL [53] verwendete Porenwasserdruckgleichung

$$\Delta u = \Delta \sigma_m + a \Delta \tau_{oct} \quad (2.12)$$

mit dem Inkrement des sphÄrischen Spannungsanteils

$$\Delta \sigma_m = \frac{1}{3}(\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \quad (2.13)$$

und der mit den Spannungsinkrementen formulierten Oktaederschubspannung

$$\Delta \tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_1)^2} \quad (2.14)$$

ausdrÄcken. Durch Bezug auf den sphÄrischen Spannungsanteil lÄsst sich die Porenwasserdruckgleichung in dimensionsloser Form darstellen.

$$\frac{\Delta u - \Delta \sigma_m}{\sigma_m} = a \frac{\Delta \tau_{oct}}{\sigma_m} \quad (2.15)$$

In dieser Form aufgetragen, lassen sich sÄmtliche Versuchsergebnisse von SHIBATA & KARUBE [132] durch eine eindeutige Funktion approximieren (s. Abbildung 2.11). An dieser Auftragung sieht man auch, daÙ der Porenwasserdruckparameter  $a$  nach Henkel keine Bodenkonstante, sondern eine Funktion des Spannungszustandes ist. Die Porenwasserdruckgleichung von Henkel stellt eine Verallgemeinerung der bekannten Porenwasserdruckgleichung

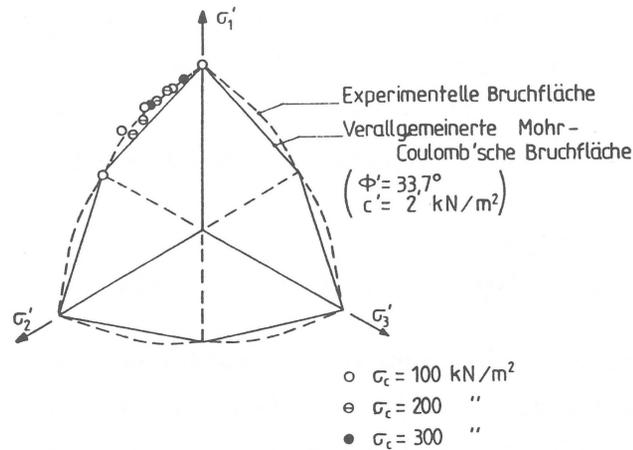


Abbildung 2.10: Vergleich der Versuchsergebnisse mit der Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung in der Deviatorebene, nach SHIBATA & KARUBE [132]

von SKEMPTON [136]

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad (2.16)$$

dar, indem sie zum einen den Einfluß aller drei Hauptspannungen berücksichtigt und zum anderen zwischen dem Einfluß des sphärischen Spannungsanteils (dessen Änderung bei isotropen Materialien zu einer reinen Volumenverformung führt und daher unter undränierten Bedingungen zu einer gleich großen Porenwasserdruckänderung führt) und dem deviatorischen Spannungsanteil unterscheidet. Die Skempton'sche Porenwasserdruckgleichung ist auf die speziellen Randbedingungen des Triaxialversuchs zugeschnitten und führt, wie FRANKE [38,37] gezeigt hat bereits zu unterschiedlichen Beziehungen, wenn man triaxiale Kompressions- und Extensionsversuche miteinander vergleicht. Da die Formulierung von  $\Delta \tau_{oct}$  mit den Spannungsinkrementen  $\Delta \sigma_1$ ,  $\Delta \sigma_2$  und  $\Delta \sigma_3$  entsprechend Gleichung 2.14 die

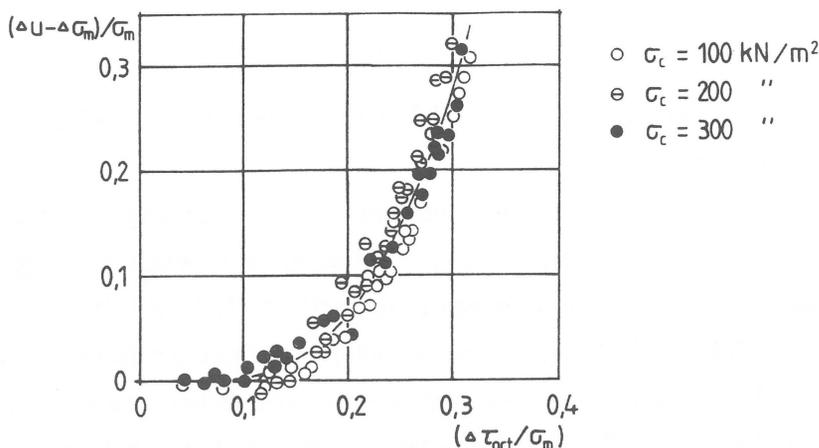


Abbildung 2.11: Porenwasserdruckentwicklung in Abhängigkeit von der Änderung der drei Hauptspannungen, nach SHIBATA & KARUBE [132]

Änderung des deviatorischen Spannungsanteils nicht korrekt wiedergibt — so ergibt sich z.B. nach Gleichung 2.14 auch dann ein Wert, wenn sich die Deviatorspannung nicht ändert, sondern nur um einen Winkel (Lode-Winkel) in der Deviatorebene verdreht wird —, schlagen HENKEL & WADE [55] vor, für  $\Delta\tau_{oct}$  das tatsächliche Inkrement der Oktaederschubspannung zu verwenden.

$$\Delta\tau_{oct} = \frac{1}{3}\Delta\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.17)$$

Mit dieser Formulierung ist eine Trennung zwischen sphärischem und deviatorischem Spannungsanteil gegeben, allerdings wird dabei nicht die Porenwasserdruckänderung erfaßt, die sich bei konstantem sphärischen und deviatorischen Spannungsanteil durch Rotation des Spannungszustandes in der Deviatorebene ergibt. Die verallgemeinerte Form einer Porenwasserdruckgleichung muß deshalb, ähnlich wie dies von SMOLTCZYK [137] vorgeschlagen wird, den Einfluß der dritten Spannungsinvarianten z.B. in Form des Lode-Winkels  $\Theta$  enthalten. Smoltczyk schlägt folgende Form vor

$$\Delta u = A_1\Delta\tau_{oct} + B_1\Delta\sigma_m + C_1\Delta\Theta \quad (2.18)$$

mit dem Lode-Winkel  $\Theta$

$$\cos 3\Theta = \frac{3}{2}\sqrt{3}\frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (2.19)$$

der die zweite und dritte Invariante des Spannungsdeviators enthält

$$J_2 = \frac{3}{2}\tau_{oct}^2 \quad (2.20)$$

$$J_3 = s_1s_2s_3 \quad (2.21)$$

$$s_i = \sigma_i - \sigma_m \quad (2.22)$$

interpretiert den dritten Summanden von Gleichung 2.18 aber als den Einfluß einer Drehung der Hauptspannungsachsen.

HENKEL & WADE [55] führten eine vergleichende Untersuchung mit triaxialen Kompressions- und ebenen Dehnungsversuchen an aufbereitetem, wassergesättigtem „Weald Clay“ durch und kamen in Übereinstimmung mit SHIBATA & KARUBE [132] zu dem Ergebnis, daß der effektive Reibungswinkel des ebenen Dehnungszustandes höher ist als der des triaxialen Kompressionsversuchs. Die undrainierte Scherfestigkeit ist im ebenen Dehnungszustand ebenfalls größer, was hauptsächlich auf den höheren Reibungswinkel und weniger auf die Unterschiede in der Porenwasserdruckentwicklung zurückgeführt wird.

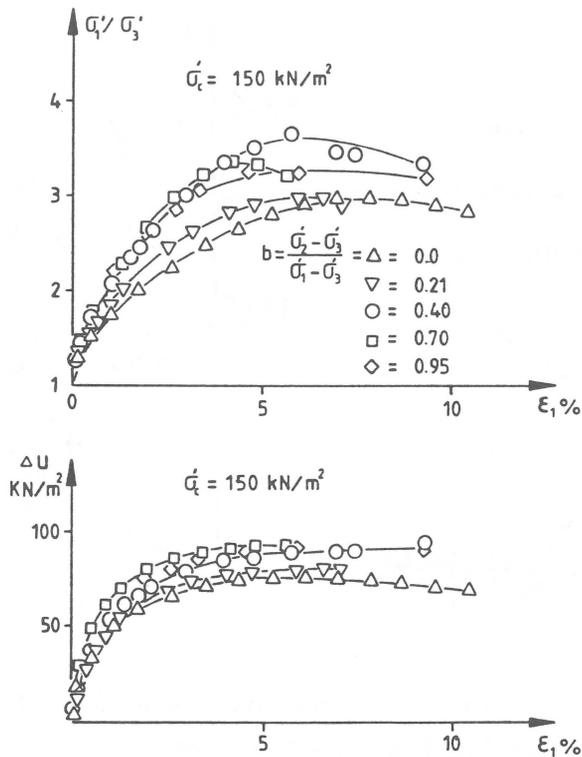


Abbildung 2.12: Einfluß der mittleren Hauptspannung auf die Spannungs-Dehnungskurven und die Porenwasserdruckentwicklung, nach LADE & MUSANTE [80].  $\sigma'_c = 150 \text{ kN/m}^2$  bei allen Versuchen

LADE & MUSANTE [80] berichten über konsolidierte-undrainierte echte Triaxialversuche („True Triaxial“) mit aufbereitetem normalkonsolidiertem „Grundite Clay“. Die Versuche wurden mit quaderförmigen Proben in einer umgebauten Triaxialzelle durchgeführt, bei der sich alle drei Hauptspannungen unabhängig voneinander steuern lassen. Alle Versuche wurden jeweils mit einem konstanten Verhältnis der Hauptspannungsdifferenzen  $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$  durchgeführt. Der Parameter  $b$  beschreibt den Einfluß der mittleren Hauptspannung. Im triaxialen Kompressionsversuch ist  $b = 0$  und im Extensionsversuch  $b = 1$ . LADE & MUSANTE kommen zu folgenden Ergebnissen (s. Abbildung 2.12):

- Bei gleicher Konsolidierungsspannung nimmt die Steigung der Spannungs-Dehnungskurven mit zunehmendem  $b$ -Wert zu, während die Bruchdehnungen abnehmen.
- Die Porenwasserdruckänderungen nehmen mit  $b$  zunächst leicht zu und bleiben für  $b$ -Werte größer als 0.6 konstant.
- Die effektive Scherfestigkeit für  $b$ -Werte zwischen 0 und 1 ist größer als im triaxialen

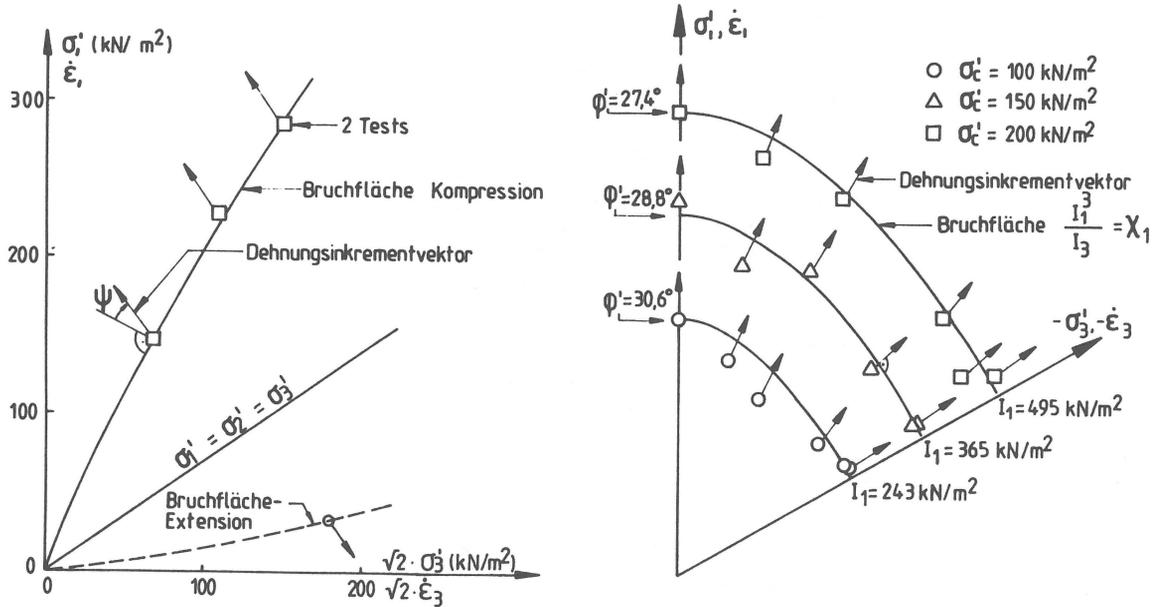


Abbildung 2.13: Richtungen der Dehnungsinkrementvektoren in der Triaxial- (links) und der Deviatorebene (rechts), nach LADE & MUSANTE [80]

Kompressionsversuch mit  $b = 0$  und läßt sich gut durch das Bruchkriterium

$$\frac{I_1^3}{I_3} = \kappa_1 \quad (2.23)$$

ausdrücken, das in der Deviatorebene die Form eines ausgerundeten Dreiecks annimmt (s. Abbildung 2.13, auf der ein Ausschnitt aus der Deviatorebene dargestellt ist.)

- Der Einfluß einer Änderung von  $b$  auf das Spannungs-Dehnungsverhalten, die Porenwasserdruckentwicklung und die Scherfestigkeit ist ausgeprägter bei kleinen  $b$ -Werten als bei großen.
- Die Richtungen der plastischen Dehnungsinkrementvektoren in der Deviatorebene sind, wie man in Abbildung 2.13 erkennen kann, annähernd normal zur Bruchfläche, ausgedrückt durch das Bruchkriterium nach Gleichung 2.23. In Ebenen, die durch die Raumdiagonale des Hauptspannungsraums gehen (wie z.B. die Triaxialebene, die in Abbildung 2.13 links dargestellt ist), bilden die plastischen Dehnungsinkrementvektoren mit den Normalenvektoren der Bruchfläche einen deutlichen Winkel  $\psi$ , sodaß die Annahme einer assoziierten Fließregel für die seitliche Fließfläche nicht gerechtfertigt ist.

## 2.8 Einfluß von Anisotropie und Drehung der Hauptspannungsachsen

Böden besitzen i.a. eine sogenannte „inhärente Anisotropie“ oder Strukturanisotropie, die daher rührt, daß sich die Tonteilchen während der Sedimentationsphase und der anschließenden ödometrischen Belastung in Ebenen senkrecht zur Sedimentations- und Belastungsrichtung ausrichten. Bei Sanden sind nach der Sedimentation die Kontaktflächennormalen überwiegend vertikal und die Längsachsen der Körner sind vorrangig horizontal orientiert (s. ODA [103]). Bei einer Ablagerung als Geschiebe gelten allerdings andere Verhältnisse. Dieser Effekt ist bei locker gelagerten Sanden stärker als bei dicht gelagerten. In Ebenen senkrecht zur Sedimentationsrichtung unterscheiden sich die Orientierungen der Bodenteilchen nicht, in dieser Ebene ist der Boden isotrop. Man bezeichnet dies auch als Querisotropie. Experimentell wird der Einfluß der inhärenten Anisotropie bei bindigen Böden meist dadurch untersucht, daß horizontal und vertikal ausgestochene Proben im Triaxialgerät isotrop konsolidiert und undräniert abgeschert werden, sodaß die undränierten Scherfestigkeiten  $c_u$  verglichen werden können HVORSLEV [62]. DUNCAN & SEED [33] präsentieren Ergebnisse von überkonsolidierten Kaolinproben, bei denen der  $c_u$ - Wert der vertikalen Proben um etwa 10 % größer ist, als der der horizontal ausgestochenen Proben. Bei triaxialen  $UU$ - Kompressionsversuchen ergeben sich ähnliche Ergebnisse.

Gegenüber der „inhärenten Anisotropie“ unterscheidet man nach CASAGRANDE & CARRILLO (1944) [23] die durch Deformationen „induzierte Anisotropie“. Es handelt sich dabei um die im Laufe des Deformationsprozesses stattfindende Umorientierung der Kornkontakte. Bei Sand findet eine Zunahme der Kornkontakte mit Kontaktflächennormalen parallel zur Richtung der größten Hauptspannungsrichtung und eine Abnahme der Kornkontakte mit Normalenrichtung parallel zur Richtung der kleinsten Hauptspannung statt WONG & ARTHUR [151]. Nach ODA [104] reichen die Deformationen i.d.R. nicht aus, um die Orientierung der Kornachsen zu verändern, so daß ein Teil der inhärenten Anisotropie bei Sand während der Deformation bis zum Bruch erhalten bleibt. Dies wird auch experimentell von ARTHUR & MENZIES [7], WONG & ARTHUR [151] und SYMES, GENS & HIGHT [139] bestätigt, die übereinstimmend gezeigt haben, daß die inhärente Anisotropie sich in einer Abnahme des Reibungswinkels  $\varphi'$  bemerkbar macht (s. Abbildungen 2.19 und 2.20), wenn die Richtung der größten Hauptspannung gegenüber der Sedimentationsrichtung gedreht wird. Dieser Einfluß der inhärenten Anisotropie bleibt auch dann erhalten, wenn vor dem endgültigen Abscheren der Proben durch zyklische Belastungen mit Drehung der Hauptspannungsachsen große Dehnungen in den Proben erzwungen werden. Damit ist, zumindest für Sand, die Trennung zwischen inhärenter und induzierter Anisotropie sinnvoll und notwendig.

In der Literatur wird bei bindigen Böden, meist im Zusammenhang mit der undränierten Scherfestigkeit  $c_u$ , häufig noch von einer weiteren Form der Anisotropie gesprochen, die LADD et. al. [78] als „stress system induced anisotropy“ bezeichnen. Hierunter wird der Einfluß eines anisotropen Konsolidationszustandes — d.h. eines anisotropen Spannungszustandes bei Konsolidation — auf die undränerte Scherfestigkeit  $c_u$  bzw. den Porenwasserdruck im Bruch verstanden, wenn die Probe auf unterschiedlichen totalen Spannungspfaden (d.h. durch unterschiedliche Versuchsarten) abgesichert wird. Das heißt hinter der „stress system induced anisotropy“ verbirgt sich überwiegend der Einfluß des effektiven Spannungspfades und weniger die anisotropen Verformungs- und Festigkeitseigenschaften des Materials. Da allerdings der anisotrop konsolidierte Boden eine inhärente Anisotropie besitzt, die sich während der Beanspruchung bis zum Bruch durch induzierte Anisotropie verändert, ist bei dem, was als „stress system induced anisotropy“ verstanden wird, immer der Einfluß der inhärenten und der induzierten Anisotropie enthalten.

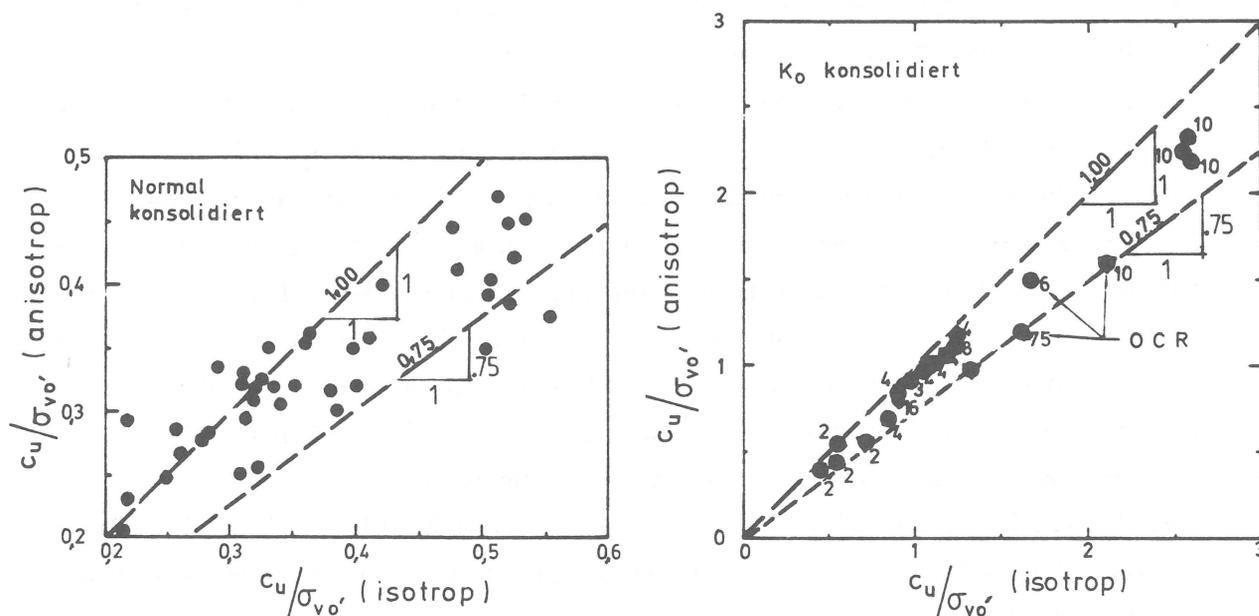


Abbildung 2.14: Vergleich der anisotropen (CAU) und der isotropen (CIU) undränerten Scherfestigkeit für links normalkonsolidierte und rechts überkonsolidierte Tone im triaxialen Kompressionsversuch, nach MAYNE [91]. Die Zahlen bei den überkonsolidierten Proben (rechts) geben das Überkonsolidierungsverhältnis OCR an. Bei 84% der Versuche ist die isotrope Scherfestigkeit größer als die anisotrope.

LADD et. al. argumentieren, daß es für praktische Belange uninteressant ist, diese verschiedenen Einflüsse auf die undrännierte Scherfestigkeit zu trennen. Dem kann man ohne weiteres zustimmen, solange eine solche Argumentation im Rahmen eines Entwurfskonzepts, wie dem oben beschriebenen SHANSEP Verfahren, benutzt wird, nicht aber, wenn es um die grundsätzliche Untersuchung und Beschreibung des Verformungs- und Festigkeitsverhaltens von Böden geht.

Den Einfluß des anisotropen Konsolidationszustandes auf die in einer beliebig geneigten Scherfläche mobilisierbare undrännierte Scherfestigkeit haben HANSEN & GIBSON [46] bereits 1949 in einer theoretischen Ableitung ermittelt, wobei sie von einem isotropen Material ausgehen.

MAYNE [91] hat den Einfluß des anisotropen Konsolidationszustandes auf die undrännierte Scherfestigkeit  $c_u$  in triaxialen Kompressions- und Extensionsversuchen studiert, indem er veröffentlichte Versuchsergebnisse von insgesamt 44 verschiedenen Tonböden aus der ganzen Welt miteinander verglichen hat. Dabei hat er nur Untersuchungen verwendet, bei denen sowohl Ergebnisse von anisotrop konsolidierten (meistens  $K_0$ -konsolidierten), undrännierten Versuchen (CAU-Versuche) als auch von isotrop konsolidierten, undrännierten Versuchen (CIU-Versuche) jeweils mit Porenwasserdruckmessung vorhanden waren.

Die Abbildungen 2.14 und 2.15 zeigen, daß die undrännierte Scherfestigkeit der isotrop konsolidierten Proben überwiegend größer ist, als die der anisotrop konsolidierten und zwar sowohl für normal- (s. Abbildung 2.14 links) wie für überkonsolidierte (s. Abbildung 2.14

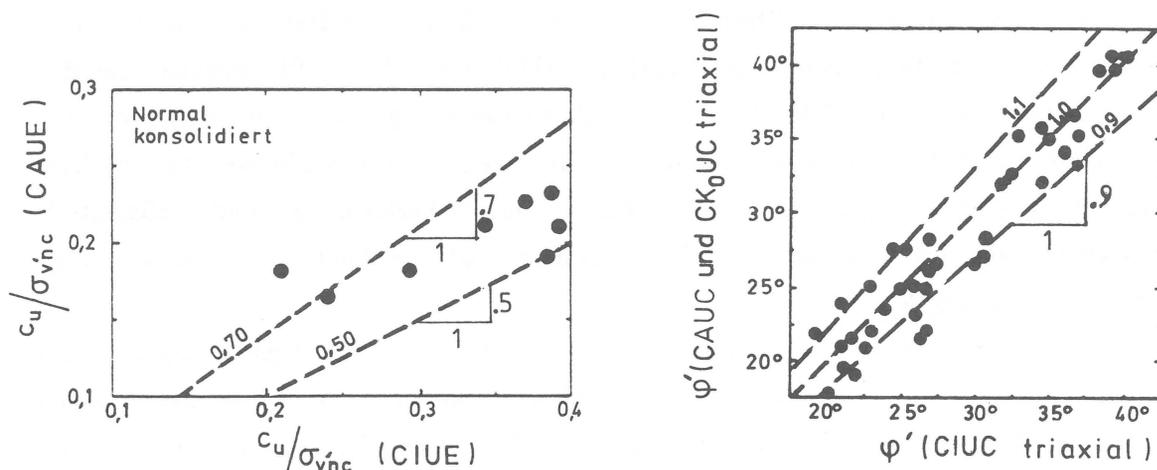


Abbildung 2.15: Vergleich der anisotropen und isotropen undrännierten Scherfestigkeit für normalkonsolidierte Tone im triaxialen Extensionsversuch (links) und der effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  aus triaxialen Kompressionsversuchen (rechts), nach MAYNE [91].

rechts) Böden und für triaxiale Kompressions- (CAUC bzw. CIUC s. Abbildung 2.14) wie für Extensionsversuche (CAUE bzw. CIUE s. Abbildung 2.15 links). Im Kompressionsversuch mit normal- und überkonsolidierten Proben liegt das Verhältnis der anisotropen zur isotropen undrännierten Scherfestigkeit zwischen 0.75 und 1.0 mit einem Mittelwert aus allen Versuchen von

$$\left(\frac{c_u}{\sigma'_v}\right)_{CAUC} = 0.87 \div 0.88 \left(\frac{c_u}{\sigma'_v}\right)_{CIUC} \quad (2.24)$$

Im Extensionsversuch mit normalkonsolidierten Proben liegt das Verhältnis zwischen 0.5 und 0.7 mit einem Mittelwert aus allen Versuchen von

$$\left(\frac{c_u}{\sigma'_v}\right)_{CAUE} = 0.6 \left(\frac{c_u}{\sigma'_v}\right)_{CIUE} \quad (2.25)$$

sodaß ein isotroper triaxialer Extensionsversuch die undrännierte Scherfestigkeit erheblich überschätzt. Für überkonsolidierte Proben im Extensionsversuch liegen so gut wie keine Versuchsergebnisse vor, sodaß hierzu keine Aussagen möglich sind.

Vergleicht man allerdings die mit den gemessenen Porenwasserdrücken berechneten effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  (s. Abbildung 2.15 rechts) von normalkonsolidierten Böden ( $c' = 0$ ), dann liegen die Reibungswinkel der anisotrop konsolidierten Proben etwa gleichmäßig verteilt in einem Bereich von  $\pm 10\%$  der Reibungswinkel der isotropen Proben. Das heißt, für die effektiven Scherparameter läßt sich nach dieser Untersuchung kein eindeutiger Einfluß des anisotropen Konsolidationszustandes feststellen.

In der Natur vorkommende Bodenelemente erfahren unter Belastung i.d.R. sowohl eine Änderung ihres Spannungszustandes, gekennzeichnet durch einen Spannungspfad im Hauptspannungsraum, als auch eine Drehung der Richtung in der die Hauptspannungen wirken (Drehung der Hauptspannungsachsen). In Abbildung 2.17 ist für verschiedene Bodenelemente entlang einer Gleitfläche die Drehung der Hauptspannungsachsen zwischen Konsolidations- und Bruchzustand dargestellt. Bei einem isotropen Material hat die Drehung der Hauptspannungsachsen keinerlei Einfluß auf die Verformungs- und Festigkeitseigenschaften, wie dies auch von WONG & ARTHUR [151] für Sand experimentell gezeigt wurde (s. Abbildung 2.16).

Monotone ebene Scherversuche mit unterschiedlichen Hauptspannungsrichtungen  $\psi$  nach Abbildung 2.16 in der Ebene senkrecht zur Sedimentationsrichtung, in der das Material isotrop ist (Querisotropie des Sandes) ergaben völlig gleiche Verformungs- und Festigkeitseigenschaften, wie in Abbildung 2.16 dargestellt. Die Versuche wurden in der von ARTHUR entwickelten sogenannten "Directional Shear Cell DSC," [8] durchgeführt. Bei Triaxial-, Biaxial- und echten Dreiaxialversuchen („True Triaxial“) liegen die Richtungen der Hauptspannungsachsen bezüglich der Materialprobe fest. Eine kontinuierliche Drehung

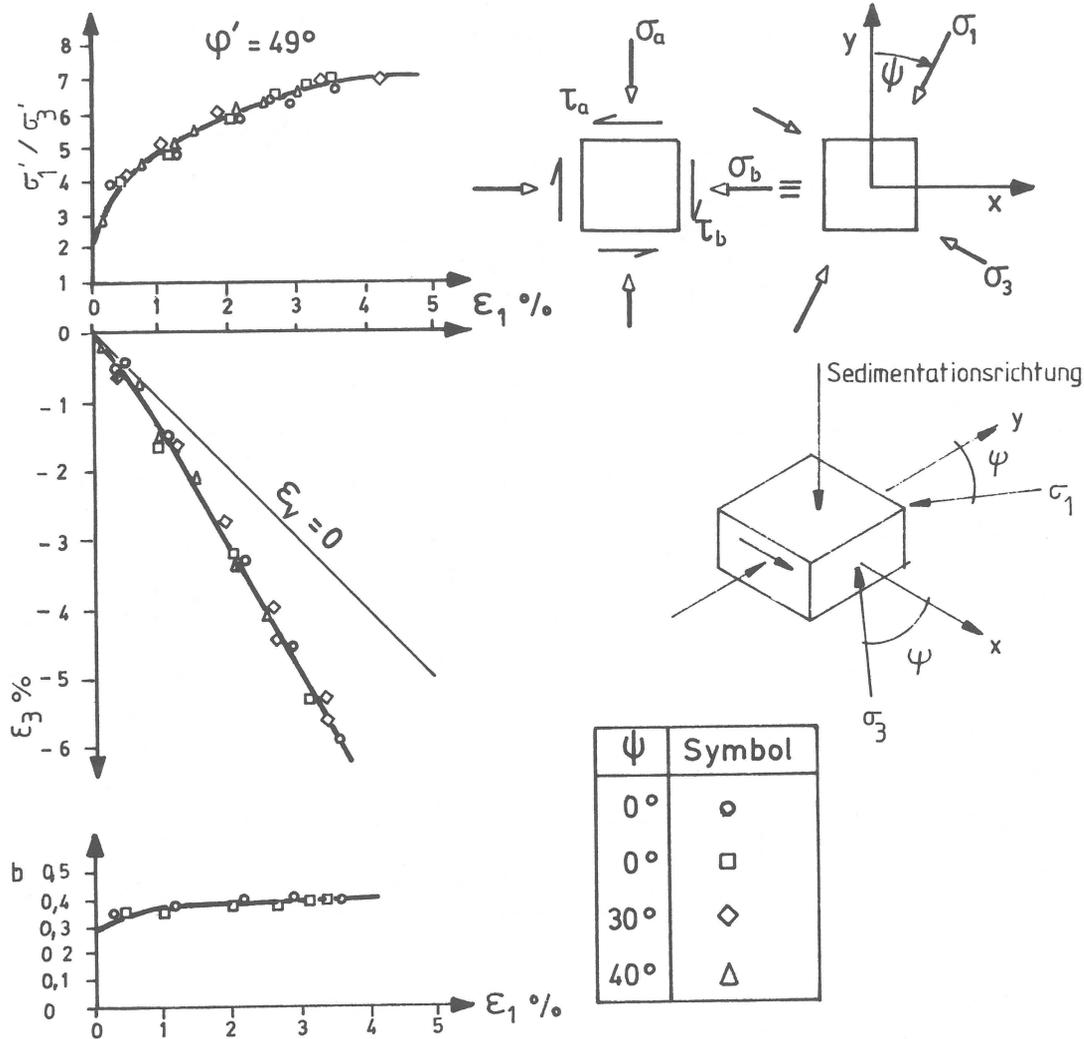
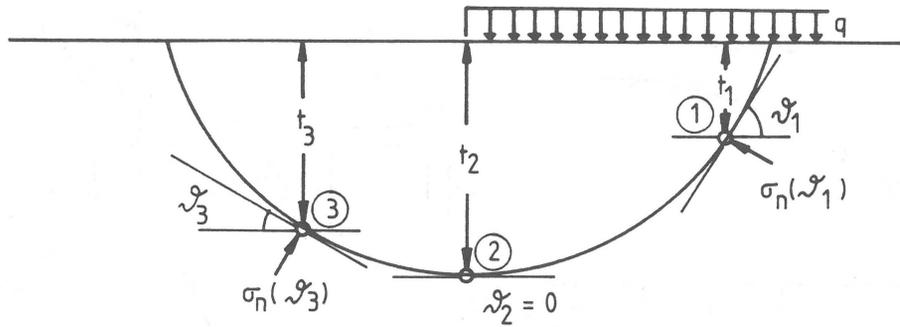


Abbildung 2.16: Monotone Scherbeanspruchung mit unterschiedlicher Hauptspannungsrichtung an isotropen Sandproben, nach WONG & ARTHUR [151]

der Hauptspannungsachsen ist nicht möglich, nur eine Vertauschung der Hauptspannungsachsen bzw. eine sprunghafte Veränderung um  $90^\circ$ . Bei den echten Dreiaxialversuchen ist zudem noch eine Vertauschung der Ebenen der größten Hauptspannungsdifferenz möglich. Kontrollierte Drehungen der Hauptspannungsachsen sind nur in Versuchsgeräten möglich, in denen Normal- und Schubspannungen unabhängig gesteuert werden können, wie bei dem Einfach-Scherversuch („Simple Shear“), dem Torsionsscherversuch („Torsion Shear“ oder „Hollow Cylinder Apparatus“) oder der „Directional Shear Cell“ von ARTHUR [8]. Simple Shear- und Torsionsschegeräte haben beide den Nachteil, daß der Spannungs- und Verformungszustand in den Proben inhomogen ist (s. SAADA [126]). Allerdings lassen sich diese Einflüsse durch Optimierung der Geräte minimieren (HIGHT et al. [57] und FRANKE et al. [40]).

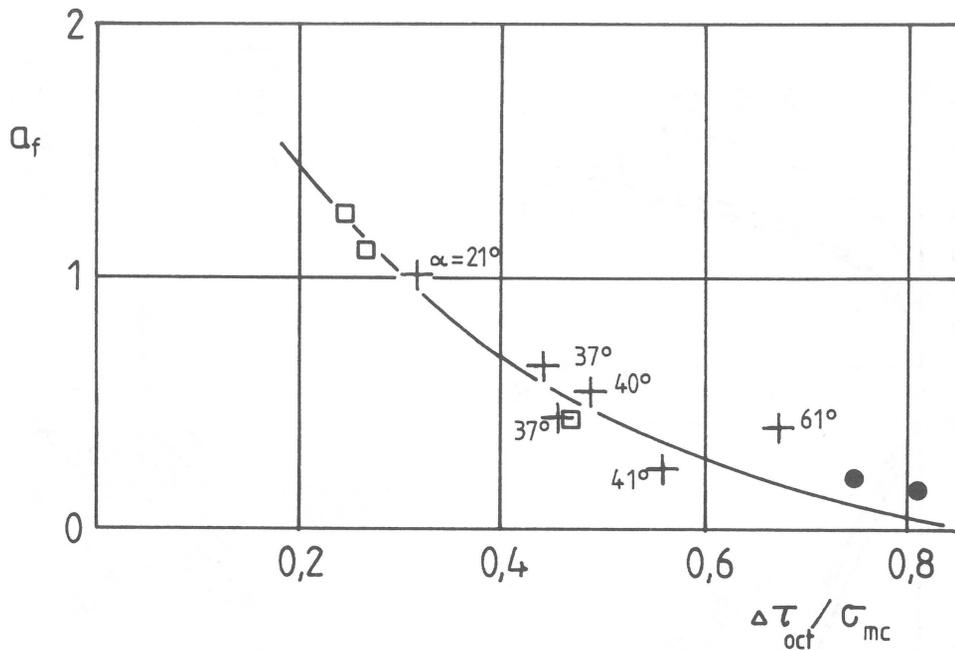


	Punkt	3	2	1
a	Konsolidationszustand	$\sigma_{1c} = \gamma t_3$  $\sigma_{3c} = k_o \sigma_{1c}$	$\sigma_{1c} = \gamma t_2$  $\sigma_{3c} = k_o \sigma_{1c}$	$\sigma_{1c} = \gamma t_1$  $\sigma_{3c} = k_o \sigma_{1c}$
b	Bruchzustand mit Neigung der Gleitfläche $\vartheta$	 $\vartheta_3 = -(45^\circ - \varphi/2)$	 $\vartheta_2 = 0$	 $\vartheta_1 = 45^\circ + \varphi/2$
c	Drehung der Hauptspannungsachsen $\alpha = 45^\circ + \varphi/2 - \vartheta$	$90^\circ$	$45^\circ + \varphi/2$	$0$

Abbildung 2.17: Drehung der Hauptspannungsachsen zwischen Konsolidations- und Bruchzustand, nach FRANKE [39].

Torsionsscherversuche mit Drehung der Hauptspannungsachsen an bindigen Böden haben BROMS & CASBARIAN [17] und SAADA et. al. [123,124,125] und HICHER & LADE [56] durchgeführt. Über Simple Shear Versuche mit Hauptachsendrehung wird von LADD & EDGERS [76,78], SOYDEMIR [138] und FRANKE [39] berichtet.

Abbildung 2.18 zeigt die von FRANKE [39] ermittelten Porenwasserdruckkoeffizienten  $a_f$  nach der Definition von HENKEL [53] (s. Gleichung 2.12 auf Seite 18) für jeweils  $K_o$ -konsolidierte triaxiale Kompressions- und Extensionsversuche sowie für Simple-Shear-



□ $CK_oU - TK$	$K_o$ -konsolidierter, undrännierter triaxialer Kompressionsversuch	$\alpha = 0^\circ$
● $CK_oU - TE$	$K_o$ -konsolidierter, undrännierter triaxialer Extensionsversuch	$\alpha = 90^\circ$
+ $CK_oU - ES$	$K_o$ -konsolidierter, undrännierter Einfeldversuch	$0 < \alpha < 90^\circ$

Abbildung 2.18: Porenwasserdruckkoeffizient  $a_f$  in Abhängigkeit von der Änderung der normierten Oktaederschubspannung, nach FRANKE [39].

Versuche mit kontinuierlicher Drehung der Hauptspannungsachsen, die den kontinuierlichen Übergang vom triaxialen Kompressionsversuch mit  $\alpha = 0$  über den Simple-Shear-Versuch mit  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$  zum triaxialen Extensionsversuch mit  $\alpha = 90^\circ$  erkennen läßt.

Bei den meisten der oben zitierten Versuche ist der Einfluß der Hauptachsendrehung nicht vom Einfluß des Spannungspfades zu trennen, da keine geeigneten Referenzversuche mit gleichen Spannungspfaden aber ohne Drehung der Hauptspannungsachsen vorliegen. Außerdem wird nicht zwischen inhärenter und induzierter Anisotropie unterschieden. Daß dies möglich und sinnvoll ist, wird von WONG & ARTHUR [151] und von SYMES et al. [139] mit Scher- bzw. Torsionsscherversuchen an Sandproben gezeigt, über die hier kurz berichtet werden soll, da ähnliche Versuche für Ton, mit einer Ausnahme (HICHER & LADE [56]), noch nicht vorliegen und da in diesen Arbeiten auch eine Möglichkeit der Interpretation des Einflusses der Hauptachsendrehung vorgestellt wird. In beiden Arbeiten wird der Einfluß

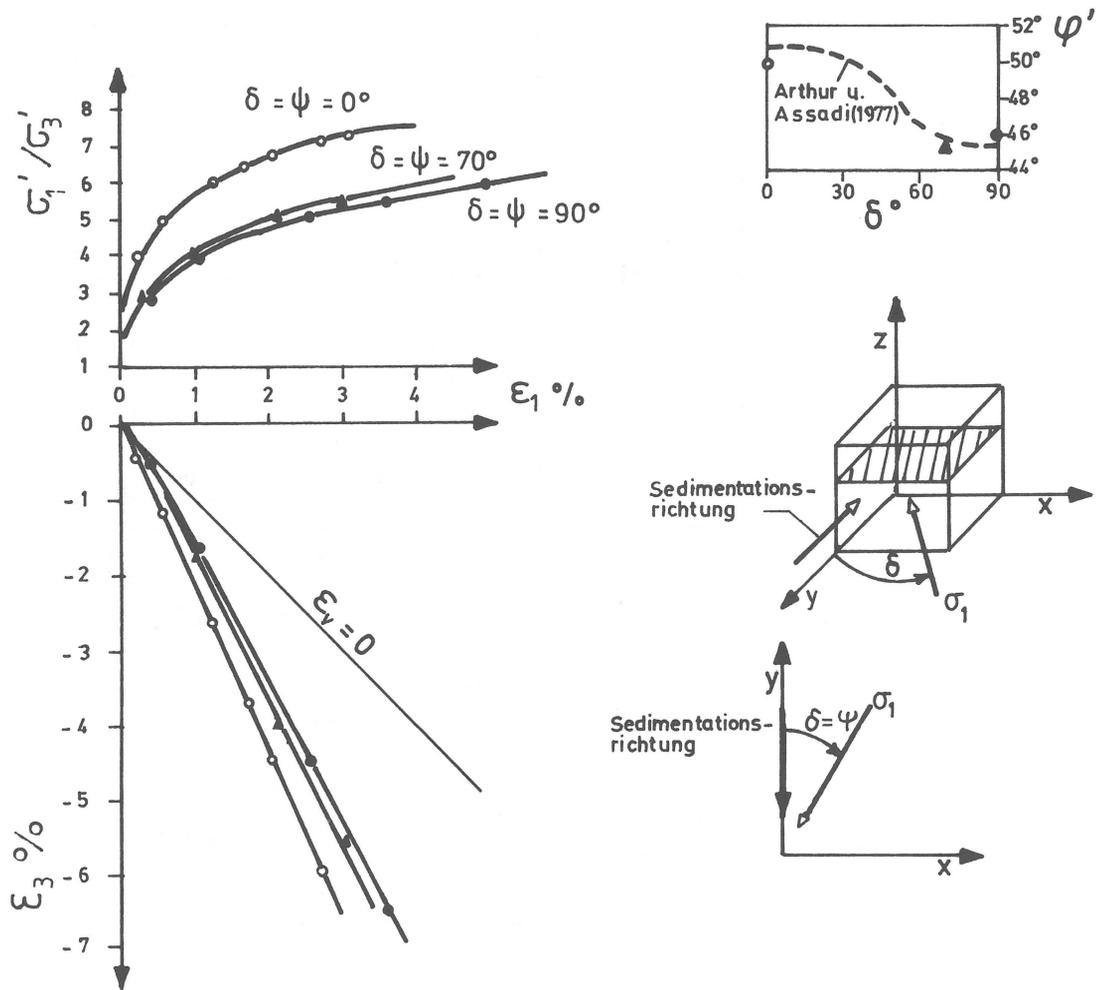


Abbildung 2.19: Spannungs-Dehnungsverhalten von dichtem Sand mit inhärenter Anisotropie, nach WONG & ARTHUR [151]

der inhärenten und der induzierten Anisotropie streng voneinander getrennt.

Zur Untersuchung des Einflusses der inhärenten Anisotropie führten WONG & ARTHUR [151] monotone ebene Scherversuche mit quaderförmigen Sandproben durch, bei denen die Sedimentationsrichtung in der Ebene der Scherbeanspruchung lag (s. Abbildung 2.19) und bei denen die Richtung der größten Hauptspannung gegen die Sedimentationsrichtung einen konstanten Winkel  $\psi$  aufwies. Der Parameter  $b = (\sigma'_2 - \sigma'_3) / (\sigma'_1 - \sigma'_3)$ , der den Einfluß der mittleren Hauptspannung beschreibt, wurde konstant gehalten, sodaß den Versuchen der gleiche Spannungspfad zugrunde lag. Damit fand keine kontinuierliche Drehung der Hauptspannungsachsen statt, sondern es wurden gleichartige Spannungspfade mit unterschiedlicher Orientierung zur Sedimentationsrichtung untersucht, sodaß die Unterschiede im Verhalten von der inhärenten Anisotropie verursacht sein müssen. Abb 2.19

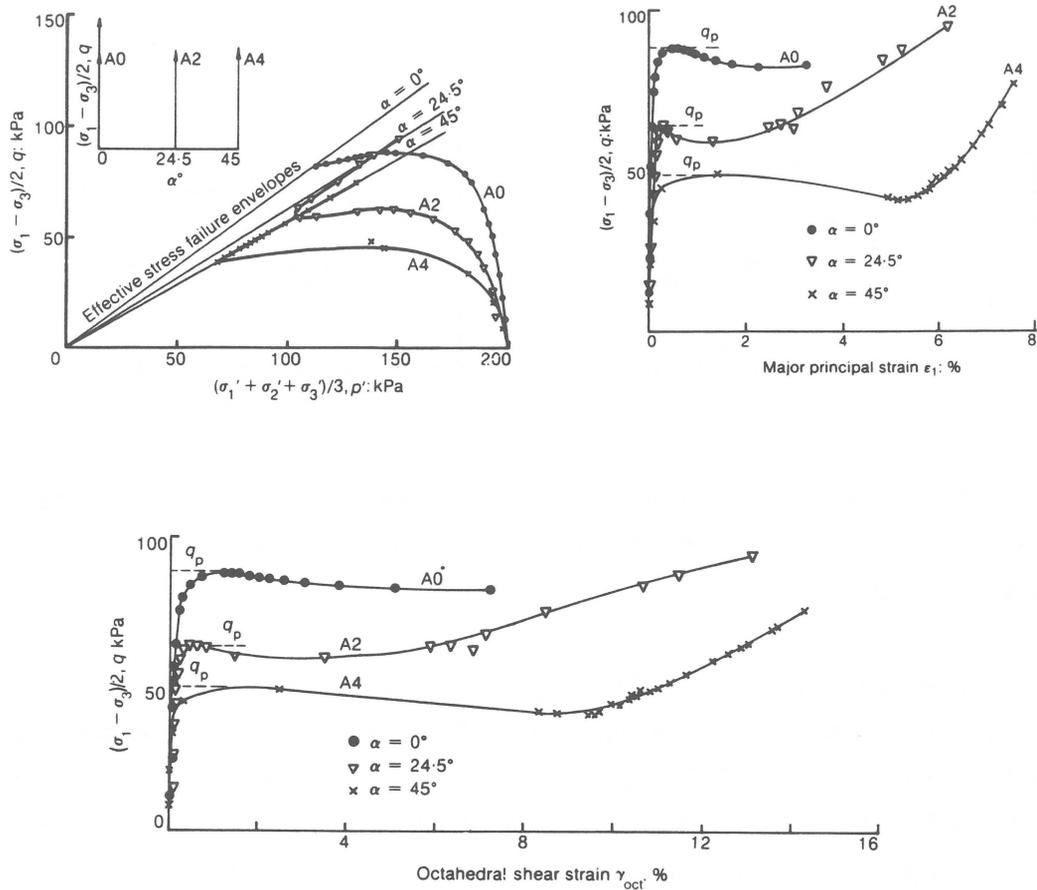


Abbildung 2.20: Einfluß der inhärenten Anisotropie auf die Scherfestigkeit und das Verformungsverhalten von mitteldichtem Sand unter undrÄnirten VerhÄltnissen, nach SYMES et al. [139]. Hauptspannungsachsen um einen konstanten Winkel  $\alpha$  verdreht. Versuch A0  $\alpha = 0^\circ$  ( $\bullet$ ), Versuch A2  $\alpha = 24.5^\circ$  ( $\nabla$ ), Versuch A4  $\alpha = 45^\circ$  ( $\times$ )

zeigt den Einfluß der inhärenten Anisotropie auf das Verformungsverhalten und die Festigkeit des dichten Sandes. Mit zunehmender Drehung der Hauptspannungsachsen von  $\delta = 0^\circ$  auf  $\delta = 90^\circ$  nimmt der Reibungswinkel  $\varphi'$  um ca. 10% ab, wÄhrend die Verformungen  $\epsilon_1$  bei gleichem HauptspannungsverhÄltnis zunehmen. Die Volumendehnungen  $\epsilon_v$  des dicht gelagerten Sandes sind dilatant, wobei die GrÖÙe der Dilatanz mit zunehmender Drehung der Hauptspannungsachsen abnimmt.

Zu ganz Ähnlichen Ergebnissen kommen SYMES et al. [139], die undrÄnirte Torsionscherversuche an einem mitteldichten Sand durchfÄhrten, bei denen sie ebenfalls  $b$  konstant hielten und die Proben unter einer um einen konstanten Betrag verÄnderten Richtung der Hauptspannungsachsen abscheren. Abbildung 2.20 zeigt die effektiven Spannungspfade und die Spannungs- Dehnungskurven von drei Versuchen. In Übereinstimmung mit den

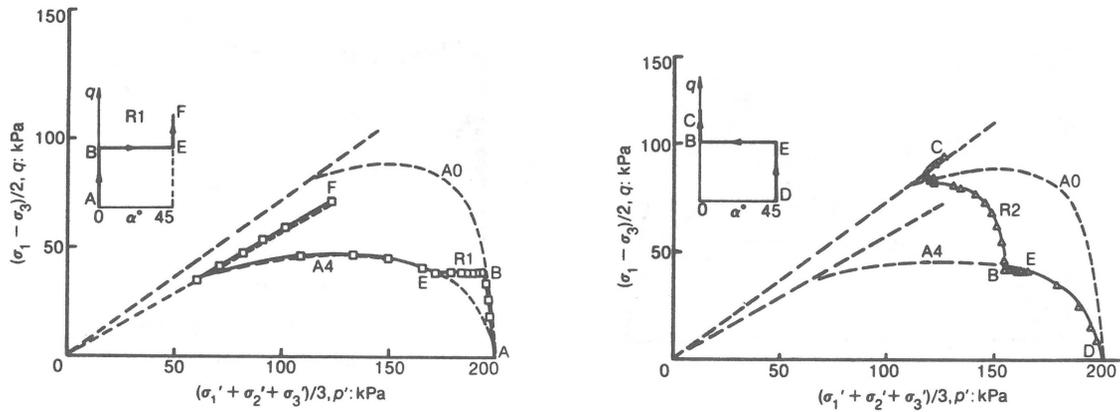


Abbildung 2.21: Effektive Spannungspfade für Versuche mit kontinuierlicher Drehung der Hauptspannungsachsen, nach SYMES et al. [139]. Links Drehung von  $0^\circ$  auf  $45^\circ$  (R1), rechts Drehung von  $45^\circ$  auf  $0^\circ$  (R2).

Versuchen von WONG & ARTHUR [151] nimmt der Maximalwert der Deviatorspannung, den man als eine undrÄnirte Scherfestigkeit  $c_u$  auffassen kann, mit zunehmender Änderung der Hauptachsenrichtung ab. Die Richtungen der Hauptspannungsinkremente und der Hauptdehnungsinkremente stimmen nicht mit der Richtung der Hauptspannung überein, allerdings verringert sich die Abweichung mit zunehmender Scherbeanspruchung.

Um den Einfluß einer kontinuierlichen Drehung der Hauptspannungsachsen zu untersuchen führten SYMES, et al. [139] Versuche durch, bei denen während der kontinuierlichen Drehung der Hauptspannungsachsen die Werte für  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ ,  $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  und  $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$  konstant gehalten wurden, sodaß der totale Spannungszustand konstant blieb. In Abbildung 2.21 sind die effektiven Spannungspfade von zwei Versuchen, bei denen die Richtung der Hauptspannungsachsen von  $0^\circ$  auf  $45^\circ$  bzw. von  $45^\circ$  auf  $0^\circ$  gedreht wurden, dargestellt.

Auffallend ist, daß beim Versuch R1 der effektive Spannungspfad während der kontinuierlichen Drehung der Hauptspannungsachsen von  $0^\circ$  auf  $45^\circ$  vom effektiven Spannungspfad des Versuchs A0 (konstante Richtung  $\alpha = 0^\circ$ ) zu dem des Versuchs A4 (konstante Richtung  $\alpha = 45^\circ$ ) wechselt, auf dem er bei Fortsetzung des Versuchs bleibt. Beim Versuch R2 (kontinuierliche Drehung von  $45^\circ$  auf  $0^\circ$ ) ist es gerade umgekehrt. Die Spannungspfade der Versuche A0 und A4 sind in Abbildung 2.21 strichliert eingezeichnet. Daraus kann man auf eine Art Superposition der verschiedenen Einflüsse schließen, wie dies schon BROMS & CASBARIAN [17] festgestellt haben. SYMES et al. schlagen zur Interpretation ihrer Er-

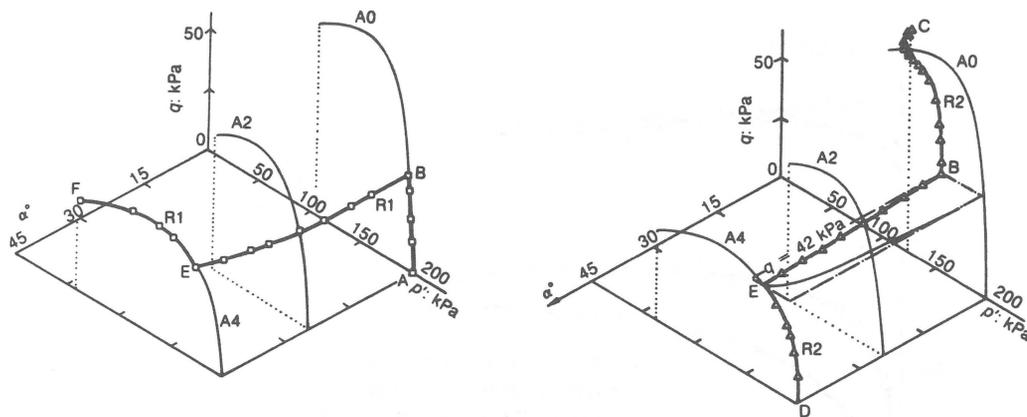


Abbildung 2.22: „State Boundary Surface“ zur Interpretation des Einflusses einer Drehung der Hauptspannungsachsen, nach SYMES et al. [139]. Eingezeichnet sind die effektiven Spannungspfade der Versuche A0, A2 und A4 sowie R1 (links) und R2 (rechts).

gebnisse eine „State Boundary Surface, SBS“ analog der SBS des „Cam Clay“ Modells vor. Anstelle der Porenziffer, die bei den undrÄnierten Versuchen ja konstant bleibt, verwenden sie fÄr die dritte Achse den Winkel  $\alpha$ , um den die Hauptachsen gedreht werden. Die Abbildung 2.22 zeigt, wie die effektiven Spannungspfade der Versuche R1 und R2 mit Hilfe der SBS interpretiert werden kÄnnen. Mit einer solchen Darstellung lÄsst sich der Einfluss der Hauptachsendrehung in einer Verallgemeinerung der „Stress Path Method“ (LAMBE [83]) berÄcksichtigen. Weitere Versuche, sowohl von WONG & ARTHUR [151] als auch von SYMES et al. [139], bei denen die Richtung der Hauptspannungsachsen bei konstantem totalem Spannungszustand zyklisch verdreht wurden, ergaben Übereinstimmende Ergebnisse. WÄhrend der zyklischen Belastung wurde ein Anwachsen der Verformungen bzw. des PorenwasserÜberdrucks festgestellt. Der Einfluss der wÄhrend diesen Beanspruchungen induzierten Anisotropie ist jedoch gering. Beim monotonen Abscheren nach der zyklischen Belastung ergaben sich die gleichen effektiven Reibungswinkel, d.h. die inhÄrente Anisotropie des Sandes bestimmt, selbst nach vorangegangener zyklischer Belastung, die GrÖÙe des Reibungswinkels.

HICHER & LADE [56] berichten ebenfalls Über Versuche mit Drehung der Hauptspannungsachsen an einem  $K_0$ -konsolidierten Ton. Um den Einfluss des Spannungspfades und den der Drehung der Hauptachsen, d.h. der Anisotropie des Materials, zu trennen, vergleichen sie die Ergebnisse von undrÄnierten Torsionsscherversuchen, bei denen sich die Richtungen der Hauptachsen frei einstellen konnten, mit undrÄnierten echten Dreiaxial-

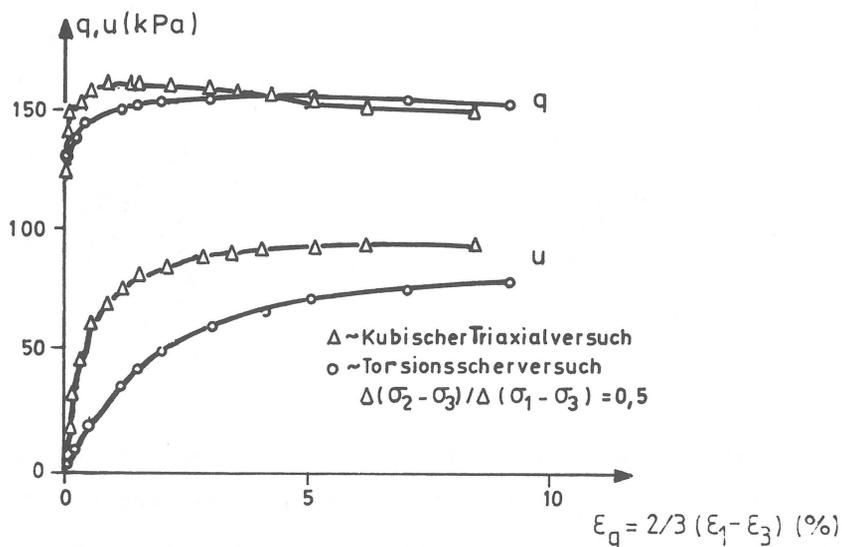


Abbildung 2.23: Vergleich der Spannungs-Dehnungs Kurven und der Porenwasserüberdruckentwicklung von monotonen Torsionsscherversuchen und echten Dreiaxialversuchen (kubische Triaxialversuche) mit einem  $K_0$ -konsolidierten Ton, nach HICHER & LADE [56]

versuchen, bei denen keine Hauptachsenumdrehung möglich war, aber ganz ähnliche Spannungspfade gefahren wurden. Die echten Dreiaxialversuche wurden in einer umgerüsteten Triaxialzelle (LADE [81]) durchgeführt, bei der die mittlere Hauptspannung  $\sigma_2$  unabhängig aufgebracht werden kann. In den echten Dreiaxialversuchen war die Porenwasserdruck- und Festigkeitsentwicklung sehr viel schneller als in den Torsionsscherversuchen, stabilisierte sich allerdings in beiden Versuchen nach hinreichend großen Dehnungen (s. Abbildung 2.23). Der Porenwasserdruck beim Erreichen des Grenzzustandes war im Torsionsscherversuch um etwa 17 % geringer als im echten Dreiaxialversuch. Um den Einfluß des anisotropen  $K_0$ -Konsolidierungszustandes und der Drehung der Hauptspannungsachsen bei diesen Versuchen auf die effektive Scherfestigkeit zu ermitteln, wurden zusätzliche echte Dreiaxialversuche mit isotrop konsolidierten Proben durchgeführt, die bei konstanten  $b$ -Werten abgeschert wurden. Die daraus ermittelte Umhüllende der Scherfestigkeiten in der Deviatorebene (s. Abbildung 2.24 rechts) stimmt recht gut mit dem von LADE [81] vorgeschlagenen Bruchkriterium in der Deviatorebene überein (s. hierzu auch Abbildung 3.9 auf S.60). Die  $K_0$ -konsolidierten Proben (mit und ohne Hauptspannungsdrehung) ergaben die gleichen effektiven Festigkeiten, wie man in Abbildung 2.24 erkennen kann, sodaß für Ton nicht die bei Sand festgestellte Abhängigkeit der effektiven Scherfestigkeit von der inhärenten Anisotropie

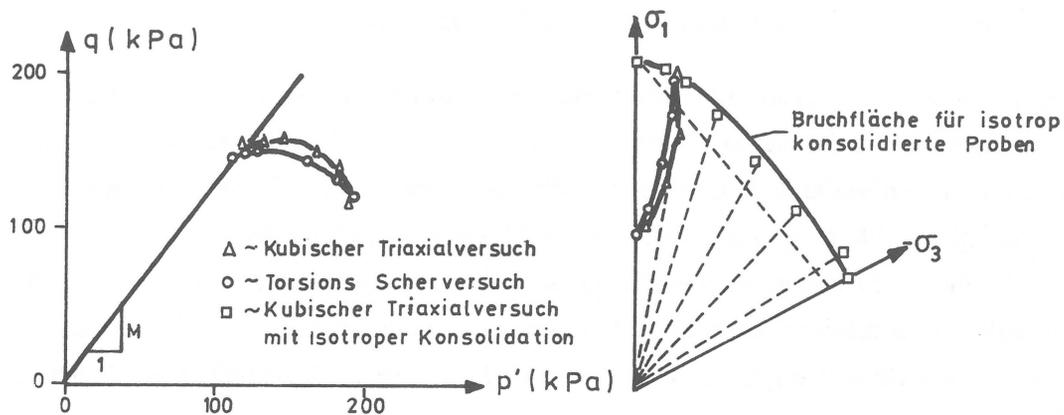


Abbildung 2.24: Effektive Spannungspfade in der  $p$  -  $q$ -Ebene (links) und der Deviatorebene (rechts) von monotonen Torsionsscherversuchen und echten Dreiaxialversuchen (kubische Triaxialversuche) mit einem  $K_o$ -konsolidierten Ton, nach HICHER & LADE [56]

beobachtbar ist. Da allerdings die isotrop konsolidierten Proben zuvor in einem Ödometer vorkonsolidiert waren und damit eine inhärente Anisotropie besaßen, und da auch während des Torsionsscherversuches die Drehung der Hauptachsen nicht kontrolliert werden konnte, läßt sich aus diesen Ergebnissen keine eindeutige Aussage über den Einfluß der inhärenten Anisotropie auf die effektiven Scherfestigkeiten ableiten. BROMS & CASBARIAN [17] haben im Gegensatz zu HICHER & LADE [56] festgestellt, daß der effektive Reibungswinkel  $\varphi'$  bei einer Drehung der Hauptspannungsachsen von  $0^\circ$  auf  $45^\circ$  um etwa  $7^\circ$  abnimmt, was gut mit den Ergebnissen für Sand übereinstimmt.

HICHER & LADE [56] haben auch zyklische Versuche durchgeführt und dabei festgestellt, daß die Drehung der Hauptspannungsachsen sich in einer schnelleren Veränderung der Tonstruktur bemerkbar macht, was größere Porenwasserdrücke und größere Dehnungen als in dem vergleichbaren echten Dreiaxialversuch zur Folge hat. Dieser Einfluß war bei Wechselbeanspruchung wesentlich ausgeprägter als bei Schwellbelastung. Die an den zyklischen Beanspruchungsprozeß anschließende monotone Belastung ergab die gleichen effektiven Scherfestigkeiten wie bei den monotonen Versuchen, allerdings glichen die Spannungs-Dehnungskurven denen von überkonsolidierten Proben.

## 2.9 Materialverhalten unter zyklischer Belastung

Zyklische Beanspruchungen, d.h. Beanspruchungen mit einer Vielzahl von Spannungspfadumkehrungen, treten häufig im Zusammenhang mit dynamischen Belastungen wie z.B. Erdbeben, Maschinenfundamenten, Wechsel-, Wanderlasten u.ä. auf. Dabei überlagert sich das geschwindigkeitsabhängige und das zyklische Materialverhalten. Bei vielen zyklischen Versuchen ist die Verformungsgeschwindigkeit so groß, daß die Viskosität der Tone das Materialverhalten entscheidend beeinflußt. Trotzdem ist aus den meisten veröffentlichten Versuchen die viskositätsabhängige Änderung des Verformungs- und Festigkeitsverhaltens unter zyklischer Beanspruchung zumindest qualitativ erkennbar.

Unter einer zyklischen Beanspruchung kommt es zu einer Akkumulation der irreversiblen Verformungen bzw. bei undrained Versuchen zu einem Anwachsen der Porenwasserüberdrücke, die eine Abnahme der effektiven Spannungen zur Folge haben. Dies gilt sowohl für kraft- als auch für verformungsgesteuerte Triaxial- und „Simple Shear“-Versuche. Ein allgemein anerkanntes, experimentell ermitteltes Ergebnis dieser zyklischen Versuche ist die Tatsache, daß es einen kritischen Schwellenwert für die zyklische Deviatorspannungsamplitude gibt, sodaß bei zyklischen Beanspruchungen mit Amplituden, die größer als dieser kritische Wert sind, die Probe nach einer bestimmten Anzahl von Zyklen den Bruchzustand erreicht, während zyklische Beanspruchungen mit kleineren Amplituden einem stabilen stationären Zustand zustreben.

SANGREY et.al. [127,128] berichten über zyklische undrained triaxiale Kompressionsversuche mit Porenwasserdruckmessung an ungestört entnommenen Proben von Newfield Clay. Die Versuche wurden kraftgesteuert durchgeführt, wobei die Lastinkremente so gewählt waren, daß die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_1$  bei etwa 0.0002 %/min lag, um eine sichere Porenwasserdruckmessung zu gewährleisten. Die im Triaxialgerät isotrop und anisotrop rekonsolidierten Proben wurden mit konstanten Amplituden  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  zyklisch bis zum Bruch oder zum Abklingen der Verformungen belastet. Die zyklischen Versuche wurden jeweils mit einem monotonen Referenzversuch verglichen. Auf der Abbildung 2.25 sind die Hauptspannungsdifferenzen  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  und die Porenwasserüberdrücke für drei typische Versuche T1, T2 und T3 über den Dehnungen  $\epsilon_1$  aufgetragen. Im Versuch T1 (strichliert eingezeichnet) wurde die Probe monoton bis zum Bruch — gekennzeichnet durch ein drastisches Anwachsen der Verformungen — belastet, während in den Versuchen T2 und T3 die Proben mit einem Bruchteil der maximalen im Versuch T1 erreichten Deviatorspannung  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$  belastet wurden. Im Versuch T2 wachsen die irreversiblen Verformungen (Punkte b,d, . . . der Abbildung 2.25 links) pro Zyklus an und nach dem zehnten Belastungszyklus ist der Bruchzustand erreicht („Cyclic Collapse“). Die zugehörige Porenwasserdruckkurve zeigt, daß auch

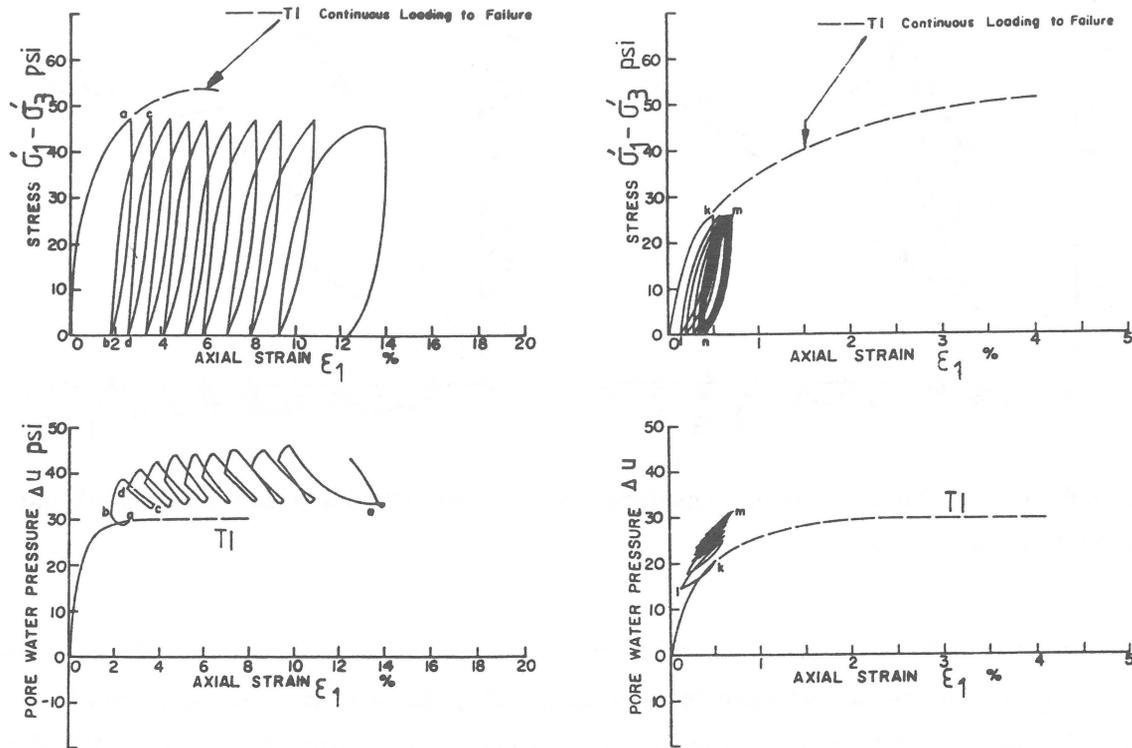


Abbildung 2.25: Spannungs-Dehnungskurven der Versuche T2 links („Cyclic Collapse“) und T3 rechts („Shakedown“), nach SANGREY et al. [128]

die Verbindungslinie der Porenwasserdrücke am Ende einer jeden Belastungsschleife stetig anwächst, sodaß die effektiven Spannungen abnehmen und der effektive Spannungspfad die Bruchgerade erreicht (s. Abbildung 2.26 links).

Im Versuch T3 kommt es pro Zyklus zu einem Abklingen der Verformungen („Shake-down“) und nach etwa sechs Belastungszyklen ist eine stationäre Hysteresisschleife (m-n in Abbildung 2.25 rechts) erreicht. Abbildung 2.25 (rechts unten) zeigt, daß der Porenwasserüberdruck bei jeder Belastung ansteigt und bei der anschließenden Entlastung wieder abnimmt, allerdings nicht auf den ursprünglichen Wert, sodaß am Ende eines jeden Zyklus' ein größerer Porenwasserüberdruck bleibt. Die Zuwachsrate des Porenwasserüberdrucks klingt jedoch ab, bis auch die Porenwasserüberdruckkurve einen stationären Zyklus (m-n in Abbildung 2.25 rechts) erreicht hat. Abbildung 2.26 (rechts) zeigt den zugehörigen effektiven Spannungspfad, der vor dem Erreichen der Bruchgerade in den stationären Zyklus m-n mündet. Zwischen den beiden zyklischen Spannungsamplituden der Versuche T2 und T3 gibt es genau einen kritischen Wert, bei dem der Bruchzustand gerade erreicht wird. Um diesen Wert für verschiedene Überkonsolidierungsverhältnisse zu ermitteln, haben SANGREY et.al. [127,128] die Maximalwerte der effektiven Spannungspfade beim Erreichen

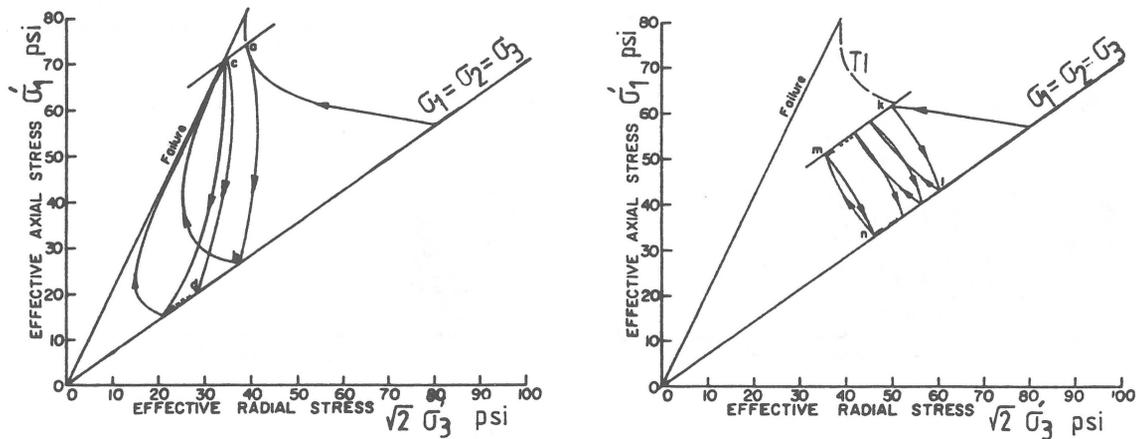


Abbildung 2.26: Effektive Spannungspfade der Versuche T2 (links) und T3 (rechts), nach SANGREY et al. [128]

des stationären Zustands für unterschiedliche Beanspruchungsamplituden und Überkonsolidierungsverhältnisse aufgetragen (s. Abbildung 2.27). Es zeigt sich, daß alle Punkte von vergleichbaren Versuchen in etwa auf Geraden liegen („Equilibrium Lines“ I, II, III, IV), deren Schnittpunkte mit der Bruchgeraden den kritischen Schwellenwert für zyklische Beanspruchung markieren. Für die normalkonsolidierten Proben ergibt sich ein Wert von etwa  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{krit} \approx \frac{2}{3}c_u$ .

Bei normalkonsolidierten Böden wandert der effektive Spannungspfad während der zyklischen Belastung infolge des entstehenden Porenwasserüberdrucks nach links zum Koordinatenursprung hin, während er sich für überkonsolidierte Böden durch den entstehenden Porenwasserunterdruck vom Ursprung wegbewegt, wie man deutlich an der unterschiedlichen Neigung der Gleichgewichtslinien erkennt. Die Ergebnisse von SANGREY et.al. [127,128] wurden in der Folge von einer Vielzahl anderer Autoren bestätigt. Allerdings unterscheiden sich die veröffentlichten Untersuchungen in der Größe des Schwellenwerts für die zyklische Deviatorspannungsamplitude.

In einer Untersuchung über den Einfluß einer vollständigen Dränage zwischen undränierten Belastungszyklen zeigen FRANCE & SANGREY [36], daß die Gleichgewichtslinien für zyklisches Verhalten bei kontraktanten, d.h. normal- und leicht überkonsolidierten Böden eines bestimmten Wassergehalts Geraden sind, die in einer Auftragung entsprechend Abbildung 2.27 durch den kritischen Schwellenwert der zyklischen Deviatorspannungsamplitude („Critical level of repeated loading CLRL“) und die zu Beginn der zyklischen Belastung vorhandene isotrope Konsolidierungsspannung verlaufen. Für dilatante (d.h. stark überkonsolidierte) Böden ist die Schergerade eine entsprechende Gleichgewichtslinie.

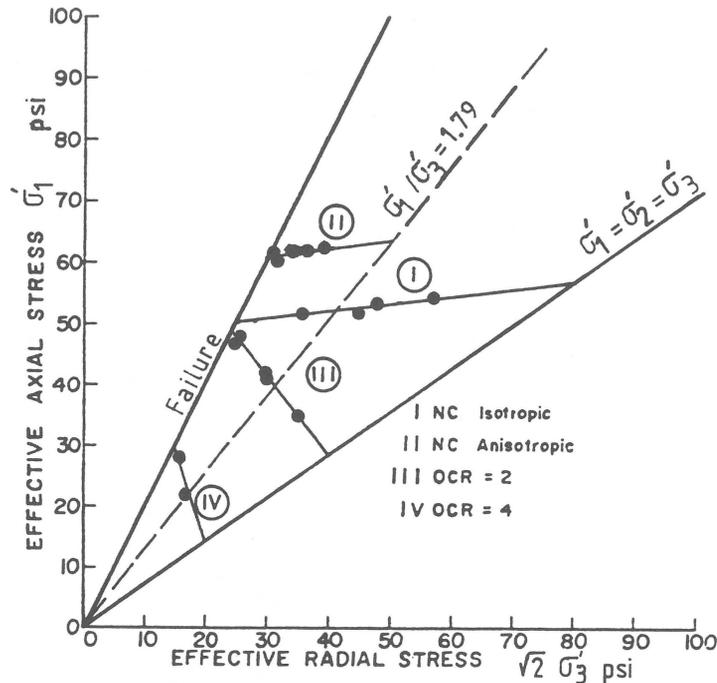


Abbildung 2.27: Gleichgewichtslinien für verschiedene Konsolidierungsverhältnisse, nach SANGREY et al. [128]

Durch die Dränage zwischen den undrännierten Belastungszyklen baut sich der Porenwasserüberdruck ab, und der Wassergehalt der Proben ändert sich. Für das Verhalten in einer anschließenden zyklischen Belastung ist die dem veränderten Wassergehalt zugeordnete Gleichgewichtslinie maßgeblich. Für kontraktante Böden bedeutet dies eine Abnahme des Wassergehalts und eine Verschiebung der Gleichgewichtslinie in Richtung höherer effektiver isotroper Spannungen und damit verbunden eine Zunahme des kritischen Schwellenwertes und der undrännierten Scherfestigkeit. Bei dilatanten Böden wird der Schwellenwert vermindert, was darauf zurückzuführen ist, daß durch die Dränage die Akkumulation von negativen Porenwasserdrücken verhindert wird, sodaß für eine Deviatorspannungsamplitude, bei der im undrännierten Versuch durch negative Porenwasserdrücke ein Gleichgewichtszustand erreicht wird, die Probe durch die Dränagemöglichkeit den Bruchzustand erreicht.

ANDERSEN [4] unterscheidet bei dem Verhalten von Offshore-Gründungen unter zyklischer Wellenbelastung zwischen einer „short-term“ und einer „long-term condition“, wobei unter „short-term condition“ ein Zeitraum gemeint ist, in dem keine nennenswerte Dränage des Untergrundes stattfindet. Er kommt ebenfalls zu dem Schluß, daß sich durch die Dränagemöglichkeit bei normalkonsolidierten Böden die Stabilität der Gründung im Anschluß an eine zyklische Beanspruchung erhöht, während bei überkonsolidierten Böden die Dränage zu einer Zunahme der zyklischen Verformungen und einer Reduzierung der Standsicherheit

führen kann. Die Ursachen dieser Entfestigung liegen in der Erhöhung des Wassergehalts beim Abbau der Porenwasserunterdrücke, die wegen des dilatanten Verhaltens bei stark überkonsolidierten Böden entstehen.

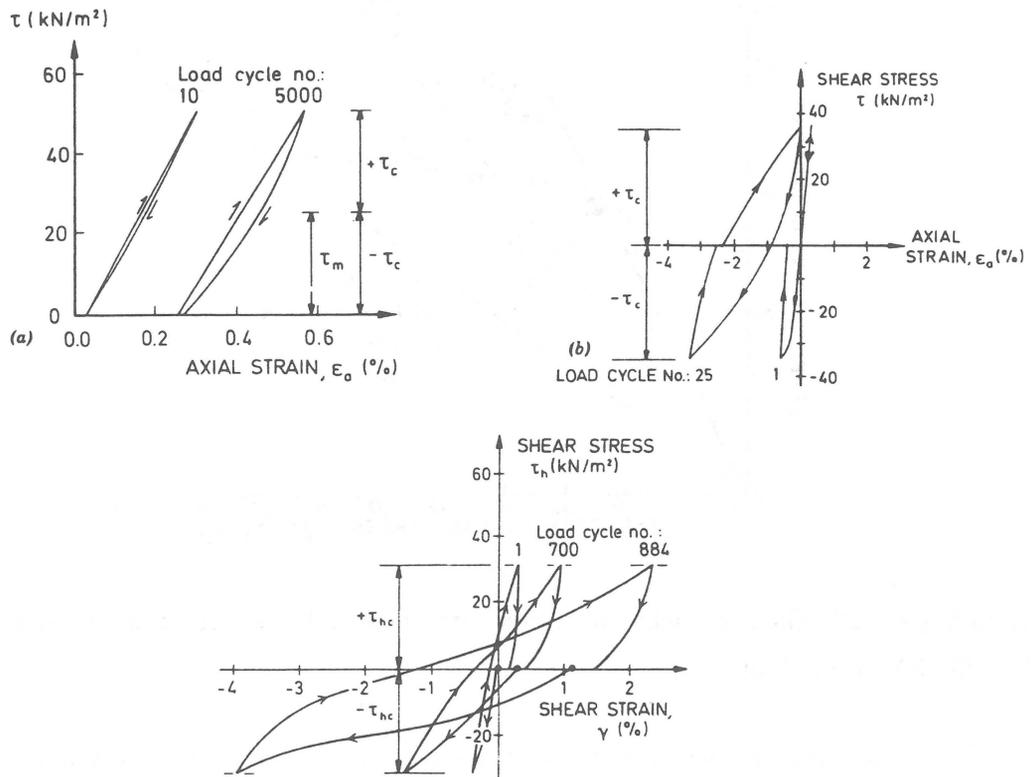


Abbildung 2.28: Typische Spannungs-Dehnungskurven von undrÄnirten zyklischen Versuchen: (a) triaxiale Schwellbelastung, (b) triaxiale Wechselbelastung und (c) Wechselbelastung im „Simple Shear“-Versuch, nach ANDERSEN et al. [5]

ANDERSEN et.al. [4,5] berichten über ein äußerst umfangreiches Untersuchungsprogramm zum Studium des Verhaltens von „Drammen Clay“ unter zyklischer Beanspruchung, das im Zuge der Errichtung der ersten Offshore-Plattformen in der Nordsee an vier verschiedenen Laboratorien in Norwegen, Holland und Großbritannien durchgeführt wurde. Der experimentelle Teil des Untersuchungsprogramms umfaßte zyklische Triaxial- und „Simple Shear“-Versuche. Dabei wurden die unterschiedlichsten Einflußparameter untersucht wie z.B. (1) Überkonsolidierungsverhältnis  $OCR$ , (2) Schwell- und Wechselbelastung („one-way and two-way cyclic loading“), (3) veränderliche (transiente) Deviatorspannungsamplituden (Sturmbelastung), (4) Spannungs- und Verformungsgesteuerte Versuche, (5) isotrope und anisotrope Konsolidierung, (6) horizontale Schubbeanspruchung während der Konsolidierungsphase, (7) DrÄnage während und nach der zyklischen Belastung, (8) künstliche Verfestigung der Tone.

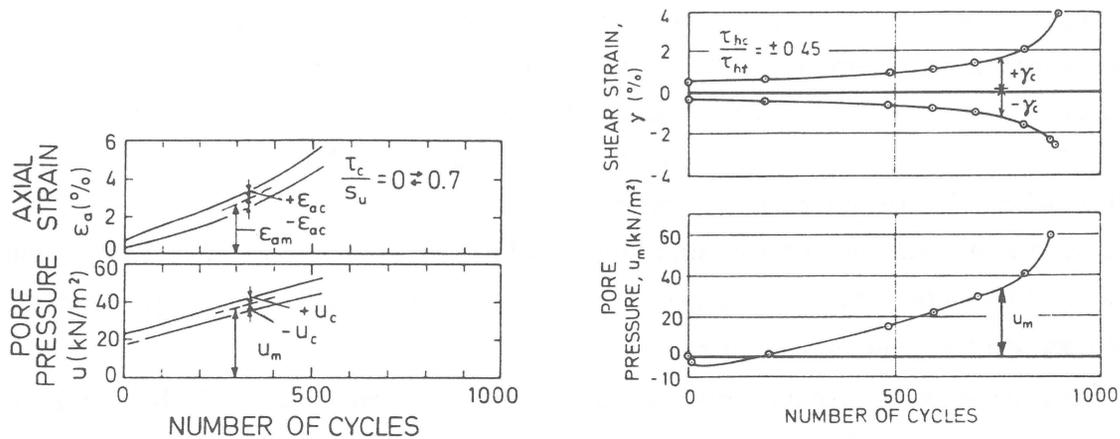


Abbildung 2.29: Dehnungs- und Porenwasserdruckentwicklung in zyklischen Versuchen, (a) Triaxialversuch mit Schwellbelastung und (b) „Simple Shear“-Versuch mit Wechselbelastung, nach ANDERSEN et al. [5]

Die Versuche wurden sämtlich an ungestört entnommenen Proben von Drammen Clay durchgeführt, einem plastischen marinen Ton, der im Labor auf Spannungszustände oberhalb der in-situ Spannungen rekonsolidiert wurde, sodaß der natürliche Wassergehalt der Versuchsproben unterhalb des in-situ Wassergehalts lag. Um den Einfluß der Versuchsgerate und der Versuchstechnik weitestgehend auszuschalten und die Wiederholbarkeit der Versuche zu gewährleisten, wurden eine Reihe von gleichartigen Versuchen in vier unterschiedlichen Laboratorien durchgeführt, wobei sich die Versuchsstreuungen im Bereich von  $\pm 12.5\%$  bewegten.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung können wie folgt zusammengefaßt werden: Bei einer undrÄnirten symmetrischen zyklischen Wechselbelastung entstehen zyklische, aber in der Regel unsymmetrische Verformungen (s. Abbildungen 2.28 und 2.29 rechts) und zyklische (akkumulierte) Porenwasserüberdrücke. Bei Triaxialversuchen ist das Verhalten im Kompressions- und im Extensionsbereich unterschiedlich, sodaß sich unter einer symmetrischen Wechselbelastung im Verlauf des Versuches mittlere Dehnungen  $\epsilon_m$  und mittlere Porenwasserüberdrücke  $u_m$  entwickeln.

Bei großen zyklischen Dehnungen kommt es zu dilatantem Verhalten, das die Porenwasserdruckentwicklung beeinflusst. Eine reine Schwellbeanspruchung ( d.h. Wechsel der Deviatorspannungsamplitude zwischen Null und einem konstanten Maximalwert) führt zu einem Anstieg der mittleren Dehnungen  $\epsilon_m$  und des mittleren Porenwasserüberdrucks  $u_m$ , die von zyklischen Dehnungen und zyklischen Porenwasserdrücken überlagert werden (s. Abbildung 2.29 rechts).

Die Dehnungen wachsen sehr stark an, wenn sich der effektive Spannungspfad der Mohr-Coulombschen Bruchgeraden nähert, das bedeutet, daß das Verhalten unter zyklischer Belastung durch effektive Spannungen erklärt werden kann (s. hierzu auch die Abbildungen 2.25 und 2.26). Die Anzahl der Belastungszyklen bis zum Eintreten des Bruchzustandes nimmt mit zunehmender Deviatorspannungsamplitude ab. Unterhalb eines kritischen Deviatorspannungslevels wird der Bruchzustand nicht mehr erreicht, und die Probe strebt einem stabilen stationären Zustand entgegen, wie dies auch von SANGREY et al. [127,128] gezeigt wurde (s. Abbildung 2.26 unten).

Bei gleichen Deviatorspannungsamplituden erreichen überkonsolidierte Proben den Bruchzustand nach weniger Belastungszyklen als normalkonsolidierte Proben.

Der Sekantenschubmodul im „Simple-Shear“ Versuch nimmt mit zunehmender Zyklenzahl ab. Die Abnahme ist ausgeprägter bei höheren Schubspannungsamplituden und verschwindet bei sehr kleinen Schubspannungsamplituden.

Die undrained Scherfestigkeit  $c_u$  nimmt infolge einer vorangegangenen undrained zyklischen Belastung abhängig von der Zyklenzahl und der Größe der akkumulierten zyklischen Dehnungen um bis zu 25% ab. Die effektiven Scherparameter  $\varphi'$  und  $c'$  bei überkonsolidierten Böden bleiben durch die zyklische Belastung unbeeinflusst, während bei den normalkonsolidierten Proben eine leichte Zunahme der effektiven Kohäsion  $c'$  festgestellt wurde. Dies bedeutet, daß sich der Boden durch die Abnahme der effektiven Spannungen vom normalkonsolidierten zum leicht überkonsolidierten Zustand hin entwickelt. Dieser Effekt läßt sich auch an dem Vergleich der effektiven Spannungspfade von zyklisch undrained vorbelasteten und nicht vorbelasteten Bodenproben mit unterschiedlichem Überkonsolidierungsverhältnis  $OCR$  ablesen. Die effektiven Spannungspfade der zyklisch vorbelasteten Proben entsprechen den effektiven Spannungspfaden von nicht zyklisch vorbelasteten Proben mit einem höheren Überkonsolidierungsverhältnis  $OCR$ .

KOUTSOFTAS [69] berichtet ebenfalls über eine Abnahme der undrained Scherfestigkeit  $c_u$  durch vorangegangene zyklische Belastungen, die allerdings bei normal konsolidierten Böden nicht mehr als 10% beträgt und für überkonsolidierte Böden noch kleiner ist.

Bei den Versuchen mit veränderlichen Deviatorspannungsamplituden (sog. Sturmbelastung), über die ANDERSEN et.al. [4,5] berichten, reagieren die Proben auf vergrößerte Spannungsamplituden unmittelbar mit einer Änderung der zyklischen Dehnungen. ANDERSEN [4] schlägt die Methode der akkumulierten zyklischen Dehnungen zur Beschreibung sowohl des Verhaltens bei wechselnden Deviatorspannungsamplituden (Sturmbelastung) als auch der veränderlichen Deviatorspannungen bei verformungsgesteuerten Versuchen vor.

Die Methode der akkumulierten zyklischen Dehnungen basiert auf der Annahme, daß sich zyklische Belastungsereignisse unterschiedlicher Amplituden und Zyklenzahl beliebig superponieren lassen. Dies setzt voraus, daß der Zusammenhang zwischen den zyklischen Dehnungen und der Zyklenzahl für bestimmte Deviatorspannungsamplituden experimentell ermittelt wurde, sodaß jede stochastische Sturmbelastung in unterschiedliche Amplitudenklassen mit einer bestimmten Anzahl von Zyklen pro Klasse unterteilt werden kann und die zyklischen Dehnungen werden dann für jede Klasse getrennt berechnet und aufaddiert. (Zur Frage der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Methode der akkumulierten zyklischen Dehnungen s. die Anmerkungen zur Arbeit von PROCTER & KHAFRAF [117] auf S.45 und die Abbildung 2.31 sowie die Tabelle 2.1.)

Zu vergleichbaren Ergebnissen kommen auch KVALSTAD & DAHLBERG [74], die undrained Triaxialversuche mit (a) konstanten Deviatorspannungsamplituden mit zufällig wechselnden Amplituden und (b) mit nach Klassen geordneten Deviatorspannungsamplituden durchgeführt haben. Ob die wechselnde Deviatorspannungsamplitude in zufälliger Abfolge (a) oder nach der Größe in Klassen geordnet (b) aufgebracht wurden, hatte keinen erkennbaren Einfluß auf das Verhalten des Materials.

Van EEKELEN & POTTS [145] schlagen ein modifiziertes „Cam Clay“ Modell zur Beschreibung der von ANDERSEN et.al. [4,5] (s.o.) vorgestellten Versuche vor, das zusätzlich zu den „Cam Clay“ Parametern noch den akkumulierten Porenwasserüberdruck als Degradations („Fatigue“)-Parameter benutzt. Dieser Ansatz erscheint allerdings fragwürdig, da die zyklische Porenwasserüberdruckentwicklung, wie bereits geschildert, im Kompressions- und im Extensionsbereich sehr unterschiedlich ist. Auf diesen Punkt hat auch KUNTSCHKE [71] bereits 1980 hingewiesen.

PROCTER & KHAFRAF [117] führten undrained zyklische Triaxialversuche durch und ermittelten die Anzahl der Zyklen, die notwendig sind, um bei einem vorgegebenen Verhältnis der Deviatorspannungsamplitude zur undrained Scherfestigkeit (zyklisches Spannungsverhältnis) eine bestimmte zyklische Dehnung  $\epsilon_{DA}$  („Double Amplitude Strain“  $\epsilon_{DA} = |\epsilon_{\text{Kompr.}}| + |\epsilon_{\text{Extens.}}|$ ) zu erreichen (s. Abbildung 2.30).

In Abbildung 2.31 und Tabelle 2.1 ist die Anwendung der Methode der akkumulierten Dehnungen nach ANDERSEN [4] demonstriert. Dabei zeigt sich beim Vergleich der Spalten (6) bis (9) der Tabelle 2.1, daß die vorhergesagten mit den gemessenen Dehnungen nur sehr schlecht übereinstimmen und zwar sowohl für Belastungsereignisse mit wachsenden Amplituden (Sturm A) als auch für abnehmende Amplituden (Sturm B). Die gemessenen Dehnungen werden weit überschätzt und es scheint, daß sich die Spannungspfadabhängigkeit des Materialverhaltens nicht mit einer einfachen Superpositionsregel erfassen läßt.

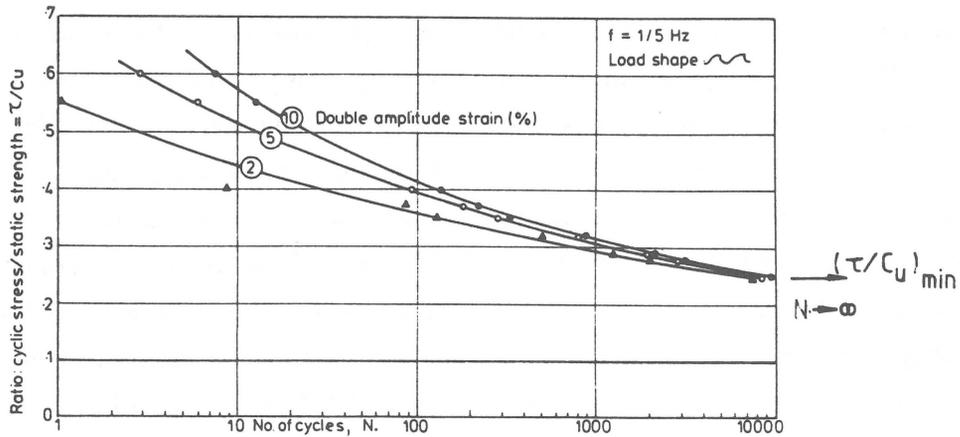


Abbildung 2.30: Zyklisches Spannungsverhältnis in Abhängigkeit von der Zyklenzahl für unterschiedliche Werte von  $\epsilon_{DA}$ , nach PROCTER & KHAFFAF [117]

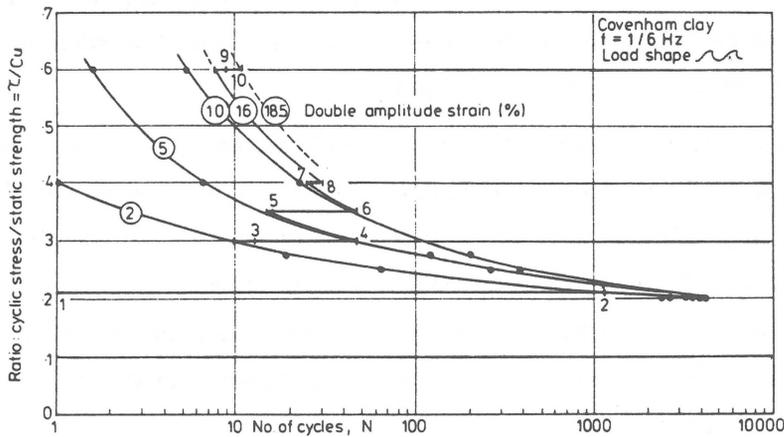


Abbildung 2.31: Anwendung der Methode der akkumulierten Dehnungen, nach PROCTER & KHAFFAF [117]

Abbildung 2.30 zeigt allerdings, daß die Kurven für die verschiedenen Dehnungsamplituden  $\epsilon_{DA}$  alle einem gemeinsamen Grenzwert für  $N \rightarrow \infty$  zustreben, der bei etwa  $(\tau/c_u)_{min} \simeq 0.2$  liegt und der die zyklische Festigkeit des Materials kennzeichnet. Dieser Grenzwert nimmt scheinbar mit zunehmender Belastungsfrequenz zu, ist allerdings für Frequenzen  $1/120 \text{ Hz} \leq f \leq 1/5 \text{ Hz}$  konstant, wenn man die zyklische Festigkeit auf die bei einer vergleichbaren Abschergeschwindigkeit ermittelte undränierete monotone Scherfestigkeit  $\bar{c}_u$  bezieht. PROCTOR & KHAFFAF zeigen, daß sich die zyklische Festigkeit in einem einzigen verformungsgesteuerten Triaxialversuch ermitteln läßt, wenn  $\epsilon_{DA} \geq 5\%$  und die Anzahl der Zyklen  $N \geq 10000$  beträgt.

	Nr.	Pfad	$\tau/c_u$ ±	Anzahl der Zyklen	Berechnete	Gemessene	Berechnete	Gemessene
					Dehnungen	Dehnungen	Dehnungen	Dehnungen
					pro Klasse		akkumuliert	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
A	1	1-2	0.21	1150	2.0	2.0	2.0	2.0
	2	3-4	0.30	32	3.3	0.5	5.3	2.5
	3	5-6	0.35	30	6.2	0.85	11.5	3.35
	4	7-8	0.40	5	4.5	0.85	16.0	4.2
	5	9-10	0.60	2	2.5	8.3	18.5	12.5
B	1	1	0.40	1	2.0	2.0	2.0	2.0
	2	2-3	0.35	12	2.8	0.8	4.8	2.8
	3	4-5	0.30	60	3.5	1.7	8.3	4.5
	4	6-7	0.25	60	1.7	2.1	10.0	6.6

Tabelle 2.1: Vergleich der berechneten und gemessenen „Double Amplitude Strains“, nach PROCTER & KHAFFAF [117]

## 2.10 Geschwindigkeits- und Zeitabhängigkeit des Materialverhaltens

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Zeitabhängigkeit des Materialverhaltens vernachlässigt. Da dieses Verhalten bei bindigen Böden allerdings eine ganz erhebliche Rolle spielt, soll in diesem Abschnitt kurz auf einige Aspekte des zeitabhängigen Materialverhaltens eingegangen werden. Abbildung 2.32 zeigt qualitativ die Ergebnisse von triaxialen Kriechversuchen für verschiedene Spannungen  $\sigma_1$  und den Einfluß der Deformationsgeschwindigkeit auf die Spannungs-Dehnungs-Kurven von verformungsgesteuerten Triaxialversuchen.

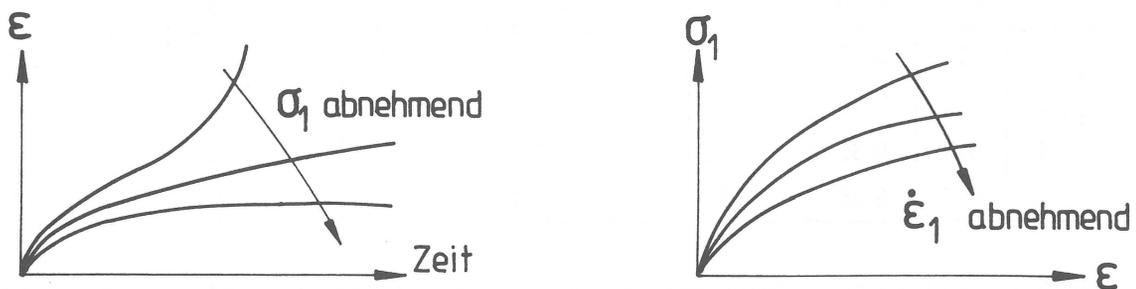


Abbildung 2.32: Zeitabhängigkeit des Materialverhaltens: links triaxialer Kriechversuch, rechts weggesteuerter Triaxialversuch mit unterschiedlichen Abschergeschwindigkeiten

BJERRUM [15] lieferte eine anschauliche Erklärung für die zeitabhängigen und die zeitunabhängigen Festigkeitseigenschaften. Nach Bjerrum's Vorstellung existieren bei bindigen Böden zwei unterschiedliche Arten von Kornkontakten. Die echten mineralischen Korn-zu-Korn Kontakte repräsentieren die Reibungsfestigkeit des Materials und sind über die Zeit stabil. Demgegenüber gibt es die kohäsiven Kontakte über die („eisförmigen“) Adsorptionskomplexe der Tonmoleküle, die viskose Eigenschaften besitzen und dadurch die Kriechverformungen verursachen. Die Kriechgeschwindigkeiten nehmen mit der Größe der aufgetragenen Schubspannungen und der Dicke der adsorbierten Wasserhüllen und damit der Plastizität der Tone zu. Als Folge der interpartikulären Kriechverformungen in den sich überlappenden Wasserhüllen ohne mineralische Reibungskontakte brechen immer mehr kohäsive Kontaktpunkte zusammen, was sich auch makroskopisch als Kriechverformung bemerkbar macht. Auf diese Weise wird ein stetig wachsender Anteil der aufgetragenen Belastung durch Reibungskontakte getragen. Damit verbunden ist eine Abnahme der Kriechgeschwindigkeit. Werden die aufgetragenen Schubbeanspruchungen vollständig von den Reibungskontakten getragen, kommen die Kriechverformungen zum Stillstand. Sind hingegen die aufgetragenen Schubbeanspruchungen größer als die mobilisierbare Reibungsfestigkeit, dann muß der

Anteil der Schubspannung, der die Reibung übersteigt, von den Kohäsionskontakten übernommen werden. Die Kriechgeschwindigkeit nimmt dabei ab, bis die Reibung vollständig mobilisiert ist, und bleibt ab dann konstant.

Die anschauliche Modellvorstellung von BJERRUM liefert eine zumindest qualitative Erklärung für die Zeitabhängigkeit des Materialverhaltens, wie sie in Abbildung 2.32 qualitativ dargestellt ist. LADD et.al. [78] hingegen vertreten die Meinung, daß die Kriechverformungen der Böden nicht durch viskose Fließvorgänge in der Adsorptionsschicht verursacht werden, sondern daß die Mechanismen, die die Sekundärsetzungen im eindimensionalen Kompressionsversuch verursachen, die gleichen sind, die auch in der Konsolidierungsphase mit veränderlichen effektiven Spannungen auftreten, wie z.B. Kornverformungen, „Particle Slip“, Umorientierung der Kornkontakte, Änderung der Doppelschichtdicken, Verformungen des Adsorptionskomplexes usw. Eine Unterscheidung in Primär- und Sekundärverformungen kann nach dieser Auffassung nur per definitionem nicht aber durch die Unterschiede in den zugrunde liegenden Verformungsmechanismen getroffen werden (s. hierzu auch die Anmerkungen zu der Arbeit von MESRI & CHOI [92] auf S. 48).

LEINENKUGEL [86] widerspricht ebenfalls der Vorstellung von BJERRUM [15], nach dessen Konzept die Kriechgeschwindigkeiten ungefähr linear mit der Deformation abnehmen müßten, während sie tatsächlich exponentiell abnehmen. Er kommt bei der Auswertung seiner Versuchsergebnisse zu dem Schluß, daß der Deformationswiderstand der Tone keinen von der effektiven Spannung abhängigen Anteil besitzt, mit anderen Worten, daß Tone keine Reibungsfestigkeiten besitzen. Nach LEINENKUGEL [86] ist die Festigkeit vielmehr viskoser Natur. Der effektive Spannungszustand hat keinen direkten Einfluß auf den Deformationswiderstand. Dieser ist vielmehr proportional zur äquivalenten Porenziffer  $p_e$  nach HVORSLEV [61] und abhängig von der Deformationsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  und der Verfestigung des Materials, ausgedrückt durch den Deformationszustand  $\epsilon$ . Der Deformationswiderstand wächst mit dem Logarithmus der Deformationsgeschwindigkeit. Die Existenz einer echten Kohäsion im Sinne einer normalkraft- und geschwindigkeitsunabhängigen statischen Festigkeit hält LEINENKUGEL für nicht ausgeschlossen, aber unwahrscheinlich.

Gegen die Existenz einer Reibungsfestigkeit der Tone wird häufig auch argumentiert, daß Tonteilchen keine echten Korn-zu-Korn Kontakte besitzen, sondern immer eine adsorbierte Wasserhülle aufweisen und daß die Kontaktpressungen nicht ausreichen, um diese Wasserhülle auszupressen. Durch Untersuchungen mit dem Elektronenmikroskop und durch Schallemissionsmessungen haben MATSUI et.al. [90] allerdings gezeigt, daß auch bei Tonen echte Korn-zu-Korn Kontakte und damit Reibungsfestigkeiten existieren. Dies spricht gegen die Vorstellungen von LEINENKUGEL und unterstützt eher die Modellvorstellung von

BJERRUM. In der Untersuchung wurde ein aufbereiteter Ton auf ein Metallplättchen aufgestrichen und die Oberfläche mit dem Elektronenmikroskop untersucht. Dabei zeigten sich auf der Oberfläche der Tonteilchen keinerlei Spuren. Nachdem zwei Metallplättchen mit der Tonschicht gegeneinander abgeschert wurden, erfolgte eine erneute Untersuchung mit dem Mikroskop, die deutliche Kratzer und Rillen in Abscherrichtung auf der Oberfläche der Tonmineralien aufdeckte. Dieser Nachweis wurde durch begleitende Schallemissionsmessungen unterstützt. Auf der Grundlage dieser Versuchsergebnisse entwickelten MATSUI et.al. [90] ein auf der „Rate Process Theory“ basierendes mikroskopisches Scherfestigkeitsmodell, mit dem sie die konventionellen Scherfestigkeitsparameter  $\varphi'$  und  $c'$  erklären. Danach hängt  $\varphi'$  nur vom Mineraltyp und den Dilatanzeigenschaften des Haufwerks ab, während die Kohäsion  $c'$  durch die interne Wechselwirkung zwischen den Tonteilchen bestimmt wird und damit abhängig von der Spannungsgeschichte ist.

Bei den zeitabhängigen Verformungen wird im allgemeinen zwischen dränierten und undränierten Kriechverformungen unterschieden (LADD et.al. [78]). Dräniertes Kriechen umfasst i.d.R. Volumenverformungen und/oder Schubverzerrungen bei konstantem effektivem Spannungszustand, während undräniertes Kriechen zu Schubverzerrungen und Änderungen des effektiven Spannungszustands bei Volumenkonstanz führt. Einen speziellen Fall der dränierten Kriechverformungen bilden die Sekundärverformungen des eindimensionalen Kompressionsversuchs im Anschluß an die Konsolidationssetzungen. Die Sekundärsetzungen verlaufen annähernd proportional zum Logarithmus der Zeit. Der Kompressionsindex der Sekundärsetzungen nimmt mit der Plastizität des Bodens zu.

Eine häufig diskutierte Frage ist, ob die Sekundärverformungen auch schon während der Konsolidationsphase auftreten oder erst, wenn die Porenwasserüberdrücke fast vollständig (z.B. auf 5% des Anfangswertes) abgebaut sind. Im ersten Fall müßten die Dehnungen am Ende der so definierten Primärkonsolidation für ein gegebenes Spannungsinkrement von der Konsolidierungsdauer und somit von der Probendicke abhängen. MESRI & CHOI [92] haben allerdings gezeigt, daß die Dehnungen am Ende der Primärkonsolidation für sehr unterschiedlich dicke Proben und damit sehr unterschiedliche Konsolidierungszeiten annähernd gleich sind, sodaß der Anteil der Sekundärsetzungen während der Konsolidationsphase vernachlässigbar klein ist.

Eine Folge der Sekundärverformungen ist die Entstehung einer scheinbaren Vorbelastung („Delayed Compression“) durch die im Verlauf der Alterung abnehmende Porenziffer  $e$  der Tone, wie sie in Abbildung 2.33 nach BJERRUM [15] dargestellt ist.

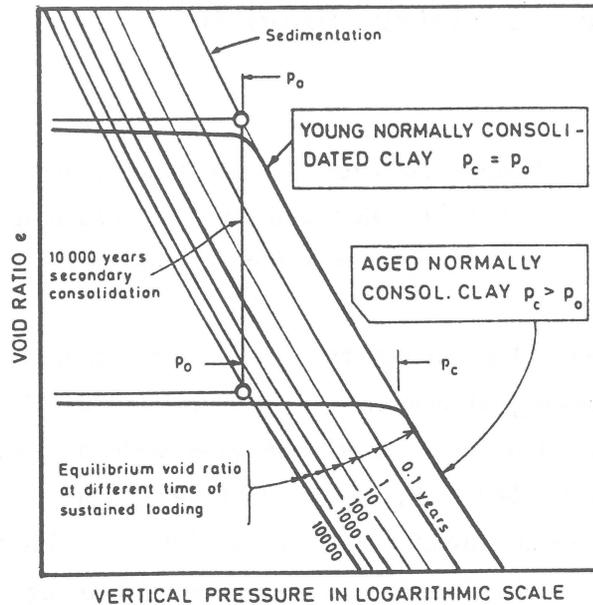


Abbildung 2.33: „Delayed Compression“, nach [15]

Die undrained Kriechverformungen hängen eng mit den drained volumetrischen Dehnungen zusammen. Durch Verhinderung der sekundären Volumendehnungen im undrained Fall entstehen Porenwasserüberdrücke sowohl für isotrope als auch für deviatorische Spannungszustände (LADD et.al. [78]). Ein von SINGH & MITCHELL [134] entwickelter halbempirischer Ansatz für den Zusammenhang zwischen Kriechgeschwindigkeit, dem Spannungszustand und der Zeit beschreibt sowohl die drained als auch die undrained Kriechverformungen mit hinreichender Genauigkeit.

Kriechverformungen erschweren die Interpretation und Anwendung von im Labor ermittelten Bodenkenngrößen. So nimmt nach LADD et.al. [78] die undrained Scherfestigkeit  $c_u$  um 5 ÷ 10% pro Logarithmenzyklus der Dehnungsgeschwindigkeit ab, sodaß der bei  $\dot{\epsilon} = 0.5\%/h$  (üblich für CU-Versuche) ermittelte  $c_u$ -Wert um 10 ÷ 30% niedriger sein kann, als der bei  $\dot{\epsilon} = 60\%/h$  (üblich für UU-Versuche) ermittelte. Der Einfluß verringert sich allerdings mit abnehmender Verformungsgeschwindigkeit und Plastizität des Materials.

### 3 Elasto-plastische Materialmodelle

#### 3.1 Grundlagen

Den Beginn der Plastizitätstheorie markieren ideal plastische Grenzzustände in Verbindung mit den Bruchmechanismen von COULOMB und der statisch zulässigen Lösung von RAN-KINE, die auch heute noch Grundlage vieler Berechnungsverfahren der Bodenmechanik sind.

Ein Werkstoff soll sich plastisch verformen, wenn der Spannungstensor eine Fließbedingung und die Verformungsinkremente eine Fließregel erfüllen. M.a.W. werden in der Plastizitätstheorie für ideal plastische Werkstoffe zwei Materialhypothesen zur Beschreibung des Materialverhaltens benötigt (s. hierzu HILL [58]), zum einen die Fließbedingung, die die Spannungszustände beschreibt, bei denen das Material zu Fließen beginnt und zum anderen die Fließregel, die eine Beziehung zwischen dem Spannungstensor und dem Tensor der Dehnungsinkremente herstellt. Die Fließbedingung stellt sich im allgemeinen Fall als sechsdimensionale Hyperfläche im Spannungsraum dar (Fließfläche), die rein elastische Spannungszustände umschließt. Bei ideal plastischem Material sind Spannungszustände, die

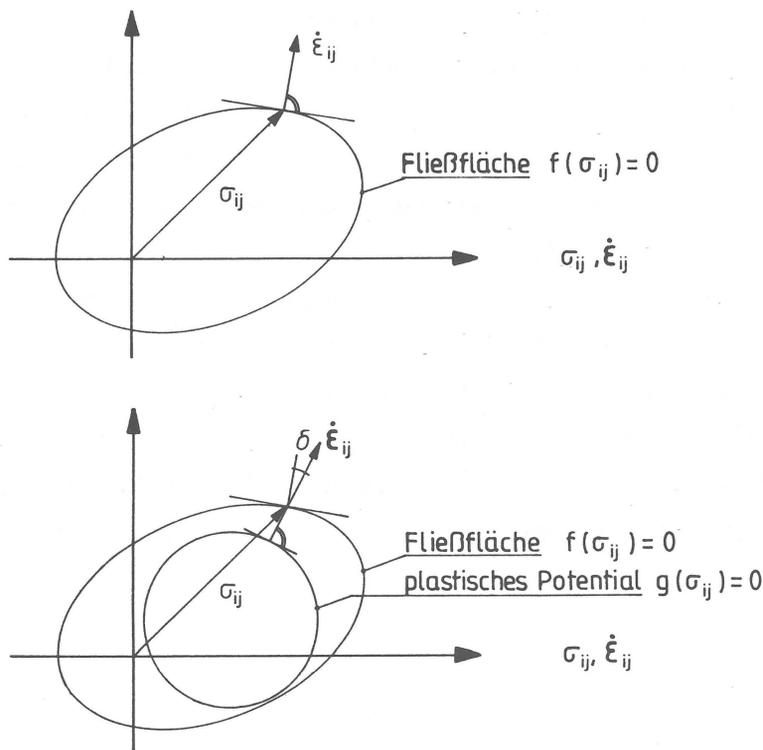


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der assoziierten (oben) und der nichtassozierten (unten) Fließregel

außerhalb der Fließfläche liegen, nicht möglich, die Fließfläche stellt somit gleichzeitig eine Grenzbedingung des Materials dar.

Für ein plastisches Material wird ein auf den Hauptspannungsraum bezogenes skalares Potential in der Weise angenommen, daß der Gradient an jeder Stelle der Potentialfunktion die Verformungsraten beschreibt. Der Vektor der plastischen Verformungsinkremente steht dann normal zur Fläche des plastischen Potentials (Normalitätsbedingung). In der klassischen Plastizitätstheorie wird die Fließfläche gleichzeitig als plastisches Potential verwendet. Man spricht in diesem Fall von einer assoziierten Fließregel (s. Abbildung 3.1 oben) im Gegensatz zur nichtassoziierten Fließregel (s. Abbildung 3.1 unten), bei der das plastische Potential von der Fließfläche verschieden ist. Nach St. Venant wird in der Plastizitätstheorie Koaxialität zwischen den Hauptachsen des Spannungstensors und den Hauptachsen des Tensors der plastischen Dehnungsinkremente vorausgesetzt, so daß sich bei assoziierter Fließregel eine sehr anschauliche Darstellungsweise ergibt — der Vektor der plastischen Dehnungsinkremente wird im Hauptspannungsraum zusammen mit der Fließfläche dargestellt und steht normal auf ihr (s. Abbildung 3.1).

Bei plastisch verfestigendem Materialverhalten sind Spannungszustände außerhalb der aktuellen Fließfläche möglich. Die Fließfläche ändert dabei im allgemeinen ihre Größe, Lage und Form, so daß der Spannungspunkt immer auf einer Fließfläche bleibt. Dazu ist eine Verfestigungsbeziehung erforderlich, die die Größe der plastischen Dehnungsin-

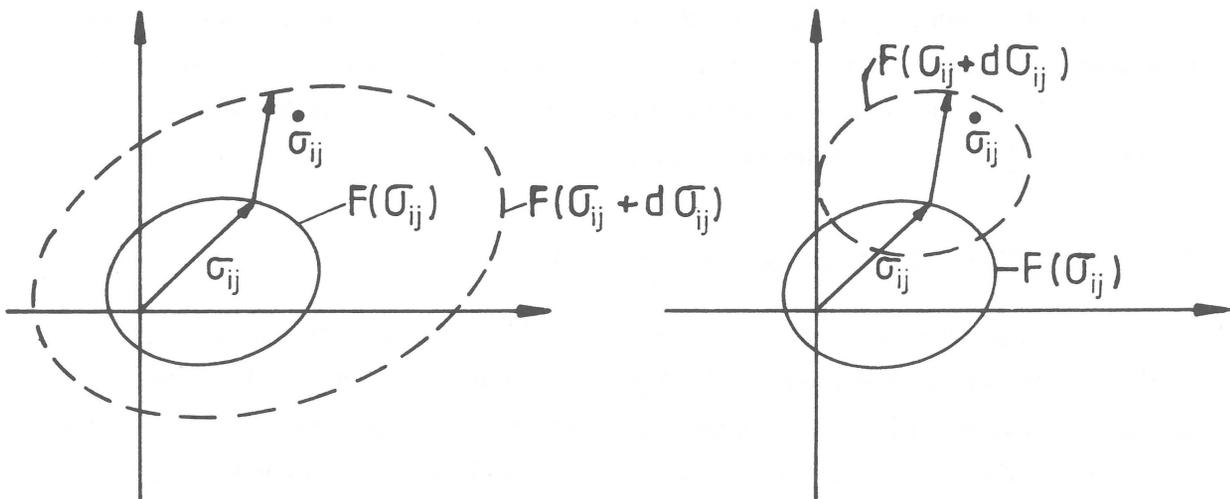


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der isotropen (links) und der kinematischen (rechts) Verfestigung

mente in Abhängigkeit von den Spannungsinkrementen, dem Spannungstensor und internen plastischen Variablen festlegt. Wird die Fließfläche während der Verfestigung geometrisch ähnlich transformiert, ohne daß sich ihre Lage ändert, dann spricht man von einer isotropen Verfestigung (s. Abbildung 3.2 links); verschiebt sich die Fließfläche bei gleichbleibender Größe und Form im Spannungsraum, dann handelt es sich um eine kinematische Verfestigung (s. Abbildung 3.2 rechts).

Im allgemeinen ist die Verfestigung sowohl isotrop als auch kinematisch. Die Verfestigungsbeziehung ist in der Regel in Abhängigkeit vom Tensor der plastischen Dehnungen formuliert (Dehnungsverfestigung), was bedeutet, daß die Fließfläche vom zurückliegenden Verformungspfad abhängt. Häufig werden in den Verfestigungsbeziehungen nur spezielle Komponenten des plastischen Dehnungstensors verwendet, wie z.B. die plastischen Volumendehnung bei den „Cam Clay“ Modellen (volumetrische Verfestigung). Ein Sonderfall liegt bei der Arbeitsverfestigung vor, bei der die Verfestigung nur von der totalen plastischen Arbeit und nicht vom Spannungs- oder Verformungspfad abhängt [58].

Für eine stabile Verfestigung hat DRUCKER [32] ein Kriterium postuliert, das fordert, daß die plastische Arbeit aus Spannungs- und plastischen Dehnungsincrementen positiv ist (Stabilität im Kleinen) und daß die Arbeit, die zwischen dem aktuellen und einem Spannungszustand innerhalb der Fließfläche geleistet wird, nichtnegativ ist (Stabilität im Großen). Aus den beiden Kriterien kann die Normalitätsbedingung und die Konvexität der Fließfläche abgeleitet werden. Entfestigendes Materialverhalten ist nach diesem Postulat ausgeschlossen. Ein anderes Postulat von IL'IUSHIN (s. hierzu [66,26]), nach dem die Arbeit, die in einem geschlossenen Verformungszyklus geleistet wird, positiv ist, wenn plastische Verformungen auftreten und bei elastischen Verformungen verschwindet, führt ebenfalls auf die Normalitätsbedingung und die Konvexität der Fließfläche, ist aber weniger restriktiv und läßt entfestigendes Verhalten zu.

### 3.2 Auf „Cam Clay“ basierende Modelle

Die Entwicklung der elasto-plastischen Materialmodelle in der Bodenmechanik wurde sehr stark von Arbeiten zur Beschreibung des Materialverhaltens von Metallen beeinflusst. Ende der fünfziger Jahre wurde in Cambridge, aufbauend auf den Arbeiten von RENDULIC [118] und HVORSLEV [61], das „Critical State Concept“ und das elastoplastische „Cam Clay“ Modell für normal und leicht überkonsolidierte bindige Böden („wet clays“) entwickelt (s. hierzu auch S. 13ff). HVORSLEV [61] hatte durch seine direkten Scherversuche als erster erkannt, daß die Scherfestigkeit eines bindigen Bodens nicht nur eine Funktion der in der Scherfläche wirkenden wirksamen Normalspannung ist, sondern auch der Porenziffer  $e$ . Er

fürte den äquivalenten Druck  $p_e$  ein — das ist der Druck, der einer bestimmten Porenziffer  $e$  auf der Erstverdichtungslinie zugeordnet ist — und zeigte, daß sich unabhängig von der Vorbelastung eine durch  $p_e$  normierbare einheitliche Schergerade ergibt.

$$\tau_f = \sigma' \cdot \tan \varphi_w + \kappa \cdot p_e \quad (3.1)$$

$\varphi_w$  ist der „wahre Reibungswinkel“ und  $\kappa \cdot p_e = c_w$  die „wahre Kohäsion“, die bei einer Erstverdichtung mit abnehmender Porenziffer  $e$  entsprechend der Druck-Porenziffer Gleichung 2.1 von TERZAGHI [140] exponentiell zunimmt. Der wahre Reibungswinkel  $\varphi_w$  eines Bodens ist konstant, während die wahre Kohäsion  $c_w$  eine Funktion der Porenziffer und damit der Vorbelastung ist. In den Gleichungen der „Critical State Line“ 2.9 und 2.10 (s. Abbildung 2.6) ist die Zunahme der Scherfestigkeit mit abnehmender Porenziffer  $e$  enthalten. Durch die Arbeit von Hvorslev konnten die Widersprüche in der Coulomb'schen bzw. Krey- Tiedemann'schen Bruchbedingung beseitigt werden (unterschiedliche Reibungswinkel  $\varphi$  für Erst-, Ent- und Wiederbelastung).

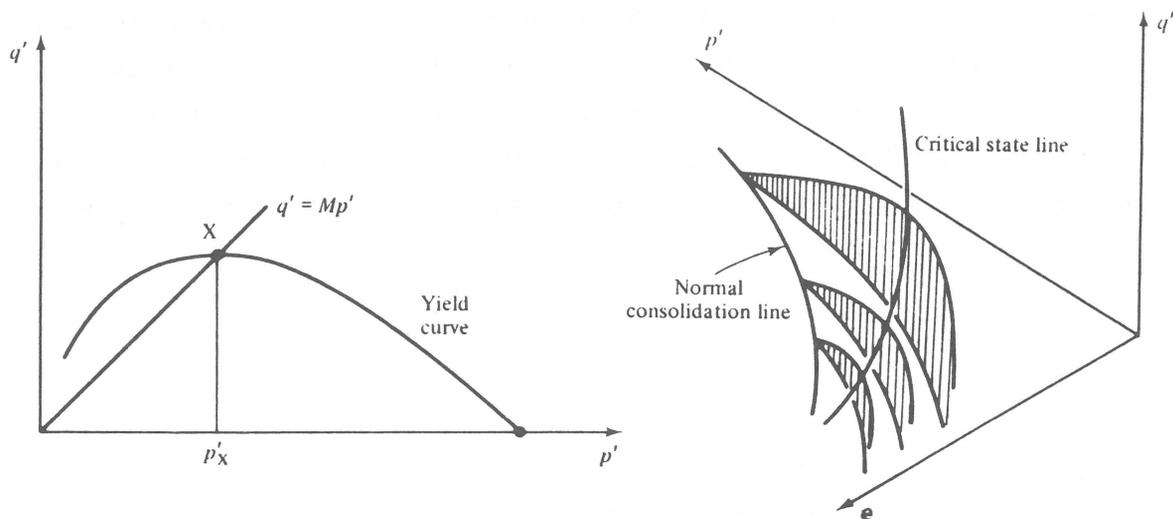


Abbildung 3.3: Fließflächen des „Cam Clay“ Modells, nach ATKINSON & BRANSBY [9]

Die Fließflächen des „Cam Clay“-Modells (Gleichung 3.2 und Abbildung 3.3) werden aus einem Ansatz für die Dissipationsenergie unter Zugrundelegung des o.g. Drucker'schen Stabilitätskriteriums abgeleitet.

$$f = p \ln \frac{p}{p_e} \pm \frac{q}{M} = 0 \quad (3.2)$$

Die Fließregel ist assoziiert. Im unterkritischen Bereich, für den das Modell entwickelt wurde, findet eine stabile Verfestigung statt, für die — wie bereits erwähnt — eine volumetrische Verfestigungsbeziehung formuliert wird. Die Fließflächen bestehen aus zwei separaten Teilen

für den Kompressions- und den Extensionsbereich, die im Koordinatenursprung der  $p - q$ -Ebene eine gemeinsame Tangente besitzen und im Punkt  $p_e$  auf der  $p$ -Achse eine Spitze mit den Steigungen  $\pm M$  aufweisen, sodaß an dieser Stelle die Richtung des plastischen Dehnungsincrementenvektors eine Diskontinuität besitzt. Die Konsistenzbedingung fehlt beim „Cam Clay“-Modell.

Für rein isotrope Erstbelastungen sind die Beziehungen nicht eindeutig. Im überkritischen Bereich wird die ursprüngliche Fließfläche durch eine Ebene, die sogenannte „Hvorslev Surface“, ersetzt (s. Abbildung 2.6 rechts). Das Verhalten beim Erreichen dieser Fläche ist instabil und entfestigend. Um Zugspannungen auszuschließen, wird in der Nähe des Ursprungs häufig noch eine weitere Korrektur der Fließfläche vorgenommen, indem ein sogenannter „Tension Cutoff“ eingeführt wird (s. Abbildung 2.6 rechts). Alle Fließflächen des „CamClay“ Modells bilden im Raum mit  $p$ ,  $q$  und der Porenziffer  $e$  als Achsen eine Grenzfläche für mögliche Spannungszustände, die „State Boundary Surface“ die den Bereich rein elastischen Verhaltens umschließt.

Das ursprüngliche „Cam Clay“ Modell überschätzt die Größe der plastischen Dehnungsinkremente für Spannungszustände, die in der Nähe des isotropen Spannungszustandes liegen, und liefert zu große  $K_o$ -Werte für normalkonsolidierte Böden [21,121]. Dies liegt an der Form der Fließfläche im unterkritischen Bereich mit der Spitze an der  $p$ -Achse. Durch eine Modifikation des Ansatzes für die dissipierte Energie kommt BURLAND [21] zu einer

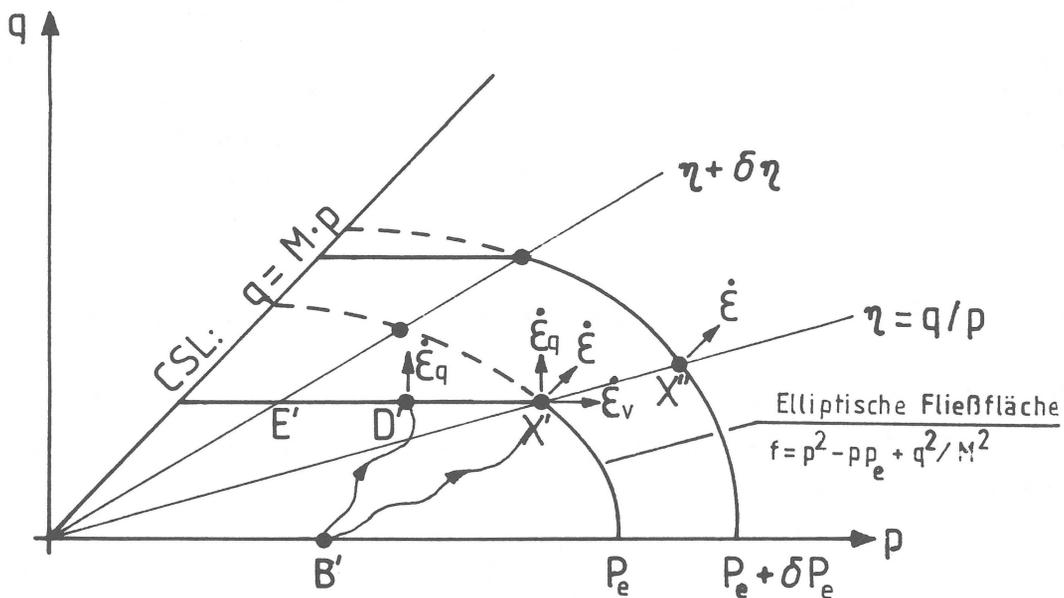


Abbildung 3.4: Fließflächen des „Revised-Modified Cam Clay Modells“, nach ROSCOE & BURLAND [121]

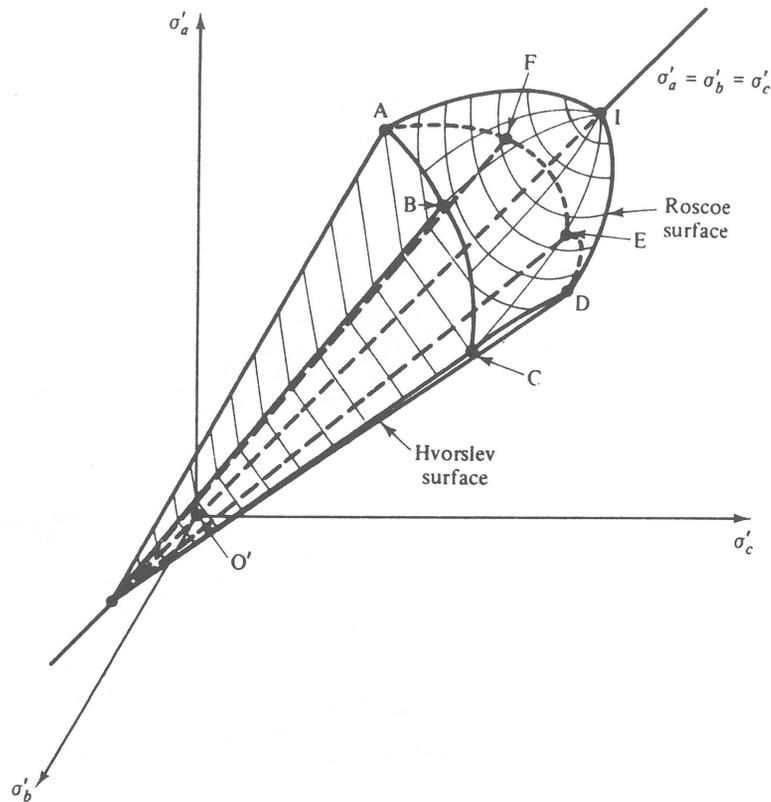


Abbildung 3.5: Verallgemeinerung der Fließflächen des „Cam Clay“ Modells im Hauptspannungsraum, nach ATKINSON & BRANSBY [9]

elliptischen Fließfläche (Gleichung 3.3 und Abbildung 3.4) des sogenannten „Modified Cam Clay“ Modells,

$$f = p^2 - pp_e + \frac{q^2}{M^2} = 0 \quad (3.3)$$

mit dem die Beschreibung des Materialverhaltens von normal- und leicht überkonsolidierten Böden gegenüber dem ursprünglichen „Cam Clay“ Modell wegen der verbesserten Fließflächenform im unterkritischen Bereich erheblich verbessert werden konnte.

ROSCOE & BURLAND [121] führen eine weitere Änderung des ursprünglichen „Cam Clay“ Modells ein („Revised-Modified Cam Clay Model“), mit der sie plastische Schubverzerrungen für Spannungszustände auch innerhalb der „State Boundary Surface“ ermöglichen. Betrachtet man dazu gemäß Abbildung 3.4 eine leicht überkonsolidierte Probe, deren Zustand durch den Punkt B' (Projektion des Punktes B in die  $p - q$ -Ebene) repräsentiert wird, dann treten bei einem Spannungspfad B'-D' plastische Schubverzerrungen  $\varepsilon_q$  auf, während die Volumendehnungen  $\varepsilon_v$  rein elastisch sind, da der Spannungspfad innerhalb der elliptischen Fließfläche des „Modified Cam Clay“ Modells liegt. Die zugehörige Fließfläche

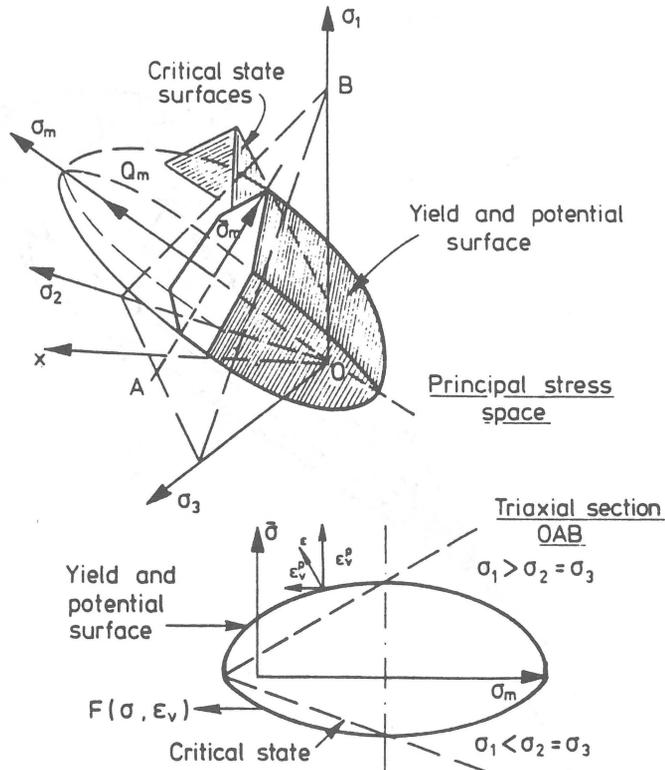


Abbildung 3.6: Kombination der Fließflächen des „Cam Clay“ Modells mit der Mohr-Coulombschen Bruchbedingung in der Deviatorenebene, nach ZIENKIEWICZ [156]

kann man sich als horizontale Linie  $X'-D'-E'$  vorstellen auf der der plastische Dehnungsincrementvektor  $\dot{\epsilon}_q$  senkrecht steht. Die gleichen plastischen Schubverzerrungen  $\epsilon_q$  treten auf bei dem Spannungspfad  $B'-X'$ , wobei die Probe im Punkt  $X'$  die Fließfläche und damit den normalkonsolidierten Zustand erreicht. Im Punkt  $X'$  treten dann sowohl plastische Schubverzerrungen  $\epsilon_q$  als auch Volumendehnungen  $\epsilon_v$  auf, und damit verbunden kommt es zu einer Aufweitung der elliptischen Fließfläche.

Das ursprüngliche „Cam Clay“-Modell ist in der Rendulic-Ebene formuliert. In der Verallgemeinerung auf dreidimensionale Spannungszustände verwenden ROSCOE und BURLAND [121] im unterkritischen Bereich ein Fließellipsoid, das sich durch Rotation der „Modified Cam Clay“-Ellipse um die Raumdiagonale des Hauptspannungsraums ergibt (s. Abbildung 3.5). Diese Fließfläche wird im überkritischen Bereich durch die verallgemeinerte Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung ergänzt. Die Spitze dieses Kegels liegt bei nichtkohäsiven Böden im Ursprung bei bindigen Böden auf der Verlängerung der Raumdiagonalen.

Eine Vielzahl von Veränderungen und Anpassungen des ursprünglichen „Cam Clay“ Modells sind seit seiner ersten Veröffentlichung von verschiedensten Autoren vorgeschlagen worden. ZIENKIEWICZ et.al. [154,153,155,156] haben das ursprüngliche „Cam Clay“ Modell für die Verwendung in einer Finiten Elemente Berechnung verallgemeinert. Sie verwenden die Ellipse des „Modified Cam Clay“ Modells, die sie mit der verallgemeinerten Mohr-Coulombschen Grenzbedingung kombinieren (s. Abbildung 3.6). Auf diese Weise ergibt sich im Hauptspannungsraum ein Ellipsoid mit sechs Kanten, das im Schnitt mit der Deviatorebene die sechseckige Form der Mohr-Coulomb'schen Grenzbedingung aufweist.

BANERJEE & STIPHO [10] vergleichen die Verwendung einer assoziierten und einer nichtassoziierten Fließregel im ursprünglichen „Cam Clay“ Modell und im „Modified Cam Clay“ Modell und kommen zu dem Schluß, daß sowohl die assoziierte als auch die nichtassoziierte Fließregel in Verbindung mit dem ursprünglichen „Cam Clay“ Modell zu besseren Ergebnissen führen als die nichtassoziierte Fließregel mit dem „Modified Cam Clay“ Modell. In einer nachfolgenden Arbeit [11] verwenden sie zur Berechnung von überkonsolidierten Tonen im überkritischen Bereich eine „Hvorslev Surface“ zusammen mit einer nichtassoziierten Fließregel. Als plastisches Potential wird eine innenliegende parabolische Fläche verwendet, deren Maximum auf der „Critical State Line“ liegt. Beim Erreichen der Fließfläche im überkritischen Bereich findet eine Entfestigung statt.

HOULSBY, WROTH & WOOD [60] benutzen ebenfalls die „Hvorslev Surface“ in Verbindung mit der „Modified Cam Clay“-Ellipse, weil diese für stark überkonsolidierte Böden im überkritischen Bereich zu hohe Festigkeiten liefert. Zu ähnlichen Schlußfolgerungen kommen auch MRÓZ, NORRIS & ZIENKIEWICZ [96] und DAFALIAS & HERRMANN [28], die zeigen, daß die Scherfestigkeit im überkritischen Bereich durch die „Modified Cam Clay“ Ellipse überschätzt wird. Die Schlußfolgerung in all diesen Arbeiten ist, daß die Fließfläche im überkritischen Bereich flacher verlaufen muß und nicht die starke Krümmung der Ellipse aufweisen darf, sondern mehr geradlinig verlaufen muß.

MRÓZ et.al. schlagen deshalb vor, zusätzlich zu der Aufweitung und Translation der „Bounding Surface“ entlang der  $p$ -Achse auch eine Translation in  $q$ -Richtung und eine Rotation der Ellipsenachsen zuzulassen, um damit auch die durch  $K_o$ -Konsolidation induzierte Strukturanisotropie zu simulieren (s. Abbildung 3.7).

Eine ähnliche Form verwendet PRÉVOST [115], der die elliptische Vorbelastungsfläche in Richtung der positiven  $q$ - Achse verschiebt, um sie der unterschiedlichen Neigung der „Critical State Line“ im Kompressions- und Extensionsbereich anzupassen. MAGNAN et.al. [88] benutzen eine verdrehte „Modified Cam Clay“ Ellipse, deren Hauptachse mit der  $K_o$ -Linie zusammenfällt. Diese Modifikationen haben alle zur Folge, daß unter isotroper Beanspru-

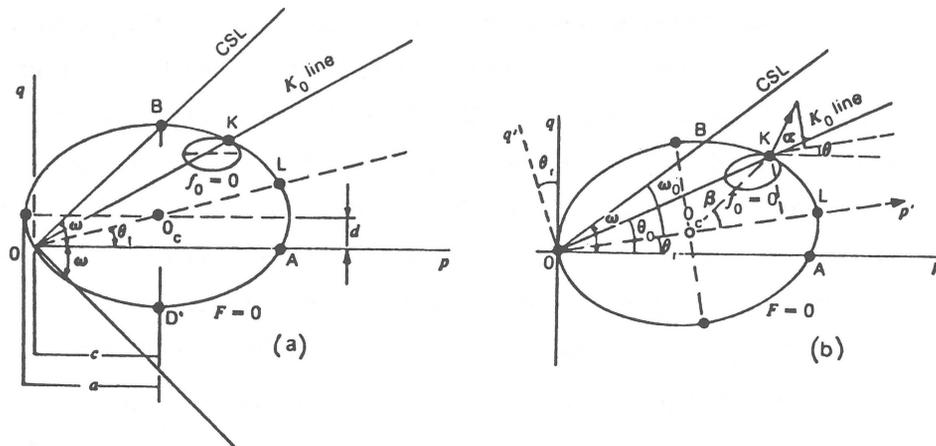


Abbildung 3.7: Translation (a) und Rotation (b) der „Bounding Surface“, nach MRÓZ et al. [96]

chung erhebliche plastische Schubverzerrungen vorhergesagt werden, was zwar durch die Anisotropie des Materialverhaltens infolge anisotroper Konsolidierung gerechtfertigt ist; jedoch wird dieser Effekt numerisch nicht korrekt wiedergegeben.

PIETRUSZCZAK & MRÓZ [108,109] verwenden in einer späteren Arbeit eine Fließfläche, die aus zwei gedrehten Ellipsenabschnitten zusammengesetzt ist, zur Beschreibung des Verhaltens anisotrop konsolidierter Tone (s. Abbildung 3.8). Die beiden Fließflächenabschnitte sind so formuliert, daß die unterschiedliche Neigung der „Critical State Line“ im Kompressions- und Extensionsbereich berücksichtigt ist, und daß die beiden Flächen am Schnittpunkt mit der  $p$ -Achse eine gemeinsame Tangente besitzen mit einem Gradientenvektor in Richtung der  $p$ -Achse ( $\partial F/\partial q = 0$ ). Allerdings schließen die beiden Flächenabschnitte im Koordinatenursprung einen spitzen Winkel ein, so daß der Gradientenvektor hier eine Diskontinuität besitzt.

ADACHI & OKA [2] sowie AKAI et.al. [3] erweitern die ursprünglichen „Cam Clay“ Gleichungen und entwickeln ein elasto-viskoplastisches Modell, das in der Lage ist zeitabhängige Phänomene, wie Kriechen, Spannungsrelaxation, „delayed compression“ [15] und Einflüsse der Verformungsgeschwindigkeit zu erfassen. Das Modell basiert auf der realistischen Annahme, daß das Material erst dann einen statischen Gleichgewichtszustand erreicht, wenn die Dehnungsraten zu Null werden und nicht, wie häufig angenommen, am Ende der Primärkonsolidation. Ein modifiziertes „Cam Clay“ Modell, das die zeitabhängigen Verformungsanteile berücksichtigt, wird von BORJA & KAVAZANJIAN [16,65] vorgeschlagen.

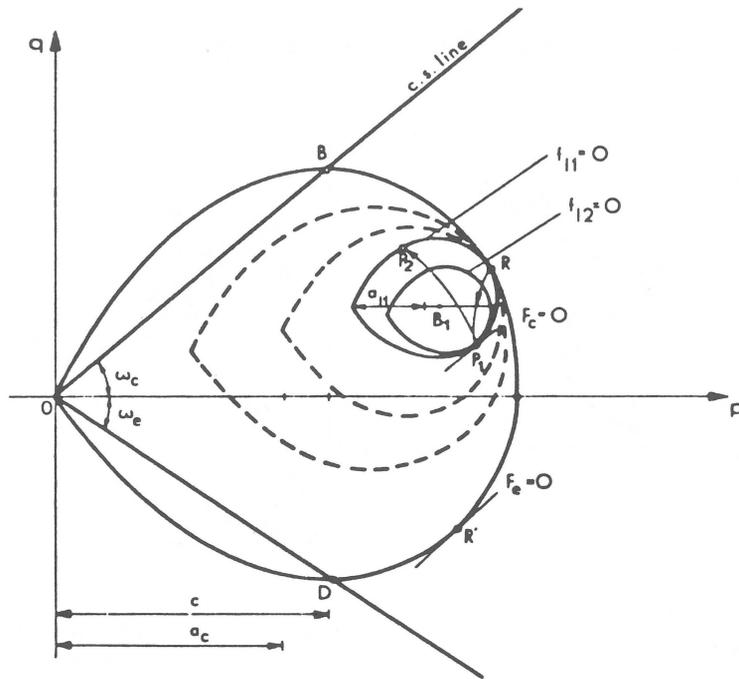


Abbildung 3.8: „Consolidation“ und „Loading Surfaces“, nach PIETRUSZCZAK & MRÓZ [109]

Sie benutzen BJERRUM's [15] Konzept, daß sich die totalen Deformationen in einen zeitunabhängigen und in einen zeitabhängigen Anteil aufspalten lassen. Die zeitunabhängigen Anteile werden mit dem „Modified Cam Clay“ Modell erfaßt, während für die zeitabhängigen Anteile empirische Kriechgeschwindigkeitsgleichungen aus undrännierten Triaxialversuchen verwendet werden.

PENDER [107,106] stellt eine Erweiterung des „Cam Clay“ Modells zur Beschreibung des Verhaltens überkonsolidierter Tone vor, bei dem der rein elastische Bereich verschwindet. Es basiert auf der Hypothese, daß eine Änderung des Spannungsverhältnisses  $\eta = q/p$  zu elasto-plastischen Volumendehnungen und Schubverzerrungen führt. Er macht eine Annahme über das Verhältnis der plastischen Dehnungsinkremente sowie über die Form der effektiven Spannungspfade bei einer undrännierten Belastung. Dadurch wird das Modell sehr einfach und benötigt nur vier Materialkonstanten. Rein elastische Volumenänderungen treten nur bei proportionalen Spannungspfaden auf, was allerdings der Versuchserfahrung widerspricht.

### 3.3 Modelle mit konischer Fließfläche und Kappe

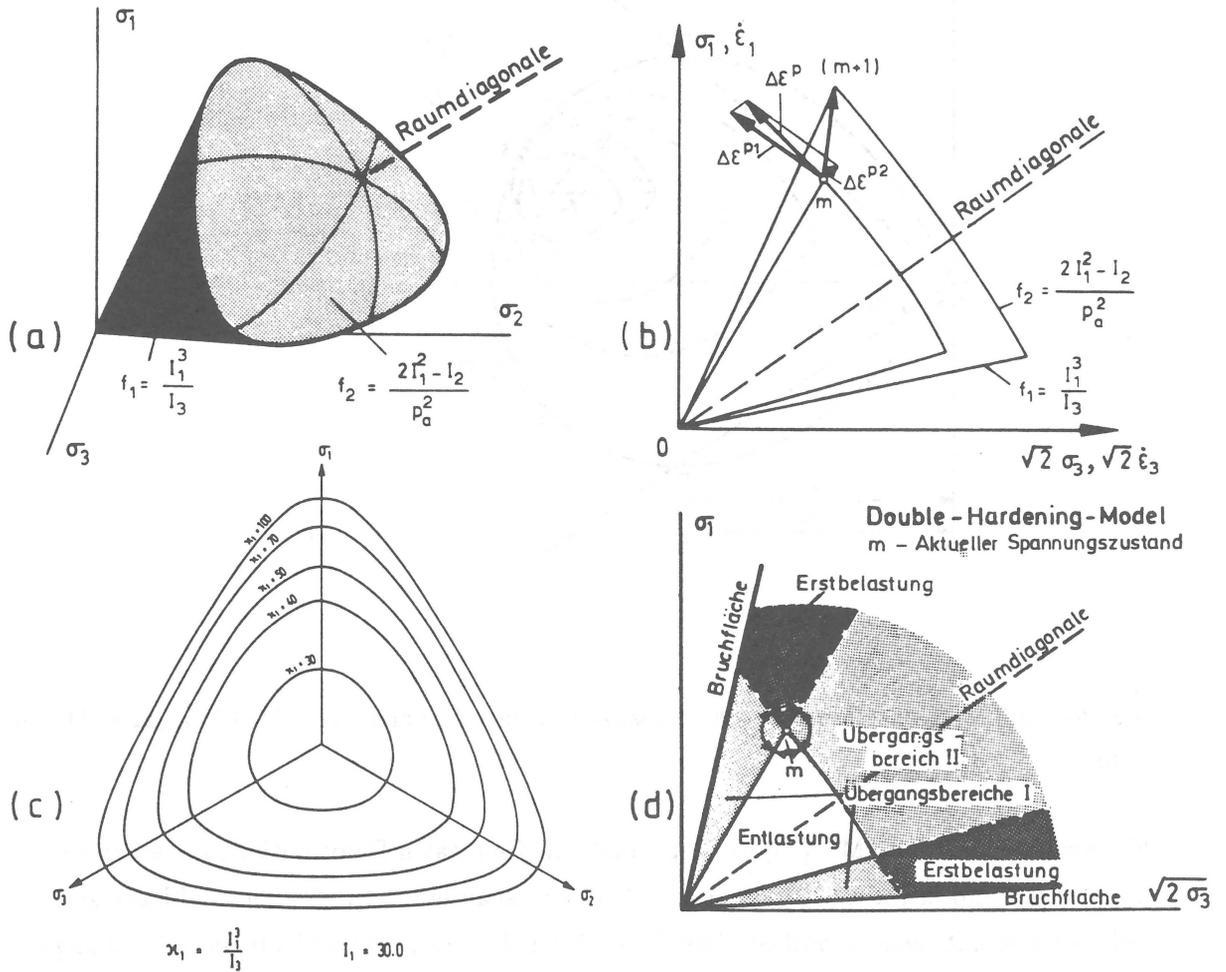


Abbildung 3.9: „Double Hardening Modell“, nach ARSLAN [6]. (a) Konus und Kappe im Hauptspannungsraum, (b) Triaxialebene, (c) Deviatorebene, (d) Bereiche unterschiedlicher Verfestigung.

Neben den „Critical State“ Modellen haben sich vor allem zur Beschreibung des Materialverhaltens von Sand die elasto-plastischen Modelle mit einer konischen Fließfläche  $f_1$  zur Erfassung der dilatant plastischen Verformungsanteile und einer Kappe  $f_2$  für die kontraktant plastischen Verformungen durchgesetzt (s. Abbildung 3.9 a).

Für die konische Fließfläche verwendet GUDEHUS [42] folgenden Ansatz

$$f = c_1 \frac{2J_2}{I_1^2} - c_2 \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} - 1 = 0 \quad (3.4)$$

mit der ersten Invarianten des Spannungstensors  $I_1$  und den Invarianten des Spannungs-

deviators  $J_2$  und  $J_3$ . Der Parameter  $c_1$  bestimmt den Öffnungswinkel der kegelförmigen Fließfläche und der Parameter  $c_2$  die Form der Spur der Fließfläche in der Deviatorebene, der sich so bestimmen läßt, daß die Fließfläche die Mohr-Coulombsche Bruchbedingung im Kompressions- und im Extensionsbereich erfüllt. Berücksichtigt man allerdings das Konvexitätskriterium  $c_2 \leq \sqrt{6}/5.5$  (s. hierzu KÖNIG [68]) dann gilt dies nur für Reibungswinkel  $\varphi' \leq 16^\circ$ . Für die Verfestigung verwendet GUDEHUS eine volumetrische Verfestigungsregel und zur wirklichkeitsnahen Erfassung des Dilatanzverhaltens eine Dilatanzfunktion.

LADE & DUNCAN [79] sowie ARSLAN [6] benutzen für die konische Fließfläche folgende Form,

$$f = \frac{I_1^3}{I_3} - f_1 = 0 \quad (3.5)$$

die den Einfluß der mittleren Hauptspannungen in der Deviatorebene gut wiedergibt. Die Spuren dieser Fließfläche bilden in der Deviatorebene eine ausgerundete Form, die mit zunehmender Aufweitung ausgehend von einem Kreis sich immer mehr der Form eines gleichseitigen Dreiecks annähert (s. Abbildung 3.9 c). Um die Dilatanz des Sandes zu erfassen, verwenden sie eine nichtassoziierte Fließregel mit einem plastischen Potential, das eine zur Fließfläche affine Fläche im Inneren des Konus darstellt (s. Abbildung 3.9 b). Um die kontraktant plastischen Dehnungsanteile zu erfassen, kombiniert ARSLAN [6] die konusförmige Fließfläche mit einer elliptischen Kappe, für die er eine assoziierte Fließregel verwendet („double hardening model“).

$$f = \frac{2I_1^2 + I_2}{P_a^2} - f_2 = 0 \quad (\text{hierbei ist } P_a \text{ der atmosphärische Luftdruck}) \quad (3.6)$$

Für die isotrope Verfestigung beider Flächen legt er jeweils eine hyperbolische Arbeitsverfestigung zugrunde. Je nach dem Bereich, in den der Spannungspfad zeigt, kommt es zu einer Aufweitung beider Flächen oder nur der Kappe bzw. der seitlichen Fließfläche (s. Abbildung 3.9 d).

LADE [82] erweitert sein ursprüngliches Modell [79] ebenfalls mit einer Kappe, die im Gegensatz zu ARSLAN [6] die Form einer Kugel besitzt

$$f = I_1^2 + 2I_2 - f_2 = 0 \quad (3.7)$$

und gibt der konusförmigen seitlichen Fließfläche eine Krümmung,

$$f = \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^m - f_1 = 0 \quad (3.8)$$

die sich mit dem Parameter  $m$  steuern läßt und die das Dilatanzverhalten vom hydrostatischen Spannungszustand abhängig macht. LADE et.al. [81,80,56] zeigen, daß sich mit dem ursprünglich für Sand entwickelten Modell auch das Verhalten normalkonsolidierter bindiger Böden gut beschreiben läßt.

### 3.4 Modelle mit mehreren Fließflächen

Die meisten der bisher vorgestellten elasto-plastischen Materialmodelle lassen, in Einklang mit der klassischen Plastizitätstheorie, im Inneren der Fließfläche keine plastischen Deformationen zu — das Verhalten bis zum Erreichen der Fließfläche ist rein elastisch. Dies steht aber im Gegensatz zu dem im Versuch beobachtbaren Materialverhalten von Böden, die auch bei Ent- und Wiederbelastungen — also im Sinne der klassischen Plastizitätstheorie im elastischen Bereich — ausgeprägte plastische Verformungen aufweisen. Um diesen Mangel zu überwinden, wurden elasto-plastische Materialmodelle mit mehreren ineinandergeschichteten Fließflächen entwickelt (Mehrflächenmodelle), die das Konzept der klassischen Plastizitätstheorie erheblich erweitern.

Ausgangspunkt dieser Entwicklung bilden Arbeiten von MRÓZ [93,94] zur Beschreibung nichtmonotoner Beanspruchungsprozesse bei Metallen. Er führt das Konzept eines Feldes von konstanten Verfestigungsmoduln („concept of a field of workhardening moduli“) ein. Dieses Feld von Verfestigungsmoduln wird durch die Anordnung einer Reihe von Fließ- oder Belastungsflächen im Spannungsraum definiert, denen jeweils ein konstanter Verfestigungsmodul zugeordnet ist. Für einen einfachen eindimensionalen Spannungspfad mit zugehöriger  $\sigma - \varepsilon$ -Kurve ist dies in Abbildung 3.10 schematisch dargestellt. Die Fließflächen bilden zu Beginn des Belastungsprozesses eine Schar von konzentrischen Kreisen um den Ursprung (Abbildung 3.10 oben). Zu jedem Kreis gehört ein Verfestigungsmodul, den man sich als Tangentenmodul der polygonalen  $\sigma - \varepsilon$ -Kurve vorstellen kann. Der innerste Kreis umschließt den elastischen Bereich (0-A bzw. 0-A'). Im Verlauf eines Belastungsprozesses wandert der Spannungspunkt von einer Fläche zur anderen (Abbildung 3.10 0-A-B-C-D-E...), wobei die Flächen nicht durchstoßen, sondern vom Spannungspunkt mitgeschleppt werden (kinematische Verfestigung). Auf diese Weise berühren sich alle bisher durchlaufenen Flächen im aktuellen Spannungspunkt (s. Abbildung 3.10 mitte Punkt E). Für die Berechnung der plastischen Verformungen ist jeweils der Verfestigungsmodul der zuletzt berührten Fläche maßgebend.

Bei der Entlastung im Punkt E wird zunächst der elastische Bereich vollständig durchlaufen, sodaß der Abschnitt E-F der  $\sigma - \varepsilon$ -Kurve doppelt so lang ist wie der Abschnitt 0-A. Auch die anschließenden Abschnitte F-G, G-H, H-I usw. sind jeweils doppelt so lang wie die entsprechenden Abschnitte auf der Erstbelastungskurve. Dieses Verhalten, das als MASING-Regel [89] bekannt ist, führt zu der typischen geschlossenen Hysteresisschleife wie in Abbildung 3.10 unten dargestellt. In Abbildung 3.10 unten ist die aktuelle Lage der Fließflächen für den Punkt N dargestellt, wobei die Ausgangslage bei Belastungsumkehr im Punkt J strichliert eingezeichnet ist. Die bei einem Beanspruchungsprozeß maßgebli-

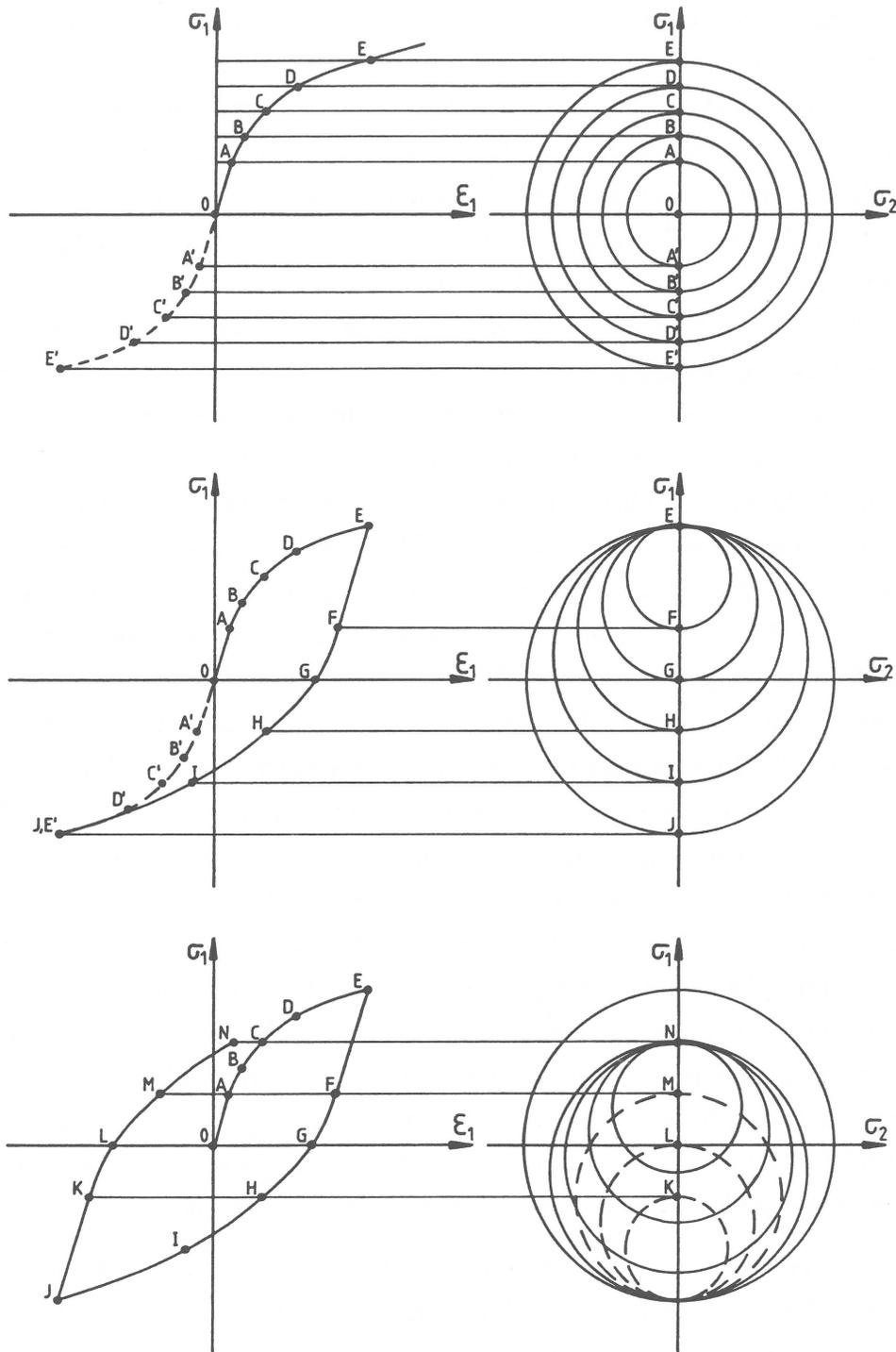


Abbildung 3.10: Mehrfließflächenmodell am Beispiel einer eindimensionalen Spannungs-Dehnungskurve

chen Verfestigungsmoduli hängen von der im vorangegangenen Belastungsprozeß erzeugten Verteilung der Flächen ab.

Für den eindimensionalen Spannungszustand kann man sich das Modell als eine Serienschaltung von jeweils parallelen Feder- und Reibungselementen vorstellen, die den gekrümmten Verlauf einer Spannungs-Dehnungskurve abschnittsweise linearisieren. Durch eine hinreichende Anzahl diskreter Flächen läßt sich jeder gekrümmte Verlauf der Spannungs-Dehnungskurve ausreichend genau approximieren.

PRÉVOST [112,113,116] benutzt das Konzept von MRÓZ [93,94], um das undränierete Verhalten von Tonen zu beschreiben. Er verwendet dazu die Fließbedingung nach von MISES, die sich in der Deviatorebene als kreisförmige Fließfläche darstellt. Nach einer isotropen Konsolidierung ergibt sich eine konzentrische Anordnung von kreisförmigen Fließflächen ähnlich der in Abbildung 3.10, die sich dann im Zuge der Beanspruchung in der Deviatorebene verschieben (kinematische Verfestigung). Die Übereinstimmung der berechneten deviatorischen Dehnungskomponenten mit experimentellen Ergebnissen ist gut, allerdings kann er keine Porenwasserüberdrücke berechnen, da er sich nur auf die Deviatorebene beschränkt. In einer Verallgemeinerung seines ursprünglichen Modells verwendet PRÉVOST [114,115] als Fließflächen Rotationsellipsoide, indem er die elliptische Fließfläche des „Modified Cam Clay“ Modells um die Raumdiagonale des Hauptspannungsraums rotieren läßt. In der Deviatorebene stellen sich diese Fließellipsoide als Kreise dar. Damit kann er dann auch Volumendehnungen bzw. effektive Spannungspfade in undränierten Versuchen berechnen.

MRÓZ, NORRIS & ZIENKIEWICZ [95] erweitern das für Metalle entwickelte Konzept von MRÓZ [93,94] zur Beschreibung des dränierten und undränierten Verhaltens von bindigen Böden unter zyklischer Belastung, indem sie die „Modified Cam Clay“ Ellipse (s. Gl. 3.3) als Fließfläche in der  $p - q$ -Ebene verwenden und das Modell dem „Critical State“ Konzept anpassen. In den nachfolgenden Arbeiten [96,98] verbessern die gleichen Autoren und PIETRUSZCZAK & MRÓZ [108,109,99] ihr vorgeschlagenes Modell und passen es dem Verhalten bindiger Böden unter monotoner und zyklischer Belastung an. Gegenüber dem in [95] vorgestellten Modell wurden dabei folgende Modifikationen eingeführt:

- Der Grad der Vorbelastung des Bodens wird durch eine sogenannte „Consolidation Surface“ ( $F = 0$  s. Abbildung 3.11) beschrieben, die sich bei einer Erstbelastung (normalkonsolidierter Zustand) gemäß einer volumetrischen Verfestigungsregel isotrop aufweitet.
- Im Inneren der „Consolidation Surface“ bewegt sich eine Fließfläche ( $f = 0$ ) (s. Abbildung 3.11), die einen stark reduzierten elastischen Bereich umschließt. Die Fließfläche erfährt eine kombinierte isotrope und kinematische Verfestigung. Für die Transla-

tion der Fließfläche wird angenommen, daß die Verschiebung entlang eines Vektors  $(\overline{P - R})$  geschieht, der vom aktuellen Spannungspunkt  $P$  auf der Fließfläche zu einem konjugierten Punkt  $R$  auf der „Consolidation Surface“ zeigt, der den gleichen Normalenvektor besitzt wie der Spannungspunkt. Damit ist die kinematische Verfestigungsregel so formuliert, daß die Fließfläche die „Consolidation Surface“ in einem Punkt mit gemeinsamer Tangente berührt, wenn im Verlauf des Beanspruchungsprozesses die beiden Flächen in Kontakt kommen. Auf diese Weise wird vermieden, daß sich die beiden Flächen überschneiden.

- Anstatt eines Feldes diskreter Verfestigungsmoduln wird eine Interpolationsfunktion verwendet, mit der die Größe des Verfestigungsmoduls in Abhängigkeit von der Konfiguration der Fließfläche bezüglich der „Consolidation Surface“ berechnet wird. Diese Erweiterung kann ganz formal aus dem ursprünglichen Konzept eines Feldes von diskreten Verfestigungsmoduln entwickelt werden, wenn man die Anzahl der ineinandergeschachtelten Flächen gegen unendlich gehen läßt („model with infinite number of nesting surfaces (INS-Model)“).
- Die Fließfläche kann auf einen Punkt zusammenschrumpfen, sodaß der rein elastische Bereich völlig entfällt.
- Für die Verfestigungsbeziehungen, die die kinematische Translation und die isotrope Aufweitung der Fließfläche regeln, wird eine Abhängigkeit von sogenannten Belastungsumkehrflächen („Stress Reversal Surfaces“) eingeführt. Bei Belastungsumkehr wird ein neuer Belastungsprozeß gestartet, der solange fortgesetzt wird, bis die Belastungsumkehrfläche wieder erreicht wird oder eine neue Belastungsumkehr im Inneren dieser Fläche stattfindet, die dann einen weiteren Belastungsprozeß auf einer niedrigeren Stufe startet. Auf diese Weise können beliebig viele Belastungsumkehrereignisse als diskrete Fließflächen im Materialgedächtnis gespeichert werden, die das weitere Materialverhalten beeinflussen. Durch hinreichend große Beanspruchungen, d.h. wenn der Spannungspunkt die einzelnen Umkehrflächen wieder erreicht, können die Belastungsumkehrereignisse wieder aus dem Materialgedächtnis getilgt werden („SOM = Swept Out of Memory“ Zustände GUDEHUS [44]).

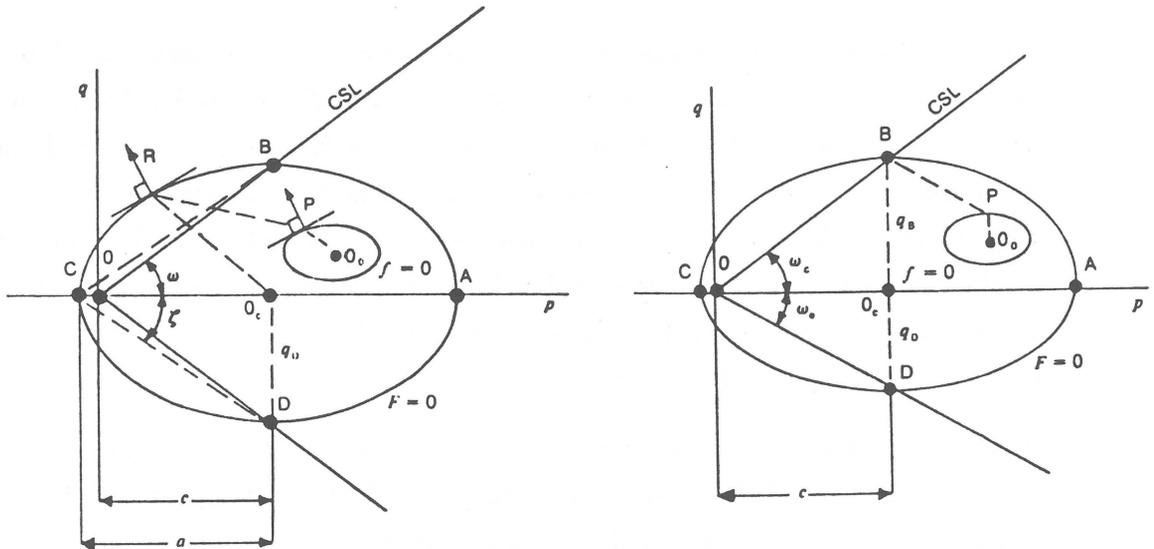


Abbildung 3.11: Fließfläche und „Consolidation Surface“ in der  $p - q$ -Ebene, nach MRÓZ, NORRIS & ZIENKIEWICZ [95]

Ausgehend von den Arbeiten von MRÓZ et.al. haben DAFALIAS [25], KRIEG [70] und HASHIGUCHI & UENO [47] ganz ähnliche elasto-plastische Modelle entwickelt, die eine „Bounding Surface“ und eine in deren Inneren sich kinematisch bewegende Fließfläche besitzen.

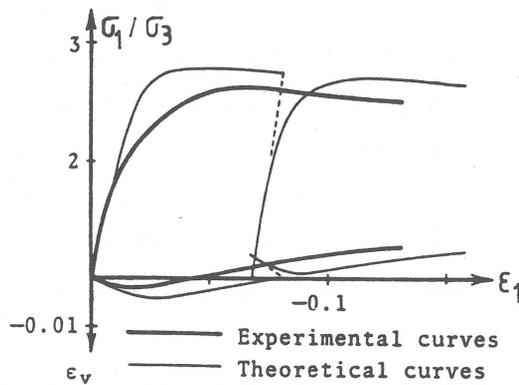


Abbildung 3.12: Vergleich berechneter und experimenteller Spannungs-Dehnungskurven, nach HASHIGUCHI & UENO [47]

HASHIGUCHI [47] nennt sein Modell „Subloading Surface Model“ und bezeichnet die plastischen Verformungsprozesse im Inneren der „Bounding Surface“ als „Subyield States“ [47,48,49], für die die plastischen Verformungen mit einer assoziierten Fließregel aus affinen Flächen („Loading Surfaces“) berechnet werden. Bei einer Entlastung treten nur elastische

Verformungen auf, bei der anschließenden Wiederbelastung finden von Anfang an elastische und plastische Verformungen statt, die so geartet sind, daß die Spannungs-Dehnungskurven einen glatten Übergang vom Wiederbelastungs- in den Erstbelastungsbereich besitzen. Hysteresisschleifen bei einer Ent- und Wiederbelastung lassen sich mit diesem Modell allerdings nicht beschreiben (s. Abbildung 3.12).

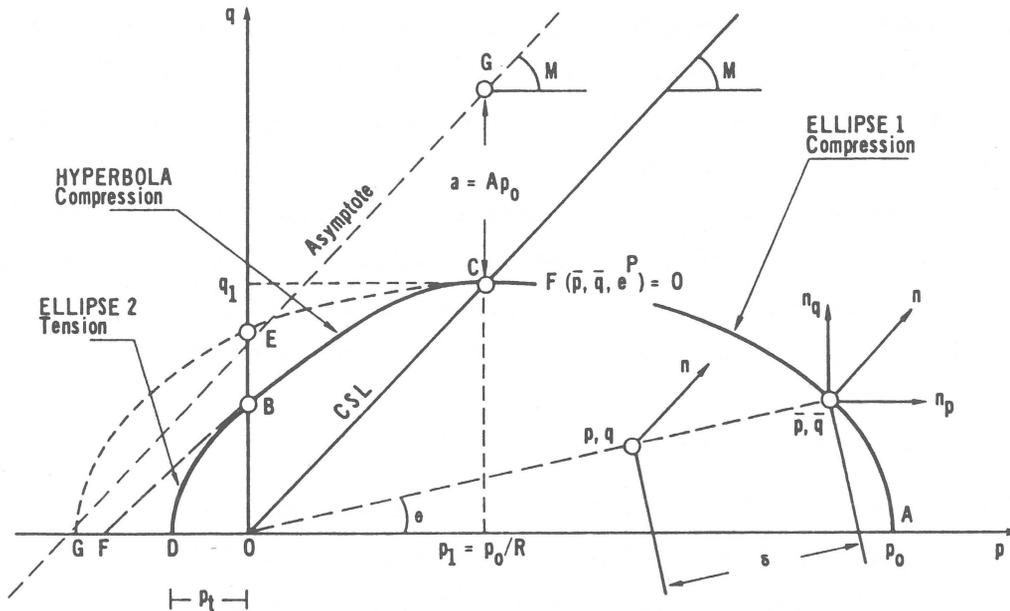


Abbildung 3.13: „Bounding Surface“ in der  $p - q$ -Ebene, nach DAFALIAS & HERRMANN [28]

Das von DAFALIAS et.al. [24,25,27] ursprünglich zur Beschreibung des zyklischen Verhaltens von Metallen entwickelte „Bounding Surface Concept“ wird von DAFALIAS & HERRMANN [28,30,29,31] dem „Critical State Concept“ angepaßt und damit zur Berechnung von bindigen und nichtbindigen Böden nutzbar gemacht. Als „Bounding Surface“ — sie entspricht der „Consolidation Surface“ nach MRÓZ et al. [95] — verwenden sie eine aus zwei Ellipsen- und einem Hyperbelabschnitt zusammengesetzte Fläche (s. Abbildung 3.13 A-C-B-D), um damit das Verhalten im unter- und im überkritischen Bereich getrennt steuern zu können. Der Hyperbelabschnitt im überkritischen Bereich (C-B) verläuft angenähert parallel zur „Critical State Line“. Dem Spannungspunkt  $p, q$  im Inneren der „Bounding Surface“ wird über eine Abbildungsregel („mapping rule“) ein konjugierter Punkt  $\bar{p}, \bar{q}$  auf der „Bounding Surface“ zugeordnet. Als Abbildungsregel wird eine Zentralprojektion mit dem Koordinatenursprung als Projektionsmittelpunkt verwendet. Zur besseren Anpassung an das tatsächliche Materialverhalten kann jedoch auch ein Projektionsmittelpunkt benutzt

werden, der sich im Zuge der Beanspruchung verschiebt.

Für die Richtung des plastischen Dehnungsinkrementenvektors bei plastischen Beanspruchungen im Inneren der „Bounding Surface“ wird der Gradientenvektor des konjugierten Spannungspunktes  $\bar{p}, \bar{q}$  auf der „Bounding Surface“ verwendet. Dadurch existiert keine explizite Fließfläche für Beanspruchungsprozesse im Inneren der „Bounding Surface“. In diesem Punkt unterscheidet sich das „Bounding Surface Concept“ von dem Modell von MRÓZ et al. [96,98,109] (s. oben). Durch die Abbildungsregel wird allerdings ein „elastischer Kern“ definiert, der einen Bereich rein elastischen Verhaltens umschließt. Dieser Kern besitzt aber nicht den Charakter einer Fließfläche, da er vom Spannungspfad in beiden Richtungen durchdrungen werden kann.

Für die „Bounding Surface“ wird die volumetrische Verfestigungsregel des „Cam Clay“ Modells zugrunde gelegt. Die Größe des plastischen Moduls wird, wie auch bei dem Modell von MRÓZ et al. [96,98,109], über eine Interpolationsfunktion in Abhängigkeit vom Abstand zwischen dem aktuellen und dem konjugierten Spannungspunkt berechnet.

### 3.5 „Rate Type Relations“

Neben den Modellen, die auf einer Verallgemeinerung der Plastizitätstheorie basieren, gibt es noch eine Gruppe von Materialmodellen, die man als „Rate-Type Relations“ bezeichnet (eine allgemeiner Überblick findet sich bei NEMAT-NASSER [100]) Diese Modelle kommen ohne die Konzepte (Fließfläche, Fließregel, Verfestigungsbeziehung usw.) und die Annahmen (Koaxialität zwischen den Hauptachsen des Spannungstensors und des Dehnungsinkremententensors) der Plastizitätstheorie aus und versuchen, auf phänomenologische Weise eine Beziehung zwischen den objektiven Tensoren einer Spannungsrate und der entsprechenden Dehnungsrate in Abhängigkeit vom Spannungstensor zu formulieren. Zu dieser Gruppe gehören die sogenannten Hypoelastischen Modelle [66,67,45], die sich nach MRÓZ [97] von den verallgemeinerten plastischen Modellen vor allem durch die Formulierung der Be- und Entlastungskriterien und die Möglichkeiten zur Beschreibung eines ausreichenden Materialgedächtnisses unterscheiden, und die auf der „Endochronic Theory“ von VALANIS [144] basierenden Modelle, die allerdings gegen die Gesetze der Thermodynamik verstoßen (s. hierzu [100]).

## 4 Neues elasto-plastisches Mehrflächenmodell

### 4.1 Grundlegende Annahmen

Das Materialverhalten von Böden ist in ausgeprägter Weise von der Beanspruchungsgeschichte abhängig — man sagt, das Material besitzt ein „Gedächtnis“. Allgemein üblich ist die Unterscheidung in normalkonsolidierte und überkonsolidierte oder vorbelastete Böden. Das Überkonsolidierungsverhältnis OCR wird, wie es für Sedimente auch sinnvoll ist, über das Verhältnis der Vertikalspannungen definiert. Für ein Materialmodell, das alle möglichen Spannungspfade erfassen soll, ist dies nicht allgemeingültig genug. Bei dem im folgenden vorgeschlagenen Modell wird eine Vorbelastungsfläche ( $F(\sigma_{ij}, \bar{a}) = 0$ , zur Bedeutung der Symbole s. Abschnitt 4.2 auf Seite 72ff) im Spannungsraum benutzt, um zwischen normal- und überkonsolidierten Zuständen zu unterscheiden (s. Abbildung 4.1). Befindet sich der Spannungspunkt auf der Vorbelastungsfläche, dann ist das Material im normalkonsolidierten Zustand, liegt er innerhalb der Vorbelastungsfläche ist es überkonsolidiert. Bei einer Erstbelastung weitet sich die Vorbelastungsfläche, die die Funktion einer Fließfläche im Sinne der Plastizitätstheorie hat, isotrop auf, sodaß der aktuelle Spannungspunkt immer auf der Vorbelastungsfläche bleibt. Dafür wird eine assoziierte Fließregel und, wie bei den „Cam Clay“ Modellen üblich, eine volumetrische Verfestigungsbeziehung zugrunde gelegt. Die Fließfläche dient in der klassischen Plastizitätstheorie dazu, die Fließbedingung zu formulieren — plastisches Fließen tritt dann auf, wenn der Spannungspunkt auf der Fließfläche liegt ( $f = 0$ ) und wenn der Spannungsinkrementenvektor von der Fließfläche nach außen zeigt ( $\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} > 0$ ). Ist die Fließbedingung nicht erfüllt, treten nur elastische Verformungen auf.

Dieses Konzept der klassischen Plastizitätstheorie wird hier in der Weise erweitert, daß die Fließbedingung als Kriterium für eine Fortsetzung oder Umkehrung des momentanen Beanspruchungsprozesses benutzt wird, wie dies von MRÖZ [93] erstmalig vorgeschlagen wurde (s. hierzu S. 62). Ist die Fließbedingung nicht erfüllt, d.h. wenn gilt  $\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} < 0$ , dann findet eine Belastungsumkehr oder Spannungspfadumkehr statt, und es wird ein neuer Beanspruchungsprozeß gestartet, bei dem wieder von Anfang an elastische und plastische Verformungen auftreten.

Das bedeutet, es gibt bei diesem Modell keine abgegrenzten Bereiche rein elastischen Verhaltens mehr, es treten immer elastische und plastische Verformungen gemeinsam auf. Bei Belastungsumkehr entsteht eine neue Fließfläche ( $f(\sigma_{ij}, a) = 0$ ), die von dem ersten Spannungsinkrement bei Belastungsumkehr aufgespannt wird. Die bisherige Fließfläche bleibt als Umkehrfläche („Stress Reversal Surface“) im Materialgedächtnis erhalten und dient als

Kriterium dafür, wann der erste Belastungsprozeß wieder fortgesetzt wird. Bei dem Belastungsprozeß, bei dem sich der Spannungspunkt im Inneren der Umkehrfläche bewegt — dies ist sozusagen ein Belastungsprozeß auf niedrigerer Stufe—, erfährt die Fließfläche, auf der sich der Spannungspunkt befindet, eine isotrope und kinematische Verfestigung in der Weise, daß die Fließfläche bei Annäherung des Spannungspfades an die Umkehrfläche mit dieser identisch wird. Erst dann verliert die Umkehrfläche ihre Funktion — sie verschwindet aus dem Materialgedächtnis — und der zuvor unterbrochene Belastungsprozeß auf der höheren Stufe wird fortgesetzt. Findet eine erneute Belastungsumkehr statt, bevor die Fließfläche die Umkehrfläche erreicht hat, dann entsteht am Umkehrpunkt wieder eine neue Fließfläche, und es wird eine weitere Umkehrfläche im Materialgedächtnis gespeichert. Auf diese Weise können beliebig viele diskrete Belastungsumkehrereignisse im Materialgedächtnis gespeichert werden, die aber alle durch eine hinreichend große Folgebeanspruchung wieder aus dem Materialgedächtnis getilgt werden können. Dieses Verhalten bezeichnet GUDEHUS [45] als „SOM“- (Swept Out of Memory) Zustände. Das erweiterte Plastizitätskonzept besitzt somit ein vielstufiges Materialgedächtnis, das teilweise oder komplett gelöscht werden kann.

Für eine bessere Handhabbarkeit werden folgende Vereinfachungen eingeführt. Außer der Vorbelastungsfläche, die bei dem Modell eine besondere Rolle spielt, wird nur die letzte Umkehrfläche im Materialgedächtnis gespeichert. Bei jeder neuen Belastungsumkehr wird die bisherige Umkehrfläche überschrieben. Damit bleiben zwei diskrete Flächen im Materialgedächtnis: Die Vorbelastungsfläche, als Unterscheidungskriterium zwischen normal- und überkonsolidiertem Zustand, und die jeweils letzte Umkehrfläche. NORRIS vertritt in [101] die Ansicht, daß mindestens die beiden letzten Spannungspfadumkehrungen im Materialgedächtnis gespeichert werden sollten. Dies spricht gegen die sogenannten Zweiflächenmodelle [68], bei denen dies nicht der Fall ist. Im weiteren wird zwischen der Fließfläche, der Umkehrfläche und der Vorbelastungsfläche unterschieden, die allerdings je nach Belastungsprozess teilweise oder komplett identisch sein können (z.B. bei einer Erstbelastung).

Auf den Abbildungen 4.1a-e sind die möglichen Belastungsprozesse schematisch dargestellt. Nach einer Erstbelastung  $0 - A$  (Abb. 4.1a), bei der alle drei Flächen identisch sind, findet bei  $A$  eine Belastungsumkehr statt. Im Punkt  $A$  entsteht eine neue Fließfläche  $f = 0$ , die sich bei dem Spannungspfad  $A - B_1 - B_2 - B_3 - B$  isotrop aufweitet und gleichzeitig verschiebt. Die Umkehrfläche  $f_u = 0$  ist mit der Vorbelastungsfläche  $F = 0$  identisch. Im Punkt  $B$  findet eine erneute Belastungsumkehr statt (Abb. 4.1b). Die Fließfläche, die den Punkt  $B$  enthält, wird zur Umkehrfläche, und es entsteht eine neue Fließfläche, die sich über die Punkte  $C_1 - C_2 - C_3 - C$  verschiebt und aufweitet. Die Verfestigungsbeziehungen sind

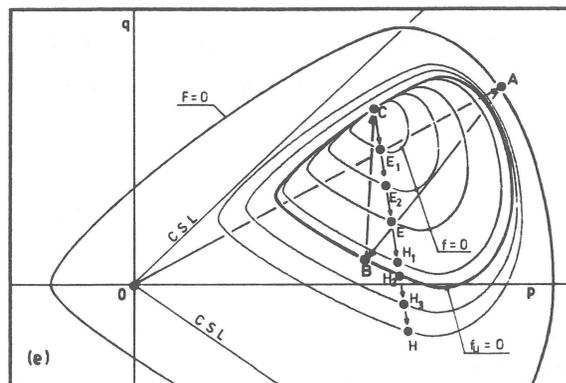
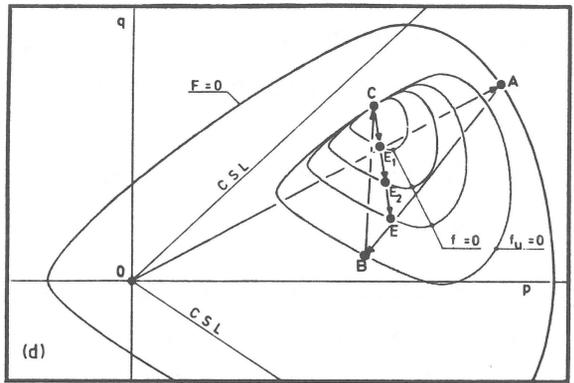
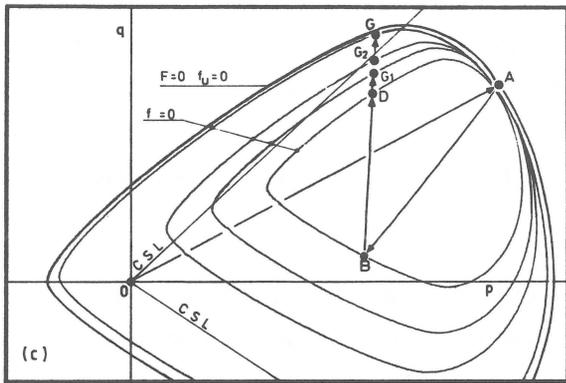
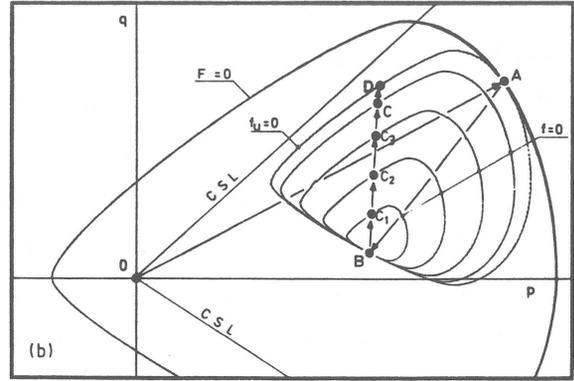
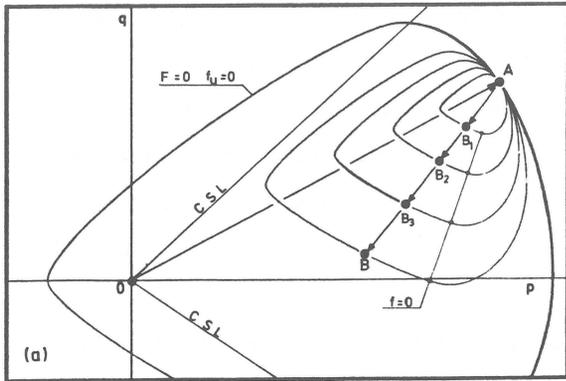


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Entwicklung der Fließflächen. Bilder a - e

so formuliert, daß sich die Fließfläche dabei der aktuellen Umkehrfläche annähert, die sie bei Fortsetzung des Spannungspfades im Punkt D erreicht. Wird der Spannungspfad über den Punkt D hinaus fortgesetzt (Abb. 4.1c), dann ist die Umkehrfläche wieder mit der Vorbelastungsfläche identisch, und die Fließfläche nähert sich der Vorbelastungsfläche an. Im Bild 4.1c ist im Punkt G auf der überkritischen Seite der „Critical State Line“ der Grenz Zustand des Materials erreicht (der plastische Modul wird zu Null), sodaß im überkritischen Bereich keine Fortsetzung der Erstbelastung möglich ist.

Findet allerdings vor dem Erreichen der Umkehrfläche (D) eine erneute Belastungsumkehr im Punkt C statt (Abb. 4.1d), dann wird die Umkehrfläche durch die aktuelle Fließfläche, die den Punkt C enthält, ersetzt, und die neue Fließfläche nähert sich über die Punkte  $E_1 - E_2 - E$  der neuen Umkehrfläche an, die sie im Punkt  $H_2$  erreicht (Abb. 4.1e). In Bild 4.1e ist deutlich zu sehen, wie sich im Punkt  $H_2$  die isotrope und kinematische Verfestigung der Fließfläche ändert. Das vorliegende Konzept kann somit als ein elastoplastisches Materialmodell mit einem dreistufigen Materialgedächtnis betrachtet werden.

## 4.2 Mathematische Formulierung der inkrementellen Grundgleichungen

Zur Formulierung der Gleichungen ist es sinnvoll, davon auszugehen, daß alle drei Flächen immer vorhanden sind, aber identisch sein können. Die elasto-plastischen Grundgleichungen lassen sich dann wie folgt in allgemeiner Weise formulieren. Die Fließfläche wird benutzt, um zu entscheiden, ob eine Fortsetzung der Belastung ( $\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} > 0$ ), eine neutrale Belastung ( $\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} = 0$ ) oder eine Belastungsumkehr ( $\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} < 0$ ) stattfindet. Durch die assoziierte Fließregel ist die Richtung des Vektors der plastischen Dehnungsinkremente  $\dot{\epsilon}_{ij}^{pl}$  mit der Richtung des Gradientenvektors  $\partial f / \partial \sigma_{ij}$  der Fließfläche im aktuellen Spannungspunkt  $\sigma_{ij}$  identisch. Die Größe der plastischen Dehnungsinkremente errechnet sich mit Hilfe des plastischen Moduls (Verfestigungsmoduls)  $K$  aus

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pl} = \frac{\dot{\sigma}}{K} \cdot n_{ij} \quad (4.1)$$

$$n_{ij} = \frac{1}{g} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.2)$$

$$g = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right)} \quad (4.3)$$

$n_{ij}$  ist der Normalenvektor der Fließfläche, für den gilt

$$n_{ij} n_{ij} = 1 \quad (4.4)$$

und  $g$  ist die euklidische Länge des Gradientenvektors. Der skalare Spannungszuwachs  $\dot{\sigma}$  soll als Projektion des Spannungsinkrementvektors auf die Normalenrichtung aufgefaßt werden:

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_{ij} n_{ij} \quad (4.5)$$

Der plastische Modul  $K$  wird in der klassischen Plastizitätstheorie aus der Verfestigungsbeziehung für die Fließfläche abgeleitet. Dieses Konzept wird bei dem hier vorgestellten Mehrflächenmodell beibehalten für den Fall, daß die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch ist, d.h. für Erstbelastungsprozesse. Die Konsistenzbedingung regelt bei plastisch verfestigenden Beanspruchungsprozessen, daß der aktuelle Spannungspunkt immer auf der Fließfläche bleibt. Für die isotrop verfestigende Vorbelastungsfläche,

$$F(\sigma_{ij}, \bar{a}) = 0 \quad (4.6)$$

bei der der Parameter  $\bar{a}(e^{pl})$  ein Maß für die Größe der Fläche darstellt deren Form sich nicht ändern soll —  $\bar{a}(e^{pl})$  wird im folgenden als Durchmesser der Fläche bezeichnet—, lautet die Konsistenzbedingung

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \bar{a}} \frac{\partial \bar{a}}{\partial e^{pl}} \dot{e}^{pl} = 0 \quad (4.7)$$

Wie bei allen Modellen, die zur Familie der „Critical State“ Modelle gehören, wird auch hier eine volumetrische Verfestigungsregel vorausgesetzt, die mit der irreversiblen Porenzahländerung  $\dot{e}^{pl}$  formuliert ist:

$$\dot{\bar{a}} = \frac{\partial \bar{a}}{\partial e^{pl}} \dot{e}^{pl} \quad (4.8)$$

Die irreversible Porenzahländerung  $\dot{e}^{pl}$  ergibt sich aus den plastischen Volumendehnungen  $\dot{\varepsilon}_{ii}^{pl}$  über folgende Formel

$$\dot{e}^{pl} = -(1 + e_o) \dot{\varepsilon}_{ii}^{pl} \quad (4.9)$$

wobei  $e_o$  die Porenzahl des Anfangszustandes ( $\varepsilon_{ii} = 0$ ) darstellt. Setzt man Gleichung 4.9 unter Berücksichtigung der Gleichungen 4.1, 4.2, 4.3 und 4.5 in die Konsistenzbedingung 4.7 ein, dann erhält man den plastischen Modul  $K_v$  für Erstbelastungsprozesse, bei denen sich der Spannungspunkt auf der Vorbelastungsfläche befindet

$$K_v = \frac{(1 + e_o) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ii}} \frac{\partial F}{\partial \bar{a}} \frac{\partial \bar{a}}{\partial e^{pl}}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (4.10)$$

Dieser plastische Modul ist zur Unterscheidung von dem Modul für Belastungsprozesse innerhalb der Vorbelastungsfläche mit dem Index  $v$  gekennzeichnet, und hängt von der Verfestigungsbeziehung für die Vorbelastungsfläche sowie von der Lage des Spannungspunktes

auf der Vorbelastungsfläche ab. Durch die Wahl einer Verfestigungsbeziehung sind der plastische Modul  $K_v$  und damit auch die inkrementellen plastischen Grundgleichungen eindeutig festgelegt.

Für Beanspruchungsprozesse innerhalb der Vorbelastungsfläche, bei denen die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche nicht identisch ist, wird die umgekehrte Vorgehensweise gewählt. Der plastische Modul  $K$  (zur Unterscheidung ohne den Index  $v$ ) wird mittels einer Interpolationsfunktion berechnet, und mit diesem plastischen Modul werden dann anschließend die Verfestigungsbeziehungen abgeleitet. Bei dieser Vorgehensweise läßt sich die Tatsache berücksichtigen, daß das Verformungsverhalten von Böden bei Belastungsumkehr immer am „steifsten“ ist um dann stetig „weicher“ zu werden. Die hysteretische Spannungs-Dehnungskurve einer Ent- und Wiederbelastungsschleifen geht mit einer stetigen Krümmung in die entsprechende Spannungs-Dehnungskurve der Erstbelastung über, ohne irgendwelche Knicke aufzuweisen, wie dies bei den elasto-plastischen Materialmodellen der Fall ist, für die ein rein elastischer Bereich angenommen wird. Bei diesen Modellen werden die elastischen Parameter aus Versuchen mit kleinen Ent- und Wiederbelastungsschleifen ermittelt, in denen die meßbaren Hysteresiseffekte sehr klein sind. Dies ist aber mehr ein meßtechnisches Problem als ein Hinweis darauf, daß der Boden einen rein elastischen Bereich besitzt.

Deshalb wird für das hier vorgestellte Modell angenommen, daß unmittelbar bei Belastungsumkehr die plastischen Verformungen verschwinden, aber bereits nach einer infinitesimalen Fortsetzung des Spannungspfades vorhanden sind und stetig anwachsen. Damit hängt die Anfangstangentenneigung der Spannungs-Dehnungskurven bei Belastungsumkehr nur von elastischen Materialparametern ab, und die Interpolationsfunktion für den plastischen Modul muß so beschaffen sein, daß sie bei Belastungsumkehr den Wert  $K = \infty$  und bei Annäherung des Spannungspunktes an die Vorbelastungsfläche  $K \rightarrow K_v$  liefert. Da der Durchmesser der Fließfläche bei Belastungsumkehr  $a = 0$  ist und dann stetig anwächst, bis die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch ist ( $a = \bar{a}$ ), kann die Interpolationsfunktion für den plastischen Modul  $K$  mit dem Verhältnis der Durchmesser  $\delta = a/\bar{a}$  formuliert werden

$$K = K_v + k(\delta) \quad , \quad 0 \leq \delta \leq 1 \quad (4.11)$$

mit der Bedingung  $k(\delta = 0) = \infty$  und  $k(\delta = 1) = 0$ .

### 4.3 Isotrope und kinematische Verfestigung der Fließ- und der Umkehrfläche

Die Fließfläche ist in der folgenden Form gegeben

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}, a) = 0 \quad (4.12)$$

wobei  $\alpha_{ij}$  ein Tensor ist, der den Mittelpunkt der Fließfläche kennzeichnet, und  $a$  der Durchmesser der Fließfläche ist. Der Mittelpunkt ist der Ursprung eines lokalen Koordinatensystems bezüglich dessen die Form der Fließfläche definiert ist. Die kinematische Verfestigung beschreibt die Änderung von  $\alpha_{ij}$  und die isotrope Verfestigung die Änderung von  $a$ .

Bei Erstbelastungsvorgängen ist die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch und besitzt die gleichen Verfestigungsbeziehungen wie die Vorbelastungsfläche; sie bleibt also mit dieser identisch, bis eine Belastungsumkehr ( $\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} < 0$ ) stattfindet. Bei der Belastungsumkehr entsteht am Umkehrpunkt eine neue Fließfläche, die sich bei Fortsetzung des Belastungsprozesses isotrop und kinematisch verfestigt, und zwar so, daß sich ihre Lage und ihre Größe stetig verändert, so daß sie bei Annäherung des Spannungspfades an die Vorbelastungsfläche wieder mit dieser identisch wird.

Die Umkehrfläche, die eine Art Materialgedächtnis der letzten Belastungsumkehr darstellt, beschreibt den Zustand, dem sich die Fließfläche annähert. Bei der ersten Belastungsumkehr ist die Umkehrfläche identisch mit der Vorbelastungsfläche. Findet eine erneute Belastungsumkehr innerhalb der Vorbelastungsfläche statt, dann bildet die letzte Fließfläche die aktuelle Umkehrfläche. Die Umkehrfläche ist analog zur Fließfläche definiert

$$\check{f}(\sigma_{ij} - \check{\alpha}_{ij}, \check{a}) = 0 \quad (4.13)$$

Die kinematischen Verfestigungsbeziehungen der Fließfläche müssen deshalb so formuliert sein, daß die Fließfläche sich immer der aktuellen Umkehrfläche annähert und im Grenzfall mit dieser identisch wird. Da die Umkehrfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch sein kann, ist damit auch der Fall, daß sich die Fließfläche wieder mit der Vorbelastungsfläche vereinigt, in diesen Beziehungen enthalten. Die Beziehungen für die isotrope Aufweitung und die Translation der Fließfläche müssen so miteinander gekoppelt sein, daß die Fließfläche mit der Umkehrfläche identisch werden kann, ohne diese jemals zu überschneiden.

Diese Bedingungen lassen sich erfüllen, wenn man fordert, daß die Mittelpunkte aller Fließflächen ( $\alpha_{ij}$ ) während eines Belastungsprozesses auf einer Geraden liegen, die vom Mittelpunkt der Fließfläche bei Beginn des Beanspruchungsprozesses ( $\hat{\alpha}_{ij}$ ) zum Mittelpunkt der Umkehrfläche ( $\check{\alpha}_{ij}$ ) zeigt (s. Abbildung 4.2) und daß die Durchmesser der Fließflächen ( $a$ ) sich im gleichen Verhältnis ändern wie die Verbindungsvektoren der Mittelpunkte:

$$\frac{\alpha_{ij} - \hat{\alpha}_{ij}}{\check{\alpha}_{ij} - \hat{\alpha}_{ij}} = \frac{a - \hat{a}}{\check{a} - \hat{a}} \quad (4.14)$$

Die Parameter  $\hat{\alpha}_{ij}$  und  $\hat{a}$  sind die Anfangswerte des kinematischen Verfestigungsprozesses. Bei Belastungsumkehr sind es die Parameter der neuen Fließfläche, die vom ersten

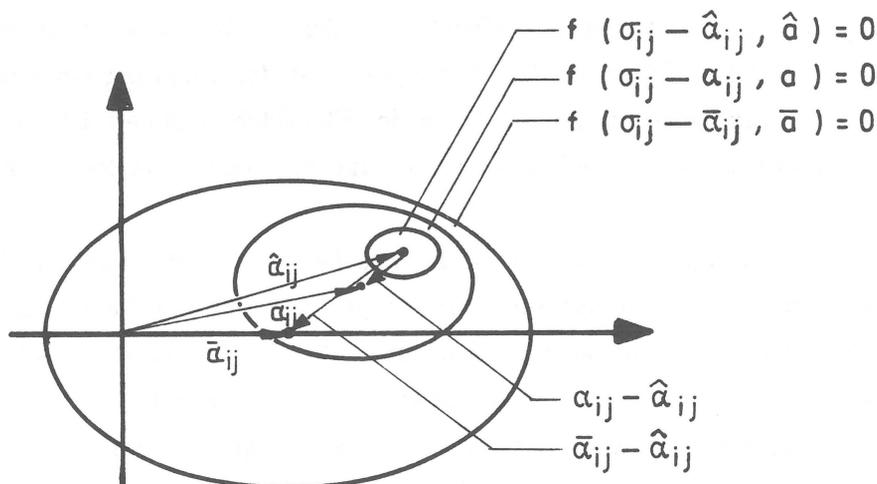


Abbildung 4.2: Translation der Fließfläche

Spannungsinkrement aufgespannt wird; und für den Fall, daß die Fließfläche mit der Umkehrfläche im Inneren der Vorbelastungsfläche identisch wird, sodaß sich die kinematischen Verfestigungsbeziehungen ändern, sind es die Parameter dieser Umkehrfläche.

Mit Gleichung 4.14 läßt sich das Inkrement für die Translation der Fließfläche formulieren

$$\dot{\alpha}_{ij} = \dot{\hat{\alpha}}_{ij} + \frac{(\dot{a} - \hat{a})(\ddot{a} - \hat{a}) - (a - \hat{a})(\dot{\ddot{a}} - \dot{\hat{a}})}{(\ddot{a} - \hat{a})^2} (\ddot{\alpha}_{ij} - \dot{\hat{\alpha}}_{ij}) + \frac{(a - \hat{a})}{\ddot{a} - \hat{a}} (\dot{\ddot{\alpha}}_{ij} - \dot{\hat{\alpha}}_{ij}) \quad (4.15)$$

Fordert man, daß der Anfangszustand sich relativ zur Umkehrfläche nicht ändern soll, dann muß gelten:

$$\dot{\hat{\alpha}}_{ij} = \dot{\ddot{\alpha}}_{ij} - \frac{\dot{\ddot{a}}}{\ddot{a}} (\ddot{\alpha}_{ij} - \dot{\hat{\alpha}}_{ij}) \quad (4.16)$$

und

$$\dot{\hat{a}} = \frac{\dot{a}}{\ddot{a}} \dot{\ddot{a}} \quad (4.17)$$

Gleichungen 4.16 und 4.17, in 4.15 eingesetzt, ergeben die Beziehung für die Translation der Fließfläche in Abhängigkeit von der isotropen Verfestigung der Fließfläche und der isotropen und kinematischen Verfestigung der Umkehrfläche

$$\dot{\alpha}_{ij} = \dot{\hat{\alpha}}_{ij} + \frac{\dot{a} - \dot{\ddot{a}}}{\ddot{a} - \hat{a}} (\ddot{\alpha}_{ij} - \dot{\hat{\alpha}}_{ij}) \quad (4.18)$$

Die Konsistenzbedingung für die aktuelle Fließfläche lautet

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \alpha_{ij}} \dot{\alpha}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial a} \dot{a} = 0 \quad (4.19)$$

Und da die Fließfläche in der Form  $f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}, a) = 0$  formuliert ist gilt offenbar  $\partial f / \partial \alpha_{ij} = -\partial f / \partial \sigma_{ij}$ , so daß mit den Gleichungen 4.17 und 4.18, in 4.19 eingesetzt, die Rate  $\dot{a}$ , um die sich die Fließfläche isotrop aufweitet, ausgedrückt werden kann durch

$$\dot{a} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \left[ \dot{\sigma}_{ij} - \dot{\alpha}_{ij} + \frac{\dot{\hat{a}}}{\hat{a} - \check{a}} (\check{\alpha}_{ij} - \hat{\alpha}_{ij}) \right]}{\frac{1}{\hat{a} - \check{a}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} (\check{\alpha}_{kl} - \hat{\alpha}_{kl}) - \frac{\partial f}{\partial a}} \quad (4.20)$$

Die Gleichungen 4.18 und 4.20 stellen in allgemeiner Form die Beziehungen für die Translation und die Aufweitung der Fließfläche in Abhängigkeit von den Verfestigungsbeziehungen der Umkehrfläche und des Anfangszustandes dar. Wenn die Mittelpunkte der Anfangsfläche und der Umkehrfläche identisch sind, d.h. wenn  $\check{\alpha}_{ij} - \hat{\alpha}_{ij} = 0$  ist, dann findet nur eine isotrope Aufweitung der Fließfläche statt, andernfalls eine Aufweitung und eine Translation, die voneinander abhängig sind.

Da bei Beanspruchungsprozessen, bei denen die Fließfläche im Inneren der Vorbela- stungsfläche liegt, plastische Volumendehnungen auftreten, kann sich die Vorbela- stungsfläche aufweiten oder zusammenziehen. Aus diesem Grunde ist es erforderlich, die Verfestigungsbe- ziehungen der Umkehrfläche an die Vorbela- stungsfläche zu koppeln, weil es sonst zu Fällen kommen kann, in denen die Vorbela- stungsfläche die Umkehrfläche schneidet.

Es wird deshalb angenommen, daß sich die Umkehrfläche der Vorbela- stungsfläche in der gleichen Weise annähert wie die Fließfläche der Umkehrfläche. Analog zu Gleichung 4.18 kann dann das Inkrement, um das sich der Mittelpunkt der Umkehrfläche verschiebt, aus- gedrückt werden durch

$$\dot{\check{\alpha}}_{ij} = \dot{\alpha}_{ij} + \frac{\dot{\hat{a}} - \dot{\check{a}}}{\hat{a} - \check{a}} (\check{\alpha}_{ij} - \hat{\alpha}_{ij}) \quad (4.21)$$

wobei  $\hat{\alpha}_{ij}$  und  $\hat{\check{a}}$  wieder die Anfangswerte des kinematischen Verfestigungsprozesses dar- stellen, die sich aus der Anfangslage und -größe der Umkehrfläche ergeben. Die isotrope Aufweitung der Umkehrfläche wird in Abhängigkeit von einem Degradationsparameter  $\epsilon_A$  formuliert (s. hierzu Abschnitt 5.4).

$$\dot{\hat{a}} = \frac{\alpha_1 |\dot{\hat{a}}|}{1 + \alpha_2 \epsilon_A} \quad (4.22)$$

Dieser Ansatz gewährleistet, daß sich die Umkehrfläche stets aufweitet und dabei der Vor- belastungsfläche annähert. Mit wachsendem Degradationsparameter, d.h. vor allem bei zy- klischen Belastungen, klingt die Aufweitungsr- ate allerdings ab, sodaß sich die Umkehrfläche stabilisiert.

Damit liegen in allgemeiner Form alle Beziehung des elasto-plastischen Mehrflächen- modells fest, und es gilt nun, diese Beziehungen für eine bestimmte Fließflächenform zu konkretisieren.

#### 4.4 Form der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche

Die folgenden Ableitungen beschränken sich auf Spannungszustände in der sogenannten Triaxialebene (axialsymmetrischer Spannungszustand) für die  $\sigma_2 = \sigma_3$  gilt. Eine Verallgemeinerung des Modells auf dreidimensionale Spannungszustände erfolgt im Anhang A. Dies hat zum einen den Vorteil größerer Anschaulichkeit, zum anderen werden für die Ermittlung der Materialparameter ausschließlich Versuche mit axialsymmetrischem Spannungszustand zugrunde gelegt. Die Frage der Erweiterung von in der Triaxialebene formulierten Materialmodellen auf allgemeine dreidimensionale Spannungszustände und insbesondere die Form der Fließfläche in der Deviatorebene wird von KÖNIG [68] ausführlich diskutiert.

In Anlehnung an die Vielzahl der Materialmodelle auf der Grundlage der „Cam-Clay“ Theorie werden auch hier für die folgenden Formulierungen die sogenannten „Roscoe“-Variablen  $p$  und  $q$  verwendet

$$p = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \quad (4.23)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (4.24)$$

mit den zugehörigen Verformungsgrößen

$$\varepsilon_p = \varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad \text{Volumendehnung} \quad (4.25)$$

$$\varepsilon_q = \varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad \text{Schubverzerrung} \quad (4.26)$$

Es wurde bereits diskutiert (s.S.57ff), daß die Form der Fließfläche gegenüber der einfachen Ellipse des „Modified Cam Clay“ Modells gewisse Abweichungen aufweisen muß, wenn das Materialverhalten auch quantitativ zutreffend beschrieben werden soll. Es wird deshalb hier eine Fließflächenform vorgeschlagen, die sich aus vier Teilabschnitten glatt zusammensetzt. Die Gleichungen, die die Form der Kurvenabschnitte beschreiben, sind identisch; nur die Parameter, die in den Gleichungen auftreten, nehmen in den einzelnen Abschnitten unterschiedliche Werte an. Auf diese Weise müssen die nachfolgenden Ableitungen nicht getrennt für die unterschiedlichen Abschnitte formuliert werden, wie dies bei DAFALIAS et.al. [28,30,29,31] der Fall ist, sondern können einheitlich angegeben werden.

Die Gleichungen lauten für die Vorbelastungsfläche

$$F = [\tilde{p} - C_1\bar{a} + C_2(\tilde{q} - MR\bar{a})](\tilde{p} + C_1\bar{a}) + C_3^2\tilde{q}^2 = 0 \quad (4.27)$$

für die Fließfläche

$$f = [\tilde{p} - C_1a + C_2(\tilde{q} - MRa)](\tilde{p} + C_1a) + C_3^2\tilde{q}^2 = 0 \quad (4.28)$$

	Vorbelastungsfläche $F$	Fließfläche $f$	Umkehrfläche $\check{f}$
$\check{p} =$	$p - R\bar{a}$	$p - p_0$	$p - p_u$
$\check{q} =$	$q$	$q - q_0$	$q - q_u$

Tabelle 4.2: Transformierte Spannungskordinaten

und für die Umkehrfläche

$$\check{f} = [\check{p} - C_1\check{a} + C_2(\check{q} - MR\check{a})](\check{p} + C_1\check{a}) + C_3^2\check{q}^2 = 0 \quad (4.29)$$

Die drei Gleichungen sind völlig gleich aufgebaut und unterscheiden sich nur in den Parametern  $\bar{a}$ ,  $a$  bzw.  $\check{a}$ , die ein Maß für die Größe bzw. den Durchmesser der Flächen darstellen.  $\bar{a}$  entspricht der äquivalenten Spannung  $p_e$  von HVORSLEV bzw. dem „Modified Cam Clay“ Modell. Die transformierten Spannungsgrößen  $\check{p}$  und  $\check{q}$  sind jeweils auf einen anderen Flächenmittelpunkt bezogen. Sie ergeben sich nach Tabelle 4.2. Der Mittelpunkt der Vorbelastungsfläche liegt auf der  $p$ -Achse im Punkt  $p = R\bar{a}$ . Bei einer isotropen Verfestigung der Vorbelastungsfläche ( $\dot{\bar{a}} > 0$ ) verschiebt sich der Mittelpunkt der Vorbelastungsfläche auf der  $p$ -Achse, da  $R$  ein konstanter Materialparameter ist. Die isotrope Verfestigung ist auf diese Weise mit einer kinematischen Verfestigung in Richtung der  $p$ -Achse gekoppelt. Die Mittelpunkte der Fließ- bzw. der Umkehrfläche sind mit  $p_0$ ,  $q_0$  bzw.  $p_u$  und  $q_u$  gekennzeichnet und verändern sich im Verlaufe eines Belastungsprozesses entsprechend den kinematischen Verfestigungsbeziehungen 4.18 und 4.21.

Daß die Gleichungen 4.27, 4.28 und 4.29 jeweils vier unterschiedliche Flächenabschnitte darstellen, wird dadurch erzielt, daß die Parameter  $M$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  in Abhängigkeit von der Lage des aktuellen Spannungspunktes auf der jeweiligen Fläche unterschiedlich definiert sind.  $M$  ist die Neigung der „Critical State Line“ und kann durch den Reibungswinkel  $\varphi'$  des normalkonsolidierten Bodens ausgedrückt werden, so daß sich im Kompressions- und im Extensionsbereich unterschiedliche Neigungen ergeben

$$M = \begin{cases} M_K = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'} & \text{für } \check{q} > 0 \text{ Kompressionsbereich} \\ M_E = \frac{-6 \sin \varphi'}{3 + \sin \varphi'} & \text{für } \check{q} < 0 \text{ Extensionsbereich} \end{cases} \quad (4.30)$$

beziehungsweise

$$M_E = \frac{-3M_K}{3 + M_K} \quad (4.31)$$

Die Parameter  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  beschreiben die unterschiedliche Form der Flächen im unter- bzw. überkritischen Bereich. Sie sind entsprechend Tabelle 4.3 in Abhängigkeit von den

	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$\tilde{p} \geq 0$	$R - 1$	$\frac{(2R - 1)\xi}{MR^2}$	$\frac{R - 1}{MR}$
$\tilde{p} \leq 0$	$R - S$	$\frac{S(2R - 1)\eta}{MR^2}$	$\frac{R - S}{MR}$

Tabelle 4.3: Parameter der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche

Materialparametern  $M$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $\xi$  und  $\eta$  definiert.  $S$  kennzeichnet den Schnittpunkt der Vorbelastungsfläche mit der  $p$ -Achse im überkritischen Bereich ( $p = S\bar{a}$ ), so daß gilt  $S \leq 0$ .

Die Gleichungen 4.27, 4.28 und 4.29 stellen ebene Kurven zweiter Ordnung (Kegelschnitte) dar. Die Flächen sind daher Ellipsen-, Hyperbel- oder Parabelabschnitte. Die Parameter  $\xi$  und  $\eta$  beschreiben den Winkel  $\alpha$ , um den die Hauptachsen der jeweiligen Kurven gegen die  $p$ - und die  $q$ -Achse gedreht sind ( $\xi$  bzw.  $\eta = \tan 2\alpha$ ). Die Vorbelastungsfläche 4.27 erfüllt folgende Bedingungen

$$\begin{aligned}
p = \bar{a} &\rightarrow q = 0 \text{ und } \frac{\partial F}{\partial q} = 0 \\
p = S\bar{a} &\rightarrow q = 0 \text{ und } \frac{\partial F}{\partial q} = 0 \\
p = R\bar{a} &\rightarrow q = MR\bar{a} \text{ und } \frac{\partial F}{\partial p} = 0
\end{aligned} \tag{4.32}$$

d.h. die vier Flächenabschnitte stoßen jeweils mit einer gemeinsamen Tangente aneinander, so daß der Gradient keine Unstetigkeit besitzt.

#### 4.5 Grenzen der Fließflächenparameter

Als ebene Kurven zweiter Ordnung können die Gleichungen 4.27, 4.28 und 4.29 abhängig von den Invarianten  $\Delta$ ,  $\delta$  und  $s$  (siehe BRONSTEIN [18]) Ellipsen, Hyperbeln, Parabeln und Geraden darstellen, die auch imaginär sein können. Die Invarianten der Kurven lassen sich wie folgt ausdrücken

$$\Delta = -\frac{\bar{a}^2 C_1^2}{4} (2C_3 + C_2)^2 \tag{4.33}$$

$$\delta = \frac{1}{4} (2C_3 + C_2)(2C_3 - C_2) \tag{4.34}$$

$$s = 1 + C_3^2 \tag{4.35}$$

Da  $C_1 < 0$ ,  $C_3 \neq 0$  und  $s > 0$  immer erfüllt ist, ergibt sich für  $\Delta = 0$  auch  $\delta = 0$ . Für  $\delta = 0$  ergeben sich parabolische Kurven, die im Grenzfall für  $\Delta = 0$  zu einem Geradenpaar

entarten. Schließt man diesen Fall aus, dann muß gelten

$$\Delta \neq 0 \rightarrow \xi \neq \frac{2R(R-1)}{(1-2R)} \quad (4.36)$$

beziehungsweise

$$\Delta \neq 0 \rightarrow \eta \neq \frac{2R(R-S)}{S(1-2R)} \quad (4.37)$$

Reelle Ellipsen sind gekennzeichnet durch  $\delta > 0$ ,  $\Delta \neq 0$  und  $s\Delta < 0$ , was für  $\delta > 0$  immer erfüllt ist, wovon man sich leicht überzeugen kann. Somit ist sichergestellt, daß durch die Gleichungen 4.27, 4.28 und 4.29 keine imaginären Kurven beschrieben werden können. Für  $\delta < 0$  und  $\Delta \neq 0$  ergeben sich Hyperbeln. Da eine Hyperbel zwei Äste besitzt, muß sichergestellt werden, daß die Hyperbelabschnitte, die die Fließfläche bilden, zu einem Hyperbelast gehören. Dies führt zu der folgenden zusätzlichen Bedingungen für die Parameter  $\xi$  und  $\eta$

$$(2R-1)\xi < 2R(1-R) \quad (4.38)$$

beziehungsweise

$$\xi_{\text{grenz}} = \frac{2R(1-R)}{(2R-1)} \quad (4.39)$$

und

$$(2R-1)\eta < 2R\frac{(S-R)}{S} \quad (4.40)$$

beziehungsweise

$$\eta_{\text{grenz}} = \frac{2R(S-R)}{S(2R-1)} \quad (4.41)$$

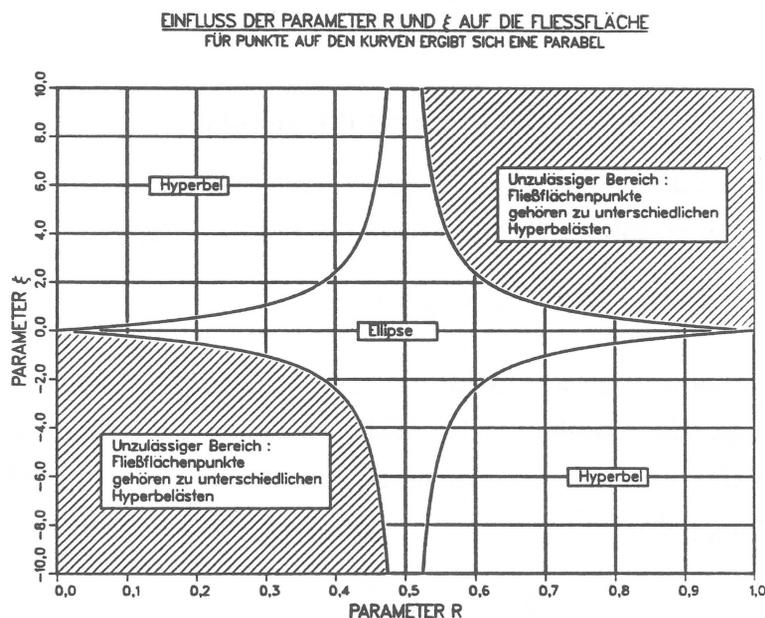


Abbildung 4.3: Einfluß der Parameter  $R$  und  $\xi$  auf die Form der Fließfläche.

Für Punkte auf den durchgezogenen Linien ergibt sich eine Parabel.

**EINFLUSS DER PARAMETER R, S UND  $\eta$  AUF DIE FLIESSFLÄCHE**  
 FÜR PUNKTE AUF DEN KURVEN ERGIBT SICH EINE PARABEL  
 PARAMETER S = -0.5

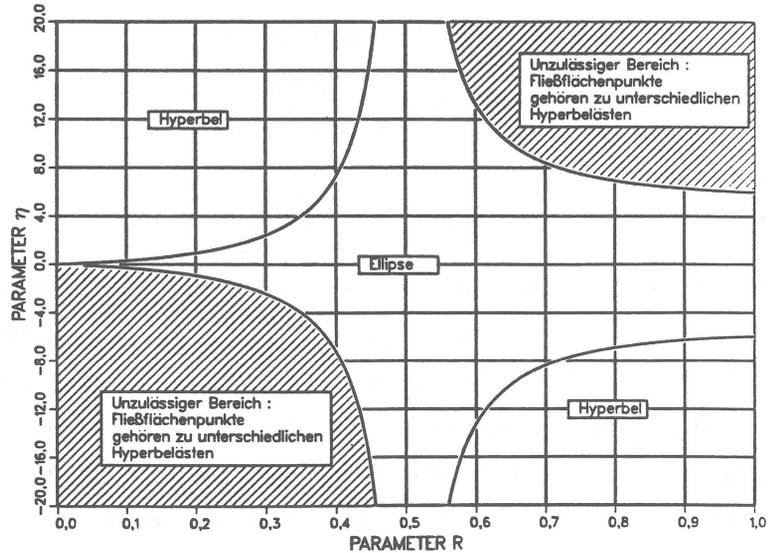


Abbildung 4.4: Einfluß der Parameter  $R$  und  $\eta$  auf die Form der Fließfläche für  $S = -0.5$ . Für Punkte auf den durchgezogenen Linien ergibt sich eine Parabel.

Die Größe von  $\xi$  ist nur abhängig vom Parameter  $R$ , die von  $\eta$  von  $R$  und  $S$ . Für  $R = 0.5$  wird  $C_2 = 0$  und  $\xi$  und  $\eta$  haben keinen Einfluß. Auf den Abbildungen 4.3 und 4.4 ist der Einfluß der Parameter  $\xi$  und  $\eta$  auf die Form der Fließflächenabschnitte graphisch dargestellt. Der schraffierte Bereich führt zu unzulässigen Hyperbelkurven. Punkte, die auf der Kurve liegen, die den schraffierten Bereich begrenzt, werden durch die Bedingung 4.36 und 4.37 ausgeschlossen.

#### 4.6 Elastische und plastische Dehnungsinkremente

Es wird, wie in der Plastizitätstheorie allgemein üblich, vorausgesetzt, daß sich die Dehnungen in elastische ( $\epsilon^{el}$ ) und plastische ( $\epsilon^{pl}$ ) Komponenten aufspalten lassen.

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{pl} \quad (4.42)$$

Für die elastischen Verformungen wird analog zum ursprünglichen „Cam Clay“ Modell ein spannungsabhängiger Kompressionsmodul (Volumenverformungsmodul)  $B$  angenommen. Außerdem wird eine konstante Querdehnungszahl  $\nu$  vorausgesetzt, so daß auch der Schubmodul  $G$  spannungsabhängig ist.

$$B = (1 + e_o) \frac{p}{\kappa} \quad (4.43)$$

$$G = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + 2\nu)} B \quad (4.44)$$

$\kappa$  ist die Anfangstangentenneigung der  $e - \ln p$  Kurve bei einer isotropen Entlastung, und  $e_o$  ist die Porenziffer des verzerrungsfreien Zustandes. Damit erhält man die elastischen Dehnungsinkremente

$$\dot{\varepsilon}_v^{el} = \frac{\dot{p}}{B} \quad (4.45)$$

$$\dot{\varepsilon}_q^{el} = \frac{\dot{q}}{3G} \quad (4.46)$$

Die plastischen Dehnungsinkremente ergeben sich gemäß Gleichung 4.1

$$\dot{\varepsilon}_v^{pl} = \frac{\dot{\sigma}}{K} n_p \quad (4.47)$$

$$\dot{\varepsilon}_q^{pl} = \frac{\dot{\sigma}}{K} n_q \quad (4.48)$$

mit

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{g} \left( \frac{\partial f}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} \right) \quad (4.49)$$

$$g = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial p} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial q} \right)^2} \quad (4.50)$$

$$n_p = \frac{\partial f / \partial p}{g} \quad (4.51)$$

$$n_q = \frac{\partial f / \partial q}{g} \quad (4.52)$$

und den Ableitungen der Fließfläche

$$\frac{\partial f}{\partial p} = 2\tilde{p} + C_2(\tilde{q} - MRa) \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = C_2(\tilde{p} + C_1a) + 2C_3^2\tilde{q} \quad (4.54)$$

Der in den Gleichungen 4.47 und 4.48 auftretende plastische Modul  $K$  bestimmt die Größe der plastischen Dehnungsinkremente. Er kann entweder als Funktion vorgegeben werden, dann folgt daraus die Verfestigungsbeziehung der Fließfläche; oder es wird die Verfestigungsregel der Fließfläche vorgeschrieben, aus der dann der plastische Modul abgeleitet werden kann. Im vorliegenden Modell wird eine Kombination aus diesen beiden Möglichkeiten verwendet. Für Erstbelastungsprozesse, d.h. wenn die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch ist, wird die Verfestigung der Vorbelastungsfläche vorgegeben, für Beanspruchungsprozesse im Inneren der Vorbelastungsfläche wird der plastische Modul  $K$  über eine Interpolationsfunktion in Abhängigkeit vom Verhältnis der Durchmesser der Fließ- und der Vorbelastungsfläche berechnet.

## 4.7 Der plastische Modul $K$

Die Vorbelastungsfläche erfährt unter zunehmender Verdichtung des Materials eine Aufweitung, die sich mit den irreversiblen Änderungen der Porenziffer  $\dot{e}^{pl}$  beschreiben läßt. Bei einer isotropen Erstbelastung nimmt die Porenziffer  $e$  mit wachsendem sphärischen Spannungsanteil so ab, daß sich in einer halblogarithmischen Darstellung angenähert eine Gerade ergibt, die sich durch folgende Gleichung ausdrücken läßt.

$$e = e_o - \lambda \ln \frac{p}{p_o} \quad (4.55)$$

Die Steigung  $\lambda$  dieser Geraden ist mit dem Kompressionsbeiwert  $C_c$  über die folgende Formel verknüpft.

$$\lambda = \frac{C_c}{\ln 10} \approx 0.434 C_c \quad (4.56)$$

Da bei einer isotropen Erstbelastung der sphärische Spannungsanteil  $p$  dem Parameter  $\bar{a}$  entspricht, ergibt sich aus Gleichung 4.55 die Verfestigungsbeziehung der Vorbelastungsfläche

$$\dot{\bar{a}} = \frac{1 + e_o}{\lambda - \kappa} \bar{a} \dot{e}_v^{pl} \quad (4.57)$$

Gleichung 4.57 beschreibt sowohl eine isotrope als auch eine kinematische Verfestigung der Vorbelastungsfläche in Richtung der  $p$ -Achse, da die Koordinate des Mittelpunkts ( $R\bar{a}$ ) proportional zum Durchmesser ( $\bar{a}$ ) ist.

Den plastischen Modul  $K_v$  der Vorbelastungsfläche erhält man aus der Konsistenzbedingung für die Vorbelastungsfläche, die die Bedingung ausdrückt, daß bei einem Belastungsprozeß, der zu einer Verfestigung der Vorbelastungsfläche führt, der aktuelle Spannungspunkt auf der Vorbelastungsfläche verbleibt

$$\frac{\partial F}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial F}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial F}{\partial \bar{a}} \dot{\bar{a}} = 0 \quad (4.58)$$

Setzt man Gleichungen 4.47 und 4.57 ein, so ergibt sich der plastische Modul  $K_v$  in der folgenden Form

$$K_v = -\frac{n_p (1 + e_o)}{g (\lambda - \kappa)} \frac{\partial F}{\partial \bar{a}} \bar{a} \quad (4.59)$$

mit der Ableitung der Vorbelastungsfläche nach  $\bar{a}$

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{a}} = (C_2 M R^2 - 2C_1^2 - 2C_1 C_2 M R) \bar{a} (C_2 M R + 2R) \bar{p} - (C_2 R - C_1 C_2) \bar{q} \quad (4.60)$$

Unter Verwendung der transformierten Spannungsgrößen nach Tabelle 4.2 läßt sich ein normierter plastischer Modul wie folgt darstellen

$$\frac{K_v}{\bar{a} \frac{1 + e_o}{\lambda - \kappa}} = \frac{n_p}{g} [2\bar{a} + (C_2 M R + 2R)(p - 2\bar{a}) + C_2 q] \quad (4.61)$$

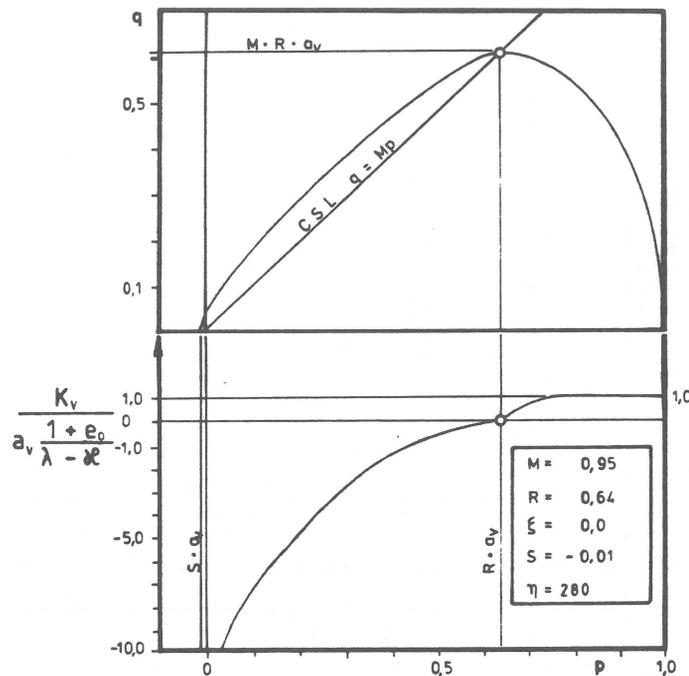


Abbildung 4.5: Normierter plastischer Modul  $K_v$

Die rechte Seite von Gleichung 4.61 ist ein dimensionsloser Ausdruck, der von der Lage des Spannungspunktes auf der Vorbelastungsfläche abhängt. In Abbildung 4.5 ist der normierte plastische Modul für eine bestimmte Fließflächenform aufgetragen. Man erkennt, daß für  $p = \bar{a}$  und  $q = 0$  sich  $K_v = \bar{a} \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa}$  ergibt, sodaß sich für isotrope Erstbelastungen die geradlinige  $e - \ln p$  Beziehung 4.55 ergibt. Auf der „Critical State Line“ wird  $K_v = 0$ , und damit werden die plastischen Dehnungsincremente  $\varepsilon_q^{pl} = \infty$ . Im unterkritischen Bereich ist  $K_v > 0$ , so daß eine Verfestigung stattfindet, während im überkritischen Bereich  $K_v < 0$  ist und damit beim Erreichen der Grenzfläche Entfestigung auftritt.

Für den plastischen Modul bei Spannungspfaden im Inneren der Vorbelastungsfläche wird folgende Interpolationsfunktion vorgeschlagen

$$K = K_v + \frac{(1 + e_0)}{(\lambda - \kappa)} \cdot \bar{a} \cdot \Gamma \frac{(1 - \delta)^\omega}{\delta^\psi} \quad (4.62)$$

mit dem Verhältnis der Durchmesser

$$\delta = \frac{a}{\bar{a}}, \quad 0 \leq \delta \leq 1 \quad (4.63)$$

$\Gamma$ ,  $\omega$  und  $\psi$  sind Materialparameter. Diese Funktion erfüllt die oben genannten Forderungen und gewährleistet einen stetigen Übergang des Materialverhaltens vom Wiederbelastungs- in den Erstbelastungsbereich hinein.

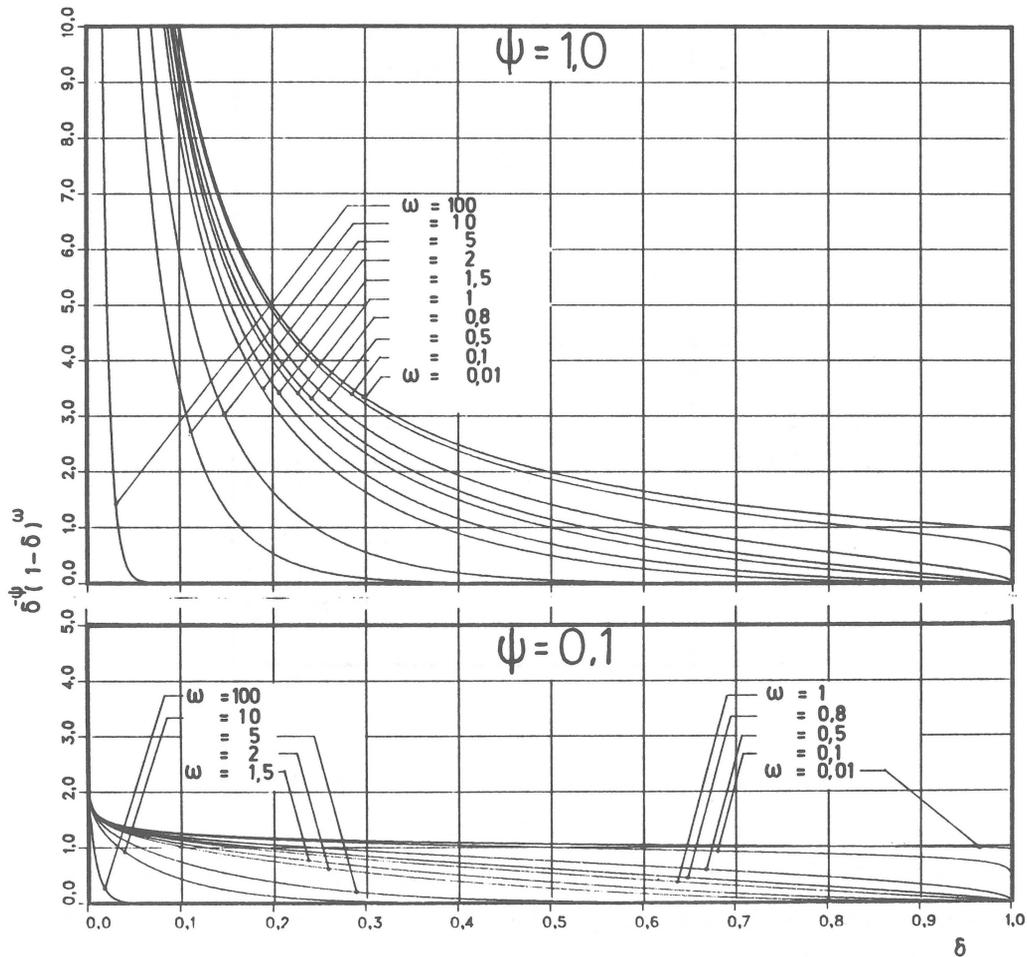


Abbildung 4.6: Interpolationsfunktion für den plastischen Modul  $K$

In Abbildung 4.6 ist der Einfluß der Parameter  $\omega$  und  $\psi$  auf die Interpolationsfunktion dargestellt. Für  $\psi \rightarrow 0$  geht die Interpolationsfunktion 4.62 in die von MRÖZ et.al. [96,98] vorgeschlagene Form über.

#### 4.8 Verfestigungsbeziehungen für die spezielle Fließ- und Umkehrfläche

Für die spezielle Form der Fließfläche nach 4.28 lautet Gleichung 4.20, die die isotrope Verfestigung der Fließfläche beschreibt,

$$\dot{a} = \frac{\frac{\partial f}{\partial p} \left[ \dot{p} - \dot{p}_u + \frac{\dot{\hat{a}}}{\hat{a} - \hat{a}_0} (p_u - \hat{p}_0) \right] + \frac{\partial f}{\partial q} \left[ \dot{q} - \dot{q}_u + \frac{\dot{\hat{a}}}{\hat{a} - \hat{a}_0} (q_u - \hat{q}_0) \right]}{\frac{1}{\hat{a} - \hat{a}_0} \left[ \frac{\partial f}{\partial p} (p_u - \hat{p}_0) + \frac{\partial f}{\partial q} (q_u - \hat{q}_0) \right] - \frac{\partial f}{\partial a}} \quad (4.64)$$

mit  $\partial f / \partial p$  und  $\partial f / \partial q$  entsprechend den Gleichungen 4.53 und 4.54, sowie

$$\frac{\partial f}{\partial a} = (-2C_1^2 - 2C_1C_2MR)a - C_2MR\tilde{p} + C_1C_2\tilde{q} \quad (4.65)$$

Damit lassen sich auch die Komponenten der Gleichung 4.15 für die spezielle Fließfläche 4.28 angeben, die die Translation der Fließfläche beschreiben

$$\dot{p}_0 = \dot{p}_u + \frac{\dot{a} - \ddot{a}}{\hat{a} - \ddot{a}}(p_u - \hat{p}_0) \quad (4.66)$$

$$\dot{q}_0 = \dot{q}_u + \frac{\dot{a} - \ddot{a}}{\hat{a} - \ddot{a}}(q_u - \hat{q}_0) \quad (4.67)$$

Analog ergeben sich die Komponenten der Gleichung 4.21 für die spezielle Umkehrfläche

$$\dot{p}_u = R\dot{\hat{a}} + \frac{\dot{\hat{a}} - \ddot{\hat{a}}}{\hat{a} - \ddot{\hat{a}}}(R\hat{a} - \hat{p}_u) \quad (4.68)$$

$$\dot{q}_u = -\frac{\dot{\hat{a}} - \ddot{\hat{a}}}{\hat{a} - \ddot{\hat{a}}}\hat{q}_u \quad (4.69)$$

#### 4.9 Entstehung einer neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr

Bei Belastungsumkehr, d.h. wenn folgende Bedingung erfüllt ist,

$$\frac{\partial f}{\partial p}\dot{p} + \frac{\partial f}{\partial q}\dot{q} < 0 \quad (4.70)$$

wird ein neuer Belastungsprozeß gestartet, der mit einer neuen Fließfläche beschrieben wird, die am Beginn dieses Belastungsprozesses auf einen Punkt zusammengeschrumpft ist. Es gibt somit keinen rein elastischen Bereich. Wenn der Durchmesser der Fließfläche gegen Null geht,  $a \rightarrow 0$ , dann geht der plastische Modul gemäß Gleichung 4.62  $K \rightarrow \infty$ , und die plastischen Dehnungsinkremente gehen gegen Null,  $\varepsilon_{ij}^p \rightarrow 0$ . Somit ist die Anfangstangentenneigung in einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm bei Belastungsumkehr ein Maß für die elastischen Verformungen. Es entfällt also bei diesem Modell die relativ willkürliche Festlegung des Bereichs einer Spannungs-Dehnungs-Kurve, bei der sich das Material rein elastisch verhalten soll. Außerdem vereinfacht sich die Berechnung eines Belastungsvorganges in der Weise, daß nicht ständig kontrolliert werden muß, ob der Spannungspfad im Inneren des rein elastischen Bereichs verläuft oder ob der Spannungspfad die Fließfläche erreicht hat, so daß auch plastische Verformungen auftreten.

Da die Verfestigungsbeziehungen der Fließfläche für  $a \rightarrow 0$  nicht mehr definiert sind, müssen für die Entstehung der neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr zusätzliche Bedingungen formuliert werden, die wie folgt lauten:

- Die neue Fließfläche wird von dem ersten Spannungsinkrement bei Belastungsumkehr aufgespannt, so daß der neue Spannungspunkt auf der neuen Fließfläche liegt.

- Die neu entstehende Fließfläche berührt die alte Fließfläche, die jetzt zur Umkehrfläche wird, im aktuellen Spannungspunkt bei Belastungsumkehr und besitzt dort den gleichen Normalenvektor, d.h. die beiden Flächen berühren sich.

Mit diesen beiden Bedingungen lassen sich die Parameter der neu entstehenden Fließfläche aus einer quadratischen Gleichung berechnen, wobei die alte Fließfläche zur aktuellen Umkehrfläche wird.

$$a = \check{a} \cdot \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad \text{für } A \neq 0 \quad (4.71)$$

$$a = \check{a} \cdot \frac{-C}{B} \quad \text{für } A = 0 \quad (4.72)$$

Die Koeffizienten der quadratischen Gleichung lauten

$$A = [\check{p} - C_1\check{a} + C_2(\check{q} - MR\check{a})](\check{p} + C_1\check{a}) + C_3^2\check{q}^2 \quad (4.73)$$

$$B = [\check{p} - C_1\check{a} + C_2(\check{q} - MR\check{a})]\dot{p} + (\check{p} + C_1\check{a})(\dot{p} + C_2\dot{q}) + 2C_3^2\check{q}\dot{q} \quad (4.74)$$

$$C = \dot{p}^2 + C_2\dot{p}\dot{q} + C_3^2\dot{q}^2 \quad (4.75)$$

In diesen Gleichungen sind die Parameter  $C_1, C_2, C_3$  und  $M$  entsprechend der Tabelle 4.4 in Abhängigkeit von den beiden Parametern  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  einzusetzen. Dies ist eine Folge davon, daß die Fließfläche aus vier Teilabschnitten zusammengesetzt ist, so daß unterschieden werden muß, in welchen Abschnitt das Spannungsinkrement, das die neue Fließfläche aufspannt, zeigt (Einzelheiten der Herleitung siehe Anhang B).

$$\gamma_1 = (\dot{q}\check{p} - \dot{p}\check{q})^2 + (\dot{q}\check{p} - \dot{p}\check{q})\dot{q}\check{a}(2R - S - 1) + \dot{q}^2\check{a}^2(R - 1)(R - S) \quad (4.76)$$

$$\gamma_2 = (\dot{q}\check{p} - \dot{p}\check{q})^2 + (\dot{q}\check{p} - \dot{p}\check{q})\dot{p}R\check{a}(M_K + M_E) + \dot{p}^2R^2\check{a}^2M_KM_E \quad (4.77)$$

Der Mittelpunkt der neuen Fließfläche liegt bei

$$p_0 = \check{a} + \left(1 - \frac{a}{\check{a}}\right)\check{p} \quad (4.78)$$

$$q_0 = \check{a} + \left(1 - \frac{a}{\check{a}}\right)\check{q} \quad (4.79)$$

Die Parameter dieser neuen Fließfläche dienen gleichzeitig als Anfangswerte in den Verfestigungsbeziehungen der Fließfläche 4.64, 4.66 und 4.67.

$$\hat{a} = a$$

$$\hat{p}_0 = p_0 \quad (4.80)$$

$$\hat{q}_0 = q_0$$

		$\tilde{q} < 0$	$\tilde{q} > 0$	$\dot{q} < 0$	$\dot{q} \geq 0$
$\gamma_1 < 0$	$M =$	$M_K$	$M_E$		
$\gamma_1 > 0$	$M =$	$M_E$	$M_K$		
$\gamma_1 = 0$	$M =$			$M_E$	$M_K$
		$\tilde{p} < 0$	$\tilde{p} > 0$	$\dot{p} < 0$	$\dot{p} \geq 0$
$\gamma_2 < 0$	$C1 =$	$R - S$	$R - 1$		
	$C2 =$	$\frac{S(2R-1)\eta}{MR^2}$	$\frac{(2R-1)\xi}{MR^2}$		
	$C3 =$	$\frac{R-S}{MR}$	$\frac{R-1}{MR}$		
$\gamma_2 > 0$	$C1 =$	$R - 1$	$R - S$		
	$C2 =$	$\frac{(2R-1)\xi}{MR^2}$	$\frac{S(2R-1)\eta}{MR^2}$		
	$C3 =$	$\frac{R-1}{MR}$	$\frac{R-S}{MR}$		
$\gamma_2 = 0$	$C1 =$			$R - S$	$R - 1$
	$C2 =$			$\frac{S(2R-1)\eta}{MR^2}$	$\frac{(2R-1)\xi}{MR^2}$
	$C3 =$			$\frac{R-S}{MR}$	$\frac{R-1}{MR}$

Tabelle 4.4: Parameter zur Berechnung der neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr

Analog erhält man die Anfangswerte für die Verfestigungsbeziehung der Umkehrfläche 4.22, 4.68 und 4.69

$$\begin{aligned}
 \hat{a} &= \check{a} \\
 \hat{p}_u &= p_u \\
 \hat{q}_u &= q_u
 \end{aligned}
 \tag{4.81}$$

Diese Anfangswerte bleiben solange konstant, bis eine erneute Belastungsumkehr stattfindet oder die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch wird.

## 5 Anwendung des Modells bei speziellen Spannungs- und Verformungspfaden

In diesem Abschnitt werden die inkrementellen Grundgleichungen für spezielle Spannungs- und Verformungspfade angegeben.

### 5.1 UndrÄnierte Versuchsbedingungen

Bei einem undrÄnierten Versuch mÜssen die Volumendehnungen verschwinden.

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_v^{el} + \dot{\epsilon}_v^{pl} = 0 \quad (5.82)$$

Dies liefert eine zusÄtzliche Bedingung fÜr den unbekanntem PorenwasserÜberdruck  $u$ . Schreibt man die Gleichungen 4.47 und 4.49 unter Beachtung von 5.82 mit den effektiven Spannungen ( $p' = p - u$ ) an, so erhÄlt man

$$\frac{\dot{p} - \dot{u}}{B} + \frac{n_p}{K} [(\dot{p} - \dot{u})n_p + \dot{q}n_q] = 0 \quad (5.83)$$

oder fÜr das Inkrement des PorenwasserÜberdrucks  $\dot{u}$

$$\dot{u} = \dot{p} + \underbrace{\frac{n_p n_q}{\frac{K}{B} + n_p^2}}_A \dot{q} \quad (5.84)$$

$A$  ist ein inkrementeller Porenwasserdruckparameter, der abhÄngig ist von der Lage des Spannungspunktes auf der FlieÙflÄche sowie vom VerhÄltnis des plastischen Moduls zum elastischen Kompressionsmodul. Damit wird klar, daÙ die effektiven Spannungspfade eines undrÄnierten Versuchs sehr stark vom VerhÄltnis der elastischen zu den plastischen Verformungen abhÄngen. Obwohl das vorliegende Modell keinen Bereich rein elastischer Verformungen besitzt, mÜssen doch die elastischen und die plastischen Verformungen unterschieden werden. VernachlÄsst man die elastischen Verformungsanteile, dann ergeben sich völlig unrealistische effektive Spannungspfade.

Die Bedingung fÜr Belastungsumkehr lÄÙt sich folgendermaÙen schreiben

$$df = \frac{\partial f}{\partial p}(\dot{p} - \dot{u}) + \frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} < 0 \quad (5.85)$$

bzw.

$$df = \frac{\frac{K}{B} g}{\frac{K}{B} + n_p^2} \dot{q} n_q \quad (5.86)$$

Da Gleichung 5.86 immer positiv ist, solange der plastische Modul  $K > 0$  ist, was fÜr stabiles Verhalten vorausgesetzt werden muÙ, lÄÙt sich die Bedingung fÜr Belastungsumkehr

vereinfachen zu

$$\dot{q}n_q \begin{cases} < 0 & \text{Belastungsumkehr} \\ = 0 & \text{neutrale Belastung} \\ > 0 & \text{Fortsetzung der Belastung} \end{cases} \quad (5.87)$$

Bei Belastungsumkehr gilt  $\dot{\varepsilon}_v^{pl} = 0$  und damit auch  $\dot{\varepsilon}_v^{el} = 0$ , so daß sich die effektive Spannung nicht ändert ( $\dot{p} - \dot{u} = 0$ ). Die neue Fließfläche wird von  $\dot{q}$  aufgespannt.

## 5.2 Verformungsgesteuerte Versuche

Bei dieser Versuchsbedingung werden die Dehnungen eingepreßt, und das Material reagiert mit den entsprechenden Spannungen.

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_v^{el} + \dot{\varepsilon}_v^{pl} = \frac{\dot{p}}{B} + \frac{\dot{\sigma}}{K}n_p \quad (5.88)$$

$$\dot{\varepsilon}_q = \dot{\varepsilon}_q^{el} + \dot{\varepsilon}_q^{pl} = \frac{\dot{q}}{3G} + \frac{\dot{\sigma}}{K}n_q \quad (5.89)$$

Mit den Gleichungen 4.45, 4.46, 4.47 und 4.48 lassen sich die Spannungskremente ausdrücken

$$\dot{p} = B(\dot{\varepsilon}_v - \frac{n_p}{K}\dot{\sigma}) \quad (5.90)$$

$$\dot{q} = 3G(\dot{\varepsilon}_q - \frac{n_q}{K}\dot{\sigma}) \quad (5.91)$$

Addiert man diese beiden Gleichungen, dann ergibt sich wegen  $\dot{\sigma} = \dot{p}n_p + \dot{q}n_q$

$$\dot{\sigma} = \frac{Bn_p\dot{\varepsilon}_v + 3Gn_q\dot{\varepsilon}_q}{K + Bn_p^2 + 3Gn_q^2} \quad (5.92)$$

Setzt man 5.92 in 5.90 und 5.91 ein, dann ergeben sich die Spannungskremente in Matrixschreibweise

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -B & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_v \\ \dot{\varepsilon}_q \end{bmatrix} \quad (5.93)$$

mit den Koeffizienten

$$A = \frac{BK + 3BGn_q^2}{K + Bn_p^2 + 3Gn_q^2} \quad (5.94)$$

$$B = \frac{3BGn_p n_q}{K + Bn_p^2 + 3Gn_q^2} \quad (5.95)$$

$$C = \frac{3GK + BGn_p^2}{K + Bn_p^2 + 3Gn_q^2} \quad (5.96)$$

Die Bedingung für Belastungsumkehr lautet

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial p} A - \frac{\partial f}{\partial q} B \right) \dot{\varepsilon}_v + \left( \frac{\partial f}{\partial q} C - \frac{\partial f}{\partial p} B \right) \dot{\varepsilon}_q \begin{cases} < 0 & \text{Belastungsumkehr} \\ = 0 & \text{neutrale Belastung} \\ > 0 & \text{Fortsetzung der Belastung} \end{cases} \quad (5.97)$$

Bei Belastungsumkehr verschwinden die plastischen Verformungen,  $\dot{\varepsilon}_v^{pl} = \dot{\varepsilon}_v^{el} = 0$ , und daher gilt dann

$$\dot{p} = B\dot{\varepsilon}_p \quad (5.98)$$

$$\dot{q} = 3G\dot{\varepsilon}_q \quad (5.99)$$

so daß mit diesen Spannungsinkrementen die neue Fließfläche aufgespannt wird.

### 5.3 $K_0$ - bzw. Ödometerversuche

Die Zwangsbedingung des Ödometerversuchs lautet

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_3 = 0 \quad (5.100)$$

Daraus folgt wegen  $\varepsilon_3 = \frac{1}{3}\varepsilon_v - \frac{1}{2}\varepsilon_q$

$$3\dot{\varepsilon}_q = 2\dot{\varepsilon}_p \quad (5.101)$$

Setzt man diese Bedingung in die Matrizengleichung 5.93 ein, so erhält man für das Verhältnis der Spannungsinkremente

$$\frac{\dot{q}}{\dot{p}} = \frac{G}{B} \frac{2K + 2Bn_p^2 - 3Bn_p n_q}{K + 3Gn_q^2 - 2Gn_p n_q} = \dot{s}_0 \quad (5.102)$$

oder mit dem gebräuchlicheren  $K_0$ - Wert

$$\frac{\dot{\sigma}_3}{\dot{\sigma}_1} = K_0 = \frac{3 - \dot{s}_0}{3 + 2\dot{s}_0} \quad (5.103)$$

Dies ist ein inkrementeller  $K_0$ - Wert, d.h. er drückt das Verhältnis der Inkremente von  $\sigma_3$  zu  $\sigma_1$  aus.

Im  $K_0$ - bzw. Ödometerversuch ist  $\dot{\sigma}_1$  die vorgegebene Belastungsgröße. Die Spannungsinkremente  $\dot{p}$  und  $\dot{q}$  ergeben sich in Abhängigkeit von  $\dot{s}_0$

$$\dot{p} = \frac{3}{3 + 2\dot{s}_0} \dot{\sigma}_1 \quad (5.104)$$

$$\dot{q} = \frac{3\dot{s}_0}{3 + 2\dot{s}_0} \dot{\sigma}_1 \quad (5.105)$$

Die Bedingung für Belastungsumkehr lautet

$$df = \frac{3}{3 + 2\dot{s}_0} \left( \frac{\partial f}{\partial p} + \dot{s}_0 \frac{\partial f}{\partial q} \right) \dot{\sigma}_1 \begin{cases} < 0 & \text{Belastungsumkehr} \\ = 0 & \text{neutrale Belastung} \\ > 0 & \text{Fortsetzung der Belastung} \end{cases} \quad (5.106)$$

Bei Belastungsumkehr gilt  $\dot{\varepsilon}_v^{pl} = \dot{\varepsilon}_v^{el} = 0$  und damit

$$\frac{\dot{q}}{\dot{p}} = \dot{s}_0 = 2 \frac{G}{B} = 3 \frac{(1 - 2\nu)}{(1 + \nu)} \quad (5.107)$$

bzw.

$$\frac{\dot{\sigma}_3}{\dot{\sigma}_1} = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (5.27)$$

Das bedeutet, daß die Anfangsneigung des Spannungspfades in einem  $K_0$ - Versuch bei Belastungsumkehr nur von der Querdehnungszahl des Bodens abhängig ist. Liegt ein entsprechender Versuch vor, dann läßt sich die Querdehnungszahl daraus ermitteln. Die Spannungskremente, die die neue Fließfläche aufspannen lauten

$$\dot{p} = \frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)} \dot{\sigma}_1 \quad (5.28)$$

$$\dot{q} = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_1 \quad (5.29)$$

#### 5.4 Zyklische Beanspruchung

Mit dem bisher beschriebenen Modell lassen sich allgemeine, nichtmonotone Spannungs- und Verformungspfade berechnen. Dabei ist allerdings festzustellen, daß bei der Nachrechnung zyklischer Beanspruchungen gewisse Phänomene nicht zutreffend erfaßt werden. Dies soll am Beispiel eines undränierten zyklischen Triaxialversuchs mit einer normalkonsolidierten Bodenprobe gezeigt werden.

In Abbildung 5.1 sind die berechneten effektiven Spannungspfade von vier unterschiedlichen Belastungsgeschichten dargestellt. Bei dieser Berechnung wurde das vorgeschlagene Materialmodell zunächst ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche verwendet. Ausgehend vom normalkonsolidierten Zustand im Punkt A wird eine Probe undräniert bis zum Grenzzustand belastet, der im Punkt G auf der „Critical State Line“ erreicht wird. Der effektive Spannungspfad durchläuft wegen der entstehenden Porenwasserüberdrücke die gekrümmte Kurve A-B-C-D-G. Da bei diesem Spannungspfad die effektive Spannung  $p'$  abnimmt, treten negative elastische Volumendehnungen auf, die wegen der Bedingung  $\varepsilon_v = 0$  durch gleichgroße positive plastische Volumendehnungen kompensiert werden. Dadurch kommt es zu der in Abbildung 5.2 dargestellten Aufweitung der Vorbelastungsfläche (Punkt A liegt beim Erreichen des Grenzzustandes im Punkt G nicht mehr auf der Vorbelastungsfläche, sondern innerhalb). Die Deviatorspannung  $q_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$  beim Erreichen des Grenzzustandes entspricht der undränierten Festigkeit  $c_u$ .

Wird die Probe zyklisch mit einer geringeren Deviatorspannungsamplitude als der undränierten Scherfestigkeit  $c_u$  belastet, dann kommt es pro Lastzyklus zu einer Akkumulation der Porenwasserüberdrücke, sodaß der effektive Spannungspfad zum Koordinatenursprung hin abwandert. Nach einer bestimmten Anzahl von Lastzyklen (B-B', C-C', D-D') wird ein Zustand erreicht, bei dem der Porenwasserdruck konstant bleibt und der effektive Spannungspfad einen stationären Zyklus durchläuft. Dieser stationäre Zustand liegt für jede

ZYKLISCHER TRIAXIALVERSUCH  
EFFEKTIVER SPANNUNGSPFAD

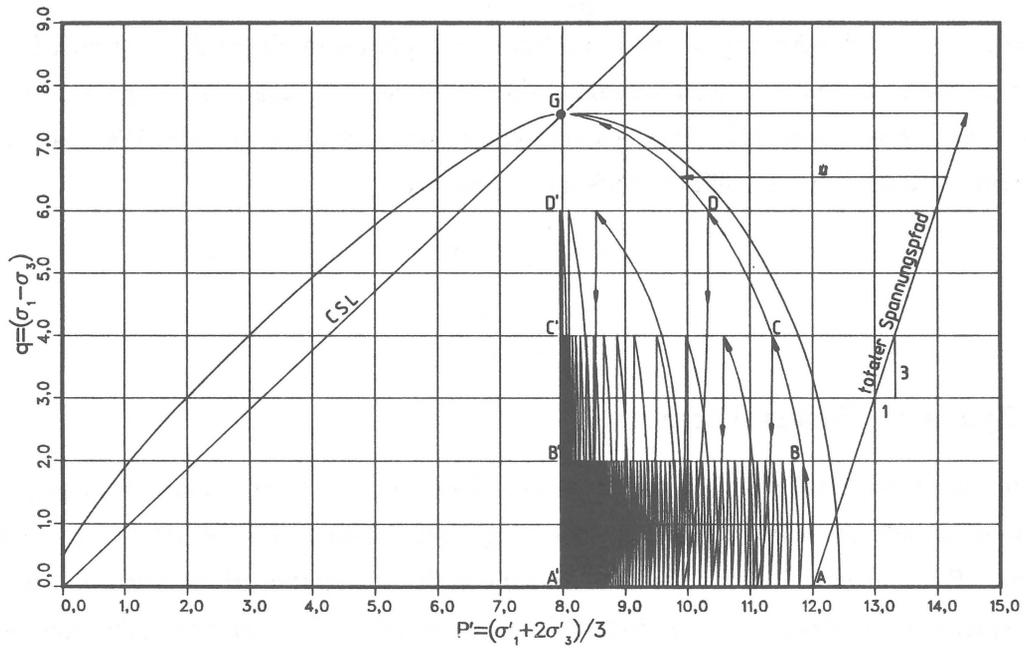


Abbildung 5.1: Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche: effektive Spannungspfade.

ZYKLISCHER TRIAXIALVERSUCH  
EFFEKTIVER SPANNUNGSPFAD

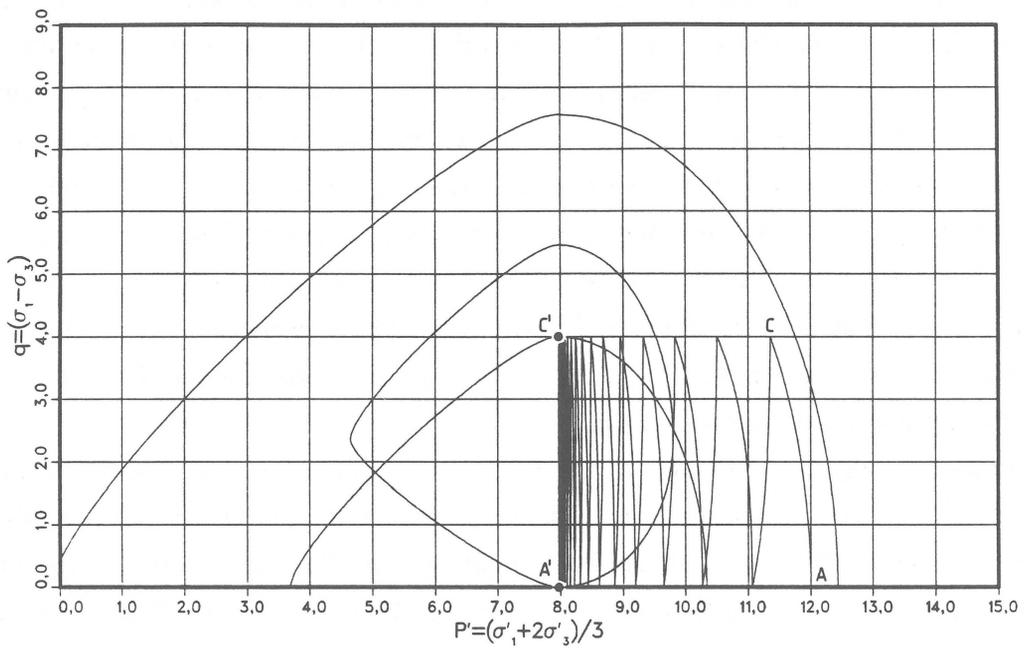


Abbildung 5.2: Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche: Fließflächen

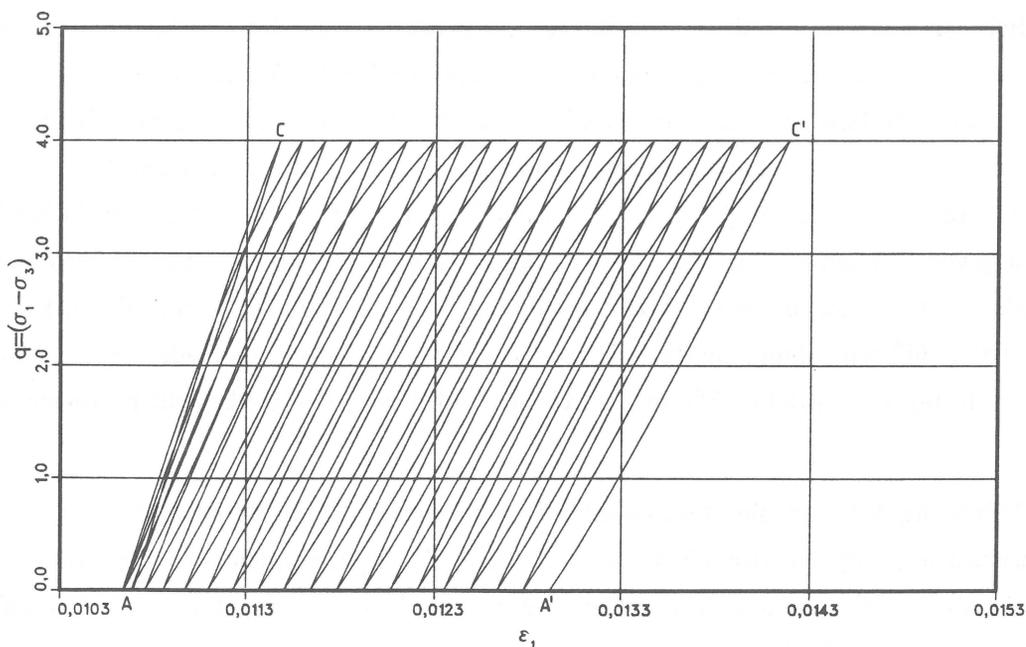


Abbildung 5.3: Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet ohne Berücksichtigung der Umkehrfläche: Verformungen

beliebige Deviatorspannungsamplitude unter dem Punkt G, bei dem der Grenzzustand erreicht wurde, wenn man bei dem vorgestellten Modell die Umkehrfläche nicht berücksichtigt. Allerdings nimmt die Anzahl der erforderlichen Belastungszyklen bis zum Erreichen des stationären Zustands mit abnehmender Deviatorspannungsamplitude zu.

Nach SANGREY et.al. [127,128] (s. S. 36ff) wird in einem zyklischen Triaxialversuch mit Deviatorspannungsamplituden, die unterhalb eines kritischen Schwellenwertes liegen, ein stationärer Zustand erreicht. Dabei hängt allerdings die Größe des insgesamt aufgebauten Porenwasserüberdrucks linear von der Deviatorspannungsamplitude ab; je kleiner die Deviatorspannungsamplitude ist, desto weniger weit wandert der effektive Spannungspfad nach links ab (s. die Gleichgewichtslinien in Abbildung 2.27). Beim Erreichen des stationären Spannungszyklus verläuft auch die Spannungs-Dehnungskurve in einer stationären Hysteresisschleife (s. Abbildung 2.25 rechts).

Das Modell ohne Umkehrfläche kann dieses Verhalten nicht erfassen, die Verformungen wachsen auch nach Erreichen des stationären Spannungspfades pro Zyklus weiter an, wie in Abbildung 5.3 zu erkennen ist, wo die zu dem Spannungspfad A-C-A'-C' gehörenden Verformungen dargestellt. Dieses Verhalten ist erklärbar, wenn man sich die zugehörigen Fließflächen in Abbildung 5.2 betrachtet. Es sind die beiden Fließflächen für die Punkte C' und A' dargestellt. Man erkennt deutlich, daß die Fließfläche im Punkt C' bei der maxi-

malen Belastung größer ist als die Fließfläche im Punkt A', da sich der Spannungspunkt C' der Vorbelastungsfläche stärker genähert hat als der Punkt A'. Da jedoch die Größe des plastischen Moduls und damit die Größe der plastischen Verformungen vom Verhältnis der Durchmesser der Fließfläche und der Vorbelastungsfläche abhängt, kommt es bei der Belastung von A' nach C' zu größeren plastischen Verformungen als bei der anschließenden Entlastung von C' nach A'. Auf diese Weise akkumulieren sich die plastischen Verformungen pro Zyklus und nehmen unbegrenzt zu (Abbildung 5.3). Zu ähnlichen Ergebnissen kommt auch KÖNIG [68] mit seinem Zweiflächenmodell. Dieses Verhalten, das jeder experimentellen Beobachtung widerspricht, läßt sich durch die Einführung der Umkehrfläche vermeiden.

In Abbildung 5.4 sind die gleichen effektiven Spannungspfade dargestellt, jetzt jedoch mit Berücksichtigung der Umkehrfläche berechnet. Die Spannungspfade wandern wieder nach links ab, erreichen nun allerdings den stationären Zustand bei unterschiedlichen effektiven Spannungen  $p'$ . Verbindet man die stationären Punkte B'-C'-D'-E', dann ergibt sich eine leicht gekrümmte Kurve, die durch eine Gerade angenähert werden kann, wie dies von SANGREY et.al. [127,128] experimentell gezeigt wurde. Mit dieser verbesserten Version des Modells werden auch die Verformungen zutreffender beschrieben (s. Abbildung 5.5); nach Erreichen des stationären Zustands verlaufen die Verformungen in einer stationären Hysteresisschleife. Wie dieses veränderte Verhalten zustande kommt, erkennt man, wenn man wieder die Fließflächen betrachtet. In Abbildung 5.6 ist die Entwicklung der Fließflächen bei der Belastung von C'' nach C' (oben) und bei der Entlastung von C' nach C'' (unten) dargestellt. Die äußerste Fläche ist jeweils die Umkehrfläche, die ihre Größe und Lage nicht mehr verändert, da im stationären Zustand keine plastischen Volumendehnungen auftreten. Die Fließflächen nähern sich sowohl bei der Belastung als auch bei der anschließenden Entlastung der Umkehrfläche an, so daß die plastischen Verformungen bei der Belastung und bei der Entlastung gleich sind und sich die abgebildete stationäre Hysteresisschleife einstellt. Die Größe der stationären Umkehrfläche und damit die Größe des insgesamt aufgebauten Porenwasserüberdrucks hängt von der Deviatorspannungsamplitude ab.

Trotz der erheblichen Verbesserungen durch die Berücksichtigung der Umkehrfläche besitzt das neue Materialmodell jedoch noch einen bedeutenden Mangel. Unabhängig von der Größe der Deviatorspannungsamplitude wird stets der stationäre Zustand erreicht. Eine Reihe von Autoren [127,128,4,5,71,117] stimmen jedoch darin überein, daß bei einer zyklischen Belastung ein kritischer Schwellenwert existiert in der Weise, daß bei Beanspruchungen mit Amplituden größer als dieser kritische Wert ein zyklisches Versagen eintritt („Incremental Collapse“), während bei Beanspruchungen mit kleineren Amplituden eine Beruhigung

ZYKLISCHER TRIAXIALVERSUCH  
EFFEKTIVER SPANNUNGSPFAD

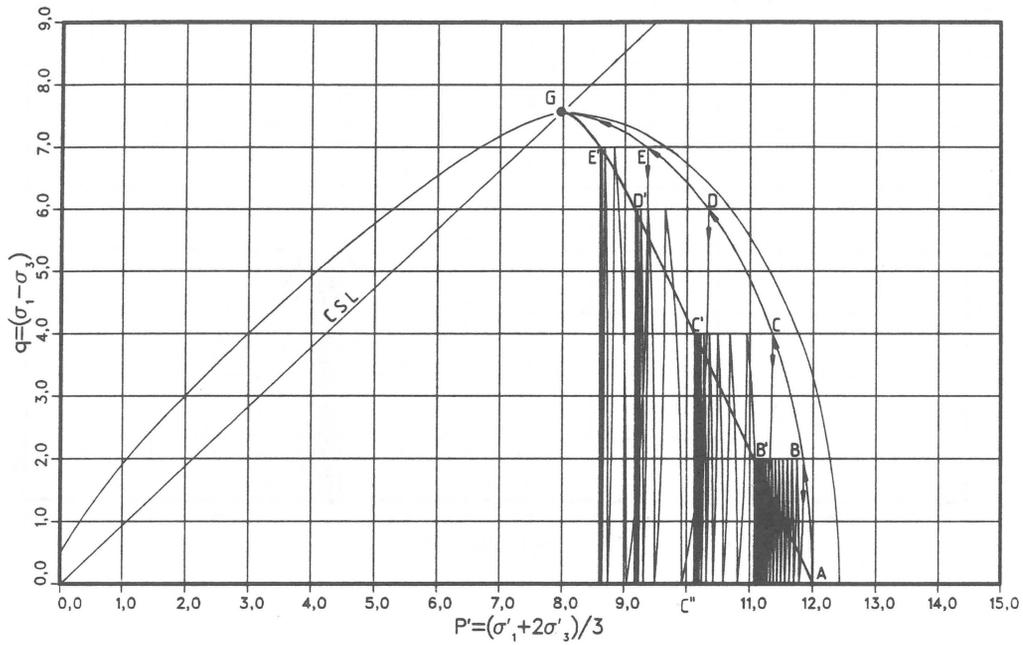


Abbildung 5.4: Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet mit Berücksichtigung der Umkehrfläche: effektive Spannungspfade

ZYKLISCHER TRIAXIALVERSUCH

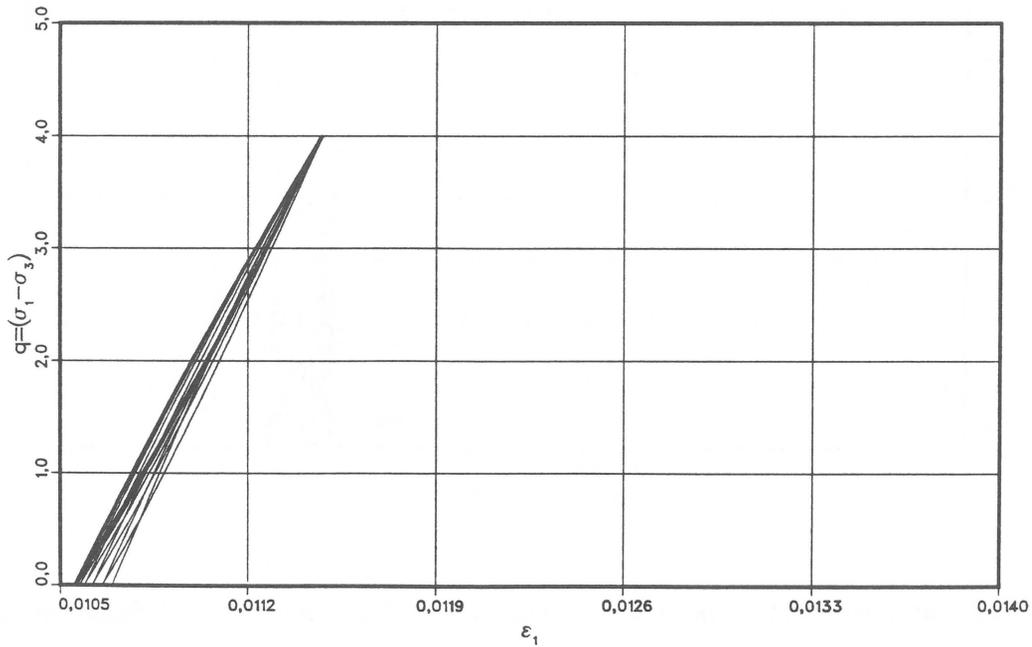
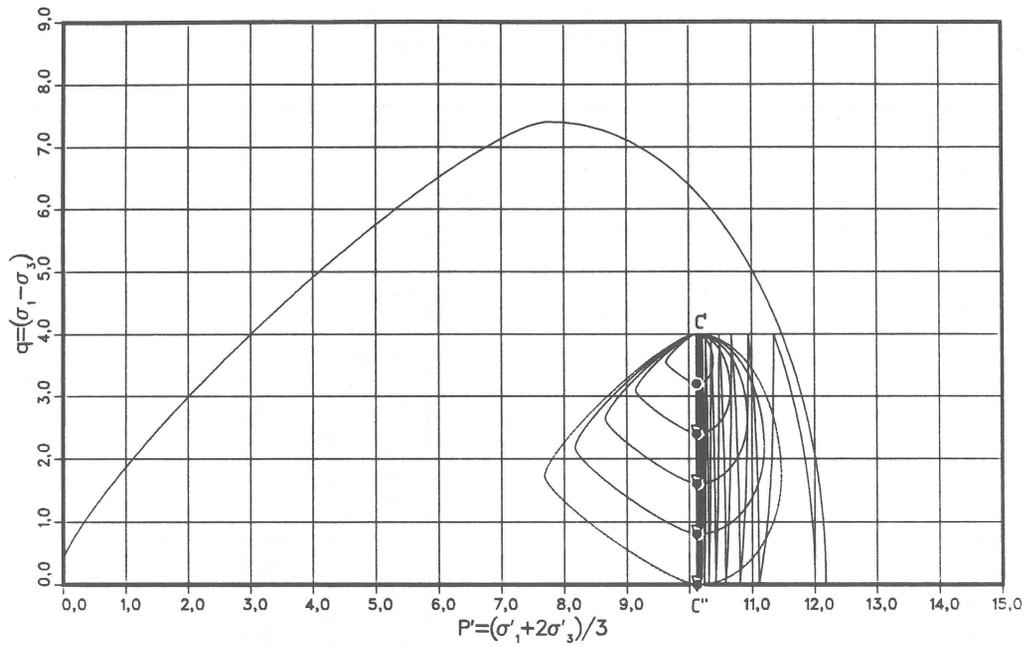


Abbildung 5.5: Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet mit Berücksichtigung der Umkehrfläche: Verformungen

ZYKLISCHER TRIAXIALVERSUCH  
EFFEKTIVER SPANNUNGSPFAD



ZYKLISCHER TRIAXIALVERSUCH  
EFFEKTIVER SPANNUNGSPFAD

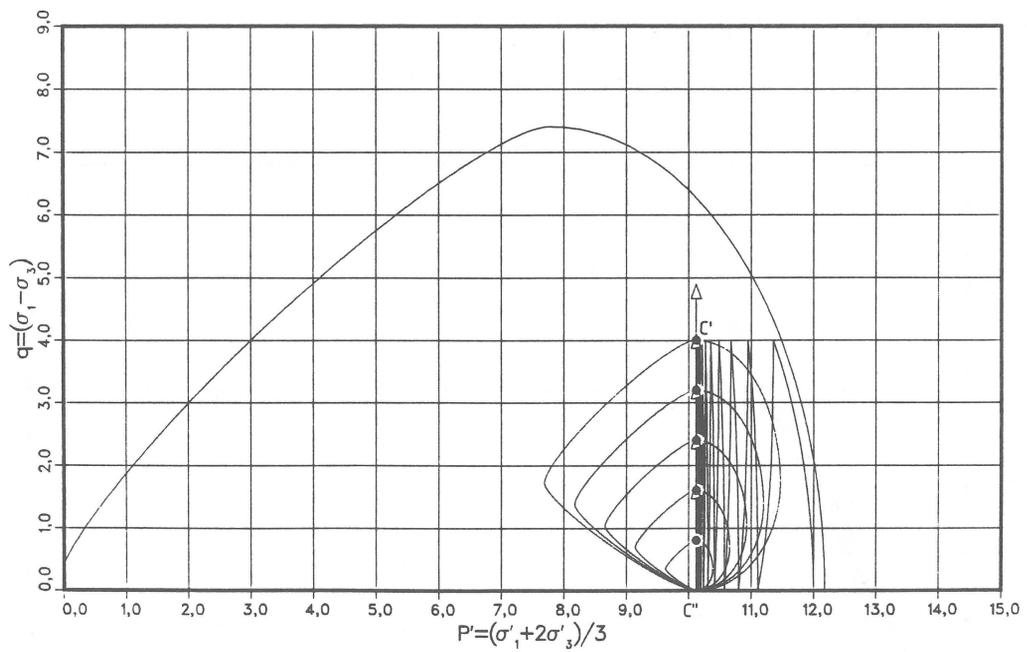


Abbildung 5.6: Undrännierter zyklischer Triaxialversuch, berechnet mit Berücksichtigung der Umkehrfläche: Fließflächen

und ein Abklingen der Verformungen stattfindet („Shakedown“).

Um diese beiden unterschiedlichen Verhaltensweisen mit dem Materialmodell erfassen zu können, muß ein zusätzlicher Parameter eingeführt werden, der die zyklische Entfestigung steuert. MROZ et. al. [98] führen als Degradationsparameter  $\varepsilon_A$  die aufsummierten plastischen deviatorischen Dehnungen ein

$$\varepsilon_A = \int_0^t |\dot{\varepsilon}_q^{pl}| dt \quad (5.111)$$

und steuern damit eine zusätzliche Fläche („Intermediate Surface“), die mit wachsendem  $\varepsilon_A$  immer mehr zusammenschrumpft, so daß der Grenzzustand mit Hilfe dieser zusätzlichen Fläche erreicht werden kann. Bei zyklischen Beanspruchungen übernimmt diese zusätzliche Fläche die Rolle der Vorbelastungsfläche. Wird nach einer zyklischen Belastung monoton weiterbelastet, dann kann die aktuelle Fließfläche diese Zusatzfläche durchdringen und es müssen nochmals modifizierte Formeln verwendet werden. Als Vereinfachung schlagen MROZ et.al. [98] deshalb vor, die Vorbelastungsfläche („Consolidation Surface“) selbst in Abhängigkeit von  $\varepsilon_A$  schrumpfen zu lassen. Dies hat jedoch, wie im folgenden gezeigt wird, gravierende Folgen. Der Grenzzustand ist nach den Modellvorstellungen dann erreicht, wenn der plastische Modul zu Null wird. Dies ist im unterkritischen Bereich im Schnittpunkt der Vorbelastungsfläche mit der „Critical State Line“ der Fall; im überkritischen Bereich wird der Grenzzustand bei Spannungszuständen oberhalb der „Critical State Line“ und unterhalb der Vorbelastungsfläche erreicht. Um eine zyklische Entfestigung des Materials zu simulieren besteht die Möglichkeit, die Vorbelastungsfläche in Abhängigkeit vom Degradationsparameter  $\varepsilon_A$  schrumpfen zu lassen, um somit die „Critical State Line“ bei niedrigeren Deviatorspannungen zu erreichen.

$$\bar{a} = h(\varepsilon_A) \cdot \bar{a}(\dot{\varepsilon}_v^{pl}) \quad (5.112)$$

Daraus folgt dann die modifizierte Beziehung für das Inkrement des Durchmessers der Vorbelastungsfläche

$$\dot{\bar{a}} = \frac{dh(\varepsilon_A)}{d\varepsilon_A} \dot{\varepsilon}_A + h(\varepsilon_A) \frac{1 + e_o}{\lambda - \kappa} \bar{a} \dot{\varepsilon}_v^{pl} \quad (5.113)$$

mit

$$\dot{\varepsilon}_A = |\dot{\varepsilon}_q^{pl}| \quad (5.114)$$

Setzt man nun Gleichung 5.113 in die Konsistenzbedingung für die Vorbelastungsfläche ein, dann erhält man einen neuen Ausdruck für den plastischen Modul  $K_v$  der Vorbelastungsfläche

$$K_v = -\frac{1}{g} \frac{\partial F}{\partial \bar{a}} \bar{a} \left[ \frac{dh(\varepsilon_A)}{d\varepsilon_A} |n_q| + \frac{1 + e_o}{\lambda - \kappa} h(\varepsilon_A) n_p \right] \quad (5.115)$$

der jetzt den Einfluß der Entfestigungsfunktion  $h(\varepsilon_A)$  enthält. Für  $h(\varepsilon_A)$  ist eine Funktion mit einem asymptotischen Grenzwert sinnvoll, um auszuschließen, daß die Vorbela- stungsfläche unbegrenzt zusammenschrumpfen kann.

$$h(\varepsilon_A) = \frac{1 + \alpha_1 \varepsilon_A}{1 + \alpha_2 \varepsilon_A} \quad \text{mit } \alpha_1 \leq \alpha_2 \quad (5.116)$$

Die Grenzwerte dieser Funktion lauten

$$\lim_{\varepsilon_A \rightarrow 0} h(\varepsilon_A) = 1 \quad \lim_{\varepsilon_A \rightarrow \infty} h(\varepsilon_A) = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (5.117)$$

Mit dieser Funktion ergibt sich der plastische Modul  $K_v$  für eine isotrope Erstbelastung

$$K_v(p = \bar{a}, q = 0) = \frac{(1 + \alpha_1 \varepsilon_A)(1 + e_o) \bar{a}}{(1 + \alpha_2 \varepsilon_A)(\lambda - \kappa)} \quad (5.118)$$

und damit ist die Neigung der  $e - \ln p$  Kurve des Druck-Porenzifferdiagramms abhängig von der Größe der aufsummierten plastischen Schubverzerrungen. Die Größe des plastischen Moduls  $K_v$  auf der „Critical State Line“ besitzt nach dieser Modifikation nicht mehr den Wert  $K_v = 0$ , sondern es ergibt sich ein negativer Wert.

$$K_v(p = R\bar{a}, q = MR\bar{a}) = MR\bar{a} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{(1 + \alpha_2 \varepsilon_A)^2} \quad (5.119)$$

Das bedeutet, durch eine solche Modifikation der Vorbela- stungsfläche wird das grundle- gende „Critical State“ Konzept ungültig. Die „Critical State Line“ definiert nicht mehr den Zustand, bei dem volumenkonstantes Fließen des Materials eintritt, sondern verbindet nur noch bestimmte ausgezeichnete Punkte der Vorbela- stungsfläche.

Es wird deshalb in dieser Arbeit ein anderer Vorschlag zur Beschreibung der zyklischen Entfestigung gemacht. Die Interpolationsfunktion 4.62 für den plastischen Modul  $K$  erhält einen zusätzlichen Term, der in Abhängigkeit vom Degradationsparameter  $\varepsilon_A$  den plasti- schen Modul verkleinert. Dadurch wird erreicht, daß die plastischen Verformungen während einer zyklischen Beanspruchung anwachsen können und daß der Grenzzustand unterhalb der „Critical State Line“ erreicht werden kann. Anstelle der Interpolationsfunktion 4.62 wird zur Berechnung des plastischen Moduls  $K$  vorgeschlagen

$$K = K_v + \frac{1 + e_o}{\lambda - \kappa} \bar{a} \Gamma \frac{(1 - \delta)^\omega}{\delta^\psi} h(\varepsilon_A) \quad (5.120)$$

mit der Degradationsfunktion

$$h(\varepsilon_A) = \frac{1 + \beta \zeta \varepsilon_A}{1 + \beta \varepsilon_A} \quad (5.121)$$

die folgende Grenzwerte besitzt

$$\lim_{\varepsilon_A \rightarrow 0} h(\varepsilon_A) = 1 \quad \lim_{\varepsilon_A \rightarrow \infty} h(\varepsilon_A) = \zeta \quad (5.122)$$

und dem Parameter

$$\zeta = \left(1 - \frac{q_u}{MR\bar{a}}\right) \left(\frac{\tau}{c_u}\right)_{min} - \frac{\check{a}}{\bar{a}} \quad \text{mit } \zeta < 1 \quad (5.123)$$

Die Degradationsfunktion  $h(\varepsilon_A)$  verkleinert mit wachsendem  $\varepsilon_A$  den maßgeblichen plastischen Modul  $K$ . Der Grenzwert ist  $\lim_{\varepsilon_A \rightarrow \infty} h(\varepsilon_A) = \zeta$  und damit abhängig von der kritischen zyklischen Deviatorsspannungsamplitude. Die kritische Deviatorsspannungsamplitude ist nach PROCTER & KHAFFAF [117] definiert als das minimale Verhältnis der zyklischen Schubspannung zur statischen, undränierten Scherfestigkeit  $(\tau/c_u)_{min}$  und markiert die Schubspannungsamplitude, bei der das Material unendlich viele undränierte Lastzyklen übersteht (s. Abbildung 2.30 und die Erläuterungen auf S. 44). Die Größe der aktuellen zyklischen Beanspruchung ist durch das Verhältnis des Durchmessers der Umkehrfläche zum Durchmesser der Vorbelastungsfläche  $\check{a}/\bar{a}$  gegeben. Damit wird  $\zeta$  mit wachsender zyklischer Deviatorsspannungsamplitude kleiner.  $\zeta$  wird negativ, wenn bei einer zyklischen Beanspruchung  $\check{a}/\bar{a}$  größer wird als der Schwellenwert  $(\tau/c_u)_{min}$ , wobei dieser Schwellenwert abgemindert wird, wenn zusätzlich zu der zyklischen Schubbeanspruchung noch eine statische Deviatorspannung wirkt. Das bedeutet im Modell, daß der Mittelpunkt der Umkehrfläche  $q_u$  in Richtung der  $q$ -Achse verschoben ist. Wenn  $\zeta$  verschwindet oder negativ ist, dann wird nach einer hinreichenden Anzahl von Lastzyklen, falls  $\varepsilon_A$  groß genug ist, der plastische Modul  $K = 0$  und der Grenzzustand für zyklisches Versagen ist erreicht. Wenn  $\zeta$  allerdings größer ist als Null, dann kommt der entfestigende Einfluß von  $h(\varepsilon_A)$  mit wachsendem  $\varepsilon_A$  zum Stillstand, und es stellt sich ein stabiler Spannungs- und Verformungszyklus ein. Der Parameter  $\beta$  bestimmt den Grad der Abnahme von  $h(\varepsilon_A)$  mit  $\varepsilon_A$ .

Mit diesen Modifikationen des Modells ist es möglich, sowohl das zyklische Versagen einer Bodenprobe unter einer genügend großen Deviatorsspannungsamplitude und einer hinreichenden Anzahl von Lastzyklen als auch den Fall einer zyklischen Beruhigung zu beschreiben. Das Verhalten des Materials unter einer Erstbelastung bleibt von den Modifikationen unbeeinflusst. Inwieweit sich das Material durch eine monotone Beanspruchung im Anschluß an einen zyklischen Belastungsprozeß wieder erholt, d.h. ob der Degradationsparameter auch wieder kleiner werden oder ganz verschwinden kann, läßt sich auf der Grundlage der verfügbaren Versuchsergebnisse nicht eindeutig klären. Es ist jedoch anzunehmen, daß dies bei einer hinreichenden Fortsetzung des monotonen Beanspruchungsprozesses nach der zyklischen Belastung der Fall ist. Dies ist in dem vorliegenden Modell jedoch nicht berücksichtigt. Die vorgestellten modifizierten Beziehungen gehen für  $\beta = 0$  in die ursprüngliche Form über.

## 6 Laborversuche

### 6.1 Ziel der Versuche

Um die Materialparameter des vorgeschlagenen elasto-plastischen Modells zu kalibrieren und um seine Eignung zur Vorhersage des Materialverhaltens bei komplexen, nichtmonotonen Spannungspfaden nachzuweisen, wurden Laborversuche mit einem aufbereiteten mittelplastischen Ton durchgeführt. Mit dem gleichen Material wurden am Institut für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt schon in der Vergangenheit Forschungsarbeiten durchgeführt, deren Ergebnisse [87] zum Teil in dieser Arbeit verwendet wurden. Ziel der Untersuchung war es, die Materialparameter des Modells möglichst aus Standardversuchen zu ermitteln; die allenfalls leicht modifiziert durchgeführt werden müssen, wie dies von ARSLAN [6] für ein elastoplastisches Stoffgesetz für Sand demonstriert worden ist.

Dränierte Versuche mit bindigen Materialien erfordern wegen der notwendigen Konsolidierungszeiten einen erheblichen Zeitaufwand. Deshalb sollte immer angestrebt werden, die Probenabmessungen so klein wie möglich zu halten, was allerdings zur Folge hat, daß die zu messenden Verformungsgrößen ebenfalls sehr klein werden. Da die Fehlerquellen bei der Verformungsmessung nicht im gleichen Maße wie die Probenabmessungen kleiner werden, sind an die Verformungsmeßeinrichtung hohe Anforderungen zu stellen. Dies gilt insbesondere, wenn zyklische Beanspruchungsvorgänge mit vorbelasteten Böden untersucht werden, bei denen die Verformungen von vornherein schon sehr klein sind. Aus diesem Grund wurden in einer Voruntersuchung die Grenzen und Möglichkeiten der konventionellen Triaxialversuchstechnik [14] untersucht, und es wurde nach Verbesserungsmöglichkeiten gesucht. Bei der Neukonstruktion einer Triaxialversuchszelle wurden eine Reihe von Neuerungen eingeführt, um die aufgezeigten Mängel so weit wie möglich abzustellen.

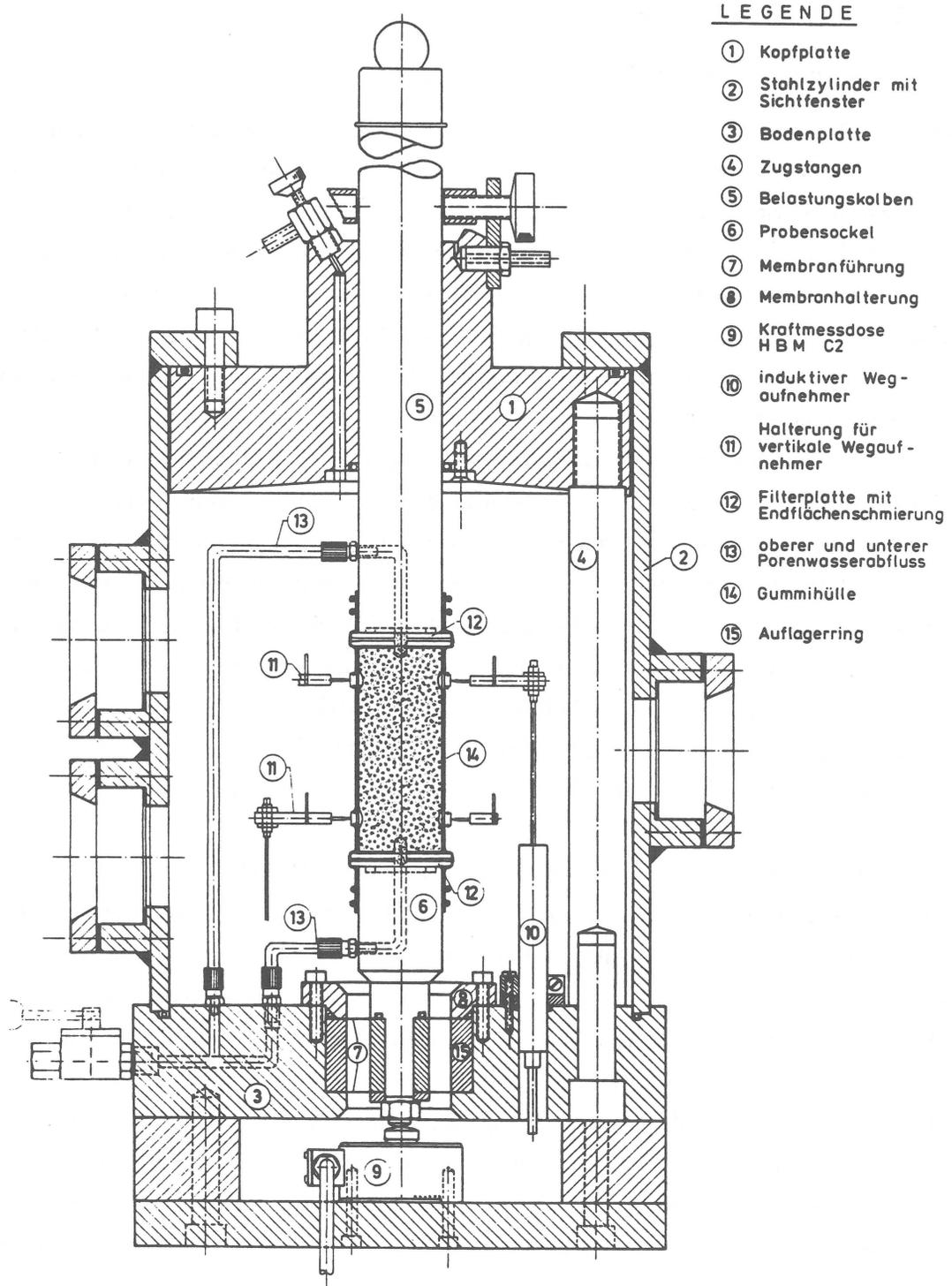
Bei den in der Literatur veröffentlichten zyklischen Versuchen handelt es sich fast ausschließlich um undräßierte Versuche, da diese erheblich leichter durchzuführen sind. Fast immer ist auch die Verformungsgeschwindigkeit so groß, daß die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Materials eine erhebliche Rolle spielt. In undräßierten Versuchen stellt sich der effektive Spannungspfad in Abhängigkeit vom Volumenverformungsverhalten des Materials ein und ist von außen nicht zu steuern. Ziel der experimentellen Arbeit war es deshalb, das Verformungsverhalten eines bindigen Bodens bei dräßierten Ent- und Wiederbelastungszyklen unter vorgegebenen Spannungspfaden zu untersuchen. Dadurch dauerten die Versuche sehr lange — einzelne Versuche liefen länger als drei Monate — so daß nur eine geringe Anzahl von Versuchen durchgeführt werden konnte. Es wurde daher zur Ergänzung noch eine Reihe von konventionellen vorschubgesteuerten undräßierten CU-Versuchen durchgeführt.

## 6.2 Triaxialversuchsgerät

### 6.2.1 Belastungs- und Kraftmeßeinrichtung

Abbildung 6.1 zeigt schematisch das neu konstruierte Triaxialversuchsgerät. Der Stahlzylinder (2) ist abnehmbar und wird im zusammengebauten Zustand mit der Kopfplatte (1) der Zelle verschraubt. Er ist an der Kopfplatte (1) und der Bodenplatte (3) jeweils mit einem O-Ring abgedichtet. Er enthält auf zwei gegenüberliegenden Seiten insgesamt drei Sichtfenster aus Plexiglas, die während des Versuchs die Beobachtung der Probe ermöglichen. Der Durchmesser der Kopfplatte ist geringfügig kleiner als der Innendurchmesser des Stahlzylinders, so daß sich die Zelle leicht zusammenbauen läßt. Der Stahlzylinder sowie die übrigen Konstruktionsteile der Triaxialzelle sind für einen Zelldruck von 3000 kPa ausgelegt. Die Kopfplatte (1) der Zelle mit dem Belastungskolben (5) ist über drei Zugstangen (4) fest mit der Bodenplatte (3) verbunden und braucht beim Einbau der Probe nicht entfernt zu werden. Der Belastungskolben wird während des Probeneinbaus mit einer Klemmschraube in der Kopfplatte arretiert. Bei entferntem Stahlzylinder kann die Probe komplett in das Triaxialgerät eingebaut werden, der Belastungskolben (5) wird kraftschlüssig an die obere Filterplatte (12) herangefahren und mit der Klemmschraube arretiert, so daß das Eigengewicht des Belastungskolbens nicht auf die Probe wirkt. Anschließend wird die Verformungseinrichtung an der Probe befestigt und der Stahlzylinder über das Triaxialversuchsgerät geführt und mit der Kopfplatte verschraubt. Danach wird die Zelle mit entlüftetem Wasser gefüllt.

Bei vielen konventionellen Triaxialversuchsgeräten nach DIN 18137 Teil 2 wird der Belastungskolben erst nach dem Schließen der Zelle an die Druckkappe der Probe herangefahren oder mit dieser verbunden, was große Sorgfalt voraussetzt, da dieser Vorgang nur von außen zu kontrollieren ist. Bei dem hier vorgestellten Triaxialversuchsgerät ist keine besondere Druckkappe am Probenkopf vorhanden. Zwischen der Probe und dem Belastungskolben bzw. dem Probensockel (6) ist eine Filterplatte aus Hart-PVC mit einer Gummimembran und dazwischenliegender Silikonölschmierung angeordnet. Die Filterplatte besitzt in der Mitte einen noppenartigen Filterstein, der in eine zuvor an der Bodenprobe ausgebohrte Vertiefung eingepaßt ist. Die Filterplatte besitzt horizontale Bohrungen, so daß die seitlich an der Probe angebrachten Filterstreifen zum Porenwasserabfluß in der Mitte entwässern können. Die Filterplatte besitzt einen größeren Durchmesser als die Probe, damit sich diese im Kompressionsversuch in horizontaler Richtung ausdehnen kann. Der Belastungskolben und der Probensockel (6) besitzen jeweils eine Bohrung für den Porenwasserabfluß (13). Über Polyamid-Schläuche wird das Porenwasser vom Belastungskolben bzw. dem Probensockel zur Bodenplatte und von dort über ein Absperrventil nach außen geführt. Die Gummihülle,



- LEGENDE**
- ① Kopfplatte
  - ② Stahlzylinder mit Sichtfenster
  - ③ Bodenplatte
  - ④ Zugstangen
  - ⑤ Belastungskolben
  - ⑥ Probensockel
  - ⑦ Membranführung
  - ⑧ Membranhalterung
  - ⑨ Kraftmessdose H B M C2
  - ⑩ induktiver Wegaufnehmer
  - ⑪ Halterung für vertikale Wegaufnehmer
  - ⑫ Filterplatte mit Endflächenschmierung
  - ⑬ oberer und unterer Porenwasserabfluss
  - ⑭ Gummhülle
  - ⑮ Auflagerring

Abbildung 6.1: Schemaskizze des Triaxialversuchsgeräts

in die die Bodenprobe eingeschlossen ist, ist am oberen Ende der Probe mit zwei O-Ringen direkt am Belastungskolben abgedichtet.

Der geschliffene Belastungskolben besitzt den gleichen Durchmesser wie die Bodenprobe ( $d = 36 \text{ mm}$ ) und ist in die Bohrung in der Kopfplatte eingepaßt, um eine exakte vertikale Führung zu gewährleisten. Dadurch ist es möglich, auch Versuche im sogenannten Extensionsbereich ( $\sigma_3 > \sigma_1$ ) durchzuführen. Der Kolben ist gegen die Kopfplatte mit einer TURCON-Stepseal Dichtung abgedichtet, die sich durch sehr niedrige Reibungskoeffizienten auszeichnet. Gegenüber gummielastischen Dichtungen besitzt der Werkstoff TURCON zudem den Vorteil, daß kein ruckartiger Übergang von Haft- zu Gleitreibung stattfindet, da der statische Reibungskoeffizient kleiner ist als der dynamische oder ihm gleich.

Trotz der besonderen Abdichtung des Kolbens lassen sich Reibungsverluste, die zudem vom Zelldruck abhängig sind, nicht völlig vermeiden. Aus diesem Grund wurde zur Messung der Axial-Kraft eine Kraftmeßdose<sup>2</sup> (9) im Sockel der Triaxialzelle angeordnet. Der Probensockel (6), der ebenfalls den gleichen Durchmesser wie die Bodenprobe besitzt ( $d = 36 \text{ mm}$ ) und sich nach unten verjüngt, ist durch zwei dünne Metallmembranen (7) in vertikaler Richtung verschieblich an der Bodenplatte der Zelle befestigt. Die beiden Metallmembranen verhindern eine Verdrehung des Probensockels und gewährleisten eine vertikale Führung. Die obere Membran ist gegen die Bodenplatte der Triaxialzelle und gegen den Probensockel jeweils mit einem O-Ring abgedichtet. Die beiden Membranen sind über eine an die Bodenplatte geschraubte Membranhalterung (8) fest eingespannt. Die Schrauben werden mit einem genau definierten Drehmoment festgezogen, so daß eine exakt reproduzierbare Einspannwirkung erzielt werden kann.

Der Zelldruck  $\sigma_3$  wirkt auf die obere Membran, die einen Teil dieser Kräfte nach außen auf die Bodenplatte der Zelle abträgt und den Rest nach innen auf den beweglichen Probensockel. Welcher Anteil der Kräfte nach innen und welcher nach außen abgetragen wird, hängt von der Steifigkeit der Membran, dem Einspanngrad und der Spannweite ab. Gleichzeitig wirkt der Zelldruck  $\sigma_3$  von unten auf die zurückspringende Kante des Probensockels und bewirkt so eine Auftriebskraft. Um die Axialkraftmessung so weit wie möglich vom Einfluß des Zelldrucks zu entkoppeln, wurde angestrebt, die auf den Probensockel übertragenen, nach unten gerichteten Kräfte durch den Auftrieb auf den Probensockel aufzuheben. Dies konnte durch Veränderung des Innendurchmessers des Auflagerrings (15) erreicht werden. Durch eine Reihe von Kalibrierversuchen wurde an jeder Triaxialzelle der Durchmesser des Auflagerrings (15) so eingestellt, daß der Zelldruck bei unverformter Probe praktisch keinen Einfluß auf die Axialkraftmessung hat. Bei einer isotropen Belastung weicht die gemessene

---

<sup>2</sup>HBM C2 der Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik, Meßbereich 10 kN

Kraft um weniger als 1 % vom Sollwert ab.

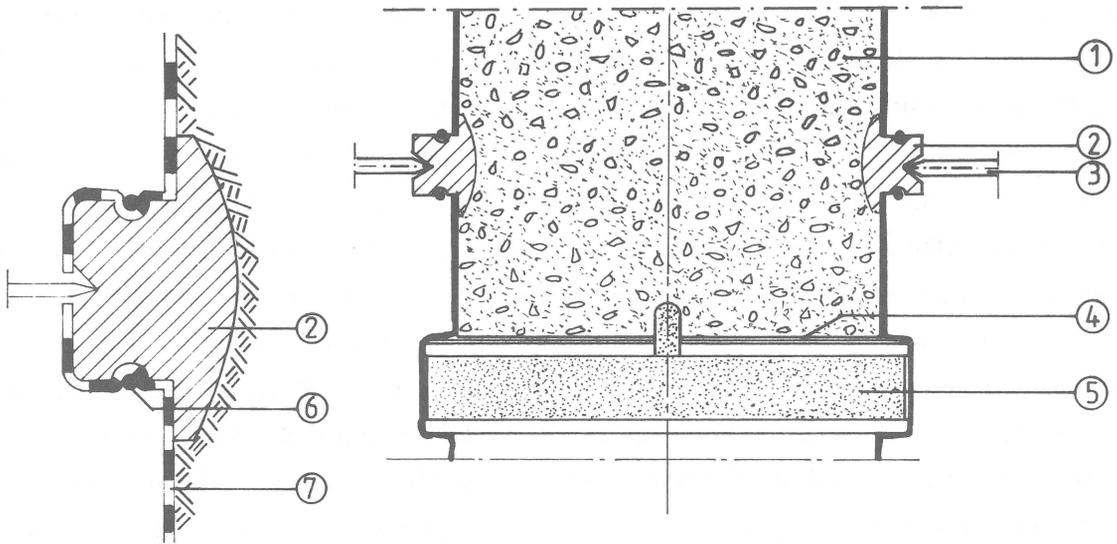
Um den Einfluß der Membransteifigkeit auf die Kraftmessung zu untersuchen, wurde in einem Kalibrierversuch eine zweite baugleiche Kraftmeßdose über dem Probensockel angeordnet. Ein Einfluß der Membransteifigkeit konnte meßtechnisch nicht festgestellt werden, da die Anzeigen beider Druckmeßdosen praktisch gleich waren. Dies kommt daher, daß bei den geringen Verformungen der Druckmeßdosen (Nennweg bei Maximallast 0.1 mm  $\pm$ 15%) die elastischen Rückstellkräfte der dünnen Membran verschwindend klein sind. Gegenüber einer Kugelführung mit Abdichtung hat die Membranführung den Vorteil, daß praktisch keine Reibungsverluste auftreten.

Verschiedentlich sind auch schon in den Belastungskolben eingebaute Kraftmeßdosen im Inneren der Druckzelle zur Kraftmessung verwendet worden [41], allerdings ergibt sich hierbei das Problem, daß sich wegen der starren Führung der Kopfplatte eine exzentrische Lasteinleitung, die die Kraftmessung erheblich beeinflussen kann, kaum kontrollieren läßt. Zudem besteht die Gefahr, daß ihre Anzeige nicht mehr unabhängig von Änderungen des Zelldrucks ist [147]. Demgegenüber besitzt die Kraftmeßdose im Sockel des Versuchsgertes den Vorteil, daß die Kraft exakt zentrisch eingeleitet werden kann und daß die Kraftmeßdose je nach Versuch gegen eine andere Kraftmeßdose mit verändertem Meßbereich ausgetauscht werden kann.

## 6.2.2 Verformungsmeßeinrichtung

Um die Materialeigenschaften von Böden experimentell zu untersuchen, muß man sogenannte Elementversuche durchführen, d.h. der als homogen vorausgesetzte Probenkörper muß sich unter den eingepprägten Randspannungen homogen verformen können. Diese Forderung ist immer nur angenähert zu erfüllen, da durch die Reibung an den Endflächen die Verformung der Probe behindert wird. Mit einer Endflächenschmierung kann die Homogenität der Zylinderverformung erheblich verbessert werden (siehe hierzu auch SAADA & TOWNSEND in ihrem „State of the Art Report“ [126]). Bei größeren Verformungen kommt es allerdings auch mit einer Endflächenschmierung zu Ausbauchungen der Proben im Kompressionsversuch und zu Einschnürungen im Extensionsversuch (s. hierzu auch die Abbildung 6.17).

Da bei einer Endflächenschmierung die Probe nicht über die volle Endfläche entwässern kann (s. Abbildung 6.2), kommt es in der Nähe der Probenenden zu inhomogenen Strömungsvorgängen in der Probe, die die Probenverformung beeinflussen. Aus den genannten Gründen und wegen der Probleme mit der Durchlässigkeit der Gummihüllen (s. hierzu Abschnitt 6.2.4) wurde für die hier vorgestellte Triaxialzelle eine unmittelbarere Verformungsmessung ent-



(1) Bodenprobe, (2) Meßknopf, (3) Meßspitze, (4) Endflächenschmierung, (5) Filterplatte, (6) O-Ring, (7) Gummimembran

Abbildung 6.2: Schnitt durch die Probe und die Filterplatte

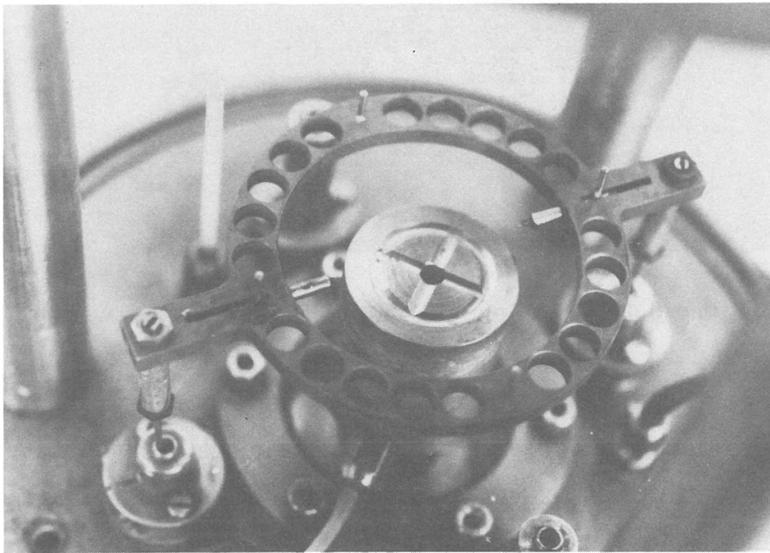


Abbildung 6.3: Unterer Meßquerschnitt zur Vertikalverschiebungsmessung

wickelt. Dies bedeutet, daß die Verformungen unmittelbar als Abstandsänderungen von Meßpunkten an der Probe gemessen werden, statt sie aus mittelbaren Größen wie z.B. der Kolbenverschiebung oder aus der Probe ausgepresstem Porenwasser zu berechnen (DIN 18137, Teil 2, [14,41]). Bei der Kolbenverschiebung können Verformungen des Belastungssystems sowie die Zusammendrückung der Endflächenschmierung enthalten sein und die Ergebnisse verfälschen. Die Volumenänderungsmessung mittels des ausgepressten Porenwassers setzt voraus, daß die Proben absolut wassergesättigt sind, daß die Gummihüllen und alle Anschlüsse absolut dicht sind, daß die Gummimembranen sich weder in die Probe noch in die Filtersteine eindrücken können, daß die nach außen geführten Anschlußschläuche und Meßbüretten selbst keine Volumenänderung erfahren und daß keine Verdunstung von Porenwasser, weder durch die Schläuche noch an den Menisken in den Meßbüretten, stattfinden darf. Die Aufzählung zeigt, daß mittelbare Meßverfahren von sehr unterschiedlichen Einflußfaktoren abhängen und damit fehleranfällig sind. Der Einfluß dieser Fehler ist sehr stark abhängig von den Abmessungen der untersuchten Proben. So kann ein Fehler, der bei großen Probenabmessungen vernachlässigbar klein ist, bei kleinen Proben die Ergebnisse erheblich verfälschen.

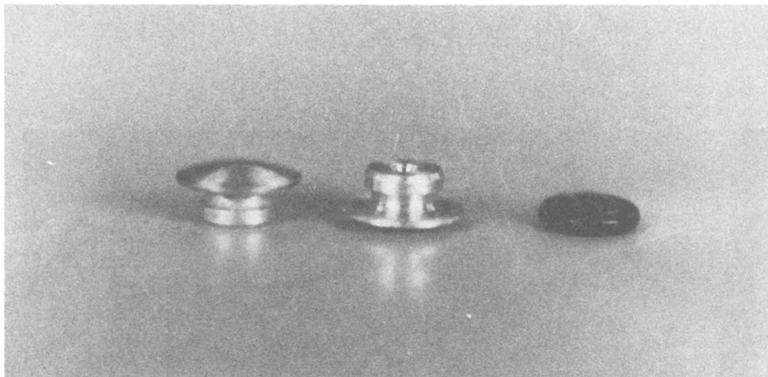


Abbildung 6.4: Meßknöpfe, die an der Probe befestigt werden

Die Verformungsmeßeinrichtung besteht aus zwei Querdehnungsmeßbügeln (s. Abbildung 6.7) und vier vertikal angeordneten induktiven Wegaufnehmern (10 auf Abbildung 6.1) zur Messung der Vertikalverschiebungen. Die vertikalen Wegaufnehmer stecken mit ihrem Gehäuse in Bohrungen und sind mit O-Ringen gegen die Bodenplatte abgedichtet und mit einem Klemmring gehalten, so daß die Anschlußkabel außerhalb der Zelle im Sockel des Triaxialgerätes verlaufen. Es handelt sich um je zwei Wegaufnehmer W5SSa bzw. W10SSa<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup>Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik

mit druckfestem Gehäuse (bis 15000 kPa). Die Anker der Wegaufnehmer sind paarweise an zwei Ringscheiben befestigt, die einen oberen und einen unteren Meßquerschnitt bilden (s. Abbildung 6.3 und (11) in Abbildung 6.1). Die Ringscheiben sind horizontal angeordnet und besitzen an zwei gegenüberliegenden Seiten horizontal geführte Meßspitzen. Die Meßspitzen greifen in eine Bohrung eines Metallknopfs (s. Abbildung 6.4), der als Meßpunkt an der Probe befestigt ist, und werden mit einem Gummizug angedrückt (s. Abbildung 6.2). Wird die Probe verformt, dann folgt die an den Meßknöpfen hängende Ringscheibe der vertikalen Verschiebung, die durch die Wegaufnehmer in ein elektrisches Signal umgewandelt wird. Durch die Stifte, die in Bohrungen verschieblich sind, kann die Probe an diesen Stellen horizontale Verschiebungen ungehindert ausführen. Der obere und der untere Meßquerschnitt sind so angeordnet, daß die Vertikalverformung der mittleren 2/3 der Probe gemessen werden können, ohne daß dieses Ergebnis durch Verformungen an den Endflächen und der Kraftmeßdose oder durch Inhomogenitäten an den Probenenden verfälscht wird.

Voraussetzung für die unmittelbare Verformungsmessung ist, daß direkt an der Probe ein Meßpunkt befestigt ist, der die Verformungen der Probe mitmachen kann und an die Verformungsmeßeinrichtung übertragen kann. Dies wird durch die oben erwähnten Metallknöpfe erreicht, die unter der Gummihülle an der Probe befestigt sind (s. Abbildung 6.2 (2) und 6.4). Über die fertig zugeschnittene standfeste Probe wird eine Schablone (s. Abbildung 6.5) gestülpt, die an den Stellen, wo die Meßpunkte sitzen sollen, Bohrungen enthält. Mit einem speziellen Bohrer werden kalottenförmige Vertiefungen in die Probe geschnitten, in die die Meßknöpfe eingesetzt werden (s. Abbildung 6.6). Nachdem die Probe zwischen den

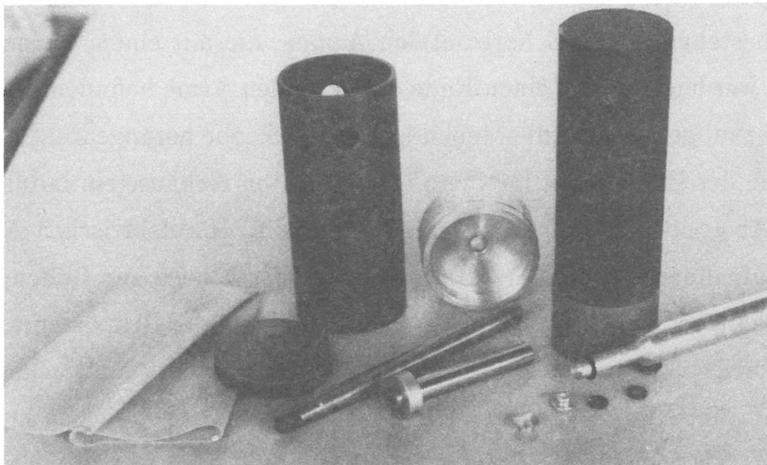


Abbildung 6.5: Geräte zum Anbringen der Meßknöpfe und der Filterplatten an der Probe

Meßpunkten mit Filterstreifen versehen ist, wird die Gummihülle über die Probe und die Meßknöpfe gezogen. An den Meßknöpfen wird die Gummihülle mit einem O-Ring (6) abge-

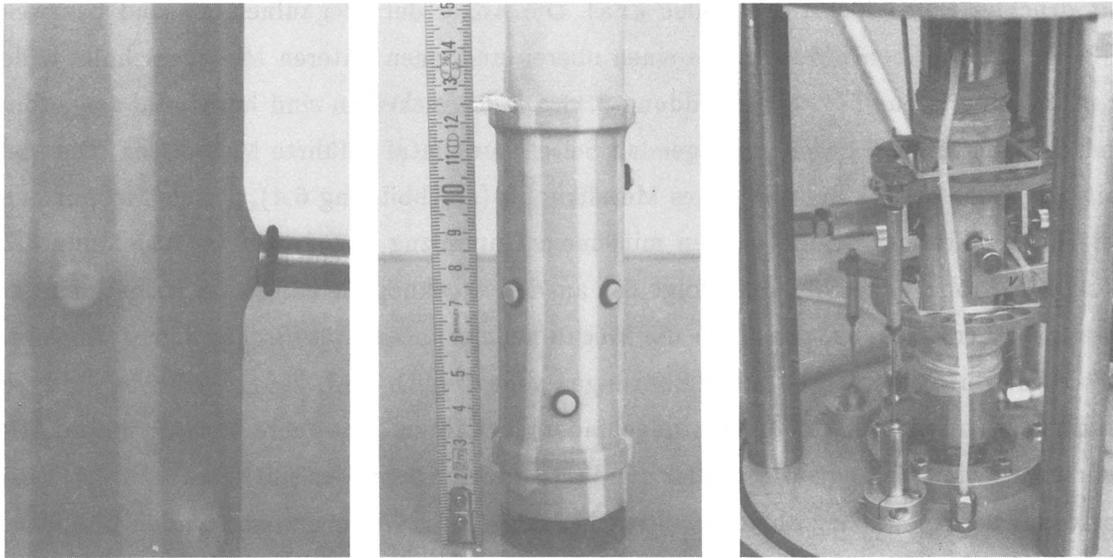
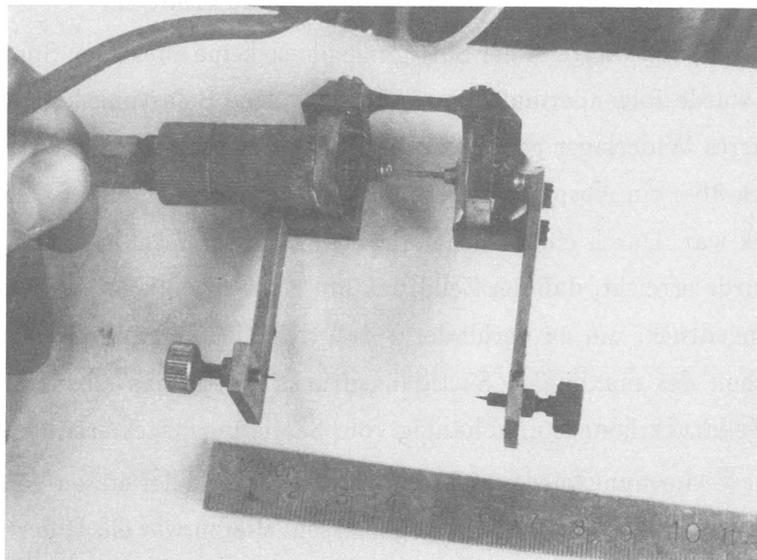
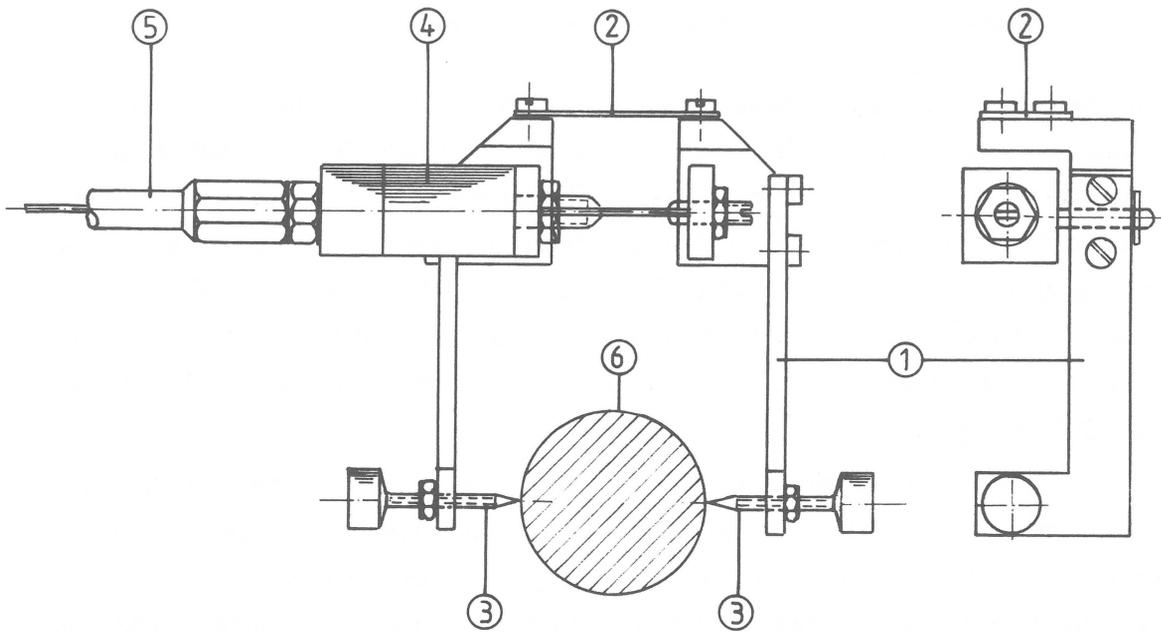


Abbildung 6.6: Befestigung der Meßknöpfe an der Bodenprobe

ichtet (s. Abbildung 6.2), so daß an diesen Stellen die Gummihülle (7) mit den Nadelspitzen (3) der Meßaufnehmer schadlos durchstoßen werden kann. Auf diese Weise ist gewährleistet, daß die Meßeinrichtung direkt an der Probe sitzt, ohne dabei die Zusammendrückung der Gummimembran zu messen.

Die Horizontalverformungen werden mit zwei diametral über Kreuz angeordneten Querdehnungsmeßbügel in der Mitte der Probenhöhe gemessen. Die Querdehnungsmeßbügel (s. Abbildung 6.7) bestehen aus zwei horizontalen Armen, die mit einem Federstahlbügel zusammengehalten werden. An dem einen Ende dieser beiden Arme befinden sich zwei Nadeln, die mit einem Schraubgewinde an die Meßknöpfe an der Probe herangedreht werden können. Am anderen Ende des Bügels sitzt in einem wasserdichten Gehäuse ein induktiver Wegaufnehmer, der die Abstandsänderungen der Bügelarme mißt. Die elektrischen Anschlußleitungen dieser Wegaufnehmer werden durch zwei Polyamidschläuche zur Bodenplatte geführt. Die Horizontalmeßbügel sind mit Federn an der Kopfplatte des Triaxialgeräts aufgehängt, so daß sie Vertikalverschiebungen der Probe nahezu ungehindert mitmachen können. Zur Kontrolle sind sämtliche Triaxialgeräte außen noch mit einem zusätzlichen induktiven Wegaufnehmer ausgerüstet, der die Kolbenverschiebung mißt.



(1) Bügelarme, (2) Federstahlbügel, (3) Meßnadeln, (4) Gehäuse des Meßaufnehmers, (5) Polyamidschlauch, (6) Bodenprobe

Abbildung 6.7: Skizze und Foto der Querdehnungsmeßbügel

### 6.2.3 Meßwerterfassung und Belastungseinrichtung

Die im Rahmen dieser Untersuchung durchgeführten Versuche waren alle lastgesteuert. Die Vertikallasten wurden mittels Gewichten über ein Belastungsgestell (2 auf Abbildung 6.8) auf den Kolben aufgebracht. Da im Sockel des Triaxialgeräts die Reaktionskraft gemessen wurde, konnten Reibungsverluste im Kolben ausgeglichen werden. Der Zelldruck bzw. der Sättigungsdruck (back pressure) wurden jeweils mittels Luftdruck auf eine Wasservorlage mit Ölfilm aufgebracht(3)(4). Durch Präzisionsdruckregler<sup>4</sup>(10) wurden die Drücke auf  $\pm 1\%$  des Solldrucks konstant gehalten und mit zwei Porenwasserdruckaufnehmern<sup>5</sup>(6) (Nenn-  
druck 1000 kPa) gemessen.

Sämtliche elektrischen Meßgrößen wurden von einer computergesteuerten Mehrkanalumschaltanlage(13) (UPH 3200, Hottinger Baldwin Meßtechnik) erfaßt und an den Rechner(14) zur Speicherung auf Disketten bzw. zur Auswertung übertragen. Mit einem Meßwerterfassungsprogramm konnten die Versuchsdaten direkt ausgewertet und am Bildschirm angezeigt werden, um so eine manuelle Belastungssteuerung zu ermöglichen.

Bei allen Versuchen wurde ein Sättigungsdruck („back pressure“) [126] von mindestens 150 kPa aufgebracht. Der Sättigungsdruck wurde stufenweise aufgebracht. Jede Laststufe wurde mindestens 24 h konstant gehalten. Anschließend wurde jeweils der sogenannte B-Test ( $B = \Delta u / \Delta \sigma_3$ ) durchgeführt, um den Sättigungsgrad zu ermitteln.

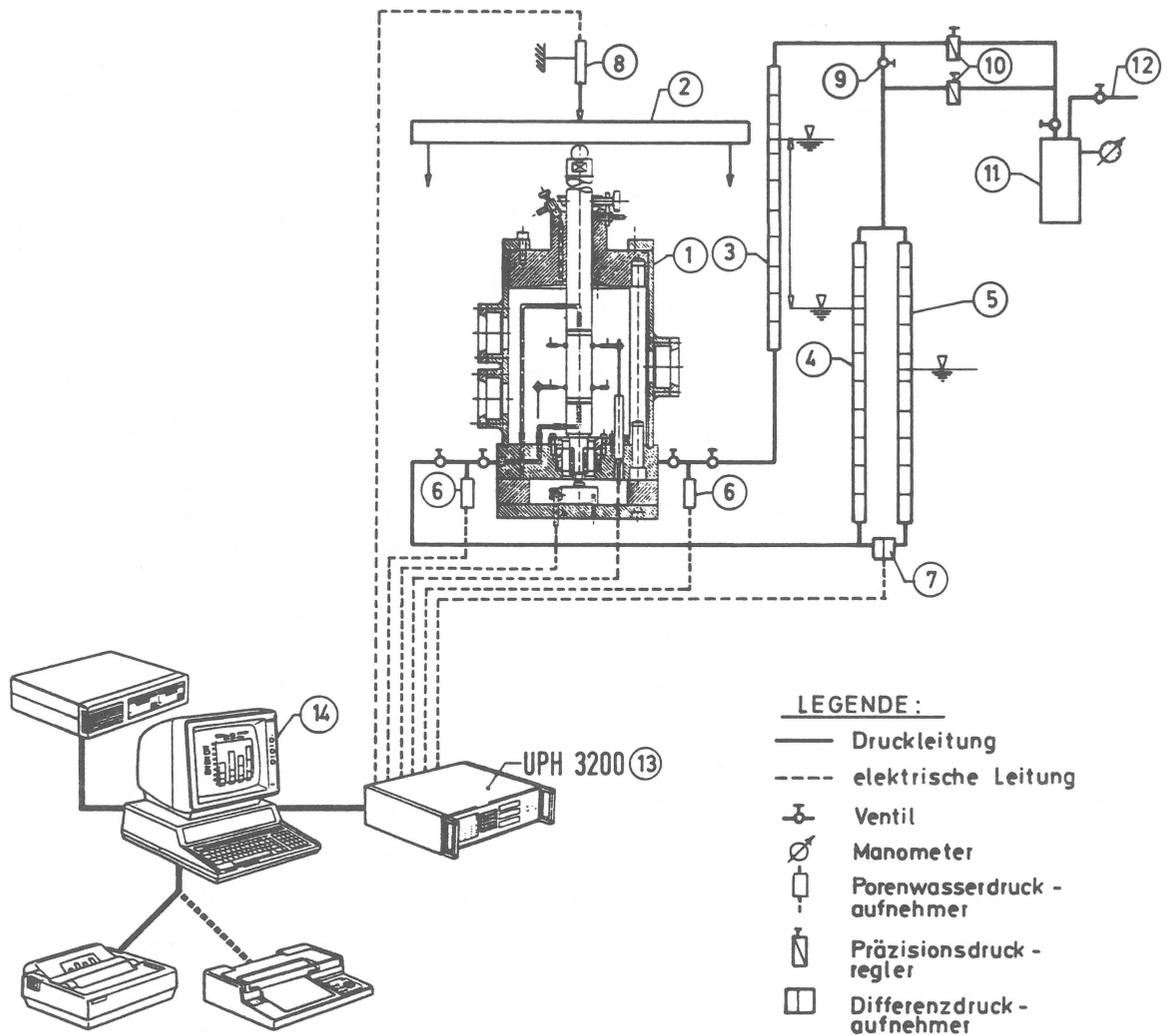
Um zu gewährleisten, daß während der Sättigungsphase keine effektiven Spannungen auf die Probe wirkten, wurde folgendermaßen vorgegangen: Der Belastungskolben der Probe wurde durch ein starres Widerlager gehalten. Die Druckleitungen für den Sättigungs- und den Zelldruck wurden über ein Absperrventil(9) kurzgeschlossen, so daß der Zelldruck gleich dem Sättigungsdruck war. Durch einen leicht erhöhten Wasserspiegel in der Wasservorlage des Zelldrucks(3) wurde erreicht, daß der Zelldruck um etwa 10 - 30 cm Wassersäule größer war als der Sättigungsdruck, um zu verhindern, daß sich die Gummihülle von der Probe ablöst. Nach Erreichen des maximalen Sättigungsdrucks wurde das Absperrventil(9) geschlossen, und der Zelldruck konnte unabhängig vom Sättigungsdruck erhöht werden.

Zur Kontrolle der Verformungsmeßeinrichtung wurde während der ersten Versuche zusätzlich das aus der Probe austretende Porenwasser gemessen. Hierzu war ein Differenzdruckaufnehmer(7) zwischen die Porenwasserbürette(4) und eine Referenzbürette(5) mit konstantem Wasserspiegel angeschlossen, der die Wasserspiegeländerungen der Porenwasserbürette mißt, aus denen dann die Volumenänderungen berechnet werden können.

---

<sup>4</sup>Fairchild-Präzisionsdruckregler der Fa. VIA

<sup>5</sup>Fa. Hottinger Baldwin Meßtechnik



(1) Triaxialversuchsgesät, (2) Belastungsgestell, (3) Bürette für Zelldruck mit erhöhtem Wasserspiegel gegenüber Porenwasserdruckbürette, (4) Porenwasserbürette, (5) Referenzbürette für Differenzdruckaufnehmer, (6) Porenwasserdruckaufnehmer, (7) Differenzdruckaufnehmer, (8) Wegaufnehmer, (9) Absperrventil, (10) Präzisionsdruckregler, (11) Druckflasche mit Wasserabscheider, (12) zentrale Druckluftversorgung, (13) Mehrkanalumschaltanlage UPH 3200, (14) Rechner mit Speicher, Drucker und Plotter

Abbildung 6.8: Schemaskizze des Versuchsaufbaus

## 6.2.4 Durchlässigkeit der Gummihüllen

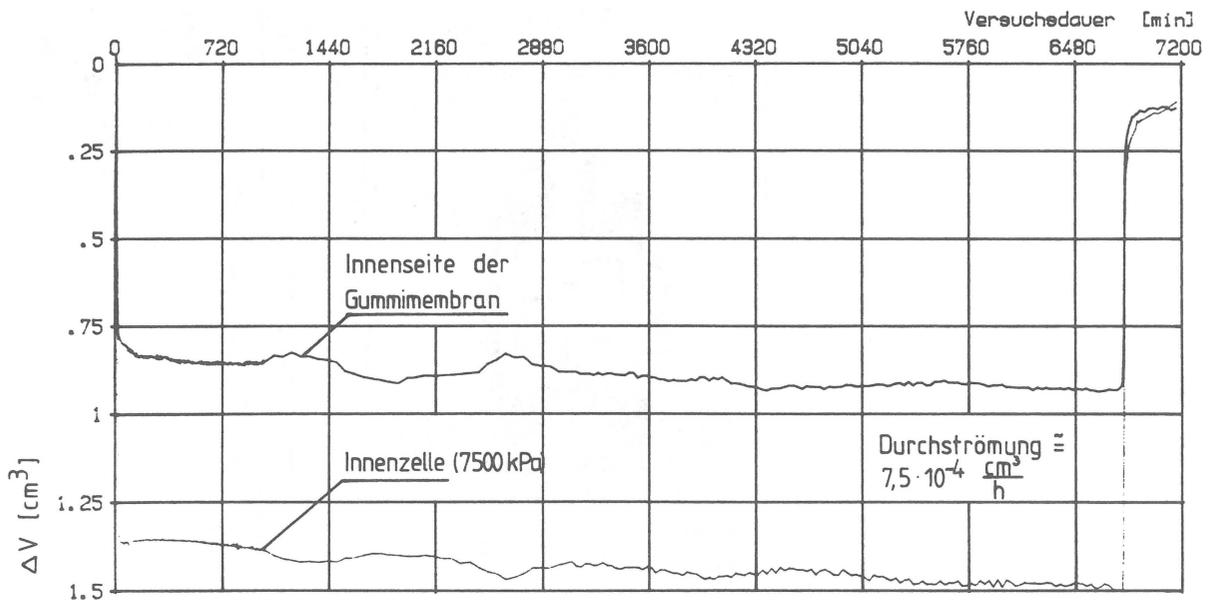


Abbildung 6.9: Volumenänderungskurven eines Durchlässigkeitsversuches

Bei der Suche nach den Fehlerquellen bei der Verformungsmessung in konventionellen Triaxialversuchen wurde auch die Durchlässigkeit der Gummihüllen untersucht. Da die am häufigsten angewandte Methode zur Volumenänderungsmessung das aus der Probe ausgepreßte Porenwasser benutzt, und da der Frage der Durchlässigkeit der verwendeten Gummihüllen allgemein viel zu wenig Beachtung geschenkt wird, soll hier kurz auf einige Ergebnisse dieser Untersuchung eingegangen werden.

In ein Triaxialversuchsgerät mit Doppelzelle, bei dem die innere Druckzelle von einer Außenzelle mit dem gleichen Zelldruck umgeben ist, um zu verhindern, daß sich die innere Druckzelle verformt, wurde anstatt einer Bodenprobe ein Metallkörper gleicher Abmessungen, der mit Filterpapier und einer Gummihülle umgeben war, eingebaut. Die Triaxialzelle und alle Anschlußschläuche wurden mit entlüftetem Wasser gefüllt, Filterpapier und Filtersteine waren zuvor unter Vakuum entlüftet und gesättigt worden. In der Zelle wurde ein Druck von 750 kPa aufgebracht, der Porenwasserabfluß auf der Innenseite der Gummihülle stand unter atmosphärischen Luftdruck. Mit zwei Differenzdruckgebern wurden die Wasserspiegeländerungen in den Anschlußbüretten der Innenzelle und des Porenwasserabflusses gemessen. Die Differenzdruckgeber messen die Wasserspiegeländerung gegenüber einer Referenzstandröhre mit konstantem Wasserspiegel, so daß das Volumen der ein- bzw. ausströmende Flüssigkeit berechnet werden kann. Abbildung 6.9 zeigt die Auftragung der Volumenänderung über der Zeit bei einem solchen Versuch. Um die Volumenänderungen auf der Innen- und der Außenseite der Gummihülle miteinander vergleichen zu können, wurde

für die Innenzelle eine Volumenabnahme als positiv und für den Porenwasserabfluß, d.h. für die druckfreie Innenseite der Gummihülle, eine Volumenzunahme als positiv definiert. Die obere Kurve von Abbildung 6.9 stellt also die Volumenzunahme auf der Innenseite der Gummihülle dar und die untere die Volumenabnahme in der Innenzelle des Triaxialgeräts. Der nahezu parallele Verlauf der beiden Kurven zeigt die ausgeglichene Volumenbilanz und beweist, daß es sich hier um eine Durchströmung der Gummihülle handelt.

Bei einer genauen Betrachtung des Problems der Membrandurchdringung muß man zwischen fünf verschiedenen Fällen unterscheiden POULOS [110]:

1. Strömung von Flüssigkeiten durch Membranen, angetrieben durch hydraulische Druckgradienten.
2. Strömung von Flüssigkeiten durch Membranen, angetrieben durch Konzentrationsgradienten ( z.B. osmotischer Druck).
3. Verdunstung von Wasserdampf durch Membranen und Anschlußleitungen in Räume, in denen weniger als 100% relative Luftfeuchtigkeit herrscht. Die treibende Kraft ist in diesem Fall die Dampfdruckdifferenz.
4. Gasströmung, angetrieben durch totale Druckgradienten.
5. Diffusion gelöster Gase durch Wasser und/oder Membranen, angetrieben durch partielle Druckgradienten.

Im ersten Fall kann der Durchfluß mit dem Darcy'schen Gesetz berechnet werden, wenn man den Durchlässigkeitskoeffizienten der Membran ermittelt hat. Für die Fälle 2, 3 und 4 gibt POULOS [110] Formeln an, die als Verallgemeinerung des Darcy'schen Gesetzes aufgefasst werden können. Die Diffusion gelöster Gase ist dem Wärmeleitungsproblem ähnlich und kann nur näherungsweise ermittelt werden. Für den Fall, daß keine Konvektionsströmungen in der Zellflüssigkeit vorhanden sind, gibt POULOS eine Näherungsformel an. Im Rahmen einer Studienarbeit [157] wurden in Anlehnung an eine Arbeit von POULOS [110] die Durchlässigkeitsbeiwerte der am Institut für Grundbau, Boden- und Felsmechanik verwendeten Latex-Gummihüllen ermittelt ( s. Tabelle 6.5).

Hierbei wurden zwei unterschiedliche Versuchsgeräte benutzt. Die mit A gekennzeichneten Versuche wurden in der oben geschilderten Weise in der Triaxialzelle durchgeführt, für die mit B gekennzeichneten wurde ein spezielles Versuchsgerät konstruiert (s. Abbildung 6.10). Bei diesem Gerät wurde die Gummimembran auf einen Filterstein aufgelegt und zwischen den beiden Gerätehälften, die miteinander verschraubt werden, fest eingespannt. Auf der Oberseite der Membran wurde dann ein bestimmter Wasserüberdruck aufge-

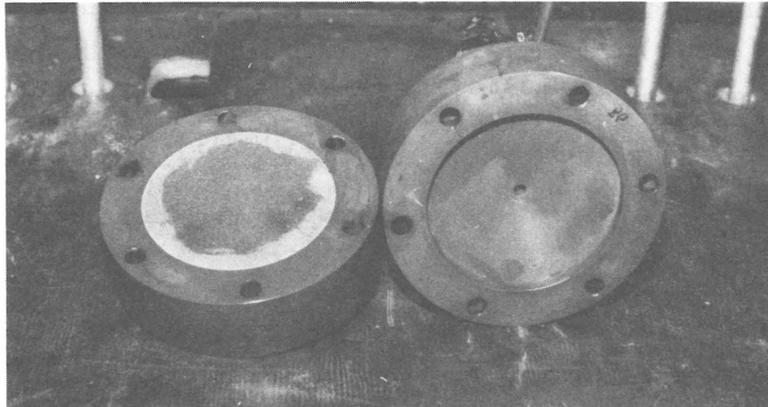


Abbildung 6.10: Versuchsgerät zur Ermittlung der Durchlässigkeit von Gummimembranen

bracht, die Unterseite der Membran stand mit dem atmosphärischen Luftdruck in Verbindung. In Tabelle 6.5 sind die Ergebnisse der verschiedenen Versuche und die berechneten Durchlässigkeiten aufgeführt. Zum Vergleich sind dort auch einige Ergebnisse aus der Literatur mit angegeben. Die verwendeten Gummimembranen bestehen aus hellem, hochwertigem Naturkautschuk<sup>6</sup>.

Es fällt auf, daß der von POULOS [110] ermittelte Durchlässigkeitsbeiwert für Naturgummimembranen um etwa ein bis zwei Zehnerpotenzen kleiner ist als die übrigen Versuchsergebnisse. Dies kann zum Teil durch Luftdiffusion erklärt werden. POULOS hat den Druck über eine Quecksilbervorlage auf die wassergefüllten Büretten aufgebracht und besonders lange Stahlrohrleitungen verwendet, sodaß bei ihm die Luftdiffusion nahezu ausgeschlossen war.

Bemerkenswert ist, daß die häufig vorgeschlagene Methode, zwei Gummihüllen mit einer Silikonölschicht zu verwenden, keine Verminderung der Durchlässigkeit erbringt; die beiden Gummihüllen wirken sich lediglich in einer Verdoppelung des Fließweges aus.

Die ermittelten Durchlässigkeiten von Naturgummimembranen von  $k = 10^{-16}$  m/s bis  $k = 10^{-18}$  m/s scheinen auf den ersten Blick sehr gering zu sein. Nimmt man jedoch eine konventionelle Bodenprobe von 3.6 cm Durchmesser und 9 cm Höhe bei einer Druckdif-

---

<sup>6</sup>Fa. Rhein-Ruhr-Gummi GmbH

ferenz von 1000 kPa an, dann strömt bei einer 0,25 mm dicken Gummihülle und einem mittleren Durchlässigkeitsbeiwert von  $k = 10^{-17}$  m/s in einem Tag eine Wassermenge von etwa  $3.5 \text{ mm}^3$  durch die Gummihülle. POULOS [110] zeigt an einem Beispiel, daß für einen Boden mit einem Schwellbeiwert von  $C_s = 0.001$  in einem undrännierten Versuch eine Wassermenge von  $2 \text{ mm}^3$  ausreicht, um die effektiven Spannungen um 2% zu vermindern. Das Beispiel zeigt, daß die Durchlässigkeit der Gummimembranen durchaus einen Einfluß auf die Ergebnisse von Triaxialversuchen haben kann.

Versuch Nummer	Membran- dicke	Druck- differenz	Durchlässigkeits- beiwert	Anmerkung
	mm	kPa	m/s	
A1	0.34	1600	$8.4 \cdot 10^{-17}$	Metallkörper mit Filterpapier
A2	0.52	1600	$3.6 \cdot 10^{-16}$	Metallkörper mit Filterpapier
A3	0.31	1600	$2.9 \cdot 10^{-16}$	Filterkörper
A4	0.27	1000	$1.5 \cdot 10^{-16}$	Metallkörper mit Filterpapier
A5	0.36	1000	$2.8 \cdot 10^{-16}$	Filterkörper
A6	0.28	800	$3.1 \cdot 10^{-16}$	Metallkörper mit Filterpapier
A8	0.25+0.25	1000	$3.3 \cdot 10^{-16}$	zwei Gummihüllen mit Silikonöl
A9	0.32+0.28	1000	$1.4 \cdot 10^{-16}$	zwei Gummihüllen mit Silikonöl und Aluminiumfolienstreifen
A10	0.29+0.27	1000	$6.0 \cdot 10^{-16}$	zwei Gummihüllen mit Silikonöl
B1	0.30	1000	$1.1 \cdot 10^{-16}$	Durchlässigkeitsbeiwert aus der Volumenänderung am Zulauf be- rechnet
B2	0.35	1600	$8.1 \cdot 10^{-17}$	Zulauf
B3	0.50	1000	$3.0 \cdot 10^{-16}$	Zulauf
B4	0.50	1600	$8.9 \cdot 10^{-17}$	Zulauf
B5	0.33	1000	$6.3 \cdot 10^{-17}$	Zulauf
B6	0.25	1600	$9.0 \cdot 10^{-17}$	Zulauf
B7	0.45	600	$1.5 \cdot 10^{-16}$	Zulauf
B7			$1.4 \cdot 10^{-16}$	Ablauf mit Korrektur der Ver- dunstung
B8	0.35	800	$7.1 \cdot 10^{-17}$	Zulauf
B8			$9.9 \cdot 10^{-17}$	Ablauf mit Korrektur der Ver- dunstung
	0.12	120	$5.8 \cdot 10^{-17}$	WILSON [149]
	0.06	110	$3.2 \cdot 10^{-17}$	HIRSCHFELD [59]
	0.12	600	$3.9 \cdot 10^{-17}$	WISEMAN [150]
	0.057- 0.073	200- 1150	$2.5 \cdot 10^{-18}$ - $9.5 \cdot 10^{-18}$	POULOS [110]

Tabelle 6.5: Zusammenstellung von Durchlässigkeitsbeiwerten für Naturgummimembranen

### 6.3 Herstellung der Bodenproben

Die Versuche wurden mit einem mittelplastischen Ton durchgeführt, der aus dem Innenstadtbereich von Darmstadt stammt und der auch schon von MADER [87] für  $K_o$ -Versuche verwendet wurde. Bild 6.11 zeigt die Kornverteilungskurve. Mit einer Plastizität von  $I_p = 0.201$  und dem Wassergehalt an der Fließgrenze von  $w_f = 0.368$  liegt er oberhalb der A-Linie im Plastizitätsdiagramm und stellt nach DIN 18 196 einen mittelplastischen Ton (TM) dar.

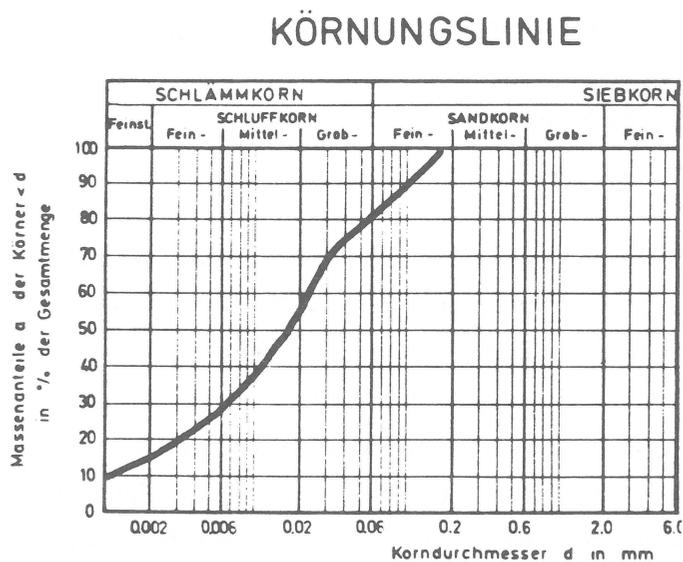


Abbildung 6.11: Kornverteilung des untersuchten Tons

Um homogene Proben für die Versuche zu erhalten, wurde der Boden aufbereitet und in einem Großödometer mit 500 kPa vorbelastet. Der Aufbereitungsprozess und der Einbau des Materials in den Ödometertopf sind bei der MADER [87] ausführlich beschrieben und werden hier nur kurz erwähnt:

- Der Boden wird in einem automatischen Rührgerät zu einer homogenen Schlämme mit einem anderhalbfachen Wassergehalt der Fließgrenze aufgerührt.
- Mit einem Einfüllgerät wird der flüssige Boden unter Vakuum in den Ödometertopf eingesaugt, um ein weitestgehend luftfreies Bodenmaterial zu erhalten.
- Im Ödometer wird der Boden in 6-7 Laststufen vorkonsolidiert, wobei die Porenwasserdruckentwicklung, die Setzungen sowie das ausgepresste Porenwasser gemessen werden.
- Nach Abschluß der Konsolidation unter der höchsten Vorbelastung wurde in zwei Stufen entlastet, wobei der Boden Wasser aufnehmen konnte. Es wurde jeweils so lange gewartet, bis sich der entstandene Porenwasserunterdruck abgebaut hatte.

- Anschließend wurde der Boden aus dem Ödometertopf herausgedrückt, gewogen, vermessen, in vier Teile geteilt und mit einem Flüssigkunststoff wasserdicht versiegelt. Die einzelnen Blöcke wurden bis zum Zuschneiden der Bodenproben in einem klimatisierten Probenraum aufbewahrt.
- Die Herstellung der Probekörper erfolgte gemäß DIN 18 137 Teil 2, wobei zusätzlich noch, wie oben beschrieben, die Vertiefungen für die Meßknöpfe und die Filtersteinoppen herausgeschnitten wurden (s. Abbildung 6.6).

## 6.4 Durchgeführte Versuche

### 6.4.1 Ödometerversuche

Wie bereits oben erwähnt war es beabsichtigt, so weit wie möglich Standardversuche zur Kalibrierung der Materialparameter zu benutzen. Deshalb wurden zunächst drei Ödometerversuche [130] mit vorkonsolidierten Proben durchgeführt, wobei mehrfache Ent- und Wiederbelastungszyklen gefahren wurden. Der Einbau wurde entsprechend den konventionellen Methoden vorgenommen. Die Proben wurden mit Ödometerringen ausgestochen, die Endflächen sorgfältig abgeglichen und in das Versuchsgerät eingebaut. Nach dem Aufbringen der ersten Laststufe von 100 kPa wurden die Proben bewässert und eventuelle Quellhebungen beobachtet. Die aufgetretenen Quellhebungen waren äußerst gering, ( $\leq 0.08\%$ ).

Alle drei Proben ( Versuchsdaten siehe Anhang C ) wurden zunächst auf  $\sigma_1 = 1500 \text{ kPa}$  belastet, um die Neigung der Erstverdichtungslinie im halblogarithmischen Druck-Porenziffer Diagramm ( s. Abbildungen 6.12, 6.13 und 6.14 ) zu ermitteln. Im untersuchten Spannungsbereich ( $500 \text{ kPa} \leq \sigma_1 \leq 3000 \text{ kPa}$ ) ergab sich in der halblogarithmischen Darstellung in allen drei Versuchen eine übereinstimmende Gerade, deren Steigung  $\lambda = 0.10$  betrug. Dies entspricht einem Kompressionsbeiwert von  $C_c = 0.23$ .

Bei allen drei Proben wurde nach der Belastung auf  $\sigma_1 = 1500 \text{ kPa}$  eine Ent- und Wiederbelastungsschleife gefahren. Es wurde in Stufen auf 100 kPa entlastet, wobei die ersten Entlastungsstufen sehr klein gewählt wurden, um die Anfangstangentenneigung bei der Belastungsumkehr genau zu erfassen. Bei Probe 1 wurden anschließend vier weitere Ent- und Wiederbelastungszyklen bis auf 100 kPa durchgeführt und danach auf 3000 kPa belastet. Bei Probe 2 wurde auf 500 kPa entlastet, wiederbelastet auf 1800 kPa und von dieser Laststufe aus drei Ent-Wiederbelastungszyklen bis auf 500 kPa gefahren. Anschließend wurde ebenfalls auf 3000 kPa belastet. Probe 3 wurde nach der ersten Ent-Wiederbelastungsschleife auf 3000 kPa belastet, um von dieser Laststufe aus vier Ent-Wiederbelastungszyklen bis auf 100 kPa zu fahren.

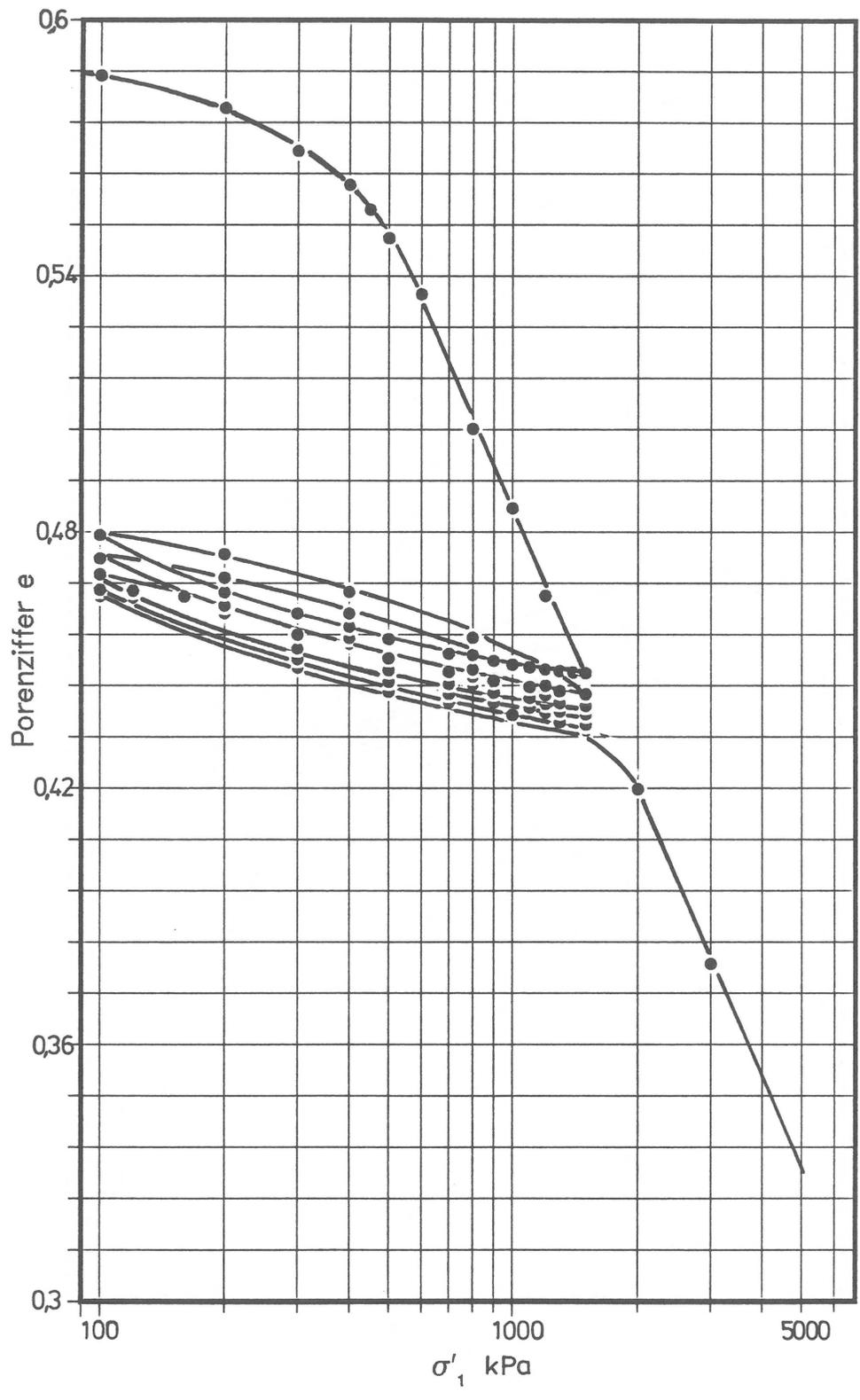


Abbildung 6.12: Ödometersversuch 1

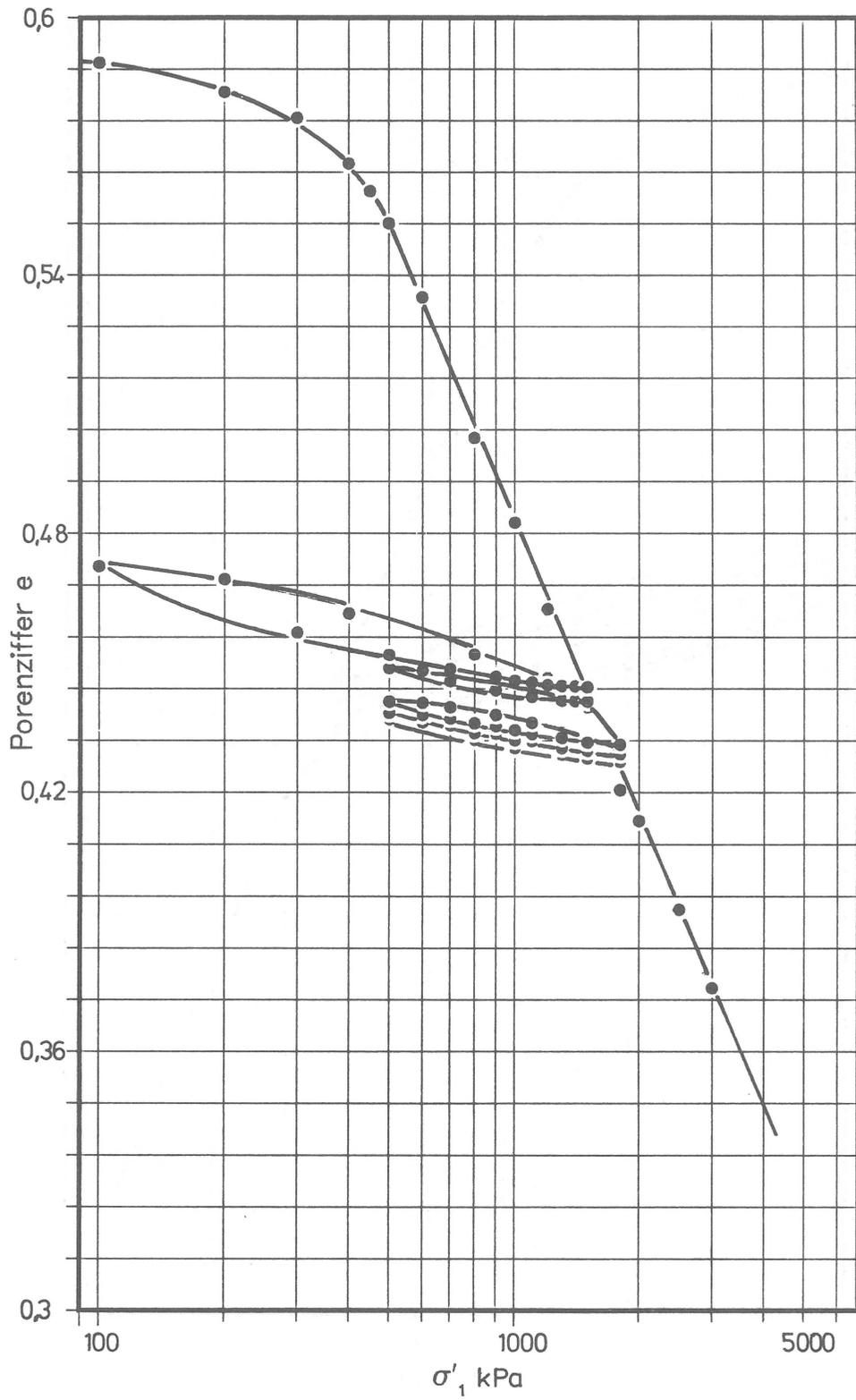


Abbildung 6.13: Ödometerversuch 2

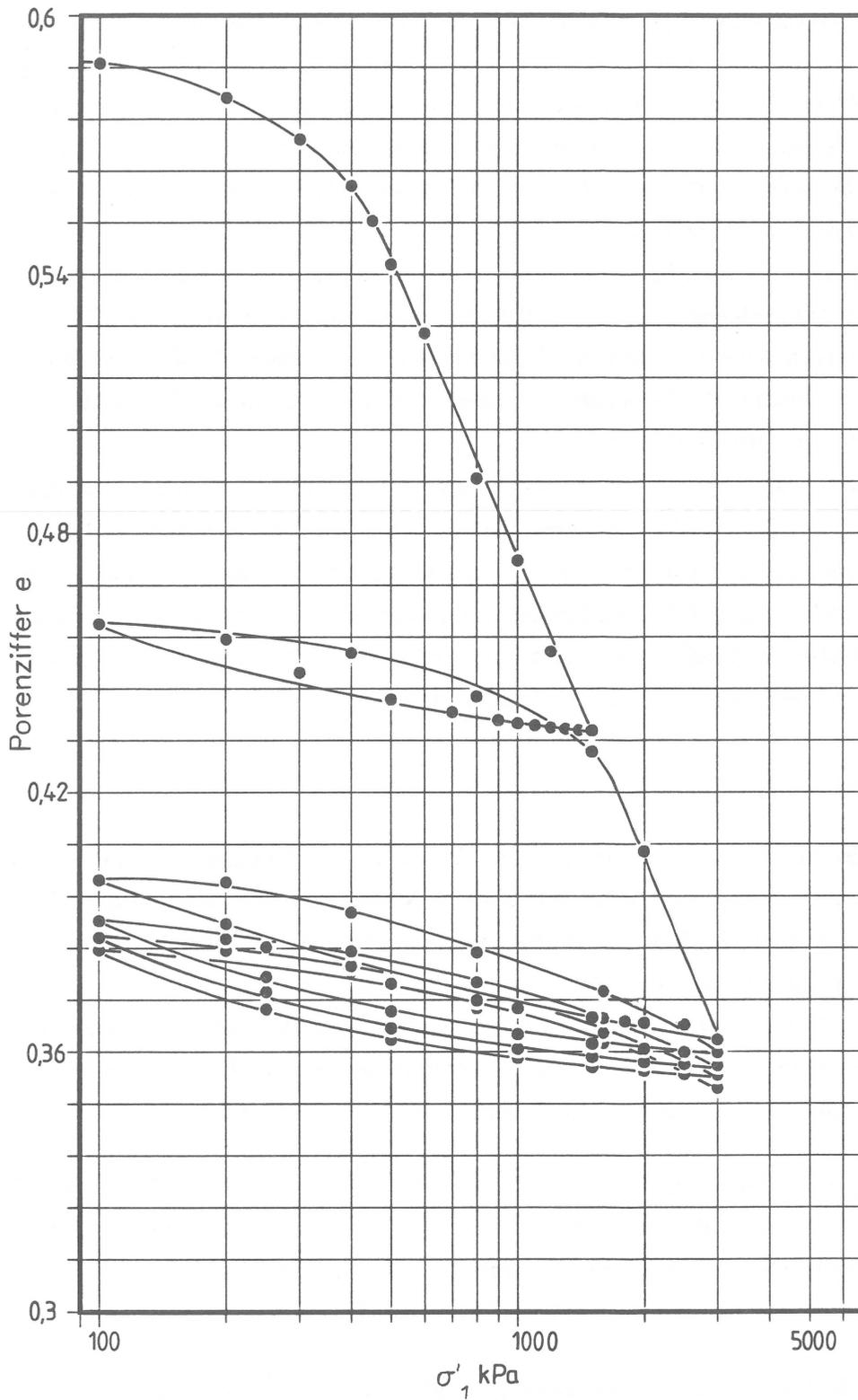


Abbildung 6.14: Ödometerversuch 3

Die Anfangstangentenneigung der Entlastungskurve ist als Ableitung der Druck-Porenzifferkurve naturgemäß sehr viel stärker von Streuungen der Versuchsergebnisse abhängig als die Kurve selbst. Die Versuche ergaben allerdings für alle Entlastungsvorgänge angenähert die gleiche Neigung, die zu  $\kappa = 0.008$  ermittelt wurde. Dieser Wert ist wesentlich kleiner als die üblichen Schwellbeiwerte, da er nur die Anfangstangentenneigung der Hysteresisschleife und nicht deren Sekantenneigung beschreibt.

Die Anfangstangentenneigung bei der jeweils anschließenden Wiederbelastung weicht kaum von der Tangentenneigung bei Entlastung ab und kann näherungsweise als gleich angenommen werden. Dies bestätigt die Annahme des Materialmodells, daß bei Belastungsumkehr die plastischen Verformungen verschwinden und das Materialverhalten von den elastischen Parametern geprägt wird.

Die wiederholten Ent- und Wiederbelastungszyklen weisen abnehmende Setzungsraten auf, ohne daß sich die Durchmesser der Hysteresisschleifen wesentlich ändern. Dies bedeutet, daß bei wiederholter ödometrischer Be- und Entlastung das Material einer stationären Hysteresisschleife im Druck-Porenziffer Diagramm zustrebt und nicht einem elastischen Zustand (die Hysteresisschleife ist ein Indiz dafür, daß Energie dissipiert wird). Auch dies ist in Einklang mit den Annahmen des Materialmodells.

#### 6.4.2 $K_0$ -Versuche

Der konventionelle Ödometerversuch ahmt die Verformungsbedingungen bei der Sedimentation im Untergrund nach ( $\varepsilon_3 = 0$ ), liefert aber im Normalfall keine Informationen über den Seitendruck. Bei einem  $K_0$ -Versuch im Triaxialgerät wird über eine Prozeßsteuerung der Seitendruck  $\sigma_3$  so geregelt, daß die Verformungsbedingung  $\varepsilon_3 = 0$  eingehalten wird. MADER [87] hat eine Reihe solcher  $K_0$ -Versuche mit dem gleichen aufbereiteten Ton durchgeführt, deren Ergebnisse in dieser Arbeit zur Kalibrierung des Materialmodells zur Verfügung standen. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit seien hier kurz erwähnt:

- Der  $K_0$ -Wert des normalkonsolidierten Bodens ergibt sich als Mittelwert aller Versuche zu  $K_{0,NC} = 0,59$ . Dieser Wert stimmt gut mit einer Zusammenstellung von Versuchsergebnissen verschiedener Autoren überein, die von LADD et.al. [78] veröffentlicht wurde und in Abbildung 2.1 wiedergegeben ist.
- Der Ruhedruckbeiwert für Entlastung steigt rasch an und läßt sich mit dem Ansatz von SCHMIDT [129]

$$K_{o,OC} = K_{o,NC} \cdot OCR^m \quad (6.1)$$

## REKONSOLIDATION ALLER VERSUCHE

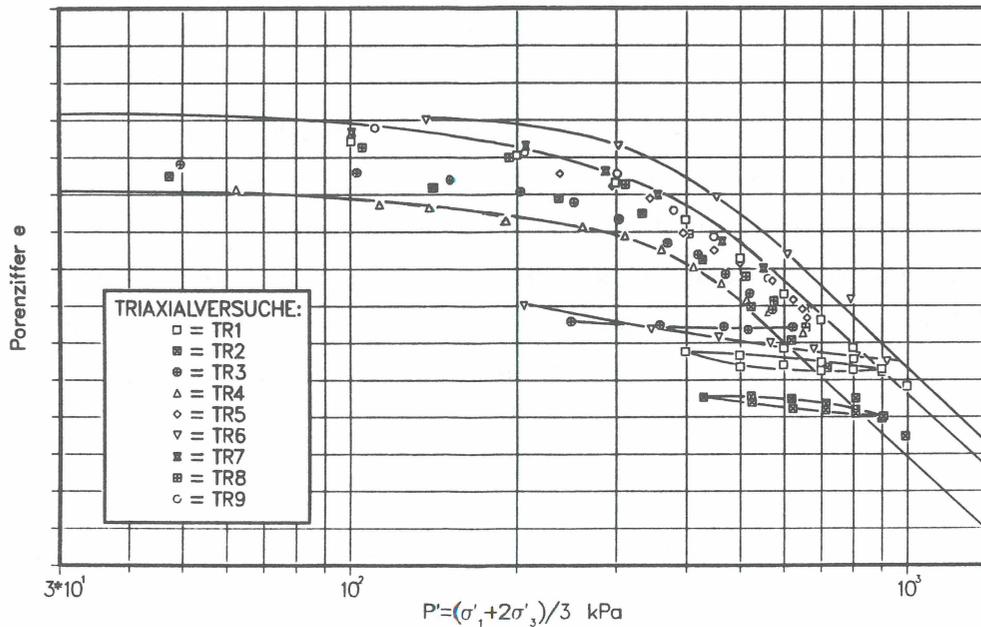


Abbildung 6.15: Rekonsolidierungsphase der Triaxialversuche

beschreiben. Der Exponent liegt zwischen  $m = 0.52 \div 0.59$  und liegt damit an der oberen Grenze der Werte, die von Ladd et.al. [78] zusammengestellt wurden ( siehe Abbildung 2.2 ).

- Bei der anschließenden Wiederbelastung nähert sich der Spannungspfad sehr schnell dem Spannungspfad für Erstbelastung an.
- Die Neigungen der Erstverdichtungslinien im halblogarithmischen Druck-Porenziffer Diagramm schwanken zwischen  $0.191 \leq C_c \leq 0.237$ . Der in den Ödometerversuchen ermittelte Wert von  $C_c = 0.23$  liegt somit innerhalb dieser Grenzen.

### 6.4.3 Triaxialversuche

Es wurden insgesamt neun belastungsgesteuerte Triaxialversuche in dem oben beschriebenen Versuchsgerät durchgeführt. Die Ergebnisse der Versuche sind in Anhang C tabellarisch angegeben. Alle Proben waren im Ödometer mit 500 kPa vorbelastet und wurden nach der Sättigung mit „back pressure“ unter einem isotropen Spannungszustand rekonsolidiert. Die Spannungen wurden so gewählt, daß die Proben in normalkonsolidiertem Zustand waren. Abbildung 6.15 zeigt ein Druck-Porenziffer Diagramm im halblogarithmischen Maßstab, in das die Daten der Rekonsolidierungsphase sämtlicher Versuche eingetragen sind. Es zeigt, daß bei einer Spannung von  $\sigma_1 = \sigma_3 = 600 \text{ kPa}$  bei allen Versuchen der geradlinige Bereich

der Erstverdichtungslinie erreicht war. Deshalb wurden die meisten der späteren Versuche auf eine Spannung von  $\sigma_1 = \sigma_3 = 650$  kPa rekonsolidiert, um normal konsolidierte Proben zu erhalten. Die Neigung der Erstverdichtungslinie stimmt exakt mit der im Ödometerversuch ermittelten Neigung von  $\lambda = 0.10$  überein ( s. hierzu auch die Abbildung 6.19). Eine Krümmung der Erstverdichtungslinie, wie sie von KUNTSCHE [73] und TOPOLNICKI [143] an einem aufbereiteten Kaolin-Ton beobachtet wurde, konnte in dem hier untersuchten Spannungsbereich weder im Triaxial- noch im Ödometerversuch beobachtet werden. Dies mag im wesentlichen daran liegen, daß in der vorliegenden Arbeit alle Versuche mit vorkonsolidierten Proben durchgeführt wurden, bei denen der lineare Bereich der Erstverdichtungslinie relativ klein ist, während die zitierten Autoren un- oder geringer vorbelastete Proben untersucht haben.

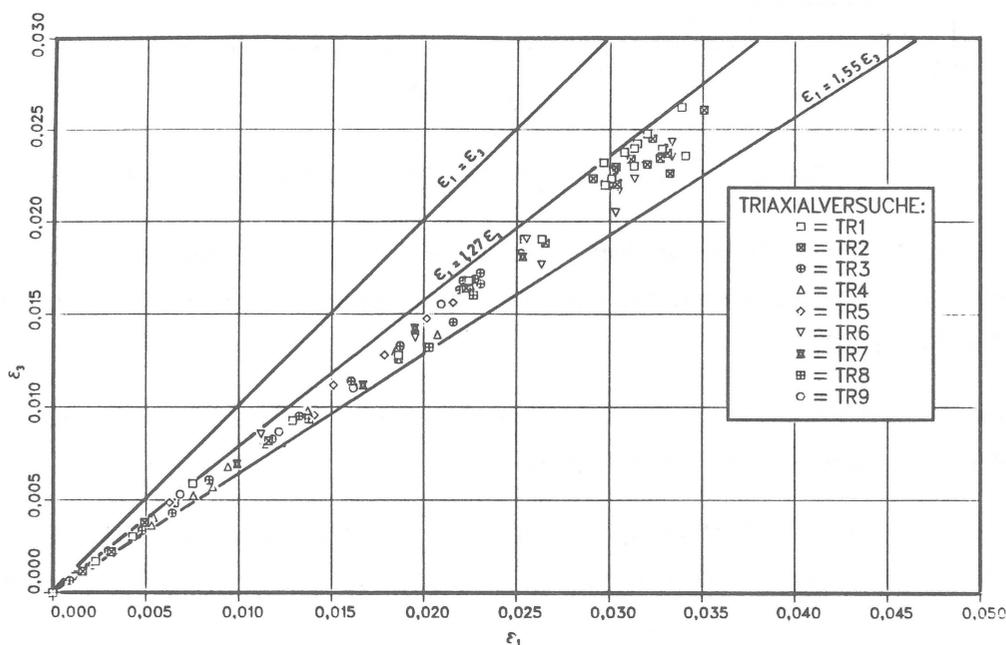


Abbildung 6.16: Anisotrope Verformungen unter isotroper Belastung

Während der Rekonsolidierung unter einem isotropen Spannungszustand verformten sich die Proben anisotrop. Dies ist in Abbildung 6.16 sehr deutlich zu erkennen, in der die Dehnungen  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_3$  aus der Rekonsolidationsphase für alle Versuche aufgetragen sind. Bei einem isotropen Material müßte  $\epsilon_1 = \epsilon_3$  sein. Wie man sieht, liegen sämtliche Versuchsergebnisse zwischen zwei Geraden, die durch  $\epsilon_1 = 1,27 \epsilon_3$  und  $\epsilon_1 = 1,55 \epsilon_3$  beschrieben werden. Die vertikale Zusammendrückung der Proben ist demnach um ca. 40% größer als

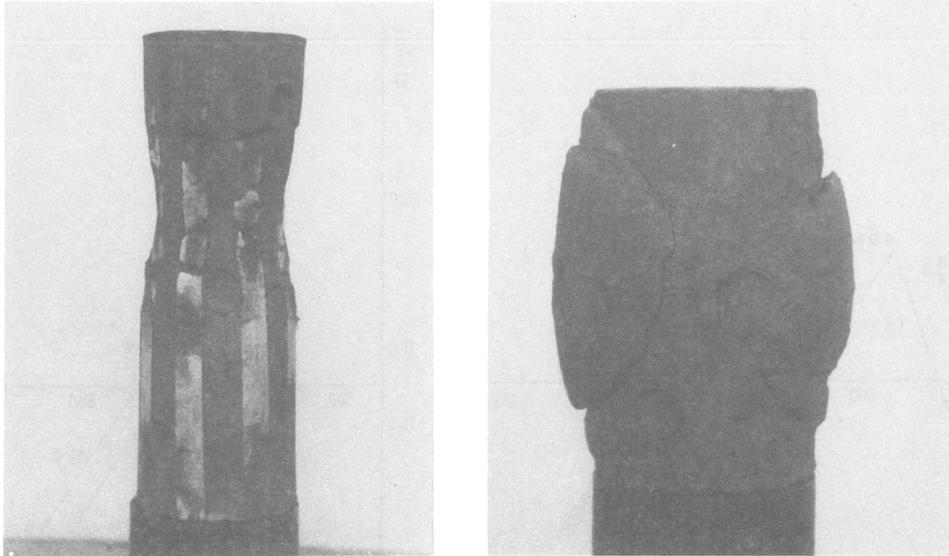


Abbildung 6.17: Proben der Versuche TR1 und TR5 nach dem Abscheren

die horizontale. Dies läßt sich durch folgende Überlegungen plausibel erklären: durch die eindimensionale Vorkonsolidierung im Ödometer bildet sich im Ton eine Struktur aus, die durch eine vorwiegend horizontale Ausrichtung der plättchenförmigen Tonminerale gekennzeichnet ist. Bei der anschließenden isotropen Belastung wird vorwiegend das zwischen den Flächen der Tonteilchen befindliche Wasser ausgedrückt, sodaß die Verformungen in vertikaler Richtung größer sind als in horizontaler. Dieser Effekt nimmt mit zunehmender isotroper Beanspruchung ab, wie man auch an Abbildung 6.16 sehen kann, wo die aufgetragenen Punkte sich bei den größeren Dehnungen der Linie  $\varepsilon_1 = 1.27 \varepsilon_3$  nähern.

FLAVIGNY & ROJAS [35] und TOPOLNICKI [143] berichten ebenfalls von anisotropem Verformungsverhalten während der isotropen Konsolidierung im Triaxialgerät. Die Werte von FLAVIGNY & ROJAS ( $\varepsilon_1 \cong 1.5\varepsilon_3$ ) stimmen in der Größenordnung mit den eigenen Ergebnissen überein, obwohl die Proben in unterschiedlichen Richtungen ausgestochen wurden, während der von TOPOLNICKI angegebene Verhältniswert von  $\varepsilon_1/\varepsilon_3 \approx 3$  durch Anisotropie des Materials allein nicht erklärbar ist. Vermutlich spielt bei diesem Ergebnis die Tatsache eine Rolle, daß die Proben im flüssigen Zustand ins Triaxialgerät eingebaut wurden.

Bei den Versuchen TR1 und TR2 wurde jeweils eine isotrope Ent- und Wiederbelastungsschleife untersucht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.19 dargestellt. Die Anfangstangentenneigung lag im Mittel bei  $\kappa = 0.008$ , wie bei den Ödometerversuchen, wobei wieder zu beachten ist, daß die Tangentenneigung sehr empfindlich ist gegen Streuungen der sehr kleinen Verformungen bei Beginn der Entlastung. Insgesamt rechtfertigen es diese Ergebnisse, den Materialparameter  $\kappa$  als Anfangstangentenneigung des Entlastungsastes aus

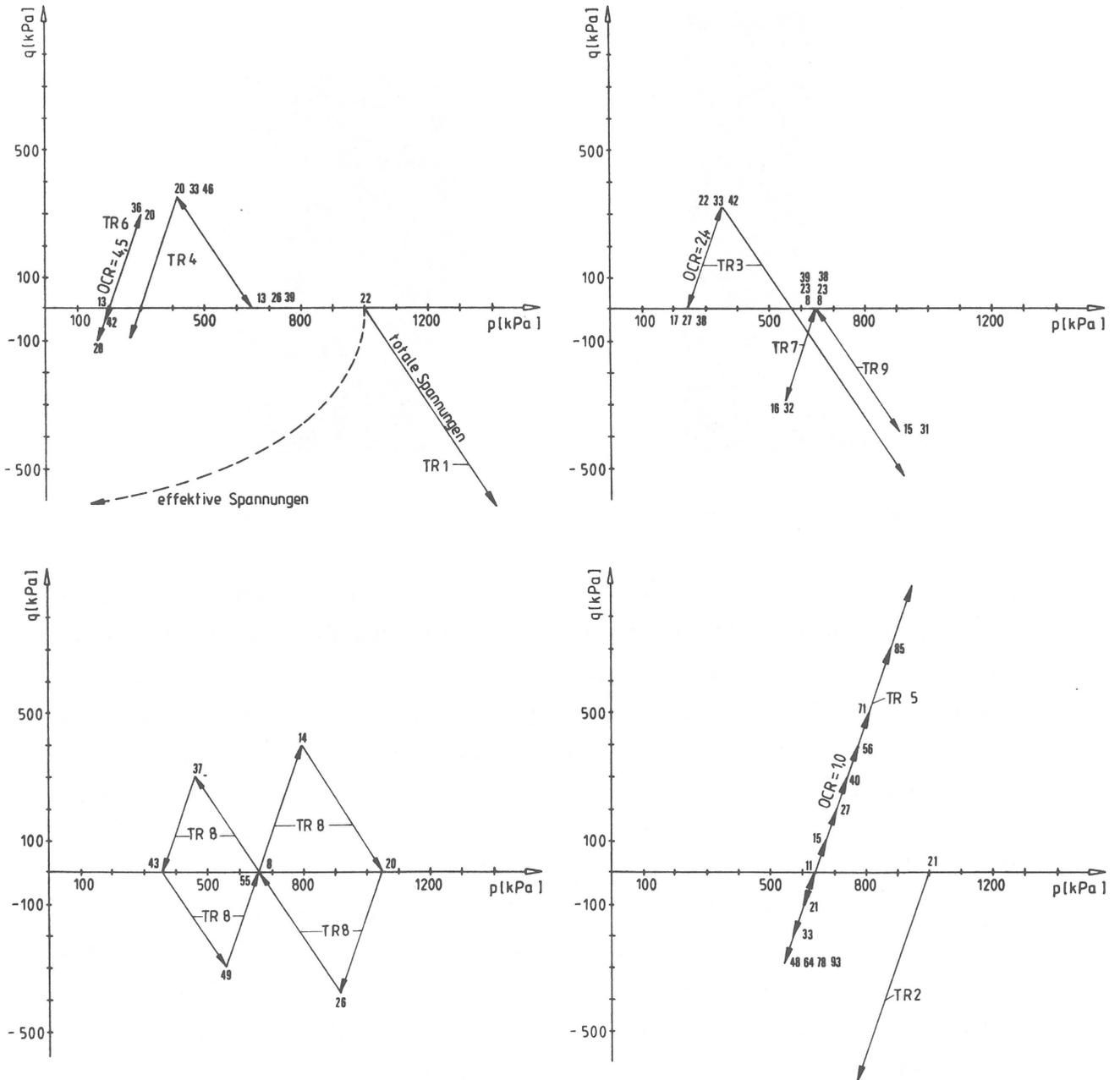
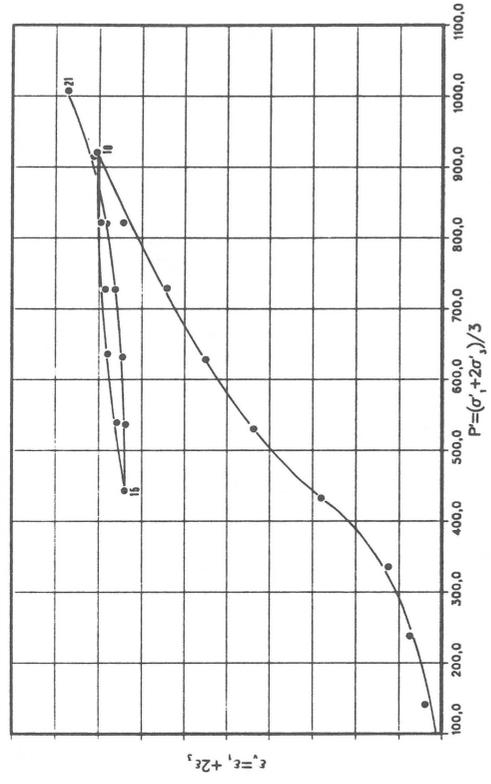
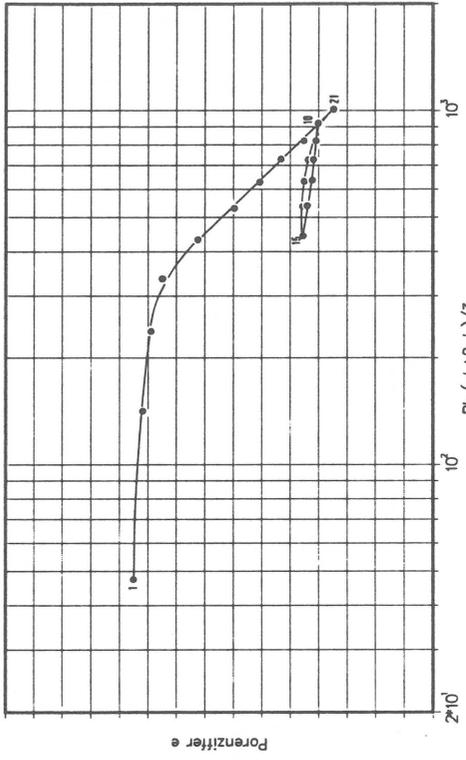


Abbildung 6.18: Spannungspfade der Triaxialversuche

einem Ödometerversuch zu ermitteln, bei dem die Verformungsmessung wesentlich einfacher ist als im Triaxialversuch.

Nach abgeschlossener Rekonsolidation wurden alle Versuche bis auf den Versuch TR1 unter dränierten Bedingungen weiterbelastet. Versuch TR1 wurde undränniert bei konstanter Axialkraft durch Steigerung des Zelldrucks abgescher ( Extension ). Mit diesem Versuch sollte die Zuverlässigkeit der Verformungsmeßeinrichtung überprüft werden. Bei einem undrännierten Versuch muß für die Verformungen gelten  $\Delta\varepsilon_v = 0$  bzw.  $\Delta\varepsilon_1 = -2\Delta\varepsilon_3$ . Bei

TRIAKIALVERSUCH TR2



TRIAKIALVERSUCH TR1

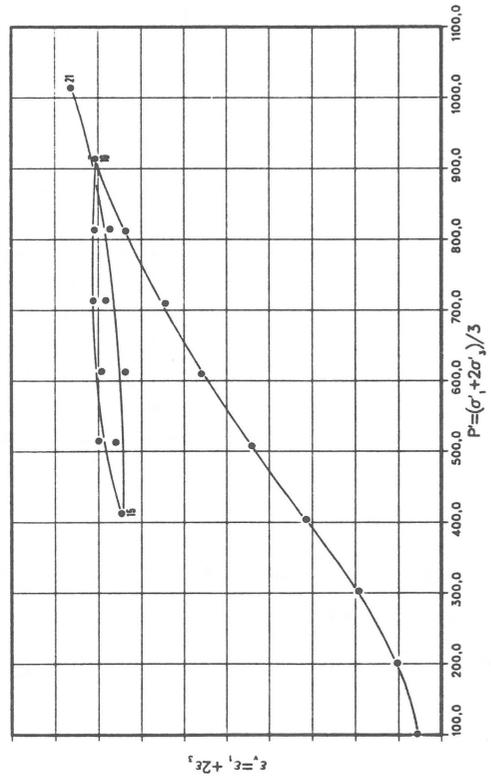
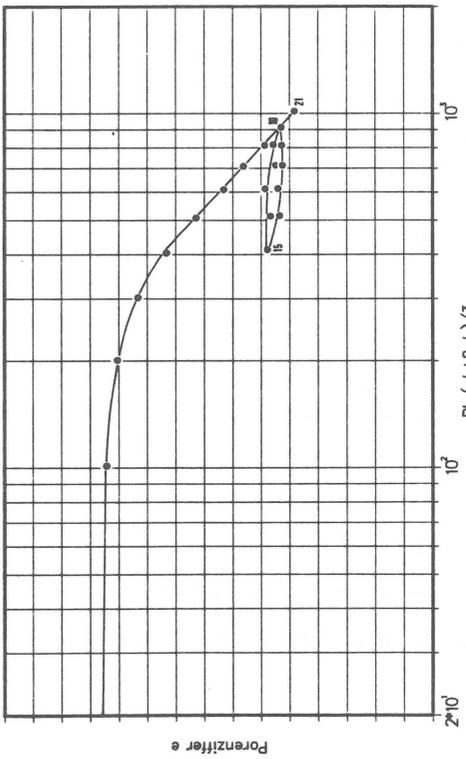
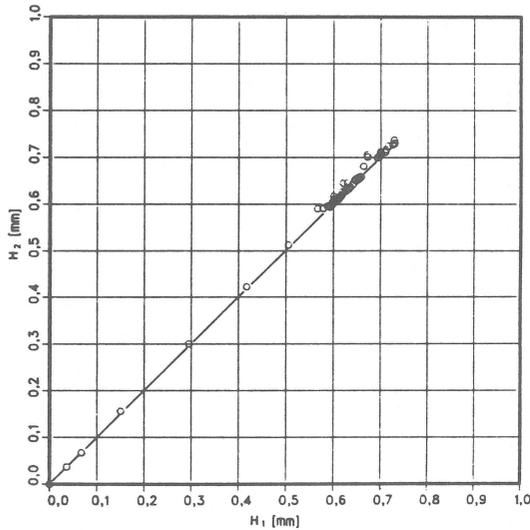
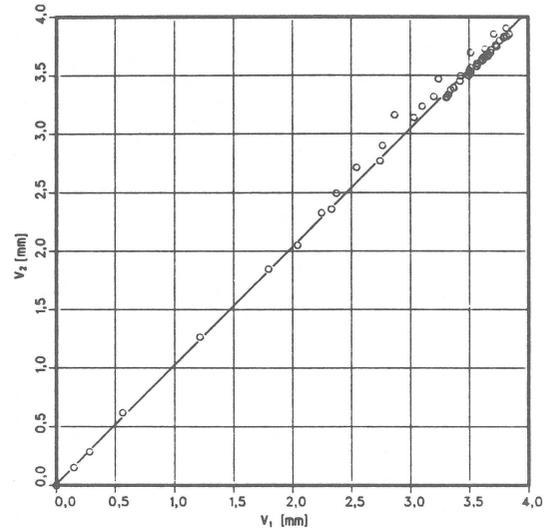


Abbildung 6.19: Isotrope Belastung der Versuche TR1 und TR2

TR8 VERGLEICH H1 UND H2



TR8 VERGLEICH V1 UND V2



TR8 VERGLEICH V3 UND V4

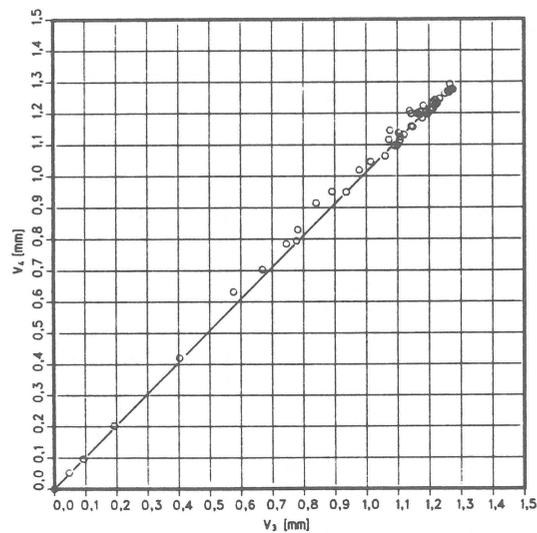


Abbildung 6.20: Vergleich der Horizontal- und Vertikalverschiebungen. Es sind jeweils die beiden entsprechenden Meßwerte der Verformungsmeßeinrichtung aufgetragen, um die Homogenität der Proben und die Zuverlässigkeit der Meßeinrichtung zu kontrollieren

der Messung der Volumenverformungen über das ausgepreßte Porenwasser ist diese Bedingung a priori erfüllt, da bei geschlossenem System kein Porenwasser aus der Probe austreten kann. Ob die Probe aber tatsächlich keine Volumenänderung erfährt, z.B. durch Verformungen der Porenwasserdruckaufnehmer oder infolge Durchströmungen der Gummihülle, kann nicht kontrolliert werden.

### TRIAXIALVERSUCH TR1

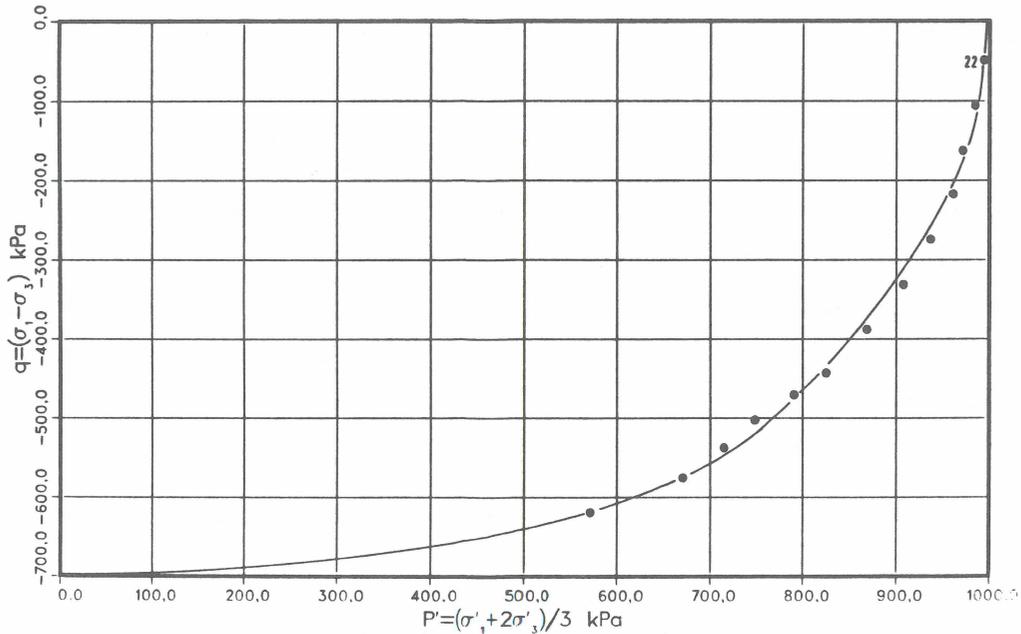


Abbildung 6.21: Effektiver Spannungspfad des Versuchs TR1

Beim Versuch TR 1 war die Bedingung der Volumenkonstanz in guter Näherung erfüllt (s. Abbildung 6.22). Die Abweichungen bewegen sich im normalen Streubereich der Versuchsergebnisse. In der Nähe des Grenzzustandes kommt es allerdings zu Einschnürungen in der Probe (s. Abbildung 6.17), die sich auch durch Endflächenschmierung nicht vermeiden lassen. Durch die Einschnürung wachsen die Horizontalverformungen stärker an, so daß eine Verdichtung der Probe vorgetäuscht wird.

Um die Homogenität der Probenverformung und die Parallelität der jeweils doppelt eingesetzten Wegaufnehmer zu demonstrieren, sind in Abbildung 6.20 jeweils die beiden Horizontalverschiebungen  $H_1$  und  $H_2$ , die Vertikalverschiebungen des oberen Meßrings  $V_1$  und  $V_2$  und die Vertikalverschiebungen des unteren Meßrings  $V_3$  und  $V_4$  übereinander aufgetragen (Versuch TR 8). Wie man deutlich erkennen kann, weichen die Meßpunkte kaum von der Diagonalen ab, was sowohl für die Homogenität der Proben als auch für die Funktionsfähigkeit der Verformungsmeßeinrichtung spricht.

Zur Kontrolle der Verformungsmeßeinrichtung wurde bei allen Versuchen auch die Kolbenverschiebung mit einem außen angebrachten Wegaufnehmer sowie das ausgepreßte Porenwasservolumen mit einem Differenzdruckaufnehmer gemessen. Die aus der Kolbenverschiebung berechneten Dehnungen  $\varepsilon_1$  waren um etwa 20 - 40 % größer als die direkt an der

Probe gemessenen Verformungen, wobei die Unterschiede jeweils zu Beginn eines Versuchs am größten waren. Dies zeigt, daß am Beginn eines Versuches eventuelle Anpassungsverformungen und Zusammendrückungen der Schmierschicht und der Gummimembranen an den Probenenden, die im Verlauf des Versuches zum Teil abklingen, die Messung der Vertikalverformungen erheblich beeinträchtigen kann. Bei einer Endflächenschmierung ist es deshalb erforderlich, die Vertikalverformungen direkt an der Probe zu messen.

Bei den Versuchen TR 3 bis TR 9 wurden unterschiedliche deviatorische Belastungszyklen gefahren. In Abbildung 6.18 sind die Spannungspfade und die Nummern der Laststufen bei Belastungsumkehr eingetragen. Bei allen Spannungspfaden wurde entweder der Zelldruck oder die Vertikallast verändert, weil dies versuchstechnisch einfacher zu realisieren ist als Spannungspfade, bei denen gleichzeitig  $\sigma_1$  und  $\sigma_3$  verändert werden.

Die Versuche lassen sich wie folgt einordnen:

- Versuche, bei denen bei konstantem Zelldruck  $\sigma_1$  zyklisch verändert wurde (TR 3, TR 5, TR 6, TR 7, TR 8)
- Versuche, bei denen bei konstanter Auflast  $\sigma_3$  zyklisch verändert wurde (TR 4, TR 8, TR 9)
- Versuche im Kompressionsbereich (TR 3, TR 4)
- Versuche im Extensionsbereich (TR 7, TR 9)
- Versuche mit Wechsel zwischen Kompression und Extension (TR 5, TR 6, TR 8)
- Bei den Versuchen TR 1, TR 2, TR 3, TR 4 und TR 5 wurde bis zum Bruch belastet, wobei man bemerken muß, daß ein lastgesteuerter Versuch nicht geeignet ist, den Grenzzustand genau genug zu ermitteln.
- Im Versuch TR 8 wurde ein besonders anspruchsvoller Spannungspfad untersucht, um die Grenzen und Möglichkeiten des Materialmodells zu testen. Bei diesem Spannungspfad liegt die erste Be- und Entlastung im Kompressionsbereich bei wachsender isotroper Spannung. Die anschließende Be- und Entlastung liegt bei abnehmender isotroper Spannung im Extensionsbereich. Im zweiten Zyklus sind die Verhältnisse dann genau umgekehrt. Die Be- und Entlastung in den Kompressionsbereich findet bei abnehmbarer isotroper Spannung und die Be- und Entlastung in den Extensionsbereich bei zunehmender isotroper Spannung statt.
- Bei den Versuchen TR 8, bzw. TR 5, TR 3 und TR 6 fand die Belastung in den Kompressionsbereich bei unterschiedlichen Überkonsolidierungsverhältnissen statt

(OCR = 1, 2.4 und 4.5)

Vergleicht man die ersten triaxialen Kompressionsbelastungen bei konstantem Zelldruck der Versuche TR 8 (OCR = 1), TR 3 (OCR = 2.4) und TR 6 (OCR = 4.5), dann fällt auf, daß sich die Entwicklungen von  $\varepsilon_1$  kaum voneinander unterscheiden, während das Verhalten von  $\varepsilon_3$  sehr unterschiedlich ist. Die normal konsolidierte Probe TR 8 geht in horizontaler Richtung nur sehr wenig auseinander, die überkonsolidierten Proben reagieren auf die vertikale Zusammendrückung gagegen mit einer stärkeren horizontalen Aufweitung. Das bedeutet für die Volumenverformungen, daß die normalkonsolidierte Probe TR 6 anfänglich eine Kontraktanz mit anschließender Dilatanz durchmacht. Bei Versuch TR 6 setzt sich die Auflockerung bei der Entlastung deutlich fort, um dann anschließend bei der Wiederbelastung in den Kompressionsbereich wieder von Kontraktanz in Dilatanz überzugehen. Dies führt zu dem ausgeprägt sägezahnförmigen Verlauf des Deviatorspannungs-Volumendehnungsdiagramms (s. Abbildung 6.27). Die Ursache hierfür ist, daß der überkonsolidierte Boden unter Deviatorbeanspruchung zu Dilatanz neigt. Bei der Belastung in den Kompressionsbereich überlagern sich die kontraktanten Verformungsanteile infolge Erhöhung des isotropen Spannungszustandes mit den dilatanten infolge Deviatorbeanspruchung und führen zu der Umkehr in der Verformungscharakteristik. Bei der anschließenden Entlastung kommt es durch die Verminderung der isotropen Spannung zu Dilatanz, die die Auflockerung durch die Deviatorbeanspruchung verstärkt.

Eine ähnliche Volumenverformungscharakteristik zeigt der Versuch TR 7, bei der die normalkonsolidierte Bodenprobe bei konstantem Zelldruck zyklisch im Extensionsbereich belastet wird. Die normalkonsolidierte Probe neigt unter Deviatorbeanspruchung zu Kontraktanz, die sich hier bei der ersten Entlastung in den Extensionsbereich mit der Dilatanz infolge Verminderung des isotropen Spannungszustandes überlagert, so daß die Volumenverformungskurve von Dilatanz in Kontraktanz übergeht. Bei den weiteren Zyklen tritt dieser Effekt nicht mehr auf, da das Material durch die Verdichtung eine scheinbare Vorbelastung erfahren hat.

Vergleicht man die Versuche TR 3 und TR 4 — zyklische Kompressionsbelastung bei konstantem Zelldruck (TR 3) bzw. bei konstanter Vertikallast (TR 4) —, dann fällt auf, daß beim Versuch TR 4 die horizontale Auflockerung — hier infolge der Verminderung von  $\sigma_3$  — kleiner ist als beim Versuch TR 3 — dort infolge Erhöhung der Vertikalspannung  $\sigma_1$ . Dadurch kommt es beim Versuch TR 3 zu einer zyklischen Auflockerung, während beim Versuch TR 4 zyklische Verdichtung auftritt. Entscheidend hierfür dürfte sein, daß der Versuch TR 3 von einem Überkonsolidierungsverhältnis von OCR = 2.4 startet, während die Probe beim Versuch TR 4 zu Beginn der Deviatorbeanspruchung normalkonsolidiert ist. Beim Ver-

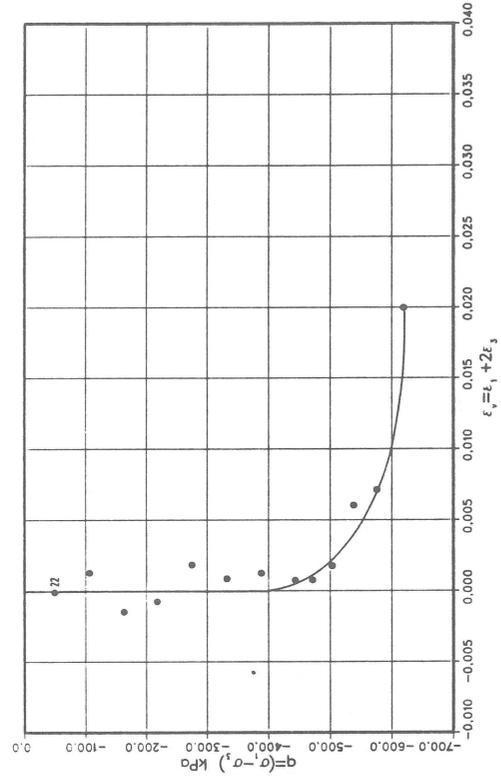
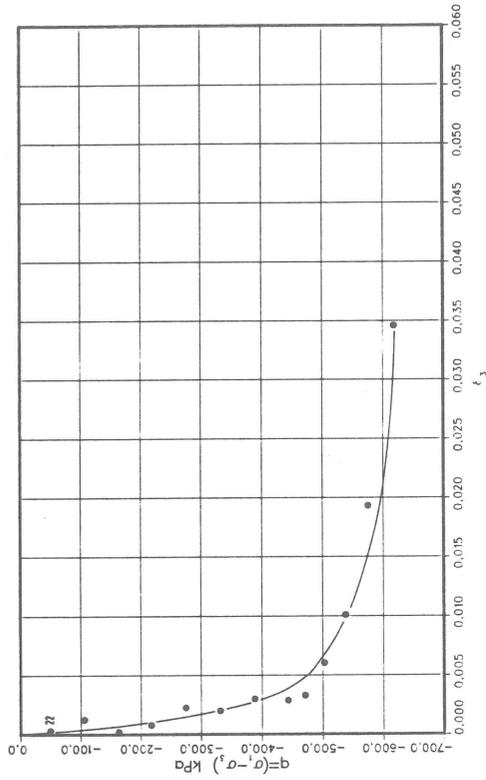
such TR 4 kommt es jeweils bei der Verminderung der Deviatorspannung zu sehr geringen Rückverformungen, während beim Versuch TR 3 deutliche Hysteresisschleifen vorhanden sind. Beide Versuche wurden anschließend an die zyklische Belastung im Extensionsbereich abgeschert, wobei bei beiden Versuchen das Material verdichtet wird.

Die Versuche TR 7 und TR 9 sind analog zu den Versuchen TR 3 und TR 4, nur daß hier die Deviatorspannung in den Extensionsbereich gesteigert wurde (beide Proben sind zu Beginn der Deviatorbeanspruchung normalkonsolidiert). Im Extensionsbereich  $\sigma_3 > \sigma_1$  verlängert sich die Probe in vertikaler Richtung ( $\varepsilon_1 < 0$ ). Interessant ist jedoch, daß im Versuch TR 9, bei dem  $\sigma_1$  konstant ist und  $\sigma_3$  gesteigert wird,  $\varepsilon_1$  zunächst leicht ansteigt, bevor die Vertikaldehnungen negativ werden. Die Erklärung für dieses Verhalten, das auch von dem isotropen Materialmodell vorhergesagt wird (s. Abbildung 7.13), ist, daß unter isotropen Spannungen das Material stärker zu Volumenänderungen  $\dot{\varepsilon}_v$  neigt als zu Schubverzerrungen  $\dot{\varepsilon}_q$ , so daß wegen  $\dot{\varepsilon}_1 = 1/3\dot{\varepsilon}_v + \dot{\varepsilon}_q$  zunächst die positive Volumenänderung gegenüber der negativen Schubverzerrung überwiegt.

Im Versuch TR 5 wurde eine zyklische Wechselbelastung (vollständige Lastumkehr) mit wachsenden Deviatorspannungsamplituden durchgeführt. Im Extensionsbereich wurde die Hauptspannungsdifferenz nicht unter den Wert von  $q = \sigma_1 - \sigma_3 = -300$  kPa gesteigert, um die Probe nicht zu Bruch zu fahren, so daß nur die ersten drei Lastzyklen bezüglich der Deviatorspannung symmetrisch zur p-Achse waren. Bei den restlichen Zyklen war die Amplitude im Kompressionsbereich größer als im Extensionsbereich. Dies hat folgendes Verformungsverhalten zur Folge. Im  $\varepsilon_1$ - $q$ -Diagramm wandern die ersten drei Hysteresisschleifen nach links. Das bedeutet, daß die plastischen Verformungen bei gleicher Deviatorspannungsamplitude im Extensionsbereich stärker ausgenutzt sind. Da bei den folgenden Belastungszyklen die Deviatorspannungsamplitude im Kompressionsbereich größer ist als im Extensionsbereich, ist die irreversible Zusammendrückung der Probe größer als die anschließende Rückverformung und die Hysteresisschleifen wandern nach rechts. Bezüglich  $\varepsilon_3$  ist die Tendenz gerade umgekehrt. Die Volumenverformungskurve zeigt eine ähnliche Charakteristik wie im Versuch TR 4 — zyklische Verdichtung mit geringfügigen Auflockerungen bei der Entlastung in den Zyklen 4 und 5.

Im Versuch TR 8 wurde ein relativ komplexer zyklischer Spannungspfad gefahren. Bei der ersten Be- und Entlastung im Kompressionsbereich treten relativ große Vertikalverformungen auf, da die Probe normalkonsolidiert ist. Bei der weiteren Belastung besitzt die Probe wegen der Verdichtung eine scheinbare Vorbelastung und verhält sich wie eine leicht überkonsolidierte Probe. Das Material erfährt nur noch geringfügige Volumenänderungen.

TRIAxIALVERSUCH TR1



TRIAxIALVERSUCH TR1

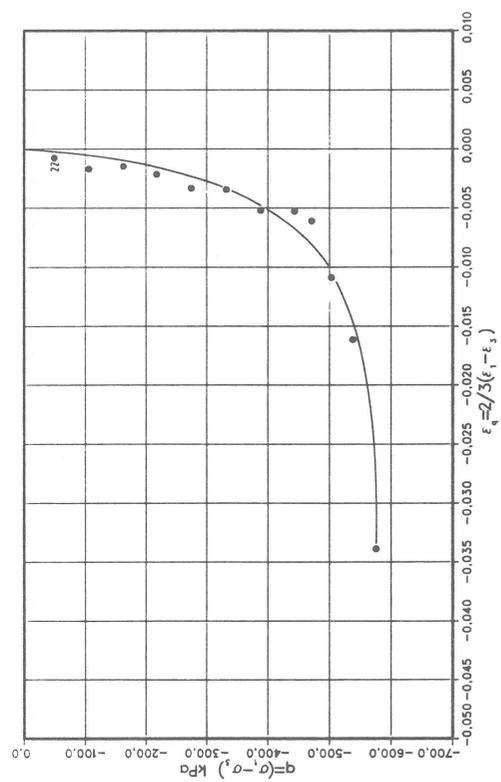
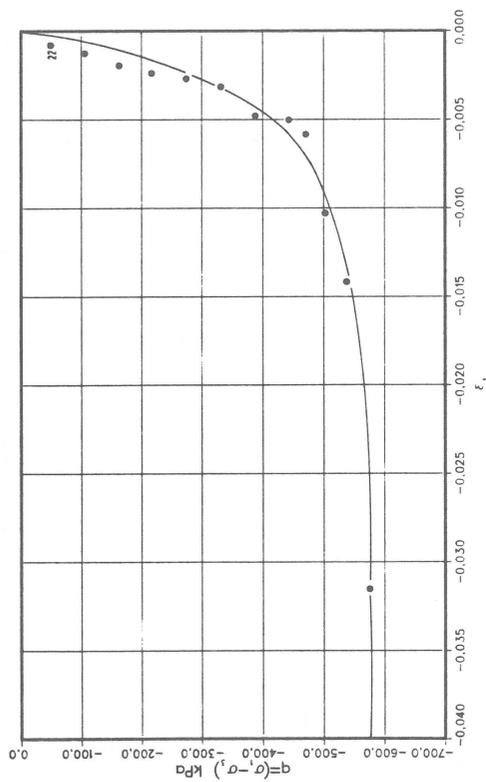
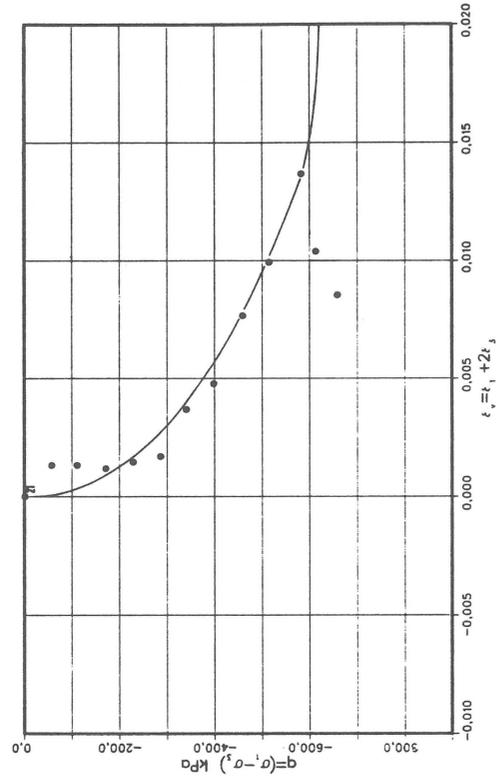
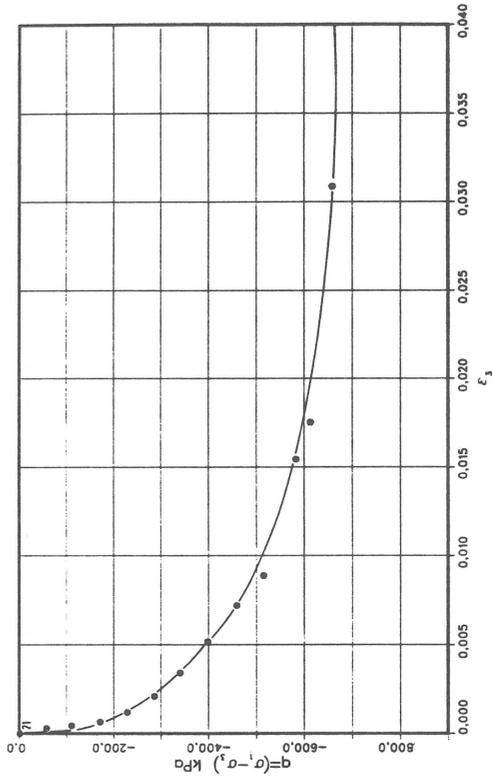


Abbildung 6.22: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR1

TRIAxIALVERSUCH TR2



TRIAxIALVERSUCH TR2

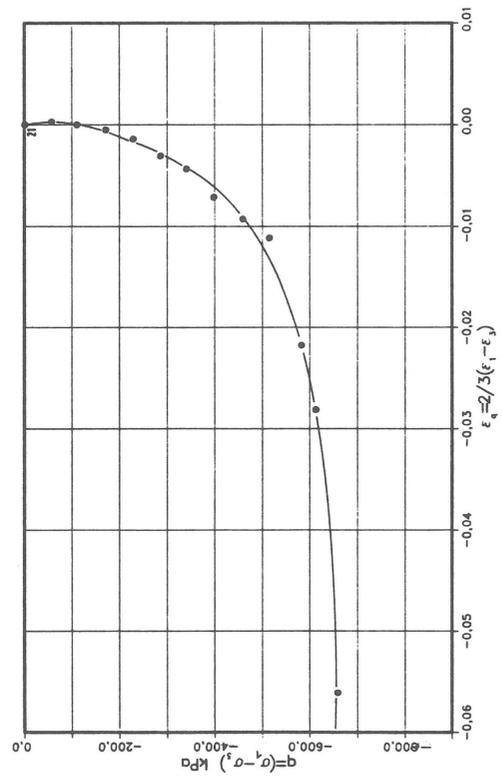
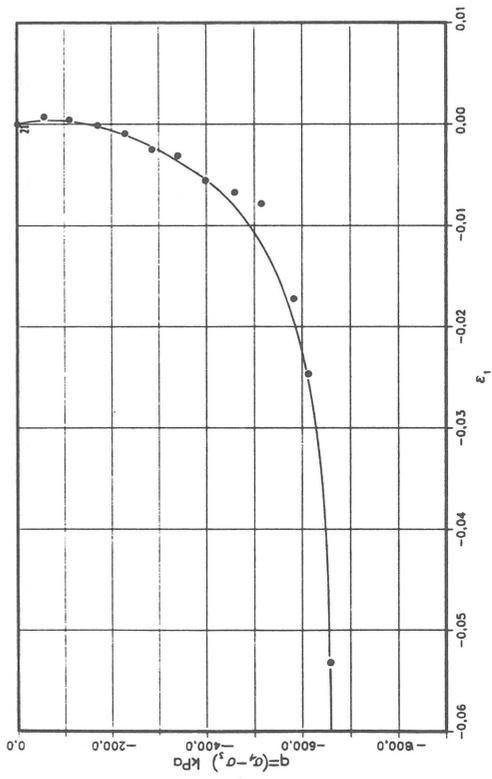
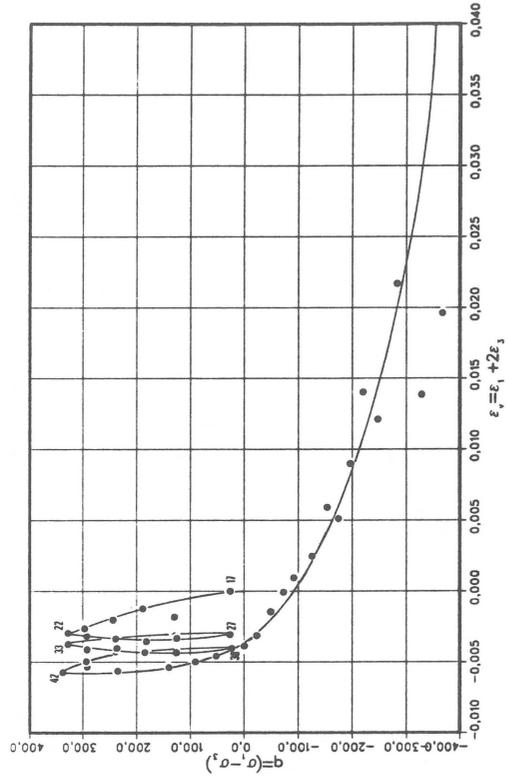
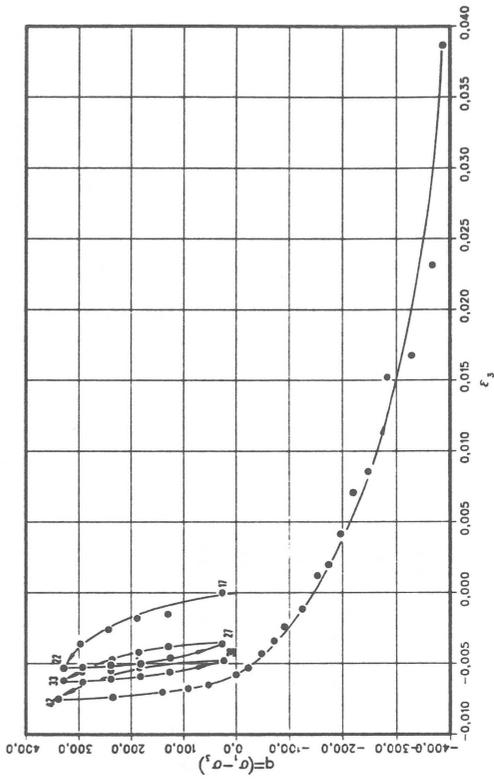


Abbildung 6.23: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR2

TRIAxIALVERSUCH TR3



TRIAxIALVERSUCH TR3

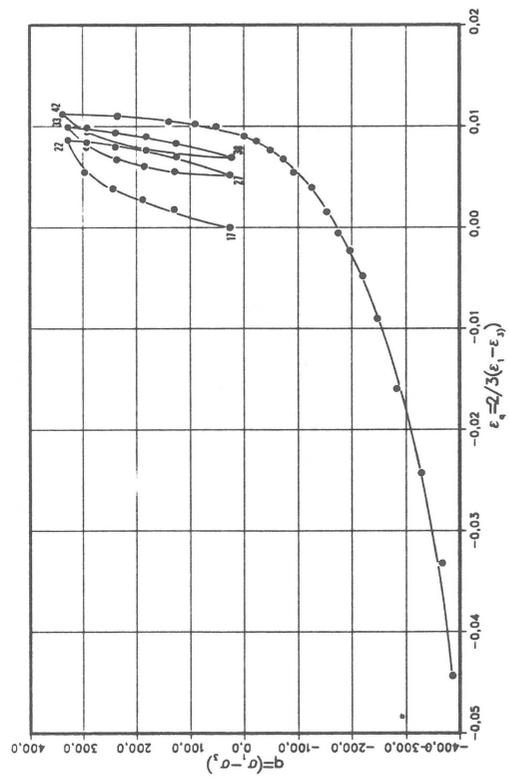
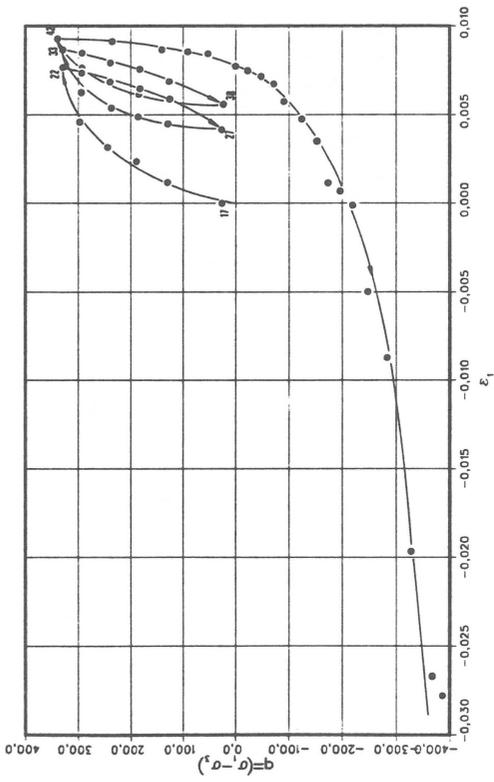
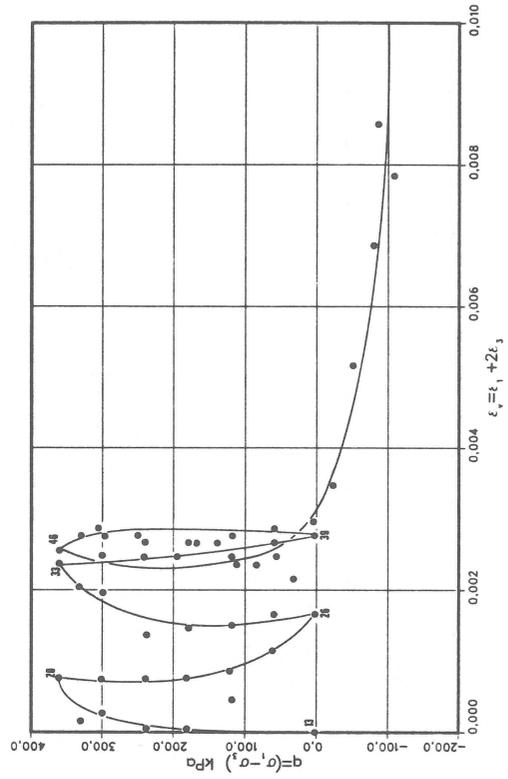
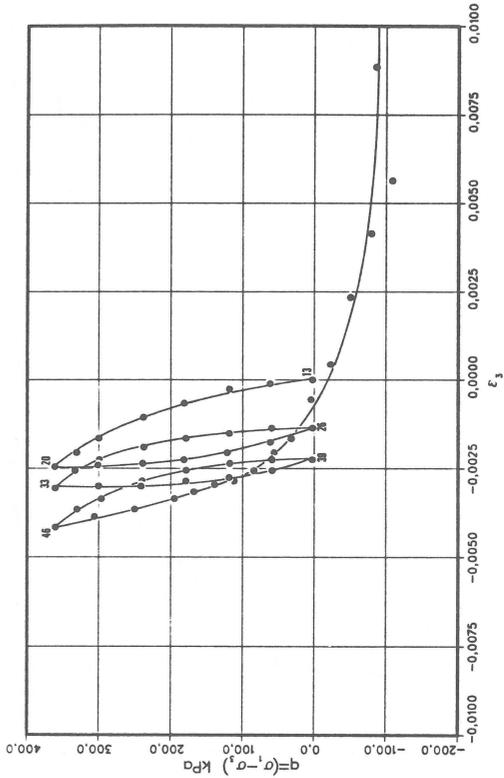


Abbildung 6.24: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR3

TRIAxIALVERSUCH TR4



TRIAxIALVERSUCH TR4

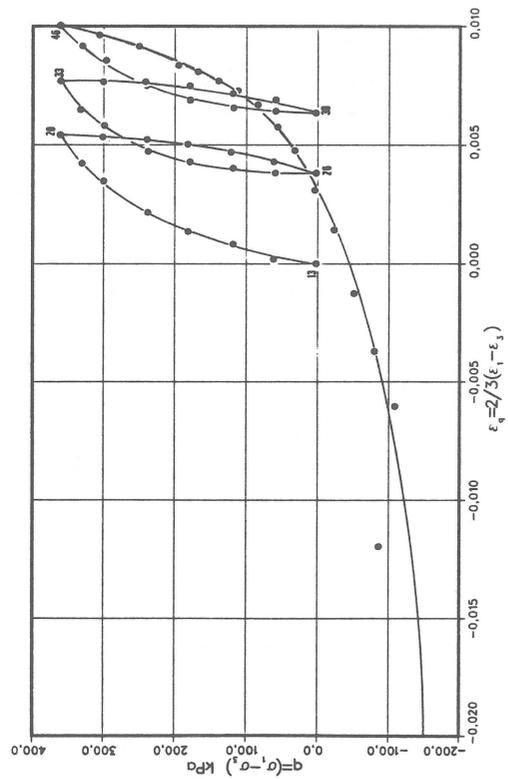
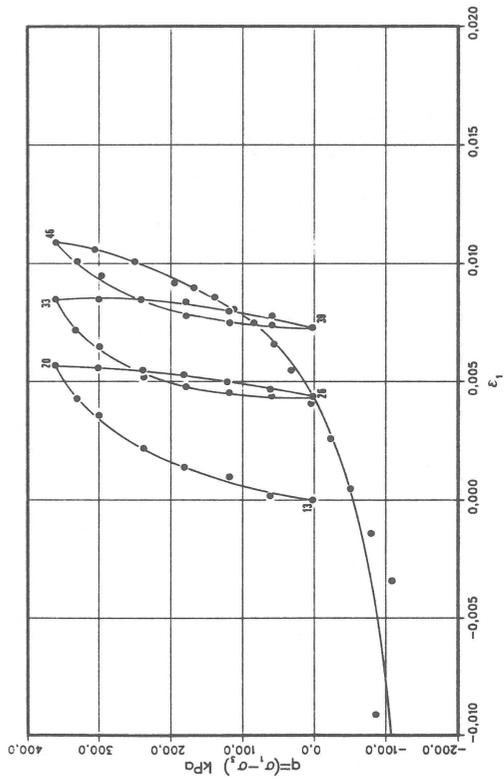
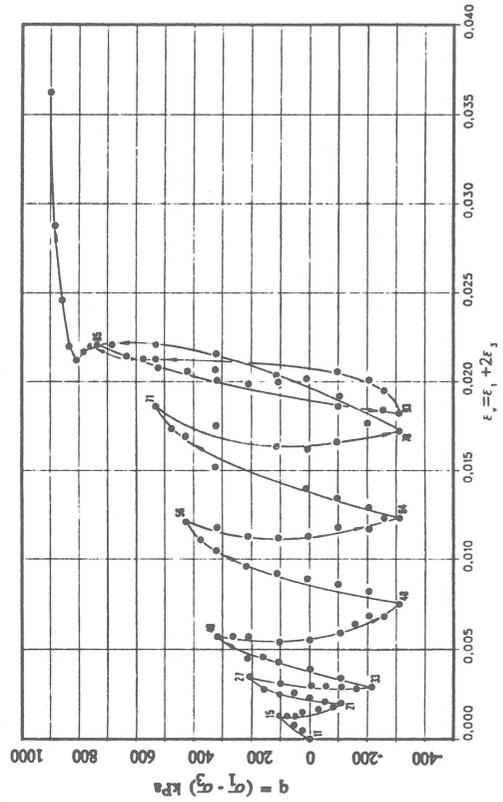
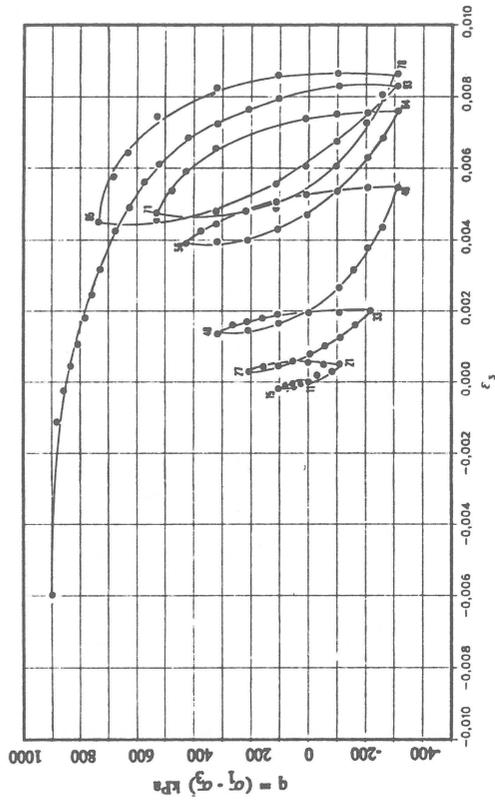


Abbildung 6.25: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR4

TRIAxIALVERSUCH TR5



TRIAxIALVERSUCH TR5

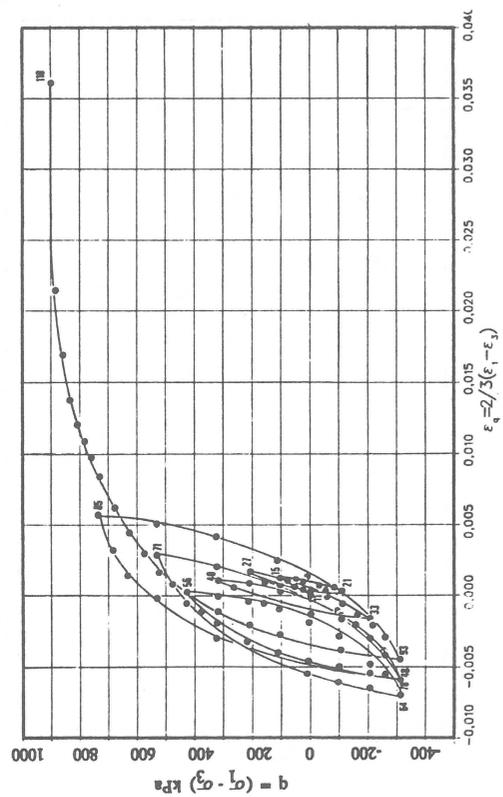
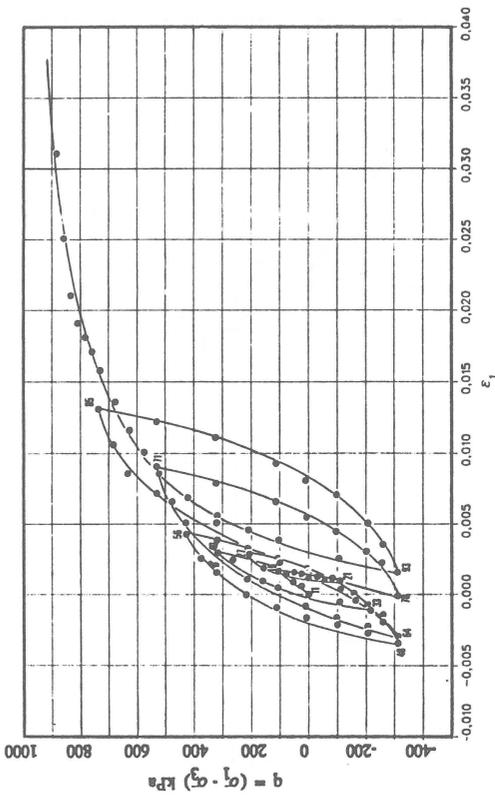
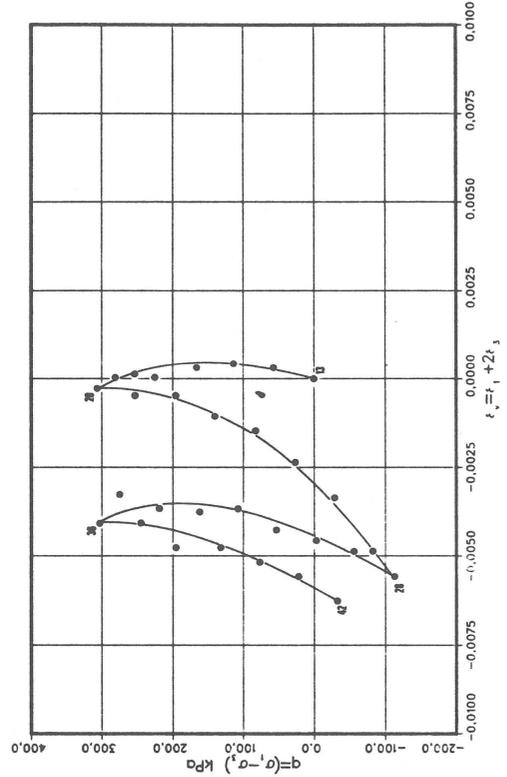
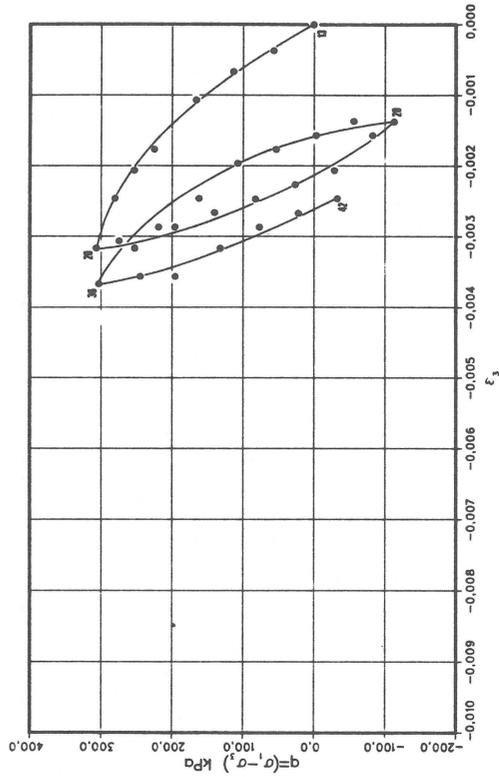


Abbildung 6.26: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR5

TRIAXIALVERSUCH TR6



TRIAXIALVERSUCH TR6

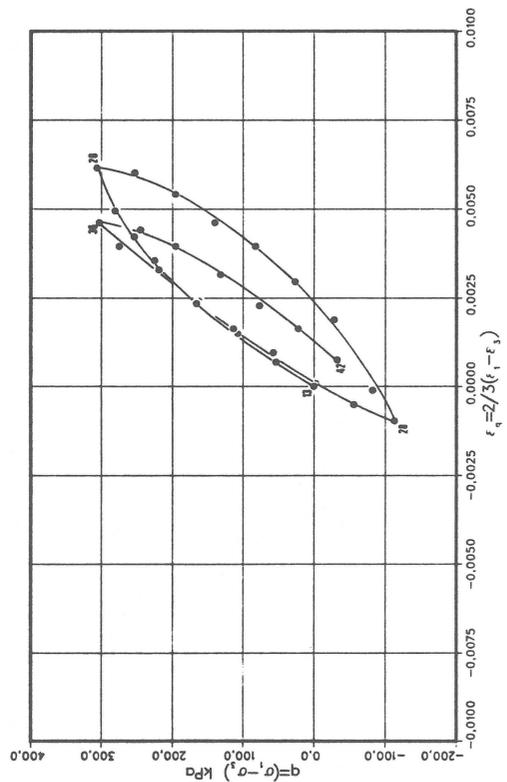
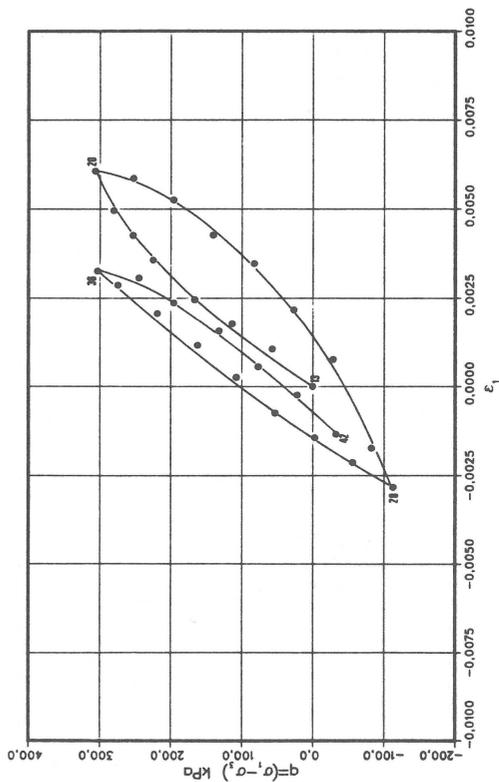
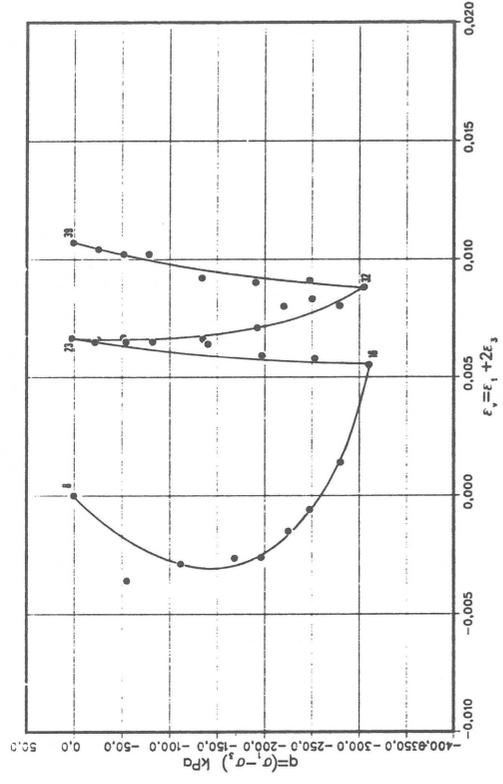
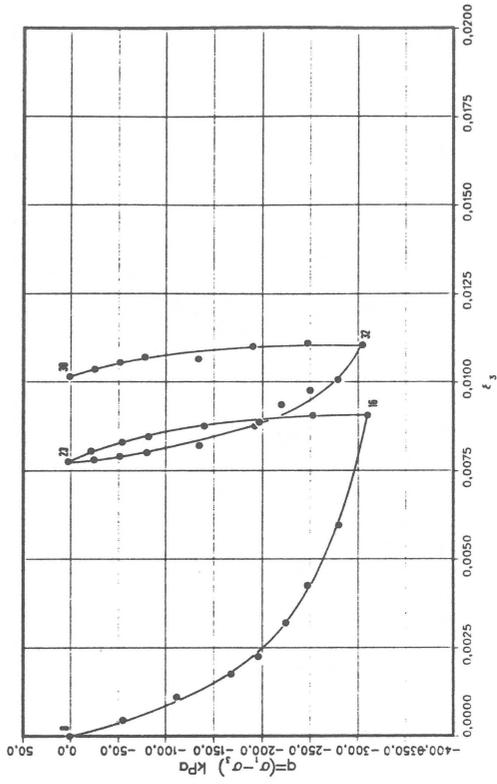


Abbildung 6.27: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR6

TRIAXIALVERSUCH TR7



TRIAXIALVERSUCH TR7

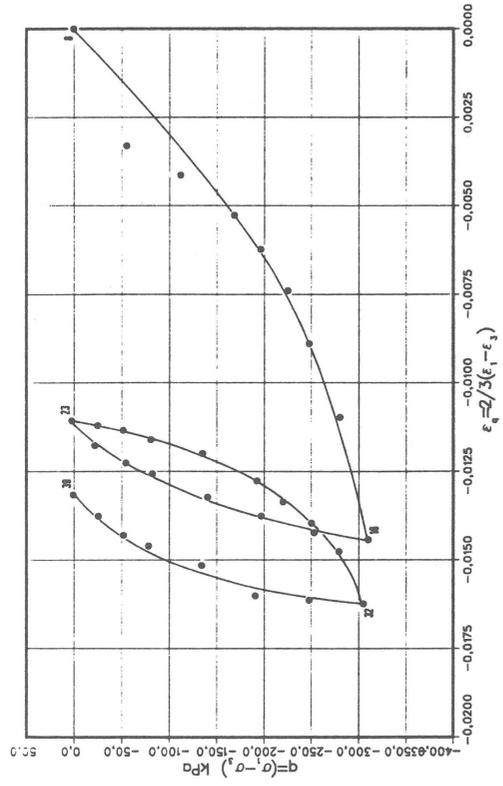
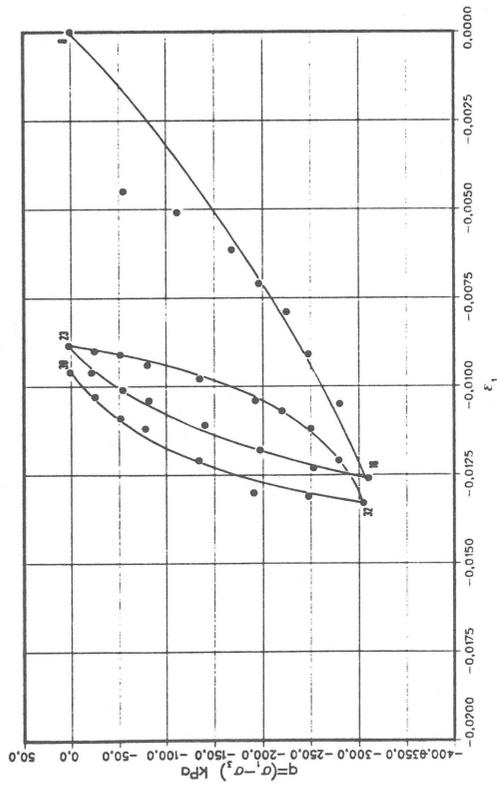
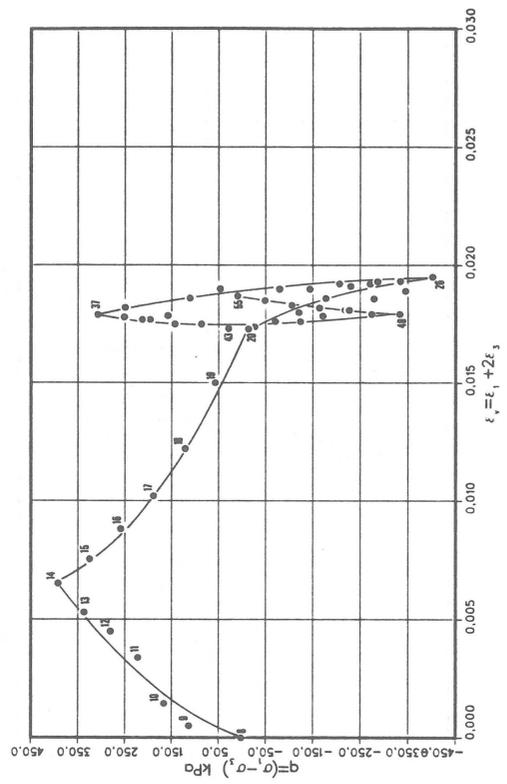
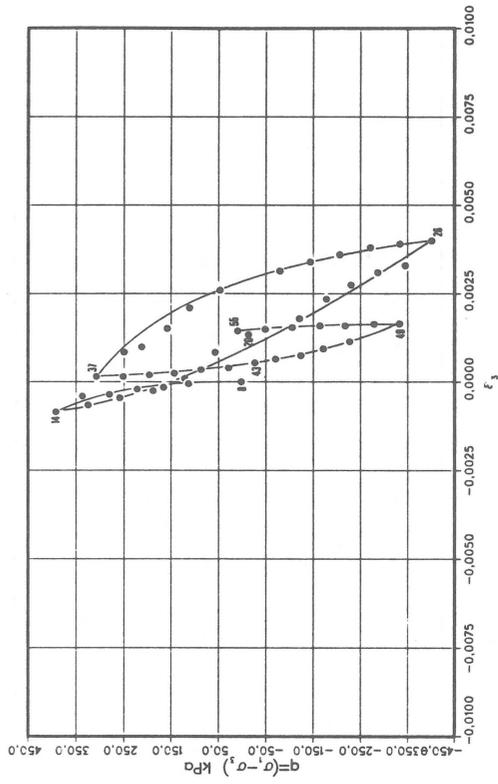


Abbildung 6.28: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR7

TRIAxIALVERSUCH TR8



TRIAxIALVERSUCH TR8

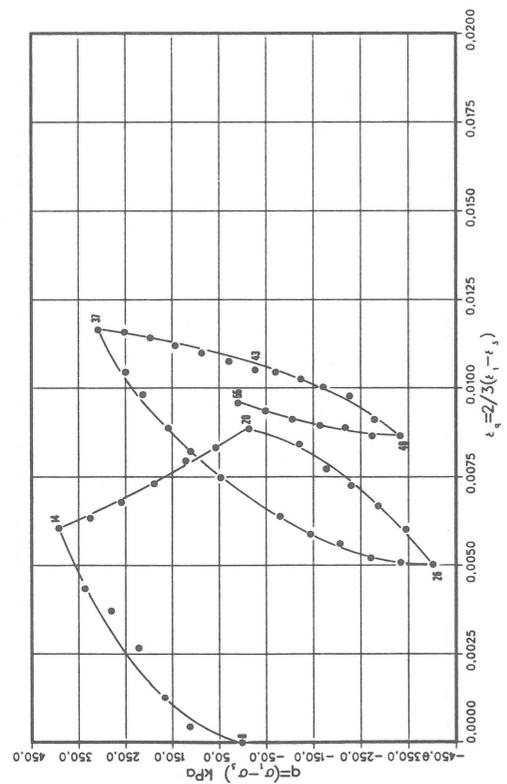
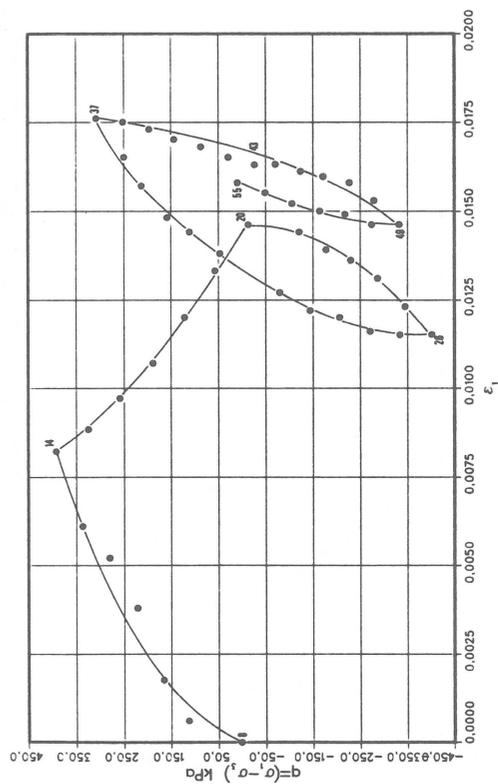
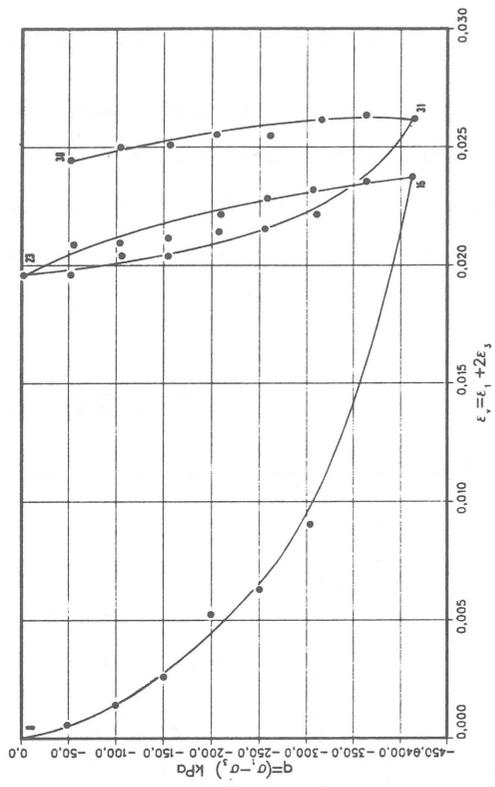
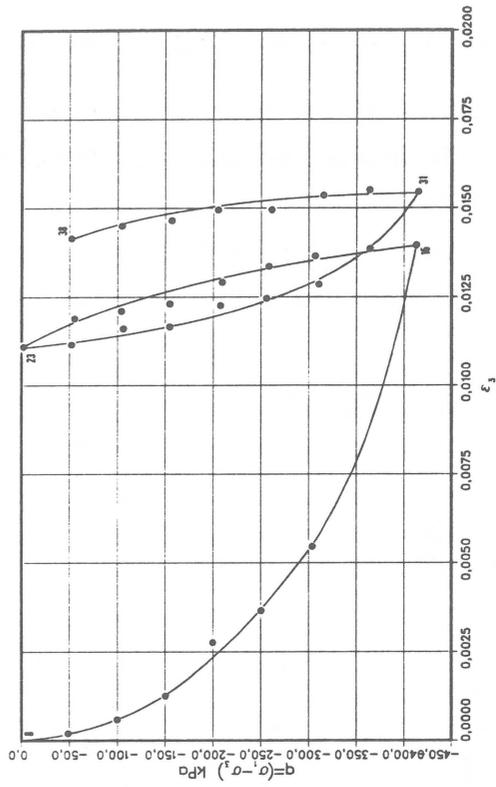


Abbildung 6.29: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR8

TRIAxIALVERSUCH TR9



TRIAxIALVERSUCH TR9

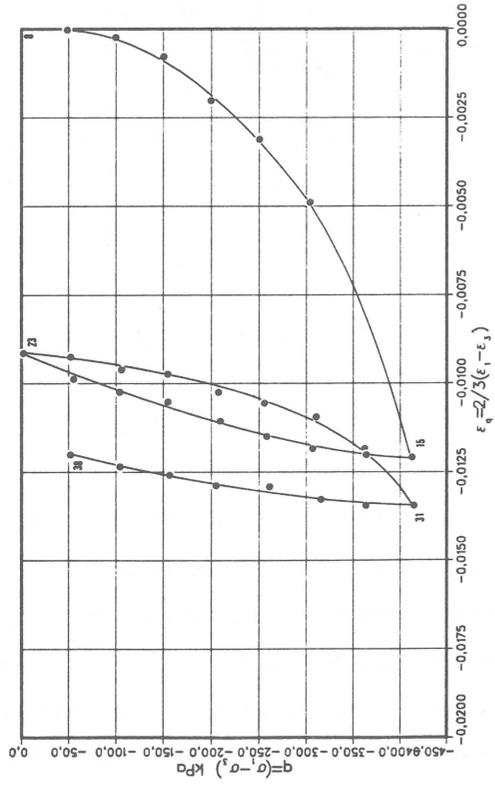
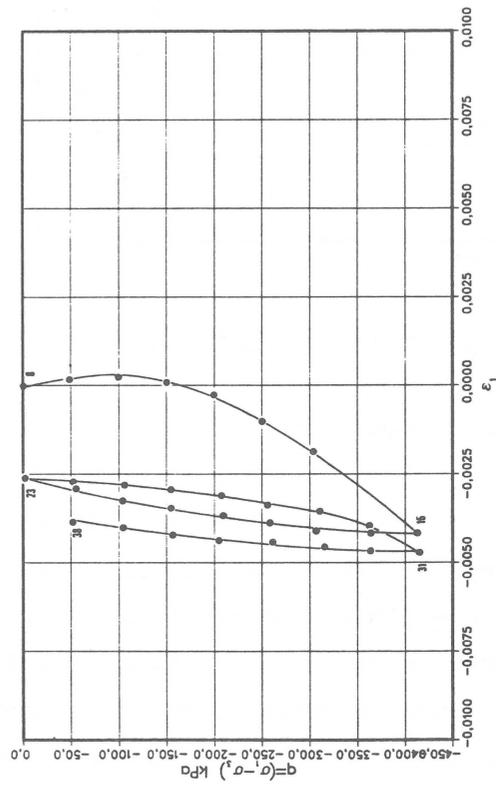


Abbildung 6.30: Verformungskurven des Triaxialversuchs TR9

#### 6.4.4 CU-Versuche mit unterschiedlichen Überkonsolidierungsverhältnissen

In Ergänzung zu den dränierten Versuchen wurde noch eine Serie von 12 undrännierten (CU) Versuchen mit dem gleichen aufbereiteten Material in konventionellen Triaxialzellen durchgeführt [111]. Die Proben wurden mit „back pressure“ gesättigt, auf den normal-konsolidierten Zustand isotrop rekonsolidiert und anschließend auf ein bestimmtes Überkonsolidierungsverhältnis isotrop entlastet. Bei geschlossenem Entwässerungssystem wur-

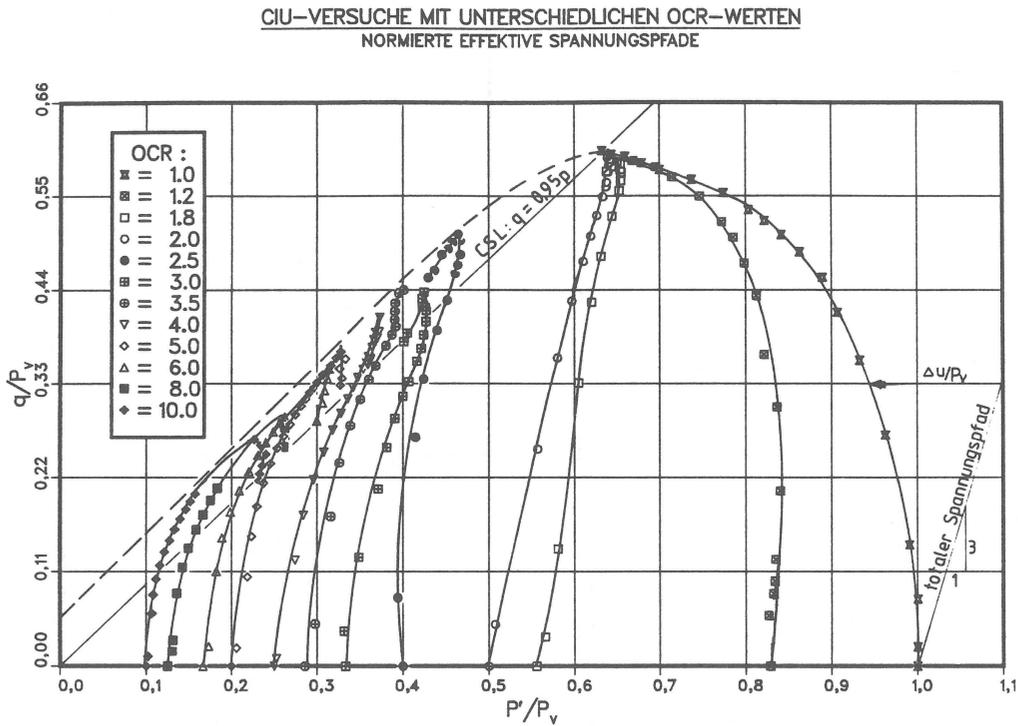


Abbildung 6.31: Normierte effektive Spannungspfade der CU-Versuche

den die Proben dann mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit von  $\varepsilon_1 = 0.12\%$  im Kompressionsbereich abgeschert. Die auftretenden Porenwasserdrücke wurden mit einem Porenwasserdruckaufnehmer<sup>7</sup> (Nenndruck 1000 kPa) gemessen, so daß die effektiven Spannungspfade berechnet werden können. Abbildung 6.31 zeigt die mit der maximalen Konsolidierungsspannung normierten effektiven Spannungspfade. Die zugehörigen totalen Spannungspfade sind jeweils Geraden, die eine Neigung von 3:1 besitzen. Abbildung 6.31 zeigt die typische Charakteristik der Porenwasserdruckentwicklung von Böden mit unterschiedlichen Überkonsolidierungsverhältnissen. Bei den normal und leicht überkonsolidierten Proben ( $OCR = 1, 1.2, 1.8, 2$ ) entsteht ein Porenwasserüberdruck, der die effektiven Spannungs-

<sup>7</sup>Fa. Hottinger Baldwin Meßtechnik

pfade nach links verschiebt. Die normierten Spannungspfade münden alle im gleichen Punkt auf der „Critical State Line“. Bei den stark überkonsolidierten Proben entsteht (bei vorherrschender Kontraktanz) zunächst ein leichter Porenwasserüberdruck, der rasch abgebaut wird und (bei vorherrschender Dilatanz) in einen Porenwasserunterdruck übergeht. Verantwortlich hierfür ist das dilatante Verhalten des überkonsolidierten Materials. Die Spannungspfade erreichen ihren Maximalwert auf einer leicht gekrümmten Einhüllenden oberhalb der „Critical State Line“. Nach Überschreiten dieser „Peak“-Festigkeit fällt der Spannungspfad leicht ab. In Abbildung 6.32 ist die Porenwasserüberdruckentwicklung für vier Proben dargestellt. Bei der normalkonsolidierten Probe steigt der Porenwasserüberdruck sehr steil an, bei der Probe mit  $OCR = 2.5$  erreicht er bei etwa 50 kPa einen Maximalwert, der konstant bleibt. Bei der Probe mit  $OCR = 5$  fällt der Porenwasserdruck nach Überschreitung eines Maximalwertes wieder auf Null ab, bei der Probe mit  $OCR = 8$  wird er negativ. In Abbildung 6.33 ist die Entwicklung der Deviatorspannung über der Vertikaldehnung  $\epsilon_1$  aufgetragen. Je kleiner das Überkonsolidierungsverhältnis ist, um so schneller steigt die Deviatorspannung.

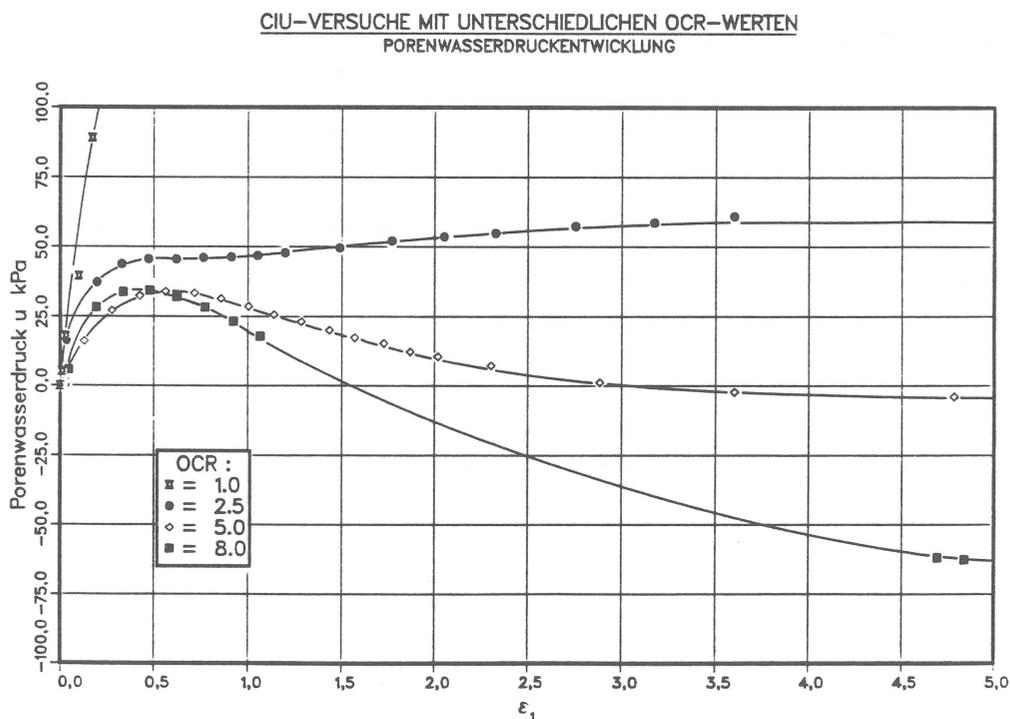


Abbildung 6.32: Porenwasserüberdruckentwicklung in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungsverhältnis

CIU-VERSUCHE MIT UNTERSCHIEDLICHEN OCR-WERTEN  
DEVIATORSpannungSENTWICKLUNG

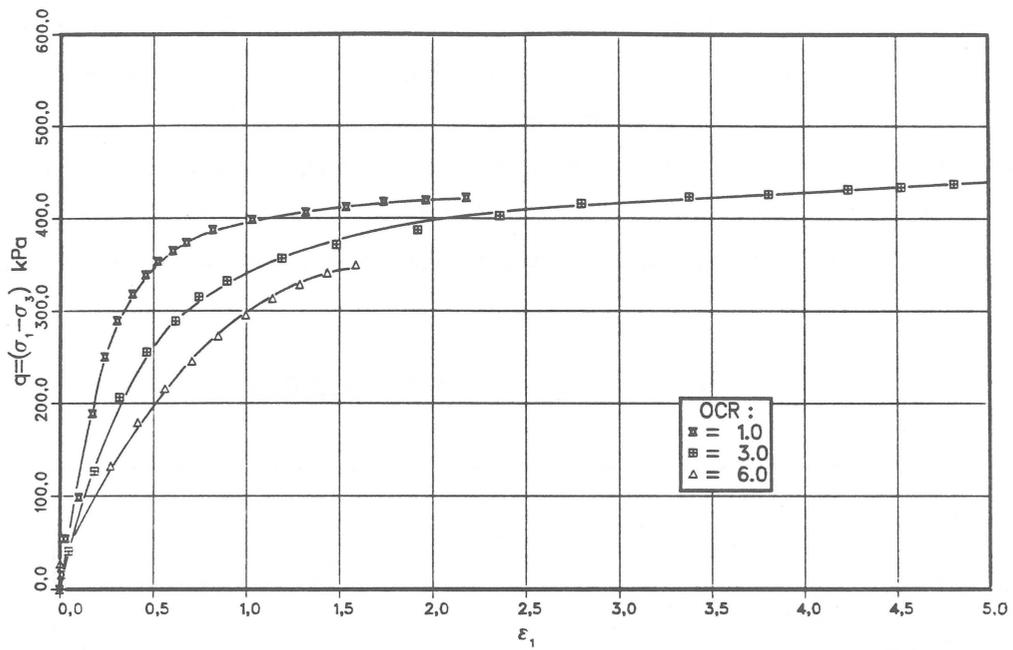


Abbildung 6.33: Deviatorspannungsentwicklung in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungsverhältnis

## 7 Numerische Anwendung des Materialmodells

### 7.1 Ermittlung der Materialparameter

Die insgesamt 15 Materialparameter, die in dem vorgeschlagenen Materialmodell vorkommen, können in drei Gruppen unterteilt werden.

1. Die Parameter  $M, R, S, \xi$  und  $\eta$ , die die Form der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche bestimmen.
2. Die Verfestigungsparameter der Fließ- und Vorbelastungsfläche  $\lambda, \omega, \psi, \Gamma$  und die elastischen Parameter  $\kappa$  und  $\nu$ .
3. Die Parameter, die das Materialverhalten und die Degradation unter zyklischer Belastung beschreiben  $\beta, (\tau/c_u)_{min}, \alpha_1$  und  $\alpha_2$ .

Die Ermittlung der Materialparameter ist sehr unterschiedlich. Manche können direkt aus einer bestimmten Auftragung von Versuchsergebnissen abgelesen werden (z.B. die Neigung der Erstverdichtungslinie  $\lambda$ ), andere können mit bestimmten etablierten bodenmechanischen Parametern korreliert werden (z.B. die Neigung der „Critical State Line“ mit dem Reibungswinkel  $\varphi'$  des normalkonsolidierten Bodens), und wiederum andere müssen durch Testrechnungen dem Verhalten des Materials angepaßt werden. Hinzu kommt, daß der Einfluß mancher Materialparameter nur bei ganz bestimmten Spannungs- und Verformungspfaden zum Tragen kommt, so daß der Aufwand zur Ermittlung der Materialparameter abhängig gemacht werden kann von dem Problem, das mit dem Materialmodell beschrieben werden soll. So sind z.B. bei der Untersuchung monotoner Beanspruchungsvorgänge (z.B. asymptotisches Verhalten des Materials [45,143] nur die Form und die Verfestigungsbeziehungen der Vorbelastungsfläche relevant, alle anderen Parameter spielen keine Rolle. Außerdem vereinfacht sich das vorgeschlagene Materialmodell erheblich, wenn bestimmte Parameter des Modells Standardwerte annehmen und nicht mehr als freie Parameter benutzt werden. Auf diese Weise sind eine Reihe von in der Literatur vorgeschlagenen Materialmodellen als Sonderformen des allgemeinen Materialmodells enthalten. So ergibt sich zum Beispiel bei der Wahl von  $S = \xi = \eta = 0$  und  $R = 0.5$  als Form der Vorbelastungsfläche die Ellipse des „modified Cam Clay“ Modells [21], die auch von KÖNIG [68] verwendet wird. Verzichtet man zudem auf die Umkehrfläche und paßt das erste Spannungsinkrement bei Belastungsumkehr der Größe des elastischen Bereiches an, dann ist das vorgeschlagene Modell formal völlig identisch mit dem von KÖNIG [68] benutzten Zweifließflächenmodell. Geht man noch einen Schritt weiter und unterdrückt die Entstehung einer Fließfläche im

Innern der Vorbelastungsfläche, dann hat man genau das von BURLAND 1967 vorgeschlagene „Modified Cam Clay“ Modell [21]. Das hier vorgeschlagene Modell stellt somit eine Verallgemeinerung und Erweiterung all dieser Modelle dar und verwendet deshalb auch eine größere Anzahl von Materialparametern.

Die Neigung der „Critical State Line“  $M$  im Kompressionsbereich und im Extensionsbereich kann gemäß Gleichung 4.30 auf Seite 79 durch den Reibungswinkel des normalkonsolidierten Bodens angedrückt wurden. Aus den CU-Versuchen mit Überkonsolidierungsverhältnissen  $OCR \leq 2$  sowie aus einer Serie von konventionellen CD-Scherversuchen wurde der Reibungswinkel des normalkonsolidierten Bodens zu  $\varphi' = 24.2^\circ$  ermittelt, so daß sich für die Neigung der „Critical State Line“ ein Wert von  $M = 0.95$  ergibt.

Die Parameter  $\lambda$  und  $\kappa$  wurden aus der Neigung der Erstverdichtungslinie bzw. der Anfangstangentenneigung des Druck-Porenziffer-Diagramms bei Entlastung im Abschnitt 6.4.1 zu  $\lambda = 0.10$  und  $\kappa = 0.008$  ermittelt. Zur vollständigen Beschreibung der elastischen Verformungen ist die Querdehnungszahl  $\nu$  erforderlich. Sie liegt für Böden im allgemeinen zwischen  $0.1 \leq \nu \leq 0.3$  und kann aus den Anfangstangentenneigungen der Spannungs-Dehnungskurven eines Triaxialversuches mit Belastungsumkehr berechnet werden. Häufig reicht jedoch ein geschätzter Wert von  $\nu = 0.2 \div 0.25$  aus, um hinreichend befriedigende Ergebnisse zu erzielen. In der vorliegenden Arbeit wurde  $\nu$  aus der Neigung der Spannungspfade bei Belastungsumkehr in den  $K_0$ -Versuchen von MADER [87] gemäß Gleichung 5.108 von Seite 93 zu  $\nu = 0.20$  ermittelt.

Die Form der Fließfläche wird im unterkritischen Bereich durch die Parameter  $R$  und  $\xi$  und im überkritischen Bereich durch  $S$  und  $\eta$  bestimmt. Bei einem CU-Versuch mit einem normalkonsolidierten Boden weicht der effektive Spannungspfad nur sehr wenig von der Form der Fließfläche im überkritischen Bereich ab und zwar um so weniger, je kleiner die elastischen Verformungsanteile sind. In Testrechnungen hat sich gezeigt, daß der Parameter  $\xi$  keine wesentliche Rolle spielt und deshalb in erster Näherung zu Null gesetzt werden kann. Es empfiehlt sich daher, durch Variation des Parameters  $R$  in Testrechnungen die Form des berechneten undrännierten Spannungspfades dem gemessenen anzupassen. Falls dies nicht mit hinreichender Genauigkeit möglich ist, z.B. bei strukturempfindlichen Böden, kann auch der Parameter  $\xi$  variiert werden. Da die Form der Fließfläche im unterkritischen Bereich auch die Größe des  $K_{o,NC}$ -Wertes festlegt, kann bei Kenntnis dieses Wertes — entweder aus Versuchen, oder über die Näherungsformel von JAKY [64]  $K_{o,NC} = 1 - \sin \varphi'$  — der Parameter  $R$  so variiert werden, daß das Materialmodell diesen  $K_{o,NC}$ -Wert liefert. Mit  $R = 0.64$  konnte der von MADER [87] ermittelte  $K_{o,NC}$ -Wert und der effektive Spannungspfad des normalkonsolidierten Bodens am besten wiedergegeben werden.

Fließflächenparameter	
$M = 0.95$	Neigung der „Critical State Line“
$R = 0.64$	Form der Fließfläche im unterkritischen Bereich
$\xi = 0.00$	
$S = -0.01$	Form der Fließfläche im überkritischen Bereich
$\eta = 280.0$	
Verfestigungsparameter	
$\lambda = 0.10$	Neigung der Erstverdichtungslinie
$\Gamma = 25.0$	Parameter der Interpolationsfunktion des plastischen Moduls
$\omega = 1.5$	
$\psi = 0.1$	
Elastische Parameter	
$\kappa = 0.008$	Anfangstangentenneigung der Schwellkurve
$\nu = 0.20$	Querdehnungszahl
Zyklische Parameter	
$\beta = 1.0$	Kritisches Verhältnis der zyklischen Deviatorspannungsamplituden
$(\tau/c_u)_{min} = 0.4$	
$\alpha_1 = 3.0$	
$\alpha_2 = 1.0$	

Tabelle 7.6: Zusammenstellung der in den Berechnungen verwendeten Materialparameter

Mit den Parametern  $S$  und  $\eta$  wird die Form und Neigung der gekrümmten Einhüllenden der Grenzzustände im überkritischen Bereich festgelegt. Die Krümmung wird umso kleiner, je mehr sich der Parameter  $\eta$  dem Wert  $\eta_{grenz}$  aus Gleichung 4.41 (s.S. 81) annähert. Es empfiehlt sich daher folgende Vorgehensweise: Durch eine hinreichende Anzahl von CU-Versuchen an stark überkonsolidierten Proben ist die Einhüllende der Grenzzustände zu ermitteln. In Testrechnungen sind die Parameter  $S \leq 0$  und  $\eta$  so zu variieren, daß das Materialmodell die Einhüllende der Grenzzustände möglichst gut wiedergibt. Da die Krümmung der Einhüllenden i.d.R. nicht besonders ausgeprägt ist, kann mit einer ersten Näherung von  $\eta = 0.95 \eta_{grenz}$  begonnen werden. Für den untersuchten mittelplastischen Ton ergab sich

$S = -0.01$  und  $\eta = 280$ .

Die Parameter  $\Gamma$ ,  $\omega$  und  $\psi$  definieren in der Interpolationsfunktion 4.62 (s.S. 85) die Größe des plastischen Moduls in Abhängigkeit vom Grad der Annäherung der Fließfläche an die Vorbelastungsfläche. Diese Parameter müssen durch Testrechnungen an Versuchen mit mindestens einer Ent- und Wiederbelastungsschleife ermittelt werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die erste Ent- und Wiederbelastungsschleife des Ödometerversuchs 2 benutzt, um die Parameter festzulegen. Der Ödometerversuch ist besonders hierfür geeignet, da der Spannungspfad, den die Probe bei einer Entlastungsschleife durchläuft, relativ komplex ist, während auf der anderen Seite der Versuch sehr einfach durchzuführen ist. Mit folgenden Werten wurde die beste Übereinstimmung erzielt:  $\Gamma = 25$ ,  $\omega = 1.5$  und  $\psi = 0.1$ .

Es bleiben noch die Parameter, die das Materialverhalten und die Degradation unter zyklischer Belastung beschreiben, zu ermitteln. Hierzu sind i.d.R. verschiedene undrännierte zyklische Versuche mit einer großen Anzahl von Lastzyklen bei unterschiedlichen Deviatorspannungsamplituden erforderlich, wie sie zum Beispiel von PROCTER & KHAFFAF [117] vorgestellt wurden. Für den untersuchten mittelplastischen Ton waren solche Versuche nicht vorhanden, jedoch konnte mit folgenden Schätzwerten, die in Testrechnungen dem Verhalten in den ödometrischen Ent- und Wiederbelastungsschleifen angepaßt wurden, befriedigende Ergebnisse erzielt werden:  $\alpha_1 = 3$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta = 1$  und  $(\tau/c_u)_{min} = 0.4$ . Es bleibt jedoch zu betonen, daß in der vorliegenden Arbeit nur angedeutet werden konnte, wie die wesentlichen Phänomene des zyklischen Materialverhaltens mit dem vorgeschlagenen Modell erfaßbar sind, ohne einen experimentellen Nachweis liefern zu können.

## 7.2 Integration der inkrementellen Grundgleichungen

Die im Abschnitt 4.2 aufgestellten inkrementellen Grundgleichungen stellen ein System von gekoppelten Differentialgleichungen dar, die für bestimmte Anfangswerte zu integrieren sind. Obwohl die Gleichungen zeitunabhängig sind (geschwindigkeitsunabhängiges Materialverhalten war vorausgesetzt), kann der Parameter Zeit benutzt werden, um die Abfolge der Beanspruchungsprozesse zu steuern. Belastungen werden dann in Zeitschritten aufgebracht, die beliebig unterteilt werden können, um die Lastinkremente zu verkleinern.

Häufig werden die inkrementellen Grundgleichungen in der Weise integriert, daß ein bestimmtes Last- oder Zeitinkrement willkürlich vorgegeben wird, mit dem die inkrementellen Gleichungen dann schrittweise berechnet werden, ohne daß dabei die Abweichung von der tatsächlichen Lösung kontrolliert wird. Diese Vorgehensweise entspricht dem Euler-Cauchy'schen Tangenzugverfahren, das zum einen ineffektiv ist und bei dem die Lösung, bei Überschreitung einer kritischen Schrittweite, numerisch instabil werden kann (s. z.B.

BATHE [12]).

Bei den im folgenden vorgestellten numerischen Berechnungen wurden die inkrementellen Grundgleichungen mit Runge-Kutta-Formeln fünfter Ordnung integriert, die von FEHLBERG [34] vorgeschlagen wurden und die eine automatische Schrittweitensteuerung ermöglichen. Die Formeln liefern außer den Funktionswerten auch noch eine Abschätzung des Integrationsfehlers, der benutzt wird, um die Integrationsschrittweite so zu wählen, daß der Fehler unter einer vorgewählten Toleranzgrenze bleibt. Dadurch wird gewährleistet, daß in den numerischen Berechnungen keine Unverträglichkeiten auftreten, z.B. daß der Spannungspunkt außerhalb der Fließfläche liegt.

Bei den meisten Berechnungen wurde eine Toleranz von  $10^{-10}$  vorgegeben. Aber auch mit einer wesentlich höheren Toleranzschranke werden noch sehr gute Ergebnisse erzielt.

### 7.3 Nachrechnung der Probenherstellung — „Perfect Sampling“

Ein zentrales Problem bei der numerischen Simulation des Verhaltens von Materialien mit Gedächtnis ist, die zutreffenden Anfangswerte für die Berechnung zu finden. Dies gilt grundsätzlich für alle Materialmodelle und ist einer der Gründe für die Schwierigkeiten bei der Anwendung von hochentwickelten numerischen Verfahren bei praktischen Fragestellungen der Geotechnik.

Da alle in dieser Arbeit vorgestellten Versuche mit ödometrisch vorbelasteten Proben durchgeführt wurden, konnte für die Berechnung der Versuche der Vorbelastungsprozeß und die anschließende Probenentnahme numerisch simuliert werden („Perfect Sampling“). Dazu wurde das Material numerisch unter  $K_o$ -Bedingungen auf die maximale Vertikalspannung belastet ( $0 - A$  in Abbildung 7.2) und anschließend ebenfalls unter  $K_o$ -Bedingungen entlastet ( $A - B_1 - B_2 - B_3 - B$ ). Die dabei entstehenden Horizontalspannungen wurden danach unter undrännierten Bedingungen auf Null entlastet ( $B - C$ ), was der Entnahme des Probenmaterials aus dem Ödometertopf entspricht. Infolge des dabei entstehenden Porenwasserunterdrucks baut sich in der Probe ein effektiver, isotroper Spannungszustand auf. In den Abbildungen 7.1 und 7.2 sind der Spannungspfad und die dabei durchlaufenen Fließflächen dargestellt.

Ausgehend von diesem Spannungszustand ( $C$ ) und der Lage der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche wurden dann die verschiedenen Versuche nachgerechnet. Dabei zeigte sich, daß bei den Ödometerversuchen die Rekonsolidierungsphase, d.h. der Übergang vom überkonsolidierten in den normalkonsolidierten Zustand, mit einer rechnerisch simulierten Vorbelastung von 500 kPa, wie sie auch tatsächlich vorhanden war, sehr zutreffend nachvollzogen werden konnte, während dies für die Triaxialversuche mit der gleichen Vorbela-

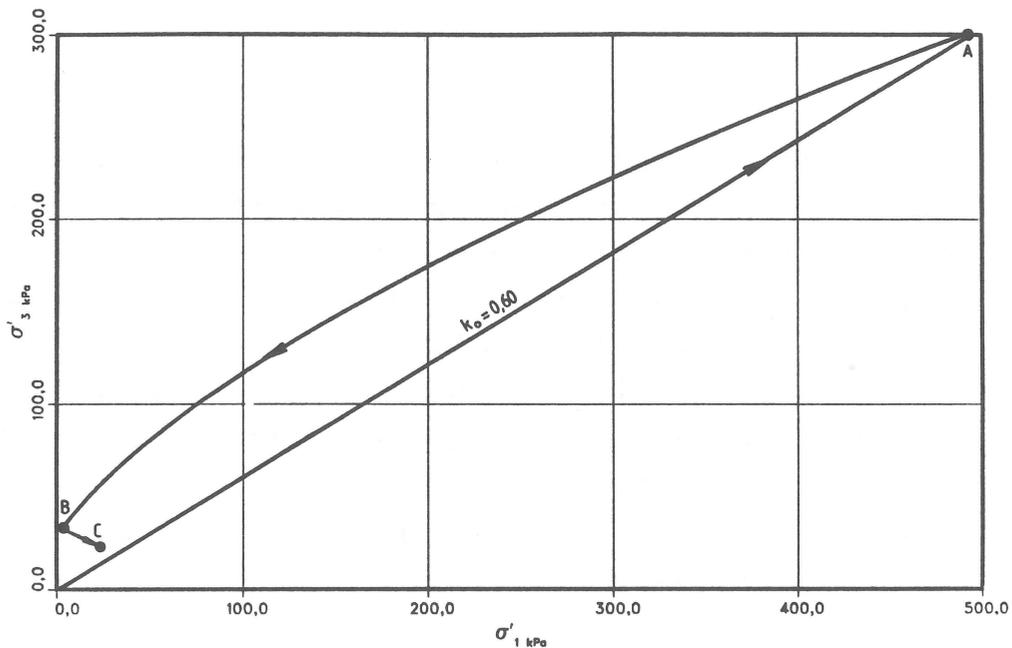


Abbildung 7.1: Spannungspfad bei der Vorbelastung und Probenentnahme im Ödometer

stung nicht in gleicher Weise möglich war. Der Grund hierfür ist, daß die unvermeidlichen Probenstörungen bei den Ödometerversuchen geringer sind als bei den Triaxialproben. Die Ödometerproben werden aus dem vorkonsolidierten Material ausgestochen und sofort eingebaut, während die Triaxialproben zugeschnitten und für die Aufnahme der Meßknöpfe und Filtersteine vorbereitet werden müssen und dann manuell in das Triaxialgerät eingebaut werden. Dabei ist es eher möglich, daß sich die Probe geringfügig entspannt und daß Randbereiche der Probe gestört werden. Um diese Probenstörungen numerisch zu simulieren, wurde für die Triaxialproben rechnerisch eine bis zu 10% niedrigere Vorbelastung angesetzt. Auf diese Weise konnte auch bei den Triaxialversuchen die Rekonsolidierungsphase zufriedenstellend nachgerechnet werden.

Interessant ist, daß durch die numerische Simulation des „Perfect Sampling“ die Fließfläche am Ende der Entlastung (*C*) mit ihrem Mittelpunkt ( $p_o, q_o$ ) unterhalb der *p*-Achse liegt (s. Abbildung 7.2). Das bedeutet, daß bei der anschließenden isotropen Belastung der Dehnungsinkrementenvektor leicht gegen die *p*-Achse geneigt ist und somit das berechnete Verformungsverhalten der Probe auf ähnliche Weise anisotrop ist, wie dies auch in den Versuchen beobachtet wurde, nur daß der Verhältniswert  $\varepsilon_1/\varepsilon_3$  viel kleiner ist als der experimentell ermittelte. Um die Anisotropie des Materialverhaltens zu beschreiben, müßte das Materialmodell in der Weise erweitert werden, daß die Vorbelastungsfläche während der anisotropen Konsolidierungsphase eine kinematische Translation in Richtung der *q*-Achse erfährt. In der Formulierung des Modells bedeutet dies nur eine leichte Modifikation, auf die an dieser Stelle aber verzichtet worden ist, weil für eine quantitative Beschreibung dieses Einflusses Versuche notwendig sind, die den Einfluß der Anisotropie getrennt von anderen Einflüssen erfassen [8,139,56].

PROBENTNAHME UND ISOTROPE BELASTUNG

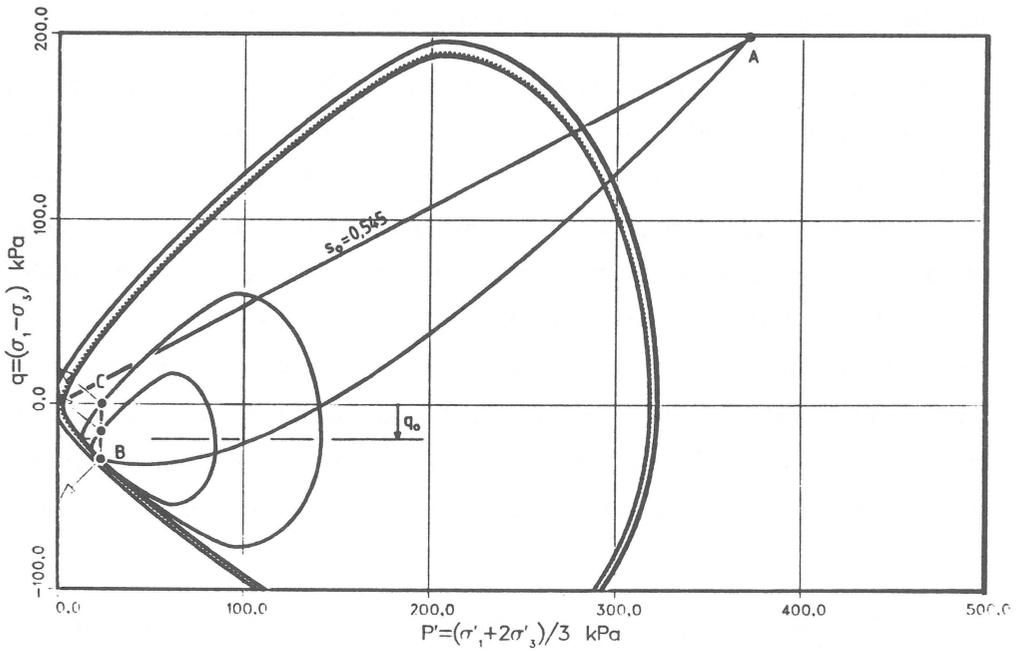
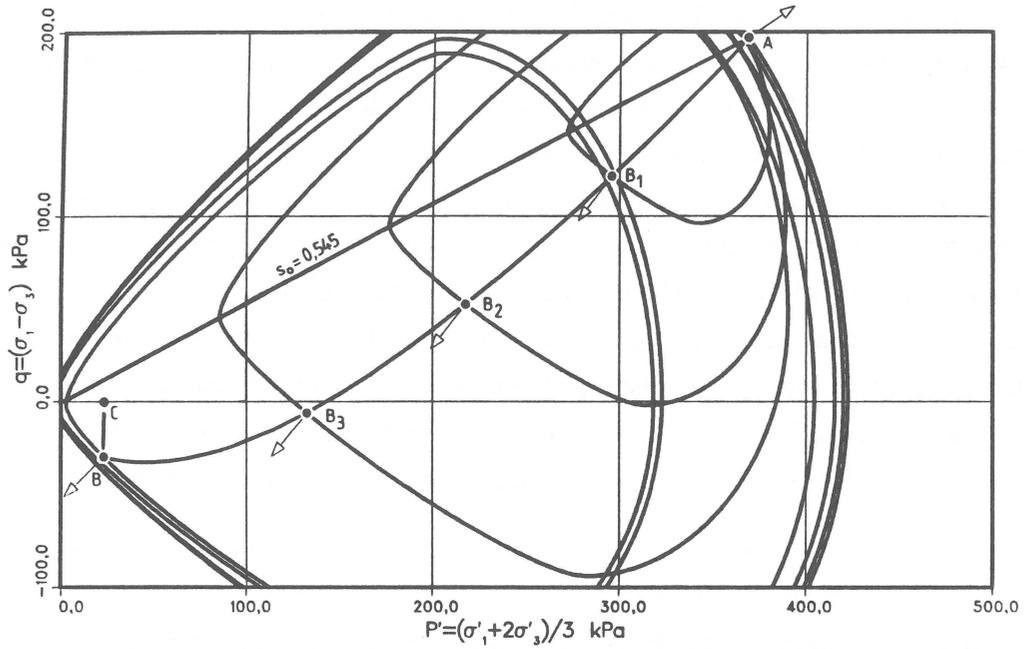


Abbildung 7.2: Fließflächen bei der Vorbelastung und Probenentnahme im Ödometer

## 7.4 Nachrechnung der Versuche

Auf den folgenden Seiten sind die Ergebnisse der Nachrechnungen der Versuche dargestellt. Die durchgezogenen Linien stellen jeweils die Berechnungs- und die strichlierten die Versuchsergebnisse dar. Für die Berechnung wurde jeweils der in den Versuchen vorhandene Spannungspfad (s. Tabellen der Versuchsergebnisse in Anhang C) vorgegeben, und die daraus resultierenden Verformungen wurden berechnet. Bei den undrännierten Versuchen wurde der totale Spannungspfad für die Berechnung zugrunde gelegt, und der effektive Spannungspfad ergab sich durch die berechneten Porenwasserüberdrücke.

Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung ist überwiegend gut. Das Materialmodell erfaßt alle wesentlichen Phänomene, die bei monotonen und nichtmonotonen Spannungspfaden auftreten, nicht nur qualitativ, sondern in den meisten Fällen auch quantitativ sehr gut. Im einzelnen sind dazu folgende Bemerkungen zu machen:

- Bei den Ödometerversuchen ist die Erfassung der Erstverdichtungslinie erwartungsgemäß hervorragend, da sie zur Ermittlung des Parameters  $\lambda$  benutzt wurde. Aber auch das Verhalten in den Ent- und Wiederbelastungsschleifen wird zutreffend beschrieben. Das Modell liefert die typischen Hysteresisschleifen und die pro Belastungszyklus abnehmende Rate der plastischen Verformungen, wobei die berechneten Hysteresisschleifen allerdings schneller dem stationären Zustand zustreben.
- Der  $K_o$ -Wert wird sowohl für Erstbelastung als auch in den anschließenden Ent- und Wiederbelastungsschleifen sehr gut durch das Materialmodell vorhergesagt. BURLAND [21] konnte mit dem „Modified Cam Clay“ Modell die sehr schlechten  $K_o$ -Werte des ursprünglichen „Cam Clay“ Modells [131] bis auf  $\pm 10\%$  verbessern. Mit der hier vorgeschlagenen Fließflächenform ist eine Verbesserung bis auf  $\pm 2\%$  möglich (s. Abbildung 7.3). Die von MADER [87] beobachteten größeren  $K_o$ -Werte in der Anfangsphase der Rekonsolidierung konnten rechnerisch nicht bestätigt werden. Die numerische Simulation liefert im Gegensatz dazu zunächst etwas kleinere  $K_o$ -Werte als  $K_{o,NC}$ , was dadurch zu erklären ist, daß sich das Material am Beginn der Rekonsolidierung rechnerisch stärker anisotrop verhält als in den Versuchen von MADER.
- Um die Rekonsolidierungsphase der Triaxialversuche zutreffend berechnen zu können, mußte zum Teil eine rechnerisch niedrigere Vorbelastungsspannung, als im Ödometer vorhanden war, angesetzt werden. Dadurch konnte die etwas größere Probenstörung der Triaxialproben simuliert werden. Während des Zuschneidens der Proben und des Ausfräsens der Vertiefungen für die Meßknöpfe und den Filterstein kann der Poren-

Ko-VERSUCHE VON MADER  
ERSTBELASTUNG

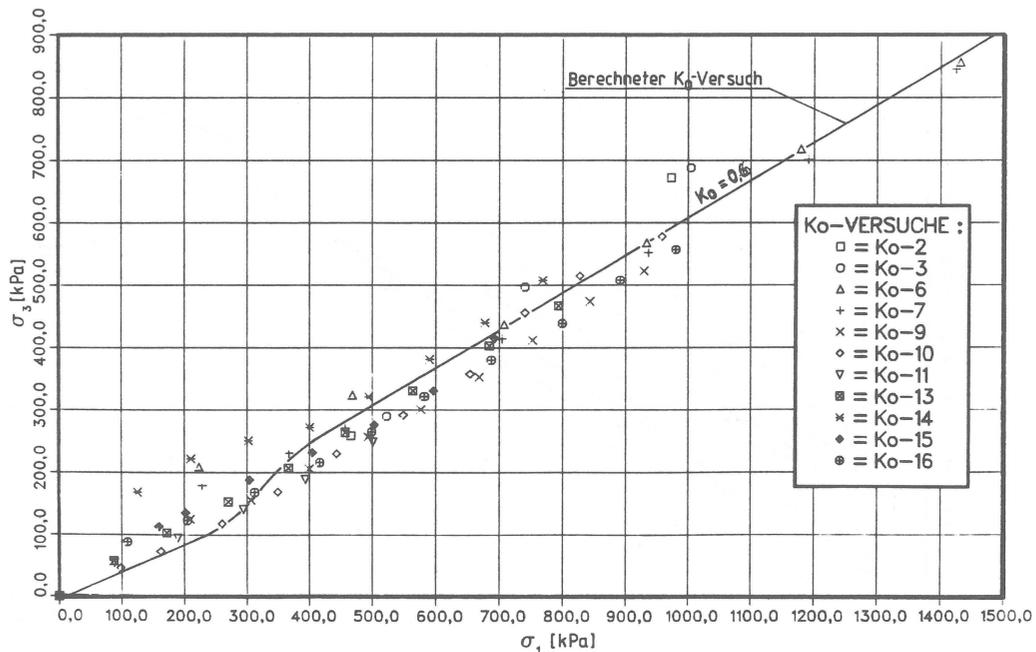


Abbildung 7.3: Vergleich des berechneten  $K_{o,NC}$ -Wertes mit Versuchsergebnissen

wasserunterdruck wieder etwas ansteigen und die Probe sich entspannen. Den gleichen Effekt erzielt man, wenn die Probe numerisch geringer vorbelastet wird.

- Der effektive Spannungspfad und die Verformungen des undrÄnierten Versuchs TR1 werden mit dem Modell sehr gut erfaßt (s. Abbildung 7.5). Daß die Probe im Triaxialversuch den Grenzzustand erst bei etwas höheren Deviatorspannungen erreicht, dürfte daran liegen, daß die Verformungsmeßeinrichtung bei größeren Verformungen doch gewisse ZwÄngungen auf die Probe ausübt. Im Extensionsbereich kommt noch die Dehnung der Gummihülle hinzu, sodaß eine etwas zu große Festigkeit vorgetÄuscht wird. Allerdings ist beim Versuch TR1 sehr schön zu sehen, daß die berechneten Verformungen genau bei derjenigen Deviatorspannung unbegrenzt anwachsen, bei der auch die gemessenen Verformungen deutlich größer werden. Die Probe im Versuch besitzt allerdings aus den genannten Gründen noch einige Reserven.
- Die Vorhersage des zyklischen Verhaltens ist teilweise hervorragend (s. z.B. Versuche TR6, TR9 und TR8 s. Abbildungen 7.10, 7.13 und 7.12) und teilweise weniger zutreffend (Versuch TR4 s. Abbildung 7.8). In allen Fällen aber ist die Beschreibung des Verhaltens qualitative zutreffend; im überwiegenden Teil sind auch die quantita-

Ko-VERSUCHE Ko-9 und Ko-10 von MADER

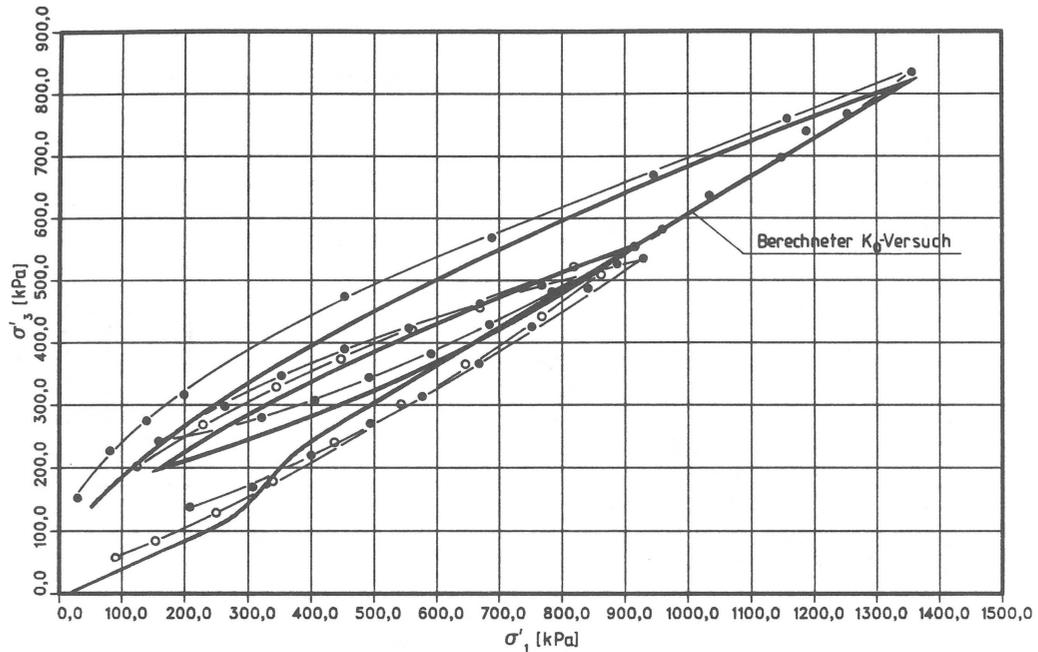


Abbildung 7.4: Vergleich der berechneten  $K_0$ -Werte für Ent- und Wiederbelastung mit Versuchsergebnissen

tiven Vorhersagen gut. Die Volumenverformungscharakteristik, die bei undrÄnirten VerhÄltnissen die Entstehung von Porenwasserüberdrücken bestimmt, wird bei allen Versuchen bis auf den Versuch TR4 zutreffend wiedergegeben, einschließlich solcher Effekte wie der Übergang von Kontraktanz zu Dilatanz (s. z.B. den sägezahnförmigen Verlauf der Volumendehnungskurve des Versuchs TR6 bzw. TR9 in Abbildung 7.10 und 7.13).

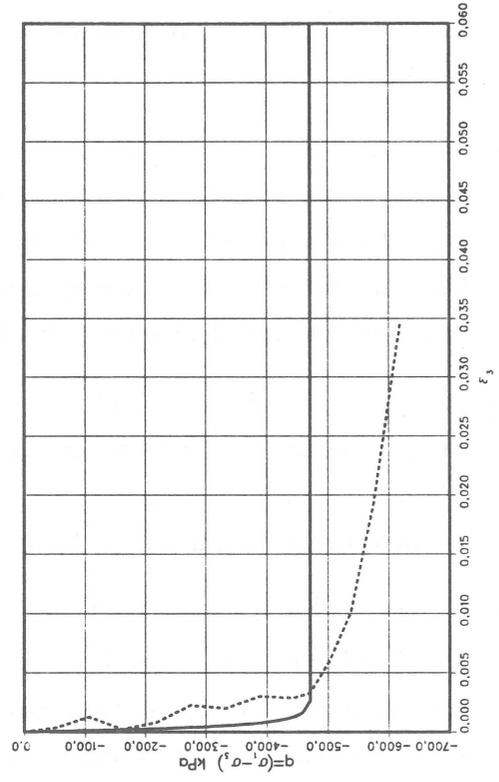
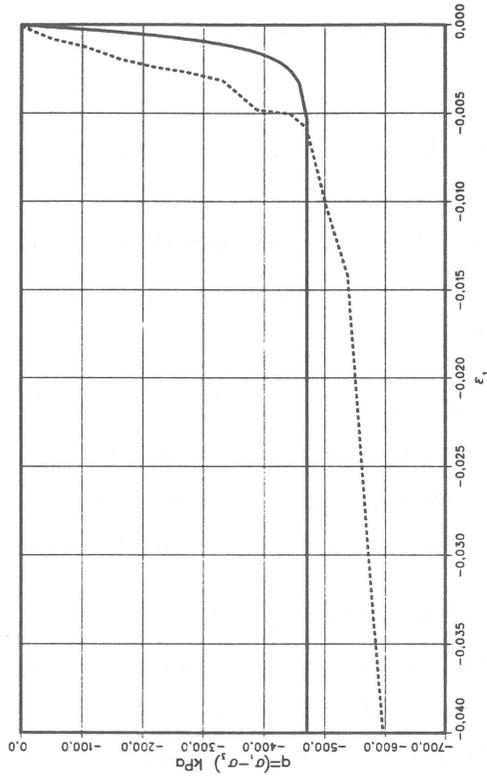
- Im Versuch TR4 (s. Abbildung 7.8) ist die Probe rechnerisch sehr nahe am Grenzzustand, während die Probe im Versuch noch Reserven besitzt. Dies hat zur Folge, daß die berechneten Verformungen pro Lastzyklus deutlich größer sind als die gemessenen und daß die berechneten und die gemessenen Kurven auseinanderlaufen. Die gemessene horizontale Aufweitung der Probe ist sehr gering, sodaß die Probe im Versuch verdichtet wird, während in der Berechnung ein Wechsel zwischen Verdichtung und Auflockerung stattfindet.
- Das zyklische Verformungsverhalten und das Verhalten beim Abscheren der Probe stimmen im Versuch TR3 (s. Abbildung 7.7) erstaunlich gut mit den gemessenen

Ergebnissen überein. Insbesondere die horizontalen Dehnungen werden sehr genau erfaßt.

- Im Versuch TR7 (s. Abbildung 7.11) wurde zunächst ein dilatantes Verhalten beobachtet, das dann in Kontraktanz übergeht. Dieser Effekt tritt auch, allerdings in abgeschwächter Form, in der Berechnung auf. Das Materialmodell liefert bei diesem Versuch nur sehr schwach ausgeprägte Hysteresisschleifen, während im Versuch solche Hysteresisschleifen deutlicher zu beobachten waren.
- Beim Versuch TR9 (s. Abbildung 7.13) wurde zu Beginn der deviatorischen Belastung bei abnehmender Horizontalspannung  $\sigma_3$  zunächst eine leichte vertikale Zusammendrückung der Probe beobachtet, was auch vom Materialmodell vorhergesagt wird. Die berechnete Zusammendrückung war allerdings etwas größer als die gemessene.
- Bei dem Spannungspfad des Versuchs TR8 (s. Abbildung 7.12) liefert das Materialmodell während der ersten deviatorischen Belastung bei konstanter Horizontalspannung  $\sigma_3$  eine geringfügige horizontale Zusammendrückung der Probe, die im Versuch nicht beobachtet wurde. Allerdings ist die Probe bei dieser Belastung im Versuch in horizontaler Richtung sehr steif, und die horizontalen Dehnungen sind sehr gering. In den weiteren Phasen dieses Versuches stimmt das berechnete Verhalten recht gut mit den Versuchsergebnissen überein. Damit ist gezeigt, daß das hier vorgeschlagene Materialmodell in der Lage ist, das Verformungsverhalten auch für sehr komplexe Spannungspfade korrekt vorherzusagen.

In Abbildung 7.14 sind die berechneten effektiven Spannungspfade der CU-Versuche dargestellt. Die Spannungen sind, wie bei der Darstellung der Versuchsergebnisse, mit der Konsolidierungsspannung normiert worden. Der besseren Übersicht halber wurden die Versuchsergebnisse nicht im gleichen Bild, sondern darunter aufgetragen. Man erkennt sehr deutlich, wie die Veränderung der Porenwasserdruckentwicklung in Abhängigkeit vom Überkonsolidierungsverhältnis vom Materialmodell zutreffend vorhergesagt wird. Die effektiven Spannungspfade bilden im überkritischen Bereich eine Einhüllende, die den Grenzzustand des Materials kennzeichnet. Die berechneten Spannungspfade streben allerdings alle, im Gegensatz zu den Versuchen, der „Critical State Line“ zu.

TRIAxIALVERSUCH TR1



TRIAxIALVERSUCH TR1

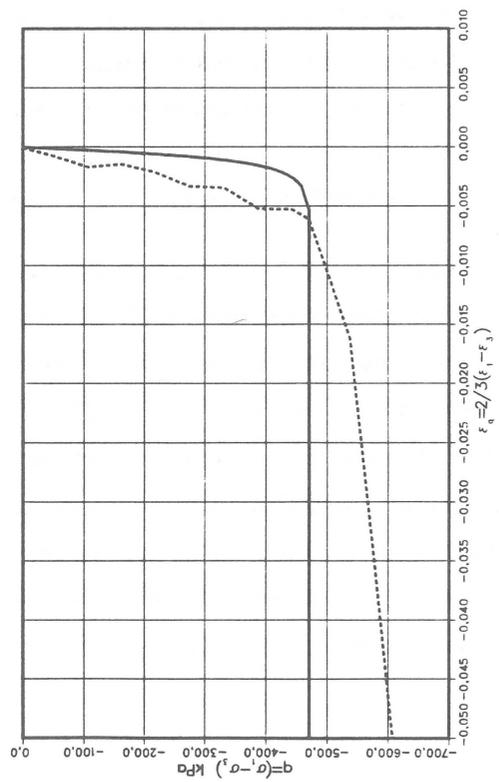
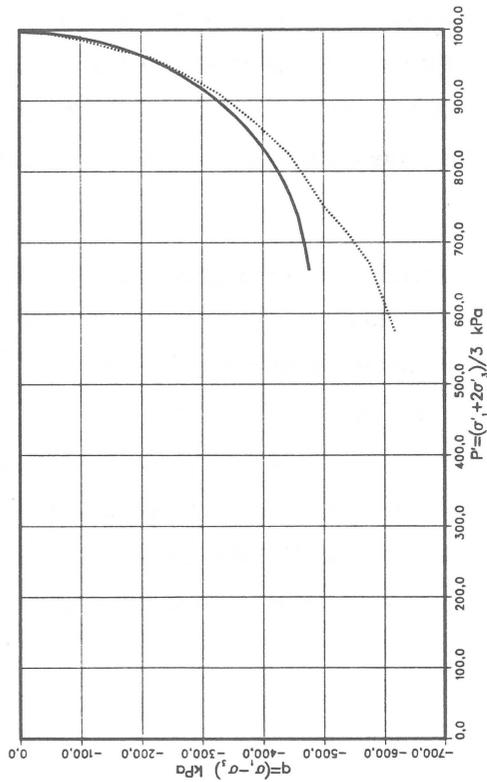
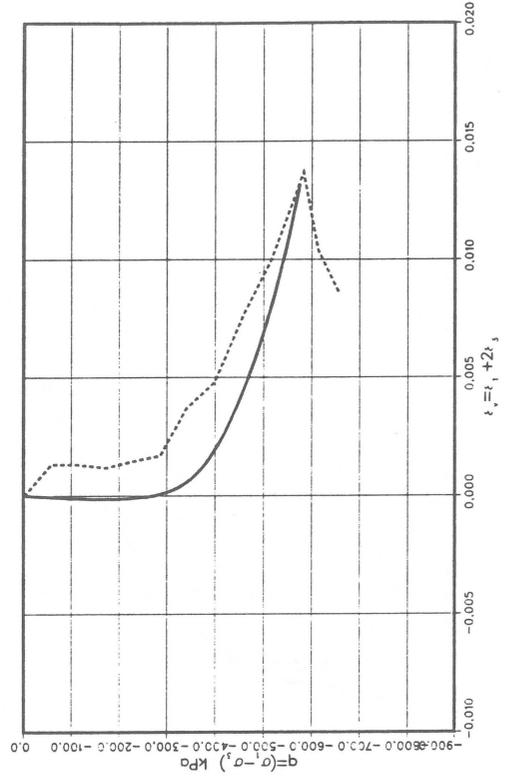
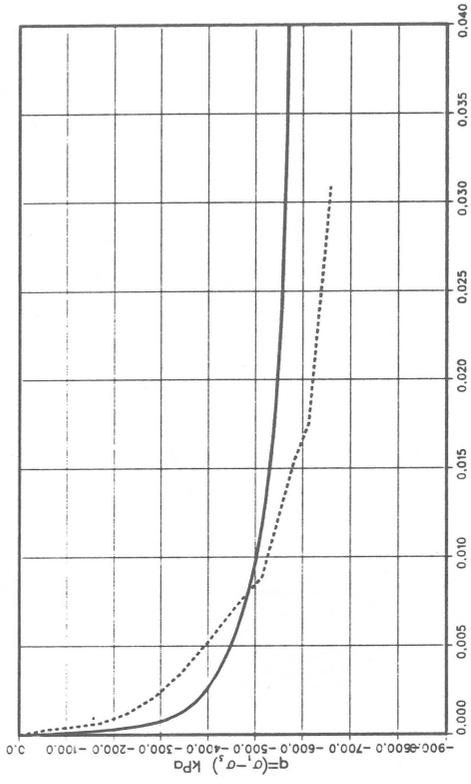


Abbildung 7.5: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR1

TRIAXIALVERSUCH TR2



TRIAXIALVERSUCH TR2

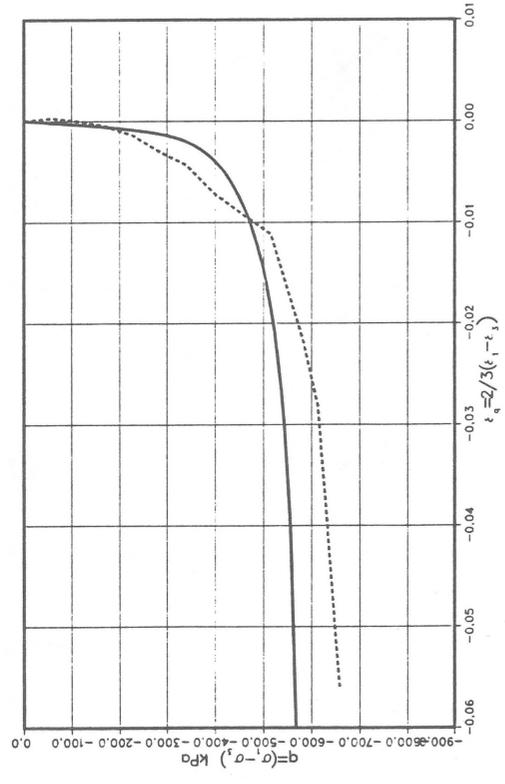
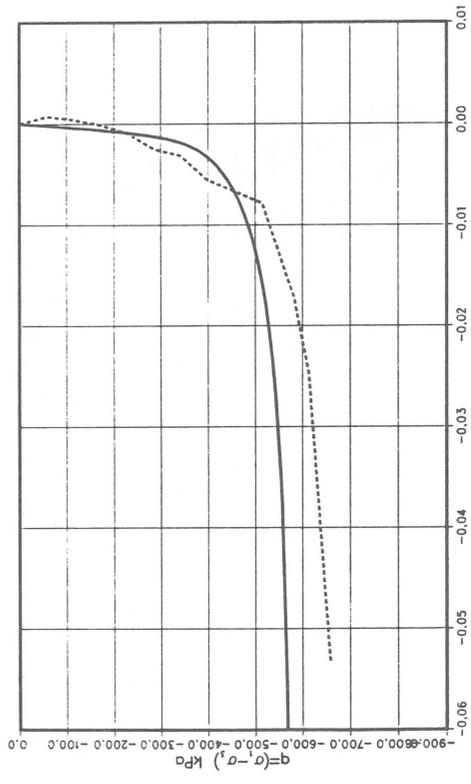
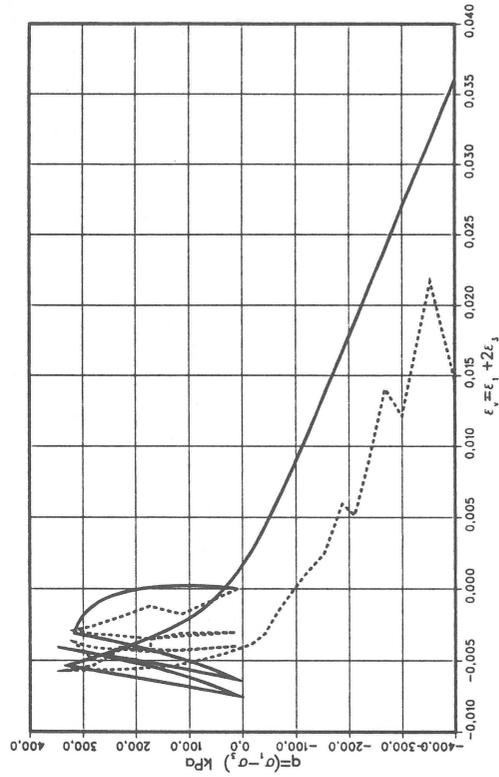
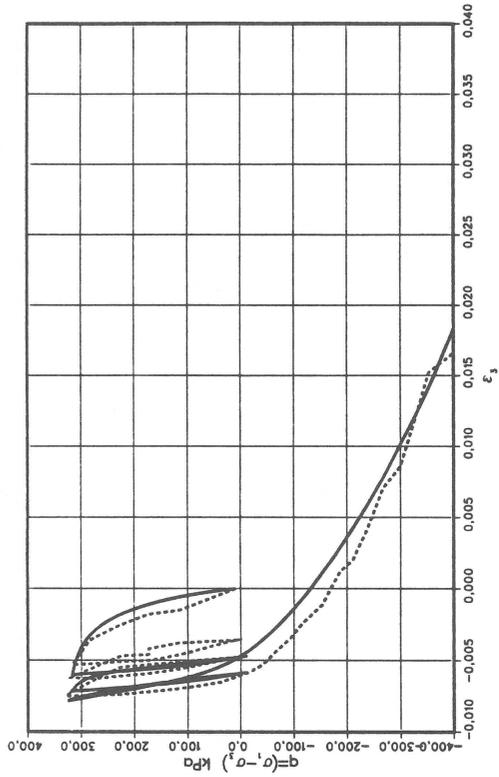


Abbildung 7.6: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR2

TRIAXIALVERSUCH TR3



TRIAXIALVERSUCH TR3

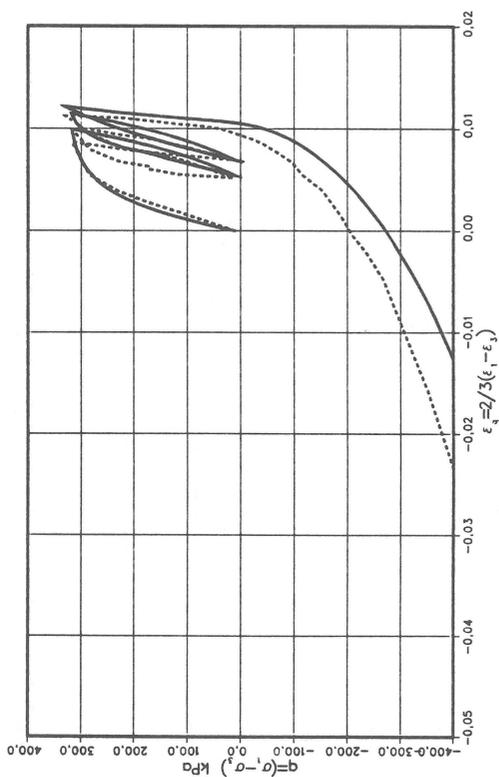
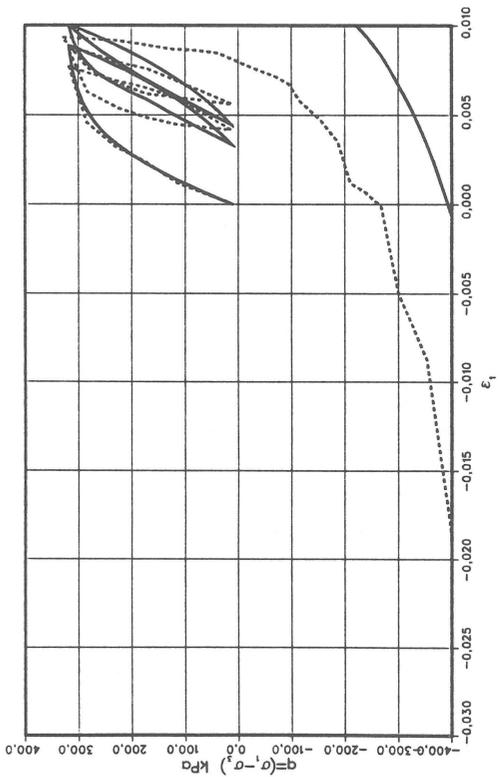
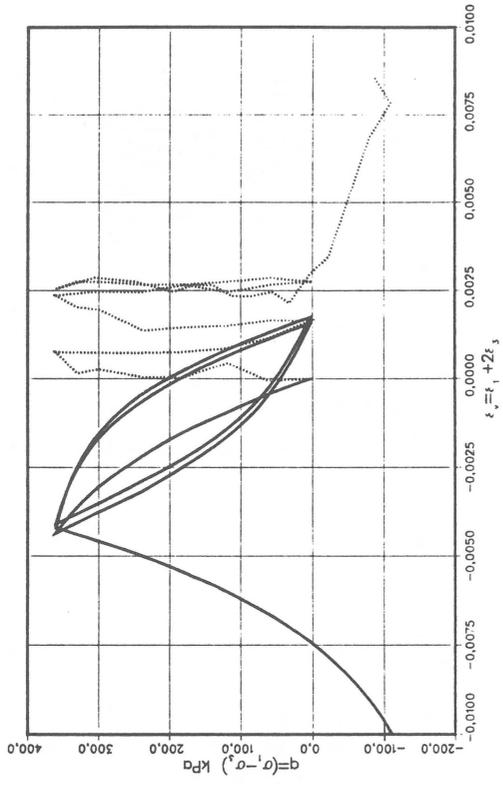
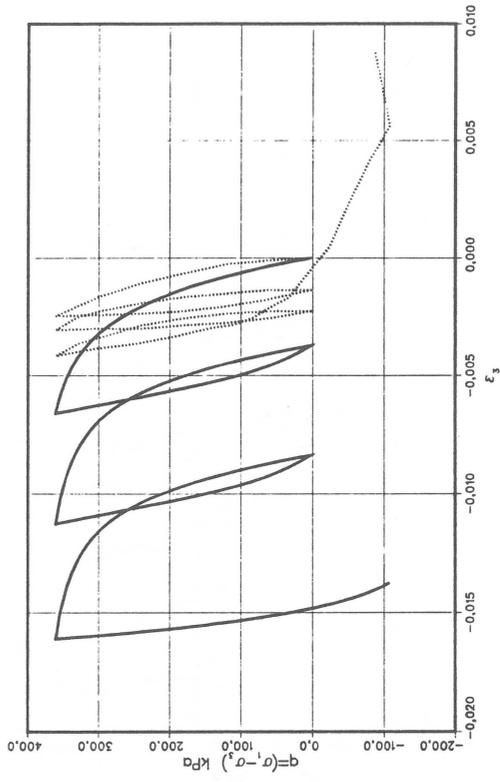


Abbildung 7.7: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR3

TRIAIALVERSUCH TR4



TRIAIALVERSUCH TR4

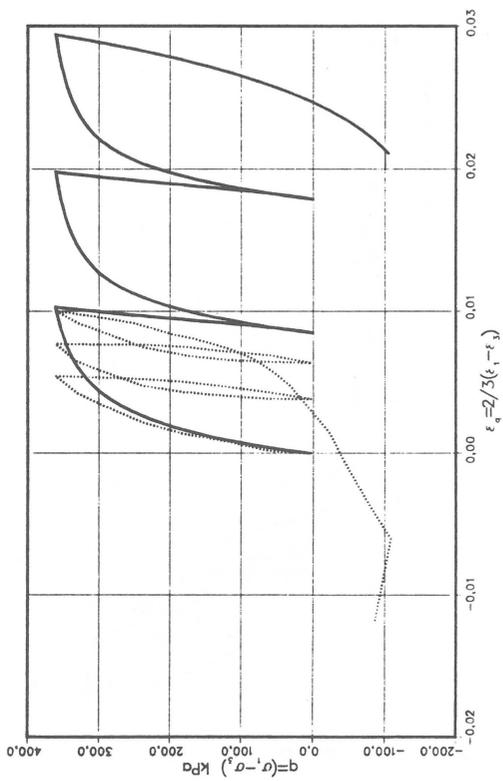
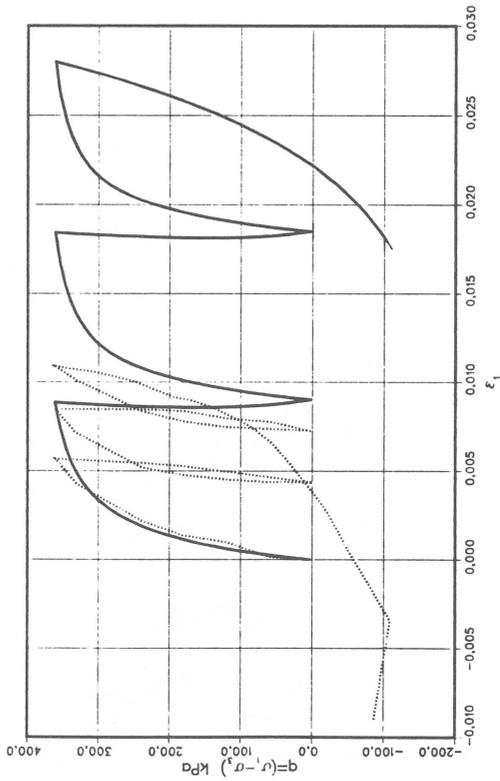


Abbildung 7.8: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR4

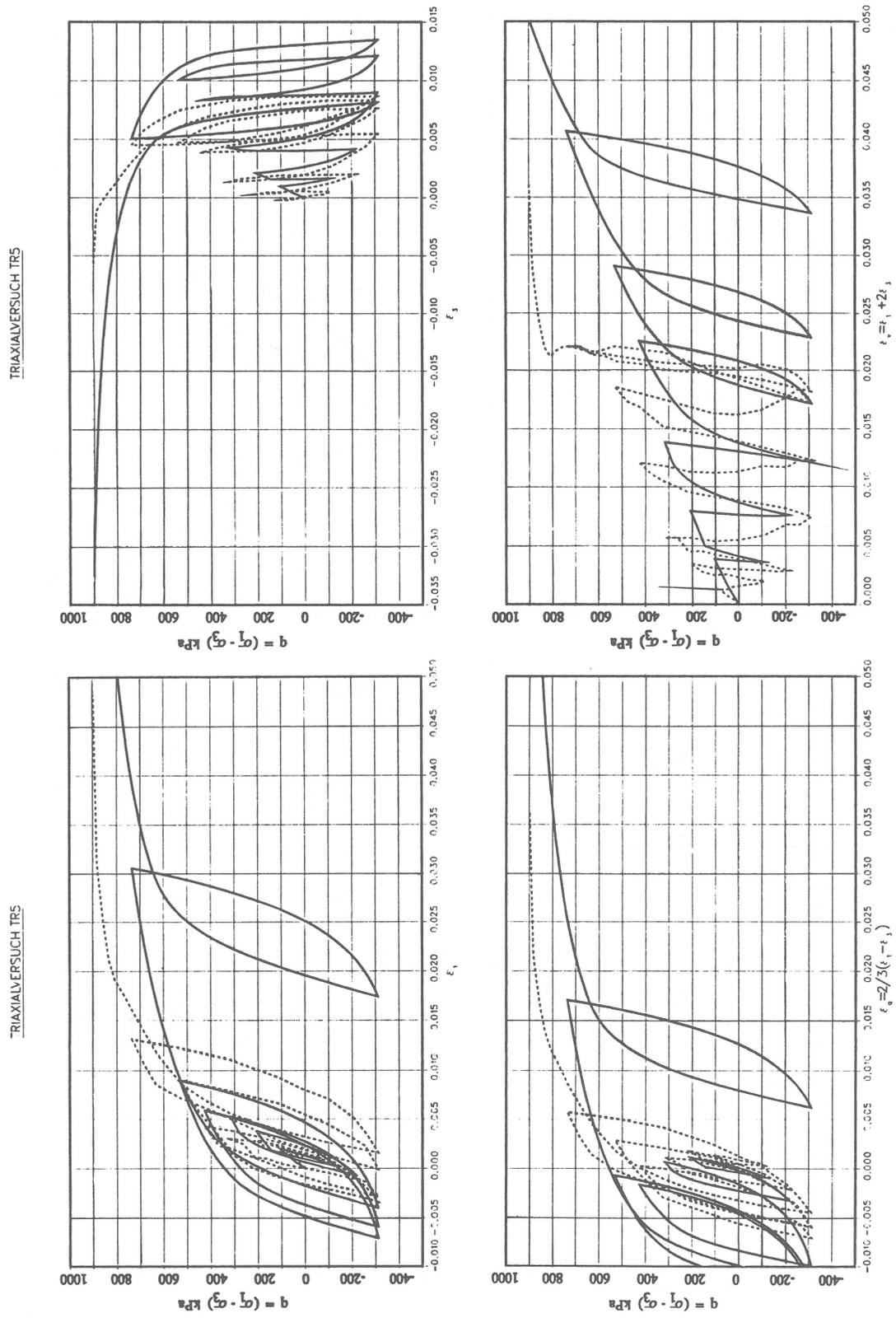
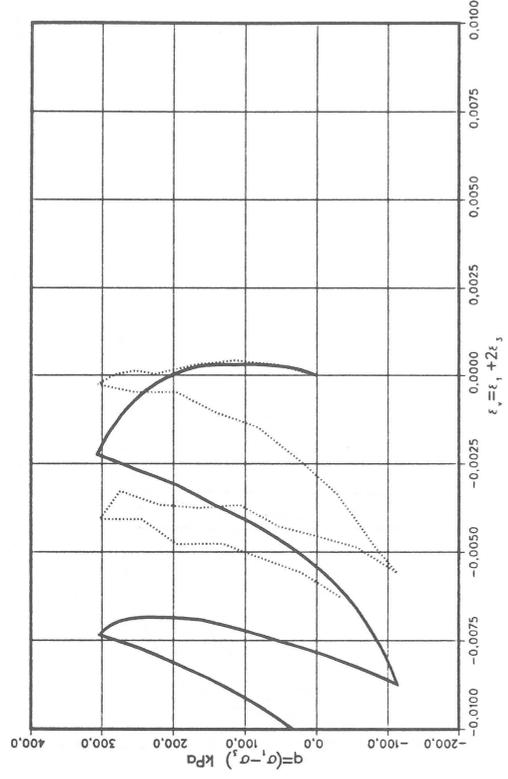
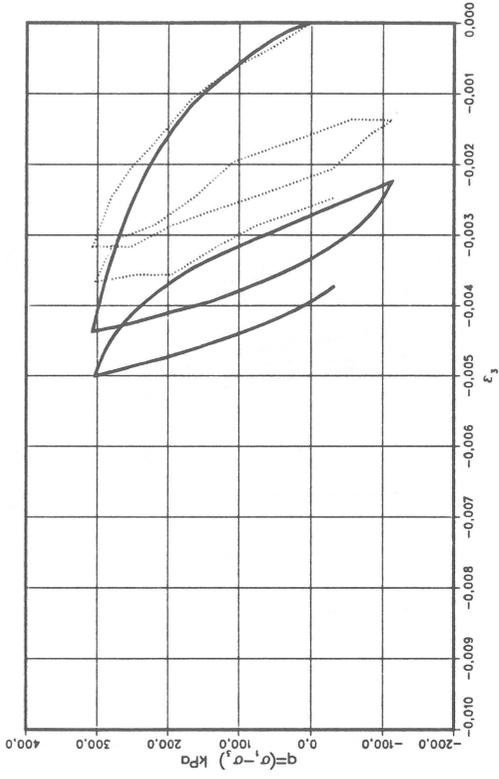


Abbildung 7.9: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR5

TRIAxIALVERSUCH TR6



TRIAxIALVERSUCH TR6

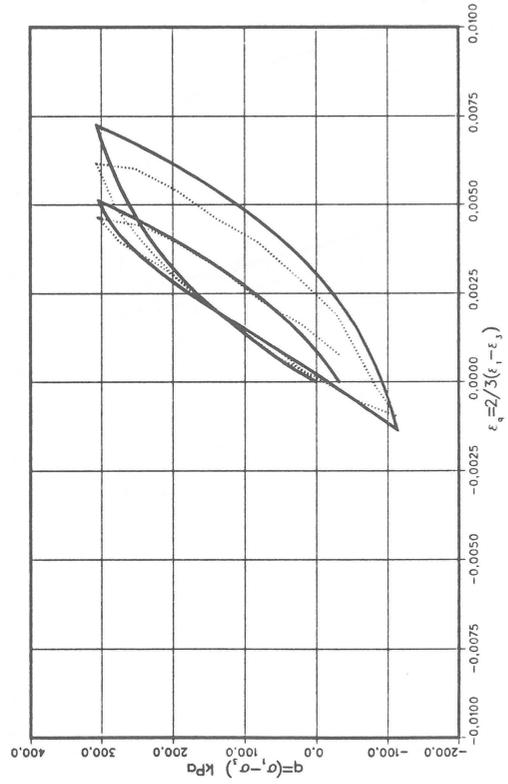
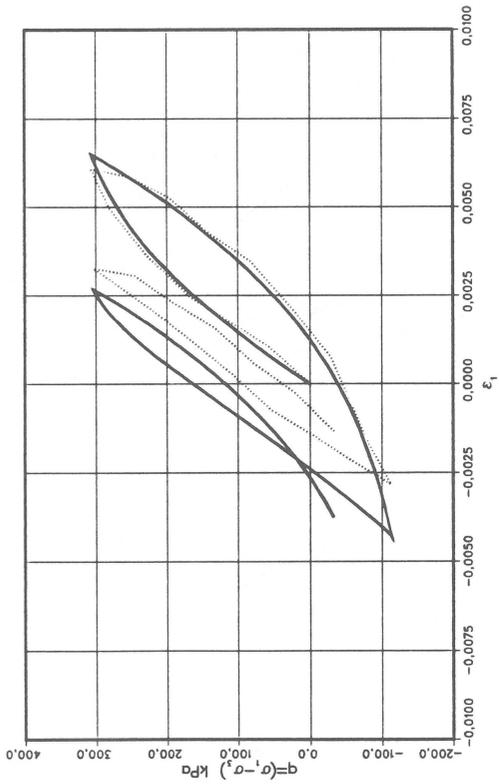


Abbildung 7.10: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR6

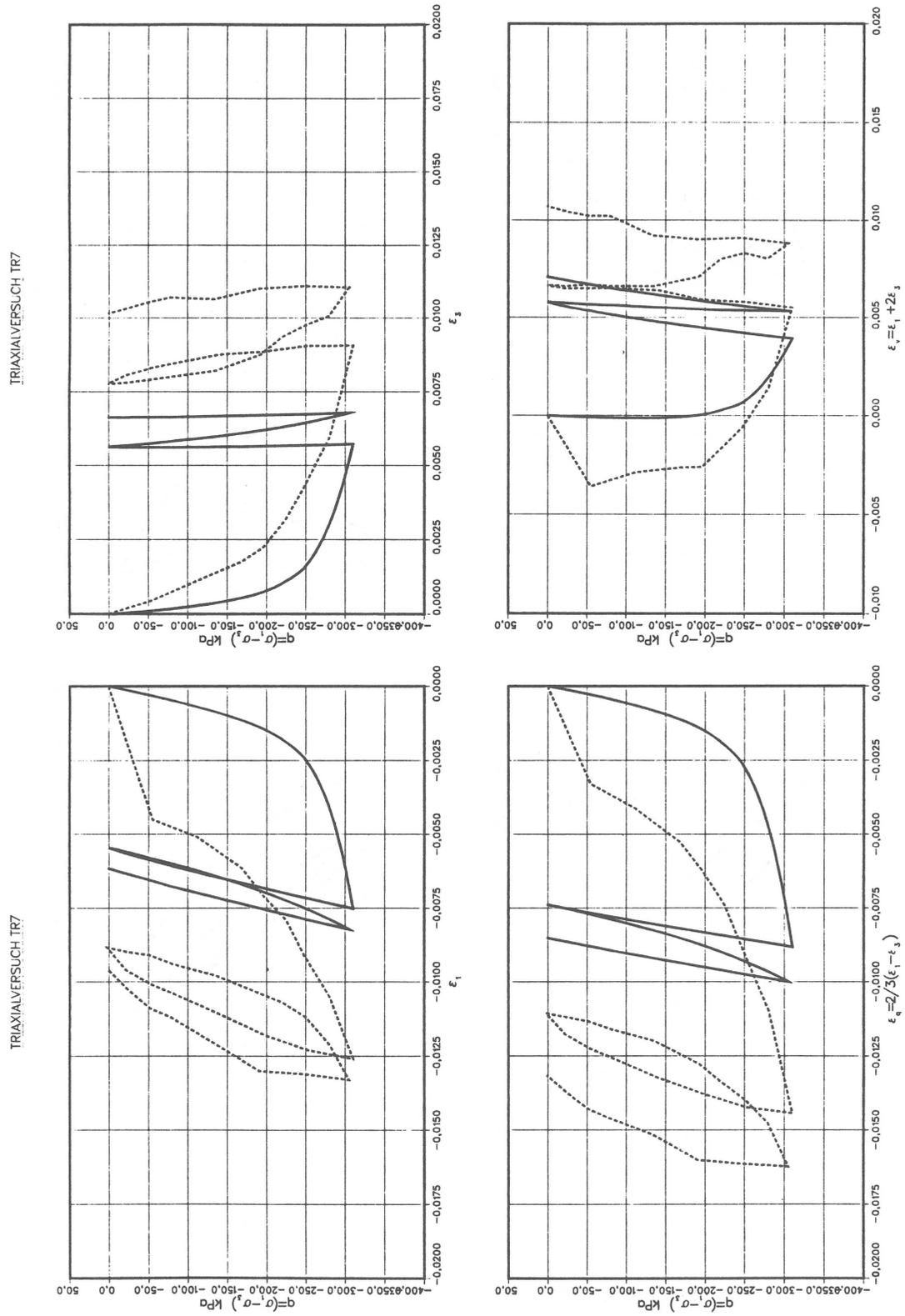
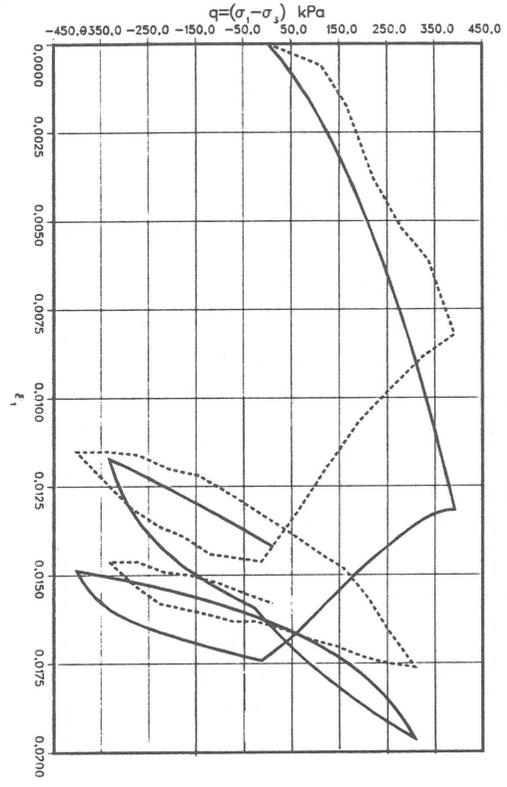
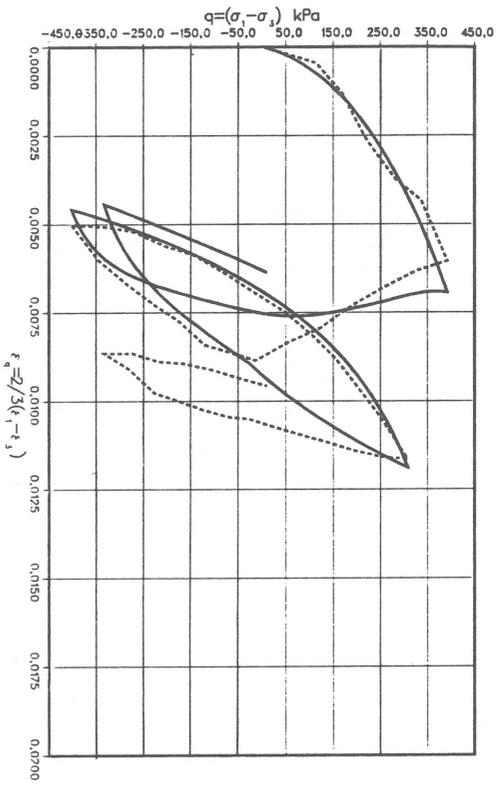
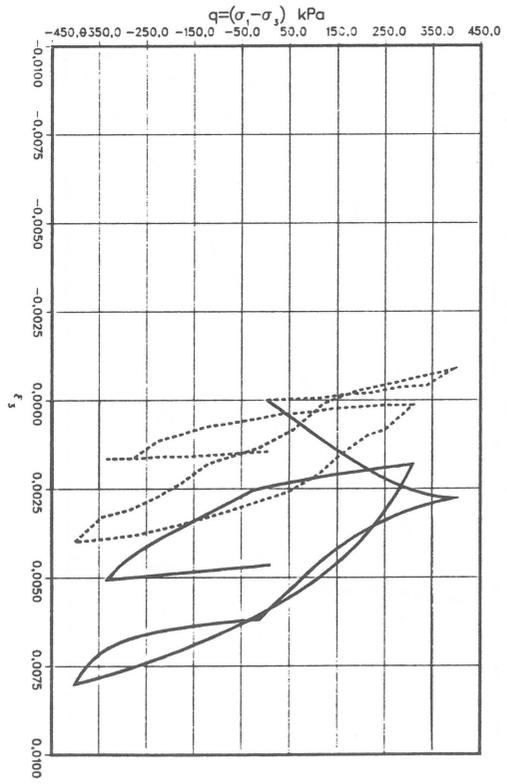
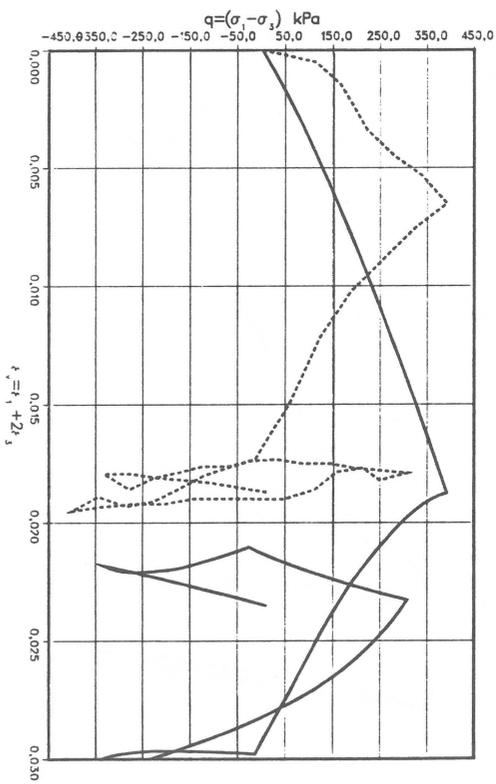


Abbildung 7.11: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR7

Abbildung 7.12: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR8

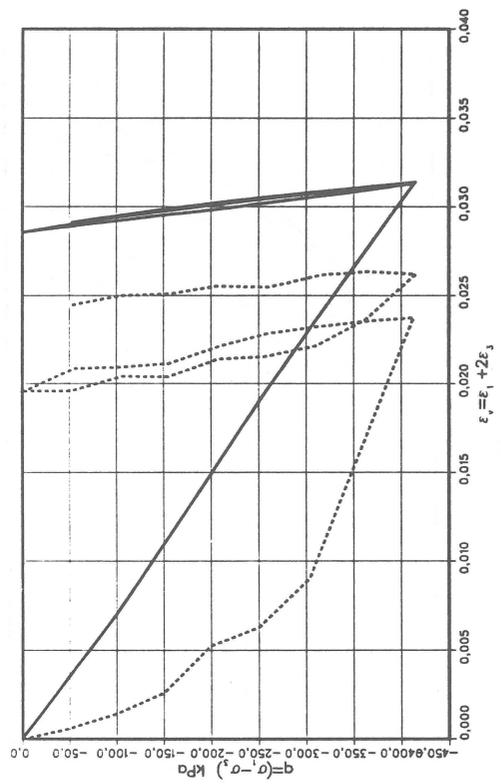
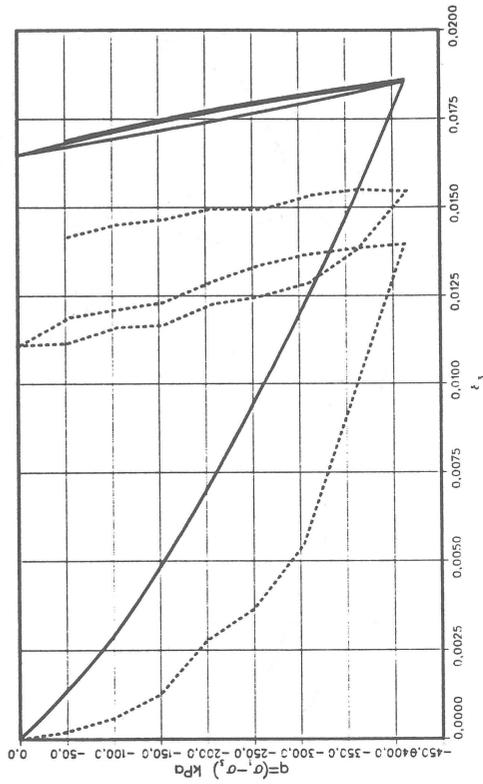


TRIAxIALVERSUCH TR8



TRIAxIALVERSUCH TR8

TRIAxIALVERSUCH TR9



TRIAxIALVERSUCH TR9

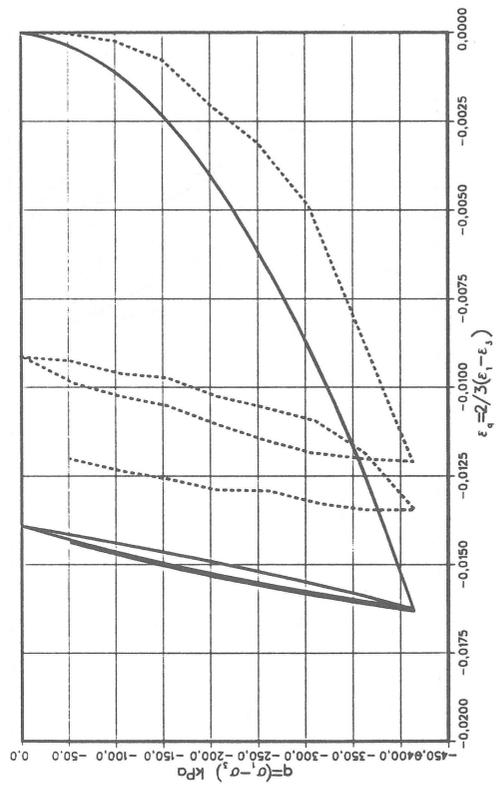
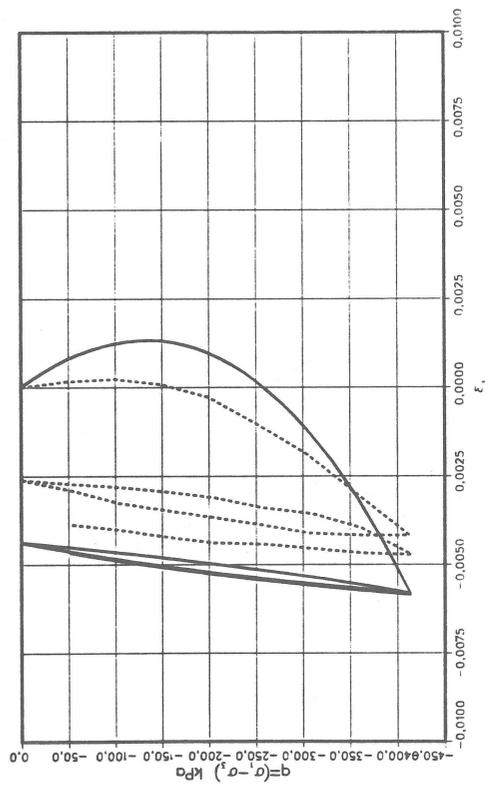
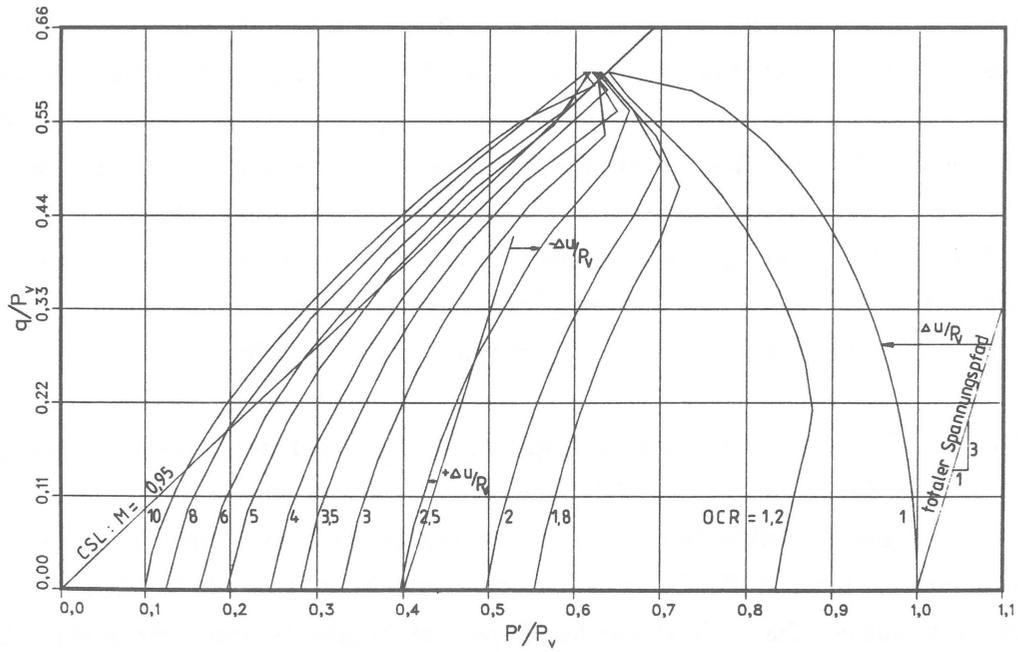


Abbildung 7.13: Vergleich von Berechnung und Messung beim Triaxialversuch TR9

CIU-VERSUCHE MIT UNTERSCHIEDLICHEN OCR-WERTEN  
NORMIERTE EFFEKTIVE SPANNUNGSPFADE



CIU-VERSUCHE MIT UNTERSCHIEDLICHEN OCR-WERTEN  
NORMIERTE EFFEKTIVE SPANNUNGSPFADE

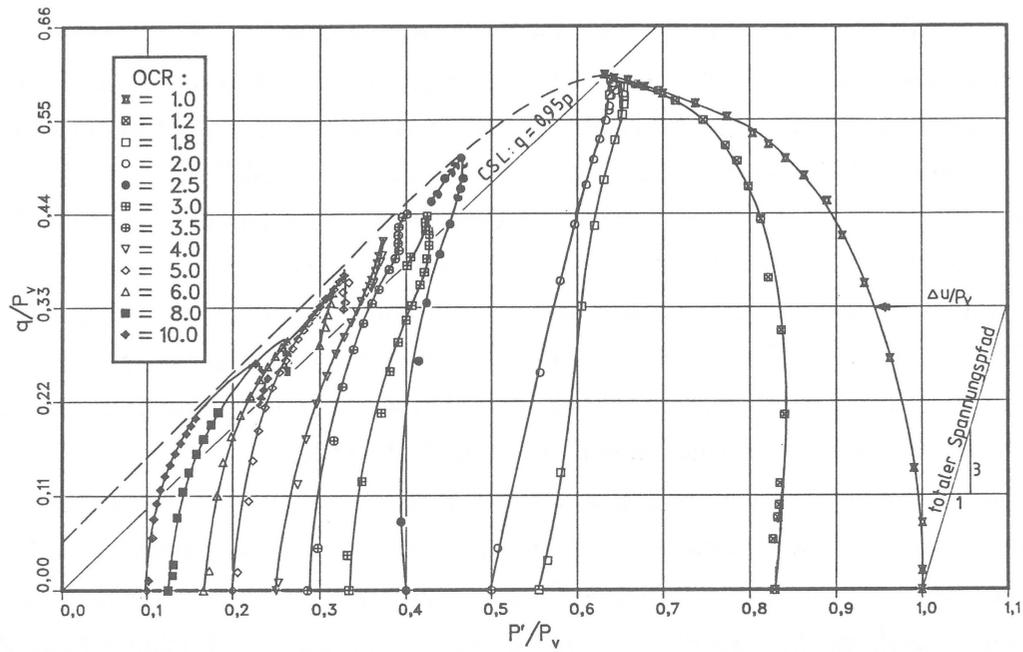


Abbildung 7.14: Berechnete und gemessene normierte effektive Spannungspfade

## 8 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird aufbauend auf einer Reihe von Vorschlägen aus der Literatur ein elasto-plastisches Mehrfließflächenmodell zur Beschreibung des Materialverhaltens bindiger Böden unter allgemeinen, nichtmonotonen Beanspruchungen entwickelt. Das Modell verwendet drei diskrete Flächen, um die Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Spannungs- bzw. Verformungsgeschichte — das sogenannte Materialgedächtnis — zu simulieren. Eine isotrop verfestigende Vorbelastungsfläche trennt die Bereiche normal- und überkonsolidierten Verhaltens. Wie bei den „Cam Clay“ Modellen wird eine volumetrische Verfestigungsregel verwendet, die die logarithmische Druck-Porenziffer-Kurve berücksichtigt.

Für überkonsolidierte Beanspruchungsvorgänge, bei denen sich der aktuelle Spannungszustand innerhalb der Vorbelastungsfläche bewegt, wird eine kombiniert isotrop und kinematisch verfestigende Fließfläche und eine Umkehrfläche zur Berechnung der plastischen Dehnungsinkremente benutzt. Bei Belastungsumkehr entsteht die neue Fließfläche aus einem Punkt heraus, so daß es keinen rein elastischen Bereich mehr gibt; es treten immer elastische und plastische Verformungen zusammen auf. Die Verfestigungsbeziehungen der Fließfläche sind so formuliert, daß ein stetiger Übergang vom Wieder- in den Erstbelastungsbereich stattfindet und die Fließfläche mit der Vorbelastungsfläche identisch wird.

Es wird gezeigt, daß insbesondere bei der Berechnung zyklischer Beanspruchungen neben dem Vorbelastungszustand die zurückliegenden Belastungsumkehrungen das weitere Materialverhalten mit beeinflussen. Es wird bei dem vorgeschlagenen Modell eine Umkehrfläche verwendet, die als Materialgedächtnis für die letzte Belastungsumkehr dient. Mit der Umkehrfläche und einer in Abhängigkeit von einem Degradationsparameter formulierten Ver- bzw. Entfestigungsfunktion für den plastischen Verformungsmodul kann sowohl das zyklische Versagen („Cyclic Collapse“) als auch das Abklingen der Verformungen und das Erreichen eines stationären Zustandes („Shakedown“) unter entsprechenden Belastungsamplituden und Zyklenzahlen bei einer Bodenprobe simuliert werden.

Für die drei affinen Flächen wird eine aus vier Kurvenabschnitten zusammengesetzte Form vorgeschlagen, die so formuliert ist, daß mit relativ einfachen und numerisch leicht zu handhabenden Funktionen nahezu beliebige Fließflächenformen beschrieben werden können. Die Form der Fließfläche hat, wie ebenfalls gezeigt wird, entscheidenden Einfluß auf das Materialverhalten im unter- und im überkritischen Bereich.

Das Modell ist in der Triaxialebene formuliert, weil die überwiegende Zahl der zur Verfügung stehenden Versuche unter axialsymmetrischen Spannungszuständen durchgeführt worden sind. Die Verallgemeinerung auf dreidimensionale Spannungszustände, wie dies für

den Einsatz in einem numerischen Berechnungsverfahren erforderlich ist, wird demonstriert.

Um das Verformungsverhalten eines aufbereiteten mittelplastischen Tones zu studieren, wurden eine Reihe von dränierten und undränierten Triaxial- und Ödometerversuchen mit mehrfachen Ent- und Wiederbelastungsschleifen durchgeführt. Hierzu wurde ein neues Triaxialversuchsgerät entwickelt, bei dem die Verformungs- und Kraftmeßeinrichtung gegenüber der konventionellen Versuchstechnik verbessert wurde, um eine genauere Ermittlung der sehr kleinen Verformungen in Ent- und Wiederbelastungsschleifen zu ermöglichen. Die in der Triaxialzelle untergebrachte Meßeinrichtung mißt die Probenverformungen unmittelbar als Abstandsänderungen von an der Probe befestigten Meßpunkten. In einer Voruntersuchung wurde u.a. auch der Einfluß, den die Durchlässigkeit der im Triaxialversuch benutzten Gummihüllen auf die Meßergebnisse hat, untersucht.

Die Versuchsergebnisse werden sowohl in Tabellenform als auch als ausgewertete Spannungs-Dehnungs-Kurven präsentiert. Es wird demonstriert, wie die Materialparameter des vorgeschlagenen Modells aus relativ einfachen Laborversuchen ermittelt werden können und wie die durchgeführten Versuche numerisch berechnet werden können. Neben den in dieser Arbeit vorgestellten Versuchen wurden noch  $K_o$ -Versuche mit dem gleichen Material nachgerechnet. Die Übereinstimmung der Berechnungen mit den Versuchsergebnissen ist auch bei nichtmonotonen Spannungspfaden durchweg gut. Um die Eignung des Modells zur Beschreibung des zyklischen Materialverhaltens auch quantitativ testen zu können, müssten weitere zyklische Versuche mit einer höheren Anzahl von Belastungszyklen durchgeführt werden.

## Literatur

- [1] M.S. ABDELHAMID, R.J. KRIZEK. At-rest lateral earth pressure of a consolidating clay. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 102(GT 7), S. 721–738, 1976.
- [2] T. ADACHI, F. OKA. Constitutive equations for normally consolidated clays and assigned works for clay. In G. Gudehus, F. Darve, I. Vardoulakis, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 123–140, A.A. Balkema, Grenoble, 1982.
- [3] K. AKAI, T. ADACHI, K. FUJIMOTO. Constitutive equations for geomechanical materials based on elasto-viscoplasticity. In *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 1–11, Tokyo, 1977.
- [4] K.H. ANDERSON. Behaviour of clay subjected to undrained cyclic loading. *Norwegian Geotechnical Institute*, 392–403, 1976.
- [5] K.H. ANDERSON, J.H. POOL, S.F. BROWN, W.F. ROSENBRAND. Cyclic and static laboratory tests on drammen clay. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 106(GT 5), S. 499–529, 1980.
- [6] M.U. ARSLAN. Zur Frage des elastoplastischen Verformungsverhaltens von Sand. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der TH Darmstadt*, 1980.
- [7] J.R.F. ARTHUR, B.K. MENZIES. Inherent anisotropy in a sand. *Géotechnique*, 22(1), S. 115–128, 1972.
- [8] J.R.F. ARTHUR, K.S. CHUA, T. DUNSTAN, J.I. RODRIGUEZ del C. Principal stress rotation: a missing parameter. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 106(GT 4), S. 419–433, 1980.
- [9] J.H. ATKINSON, P.L. BRANSBY. *The Mechanics of Soils*. McGraw Hill, London, 1978.
- [10] P.K. BANERJEE, A.S. STIPHO. Associated and non-associated constitutive relations for undrained behaviour of isotropic soft clays. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2, S. 35–56, 1978.
- [11] P.K. BANERJEE, A.S. STIPHO. An elastoplastic model for undrained behavior of heavily overconsolidated clays. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 3, S. 97–103, 1979.

- [12] K.J. BATHE. Finite Elemente Methoden. Springer Verlag, 1986.
- [13] A.W. BISHOP. Test requirements for measuring the coefficient of earth pressure at rest. In *Proc. Brussels Conf. on Earth Pressure Problems*, S. 2–14, 1958.
- [14] A.W. BISHOP, D.J. HENKEL. The triaxial test. Edward Arnold Ltd., 1964.
- [15] L. BJERRUM. Problems of soil mechanics and construction on soft clays, state of the art report. In *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 111–159, Moskau, 1973.
- [16] R.I. BORJA, E. KAVAZANJIAN. A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of 'wet' clays. *Géotechnique*, 35(3), S. 283–298, 1985.
- [17] B.B. BROMS, A.O. CASBARIAN. Effects of rotation of the principal stress axes and of the intermediate principal stress on the shear strength. In *Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 179–183, Montreal, Kanada, 1965.
- [18] I. BRONSTEIN, K. SEMENDJAJEW. Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Zürich, 1975.
- [19] E.W. BROOKER, H.O. IRELAND. Earth pressure at rest related to stress history. *Canadian Geotechnical Journal*, 2(1), S. 1–15, 1965.
- [20] J.B. BURLAND. The yielding and dilation of clay. *Géotechnique*, 5, S. 211–214, 1965.
- [21] J.B. BURLAND. Deformations of soft clay. PhD thesis, Cambridge University, 1967.
- [22] R.G. CAMPANELLA, Y.P. VAID. A simple  $K_0$ -triaxial cell. *Canadian Geotechnical Journal*, 9(3), S. 249–260, 1972.
- [23] A. CASAGRANDE, N. CARRILLO. Shear failure of anisotropic materials. *Proc. Boston Society of Civil Engineers*, 31, S. 74–87, 1944.
- [24] Y.F. DAFALIAS, E.P. POPOV. A model of nonlinearly hardening materials for complex loading. *Acta Mechanica*, 173–192, 1975.
- [25] Y.F. DAFALIAS. On cyclic and anisotropic plasticity. PhD thesis, University of California, Berkley, Department of Civil Engineering, 1975.
- [26] Y.F. DAFALIAS. Il'iushin's postulate and resulting thermodynamic conditions on elasto-plastic coupling. *Int. Journal of Solids Structures*, 13, S. 239–251, 1977.

- [27] Y.F. DAFALIAS, E.P. POPOV. Cyclic loading for materials with a vanishing elastic region. *Nuclear Engineering and Design*, 41, S. 293–302, 1977.
- [28] Y.F. DAFALIAS, L.R. HERRMANN. A bounding surface soil plasticity model. In *Int. Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, S. 335–345, Swansea, 1980.
- [29] Y.F. DAFALIAS. Bounding surface elastoplasticity - viscoplasticity for particulate cohesive media. In *IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, S. 97–107, Delft, 1982.
- [30] Y.F. DAFALIAS. An elastoplastic- viscoplastic constitutive modeling of cohesive soils. In *Int. Symposium on Numerical Methods in Geomechanics*, S. 126–138, Zürich, 1982.
- [31] Y.F. DAFALIAS, L.R. HERRMANN, J.S. DE NATALE. The bounding surface plasticity model for isotropic cohesive soils and its application at the Grenoble workshop. In G. Gudehus, F. Darve, I. Vardoulakis, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 273–287, A.A. Balkema: Rotterdam, Grenoble, 1982.
- [32] D.C. DRUCKER. A more fundamental approach to stress-strain-relations. In *Proc. 1st. U.S. National Congr. Appl. Mech. ASME*, S. 487–491, 1951.
- [33] J.M. DUNCAN, H.B. SEED. Anisotropy and stress reorientation in clay. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 92(SM 5), S. 21–50, 1966.
- [34] E. FEHLBERG. Klassische Runge-Kutta-Formeln fünfter und siebenter Ordnung mit Schrittweiten-Kontrolle. *Computing*, 4, S. 93–106, 1969.
- [35] E. FLAVIGNY, E. ROJAS. Triaxial tests with Karlsruhe clay in Grenoble. In G. Gudehus, F. Darve, I. Vardoulakis, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 85–90, A.A. Balkema, Grenoble, 1982.
- [36] J.W. FRANCE, D.A. SANGREY. Effects of drainage in repeated loading of clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 103(GT 7), S. 769–785, 1977.
- [37] E. FRANKE. Anwendbarkeit der undrännierten Scherfestigkeit im Vergleich zur Anwendbarkeit der effektiven Scherparameter. In *Vorträge auf der Baugrundtagung*, S. 297–320, Berlin, 1978.
- [38] E. FRANKE. Die  $\varphi = 0$ -Analyse — Bestandsaufnahme und neuere Entwicklungen. *Die Bautechnik*, 7, S. 231–239, 1978.

- [39] E. FRANKE. Design parameters for soft clays. In *Proc. ECSMFE; Discussion session 1*, S. 19–22, Brighton, 1979.
- [40] E. FRANKE, M. KIECKBUSCH, B. SCHUPPENER. A new direct simple shear device. *Geotechnical Testing Journal*, 2(4), S. 190–199, 1979.
- [41] M. GOLDSCHIEDER, E. BÖSINGER, G. HUBER. Meßtechnische Ausrüstung von Dreiaxialversuchsständen und des Karlsruher Quaderverformungsgerätes. In *Proc. Symposium Meßtechnik im Erd- und Grundbau*, S. 91–97, München, 1983.
- [42] G. GUDEHUS. Elastoplastische Stoffgleichungen für trockenen Sand. *Ingenieur Archiv*, 42, S. 151–169, 1973.
- [43] G. GUDEHUS, H.J. LEINENKUGEL. Kriechen und Relaxation im Boden. *Bauingenieur*, 49, S. 285–293, 1974.
- [44] G. GUDEHUS. Materialverhalten von Sand: neuere Erkenntnisse. *Bauingenieur*, 55, S. 57–67, 351–359, 1980.
- [45] G. GUDEHUS. Stoffgesetze in der Bodenmechanik. *Grundbautaschenbuch*, 3. Aufl., W. Ernst und Sohn, Berlin, S. 117–144, 1980.
- [46] B. HANSEN, R.E. GIBSON. Undrained shear strengths of anisotropically consolidated clays. *Géotechnique*, 1(3), S. 189–204, 1949.
- [47] K. HASHIGUSHI, M. UENO. Constitutive equations of soils. In *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 73–82, Tokyo, 1977.
- [48] K. HASHIGUSHI. Constitutive equations of granular media with an anisotropic hardening. In W. Wittke, editor, *Proc. Third Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, S. 435–439, A.A.Balkema: Rotterdam, Aachen, 1979.
- [49] K. HASHIGUSHI. Two- and three- surface models of plasticity. In *Proc. 5<sup>th</sup> Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, S. 285–292, A.A.Balkema: Rotterdam, Nagoya, 1985.
- [50] D.J. HENKEL. The effect of overconsolidation on the behaviour of clays during shear. *Géotechnique*, 6, S. 139–150, 1956.
- [51] D.J. HENKEL. The relationship between the strength, pore-water pressure, and volume-change characteristics of saturated clays. *Géotechnique*, 13, S. 119–135, 1958.

- [52] D.J. HENKEL. The relationship between the effective stresses and water content in saturated clays. *Géotechnique*, 10(2), S. 41–54, 1960.
- [53] D.J. HENKEL. The shear strength of saturated remoulded clays. In *Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, S. 533–555, ASCE Journal Geotechnical Eng. Div., Boulder, 1960.
- [54] D.J. HENKEL, V.A. SOWA. The influence of stress history on stress paths in undrained triaxial tests on clay. In *Proc. of the Symposium on Laboratory Shear Testing of Soils*, S. 280–291, ASTM Special Technical Publication No. 361, Ottawa, Kanada, 1963.
- [55] D.J. HENKEL, N.H. WADE. Plain strain tests on a saturated remoulded clay. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 92(SM 6), S. 67–104, 1966.
- [56] P.-Y. HICHER, P.V. LADE. Rotation of principal directions in  $K_o$ -consolidated clay. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 113(GT 7), S. 774–788, 1987.
- [57] D.W. HIGHT, A. GENS, M.J. SYMES. The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils. *Géotechnique*, 33(4), S. 355–383, 1983.
- [58] R. HILL. The mathematical theory of Plasticity. Oxford University Press, London, 1950.
- [59] R.C. HIRSCHFELD. Data on leakage through membranes. Technical Report, Harvard University, 1960.
- [60] G.T. HOULSBY, C.P. WROTH, D.M. WOOD. Prediction of the results of laboratory tests on a clay using a critical state model. In G.Gudehus, F.Darve, I.Vardoulakis, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 99–121, A.A. Balkema, Grenoble, 1982.
- [61] M.J. HVORSLEV. Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. *Ingeniørvidenskabelige Skrifter A*, Nr. 45, 1937.
- [62] M.J. HVORSLEV. Physical components of the shear strength of saturated clays. In *Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, S. 169–273, ASCE Journal Geotechnical Eng. Div., Boulder, 1960.

- [63] Geotechnical Engineers Inc. Laboratory testing program for bluff stability study, Pump storage project. Report Subm. to Chas T. Main Inc., Boyd County, Nebraska, 1976.
- [64] J. JAKY. A nyugalmi nyomas tenyezöje (Die Ruhedruckziffer). *A Magyar Mernök es Építész- Egyet Köziönye*, 78(22), 1944. ungarisch.
- [65] E. KAVEZAJIAN, K. MITCHELL. Time-dependent deformation behaviour of clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 106(GT 6), S. 611–631, 1980.
- [66] D. KOLYMBAS. Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden. *Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana*, Heft 77, Karlsruhe, 1978.
- [67] D. KOLYMBAS. A constitutive law of the rate type for soils — position, calibration and prediction. In G. Gudehus, F. Darve, I. Vardoulakis, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 419–437, A.A. Balkema, Grenoble, 1982.
- [68] F. KÖNIG. Stoffmodelle für isotrop-kinematisch verfestigende Böden bei nichtmonotoner Belastung und instationären Porenwasserdrücken. Bericht Nr. 85-46 aus dem Institut für Statik der TU Braunschweig, 1985.
- [69] D.C. KOUTSOFTAS. Effect of cyclic loads on undrained strength of two marine clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 104(GT 5), S. 609–620, 1978.
- [70] R.D. KRIEG. A practical two surface theory. *Journal of Applied Mechanics*, 641–645, 1975.
- [71] K. KUNTSCHKE. Response of kaolin to reversals of strain path. In *Int. Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, S. 179–186, Swansea, 1980.
- [72] K. KUNTSCHKE. Materialverhalten von wassergesättigtem Ton bei ebenen und zylindrischen Verformungen. *Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana*, Heft 91, Karlsruhe, 1982.
- [73] K. KUNTSCHKE. Tests on clay. In G. Gudehus, F. DARVE, I. VARDOULAKIS, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 71–84, A.A. Balkema, Grenoble, 1982.

- [74] T.J. KVALSTAD, R. DAHLBERG. Cyclic behaviour of clay as measured in laboratory. In *Int. Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, S. 157–167, Swansea, 1980.
- [75] R.S. LADD. Use of electrical pressure transducers to measure soil pressure. Technical Report 180, Dept. of Civil Eng., M.I.T., Cambridge, 1965.
- [76] C.C. LADD, L. EDGERS. Consolidated undrained direct-simple shear tests on saturated clays. Technical Report 284, Dept. of Civil Eng., M.I.T., Cambridge, 1972.
- [77] C.C. LADD, R. FOOT. New design procedure for stability of soft clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 100(GT 7), S. 763–786, 1974.
- [78] C.C. LADD, R. FOOTT, K. ISHIHARA, F. SCHLOSSER, H.G. POULOS. Stress-deformation and strength characteristics, state-of-the-art report, session 7. In *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 421–494, Tokyo, 1977.
- [79] P.V. LADE, J.M. DUNCAN. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 101(GT 10), S. 1037–1053, 1975.
- [80] P.V. LADE, H.M. MUSANTE. Three-dimensional behaviour of normally consolidated cohesive soil. Technical Report, Mech. and Struct. Dept., Los Angeles, 1976.
- [81] P.V. LADE, H.M. MUSANTE. Three-dimensional behaviour of remoulded clay. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 104(GT 2), S. 193–209, 1978.
- [82] P.V. LADE. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *Int. Journal of Solids Structures*, 13, S. 1019–1035, 1977.
- [83] T.W. LAMBE. Stress path method. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 93(SM 6), S. 309–331, 1967.
- [84] T.W. LAMBE, W.A. MARR. Stress path method: second edition. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 105(GT 6), S. 727–738, 1979.
- [85] T.W. LAMBE, R.V. WHITMAN. *Soil Mechanics*. J. Wiley and Sons, 1969.
- [86] H.J. LEINENKUGEL. Deformations- und Festigkeitsverhalten bindiger Erdstoffe. Experimentelle Ergebnisse und ihre physikalische Deutung. *Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana, Karlsruhe*, 1976.

- [87] H. MADER. Untersuchungen über den Primärspannungszustand in bindigen überkonsolidierten Böden am Beispiel des Frankfurter Untergrundes. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der TH Darmstadt*, 1988.
- [88] J.P. MAGNAN, A. BELKEZIZ, P. HUMBERT, A. MOURATIDIS. Finite element analysis of soil consolidation, with a special reference to the case of strain hardening elastoplastic stress-strain models. In *Proc. 4<sup>th</sup> Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, S. 327–336, A.A.Balkema: Rotterdam, Edmonton, Kanada, 1982.
- [89] G. MASING. Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing. In *Proc. 2nd Int. Cong. Appl. Mech.*, Zürich, 1926.
- [90] T. MATSUI, T. ITO, J.K. MITCHELL, N. ABE. Microscopic study of shear mechanisms in soils. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 106(GT 6), S. 137–152, 1980.
- [91] P.W. MAYNE. Stress anisotropy effects on clay strength. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 111(GT 3), S. 356–366, 1985.
- [92] G. MESRI, Y.K. CHOI. The uniqueness of the end-of-primary (eop) void ratio-effective stress relationship. In *Proc. 11<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 587–590, San Francisco, 1985.
- [93] Z. MRÓZ. On the description of anisotropic workhardening. *J. Mech. Phys. Solids*, 15, S. 163–175, 1967.
- [94] Z. MRÓZ. An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general workhardening model. *Acta Mechanica*, 7, S. 199–212, 1969.
- [95] Z. MRÓZ, V.A. NORRIS, O.C. ZIENKIEWICZ. An anisotropic hardening model for soil and its application to cyclic loading. *Int. Journal Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 2, S. 203–221, 1978.
- [96] Z. MRÓZ, V.A. NORRIS, O.C. ZIENKIEWICZ. Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformations of soil. *Géotechnique* 29, 1, S. 1–34, 1979.
- [97] Z. MRÓZ. On hypoelasticity and plasticity approaches to constitutive modelling of inelastic behaviour of soils. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 4, S. 45–55, 1980.

- [98] Z. MRÓZ, V.A. NORRIS, O.C. ZIENKIEWICZ. An anisotropic critical state model for soils subjectet to cyclic loading. *Géotechnique*, 31(4), S. 451–469, 1981.
- [99] Z. MRÓZ, ST. PIETRUSZCZAK. A constitutive model for sand with anisotropic hardening rule. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 7, S. 305–320, 1983.
- [100] S. NEMAT-NASSER. Rate-type relations. In G. Gudehus, F. Darve, I. Vardoulakis, editors, *Results of the Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, S. 471–475, A.A. Balkema, Grenoble, 1982.
- [101] V.A. NORRIS. Numerical modelling of soil response to cyclic loading using „stress-reversal surfaces“. In R. Dungar, G.N. Pande, J.A. Studer, editors, *Int. Symposium on Numerical Methods in Geomechanics*, S. 38–49, Balkema: Rotterdam, Zürich, 1982.
- [102] R. NOVA. Mathematical modelling of anisotropic clay. In *Proc. 11<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 607–611, San Francisco, 1985.
- [103] M. ODA. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular materials. *Soils and Foundations*, 12(1), S. 17–36, 1972.
- [104] M. ODA. The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand. *Soils and Foundations*, 12(2), S. 1–18, 1972.
- [105] R.H.G. PARRAY. Triaxial compression and extension tests on remoulded saturated clay. *Géotechnique*, 10, S. 166–179, 1960.
- [106] M.J. PENDER. A model for the behaviour of overconsolidated soil. *Géotechnique*, 28(1), S. 1–25, 1978.
- [107] M.J. PENDER. Modelling soil behaviour under cyclic loading. In *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 325–331, Tokyo, 1977.
- [108] ST. PIETRUSZCZAK, Z. MRÓZ. Description of anisotropic consolidation of clays. In J.P. Boehler, editor, *Proc. Euromech. Coll. „Mechanical behaviour of anisotropic solids“*, S. 597–622, Noordhoff.Int.Publ., 1981.
- [109] ST. PIETRUSZCZAK, Z. MRÓZ. On hardening anisotropy of  $K_o$  consolidated clays. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 7, S. 19–38, 1983.

- [110] S.J. POULOS. Report on control of leakage in the triaxial test. Technical Report 71, Harvard soil mechanics series, 1964.
- [111] M. PRAGER. Triaxiale CU-Versuche bei unterschiedlichen Überkonsolidierungsverhältnissen. *Studienarbeit am Institut für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt*. 1987, unveröffentlicht.
- [112] J.H. PREVOST. Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1, S. 195–216, 1977.
- [113] J.H. PREVOST. Anisotropic undrained stress-strain behaviour of clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 104(GT 1), S. 1075–1090, 1978.
- [114] J.H. PREVOST. Plasticity theory for soil stress-strain behaviour. *ASCE Journal Eng. Mech. Div.*, 104(EM 5), S. 1177–1194, 1978.
- [115] J.H. PREVOST. Mathematical modelling of soil stress-strain-strength behaviour. In W. Wittke, editor, *Proc. Third Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, S. 347–361, A.A.Balkema, Rotterdam, 1979.
- [116] J.H. PREVOST. Undrained shear tests on clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 105(GT 1), S. 49–64, 1979.
- [117] D.C. PROCTER, J.H. KHAFFAF. Cyclic triaxial tests on remoulded clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 110(10), S. 1431–1445, 1982.
- [118] L. RENDULIC. Ein Grundgesetz der Tonmechanik und sein experimenteller Beweis. *Der Bauingenieur*, 18(31), S. 459–467, 1937.
- [119] K.H. ROSCOE, A.N. SCHOFIELD, C.P. WROTH. On the yielding of soils. *Géotechnique*, 9, S. 71–83, 1958.
- [120] K.H. ROSCOE, A.N. SCHOFIELD, A. THURAIRAJAH. Yielding of clays in states wetter than critical. *Géotechnique*, 3, S. 211–240, 1963.
- [121] K.H. ROSCOE, J.B. BURLAND. On the generalized stress-strain behavior of ‘wet’ clay, In J. Heyman, F.A. Leckie *Engineering plasticity*, Cambridge University Press, S. 535–609, 1968.
- [122] K.H. ROSCOE. The influence of strains in soil mechanics (Tenth Rankine Lecture). *Géotechnique*, 20, 129–170, 1970.

- [123] A.S. SAADA, A.K. BAAH. Deformation and failure of a cross anisotropic clay under combined stresses. In *3rd Pan.Am.Conf.Soil Mech.*, S. 67–88, Caracas, 1967.
- [124] A.S. SAADA, C.D. OU. Strain-stress relations and failure of anisotropic clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 99(SM 12), S. 1091–1111, 1973.
- [125] A.S. SAADA, G.F. BIANCHINI. Strength of one dimensionally consolidated clays. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 101(GT 11), S. 1151–1164, 1975.
- [126] A.S. SAADA, F.H. TOWNSEND. Laboratory strength testing of soils - a state of the art. In *Proc. ASTM Symp. Laboratory Shear Strength of Soil*, S. 7–77, ASTM special tech. publication, Philadelphia, 1981.
- [127] D.A. SANGREY. The behavior of soils subjected to repeated loading. PhD thesis, Cornell University, 1968.
- [128] D.A. SANGREY, D.J. HENKEL, M.J. ESRIG. The effective stress response of a saturated clay soil to repeated loading. *Canadian Geotechnical Journal*, 6 (3), S. 241–252, 1969.
- [129] B. SCHMIDT. Discussion of 'Earth pressure at rest related to stress history'. *Canadian Geotechnical Journal*, 3(4), S. 239–242, 1966.
- [130] R. SCHMITT. Ödometerversuche mit einem aufbereiteten Ton. *Studienarbeit am Institut für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt*. 1987, unveröffentlicht.
- [131] A.N. SCHOFIELD, C.P. WROTH. Critical state soil mechanics. McGraw Hill, London, 1968.
- [132] T. SHIBATA, D. KARUBE. Influence of the variation of the intermediate principal stress of the mechanical properties of normal consolidated clays. In *Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, Montreal, Kanada, 1965.
- [133] N. SIMONS. Discussion of 'Test requirements for measuring the coefficient of earth pressure at rest'. In *Proc. Brussels Conf. on Earth Pressure Problems*, S. 50–53, 1958.
- [134] A. SINGH, J.K. MITCHELL. General stress-strain time function for soils. *ASCE Journal Geotechnical Eng. Div.*, 94(SM 1), S. 21–46, 1968.

- [135] R. SINGH, D.J. HENKEL, D.A. SANGREY. Shear and  $K_o$  swelling of overconsolidated clay. In *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 367–376, Moskau, 1973.
- [136] A.W. SKEMPTON. The pore-pressure coefficients A and B. *Géotechnique*, 4(4), S. 143–151, 1954.
- [137] U. SMOLTCZYK. Bodenmechanik und Grundbau. Studienunterlagen TU Stuttgart, 1972.
- [138] C. SOYDEMIR. Strength anisotropy observed through simple shear tests. *Norwegian Geotechnical Institute*, 99–113, 1976.
- [139] M.J.P.R. SYMES, A. GENS, D.W. HIGHT. Undrained anisotropy and principal stress rotation in saturated sand. *Géotechnique*, 34(1), S. 11–27, 1984.
- [140] K. TERZAGHI. Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Deuticke, Wien, 1925.
- [141] K. TERZAGHI. The shearing resistance of saturated soils. In *Proc. First Int. Conference Soil Mechanics Foundation Eng.*, S. 54–56, Cambridge, 1936.
- [142] B.R. THAMM. Die „Cam-Clay“-Theorie und das „Critical State“ Konzept. *Der Bauingenieur*, 48(8), S. 311–314, 1973.
- [143] M. TOPOLNICKI. Observed stress-strain behaviour of remoulded saturated clay and examination of two constitutive models. *Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana*, Heft 107, Karlsruhe, 1987.
- [144] K.C. VALANIS. A theory of viscoplasticity without a yield surface. Parts i and ii. *Arch. Mech. Stos.*, 23, S. 517–551, 1971.
- [145] H.A.M. VAN EEKELEN, D.M. POTTS. The behaviour of drammen clay under cyclic loading. *Géotechnique*, 28(2), S. 173–196, 1978.
- [146] P. von SOOS. Eigenschaften von Boden und Fels; ihre Ermittlung im Labor. *Grundbautaschenbuch*, 3. Aufl., W. Ernst und Sohn, Berlin, S. 59–116, 1980.
- [147] P. von SOOS. Labor- und Modellmeßtechnik — Generalbericht zu Themengruppe 3. In *Proc. Symposium Meßtechnik im Erd- und Grundbau*, S. 23–32, München, 1983.

- [148] R.V. WHITMAN. Some considerations and data regarding the shear strength of clays. In *Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, S. 581–614, ASCE Journal Geotechnical Eng. Div., Boulder, 1960.
- [149] N. WILSON. Report on Research carried out by N.E. Wilson during the fall semester of 1958. Technical Report, Harvard University, 1958.
- [150] G. WISEMAN. Notes on leakage through rubber membranes. Technical Report, Israel Institut of Technology, Haifa, 1961.
- [151] R.K.S. WONG, J.R.F. ARTHUR. Induced and inherent anisotropy in sand. *Géotechnique*, 35(4), S. 471–481, 1985.
- [152] C.P. WROTH. General theories of earth pressures and deformations, General Report, Session 1. In *Proc. 5<sup>th</sup> ECSMFE*, S. 33–52, Madrid, 1972.
- [153] O.C. ZIENKIEWICZ, C. HUMPHESON, R.W. LEWIS. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. *Géotechnique*, 25(4), S. 671–689, 1975.
- [154] O.C. ZIENKIEWICZ, D.J. NAYLOR. The adaptation of critical state soil mechanics theory for use in finite elements. In *Proc. Roscoe Memorial Symposium*, S. 537–547, Henley-on-Thames: Foulis, Cambridge, 1972.
- [155] O.C. ZIENKIEWICZ, G.N. PANDE. Some useful forms of isotropic yield surfaces for soil- and rock mechanics. In Borm / Meissner, editors, *Numerical Methods in Soil- and Rock Mechanics*, S. 4–17, 1976.
- [156] O.C. ZIENKIEWICZ. Constitutive laws and numerical analysis for soil foundations under static, transient or cyclic loads. In *Proc. Second Int. Conf. on Behaviour of Off-Shore Structures, BOSS'79*, London, S. 391–406, 1979.
- [157] K. ZWIRNER. Untersuchung über die Durchlässigkeit von Gummimembranen. *Studienarbeit am Institut für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TH Darmstadt*. 1987, unveröffentlicht.

## A Verallgemeinerung des Modells auf allgemeine Spannungszustände

Zur Verallgemeinerung des vorgestellten Materialmodells auf dreidimensionale Spannungszustände werden die Spannungsvariablen  $p$  und  $q$  der Triaxialebene durch geeignete Invarianten des Spannungstensors ersetzt. Der Spannungstensor läßt sich in einen sphärischen und einen deviatorischen Anteil zerlegen.

$$\sigma_{ij} = \underbrace{\frac{1}{3}(\sigma_{kk}\delta_{ij})}_{\text{sphärischer}} + \underbrace{s_{ij}}_{\text{deviatorischer}} \quad (\text{A.1})$$

Spannungstensor

Für den sphärischen Anteil, der auch als  $\sigma_{oct}$ -Spannung bezeichnet wird ergibt sich

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1 \quad (\text{A.2})$$

Die Komponenten des Spannungsdeviators lauten

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{3}(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) \\ s_2 &= \frac{1}{3}(2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1) \\ s_3 &= \frac{1}{3}(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Die Invarianten des Spannungstensors können wie folgt angegeben werden

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii} &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ & &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - I_1^2) &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \\ & &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \\ I_3 &= \det(\sigma_{ij}) &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \\ & &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

und die des Spannungsdeviators

$$\begin{aligned}
J_1 &= s_{ii} &= s_1 + s_2 + s_3 = 0 \\
J_2 &= \frac{1}{2}(s_{ij}s_{ij}) &= \frac{1}{2}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) \\
& &= \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \\
& &= \frac{1}{2}[(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)^2 + (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x)^2 + (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y)^2 \\
& &\quad + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{yz}^2 + 2\tau_{zx}^2] \\
J_3 &= \det(s_{ij}) &= \frac{1}{3}(s_1^3 + s_2^3 + s_3^3) \\
& &= s_1 s_2 s_3 \\
& &= \frac{1}{27}(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)(2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1)(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2) \\
& &= \frac{1}{27}(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)(2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x)(2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} \\
& &\quad - \frac{1}{3}(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)\tau_{yz}^2 \\
& &\quad - \frac{1}{3}(2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x)\tau_{zx}^2 \\
& &\quad - \frac{1}{3}(2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y)\tau_{xy}^2
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Die zweite Invariante des Spannungsdeviators läßt sich durch die in der Geotechnik gebräuchliche Oktaederschubspannung  $\tau_{oct}$  ausdrücken

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \Rightarrow J_2 = \frac{3}{2}\tau_{oct}^2 \tag{A.6}$$

Eine andere häufig verwendete Spannungsinvariante, die eine Kombination aus der zweiten und dritten Invarianten des Deviators darstellt, ist der Lode-Winkel  $\theta$

$$\cos 3\theta = \frac{3}{2}\sqrt{3}\frac{J_3}{J_2^{3/2}} \tag{A.7}$$

Mit der ersten Invarianten des Spannungstensors  $I_1$ , der zweiten Invarianten des Deviators  $J_2$  und dem Lode-Winkel  $\theta$  ist eine sehr anschauliche Deutung des Spannungstensors möglich. Zerlegt man den Vektor  $\vec{\sigma}$ , der den Spannungszustand im Hauptspannungsraum kennzeichnet, in eine Komponente  $\vec{S}$  in Richtung der Raumdiagonalen (sphärischer Anteil) und in eine Komponente  $\vec{D}$  senkrecht hierzu (deviatorischer Anteil), dann stellt  $\frac{\sqrt{3}}{3}I_1$  die Länge des Vektors  $\vec{S}$  und  $\sqrt{2J_2}$  die Länge des Vektors  $\vec{D}$  dar, während der Lode-Winkel  $\theta$  die Richtung des Vektors  $\vec{D}$  in der Deviatorebene gemessen von der Projektion der  $\sigma_1$ -Achse aus angibt (s. Abbildung A.1).

Dies legt die Einführung folgender verallgemeinerter Spannungskoordinaten nahe

$$P = \frac{I_1}{3} = \sigma_{oct} \tag{A.8}$$

$$Q = \sqrt{3J_2} = \frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{oct} \tag{A.9}$$

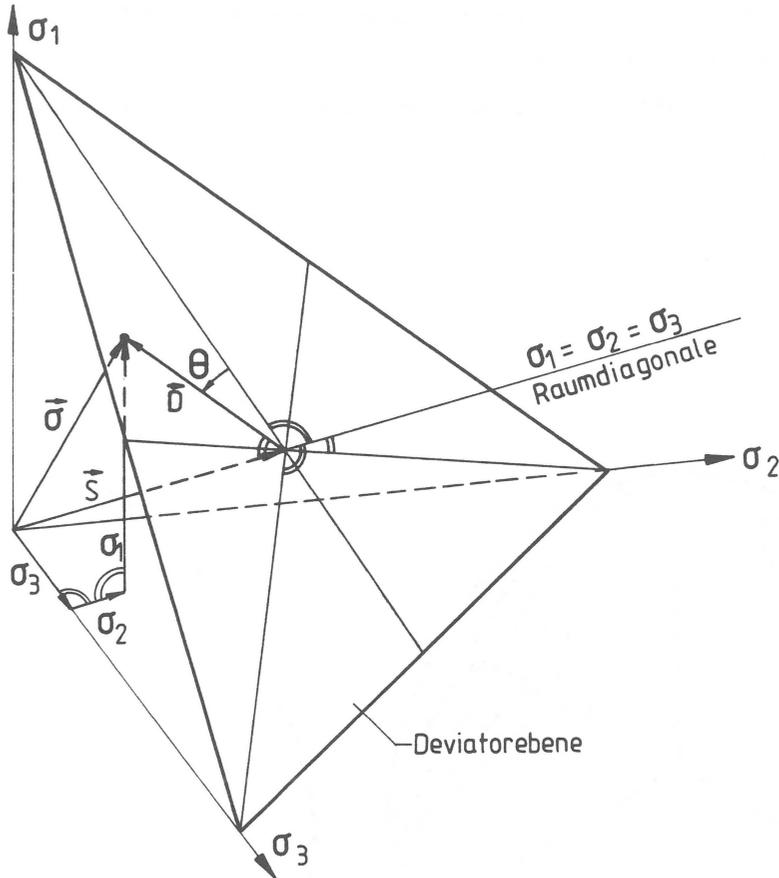


Abbildung A.1: Hauptspannungsraum und Deviatorebene

die in der Triaxialebene mit  $p$  und  $q$  identisch werden, wovon man sich leicht überzeugen kann. Umgekehrt ergeben sich die Hauptspannungskomponenten aus den verallgemeinerten Spannungskordinaten und dem Lode-Winkel wie folgt

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= P + \frac{2}{3}Q \cos \theta \\
 \sigma_2 &= P + \frac{2}{3}Q \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\
 \sigma_3 &= P + \frac{2}{3}Q \cos(\theta + \frac{4}{3}\pi)
 \end{aligned}
 \tag{A.10}$$

Damit lassen sich die im Abschnitt 4.2 auf Seite 72ff formulierten Gleichungen des Materialmodells ganz einfach verallgemeinern, indem  $p$  durch  $P$  und  $q$  durch  $Q$  ersetzt wird. Die Neigung  $M$  der „Critical State Line“ ist in der Triaxialebene für den Kompressions- und den Extensionsbereich unterschiedlich definiert (s. Gleichung 4.30). In der Verallgemeinerung auf dreidimensionale Spannungszustände wird  $M$  in Abhängigkeit vom Lode-Winkel  $\theta$  formuliert (s. hierzu auch KÖNIG [68]),

$$M = M_K \cdot g(\theta) \quad \text{mit} \quad g(0^\circ) = 1
 \tag{A.11}$$

sodaß sich die Neigung der CSL, die die Fließfläche gewissermaßen aufspannt, bei einer Rotation in der Deviatorebene stetig verändert. Auf diese Weise kann die Form der Fließ-, Vorbelastungs- und Umkehrfläche in der Deviatorebene den experimentellen Ergebnissen angepaßt werden.

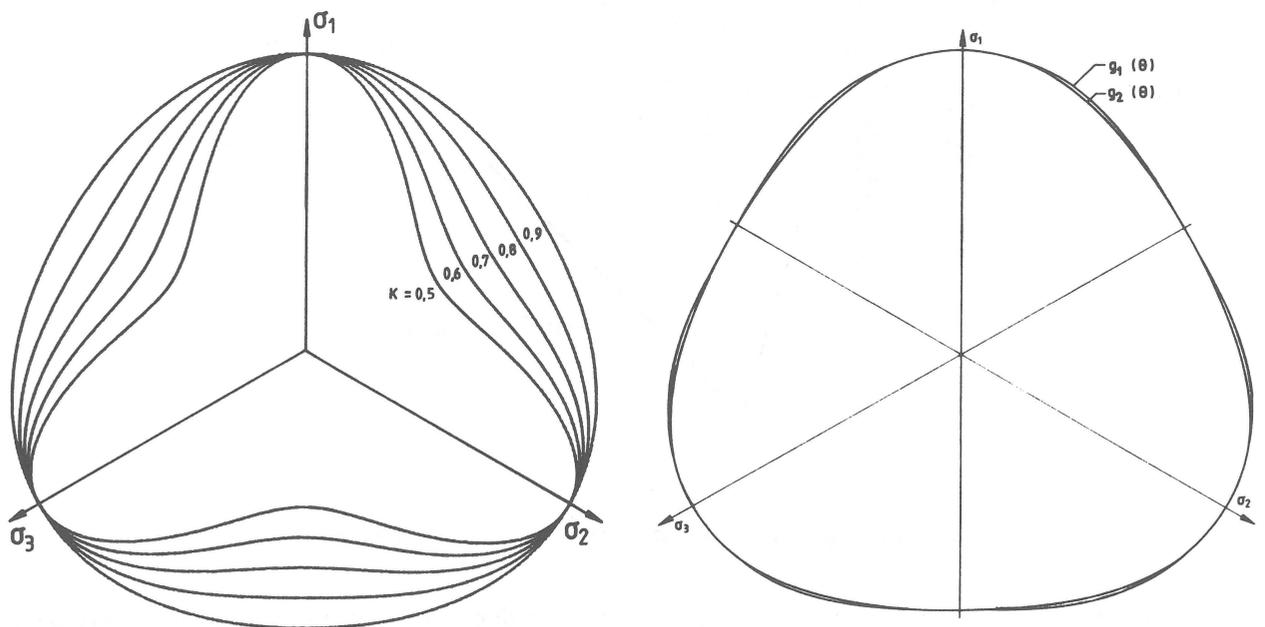


Abbildung A.2: Fließflächenformen in der Deviatorebene: (links) Abhängigkeit der Fließflächenform nach ZIENKIEWICZ & PANDE [155] vom Parameter  $k$ , (rechts) Vergleich des Vorschlags von ZIENKIEWICZ & PANDE [155] mit dem von GUDEHUS [42]

Für  $g(\theta)$  kann die von GUDEHUS [42] angegebene Fließflächenform in der Deviatorebene verwendet werden

$$g_1(\theta) = \sqrt{\frac{\sqrt{6} + c_2 \cos 3\theta}{\sqrt{6} + c_2}} \quad (\text{A.12})$$

oder eine ähnliche Form, die von ZIENKIEWICZ & PANDE [155] vorgeschlagen wurde

$$g_2(\theta) = \frac{2k}{(1+k) - (1-k) \cos 3\theta} \quad (\text{A.13})$$

Für  $c_2 = 0$  bzw.  $k = 1$  wird die durch  $g(\theta)$  definierte Kurve in der Deviatorebene zu einem

Kreis und die Fließfläche wird zu einem Rotationsellipsoid.

Damit die Formen der Fließflächen in der Deviatorebene konvex bleiben (s. Abbildung A.2 links), müssen bei beiden Funktionen die Parameter  $c_2$  bzw.  $k$  eine Konvexitätsbedingung erfüllen, die wie folgt lauten (s. hierzu auch KÖNIG [68])

$$c_2 \leq \frac{\sqrt{6}}{5.5} \quad (\text{A.14})$$

$$k \geq \frac{7}{9} \quad (\text{A.15})$$

Wenn man voraussetzt, daß sich im Kompressions- und im Extensionsversuch der gleiche Reibungswinkel  $\varphi'$  ergibt, dann lassen sich die Parameter  $c_2$  und  $k$  wie folgt durch den Reibungswinkel ausdrücken

$$c_2 = \frac{6\sqrt{6} \sin \varphi'}{9 + \sin^2 \varphi'} \quad (\text{A.16})$$

$$k = \frac{3 - \sin \varphi'}{3 + \sin \varphi'} \quad (\text{A.17})$$

Fordert man dabei gleichzeitig die Einhaltung der Konvexitätskriterien A.14 und A.15, dann zeigt sich, daß sich die Gleichheit der Reibungswinkel  $\varphi'_K = \varphi'_E$  nur für einen begrenzten Bereich erfüllen läßt. Für  $g_1(\theta)$  ist dies für Reibungswinkel  $\varphi' \leq 16^\circ$  möglich und bei  $g_2(\theta)$  für  $\varphi' \leq 22^\circ$ . Bei größeren Reibungswinkeln liefern die vorgeschlagenen Funktionen für den Extensionsversuch einen größeren Reibungswinkel als für den Kompressionsversuch.

Bei der Formulierung der verallgemeinerten Gleichungen der Vorbelastungs-, Fließ- und Umkehrfläche entsprechend der Gleichungen 4.27, 4.28 und 4.29 und der Verfestigungsbeziehungen aus Abschnitt 4.3 müssen die transformierten Spannungskordinaten der Tabelle 4.2 durch die in der Tabelle A.7 angegebene verallgemeinerten transformierten Spannungskordinaten ersetzt werden. Hierbei ist zu beachten, daß die Fließ- und die Umkehrfläche in der

	Vorbelastungsfläche $F$	Fließfläche $f$	Umkehrfläche $\check{f}$
$\tilde{P} =$	$P - R\bar{a}$	$P - P_0$	$P - P_u$
$\tilde{Q} =$	$Q$	$Q \frac{\sin(\tilde{\theta} - \theta_0)}{\sin(\tilde{\theta} - \theta)}$	$Q \frac{\sin(\tilde{\theta} - \theta_u)}{\sin(\tilde{\theta} - \theta)}$

Tabelle A.7: Verallgemeinerte transformierte Spannungskordinaten

Deviatorebene eine rotierte Lage annehmen können (s. Abbildung A.3), sodaß der jeweilige Winkel  $\theta$  entsprechend den folgenden Beziehungen auf die transformierte Lage bezogen werden muß

$$\frac{\sin(\tilde{\theta} - \theta)}{\sin(\tilde{\theta} - \theta_0)} = \frac{Q_0}{Q} \quad \text{Fließfläche} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\sin(\tilde{\theta} - \theta)}{\sin(\tilde{\theta} - \theta_u)} = \frac{Q_u}{Q} \quad \text{Umkehrfläche} \quad (\text{A.19})$$

Die Verfestigungsbeziehungen sind im Abschnitt 4.3 in allgemeiner Form angegeben und können für die Verallgemeinerung des Modells verwendet werden, wobei die entsprechenden Ableitungen nach den verallgemeinerten Spannungskordinaten auszuführen sind.

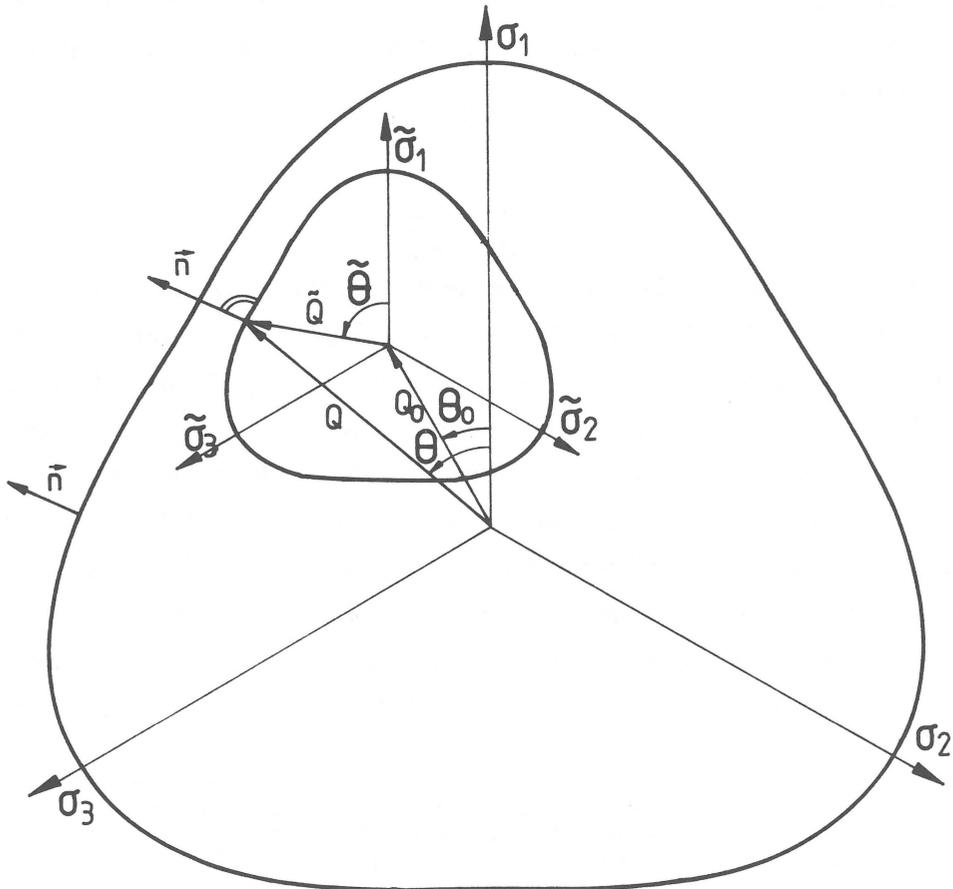


Abbildung A.3: Translation der Fließfläche in der Deviatorebene

## B Formeln zur Berechnung der neuen Fließfläche nach Belastungsumkehr

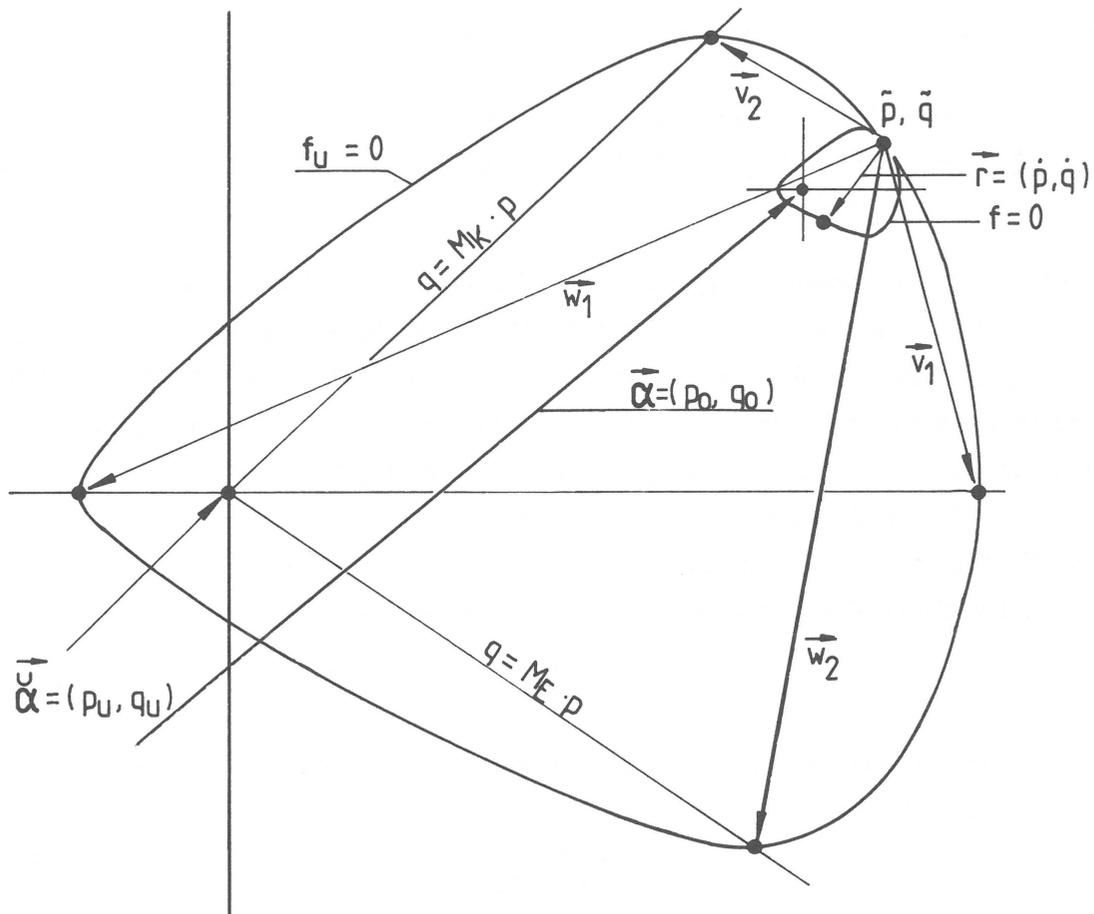


Abbildung B.1: Entstehung der neuen Fließfläche bei Belastungsumkehr

1. **Bedingung:** gleicher Normalenvektor im aktuellen Spannungspunkt  $p, q$

$$\frac{p - p_u}{a_u} = \frac{p - p_0}{a_f} \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{q - q_u}{a_u} = \frac{q - q_0}{a_f} \quad (\text{B.2})$$

2. **Bedingung:** Spannungszinkrement  $\dot{p}, \dot{q}$  spannt die neue Fließfläche auf

$$f(p + \dot{p}, q + \dot{q}, a_f) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Aus B.1 und B.2 folgt

$$p = \frac{a_f}{a_u} \underbrace{(p - p_u)}_{\tilde{p}} + p_0 \quad (\text{B.4})$$

$$q = \frac{a_f}{a_u} \underbrace{(q - q_u)}_{\tilde{q}} + q_0 \quad (\text{B.5})$$

Setzt man B.4 und B.5 in die Gleichung der Fließfläche B.3 ein und multipliziert aus, so erhält man eine quadratische Gleichung für den Durchmesser der neuen Fließfläche  $a_f$

$$f = \left(\frac{a_f}{a_u}\right)^2 [[\tilde{p} - C_1 a_u + C_2(\tilde{q} - M R a_u)](\tilde{p} + C_1 a_u) + C_3^2 \tilde{q}^2] \\ \left(\frac{a_f}{a_u}\right) [[\tilde{p} - C_1 a_u + C_2(\tilde{q} - M R a_u)]\dot{p} + (\dot{p} + C_2 \dot{q})(\tilde{p} + C_1 a_u) + \dot{q}^2 C_3^2 \tilde{q}] \\ [\dot{p}^2 + C_2 \dot{p} \dot{q} + C_3^2 \dot{q}^2] = 0 \quad (\text{B.6})$$

Welche Werte für die Parameter  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  und  $M$  in Gleichung B.6 einzusetzen sind, hängt davon ab, auf welchem Abschnitt der neuen Fließfläche der Spannungspunkt  $(p + \dot{p}, q + \dot{q})$  zu liegen kommt. Dazu muß betrachtet werden, in welchen Fließflächenabschnitt der Spannungsinkrementvektor zeigt und in welchem Abschnitt der aktuelle Spannungspunkt liegt. In Abbildung B.1 ist dies skizziert. Liegt der Spannungsinkrementvektor zwischen den beiden Vektoren  $\vec{v}_1$  und  $\vec{w}_1$ , dann wird die neue Fließfläche im Extensionsbereich aufgespannt und für die Neigung der „Critical State Line“ ist  $M = M_E$  zu wählen.

Für drei Vektoren  $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$ , die in einer Ebene liegen, gilt

$$r_i = \lambda_1 v_i + \lambda_2 w_i, \quad i=1,2 \quad (\text{B.7})$$

Sind beide skalare Faktoren  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  positiv, dann liegt  $\vec{r}$  zwischen  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$ . Aufgelöst nach den skalaren Faktoren

$$\lambda_1 = \frac{r_1 w_2 - r_2 w_1}{v_1 w_2 - v_2 w_1} \quad (\text{B.8})$$

$$\lambda_2 = \frac{r_2 v_1 - r_1 v_2}{v_1 w_2 - v_2 w_1} \quad (\text{B.9})$$

Da im vorliegenden Fall von vornherein ausgeschlossen werden kann, daß beide skalare Faktoren gleichzeitig negativ sind, können die beiden Bedingungen B.8 und B.9 zu einer einzigen zusammengefaßt werden.

$$\gamma = \lambda_1 \lambda_2 > 0 \quad (\text{B.10})$$

beziehungsweise

$$\gamma = r_1 r_2 (w_2 v_1 + w_1 v_2) - r_1^2 w_2 v_2 - r_2^2 w_1 v_1 > 0 \quad (\text{B.11})$$

Für die Entscheidung, welche Neigung  $M$  in Gleichung B.6 maßgeblich ist, muß überprüft werden, ob der Spannungsinkrementvektor  $\vec{r}$  zwischen den beiden Vektoren vom aktuellen Spannungspunkt zu den Schnittpunkten der Fließfläche mit der  $p$ -Achse ( $\vec{v}_1$  und  $\vec{w}_1$ ) liegt

$$\vec{v}_1 = \{(1 - R)a_u - \tilde{p}, \tilde{q}\} \quad (\text{B.12})$$

$$\vec{w}_1 = \{(S - R)a_u - \tilde{p}, \tilde{q}\} \quad (\text{B.13})$$

Dies führt nach Ausmultiplikation auf den in Gleichung 4.76 angegebenen Parameter  $\gamma_1$

$$\gamma_1 = (\dot{q}\tilde{p} - \dot{p}\tilde{q})^2 + (\dot{q}\tilde{p} - \dot{p}\tilde{q})\dot{q}a_u(2R - S - 1) + \dot{q}^2 a_u^2 (R - 1)(R - S) \quad (\text{B.14})$$

Für die Entscheidung, welche Werte die Parameter  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  annehmen, sind die Vektoren vom aktuellen Spannungspunkt zu den Schnittpunkten der Fließfläche mit der „Critical State Line“ maßgeblich

$$\vec{v}_2 = \{\tilde{p}, \tilde{q} - M_K R a_u\} \quad (\text{B.15})$$

$$\vec{w}_2 = \{\tilde{p}, \tilde{q} - M_E R a_u\} \quad (\text{B.16})$$

Daraus folgt der Parameter  $\gamma_2$  von Gleichung 4.77

$$\gamma_2 = (\dot{q}\tilde{p} - \dot{p}\tilde{q})^2 + (\dot{q}\tilde{p} - \dot{p}\tilde{q})\dot{p}R a_u (M_K + M_E) + \dot{p}^2 R^2 a_u^2 M_K M_E \quad (\text{B.17})$$

Mit  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  ergeben sich die Bedingungen zur Wahl der Parameter  $C_1, C_2, C_3$  und  $M$ , die in Tabelle 4.4 im Abschnitt 4.9 zusammengefaßt sind. Damit lassen sich die Koeffizienten der quadratischen Gleichung B.6 berechnen.

## C Tabellarische Zusammenstellung der Versuchsergebnisse

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer
	kPa	kPa	%	%	e
1	0	1	0.00	0.00	0.6380
2	100	100	0.23	0.17	0.6287
3	199	200	0.43	0.30	0.6210
4	301	298	0.75	0.59	0.6064
5	398	399	1.29	0.93	0.5865
6	501	499	1.86	1.28	0.5656
7	600	598	2.24	1.68	0.5463
8	697	698	2.64	1.91	0.5324
9	799	797	2.97	2.20	0.5173
10	898	899	3.28	2.39	0.5058
11	798	798	3.29	2.40	0.5055
12	700	698	3.41	2.36	0.5050
13	599	598	3.13	2.40	0.5081
14	499	500	3.15	2.42	0.5070
15	402	397	3.01	2.23	0.5156
16	500	497	2.97	2.32	0.5134
17	598	599	2.98	2.20	0.5170
18	700	698	3.08	2.38	0.5097
19	801	799	3.13	2.30	0.5113
20	903	898	3.20	2.48	0.5044
21	1001	996	3.39	2.62	0.4966
22	961	1011	3.31	2.66	0.4968
23	914	1020	3.26	2.75	0.4945
24	863	1026	3.19	2.65	0.4990
25	816	1034	3.15	2.70	0.4978
26	754	1029	3.12	2.85	0.4936
27	687	1019	3.07	2.82	0.4952
28	610	999	2.91	2.93	0.4945
29	530	973	2.88	2.91	0.4954
30	477	948	2.80	2.95	0.4953
31	413	916	2.36	3.23	0.4937
32	357	895	1.97	3.63	0.4867
33	287	863	0.23	4.56	0.4849
34	159	778	-1.54	6.08	0.4639

Tabelle C.8: Triaxialversuch TR1

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
1	47	48	0.00	0.00	0.6100
2	140	141	0.16	0.12	0.6036
3	234	238	0.31	0.22	0.5979
4	334	333	0.49	0.38	0.5898
5	426	428	1.16	0.82	0.5649
6	520	523	1.87	1.26	0.5395
7	618	618	2.23	1.64	0.5213
8	718	716	2.65	1.88	0.5066
9	807	807	3.04	2.20	0.4902
10	906	905	3.31	2.37	0.4803
11	805	807	3.27	2.34	0.4819
12	711	714	3.33	2.26	0.4837
13	619	623	3.11	2.34	0.4845
14	523	526	3.02	2.28	0.4879
15	429	429	3.02	2.20	0.4907
16	520	524	2.91	2.23	0.4912
17	617	618	3.04	2.21	0.4900
18	713	712	3.04	2.30	0.4871
19	805	806	3.20	2.31	0.4841
20	897	901	3.23	2.45	0.4791
21	990	991	3.51	2.61	0.4696
22	933	991	3.58	2.64	0.4675
23	879	990	3.55	2.65	0.4675
24	819	991	3.49	2.67	0.4677
25	763	992	3.41	2.73	0.4672
26	706	992	3.26	2.82	0.4669
27	651	991	3.19	2.95	0.4637
28	593	991	2.95	3.12	0.4619
29	532	991	2.83	3.33	0.4572
30	475	990	2.72	3.50	0.4536
31	408	991	1.78	4.15	0.4476
32	377	990	1.04	4.36	0.4529
33	332	990	-1.82	5.70	0.4558

Tabelle C.9: Triaxialversuch TR2

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
1	0	1	0.00	0.00	0.6201
2	47	51	0.09	0.06	0.6165
3	102	103	0.22	0.15	0.6118
4	151	152	0.30	0.23	0.6080
5	202	203	0.48	0.33	0.6015
6	252	253	0.64	0.43	0.5958
7	302	303	0.84	0.61	0.5868
8	369	370	1.18	0.83	0.5742
9	419	419	1.33	0.95	0.5678
10	469	471	1.61	1.14	0.5572
11	519	520	1.87	1.33	0.5468
12	569	572	2.16	1.45	0.5380
13	622	621	2.28	1.69	0.5285
14	523	513	2.31	1.72	0.5270
15	474	464	2.31	1.66	0.5289
16	366	355	2.21	1.68	0.5299
17	256	246	2.19	1.63	0.5318
18	362	247	2.32	1.48	0.5347
19	420	246	2.43	1.45	0.5337
20	475	245	2.52	1.37	0.5350
21	529	246	2.65	1.27	0.5361
22	564	247	2.96	1.10	0.5365
23	529	247	2.93	1.10	0.5369
24	474	246	2.88	1.12	0.5371
25	416	246	2.84	1.13	0.5375
26	358	245	2.78	1.17	0.5371
27	257	244	2.61	1.27	0.5367
28	361	245	2.64	1.25	0.5368
29	419	245	2.68	1.21	0.5375
30	418	245	2.68	1.17	0.5388
31	470	246	2.73	1.16	0.5383
32	528	245	2.82	1.07	0.5398
33	563	245	3.06	1.01	0.5378
34	527	245	3.04	1.00	0.5384
35	472	244	2.99	1.02	0.5387

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
36	417	246	2.95	1.04	0.5386
37	360	244	2.88	1.07	0.5388
38	257	245	2.75	1.15	0.5383
39	417	244	2.81	1.10	0.5389
40	472	244	2.87	1.08	0.5386
41	526	244	2.96	0.98	0.5405
42	573	244	3.13	0.88	0.5410
43	572	348	3.11	0.89	0.5409
44	573	446	3.06	0.93	0.5405
45	572	495	3.05	0.95	0.5398
46	571	534	3.04	0.98	0.5392
47	568	585	2.97	1.05	0.5380
48	567	608	2.94	1.10	0.5369
49	566	635	2.91	1.20	0.5341
50	566	661	2.87	1.29	0.5319
51	565	681	2.77	1.39	0.5302
52	564	717	2.67	1.51	0.5278
53	562	749	2.54	1.75	0.5222
54	561	771	2.31	1.83	0.5235
55	560	797	2.26	2.04	0.5172
56	557	824	2.18	2.34	0.5091
57	557	857	1.70	2.48	0.5121
58	551	904	1.32	3.15	0.4967
59	549	954	0.23	3.30	0.5093
60	543	1007	-0.47	3.94	0.5000
61	527	1056	-0.59	5.50	0.4515

Tabelle C.10: Triaxialversuch TR3

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
1	1	1	0.00	0.00	0.6150
2	60	64	0.31	0.22	0.6028
3	113	113	0.53	0.36	0.5947
4	139	139	0.54	0.41	0.5932
5	190	191	0.75	0.52	0.5859
6	261	261	0.86	0.57	0.5827
7	311	311	0.94	0.68	0.5779
8	362	361	1.15	0.80	0.5706
9	411	411	1.37	0.98	0.5612
10	464	461	1.62	1.14	0.5520
11	515	512	1.85	1.30	0.5431
12	564	561	2.07	1.39	0.5367
13	650	647	2.25	1.65	0.5253
14	651	589	2.27	1.64	0.5254
15	650	532	2.35	1.63	0.5246
16	655	474	2.39	1.59	0.5252
17	654	416	2.47	1.55	0.5252
18	658	358	2.61	1.49	0.5249
19	658	328	2.68	1.45	0.5251
20	659	298	2.82	1.41	0.5241
21	658	357	2.81	1.41	0.5241
22	653	414	2.80	1.42	0.5241
23	654	473	2.78	1.43	0.5241
24	653	531	2.75	1.45	0.5239
25	651	589	2.72	1.48	0.5235
26	650	648	2.69	1.52	0.5226
27	649	589	2.69	1.52	0.5226
28	650	531	2.70	1.50	0.5229
29	651	473	2.73	1.49	0.5229
30	653	415	2.77	1.46	0.5231
31	657	358	2.90	1.43	0.5221
32	660	327	2.97	1.40	0.5220
33	658	298	3.10	1.35	0.5215
34	656	356	3.10	1.35	0.5213
35	655	413	3.10	1.35	0.5213

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
36	651	472	3.09	1.37	0.5210
37	650	531	3.05	1.38	0.5213
38	648	589	3.03	1.40	0.5210
39	649	646	2.98	1.43	0.5208
40	648	589	2.99	1.43	0.5207
41	649	531	3.00	1.42	0.5209
42	651	473	3.03	1.40	0.5210
43	655	415	3.09	1.37	0.5210
44	653	357	3.20	1.32	0.5209
45	657	327	3.26	1.29	0.5208
46	657	296	3.34	1.24	0.5212
47	602	296	3.31	1.27	0.5207
48	547	297	3.26	1.29	0.5208
49	492	297	3.17	1.32	0.5213
50	464	296	3.15	1.34	0.5210
51	437	297	3.11	1.36	0.5210
52	409	297	3.06	1.37	0.5215
53	381	297	3.00	1.40	0.5215
54	353	297	2.91	1.45	0.5213
55	328	296	2.80	1.49	0.5218
56	301	296	2.66	1.60	0.5205
57	273	296	2.51	1.70	0.5197
58	245	296	2.30	1.89	0.5170
59	217	296	2.11	2.07	0.5142
60	188	297	1.91	2.21	0.5126
61	211	297	1.34	2.54	0.5115

Tabelle C.11: Triaxialversuch TR4

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
1	1	2	0.00	0.00	0.6240
2	237	238	0.32	0.23	0.6113
3	296	294	0.50	0.35	0.6045
4	342	346	0.63	0.49	0.5980
5	392	396	1.13	0.81	0.5794
6	445	450	1.41	0.96	0.5700
7	498	499	1.51	1.12	0.5632
8	567	572	1.79	1.28	0.5534
9	622	622	2.02	1.48	0.5433
10	645	646	2.16	1.56	0.5382
11	658	660	2.25	1.66	0.5334
12	684	659	2.31	1.66	0.5326
13	711	658	2.34	1.66	0.5321
14	736	659	2.40	1.65	0.5313
15	762	659	2.42	1.64	0.5313
16	734	659	2.42	1.64	0.5314
17	708	659	2.41	1.65	0.5313
18	683	658	2.40	1.66	0.5310
19	627	658	2.38	1.68	0.5307
20	575	658	2.37	1.69	0.5305
21	549	659	2.35	1.71	0.5302
22	605	659	2.36	1.71	0.5301
23	659	659	2.37	1.72	0.5297
24	712	660	2.39	1.72	0.5292
25	762	659	2.41	1.71	0.5294
26	815	659	2.44	1.71	0.5289
27	865	659	2.54	1.69	0.5278
28	760	660	2.48	1.70	0.5284
29	653	659	2.39	1.74	0.5286
30	602	660	2.34	1.76	0.5287
31	549	661	2.29	1.79	0.5287
32	496	660	2.21	1.82	0.5289
33	445	661	2.14	1.86	0.5287
34	551	660	2.20	1.86	0.5279
35	658	660	2.25	1.86	0.5271

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
36	768	661	2.30	1.85	0.5265
37	819	659	2.35	1.84	0.5260
38	871	657	2.36	1.83	0.5261
39	922	659	2.50	1.82	0.5242
40	975	659	2.55	1.80	0.5242
41	869	658	2.53	1.81	0.5242
42	762	659	2.46	1.83	0.5247
43	658	659	2.41	1.86	0.5245
44	551	659	2.31	1.93	0.5239
45	500	658	2.26	1.98	0.5231
46	452	658	2.18	2.04	0.5223
47	401	659	2.06	2.10	0.5224
48	346	658	1.91	2.21	0.5213
49	454	659	1.98	2.21	0.5201
50	559	659	2.04	2.20	0.5195
51	666	658	2.09	2.19	0.5190
52	771	659	2.16	2.17	0.5185
53	877	659	2.25	2.14	0.5178
54	980	659	2.41	2.11	0.5164
55	1033	657	2.51	2.09	0.5154
56	1084	658	2.68	2.05	0.5138
57	977	658	2.64	2.06	0.5143
58	870	658	2.58	2.06	0.5151
59	764	657	2.51	2.09	0.5153
60	663	659	2.44	2.13	0.5151
61	558	658	2.36	2.20	0.5143
62	454	660	2.16	2.29	0.5145
63	400	659	2.11	2.35	0.5135
64	345	658	1.96	2.42	0.5135
65	453	658	2.03	2.42	0.5125
66	561	658	2.09	2.42	0.5116
67	668	657	2.17	2.40	0.5107
68	983	660	2.46	2.32	0.5088
69	1085	657	2.76	2.25	0.5060
70	1136	659	2.91	2.20	0.5053

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
71	1189	657	3.16	2.14	0.5032
72	979	657	3.04	2.14	0.5050
73	773	660	2.91	2.15	0.5069
74	666	660	2.80	2.20	0.5071
75	564	660	2.70	2.27	0.5065
76	458	659	2.56	2.39	0.5048
77	405	660	2.48	2.47	0.5036
78	347	659	2.24	2.53	0.5055
79	558	658	2.38	2.53	0.5032
80	766	659	2.53	2.52	0.5010
81	979	658	2.76	2.49	0.4984
82	1189	658	2.97	2.41	0.4976
83	1293	661	3.11	2.31	0.4986
84	1343	660	3.31	2.24	0.4976
85	1395	660	3.56	2.11	0.4976
86	1189	658	3.47	2.12	0.4989
87	983	659	3.36	2.14	0.4998
88	773	660	3.18	2.22	0.5003
89	669	659	3.06	2.27	0.5007
90	561	659	2.96	2.34	0.5000
91	453	660	2.76	2.41	0.5008
92	401	660	2.61	2.46	0.5018
93	348	659	2.41	2.49	0.5039
94	553	658	2.51	2.49	0.5023
95	763	659	2.64	2.46	0.5013

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
96	868	659	2.71	2.43	0.5011
97	976	658	2.81	2.39	0.5008
98	1078	658	2.94	2.35	0.5000
99	1182	659	3.11	2.27	0.4996
100	1233	658	3.26	2.22	0.4989
101	1286	659	3.41	2.15	0.4987
102	1337	660	3.61	2.09	0.4976
103	1388	658	3.83	1.98	0.4976
104	1415	657	3.96	1.91	0.4977
105	1439	657	4.06	1.84	0.4982
106	1467	659	4.16	1.77	0.4990
107	1491	658	4.36	1.71	0.4977
108	1515	657	4.76	1.64	0.4935
109	1541	658	5.36	1.55	0.4867
110	1559	660	7.07	1.07	0.4746

Tabelle C.12: Triaxialversuch TR5

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer
	kPa	kPa	%	%	e
1	1	2	0.00	0.00	0.6450
2	135	139	0.12	0.09	0.6402
3	304	302	0.48	0.33	0.6264
4	454	453	1.12	0.85	0.5984
5	605	609	1.96	1.37	0.5677
6	787	792	2.63	1.77	0.5436
7	917	918	3.33	2.43	0.5101
8	807	810	3.33	2.35	0.5128
9	677	678	3.19	2.30	0.5167
10	566	567	3.13	2.23	0.5200
11	457	457	3.05	2.17	0.5233
12	348	345	3.03	2.05	0.5277
13	206	206	2.55	1.91	0.5403
14	261	204	2.66	1.87	0.5397
15	318	204	2.73	1.84	0.5395
16	373	207	2.80	1.80	0.5397
17	432	207	2.91	1.73	0.5402
18	459	206	2.98	1.70	0.5400
19	487	206	3.05	1.66	0.5402
20	514	208	3.16	1.59	0.5407
21	459	206	3.14	1.59	0.5410
22	404	208	3.08	1.62	0.5410
23	345	205	2.98	1.64	0.5420
24	289	207	2.90	1.66	0.5427
25	234	207	2.77	1.68	0.5441
26	178	207	2.63	1.70	0.5458
27	123	205	2.38	1.75	0.5483
28	94	207	2.27	1.77	0.5494
29	150	207	2.34	1.77	0.5483
30	203	206	2.41	1.75	0.5478
31	259	205	2.48	1.73	0.5473
32	314	207	2.58	1.71	0.5463
33	371	209	2.67	1.66	0.5464
34	426	207	2.76	1.62	0.5463
35	482	207	2.84	1.60	0.5456

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
36	509	206	2.88	1.54	0.5470
37	453	208	2.86	1.55	0.5470
38	403	207	2.79	1.55	0.5481
39	339	207	2.71	1.59	0.5481
40	284	207	2.61	1.62	0.5488
41	228	206	2.53	1.64	0.5494
42	173	206	2.42	1.66	0.5506

Tabelle C.13: Triaxialversuch TR6

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
1	1	2	0.00	0.00	0.6390
2	100	101	0.14	0.10	0.6336
3	207	207	0.33	0.23	0.6262
4	285	288	0.64	0.49	0.6126
5	355	356	0.99	0.69	0.6000
6	463	464	1.67	1.12	0.5749
7	548	551	1.95	1.42	0.5603
8	655	655	2.53	1.81	0.5382
9	599	654	2.08	1.85	0.5441
10	544	655	2.02	1.92	0.5429
11	487	655	1.92	1.98	0.5425
12	459	655	1.82	2.03	0.5425
13	431	656	1.74	2.13	0.5407
14	405	652	1.62	2.23	0.5392
15	373	653	1.48	2.40	0.5359
16	344	654	1.27	2.71	0.5292
17	401	653	1.30	2.71	0.5287
18	457	654	1.35	2.69	0.5285
19	514	654	1.42	2.68	0.5277
20	571	653	1.49	2.65	0.5276
21	599	653	1.52	2.64	0.5276
22	630	652	1.57	2.61	0.5276
23	655	653	1.65	2.58	0.5273
24	627	651	1.63	2.59	0.5274
25	599	650	1.62	2.60	0.5272
26	572	653	1.59	2.61	0.5274
27	517	652	1.55	2.63	0.5274
28	459	652	1.49	2.68	0.5266
29	431	651	1.46	2.74	0.5251
30	402	652	1.41	2.78	0.5246
31	374	653	1.32	2.81	0.5251
32	347	652	1.20	2.91	0.5238
33	404	652	1.22	2.92	0.5233
34	462	652	1.23	2.91	0.5234
35	519	653	1.32	2.87	0.5231

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
36	572	651	1.41	2.88	0.5215
37	601	653	1.44	2.86	0.5215
38	627	652	1.50	2.84	0.5211
39	652	651	1.57	2.82	0.5207

Tabelle C.14: Triaxialversuch TR7

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
1	1	2	0.00	0.00	0.6320
2	106	105	0.17	0.12	0.6255
3	193	194	0.32	0.21	0.6199
4	309	312	0.66	0.48	0.6056
5	402	405	1.38	0.94	0.5789
6	509	512	2.03	1.32	0.5558
7	574	574	2.27	1.60	0.5427
8	657	655	2.54	1.91	0.5284
9	768	655	2.60	1.90	0.5275
10	821	655	2.71	1.89	0.5260
11	877	655	2.92	1.88	0.5228
12	935	655	3.06	1.87	0.5210
13	992	655	3.15	1.86	0.5197
14	1047	656	3.36	1.82	0.5178
15	1045	721	3.42	1.84	0.5161
16	1043	785	3.51	1.86	0.5140
17	1039	850	3.61	1.88	0.5117
18	1037	916	3.74	1.91	0.5085
19	1038	980	3.87	1.99	0.5039
20	1032	1046	4.00	2.04	0.5001
21	925	1045	3.98	2.08	0.4990
22	869	1046	3.93	2.14	0.4980
23	815	1045	3.90	2.18	0.4972
24	758	1045	3.85	2.22	0.4969
25	700	1045	3.77	2.23	0.4975
26	643	1044	3.69	2.30	0.4966
27	648	982	3.69	2.30	0.4968
28	648	919	3.70	2.29	0.4970
29	651	857	3.74	2.27	0.4970
30	651	795	3.76	2.24	0.4974
31	654	734	3.81	2.22	0.4974
32	656	609	3.92	2.16	0.4974
33	658	547	3.98	2.11	0.4980
34	658	499	4.02	2.06	0.4992
35	657	444	4.11	2.00	0.4995

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
36	658	409	4.19	1.99	0.4987
37	662	355	4.30	1.92	0.4992
38	606	355	4.29	1.92	0.4993
39	551	355	4.27	1.92	0.4995
40	497	353	4.24	1.93	0.4998
41	441	354	4.22	1.94	0.4998
42	382	354	4.19	1.95	0.5001
43	327	353	4.17	1.96	0.5000
44	325	395	4.17	1.97	0.4996
45	323	447	4.15	1.98	0.4996
46	324	495	4.14	2.00	0.4992
47	320	546	4.12	2.02	0.4988
48	317	596	4.07	2.07	0.4980
49	313	646	4.00	2.07	0.4991
50	372	646	4.00	2.07	0.4991
51	428	645	4.03	2.06	0.4988
52	482	646	4.04	2.06	0.4987
53	541	646	4.06	2.06	0.4985
54	596	645	4.09	2.05	0.4982
55	655	645	4.12	2.05	0.4979

Tabelle C.15: Triaxialversuch TR8

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer
	kPa	kPa	%	%	e
1	2	3	0.00	0.00	0.6400
2	110	111	0.10	0.07	0.6359
3	204	208	0.44	0.31	0.6228
4	300	301	0.68	0.53	0.6113
5	378	380	1.22	0.87	0.5916
6	449	448	1.62	1.10	0.5773
7	561	560	2.10	1.55	0.5547
8	661	660	2.52	1.83	0.5387
9	662	710	2.54	1.85	0.5377
10	659	759	2.55	1.89	0.5363
11	660	811	2.53	1.95	0.5344
12	661	860	2.50	2.10	0.5301
13	661	912	2.42	2.19	0.5283
14	658	962	2.34	2.37	0.5238
15	647	1060	2.11	3.22	0.4997
16	648	1012	2.11	3.21	0.5000
17	651	958	2.11	3.19	0.5006
18	653	911	2.13	3.16	0.5012
19	652	861	2.15	3.12	0.5023
20	652	807	2.18	3.06	0.5040
21	655	759	2.20	3.04	0.5043
22	656	711	2.23	3.02	0.5044
23	658	661	2.26	2.94	0.5065
24	659	711	2.25	2.94	0.5065
25	657	763	2.24	2.99	0.5052
26	656	810	2.23	2.99	0.5052
27	650	858	2.21	3.05	0.5035
28	652	908	2.18	3.07	0.5033
29	651	962	2.17	3.11	0.5023
30	648	1010	2.13	3.21	0.4999

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
31	646	1062	2.05	3.37	0.4957
32	647	1010	2.06	3.38	0.4954
33	648	963	2.07	3.36	0.4958
34	651	912	2.08	3.32	0.4969
35	654	859	2.08	3.32	0.4968
36	654	811	2.10	3.29	0.4975
37	656	760	2.12	3.28	0.4977
38	659	711	2.14	3.24	0.4985

Tabelle C.16: Triaxialversuch TR9

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
0	0		0.00	0.00	0.5953
1	100		0.52	0.00	0.5870
2	200		1.00	0.00	0.5794
3	300		1.63	0.00	0.5693
4	400		2.13	0.00	0.5614
5	450		2.49	0.00	0.5556
6	500		2.91	0.00	0.5489
7	600		3.73	0.00	0.5358
8	800		5.71	0.00	0.5042
9	1000		6.88	0.00	0.4856
10	1200		8.17	0.00	0.4651
11	1500		9.31	0.00	0.4469
12	1400		9.29	0.00	0.4471
13	1300		9.27	0.00	0.4474
14	1200		9.25	0.00	0.4478
15	1100		9.21	0.00	0.4483
16	1000		9.18	0.00	0.4489
17	900		9.13	0.00	0.4498
18	700		9.02	0.00	0.4515
19	500		8.79	0.00	0.4550
20	300		8.42	0.00	0.4610
21	100		7.27	0.00	0.4793
22	200		7.56	0.00	0.4748
23	400		8.10	0.00	0.4660
24	800		8.78	0.00	0.4553
25	1200		9.26	0.00	0.4476
26	1500		9.61	0.00	0.4420
27	1300		9.57	0.00	0.4427
28	1100		9.50	0.00	0.4437
29	900		9.42	0.00	0.4451
30	700		9.28	0.00	0.4472
31	500		9.09	0.00	0.4504
32	300		8.74	0.00	0.4560
33	100		7.62	0.00	0.4738
34	200		7.90	0.00	0.4693

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
35	400		8.42	0.00	0.4610
36	800		9.03	0.00	0.4512
37	1200		9.49	0.00	0.4440
38	1500		9.78	0.00	0.4393
39	1300		9.74	0.00	0.4400
40	1100		9.66	0.00	0.4412
41	900		9.59	0.00	0.4424
42	700		9.46	0.00	0.4444
43	500		9.26	0.00	0.4476
44	300		8.94	0.00	0.4527
45	100		7.85	0.00	0.4701
46	200		8.11	0.00	0.4659
47	400		8.61	0.00	0.4579
48	800		9.25	0.00	0.4478
49	1200		9.62	0.00	0.4418
50	1500		9.91	0.00	0.4373
51	1300		9.86	0.00	0.4380
52	1100		9.81	0.00	0.4389
53	900		9.73	0.00	0.4401
54	700		9.61	0.00	0.4421
55	500		9.43	0.00	0.4449
56	300		9.09	0.00	0.4502
57	100		8.07	0.00	0.4665
58	120		8.09	0.00	0.4663
59	160		8.18	0.00	0.4649
60	200		8.31	0.00	0.4628
61	400		8.78	0.00	0.4552
62	800		9.35	0.00	0.4461
63	1200		9.75	0.00	0.4398
64	1500		10.06	0.00	0.4349
65	1300		10.02	0.00	0.4355
66	1000		9.91	0.00	0.4372
67	700		9.73	0.00	0.4401
68	500		9.57	0.00	0.4426
69	300		9.22	0.00	0.4482

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
70	100		8.17	0.00	0.4650
71	120		8.19	0.00	0.4647
72	200		8.42	0.00	0.4610
73	400		8.87	0.00	0.4538
74	800		9.47	0.00	0.4443
75	1200		9.88	0.00	0.4377
76	1500		10.14	0.00	0.4335
77	2000		11.00	0.00	0.4198
78	3000		13.57	0.00	0.3789
79	0		6.42	0.00	0.4929

Tabelle C.17: Ödometerversuch 1

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\epsilon_1$	$\epsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
0	0		0.00	0.00	0.5953
1	100		0.37	0.00	0.5895
2	200		0.79	0.00	0.5827
3	300		1.17	0.00	0.5767
4	400		1.84	0.00	0.5660
5	450		2.24	0.00	0.5596
6	500		2.71	0.00	0.5521
7	600		3.79	0.00	0.5349
8	800		5.84	0.00	0.5021
9	1000		7.07	0.00	0.4825
10	1200		8.32	0.00	0.4625
11	1500		9.46	0.00	0.4444
12	1400		9.45	0.00	0.4446
13	1300		9.44	0.00	0.4447
14	1200		9.43	0.00	0.4449
15	1100		9.39	0.00	0.4455
16	1000		9.36	0.00	0.4459
17	900		9.31	0.00	0.4468
18	700		9.20	0.00	0.4486
19	500		8.99	0.00	0.4519
20	300		8.66	0.00	0.4571
21	100		7.71	0.00	0.4724
22	200		7.89	0.00	0.4694
23	400		8.39	0.00	0.4615
24	800		8.98	0.00	0.4520
25	1200		9.32	0.00	0.4465
26	1500		9.67	0.00	0.4411
27	1400		9.66	0.00	0.4412
28	1300		9.65	0.00	0.4413
29	1100		9.60	0.00	0.4422
30	900		9.50	0.00	0.4437
31	700		9.37	0.00	0.4458
32	500		9.18	0.00	0.4488
33	600		9.22	0.00	0.4482
34	700		9.28	0.00	0.4473

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer
	kPa	kPa	%	%	e
35	900		9.39	0.00	0.4455
36	1100		9.50	0.00	0.4437
37	1300		9.63	0.00	0.4417
38	1500		9.76	0.00	0.4397
39	1800		10.29	0.00	0.4311
40	1500		10.26	0.00	0.4316
41	1300		10.19	0.00	0.4327
42	1000		10.08	0.00	0.4345
43	800		9.98	0.00	0.4361
44	500		9.66	0.00	0.4411
45	600		9.69	0.00	0.4408
46	700		9.75	0.00	0.4398
47	900		9.86	0.00	0.4380
48	1100		9.97	0.00	0.4362
49	1300		10.11	0.00	0.4340
50	1500		10.21	0.00	0.4324
51	1800		10.43	0.00	0.4289
52	1500		10.38	0.00	0.4297
53	1300		10.34	0.00	0.4303
54	1000		10.23	0.00	0.4321
55	800		10.12	0.00	0.4338
56	500		9.83	0.00	0.4385
57	600		9.86	0.00	0.4380
58	700		9.91	0.00	0.4372
59	900		10.02	0.00	0.4354
60	1100		10.14	0.00	0.4336
61	1300		10.23	0.00	0.4322
62	1500		10.36	0.00	0.4301
63	1800		10.54	0.00	0.4271
64	1500		10.50	0.00	0.4279
65	1300		10.44	0.00	0.4288
66	1000		10.34	0.00	0.4303
67	800		10.22	0.00	0.4322
68	500		9.92	0.00	0.4370
69	600		9.97	0.00	0.4363

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
70	700		10.01	0.00	0.4356
71	900		10.14	0.00	0.4336
72	1100		10.24	0.00	0.4319
73	1300		10.32	0.00	0.4306
74	1500		10.44	0.00	0.4287
75	1800		10.93	0.00	0.4206
76	2000		11.40	0.00	0.4135
77	2500		12.68	0.00	0.3930
78	3000		13.82	0.00	0.3748
79	0		5.92	0.00	0.5009

Tabelle C.18: Ödometerversuch 2

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer
	kPa	kPa	%	%	e
					-
0	0		0.00	0.00	0.5953
1	100		0.40	0.00	0.5890
2	200		0.90	0.00	0.5810
3	300		1.51	0.00	0.5713
4	400		2.18	0.00	0.5606
5	450		2.69	0.00	0.5524
6	500		3.32	0.00	0.5423
7	600		4.33	0.00	0.5263
8	800		6.43	0.00	0.4927
9	1000		7.63	0.00	0.4737
10	1200		8.95	0.00	0.4526
11	1500		10.09	0.00	0.4343
12	1400		10.09	0.00	0.4344
13	1300		10.07	0.00	0.4347
14	1200		10.05	0.00	0.4350
15	1100		10.02	0.00	0.4355
16	1000		9.99	0.00	0.4360
17	900		9.95	0.00	0.4367
18	700		9.82	0.00	0.4386
19	500		9.64	0.00	0.4415
20	300		9.25	0.00	0.4477
21	100		8.54	0.00	0.4591
22	200		8.76	0.00	0.4555
23	400		8.97	0.00	0.4523
24	800		9.60	0.00	0.4422
25	1200		10.06	0.00	0.4348
26	1500		10.40	0.00	0.4294
27	2000		11.85	0.00	0.4063
28	3000		14.57	0.00	0.3628
29	2500		14.36	0.00	0.3663
30	2000		14.33	0.00	0.3667
31	1800		14.31	0.00	0.3671
32	1500		14.25	0.00	0.3680
33	1000		14.11	0.00	0.3701
34	500		13.76	0.00	0.3758

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
35	250		13.22	0.00	0.3843
36	100		12.25	0.00	0.3998
37	200		12.28	0.00	0.3993
38	400		12.73	0.00	0.3923
39	800		13.31	0.00	0.3830
40	1600		13.87	0.00	0.3740
41	2500		14.41	0.00	0.3654
42	3000		14.76	0.00	0.3598
43	2500		14.76	0.00	0.3599
44	2000		14.71	0.00	0.3607
45	1500		14.63	0.00	0.3619
46	1000		14.49	0.00	0.3641
47	500		14.16	0.00	0.3694
48	250		13.66	0.00	0.3774
49	100		12.84	0.00	0.3904
50	200		12.89	0.00	0.3897
51	400		13.29	0.00	0.3833
52	800		13.74	0.00	0.3761
53	1600		14.26	0.00	0.3678
54	2500		14.72	0.00	0.3605
55	3000		14.95	0.00	0.3568
56	2500		14.93	0.00	0.3571
57	2000		14.90	0.00	0.3576
58	1500		14.83	0.00	0.3588
59	1000		14.70	0.00	0.3607
60	500		14.41	0.00	0.3655
61	250		13.88	0.00	0.3739
62	100		13.09	0.00	0.3865
63	200		13.10	0.00	0.3862
64	400		13.50	0.00	0.3799
65	800		14.00	0.00	0.3719
66	1600		14.48	0.00	0.3644
67	2500		14.88	0.00	0.3579
68	3000		15.09	0.00	0.3546
69	2500		15.08	0.00	0.3548

Nr.	$\sigma'_1$	$\sigma'_3$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_3$	Porenziffer e
	kPa	kPa	%	%	-
70	2000		15.03	0.00	0.3556
71	1500		14.97	0.00	0.3565
72	1000		14.84	0.00	0.3586
73	500		14.57	0.00	0.3628
74	250		14.13	0.00	0.3699
75	100		13.27	0.00	0.3836
76	200		13.27	0.00	0.3835
77	400		13.60	0.00	0.3784
78	800		14.12	0.00	0.3701
79	1600		14.63	0.00	0.3620
80	3000		15.28	0.00	0.3516
81	0		9.29	0.00	0.4471

Tabelle C.19: Ödometerversuch 3

Mitteilungen des Instituts für Grundbau, Boden- und Felsmechanik  
der Technischen Hochschule Darmstadt

- Nr. 1 Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteiften  
Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen Hochbauten  
Dr.-Ing. H. Sommer, Februar 1965
- Nr. 2 Aktuelle Probleme im Staudambau  
Veröffentlichungen in den Jahren 1966 und 1967
- Nr. 3 Über den Einfluß eines dünnwandigen, im Boden verlegten Rohres auf das  
Tragverhalten des Bodens  
Dr.-Ing. K.H. Schwinn, Januar 1968
- Nr. 4 Das Tragverhalten des Frankfurter Tons bei im Tiefbau auftretenden Beanspruchungen  
Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dipl.-Ing. E. Schultz, Dipl.-Ing. D. Stroh, April 1970
- Nr. 5 Zur Frage der Erosionssicherheit unterströmter Erdstaudämme  
Dr.-Ing. K. Günther, Juni 1970
- Nr. 6 Ermittlung der rheologischen Zustandsgleichung eines Lehmes mit Hilfe einer  
neuentwickelten Versuchsapparatur  
Dr.-Ing. D. Fedder, Dezember 1970
- Nr. 7 Beiträge in den Jahren 1968 bis 1970
- Nr. 8 Der Einfluß der Steifigkeit von Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung und die  
Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton  
Dr.-Ing. H. Heil, Juni 1971
- Nr. 9 Der Einfluß von Fundamentlasten auf die Größe und Verteilung des Erddrucks auf  
biegsame, abgesteifte Baugrubenwände  
Dr.-Ing. H.R. Wanoschek, März 1972
- Nr. 10 Das Verformungsverhalten des Frankfurter Tons beim Tunnelvortrieb  
Dipl.-Ing. G. Chambosse, Februar 1972
- Nr. 11 Beiträge in den Jahren 1972 und 1973
- Nr. 12 Messungen an einer verankerten Baugrubenwand  
Dipl.-Ing. W. Romberg, Dezember 1973
- Nr. 13 Berechnung verankerter Baugruben nach der Finite Element Methode  
Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1974
- Nr. 14 Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens einfach verankerter Baugrubenwände  
Dr.-Ing. Gert-Peter Schmitt, Juli 1974
- Nr. 15 Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem  
Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Tons  
Dr.-Ing. P. Amann, Prof. Dr.-Ing. H. Breth, Dr.-Ing. D. Stroh, Juni 1975

- Nr. 16 Ermittlung des Tragverhaltens einer mehrfach verankerten Baugrubenwand durch Modellversuche  
Dr.-Ing. R. Wolff, Juni 1975
- Nr. 17 Die instationäre Brunnenströmung im anisotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche  
Dr.-Ing. Thomas Klüber, November 1975
- Nr. 18 Spannungen und Verformungen in hohen Dämmen im Bauzustand  
Dr.-Ing. Gunter Hardt, Januar 1976
- Nr. 19 Beiträge in den Jahren 1974 bis 1977
- Nr. 20 Spannungen und Verformungen in hohen Steinschüttdämmen im Bauzustand unter besonderer Berücksichtigung von Talform und Hangrauigkeit  
Dr.-Ing. Heinz Czapla, März 1979
- Nr. 21 Beitrag zur Berechnung von Gründungsplatten  
Eine vergleichende Studie  
Dr.-Ing. Horst Rückel, August 1979
- Nr. 22 Untersuchungen über das Verformungsverhalten von Asphaltbeton im Hinblick auf seine Verwendung als Innendichtung für Dämme (in Vorbereitung)  
Dipl.-Ing. H. Schwab
- Nr. 23 Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten der Böden  
Dr.-Ing. M. Ulvi Arslan, Dr.-Ing. Rainer Wanninger, August 1980
- Nr. 24 Entwicklungstendenzen beim Bau und der Berechnung oberflächennaher Tunnel in bebautem Stadtgebiet  
Dr.-Ing. Rolf Katzenbach, November 1981
- Nr. 25 Großversuche zur Ermittlung des Tragverhaltens von Pfahlreihen unter horizontaler Belastung  
Dr.-Ing. H.G. Schmidt, Januar 1986
- Nr. 26 Pfahlgruppen in geschichtetem Boden unter horizontaler dynamischer Belastung  
Dr.-Ing. H.G. Hartmann, April 1986
- Nr. 27 Zur Frage der Standsicherheit verankerter Stützwände auf der tiefen Gleitfuge  
Dr.-Ing. Michael H. Heibaum, April 1987
- Nr. 28 Tragverhalten von Pfahlgruppen unter Horizontalbelastung  
Dr.-Ing. Eberhard Klüber, März 1988
- Nr. 29 Untersuchungen über den Primärspannungszustand in bindigen überkonsolidierten Böden am Beispiel des Frankfurter Untergrundes  
Dr.-Ing. Hermann Mader, Februar 1988
- Nr. 30 Coulombsches Extremalprinzip und Schranken des Erddrucks  
Prof. Dr.-Ing. T. Dietrich und Dr.-Ing. U. Arslan, Juni 1989
- Nr. 31 Beitrag zur Beschreibung des Materialverhaltens bindiger Böden unter allgemeiner nichtmonotoner Belastung  
Dr.-Ing. Gerhard Muth, Juli 1989