



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Ein Beitrag zur Vordimensionierung der  
Steifigkeitseigenschaften metallischer Bauteile  
durch die systematische Integration additiv  
gefertigter Meso-Strukturen

vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Fiona Schulte, M.Sc.

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Eckhard Kirchner  
Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Edgar Dörsam  
Tag der Einreichung: 27. Juni 2023  
Tag der mündlichen Prüfung: 18. Oktober 2023

Darmstadt 2023  
D17

Ein Beitrag zur Vordimensionierung der Steifigkeitseigenschaften metallischer Bauteile durch die systematische Integration additiv gefertigter Meso-Strukturen

Genehmigte Dissertation von Fiona Schulte, M.Sc.

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Eckhard Kirchner  
Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Edgar Dörsam

Tag der Einreichung: 27.06.2023  
Tag der mündlichen Prüfung: 18.10.2023

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt - D17  
Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUprints: 2023

Veröffentlicht unter CC BY-NC-ND 4.0 International

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:  
URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-263861  
URL: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/26386>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von TUprints,  
E-Publishing-Service der TU Darmstadt  
<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>  
[tuprints@ulb.tu-darmstadt.de](mailto:tuprints@ulb.tu-darmstadt.de)

Veröffentlicht unter Creative Commons Attribution-NonCommercial-NonDerivatives (CC BY-NC-ND 4.0 International)





---

# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbstständig verfasst habe.

Darmstadt, den 27. Juni 2023

Schulte  
Fiona Schulte

---

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet für Produktentwicklung und Maschinenelemente (pmd) an der Technischen Universität Darmstadt.

Nach meiner vierjährigen Beschäftigung am Fachgebiet möchte ich allen Personen danken, die mich während dieser Zeit unterstützt haben. Besonders möchte ich meinem Doktorvater und Leiter des Instituts Herrn Prof. Dr.-Ing. Eckhard Kirchner für die Möglichkeit der Promotion und die wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit danken. Sie hatten stets ein offenes Ohr für die Inhalte und Herausforderungen meiner Forschung und lieferten mir in Diskussionen und durch Ihre Anmerkungen und Ideen wertvolle Denkanstöße, womit Sie zum Gelingen meiner Forschung beigetragen haben.

Darüber hinaus möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Edgar Dörsam, Leiter des Instituts für Druckmaschinen und Druckverfahren für die freundliche Übernahme des Koreferats danken. Beim fachlichen Austausch zu den Inhalten und der Struktur der Arbeit haben Sie mir wichtige Impulse geliefert, die mir bei der Strukturierung und inhaltlichen Schärfung der Arbeit geholfen haben.

Herzlich danken möchte ich auch allen ehemaligen und derzeitigen Kolleginnen und Kollegen am Fachgebiet pmd für die gute Arbeitsatmosphäre und das kollegiale Miteinander. Besonders danke ich Kay-Eric Steffan, Jannik Reichwein, Johannes Geis, Marco Noack und Kris Rudolph, für ihre Unterstützung, angefangen von fachlichen Diskussionen im Arbeitsbereich Additive Fertigung, die mir wertvolle Ideen geliefert haben, bis hin zur Hilfe bei der Bedienung der Fertigungsanlage. Danken möchte ich an dieser Stelle noch einmal Jannik Reichwein für die gewissenhafte Korrektur meiner Arbeit, die mir bei der Finalisierung sehr geholfen hat.

Mein Dank gilt zudem Volker Roßmann und Jochen Ott in der mechanischen Werkstatt des pmd für die kompetente Unterstützung bei der Herstellung von Meso-Struktur-Probekörpern ebenso wie allen Studierenden, die im Rahmen von Abschlussarbeiten oder hilfswissenschaftlichen Tätigkeiten inhaltlich zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Zuletzt möchte ich ganz besonders meiner Familie, meinem Partner und meinen Freunden danken, die mich immer motiviert und mir den Rücken gestärkt und freigehalten haben.

Darmstadt, 27. Juni 2023

Fiona Schulte

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b>		<b>VIII</b>
<b>Symbole</b>		<b>IX</b>
<b>1 Einleitung</b>		<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .		1
1.2 Gegenstand der Arbeit . . . . .		4
1.3 Aufbau der Arbeit . . . . .		4
<b>2 Grundlagen</b>		<b>7</b>
2.1 Laser-pulverbettbasiertes Schmelzen (L-PBF) . . . . .		9
2.2 Potentiale der additiven Fertigung . . . . .		10
2.3 Additiv gefertigte Meso-Strukturen . . . . .		12
2.3.1 Arten von Meso-Struktur-Elementarzellen . . . . .		14
2.3.2 Gradierung additiv gefertigter Meso-Strukturen . . . . .		17
2.4 Charakterisierung additiv gefertigter Meso-Strukturen . . . . .		18
2.4.1 Versuchsführung zur Charakterisierung von Meso-Strukturen . . . . .		18
2.4.2 Finite-Elemente-Methode zur Charakterisierung von Meso-Strukturen . . . . .		23
2.5 Mechanische Eigenschaften von Meso-Strukturen . . . . .		29
2.5.1 Steifigkeit homogener Meso-Strukturen . . . . .		31
2.5.2 Steifigkeit gradierter Meso-Strukturen . . . . .		33
2.6 Potentiale und Anwendungen additiv gefertigter Meso-Strukturen . . . . .		35
2.7 Grundlagen der methodischen Produktentwicklung . . . . .		38
2.7.1 Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 . . . . .		39
2.7.2 Methodische Ansätze zur Integration von Meso-Strukturen . . . . .		39
<b>3 Forschungsdesign</b>		<b>44</b>
3.1 Forschungsbedarf . . . . .		44
3.2 Wissenschaftliche Ziele . . . . .		45
3.3 Forschungsfragen . . . . .		46
3.4 Forschungsvorgehen . . . . .		47
<b>4 Finite-Elemente-Modell für die Steifigkeitsanalyse additiv gefertigter Meso-Strukturen</b>		<b>52</b>
4.1 Ermittlung der mechanischen Steifigkeitseigenschaften von Meso-Strukturen . . . . .		52
4.2 Finite-Elemente-Modell für homogene Meso-Strukturen . . . . .		55
4.2.1 Modellierung der Elementarzellen . . . . .		55

4.2.2	Finite-Elemente-Netz . . . . .	56
4.2.3	Virtueller Versuchsaufbau . . . . .	57
4.2.4	Randbedingungen . . . . .	59
4.2.5	Lastszenario . . . . .	62
4.2.6	Auswertung . . . . .	64
4.3	Triangulation der Modellergebnisse mit der Literatur . . . . .	66
4.4	Experimentelle Verifikation des Finite-Elemente-Modells für homogene Gitterstrukturen . . . . .	67
4.4.1	Versuchsplanung . . . . .	67
4.4.2	Probekörpergestaltung . . . . .	70
4.4.3	Probekörperherstellung . . . . .	71
4.4.4	Versuchsdurchführung . . . . .	73
4.4.5	Versuchsergebnisse . . . . .	74
4.4.6	Auswertung experimenteller und simulativer Ergebnisse . . . . .	75
4.5	Finite-Elemente-Modell für gradierte Meso-Strukturen . . . . .	78
4.5.1	Modellierung der Elementarzellen . . . . .	79
4.5.2	Finite-Elemente-Netz . . . . .	80
4.5.3	Virtueller Versuchsaufbau . . . . .	81
4.5.4	Randbedingungen . . . . .	81
4.5.5	Lastszenario . . . . .	84
4.5.6	Auswertung . . . . .	86
4.6	Triangulation der Modellergebnisse mit der Literatur . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Modell zur Vordimensionierung additiv gefertigter Meso-Strukturen</b>	<b>91</b>
5.1	Konstruktive Merkmale für die mechanischen Eigenschaften von Meso-Strukturen . . . . .	92
5.2	Mechanische Eigenschaften additiv gefertigter Meso-Strukturen . . . . .	95
5.2.1	Elementarzellen-Steifigkeit abhängig von Gestaltmerkmalen . . . . .	97
5.2.2	Steifigkeit homogener Meso-Strukturen . . . . .	101
5.2.3	Steifigkeit gradierter Meso-Strukturen . . . . .	129
5.3	Modellierung additiv gefertigter Meso-Strukturen für die Bauteilsynthese	138
5.3.1	Auslegungsmodell . . . . .	139
5.3.2	Einfluss des Werkstoffs . . . . .	141
5.3.3	Ermittlung neuer Dimensionierungsgleichungen . . . . .	143
5.3.4	Nutzen und Grenzen des Auslegungsmodells . . . . .	144
<b>6</b>	<b>Methode zur systematischen Integration von additiv gefertigten Meso-Strukturen in Bauteile</b>	<b>147</b>
6.1	Einordnung in den Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 . . . . .	147
6.2	Vorgehen zur Vordimensionierung von Meso-Strukturen . . . . .	148
6.3	Evaluation der Methode anhand eines Anwendungsbeispiels . . . . .	152
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>156</b>
7.1	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse . . . . .	156
7.2	Ausblick . . . . .	158

<b>A Anhang</b>	<b>161</b>
A.1 Berechnung der 2D-Stabwerkzelle im Kragträger . . . . .	161
A.2 Variation der Streben auf den Würfelkanten bei der BFCC- und Oktett- Fachwerk-Topologie . . . . .	161
A.3 Querkontraktionszahl abhängig vom Dimensionsverhältnis . . . . .	163
A.4 Einfluss des Werkstoffs . . . . .	165
A.5 Gradienteneinfluss bei der FCC-Elementarzelle . . . . .	166
A.6 Koeffizienten der Dimensionierungsgleichungen für Normalsteifigkeit, Schubsteifigkeit und Querkontraktionszahl . . . . .	170
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>XXVI</b>

# Abkürzungsverzeichnis

AM	.....	Additive Manufacturing
BCC	.....	Body Centred Cubic
BFCC	.....	Body Face Centred Cubic
CAD	.....	Computer Aided Design
CAE	.....	Computer Aided Engineering
CBCC	.....	Cross Body Centred Cubic
CC	.....	Cross-Cubic
DoE	.....	Design of Experiment
ECC	.....	Edge Centred Cubic
FCC	.....	Face Centred Cubic
FE	.....	Finite-Elemente
FEA	.....	Finite-Elemente-Analyse
FEM	.....	Finite-Elemente-Methode
IWP	.....	I-graph-wrapped package
L-PBF	.....	Laser-Powder Bed Fusion
PBC	.....	Periodic Boundary Conditions
pmd	.....	Institut für Produktentwicklung und Maschinenelemente
RVE	.....	Repräsentatives Volumenelement
SLM	.....	Selective Laser Melting
STL	.....	Surface Tessellation Language
TPMS	.....	Triply Periodic Minimal Surface

# Symbole

Symbol	Name	Beschreibung	Einheit
$A$	Querschnittsfläche	Fläche	$\text{mm}^2$ ( $\text{m}^2$ )
$b$	Breite	Breite des Kragträgers	$\text{mm}$ ( $\text{m}$ )
$C_{ijkl}$	Steifigkeitskomponente	Komponente der Steifigkeitsmatrix	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$D$	Dicke	Längenmaß	$\text{mm}$ ( $\text{m}$ )
$d$	Strukturdicke	Strukturdicke der Flächen- bzw. Durchmesser der Streben-Meso-Strukturen	$\text{mm}$ ( $\text{m}$ )
$d$	Strebendurchmesser	Durchmesser der Streben in Meso-Strukturen	$\text{mm}$ ( $\text{m}$ )
$d(z)$	Durchmesserverlauf	Strebendurchmesser als Funktion von $z$	$\text{mm}$ ( $\text{m}$ )
$d_L$	Fokusbereich	Durchmesser des Laserfokus der L-PBF-Anlage	$\mu\text{m}$ ( $\text{m}$ )
$e$	Fehlermarge	Umfang des Stichprobenfehlers	—
$E$	Normalsteifigkeit	Elastizitätsmodul	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$E(z)$	Normalsteifigkeitsverlauf	Verlauf der Normalsteifigkeit über die Höhe des Kragträgers	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$E_S$	Normalsteifigkeit des Werkstoffs	Elastizitätsmodul des Werkstoffs	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )

Symbol	Name	Beschreibung	Einheit
$E_{\text{eq}}$	äquivalente Normalsteifigkeit	Elastizitätsmodul bezogen auf das Volumen einer Elementarzelle	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$E^*$	bezogene Normalsteifigkeit	äquivalente Normalsteifigkeit der Elementarzelle bezogen auf die Werkstoffsteifigkeit	—
$F$	Kraft		$\text{N (kg m/s}^2)$
$\vec{F}$	Kraftvektor		$\text{N (kg m/s}^2)$
$G$	Schubsteifigkeit	Schubmodul	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$G_{\text{S}}$	Schubsteifigkeit des Werkstoffs	Schubmodul des Werkstoffs	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$G_{\text{eq}}$	äquivalente Schubsteifigkeit	Schubmodul bezogen auf das Volumen einer Elementarzelle	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$G^*$	bezogene Schubsteifigkeit	äquivalente Schubsteifigkeit der Elementarzelle bezogen auf die Werkstoffschubsteifigkeit	—
$h$	Höhe	Längenmaß des Kragträgers	mm (m)
$k$	mechanische Steifigkeit	mechanische Steifigkeit	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$\underline{K}$	mechanische Steifigkeitsmatrix	mechanische Steifigkeiten in Matrixform	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$l$	Kantenlänge	Kantenlänge der Elementarzellen-Einhüllenden	mm (m)
$l_{\text{A}}$	Ausgangslänge	Ausgangslänge vor einer Dehnung	mm (m)



Symbol	Name	Beschreibung	Einheit
$\Delta l$	Längenänderung	Längenänderung durch Dehnung oder Verschiebung	mm (m)
$m$	Masse	Masse	kg
$\vec{n}$	Normalenvektor	Vektor in Normalenrichtung	–
$P$	Leistung	Laserleistung	W ( $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ )
$p_{\text{Ag}}$	Differenzialdruck	Differenzialdruck für die Argonbegasung während des L-PBF-Fertigungsprozesses	mbar ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$p_j^\alpha$	Periodizitätsvektor	Vektor zur Beschreibung der Periodizität in PBC	–
$p$	bezogene Standardabweichung	Standardabweichung bezogen auf den Mittelwert	–
$R_e$	Fließgrenze	Werkstoffkennwert, Obergrenze des elastischen Bereichs	$\text{N/mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$R^2$	Bestimmtheitsmaß	Gütemaß der linearen Regression	–
$t$	Tiefe	Tiefenmaß des Kragträgers	mm (m)
$T$	Temperatur	Temperatur der Bauplattform während des L-PBF-Fertigungsprozesses	°C (K)
$u_i$	Verschiebung	Verschiebung des Knotens $i$ im FEM-Modell	mm (m)
$V_{\text{Kragträger}}$	Kragträgervolumen	Volumen des Kragträgers	$\text{mm}^3$ ( $\text{m}^3$ )
$v$	Scangeschwindigkeit	Scangeschwindigkeit des Lasers der L-PBF-Anlage	m/s

Symbol	Name	Beschreibung	Einheit
$\vec{u}$	Verschiebungsvektor	Verschiebungen eines finiten Elements in Vektorform	mm (m)
$x$	Stichprobe	Anzahl Probekörper	—
$x_j$	Elementarzellenkoordinate	Koordinatenwert des Knotens $j$	mm (m)
$y_i$	simulierter Wert	simulierter Wert an Stelle $i$	—
$\hat{y}_i$	vorhergesagter Wert	vorhergesagter Wert durch Näherungsfunktion	—
$\bar{y}_i$	Durchschnittswert	Durchschnittswert der angenäherten Größe	—
$z$	Faktor des Konfidenzniveaus	Vielfaches des Standardfehlers für das Konfidenzniveau	—
$\gamma$	Gleitung	Winkeländerung bei Verzerrungen	—
$\epsilon$	Dehnung	Längenänderung bezogen auf die Ausgangslänge	—
$\vec{\epsilon}$	Dehnungsvektor	Längenänderung bezogen auf die Ausgangslänge in Vektorform	—
$\lambda$	Wellenlänge	Wellenlänge des Lasers	nm (m)
$\nu_S$	Werkstoff- Querkontraktionszahl	Querkontraktionszahl des Werkstoffs	—
$\nu_{eq}$	äquivalente Querkontraktionszahl	Querkontraktionszahl bezogen auf das Volumen einer Elementarzelle	—

Symbol	Name	Beschreibung	Einheit
$\nu^*$	bezogene Querkontraktionszahl	äquivalente Querkontraktionszahl der Elementarzelle bezogen auf die Werkstoffquerkontraktionszahl	—
$\rho^*$	relative Dichte	Elementarzellenmasse bezogen auf die Einhüllendenmasse	—
$\rho_{\text{eq}}$	äquivalente Dichte	Dichte der Meso-Struktur	$\text{kg}/\text{m}^3$
$\rho_{\text{S}}$	Werkstoffdichte	Dichte des Werkstoffs	$\text{kg}/\text{m}^3$
$\sigma$	Normalspannung	Spannung	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$\vec{\sigma}$	Spannungvektor	Spannung in Vektorform	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$\sigma_{\text{max}}$	maximale Normalspannung	maximale Normalspannung innerhalb des Kragträgers	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$\sigma(z)$	Spannungsverlauf	Normalspannungsverlauf im Kragträger	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$\tau$	Schubspannung	Spannung unter Schubbeanspruchung	$\text{N}/\text{mm}^2$ ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )
$\Omega$	Oberfläche	Oberfläche der Randbedingungen in der Finite-Elemente-Methode	$\text{mm}^2$ ( $\text{m}^2$ )

## Kurzfassung

Die additive Fertigung ermöglicht es, Meso-Strukturen, auch Gitterstrukturen genannt, in Bauteile zu integrieren. Meso-Strukturen bestehen aus sich periodisch wiederholenden Elementarzellen mit vielfältigen Topologien, die durch die Merkmale Strukturdicke und Kantenlängen der Elementarzellen-Einhüllenden definiert sind. Die geometrische Vielfalt und die variablen Merkmale ergeben eine Vielzahl nutzbarer Eigenschaften. Besonders die hohe Leichtbaugüte der Meso-Strukturen ist von Bedeutung.

Meso-Strukturen in Bauteile zu integrieren, erfordert eine gezielte Auslegung der Eigenschaften der Meso-Strukturen während des Produktentwicklungsprozesses (PEP). Zur Bewertung und Auswahl von Bauteilkonzepten mit und ohne Meso-Strukturen im Vergleich ist eine einfache und schnelle Vorauslegung der Meso-Strukturen zweckmäßig. Die Auslegung mittels simulationsgestützter Optimierung oder iterativer Dimensionierung, wie sie in der Literatur beschrieben wird, führt zu einem hohen Auslegungsaufwand und Einflüsse einzelner Merkmale auf die Bauteileigenschaften sind nicht direkt ersichtlich.

Ziel der Arbeit ist es daher, eine Methode zur Vordimensionierung der Meso-Strukturen zu erarbeiten, in welcher die Zusammenhänge zwischen den leichtbaurelevanten Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen und den Merkmalen Topologie, Strukturdicke und Kantenlänge würfelförmiger Elementarzellen-Einhüllender, für eine beanspruchungsgerechte Dimensionierung mit einem Modell beschrieben werden. Dazu werden die Zusammenhänge für homogene Meso-Strukturen mittels Finite-Elemente-Methode (FEM) untersucht und eine Dimensionierungsgleichung für die Auslegung der Meso-Strukturen ermittelt, die eine Vordimensionierung der Steifigkeitseigenschaften ohne erneute Verwendung von Simulationen ermöglicht. Die Dimensionierungsgleichung beschreibt topologieweise die Normal- und Schubsteifigkeit der Meso-Struktur-Elementarzellen, abhängig vom Dimensionsverhältnis Strukturdicke zu Kantenlänge der Elementarzellen-Einhüllenden. Das FEM- und das Dimensionierungsmodell werden initial experimentell verifiziert.

Die beanspruchungsgerechte Gestaltung erfordert lokal unterschiedliche Ausprägungen der Merkmale der Meso-Strukturen. Für die Anpassung an die lokale Beanspruchung wird eine Variation der Strukturdicke sowie deren Gradierung vorgesehen, um die Bereiche unterschiedlicher Strukturdicken ohne Steifigkeitssprünge zu verbinden. Die Auswirkung der Gradierung wird ebenfalls mittels FEM untersucht. Abhängig von der relativen Durchschnittsdichte werden die Steifigkeitseigenschaften durch die Gradierung verglichen mit einer homogenen Elementarzelle der gleichen Durchschnittsdichte reduziert. Anhand der Ergebnisse, wird ein Kriterium für die Dimensionierung von Gradienten, ausgehend von der lokal erforderlichen Dicke einer homogenen Elementarzelle, ermittelt.

Die Anwendung des Modells zur Vorauslegung in der Konzeptphase des PEP wird durch ein methodisches Vorgehen systematisiert und beispielhaft evaluiert.

# Abstract

Additive manufacturing enables the integration of meso structures, also called lattice structures, as internal structures in components. Meso structures consist of periodically repeating elementary cells with diverse topologies defined by the characteristics structural thickness and edge lengths of the elementary cell's envelope. The geometric diversity and variable characteristics result in a variety of useful properties. The usage of meso structures is particularly important for high quality of lightweight design.

Integrating meso structures into components requires a purposive design of the meso structures' properties during the product development process (PDP). To evaluate and select component concepts with and without meso structures in comparison, a simple and fast preliminary design of the meso structures is expedient. A preliminary design using simulation-based optimization or iterative dimensioning, as described in literature, leads to an extensive design effort and the impact of particular characteristics on the component's properties is not immediately evident.

Therefore, objective of this work is the development of a method for pre-dimensioning of meso structures, in which the interrelations between the meso structures' stiffness properties relevant to lightweight design and the characteristics of topology, structural thickness and edge length of a cube-shaped elementary cell envelope, are described for stress-appropriate dimensioning. For this purpose, the interrelations for homogeneous meso structures are analysed using finite element method (FEM) and a dimensioning equation for the design of the meso structures is determined, which allows pre-dimensioning the stiffness properties without repeated usage of FEM-simulations. The dimensioning equation describes the normal and shear stiffness of the meso structure elementary cells topology-wise, depending on the aspect ratio of structural thickness to edge length of the elementary cell envelope. The FEM and the dimensioning model are initially verified by experiments.

The stress-appropriate design requires locally different characteristics of the meso structures. Variation of the structural thickness as well as its functional grading is intended to be used to match the local stresses and connect the regions of different structural thickness while avoiding stiffness jumps. The effect of grading is also analysed using FEM. Depending on the average relative density, the stiffness properties are reduced due to grading, compared to a homogeneous unit cell of the same average relative density. Based on these results, a criterion for dimensioning the grading is determined, based on the required local thickness of a homogeneous unit cell.

The application of the model for preliminary design during the concept phase of the PDP is systematized by a methodological procedure and exemplarily evaluated.

# 1 Einleitung

Die additive Fertigung ist eine junge Fertigungstechnologie, die vielfältige Möglichkeiten bietet und daher im industriellen Kontext an Bedeutung gewinnt. Die Technologie kann insbesondere dort gewinnbringend angewandt werden, wo ihre spezifischen Potentiale ausgeschöpft werden. Die Potentiale ergeben sich vor allem aus der hohen geometrischen Freiheit, die der schichtweise Aufbau von Bauteilen bietet, sowie der Möglichkeit zum Verzicht auf formgebende Werkzeuge.<sup>1</sup>

Die Bedeutung der additiven Fertigung ergibt sich zu einem großen Teil aus der Möglichkeit, durch Ausnutzung der geometrischen Freiheit Leichtbau zu erreichen.<sup>2</sup> Ein geometrisches Potential, das die additive Fertigung von anderen Fertigungstechnologien abhebt, ist die Möglichkeit innerhalb von Bauteilen Hohlräume und Hinterschnitte herzustellen<sup>3</sup>. Dadurch können im Sinne des Leichtbaus topologieoptimierte Strukturen<sup>4</sup> direkt als Bauteil umgesetzt oder poröse Strukturen, wie sie z. B. in Schäumen oder geometrisch determinierten Meso-Strukturen zu finden sind, gefertigt werden<sup>5</sup>.

## 1.1 Motivation

Die Besonderheit additiv gefertigter, innerer Strukturen besteht darin, dass sie definiert gestaltet werden können. Dadurch sind sie gleichmäßig oder definiert lokal einstellbar, woraus entsprechende lokale Eigenschaften resultieren. Auch die Form der Hohlräume ist durch die additive Fertigung wählbar, während sie bei Schäumen oft auf die entstehenden annähernd ovalen und sphärischen Geometrien beschränkt ist<sup>6</sup> und stets stochastisch ungleichförmige Strukturen aufweist<sup>7</sup>. In Abbildung 1.1 sind zum Vergleich stochastische Schäume in (a) und (b) sowie determinierte Meso-Strukturen in (c) und (d) gezeigt<sup>8</sup>.

---

<sup>1</sup>vgl. Thompson et al. 2016, S. 737; Bender et al. 2021, S. 755; Lachmayer et al. 2016, S. 202; Breuninger et al. 2013, S. 1, 2, 202, 203; Lindemann et al. 2015, S. 216 f., 224.

<sup>2</sup>vgl. Thompson et al. 2016, S. 743, 744; Lachmayer et al. 2016, S. 49; Lindemann et al. 2015, S. 224; Schmidt 2016, S. 85; Kumke et al. 2016, S. 5.

<sup>3</sup>vgl. Breuninger et al. 2013, S. 183; Lachmayer et al. 2016, S. 45; Thompson et al. 2016, S. 741.

<sup>4</sup>vgl. Lindemann et al. 2015, S. 222; Thompson et al. 2016, S. 742.

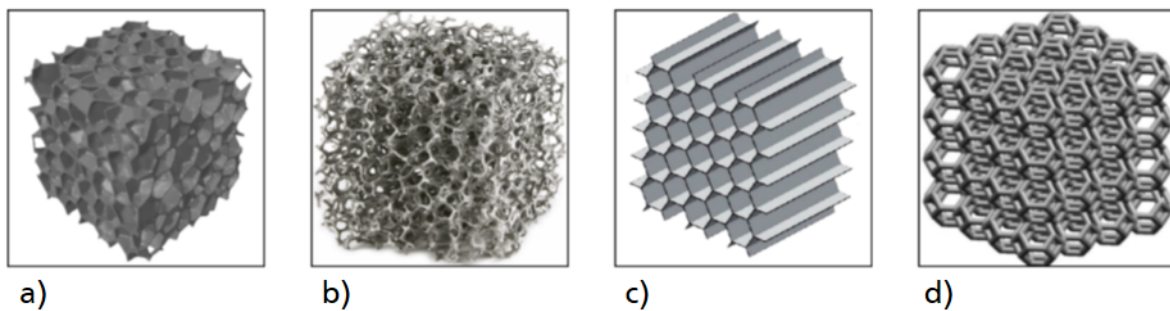
<sup>5</sup>vgl. Lindemann et al. 2015, S. 224; Thompson et al. 2016, S. 743, 744; Lachmayer et al. 2016, S. 49, 744; Kumke et al. 2016, S. 74.

<sup>6</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 15; Seharang et al. 2020, S. 3 ff., Dong et al. 2017, S. 4 f., Xiao et al. 2021, S. 19 ff., 25; Mostafa et al. 2021, S. 5 ff.,

<sup>7</sup>vgl. Gibson et al. 2001, S. 20 ff.,

<sup>8</sup>vgl. Park et al. 2021, S. 2.

<sup>9</sup>geändert von Park et al. 2021, S. 2.



**Abbildung 1.1:** stochastische Schäume in geschlossenporiger (a) und offenporiger (b) Form im Vergleich zu determinierten Honigwaben (c) und Gitterstrukturen (d)<sup>9</sup>

Die Definition determinierter, lokal variabler innerer Strukturen bietet eine Vielzahl von Varianten mit unterschiedlichen Vorteilen und erlaubt eine Strukturwahl, die für die Beanspruchung eines Bauteils besonders geeignet ist. Ebenso ermöglicht die determinierte Variation der Struktur eine Auslegung der Meso-Struktur angepasst an das Ausmaß der Beanspruchung. Auf diese Weise kann Material in dem Bauteil eingespart und es hinsichtlich seiner Leichtbaucharakteristik optimiert werden.<sup>10</sup>

Neben Leichtbau ermöglicht die Gestalt der Meso-Strukturen, eine Beeinflussung und gezielte Festlegung weiterer Eigenschaften des Bauteils. Dazu gehören Energieabsorption, Schwingungsdämpfung, elektrische Leitfähigkeit, Wärmeleitfähigkeit, das Einstellen programmierbarer Eigenschaften oder der Querkontraktionszahl des Bauteils, welche mithilfe der Strukturen als null oder negativ eingestellt werden kann.<sup>11</sup> Da die Meso-Strukturen mehrere Merkmale aufweisen, über die sie definiert werden, wie ihre Topologie, die Größe ihrer Elementareinheit oder die Dicke der Struktur, können auch mehrere dieser Eigenschaften gleichzeitig über eine Meso-Struktur festgelegt werden<sup>12</sup>.

Ein Beispiel für Bauteile, die sich diese Vorteile zunutze machen, sind Knochenimplantate, wie z. B. das Wirbelsäulenimplantat in Abbildung 1.2. Thompson beschreibt, dass das Implantat zur Korrektur einer Wirbelsäulenfehlstellung eingesetzt worden ist, die Ursache für chronische Schmerzen gewesen ist.<sup>13</sup>

Das Implantat ist mittels additiver Fertigung hergestellt worden, da eine individuelle und dem Körper angepasste Form mit zugeschnittenen Eigenschaften zur Behebung der Fehlstellung erforderlich gewesen ist<sup>15</sup>. Die Individualisierung und die freie Gestalt sind mittels additiver Fertigung ohne Mehraufwand in der Herstellung realisierbar, da keine Werkzeuge hergestellt werden müssen. Erforderlich für die Herstellung des Bauteils ist im

<sup>10</sup>vgl. Schulte et al. 2021b, S. 4 f., Teufelhart 2016, S. 134; Souza et al. 2018, S. 54; Maier 2015, S. 23.

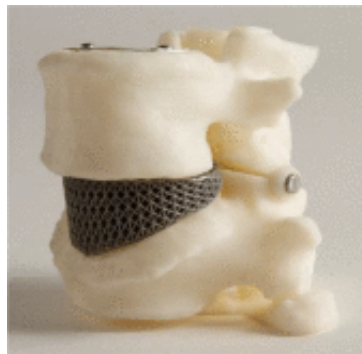
<sup>11</sup>vgl. Schulte et al. 2021b; Wei et al. 2018, S. 41 ff., Hanzl et al. 2019, S. 388 f., Zhang et al. 2021b, S. 1, 10 ff., Lambin et al. 2019, S. 1 ff., 10; Kang et al. 2019, S. 10 f., Han et al. 2018, S. 3 f., 8 ff., Winter et al. 2014, S. 2 f., 7 ff.,

<sup>12</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 7 ff., Scalzo et al. 2021, S. 8, 9, 15.

<sup>13</sup>vgl. Thompson 2018, S. 233, 234.

<sup>14</sup>Thompson 2018, S. 234.

<sup>15</sup>vgl. Thompson 2018, S. 233, 234.



**Abbildung 1.2:** Additiv gefertigtes Knochenimplantat zur Korrektur der Wirbelsäulenstellung<sup>14</sup>

Wesentlichen eine CAD-Datei in einem für die additive Fertigungsanlage verarbeitbaren Format. Die additive Fertigung erlaubt darüber hinaus die Verarbeitung biokompatibler Materialien, aber auch die Nutzung weiterer gestalterischer Potentiale des Verfahrens für die Optimierung des Implantats. Dazu wird insbesondere die innere Struktur genutzt. Diese wird als Gitter gestaltet, um die Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften des Implantats auf die eines Knochens einzustellen und die Masse des Implantats durch weniger eingesetztes Material gering zu halten.<sup>16</sup> Des Weiteren ermöglicht die filigrane Meso-Struktur einen besseren Halt innerhalb des Körpers, da die Meso-Struktur eine große Oberfläche für die Anhaftung von körpereigenem Gewebe bietet und das Gewebe um die Strukturen herum wächst, sodass das Implantat fixiert ist<sup>17</sup>. Im Fall von Implantaten kann die Herstellung mittels additiver Fertigung sogar dazu beitragen, dass die Fertigungsdauer gegenüber einer konventionellen Fertigung desselben Implantats reduziert wird. Dies haben Yan et al. bei der Herstellung eines Kieferknochenimplantats festgestellt.<sup>18</sup>

Am Beispiel des Implantats wird deutlich, dass Bauteile mit integrierten Meso-Strukturen, für mechanische Belastung eingesetzt werden<sup>19</sup>. Dies trifft auf nahezu alle Bauteile mit Meso-Strukturen zu, da sie in der Regel entweder ausschließlich oder zumindest neben einer weiteren Funktion als lasttragende Struktur verwendet werden<sup>20</sup>. Bei rein mechanischer Belastung bieten Meso-Strukturen gegenüber topologieoptimierten Strukturen oder Strukturen, die an Trajektorien ausgerichtet sind<sup>21</sup>, vor allem den Vorteil der flächigen Abstützung von Außenhautbereichen<sup>22</sup>, etwa bei Kräfteinleitungsbereichen oder aerodynamischen Profilen, die einerseits Leichtbau und andererseits eine definierte Außengeometrie erfordern. Ein weiterer Vorteil ist die einheitliche Modellierung und damit einhergehende fertigungstechnische Beherrschbarkeit, da bekannte und hinsichtlich Fertigbarkeit praktisch erprobte Meso-Strukturen verwendet werden können. Bei der

<sup>16</sup>vgl. Thompson 2018, S. 233, 234.

<sup>17</sup>vgl. Thompson 2018, S. 233; Lachmayer et al. 2017, S. 25.

<sup>18</sup>vgl. Yan et al. 2018, S. 9.

<sup>19</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 16 ff., Vega-Moreno et al. 2020, S. 8; Riva et al. 2021, S. 671.

<sup>20</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 16 ff., Lachmayer et al. 2017, S. 25, 26; Seharang et al. 2020, S. 7, 10, 11; Feng et al. 2021, S. 9 f.,

<sup>21</sup>vgl. Teufelhart 2016, S. 56 ff.,

<sup>22</sup>vgl. Vega-Moreno et al. 2020, S. 7 ff.,



Gestaltung von Halterungen mit mehreren Krafteinleitungsbereichen bieten die Meso-Strukturen gegenüber Topologieoptimierungen aus Vollmaterial überdies den Vorteil, dass die Meso-Struktur an eine Änderung der Position oder Anzahl der Krafteinleitung im Bauteil einfach angepasst werden kann, während eine Topologieoptimierung in solchen Fällen neu durchgeführt werden muss.

Eine Schwierigkeit bei Meso-Strukturen ist jedoch, dass sie aufwändig auszulegen sind, da in der Regel iterative Simulationen oder Optimierungen durchgeführt werden, um die gewünschten Eigenschaften zu erhalten.<sup>23</sup> Zudem steht keine systematische Unterstützung für die Auslegung zur Verfügung.

Für eine effiziente, systematische Auslegung der Meso-Strukturen ist es erforderlich, deren Eigenschaften zu kennen und die Zusammenhänge zwischen diesen und den vielfältigen, einstellbaren gestalterischen Merkmalen der Meso-Strukturen zu beschreiben.

## 1.2 Gegenstand der Arbeit

Die Meso-Strukturen bieten, wie in Abschnitt 1.1 beschrieben, eine Vielzahl von gestalterischen Merkmalen, die es ermöglichen, die Eigenschaften der Meso-Struktur einzustellen<sup>24</sup>. Für die Auslegung definierter Meso-Strukturen müssen diese Merkmale festgelegt werden. Für die mechanische Auslegung sind in erster Linie die Steifigkeit und Festigkeit auszulegen, die beide durch die gestalterischen Merkmale definierbar sind. Über die Steifigkeit wird das Betriebsverhalten unter mechanischer Last beschrieben<sup>25</sup>, daher wird die Steifigkeit hier untersucht.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Zusammenhänge zwischen den gestalterischen Merkmalen und den Steifigkeitseigenschaften von additiv gefertigten Streben-Meso-Strukturen zu ermitteln und im Sinne der Dimensionierung und Auslegung zu modellieren. Das Modell zielt darauf ab, dass die Einflussnahme der gestalterischen Merkmale anhand mathematischer Zusammenhänge ersichtlich wird und deren Anpassung zielgerichtet erfolgen kann. Damit ist die Dimensionierung gegenüber simulationsgestützten, iterativen Vorgehen oder numerischen Optimierungen zeiteffizienter durchführbar. Die systematische Integration von Meso-Strukturen in Bauteile während der Konzeptphase gemäß VDI 2221<sup>26</sup> soll dabei sichergestellt und anhand einer beispielhaften Anwendung evaluiert werden.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist in sieben Kapitel gegliedert, deren Aufbau in Abbildung 1.3 schematisch gezeigt ist. Kapitel 2 umfasst die Grundlagen der additiven Fertigung allgemein, additiv


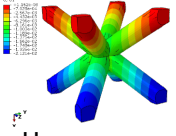
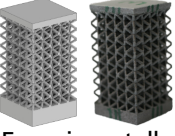
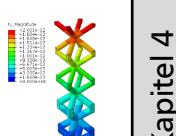

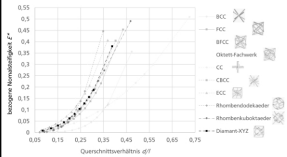

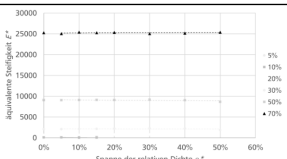
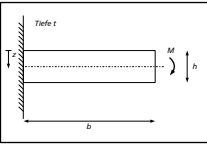
---

<sup>23</sup>vgl. Xiao et al. 2021, S. 12; Dong et al. 2017, S. 25, 2; Mostafa et al. 2021, S. 5 ff., Weeger et al. 2019, S. 4 ff., Nguyen et al. 2021, S. 33.

<sup>24</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 7 ff., Scalzo et al. 2021, S. 8, 9, 15.

<sup>25</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 484, 485, 886; Gross et al. 2021a, S. 283.

<sup>26</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, S. 30.

Stand der Forschung	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">                 Additive Fertigung  <b>Meso-Strukturen</b>   </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">                 Methodische Produktentwicklung                  Integration von Meso-Strukturen             </div> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center; margin-top: 10px;">                 Mechanische Eigenschaften                  Analytische Mechanik    Finite-Elemente-Methode    Versuchsführung             </div>		Kapitel 2
Forschungsdesign	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Forschungsbedarf</div> <div style="font-size: 20px;">➔</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Zielsetzung</div> <div style="font-size: 20px;">➔</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Forschungsfragen</div> <div style="font-size: 20px;">➔</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Forschungsvorgehen</div> </div>		Kapitel 3
Finite-Elemente-Modelle zur Charakterisierung der Meso-Strukturen	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">                   Homogene Meso-Strukturen             </div> <div style="text-align: center;">                   Experimentelle Verifikation             </div> <div style="text-align: center;">                   Gradierte Meso-Strukturen             </div> </div>		Kapitel 4
Beantwortung der Forschungsfragen	Forschungsfrage 1	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">                   Homogene Meso-Strukturen             </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">                 Approximationsfunktionen als Modell für die Dimensionierung             </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	Kapitel 5
	Forschungsfrage 2	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">                   Gradierte Meso-Strukturen             </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">                 Integration der Eigenschaftsänderung durch Grädierung im Modell             </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	Kapitel 5
	Forschungsfrage 3	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Vorgehen zur Auslegung</div> <div style="font-size: 20px;">➔</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Anwendungsbeispiel zur Verifikation</div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>	Kapitel 6
Diskussion der Ergebnisse	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Zusammenfassung</div> <div style="font-size: 20px;">➔</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">kritische Diskussion der Ergebnisse</div> </div>		Kapitel 7
Ausblick	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Ausblick auf Erweiterungsmöglichkeiten des Modells und der Methode</div> <div style="font-size: 20px;">➔</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">Ausblick auf weitere Forschungsansätze</div> </div>		Kapitel 7

**Abbildung 1.3:** Aufbau der Arbeit

gefertigter Meso-Strukturen und die Grundlagen der methodischen Produktentwicklung. Aufbauend darauf werden im Forschungsdesign in Kapitel 3 der Handlungsbedarf abgeleitet und die drei sich daraus ergebenden Forschungsfragen und –hypothesen sowie das

Vorgehen zu deren Beantwortung beschrieben. In Kapitel 4 wird der Aufbau der Finite-Elemente-Modelle erläutert, die Grundlage für die Untersuchung der Meso-Strukturen sind. Die Zusammenfassung der Ergebnisse der FEM-Analysen der Meso-Strukturen erfolgt in Kapitel 5 und das darauf aufbauende Modell für die Vordimensionierung von Meso-Strukturen als Antwort auf die Forschungsfragen 1 und 2 wird vorgestellt. Kapitel 6 gibt die Antwort auf die dritte Forschungsfrage. Für die Integration von Meso-Strukturen in Bauteile wird eine Methode für die Anwendung des erarbeiteten Modells abgeleitet und in den allgemeinen Produktentwicklungsprozess eingeordnet. Die Ergebnisse werden in Kapitel 7 diskutiert und ein Ausblick auf weiterführende Forschungsansätze gegeben.

## 2 Grundlagen

Dieses Kapitel beschreibt die Grundlagen der additiven Fertigung (AM), additiv gefertigter Meso-Strukturen und der Produktentwicklung.

Unter additiver Fertigung wird eine Gruppe von Fertigungsverfahren zusammengefasst, die durch den schichtweisen Auftrag von Material in unterschiedlicher Ausgangsform bzw. unterschiedlichem Aggregatzustand, z. B. Pulver, Filament, Harz oder Gas, Bauteile aufbauen. Da hierbei keine Werkzeuge benötigt werden<sup>1</sup>, sind die Verfahren gemäß der Einteilung nach DIN 8580<sup>2</sup> den urformenden Verfahren zugeordnet.<sup>3</sup>

Der Ablauf der additiven Fertigung ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Für einen funktionierenden Herstellungsprozess erfordern die additiven Fertigungsverfahren die Berücksichtigung des Verfahrens in der Konstruktion. Dabei werden ausgehend von der Definition der Anforderungen an das Bauteil die Materialauswahl getroffen, sowie eine AM-gerechte Gestaltung erarbeitet.<sup>4</sup> Die Gestalt wird in einer Computer Aided Design (CAD)-Software in eine diskretisierte Geometrie z. B. im Surface Tesselation Language (STL)-Format umgewandelt, die für die weitere Druckvorbereitung im Pre-Prozess benötigt wird.<sup>5</sup> Dem eigentlichen Druckprozess ist der Pre-Prozess vorgeschaltet, in dem die digitale Druckvorbereitung stattfindet. Dazu gehört vor allem das Ergänzen erforderlicher Stützkonstruktionen für das Bauteil. Des Weiteren wird im Pre-Prozess das Bauteil zusammen mit den Stützkonstruktionen im Bauraum orientiert und auf der Bauplattform positioniert. Bauteil und Stützkonstruktionen werden im Anschluss im Slicing digital in die zu fertigenden Schichten unterteilt. Nach der Vorbereitung des Bauteils ist die Konfiguration der AM-Maschine und ihrer Parameter nötig, bevor der Druckprozess gestartet werden kann.<sup>6</sup> Die In-Prozess-Phase umfasst den realen Druckprozess bis zur Entnahme des fertigen Bauteils, der durch eine Prozessüberwachung begleitet wird. Der Aufbau des Bauteils erfolgt durch den wiederholten, schichtweisen Auftrag von Material entsprechend der jeweiligen Schichtgeometrie aus dem Slicing.<sup>7</sup> Nach dem eigentlichen Druckprozess werden im Post-Prozess erforderliche Nachbearbeitungsschritte durchgeführt. Dazu gehören das Abtrennen des Bauteils von der Bauplattform, das Entfernen der Stützkonstruktionen sowie die Reinigung des Bauteils. Das Abtrennen von der Bauplattform und das Entfer-

---

<sup>1</sup>vgl. Lachmayer et al. 2016, S. 1, 2.

<sup>2</sup>vgl. Deutsches Institut für Normung e. V. 2003, S. 7 f.

<sup>3</sup>vgl. Lachmayer et al. 2020a, S. 2; Kumke 2018, S. 9; Kranz 2017, S. 11; Klahn 2015, S. 5.

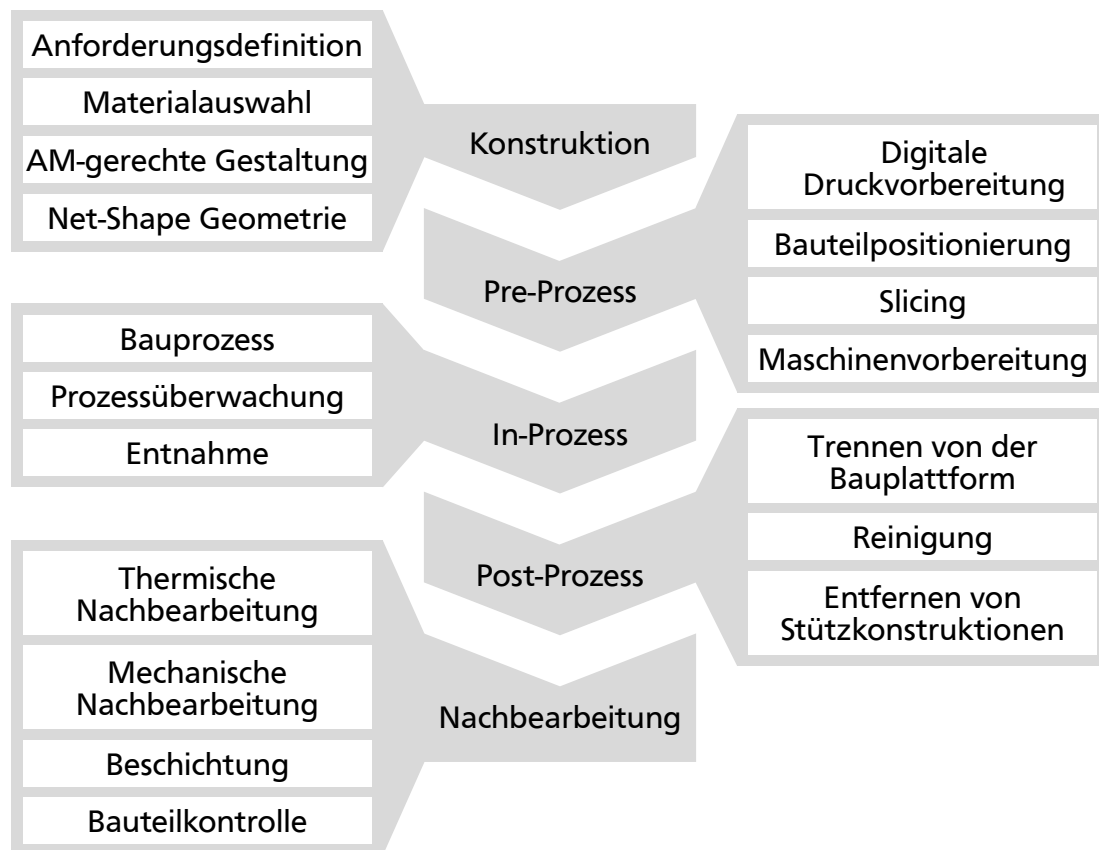
<sup>4</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 755, 773; Lachmayer et al. 2020a, S. 56, 164 ff., Lachmayer et al. 2017, S. 30; Kumke 2018, S. 42.

<sup>5</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 8; Lachmayer et al. 2017, S. 52.

<sup>6</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 759 f., Lachmayer et al. 2020a, S. 104 ff.

<sup>7</sup>vgl. Kranz 2017, S. 11; Lachmayer et al. 2016, S. 1 ff., Gebhardt 2016, S. 4; Bender et al. 2021, S. 758, 760.

nen der Stützkonstruktionen erfordern jeweils eine spanende Bearbeitung.<sup>8</sup> Nach dem Post-Prozess können weitere Nachbearbeitungsschritte zur Optimierung der Bauteileigenschaften nötig sein, z. B. eine mechanische Nachbearbeitung, etwa zur Verbesserung der Oberflächenqualität von Funktionsflächen, eine thermische Nachbehandlung, z. B. zur Reduktion von Eigenspannungen im Bauteil, oder eine Beschichtung. Am Ende des additiven Fertigungsvorgangs steht die Überprüfung des Bauteils.<sup>9</sup>



**Abbildung 2.1:** Ablauf der additiven Fertigung<sup>10</sup>

Zwischen den verschiedenen additiven Fertigungsverfahren unterscheiden sich die Mechanismen gemäß derer das Bauteil aufgebaut wird sowie die Auswahl möglicher Materialien, die sowohl Metalle, Kunststoffe als auch Keramiken einschließt<sup>11</sup>. Die lokale Verbindung des Materials wird je nach Verfahrensvariante über Verschmelzen des Materials infolge eines Energieeintrags mittels eines Laser- oder Elektronenstrahls, Verkleben durch Bindemittelauftrag, Aushärten reaktiver Harze infolge eines Energieeintrags durch ultraviolette oder Laserstrahlung oder Aufschmelzen in einer Düse und Auftragen gemäß der Bauteil-

<sup>8</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 27; Bender et al. 2021, S. 763 f.

<sup>9</sup>vgl. Kumke 2018, S. 10; Bender et al. 2021, S. 763 f., Lachmayer et al. 2020a, S. 9; Klahn 2015, S. 6 ff.

<sup>10</sup>in Anlehnung an Lachmayer et al. 2020a, S. 9.

<sup>11</sup>vgl. Lachmayer et al. 2016, S. 1 ff., VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 10 f., Gebhardt 2016, S. 64.

form realisiert. Die verwendeten Materialien liegen dabei je nach Verfahrensvariante in Form von Pulver, Draht bzw. Filament, in pastösem, flüssigem oder gasförmigem Zustand vor.<sup>12</sup>

Im Folgenden wird das Laser-pulverbettbasierte Schmelzen näher beschrieben, da dieses Verfahren im Verlauf der Arbeit zur Herstellung der Probekörper für experimentelle Untersuchungen zur Anwendung kommt.

## 2.1 Laser-pulverbettbasiertes Schmelzen (L-PBF)

Das Laser-pulverbettbasierte Schmelzen (engl. Laser-Powder Bed Fusion, L-PBF)<sup>13</sup>, auch unter dem geschützten Namen Selective Laser Melting (SLM) der Firma SLM Solutions bekannt, ist ein AM-Verfahren für die Herstellung von Metallbauteilen.<sup>14</sup>

Die erste Schicht des Bauteils wird beim L-PBF-Verfahren nach der initialen Beschichtung auf die Bauplattform aufgeschmolzen. Die unteren Schichten eines L-PBF-Bauteils werden im Post-Processing durchtrennt, um das Bauteil von der Bauplattform abzunehmen. Daher werden sie in der Regel als Stützkonstruktion gestaltet. Im weiteren Verlauf des Druckprozesses wird die Bauplattform um eine Schichtdicke abgesenkt, der Pulverschicht angehoben und eine Pulverschicht durch die Rakel aufgetragen. Anschließend wird das Material in jeder Schicht lokal, gemäß der Kontur aus den geometrischen Informationen des digitalen Pre-Prozesses, mittels der Energie eines Laserstrahls aufgeschmolzen und durch den Erstarrungsprozess mit dem bestehenden Bauteilbereich verbunden. Dieser Vorgang wird bis zur vollständigen Fertigstellung des Bauteils wiederholt, wie in Abbildung 2.2 als prinzipieller Ablauf dargestellt.<sup>15</sup>

Nach Abschluss des Druckprozesses wird das überschüssige Pulver entfernt und die Bauplattform aus der L-PBF-Anlage entnommen. Im Post-Processing werden die Bauteile mechanisch von der Bauplattform getrennt, verwendete Stützkonstruktionen entfernt und die Bauteile gereinigt, um anhaftende Pulverrückstände zu entfernen. Darüber hinaus können weitere Nachbearbeitungsschritte durchgeführt werden, wie beispielsweise eine Wärmebehandlung zur Reduktion von Eigenspannungen innerhalb des Bauteils oder eine mechanische Nachbearbeitung der Funktionsoberflächen am Bauteil, um deren Oberflächengüte zu verbessern.<sup>17</sup>

Mit dem L-PBF-Verfahren sind verschiedene Metalllegierungen verarbeitbar. Gängig ist unter anderem die Aluminiumlegierung AlSi10Mg, die häufig im Kontext des Leichtbaus eingesetzt wird. Das L-PBF-Verfahren bietet die Möglichkeit hochauflösende Bauteile mit hoher Dichte zu fertigen, die sich auch für lasttragende Anwendungen eignen. Limitiert ist

---

<sup>12</sup>vgl. Lachmayer et al. 2017, S. 1 ff., 52; Bender et al. 2021, S. 760, 761; Gebhardt 2016, S. 21, 26; Kumke 2018, S. 12 ff.

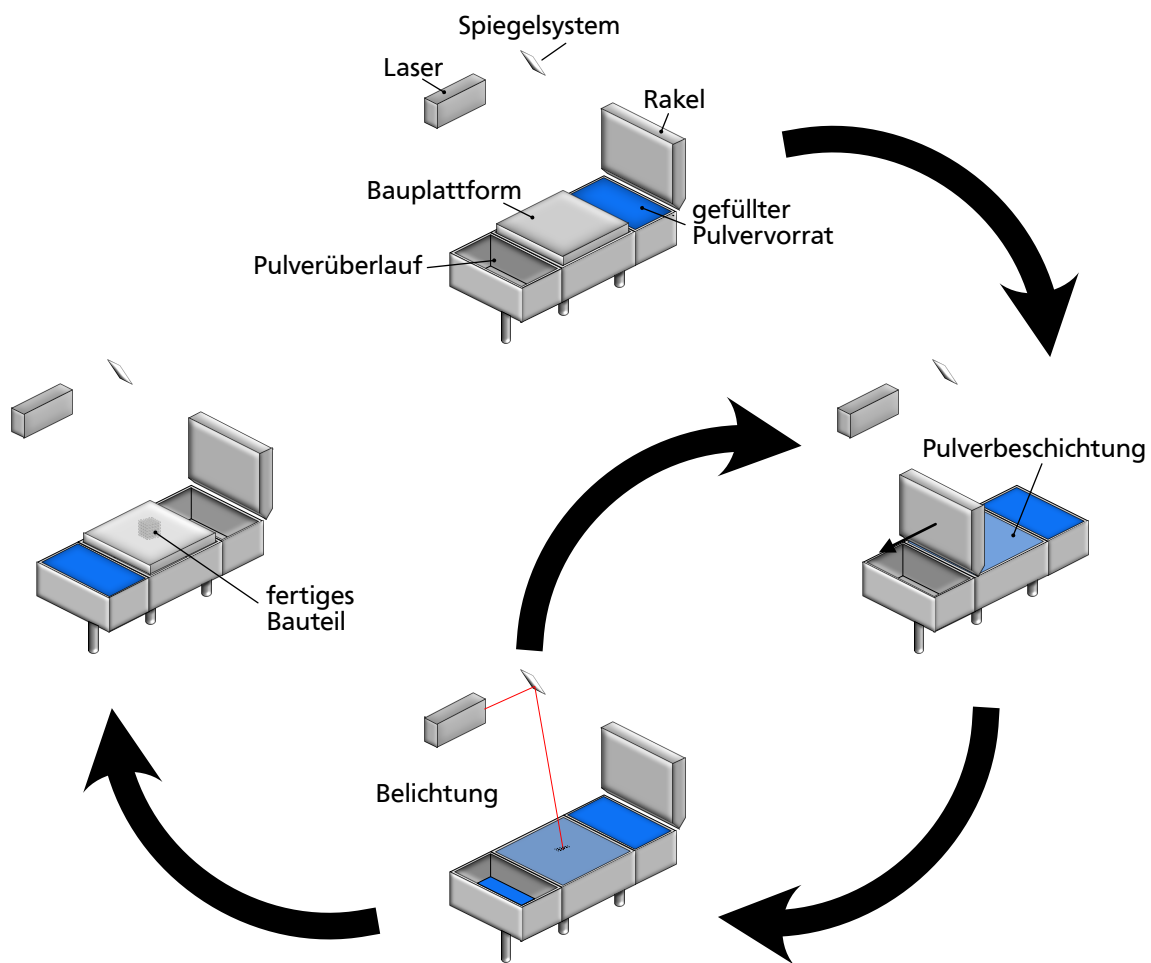
<sup>13</sup>vgl. Deutsches Institut für Normung e. V. 2022, S. 20 f.

<sup>14</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 762 f., Gebhardt 2016, S. 4 ff., 21 ff.

<sup>15</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 762 f., Gebhardt 2016, S. 4 ff., 21 ff., Lachmayer et al. 2020a, S. 165 f., Souza et al. 2018, S. 54; Kumke 2018, S. 14.

<sup>16</sup>in Anlehnung an Gebhardt 2016, S. 165.

<sup>17</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 763.



**Abbildung 2.2:** Prinzipieller Ablauf des Laser-pulverbettbasierten Schmelzens: Initiierung des additiven Fertigungsprozesses gefolgt von abwechselnder Beschichtung und Belichtung der Bauteilkontur bis das fertige Bauteil aus der Anlage entnommen werden kann<sup>16</sup>

das Verfahren in der Auflösung durch die Pulverkörnigkeit und den Laserfokussdurchmesser. Des Weiteren ist die Notwendigkeit zur Pulverentfernung zu beachten. Bei geschlossenen Hohlräumen wird Pulver im Inneren eingeschlossen, für dessen Entfernung Öffnungen vorgesehen werden müssen.<sup>18</sup>

## 2.2 Potentiale der additiven Fertigung

Durch den schichtadditiven, werkzeuglosen Aufbauprozess ergeben sich Potentiale für additiv gefertigte Bauteile im Vergleich zu konventionell gefertigten Bauteilen.<sup>19</sup> Potentiale

<sup>18</sup>vgl. Gebhardt 2016, S. 165 ff., Bender et al. 2021, S. 762.

<sup>19</sup>vgl. Lachmayer et al. 2016, S. 1, 2; Bender et al. 2021, S. 756 f.

werden dabei nach der Definition von Steffan et al. als „[...] positive properties that are exclusive to a given manufacturing process or significantly better than comparable manufacturing processes [...]“<sup>20</sup> (dt.: positive Eigenschaften, die exklusiv für ein bestimmtes Fertigungsverfahren oder signifikant besser als bei vergleichbaren Fertigungsverfahren sind) aufgefasst.

In erster Linie ist die signifikant erhöhte geometrische Freiheit bei der Gestaltung von Bauteilen und Strukturen Grundlage für die diversen geometrischen Potentiale der additiven Fertigung. Durch diese geometrische Freiheit können Gestaltelemente überhaupt nur oder deutlich einfacher als mit konventionellen Fertigungsverfahren hergestellt werden.<sup>21</sup> Die geometrischen Potentiale umfassen gezielt herstellbare Oberflächenstrukturen, Freiformgeometrien und –oberflächen sowie variable Wanddicken. Des Weiteren können Hohlräume und Hinterschnitte mit definierter Geometrie ebenso wie filigrane, determinierte Strukturen erstellt werden.<sup>22</sup>

Das Zusammenspiel der Möglichkeiten für Hohlräume bzw. Hinterschnitte und filigrane Strukturen ermöglicht die Herstellung determinierter zellulärer Strukturen, beispielsweise als innere Struktur eines Bauteils. Die additiv gefertigten Meso-Strukturen bieten hierbei gegenüber herkömmlichen Meso-Strukturen, wie z. B. Schäumen, den Vorteil, dass ihre Geometrie definiert, gleichmäßig bzw. definiert lokal unterschiedlich und in einem weiten Bereich variabel einstellbar ist.<sup>23</sup>

Neben den geometrischen Potentialen bietet die additive Fertigung auch werkstoffseitige Potentiale. Zum einen kann eine große Anzahl verschiedener Materialien verarbeitet werden, zum anderen besteht je nach Verfahren die Möglichkeit über die Druckparameter lokal unterschiedliche Eigenschaften in einem Werkstoff zu erzeugen oder einen Multi-Material-Druck unter Verwendung unterschiedlicher Werkstoffe in einem Druckprozess durchzuführen und somit über die Werkstoffeigenschaften lokale Eigenschaften innerhalb eines Bauteils einzustellen.<sup>24</sup>

Die geometrischen Potentiale eröffnen neue Möglichkeiten für die Umsetzung von geforderten Eigenschaften in Bauteilen. Dieser Vorteil ist vor allem für optimierte Lösungen von Nutzen. So können topologieoptimierte ebenso wie bionische Strukturen, die häufig Varianten von Meso-Strukturen darstellen, nahezu ohne die Notwendigkeit zur Überarbeitung der Struktur gefertigt werden.<sup>25</sup> Durch die strukturelle Optimierung wird

---

<sup>20</sup>Steffan et al. 2022, S. 1471.

<sup>21</sup>vgl. Lachmayer et al. 2016, S. 45 ff., Bender et al. 2021, S. 764; Lindemann et al. 2015, S. 224; Thompson et al. 2016, S. 743 f., Kumke 2018, S. 77.

<sup>22</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 6, 15; Bender et al. 2021, S. 755; Lachmayer et al. 2016, S. 1 f., Thompson et al. 2016, S. 741; Breuninger et al. 2013, S. 183.

<sup>23</sup>vgl. Lachmayer et al. 2016, S. 49; Lindemann et al. 2015, S. 224; Thompson et al. 2016, S. 743 f., Kumke 2018, S. 74; VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 6, 16; Nguyen et al. 2021, S. 30; Maiti et al. 2016, S. 1.

<sup>24</sup>vgl. Kumke 2018, S. 74, 78 f., Lachmayer et al. 2020a, S. 51.

<sup>25</sup>vgl. Thompson et al. 2016, S. 742; Lachmayer et al. 2017, S. 25; Lindemann et al. 2015, S. 222; Breuninger et al. 2013, S. 132, 134, 199; Kumke 2018, S. 80; VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 6.



neben der Optimierung anderer Eigenschaften zumeist eine signifikante Verbesserung der Leichtbaugüte erzielt.<sup>26</sup> Darüber hinaus können mehrere Bauteile bzw. Anbauteile im Sinne der Integralbauweise zu einem Bauteil vereinigt werden oder Funktionsbauteile oder -gruppen, z. B. eine Sensoreinheit, im Prozess in das Bauteil eingelegt werden. Auch Baugruppen können vereinigt werden, wobei entweder ein einzelnes Bauteil oder eine in sich bewegliche Baugruppe erzeugt werden können. In beiden Fällen können durch die Integralbauweise das Bauteil bzw. die Baugruppe verkleinert und Montageschritte eingespart werden.<sup>27</sup>

Durch die werkzeuglose Fertigung ist überdies eine Individualisierung von Produkten möglich, da die Herstellung von Einzelteilen keinen nennenswerten Mehraufwand bedeutet.<sup>28</sup>

## 2.3 Additiv gefertigte Meso-Strukturen

Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, ermöglichen die additiven Fertigungsverfahren die Herstellung innerer Strukturen. Bei inneren Strukturen, die konventionell gefertigt werden, handelt es sich i. d. R. um stochastische Strukturen wie Schäume oder um Waben mit zweidimensionaler Geometrie. Die additive Fertigung erlaubt es, durch ihre geometrische Freiheit determinierte innere Strukturen mit dreidimensionalem Aufbau herzustellen. Diese werden hier als Meso-Strukturen bezeichnet, da sich die Größe ihrer Elementar-einheiten im Bereich der Meso-Skala befindet. Die Meso-Skala liegt in etwa zwischen 0,1 mm und 10 mm<sup>29</sup> und ist strukturell zwischen der Mikrostruktur und der Makrostruktur eingeordnet. Die Mikrostruktur wird verfahrensabhängig durch die Schmelzbahn oder die Strangablage bestimmt und die Makrostruktur durch die Geometrie des Bauteils vorgegeben.<sup>30</sup>

Die Meso-Strukturen werden als innere Strukturen oder Teilstrukturen in Volumenbauteilen, wie in Abbildung 2.3, eingesetzt, um deren Eigenschaften unabhängig von der äußeren Form verändern und optimieren zu können. Als Volumenbauteil wird hierbei ein dreidimensionales Bauteil aufgefasst, das mit definierter Geometrie ein Volumen einschließt, welches sowohl hohl als auch gefüllt sein kann. Die geometrische Außenhaut des Bauteils kann vollständig geschlossen, also aus Vollmaterial, offen oder bereichsweise offen sein, wie das Bauteil in Abbildung 2.3.<sup>31</sup>

---

<sup>26</sup>vgl. Lachmayer et al. 2017, S. 27; Bender et al. 2021, S. 755 f., Kumke et al. 2016, S. 5 f., Schmidt 2016, S. 85.

<sup>27</sup>vgl. Kumke 2018, S. 76 ff., Schmidt 2016, S. 85; Bender et al. 2021, S. 755; VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 6, 18 ff., Thompson et al. 2016, S. 744, 746.

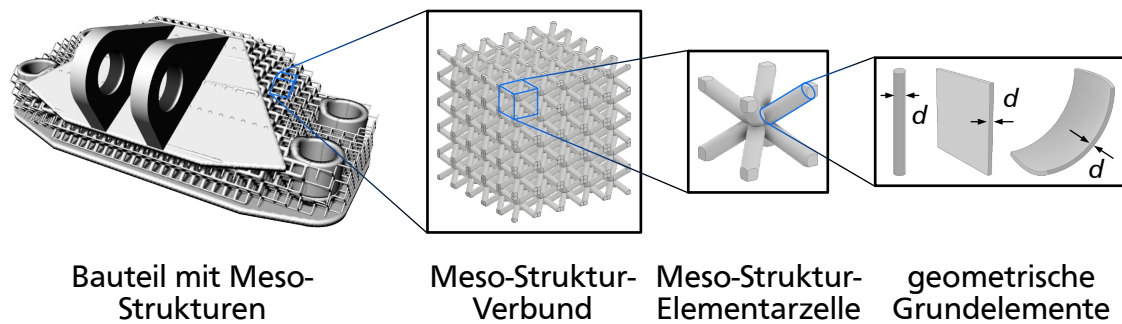
<sup>28</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 755.

<sup>29</sup>vgl. Nguyen et al. 2013, S. 1072 ff., Teufelhart 2016, S. 13; Kumke 2018, S. 74.

<sup>30</sup>vgl. Butzke 2019, S. 23 f., Klahn 2015, S. 15 ff., Marco et al. 2021, S. 1.

<sup>31</sup>vgl. Butzke 2019, S. 23 f., Lachmayer et al. 2017, S. 25.

<sup>32</sup>geändert von Tang et al. 2015, S. 101.



**Abbildung 2.3:** Charakteristika von Meso-Strukturen in Bauteilen<sup>32</sup>

Meso-Strukturen sind durch sich wiederholende Elementareinheiten charakterisiert, die nicht weiter in identisch aufgebaute und gleich orientierte Strukturabschnitte unterteilt werden können und im Folgenden als Elementarzelle bezeichnet werden, in der Literatur u. a. auch als Einheits- oder Basiszellen benannt. Die Meso-Struktur-Elementarzelle ist ebenfalls in Abbildung 2.3 dargestellt. Die Orientierung beschreibt hierbei die Ausrichtung der Elementarzellen im Meso-Struktur-Verbund, also einer Gruppe zusammenhängender Elementarzellen ohne direkten Bezug zu einem Bauteil oder einer einhüllenden Geometrie, relativ zum Referenzkoordinatensystem. Bei der Verwendung von Meso-Strukturen innerhalb eines Bauteils wird das Referenzkoordinatensystem durch das Bauteilkoordinatensystem vorgegeben.<sup>33</sup> Im Meso-Struktur-Verbund können die Elementarzellen sich periodisch oder quasiperiodisch wiederholen. Bei Periodizität sind alle Elementarzellen identisch aufgebaut, während in quasiperiodischen Meso-Strukturen ein Parameter, der den Aufbau der Elementarzellen definiert, variiert wird, während die anderen Parameter gleichbleiben.<sup>34</sup>

Durch die definierte Struktur der Elementarzellen und die Möglichkeit zu deren gezielter Variation in quasiperiodischen Meso-Strukturen, können unterschiedliche Eigenschaften im Bauteil eingestellt und gezielt variiert werden.<sup>35</sup> Dadurch bieten sie vielfältige Potentiale für die Anwendung, z. B. im Leichtbau, weshalb sie zunehmend an Bedeutung in der Forschung, aber auch in der industriellen Anwendung gewinnen.<sup>36</sup>

Für ihre Nutzung ist zunächst die Kenntnis der Eigenschaften unterschiedlicher Meso-Strukturen erforderlich, sodass die Forschung vielfach die Erzeugung neuer Meso-Strukturen sowie deren Charakterisierung untersucht. Dabei werden die Eigenschaften mittels unterschiedlicher Methoden untersucht, zu denen v. a. die Finite-Elemente-Methode, die analytische Berechnung sowie die Versuchsführung gehören.<sup>37</sup>

<sup>33</sup>vgl. Tang et al. 2015, S. 93 f.

<sup>34</sup>vgl. Kumke 2018, S. 74; Lachmayer et al. 2020a, S. 25, 47; McGregor et al. 2021, S. 11; Baghous et al. 2022, S. 2 f.

<sup>35</sup>vgl. Nguyen et al. 2021, S. 30; Marco et al. 2021, S. 1.

<sup>36</sup>vgl. Schulte et al. 2021b, S. 2; Bender et al. 2021, S. 755; Lachmayer et al. 2016, S. 202; Breuninger et al. 2013, S. 1, 2, 202; Nguyen et al. 2021, S. 30; Tancogne-Dejean et al. 2018a, S. 1; Baghous et al. 2022, S. 2 f., Thompson et al. 2016, S. 737; Marco et al. 2021, S. 1.

<sup>37</sup>vgl. Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 2 ff., Maskery et al. 2018, S. 222 ff., Guo et al. 2020, S. 3 ff., 6 ff., Hailu et al. 2022, S. 5933 ff., 5938 ff., Bai et al. 2021a, S. 3 f., Weeger 2022, S. 42 ff., Cheng et al. 2019, S. 6 ff., Li et al. 2019, S. 4 ff., Souza et al. 2018, S. 57 ff., Kumar et al. 2020, S. 4 ff., Tang et al. 2019, S. 4026 ff., Marco et al. 2021, S. 1.

In den folgenden Abschnitten werden die Typen von Meso-Strukturen, die Vorgehensweisen zu ihrer Charakterisierung mit besonderem Fokus auf der Finite-Elemente-Methode, ihre mechanischen Eigenschaften, sowie die Potentiale und Anwendungen von AM-Meso-Strukturen vorgestellt.

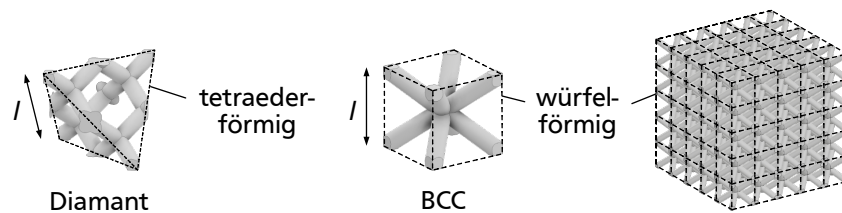
### 2.3.1 Arten von Meso-Struktur-Elementarzellen

Meso-Strukturen sind grob in drei Typen unterteilt, die sich an den geometrischen Grundelementen innerhalb der Elementarzellen orientieren. Die meisten Elementarzellen sind aus einem der drei folgenden geometrischen Grundelemente aufgebaut, die in Abbildung 2.3 gezeigt sind:<sup>38</sup>

- Streben
- ebene Flächen
- gekrümmte Flächen

Diese Meso-Strukturen werden als Streben- bzw. Flächen-Meso-Strukturen bezeichnet. Aufgrund ihrer Beschaffenheit können Flächen-Meso-Strukturen analog zu Schäumen offen- oder geschlossenporig sein<sup>39</sup>, während Streben-Meso-Strukturen stets offenporig sind und aufgrund ihres Aufbaus auch als Gitterstrukturen bezeichnet werden.<sup>40</sup>

Die Form der Elementarzelle wird durch ihre Einhüllende beschrieben. Sie beschreibt, das Volumen, innerhalb dessen sich die Struktur der Elementarzelle befindet und ist beispielhaft für zwei Elementarzellen in Abbildung 2.4 dargestellt. Die Einhüllenden schließen lückenlos aneinander an, sodass aus einer Gruppe Elementarzellen mit ihren Einhüllenden ein gefülltes Gesamtvolumen erstellt werden kann, wie der Meso-Struktur-Verbund mit den würfelförmigen Einhüllenden in Abbildung 2.4 zeigt. Viele Elementarzellen sind in einer würfelförmigen Einhüllenden aufgebaut. Es sind aber auch andere Geometrien, etwa Quader oder Tetraeder möglich.<sup>41</sup>



**Abbildung 2.4:** Einhüllende Volumen von Meso-Strukturen, beispielhaft sind die Tetraeder- und die Würfelform gezeigt

Die Materialverteilung innerhalb der Elementarzellen-Einhüllenden, die häufig auf der Anordnung einer Art von geometrischem Grundelement, z. B. Stäben, basiert, wird als Topologie bezeichnet. Im Rahmen der Forschung an Meso-Strukturen sind bereits

<sup>38</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 11; Klahn 2015, S. 15 ff.

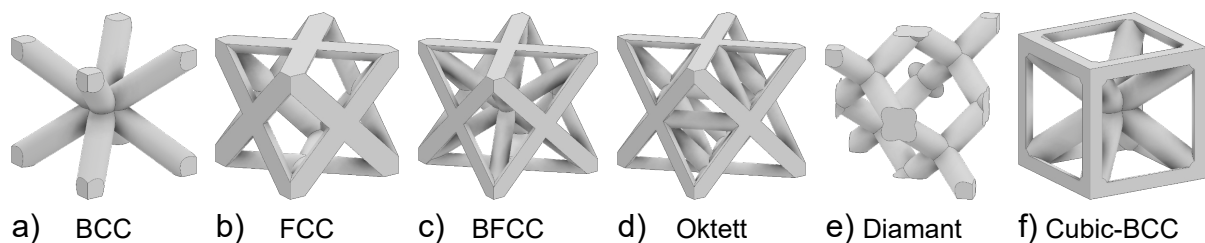
<sup>39</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 11; Klahn 2015, S. 15 ff., Brenne 2018, S. 30.

<sup>40</sup>vgl. Zhang et al. 2021a, S. 2; Tancogne-Dejean et al. 2018a, S. 2 ff., Baghous et al. 2022, S. 2 f., Liu 2021, S. 5, 8; Benedetti et al. 2021.

<sup>41</sup>vgl. Liu 2021, S. 6; Tang et al. 2015, S. 93; Marco et al. 2021, S. 2.

zahlreiche verschiedene Topologien sowohl für Streben- als auch für Flächen-Meso-Strukturen entwickelt worden.<sup>42</sup>

Abbildung 2.5 zeigt eine Auswahl häufig betrachteter Elementarzellen. Dazu gehören bei den Streben-Meso-Strukturen die kubisch-raumzentrierte (BCC) und die kubisch-flächenzentrierte (FCC) Topologie in a) und b), die Oktett- sowie die Diamantstruktur in d) und e). Die Topologien können auch kombiniert werden, wie etwa die kubisch-raum- und -flächenzentrierte Topologie zur kubisch-raum-flächenzentrierten (BFCC) Topologie in c). Meso-Strukturen mit eckigen Einhüllenden können neben der Struktur im Inneren durch die Streben an den Kanten der Einhüllenden ergänzt werden, wie anhand der BCC-Elementarzelle mit allen Würfelkanten in f) gezeigt wird. Die Topologie kann ebenfalls verändert werden, indem die Form der Einhüllenden verändert wird, beispielsweise von der Würfelform zu einer Rechteckform.<sup>43</sup>



**Abbildung 2.5:** Auswahl häufig betrachteter Topologien von Streben-Meso-Strukturen

Flächen-Meso-Strukturen werden häufig analog zu Streben-Meso-Strukturen unter Verwendung ebener Flächen als geometrisches Grundelement aufgebaut, wie z. B. die BCC und die FCC-Flächen-Meso-Struktur in Abbildung 2.6 a) und b)<sup>44</sup>. Außerdem gibt es eine Reihe von Flächen-Meso-Strukturen mit gekrümmten Flächen, wie z. B. Hohlsphären in Abbildung 2.6 c). Darunter sind insbesondere die sogenannten Triply-Periodic-Minimal-Surface (TPMS) Meso-Strukturen zu nennen, deren Topologien auf mathematisch definierten Flächen basieren, die in Flächennormalenrichtung zu einer Meso-Struktur aufgedickt werden. Besonders häufig untersucht werden hierbei die Gyroid-Struktur und die Primitive-Struktur<sup>45</sup> in Abbildung 2.6 d) und e)<sup>46</sup>. Neben den gezeigten Beispielen werden in der Literatur noch zahlreiche weitere Elementarzellen-Topologien betrachtet und immer neue Strukturen entwickelt. Diese können auch Sonderformen annehmen, beispielsweise indem die Topologie der Elementarzelle auf einen bestimmten Lastfall

<sup>42</sup>vgl. Butzke 2019, S. 23, 24; Liu 2021, S. 5, 8; Marco et al. 2021, S. 1, 3; Zhang et al. 2021a, S. 2.

<sup>43</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 15; Liu 2021, S. 5, 8; Seharing et al. 2020, S. 3 ff., Dong et al. 2017, S. 4 f., Mostafa et al. 2021, S. 2; Riva et al. 2021, S. 651; Weeger 2021, S. 4; Feng et al. 2021, S. 4 ff., Nguyen et al. 2021, S. 30; Li et al. 2019, S. 6; Marco et al. 2021, S. 3; Tancogne-Dejean et al. 2018b, S. 28 f.

<sup>44</sup>vgl. Berger et al. 2017, S. 534; Tancogne-Dejean et al. 2018a, S. 2; Kader et al. 2020, S. 4.

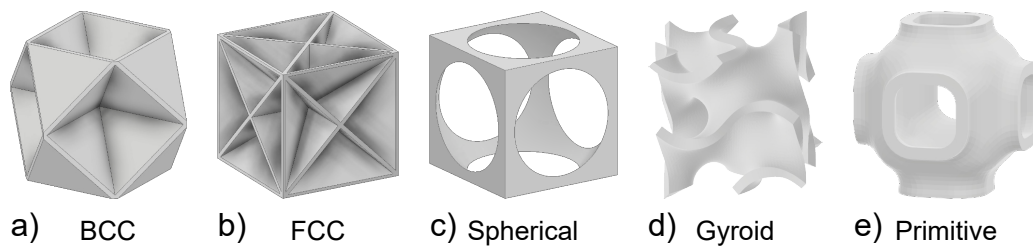
<sup>45</sup>Mathematische Definition:

$$\text{Gyroid: } \cos x \sin y + \cos y \sin z + \cos z \sin x = 0$$

$$\text{Primitive: } \cos x + \cos y + \cos z = 0$$

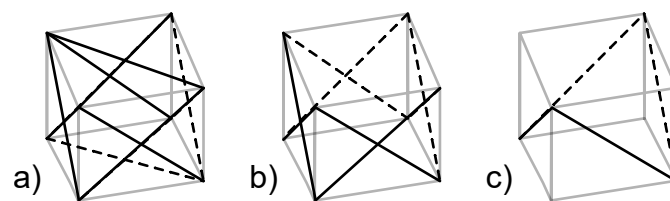
<sup>46</sup>vgl. u. a. Li et al. 2019, S. 4; Hao et al. 2011, S. 5 ff., Maskery et al. 2018, S. 222 ff., Simsek et al. 2021, S. 3 ff., Zhang et al. 2021c, S. 4 ff., Yang et al. 2021, S. 5 ff., Chen et al. 2021b, S. 4155 ff., Hailu et al. 2022, S. 5931; Dai et al. 2022, S. 133 ff.

optimiert wird.<sup>47</sup>



**Abbildung 2.6:** Auswahl häufig betrachteter Topologien von Flächen-Meso-Strukturen

Die Topologien werden anhand einer Nomenklatur beschrieben, wobei diese Benennung in unterschiedlichen Quellen teilweise uneinheitlich ist. Dies wird an den Beispielen der häufig betrachteten BCC- und FCC-Topologie deutlich. So wird die BCC-Elementarzelle von Marco et al. als „DIAG“<sup>48</sup> bezeichnet. Die als FCC bezeichnete Topologie variiert je nach Definition. In einer Definition wird mit FCC eine würfelförmige Elementarzelle mit jeweils zwei Streben auf den Diagonalen jeder Fläche, wie in Abbildung 2.7 a) gezeigt, beschrieben<sup>49</sup>. In anderen Quellen wird die FCC-Elementarzelle als würfelförmig mit zwei diagonalen Streben auf vier jeweils paarweise gegenüberliegenden Flächen beschrieben (Abbildung 2.7 b)<sup>50</sup>. Eine weitere Definition besagt, dass nur eine diagonale Strebe auf vier paarweise gegenüberliegenden Flächen vorhanden ist, wobei die Diagonalstreben an den Ecken verknüpft sind (Abbildung 2.7 c)<sup>51</sup>.



**Abbildung 2.7:** Varianten der Topologie unter der Bezeichnung kubisch-flächenzentrierte (FCC) Elementarzellen

Für alle Typen von Meso-Strukturen ist die Elementarzelle über ihre Topologie, die Strukturdicke, die charakteristische Länge der Elementarzelleneinhüllenden (siehe Abbildung 2.3 und 2.4) sowie, bei ungleichlangen Kanten der Einhüllenden, deren Seitenverhältnis definiert. Dies sind die charakteristischen geometrischen Merkmale der Elementarzelle. Dabei bezeichnen Merkmale nach der Definition von Weber et al. die unabhängigen physikalischen Parameter, die ein Produkt definieren und direkt vom Produktentwickler beeinflusst werden können.<sup>52</sup> Die Strukturdicke bezeichnet den jeweiligen geometrischen

<sup>47</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 15; Seharang et al. 2020, S. 3 ff., Dong et al. 2017, S. 4 f., Mostafa et al. 2021, S. 2; Riva et al. 2021, S. 651; Weeger 2021, S. 4; Albertini et al. 2021, S. 12; Nguyen et al. 2021, S. 30; Bai et al. 2021b, S. 6 ff., Shen et al. 2021, S. 2 ff., Baghous et al. 2022, S. 2 f., Zhang et al. 2021a, S. 2.

<sup>48</sup>Marco et al. 2021, S. 3.

<sup>49</sup>vgl. Riva et al. 2021, S. 651; Austermann et al. 2019, S. 4; Alaña et al. 2019, S. 358.

<sup>50</sup>vgl. Lachmayer et al. 2020b, S. 95; McGregor et al. 2021, S. 15; Brodie et al. 2021, S. 3.

<sup>51</sup>vgl. Merkt 2015, S. 20; Souza et al. 2018, S. 56.

<sup>52</sup>vgl. Weber et al. 2003, S. 448; Souza et al. 2018, S. 57, 60 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 7 ff.

Aufdickungsparameter des geometrischen Grundelements, also den Strebendurchmesser bzw. die Flächendicke in Normalenrichtung. Die Strukturdicke kann abhängig von der Topologie innerhalb der Elementarzelle variieren. Dies ist v. a. bei optimierten Elementarzellen oder Sonderformen der Fall<sup>53</sup>. Die charakteristische Länge wird anhand eines Längenmaßes zur Beschreibung der Größe der Elementarzelleneinhüllenden angegeben. Im Fall einer würfelförmigen Einhüllenden ist dies die Kantenlänge. Bei Elementarzelleneinhüllenden mit ungleichen Maßen in den drei Raumrichtungen, beispielsweise bei einer Rechteckform, sind für die Definition der Elementarzelle zusätzlich die Seitenverhältnisse relevant.<sup>54</sup>

Abhängig von den Merkmalen der Meso-Struktur ergeben sich deren Eigenschaften, die nach Weber et al. als abhängige Parameter definiert sind, die zur Beschreibung des Produktverhaltens dienen und nur indirekt über die Merkmale beeinflusst werden können<sup>55</sup>. Eine geometrische Eigenschaft, die häufig als Bezugsgröße für die Beschreibung weiterer Eigenschaften, wie der mechanischen Eigenschaften Steifigkeit und Festigkeit, verwendet wird, ist die relative Dichte, auch als Füllgrad bezeichnet. Die relative Dichte beschreibt das Verhältnis des von Material gefüllten Anteiles der Elementarzelleneinhüllenden zu ihrem Gesamtvolumen und stellt somit ein Verhältnis der Merkmale Strukturdicke und charakteristische Länge im Kontext der Topologie dar.<sup>56</sup> Die mechanischen Eigenschaften unterschiedlicher Meso-Strukturen bezogen auf die relative Dichte werden häufig verglichen, da mithilfe der relativen Dichte eine Aussage über die Leichtbaugüte der Strukturen getroffen werden kann.<sup>57</sup>

### 2.3.2 Gradierung additiv gefertigter Meso-Strukturen

Im Sinne einer beanspruchungsgerechten und somit optimierten Gestaltung von Meso-Strukturen werden innerhalb eines Bauteils Bereiche mit unterschiedlichen Eigenschaften der Meso-Strukturen und somit unterschiedlichen Meso-Struktur-Merkmalen, insbesondere geometrischen Merkmalen, wie der Elementarzellenmaße oder der Strukturdicke erforderlich. Die Bereiche unterschiedlicher Merkmale benötigen innerhalb eines Bauteils eine Verbindung, wobei Sprünge der variierten Merkmale, die sich auch als Sprung in der Steifigkeit und Festigkeit auswirken, zu vermeiden sind, da an diesen Unstetigkeiten frühzeitiges Versagen eintritt. Um die Verbindung ohne Eigenschaftssprünge herzustellen, können die Meso-Strukturen anhand unterschiedlicher Merkmale gradiert werden, sodass die Geometrie kontinuierlich variiert und an die lokale Beanspruchung angepasst wird.<sup>58</sup>

Die Gradierung führt zu einem quasiperiodischen Aufbau der Meso-Strukturen. Während die Elementarzelle sich nicht vollständig verändert, wird ein Parameter der Elementarzelle angepasst. Dabei kommen für die Gradierung folgende geometrische Parameter in Frage,

<sup>53</sup>vgl. Abou-Ali et al. 2020, S. 3 ff., Liu et al. 2021, S. 3; Wang et al. 2021, S. 4.

<sup>54</sup>vgl. Souza et al. 2018, S. 60 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 7 f., Merkt 2015, S. 99; Nguyen et al. 2021, S. 37; Plocher et al. 2020, S. 3 ff.

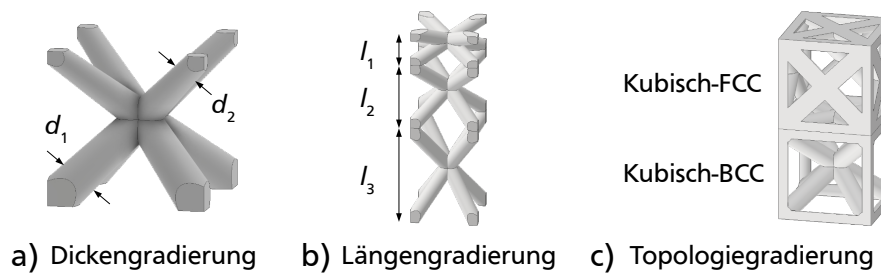
<sup>55</sup>vgl. Weber et al. 2003, S. 448.

<sup>56</sup>vgl. Butzke 2019, S. 23 f., Wu et al. 2022, S. 2; Ashby 2006, S. 16.

<sup>57</sup>vgl. Souza et al. 2018, S. 60; Wu et al. 2022, S. 2.

<sup>58</sup>vgl. Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 4; Plocher et al. 2020, S. 19 f., Li et al. 2019, S. 4.

für die Beispiele in Abbildung 2.8 dargestellt sind.<sup>59</sup>



**Abbildung 2.8:** Drei Möglichkeiten zur Gradierung von Meso-Strukturen durch Änderung der Strukturdicke, der Kantenlänge oder der Topologie

- Strukturdicke: Änderung der Strukturdicke innerhalb der Elementarzelle<sup>60</sup>
- Maße der Elementarzelleneinhüllenden: Änderung einer oder mehrerer Kantenlängen der Elementarzelleneinhüllenden unabhängig oder zueinander proportional<sup>61</sup>
- Topologie: Änderung des Elementarzellaufbaus zwischen zwei Elementarzellen<sup>62</sup>

## 2.4 Charakterisierung additiv gefertigter Meso-Strukturen

Zur Ermittlung der Eigenschaften von Meso-Strukturen werden unterschiedliche Methoden für ihre Charakterisierung verwendet. Zum einen werden die Meso-Strukturen häufig experimentell, zum anderen mittels Finite-Elemente-Methode (FEM) untersucht. Meist in Kombination mit einer der anderen Charakterisierungsmethoden werden analytische Modelle für die Eigenschaftsbeschreibung abgeleitet.<sup>63</sup>

### 2.4.1 Versuchsführung zur Charakterisierung von Meso-Strukturen

Die Versuchsführung wird sowohl als direkte Untersuchungsmethode als auch zur Verifikation von FEM- bzw. analytischen Modellen angewandt.<sup>64</sup> Dabei werden meist einachsige Druckversuche durchgeführt. Sie sind für Meso-Strukturen einfach anzuwenden, da sie eine einfache Probengeometrie ohne zusätzliche Einspannung zulassen, wodurch Steifigkeitssprünge an der Einspannung vermieden werden, die zu einem Versagen am Übergang zwischen Einspannung und Meso-Struktur statt innerhalb des Meso-Struktur-Verbunds führen. Neben Druckversuchen kommen auch häufig Zug-, Biege-, Torsion- und Scherversuche sowie Ermüdungsversuche zur Anwendung, um unterschiedliche mechanische

<sup>59</sup>vgl. Bai et al. 2020, S. 3.

<sup>60</sup>vgl. Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Li et al. 2019, S. 4.

<sup>61</sup>vgl. Plocher et al. 2020, S. 3 f., Mostafa et al. 2021, S. 13 ff., Caiazzo et al. 2022, S. 718.

<sup>62</sup>vgl. Zhao et al. 2018, S. 3; Tang et al. 2019, S. 4019; Tang et al. 2015, S. 92; Takezawa et al. 2021, S. 4; Maskery et al. 2018, S. 229.

<sup>63</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 1.

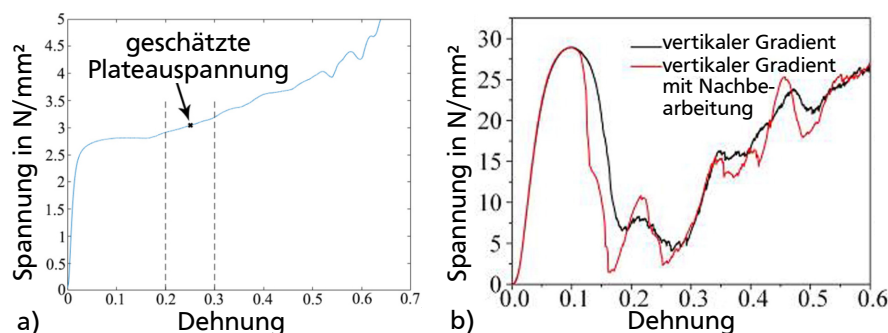
<sup>64</sup>vgl. Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 8 ff.



Eigenschaften der Meso-Strukturen zu ermitteln.<sup>65</sup>

Die neben mechanischen Eigenschaften ermittelten weiteren, z. B. thermischen und elektrischen, Eigenschaften werden im Verlauf der Arbeit nicht betrachtet und daher an dieser Stelle nicht weiter aufgeführt.

Die Ermittlung der mechanischen Charakteristika der Meso-Strukturen erfolgt mithilfe der unterschiedlichen mechanischen Prüfverfahren für die jeweiligen Lasten. Dies geschieht durch die Auswertung der Last-Verformungs- bzw. Spannungs-Dehnungs-Kurven des jeweiligen Versuchs. Für den einachsigen Druckversuch werden beispielhafte Spannungs-Dehnungs-Kurven für die BCC-Topologie für homogene und gradierte Meso-Strukturen in 2.9 gezeigt. Darin sind charakteristische Verläufe für Spannungs-Dehnungs-Kurven von Meso-Strukturen gezeigt ebenso wie Charakteristika, die speziell für Meso-Strukturen gelten, wie die Plateauspannung, welche einen näherungsweise konstanten Spannungsverlauf in der Spannungs-Dehnungs-Kurve der meisten Meso-Strukturen zwischen Einsetzen der Plastizität und Beginn der Verdichtung der Struktur beschreibt. Je nach Meso-Struktur-Topologie ist die Plateauspannung unterschiedlich deutlich ausgeprägt und kann entweder direkt abgelesen oder, wie bei Ruiz de Galarreta, aus dem Bereich abgeschätzt werden.<sup>66</sup>



**Abbildung 2.9:** Beispielhafte Spannungs-Dehnungs-Kurven aus Druckversuchen mit homogenen Meso-Strukturen a) und gradierten Meso-Strukturen b) für die BCC-Topologie<sup>67</sup>

Zu den Eigenschaften, die anhand der Last-Verformungs- bzw. Spannungs-Dehnungskurve ermittelt werden können, gehören die Festigkeit unter Zug bzw. Druck, Biegung und Scherung bzw. Torsion, die Zug- bzw. Druck-Streckgrenze sowie die Zug/Druck- und Schubsteifigkeit und die Querkontraktionszahl zur Beschreibung des elastischen Verhaltens. Die Steifigkeitseigenschaften werden häufig äquivalent zu den Werkstoffkennwerten Elastizitäts- und Schubmodul oder bezogen auf den Werkstoffkennwert des Materials, aus dem die Probekörper gefertigt worden sind, betrachtet. Des Weiteren kann über

<sup>65</sup>vgl. Riva et al. 2021, S. 654, 661; Beyer et al. 2016, S. 4; Azzouz et al. 2019, S. 12, 14, 17; Alwattar et al. 2020, S. 4, 8 ff., Plocher et al. 2020, S. 3 ff., Hailu et al. 2022, S. 5933 ff., Zhang et al. 2022, S. 12 ff., Tang et al. 2019, S. 4027; Benedetti et al. 2021, S. 15; Yang et al. 2021, S. 11 ff., Chen et al. 2021b, S. 4160 ff.

<sup>66</sup>vgl. Bai et al. 2021a, S. 8; Chen et al. 2021b, S. 4159; Plocher et al. 2020, S. 7 ff., 9; Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 6; Ge et al. 2018, S. 365; Alwattar et al. 2020, S. 8 ff., Beyer et al. 2016, S. 12; Hailu et al. 2022, S. 5936 ff., 5941 f., Azzouz et al. 2019, S. 20 ff., Großmann 2020, S. 21 f.

<sup>67</sup>übersetzt aus a) Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 6; b) Bai et al. 2021a, S. 6



die Auswertung der Spannungs-Dehnungs-Kurve die Energieabsorption für den jeweiligen Lastfall ermittelt werden. In dynamischen Schwingungsversuchen wird zudem die Ermüdung von Meso-Strukturen untersucht.<sup>68</sup>

Die mechanischen Eigenschaften werden abhängig von unterschiedlichen Merkmalen untersucht und deren Einfluss auf die Eigenschaften dadurch ermittelt. Variiert werden dabei die Merkmale der Topologie, der Einhüllendenkantenlänge  $l$ , der Strukturdicke  $d$ , des Seitenverhältnisses und der Orientierung der Elementarzelle im Bauteil. Die Eigenschaften werden überdies abhängig von Verhältnissen der Größen untersucht. Verbreitet sind das Verhältnis Strukturdicke zu Kantenlänge  $d/l$  und die relative Dichte  $\rho^*$ . Des Weiteren wird die Auswirkung von Gradierungen der Strukturdicke oder Kantenlänge auf unterschiedliche Eigenschaften betrachtet.<sup>69</sup>

Für die Durchführung der Experimente ist die Gestaltung der Probekörper wichtig. Während beim einachsigen Druckversuch eine reine Meso-Struktur in prismatischer oder zylindrischer Form verwendet werden kann, sind für Zug-, Scher- und Torsionsversuche Einspannungen an beiden Enden der Meso-Struktur erforderlich, da die Meso-Strukturen, insbesondere bei geringen Strukturdicken, nicht zerstörungsfrei eingespannt werden können. Um den Bereich des Versagens innerhalb der Meso-Struktur zu erhalten und ein Versagen am Übergang zur Einspannung zu vermeiden, ist eine gezielte Gestaltung des Übergangs über eine Dickengradierung zweckmäßig, wie sie u. a. Meyer et al.<sup>70</sup> vorschlagen. Für Biegeversuche ist ein prismatischer Prüfkörper erforderlich, wobei auf eine Einspannung i. d. R. verzichtet wird.

Für eine repräsentative Aussage über die jeweils zu bestimmende Eigenschaft für Meso-Struktur-Verbünde ist die Elementarzellenanzahl im Probekörper relevant. Aus der Literatur bekannte Untersuchungen zeigen, ab welcher Elementarzellenanzahl im Probekörper die ermittelten Werte konvergieren. Der Grenzwert, den Maskery et al.<sup>71</sup> ermittelt haben, liegt bei minimal fünf Elementarzellen in jeder Raumrichtung.<sup>72</sup>

Ein weiterer Aspekt bei der Gestaltung von Probekörpern für die eingangs aufgezählten Versuche ist ihre Fertigbarkeit. Für Meso-Strukturen ist besonders die Auflösung, die das AM-Verfahren ermöglicht, relevant, da sie die minimale Strukturdicke sowie minimale Abstände zwischen Strukturteilen festlegt. Für das L-PBF-Verfahren haben u. a. Meyer et al. Untersuchungen dazu durchgeführt und unter Verwendung speziell eingestellter Prozessparameter eine minimale Strebendicke von  $d = 0,3$  mm ermittelt<sup>73</sup>. Des Weiteren

<sup>68</sup>vgl. Bai et al. 2021a, S. 6; Yang et al. 2021, S. 11 ff., Chen et al. 2021b, S. 4160 ff., Hailu et al. 2022, S. 5942 f., Zhang et al. 2022, S. 15 f., Souza et al. 2018, S. 59 ff., Plocher et al. 2020, S. 10 ff., 15; Choy et al. 2017, S. 119; Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 4 ff., Cheng et al. 2019, S. 8 ff., Tang et al. 2019, S. 4028; Caiazzo et al. 2021, S. 2915 ff., Rehme et al. 2006, S. 11; Beyer et al. 2016, S. 8 f.

<sup>69</sup>vgl. Tang et al. 2019, S. 4016; Beyer et al. 2016, S. 5 f., Souza et al. 2018, S. 59 ff., Rehme et al. 2006, S. 10 f., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 4 ff., Hailu et al. 2022, S. 5932; Caiazzo et al. 2021, S. 2912 ff., Zhang et al. 2022, S. 15; Cheng et al. 2019, S. 8 ff., Choy et al. 2017, S. 114; Yang et al. 2021, S. 5 f., Chen et al. 2021b, S. 4156; Bai et al. 2021a, S. 3; Plocher et al. 2020, S. 3 ff.

<sup>70</sup>vgl. Meyer et al. 2022b.

<sup>71</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 223 ff.

<sup>72</sup>vgl. Zhang et al. 2022, S. 15; Maskery et al. 2018, S. 223 ff.

<sup>73</sup>vgl. Meyer et al. 2022a, S. 104.

spielt bei einigen Verfahren, darunter auch das L-PBF-Verfahren, die Entfernung von verbleibendem Ausgangsmaterial eine Rolle. Dies ist bei offenporigen Meso-Strukturen möglich, bei geschlossenporigen Meso-Strukturen verbleibt Material, z. B. Pulver oder Harz, in den Hohlräumen oder eine Öffnung an den Hohlräumen muss gezielt vorgesehen werden.<sup>74</sup>

Hierbei ist zu beachten, dass die ermittelten Eigenschaften ebenso wie die innerhalb der Untersuchung variierten Merkmale der Meso-Strukturen sich in mehreren Untersuchungen wiederholen, jedoch i. d. R. kein direkter Vergleich zwischen Ergebnissen verschiedener Veröffentlichungen gezogen werden kann, da zwischen den Veröffentlichungen Unterschiede in den Randbedingungen der Versuchsdurchführung bestehen. Diese können sowohl in den variierten Merkmalen bestehen, sofern sie in einem Ausmaß unterschiedlich gewählt sind, dass sich keine vergleichsfähige Schnittmenge ergibt, als auch in dem verwendeten Werkstoff, dem Aufbau der Probekörper, dem genauen Herstellungsverfahren bzw. der Herstellungsanlage, den genauen Prozessparametern sowie Parametern aus dem Pre-Prozess und Nachbearbeitungsverfahren.

Die in der Literatur am häufigsten verwendete Methode ist der einachsige Druckversuch. Er wird im Rahmen dieser Arbeit für die Verifikation des erarbeiteten Finite-Elemente-Modells verwendet und daher im Folgenden detailliert vorgestellt.

### **Einachsiger Druckversuch**

Der einachsige, quasistatische Druckversuch zur Werkstoffprüfung wird gemäß DIN 50106 durchgeführt. Die darin beschriebene Versuchsführung ist für die Prüfung metallischer Werkstoffe bei Raumtemperatur vorgesehen. Verwendet wird eine Universal- oder Druckprüfmaschine, wie sie in Abbildung 2.10 prinzipiell abgebildet ist, deren Kraft- und Längenänderungs-Messeinrichtungen jeweils Klasse 1 gemäß DIN EN ISO 7500-1 bzw. DIN EN ISO 9513 entsprechen. Für den Druckversuch werden plangeschliffene Druckstempel benötigt, die an der Ober- und Unterseite der Probe anliegen. Diese liegen in der Belastungsachse der Maschine.<sup>75</sup>

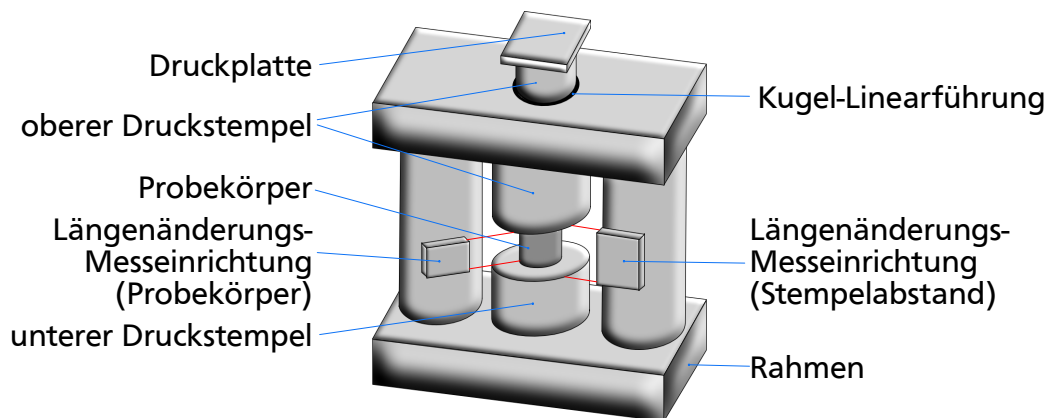
Nach dem Einrichten des Versuchsaufbaus an der Maschine, wird zunächst ein Kraftfluss zwischen den Druckstempeln hergestellt, indem die Traverse soweit hinabbewegt wird, dass der obere Druckstempel auf der Probe aufliegt und eine minimale Kraft messbar ist. Die Kraft wird in diesem Zustand auf null gesetzt, wobei die gemessene minimale Kraft als Versatz der Kraftkurve für die Auswertung zu berücksichtigen ist. Während der Durchführung des Versuchs erfolgt die Lastaufbringung über das Verfahren der Traverse der Prüfmaschine nach unten. Dadurch wird eine definierte Stauchung aufgebracht, die für quasistatische Versuche mit ausreichend geringer Stauchungsgeschwindigkeit gesteigert werden muss, wie in DIN 50106 festgelegt. Die Kompression erfolgt entweder bis zum Bruch der Probe, der in Form eines radikalen Kraftabfalls oder einer Kraft von

---

<sup>74</sup>vgl. Li et al. 2021, S. 2 ff., Riva et al. 2021, S. 667; Allevi et al. 2020, S. 2460 ff., Benedetti et al. 2021, S. 15; Beyer et al. 2016, S. 4.

<sup>75</sup>vgl. Deutsches Institut für Normung e. V. 2023, S. 7 ff.

<sup>76</sup>in Anlehnung an Deutsches Institut für Normung e. V. 2023, S. 15



**Abbildung 2.10:** Prinzipdarstellung einer Druckprüfmaschine<sup>76</sup>

null detektiert wird, oder bis zu einer vorab definierten maximalen Stauchung. Während des Versuchs werden als Rohdaten die Zeit, die Druckkraft, der Traversenweg sowie die Stauchung der Probe gemessen, wobei eine hinreichende Messfrequenz zu beachten ist. Die Messung der Längenänderung der Probe kann dabei auf zwei Arten erfolgen. Entweder die Messung wird direkt an der Probe vorgenommen, beispielsweise unter Verwendung eines optischen Messsystems, oder die Längenänderung wird anhand des Traversenwegs ermittelt. Aus dem einachsigen, quasistatischen Druckversuch lassen sich allgemein die Bruchstauchung, die Druckspannung bei einer definierten maximalen Stauchung, die obere und untere Quetschgrenze, die Stauchgrenze, die Druckfestigkeit sowie die Ausbauchung ermitteln.<sup>77</sup>

Gemäß DIN 50106 sind runde normierte Probekörper für eine Materialprüfung vorgesehen.<sup>78</sup> Da die Meso-Strukturen nicht immer in geeigneter Weise in einen solchen Probekörper integriert werden können, werden abweichende Probekörpergeometrien verwendet. Wie in Abschnitt 2.4.1 erwähnt, können die Probekörper für Druckversuche zylindrisch oder prismatisch aufgebaut sein. Für Probekörper mit Meso-Strukturen ist gemäß Maskery et al.<sup>79</sup> eine Mindestzellenanzahl von fünf Elementarzellen pro Raumrichtung erforderlich. Während für Druckversuche Probekörper ohne Einspannung verwendet werden können, kann es, z. B. aus fertigungstechnischen Gründen, zweckmäßig sein, an der Ober- und Unterseite des Meso-Struktur-Verbundes eine Platte vorzusehen, wie Yang et al.<sup>80</sup> sie verwenden. Sie haben den Einfluss der Platten auf die Meso-Struktur untersucht und festgestellt, dass ein Platteneinfluss in einem pyramidenförmigen Bereich ober- bzw. unterhalb der Platten auftritt. Der zu prüfende Bereich im Probekörper ist daher mit ausreichendem Abstand zu den äußeren Platten zu wählen, um einen Einfluss auf das Messergebnis auszuschließen.<sup>81</sup>

Im quasistatischen einachsigen Druckversuch werden die Kraft und der Verfahrweg der Traverse erfasst. Daraus können Kraft-Weg-Diagramme oder durch Bezug auf die Probe-

<sup>77</sup>vgl. Deutsches Institut für Normung e. V. 2023, S. 11 ff.

<sup>78</sup>vgl. Deutsches Institut für Normung e. V. 2023, S. 10.

<sup>79</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 223 ff.

<sup>80</sup>vgl. Yang et al. 2019b, S. 3 ff.

<sup>81</sup>vgl. Riva et al. 2021, S. 667; Maskery et al. 2018, S. 223 ff., Yang et al. 2019b, S. 3 ff.

körpergeometrie Spannungs-Dehnungs-Kurven, wie in Abbildung 2.9 für Meso-Strukturen gezeigt, erzeugt werden. Die Kurven erlauben die Ermittlung der Drucksteifigkeit und –festigkeit sowie der Streckgrenze. Die Ergebnisse der Eigenschaftsermittlung in der Literatur werden in Abschnitt 2.5 vorgestellt.<sup>82</sup>

### 2.4.2 Finite-Elemente-Methode zur Charakterisierung von Meso-Strukturen

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist ein numerisches Verfahren zur Lösung physikalischer Problemstellungen, die sich mathematisch beschreiben lassen. Das Verfahren ist geeignet für die Beschreibung von Strukturen und deren Verhalten und kann ebenfalls für die Analyse der mechanischen Eigenschaften, insbesondere der Festigkeit und des Deformationsverhaltens, von Meso-Strukturen verwendet werden. Dafür wird die Geometrie idealisiert und durch ein Finite-Elemente-Netz in kleine, finite - also endliche - Elemente unterteilt, die über eine begrenzte Parameteranzahl beschreibbar sind. An der Geometrie werden Verschiebungsrandbedingungen und Lasten definiert. Für das Berechnungsproblem, das sich daraus ergibt, werden elementweise Ansatzfunktionen ermittelt und in die Differentialgleichung zur Beschreibung des Problems eingesetzt. Die Differentialgleichung und die durch die Randbedingungs- und Lastaufgabe festgelegten Anfangs-, Rand- und Übergangsbedingungen werden in ein Gleichungssystem überführt, das im Anschluss über numerische Algorithmen gelöst wird.<sup>83</sup>

In der Mechanik werden für die finiten Elemente die Steifigkeitsmatrizen ermittelt und zu einer Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  zusammengeführt. Die Gesamtsteifigkeitsmatrix wird in ein Gleichungssystem zur Beschreibung des mechanischen Szenarios integriert, in dem die Gleichgewichtsbedingungen aller Elementknoten zusammengeführt und der Werkstoff, die Randbedingungen und die Lasten berücksichtigt werden. Unter Verwendung von Approximationsfunktionen und durch Diskretisieren wird daraus das lineare Gleichungssystem 2.1 abgeleitet, das den linearisierten Zusammenhang des Kraftvektors  $\vec{F}$  und Verschiebungsvektors  $\vec{u}$  beschreibt.<sup>84</sup>

$$\underline{K} \vec{u} = \vec{F} \quad (2.1)$$

Mit dem Gleichungssystem werden abhängig von den aufgegebenen Randbedingungen und Lasten die auftretenden Spannungen in der Kraftgrößenmethode und Verschiebungen über die Verschiebungsmethode berechnet. Im Rahmen der Auswertung können auch weitere Größen wie Reaktionskräfte ermittelt werden.<sup>85</sup>

Die konkrete Problemdefinition und die geeigneten Lösungsverfahren hängen von den verwendeten Elementtypen ab, die u. a. durch die betrachtete Geometrie und das Lastszenario bedingt sind. Details dazu sind z. B. bei Steinke oder Gawehn und Funk zu

<sup>82</sup>vgl. Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 6; Bai et al. 2021a, S. 6.

<sup>83</sup>vgl. Steinke 2015, S. 3 ff., Bender et al. 2021, S. 1145; Bender et al. 2020, S. 447.

<sup>84</sup>vgl. Steinke 2015, S. 3 ff., 47 ff., Bender et al. 2020, S. 447 ff.

<sup>85</sup>vgl. Steinke 2015, S. 3 ff., 47 ff., Bender et al. 2020, S. 447.

finden.<sup>86</sup>

### Materialmodelle der Finite-Elemente-Methode

Die FEM greift für die Ermittlung des Gleichungssystems auf die Materialmodelle zur Beschreibung von Werkstoffcharakteristika zurück. Um den Berechnungsaufwand für das Gleichungssystem gering zu halten, wird das einfachste Modell verwendet, das die Werkstoffeigenschaften hinreichend beschreibt. Für metallische Werkstoffe wird meist das Hooke'sche Gesetz in Gleichung 2.2 angenommen, das einen isotropen, ideal linear-elastischen Werkstoff unterhalb der Streckgrenze beschreibt. Darin steht  $\sigma$  für die Spannung,  $E$  für den Elastizitätsmodul, also die Steifigkeit, des Werkstoffs und  $\epsilon$  für die Dehnung. Für die Beschreibung der mechanischen Steifigkeitseigenschaften eines isotropen Werkstoffs in der FEM werden nur der Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl benötigt.<sup>87</sup>

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (2.2)$$

Für anisotrope Werkstoffe mit unterschiedlicher Steifigkeit in den Raumrichtungen wird die Steifigkeit in Matrixform beschrieben und die Spannungen  $\vec{\sigma}$  und Dehnungen  $\vec{\epsilon}$  als Vektoren, wie in Gleichung 2.3 mit der Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}$ .<sup>88</sup>

$$\vec{\sigma} = \underline{K} \vec{\epsilon} \quad (2.3)$$

Komplexere Werkstoffmodelle werden beispielsweise für die Modellierung von Kunststoffen benötigt, bei welchen abhängig vom Lastszenario Kriechen und Relaxieren im Werkstoffmodell zu berücksichtigen sind.<sup>89</sup>

### Repräsentatives Volumenelement

Die zu untersuchende Geometrie wird für die Anwendung der numerischen Algorithmen in endliche Volumenelemente eingeteilt und somit gegenüber dem Kontinuum, einem "(...) kontinuierliche(n), räumliche(n) (...) Bereich, der mit Materie ausgefüllt ist (...)"<sup>90</sup> diskretisiert. Dafür sind abhängig von der betrachteten Geometrie unterschiedliche Elementtypen möglich. Im eindimensionalen gibt es Stab- und Balkenelemente mit jeweils zwei Freiheitsgraden pro Knoten. Zweidimensionale Geometrien werden durch Dreiecks- oder Viereckselemente mit mechanischen Scheiben-, Platten- oder Schaleneigenschaften

<sup>86</sup>vgl. Steinke 2015; Gawehn et al. 2017.

<sup>87</sup>vgl. Steinke 2015, S. 62; Bender et al. 2020, S. 447; Gross et al. 2021a, S. 33; Gawehn et al. 2017, S. 59.

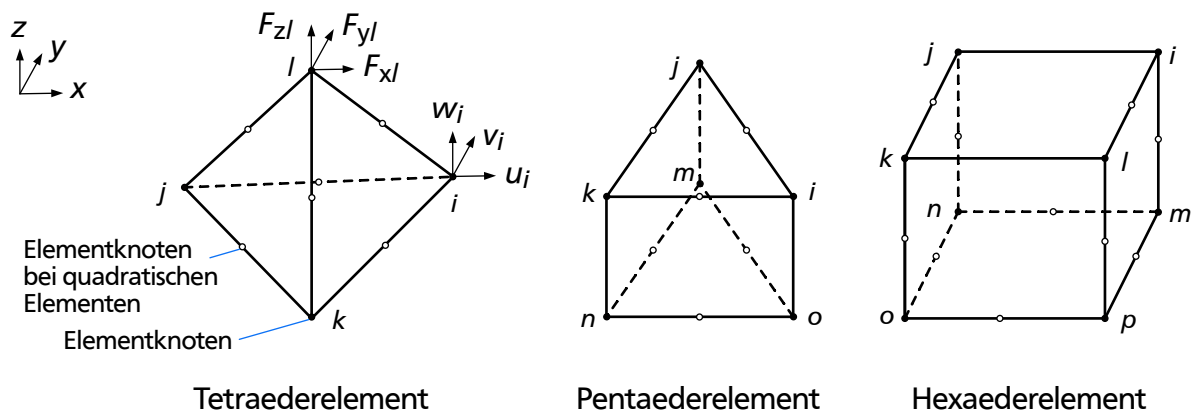
<sup>88</sup>vgl. Steinke 2015, S. 62; Gawehn et al. 2017, S. 59.

<sup>89</sup>vgl. Stommel et al. 2018, S. 24 ff.

<sup>90</sup>Becker et al. 2002, S. 3.

beschrieben, wobei die Knoten an Scheibenelementen über zwei, an Plattenelementen über drei und an Schalenelementen über sechs Freiheitsgrade verfügen.<sup>91</sup>

Für dreidimensionale Geometrien stehen die in Abbildung 2.11 dargestellten Tetraeder-, Pentaeder- und Hexaederelemente zur Verfügung, die jeweils drei Freiheitsgrade pro Knoten aufweisen. Die 3D-Elemente werden in lineare Elemente, die nur Knoten an den Eckpunkten aufweisen und nichtlineare Elemente, die an den Eckpunkten und jeweils in der Mitte jeder Kante einen Knoten haben, unterteilt. Durch die erhöhte Knotenanzahl der nichtlinearen Elemente steigt die Genauigkeit der Berechnung an.<sup>92</sup>



**Abbildung 2.11:** Dreidimensionale Elemente in der FEM mit Knoten für lineare und quadratische Konfiguration mit Freiheitsgraden am Beispiel des Tetraederelements<sup>93</sup>

Über die Größe der finiten Elemente wird der Diskretisierungsgrad und somit die Abweichung gegenüber der exakten Lösung, welche die Berechnung des Kontinuums aufweisen würde, beeinflusst. Je kleiner die Elemente gewählt werden, bemessen durch die Elementkantenlänge, desto geringer wird der Näherungsfehler der FEM.<sup>94</sup>

### Linearität in der Finite-Elemente-Methode

Die physikalischen Problemstellungen, die mit der FEM berechnet werden, können häufig linearisiert werden, wodurch die Berechnung vereinfacht und der zeitliche Aufwand reduziert wird. Es gibt aber auch nichtlineare Zusammenhänge, die als solche berücksichtigt werden müssen. Dazu zählen die folgenden Zusammenhänge.<sup>95</sup>

- nichtlineares Materialverhalten
- große Verformungen z. B. bei Knicken, Beulen
- Kontaktprobleme
- Plastizität
- geometrische Nichtlinearität

<sup>91</sup>vgl. Steinke 2015, S. 5 ff., Bender et al. 2020, S. 448.

<sup>92</sup>vgl. Steinke 2015, S. 5 ff., 57 ff., Bender et al. 2020, S. 448.

<sup>93</sup>in Anlehnung an Steinke 2015, S. 9.

<sup>94</sup>vgl. Steinke 2015, S. 57; Gawehn et al. 2017, S. 176.

<sup>95</sup>vgl. Steinke 2015, S. 10; Gawehn et al. 2017, S. 57; Rieg et al. 2019, S. 48 ff.

- dynamische Belastungen

Bei der nichtlinearen Berechnung werden Einflüsse höherer Ordnung im Gleichungssystem berücksichtigt, was insbesondere eine veränderliche Steifigkeitsmatrix zur Folge hat, die dann inkrementweise ermittelt wird.<sup>96</sup>

### **Kontakt in der Finite-Elemente-Methode**

Die FEM ermöglicht auch die Berechnung der Interaktion mehrerer Körper. Dabei tritt ein Kontakt zwischen den Körpern auf. Im Fall von Festkörpern gilt oft, dass die Körper sich nicht gegenseitig durchdringen und Oberflächen der Körper in Berührung kommen.<sup>97</sup>

Wie die Körperoberflächen sich bei Auftreten des Kontakts verhalten, wird durch Kontaktbedingungen definiert. Dazu zählt, ob der Körper bei dem Kontakt nachgibt oder sich starr verhält. Bei einem dreidimensionalen Körper mit zugewiesenem Material liegt inhärent eine Nachgiebigkeit vor. Des Weiteren ist zu definieren, ob das Abgleiten der Flächen aufeinander Reibung unterliegt oder als reibungsfrei angenommen werden kann, und inwieweit Haftung oder ein Wechsel zwischen Reibung und Haftung im Kontaktbereich auftritt.<sup>98</sup>

Das Kontaktproblem wird über Randbedingungen in das Gleichungssystem für die FEM integriert, wobei diese sich für die Knoten im Kontaktbereich ändert vom Zustand, in dem noch kein Kontakt vorliegt, zu dem Zustand, in dem sie in Kontakt geraten. Kontakt bedeutet, dass die Verschiebung der Oberflächenknoten dazu führt, dass die Bauteile einander durchdringen. Ob dies zutrifft, wird für Kontaktprobleme bei jedem Berechnungsschritt für die einzelnen Knoten überprüft, da sich die Kontaktfläche je nach physikalischer Problemstellung vergrößern kann und somit eine zunehmende Anzahl Knoten in Kontakt kommen. Eintreten des Kontaktfalls führt zu einer Änderung der Randbedingungen, wodurch eine nichtlineare Berechnung erforderlich wird. Die hinzukommenden Randbedingungen bei Eintreten der Durchdringung, also des Kontaktfalls, bestehen in Kräften auf die Knoten, die im Durchdringungsbereich liegen, die der Durchdringungsrichtung entgegen gerichtet sind. Für die Integration der Kontaktrandbedingungen stehen mehrere Methoden zur Verfügung. Dazu gehören die Penalty-, Lagrange- und gestörte Lagrange-Methode, wobei die Penalty-Methode am häufigsten eingesetzt wird. Diese integriert einen Term im Gleichungssystem, der bei Abweichung der Randbedingung, die vorgibt, dass die Bauteile einander nicht durchdringen dürfen, zu einer zusätzlichen Steigerung des Fehlers der FEM-Lösung führt. Der Term verschwindet, sobald die Randbedingung erfüllt wird. Weitere Details zur Lösung von Kontaktproblemen werden u. a. von Stommel et al. und Rieg et al. beschrieben.<sup>99</sup>

---

<sup>96</sup>vgl. Rieg et al. 2019, S. 48 ff.

<sup>97</sup>vgl. Rieg et al. 2019, S. 63 ff.

<sup>98</sup>vgl. Rieg et al. 2019, S. 63 ff.

<sup>99</sup>vgl. Rieg et al. 2019, S. 64 ff., 210 ff., Stommel et al. 2018, S. 471 ff.

### Randbedingungen in der Finite-Elemente-Methode

Die Randbedingungen fließen, wie eingangs beschrieben, in das Gleichungssystem zur Beschreibung des physikalischen Problems ein. Randbedingungen in der mechanischen FEM sind Vorgaben von Verschiebungen  ${}^0\vec{u}$  auf einer Oberfläche  $\Omega_u$ , deren Verschiebung  $\vec{u}$  eingeschränkt wird, sogenannte wesentliche Randbedingungen, und Aufgeben von Kraft-randbedingungen, sogenannte natürliche Randbedingungen, in Form eines Druckvektors  ${}^0\vec{p}$ , der die Spannungen  $\vec{\sigma}$  an der Oberfläche  $\Omega_p$  mit dem Normalenvektor  $\vec{n}$  bzw. Rändern einer Geometrie erzeugt, wie die Gleichungen 2.4 und 2.5 beschreiben.<sup>100</sup>

$$\vec{u} = {}^0\vec{u} \quad \text{auf} \quad \Omega_u \quad (2.4)$$

$$\underline{n} \vec{\sigma} = {}^0\vec{p} \quad \text{auf} \quad \Omega_p \quad (2.5)$$

Neben absoluten Verschiebungen oder Kräften können auch Ableitungen oder Zusammenhänge der Größen innerhalb der Geometrie vorgegeben werden.<sup>101</sup>

### Finite-Elemente-Methode für Meso-Strukturen

Additiv gefertigte Meso-Strukturen bestehen aus dreidimensionalen Körpern und werden daher i. d. R. mit dreidimensionalen Elementen für die FEM abgebildet. Aufgrund ihrer Grundelemente können sie z. T. auch durch Balkenelemente abgebildet werden.<sup>102</sup>

Die Meso-Strukturen weisen eine komplexe Struktur auf, sodass die Simulation einer Vielzahl von Meso-Struktur-Elementarzellen einen hohen Aufwand bedeutet. Daher werden für die Untersuchung der Eigenschaften von Meso-Strukturen einzelne Elementarzellen betrachtet und periodische Randbedingungen (PBC) aufgegeben. Periodische Randbedingungen verknüpfen die gegenüberliegenden Außenflächen der Elementarzelle, indem deren Verschiebungen gleichgesetzt werden. Dadurch wird eine Verschiebungseinschränkung auferlegt, die simuliert, dass eine weitere identische Elementarzelle an der jeweiligen Außenfläche angeschlossen wäre. Durch Verwendung der periodischen Randbedingungen wird die einzelne Elementarzelle also äquivalent zu einer Elementarzelle innerhalb eines Meso-Struktur-Verbunds berechnet. Diese Randbedingungen sind sowohl für FEM-Modelle mit dreidimensionalen Volumenelementen als auch Balkenelementen anwendbar.<sup>103</sup>

Alternativ zur Verwendung der periodischen Randbedingungen werden mehrere Elementarzellen im Verbund simuliert. Diese Modellierung wird häufig für den Vergleich mit

<sup>100</sup>vgl. Steinke 2015, S. 62 f., Bender et al. 2020, S. 447 ff., Gawehn et al. 2017, S. 60 ff.

<sup>101</sup>vgl. Steinke 2015, S. 72 ff., Gawehn et al. 2017, S. 60 ff.

<sup>102</sup>vgl. Dong et al. 2017, S. 9; Guo et al. 2020, S. 5 ff., Luxner et al. 2005, S. 5860 ff.

<sup>103</sup>vgl. Liu 2021, S. 9 ff., Marco et al. 2021, S. 4 ff., Luxner et al. 2005, S. 5861 f., Baghous et al. 2022, S. 17 f., Nguyen et al. 2021, S. 34; Alwattar et al. 2020, S. 2; Wang et al. 2021, S. 16 f., Fleisch et al. 2021, S. 9; Shi et al. 2021, S. 2017.



Versuchsergebnissen gewählt, wobei die Geometrie in der Simulation dann i. d. R. der des Probekörpers der experimentellen Untersuchung entspricht.<sup>104</sup>

Eine Modellierung der Meso-Struktur-Elementarzellen mit Balkenelementen ist auf Streben-Meso-Strukturen begrenzt. Die Balkenelemente ermöglichen einen geringen Berechnungsaufwand und erlauben dabei verschiedene Topologien und auch eine Variation der Strebendicke abzubilden. Jedoch ist die Annahme der Balkeneigenschaften nur für schlanke Streben gültig und das Simulationsergebnis weist einen erhöhten Näherungsfehler auf, da die Verbindungen der Streben nicht korrekt abgebildet werden.<sup>105</sup>

Mit dreidimensionalen Volumenelementen sind sowohl Flächen- als auch Streben-Meso-Strukturen modellierbar. Die dreidimensionalen Volumenelemente bilden die Geometrie und auch die Verbindungen mit größerer Genauigkeit ab und sind universell für die Modellierung unterschiedlicher Struktur厚ken der Meso-Strukturen anwendbar. Es ist jedoch insbesondere bei geringen Struktur厚ken auf eine geeignete, v. a. ausreichend feine, d. h. durch eine Konvergenzanalyse überprüfte, Vernetzung zu achten und mit den dreidimensionalen Volumenelementen geht, verglichen mit den Balkenelementen, ein erheblich höherer Berechnungsaufwand einher.<sup>106</sup>

Vergleiche der Modellierungsvarianten mit experimentellen Ergebnissen zeigen, dass Modelle mit dreidimensionalen Volumenelementen eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen erreichen.<sup>107</sup>

Ein Ansatz, der für die Simulation von Bauteilen mit Meso-Strukturen häufig zum Einsatz kommt, ist der Homogenisierungsansatz, der schematisch in Abbildung 2.12 gezeigt ist. Dafür werden die Eigenschaften der Meso-Struktur-Elementarzellen auf äquivalente Werkstoffeigenschaften, den äquivalenten Elastizitätsmodul  $E_{eq}$ , den äquivalenten Schubmodul  $G_{eq}$  und die äquivalente Querkontraktionszahl  $\nu_{eq}$ , zurückgeführt, die in der Simulation des Bauteils als Werkstoffcharakteristika vorgegeben werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Meso-Struktur-Elementarzellen orthotrop und dadurch die drei äquivalenten Eigenschaften voneinander unabhängig sind.<sup>108</sup> Ist die Meso-Struktur-Elementarzelle zudem in den drei zueinander senkrechten Richtungen der Orthotropie unterschiedlich aufgebaut, sind neun unabhängige Kennwerte zu ermitteln, die in der Simulation als Charakteristika vorgegeben werden. Unter Verwendung des Homogenisierungsansatzes kann das Bauteil in der FEM wie ein Kontinuum berechnet werden, anstatt die komplexen Meso-Strukturen vollständig zu berechnen, wodurch eine erhebliche Reduktion des Berechnungsaufwands erreicht wird. Die ermittelten äquivalenten Werkstoffeigenschaften sind jedoch stets nur für die jeweils zuvor untersuchte Elementarzelle gültig. Ändern sich Strukturdicke, Elementarzellengröße oder Topologie, müssen die

<sup>104</sup>vgl. Guo et al. 2020, S. 13 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 11; Zhao et al. 2020, S. 7; Bai et al. 2020, S. 7 ff.

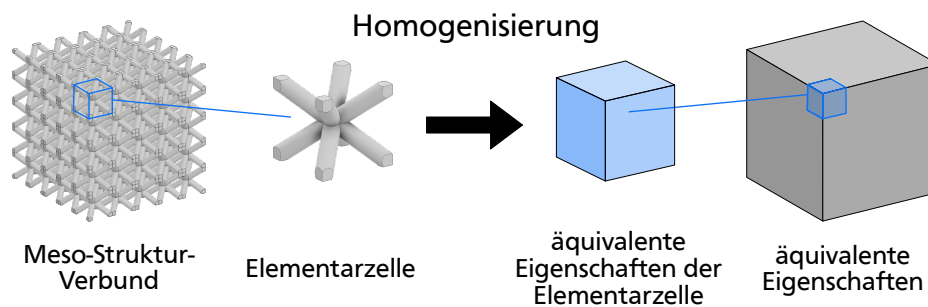
<sup>105</sup>vgl. Dong et al. 2017, S. 7 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 3 ff., Guo et al. 2020, S. 6 f., Luxner et al. 2005, S. 5860 ff.

<sup>106</sup>vgl. Dong et al. 2017, S. 7 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 3 ff., Guo et al. 2020, S. 5 f., Luxner et al. 2005, S. 5861 ff., Souza et al. 2018, S. 59 f.

<sup>107</sup>vgl. Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 8 ff.

<sup>108</sup>vgl. Grellmann et al. 2015, S. 547.

äquivalenten Eigenschaften für die geänderte Elementarzelle erneut ermittelt werden.<sup>109</sup>



**Abbildung 2.12:** Schematische Darstellung des Homogenisierungsansatzes<sup>110</sup>

Gradierte Meso-Strukturen können nicht vollständig mithilfe periodischer Randbedingungen abgebildet werden, da die Struktur in Gradierrichtung nicht periodisch ist. Daher werden Untersuchungen an gradierten Meso-Strukturen an einem gradierten Meso-Struktur-Verbund durchgeführt.<sup>111</sup>

## 2.5 Mechanische Eigenschaften von Meso-Strukturen

Additiv gefertigte Meso-Strukturen bieten eine Vielzahl von Eigenschaftsprofilen. Durch die verschiedenen Merkmale können unterschiedliche Eigenschaften beeinflusst werden. Da diese Arbeit sich mit den mechanischen Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen beschäftigt, werden die Erkenntnisse zur mechanischen Steifigkeit und der Querkontraktionszahl der Meso-Strukturen hier detailliert vorgestellt. Weitere über Meso-Strukturen beeinflussbare Eigenschaften sind u. a. mechanische Festigkeits-, Ermüdungs- und Energieabsorptionseigenschaften unter verschiedenen Beanspruchungen bzw. Lastfällen. Neben den mechanischen Eigenschaften sind Meso-Strukturen auch für Eigenschaften wie beispielsweise thermische und elektrische Leitfähigkeit relevant.<sup>112</sup>

Die mechanische Steifigkeit beschreibt den Widerstand einer Struktur gegenüber Deformation unter Last. Sie fällt unterschiedlich aus, abhängig von der Struktur und der Beanspruchung, die innerhalb der Struktur aufgrund der äußeren Belastung auftritt. Für die Beschreibung des Strukturverhaltens im Betrieb werden bei Meso-Strukturen

<sup>109</sup>vgl. Dong et al. 2017, S. 7 ff., Weeger 2021, S. 14; Marco et al. 2021, S. 6; Hailu et al. 2022, S. 5937; Souza et al. 2018, S. 56 ff., Baghous et al. 2022, S. 7 ff., Nguyen et al. 2021, S. 32 ff., Li et al. 2019, S. 4 f., Wang et al. 2021, S. 16 f.

<sup>110</sup>in Anlehnung an Cheng et al. 2019, S. 6.

<sup>111</sup>vgl. Bai et al. 2021a, S. 4; Bai et al. 2020, S. 7 ff., Yang et al. 2019a, S. 398; Niknam et al. 2020, S. 6; Xiao et al. 2018a, S. 15 ff., Zhao et al. 2020, S. 7.

<sup>112</sup>vgl. Beyer et al. 2016, S. 8 f., Souza et al. 2018, S. 62 f., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 4 ff., Caiazza et al. 2021, S. 2915 ff., Rehme et al. 2006, S. 11; Bai et al. 2021a, S. 6; Yang et al. 2021, S. 11 ff., Chen et al. 2021b, S. 4160 ff., Plocher et al. 2020, S. 19 ff., Choy et al. 2017, S. 119; Hailu et al. 2022, S. 5942 f., Lin et al. 2021, S. 5 ff., Gibson et al. 2001, S. 295 ff., Catchpole-Smith et al. 2019, S. 4 ff., Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Doroszko et al. 2021, S. 4 ff., Riva et al. 2021, S. 655 ff.

äquivalente Eigenschaften zu jenen, die das Werkstoffverhalten von Vollmaterial unter Last charakterisieren, d. h. die äquivalente Normalsteifigkeit  $E_{\text{eq}}$ , die äquivalente Schubsteifigkeit  $G_{\text{eq}}$  und die äquivalente Querkontraktionszahl  $\nu_{\text{eq}}$ , ermittelt, wie bereits in Abschnitt 2.4 beschrieben worden ist. Die Größen sind dabei auf das Volumen einer Elementarzelle der Meso-Struktur bezogen. Die drei Größen sind aufgrund der i. A. orthotropen Eigenschaften der Meso-Strukturen voneinander unabhängig. Abhängig von der Topologie sind die Größen in drei Richtungen gleich und somit kann, wie oben bereits erläutert, jeweils nur ein Wert für jede Eigenschaft ermittelt werden. Bei anderen Topologien unterscheiden sich die Größen in den drei Richtungen.<sup>113</sup>

Die äquivalenten Steifigkeitseigenschaften werden häufig entdimensioniert betrachtet. Für die Entdimensionierung wird die äquivalente Steifigkeit der Meso-Struktur auf den Kennwert des Werkstoffs, aus dem die Struktur gefertigt oder der in einer FEM-Simulation vorgegeben worden ist, bezogen. Daraus ergeben sich die bezogenen Steifigkeiten bzw. die bezogene Querkontraktionszahl in Gleichung 2.6 bis 2.8.<sup>114</sup>

$$E^* = \frac{E_{\text{eq}}}{E_S} \quad (2.6)$$

$$G^* = \frac{G_{\text{eq}}}{G_S} \quad (2.7)$$

$$\nu^* = \frac{\nu_{\text{eq}}}{\nu_S} \quad (2.8)$$

Für die Ermittlung der Eigenschaften werden die in Abschnitt 2.4 erläuterten Verfahren, analytische oder numerische Berechnung oder experimentelle Ermittlung, angewandt. In verschiedenen Studien wird dabei der Einfluss unterschiedlicher Merkmale untersucht. Die wesentlichen Merkmale, von welchen jeweils eines oder mehrere als Einflussparameter betrachtet werden, sind die Topologie, die Strukturdicke, die Elementarzellengröße, das Seitenverhältnis der Elementarzelle und ihre Orientierung. Das Verhältnis der Strukturdicke und der Kantenlänge der Elementarzelle, welche die Elementarzellengröße charakterisiert, wird dabei häufig als entdimensioniertes Dimensionsverhältnis  $d/l$  verwendet, in dessen Abhängigkeit die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen betrachtet werden. Alternativ wird die entdimensionierte relative Dichte  $\rho^*$  als Bezugsgröße verwendet, die als das Verhältnis der äquivalenten Dichte der Meso-Struktur  $\rho_{\text{eq}}$  zur Dichte des Vollmaterials  $\rho_S$ , aus dem die Struktur besteht, in Gleichung 2.9 definiert ist. Die relative Dichte als Eigenschaft der Struktur wird durch die Strukturdicke und die Kantenlänge der Elementarzelle bestimmt. Außerdem werden Unterschiede zwischen

<sup>113</sup>vgl. Tang et al. 2019, S. 4028; Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 4 ff., Souza et al. 2018, S. 59 ff., Caiazzo et al. 2021, S. 2915 ff., Cheng et al. 2019, S. 8 ff., Plocher et al. 2020, S. 7 ff., Zhang et al. 2022, S. 15 f., Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Doroszko et al. 2021, S. 4 ff., Riva et al. 2021, S. 655 ff., Alwattar et al. 2020, S. 3ff., Berger et al. 2017, S. 534 f., Grellmann et al. 2015, S. 547.

<sup>114</sup>vgl. Bai et al. 2021b, S. 15 ff., Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Riva et al. 2021, S. 655 ff., Berger et al. 2017, S. 534 f.

den Eigenschaften homogener und gradierter Meso-Strukturen betrachtet.<sup>115</sup>

$$\rho^* = \frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_S} \quad (2.9)$$

Die Eigenschaften werden unter variierenden Rahmenbedingungen ermittelt. Die Unterschiede liegen in<sup>116</sup>

- Charakterisierungsverfahren: Analytik, FEM, Experiment
- zugrunde liegenden Werkstoffkennwerten
- Modellierung in der FEM: Randbedingungen, virtueller Versuchsaufbau
- Fertigungsverfahren und Messmethoden bei Experimenten
- Probekörper für FEM oder Experiment: Anzahl der Elementarzellen

Außerdem werden unterschiedliche Merkmale, d. h. unterschiedliche Topologien, und unterschiedliche Bereiche des Dichtespektrums bzw. Dicken- und Größenbereiche, betrachtet. Daher können die ermittelten Eigenschaften nicht immer direkt zusammengeführt werden. Jedoch werden in der Literatur übergeordnete Zusammenhänge zwischen den Steifigkeitseigenschaften und den Merkmalen der Meso-Strukturen identifiziert, die im Folgenden für homogene und gradierte Meso-Strukturen zusammengefasst werden.<sup>117</sup>

### 2.5.1 Steifigkeit homogener Meso-Strukturen

Für die homogenen Meso-Strukturen, also Meso-Strukturen mit konstanter Strebendicke, werden die Normalsteifigkeit unter Zug- oder Druckbelastung, die Schubsteifigkeit und die Querkontraktionszahl untersucht. Die Größen werden dabei auf eine einzelne Elementarzelle zurückgeführt, wofür entweder im Rahmen von FE-Analysen Einzelzellen mit periodischen Randbedingungen untersucht werden, wie in Abschnitt 2.4.2 erläutert, oder die Steifigkeit auf die Elementarzellenanzahl bezogen wird, wie im Fall von experimentellen Untersuchungen oder Simulationen mit einem Meso-Struktur-Verbund.<sup>118</sup>

Die Normalsteifigkeit steigt für alle Topologien mit zunehmender relativer Dichte bzw. steigendem Dimensionsverhältnis nichtlinear an, wie u. a. Ruiz de Galarreta et al.<sup>119</sup>

<sup>115</sup>vgl. Hailu et al. 2022, S. 5932; Riva et al. 2021, S. 655 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 4 ff., Rehme et al. 2006, S. 10 f., Souza et al. 2018, S. 59 ff., Tang et al. 2019, S. 4016; Beyer et al. 2016, S. 5 f., Caiazzo et al. 2021, S. 2912 ff., Plocher et al. 2020, S. 3 ff., Bai et al. 2021a, S. 3; Chen et al. 2021b, S. 4156; Yang et al. 2021, S. 5 f., Choy et al. 2017, S. 114; Zhang et al. 2022, S. 15; Cheng et al. 2019, S. 8 ff., Maskery et al. 2018, S. 225 ff., Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Doroszko et al. 2021, S. 15 f., Alwattar et al. 2020, S. 3ff., Caiazzo et al. 2021, S. 2912 ff.

<sup>116</sup>vgl. Dong et al. 2017, S. 4 f., Takezawa et al. 2021, S. 3 ff., Doroszko et al. 2021, S. 3 ff., Riva et al. 2021, S. 655 ff., Liu 2021, S. 6 ff., Alwattar et al. 2020, S. 3 ff.

<sup>117</sup>vgl. Dong et al. 2017, S. 4 f., Maskery et al. 2018, S. 225 ff., Bai et al. 2021b, S. 7 ff., Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Doroszko et al. 2021, S. 15 f., Riva et al. 2021, S. 655 ff.

<sup>118</sup>vgl. Grellmann et al. 2015, S. 547; Baghous et al. 2022, S. 10; Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Doroszko et al. 2021, S. 4 ff., Riva et al. 2021, S. 655 ff., Alaña et al. 2022, S. 2; Alwattar et al. 2020, S. 3 ff., Wang et al. 2021, S. 17; Gümrük et al. 2013, S. 402 ff.

<sup>119</sup>vgl. Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 7.

zeigen. Ebenso verläuft die Tendenz für die Schubsteifigkeit nichtlinear ansteigend mit zunehmender relativer Dichte bzw. steigendem Dimensionsverhältnis, wie beispielsweise bei Souza et al.<sup>120</sup> gezeigt wird. Dabei ist die Änderung des Verhältnisses zwischen dem Strebendurchmesser  $d$  und der Kantenlänge  $l$  entscheidend. Bei gleichbleibender relativer Dichte hat eine Änderung der Elementarzellengröße oder der Strukturdicke keinen signifikanten Einfluss.<sup>121</sup> Die Zusammenhänge zwischen den Steifigkeitseigenschaften und der relativen Dichte bzw. dem Dimensionsverhältnis sind durch Skalierungsgesetze beschreibbar. Die Skalierungsgesetze sind individuell für die jeweilige Topologie. Baghous et al. beispielsweise leiten Skalierungsgesetze für die Topologie Schoen I-graph-wrapped package (IWP) ab. Dazu beziehen sie alle Steifigkeitsgrößen auf den Elastizitätsmodul des Werkstoffs und leiten Potenzfunktionen für die Abhängigkeit der bezogenen Steifigkeitseigenschaften von der relativen Dichte ab. Dadurch ist das Skalierungsgesetz entdimensioniert. Das Skalierungsgesetz ist für den relativen Dichtebereich von 7 % bis 28 % approximiert worden.<sup>122</sup> Weitere Skalierungsgesetze abhängig von der relativen Dichte führen Baghous et al. in einer weiteren Veröffentlichung an<sup>123</sup>. Ebenfalls mit einer Potenzfunktion für das gesamte Dichtespektrum nähern Nguyen et al. die Steifigkeitseigenschaften einer Oktett-Fachwerk-Topologie an.<sup>124</sup> Li et al. nähern den Zusammenhang zwischen relativer Dichte und den Steifigkeiten von Gyroid Strukturen über eine Exponentialfunktion mit der relativen Dichte im Exponenten an. Diese Skalierungsgesetze sind für das gesamte relative Dichtespektrum vorgesehen<sup>125</sup>. Eine weitere Variante der Näherungsfunktion ist die Polynomfunktion, die u. a. Cheng et al. für eine kreuzkubische Topologie anwenden<sup>126</sup>. Eine Zusammenfassung weiterer Varianten von Näherungsfunktionen für den Zusammenhang der Steifigkeit mit der relativen Dichte liefern Choren et al. Diese Übersicht und die weiteren Beispiele zeigen, dass eine Vielzahl von Näherungsmöglichkeiten bestehen, die sich für unterschiedliche Topologien und relative Dichtespektren eignen.<sup>127</sup>

Wie bereits für die Steifigkeitseigenschaften, haben Baghous et al. auch ein Skalierungsgesetz für die Querkontraktionszahl abhängig von der relativen Dichte im Bereich von 7 % bis 28 % ermittelt. Die Querkontraktionszahl folgt in dem relativen Dichtebereich dem exponentiellen Verlauf, den auch die Näherungsfunktion beschreibt<sup>128</sup>. Im gesamten Dichtespektrum ändert sich der Verlauf der bezogenen Querkontraktionszahl, wie Marco et al. zeigen, und weicht von dem exponentiellen Verlauf ab. Außerdem schwankt die bezogene Querkontraktionszahl erheblich abhängig von der Topologie. Je nach Topologie

<sup>120</sup>vgl. Souza et al. 2018, S. 62.

<sup>121</sup>vgl. Merkt 2015, S. 100 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 8.

<sup>122</sup>vgl. Baghous et al. 2022, S. 11.

<sup>123</sup>vgl. Baghous et al. 2022, S. 16 ff.

<sup>124</sup>vgl. Nguyen et al. 2021, S. 39.

<sup>125</sup>vgl. Li et al. 2018, S. 10.

<sup>126</sup>vgl. Cheng et al. 2017, S. 666.

<sup>127</sup>vgl. Choren et al. 2013, S. 5109 f., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 7 ff., Souza et al. 2018, S. 59 ff., Merkt 2015, S. 93 ff., Baghous et al. 2022, S. 10 ff., Plocher et al. 2020, S. 15 f., Wang et al. 2021, S. 8; Shi et al. 2021, S. 2019; Vega-Moreno et al. 2020, S. 6; Zhang et al. 2021a, S. 3 ff., Takezawa et al. 2021, S. 5 ff., Doroszko et al. 2021, S. 4 ff., Riva et al. 2021, S. 660 ff., Liu 2021, S. 16 ff., Berger et al. 2017, S. 534 f.

<sup>128</sup>vgl. Baghous et al. 2022, S. 12.

liegt sie dabei oberhalb oder unterhalb der Werkstoffquerkontraktionszahl. Mit steigender relativer Dichte bzw. sinkender Porosität, die bei Marco et al. angegeben ist, nähert sich die Querkontraktionszahl der Werkstoffquerkontraktionszahl an.<sup>129</sup>

Die Topologien der Meso-Strukturen haben einen erheblichen Einfluss auf die Steifigkeitseigenschaften. Der Vergleich verschiedener Topologien hinsichtlich ihrer Leichtbaueigenschaften, in diesem Fall der Steifigkeit bezogen auf die Masse, ist bei der Auftragung abhängig von der relativen Dichte möglich<sup>130</sup>. Aus diesem Vergleich ergibt sich für Flächen-Meso-Strukturen i. Allg. eine höhere Steifigkeit als für Streben-Meso-Strukturen. Sowohl Flächen- als auch Streben-Meso-Struktur-Topologien weisen Unterschiede in der Steifigkeit gegenüber Zug/Druck und Schub auf, wobei Meso-Strukturen mit hoher Normalsteifigkeit zumeist eine vergleichsweise geringe Schubsteifigkeit aufweisen und umgekehrt. Meso-Strukturen, bei welchen die Steifigkeiten ähnlich hoch sind, bewegen sich im Vergleich bezüglich jeweils einer der Steifigkeiten im Mittelfeld des Steifigkeitsspektrums der Topologien.<sup>131</sup>

Die Eigenschaften der Topologien können gezielt durch die Wahl und auch die Anpassung bzw. Entwicklung der Meso-Struktur-Topologien eingestellt werden. Dies zeigen u. a. Souza et al., die den Einfluss weiterer Streben anhand der FCC-, der BCC- und der BFCC-Topologie untersuchen. Die Untersuchungen ergeben, dass die Topologien mit Streben in Beanspruchungsrichtung stets die höchsten Steifigkeitswerte erreichen. Unter den ausgewählten Topologien sind dies die BCC-Topologie für Schubbeanspruchung und die FCC-Z-Topologie für Normalbeanspruchung in z-Richtung. Die zusätzlichen Streben an den z-Kanten der Elementarzelleneinhüllenden führen insbesondere bei geringen Strebendurchmessern zu einer Steigerung der Normalsteifigkeit, während die Schubsteifigkeit dadurch nicht gesteigert werden kann.<sup>132</sup>

## 2.5.2 Steifigkeit gradierter Meso-Strukturen

Gradierte Meso-Strukturen werden in der Literatur meist in Experimenten und teils in vergleichenden Simulationen mit der Probekörpergeometrie aus den Experimenten untersucht. Da die gradierten Meso-Strukturen nicht vollständig periodisch sind, können für die Analyse keine periodischen Randbedingungen angewandt werden. Die Analysen werden daher sowohl experimentell als auch in der FEM mit Meso-Struktur-Verbänden durchgeführt, wobei die Gradierung über den Probekörper ähnlich wie in Abbildung 2.13 kontinuierlich verläuft.<sup>133</sup>

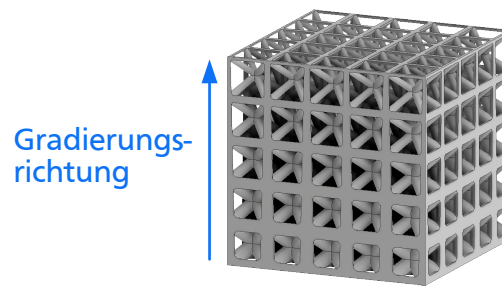
<sup>129</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 8; Zhang et al. 2021a, S. 3 ff.

<sup>130</sup>vgl. Souza et al. 2018, S. 60.

<sup>131</sup>vgl. Tancogne-Dejean et al. 2018a, S. 2 ff., Tancogne-Dejean et al. 2018b, S. 28 ff., Zhang et al. 2021a, S. 2 ff., Riva et al. 2021, S. 651 ff., Kumar et al. 2020, S. 3 ff., Berger et al. 2017, S. 534 f., Kader et al. 2020, S. 11; Marschall et al. 2020, S. 6; Refai et al. 2020, S. 5.

<sup>132</sup>vgl. Souza et al. 2018, S. 60 ff., Marco et al. 2021, S. 7 ff., Kumar et al. 2020, S. 3 ff., Berger et al. 2017, S. 535; Bai et al. 2021b, S. 4 ff., Albertini et al. 2021, S. 12; Abou-Ali et al. 2020, S. 7 ff.

<sup>133</sup>vgl. Bai et al. 2020, S. 14 ff., Liverani et al. 2021, S. 105 ff., Choy et al. 2017, S. 114; Mahbod et al. 2019, S. 6.



**Abbildung 2.13:** Beispielhafte Darstellung für einen kontinuierlich gradierten Meso-Struktur-Verbund

Die Eigenschaften gradiertter Meso-Strukturen werden für unterschiedliche Topologien in Druckversuchen unter Belastung in unterschiedlichen Richtungen untersucht. Auch hier sind die Rahmenbedingungen der Untersuchungen unterschiedlich, da unterschiedliche Charakterisierungsverfahren, Werkstoffe, Modellierungsweisen, Fertigungsverfahren und Probekörper zur Anwendung kommen. Hinzu kommt, dass die Arten der Gradierungen sich unterscheiden. Zum einen werden Dicken-, zum anderen Längengradierungen betrachtet. Diese unterscheiden sich in ihren Gradierungsspannen, durchschnittlichen relativen Dichten und Elementarzellengrößen. Infolgedessen ist auch hier keine direkte Vergleichbarkeit gegeben. Die Erkenntnisse der Studien sind im Folgenden zusammengestellt.<sup>134</sup>

Aufgrund der Einschränkung der Periodizität und des daraus resultierenden Erfordernisses, die Probekörper auch in der FEM-Simulation als Meso-Struktur-Verbund zu gestalten, werden die Steifigkeitswerte für den Verbund ermittelt. Einige Autoren führen bei der Auswertung der FEM die Eigenschaften auf die einzelnen gradierten Ebenen zurück. Dafür ermitteln sie die Verschiebungen der einzelnen Schichten und wenden die Mischungsregel 2.10 an.<sup>135</sup>

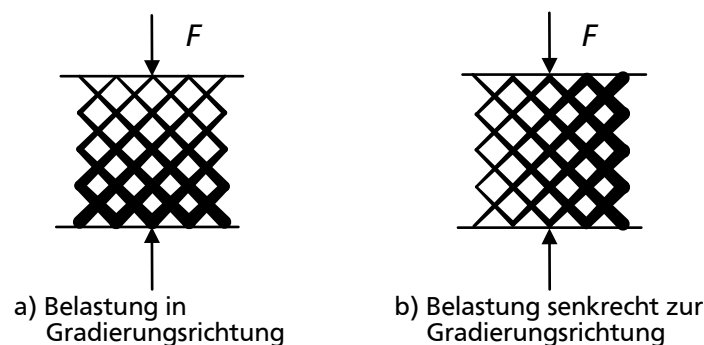
$$\frac{1}{E_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \quad (2.10)$$

Der Einfluss der Gradierung hängt von der Topologie und der Ausrichtung der Gradierung zur Lastrichtung ab. Bei Van Grunsven et al. ergibt sich für die gradierte Probe einer Diamantstruktur eine leichte Reduktion der Steifigkeit. Die Lastrichtung verläuft dabei entlang der Richtung der Dickengradierung. Plocher et al. untersuchen Dickengradierungen an der Primitive- und der BCC-Topologie und Längengradierungen an Primitive- und Gyroid-Strukturen im Vergleich zu homogenen Probekörpern der durchschnittlichen relativen Dichte bzw. Elementarzellengröße. Die Dickengradienten werden sowohl entlang als auch senkrecht zur Gradierungsrichtung geprüft. Die Ergebnisse zeigen, dass auch bei Gradierung die Steifigkeit mit steigender durchschnittlicher relativer Dichte

<sup>134</sup>vgl. Bai et al. 2020, S. 14 ff., Maskery et al. 2018, S. 226 ff., Liverani et al. 2021, S. 105 ff., Choy et al. 2017, S. 116 f., Mahbod et al. 2019, S. 15 ff.

<sup>135</sup>vgl. Bai et al. 2021a, S. 8; Maskery et al. 2018, S. 227; van Grunsven et al. 2014, S. 406; Liverani et al. 2021, S. 107 f.

nichtlinear ansteigt, ähnlich zum Anstieg der Steifigkeit homogener Elementarzellen. Für die Dickengradierung liegt die Steifigkeit quer zur Gradierungsrichtung oberhalb der Steifigkeit entlang der Gradierungsrichtung. Die Orientierungen sind in Abbildung 2.14 gezeigt. Zudem ergibt sich bei der Dickengradierung eine Steifigkeitsüberhöhung gegenüber der Steifigkeit der relativen Durchschnittsdichte für die Primitive Struktur, die mit steigender Gradierungsspanne wieder abfällt. Für die BCC-Topologie ergibt sich bei geringen Gradierungsspannen eine Steifigkeit, die näherungsweise der einer homogenen BCC-Meso-Struktur entspricht und fällt ebenfalls mit steigender Gradierungsspanne ab. Die Längengradienten werden nur unter Last in Gradierungsrichtung geprüft. Die Steifigkeit der gradierten Probekörper liegt im Bereich der Steifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte. Ähnliche Tendenzen für Dickengradienten entlang und quer zur Gradierungsrichtung ermitteln auch Chen et al. und für Druck entlang der Gradierungsrichtung Zhou et al. Auch Niknam et al. erhalten ähnliche Resultate für unterschiedliche Topologien, wobei die Überhöhung der Steifigkeit in Quer- und die Reduktion der Steifigkeit in Längsrichtung der Gradierung für die verschiedenen Topologien deutlich unterschiedlich ausfällt. Sie untersuchen zusätzlich zu kontinuierlich gradierten Meso-Strukturen auch Probekörper mit einer Gradierung von außen zur Mitte der Struktur in der Gradierungsrichtung. Diese zeigen ähnliche Ergebnisse wie die kontinuierliche Gradierung in einer Richtung.<sup>136</sup>



**Abbildung 2.14:** Schematische Darstellung der untersuchten Lastrichtungen zu den Gradierungsrichtungen: in Gradierungsrichtung a) quer zur Gradierungsrichtung b)

## 2.6 Potentiale und Anwendungen additiv gefertigter Meso-Strukturen

Durch ihre vielfältigen Eigenschaften bieten Meso-Strukturen viele Potentiale, die z. T. bereits in Anwendungen zum Einsatz kommen. Ein besonderer Vorteil der Meso-Strukturen ist, dass über ihre unterschiedlichen Merkmale mehrere Eigenschaften durch die Gestal-

<sup>136</sup>van Grunsven et al. 2014, S. 404 ff., Plocher et al. 2020, S. 6 ff., Chen et al. 2021a, S. 6 ff., Zhou et al. 2020, S. 10 ff., Niknam et al. 2020, S. 6 ff., Maskery et al. 2018, S. 227 ff., Liverani et al. 2021, S. 107 ff., Mahbod et al. 2019, S. 18.



tung der Meso-Struktur beeinflusst werden können. Die innere Struktur kann zudem lokal unterschiedlich eingestellt werden, wie für die Steifigkeit detailliert in Abschnitt 2.5 erläutert wird.<sup>137</sup>

Ein großes Potential der Meso-Strukturen ist die hohe Leichtbaugüte. Durch die innere Struktur, die gezielt auf mechanische Beanspruchungen ausgelegt werden kann, wird eine hohe Steifigkeit und Festigkeit pro Masse erzielt. Dabei ist ebenfalls vorteilhaft, dass das Versagen der determinierten Meso-Strukturen gleichmäßiger ausfällt, anders als bei stochastischen Schäumen, die in unregelmäßiger Weise lokal unterschiedlich fest sind.<sup>138</sup> Die Möglichkeit zum Leichtbau wird bei der Gestaltung verschiedener Strukturbauteile mit der Funktion einer Halterung, also, um Bauteile abzustützen, eingesetzt.<sup>139</sup> Außerdem wird das Leichtbaupotential häufig in Kombination mit weiteren Eigenschaften genutzt, wie beispielsweise einer optimierten Kühlung für einen Verbrennungsmotorzylinder und Spritzgusswerkzeugen oder der Vibrationsdämpfung bei einem Fräswerkzeug. Die Leichtbaugüte der Meso-Strukturen ist ebenfalls für aerodynamische Anwendungsfälle wie in der Luftfahrt nutzbar. Durch die Meso-Strukturen werden dünne Außenhüllen, die ein aerodynamisch optimiertes Profil erzeugen, flächig gegenüber Beulen abgestützt, wobei gleichzeitig nur eine geringe Masse aufgewandt werden muss.<sup>140</sup>

Die gezielte Einstellung lokal variabler mechanischer Eigenschaften wird im medizintechnischen Bereich eingesetzt. Dadurch sind individuelle Implantate oder Prothesen mit maßgeschneiderten Eigenschaften herstellbar.<sup>141</sup> Für unterschiedliche Knochenimplantate werden unterschiedliche Steifigkeiten und Festigkeiten benötigt, die über die innere Meso-Struktur eingestellt werden können. Dabei gibt es jeweils unterschiedliche Topologien, die angewandt werden können und die eine unterschiedliche relative Dichte erfordern, um die benötigten Eigenschaften zu erreichen. Somit besteht die Möglichkeit, über die Wahl der Topologie die Masse zu optimieren<sup>142</sup>. Abhängig von der konkreten Anwendung besteht die Möglichkeit gezielt Topologien auszuwählen bzw. anzupassen, wie Feng et al. für eine Hüftgelenkkapsel zeigen, die mit näherungsweise isotropen Elementarzellen gestaltet wird<sup>143</sup>.<sup>144</sup>

Die Eigenschaften der Meso-Strukturen unter Schwingungen können ebenfalls über die Merkmale eingestellt werden. Hierbei sind zum einen Dämpfungseigenschaften von Be-

<sup>137</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 1; Schulte et al. 2021b, S. 2 ff., Seharng et al. 2020, S. 7 ff.

<sup>138</sup>vgl. Lachmayer et al. 2017, S. 27; Bender et al. 2021, S. 765; Zhang et al. 2020, S. 1176; Teufelhart 2016, S. 13.

<sup>139</sup>vgl. Nguyen et al. 2020, S. 7 ff., Terriault et al. 2018, S. 7; Benedetti et al. 2021, S. 3; Tang et al. 2015, S. 96 ff., Cheng et al. 2017, S. 674; Cheng et al. 2018, S. 2, 15.

<sup>140</sup>vgl. Bici et al. 2018, S. 218 ff., Posser et al. 2020, S. 711 ff., Reyes Belmonte et al. 2015, S. 5 ff., Malca et al. 2018, S. Wei et al. 2018, S. 42 ff., Hanzl et al. 2019, S. 385 ff., Doehring et al. 2020, S. 2 ff., Dzogbewu 2020, S. 75; Boccini et al. 2019, S. 3 ff., Lachmayer et al. 2017, S. 45; Lachmayer et al. 2016, S. 52; Marschall et al. 2020, S. 5 ff., Xiao et al. 2012, S. 1905; Schulte et al. 2021b, S. 4 f., Seharng et al. 2020, S. 7 ff.

<sup>141</sup>vgl. Benedetti et al. 2021, S. 3; Teufelhart 2016, S. 134; Lachmayer et al. 2017, S. 25.

<sup>142</sup>vgl. McGregor et al. 2021, S. 17.

<sup>143</sup>vgl. Feng et al. 2021, S. 9 ff.

<sup>144</sup>vgl. Thompson 2018, S. 226, 233 ff., Mostafa et al. 2021, S. 9 ff., Williams et al. 2005, S. 4824; Guddati et al. 2019, S. 206 f., Seharng et al. 2020, S. 7 ff.

deutung, zum anderen die Verschiebung von Eigenfrequenzen der Strukturen in Bereiche, die in einer Anwendung nicht angeregt werden, indem das Verhältnis von Steifigkeit zu Masse der Gesamtstruktur über die Meso-Strukturen angepasst wird. Dieses Potential findet z. B. in einer Turbinenscheibe Anwendung, deren Eigenfrequenzen in einen unkritischen Frequenzbereich verschoben werden<sup>145</sup>. Zur Strukturdämpfung werden die Meso-Strukturen von Zhao et al. verwendet.<sup>146</sup> Ramadani et al. erreichen ein vibrationsarmes Zahnrad über den Einsatz von Meso-Strukturen im Zahnradkörper<sup>147, 148</sup>.

Über die gezielte Auslegung der Nachgiebigkeit und unter Ausnutzung der Versagensmechanismen von Meso-Strukturen besteht die Möglichkeit, eine hohe Energieabsorption zu erreichen. Dies wird in Crash-Absorber-Strukturen ausgenutzt, wie das Beispiel eines Körperprotektors von Brennan-Craddock et al. zeigt<sup>149, 150</sup>.

Spezielle Meso-Strukturen verfügen über einstellbare Eigenschaften. Dazu gehören v. a. Meso-Struktur-Topologien, die eine einstellbare Querkontraktionszahl aufweisen. Die Querkontraktion kann mit diesen Topologien auf Null oder negativ, wie bei einem auxetischen Material, eingestellt werden. Diese Meso-Strukturen können etwa als Wabenstrukturen gestaltet werden, wie jene, die u. a. Rehme et al. untersuchen<sup>151</sup>. Die Charakteristik kann ebenso über dreidimensionale Meso-Strukturen erzeugt werden. Dafür entwickeln White et al. spezielle Strukturen, die bestehende Meso-Struktur-Topologien kombinieren<sup>152</sup>. Auch anisotrope Eigenschaften von Meso-Strukturen sind gezielt nutzbar, z. B. in medizinischen Implantaten<sup>153</sup>. Ebenso können die Eigenschaften über die Mischung unterschiedlicher Elementarzellen innerhalb eines Bauteils eingestellt werden, was Jin et al. und Kang et al. in einer Sandwichstruktur umgesetzt haben<sup>154, 155</sup>.

Neben einstellbaren mechanischen Eigenschaften und der Möglichkeit darüber stets auch Leichtbau zu betreiben, bieten Meso-Strukturen große Vorteile für die gezielte Wärmeableitung. Durch Meso-Strukturen, die Vollmaterial ersetzen, wird die Zufuhr des Kühlmediums, meist Luft, z. T. Flüssigkeit, erhöht. Dieses Prinzip wird in Werkzeugen genutzt, z. B. für eine Reibahle<sup>156</sup>, in Spritzgusswerkzeugen<sup>157</sup> und einer beheizten

<sup>145</sup>vgl. Boccini et al. 2019, S. 3 ff.

<sup>146</sup>vgl. Zhao et al. 2019, S. 6 ff.

<sup>147</sup>vgl. Ramadani et al. 2021, S. 3390 ff.,

<sup>148</sup>bgl. Doehring et al. 2020, S. 12 ff., Wormser et al. 2017, S. 6 ff., Andresen et al. 2020, S. 4 ff., Cheng et al. 2018, S. 3 ff., Schulte et al. 2021b, S. 5.

<sup>149</sup>vgl. Brennan-Craddock et al. 2012, S. 6 f.,

<sup>150</sup>vgl. Lachmayer et al. 2017, S. 25 f., Liang et al. 2021, S. 3 ff., Shen et al. 2014, S. 3156 ff., Xiao et al. 2018b, S. 10 ff., Liang et al. 2021, S. 4 ff., Harris et al. 2021, S. 8 ff., Davami et al. 2019, S. 7 ff., Mines et al. 2013, S. 123 ff., Smith et al. 2011, S. 495 ff.; Schulte et al. 2021b, S. 6.

<sup>151</sup>vgl. Rehme 2009b, S. 131 ff., Hedayati et al. 2021, S. 2 ff., Hedayati et al. 2018, S. 4 ff., Han et al. 2018, S. 8 ff.

<sup>152</sup>vgl. White et al. 2021, S. 3 ff.

<sup>153</sup>vgl. Munford et al. 2020, S. 7 f., Xu et al. 2016, S. 444 ff.

<sup>154</sup>vgl. Jin et al. 2021, 5 ff., Kang et al. 2019, S. 6 ff.,

<sup>155</sup>vgl. Wang et al. 2018, S. 4 ff., Harris et al. 2021, S. 4; Wei et al. 2018, S. 42 ff., Weisheit et al. 2020, S. 472 ff., Schulte et al. 2021b, S. 6.

<sup>156</sup>vgl. Teufelhart 2016, S. 141 ff.

<sup>157</sup>vgl. Klahn 2015, S. 154 ff., Wu et al. 2019, S. 9 ff., Guddati et al. 2019, S. 203 f.

Stanzwerkzeugmatrize<sup>158</sup>. Auch in Wärmetauschern kommen die Meso-Strukturen zum Einsatz, um die Wärmezufuhr- bzw. -abfuhr zu verbessern. Durch die hohe Packungsdichte, kann ein deutlich gesteigerter Wärmefluss gegenüber konventionelle Wärmetauschergeometrien erreicht werden<sup>159</sup>. Ebenfalls für eine verbesserte Wärmeabfuhr nutzen Vaissier et al. die Meso-Strukturen in Fallstudien an einer Komponente eines Öltankwagens und einem gekrümmten Rohr, die beide von zu kühlenden Medien um- bzw. durchströmt werden<sup>160, 161</sup>.

Weiteres Potential bieten Meso-Strukturen in der Elektronik, wobei ihre elektrischen Eigenschaften für Kapazitäten und elektrische Leitung ausgenutzt werden können<sup>162</sup>, und der Optik, hier stellen die Meso-Strukturen definierte Lichttransmissionseigenschaften zur Verfügung<sup>163</sup>. Außerdem eignen sich Meso-Strukturen für Filter, wobei definierte Masseströme und Größen für Partikel, die den Filter durchströmen dürfen, eingestellt werden können.<sup>164</sup>

## 2.7 Grundlagen der methodischen Produktentwicklung

Die Aufgaben in der Produktentwicklung bestehen darin, Lösungen für technische Problemstellungen zu finden und bestehende technische Lösungen zu verbessern. Der Prozess gliedert sich in die Hauptphasen des Klärens der Aufgabe, des Konzipierens, des Entwerfens und des Ausarbeitens der Lösung. Diese Schritte werden in der VDI-Richtlinie 2221 differenzierter aufgeschlüsselt und zugehörige Vorgehensschritte zu den Phasen erläutert, die in Abschnitt 2.7.1 dargestellt werden.<sup>165</sup>

Eine Methode beschreibt ein "(p)lanmäßiges Vorgehen zum Erreichen eines bestimmten Ziels"<sup>166</sup>. Im Kontext der Produktentwicklung dient eine Methode dazu, Abschnitte des Entwicklungsprozesses systematisch durchzuführen, wobei dem Entwickler durch die methodischen Ansätze Modelle zur Produktbeschreibung, d. h. abstrahierte Abbilder bzw. Darstellungen von Daten und Zusammenhängen im Hinblick auf das Produkt, Hilfsmittel zur Lösungsfindung und Informationen für die unterschiedlichen Phasen der Produktentwicklung zur Verfügung gestellt werden, um eine effiziente und zielgerichtete Durchführung der Vorgehensschritte zu erreichen. Das systematische Vorgehen bietet sich insbesondere an, um Potentiale auszuschöpfen, etwa von Fertigungsverfahren, da

<sup>158</sup>vgl. Chantzis et al. 2021, S. 5 ff.

<sup>159</sup>vgl. Ho et al. 2020, S. 3 ff., Guddati et al. 2019, S. 203 f.

<sup>160</sup>vgl. Vaissier et al. 2019, S. 10 ff.

<sup>161</sup>vgl. Malca et al. 2018, S. 21; Catchpole-Smith et al. 2019, S. 5 ff., Al-Ketan et al. 2021, S. 5 ff., Takezawa et al. 2019, S. 5 ff., Kaur et al. 2020, S. 6 ff., Busse et al. 2018, S. 10 ff., Wong et al. 2018, S. 49 ff., Schulte et al. 2021b, S. 6 f., Seharing et al. 2020, S. 7 ff.

<sup>162</sup>vgl. Lambin et al. 2019, S. 2 ff., Guddati et al. 2019, S. 205 f.

<sup>163</sup>vgl. Essa et al. 2018, S. 4 ff.

<sup>164</sup>vgl. Sreedhar et al. 2018, S. 90 ff., Guddati et al. 2019, S. 202 f., Schulte et al. 2021b, S. 7.

<sup>165</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 27 ff., 67 ff., VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, Blatt 1, S. 27 ff.

<sup>166</sup>VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2004, S. 88.

auf diese Weise alle Möglichkeiten systematisch berücksichtigt werden, und um fehlende Erfahrung auf Seiten des Entwicklers zu kompensieren. Methoden für die Produktentwicklung werden i. d. R. im Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 eingeordnet, um den Rahmen der Anwendbarkeit aufzuzeigen und die unterschiedlichen Methoden entlang des Produktentwicklungsprozesses strukturiert einsetzen zu können.<sup>167</sup>

### 2.7.1 Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221

Der Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 beschreibt in einem allgemeinen Vorgehensmodell die Phasen der Produktentwicklung und die dazugehörigen Aktivitäten unter Berücksichtigung der iterativen Prozesse während der Produktentwicklung, die in Abbildung 2.15 schematisch dargestellt sind. Ausgehend von den Anforderungen, die aus der Klärung der Aufgabe hervorgehen, beginnt die Konzeptentwicklung. In dieser Phase werden die Funktionen und deren strukturelle Zusammenhänge ermittelt und im Anschluss geeignete prinzipielle Lösungen identifiziert und in Konzepten zusammengeführt. Aus diesen Konzepten werden auf Basis einer Bewertung geeignete Lösungskonzepte ausgewählt, die in einzelne Module mit entsprechenden Schnittstellen unterteilt sind. Daran schließt die Entwurfsphase an, in der die Module ausgestaltet und in das Gesamtprodukt integriert werden. Zuletzt werden die Details inklusive Nutzungs- und Ausführungsangaben ausgearbeitet.<sup>168</sup>

Für unterschiedliche Kontexte, in welchen das Vorgehensmodell angewandt wird, variieren die genauen Aktivitäten. Daher werden in der VDI 2221 kontextspezifische Darstellungen der Phasen zur Verfügung gestellt. Die Entwicklung im Maschinenbau folgt den eingangs erläuterten Phasen, wobei der Hauptteil der Entwicklungsaktivität während der Konzeptphase und der Ausgestaltung für die Serienproduktion stattfindet. Für andere Bereiche wie z. B. der Entwicklung von Elektrogeräten, können die Schwerpunkte der Entwicklungsphasen abweichen.<sup>170</sup>

### 2.7.2 Methodische Ansätze zur Integration von Meso-Strukturen

Die Integration von Meso-Strukturen in Bauteile beginnt in der Konzeptphase des Produktentwicklungsprozesses, in der die Variante, Meso-Strukturen zur Realisierung ermittelter Anforderungen einzusetzen, betrachtet wird. Zur Konkretisierung der Idee, Meso-Strukturen einzusetzen, bedarf es einer Vordimensionierung der Meso-Strukturen, um ihre Eigenschaften zu quantifizieren und mit anderen Konzepten vergleichbar zu machen.<sup>171</sup>

---

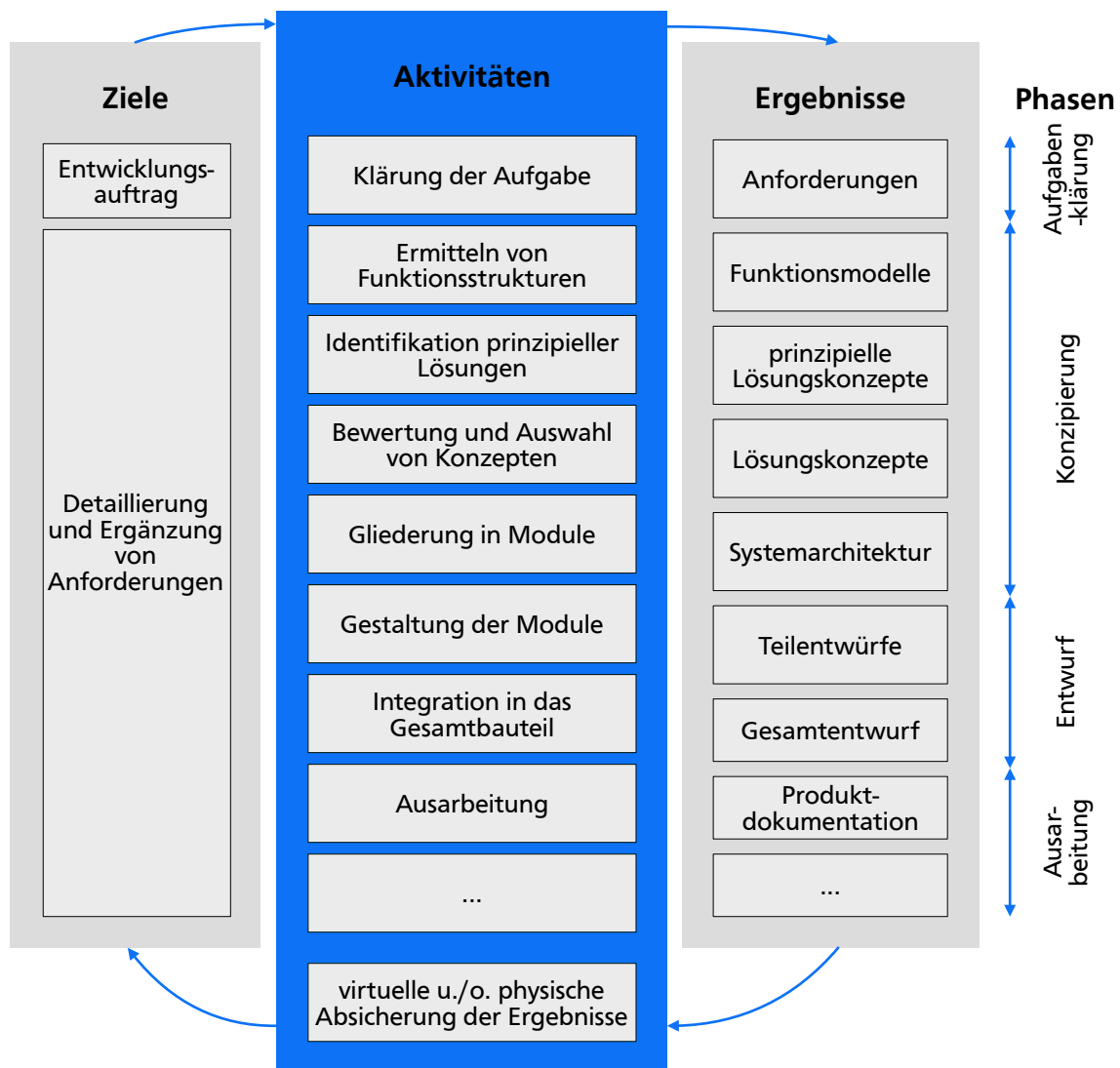
<sup>167</sup>vgl. Kranz 2017, S. 4; VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2004, S. 88; Kumke et al. 2016, S. 3; Bender et al. 2021, S. 57 ff., 765; Lindemann 2009, S. 8 ff., 57; Berschik et al. 2021, S. 2.

<sup>168</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, Blatt 1, S. 30 ff., Bender et al. 2021, 67 ff.

<sup>169</sup>in Anlehnung an Bender et al. 2021, S. 71.

<sup>170</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 77 ff., VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, Blatt 2, S. 5 ff., 30 ff.

<sup>171</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 190.



**Abbildung 2.15:** Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221<sup>169</sup>

Für die Dimensionierung von Meso-Strukturen existieren einige methodische Ansätze. Diese greifen häufig auf Optimierungen oder iterative FEM-Simulationsvorgänge zurück, wobei teils die Strukturen direkt über die Optimierung gestaltet werden, teils auf Datenbanken zurückgegriffen wird, in welchen die mechanischen Eigenschaften verschiedener Meso-Strukturen zusammengefasst sind.<sup>172</sup>

### Optimierungsansätze

Nguyen et al. gehen bei ihrem Dimensionierungsvorgehen von einer Beanspruchungsanalyse und sowohl Gestaltparametern, den Abmessungen der Elementarzelle und der Topologie, als auch den Prozessparametern der Aufbaurichtung und der Schichtdicke aus. Ausgehend von den Elementarzellen entwickeln sie effektive Materialeigenschaften

<sup>172</sup>vgl. Kumke 2018, S. 51 f., Lachmayer et al. 2017, S. 27 ff.

und ein entsprechendes Skalierungsgesetz der Eigenschaften abhängig von der relativen Dichte. Diese Parameter werden in ein iteratives Vorgehen eingespeist, das ausgehend von einer initialen Elementarzellenanzahl und relativen Dichte unter Verwendung von wiederholten FE-Analysen eine beanspruchungsgerechte Dickenverteilung der Meso-Strukturen innerhalb des Bauteils bestimmt<sup>173</sup>. Ein ähnliches Optimierungsvorgehen haben Takezawa et al. entwickelt. Für den Optimierungsalgorithmus werden zunächst der Zusammenhang zwischen der äquivalenten Steifigkeit und der jeweiligen Strukturdicke mittels des Homogenisierungsansatzes sowie zwischen der Spannung und der Strukturdicke ermittelt. Unter Verwendung von Näherungsfunktionen für diese Zusammenhänge werden dann iterativ die Steifigkeit und die innere Spannung bestimmt und die lokale Strukturdicke angepasst, bis das Konvergenzkriterium erfüllt ist.<sup>174</sup>

Einen weiteren Optimierungsansatz verfolgen Chen et al. Dazu wird ein Bauteil in endlich große Elemente unterteilt, die initial mit einer Gitterstruktur gefüllt werden. Unter vorgegebenen Rand- und Lastbedingungen wird die lokale Dicke der Streben auf ein Minimum der Formänderungsenergie optimiert, sodass sich eine beanspruchungsgerechte Dickenverteilung ergibt<sup>175</sup>. Ebenfalls eine Dickenoptimierung unter Verwendung der initialen Bauteilgestalt, der Rand- und Lastbedingungen und der Homogenisierung der Meso-Struktur-Eigenschaften verwenden Cheng et al. in ihrer Auslegungsmethode. Vor der finalen Fertigung des Bauteils sehen sie eine Validierung des optimierten Bauteils mit Meso-Strukturen vor<sup>176</sup>. Ein weiteres Optimierungsvorgehen schlagen Maskery et al. vor. Mit dem Ziel eine beanspruchungsgerechte Dickengradierung zu erzeugen, werden eine Zielfunktion für die Optimierung sowie eine initiale gradierte Meso-Struktur definiert. Iterativ wird eine neu angepasste gradierte Meso-Struktur generiert, bis das Konvergenzkriterium der Zielfunktion erreicht wird.<sup>177</sup>

Mostafa et al. ermöglichen mit ihrer Dimensionierungsmethode eine Gradierung der Meso-Struktur in zwei Richtungen. Zudem kann das entwickelte Programm unterschiedliche Bereiche im Bauteil mit verschiedenen Meso-Strukturen bestücken und separat die Außenhülle generieren, die im Anschluss an die Optimierung mit der Meso-Struktur verbunden wird. Allerdings erfordert die Methode umfangreiche Daten, die durch den Anwender zur Verfügung gestellt werden müssen. Dazu gehören neben der Bauteilgeometrie und ggf. einer Unterteilung in Bereiche, die unterschiedliche Meso-Strukturen erhalten sollen, Funktionen, die eine gewünschte Gradierung der Elementarzellen-Merkmale beschreiben, z. B. die Größengradierung oder die Änderung der relativen Dichte abhängig von der Position im Bauteil. Dadurch ermöglicht die Methode eine Meso-Struktur automatisiert zu generieren, die eigentliche Dimensionierung muss jedoch vorab durchgeführt werden.<sup>178</sup>

---

<sup>173</sup>vgl. Nguyen et al. 2021, S. 32 ff., Nguyen et al. 2020, S. 3 ff.

<sup>174</sup>vgl. Takezawa et al. 2021, S. 4 ff.

<sup>175</sup>vgl. Chen et al. 2018, S. 8 ff.

<sup>176</sup>vgl. Cheng et al. 2017, S. 662.

<sup>177</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 231 ff.

<sup>178</sup>vgl. Mostafa et al. 2021, S. 4 ff.

### Datenbankbasierte Ansätze

Mit einer Datenbank für mechanische Eigenschaften ausgewählter Meso-Struktur-Elementarzellen arbeiten Li et al. Aus dieser Datenbank werden abgestimmt auf das verfügbare Bauteilvolumen und die Belastungen, die auf das Bauteil wirken, die Elementarzellen ausgewählt und über eine Optimierung in ihrer Dicke lokal angepasst.<sup>179</sup> Auch Chang et al. sehen eine Elementarzellauswahl aus einer Datenbank vor. Diese Auswahl erfolgt in der Auslegungsmethode nachdem die zugrundeliegende Geometrie mit einer Einteilung in elementare Einheiten definiert und eine Beanspruchungsanalyse durchgeführt worden sind. Die Beanspruchungen werden den elementaren Volumen zugewiesen und entsprechend passende Zellen aus der Datenbank ausgewählt.<sup>180</sup>

Tang et al. verwenden im Rahmen ihres Dimensionierungsvorgehens für wahlweise neue Bauteile, für welche die gestellten Anforderungen zugrunde gelegt werden, oder bestehende Bauteile, die mit Meso-Strukturen gestaltet werden sollen, einen evolutionären Optimierungsalgorithmus. Dieser erzeugt eine an die Belastung angepasste dickengradiente Streben-Meso-Struktur<sup>181</sup>. In einem weiteren Beitrag gehen sie außerdem darauf ein, wie die Meso-Struktur auf die Bauteilgeometrie abgestimmt werden kann, sodass die Elementarzellen mit den Bauteilrändern abschließen.<sup>182</sup> Weeger et al. stellen ein Tool vor, das gradierte Meso-Strukturen mit definierter Kraft-Verformungs-Charakteristik auslegt, indem die Strebendicken dimensioniert werden.<sup>183</sup>

### Ansätze basierend auf Skalierungsgesetzen

Die Methode von Merkt verzichtet auf Optimierungsalgorithmen und greift auf experimentell ermittelte Skalierungskurven der Topologien zurück. Der Übergang zur Außenhülle wird gezielt gestaltet, um diese abzustützen.<sup>184</sup>

### Forschungsbedarf zur Integration von Meso-Strukturen

Mit Ausnahme der Methode von Merkt greifen alle vorgestellten Methoden auf FEM-Simulationen und/oder Optimierungen zurück. Die Simulationen werden dabei iterativ durchgeführt, bis die passende Dimensionierung ermittelt ist. Dadurch ist zum einen die Verfügbarkeit eines entsprechenden Simulationstools erforderlich, zum anderen führt eine iterative Simulation oder eine Optimierung über FEM zu einem erhöhten Zeitaufwand und erfordert im Vorhinein die Kenntnis der genauen Beanspruchungsdaten.

Die Methoden, die auf Datenbanken zurückgreifen, verfügen i. d. R. über eine eingeschränkte Auswahl an Topologien, für welche die Daten der mechanischen Eigenschaften

---

<sup>179</sup>vgl. Li et al. 2019, S. 3 ff.

<sup>180</sup>vgl. Chang et al. 2010, S. 81 ff.

<sup>181</sup>vgl. Tang et al. 2015, S. 95 ff.

<sup>182</sup>vgl. Tang et al. 2019, S. 4019 ff.

<sup>183</sup>vgl. Weeger et al. 2019, S. 11 ff.

<sup>184</sup>vgl. Merkt 2015, S. 92 ff.

vorliegen. Die Ermittlung der Daten für zusätzliche Topologien erfordert z. T. die Durchführung von Versuchsreihen oder umfangreichen Simulationen. Zudem wird der Einfluss einer Gradierung auf die mechanischen Eigenschaften der endgültigen Meso-Struktur bei den Methoden zur Dickenoptimierung erst in simulativen oder experimentellen Validierungen im Anschluss an die Auslegung betrachtet.



## 3 Forschungsdesign

In diesem Kapitel wird zunächst in Abschnitt 3.1 aus dem Stand der Forschung der Forschungsbedarf hinsichtlich der Dimensionierung und Auslegung von Meso-Strukturen in Bauteilen abgeleitet. Dazu werden die Herausforderungen bei der systematischen Gestaltung von Bauteilen mit Meso-Strukturen aufgezeigt. In Abschnitt 3.2 wird die Zielsetzung erläutert, die sich aus dem Forschungsbedarf ergibt, und die zugehörigen Forschungsfragen werden in Abschnitt 3.3 formuliert. Das Vorgehen zur Beantwortung der Forschungsfragen und zum Erreichen der Zielsetzung wird in Abschnitt 3.4 beschrieben.

### 3.1 Forschungsbedarf

Bei der Gestaltung von Bauteilen für die Herstellung mittels additiver Fertigung, ist für die Wirtschaftlichkeit der Bauteilentwicklung stets anzustreben, die Potentiale der additiven Fertigung bestmöglich auszunutzen. Zu den Hauptpotentialen der additiven Fertigung zählt, wie in den Abschnitten 2.2 und 2.6 vorgestellt, die erhöhte Gestaltungsfreiheit gegenüber konventionellen Fertigungsverfahren. Diese Gestaltungsfreiheit ermöglicht unter anderem die Herstellung von filigranen Strukturen, Freiformflächen sowie Hinterschnitten und Hohlräumen und somit die Fertigung determinierter Meso-Strukturen, die in Abschnitt 2.6 erläutert werden. Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, können Meso-Strukturen eine Vielzahl von Topologien aufweisen, die unterschiedliche Eigenschaften und Ausmaße von Eigenschaften bieten und somit großes Potential für die beanspruchungsgerechte Bauteilentwicklung haben.<sup>1</sup>

Um die Potentiale der Meso-Strukturen ausschöpfen zu können, ist deren zielgerichtete Auslegung auf die Anforderungen des Bauteils erforderlich. Dazu werden Ansätze verfolgt, Meso-Strukturen unter Ausschöpfung ihrer Potentiale systematisch durch Entwicklungsmethoden im Rahmen der Produktentwicklung nutzbar zu machen. Die Herausforderung bei der systematischen Nutzung von Meso-Strukturen ist die Beschreibung ihrer Eigenschaften sowie die Erarbeitung von Konstruktionshinweisen für die Bauteilgestaltung und deren Verwendung.<sup>2</sup>

In Abschnitt 2.7.2 im Stand der Forschung werden unterschiedliche Ansätze für die methodische Gestaltung und Dimensionierung von Meso-Strukturen vorgestellt und ihre Vor- und Nachteile erläutert. Dabei stehen unterschiedliche Nachteile im Fokus, wie in Abschnitt 2.7.2 zusammengefasst, die entweder auf den Zeitaufwand oder eine signifikante

---

<sup>1</sup>vgl. Kumke et al. 2016, S. 3; Lachmayer et al. 2016, S. 42, 45 ff., Breuninger et al. 2013, S. 202, 203; Lindemann et al. 2015, S. 216, 217; Bender et al. 2021, S. 755 ff., VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2015, S. 5 f., 15 ff.

<sup>2</sup>vgl. Lachmayer et al. 2016, S. 46; Kumke et al. 2016, S. 3.

Einschränkung der Anwendbarkeit, u. a. aufgrund der Topologieauswahl, zurückgeführt werden können. Eine Auslegung der Meso-Strukturen für einen Anwendungsfall ist auf Basis dieser Vorgehensweisen nur eingeschränkt möglich und, wie in den Abschnitten 2.7.2 und 2.5 beschrieben, stets eingeschränkt auf einzelne Strukturen und die dafür speziell ermittelten Kurven bzw. Werte oder nur unter Inkaufnahme eines erheblichen Zeitaufwands sowie der Notwendigkeit entsprechender Computer-Infrastruktur durch die Erfordernis von Simulationen möglich.

Im Fokus dieser Arbeit steht daher die mechanische Auslegung für eine Vordimensionierung von Meso-Strukturen in der Konzeptphase des methodischen Entwicklungsprozesses. Die Auslegung der mechanischen Eigenschaften ist für jedes Bauteil erforderlich, da Bauteile entweder in ihrer Hauptfunktion oder neben ihrer Hauptfunktion eine mechanische Belastung zu ertragen haben, wie unter anderem das Motivationsbeispiel des Knochenimplantats in Abschnitt 1.1 zeigt.

## 3.2 Wissenschaftliche Ziele

Aus dem ermittelten Forschungsbedarf in Abschnitt 3.1 leitet sich das übergeordnete wissenschaftliche Ziel ab, eine Methode für die Vordimensionierung von additiv gefertigten Meso-Strukturen in Bauteilen hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften zu erarbeiten.

Aus den mechanischen Eigenschaften werden an dieser Stelle die Steifigkeitseigenschaften ausgewählt. Über die Steifigkeitseigenschaften ist es möglich, das statische Verhalten einer Meso-Struktur in einem Bauteil im Betriebszustand zu beschreiben bzw. dieses auszulegen. Das Verhalten der Struktur ist entscheidend für die Funktion eines Bauteils. Übersichtsweise ist auch das dynamische Verhalten der Struktur im Bauteil abschätzbar, indem der Zusammenhang zwischen Eigenfrequenz und dem Verhältnis der statischen Steifigkeit zur Masse der Struktur verwendet wird<sup>3</sup>. Neben der hier untersuchten Steifigkeit ist für die Anwendung stets auch die Festigkeit des Bauteils zu prüfen.

Betrachtet werden die Zug-/Drucksteifigkeit und die Schubsteifigkeit. Im Fall der Steifigkeit sind die Struktureigenschaften unter Zug und Druck identisch, wohingegen bei Festigkeitsbetrachtungen die Versagensmechanismen zu unterscheiden sind. Die Steifigkeit gegenüber Torsion und Biegung wird analog zur Beschreibung von Werkstoffeigenschaften auf die dabei relevanten lokalen Zug-/Druck- bzw. Schubsteifigkeiten zurückgeführt.

Des Weiteren werden verschiedene Streben-Meso-Strukturen untersucht, da diese in bisherigen Anwendungen gängigerweise verwendet werden. Flächen-Meso-Strukturen werden stichprobenartig betrachtet, um die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Meso-Struktur-Topologien zu überprüfen.

Das Ziel wird in drei aufeinander aufbauende Zielstellungen unterteilt:

1. Ermitteln der mechanischen Steifigkeitseigenschaften unterschiedlicher homogener Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen innerhalb eines Zellenverbundes und

---

<sup>3</sup>Gross et al. 2021b, S. 216.

Ableiten von Modellen zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den Eigenschaften und den gestalterischen Merkmalen der Elementarzellen

2. Analyse der Auswirkung einer beanspruchungsgerechten Gradierung der Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen im Meso-Strukturverbund auf die mechanischen Steifigkeitseigenschaften und Integration der Ergebnisse in die Modellierung
3. Ableiten einer Methode zur Anwendung des Auslegungsmodells für die Vordimensionierung der Steifigkeit von Streben-Meso-Strukturen für ihre Integration in Bauteilen

### 3.3 Forschungsfragen

Aus der Zielsetzung in Abschnitt 3.2 ergibt sich die folgende übergeordnete Fragestellung, die zur Erreichung der Zielsetzung zu beantworten ist: Welche Modelle ermöglichen die systematische Integration von beanspruchungsgerecht dimensionierten Streben-Meso-Strukturen in Volumenbauteilen? Die Fragestellung wird unterteilt in drei Forschungsfragen sowie zugehörige Forschungshypothesen.

1. Forschungsfrage: Mithilfe welcher Modelle sind die mechanischen Steifigkeitseigenschaften homogener additiv gefertigter Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen im Meso-Strukturverbund in Abhängigkeit von ihren gestalterisch beeinflussbaren Merkmalen beschreibbar?

Hypothese: Die mechanischen Steifigkeitseigenschaften von Streben-Meso-Strukturen sind anhand der Verknüpfung der gestalterischen Merkmale in mathematischen Funktionen beschreibbar.

2. Forschungsfrage: Durch welche Modelle sind die mechanischen Steifigkeitseigenschaften gradiertter Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen basierend auf den homogenen, additiv gefertigten Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen beschreibbar, um eine beanspruchungsgerechte Gestaltung zu erreichen?

Hypothese: Die mechanischen Steifigkeitseigenschaften gradiertter Streben-Meso-Strukturen für eine beanspruchungsgerechte Bauteilgestaltung sind abhängig von Gestaltungsmerkmalen im Sinne einer Auslegung beschreibbar.

3. Wie wird die systematische Vordimensionierung von Bauteileigenschaften mit Streben-Meso-Strukturen im Meso-Strukturverbund möglich?

Hypothese: Die Modelle können in ein methodisches Vorgehen eingebettet werden, um die Vordimensionierung von Streben-Meso-Strukturen in Bauteilen systematisch für die Bauteilentwicklung einzubinden.

### 3.4 Forschungsvorgehen

Das Vorgehen zur Erarbeitung der Ziele und Forschungsfragen ebenso wie zur Erarbeitung der Ergebnisse orientiert sich an der Design Research Methodology nach Chakrabati und Blessing.<sup>4</sup>

Der Handlungsbedarf wird, wie beschrieben, aus dem Stand der Forschung auf Basis einer Literaturanalyse im Gebiet additiv gefertigte Streben-Meso-Strukturen im Kontext der Produktentwicklung herausgearbeitet. Als Fokus dafür ergibt sich die Auslegung der Eigenschaften der Meso-Strukturen sowie der dafür erforderlichen Zusammenhänge zwischen Eigenschaften und gestalterischen Merkmalen der Meso-Strukturen. Bestehende Ansätze in diesem Bereich werden zusammengetragen und hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit untersucht. Im Bereich der methodischen Vordimensionierung im Produktentwicklungsprozess wird hierbei der Forschungsbedarf identifiziert. Daraus leiten sich die in Abschnitt 3.2 aufgeführten Ziele ab.

Ausgehend von der Zielsetzung, die Zusammenhänge zwischen Eigenschaften und Merkmalen im Sinne einer beanspruchungsgerechten Auslegung von Meso-Strukturen in der Phase der Vordimensionierung des Produktentwicklungsprozesses zu modellieren, wird zunächst ein Finite-Elemente-Modell für die Ermittlung der Eigenschaften abhängig von ausgewählten gestalterischen Merkmalen erarbeitet. Dabei werden die Steifigkeiten der Meso-Strukturen ermittelt. Die FEM ermöglicht die Untersuchung einer Vielzahl gestalterischer Einflussparameter und deren Einflüsse unter definierten Bedingungen und unter Ausschluss von stochastischen Abweichungen, Messfehlern und unerwünschten Nebeneinflüssen, wie z. B. Schwankungen in der Versuchsdurchführung, den Umgebungsbedingungen oder der Materialqualität zwischen unterschiedlichen Chargen bei der additiven Fertigung, die nicht oder nur eingeschränkt beeinflussbar sind<sup>5</sup>. Das FEM-Modell wird mittels stichprobenartiger experimenteller Untersuchungen verifiziert. Für die ermittelten Eigenschaften werden Berechnungsmodelle für die Eigenschaftsbeschreibung zum Zweck der Dimensionierung abgeleitet.

Für die systematische Vordimensionierung der Meso-Strukturen wird, ausgehend von dem erarbeiteten Dimensionierungsmodell, ein methodisches Vorgehen für dessen Anwendung abgeleitet. Das Vorgehen sowie die Funktionsweise des Dimensionierungsmodells werden anhand eines Beispiels verifiziert.

Die Tätigkeiten und Methoden zur Erarbeitung der Modelle und der Entwicklungsmethode und somit zur Beantwortung der Forschungsfragen werden in Tabelle 3.1 detailliert aufgeführt.

---

<sup>4</sup>Blessing et al. 2009, S. 18 ff.

<sup>5</sup>Siebertz et al. 2010, S. 151 ff.

Tabelle 3.1: Forschungsvorgehen

<b>Forschungsfrage 1:</b> Mithilfe welcher Modelle sind die mechanischen Steifigkeitseigenschaften homogener additiv gefertigter Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen im Meso-Strukturverbund in Abhängigkeit von ihren gestalterisch beeinflussbaren Merkmalen beschreibbar?			
<b>Tätigkeit</b>	<b>Ansatz/Methode</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>Verweise</b>
Identifikation von Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen	Literaturrecherche	Übersicht häufiger Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen	Abschnitt 2.3.1
Identifikation der Merkmale von Meso-Strukturen	Literaturrecherche, Deduktion auf Basis analytischer Modellierungsansätze	Übersicht über konstruktiv nutzbare Merkmale von Meso-Strukturen	Abschnitte 2.3, 5.1
Identifikation von Ansätzen zur Eigenschaftsermittlung für Meso-Strukturen	Literaturrecherche	Übersicht über Möglichkeiten zur Ermittlung der Eigenschaften	Abschnitt 2.4
Ermitteln bekannter Zusammenhänge mechanischer Eigenschaften und gestalterischer Merkmale	Literaturrecherche	Übersicht über bekannte Eigenschaft-Merkmal-Zusammenhänge für Meso-Strukturen	Abschnitt 2.5
Erarbeiten eines Vorgehens zur Ermittlung der Eigenschaften von Meso-Strukturen	Aufbau und Erweiterung bestehender FEM-Simulationsmodelle	FEM-Modell zur Ermittlung der Steifigkeitseigenschaften homogener Meso-Strukturen	Abschnitte 4.1, 4.2
Beurteilung der Ergebnisse des FEM-Modells	Vergleich mit experimentellen Untersuchungen der Steifigkeitseigenschaften	Verifikation des FEM-Modells	Abschnitte 4.3, 4.4

Tabelle 3.1 – fortgesetzt von vorheriger Seite

<b>Tätigkeit</b>	<b>Ansatz/Methode</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>Verweise</b>
Untersuchung der Zusammenhänge von Steifigkeitseigenschaften und gestalterischen Merkmalen von Meso-Strukturen	Durchführung der Finite-Elemente-Analyse an verschiedenen Meso-Struktur-Elementarzellen unter Variation der Merkmale	Übersicht über die Steifigkeitseigenschaften von Meso-Strukturen abhängig von ihren Merkmalen	Abschnitte 5.2.1, 5.2.2
Analyse der ermittelten Eigenschaften abhängig von den Merkmalen hinsichtlich einer Modellierung der Zusammenhänge	Untersuchung Eigenschaft-Merkmal-Zusammenhänge auf funktionale Beschreibbarkeit	Mathematisches Modell zur Beschreibung der Eigenschafts-Merkmal-Zusammenhänge	Abschnitte 5.2.2, 5.3
<b>Forschungsfrage 2:</b> Durch welche Modelle sind die mechanischen Steifigkeitseigenschaften gradierter Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen basierend auf den homogenen, additiv gefertigten Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen beschreibbar, um eine beanspruchungsgerechte Gestaltung zu erreichen?			
<b>Tätigkeit</b>	<b>Ansatz/Methode</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>Verweise</b>
Identifikation von Möglichkeiten zur Gradierung von Meso-Strukturen	Literaturanalyse, logische Deduktion anhand ermittelter Merkmale der Meso-Struktur	Übersicht gradierbarer Merkmale von Meso-Strukturen	Abschnitt 2.3.2
Identifikation von Ansätzen zur Eigenschaftsermittlung für gradierte Meso-Strukturen	Literaturrecherche	Übersicht über Möglichkeiten zur Ermittlung der Eigenschaften bei Gradierung	Abschnitt 2.4
Ermitteln bekannter Zusammenhänge mechanischer Eigenschaften und gradierter Merkmale	Literaturrecherche	Übersicht über bekannte Eigenschaft-Merkmal-Zusammenhänge für die Gradierung von Meso-Strukturen	Abschnitt 2.5

Tabelle 3.1 – fortgesetzt von vorheriger Seite

<b>Tätigkeit</b>	<b>Ansatz/Methode</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>Verweise</b>
Erarbeiten eines Vorgehens zur Ermittlung der Eigenschaften gradierter Meso-Strukturen	Erweiterung der FEM-Simulationsmodelle für homogene Meso-Strukturen	FEM-Modell zur Ermittlung der Steifigkeitseigenschaften gradierter Meso-Strukturen	Abschnitt 4.6
Untersuchung der Zusammenhänge von Steifigkeitseigenschaften und gradierten Merkmalen von Meso-Strukturen	Durchführung der Finite-Elemente-Analyse	Übersicht über die Steifigkeitseigenschaften von Meso-Strukturen abhängig von der Gradierung ihrer Merkmale	Abschnitt 5.2.3
Analyse der ermittelten Eigenschaften abhängig von den gradierten Merkmalen hinsichtlich einer Modellierung der Zusammenhänge	Erweiterung des Dimensionierungsmodells für homogene Meso-Strukturen	Mathematisches Modell zur Beschreibung der Eigenschaft-Merkmal-Zusammenhänge für homogene und gradierte Meso-Strukturen	Abschnitt 5.3
<b>Forschungsfrage 3:</b> Wie wird die systematische Vordimensionierung von Bauteileigenschaften mit Streben-Meso-Strukturen im Meso-Strukturverbund möglich?			
<b>Tätigkeit</b>	<b>Ansatz/Methode</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>Verweise</b>
Einordnung des Modells in den Produktentwicklungsprozess	Logische Argumentation basierend auf dem Stand der Forschung zu Anwendungsfällen	Anknüpfungspunkt für die Anwendung des Vorgehens zur Verwendung des Modells im Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 <sup>6</sup>	Abschnitt 6.1
Identifikation von Voraussetzungen für die Anwendung des Modells	Logische Deduktion	Übersicht der Voraussetzungen für die Anwendung des Modells	Abschnitt 6.2

Tabelle 3.1 – fortgesetzt von vorheriger Seite

<b>Tätigkeit</b>	<b>Ansatz/Methode</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>Verweise</b>
Entwicklung eines Vorgehens zur Anwendung des Modells	Anpassung und Erweiterung auf Basis der Vorgehen bestehender Methoden für die Dimensionierung von Meso-Strukturen	Modellbasiertes Vorgehen zur Vordimensionierung von Streben-Meso-Strukturen	Abschnitt 6.2
Beurteilung der Anwendbarkeit des erarbeiteten Vorgehens	Anwendung des Vorgehens auf ein Beispielbauteil	Nachweis der Anwendbarkeit des Modells im Rahmen des Vorgehens	Abschnitt 6.3

<sup>6</sup>VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, S. 31 ff.



## 4 Finite-Elemente-Modell für die Steifigkeitsanalyse additiv gefertigter Meso-Strukturen

Die Steifigkeit der Meso-Strukturen wird mittels Finite-Elemente-Methode (FEM) ermittelt. Die FEM ist eine gängige Methode zur Charakterisierung von Meso-Strukturen, die sich auf die Grundlagen in Abschnitt 2.4.2 stützt. Sie ermöglicht die Untersuchung einer Vielzahl konstruktiver Merkmale und deren Einflüsse unter definierten Bedingungen und unter Ausschluss unerwünschter Nebeneinflüsse, wie z. B. Schwankungen in der Versuchsdurchführung oder den Umgebungsbedingungen.<sup>1</sup>

Dabei wird ein FE-Modell für homogene Elementarzellen erarbeitet und mit stichprobenartigen experimentellen Untersuchungen verifiziert. Aufbauend auf dem FE-Modell für homogene Elementarzellen wird das FE-Modell für gradierte Elementarzellen erweitert.

### 4.1 Ermittlung der mechanischen Steifigkeitseigenschaften von Meso-Strukturen

Mittels des FE-Modells werden die Steifigkeitseigenschaften unterschiedlicher Meso-Strukturen abhängig von den konstruktiven Merkmalen ermittelt. Der Ansatz zur Auslegung der Eigenschaften der inneren Struktur in Volumenbauteilen besteht darin, die Eigenschaften der Struktur äquivalent zu denen eines Werkstoffs zu beschreiben und mithilfe dieser Struktureigenschaften das Bauteil auszulegen. Dieses Vorgehen wird im Rahmen der Simulation bereits in der Homogenisierungsmethode eingesetzt, wobei die Eigenschaften ebenfalls als äquivalente mechanische Werkstoffeigenschaften in der Simulation für die Volumenelemente vorgegeben werden, statt die tatsächliche Meso-Struktur zu simulieren, wie in Abschnitt 2.4.2 vorgestellt. Die hierfür erforderlichen mechanischen Steifigkeitseigenschaften sind die äquivalente Zug-/Druck- sowie die äquivalente Schubsteifigkeit ( $E_{eq}$ ,  $G_{eq}$ ) und die äquivalente Querkontraktionszahl ( $\nu_{eq}$ ) der Meso-Struktur. Diese Eigenschaften beschreiben das quasistatische Verhalten von orthotropen Werkstoffen und können als äquivalente Eigenschaften in der Simulation vorgegeben werden. Orthotropie beschreibt das Verhalten von Strukturen mit drei zueinander senkrechten Symmetrieebenen. Daraus ergeben sich neun unabhängige Kennwerte, jeweils drei Normal- und Schubsteifigkeiten und Querkontraktionszahlen. Da die meisten Meso-Struktur-Elementarzellen in den drei zueinander senkrechten Raumrichtungen gleich

---

<sup>1</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 153 ff.

aufgebaut sind, sind die drei Steifigkeiten bzw. Querkontraktionszahlen gleich groß, wodurch sich die Anzahl der zu ermittelnden Eigenschaften auf drei reduziert.

Für die Vorauslegung der Steifigkeit werden die initialen elastischen Steifigkeiten ermittelt. Dafür werden in der Simulation Bedingungen für die Meso-Struktur modelliert, wie sie auch zur Ermittlung der äquivalenten Eigenschaften im Versuch gegeben sind. Im FE-Modell werden die in der FE-Analyse aufgegebenen Verschiebungen in einer Größenordnung gewählt, dass die Spannungen unterhalb der Fließgrenze jeweils für Zug, Druck und Schub liegen.

Die Steifigkeit additiv gefertigter Meso-Strukturen wird in der Literatur bereits mit ähnlichen Modellen untersucht. Da jedoch die Rahmenbedingungen der Simulationsmodelle, die verwendeten Werkstoffkennwerte und Topologien sich zwischen den Untersuchungen unterscheiden, wird hier ein Modell basierend auf den Modellierungsansätzen in der Literatur erstellt. Damit werden alle Ergebnisse der Steifigkeiten der untersuchten Elementarzellen-Topologien mit einem einheitlichen Simulationsmodell ermittelt, sodass ein Einfluss durch die Modellierung ausgeschlossen ist.

Um die Eigenschaften der Meso-Struktur zu bestimmen, wird das repräsentative Grundelement, die Elementarzelle, in der FEM-Simulation analysiert. Da die Elementarzellen nicht einzeln eingesetzt werden, wird die Elementarzelle innerhalb eines Verbundes modelliert. Das bedeutet, die Randbedingungen beschreiben die Wechselwirkung mit umliegenden Elementarzellen.

Analog zur experimentellen Versuchsdurchführung wird in der Simulation eine Verschiebung zur Erzeugung der jeweiligen Beanspruchung aufgegeben und die auftretende Reaktionskraft in einem Referenzpunkt berechnet und aufgezeichnet. Die Kraft-Verformungskurve wird in eine Spannungs-Dehnungskurve umgerechnet und daraus im Anschluss die Steifigkeit ermittelt.

Die Werkstoffkennwerte werden in Anlehnung an gängige Werkstoffe für das pulverbettbasierte Schmelzen gewählt, hier zum einen die Aluminiumlegierung AlSi10Mg, zum anderen der Edelstahl X5CrNi18-10 (1.4301) und die Titanlegierung TiAl6V4. Die chemische Zusammensetzung der Aluminiumlegierung, die im weiteren Verlauf für die Herstellung der Probekörper für die experimentelle Verifikation verwendet wird, ist in Tabelle 4.1, die verwendeten Werkstoffkennwerte, die in der FEM eingesetzt werden, sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Die Anlehnung an Werkstoffe des L-PBF-Verfahrens wird gewählt, da das Verfahren bei der Verifikation des Simulationsmodells verwendet wird.<sup>2</sup>

Als Meta-Modell für das Material, aus dem die Meso-Strukturen in der FEM modelliert werden, wird isotropes sowie lineares Verhalten angenommen, das häufig in der FEM eingesetzt wird (siehe Abschnitt 2.4.2), und im FEM-Modell vorgegeben. Für metallische Werkstoffe ist dies ein ausreichend genaues Meta-Modell, um komplexere, rechenaufwän-

---

<sup>2</sup>vgl. EOS Elektro Optical Systems 2022a; L. Klein AG 2018, S. 5; Metalcor GmbH 2022, S. 1; Deutsche Edelstahlwerke 2015, S. 2, 4; Lamineries Matthey SA 2013, S. 2.

<sup>3</sup>EOS Elektro Optical Systems 2022a, S. 3.

<sup>4</sup>vgl. Vega-Moreno et al. 2020, S. 3; L. Klein AG 2018, S. 5; Metalcor GmbH 2022, S. 1; Deutsche Edelstahlwerke 2015, S. 2, 4; Lamineries Matthey SA 2013, S. 2

**Tabelle 4.1:** Chemische Zusammensetzung der Aluminiumlegierung AlSi10Mg<sup>3</sup>

chemisches Element	Al	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Ni	Zn	Pb	Sn	Ti
Massenanteil in Gewichtsprozent	Rest	9,0 - 11,0	0,55	0,05	0,45	0,25 - 0,45	0,05	0,1	0,05	0,05	0,15

**Tabelle 4.2:** Werkstoffkennwerte für die Simulation angelehnt an AlSi10Mg, Edelstahl und Titan<sup>4</sup>

Kennwert	Aluminium	Edelstahl	Titan
Zug-/Drucksteifigkeit $E_S$	71 000 N/mm <sup>2</sup>	200 000 N/mm <sup>2</sup>	115 000 N/mm <sup>2</sup>
Querkontraktionszahl $\nu_S$	0,33	0,3	0,34
Fließgrenze $R_e$	248 N/mm <sup>2</sup>	190 N/mm <sup>2</sup>	760 N/mm <sup>2</sup>

digere Modelle zu vermeiden.<sup>5</sup> Des Weiteren wird neben den Steifigkeitscharakteristika der Werkstoffe die Fließgrenze vorgegeben, sodass im Falle eines zu großen Verschiebungswerts das Versagen des Materials in der FE-Analyse angezeigt wird und die Verschiebung für die Abbildung der initialen Steifigkeit entsprechend angepasst werden kann.

Die Ermittlung der initialen Steifigkeit an der einzelnen Elementarzelle im Verbund ermöglicht die Annahme der Linearität in einigen Bereichen des FEM-Modells. Die Annahme von Linearität ermöglicht eine vereinfachte und damit beschleunigte Berechnung der Simulation unter Inkaufnahme von Ungenauigkeiten im Ergebnis. Um große Abweichungen zu vermeiden, die zur Unbrauchbarkeit des Ergebnisses führen, ist zu prüfen, für welche Bereiche die Linearität angenommen werden darf, wie in Abschnitt 2.4.2 erläutert.

Das hier erarbeitete FEM-Modell stützt sich auf das linear-elastische Materialmodell, das in der Regel für die Beschreibung der Eigenschaften gängiger Metalle und Metallegierungen verwendet wird.<sup>6</sup> Die Linearität des Werkstoffmodells beschränkt sich hierbei auf den Bereich der elastischen Verformungen unterhalb der Fließgrenze. Da die FE-Analyse sich auf die initiale Steifigkeit beschränkt, wird durch die Festlegung der vorgegebenen Verschiebung sichergestellt, dass der linear-elastische Bereich des Materialverhaltens nicht überschritten wird. Zur Absicherung dessen wird, wie oben erwähnt, die Streckgrenze ebenfalls im Materialmodell vorgegeben.

Die Randbedingungen des FEM-Modells sind unveränderlich und nicht von höherer Ordnung, somit findet auch hier Linearität Anwendung. Bauteilkontakt, wie er in Abschnitt

<sup>5</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 191 ff.

<sup>6</sup>vgl. Bargel 2022, S. 134.

2.4.2 beschrieben wird, tritt beim virtuellen Druckversuch, der in Abschnitt 4.2 beschrieben wird, zwischen den Platten und der Elementarzelle auf und erfordert in diesen Fall eine nichtlineare Berechnung. In den anderen Fällen liegt kein Kontakt vor und ebenso wird keine Lasteinleitung oder dynamische Belastung simuliert, daher kann hier auf nichtlineare Berechnungsalgorithmen verzichtet werden.

Die Nichtlinearität der Geometrie, d. h. die Nichtlinearität durch große Verschiebungen der Elemente bzw. Winkeländerungen zwischen den Elementen, wird hingegen berücksichtigt, um gegebenenfalls erhebliche Ungenauigkeiten der Berechnungsergebnisse zu vermeiden.

Die Implementierung des FEM-Modells erfolgt in der Software Abaqus/CAE 2020: Finite Elemente Software des Softwareherstellers Dassault Systèmes SIMULIA. Die Details der Implementierung werden separat für homogene Elementarzellen mit konstanter Strukturdicke und gradierte Elementarzellen mit linear variierter Strukturdicke innerhalb der Zelle in den folgenden Kapiteln erläutert.<sup>7</sup>

## 4.2 Finite-Elemente-Modell für homogene Meso-Strukturen

Die Auslegung beanspruchungsgerechter Meso-Strukturen erfordert, die Steifigkeitseigenschaften homogener, d. h. Zellen mit Streben konstanten Durchmessers, und gradierteter Elementarzellen mit variierendem Strebendurchmesser zu untersuchen. Im Folgenden werden zunächst die Details zur Implementierung des FEM-Modells bezüglich der Modellierung der Zellen, des virtuellen Versuchsaufbaus in Anlehnung an die experimentelle Ermittlung der Kenngrößen, des FE-Netzes und der finiten Elemente, der Kontakt- und Randbedingungen, der Lastaufgabe bzw. Verschiebungsaufgabe sowie der Ergebnisse, die mithilfe der FEM berechnet werden, und deren Auswertung für homogene Elementarzellen vorgestellt.

Für die Untersuchung der homogenen Elementarzellen wird weiterhin davon ausgegangen, dass die Zelle sich in einem homogenen Bauteilbereich befindet, d. h. an Zellen mit gleicher Strebendicke, Kantenlänge und Topologie grenzt.

Teile der Modellentwicklung für homogene Meso-Strukturen sind in Zusammenarbeit mit Frau Lisa Sauerzapf im Rahmen ihrer Master Thesis erarbeitet und gemeinsam veröffentlicht worden (siehe Schulte et al.<sup>8</sup>). Übernommene Abbildungen und Daten sind entsprechend referenziert.<sup>9</sup>

### 4.2.1 Modellierung der Elementarzellen

Die Elementarzellen für die FE-Analyse werden mit der CAD-Software Inventor Professional 2021 von Autodesk parametrisch modelliert. Beispielhaft ist eine BCC-Elementarzelle

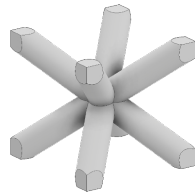
---

<sup>7</sup>Input-Files für die Simulationsmodelle am Beispiel jeweils einer Elementarzelle sind digital abrufbar unter Schulte 2023

<sup>8</sup>Schulte et al. 2022.

<sup>9</sup>vgl. Sauerzapf 2022, S. 19 ff.

in Abbildung 4.1 dargestellt. Aufgrund der Parametrisierung ist es möglich, unterschiedliche Kantenlängen und Strebendicken und somit relative Dichten einzustellen.



**Abbildung 4.1:** BCC-Elementarzelle modelliert in Inventor Professional 2021

### 4.2.2 Finite-Elemente-Netz

Die Elementarzellen werden mit Abaqus CAE vernetzt. Dafür werden quadratische Tetraeder-Volumenelemente gewählt, wie in Abschnitt 2.4.2 vorgestellt, die nach Nomenklatur von Abaqus als quadratische 10-Knoten Tetraederelemente C3D10 bezeichnet werden.

Balkenelemente anstelle der Volumenelemente sind im Zuge der Modellbildung ausgeschlossen worden, da diese zwar den Vorteil einer schnelleren Berechnung bieten, jedoch die Wechselwirkung der Streben an ihren Knotenpunkten unvollständig abbilden und somit eine erhebliche Ungenauigkeit bei der Ermittlung der Steifigkeiten zur Folge haben. Des Weiteren sind Balkenelemente auf die Simulation von schlanken Streben-Meso-Strukturen beschränkt, wohingegen das hier erarbeitete FEM-Modell auch auf Streben-Meso-Strukturen mit großem Strebendurchmesser und Flächen-Meso-Strukturen angewandt wird, die nicht über Balkenelemente abgebildet werden können.

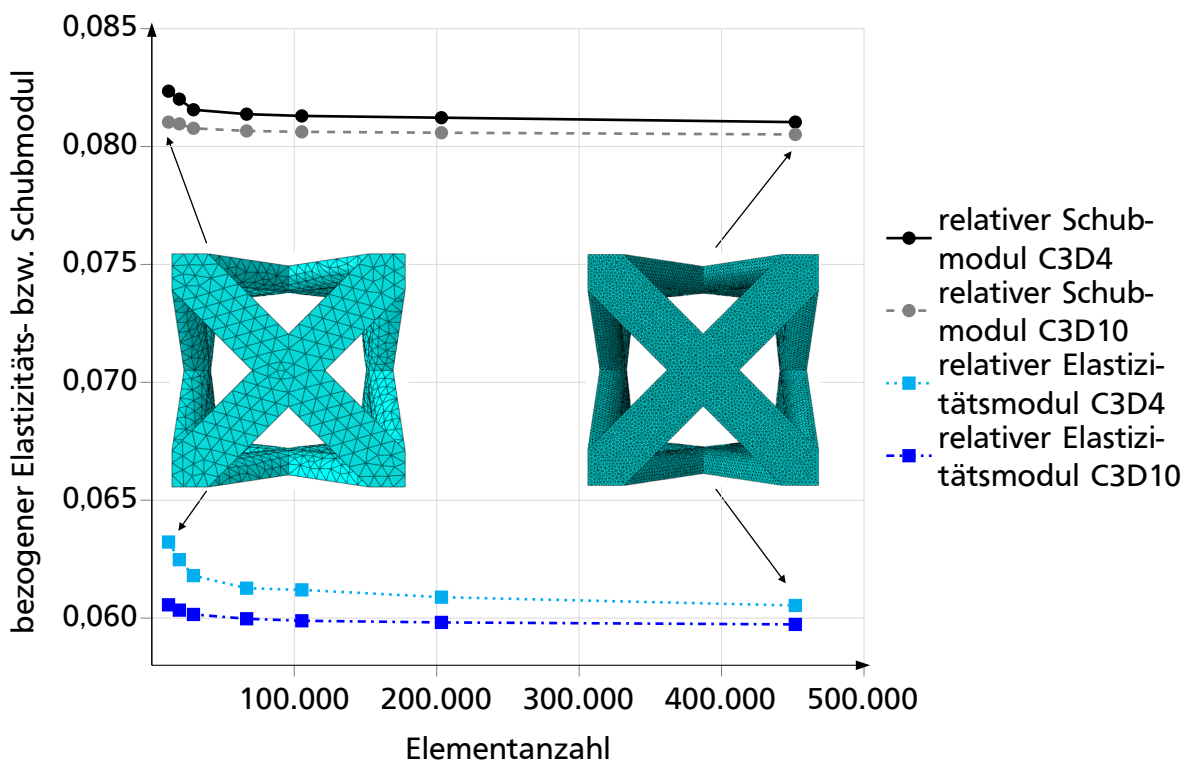
Die Tetraederelemente sind mit Hexaederelementen verglichen worden. Reine Hexaeder-Gitter bieten den Vorteil einer höheren Berechnungsgenauigkeit sowie der Möglichkeit größere Netze für die Berechnung zu verwenden. Im Fall der Elementarzellen erfordern sie jedoch einen hohen Aufwand bei der Erstellung, da die Meso-Struktur-Elementarzellen für die Erstellung der Hexaeder in eine Vielzahl von Bereichen aufgeteilt werden müssen, in welchen jeweils ein Hexaeder-Netz entstehen kann. Diese Unterteilung vorzunehmen, ist für jede Elementarzellen-Topologie erneut erforderlich, sodass ein erheblicher Aufwand bei der Netzgenerierung entsteht. In Eckbereichen, in denen Streben aufeinandertreffen, bleiben darüber hinaus weiterhin Tetraederelemente bestehen, da die Hexaederelemente die Knotengeometrien nicht abbilden können. Der Vergleich der simulierten Steifigkeitswerte mit Hexaeder- und Tetraederelementen zeigt hingegen nur eine geringfügige Änderung des Ergebnisses und somit eine geringe zusätzliche Ungenauigkeit durch die Verwendung von Tetraederelementen, weshalb diese für die Vernetzung der Elementarzellen verwendet werden. Diese Vorgehensweise wird auch in der Literatur für die Vernetzung von Meso-Strukturen verwendet.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 3 f., Luxner et al. 2005, S. 5859; Zhang et al. 2021c, S. 4 ff., Chen et al. 2021b, S. 4157; Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 2 ff., Dong et al. 2017, S. 7 ff., Bai et al. 2021a, S. 4; Steinke 2015, S. 315 f.

Die Tetraederelemente werden quadratisch gewählt, da die quadratischen Elemente über Seitenmittelnknoten und damit über eine insgesamt größere Anzahl an Knoten verfügen, wodurch sie zu einer genaueren Berechnung führen und eine geringere Anzahl an Elementen für die Netzkonvergenz und korrekte Abbildung der Steifigkeit erfordern.<sup>11</sup>

In der Konvergenzanalyse zur Bestimmung der Netzweite sind die Steifigkeitsgrößen der Normal- und Schubsteifigkeit einer FCC-Elementarzelle mit einer relativen Dichte von 25 % und einer Kantenlänge von 10 mm betrachtet worden über eine Netzweitenspanne von 0,6 mm bis 0,15 mm Elementgröße. Die Änderung der berechneten Normal- und Schubsteifigkeit jeweils mit quadratischen und linearen Tetraederelementen abhängig von der Netzweite ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Ausgehend von der Analyse wird 0,2 mm als geeignete Netzweite ausgewählt.



**Abbildung 4.2:** Netzkonvergenzanalyse mit Normal- und Schubsteifigkeit als Konvergenzgröße beispielhaft anhand einer FCC-Elementarzelle mit 10 mm Kantenlänge und 25 % relativer Dichte; die Netzweite bei 450.000 Elementen beträgt 0,2 mm<sup>12</sup>

### 4.2.3 Virtueller Versuchsaufbau

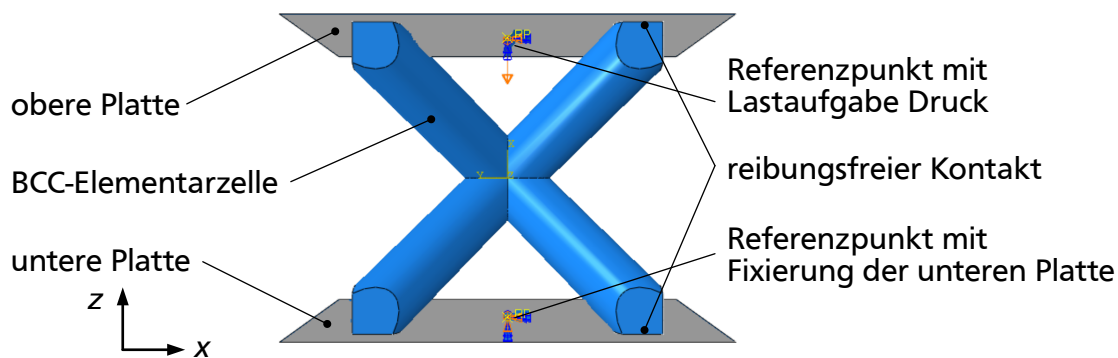
Durch den Aufbau des FEM-Modells werden diejenigen Beanspruchungen innerhalb der Elementarzelle abgebildet, die auch bei den analogen Versuchen zur Werkstoffcharak-

<sup>11</sup>vgl. Gawehn et al. 2017, S. 204.

<sup>12</sup>geändert von Sauerzapf 2022, S. XIX.

terisierung im Probekörper auftreten. Für die Normalsteifigkeit wird ein Druckversuch simuliert, für die Schubsteifigkeit eine Scherung zwischen Ober- und Unterseite der Elementarzelle.

Für den Druckversuch wird an der Ober- und Unterseite der Elementarzelle zusätzlich eine starre Platte modelliert, die mit dreidimensionalen, bilinearen starren 4-Knoten-Viereckselementen, in der Abaqus-Nomenklatur mit R3D4 bezeichnet, vernetzt wird. Im Mittelpunkt jeder Platte wird ein Referenzpunkt definiert. Dieser wird an der unteren Platte in allen Freiheitsgraden gesperrt, sodass die Platte im Raum fixiert ist. Der Referenzpunkt der oberen Platte wird in z-Richtung, in der die Elementarzelle aufgebaut ist, mit einer Verschiebung beaufschlagt, wie in Abbildung 4.3 gezeigt. Der Referenzpunkt wird ebenfalls gewählt, um im Rahmen der Auswertung die Reaktionskraft auf die Verschiebung zu erfassen.



**Abbildung 4.3:** Modell für den Druckversuch an homogenen Elementarzellen beispielhaft anhand einer BCC-Elementarzelle mit 20 % relativer Dichte und 10 mm Kantenlänge

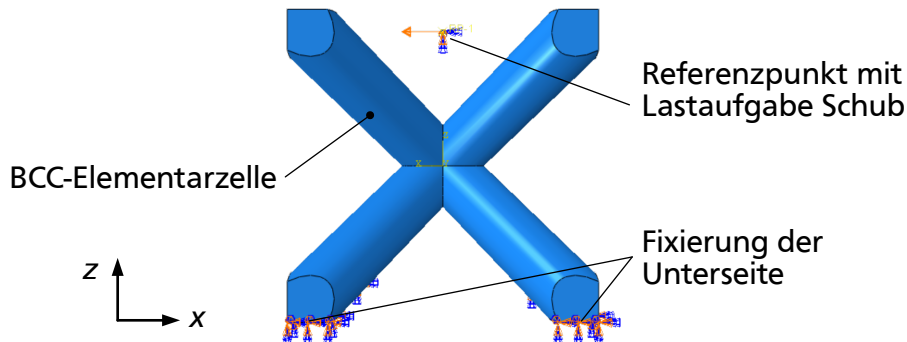
Der Kontakt zwischen den Platten und der Elementarzelle wird reibungsfrei in tangentialer Richtung und hart, also undurchdringlich, in normaler Richtung gewählt. Die Wahl des Reibungskoeffizienten orientiert sich an einem Druckversuch, bei dem die Platten, zwischen denen ein Probekörper eingespannt wird, geschmiert sind, um eine Deformationsbehinderung durch Reibung zu vermeiden.

Des Weiteren ergab die Untersuchung unterschiedlicher Reibkoeffizienten zwischen Zelle und Platten in der FEM in der Literatur, dass die Normalsteifigkeit ansteigt. Ein Vergleich mit Versuchsergebnissen aus der Literatur ergibt, dass dieser Anstieg in Versuchen nicht belegt werden kann.<sup>13</sup>

Für den Schubversuch werden die Knoten an der Ober- und Unterseite der Elementarzelle zu jeweils einem Set zusammengefasst, das mit einem Referenzpunkt im Zentrum der Seitenflächen verknüpft ist. Die Unterseite wird analog zum Druckversuch in allen translatorischen Freiheitsgraden gesperrt und somit im Raum festgelegt. Die Oberseite wird in einer horizontalen Ebene mit einer Verschiebung beaufschlagt, während die weiteren translatorischen Freiheitsgrade ebenfalls gesperrt werden. Die rotatorischen

<sup>13</sup>vgl. Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 8.

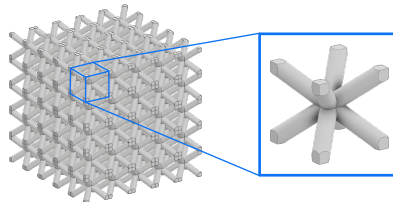
Freiheitsgrade bleiben frei. Der Modellaufbau ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Auch hier wird der Referenzpunkt an der Oberseite genutzt, um die Reaktionskraft zu erfassen.



**Abbildung 4.4:** Modell für den Schubversuch an homogenen Elementarzellen beispielhaft anhand einer BCC-Elementarzelle mit 20 % relativer Dichte und 10 mm Kantenlänge

#### 4.2.4 Randbedingungen

Die simulierte Elementarzelle wird als eine Zelle im Zentrum eines Meso-Struktur-Verbundes betrachtet, wie in Abbildung 4.5 dargestellt. Das heißt, Ziel der Modellierung ist es, die Einflüsse der umliegenden Zellen bei der Ermittlung der Steifigkeiten zu berücksichtigen, um eine realistische Abbildung der Eigenschaften zu erreichen.<sup>14</sup>



**Abbildung 4.5:** Elementarzelle im Meso-Struktur-Verbund

Dafür werden periodische Randbedingungen verwendet, die zu den in Abschnitt 2.4.2 aufgeführten Randbedingungen gehören, die Größen zueinander in Beziehung setzen. Sie geben vor, dass Knoten gegenüberliegender Außenflächen der Zelle gemäß Gleichung 4.1 die gleiche Verschiebung erfahren.<sup>15</sup>

$$u_i(x_j + p_j^\alpha) = u_i(x_j) + \left\langle \frac{\delta u_i}{\delta x_k} \right\rangle p_k^\alpha \quad (4.1)$$

Darin ist  $u_i$  die Knotenverschiebung,  $x_j$  eine Koordinate in einer Elementarzelle und  $p_j^\alpha$  der Vektor zur Beschreibung der Periodizität. Dieser Vektor verbindet einen Punkt einer Elementarzelle mit dem äquivalenten Punkt einer imaginären benachbarten Elementarzelle.

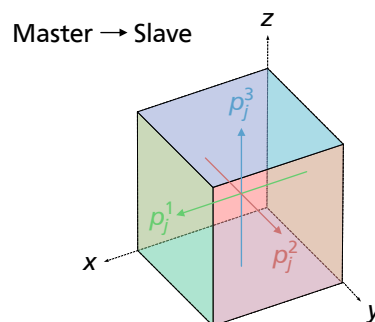
<sup>14</sup>vgl. Baghous et al. 2022, S. 7.

<sup>15</sup>vgl. McLendon et al. o. D., S. 7; Ji et al. 2017, S. 7 ff.



Der Term  $\langle \delta u_i / \delta x_k \rangle$  beschreibt den Fernfeld-Verschiebungsgradienten. Dieser entspricht hier der nominellen Dehnung, da nur eine translatorische Verschiebung aufgegeben wird, während die Rotation Null ist, und tritt in Belastungsrichtung auf.<sup>16</sup>

In der FEM werden die periodischen Randbedingungen durch die Definition linearer Gleichungsbeschränkungen realisiert. Dazu werden anstelle benachbarter Zellen jeweils gegenüberliegende Knoten auf den gegenüberliegenden Seitenflächen der Elementarzelle in ihren translatorischen Verschiebungen gepaart. Für die Paarung wird eine Seite als „Master“, die gegenüberliegende Fläche als „Slave“ festgelegt, wie in Abbildung 4.6 gezeigt. Die Verschiebung der Knoten auf der Master-Oberfläche wird mit dem Term  $u_i(x_j)$ , die der Slave-Oberfläche durch den Term  $u_i(x_j + p_j^\alpha)$  beschrieben.<sup>17</sup>



**Abbildung 4.6:** Verknüpfung der Master- und Slave-Flächen für die Aufbringung der periodischen Randbedingungen an einem RVE-Modell<sup>18</sup>

Für den Druckversuch, wird der Spannungsverlauf einer Elementarzelle, die mit periodischen Randbedingungen simuliert worden ist, mit einer Zelle aus dem Zentrum eines Meso-Struktur-Verbundes verglichen, wie beispielhaft für eine BCC-XYZ-Elementarzelle in Abbildung 4.7 gezeigt, da man an dieser Elementarzelle im Weiteren die Unterschiede bei anderen Möglichkeiten für Randbedingungen erkennen kann. Die Platten sind dabei, wie im Abschnitt 4.2.3 beschrieben, in normaler Richtung undurchdringlich, die Elementarzellen können jedoch infolge von Deformationen von der Platte abheben. Der Meso-Struktur-Verbund wird in Anlehnung an die Erkenntnisse von Maskery et al.<sup>19</sup> mit einer Größe von 5 x 5 x 5 Elementarzellen gewählt. Der Vergleich zeigt, dass die Spannungsverläufe eine hohe Übereinstimmung aufweisen, wobei die Spannungen innerhalb der Streben näherungsweise konstant sind, während in den Knotenbereichen die Spannungsübergänge zu erkennen sind. Dadurch wird die Eignung der periodischen Randbedingungen zur Abbildung der Interaktionen zwischen den Elementarzellen eines Verbundes bestätigt.<sup>20</sup>

Die Spannungsverläufe alternativer Varianten von Randbedingungen weisen eine deutlich geringere Übereinstimmung mit dem Spannungsverlauf im Zentrum des Meso-Struktur-

<sup>16</sup>vgl. McLendon et al. o. D., S. 7; Ji et al. 2017, S. 7 ff.

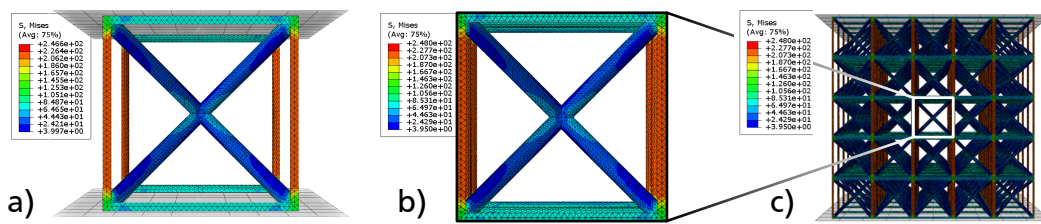
<sup>17</sup>vgl. McLendon et al. o. D., S. 7; Ji et al. 2017, S. 7 ff.

<sup>18</sup>vgl. McLendon et al. o. D., S. 7

<sup>19</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 224.

<sup>20</sup>vgl. McLendon et al. o. D., S. 7; Ji et al. 2017, S. 7 ff. Baghous et al. 2022, S. 17.

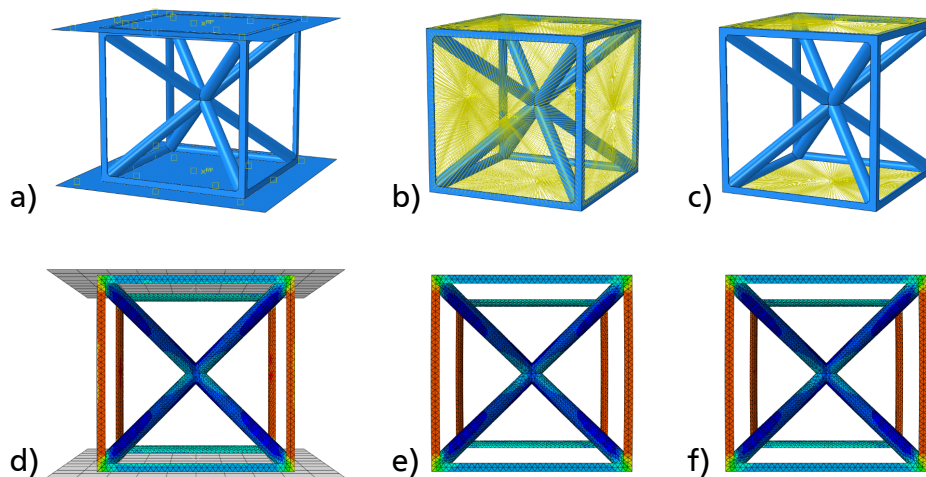
<sup>21</sup>geändert von Sauerzapf 2022, S. 29.



**Abbildung 4.7:** Vergleich der Spannungsverläufe einer BCC-XYZ-Elementarzelle im einachsigen Druckversuch zwischen zwei starren Platten mit periodischen Randbedingungen a) und als zentrale Elementarzelle b) im Meso-Struktur-Verbund c)<sup>21</sup>

Verbundes auf. Untersucht worden sind ein Modell, das ebenfalls die Verschiebung über starre Platten von außen aufbringt, jedoch keine weiteren Randbedingungen vorgibt (Abbildung 4.8 a), sowie zwei Modelle, in denen die obere und untere Seitenfläche als planar definiert sind und die Verschiebung über das obere Knotenset aufgegeben wird. Hierbei werden in der ersten Modellvariante alle weiteren Seitenflächen ebenfalls als planar angenommen (Abbildung 4.8 b) und in der zweiten Modellvariante keine weiteren Randbedingungen vorgegeben (Abbildung 4.8 c).

Die Spannungsverläufe dieser Modellvarianten sind in Abbildung 4.8 d-f gezeigt. Neben den Abweichungen gegenüber dem Spannungsverlauf der Zelle im Meso-Struktur-Verbund ist anhand der Verformungen identifiziert worden, dass die Streben in Belastungsrichtung bei fehlenden Randbedingungen nach außen knicken. Dieses Phänomen ist im Meso-Struktur-Verbund durch die Interaktion der Zellen unterbunden.



**Abbildung 4.8:** Modellierungsvarianten für Randbedingungen an einer BCC-XYZ-Elementarzelle: Druck zwischen zwei starren Platten ohne weiteren Randbedingungen a) und der resultierende Spannungsverlauf innerhalb der Elementarzelle d), mit planaren Außenflächen b) und dem Spannungsverlauf e), mit planaren Außenflächen in Belastungsrichtung c) und dem Spannungsverlauf f)<sup>22</sup>

<sup>22</sup>vgl. Sauerzapf 2022, S. 30, 33.

Die Steifigkeit ist aufgrund der ausknickenden Streben in Belastungsrichtung ohne Randbedingungen geringer als mit periodischen Randbedingungen bzw. im Meso-Strukturverbund. Unter der Bedingung planarer Seitenflächen ist die Steifigkeit deutlich höher, da jegliche Deformation der Strebenränder in Belastungsrichtung ausgeschlossen ist und die Elementarzellen somit versteift werden. Daraus wird geschlussfolgert, dass eine Simulation mit periodischen Randbedingungen die physikalisch plausibelsten Ergebnisse für die Zwangsbedingungen durch den Verbund liefert.

Für die Schubbelastung werden ebenfalls periodische Randbedingungen verwendet. Diese werden, anders als im Fall des Druckversuchs, nur an den Seitenflächen senkrecht zur Belastungsrichtung vorgesehen, während die translatorischen Freiheitsgrade, wie im Abschnitt 4.2.3 beschrieben, eingeschränkt werden und eine horizontale Verschiebung der Oberseite der Elementarzelle als Last aufgegeben wird.

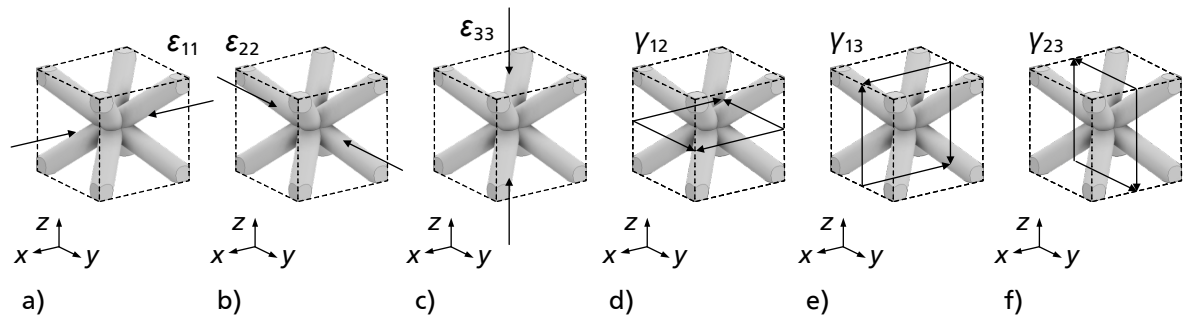
Die Implementierung der periodischen Randbedingungen wird mithilfe des Micromechanics Plugins von Dassault Systèmes SIMULIA im Abaqus/CAE Softwarepaket umgesetzt. Für die Erstellung der periodischen Randbedingungen werden zunächst gegenüberliegende Knoten einander zugeordnet. Dafür verwendet das Plugin zwei Varianten. Liegen periodisch angeordnete Knoten auf den gegenüberliegenden Seitenflächen vor, können diese einander automatisch zugeordnet und über die Randbedingungen in ihrer Verschiebung gleichgesetzt werden. Liegen die Knoten des FE-Netzes nicht gegenüber, z. B. bei einem unregelmäßigen Netz, wie es bei der gewählten Vernetzung mit Tetraederelementen entsteht, werden zunächst die Knoten auf der Master-Seite der Zelle (s. Abbildung 4.6) auf die Slave-Seite der Zelle gespiegelt und als Fläche per Tie-Constraint, einer vollständig fixen Verbindung, mit der gegenüberliegenden Körperseite verbunden. Dies erzeugt exakt gegenüberliegende Knoten, die dann mit der Randbedingung der gleichen Verschiebung beaufschlagt werden können.

#### **4.2.5 Lastszenario**

Die Normal- und Schubsteifigkeiten der Elementarzelle werden durch Vorgeben einer Verschiebung, welche die entsprechende Beanspruchung hervorruft, und Simulation der Reaktionskraft, die aufgrund der Verschiebung wirkt, ermittelt.

Bei symmetrischen, orthotropen Elementarzellen sind die Steifigkeiten in den drei Raumrichtungen jeweils gleich. Dies gilt jedoch nicht für asymmetrische, orthotrope Elementarzellen. Daher werden die Steifigkeitswerte stets in allen drei Raumrichtungen ermittelt. Dafür wird in einem statischen Verschiebungsschritt je eine Verschiebung in jede Normalrichtung und Tangentialrichtung im Referenzpunkt aufgegeben und die Reaktionskraft im Referenzpunkt unter Verwendung der periodischen Randbedingungen berechnet. Die aufgegebenen Verschiebungen sind in Abbildung 4.9 beispielhaft an einer BCC-Elementarzelle dargestellt.

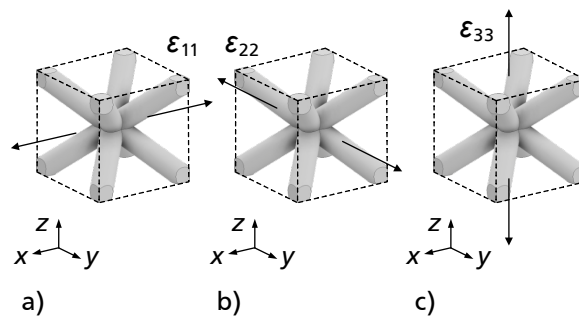
Der Verschiebungsschritt wird in maximal 10 000 Inkremente mit einer Inkrementgröße zwischen  $1^{-10}$  und 0,01 unterteilt. Des Weiteren wird mit der Aktivierung der Option „Nlgeom“ die geometrisch nichtlineare Berechnung verwendet, wobei mit jedem Inkrement eine neue Steifigkeitsmatrix für die Berechnung des folgenden Inkrements



**Abbildung 4.9:** Lastfälle für die Ermittlung der Steifigkeitseigenschaften orthotroper Elementarzellen; Normalbeanspruchungen a) - c) Schubbeanspruchungen d) - f)

bestimmt wird. Dadurch werden Effekte wie große Verschiebungen von Knoten oder lokales Erreichen der Fließgrenze deutlich.

Die Analyse der in Abbildung 4.9 gezeigten Lastfälle kann ebenso wie die Implementierung der periodischen Randbedingungen mithilfe des Micromechanics Plugins automatisiert durchgeführt werden. Dabei wird zur Ermittlung der Normalsteifigkeit anstelle eines Druckversuchs eine Verschiebung mit Zugbeanspruchung aufgegeben, da diese unter den getroffenen Annahmen dieselbe Normalsteifigkeit liefert wie eine Verschiebung, die Druckbeanspruchungen hervorruft. Die Belastungsfälle sind in Abbildung 4.10 gezeigt.



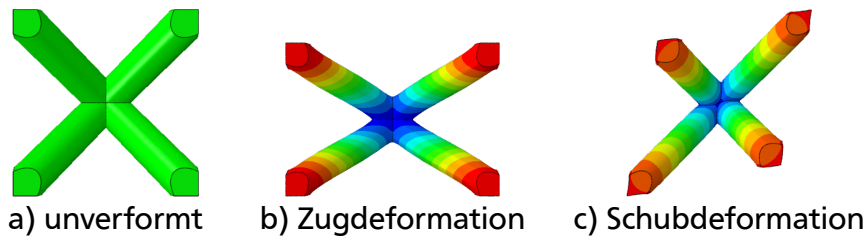
**Abbildung 4.10:** Lastfälle für Zug im Micromechanics Plugin

Die Verschiebung wird im Plugin über den Fernfeldgradienten auf Referenzpunkte aufgegeben. Die Referenzpunkte sind dabei nicht mit einem Element verbunden. Der Belastungsschritt wird linear gewählt, da die Lastfälle voneinander unabhängig sind und sich nicht gegenseitig beeinflussen. Daher kann ein Schritt für alle Lastfälle verwendet werden.<sup>23</sup>

Die auftretenden Normal- bzw. Schubdehnungen, die sich aufgrund der aufgegebenen Verschiebungen ergeben, sind in Abbildung 4.11 im Vergleich zur unverformten Elementarzelle gezeigt.

Diese Modellierung über das Plugin liefert dieselben Ergebnisse, wie die einzeln vorgestellte Simulation.

<sup>23</sup>vgl. McLendon et al. o. D., S. 7 ff., Ji et al. 2017, S. 7 ff., Yuan et al. 2008, S. 364.



**Abbildung 4.11:** Lastfälle des Micromechanics Plugins am Beispiel einer BCC-Elementarzelle a) Verschiebung unter Zug b) Verschiebung unter Schub c)

#### 4.2.6 Auswertung

Während der Simulation werden die Verschiebungskremente sowie die berechnete Reaktionskraft am Referenzpunkt aufgezeichnet. Als Ergebnis liefert die Simulation dann ein Kraft-Weg-Diagramm für die entsprechende Richtung, in der die Verschiebung aufgegeben worden ist.

Für symmetrische Elementarzellen wird das Kraft-Weg-Diagramm zur Ermittlung der Steifigkeit in ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm überführt, wobei die Reaktionskraft auf die Querschnittsfläche der Einhüllenden der Elementarzelle bezogen wird, also z. B. auf 10 mm x 10 mm bei einer 10 mm x 10 mm x 10 mm Elementarzellengröße, um die Spannung zu erhalten. Die aufgegebene Verschiebung wird auf die Kantenlänge in Belastungsrichtung bezogen, im Fall der 10 mm x 10 mm x 10 mm Elementarzelle auf 10 mm Länge, und so in die Dehnung umgewandelt. Aus dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm kann analog zur Werkstoffcharakterisierung die initiale Steifigkeit als Steigung zu Beginn der Kurve ermittelt werden.

Bei Zellen, die in den drei Richtungen der Orthotropie ungleich aufgebaut sind, ergeben sich in den unterschiedlichen Richtungen unterschiedliche Steifigkeitswerte. Diese lassen sich ermitteln, indem zunächst die einzelnen Lastfälle analysiert werden. Beispielsweise zeigt Gleichung 4.2 die Spannungen, die sich aus einer Verschiebung mit dem Einheitsvektor  $\varepsilon_{11} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  ergibt. Die Spannungen sind dabei direkt an die Steifigkeitskomponenten  $C_{ijkl}$  geknüpft, wie in Gleichung 4.3 ersichtlich.<sup>24</sup>

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^{LF1} \\ \sigma_{22}^{LF1} \\ \sigma_{33}^{LF1} \\ \sigma_{12}^{LF1} \\ \sigma_{13}^{LF1} \\ \sigma_{23}^{LF1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1113} & C_{1123} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2213} & C_{2223} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3313} & C_{3323} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1212} & C_{1213} & C_{1223} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1312} & C_{1313} & C_{1323} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2312} & C_{2313} & C_{2323} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

<sup>24</sup>vgl. Alaña et al. 2022, S. 2; Cheng et al. 2019, S. 8.

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{LF1} \\ \sigma_{22}^{LF1} \\ \sigma_{33}^{LF1} \\ \sigma_{12}^{LF1} \\ \sigma_{13}^{LF1} \\ \sigma_{23}^{LF1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} \\ C_{2211} \\ C_{3311} \\ C_{1211} \\ C_{1311} \\ C_{2311} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Die Steifigkeitsmatrix reduziert sich für orthotrope Materialien und analog für orthotrope Strukturen wie in Gleichung 4.4.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{2323} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Die Einträge dieser orthotropen Steifigkeitsmatrix werden für die asymmetrischen orthotropen Elementarzellen aus den sechs aufgegebenen Belastungsfällen ermittelt, die aus aufgebrachten Verschiebungen resultieren.

Um die Steifigkeiten in den unterschiedlichen Richtungen zu differenzieren, wird die Steifigkeitsmatrix zur Nachgiebigkeitsmatrix invertiert. Die Komponenten der Nachgiebigkeitsmatrix können in die Werkstoffcharakteristika in Form von Ingenieurskonstanten, für die hier betrachteten Strukturen in deren äquivalente Kontinuumseigenschaften, umgerechnet werden, wie Gleichung 4.5 beschreibt.<sup>25</sup>

$$C_{ij}^{-1} = S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^*} & -\frac{\nu_{21}^*}{E_2^*} & -\frac{\nu_{31}^*}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}^*}{E_1^*} & \frac{1}{E_2^*} & -\frac{\nu_{32}^*}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}^*}{E_1^*} & -\frac{\nu_{23}^*}{E_2^*} & \frac{1}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}^*} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Aus der Nachgiebigkeitsmatrix können sowohl die Normal- als auch die Schubsteifigkeiten in allen Richtungen ermittelt werden. Zusätzlich kann auch die Querkontraktionszahl in allen Richtungen berechnet werden. Die ermittelten Größen umfassen somit  $E_{eq,1}$ ,  $E_{eq,2}$ ,  $E_{eq,3}$ ,  $G_{eq,12}$ ,  $G_{eq,13}$ ,  $G_{eq,23}$ ,  $\nu_{eq,12}$ ,  $\nu_{eq,13}$  und  $\nu_{eq,23}$ .

Die Ermittlung der äquivalenten Kontinuumseigenschaften für die Elementarzellen kann ebenfalls mittels des Micromechanics Plugins automatisiert durchgeführt werden.

<sup>25</sup>vgl. Alaña et al. 2022, S. 2.

Im Kapitel 5 werden die untersuchten Elementarzellen sowie die ermittelten äquivalenten Kontinuumseigenschaften und deren Zusammenhänge mit den gestalterischen Merkmalen betrachtet.

### 4.3 Triangulation der Modellergebnisse mit der Literatur

Das FEM-Modell ist physikalisch abgeleitet und basiert auf bestehenden Erkenntnissen zur FE-Modellierung von Meso-Strukturen aus der Literatur. Refai et al. haben ein äquivalentes FE-Modell verwendet, um verschiedene Elementarzellen-Topologien zu untersuchen. Da für die Simulation mit Titan ein metallischer Werkstoff sowie ein entsprechendes Werkstoffmodell verwendet worden sind, sind die bezogenen Werte mit den hier ermittelten vergleichbar. Die Absolutwerte werden nicht verglichen, da hier zwar auch Titan betrachtet worden ist, aber mit  $E_S = 115\,000\text{ N/mm}^2$  im Vergleich zu  $E_S = 110\,000\text{ N/mm}^2$  bei Refai et al.<sup>26</sup> ein etwas höherer Elastizitätsmodul für die Simulation verwendet worden ist, während die Querkontraktionszahl mit  $\nu_S = 0,34$  gleich gewählt worden ist. Der Vergleich der bezogenen äquivalenten Eigenschaften ist in Tabelle 4.3 aufgelistet und zeigt für die FCC-Elementarzelle eine sehr gute Übereinstimmung. Auch die bezogenen Größen der BCC-Elementarzellen stimmen gut überein, wobei die bezogene äquivalente Querkontraktionszahl mit 12 % Abweichung eine im Vergleich weniger gute Übereinstimmung zeigt. Die hohe Übereinstimmung belegt, dass beide Modelle die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Struktur-Elementarzellen in gleicher Weise abbilden.<sup>27</sup>

**Tabelle 4.3:** Vergleich der bezogenen äquivalenten Steifigkeitseigenschaften der BCC- und FCC-Elementarzellen-Topologie mit den Ergebnissen von Refai et al.<sup>28</sup>

	BCC			FCC		
	$E^*$	$G^*$	$\nu^*$	$E^*$	$G^*$	$\nu^*$
Refai et al.	0,0018	0,0366	1,4	0,0162	0,0272	0,9558
Simulation Titan	0,0018	0,0356	1,6	0,0162	0,0272	0,9544
Abweichung	1 %	3 %	12 %	0 %	0 %	0 %

Marco et al. verwenden ebenfalls ein FE-Modell, das die Homogenisierungsmethode unter Verwendung periodischer Randbedingungen für die Simulation eines Meso-Struktur-Verbundes für die Untersuchung von BCC-Elementarzellen nutzt. Das Modell, das äquivalent zu dem hier verwendeten FE-Modell ist, wird in der Veröffentlichung mit experimentellen Ergebnissen verifiziert und eine sehr gute Übereinstimmung erzielt, wodurch das Modell ebenfalls bestätigt wird.<sup>29</sup>

<sup>26</sup>vgl. Refai et al. 2020, S. 5.

<sup>27</sup>vgl. Refai et al. 2020, S. 3 ff.

<sup>28</sup>vgl. Refai et al. 2020, S. 5.

<sup>29</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 7.

Auch das Micromechanics Plugin ist bereits angewandt und experimentell überprüft worden. Alwattar et al. haben das Micromechanics Plugin für die Analyse von BCC-XYZ-Elementarzellen im Meso-Struktur-Verbund genutzt und die Ergebnisse mit Probekörpern aus Acrylnitril-Butadien-Styrol-Copolymer (ABS) abgeglichen. Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung der FE-Modell- und Versuchsergebnisse.<sup>30</sup>

## 4.4 Experimentelle Verifikation des Finite-Elemente-Modells für homogene Gitterstrukturen

Neben dem Vergleich der erzielten Simulationsergebnisse mit Simulationsergebnissen und Versuchsreihen aus der Literatur wird zur initialen Verifikation<sup>31</sup> des physikalisch hergeleiteten FEM-Modells für homogene Meso-Strukturen eine Versuchsreihe durchgeführt. Ziel der Versuchsreihe ist einerseits der Nachweis, dass die Zusammenhänge zwischen konstruktiven Merkmalen der Elementarzellen und deren, mithilfe der Simulation ermittelten, Steifigkeitseigenschaften durch experimentelle Untersuchungen belegt werden können. Zum anderen wird der direkte Vergleich zwischen den ermittelten Steifigkeitswerten aus der Simulation und den Experimenten durchgeführt, um die Genauigkeit der Simulationsergebnisse zu bewerten.

Zu diesem Zweck wird ein Versuchsplan erstellt, welcher der statistischen Versuchsplanung entlehnt ist. Da in diesem Fall, anders als bei vollständig experimentellen Untersuchungen, nicht die relevanten Einflussparameter ermittelt, sondern der Einfluss bereits bekannter Parameter geprüft werden soll, wird auf einen vollständigen Scan verzichtet und die Faktoren anhand der ausgewählten Einflussparameter, die in der Simulation untersucht werden, festgelegt.<sup>32</sup> In den nachfolgenden Abschnitten werden die Details zum Versuchsplan, sowie die Probekörpergestaltung und -herstellung vorgestellt. Die Proben werden im einachsigen Druckversuch geprüft, der u. a. mit der Simulation abgebildet wird. Dieser wird in Abschnitt 4.2.3 erläutert. Ausgehend von der Verifikation des Druckversuchs wird an dieser Stelle angenommen, dass eine Übertragbarkeit der Modellierung, im Speziellen die Verwendung der Randbedingungen, des FE-Netzes, der Kontaktbedingungen und der Lastaufbringung auf andere Lastfälle, möglich ist.

Die Ergebnisse der Versuchsreihe werden in Abschnitt 4.4.6 aufgeführt und im Sinne der initialen Verifikation mit den Simulationsergebnissen und den ermittelten Zusammenhängen verglichen.

### 4.4.1 Versuchsplanung

Die Versuche sind in Anlehnung an die Methode Design of Experiment (DoE) für die statistische Versuchsplanung geplant. Da, wie oben erwähnt, nicht die eigentlichen Einflussparameter ermittelt, sondern die Einflüsse der aus Computerexperimenten und

---

<sup>30</sup>vgl. Alwattar et al. 2020, S. 5 ff., 8.

<sup>31</sup>vgl. Kirchner 2020, S. 9.

<sup>32</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 29, 38 ff., 53 ff., 63 ff.



Literatur bekannten Einflussparameter überprüft werden sollen, wird kein vollständiger Scan im Sinne der statistischen Versuchsplanung durchgeführt. Stattdessen werden die bereits zuvor für die Untersuchungen mit der Simulation identifizierten und ausgewählten Einflussparameter untersucht.<sup>33</sup>

In Abschnitt 5.1 wird erläutert, wie die konstruktiven Merkmale für die Elementarzellen identifiziert werden. Aus diesen sind für das Computereperiment mittels FEM die Merkmale Strukturdicke, Kantenlänge der würfelförmigen Einhüllenden und Topologie ausgewählt worden. Diese werden auch als Faktoren, also als zu untersuchende Einflussparameter, für die experimentelle Versuchsreihe festgelegt. Gemäß DoE müssen die Faktoren gezielt und reproduzierbar eingestellt werden. Dies ist in der Versuchsreihe aufgrund von unvermeidbaren Effekten, also Auswirkungen von Faktoren auf das System, unberücksichtigter Faktoren aus der Fertigung auf die Probekörper nicht möglich. Die Effekte werden im Computereperiment nicht untersucht und daher auch in der Versuchsreihe nicht als Faktoren betrachtet. Um den Einfluss der Effekte auf die Reproduzierbarkeit dennoch abzubilden, wird eine Wiederholung der Messung der Proben mit denselben Faktorstufen durchgeführt und die Reproduzierbarkeit in Form eines Fehlerbalkens ausgewertet.<sup>34</sup>

Da es sich bei der Versuchsreihe um eine Überprüfung einer Kausalhypothese auf Basis der Simulationsergebnisse handelt, ist die Wahl einer repräsentativen Probekörperanzahl nicht erforderlich<sup>35</sup>. Daher wird eine sinnvolle Anzahl der Probekörper  $x$  mittels Gleichung 4.6 ermittelt.<sup>36</sup>

Darin wird das Konfidenzniveau zu 95 % gewählt, wodurch sich das exakte Vielfache des Standardfehlers  $z = 1,96$  ergibt und den Bereich um den Mittelwert eines Stichprobenergebnisses beschreibt, in dem 95 % der Ergebnisse liegen. Die Fehlermarge  $e$  wird auf  $e = 0,1$  also 10 % festgelegt. Für die Standardabweichung wird auf erste Versuchsergebnisse aus der Abschlussarbeit von Timo Weber<sup>37</sup> zurückgegriffen. Von Probekörpern mit drei unterschiedlichen Strebendurchmessern wird aus jeweils drei im Druckversuch ermittelten Drucksteifigkeitswerten die Standardabweichung bezogen auf den Durchschnittswert der Drucksteifigkeit  $p$  ermittelt. Daraus ergibt sich  $p = 0,01$  und aus Gleichung 4.6  $x = 3,8$ , also eine Probekörperanzahl zwischen drei und vier.<sup>38</sup>

$$x = \frac{z^2 \cdot p \cdot (1 - p)}{e^2} \quad (4.6)$$

Als Qualitätsmerkmal wird die mechanische Drucksteifigkeit verwendet, die in der Versuchsreihe ausgewertet wird. Für den Vergleich der Ergebnisse der Simulation und der Versuche wird vorgesehen, die Trends der Parametereinflüsse der Strukturdicke und Kantenlänge der Einhüllenden auf die Drucksteifigkeit über das Meta-Modell einer Poly-

---

<sup>33</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 29, 38 ff., 53 ff., 63 ff.

<sup>34</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 12 ff.

<sup>35</sup>vgl. Diekmann 2018, S. 97.

<sup>36</sup>Qualtrix XM 2023.

<sup>37</sup>vgl. Weber 2022, S. 39 ff.

<sup>38</sup>Qualtrix XM 2023.

nomfunktion vierter Ordnung anzunähern und zu vergleichen.<sup>39</sup>

Um die Näherungsfunktionen erstellen zu können, werden für die beiden Faktoren Strebendurchmesser und Kantenlänge jeweils fünf Stufen, also fünf Strebendurchmesser- und fünf Kantenlängenwerte benötigt. Die ausgewählten Werte für die Stufen sind aus dem Versuchsplan in Tabelle 4.4 ersichtlich. Im Versuchsplan sind gemäß DoE große Stufen vorgesehen, um das FEM-Modell in einem möglichst großen Wertebereich und insbesondere auch die Randbereiche zu verifizieren. Des Weiteren werden durch große Stufen Effekte, welche die Faktoren hervorrufen, deutlicher als bei kleinen Stufen.

Die Fertigbarkeit der Probekörper begrenzt den Wertebereich nach unten, wie in Abschnitt 2.4.1 erläutert. Aufgrund der Fertigungslimitation werden als Minimalwerte für den Strebendurchmesser ausgehend von einer minimalen relativen Dichte von  $\rho^* = 5\%$  und für die Kantenlänge  $l = 2,5$  mm gewählt. Für die Fertigung werden die Standardparameter der Firma EOS für eine EOS M290-L-PBF-Anlage verwendet. Durch den Einsatz speziell gewählter Parameterkombinationen, wie sie u. a. von Großmann<sup>40</sup> und Meyer<sup>41</sup> untersucht worden sind, ist die Fertigung geringerer Strebendurchmesser und Kantenlängen möglich. Darauf wird an dieser Stelle verzichtet, da die Gültigkeit der Abbildung der Steifigkeitseigenschaften durch die Simulation aufgrund der physikalisch gewählten Voraussetzungen, Vereinfachungen und Randbedingungen in der FEM auch in den ausgeschlossenen Randbereichen angenommen werden kann, sofern die Simulation im abgebildeten Bereich Gültigkeit hat.

Der Versuchsplan wird an den Box-Behnken Versuchsplan aus der DoE angelehnt. Dieser verwendet statt Kombinationen der Extremwerte mittlere Werte eines Faktors für die Variation der weiteren Faktoren. Für ein aussagekräftiges Ergebnis sind hierbei die Extremwerte sowie die zentrale Faktorkombination besonders wichtig.<sup>42</sup> Daher werden für diese Faktorkombinationen, die im Versuchsplan fett markiert sind, vier Probekörper geprüft, während die weiteren Faktorkombinationen mit drei Probekörpern getestet werden.

Neben den fünf Stufen zum Erstellen der Näherungsfunktionen werden vier Faktorkombinationen außerhalb der kreuzförmigen Anordnung der Versuchsreihen gewählt, sodass nicht nur jeweils der mittlere Wert des einen Faktors mit den Wertvarianten des anderen Faktors kombiniert wird. Auf diese Weise werden jeweils sieben Stufen insgesamt erstellt. Da aus den Simulationsergebnissen bekannt ist, dass die Effekte der Faktoren im Bereich kleiner Werte stärker sind, werden die Stufenabstände hin zu größeren Werten des Faktors vergrößert. Für die Staffelung zwischen dem Minimal- und Maximalwert wird auf Normzahlreihen zurückgegriffen. Für den Strebendurchmesser wird die Normzahlreihe R5, für die Kantenlänge die Normzahlreihe R10 herangezogen<sup>43</sup> und die Werte werden auf Vielfache von fünf bzw. auf ganze Zahlen gerundet.

Als Topologie wird die BCC-Elementarzelle für die Versuche ausgewählt. Diese Topologie

---

<sup>39</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 4, 21, 46, 191 f.

<sup>40</sup>vgl. Großmann et al. 2019a, S. 3 ff.

<sup>41</sup>vgl. Meyer et al. 2020, S. 6 ff.

<sup>42</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 40 ff., 63, 75.

<sup>43</sup>vgl. Gomeringer et al. 2014, S. 63; Paulin 2023, S. 4.

bietet den Vorteil, dass sie auch bei hohen Dichten noch keine geschlossenen Hohlräume bildet, in denen bei dem verwendeten L-PBF-Verfahren Pulverrückstände zurückbleiben. Um diesen Vorteil auszunutzen, werden als Maximalwerte der Strebendurchmesser, auf den Durchmesser bei  $\rho^* = 80\%$  begrenzt und als maximale Kantenlänge  $l = 10\text{ mm}$  gewählt, was dem Grenzbereich zu Makrostrukturen entspricht. Mit einer Stichprobe einer FCC-Elementarzelle wird belegt, dass das Modell auch mit einer anderen Topologie verifiziert werden kann.

**Tabelle 4.4: Versuchsplan**

		Strebendurchmesser definiert über relative Dichten						
		5 %	10 %	15 %	20 %	30 %	50 %	80 %
<b>Kantenlänge</b>	<b>2,5 mm</b>				<b>BCC</b>			
	<b>3 mm</b>				BCC			
	<b>4 mm</b>			BCC		BCC		
	<b>5 mm</b>	<b>BCC</b>	BCC		<b>BCC, FCC</b>		BCC	<b>BCC</b>
	<b>6 mm</b>			BCC		BCC		
	<b>8 mm</b>				BCC			
	<b>10 mm</b>				<b>BCC</b>			

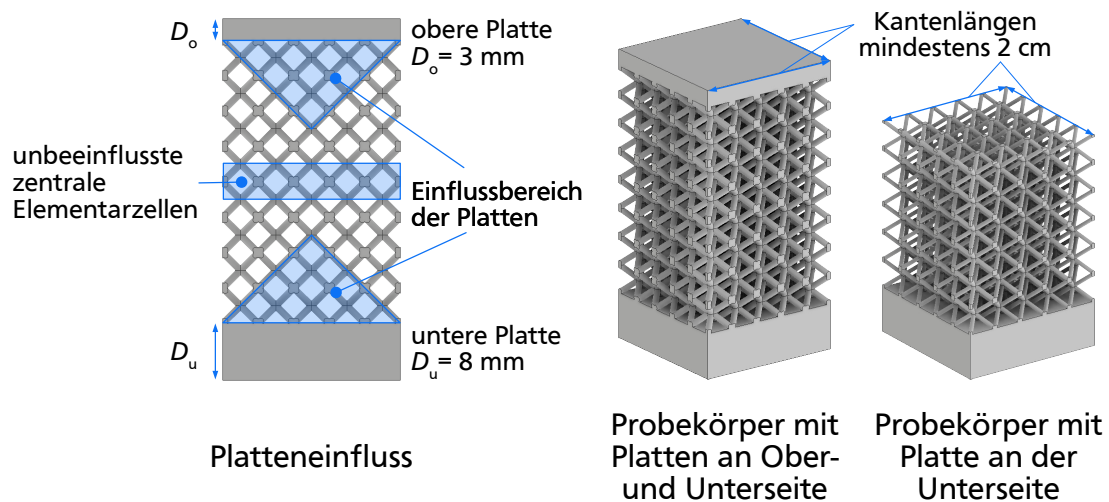
#### 4.4.2 Probekörpergestaltung

Die Probekörper für die Versuchsreihe werden mit der 3D-CAD-Software Inventor Professional 2021 der Firma Autodesk erstellt und mit dem L-PBF-Verfahren, das in Abschnitt 2.1 beschrieben ist, auf einer EOS M290-Anlage gefertigt, worauf in Abschnitt 4.4.3 genauer eingegangen wird. Die Gestalt wird auf Grundlage des Stands der Forschung für experimentelle Untersuchungen in Abschnitt 2.4.1 gewählt und ist in Abbildung 4.12 gezeigt. Der zu prüfende Meso-Struktur-Verbund muss mindestens  $5 \times 5 \times 5$  Zellen groß sein, damit die zentralen Zellen das Verhalten eines größeren Verbundes widerspiegeln<sup>44</sup>. Um die Nachbearbeitung in Form von Planfräsen der Ober- und Unterseite zu vereinfachen, wird oberhalb und unterhalb des Meso-Struktur-Verbundes jeweils eine Platte vorgesehen. Da die Platten, wie in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, die Meso-Struktur beeinflussen<sup>45</sup>, wird der Meso-Struktur-Verbund entsprechend um den Einflussbereich vergrößert, sodass weiterhin drei unbeeinflusste Zellen über der Höhe vorliegen und somit die zentralen Elementarzellen von den Platten unbeeinflusst sind. Die weiteren Seitenränder werden freigelassen, da sie keiner Nachbearbeitung bedürfen und jede

<sup>44</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 223 ff.

<sup>45</sup>vgl. Yang et al. 2019b, S. 3 ff.

weitere Begrenzung durch eine senkrechte Wand im Druckversuch eine Verfälschung des Ergebnisses des Druckversuchs hervorrufen würde, weil dann die Last nicht vollständig über die Meso-Struktur aufgenommen würde. Die Platten oberhalb und unterhalb der Meso-Struktur werden mit einer Dicke von  $D_o = 3$  mm oben und  $D_u = 8$  mm unten vorgesehen. Dabei sind in der Dicke der unteren Platte bis zu 6 mm für das Durchtrennen zum Abnehmen von der Bauplattform sowie das Planfräsen vorgesehen. An der Oberseite ist nur das Planfräsen erforderlich, wofür ca. 1 mm vorgesehen wird.



**Abbildung 4.12:** Probekörper für die Versuchsdurchführung mit und ohne die obere Platte, mit Maßen vor dem Planfräsen

Bei sehr dünnen Strebendurchmessern wird auf die obere Platte verzichtet, da sie zu Aufbaufehlern im Fertigungsprozess führt. Bei den Probekörpern wird die Höhe um die Zellenanzahl, die zur Überbrückung des Platteneinflusses an der Oberseite vorgesehen worden sind, reduziert.

Neben der Größenbeschränkung des Probekörpers durch die Einhaltung von drei unbeeinflussten Meso-Struktur-Elementarzellen in jeder Raumrichtung ist eine Mindestgröße von 20 mm Kantenlänge des Probekörpers in jeder Raumrichtung vorgesehen, um einen ausreichend genau messbaren Widerstand gegenüber der Drucklast zu erreichen.

#### 4.4.3 Probekörperherstellung

Die Probekörper werden mit dem Laser-Pulverbettbasierten Schmelzen auf einer EOS M290-Anlage aus der Aluminiumlegierung AlSi10Mg gefertigt<sup>46</sup>. Das Verfahren wird ausgewählt, da es sich für die Herstellung metallischer Werkstoffe mit einer hohen Materialdichte von nahezu 100 %<sup>47</sup> eignet und somit das Verhalten des Werkstoffs nahe an die des simulierten Materials in der FEM herankommt. Des Weiteren ist das L-PBF-Verfahren für Metalle aufgrund der im Vergleich der AM-Verfahren hohen Bauteilqualität hinsichtlich mechanischer Eigenschaften im industriellen Kontext am häufigsten anwendbar. Die

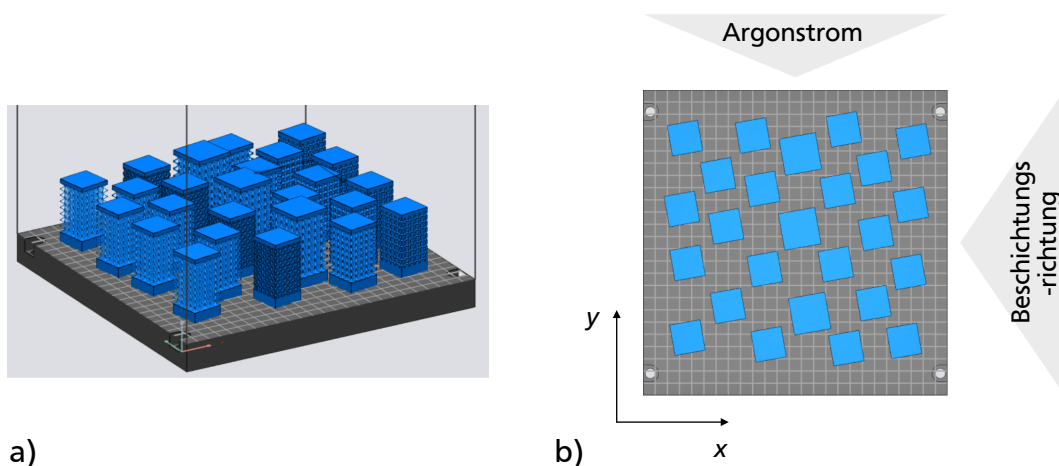
<sup>46</sup>vgl. EOS Elektro Optical Systems 2022a.

<sup>47</sup>vgl. Brenne 2018, S. 9; Gebhardt 2016, S. 167.

Probekörper werden in Aufbaurichtung geprüft, da L-PBF-Bauteile eine marginale und somit vernachlässigbare Richtungsabhängigkeit aufweisen.<sup>48</sup>

Die EOS M290-Anlage verfügt über einen Bauraum von 250 mm x 250 mm x 325 mm und arbeitet mit einem Faserlaser der Wellenlänge  $\lambda = 1060$  nm bis 1100 nm mit einer Leistung von  $P = 400$  W, einem Fokussdurchmesser  $d_L = 100$   $\mu\text{m}$  und einer Scangeschwindigkeit von  $v = 7,0$  m/s.<sup>49</sup>

In der Druckvorbereitung werden die Probekörper im Slicing-Programm EOSPrint 2006 für die Maschinen von EOS auf der Bauplattform positioniert, wie in Abbildung 4.13 gezeigt. Die Probekörper werden in Beschichtungsrichtung versetzt und um  $10^\circ$  gedreht, sodass die Rakel stets auf kleine Querschnittsflächen trifft. Dies trägt zu einem gleichmäßigen Verfahren der Rakel und somit zu einer gleichmäßigen und glatten Pulverschicht bei. Des Weiteren wird im Slicing die Druckreihenfolge definiert. Diese wird entgegen der Schutzgasstromrichtung gewählt, da Partikel, die während des Laserschmelzprozesses aufwirbeln können, dann nicht im Bereich des noch zu verschmelzenden Pulverbetts auftreffen und dieses stören.



**Abbildung 4.13:** Anordnung der Probekörper auf der Bauplattform

Nach der Positionierung werden im Slicer die Maschinenparameter für den Druckprozess festgelegt. Dazu werden von EOS hinterlegte Standardbauteilparameter für die Aluminiumlegierung AlSi10Mg bei 200 °C Bauplattformtemperatur geladen. Abweichend zu den Standardparametern wird die Bauplattformtemperatur auf  $T = 80$  °C reduziert und der Differenzialdruck für die Argonbegasung auf  $p_{\text{Ag}} = 55$  mbar erhöht.

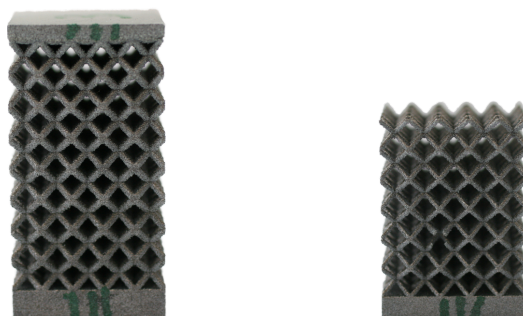
Das verwendete Aluminiumpulver hat eine Partikelgröße von 25 – 70  $\mu\text{m}$  und weist die Zusammensetzung auf, die bereits in Tabelle 4.1 in Abschnitt 4.1 aufgelistet worden ist. Durch den Druckprozess werden die Eigenschaften der Aluminiumlegierung beeinflusst. Abweichend von den standardmäßig gemessenen Kennwerten der Legierung, weist ein Würfel aus Vollmaterial, der unter Verwendung der angegebenen Maschinenparameter

<sup>48</sup>vgl. Rehme 2009a, S. 147.

<sup>49</sup>vgl. EOS Elektro Optical Systems 2022b.

gefertigt wird, eine Drucksteifigkeit von  $E_S = 43\,416 \text{ N/mm}^2$  auf<sup>50</sup>. Dieser Wert wird für den Abgleich mit den Versuchen in die FEM-Simulation eingesetzt, um Abweichungen der Werkstoffeigenschaften durch den Druckprozess zu reduzieren.

Im Anschluss an den Druckprozess werden die Probekörper von der Bauplattform abgesägt und die Platten an der Ober- und Unterseite des Probekörpers abgefräst, um geringe Oberflächenrauigkeiten und Planparallelität im Rahmen der Genauigkeit des Fräsverfahrens herzustellen. Die Probekörper sind in Abbildung 4.14 gezeigt.



Probekörper mit Platten an Ober- und Unterseite      Probekörper mit Platte an der Unterseite

**Abbildung 4.14:** Probekörper nach dem Fertigungs- und Nachbearbeitungsprozess

Des Weiteren werden einzelne Streben an den Probekörpern weiß markiert, um sie in Aufnahmen per Video- und Hochgeschwindigkeitskamera besser sichtbar zu machen. Die Proben werden vor der Versuchsdurchführung mit einer Canon 400D Digital EOS fotografiert, um im Nachhinein nachvollziehen zu können, wie die Probe vor dem Versuch ausgesehen hat.

#### 4.4.4 Versuchsdurchführung

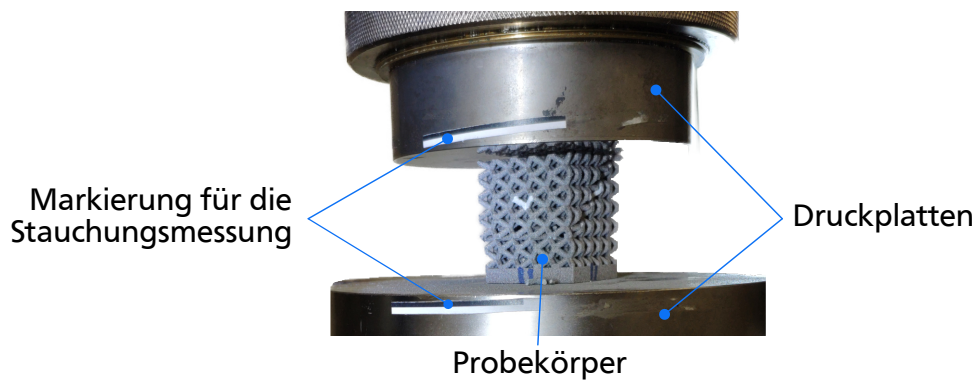
Es werden einachsige, quasistatische Druckversuche nach DIN 50106<sup>51</sup> durchgeführt, wie sie in Abschnitt 2.4.1 vorgestellt worden sind. Dafür wird die Universalprüfmaschine der Firma ZwickRoell Z100<sup>52</sup> mit Druckplatten verwendet. Die Probekörper werden jeweils zwischen die untere starre und die obere verschiebbare Druckplatte eingelegt und einachsige auf Druck belastet, wie in Abbildung 4.15 zu sehen. Die obere Platte der Prüfmaschine ist geringfügig kippbar gelagert, sodass mögliche Abweichungen von der Planparallelität ausgeglichen werden können und eine flächige Krafteinleitung stattfindet. Während des Druckversuchs wird die Kraft über die integrierte Kraftmessdose und die Stauchung über die zur Prüfmaschine zugehörige Kamera mithilfe der Markierungen an der oberen und unteren Druckplatte, wie in Abbildung 4.15 erkennbar, detektiert. Vorab erfolgt die Kalibrierung für den Abstand mithilfe eines ausgemessenen Probebauteils.

---

<sup>50</sup>vgl. Noack 2021, S. 36; Sauerzapf 2022, S. 42.

<sup>51</sup>vgl. Deutsches Institut für Normung e. V. 2023.

<sup>52</sup>vgl. Zwick Roell 2023.



**Abbildung 4.15:** Probekörper im Druckprüfprozess

Mit der Software textXpert III von ZwickRoell zur Steuerung der Prüfmaschine werden folgende Daten während des Versuchs aufgezeichnet bzw. errechnet.

- Stauchung in mm
- Standardkraft in kN
- Prüfzeit in s
- Traversengeschwindigkeit in mm/min
- Kraftzunahmegeschwindigkeit in N/s
- Standardweg in mm
- Arbeit in Nmm
- Dehnungszunahmegeschwindigkeit in  $\%/s$
- Nominelle Stauchung in mm
- Stauchung plastisch in mm
- Stauchung x-korrigiert in mm
- Traversenweg absolut in mm
- Werkzeugabstand in mm

Des Weiteren werden die Versuche mit einer Videokamera Panasonic HC-V707 sowie einer Hochgeschwindigkeitskamera XIMEA High Speedkamera XiQ aufgezeichnet, die in einem Winkel von ca.  $90^\circ$  zueinander aufgestellt sind.

#### 4.4.5 Versuchsergebnisse

Die Messungen während der Versuche liefern Kraft-Stauchungs-Kurven. Da das FEM-Modell, mit dem verglichen werden soll, zur Ermittlung der Drucksteifigkeit dient, wird auch aus den Versuchen die Drucksteifigkeit ausgewertet. Dafür werden die Kraft-Stauchungs-Kurven durch den Bezug auf die Querschnittsfläche bzw. die Ausgangslänge in Spannungs-Dehnungs-Kurven, wie beispielhaft die Kurve in Abbildung 4.16, umgerechnet. Die Ausgangslänge, auf welche die Stauchung bezogen wird, ist die Höhe des Meso-Struktur-Verbunds ohne die Höhe der Platten, da die Platten aus Vollmaterial bestehen und somit eine deutlich höhere Steifigkeit aufweisen als die Meso-Strukturen. Dadurch kann ihr Einfluss auf die auftretende Stauchung vernachlässigt werden. Die Höhe wird aus den theoretischen Daten des CAD-Modells entnommen. Da die äquivalenten Eigenschaften der Meso-Struktur ermittelt werden, wird die Kraft auf den Einhüllenden-



querschnitt der Probe bezogen, wie in Abbildung 4.17 gezeigt. Die Steifigkeit wird als die Steigung der Kurve im linear-elastischen Bereich, der in Abbildung 4.16 eingerahmt ist, bestimmt.

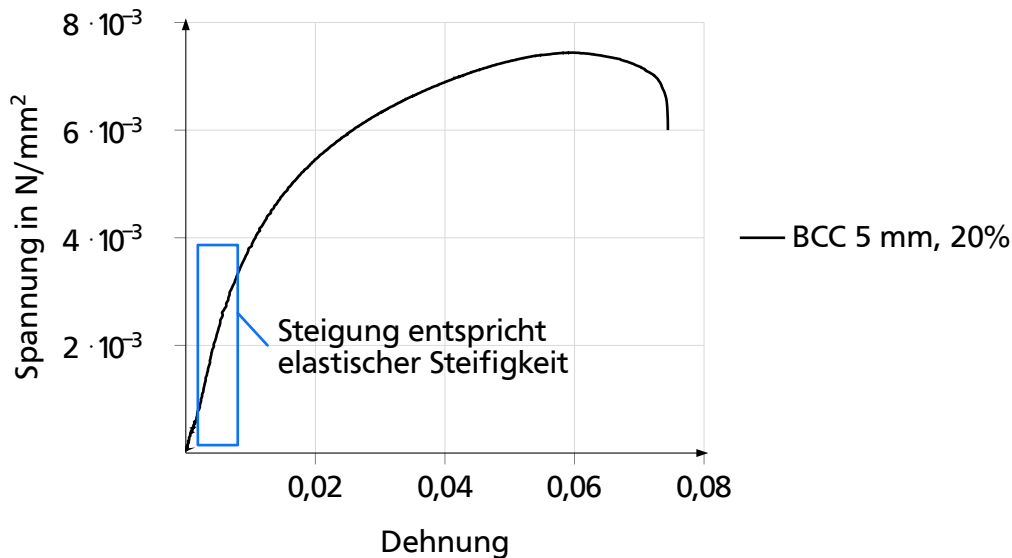


Abbildung 4.16: Repräsentative Spannungs-Dehnungs-Kurve aus der Versuchsreihe

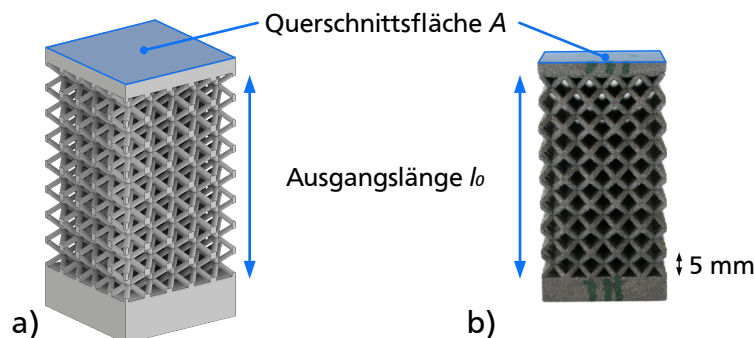


Abbildung 4.17: Ausgangslänge und Querschnittsfläche für den Bezug von Kraft und Verschiebung zur Bestimmung der Spannungs-Dehnungs-Kurve am CAD-Modell des Probekörpers a) und am gefertigten Probekörper b)

Die Ergebnisse aller Proben werden in Abschnitt 4.4.6 im Vergleich zu den Ergebnissen der FEM gezeigt. Die Rohdaten der Versuchsergebnisse sind digital verfügbar.<sup>53</sup>

#### 4.4.6 Auswertung experimenteller und simulativer Ergebnisse

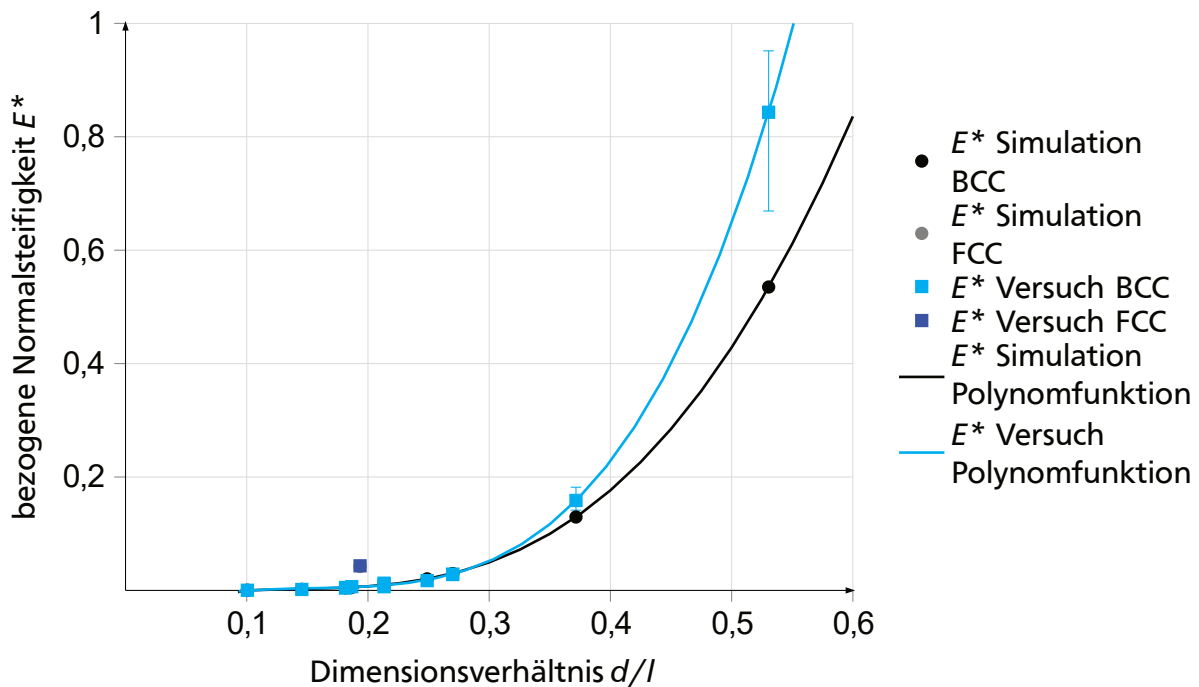
Die experimentellen Ergebnisse werden mit den Simulationsergebnissen verglichen, um festzustellen, inwieweit das FEM-Modell durch die Versuchsergebnisse unter den in den Abschnitten 4.4.2 bis 4.4.4 aufgeführten Randbedingungen übereinstimmt und somit das FEM-Modell verifiziert werden kann. Der Graph in Abbildung 4.18 zeigt die einzelnen

<sup>53</sup>Schulte 2023.



Steifigkeitswerte der Versuchsergebnisse sowie der FEM-Simulation auf Basis der Steifigkeit von ca.  $E_s = 43\,000\text{ N/mm}^2$ . Der Elastizitätsmodul ergibt sich für Vollmaterial, welches mit der in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen EOS M290-Anlage verarbeitet worden ist. Ebenfalls verglichen werden Näherungsfunktionen in Form eines Polynoms vierter Ordnung, welche die Tendenzen beschreiben.

Weitere Wechselwirkungen zwischen Parametern, die aus den experimentellen Ergebnissen ermittelt werden können, werden hier nicht betrachtet, da das Ziel der Analyse die Verifikation der FEM-Simulation ist, die keine weiteren Parameterwechselwirkungen abbildet.



**Abbildung 4.18:** Vergleich der Versuchs- und FEM-Ergebnisse; für niedrige Dimensionsverhältnisse sind die Abweichungen zwischen Versuchs- und Simulationsergebnissen gering, sodass die Punkte übereinander liegen

Der Vergleich der Kurven zeigt eine übereinstimmende Tendenz eines Anstiegs des bezogenen äquivalenten Elastizitätsmoduls, der gemäß Gleichung 2.6 berechnet wird, bei einem Anstieg des Dimensionsverhältnisses  $d/l$ . Diese Tendenz ist unabhängig davon, welche konkreten Werte des Strebendurchmessers  $d$  und der Kantenlänge  $l$  ins Verhältnis gesetzt werden, d. h. der Einfluss der Zellengröße und des Strebendurchmessers sind auch im Experiment voneinander unabhängig. Des Weiteren sind beide Tendenzen mit einer Polynomnäherungsfunktion vierter Ordnung<sup>54</sup> beschreibbar.

Im direkten Vergleich der Werte ist erkennbar, dass die FEM-Simulation die experimentellen Ergebnisse für geringe Dimensionsverhältnisse  $d/l$  überschätzt, während für hohe

<sup>54</sup>  $E_{\text{Versuch}}^* = 7,2734\left(\frac{d}{l}\right)^4 + 8,4299\left(\frac{d}{l}\right)^3 - 5,0081\left(\frac{d}{l}\right)^2 + 0,8766\frac{d}{l} - 0,0472, R_{\text{Versuch}}^2 = 0,9999$   
 $E_{\text{Simulation}}^* = -3,9032\left(\frac{d}{l}\right)^4 + 12,156\left(\frac{d}{l}\right)^3 - 4,5585\left(\frac{d}{l}\right)^2 + 0,6463\frac{d}{l} - 0,0307, R_{\text{Simulation}}^2 = 1$

Verhältnisse die experimentellen Werte deutlich oberhalb der Simulationsergebnisse liegen. Im mittleren Wertebereich des Dimensionsverhältnisses  $d/l$  stimmen die Werte mit einer Abweichung von unter 10 % überein. Diese Genauigkeit der Übereinstimmung wird auch für die zweite geprüfte Topologie der FCC-Elementarzelle erreicht. Ausgehend von diesen Ergebnissen wird davon ausgegangen, dass die Übereinstimmung nicht nur für die BCC-Topologie gültig ist, sondern auch auf weitere Topologien übertragen werden kann.

Die Abweichungen im Bereich geringer Dimensionsverhältnisse von  $d/l$  sind durch verschiedene Aufbaufehler bzw. Ungenauigkeiten, die durch den Druckprozess verursacht werden, zu erklären. Dazu gehören raue, ungleichmäßig Streben, wodurch die Streben nicht überall den Durchmesser aufweisen, der gemäß dem CAD-Modell vorgesehen ist. Bei dünnen Streben sind diese Abweichungen relativ zum eigentlichen Durchmesser sehr hoch und haben daher eine starke Auswirkung auf das Ergebnis der Steifigkeitsermittlung. Die Streben-Meso-Strukturen sind durch abweichende Durchmesser lokal weniger steif als die theoretische Geometrie, die für die FEM-Simulation zugrunde gelegt wird. Des Weiteren weist der Werkstoff aufgrund des Verarbeitungsprozesses eine Porosität und Lunker auf, die in der FEM nur über den reduzierten Elastizitätsmodul des Werkstoffs berücksichtigt werden. Der reduzierte Elastizitätsmodul bildet diese Fehlstellen für ein größeres Werkstoffvolumen ab, jedoch haben diese bei den dünnen Strebendurchmessern ebenfalls einen größeren Einfluss, der zur lokalen Steifigkeitsreduktion der Struktur führt und somit den Gesamtelastizitätsmodul senkt.<sup>55</sup>

Ein weiterer Effekt, der bei sehr filigranen Strukturen auftreten kann, ist eine Änderung der inneren Kornstruktur, die bei der Erstarrung entsteht.<sup>56</sup> Abhängig von der Korngröße und Kornstruktur verliert die Homogenitätsannahme für den Grundwerkstoff ihre Gültigkeit, da die Korngröße nahe dem Strebendurchmesser liegen kann. Eine Möglichkeit, die Abweichungen infolge des Fertigungsprozesses zu reduzieren, ist die Verwendung spezieller Maschinenparameter abhängig vom Durchmesser der Streben, wie Großmann et al. sie vorschlagen.<sup>57</sup>

Neben den Fehlstellen und Maßabweichungen durch den Herstellungsprozess sind bei den dünnen Strebendurchmessern auch Aufbaufehler entstanden. An den Rändern in Abbildung 4.19 d) bis f) bzw. der Oberfläche in Abbildung 4.19 c) ist erkennbar, dass einige Streben fehlen. Fehlende Streben führen ebenfalls zu einer Reduktion der Gesamtsteifigkeit des Meso-Struktur-Verbundes.

Eine weitere mögliche Ursache für die Abweichungen liegt in der Modellierung der Simulation. Durch die Verwendung von Tetraederelementen ergibt sich tendenziell eine höhere Steifigkeit einer simulierten Struktur als bei der Verwendung von Hexaederelementen.<sup>58</sup>

Die Überhöhung bei den hohen Dimensionsverhältnissen  $d/l$  bzw. Strebendurchmessern kann ebenfalls auf unterschiedliche Ursachen zurückzuführen sein. Zum einen entstehen während des Fertigungsprozesses Materialanhaftungen, die insbesondere in den engen

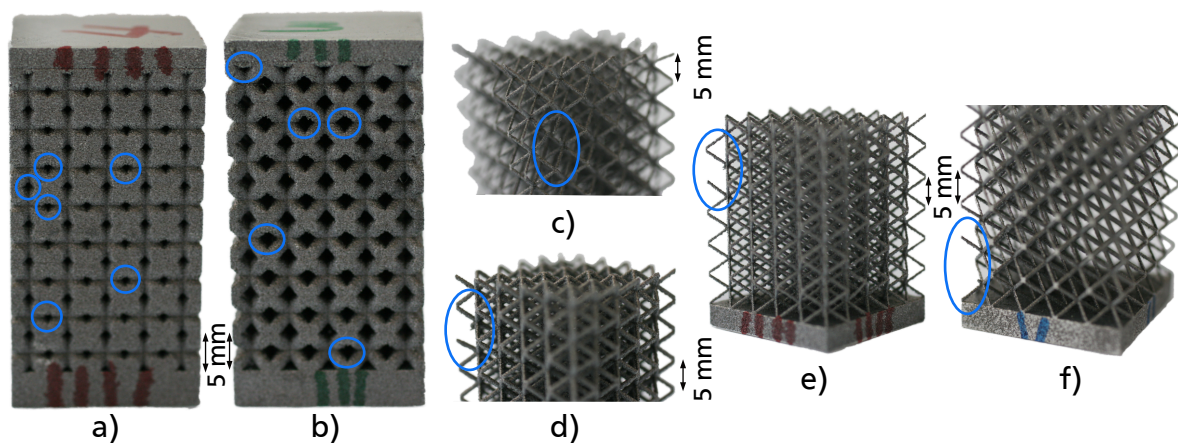
---

<sup>55</sup>vgl. Liu et al. 2017, S. 162 ff., Großmann 2020, S. 111 ff.

<sup>56</sup>vgl. Meyer et al. 2020, S. 6 ff., 15; Lachmayer et al. 2020a, S. 101.

<sup>57</sup>vgl. Großmann et al. 2019a, S. 3; Großmann et al. 2019b, S. 3.

<sup>58</sup>vgl. Steinke 2015, S. 315 f.



**Abbildung 4.19:** Aufbaufehler, die sich auf die Steifigkeit der Probekörper auswirken: Materialanhäufungen an Überhängen und Ecken a) - b) fehlende Streben an Rändern c) - f)

Zwischenräumen bei den Meso-Strukturen mit hohen Strebendurchmessern vermehrt auftreten können und dann zu einer größeren Dicke der Streben führen, als im CAD-Modell vorgegeben. Ebenfalls führt sowohl die zusätzliche Anhaftung von Material als auch eine limitierte Auflösung des L-PBF-Verfahrens zu abgerundeten Kerben, wie in Abbildung 4.19 a) und b) markiert, was ebenfalls eine Versteifung der Struktur zur Folge haben kann.

## 4.5 Finite-Elemente-Modell für gradierte Meso-Strukturen

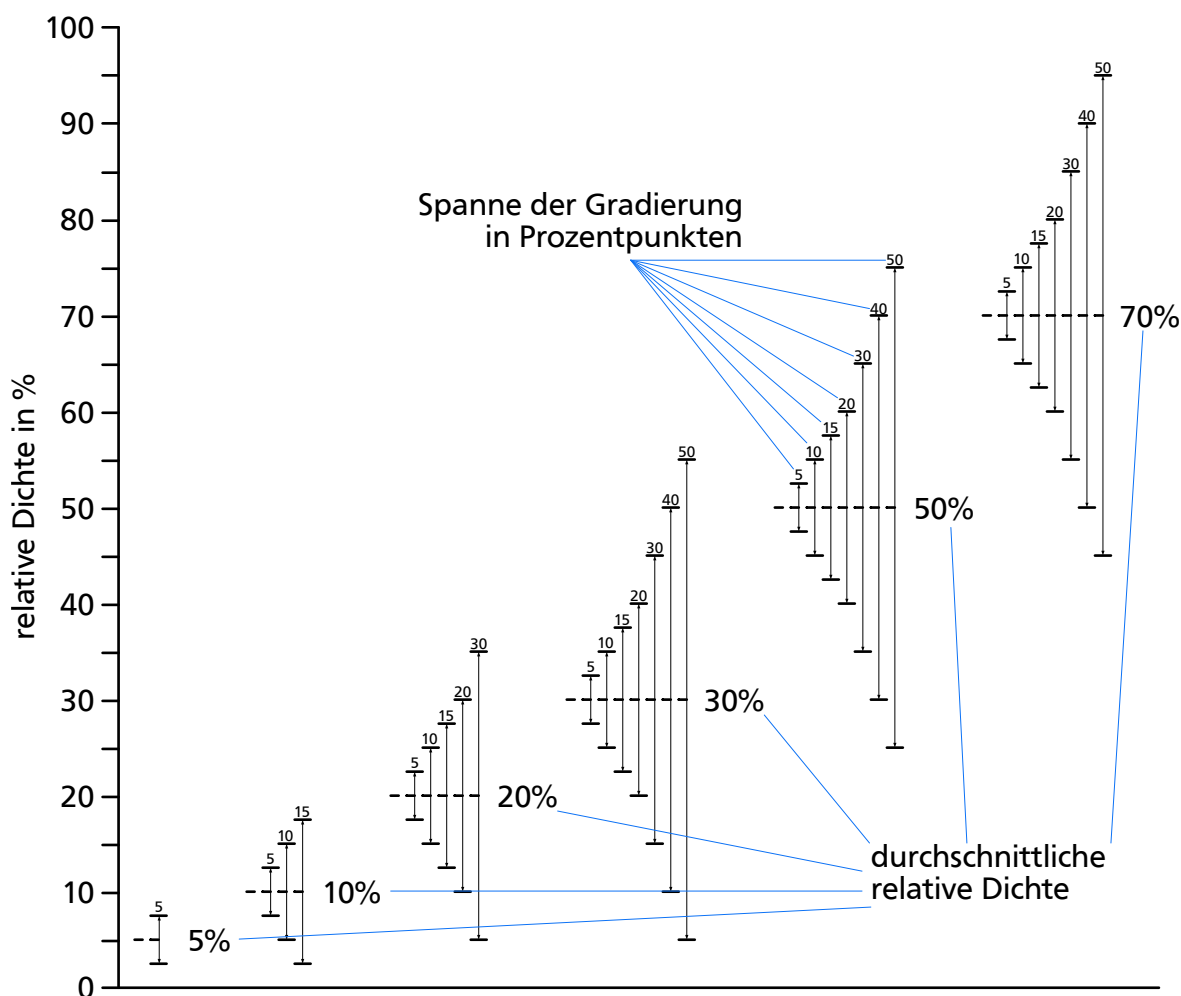
Für die beanspruchungsgerechte Gestaltung von Meso-Strukturen kann, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, eine Gradierung angewandt werden. Da sich in der Literatur die Gradierung der Strukturdicke als dominanter Einflussparameter auf die hier betrachtete mechanische Steifigkeit erwiesen hat<sup>59</sup>, wird hier die Strukturdicke gradiert.

Die Verknüpfung zwischen unterschiedlich dicken Meso-Struktur-Elementarzellen soll hierbei ohne Steifigkeitssprünge gestaltet werden, um eine lokale Steifigkeitsreduktion des Meso-Struktur-Verbunds am Dickenübergang zu vermeiden. Daher wird die Gradierung, wie bereits im Stand der Forschung gezeigt, innerhalb der Zelle zwischen zwei Knoten vorgesehen (Abschnitt 2.3.2, Abbildung 2.8 b).

Bei der Untersuchung werden der Einfluss der Durchschnittsdichte, also dem Durchschnitt der relativen Dichten der beiden Seiten der gradierten Elementarzelle, und der Spanne der Gradierung, also dem Unterschied zwischen den relativen Dichten der beiden Seiten der gradierten Elementarzelle in Prozentpunkten, auf die äquivalenten Steifigkeitseigenschaften betrachtet. Konkret werden die Kombinationen aus dem Versuchsplan in Abbildung 4.20 simuliert, um die Einflüsse zu ermitteln.

Die Modellierung der unterschiedlichen Lastfälle, die auf die homogenen Elementarzellen

<sup>59</sup>vgl. Merkt 2015, S. 100 ff., Plocher et al. 2020, S. 11 ff.



**Abbildung 4.20:** Virtueller Versuchsplan für die Untersuchung gradierter Meso-Strukturen

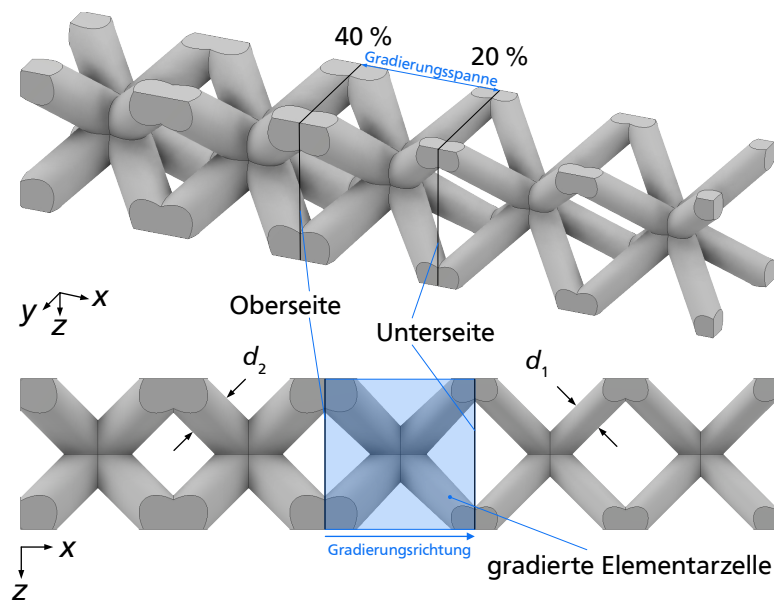
ebenso wie auf die gradierten Elementarzellen wirken, basiert auf der Modellierung der homogenen Elementarzellen. Die Aspekte der Modellierung, die aus dem Modell für homogene Meso-Strukturen übernommen worden sind, sowie die Anpassungen, die für die Modellierung der gradierten Elementarzellen erforderlich sind, werden in den folgenden Unterabschnitten erläutert.

#### 4.5.1 Modellierung der Elementarzellen

Für die durchgeführten Untersuchungen werden unidirektionale Gradierungen des Strebendurchmessers innerhalb der Elementarzelle untersucht, wie sie in Abbildung 4.21 dargestellt ist. Der Gradient ist in der angegebenen x-Richtung ausgerichtet und wird durch den Strebendurchmesser an den jeweiligen Seiten der gradierten Elementarzelle bestimmt. Die Durchmesser richten sich nach den Durchmesserwerten für die im Versuchsplan in Abschnitt 4.5.3 ausgewählten relativen Dichten, zwischen welchen der Gradient erzeugt werden soll. Die Seite mit dem größeren Durchmesser hat an allen Knoten den Durchmesser, den die homogene Zelle der entsprechenden relativen Dichte aufweist und entsprechendes gilt für die Seite mit dem geringeren Durchmesser. Zwischen den

Knoten mit den definierten Durchmessern wird der Durchmesser linear gradiert. Die Elementarzellengröße wird für die Untersuchungen konstant mit  $l = 10$  mm gewählt.

Im Modell für die gradierten Elementarzellen werden ebenso wie für die homogenen Elementarzellen (Abschnitt 4.2.4) periodische Randbedingungen verwendet, um das Verhalten der Elementarzelle im Meso-Struktur-Verbund abzubilden. Diese können aber nur in den Raumrichtungen verwendet werden, in denen die gradierte Elementarzelle periodisch ist, da die Modellierung über PBC sonst geometrisch nicht realisierbar und mechanisch nicht sinnvoll ist. Dies gilt für die in Abbildung 4.21 gezeigten Richtungen  $y$  und  $z$ , jedoch nicht in  $x$ -Richtung, entlang welcher der Gradient verläuft. Um dennoch ein Verhalten im Verbund abzubilden, werden an beiden Seiten weitere Elementarzellen angeschlossen, wie in Abbildung 4.21 zu sehen. Daher ergibt sich ein Verbund aus Elementarzellen, der mit der CAD-Software Autodesk Fusion 360 modelliert wird. Die Details zur Wahl der ergänzten Zellen und zur Implementierung der PBC sind in Abschnitt 4.5.4 ausgeführt.



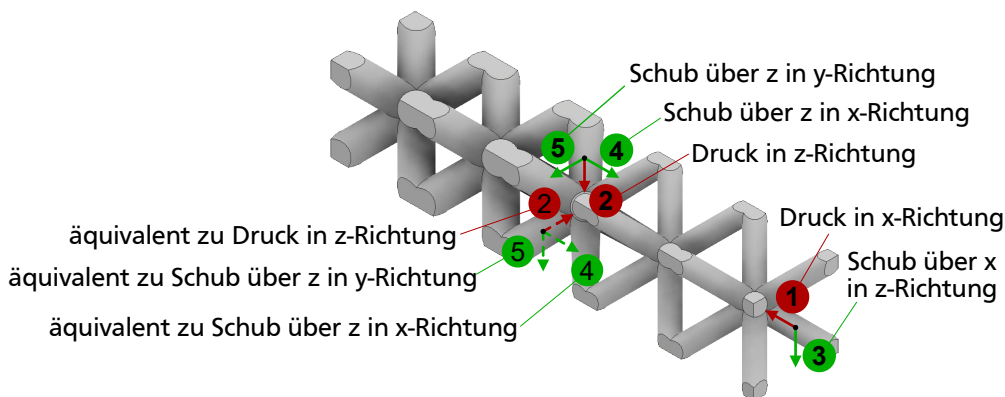
**Abbildung 4.21:** Modellierung der gradierten Meso-Struktur-Elementarzellen anhand einer zwischen 30 % und 40 % relativer Dichte gradierten BCC-Elementarzelle

## 4.5.2 Finite-Elemente-Netz

Die Parameter der Vernetzung und des Materials werden vom Modell der homogenen Elementarzellen in den Abschnitten 4.2.2 und 4.1 übernommen. Die gradierten Elementarzellen bewegen sich im gleichen Größenspektrum, sodass die Konvergenzanalyse weiterhin Gültigkeit hat und die Elementgröße ebenfalls auf 0,2 mm eingestellt wird. Ebenso sind weiterhin Tetraederelemente erforderlich, um die Geometrie der gradierten Elementarzellen vollständig abzubilden.

### 4.5.3 Virtueller Versuchsaufbau

Die gradierten Elementarzellen werden ebenso wie die homogenen Elementarzellen auf ihre Steifigkeitseigenschaften unter Zug-/Druck- bzw. Schubbeanspruchung untersucht, wobei die Zug-/Drucksteifigkeit aus dem Modell des einachsigen Druckversuchs ermittelt wird. Da die gradierten Zellen anisotrop sind und somit in den verschiedenen Raumrichtungen unterschiedliche äquivalente Steifigkeiten aufweisen, sind für jede Beanspruchung mehrere Richtungen zu untersuchen. Die Beanspruchungsfälle zeigt Abbildung 4.22.



**Abbildung 4.22:** Lastfälle bei gradierten Meso-Strukturen unter Druck und Schub

Bei der unidirektionalen Gradierung ist der Aufbau der gradierten Elementarzelle für Druck in y- und z-Richtung gleich, weshalb nur eine der beiden Richtungen sowie die x-Richtung untersucht werden müssen. Da die äquivalenten Schubsteifigkeiten mit dem Modell eines Scherversuchs ermittelt werden, ergeben sich drei Richtungen mit Lasten in x-, y- und z-Richtung.

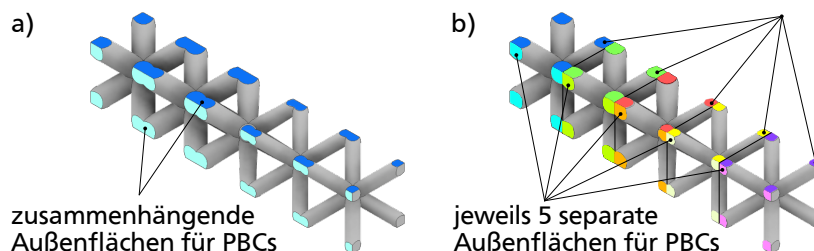
Bedingt durch die erforderlichen Größen für die Auswertung der Steifigkeitseigenschaften ergeben sich Unterschiede in der Implementierung der Lastfälle, die in Abschnitt 4.5.5 erläutert werden.

### 4.5.4 Randbedingungen

Wie in Abschnitt 4.5.1 erwähnt, werden für die Simulation der gradierten Elementarzellen PBC eingesetzt, um die Eigenschaften der Elementarzelle im Verbund zu ermitteln. Diese können für die gradierte Elementarzelle in y- und z-Richtung eingesetzt werden, während in x-Richtung zusätzliche Elementarzellen an die gradierte Elementarzelle angefügt werden. Die PBC werden über das Micromechanics Plugin implementiert, wenn die gegenüberliegenden Außenflächen als Gesamtflächen über die PBC verknüpft werden können. Bei den Lastfällen, die eine Unterteilung der Außenflächen erfordern, um die erforderlichen Größen für die Auswertung zellenindividuell zu ermitteln (s. dazu auch Abschnitt 4.5.5), können sie nicht mithilfe des Plugins implementiert werden. Daher wird ein Skript entwickelt, mithilfe dessen die erforderlichen Knotensets im Input-File erstellt und in die Equation-Constraints der PBC eingebunden werden. Der Aufbau der PBC erfolgt analog zum Aufbau, den das Micromechanics Plugin erzeugt, mit dem Unterschied, dass



anstelle der gesamten Außenflächen gegenüberliegende Teilaußenflächen miteinander in Beziehung gesetzt werden, wie in Abbildung 4.23 dargestellt.



**Abbildung 4.23:** Gesamtaußenflächen a) unterteilte Außenflächen b) für periodische Randbedingungen und Lastaufgabe

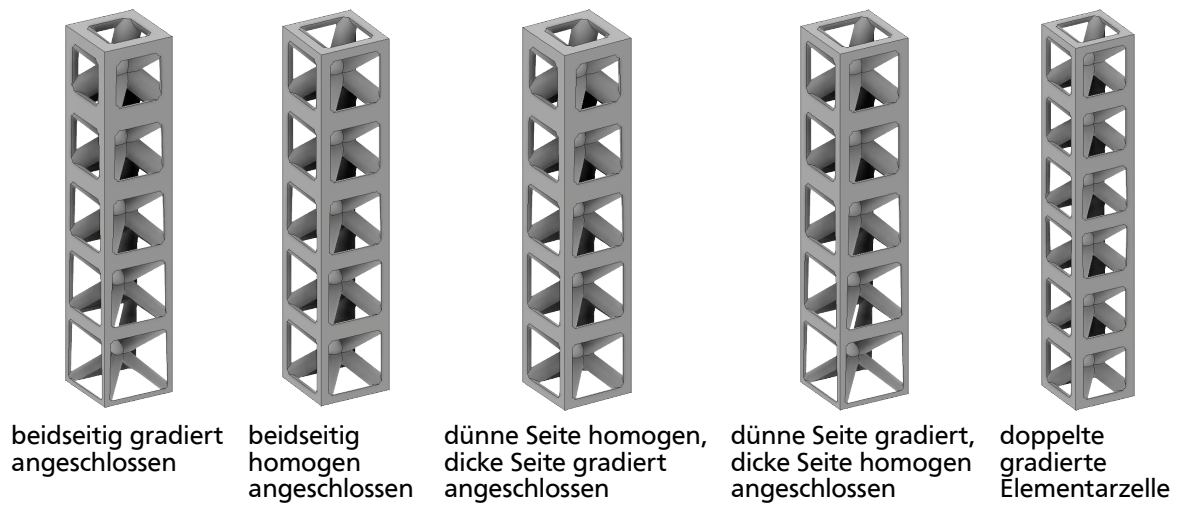
In Bauteilen gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, wie die unidirektional gradierte Elementarzelle in einem Verbund vorliegen kann:

- als Verbindung zweier homogener Bereiche mit unterschiedlicher relativer Dichte
- als eine Elementarzelle innerhalb eines kontinuierlich gradierten Bereichs, also zwischen weiteren ebenfalls gradierten Elementarzellen
- in einer Kombination aus diesen Fällen, also zwischen homogenen und gradierten Elementarzellen

Die Möglichkeiten sind als CAD-Modelle von BCC-XYZ-Elementarzellen in Abbildung 4.24 gezeigt. Für die Modellierung der gradierten Elementarzellen wird der Anschluss an homogene Elementarzellen auf beiden Seiten gewählt. Dies hat sowohl modellierungsseitige als auch ergebnisseitige Gründe. Betrachtet man die Seite mit dem geringeren Strebendurchmesser bei Anschluss weiterer gradierten Elementarzellen, die immer dünner werden (Abbildung 4.24, dünne Seite gradiert angeschlossen), wird deutlich, dass diese bei insgesamt geringen Strebendurchmessern zu einem Strebendurchmesser von Null werden. Dies führt zu einer Singularität in der Simulation bei der Lastaufgabe am Ende des Elementarzellen-Verbunds und kann nicht berechnet werden. Ein Anschluss weiterer gradierten Elementarzellen auf der Seite mit dem größeren Strebendurchmesser führt bei den Ergebnissen der äquivalenten Steifigkeit zu einer Überhöhung gegenüber dem Ergebnis bei der Modellierung mit homogenen Elementarzellen. Das Modell mit dem Anschluss homogener Elementarzellen wird daher als konservativ identifiziert und gewählt. Die konservative Annahme dient dazu, sowohl den simulierten Fall der Verbindung homogener Bereiche als auch den Fall einer fortgesetzten Gradierung im Sinne der Auslegung auf eine Mindeststeifigkeit bestimmen zu können. Da es sich um eine Mindeststeifigkeit handelt, bringt ein Überschreiten dieser Steifigkeit im Fall einer fortgesetzten Gradierung, deren erforderliche Strebendurchmesser konservativ bestimmt worden sind, keine Beeinträchtigung der Bauteileigenschaften mit sich. Daher wird diese Abweichung akzeptiert und die Untersuchung unter Verwendung der Modellierung mit homogenen Elementarzellen durchgeführt.

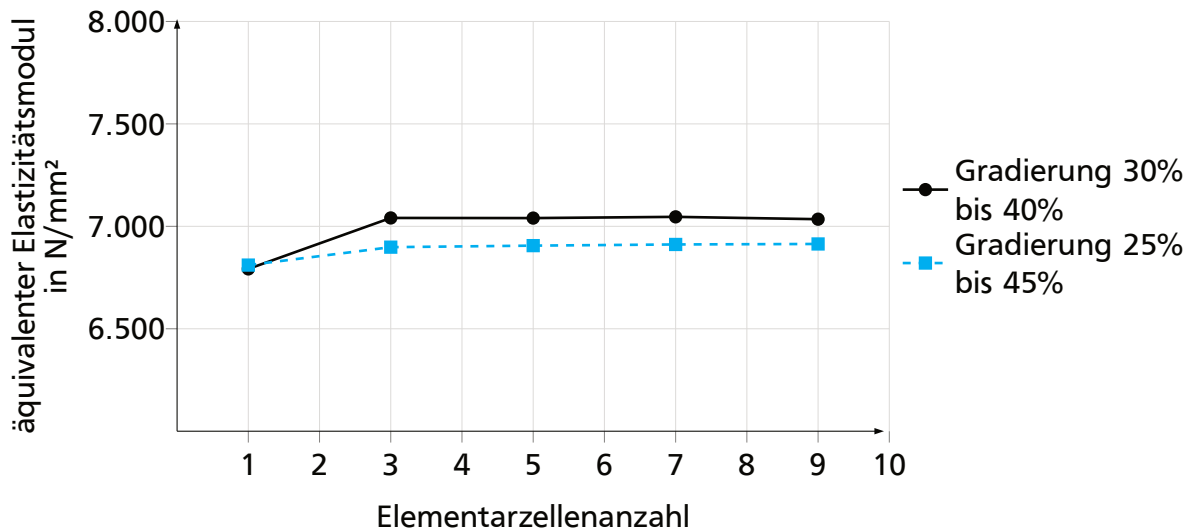
Auf beiden Seiten werden jeweils zwei weitere Elementarzellen angefügt. Diese Wahl basiert auf den Erkenntnissen von Maskery et al.<sup>60</sup>, dass fünf Elementarzellen in ei-

<sup>60</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 224.



**Abbildung 4.24:** Varianten möglicher Elementarzellen, die an die gradierte Elementarzelle in der nicht-periodischen Richtung angeschlossen werden können

ner Richtung benötigt werden, um ein repräsentatives Ergebnis für die Eigenschaften von Elementarzellen im Meso-Struktur-Verbund zu erhalten. Die Annahme wird belegt, indem für einen ausgewählten Gradienten die Zellenanzahl zwischen einer und neun Elementarzellen variiert wird und die Ergebnisse der Steifigkeit, die für die zentrale gradierte Elementarzelle ermittelt wird, verglichen werden. Bei fünf Elementarzellen konvergiert das Ergebnis, wie der Graf in Abbildung 4.25 zeigt, wodurch bestätigt wird, dass fünf Elementarzellen ausreichen, um den Einfluss der freien Ränder auf die gradierte Elementarzelle im Zentrum zu eliminieren.



**Abbildung 4.25:** Äquivalenter Elastizitätsmodul einer zentralen gradierten Elementarzelle, eingebunden in einen Verbund mit unterschiedlicher Zellenanzahl und einer Gradierungsspanne von 10 % bzw. 20 % um eine relative Durchschnittsdichte von 35 %



### 4.5.5 Lastszenario

Wie in Abschnitt 4.5.3 bereits beschrieben, gibt es für die anisotrope gradierte Elementarzelle fünf Lastszenarien.

- Fall 1: Druck in x-Richtung
- Fall 2: Druck in z-Richtung (äquivalent zu Druck in y-Richtung)
- Fall 3: Schub über x in z-Richtung (äquivalent zu Schub über x in y-Richtung)
- Fall 4: Schub über z in x-Richtung (äquivalent zu Schub über y in x-Richtung)
- Fall 5: Schub über z in y-Richtung (äquivalent zu Schub über y in z-Richtung)

Analog zum Vorgehen für die Eigenschaftsermittlung der homogenen Elementarzellen, wird als Belastung in allen Szenarien eine Verschiebung aufgegeben und die Reaktionskraft ermittelt. Es ist zu beachten, dass die Steifigkeitseigenschaften der einzelnen gradierten Elementarzelle ermittelt werden sollen. Dafür ist es erforderlich, die Verschiebung und die Reaktionskraft für jeden Lastfall jeweils für die einzelne Elementarzelle innerhalb des Probekörpers zu ermitteln. Dazu werden die Gesetzmäßigkeiten der Reihen- und Parallelschaltung von Federsteifigkeiten zur Beschreibung des Zusammenhangs der Steifigkeiten der einzelnen Elementarzellen und der Gesamtsteifigkeit des Meso-Strukturverbands verwendet, die auch in der Literatur u. a. bei Maskery et al.<sup>61</sup> und Van Grunsven et al.<sup>62</sup> Anwendung finden. Gemäß den Federgesetzen ist bei Reihenschaltungen von Steifigkeiten die Verschiebung für jede Feder bzw. übertragen auf die Meso-Strukturen für jede Zelle individuell und die Kraft wirkt auf alle gleichermaßen. Bei der Parallelschaltung gilt umgekehrt, dass die Federn bzw. Elementarzellen mit der gleichen Verschiebung beaufschlagt werden, und die Federn bzw. Elementarzellen weisen eine individuelle Reaktionskraft auf.

Die Ermittlung der Reaktionskraft- bzw. Verschiebungsgrößen wirkt sich auf die Implementierung der Lastfälle aus, da im Simulationsprogramm Abaqus jeweils nur dort eine Reaktionskraft bestimmt werden kann, wo auch eine Last in Form einer Verschiebung aufgegeben wird. Bei den Lastfällen, die unter Verwendung der Elementarzellen-individuellen Reaktionskraft ausgewertet werden, ist somit für jede Elementarzelle ein Referenzpunkt und eine bereichsweise Belastung durch Verschiebung umzusetzen.

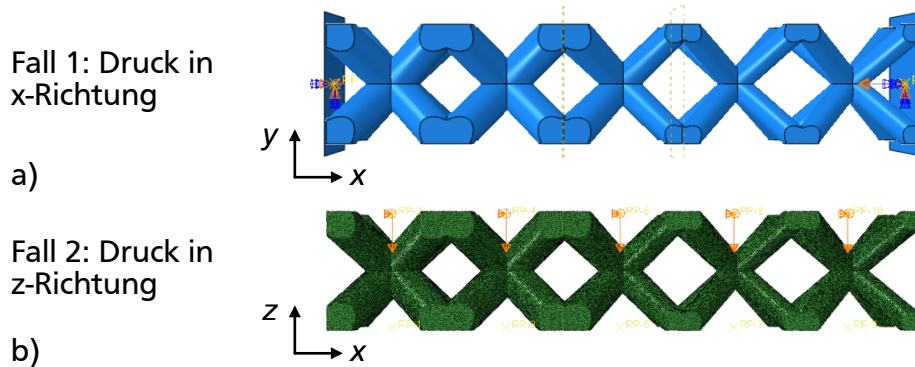
Das Vorgehen zur Implementierung wird im Folgenden für jeden Fall erläutert. Die Details zur Auswertung der ermittelten Daten sind in Abschnitt 4.5.6 erklärt.

Bei Druckbelastung gibt es, wie bereits beschrieben, zwei unterschiedliche Lastfälle. Das Modell für Druck in x-Richtung, also entlang des Verbands, wird analog zum Druckversuch für homogene Elementarzellen in Abschnitt 4.2.5 aufgebaut und in Abbildung 4.26 a) gezeigt. Das heißt, an den Außenflächen des Meso-Strukturverbands in x-Richtung wird jeweils eine starre Platte mit einer reibungsfreien Kontaktbedingung vorgesehen. Die untere Platte wird per Randbedingung im Raum fixiert und die obere Platte in Stauchungsrichtung um 0,02 mm verschoben. Die Reaktionskraft wird am Referenzpunkt der oberen Platte, über den auch die Verschiebung aufgegeben wird, ermittelt.

---

<sup>61</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 227.

<sup>62</sup>vgl. van Grunsven et al. 2014, S. 406.



**Abbildung 4.26:** Virtueller Versuchsaufbau für gradierte Meso-Struktur-Elementarzellen unter Druck entlang der Gradierung in x-Richtung a) und quer zur Gradierung in z-Richtung b)

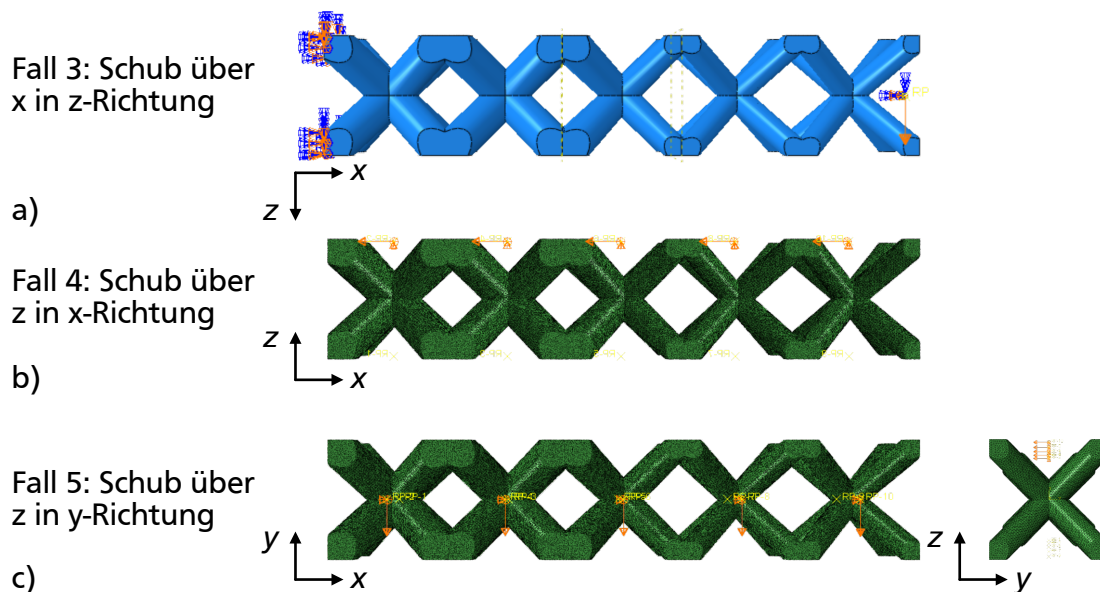
Die Auswertung der Druckbelastung in z-Richtung, die analog zur Druckbelastung in y-Richtung ist, erfordert die Ermittlung der Kraft an jeder Elementarzelle einzeln. Daher wird hier auf die im Abschnitt 4.5.4 beschriebene Variante der Zuweisung der PBC einzeln für jede Elementarzelle zurückgegriffen. Die Lastaufbringung erfolgt durch das Einbinden eines jeweils eigenen Referenzpunkts in die Equation-Constraints, welche die PBC herstellen. Dadurch wird eine Verschiebungsdifferenz zwischen den verknüpften Flächen erzeugt, die eine Stauchung des Meso-Struktur-Verbunds bewirkt. Gleichung 4.7 beschreibt den Zusammenhang im Equations-Constraint in Lastrichtung, die im Modell der z-Richtung entspricht.

$$u_i(x_j + p_j^\alpha) = u_i(x_j) + \left\langle \frac{\delta u_i}{\delta x_k} \right\rangle p_k^\alpha \quad (4.7)$$

An dem Referenzpunkt wird jeweils eine Verschiebung von 0,02 mm aufgebracht, sodass alle Elementarzellen gleichermaßen gestaucht werden, aber die Reaktionskraft der jeweiligen Zelle individuell berechnet wird. Das Modell mit den fünf Elementarzellen und den zugehörigen Referenzpunkten sowie der Lastaufgabe ist in Abbildung 4.26 b) gezeigt.

Die Schubsteifigkeit, die über die Modellierung der Scherung bestimmt wird, weist drei unterschiedliche Lastfälle auf. Für die Scherung über x in z-Richtung (Abbildung 4.22, Fall 3) wird der Meso-Struktur-Verbund einseitig per Randbedingungen an der x-Außenfläche fixiert, wie in Abbildung 4.27 a) zu sehen ist, und die andere x-Außenfläche wird über ein Coupling-Constraint mit dem Referenzpunkt verbunden, an dem die Verschiebung von 0,02 mm in z-Richtung aufgegeben und die Reaktionskraft ermittelt wird.

Für Lastfälle des Abscherens über die z-Höhe in x- und y-Richtung, dargestellt in Abbildung 4.27 b) und c), wird erneut die Kombination der Lastaufgabe mit den PBC innerhalb des Equation-Constraint relevant. Dabei wird die Verschiebungsaufgabe hier in die Gleichung der z-Außenflächen über einen zellenweise individuellen Referenzpunkt eingebunden und die Verschiebung von 0,02 mm an allen Referenzpunkten einmal in x- (Abbildung 4.27 b) und einmal in y-Richtung (4.27 c) aufgegeben. An den Referenzpunkten kann



**Abbildung 4.27:** Virtueller Versuchsaufbau für gradierte Meso-Struktur-Elementarzellen unter Scherung über x in z-Richtung a), über z in x-Richtung b) und über z in y-Richtung

dann jeweils die Reaktionskraft für jede Elementarzelle ermittelt werden.

#### 4.5.6 Auswertung

Die Auswertung beider Lastfälle, Druck und Schub, erfolgt unter Verwendung von Gleichung 4.12. Diese leitet sich jeweils aus dem linearen Elastizitätsgesetz für Zug/Druck bzw. Schub ab. Für die Druckbelastung gilt das Hooke'sche Gesetz für die Normalspannung  $\sigma$ , die über den Elastizitätsmodul  $E$  mit der Dehnung  $\epsilon$ , wie in Gleichung 4.8 gezeigt, zusammenhängt. Durch Einsetzen der Kraft  $F$  bezogen auf die Querschnittsfläche  $A$ , auf die sie wirkt, und der Verschiebung  $\Delta l$  bezogen auf die Ausgangslänge  $l_A$  kann das Hooke'sche Gesetz zu Gleichung 4.9 umgeschrieben werden<sup>63</sup>.

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (4.8)$$

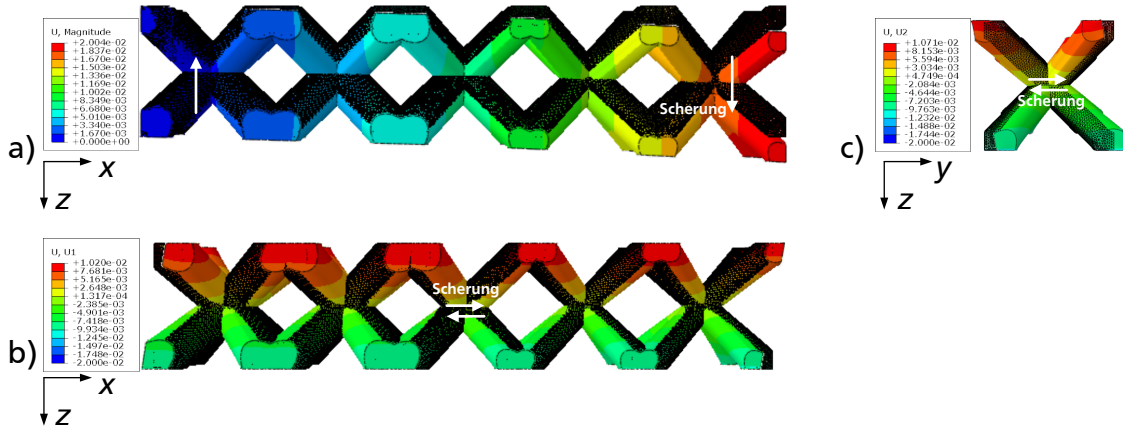
$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (4.9)$$

Für Schub gilt das entsprechende Hooke'sche Gesetz für die Schubspannung  $\tau$ , die über den Schubmodul  $G$  mit der Gleitung  $\gamma$  zusammenhängt, in Gleichung 4.10, die ebenfalls auf Kräfte und Verschiebungen zurückgeführt werden kann, siehe Gleichung 4.11.<sup>64</sup> Da die Länge des Meso-Struktur-Verbunds relativ zu seiner Ausdehnung in Breite und Tiefe, die durch die PBC virtuell vergrößert wird, gering ist, wird davon ausgegangen,

<sup>63</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 3, 7, 10 f., 33.

<sup>64</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 138 ff.

dass eine vernachlässigbare Verschiebung infolge Biegung auftritt, sodass die Biegung nicht berücksichtigt wird. Diese Annahme deckt sich mit den Simulationsergebnissen, in welchen stets eine lineare Verschiebung innerhalb des Meso-Struktur-Verbunds, die einer Schubabsenkung entspricht, auftritt, wie Abbildung 4.28 zeigt<sup>65</sup>. Daraus resultiert Gleichung 4.12 für die Ermittlung des äquivalenten Elastizitäts- und Schubmoduls.



**Abbildung 4.28:** Verschiebung unter Scherung über x in z-Richtung a) über z in x-Richtung b) über z in y-Richtung c)

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (4.10)$$

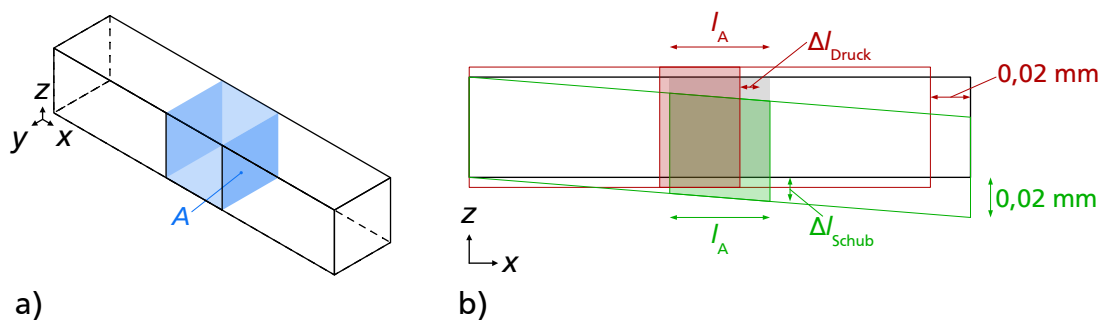
$$\frac{F}{A} = G \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (4.11)$$

$$\text{äquivalenter Modul} = \frac{F \cdot l}{A \cdot \Delta l} \quad (4.12)$$

Dabei entspricht der äquivalente Modul jeweils dem Elastizitäts- bzw. Schubmodul,  $F$  ist die Kraft, welche auf die gradierte Elementarzelle im Zentrum wirkt,  $l_A$  die Bezugslänge der Verschiebung, die hier immer der Kantenlänge der Elementarzelle  $l = 10$  mm entspricht,  $\Delta l$  der aufgegebenen Verschiebung, die jeweils  $\Delta l = 0,02$  mm beträgt, und  $A$  der Querschnittsfläche der Einhüllenden, auf die der Modul bezogen ist. Die Querschnittsfläche  $A$  ist ebenfalls auf die gradierte Elementarzelle bezogen und beträgt  $A = 100$  mm<sup>2</sup>. Die Größen sind in Abbildung 4.29 als Prinzipskizze für beide Lastfälle angegeben.

Abhängig von der Modellierung werden die Größen unterschiedlich ermittelt. Für den Fall des Drucks in x-Richtung gilt das physikalische Gesetz der Reihenschaltung von Steifigkeiten, d. h. die ermittelte Reaktionskraft wirkt auf alle Elementarzellen innerhalb des Meso-Struktur-Verbunds gleichermaßen, während eine individuelle Verschiebung innerhalb der Elementarzelle vorliegt. Die Verschiebung der relevanten gradierten Elementarzelle wird im Anschluss an die Simulation ermittelt, indem die Verschiebungen in

<sup>65</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 139.



**Abbildung 4.29:** Größen zur Auswertung der Gradientensimulationen: relevante Querschnittsfläche  $A$  a) und Verschiebungen  $\Delta l$  sowie Kantenlängen  $l$  b) am Beispiel von Druck in x-Richtung und Schub über x in z-Richtung

x-Richtung, also der Belastungsrichtung, auf beiden Seiten der gradierten Elementarzelle ausgelesen und voneinander subtrahiert werden. Kraft und Verschiebung können dann in Gleichung 4.12 eingesetzt werden, um den Elastizitätsmodul zu bestimmen.

Die Größen aus dem Verbund zu entnehmen, ist hierbei beabsichtigt, um die Eigenschaften der gradierten Elementarzelle in Interaktion mit weiteren Zellen zu beschreiben, anstelle einer einzelnen gradierten Elementarzelle, welche ohne Beschränkungen durch Randbedingungen im Verbund eine erheblich geringere Steifigkeit aufweisen würde.

Druck in z-Richtung entspricht dem Fall einer Parallelschaltung von Steifigkeiten, sodass die Verschiebung aller Elementarzellen im Meso-Struktur-Verbund mit  $\Delta l = 0,02 \text{ mm}$  gleich aufgegeben wird und die Kraft in z-Richtung während der Simulation als individuelle Reaktionskraft an den einzelnen Referenzpunkten für die Elementarzellen ermittelt wird. Verschiebung und Kraft können dann ohne weitere Auswertungsschritte in Gleichung 4.12 eingesetzt werden.

Der Fall der Schubbelastung über x in z-Richtung entspricht für die Auswertung dem Fall des Drucks in x-Richtung. Hier wird ebenfalls die Verschiebungsdifferenz, in diesem Fall in z-Richtung, der beiden Seiten (Abbildung 4.22) der gradierten Elementarzelle ermittelt und für  $\Delta l$  eingesetzt, während die ermittelte Reaktionskraft im Sinne der Reihenschaltung von Steifigkeiten auf alle Elementarzellen gleichermaßen wirkt.

Schub über z in x-Richtung und y-Richtung sind hinsichtlich der Auswertung identisch und entsprechen dem Fall des Drucks in z-Richtung. Die Verschiebung von  $\Delta l = 0,02 \text{ mm}$  wird auf alle Elementarzellen gleich aufgegeben, wobei sie für den Fall in x-Richtung auch in x-Richtung aufgegeben wird und entsprechend in y-Richtung. In der Simulation wird dann die Elementarzellen-individuelle Reaktionskraft entsprechend dem Fall in x- bzw. y-Richtung berechnet. Auch hier können die Kraft an der gradierten Elementarzelle und die Verschiebung ohne weitere Zwischenschritte in Gleichung 4.12 zur Bestimmung des Schubmoduls eingesetzt werden.

## 4.6 Triangulation der Modellergebnisse mit der Literatur

Die Modellvarianten für die gradierten Meso-Strukturen stützen sich auf das verifizierte Modell für homogene Meso-Strukturen in Abschnitt 4.2, von dem die ermittelten Parameter für das Material, die Vernetzung und, soweit übertragbar, die Randbedingungen, der virtuelle Versuchsaufbau, die Lastszenarien und das Auswertungsvorgehen übernommen werden.

In der Literatur werden gradierte Meso-Strukturen meist experimentell untersucht, wobei unterschiedliche Meso-Struktur-Topologien und Gradierungsarten betrachtet werden. Einige Veröffentlichungen vergleichen die experimentellen Ergebnisse mit FEM-Simulationen und untersuchen Dickengradierungen. Im Folgenden werden die Resultate dieser Veröffentlichungen mit den Ergebnissen der Simulationen gradiert Meso-Strukturen, die detailliert in Abschnitt 5.2.3 aufgeschlüsselt werden, verglichen.

Niknam et al. vergleichen die experimentellen Ergebnisse von Probekörpern aus einem Meso-Struktur-Verbund u. a. mit einem kontinuierlichen Gradienten um eine relative Dichte von  $\rho^* = 50\%$ . Eine der untersuchten Topologien ist die BCC-Topologie mit quadratischem Strebenquerschnitt. Die Probekörper sind aus Kunststoff gefertigt und eine FEM für die BCC-Topologie wird nicht durchgeführt. Aufgrund der Abweichungen des Strebenquerschnitts, des Werkstoffs sowie der Charakterisierungsmethode über Experimente anstelle von FEM-Simulationen, sind die Werte nicht direkt mit den hier durchgeführten Simulationen vergleichbar.<sup>66</sup>

Niknam et al. vergleichen die Ergebnisse aus dem einachsigen Druckversuch für homogene und gradierte Probekörper in unterschiedlichen Stadien der Stauchung. Da in dem hier erarbeiteten Modell für die Ermittlung der Steifigkeit nur geringe Verschiebungen aufgegeben werden, wird für den Vergleich des Modells mit Niknam et al. lediglich die erste Stauchungsstufe betrachtet, die mit  $\epsilon = 0,1$  mm allerdings bereits größer ist als die im erarbeiteten Modell aufgegebene Verschiebung  $\epsilon = 0,02$  mm. Anhand der bezogenen Ergebnisse von Niknam et al. für die Spannung abhängig von der Stauchung in Abbildung 5 auf Seite 6 ist die Tendenz erkennbar, dass eine Gradierung abhängig von der Belastungsrichtung im Vergleich zu einer homogenen Struktur der gleichen Durchschnittsdichte eine Überhöhung oder eine Reduktion der Steifigkeit zur Folge hat. Die Versuchsergebnisse der vollständig gradierten BCC-Topologie zeigen bei 0,1 mm Stauchung einen marginalen Spannungsunterschied gegenüber den homogenen Meso-Strukturen bei Belastung quer zur Gradierungsrichtung, während eine deutliche Reduktion um etwa 35 % bei Belastung entlang der Gradierungsrichtung auftritt.<sup>67</sup> Diese Tendenzen ergeben sich auch bei der Simulation der Gradienten um 50 %, die hier betrachtet werden.

Dieselben Tendenzen ermitteln auch Chen et al. mit Gyroid-Topologien in Probekörpern aus Meso-Struktur-Verbänden, gefertigt aus Tantal. Die homogene relative Dichte liegt bei 15 %, um die eine kontinuierliche Gradierung von 10 % bis 20 % erstellt wird.<sup>68</sup>

---

<sup>66</sup>vgl. Niknam et al. 2020, S. 4 ff.

<sup>67</sup>vgl. Niknam et al. 2020, S. 3 ff.

<sup>68</sup>vgl. Chen et al. 2021a, S. 3 ff.

Zhao et al. ermitteln die Tendenzen eines Steifigkeitsabfalls bei Druckbelastung in Gradierungsrichtung mit Gyroid- und Primitive-Topologien ebenfalls in kontinuierlich gradierten Probekörpern als Meso-Struktur-Verbund. Diese sind zwischen 10 % und 30 % gradiert im Vergleich zu homogenen Strukturen mit  $\rho^* = 20\%$  aus einer Titanlegierung. Zhao et al. können die Ergebnisse mit einer FEM-Simulation abbilden. Diese weicht in den Absolutwerten von den experimentellen Ergebnissen ab, spiegelt jedoch die Tendenzen korrekt wider.<sup>69</sup>

---

<sup>69</sup>vgl. Zhao et al. 2020, S. 10 ff.

## 5 Modell zur Vordimensionierung additiv gefertigter Meso-Strukturen

Die zielgerichtete Verwendung additiv gefertigter Meso-Strukturen in der Entwicklung von Bauteilen und Komponenten innerhalb von Systemen erfordert die Möglichkeit zu deren konstruktiver Auslegung. Die konstruktive Auslegung stützt sich zentral auf die Gestaltung und Dimensionierung der Meso-Struktur-Elementarzellen, der kleinsten sich wiederholenden Struktureinheit innerhalb einer Meso-Struktur. Deren Auslegung erfordert ein Berechnungsmodell für die Dimensionierung im Sinne der Gestaltung, d. h. eine mathematische Beschreibung der physikalischen Elementarzellen-Eigenschaften abhängig von beeinflussbaren Größen der Konstruktion<sup>1</sup>. Für die Integration der Meso-Strukturen in Bauteile ist darüber hinaus die Berücksichtigung von Einflüssen, die sich aus dem Meso-Struktur-Verbund ergeben, nötig. Dabei sind sowohl die gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Elementarzellen als auch die lokal an die Beanspruchungen angepasste Gestaltung und Dimensionierung der Elementarzellen sowie deren Verbindung relevant.

Dieses Kapitel erläutert die Erarbeitung eines Auslegungsmodells, das eine mathematische Beschreibung der Meso-Struktur-Eigenschaften, im Speziellen der mechanischen Steifigkeit, abhängig von den gestalterischen Merkmalen ermöglicht.

Dazu werden zunächst die konstruktiven Merkmale in Abschnitt 5.1 ermittelt sowie eine Eingrenzung vorgenommen, welche der Merkmale näher beleuchtet werden. Ausgehend von den bekannten Merkmalen wird deren Einfluss auf die Meso-Struktur-Eigenschaften in Abschnitt 5.2 untersucht. Dazu werden die Meso-Struktur-Elementarzellen mittels der FEM-Modelle aus Kapitel 4 modelliert, um ihre mechanischen Eigenschaften zu ermitteln. Für die Berücksichtigung einer lokalen Anpassung der Meso-Strukturen an die Beanspruchung im Bauteil werden sowohl homogene als auch gradierte Elementarzellen betrachtet.

Auf Basis der Erkenntnisse über den Zusammenhang der Elementarzellen-Eigenschaften mit den gestalterischen Merkmalen aus der FEM-Analyse wird ein mathematischer Zusammenhang zur Berechnung der Elementarzellen-Eigenschaften abhängig von ihrer Gestalt und Dimension im Sinne einer beanspruchungsgerechten Auslegung in Abschnitt 5.3 abgeleitet.

Für die systematische Gestaltung und Auslegung der Meso-Strukturen werden außerdem Gestaltungs- und Auswahlhinweise für die Elementarzellen-Topologien im Hinblick auf deren Leichtbaupotential unter unterschiedlichen Beanspruchungen gegeben. Zusätzlich

---

<sup>1</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 477.



wird der Einfluss von Strukturelementen im Hinblick auf eine Eigenschaftsverbesserung unter unterschiedlichen Beanspruchungen betrachtet.

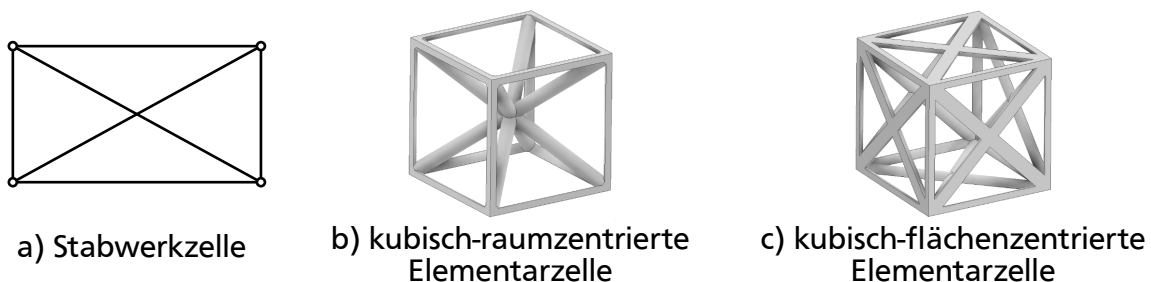
## 5.1 Konstruktive Merkmale für die mechanischen Eigenschaften von Meso-Strukturen

Aus dem Stand der Forschung in Kapitel 2 sind die wesentlichen konstruktiven Merkmale entnehmbar. Diese sind die Werkstoffeigenschaften und die Gestaltmerkmale:

- Topologie
- Strukturdicke
- Elementarzellengröße definiert durch die charakteristische Kantenlänge der Elementarzellen-Einhüllenden
- Seitenverhältnis der Kanten der Elementarzellen-Einhüllenden

Diese Größen werden bestätigt, wenn die dreidimensionalen Meso-Struktur-Elementarzellen auf das Modell zweidimensionaler Stabwerkzellen zurückgeführt werden, wie in Schulte et al.<sup>2</sup> ausgeführt wird. Das Modell dient dazu, die Merkmale ausgehend von bestehenden, nachgewiesenen analytischen Berechnungsvorschriften zu identifizieren, um die Vollständigkeit der relevanten Merkmale, welche die Steifigkeit beeinflussen, zu bestätigen.<sup>3</sup>

Die zweidimensionalen Stabwerkzellen setzen sich, ebenso wie 3D-Elementarzellen, aus Streben mit ihren Charakteristiken als geometrische Grundelemente zusammen und sind in ihrem Aufbau, d. h. der Anordnung der Streben, variabel. Somit sind die dreidimensionalen Elementarzellen von Streben-Meso-Strukturen hinreichend ähnlich und weisen dieselben Charakteristika auf, sodass sie als Modell dienen können, wie in Abbildung 5.1 dargestellt.<sup>4</sup>



**Abbildung 5.1:** 2D-Stabwerkzelle a) kubisch-raumzentrierte Elementarzelle b) kubisch-flächenzentrierte Elementarzelle

Die zweidimensionalen Stabwerkzellen werden beispielhaft als innere Struktur eines einseitig fest eingespannten Kragträgers betrachtet, der unter unterschiedlichen Belas-

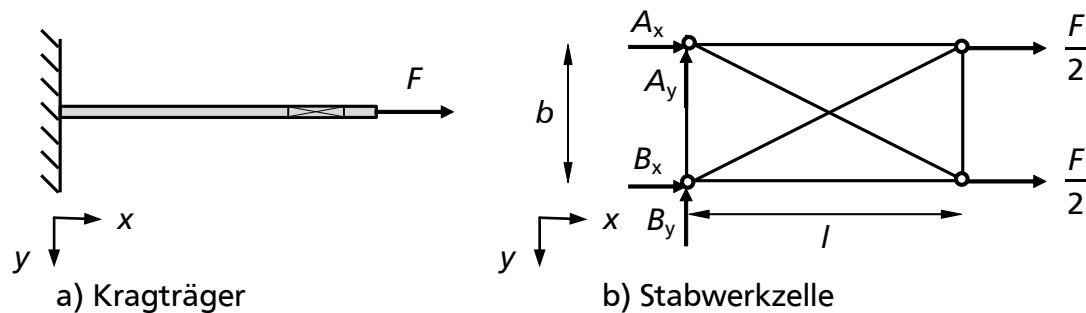
---

<sup>2</sup>Schulte et al. 2021a.

<sup>3</sup>vgl. Gross et al. 2019, S. 147 ff., Gross et al. 2021a, S. 22 ff., Gross et al. 2018, S. 69 ff., Öchsner 2016, S. 5 ff., 17 ff., Schulte et al. 2021a, S. 4 ff.

<sup>4</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, 4 f.

tungen – Zug/Druck, Querkraft und Biegung – untersucht wird. Für die Berechnung der Stabwerkzelle werden mechanische Stabbedingungen zugrunde gelegt d. h. die Streben innerhalb der Stabwerkzelle sind gerade und in den Knotenpunkten zentrisch mit gelenkigen Lagerungen verbunden. Ausschließlich an den Knotenpunkten werden äußere Kräfte eingeleitet, die nur als Zug und Druck in Stablängsrichtung aufgenommen werden. Daher dehnen bzw. stauchen sich die Stäbe nur in Längsrichtung und ihre Querkontraktion wird vernachlässigt.<sup>5</sup> Für die Berechnung wird eine einzelne Stabwerkzelle in der Mitte des Kragträgers betrachtet, wobei angenommen wird, dass der Kragträger genau eine Stabwerkzelle breit ist, wie in Abbildung 5.2 a) dargestellt ist. In Abbildung 5.2 wird der Kragträger und somit auch die Stabwerkzelle beispielhaft auf Zug beansprucht. Die Ergebnisse für die Dehnung bzw. Verschiebung der Stabwerkzelle unter der jeweiligen Belastung werden auf die Ergebnisse für einen gleich groß gewählten Ausschnitt aus einem massiven Kragträger des gleichen Werkstoffs bezogen. Auf diese Weise erhält man die relevanten Einflüsse auf die Verschiebung eines Stabwerks bezogen auf die Einflüsse, die auch für einen massiven Kragträger bestehen.<sup>6</sup>



**Abbildung 5.2:** Kragträger unter Längszugbelastung a) Stabwerkzelle im Zentrum des Kragträgers mit angreifenden Kräften b)

Diese Bedingungen für Stäbe als geometrische Basiselemente der Zelle sind näherungsweise, unter Vernachlässigung der Deformationsbehinderung in den Knotenbereichen der Streben, auf die dreidimensionalen Elementarzellen übertragbar. Daher können aus den Erkenntnissen für die 2D-Stabwerkzelle Rückschlüsse auf die relevanten Merkmale der 3D-Meso-Strukturen gezogen werden.<sup>7</sup>

Aus der analytischen Betrachtung einer einzelnen Stabwerkzelle, die im Anhang A.1 beispielhaft für Zug gezeigt ist, ergeben sich als Einflussparameter auf deren mechanische Steifigkeit, die hier betrachtet wird, die folgenden drei Kategorien von Einflüssen:<sup>8</sup>

- Werkstoff
- Dimensionen und deren Verhältnisse
- Elementarzellen-Topologie

Der Werkstoffeinfluss wird beschrieben durch den Elastizitätsmodul  $E_S$  (S: solid; dt.:

<sup>5</sup>vgl. Gross et al. 2019, S. 27, 147.

<sup>6</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 5.

<sup>7</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 4 ff.

<sup>8</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 4 ff.

Festkörper) des Werkstoffs, aus dem die Stabwerkzelle besteht.<sup>9</sup>

Die Dimensionen werden definiert durch die Strukturdicke, für den Fall von Strebenzellen dem Strebendurchmesser  $d$ , sowie der Länge, Breite und, im Fall von dreidimensionalen Strukturen, der Höhe der Elementarzellen-Einhüllenden. Für eine würfelförmige Zelle reduziert sich die Längendimension auf die Kantenlänge  $l$  des Würfels und beschreibt die Größe der Elementarzelle (Abbildungen 2.3 und 2.4). Für den Einfluss von Strebendurchmesser und Kantenlänge zusammengenommen findet man das Pendant der relativen Dichte bzw. des Dimensionsverhältnisses  $d/l$  in der Literatur<sup>10</sup>, wodurch die Übertragbarkeit der Erkenntnisse von 2D-Stabwerkzellen auf 3D-Elementarzellen belegt werden kann.<sup>11</sup>

Das Seitenverhältnis der Elementarzellen-Einhüllenden beschreibt das Verhältnis der Einhüllendenkanten und somit auch den Winkel von ggf. vorhandenen Diagonalstreben zu den Kanten der Einhüllenden. Durch das Seitenverhältnis wird die Asymmetrie der Zelle durch ungleich lange Kanten beschrieben. Für würfelförmige Zellen ist dieses Verhältnis eins.<sup>12</sup>

Der innere Aufbau beeinflusst das Ergebnis der Verschiebung unter Last und somit der Steifigkeit der zweidimensionalen Zelle unter den unterschiedlichen Belastungen und beschreibt damit den Topologieeinfluss auf die Steifigkeit.<sup>13</sup>

Über die Einflüsse hinaus, die sich aus der Elementarzelle selbst ergeben, ist ein Einfluss der Belastung und damit der Beanspruchung in der Stabwerkzelle bzw. Elementarzelle erkennbar. Abhängig von der Beanspruchung ändert sich die Auswirkung der Merkmale auf die Eigenschaften, hier die Steifigkeit.<sup>14</sup>

Die ermittelten Einflüsse sind auf andere Meso-Struktur-Typen übertragbar. So ändert sich bei Flächen-Meso-Strukturen das geometrische Grundelement. Anstelle von Stäben handelt es sich dann um ebene bzw. gekrümmte Flächen, die analytisch näherungsweise durch die Charakteristika von Platten bzw. Schalen beschrieben werden können (Abschnitt 2.3.1). Die geometrischen Grundelemente wirken sich vorrangig durch den Topologieeinfluss auf die Elementarzelleigenschaften aus, während weiterhin eine Strukturdicke als Merkmal vorliegt. Diese geht für Flächen-Meso-Strukturen jedoch nur eindimensional in die Änderung der Eigenschaften ein. Dies liegt daran, dass anders als bei Stäben, bei denen die Dicke in zwei Dimensionen zunimmt, die Dicke bei den ebenen bzw. gekrümmten Flächen nur normal zur Ebene in einer Richtung zunimmt. Die weiteren Merkmale bleiben auch für Flächen-Meso-Strukturen unverändert bestehen.

Neben den Einflüssen der Elementarzelle der Meso-Struktur beeinflusst auch der Verbund der Elementarzellen die Eigenschaften der Meso-Struktur. Innerhalb des Bauteils liegen lokal unterschiedliche Beanspruchungen vor, die durch eine beanspruchungsgerechte

---

<sup>9</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 4 ff.

<sup>10</sup>vgl. Maskery et al. 2018, S. 221; Ashby 2006, S. 16.

<sup>11</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 4 ff.

<sup>12</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 4 ff.

<sup>13</sup>vgl. Marco et al. 2021, S. 8; Liu 2021, S. 16, 22; McGregor et al. 2021, S. 15; Schulte et al. 2021a, S. 6.

<sup>14</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 6 ff.

Meso-Struktur adressiert werden können. Um jeweils lokal an die Beanspruchung angepasste Meso-Strukturen einzusetzen, ist eine Unterteilung des Bauteils in Bereiche, hier als Segmentierung bezeichnet, erforderlich, in denen jeweils unterschiedliche Elementarzellengrößen und –anzahlen sowie Struktur厚ken vorliegen. Des Weiteren kann die Orientierung der Elementarzellen, also die Ausrichtung der Einhüllendenkanten relativ zum Koordinatensystem des Bauteils, variieren.<sup>15</sup>

Um die Meso-Strukturen der unterschiedlichen Bereiche zu einem Verbund zu verknüpfen, sind Gradienten zwischen den Bereichen erforderlich. Der Gradient beschreibt eine Änderung von Merkmalen der Elementarzellen innerhalb der Meso-Struktur über eine oder mehrere zusammenhängende Elementarzellen. Bei den variierten Merkmalen kann es sich um die Strukturdicke, eine oder mehrere Kantenlängen, die Topologie oder Kombinationen daraus handeln (Abschnitt 2.3.2), wobei vorausgesetzt wird, dass das Bauteil aus einem Werkstoff gefertigt wird. Zwischen den gradierten Elementarzellen sowie am Übergang zu den homogenen Bereichen ist sicherzustellen, dass die Zellen als Verbund erhalten bleiben. Dazu werden Übergangskriterien benötigt, die eine Begrenzung der Differenz des Werts des Merkmals vorgibt, sodass der Verbund am Übergangsbereich auch unter Belastung erhalten bleibt.<sup>16</sup>

Durch die analytische Betrachtung der zweidimensionalen Stabwerkzelle werden die eingangs aufgeführten Merkmale als relevante Einflussparameter bestätigt. Im Rahmen dieser Arbeit werden sowohl der Einfluss der Strukturdicke, der Kantenlänge bei würfelförmigen Elementarzellen und der Topologie betrachtet als auch die Gradierung der Strukturdicke innerhalb der Elementarzelle für einen Übergang zwischen Bereichen unterschiedlicher Strukturdicke in der Meso-Struktur. Die Kantenlänge innerhalb einer Meso-Struktur wird hierbei als konstant angenommen und die Einhüllendengeometrie als würfelförmig, damit die Verknüpfung unterschiedlicher Bereiche innerhalb der Meso-Struktur keine Elementarzellen mit abweichenden Einhüllendengeometrien relativ zum Würfel erfordern.

## 5.2 Mechanische Eigenschaften additiv gefertigter Meso-Strukturen

Die Vorauslegung der Meso-Strukturen erfordert eine Beschreibung der mechanischen Eigenschaften der Meso-Strukturen abhängig von den ermittelten konstruktiven Merkmalen. Für die Erarbeitung eines Modells, das die Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften von den konstruktiven Merkmalen beschreibt, werden Strukturen, Eigenschaften und Merkmale ausgewählt, um die Vielzahl an Parametern zu reduzieren und auf diese Weise für die Untersuchung der Zusammenhänge handhabbar zu machen. Für die Zusammenhänge wird eine mathematische Beschreibung benötigt, um die Eigenschaften ausgehend von den konstruktiven Merkmalen berechnen zu können.

---

<sup>15</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 6.

<sup>16</sup>vgl. Schulte et al. 2021a, S. 6 ff.

Für die Auslegung statisch beanspruchter Bauteile sind stets die Steifigkeit sowie die Festigkeit der Bauteile nachzuweisen, da Bauteile unabhängig von ihrer primären Funktion und den damit einhergehenden Anforderungen an die Eigenschaften stets auch mechanischen Lasten ausgesetzt sind. Die mechanische Last entsteht durch ihr Eigengewicht bzw. Halterungen, die dieses Eigengewicht der Bauteile abstützen, oder weil sie als lasttragende Bauteile verwendet werden. Die Nutzung als lasttragende Komponente ist im Sinne der Ressourceneffizienz zweckmäßig, die auch Motivation für den Einsatz von Meso-Strukturen ist.

Wie in Kapitel 3 bereits eingeführt, wird als betrachtete Eigenschaft hier die mechanische Steifigkeit ausgewählt, da sie Auskunft über das Verhalten der Meso-Strukturen im Einsatzbereich unterhalb der Fließgrenze gibt. Neben dem quasistatischen elastischen Verhalten der Meso-Strukturen kann mithilfe der Steifigkeit außerdem das dynamische Verhalten, im Speziellen die Eigenfrequenzen, mittels des Zusammenhangs mit der mechanischen Steifigkeit  $k$  und der Masse  $m$  initial abgeschätzt werden.

Die Steifigkeit soll in Abhängigkeit der gestalterischen Merkmale beschrieben werden. Dafür werden würfelförmige Einhüllende der Elementarzellen gewählt und zunächst eine innerhalb der Elementarzelle konstante Strukturdicke  $d$  betrachtet. Die Strukturdicke wird in einem zweiten Schritt als variables Merkmal für eine Gradierung ausgewählt, da bei einer Gradierung der Strukturdicke die Zellengröße konstant bleibt und die gleichmäßige Modellierung als füllende Struktur innerhalb eines Volumens ermöglicht. Für die Auslegung wird der Einfluss der Dickengradierung auf die Steifigkeit der Meso-Strukturen untersucht.

Aus den bestehenden Meso-Struktur-Topologien werden die am meisten verbreiteten Streben-Meso-Strukturen sowie ihre Varianten und ausgewählte Flächen-Meso-Strukturen untersucht. Aus der Variation der Topologie wird vorrangig ermittelt, wie sich die Elementarzellen-Topologie auf die Steifigkeit auswirkt, um daraus Hinweise zur Auswahl abzuleiten.

Für die Untersuchung der gestalterischen Einflüsse wird zunächst immer der gleiche metallische Werkstoff, angelehnt an die Aluminiumlegierung AlSi10Mg, verwendet. Ein metallischer Werkstoff wird an dieser Stelle gewählt, um den Modellierungsaufwand für die Werkstoffeigenschaften gering zu halten, da für metallische Werkstoffe i. d. R. linear-elastisches Werkstoffverhalten angenommen werden kann. Die metallischen Werkstoffe zeigen auch im linear-elastischen Bereich bereits die komplexen Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften der Meso-Strukturen und deren Gestaltung auf. Im Anschluss an die Analyse des geometrischen Einflusses auf die Steifigkeit wird zudem der Einfluss der Werkstoffkennwerte betrachtet.

Teile der Ergebnisse für die mechanischen Steifigkeitseigenschaften homogener Meso-Strukturen sind in Zusammenarbeit mit Frau Lisa Sauerzapf im Rahmen ihrer Master Thesis entstanden und gemeinsam veröffentlicht worden (siehe Schulte et al.<sup>17</sup>). Die übernommenen Abbildungen und Daten sind entsprechend referenziert.<sup>18</sup>

---

<sup>17</sup>Schulte et al. 2022.

<sup>18</sup>vgl. Sauerzapf 2022, S. 19 ff.

### 5.2.1 Elementarzellen-Steifigkeit abhängig von Gestaltmerkmalen

Unter Verwendung des FEM-Modells, das in Kapitel 4 vorgestellt wird, werden die Normal- und Schubsteifigkeit sowie die Querkontraktionszahl unterschiedlicher Elementarzellen ermittelt. Dabei werden ausgewählte gestalterische Merkmale variiert, um deren Einfluss auf die Steifigkeiten und die Querkontraktionszahl zu ermitteln. Ziel der Analyse ist es, den Zusammenhang zwischen den gestalterischen Merkmalen und den Steifigkeiten bzw. der Querkontraktionszahl mathematisch zu beschreiben. Dadurch wird der Rückschluss von einer geforderten Steifigkeit auf den erforderlichen Wert der gestalterischen Merkmale ermöglicht. Die FEM ermöglicht hierbei, wie in Kapitel 4 erläutert, gezielt die ausgewählten Merkmale ohne einen Einfluss von Wechselwirkungen mit anderen Merkmalen und äußere Einflüsse zu variieren.

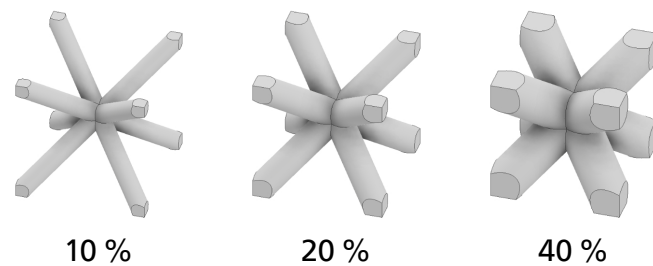
Für eine beanspruchungsgerechte Gestaltung werden sowohl verschiedene Varianten homogener Elementarzellen für unterschiedliche Beanspruchungsarten als auch Gradienten benötigt. In den durchgeführten Untersuchungen werden gradierte Elementarzellen mit variierten Strebendurchmessern betrachtet, wobei der Strebendurchmesser zwischen zwei Knoten linear verändert wird, während in den Knoten der Durchmesser aller daran anschließenden Streben definiert wird, wie bei den Probekörpern in Abbildung 4.21 in Kapitel 4.5.1 zu sehen ist.

Als Einflussparameter werden aus den in Abschnitt 5.1 vorgestellten gestalterisch beeinflussbaren Merkmalen die Strukturdicke und die Kantenlänge der Einhüllenden der Elementarzellen betrachtet, da diese den größten Einfluss auf die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen nehmen<sup>19</sup>. Die Elementarzellen werden für die Untersuchungen würfelförmig gewählt, d. h. die Maße der Einhüllenden werden auf eine Kantenlänge reduziert. Des Weiteren werden ausschließlich runde Strebenquerschnitte betrachtet. Andere Querschnittformen sind nachteilig im Hinblick auf schiefe Biegung. Im Fall schiefer Biegung, also einem Lastangriff außerhalb des Schubmittelpunkts des Querschnitts, wirkt zusätzlich zur Kraft ein Moment auf die Streben und führt zu einer zusätzlichen Verdrillung. Dies hat eine Überhöhung der Spannungen in den Streben zur Folge und führt somit zu einer Reduktion der Steifigkeit und vorzeitigem Versagen. Außerdem werden die Querschnitte bei geringen Strebendurchmessern in der Fertigung nicht mehr formgetreu abgebildet, sodass ggf. vorliegende Vorteile der Querschnitte nicht mehr umsetzbar sind.

Des Weiteren wird die Topologie der Elementarzellen variiert. Für die Topologien werden aus der Literatur bekannte Streben-Meso-Struktur- und ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen betrachtet und in ihren Eigenschaften verglichen. Um die Auswirkung der Variation der Strukturdicke und Kantenlänge der Elementarzelle zu ermitteln, werden unterschiedliche relative Dichten in der Finite-Elemente-Analyse (FEA) betrachtet. Die relative Dichte wird durch das Verhältnis von Kantenlänge und Strukturdicke eingestellt. Die relativen Dichten von 5 % bis 50 % in fünf-Prozentpunkte Schritten und 70 % werden simuliert. Beispielhaft sind unterschiedliche relative Dichten einer BCC-Elementarzelle in Abbildung 5.3 gezeigt.

---

<sup>19</sup>vgl. Riva et al. 2021, S. 655 ff., Merkt 2015, S. 99 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 7 f.



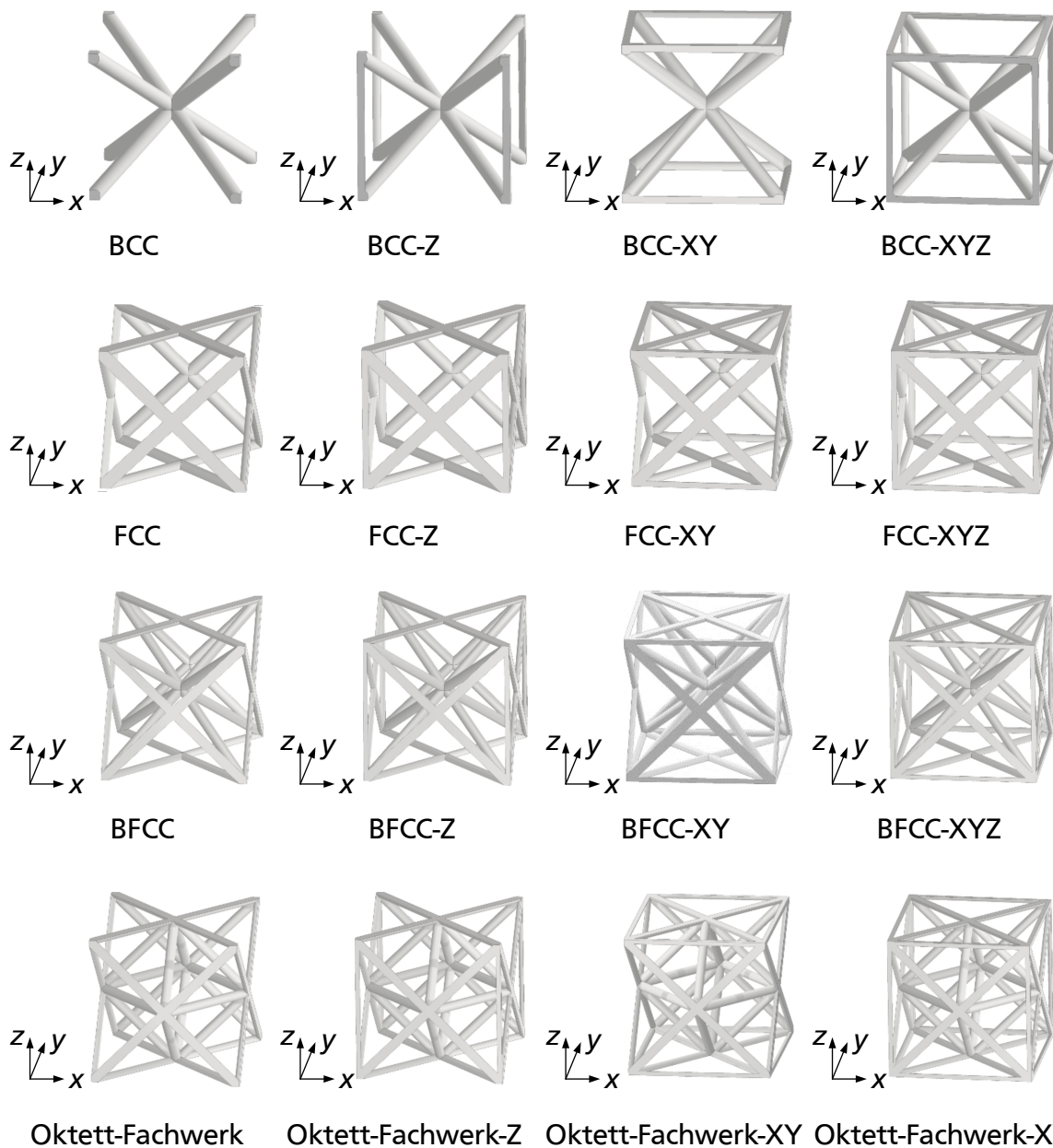
**Abbildung 5.3:** Kubisch-raumzentrierte Elementarzellen unterschiedlicher relativen Dichten

Die untersuchten Elementarzellen-Topologien sind in den Abbildung 5.4, 5.5 und 5.6 aufgeführt. Die Topologien kubisch-raumzentriert (BCC), kubisch-flächenzentriert (FCC), kubisch raum-flächenzentriert (BFCC) und Oktett-Fachwerk werden in den in Abbildung 5.4 gezeigten Varianten ohne weitere Streben sowie mit Z-, XY- und XYZ-Streben an den Würfelkanten untersucht. Des Weiteren werden die kreuzkubische (CC), die kreuz-raumzentrierte (CBCC) und die kubisch kantenzentrierte (ECC) Elementarzellen-Topologie betrachtet. Besondere Streben-Meso-Strukturen sind Rhombendodekaeder, Rhombenkuboktaeder und Diamantstrukturen mit XYZ-Würfelkanten, da sie zwar eine würfelförmige Einhüllende haben, jedoch nicht orientiert an den Knoten oder Seiten des Würfels aufgebaut sind. Darüber hinaus werden die Flächen-Meso-Strukturen CC, F2CC-XY und FCC in Abbildung 5.6 untersucht.

Die Bezeichnungen für die zusätzlichen Streben bzw. Platten mit X-, Y- und Z-Streben bzw. -Platten orientieren sich dabei am Koordinatensystem des CAD-Modells der Elementarzelle, wie in Abbildung 5.4 gezeigt. Zur Beschreibung der Steifigkeiten, die bei Orthotropie der Zellen mit ungleichem Aufbau in den drei zueinander senkrechten Raumrichtungen richtungsabhängig sind, werden zusätzlich die Lastrichtungen mit 1, 2 und 3 bezeichnet. In der Modellierung sind das Elementarzellen- und das Lastkoordinatensystem stets so zueinander ausgerichtet, dass die Modellachse X der Lastachse 1, Y Lastachse 2 und Z Lastachse 3 entspricht. Die Unterscheidung der Koordinatensysteme für die Elementarzelle und die Lastrichtungen wird verwendet, um zu differenzieren, ob zwischen zwei Ergebnissen für die Eigenschaften ein Unterschied aufgrund einer Änderung der Elementarzellen-Topologie oder der Belastung besteht.

Über die gestalterischen Merkmale hinaus wird eine Variation der Materialcharakteristika durchgeführt. Dabei wird angenommen, dass metallische Werkstoffeigenschaften vorliegen und von einem linear-elastischen Werkstoffgesetz ausgegangen werden kann. Unter der Voraussetzung des gleichen Werkstoffgesetzes wird untersucht, ob die Abhängigkeiten der Elementarzellensteifigkeiten von den gestalterischen Merkmalen auf andere Werkstoffe mit gleichem grundsätzlichen Werkstoffverhalten übertragbar sind. Mit Werkstoffverhalten ist an dieser Stelle linear-elastisches Werkstoffverhalten im Vergleich zu beispielsweise viskoelastischem Werkstoffverhalten gemeint, das im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet wird.

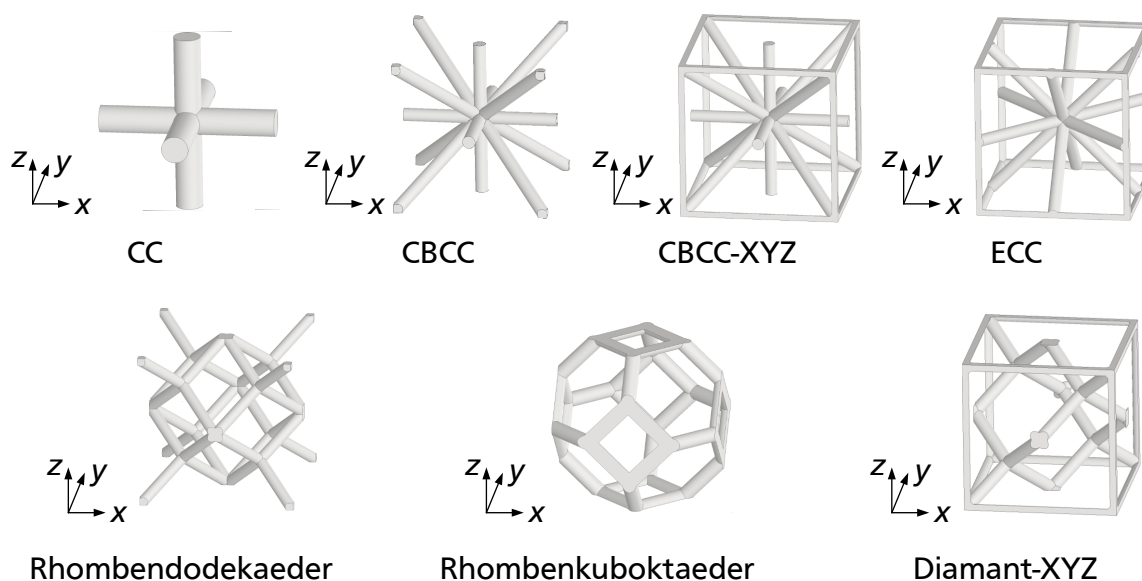
Die betrachteten Eigenschaften sind die initialen mechanischen Steifigkeiten und die Querkontraktionszahl, wobei die Steifigkeiten und die Querkontraktionszahl aufgrund



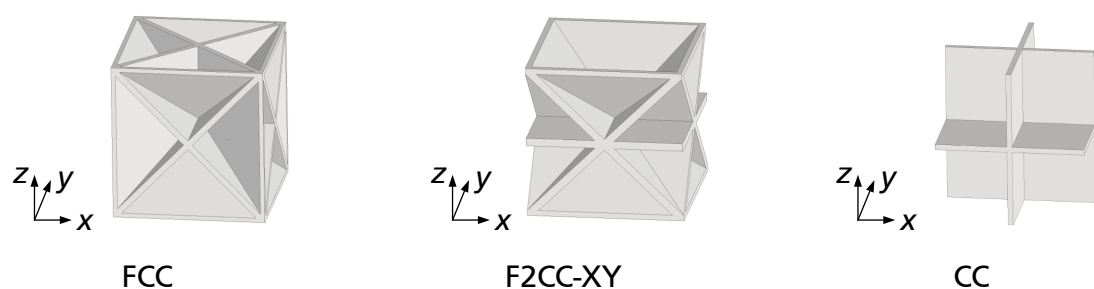
**Abbildung 5.4:** Streben-Meso-Struktur-Topologien, die mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in Z-, XY-, und XYZ-Richtung untersucht werden

der Orthotropie der Meso-Struktur-Elementarzellen voneinander unabhängig sind. Für die Elementarzellen, die in den drei zueinander senkrechten Raumrichtungen gleich aufgebaut sind, sind jeweils die Steifigkeiten und die Querkontraktion gleich, sodass nur jeweils ein Wert ermittelt werden muss. Die Eigenschaften werden als äquivalente Kontinuums-eigenschaften ermittelt, die, analog zur Beschreibung von Werkstoffen, zur Beschreibung des Verhaltens der Meso-Strukturen im elastischen Bereich relevant sind und von Werkstoffen auf Meso-Strukturen übertragen werden. Die Auswirkung der gestalterischen Merkmale auf die Steifigkeiten wird in Abhängigkeit der dimensionslosen Kennzahl des Dimensionsverhältnisses  $d/l$  untersucht. Abhängig von diesem Verhältnis





**Abbildung 5.5:** Untersuchte Streben-Meso-Struktur-Topologien ohne Variation



**Abbildung 5.6:** Untersuchte Flächen-Meso-Struktur-Topologien

beschreiben u. a. auch Großmann et al. und Ruiz de Galarreta et al. die Steifigkeitseigenschaften von ausgewählten Elementarzellen, wie bereits in Abschnitt 2.5.1 erläutert ist.<sup>20</sup>

Neben den homogenen Elementarzellen werden über den Strebendurchmesser gradier- te Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen untersucht. Diese Art der Gradierung wird gewählt, da die Gradierung innerhalb der Elementarzelle ermöglicht, die Form und Größe der Einhüllenden konstant zu halten. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit perspektivisch eine Automatisierung der Modellierung über gleichmäßig verteilte Knoten, welchen eine Dicke zugewiesen wird, zu realisieren. Die Steifigkeitseigenschaften der gradierten Elementarzellen werden mittels des FEM-Modells in Kapitel 4 abhängig von den Gradierungsmerkmalen, der Gradientenspanne und der durchschnittlichen relativen Dichte der gradierten Elementarzelle, ermittelt und in Relation zu den Eigenschaften der homogenen Elementarzellen der entsprechenden relativen Dichte betrachtet. Die Steifigkeitseigenschaften werden, wie in Abschnitt 4.5.6, analog zur Auswertung der Steifigkeiten der homogenen Elementarzellen, auf die gradierte Elementarzelle bezogen. Ein solcher Bezug auf die einzelne Elementarzelle wird im Stand der Forschung, der in

<sup>20</sup>vgl. Großmann et al. 2019b, S. 11; Souza et al. 2018, S. 57, 60 ff., Ruiz de Galarreta et al. 2020, S. 7 ff.

Abschnitt 2.5.2 beschrieben ist, nicht durchgeführt.

## 5.2.2 Steifigkeit homogener Meso-Strukturen

Zunächst werden die Ergebnisse für die Steifigkeiten und die Querkontraktionen homogener Meso-Struktur-Elementarzellen vorgestellt. Die Auswertung der Größen erfolgt dimensionslos. Dabei werden die gestalterischen Merkmale, wie in Abschnitt 5.1 erwähnt, zum Dimensionsverhältnis  $d/l$  bzw. alternativ in der entdimensionierten relativen Dichte  $\rho^*$  zusammengefasst und eine Kurvenschar unterschiedlicher Elementarzellen-Topologien betrachtet. Die Steifigkeiten und die Querkontraktionszahl werden als äquivalente Kontinuumsgrößen  $E_{\text{eq}}$ ,  $G_{\text{eq}}$  und  $\nu_{\text{eq}}$  ausgewertet. Die äquivalenten Kontinuumsgrößen werden analog zu u. a. Vega-Moreno et al. ebenfalls entdimensioniert, indem sie auf die hinterlegten Werkstoffkennwerte bezogen, und als  $E^*$ ,  $G^*$ ,  $\nu^*$  aufgetragen werden. Diese werden im Folgenden als bezogene Größen bezeichnet.<sup>21</sup>

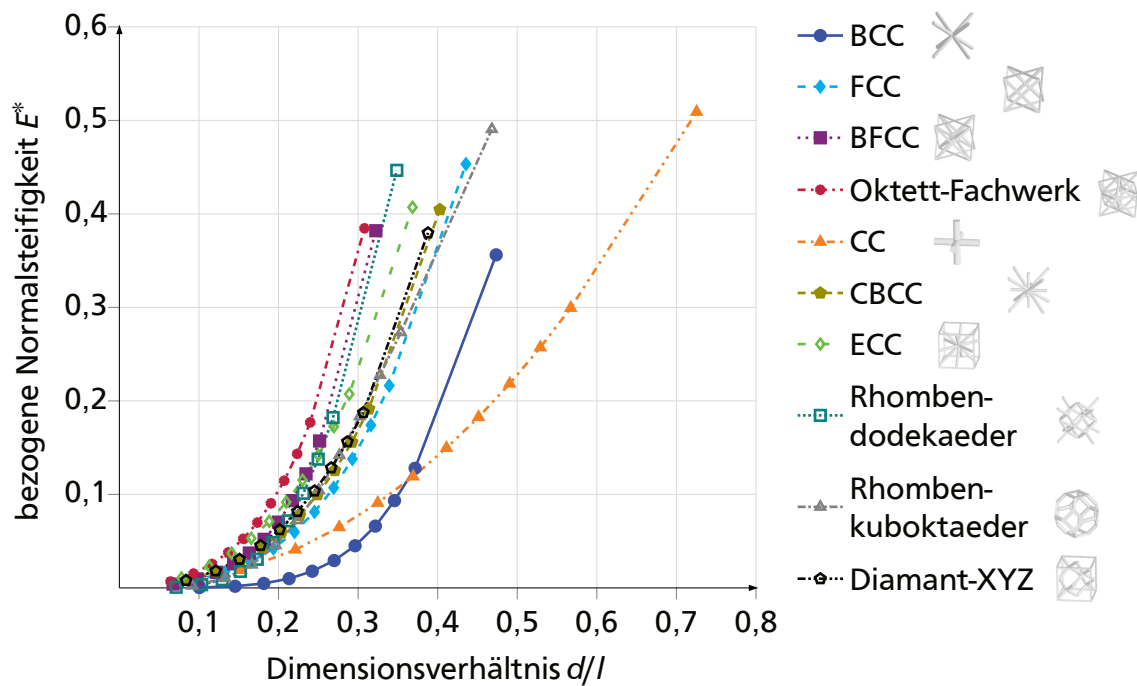
### Normalsteifigkeit

Abbildung 5.7 zeigt die bezogene Normalsteifigkeit der unterschiedlichen betrachteten Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$ . Abhängig von diesem Verhältnis wird im weiteren Verlauf untersucht, wie die Eigenschaften über mathematische Modelle beschrieben werden können, da die Merkmale  $d$  und  $l$  direkt beeinflusst werden können. Die Zellen ohne zusätzliche Würfelkanten sind symmetrisch und weisen in allen drei Raumrichtungen dieselbe Steifigkeit auf, daher wird nur eine äquivalente Normalsteifigkeit angegeben. Allgemein steigt bei allen Elementarzellen-Topologien die Steifigkeit nichtlinear mit steigendem Dimensionsverhältnis  $d/l$ , d. h. mit steigender Strukturdicke  $d$  und sinkender Kantenlänge  $l$ , an. Je höher das Dimensionsverhältnis ist, desto stärker wird der Anstieg der Steifigkeit. Dabei fällt auf, dass in Abhängigkeit der Topologie unterschiedliche Dimensionsverhältnisse im Rahmen der betrachteten relativen Dichten erreicht werden. Tendenziell gilt, je mehr Streben in einer Elementarzelle vorhanden sind, desto geringer bleibt das Dimensionsverhältnis auch bei hohen relativen Dichten von bis zu 70 %. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das zusätzliche Material, das bei einer Erhöhung der relativen Dichte in der Elementarzelle hinzugefügt wird, sich auf eine größere Anzahl Streben verteilt. Dadurch steigt der Strebendurchmesser in geringerem Umfang als bei Elementarzellen mit wenigen Streben, in welchen die gleiche Materialmenge hinzugefügt wird.

Der Anstieg der bezogenen Normalsteifigkeit mit dem Dimensionsverhältnis ist darauf zurückzuführen, dass mit steigendem Dimensionsverhältnis mehr Material innerhalb der Elementarzelle vorhanden ist. Fasst man den mit Material gefüllten Querschnitt der Elementarzelle zu einem ununterbrochenen Gesamtquerschnitt zusammen, wird deutlich, dass dieser Gesamtquerschnitt mit steigendem  $d/l$  ebenfalls ansteigt. Eine größere Querschnittsfläche  $A$  auf die sich die Kraft verteilt, führt gemäß Gleichung 5.1 allgemein zu einer Erhöhung der Normalsteifigkeit. Der nichtlineare Anstieg ist in der

---

<sup>21</sup>vgl. Vega-Moreno et al. 2020, S. 5; Marco et al. 2021, S. 8; Walzl 2018, S. 75 ff., Nguyen et al. 2021, S. 35.



**Abbildung 5.7:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten

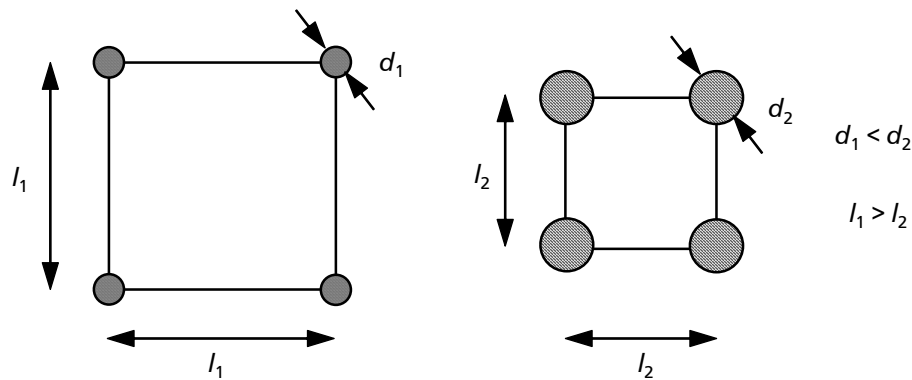
Auswirkung der Dickenänderung der Streben begründet. Bei runden Streben führt eine Erhöhung des Durchmessers zu einem quadratischen Anstieg der Querschnittsfläche. Auch bei diagonalen Streben, die einen elliptischen Querschnitt aufweisen, steigt die Fläche überproportional an. Hinzu kommt, dass die Streben bei geringen Durchmessern, also auch geringen Dimensionsverhältnissen, primär auf Zug bzw. Druck beansprucht werden, wobei die Querschnittsfläche für die Normalsteifigkeit relevant ist. Bei höheren Durchmessern, weisen die Streben eine geringere Schlankheit auf, sodass die Biege- und Schubsteifigkeit der Streben signifikant werden. Die Biegesteifigkeit erhöht sich mit einer Potenz von bis zu vier mit steigendem Strebendurchmesser<sup>22</sup>. Die Überlagerung der Steifigkeiten der einzelnen Streben führt dann dazu, dass die Elementarzelle mit weiter steigendem Strebendurchmesser insgesamt einen höheren Anstieg der Normalsteifigkeit zu verzeichnen hat.<sup>23</sup>

$$E = \frac{F \cdot l}{A \cdot \Delta l} \quad (5.1)$$

Bei steigender Kantenlänge  $l$  und gleichbleibender Materialmenge sinkt die Normalsteifigkeit, da sich das Material auf ein größeres Volumen verteilt und somit die mit Material gefüllte Querschnittsfläche geringer wird, wie in Abbildung 5.8 dargestellt ist.

<sup>22</sup>vlg. Gross et al. 2021a, S. 86, 99.

<sup>23</sup>vgl. Schulte et al. 2022, S. 1457 f.



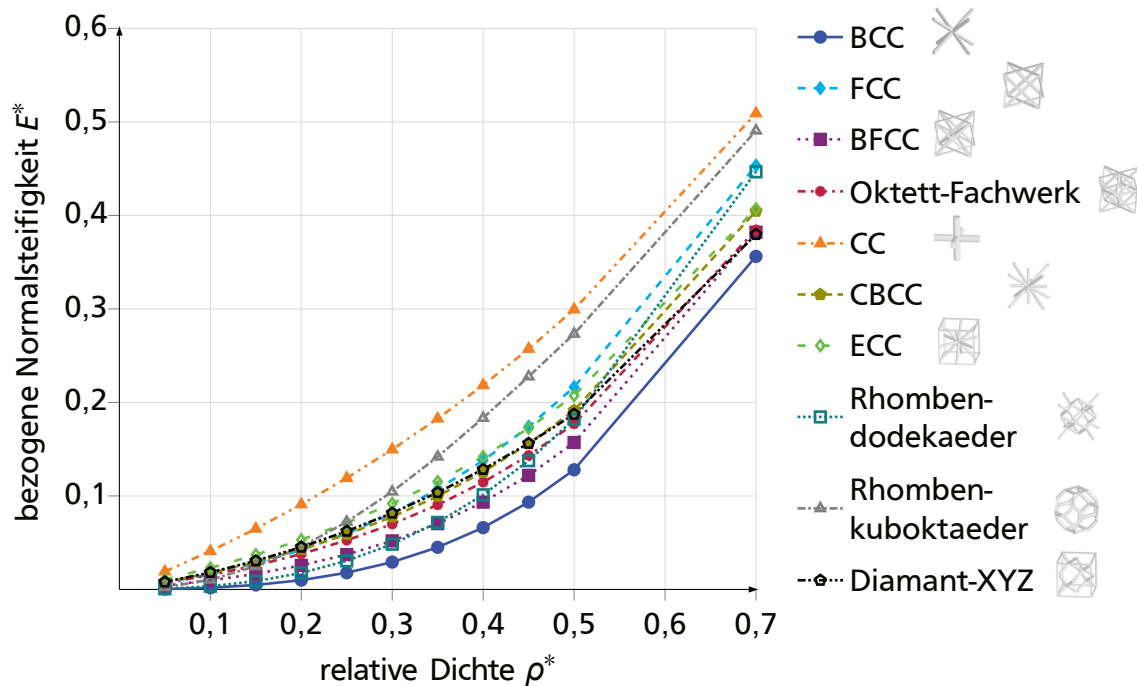
**Abbildung 5.8:** Änderung der lasttragenden Querschnittsfläche von vier Streben an den Eindhüllendenkanten einer Streben-Meso-Struktur-Elementarzelle durch Änderung der Kantenlänge

In Abhängigkeit von der relativen Dichte  $\rho^*$  kann die Normalsteifigkeit unterschiedlicher Elementarzellen-Topologien bei gleichem Materialaufwand verglichen werden, d. h. die Kurven liefern eine Aussage über die Leichtbaugüte der Elementarzellen-Topologien für Normalbeanspruchungen<sup>24</sup>. Die relative Dichte wird jedoch nicht für die Ermittlung eines Modells zur Dimensionierung verwendet, da eine Rückführung der Steifigkeitseigenschaften auf die relative Dichte einen weiteren Berechnungsschritt zur Ermittlung der einstellbaren Merkmale erfordert, der durch die direkte Beschreibung des Zusammenhangs der Steifigkeitseigenschaften mit den gestalterischen Merkmalen vermieden wird. Allgemein gilt auch hier, wie in Abbildung 5.7 erkennbar ist, dass die Normalsteifigkeit bei allen Topologien mit zunehmender relativer Dichte nichtlinear ansteigt.

Die CC-Elementarzelle weist über das gesamte Spektrum relativer Dichten die höchste bezogene Normalsteifigkeit auf, siehe Abbildung 5.9. Die BCC-Elementarzelle weist im Vergleich der Topologien die geringste Normalsteifigkeit auf. Die Steifigkeiten der weiteren Topologien liegen zwischen den Steifigkeiten der CC und BCC Elementarzelle. Die Differenz der Steifigkeiten der Topologien wird mit steigender relativer Dichte größer. Auffällig sind hierbei die Steifigkeitskurven der Rhombenkuboktaeder-, Rhombendodekaeder- sowie der Diamant-XYZ-Elementarzelle. Diese schneiden die Kurven der anderen Topologien über dem Spektrum der relativen Dichten, wobei die Steifigkeit der Rhombenkuboktaeder- und der Rhombendodekaeder-Topologie hin zu höheren relativen Dichten im Vergleich zu den Steifigkeitskurven der anderen Topologien stärker ansteigen. Die Steifigkeitskurve der Diamant-XYZ-Elementarzelle hingegen flacht zu hohen relativen Dichten hin ab.

Die Topologien mit den höchsten Normalsteifigkeiten verfügen über Streben in den Normalenrichtungen der Elementarzelleneinhüllenden, die für Normalspannungen, wie sie in der FEM aufgegeben werden, den Hauptspannungsrichtungen entsprechen. Die CC-Elementarzelle mit der höchsten Normalsteifigkeit weist ausschließlich Streben in den drei Hauptspannungsrichtungen auf. Die BCC-Elementarzelle mit der geringsten Normalsteifigkeit weist nur Streben unter einem Winkel von  $35^\circ$  zu den Hauptspannungs-

<sup>24</sup>vgl. Souza et al. 2018, S. 60.



**Abbildung 5.9:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$  für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten

richtungen auf. Die Streben in den Hauptspannungsrichtungen der Beanspruchungsart führen also zu einer Steigerung der jeweiligen Steifigkeit. Bei bekannter Beanspruchung können gezielt Streben in Hauptspannungsrichtung ausgerichtet oder in der Topologie hinzugefügt werden, um die jeweilige Steifigkeit zu erhöhen. Streben außerhalb der Hauptspannungsrichtungen sind zu vermeiden, da für diese Streben Material aufgewandt wird und somit die Masse der Meso-Struktur gesteigert wird, sie jedoch nur geringfügig zur Steifigkeit der Meso-Struktur beitragen.

Die Elementarzellen, deren Normalsteifigkeit zwischen den Extrema liegt, weisen sowohl Streben in Hauptspannungsrichtung als auch im Winkel dazu auf, gut erkennbar bei der CBCC- und der Oktett-Fachwerk-Elementarzelle. Da bei allen Topologien bei gleicher relativer Dichte dieselbe Materialmenge innerhalb der Elementarzelle verteilt ist, sind die Streben in Hauptspannungsrichtung jedoch dünner als bei der CC-Elementarzelle, sodass die Steifigkeit geringer als die der CC-Elementarzelle ausfällt. Die weiteren, bei Normalspannung gering beanspruchten, Streben in den Topologien mit mittlerer Normalsteifigkeit ermöglichen es, Beanspruchungen in Richtung dieser Streben aufzunehmen. Sie eignen sich für überlagerte Beanspruchungen.

Die Kurvenschar der Normalsteifigkeiten der unterschiedlichen Streben-Meso-Strukturen weitet sich mit steigender relativer Dichte auf. Dieser Effekt ist darauf zurückzuführen, dass mit steigendem Materialaufwand die Strebendicke relativ zur Größe der Elementarzellen-Einhüllenden erhöht wird und die Steigerung der Strebendicke v. a. bei Topologien mit Streben in Hauptspannungsrichtung zu einer Steigerung der Steifigkeit führt, während bei Topologien mit Streben außerhalb der Hauptspannungsrichtung,

diese Streben ebenfalls aufgedickt werden, jedoch nicht zur Erhöhung der jeweiligen Steifigkeit beitragen. Die Bedeutung der Wahl der Elementarzellen-Topologie erhöht sich also mit höheren erforderlichen Steifigkeiten und damit einhergehenden höheren relativen Dichten.

Die Rhombendodekaeder-, Rhombenkuboktaeder und Diamat-XYZ-Elementarzellen zeigen die Besonderheit, dass sie die Steifigkeitskurven anderer Topologien schneiden. Ab der relativen Dichte, bei der sie die Kurve einer anderen Elementarzellen-Topologie schneiden, weisen sie eine höhere Leichtbaugüte auf als die jeweilige Elementarzellen-Topologie und werden somit für die Anwendung in diesem relativen-Dichte-Bereich relevant. Die Ursache für die verstärkte Steigerung der Normalsteifigkeit dieser Elementarzellen im Vergleich zu den weiteren betrachteten Elementarzellen ist vermutlich auf die erhöhte Anzahl von Knoten zurückzuführen. Die Knoten zwischen mehreren Streben vergrößern sich mit zunehmender relativer Dichte, bewirken eine Verformungsbehinderung der Streben und reduzieren die effektive Länge, auf der die Streben sich deformieren können. Sie tragen somit zusätzlich zur Aufdickung der Streben zu einer Erhöhung der Normalsteifigkeit bei. Diese Effekte sind u. a. bereits in Schulte et al.<sup>25</sup> aufgezeigt worden.<sup>26</sup>

Neben den unterschiedlichen Elementarzellen-Topologien in Abbildung 5.7 und Abbildung 5.9 können auch Varianten der Elementarzellen-Topologien verwendet werden. Abbildung 5.10 zeigt beispielhaft Varianten der BCC- und FCC-Elementarzelle mit jeweils weiteren Streben an allen Würfelkanten sowie ausgewählten Würfelkanten in X- und Y-Richtung und in Z-Richtung. Die Kurvenverläufe zeigen, dass Topologievarianten mit Streben in Belastungsrichtung höhere Normalsteifigkeiten aufweisen als diejenigen ohne Streben in Belastungsrichtung. So sind sowohl bei der BCC- als auch bei der FCC-Elementarzelle die Steifigkeit der Varianten mit XYZ-Streben, Z-Streben in Richtung 3 sowie mit XY-Streben in Richtung 1 und 2 steifer als die Zellen ohne Zusatzstreben sowie mit Z-Streben in Richtung 1 und 2 und mit XY-Streben in Richtung 3.

Die Steifigkeiten der Varianten mit Z-Strebe in Richtung 3, also der Orientierung der Z-Strebe in Belastungsrichtung, sind im Vergleich am höchsten. Dies wird besonders bei der Variation der BCC-Elementarzelle deutlich. Bei Belastung quer zur Z-Strebe, also in Richtung 1 und 2, weisen diese Elementarzellen dagegen im Vergleich die geringste Steifigkeit auf.

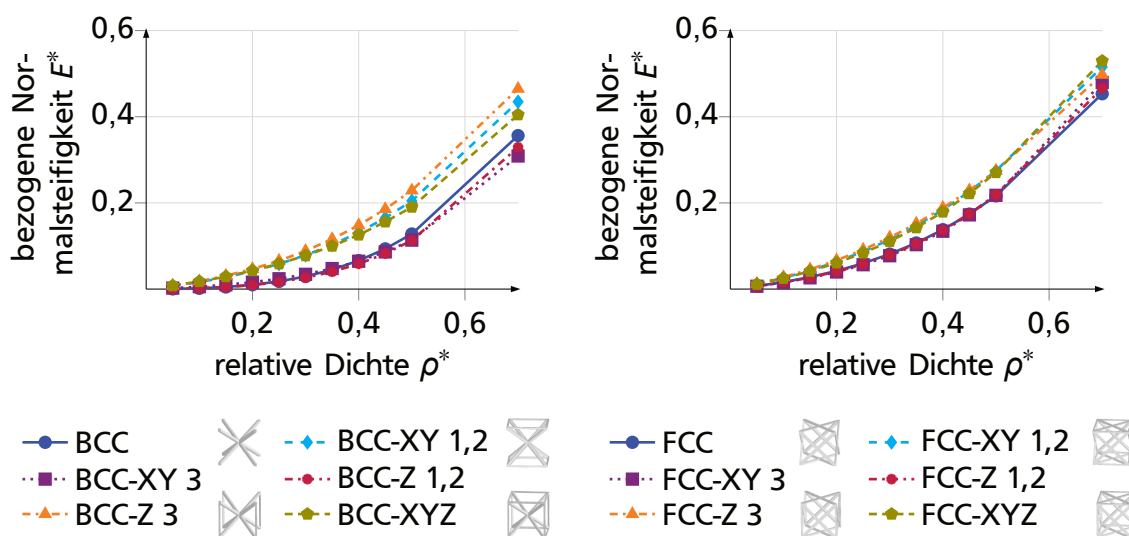
Eine hohe Steifigkeit gegenüber Belastung in Richtung 1 und 2 weisen die Elementarzellen mit Streben in XY-Richtung auf. Hier verlaufen jeweils zwei Streben, analog zur Z-Strebe in Richtung 3, entlang der Belastungsrichtung. Eine signifikante Erhöhung der Normalsteifigkeit der Elementarzellen wird durch das Hinzufügen von XYZ-Streben erreicht. In jeder der Hauptlastrichtungen verlaufen dabei Streben, während dies in der FCC- und BCC-Topologie ohne zusätzliche Streben nicht der Fall ist.

Dies bestätigt, dass Streben in Hauptspannungsrichtung der jeweiligen Last zu einer Steigerung der entsprechenden Steifigkeit führen, wobei auf zusätzliche Streben mit anderer Ausrichtung verzichtet werden sollte. Bei Überlagerung von Beanspruchungen

---

<sup>25</sup>vgl. Schulte et al. 2022, S. 1458.

<sup>26</sup>vgl. Weeger et al. 2019, S. 11.



**Abbildung 5.10:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  der FCC- und BCC-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$

in unterschiedlicher Richtung sind Elementarzellen mit Streben in den verschiedenen Beanspruchungsrichtungen überlegen. So ist die BCC-XYZ-Elementarzelle in allen betrachteten Lastrichtungen gleichermaßen steif, liegt jedoch bezogen auf eine spezifische Lastrichtung im Mittelfeld der Kurvenschar.

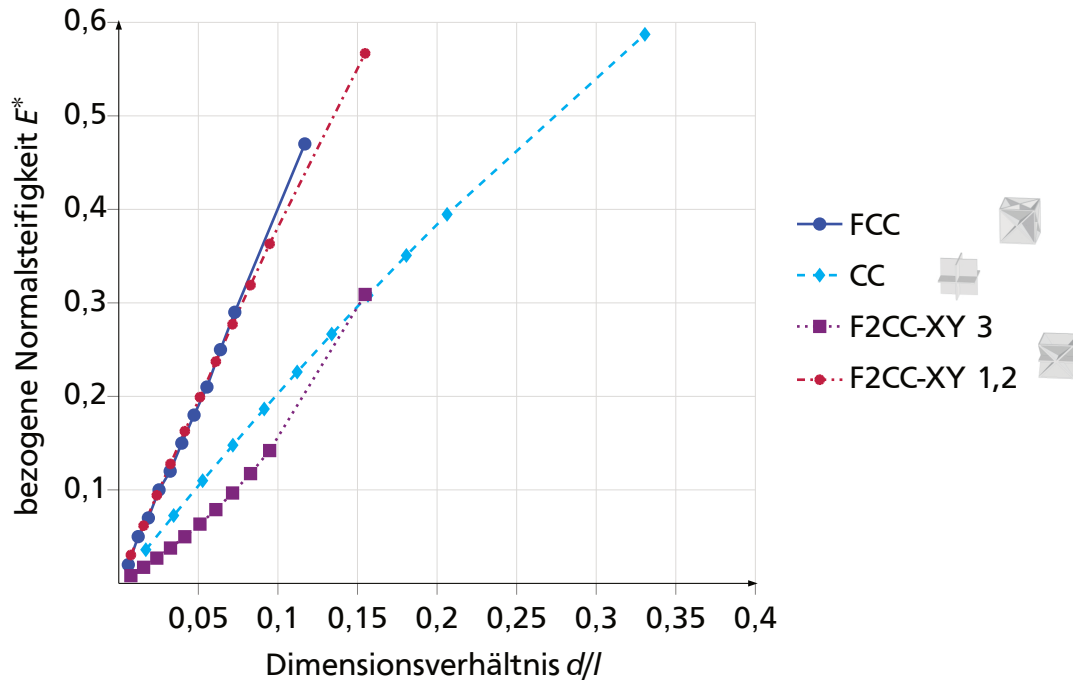
Die Normalsteifigkeiten weiterer Varianten sind im Anhang A.2 in Abbildung A.1 gezeigt. Die Einflüsse der zusätzlichen Streben werden bei der vorgestellten Oktett-Fachwerk- und der BFCC-Elementarzelle weniger deutlich, wobei in beiden Topologien bereits eine Vielzahl von Streben unterschiedlicher Orientierung vorliegen.

Die Meso-Struktur-Topologien können auch als Flächen-Meso-Strukturen modelliert werden. Die bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$ , abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  ausgewählter Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen, ist in Abbildung 5.11 gezeigt. Die Tendenz einer ansteigenden Steifigkeit mit steigendem Dimensionsverhältnis ist auch hier vorhanden. Im Unterschied zu den Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen ist der Trend des Anstiegs näher an einem linearen Verlauf. Bemerkenswert an den Verläufen ist, dass die Normalsteifigkeit der F2CC-XY-Elementarzelle progressiv verläuft, ähnlich wie die Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen, während die anderen Kurven eine degressive Tendenz zeigen.

Der Einfluss von Asymmetrien wird hierbei anhand der F2CC-XY-Elementarzelle betrachtet. Dabei wird ein signifikanter Unterschied zwischen der Normalsteifigkeit in Richtung 3 und der in Richtung 1 und 2 deutlich. Die zusätzliche XY-Ebene führt zu einer deutlich höheren Normalsteifigkeit in Richtung 1 und 2 im Vergleich zur Normalsteifigkeit in Richtung 3.

Der Anstieg der Normalsteifigkeit der Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen mit steigendem Dimensionsverhältnis ist ebenso wie bei den Streben-Meso-Strukturen auf eine steigende Strukturdicke, in diesem Fall der Plattendicke, zurückzuführen. Ebenso bewirkt

die Verteilung auf ein größeres Volumen bei steigender Einhüllenden-Kantenlänge  $l$ , die zu einer Verringerung des effektiven Querschnitts führt, eine Reduktion der Normalsteifigkeit.



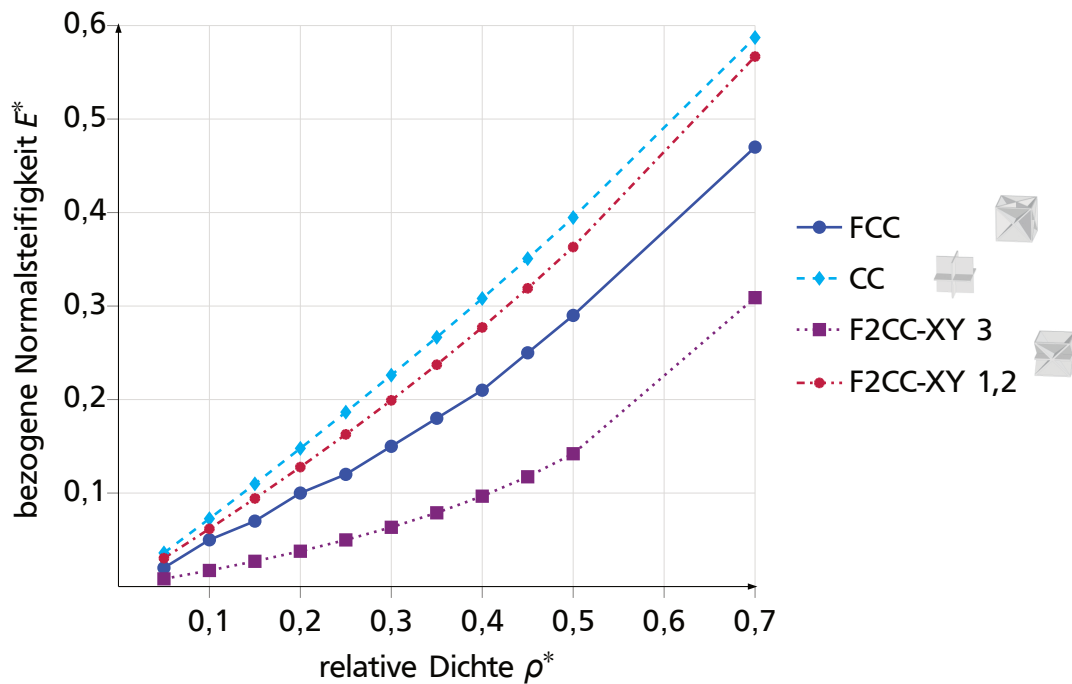
**Abbildung 5.11:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d//$  für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

Der Verlauf der Normalsteifigkeit abhängig vom Dimensionsverhältnis ist näher an einem linearen Verlauf, da die Plattendicke im Gegensatz zum Strebendurchmesser nur einfach und nicht quadratisch in die Querschnittsfläche und damit in die Steifigkeit einfließt. Die Nichtlinearität der Verläufe ist auf Wechselwirkungen der Flächen an ihren Schnittlinien zurückzuführen, die zu einer lokalen Versteifung und damit zur Versteifung der gesamten Struktur führen. Diese Wechselwirkungen weisen die gezeigte nichtlineare Charakteristik auf, die je nach Topologie leicht unterschiedliche Auswirkungen auf den Kurvenverlauf der Normalsteifigkeit hat.

Zum Vergleich der Topologien hinsichtlich ihrer Normalsteifigkeit wird in Abbildung 5.12 auch die Normalsteifigkeit der Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen abhängig von der relativen Dichte, also bei jeweils gleichem Materialaufwand pro Elementarzelle, betrachtet. Von den ausgewählten Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen weist hierbei die CC-Elementarzelle die höchste Normalsteifigkeit auf, wie auch analog bei den Streben-Meso-Strukturen zu erkennen ist. Eine ähnlich hohe Normalsteifigkeit weist die F2CC-XY-Elementarzelle in Richtung 1 und 2 auf, während sie in Richtung 3 deutlich weniger steif ist. Die FCC-Flächen-Meso-Struktur-Elementarzelle bewegt sich im Mittelfeld der ausgewählten Elementarzellen.

Insgesamt sind die Flächen-Meso-Strukturen bei gleicher Topologie und gleicher relativer Dichte steifer als die äquivalenten Streben-Meso-Strukturen, wie anhand der CC- und





**Abbildung 5.12:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$  für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

der FCC-Topologie deutlich wird. Dies ist darauf zurückzuführen, dass eine größere Querschnittsfläche gegenüber der Belastung vorhanden ist, da stets mehrere der Flächen zu einem Querschnitt beitragen, und damit gleichzeitig mehr Material in Lastrichtung liegt. Dieses Phänomen ist von Tancogne-Dejean et al. identifiziert worden<sup>27</sup>.

Ebenfalls übertragbar ist die Erkenntnis, dass eine Ausrichtung der Strukturelemente, hier der Platten, in Lastrichtung oder das Hinzufügen entsprechender Platten eine Erhöhung der Normalsteifigkeit zur Folge hat. Dies zeigt die CC-Elementarzelle, deren Platten ausschließlich in die drei Lastrichtungen orientiert sind und welche die höchste Normalsteifigkeit aufweist. Eine ähnlich hohe Normalsteifigkeit erreicht die F2CC-XY-Elementarzelle in Richtung 1 und 2, in welchen die mittlere XY-Ebene zur Normalsteifigkeit beiträgt, während die Richtung 3 eine erheblich geringere Normalsteifigkeit aufweist, da hier keine Platte in Lastrichtung vorhanden ist. Die FCC-Elementarzelle liegt zwischen den Steifigkeitswerten der anderen Flächen-Meso-Strukturen, da zwar jeweils Platten in Lastrichtung vorhanden sind, diese jedoch aufgrund der höheren Anzahl an Platten innerhalb der Topologie bei gleicher Materialmenge dünner sind. Dadurch erzielen sie eine geringere Normalsteifigkeit.

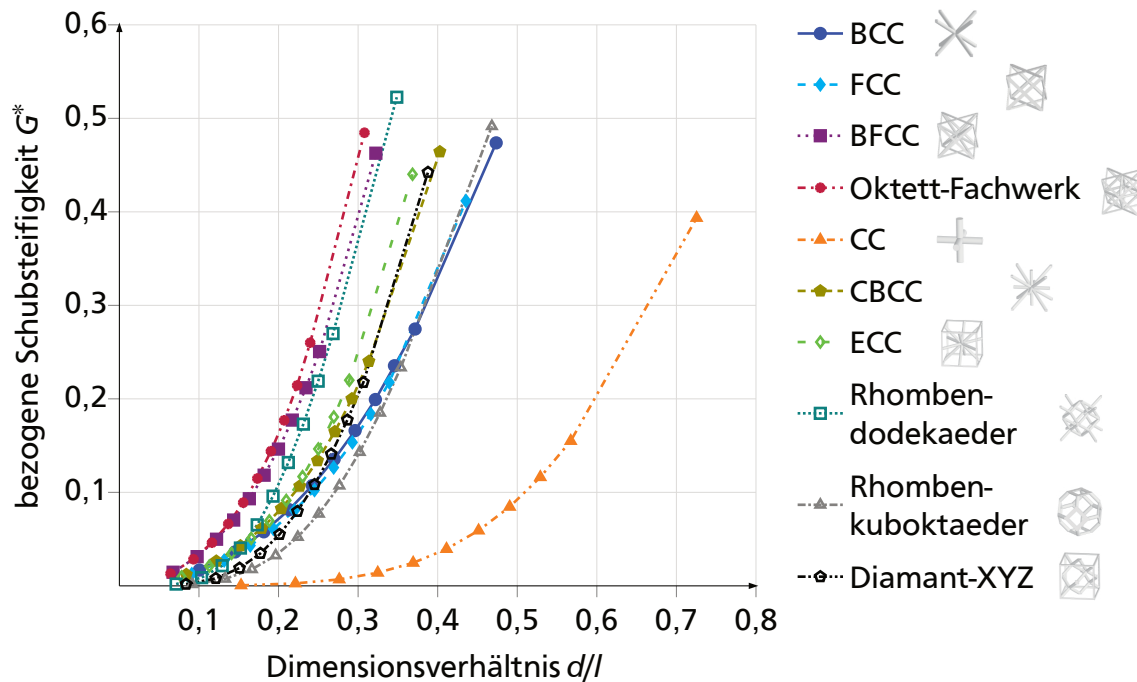
### Schubsteifigkeit

Analog zur Normalsteifigkeit wird die bezogene äquivalente Schubsteifigkeit  $G^*$  der Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  und der relativen Dichte  $\rho^*$  betrachtet. Auch hier wird nur ein äquivalenter Schubmodul

<sup>27</sup>vgl. Tancogne-Dejean et al. 2018a, S. 1 ff.

angegeben, da die Zellen aufgrund ihrer Symmetrie dieselbe Schubsteifigkeit in allen drei Raumrichtungen aufweisen.

In Abbildung 5.13 ist die Schubsteifigkeit in Abhängigkeit des Dimensionsverhältnisses gezeigt. Allgemein steigt auch hier die Steifigkeit mit steigendem Dimensionsverhältnis, d. h. mit steigender Strukturdicke  $d$  und sinkender Kantenlänge  $l$ , nichtlinear an. Ebenso wie bei der Normalsteifigkeit wird der Anstieg bei größeren Dimensionsverhältnissen stärker.



**Abbildung 5.13:** Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

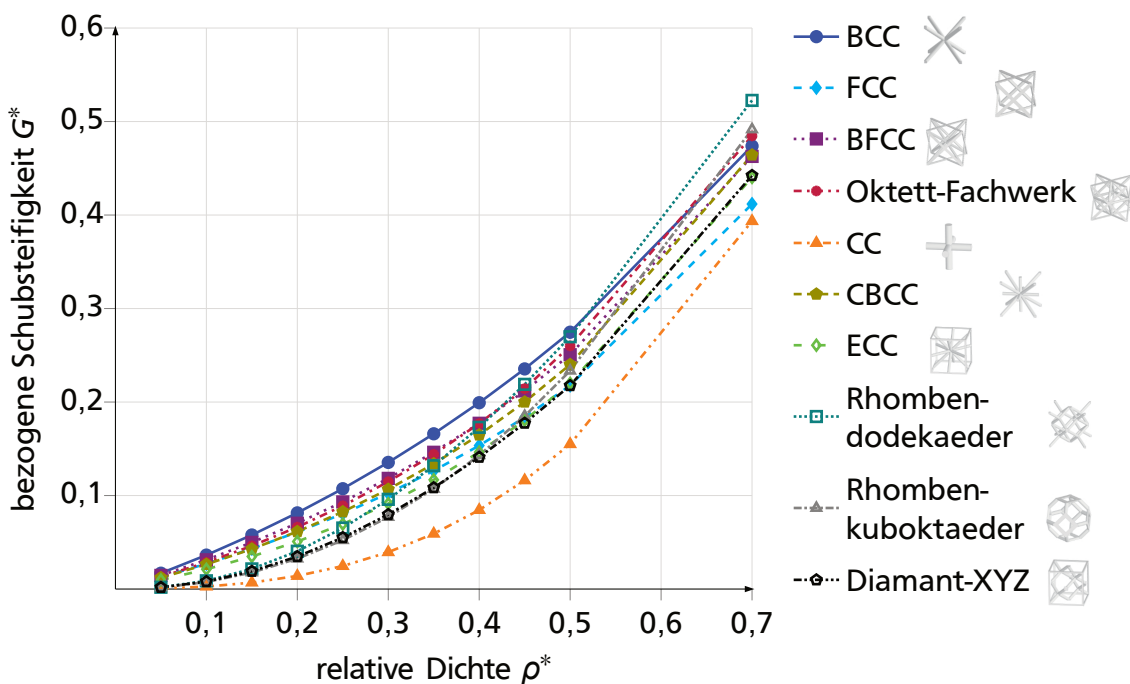
Für Schub gilt, ebenso wie für Normalbeanspruchungen, dass ein größerer Querschnitt, welcher der Belastung entgegensteht, eine höhere Schubsteifigkeit zur Folge hat, wie in Gleichung 5.2<sup>28</sup> ersichtlich ist. Der Querschnitt steigt mit einem Anstieg der Strebendicke, wie bereits bei der Normalsteifigkeit beschrieben, an. Ebenso greift der Effekt, dass die Biegesteifigkeit der Streben in der Elementarzelle mit steigendem Strebendurchmesser ein signifikantes Ausmaß erreicht und somit zu einem deutlich schnelleren Anstieg der Schubsteifigkeit der Elementarzelle für hohe Strebendurchmesser bzw. Dimensionsverhältnisse führt.

$$G = \frac{F \cdot l}{A \cdot \Delta l} \tag{5.2}$$

Aus der Betrachtung der Schubsteifigkeit der Elementarzellen-Topologien über der relativen Dichte in Abbildung 5.14 ist erkennbar, dass, ebenso wie die Normalsteifigkeit,

<sup>28</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 3, 68, 174.

die Schubsteifigkeit mit zunehmender relativer Dichte ansteigt. Im Vergleich der Topologien fällt auf, dass hier die maximalen Schubsteifigkeiten umgekehrt zu jenen der Normalsteifigkeiten verteilt sind. D. h., die BCC-Elementarzelle weist die höchste, die CC-Elementarzelle die geringste Schubsteifigkeit auf, während die weiteren Topologien über einen großen Teil des relativen Dichte-Spektrums zwischen diesen beiden Extrema liegen. Dabei schneidet die CBCC-Elementarzelle im Vergleich der Topologien bei beiden Belastungsarten ähnlich ab. Ebenso wie bei der Normalsteifigkeit fallen hier die Rhombendodekaeder-, Rhombenkuboktaeder- und die Diamant-XYZ-Elementarzelle auf, die auch bei der Schubsteifigkeit bei hohen relativen Dichten einen deutlich stärkeren Anstieg der Steifigkeit verzeichnen, sodass die Steifigkeitskurven die der anderen Topologien kreuzen.



**Abbildung 5.14:** Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$  für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

Für die Schubsteifigkeit kann, ebenso wie für die Normalsteifigkeit, eine Aussage über die Leichtbaugüte anhand der Schubsteifigkeit abhängig von der relativen Dichte getroffen werden. Da bei Schubbeanspruchung die Hauptspannungsrichtungen unter einem Winkel von  $45^\circ$  zu den Hauptspannungsrichtungen der Normalbeanspruchungen liegen, weisen hier die Elementarzellen mit Streben unter näherungsweise  $45^\circ$  zu den Einhüllendenaußenflächen die höchste Schubsteifigkeit auf, während Elementarzellen mit Streben in der Hauptspannungsrichtung der Normalbeanspruchung und somit hohen Normalsteifigkeiten geringe Schubsteifigkeiten aufweisen. Da die BCC-Elementarzelle ausschließlich Streben in den Hauptspannungsrichtungen der Schubbeanspruchung aufweist, zeigt sie die höchste Schubsteifigkeit, während analog, die CC-Elementarzelle mit der höchsten Normalsteifigkeit die geringste Schubsteifigkeit aufweist.

Die BCC-Elementarzelle ist den anderen Elementarzellen-Topologien überlegen, da das

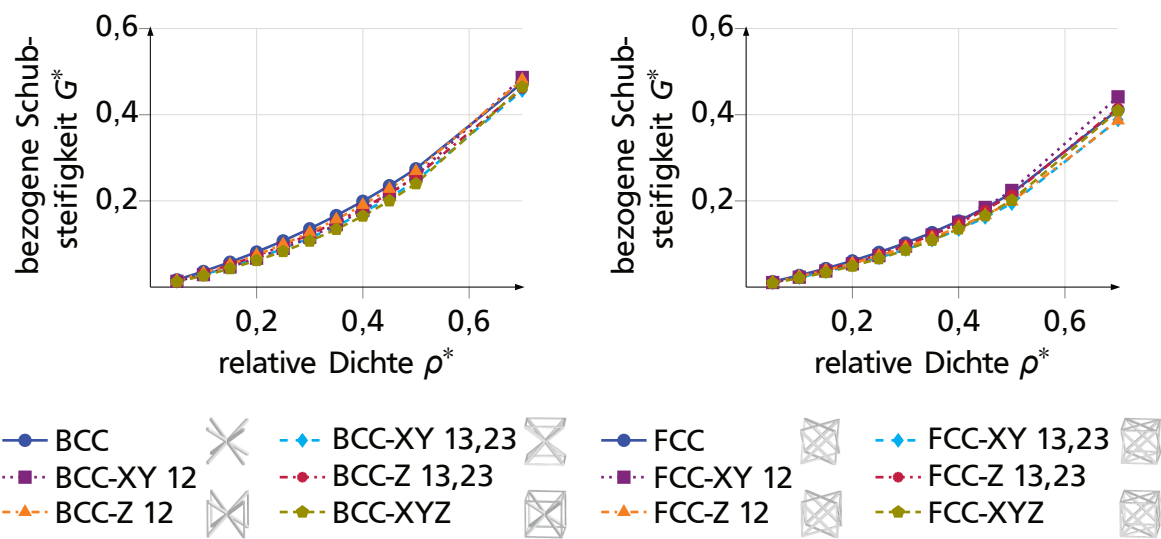
gesamte aufgewandte Material in den Hauptspannungsrichtungen verteilt ist, während Topologien wie die FCC- oder Oktett-Fachwerk-Topologie für jede Schubrichtung auch Streben aufweisen, die außerhalb der Hauptspannungsrichtung liegen und somit unwesentlich zu der jeweiligen Schubsteifigkeit beitragen. Da für die Streben ebenfalls Material aufgewandt wird, sind die Streben in der Hauptspannungsrichtung bei gleicher relativer Dichte dünner und erzeugen dadurch, analog zur Normalsteifigkeit, eine geringere Schubsteifigkeit als bei der BCC-Topologie. Die Elementarzellen-Topologien, die im Mittelfeld der Kurvenschar der Schubsteifigkeiten liegen, sind auch bei der Normalsteifigkeit im mittleren Bereich angesiedelt. Sie eignen sich für Überlagerungen der beiden Belastungsarten, bei denen sowohl die Normalsteifigkeit als auch die Schubsteifigkeit relevant sind. Dies trifft besonders auf die CBCC- und die Oktett-Fachwerk-Topologie zu.

Bei der Schubsteifigkeit zeigen die Rhombendodekaeder-, Rhombenkuboktaeder- und Diamant-XYZ-Elementarzellen dieselbe Auffälligkeit, wie bei der Normalsteifigkeit, da sie die Kurven anderer Topologien kreuzen. Diese Charakteristik wird auf denselben Effekt zurückgeführt, d. h. die Vielzahl der Knoten, die lokal versteifend wirken und mit zunehmendem Strebendurchmesser immer größeren Einfluss nehmen, führen zu einer deutlich stärkeren Steigerung der Schubsteifigkeit als bei den anderen Elementarzellen-Topologien. Insbesondere die Rhombendodekaeder-Topologie ist hierbei hervorzuheben, da sie für große Strebendurchmesser sogar steifer ist als die BCC-Topologie und somit in diesem Bereich für die Anwendung unter Schubbeanspruchung besondere Relevanz hat.

Auch die Schubsteifigkeit wird durch Variation der Elementarzellen-Topologien beeinflusst. Analog zur Normalsteifigkeit werden Varianten der FCC- und BCC-Elementarzelle in Abbildung 5.15 näher betrachtet. Die Variation der Schubsteifigkeit fällt insgesamt geringer aus als die der Normalsteifigkeit. Eine Versteifung bewirken hierbei die XY-Streben in Richtung 1|2 und die Z-Streben in Richtung 1|3 und 2|3, während die Zellen in den anderen Richtungen eine geringere Schubsteifigkeit aufweisen. Beide Zellen haben ohne zusätzliche Streben eine im Vergleich hohe Steifigkeit, die BCC-Elementarzelle sogar die höchste Steifigkeit. In beiden Topologien sind die Streben diagonal orientiert und somit in Hauptspannungsrichtung unter Schub ausgerichtet.

Die geringere Änderung durch Hinzufügen von Streben an den Würfelkanten rührt daher, dass die zusätzlichen Streben nicht in der Hauptspannungsrichtung der Schubbeanspruchung liegen und somit weniger zur Schubsteifigkeit als zur Normalsteifigkeit beitragen. Dabei greift derselbe Effekt, wie bei den Topologien Oktett-Fachwerk oder CBCC. Durch den Materialaufwand für die Streben außerhalb der Hauptspannungsrichtungen fallen die Streben, die signifikant zur Schubsteifigkeit beitragen, dünner aus und die gesamte Elementarzelle ist weniger steif gegenüber Schub. Für reine Schubbeanspruchung sind zusätzliche Streben an den Würfelkanten daher nicht zweckmäßig, während sie bei Normalbeanspruchung zu erheblichen Verbesserungen führen. Bei überlagerten Zug/Druck- und Schubbeanspruchungen können die zusätzlichen Streben eingesetzt werden, um die Normalsteifigkeit einer vorrangig schubsteifen Elementarzelle zu steigern und die Elementarzelle auf diese Weise auf die kombinierte Beanspruchung auszulegen.

Die Tendenzen zeigen ebenfalls Varianten der Oktett-Fachwerk und BFCC-Elementarzelle, die im Anhang A.2 in Abbildung A.2 dargestellt sind. Hier ist auch die Variation stärker



**Abbildung 5.15:** Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  der FCC- und BCC-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$

ausgeprägt, insbesondere bei höheren relativen Dichten ab ca. 50 %.

Die bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  der ausgewählten Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen ist in Abbildung 5.16 gezeigt. Ähnlich wie die Verläufe der Normalsteifigkeit, sind auch die Verläufe der Schubsteifigkeit näher an einem linearen Zusammenhang als bei den Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen. Hier zeigen die Steifigkeiten der F2CC-XY-Elementarzelle und der FCC-Elementarzelle in alle Richtungen einen leicht degressiven Verlauf, während die Schubsteifigkeit der CC-Elementarzelle progressiv mit dem Dimensionsverhältnis anwächst.

Auch die Flächen-Meso-Strukturen zeigen bei der Schubsteifigkeit den grundsätzlich gleichen Verlauf wie bei der Normalsteifigkeit. Der näherungsweise lineare Verlauf ergibt sich auch hier dadurch, dass die Plattendicke nur einfach in die Berechnung der Querschnittsfläche, die maßgeblich für die Steifigkeit ist, eingeht. Auch hier kann die Nichtlinearität auf die Interaktion der Flächen an ihren Schnittkanten, die sich versteifend auswirken, zurückgeführt werden.

Der Vergleich der Flächen-Meso-Strukturen abhängig von der relativen Dichte in Abbildung 5.17 zeigt, dass die Schubsteifigkeit der FCC-Elementarzelle am höchsten und die der CC-Elementarzelle am geringsten ist. Nahezu identisch hoch wie die der FCC-Elementarzelle ist die Schubsteifigkeit der F2CC-XY-Elementarzelle in Richtung 1|2. Ähnlich wie bei den Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen zeigt sich für die symmetrischen Elementarzellen die Tendenz, dass hoch normalsteife Flächen-Meso-Strukturen eine im Vergleich geringe Schubsteifigkeit aufweisen und eine hohe Schubsteifigkeit mit einer geringen Normalsteifigkeit einhergeht. Dabei wird jedoch deutlich, dass die Asymmetrie der CBCC-Elementarzelle für die Normalsteifigkeit ebenso wie für die Schubsteifigkeit jeweils zu einer geringeren Steifigkeit in der Richtung führen, in der die zusätzliche Platte nicht zur Steifigkeit beiträgt.

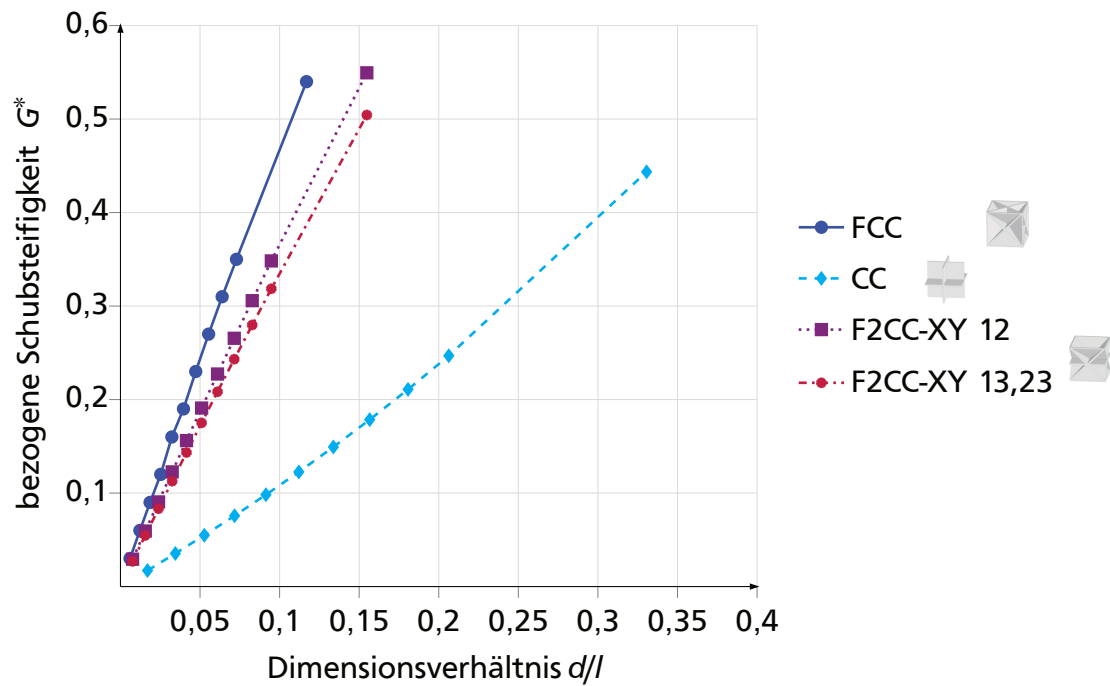


Abbildung 5.16: Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

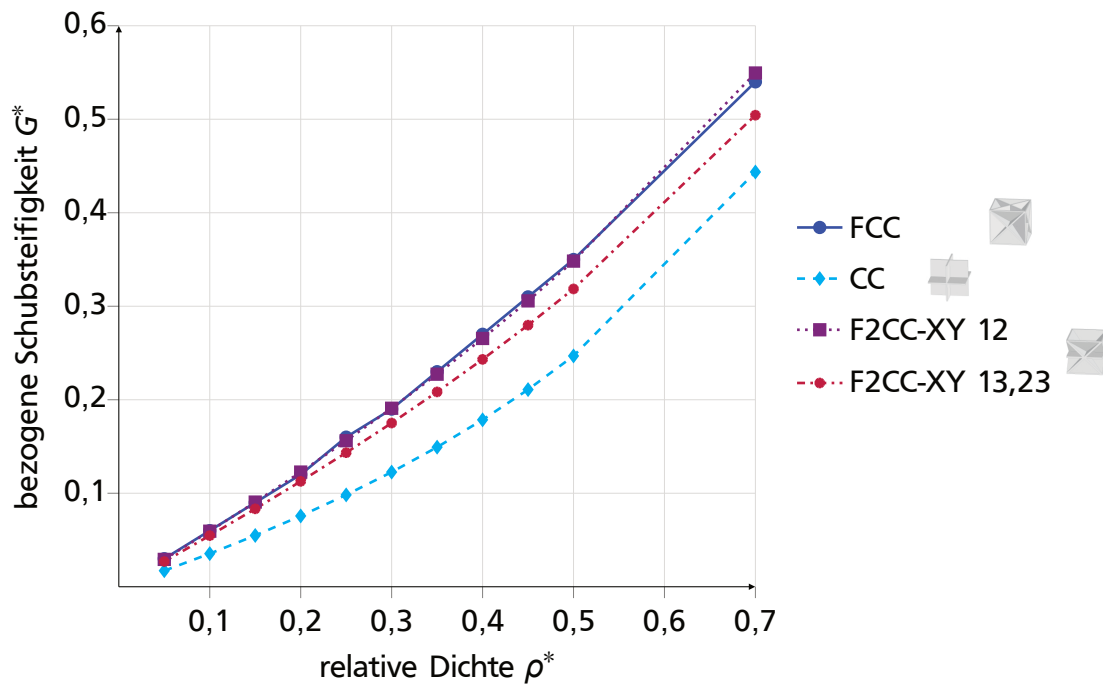


Abbildung 5.17: Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$  für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

Ebenso wie bei den Streben-Meso-Strukturen ist zu erkennen, dass die Reihenfolge der Elementarzellen-Topologien, von der höchsten zur geringsten Steifigkeit, sich annähernd umkehrt. So ist auch bei den Flächen-Meso-Strukturen die CC-Elementarzelle am

schwächsten, da ihre Flächen nicht in Hauptspannungsrichtung der Schubbelastung ausgerichtet sind, während die FCC-Elementarzelle die höchste Schubsteifigkeit aufweist, da alle Flächen in den Hauptspannungsrichtungen orientiert sind und auch kein Material auf weitere Flächen mit geringem Beitrag zur Schubsteifigkeit aufgewandt wird. Für Schub in Richtung 1 | 2 gilt dies auch für die F2CC-XY-Topologie, die für diese Beanspruchung ebenfalls Flächen in Hauptspannungsrichtung aufweist.

### Querkontraktionszahl

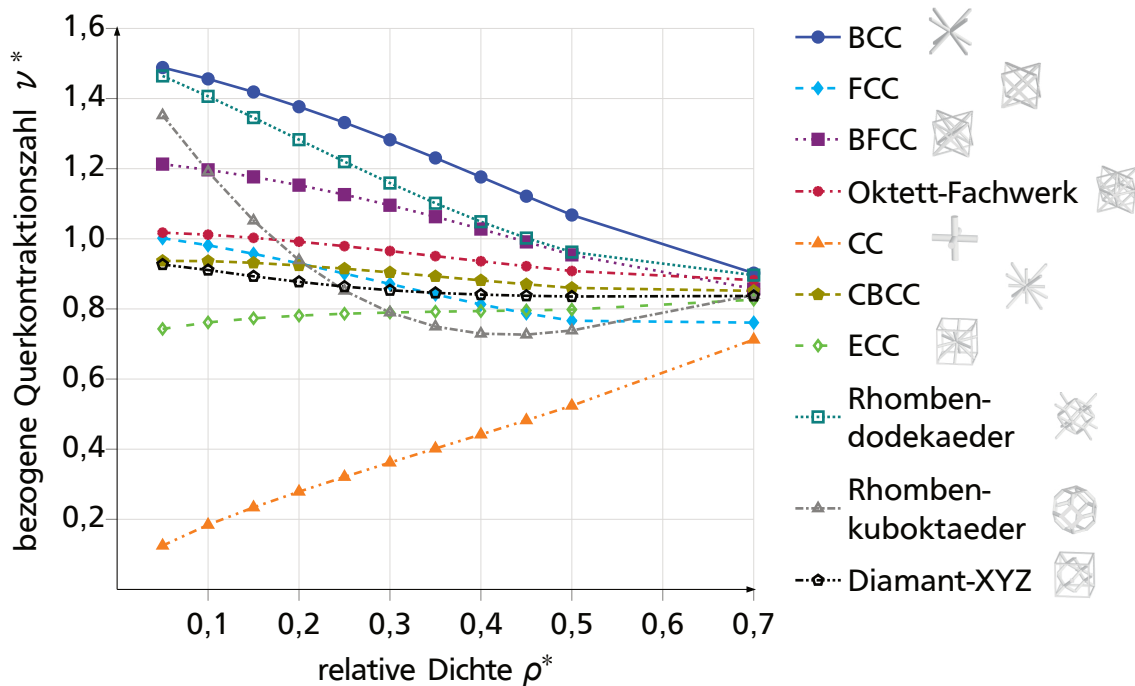
Der Zusammenhang zwischen der Normal- und Schubsteifigkeit über die Querkontraktionszahl, der für isotrope Werkstoffe besteht<sup>29</sup>, ist für Meso-Strukturen, die sich aufgrund ihrer Struktur quer zur Belastungsrichtung deformieren, aufgrund ihrer orthotropen Eigenschaften nicht gültig. Daher wird die Querkontraktion der Meso-Strukturen unabhängig von den Steifigkeitseigenschaften betrachtet.

Die äquivalente Querkontraktionszahl hängt, wie Abbildung 5.18 zeigt, stark von der Elementarzellen-Topologie ab. Mit steigender relativer Dichte nähern sich die Querkontraktionszahlen aller Elementarzellen-Topologien an. Einige der Elementarzellen weisen im Bereich kleiner relativer Dichten, bis ca. 0,45 bzw. 0,55 eine bezogene äquivalente Querkontraktionszahl größer als eins auf, insbesondere die BCC, sowie die BFCC und die Rhombendodekaeder-Elementarzelle. Das bedeutet, die Querkontraktionszahl ist höher als die des Werkstoffs, der für die Simulation zugrunde gelegt worden ist. Sowohl die BCC- als auch die BFCC-Elementarzelle weisen neben der hohen Querkontraktionszahl eine hohe Schub- und geringe Normalsteifigkeit im Vergleich mit den anderen Elementarzellen-Topologien auf. Eine besonders niedrige Querkontraktionszahl in Relation zum hinterlegten Werkstoff weisen insbesondere die CC- aber auch die ECC-Elementarzelle auf. Diese Topologien verfügen über eine geringe Schub-, aber hohe Normalsteifigkeit.

Die Querkontraktionszahlen der Meso-Strukturen nähern sich der Querkontraktionszahl des Werkstoffs an, wenn sie sich einer relativen Dichte von 100 % nähern, da sie sich dann dem Vollmaterial annähern. Die Abweichungen der Querkontraktionszahlen in geringen relativen Dichte-Bereichen hängen mit dem Deformationsverhalten der Elementarzellen zusammen. Während Vollmaterial für die Erhaltung des Volumens eine Querdehnung erfährt, sind bei geringen relativen Dichten in Meso-Strukturen die Verformungen der vorhandenen Streben für das Querdehnen der Elementarzelle ausschlaggebend. Insbesondere im Bereich geringer Strebendurchmesser sind auftretende Deformationen dabei hoch, da die dünnen Streben innerhalb der Elementarzellen eine geringe Steifigkeit gegenüber der Beanspruchung aufweisen. Die Streben der BCC-Elementarzelle verbiegen sich unter Zug bzw. Druck deutlich nach außen bzw. innen, sodass das Volumen der Elementarzelle eine größere Querdehnung erfährt als der reine Werkstoff. Dieses Verhalten ist auf die anderen Strukturen mit diagonalen Streben relativ zur Elementarzellen-Einhüllenden übertragbar. Bei den weiteren Strukturen liegen allerdings weitere Streben vor, die in die Querdehnungsrichtung orientiert sind und die Querdehnung behindern, sodass sie geringer ausfällt, als bei der BCC-Elementarzelle. Die CC-Elementarzelle hat bei dün-

---

<sup>29</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 68.



**Abbildung 5.18:** Bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$  für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

nen Strebendurchmessern eine erheblich geringere Querkontraktionszahl. Dabei kommt zum tragen, dass bei der CC-Elementarzelle unter Zug oder Druck die Strebe in der Belastungsrichtung eine Querdehnung erfährt, die jedoch aufgrund des im Verhältnis zur Kantenlänge der Einhüllenden geringen Durchmessers der Strebe gering ausfällt. Die Streben quer zur Belastungsrichtung, deren Ausdehnung für die Querdehnung des Elementarzellenvolumens maßgeblich ist, werden um diesen geringen Querdehnungsbetrag verschoben, erfahren jedoch in sich keine Dehnung, sodass die Querdehnung insgesamt gering ausfällt. Dieser Effekt ist auf die Elementarzellen, deren Streben mehrheitlich in X-, Y- und Z-Richtung orientiert sind, übertragbar.

Ausgehend von Effekten der Meso-Struktur-Topologie auf die Querkontraktionszahl kann diese vor allem im Bereich geringer relativer Dichten bis 35 % eingestellt werden. Die Querkontraktionszahl kann dabei sowohl höher als auch geringer als die Werkstoffquerkontraktionszahl eingestellt werden.

Ein ähnliches Bild zeichnen die Verläufe der Querkontraktionszahlen abhängig vom Dimensionsverhältnis in Abbildung A.4 in Anhang A.3. Die Verläufe der Querkontraktionszahl sind stark abhängig von der jeweiligen Elementarzellen-Topologie und zeigen keine einheitliche Tendenz.

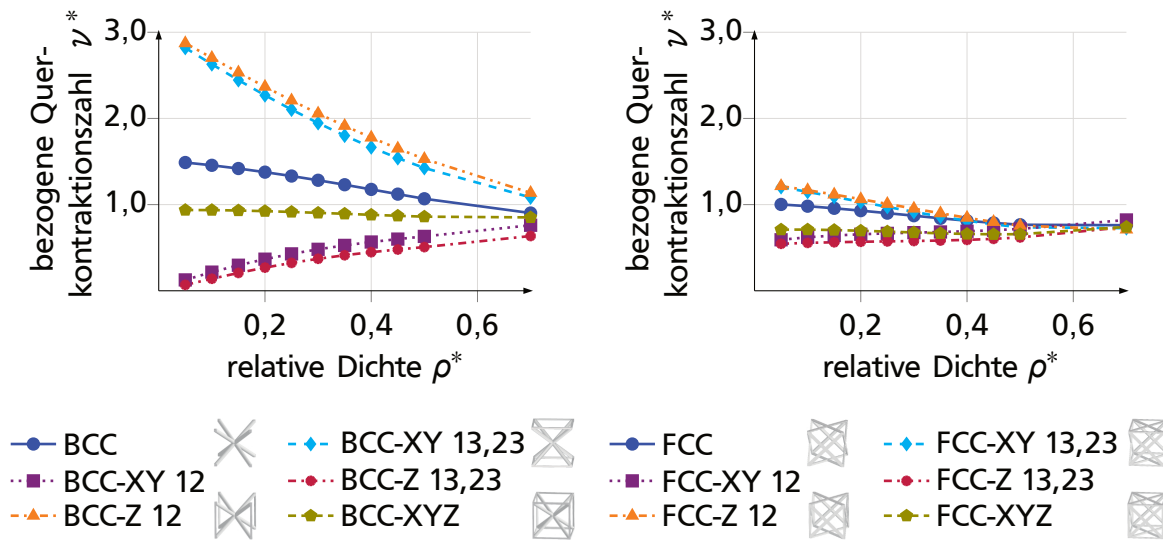
Der Vergleich unterschiedlicher Varianten mit zusätzlichen Streben entlang der Würfelkanten zeigt, dass auch hier je nach Variante sowohl Querkontraktionszahlen oberhalb der Querkontraktionszahl des Werkstoffs als auch unterhalb der des Werkstoffs erreicht werden. Diese nähern sich mit zunehmender relativer Dichte dem Werkstoffkennwert an. Die Änderung der Querkontraktionszahl bei den Varianten der FCC-Elementarzelle in



Abbildung 5.19 ist deutlich geringer als bei der BCC-Elementarzelle.

Vergleicht man die Elementarzellen, deren Querkontraktionszahl oberhalb der des Werkstoffs liegt, mit jenen, deren Querkontraktionszahl unterhalb liegt, wird deutlich, dass zusätzliche Streben in Richtung der Belastung zu einer Verringerung der Querkontraktionszahl führen, insbesondere bei kleinen relativen Dichten. Am nächsten am Werkstoffkennwert über das gesamte Spektrum der relativen Dichten liegt die BCC-XYZ-Elementarzelle, die für beide Beanspruchungsarten über Streben in allen drei Lastrichtungen verfügt.

Ähnliche Tendenzen sind auch bei der Variation der FCC-Elementarzelle zu erkennen, wobei hier auch die FCC-Elementarzelle ohne zusätzliche Streben unterhalb der Querkontraktion des Werkstoffs bleibt. Weitere Topologien mit ähnlichen Tendenzen bei der Variation zusätzlicher Streben an den Würfelkanten sind im Anhang A.2 in Abbildung A.3 abgebildet.



**Abbildung 5.19:** Bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  der FCC- und BCC-Streben-Meso-Struktur-Topologien sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$

Aus der Variation der Topologien mit Streben in X-, Y- bzw. Z-Richtung wird deren Einfluss deutlich. Vor allem die Querkontraktion der BCC-Elementarzelle kann durch das Hinzufügen zusätzlicher Streben stark beeinflusst werden, da die ergänzten Streben in den Richtungen der Längsdehnung bzw. Querdehnung verlaufen, in denen die BCC-Elementarzelle über keinerlei Streben verfügt. Sowohl Streben quer zur Belastung, welche die Steifigkeit gegenüber der Querdehnung direkt erhöhen, als auch Streben in Belastungsrichtung, welche die Längsdehnung reduzieren und damit auch die resultierende Querdehnung, tragen zur Verringerung der Querkontraktionszahl bei. Dieser Effekt ist auch bei der FCC-Elementarzelle und ihren Varianten erkennbar. Da die Querkontraktionszahl der FCC-Elementarzelle durch die Strebenorientierung innerhalb der Außenflächen, die in bzw. quer zur Belastungsrichtung ausgerichtet sind, insgesamt näher an der Werkstoffquerkontraktionszahl liegt, fällt die Auswirkung der zusätzlichen Streben

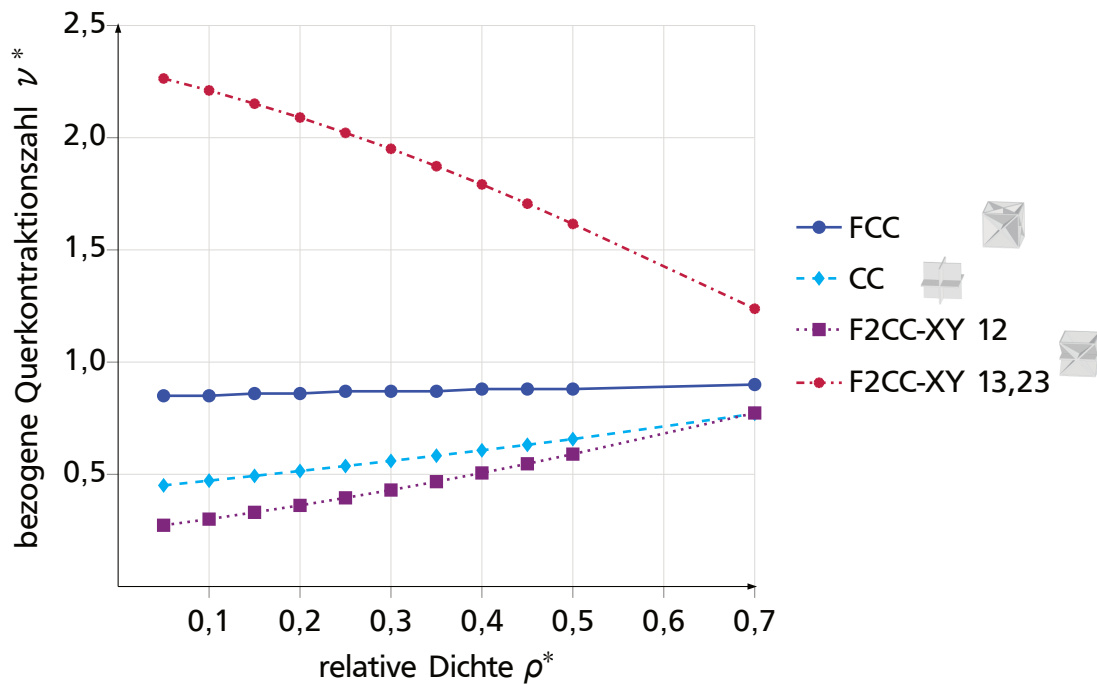
entlang der Würfelkanten der Einhüllenden geringer aus als bei der BCC-Elementarzelle. Die BCC-XYZ-Elementarzelle weist in etwa gleichem Umfang Streben mit diagonaler Ausrichtung und Ausrichtung entlang X-, Y- und Z-Richtung auf und erreicht mit diesem Aufbau auch im Bereich geringer Strebendurchmesser annähernd die Werkstoffquerkontraktionszahl. Die Variation zeigt, dass die Topologie durch Ergänzen von Streben in der Last- sowie in der Querdehnungsrichtung auf eine geringere Querkontraktionszahl ausgelegt werden kann. Dabei kann sogar annähernd die Werkstoffquerkontraktionszahl erreicht werden, wenn, wie bei der BCC-XYZ-Elementarzelle, in der diagonalen und in Lastrichtung orientierte Streben vorliegen.

Auch für die Querkontraktionszahlen sind die Variationen weiterer Topologien in Abbildung A.3 im Anhang A.2 gezeigt.

Die Querkontraktionszahlen der ausgewählten Flächen-Meso-Struktur-Topologien in Abbildung 5.20 verlaufen ebenso unterschiedlich wie die der Streben-Meso-Struktur-Topologien. Dabei wird auch hier deutlich, dass Platten, die in Richtung der Belastung orientiert sind, zu einer Verringerung der Querkontraktion führen, also zu einer Querkontraktionszahl unterhalb der des Werkstoffs. Platten die  $90^\circ$  zur Lastrichtung ausgerichtet sind, führen hingegen insbesondere bei geringen relativen Dichten zu einer Erhöhung der Querkontraktion im Vergleich zum Vollmaterial, wie bei der CBCC-Elementarzelle in Richtung 1|3 und 2|3. Die Verläufe abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  in Abbildung A.5 in Anhang A.3 zeigen ebenfalls die erhebliche Streuung der Querkontraktionszahlen, die ebenfalls bei den Streben-Meso-Strukturen verzeichnet wird.

Am nächsten an der Querkontraktionszahl des Werkstoffs liegt die FCC-Flächen-Meso-Struktur-Elementarzelle, die eine annähernd konstante Querkontraktionszahl hat. Wie auch bei den Streben-Meso-Strukturen nähern sich die Querkontraktionszahlen mit zunehmender relativer Dichte der Werkstoffkenngröße an.

Die Annäherung an den Werkstoffkennwert des Vollmaterials bei hohen Dichten zeigen die Flächen-Meso-Strukturen ebenso wie die Streben-Meso-Strukturen. Auch der Effekt, dass die Querkontraktion gering ausfällt, wenn die belasteten Platten nur eine geringe Ausdehnung in der Querdehnungsrichtung aufweisen, und umgekehrt hoch ausfällt, wenn die gestauchte Platte in die betrachtete Querdehnungsrichtung orientiert ist, ist bei den Flächen-Meso-Strukturen erkennbar. So weist die CC-Elementarzelle eine geringe Querdehnung auf, da die Platte, die maßgeblich die Querdehnung zu einer Lastrichtung beeinflusst, nicht direkt belastet wird. Die Querkontraktionszahl der F2CC-XY-Elementarzelle in Richtung 1|3 und 2|3 hingegen, ist relativ zum Werkstoff hoch, da die in Richtung 1 und 2 belasteten Platten sich in Richtung 3 frei ausdehnen. Die FCC-Elementarzelle kommt dem Vollmaterial bezüglich der Querkontraktionszahl am nächsten, da sie in allen Lastrichtungen gleichermaßen belastete Platten aufweist, die sich quer dehnen, aber auch an den Schnittlinien verbundene Platten enthält, die diese Querdehnung behindern.



**Abbildung 5.20:** Bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$  für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

### Mathematische Approximation

Die Auslegung der Meso-Strukturen auf eine geforderte Steifigkeit erfordert die Beschreibung des Zusammenhangs zwischen der Steifigkeit und den gestalterisch beeinflussbaren Merkmalen durch eine mathematische Gleichung. Durch die Gleichung, können die gestalterischen Merkmale ermittelt werden, die erforderlich sind, um die benötigten Eigenschaften zu erreichen, ohne ein iteratives Vorgehen oder Optimierungsalgorithmen zu verwenden, die den Zeitaufwand für eine Vordimensionierung steigern würden. Die Rückführung auf den Einfluss der gestalterischen Merkmale ist von Bedeutung, da diese direkt festgelegt und damit die Eigenschaften ohne weitere Umrechnungsschritte durch die mittels der Gleichung bestimmten Merkmale eingestellt werden können. Für die Gleichung zur Dimensionierung sind dimensionslose Kennzahlen von Vorteil. Diese ermöglichen die Übertragbarkeit der Gleichung auf veränderte Bezugsgrößen, wie z. B. die Werkstoffsteifigkeit bei den in Abschnitt 5.2.2 verwendeten bezogenen Steifigkeiten  $E^*$  und  $G^*$ . Die Entdimensionierung der betrachteten gestalterischen Merkmale durch das Dimensionsverhältnis  $d/l$  ergibt sich durch ihre Proportionalität zur Steifigkeit.

Um eine geeignete Beschreibung zu identifizieren, werden die Steifigkeitsverläufe abhängig von den Merkmalen, der Strukturdicke  $d$  und der Kantenlänge der Einhüllenden  $l$ , in Form des Dimensionsverhältnisses  $d/l$  durch mathematische Funktionen unter Verwendung einer Regressionsanalyse approximiert. Dabei werden folgende Funktionstypen verwendet.

- Potenzfunktion:  $f(x) = a \cdot x^b$

- Polynomfunktion:  $f(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_n \cdot x^n$  (1. bis 4. Grades)
- Exponentialfunktion:  $f(x) = a_0 \cdot e^{a_1 \cdot x} - b_0$
- Logarithmusfunktion:  $f(x) = a_0 \cdot \ln(x) - b_0$

Die Regressionen zur Ermittlung der Approximationsfunktionen werden mit Microsoft Excel durchgeführt. Die Programmauswahl erfolgt, da Excel verbreitet verwendet wird. Dadurch können die entsprechenden Approximationsfunktionen für neue Elementarzellen konsistent mit bestehenden Gleichungen ermittelt werden, ohne die Notwendigkeit von ggf. komplexer Zusatzsoftware. Die Qualität der Näherung wird mittels des Bestimmtheitsmaßes bewertet. Das Bestimmtheitsmaß ist gemäß Gleichung 5.3 definiert.<sup>30</sup>

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)}{\sum(y_i - \bar{y}_i)} \quad (5.3)$$

Dabei ist  $y_i$  der simulierte Wert für ein bestimmtes Dimensionsverhältnis an der Stelle  $i$ ,  $\hat{y}_i$  der durch die Näherungsfunktion vorhergesagte Wert für das gleiche Dimensionsverhältnis und  $\bar{y}_i$  der Durchschnittswert der jeweils angenäherten Größe.

Die Graphen in Abbildung 5.21 zeigen unterschiedliche Näherungsfunktionen beispielhaft für den Zusammenhang der Normalsteifigkeit der FCC- und der BCC-Elementarzelle und dem Dimensionsverhältnis  $d/l$ . Näher betrachtet werden hier eine Annäherung durch eine Potenzfunktion sowie Polynome ersten bis vierten Grades, die zum Teil auch in der Literatur für Näherungen von Steifigkeitseigenschaften verwendet werden. So nähern u. a. Wang et al. die bezogene Steifigkeit über eine Polynomfunktion fünfter Ordnung an<sup>31</sup>. Vega-Moreno et al. verweisen auf unterschiedliche Funktionen für eine Annäherung<sup>32</sup>. Die Näherungen durch Exponential- und Logarithmusfunktionen erzielen deutlich schlechtere Übereinstimmungen bzw. sind mithilfe der verfügbaren Koeffizienten nicht möglich. Daher werden die Funktionen in Abbildung 5.21 nicht gezeigt.

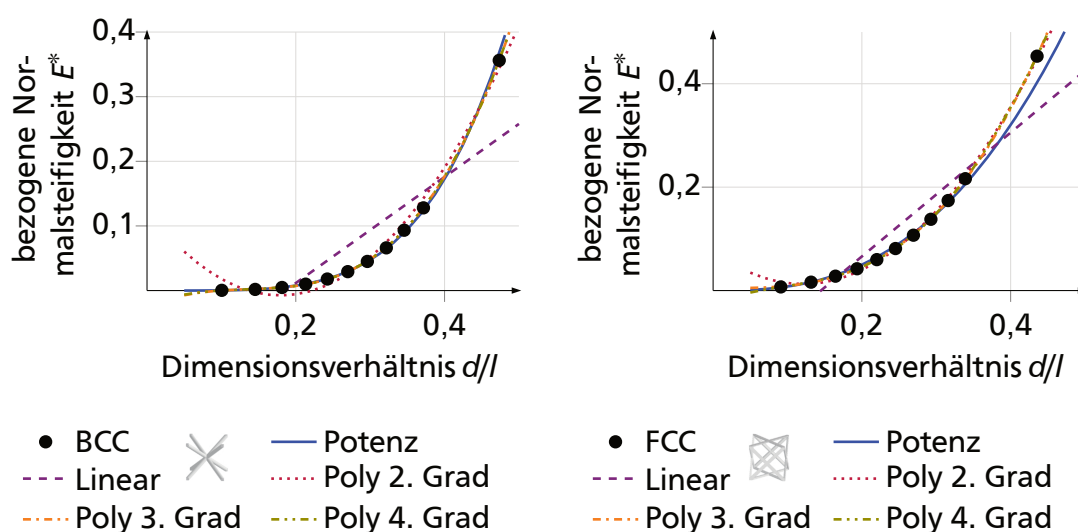
Die Bestimmtheitsmaße der Potenz- und Polynomfunktionen sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Dabei ist erkennbar, dass das Bestimmtheitsmaß für Polynomfunktionen sehr hoch wird. Insbesondere die Polynomfunktion vierten Grades zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den ermittelten Steifigkeitswerten beider Zellen in Abhängigkeit des Dimensionsverhältnisses und erreicht ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 1$ . Ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Steifigkeitskurven zeigt die Potenzfunktion. Vor allem für die BCC-Elementarzelle ist das Bestimmtheitsmaß mit  $R^2 = 0,9998$  hoch. Bei der FCC-Elementarzelle erreicht die Potenzfunktion ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,9959$ .

Die Potenzfunktion wird für die Modellierung der Normalsteifigkeit verwendet, da sie zwar nicht das höchste Bestimmtheitsmaß aufweist, jedoch im Bezug auf die physikalischen Zusammenhänge in Analogie zu Steifigkeiten als Werkstoffkennwerte und die Verwendung

<sup>30</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 249.

<sup>31</sup>vgl. Wang et al. 2021, S. 5.

<sup>32</sup>vgl. Vega-Moreno et al. 2020, S. 6.



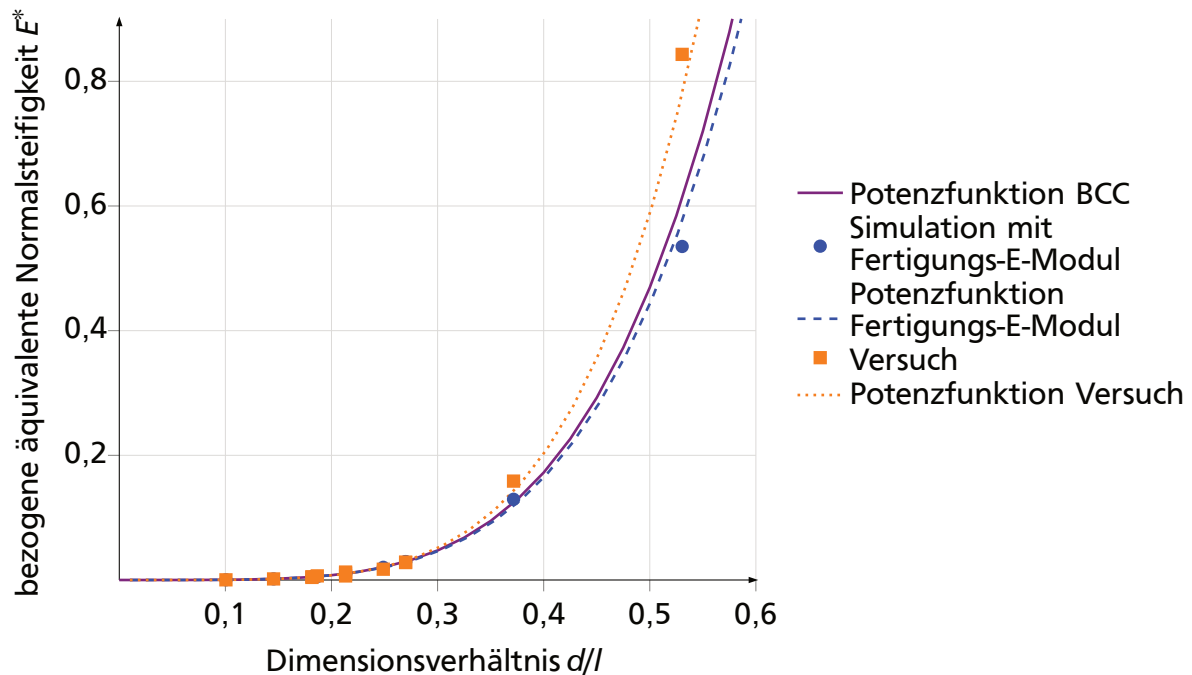
**Abbildung 5.21:** Vergleich unterschiedlicher Näherungsfunktionen für die bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  für die FCC- und BCC-Elementarzelle

**Tabelle 5.1:** Bestimmtheitsmaße der Näherungsfunktionen für die bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  der BCC- und FCC-Elementarzelle abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$ , das durch  $x$  repräsentiert wird

Näherungsfunktion	FCC	Bestimmtheitsmaß FCC	BCC	Bestimmtheitsmaß BCC
Potenzfunktion	$y = 3,7249 \cdot x^{2,6779}$	$R^2 = 0,9959$	$y = 10,539 \cdot x^{4,4893}$	$R^2 = 0,9998$
Linearfunktion	$y = 1,1978 \cdot x - 0,1736$	$R^2 = 0,8536$	$y = 0,8209 \cdot x - 0,1526$	$R^2 = 0,7282$
Polynomfunktion 2. Grades	$y = 4,3986 \cdot x^2 - 1,0643 \cdot x + 0,0769$	$R^2 = 0,998$	$y = 4,0557 \cdot x^2 - 1,4543 \cdot x + 0,1229$	$R^2 = 0,9878$
Polynomfunktion 3. Grades	$y = 5,5256 \cdot x^3 + 0,0019 \cdot x^2 - 0,0193 \cdot x + 0,0054$	$R^2 = 0,9999$	$y = 8,7967 \cdot x^3 - 3,5774 \cdot x^2 + 0,5285 \cdot x - 0,0258$	$R^2 = 1$
Polynomfunktion 4. Grades	$y = -12,367 \cdot x^4 + 18,309 \cdot x^3 - 4,5748 \cdot x^2 + 0,6441 \cdot x - 0,0268$	$R^2 = 1$	$y = 0,7431 \cdot x^4 + 7,9579 \cdot x^3 - 3,249 \cdot x^2 + 0,4763 \cdot x - 0,023$	$R^2 = 1$

als Auslegungsgleichung zweckmäßig ist. Aus physikalischer Sicht ist plausibel, dass die Funktion umkehrbar ist und die Abhängigkeit vom reziproken Dimensionsverhältnis  $l/d$  ebenfalls reziprok ist. Die eindeutige Umkehrbarkeit ist im Hinblick auf die Verwendung für die Dimensionierung wichtig, da nur in diesem Fall, ausgehend von einer vorgegebenen Steifigkeit, das erforderliche Dimensionsverhältnis berechnet werden kann. Diese Aspekte sind bei der Potenzfunktion vorteilhaft gegenüber der Polynomfunktion, sodass das geringfügig niedrigere Bestimmtheitsmaß akzeptabel ist.

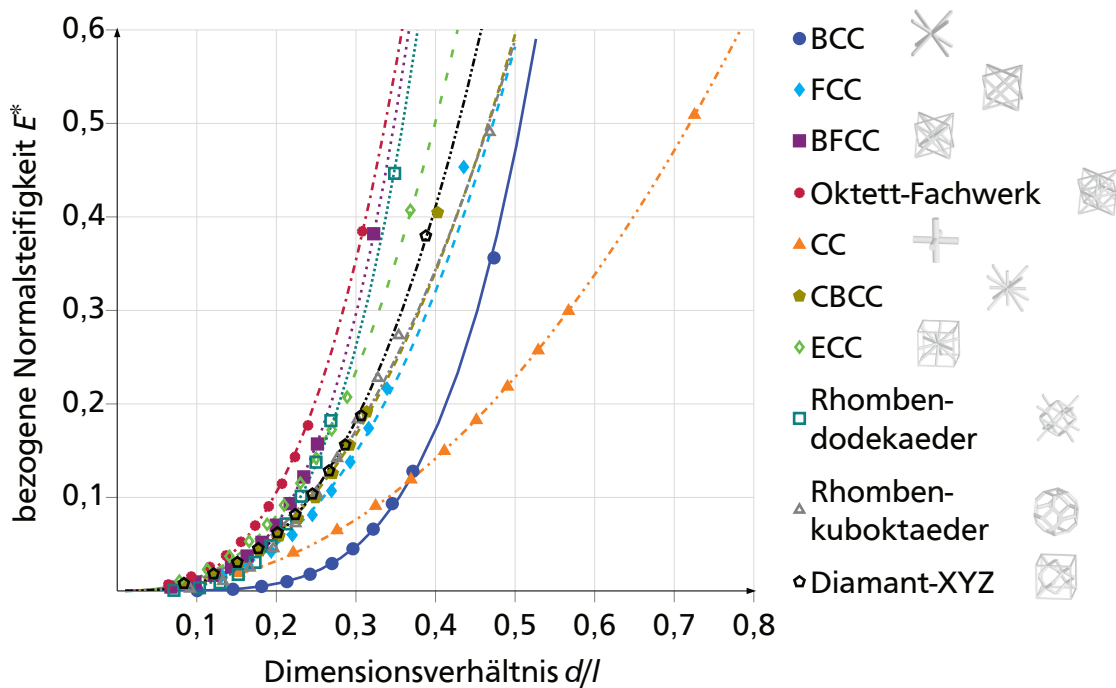
Ein Vergleich der Näherungsfunktion für den äquivalenten Elastizitätsmodul der BCC-Elementarzelle mit den Versuchsergebnissen, die bereits in Abschnitt 4.4.6 vorgestellt worden sind, ist in Abbildung 5.22 gezeigt. Die Näherung der FEM-Ergebnisse mit einer Potenzfunktion bildet die Versuchsreihe mit annähernd gleicher Übereinstimmung ab, wie die Polynomfunktion. Das heißt, dass durch die Modellierung der äquivalenten Steifigkeit mittels der Potenzfunktion ebenfalls eine hinreichende Aussagegenauigkeit erreicht werden kann.



**Abbildung 5.22:** Vergleich der bezogenen Normalsteifigkeit  $E^*$  der BCC-Elementarzelle mit der Potenznäherungsfunktion und den Versuchsergebnissen

Die Näherungen mit einer Potenzfunktion für die weiteren Topologien sind in Abbildung 5.23 gezeigt und die Funktionen und Bestimmtheitsmaße sind in Tabelle A.3 in Abschnitt 5.3.1 aufgelistet. Diese zeigen eine ähnliche Übereinstimmung wie bei der Näherung des Zusammenhangs für die FCC-Elementarzelle, d. h. für alle Topologien kann eine Näherung des Steifigkeitsverlaufs abhängig vom Dimensionsverhältnis durch eine Potenzfunktion mit einer ähnlich hohen Übereinstimmung erreicht werden.

Beim Vergleich der Übereinstimmung der Potenzfunktionen mit den ermittelten Steifigkeitswerten aus der Simulation fällt auf, dass bei der BCC- und der CC-Elementarzelle eine



**Abbildung 5.23:** Näherung der bezogenen Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  durch Potenzfunktionen für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten

besonders gute Übereinstimmung erreicht wird. Die hohe Übereinstimmung kommt daher, dass beide Elementarzellen-Topologien nur Streben, die näherungsweise im Winkel von  $90^\circ$  zueinander stehen, aufweisen. Die Streben sind abhängig von der Belastungsart entweder dominant auf Zug/Druck oder Biegung beansprucht. In der BCC-Topologie tritt unter äußerer Zug/Druck-Belastung hauptsächlich eine Biegebeanspruchung innerhalb der Streben auf, unter äußerer Schub-Belastung hauptsächlich eine Zug-Druck-Belastung. Für die CC-Elementarzelle verhält es sich genau umgekehrt. Durch diese annähernd eindeutige Beanspruchung nähert sich der Exponent der Potenz an, mit der die Steifigkeit einzelner Streben unter der jeweiligen Belastung ansteigen würde, also für Biegebeanspruchung der Potenz von vier, die sich im Flächenträgheitsmoment in der Biegesteifigkeit wiederfindet<sup>33</sup>, und für die Zug-Druck-Belastung einer Potenz von zwei, die auf die relevante Querschnittsfläche in der Dehnsteifigkeit zurückzuführen ist<sup>34</sup>. Die verbleibende Abweichung von vier bzw. zwei ist auf die Interaktion der Streben innerhalb der Elementarzellen zurückzuführen, die sich zusätzlich versteifend auswirkt.<sup>35</sup>

In den anderen Elementarzellen-Topologien liegen für beide Belastungsfälle Streben vor, die dominant auf Biegung und die dominant auf Zug bzw. Druck beansprucht werden. Dadurch kommt es zu einer Überlagerung der Effekte und einer Abweichung der Exponenten von vier bzw. zwei. Die Einflüsse der Streben unter Zug/Druck bzw. Bie-

<sup>33</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 99.

<sup>34</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 13.

<sup>35</sup>vgl. Schulte et al. 2022, S. 1454 ff.

gung sind unterschiedlich ausgeprägt, abhängig vom Strebendurchmesser und somit vom Dimensionsverhältnis. Bei geringen Strebendurchmessern überwiegt der Einfluss der Zug/Druck-Steifigkeit der Streben in Lastrichtung. Bei höheren Strebendurchmessern nimmt der Einfluss der Biegesteifigkeit zu. Infolgedessen ergibt sich ein Anstieg der Steifigkeitskurven mit unterschiedlicher Potenz über dem Dimensionsverhältnis. Da die Werte hier mit einer einzelnen Funktion angenähert werden, kommt es bei den Näherungsfunktionen für die Elementarzellen-Topologien mit überlagerten Beanspruchungsfällen innerhalb der Elementarzelle zu einer geringeren Übereinstimmung der Näherungsfunktion mit den ermittelten Simulationswerten.<sup>36</sup> Da die Näherungsfunktionen dennoch hohe Bestimmtheitsmaße erreichen, wird die Übereinstimmung auch für diese Topologien als ausreichend erachtet.

Der Zusammenhang zwischen der Normalsteifigkeit und dem Dimensionsverhältnis ist für Flächen-Meso-Strukturen ebenfalls näherungsweise über Potenzfunktionen beschreibbar. Die Funktionen und die dazugehörigen Bestimmtheitsmaße sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Die Bestimmtheitsmaße der Potenzfunktionen liegen über  $R^2 = 0,99$  und somit nahe dem Optimum von  $R^2 = 1$ . Die simulierten Steifigkeitswerte und Näherungsfunktionen sind in Abbildung 5.24 gezeigt.

**Tabelle 5.2:** Potenzfunktion-Näherungen für die bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  ausgewählter Flächen-Meso-Struktur-Topologien und deren Bestimmtheitsmaße

Flächen-Meso-Struktur-Topologien	Potenzfunktion	Bestimmtheitsmaß
CC	$y = 1,7636 \cdot x^{0,9467}$	$R^2 = 0,9992$
F2CC-XY 1-, 2-Richtung	$y = 3,6182 \cdot x^{0,9772}$	$R^2 = 0,9998$
F2CC-XY 3-Richtung	$y = 2,2456 \cdot x^{1,175}$	$R^2 = 0,9923$
FCC	$y = 4,1531 \cdot x^{1,0221}$	$R^2 = 0,9999$

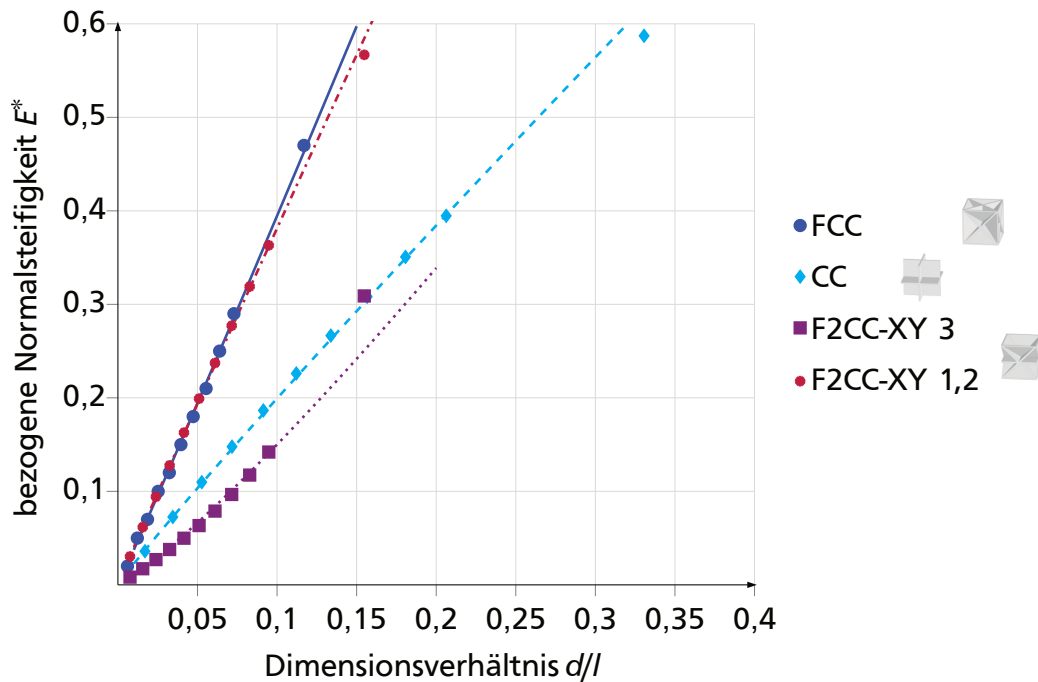
Die unterschiedlichen Näherungsfunktionen werden auch für die Beschreibung der Schubsteifigkeit abhängig vom Dimensionsverhältnis in Abbildung 5.25 verglichen. Auch hier passen insbesondere Polynomfunktionen höheren Grades sowie die Potenzfunktion gut hinsichtlich des Bestimmtheitsmaßes, das in Tabelle 5.3 aufgelistet ist. Exponential- und Logarithmusfunktionen werden hier ebenfalls aufgrund ihrer geringen Übereinstimmung nicht gezeigt. Aus den bereits angeführten physikalischen Hintergründen der Invertierbarkeit wird auch für die Beschreibung der Schubsteifigkeit die Potenzfunktion ausgewählt.

Die Näherung durch eine Potenzfunktion für die weiteren Streben-Meso-Strukturen ist in Abbildung 5.26 gezeigt. Die Übereinstimmung variiert, bewegt sich aber ebenfalls im Bereich des Bestimmtheitsmaßes der FCC-Elementarzelle.

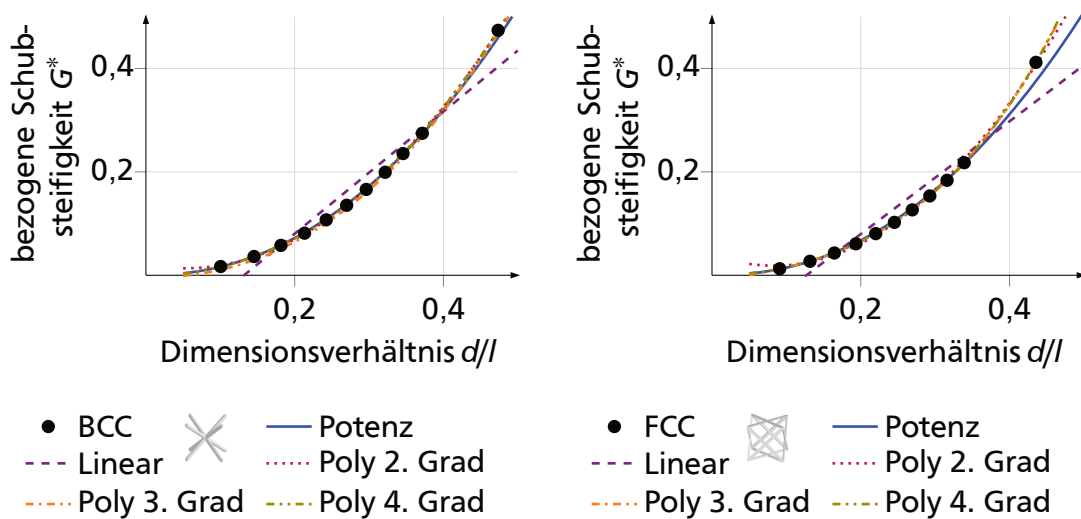
Ebenso wie bei der Normalsteifigkeit, werden die Potenzfunktionen für die Näherung der Schubsteifigkeit auf die ausgewählten Flächen-Meso-Strukturen übertragen. Auch bei

<sup>36</sup>vgl. Schulte et al. 2022, S. 1454 ff.





**Abbildung 5.24:** Näherung der bezogenen Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  durch Potenzfunktionen für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien



**Abbildung 5.25:** Vergleich unterschiedlicher Näherungsfunktionen für die bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  für die FCC- und BCC-Elementarzelle

den Graphen in Abbildung 5.27 liegt eine gute Übereinstimmung vor, sodass die Potenzfunktion als geeignet für die Modellierung des Zusammenhangs zwischen Steifigkeiten und dem Dimensionsverhältnis eingestuft und im Weiteren verwendet wird.

Die Querkontraktionszahl weist einen deutlich anderen Verlauf auf, als die Normal- und

**Tabelle 5.3:** Bestimmtheitsmaße der Näherungsfunktionen für die bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  der BCC- und FCC-Elementarzelle abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$ , das durch  $x$  repräsentiert wird

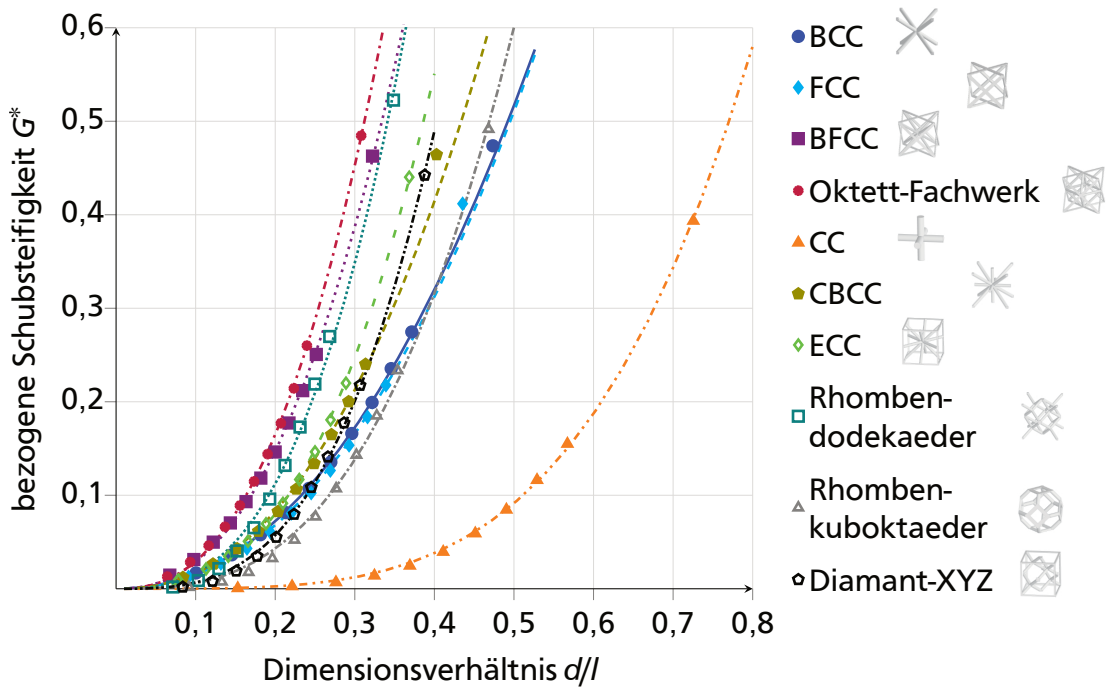
Näherungsfunktion	FCC	Bestimmtheitsmaß FCC	BCC	Bestimmtheitsmaß BCC
Potenzfunktion	$y = 2,3478 \cdot x^{2,2052}$	$R^2 = 0,9983$	$y = 2,2921 \cdot x^{2,1493}$	$R^2 = 0,9997$
Linearfunktion	$y = 1,0899 \cdot x - 0,1383$	$R^2 = 0,905$	$y = 1,181 \cdot x - 0,1558$	$R^2 = 0,9338$
Polynomfunktion 2. Grades	$y = 3,1309 \cdot x^2 - 0,5203 \cdot x + 0,04$	$R^2 = 0,9987$	$y = 2,5998 \cdot x^2 - 0,2775 \cdot x + 0,0208$	$R^2 = 0,9999$
Polynomfunktion 3. Grades	$y = 4,0144 \cdot x^3 - 0,0634 \cdot x^2 + 0,2389 \cdot x - 0,012$	$R^2 = 1$	$y = 1,0396 \cdot x^3 + 1,6977 \cdot x^2 - 0,0431 \cdot x - 0,0033$	$R^2 = 1$
Polynomfunktion 4. Grades	$y = 4,7815 \cdot x^4 - 0,9277 \cdot x^3 + 1,7061 \cdot x^2 - 0,0175 \cdot x + 0,0005$	$R^2 = 1$	$y = -1,8423 \cdot x^4 + 3,1193 \cdot x^3 + 0,8833 \cdot x^2 + 0,0862 \cdot x - 0,0036$	$R^2 = 1$

die Schubsteifigkeit. Daher werden in Abbildung 5.28 auch die Exponential- und die Logarithmusfunktion betrachtet. Anhand der Bestimmtheitsmaße in Tabelle 5.4 und der erkennbaren Übereinstimmung zwischen simulierten Querkontraktionszahlen und den Näherungskurven wird deutlich, dass für die Näherung der Querkontraktionszahl nur Polynomfunktionen dritter und vierter Ordnung als Näherungen bei der FCC- und BCC-Elementarzelle geeignet sind.

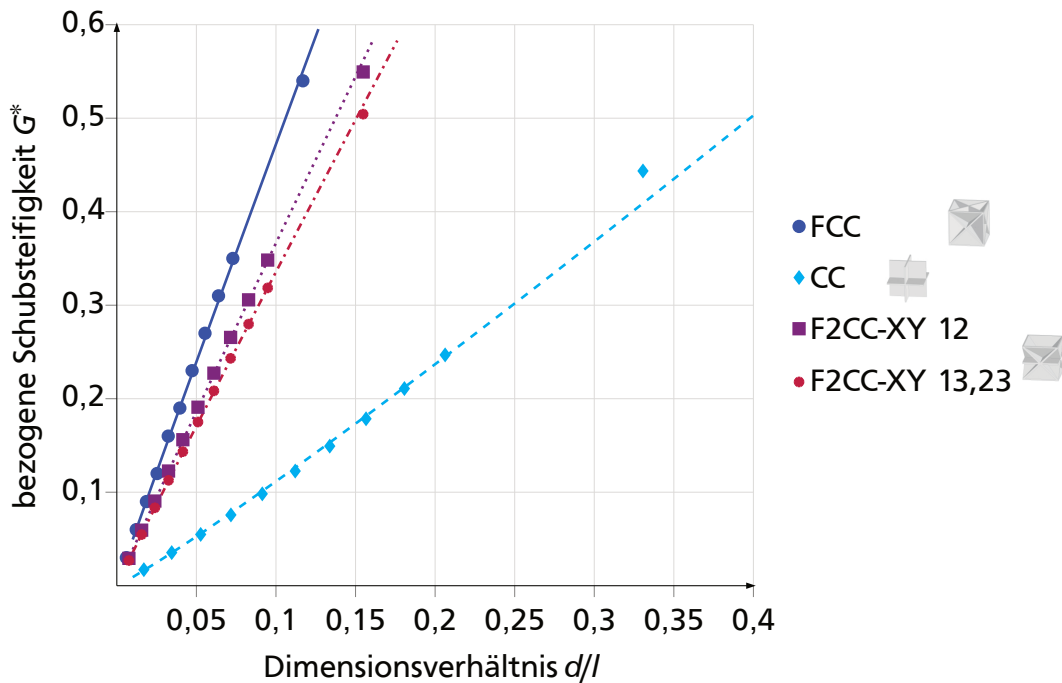
Auch für die weiteren Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen lässt sich der Verlauf der Querkontraktionszahl abhängig vom Dimensionsverhältnis mit einem Polynom dritten Grades annähern, wie in Abbildung 5.29 gezeigt.

Durch die Polynomfunktion ist die Umkehrbarkeit eingeschränkt, da sich beim Auflösen der Funktion nach  $d/l$  mehrere Lösungen ergeben, sodass das Ergebnis nicht zwingend eindeutig ist. Eine Auslegung ausgehend von der Querkontraktionszahl ist somit nur eingeschränkt möglich. Jedoch kann die Querkontraktion einer auf Steifigkeit ausgelegten Elementarzelle bestimmt werden. Mit dem Wissen über die Querkontraktionszahl kann im Fall einer kritischen Querkontraktion eine alternative Struktur mit abweichender Querkontraktionszahl ausgewählt werden.

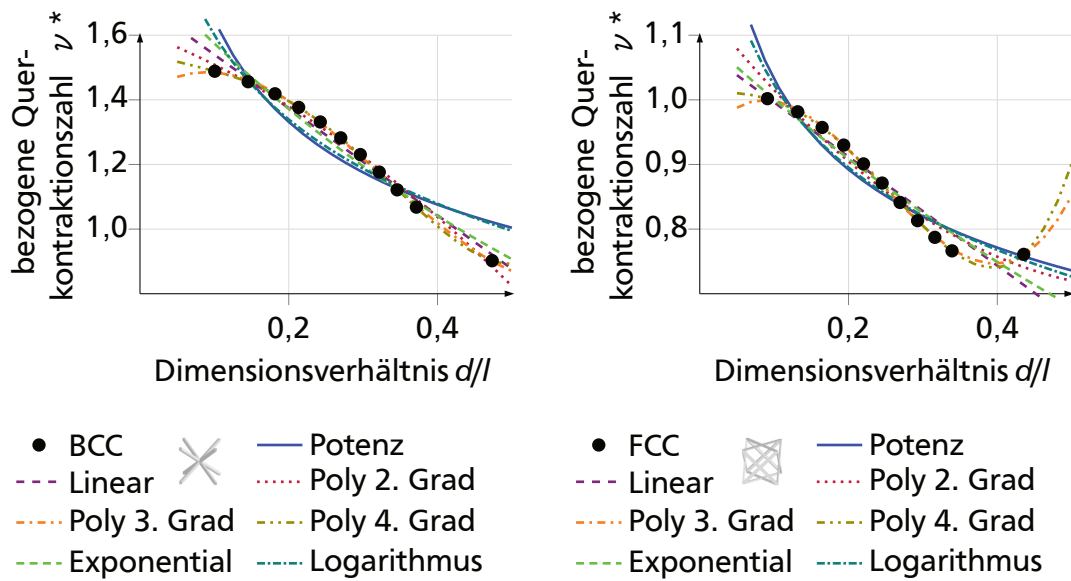
Die Näherung über ein Polynom dritter Ordnung ist auch für die ausgewählten Flächen-



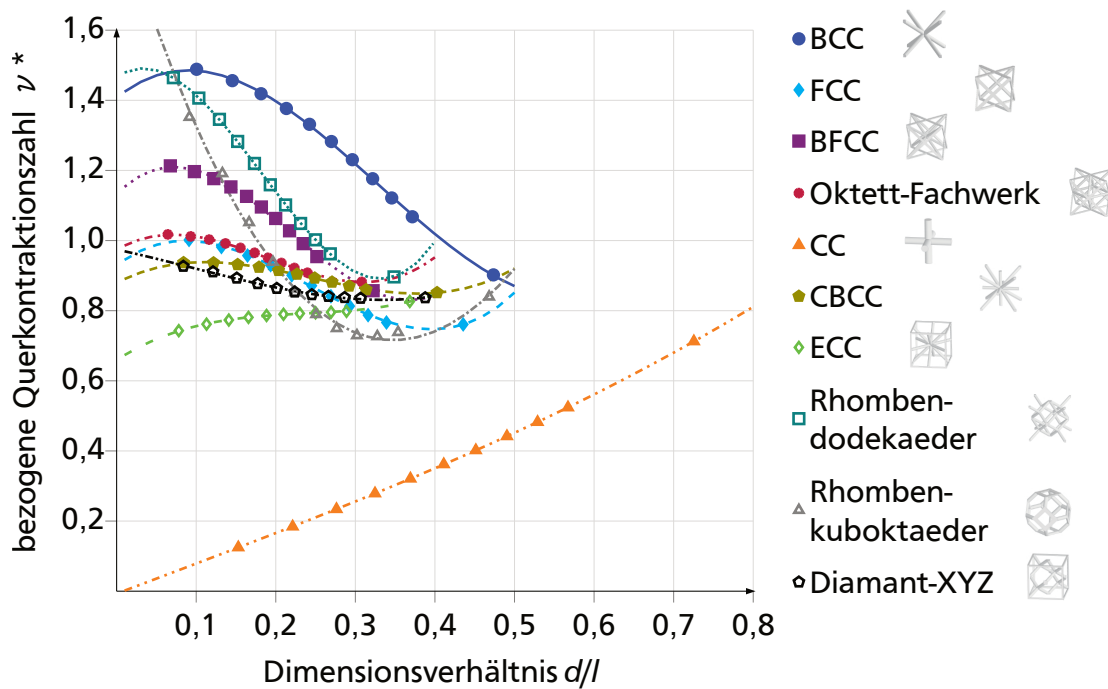
**Abbildung 5.26:** Näherung der bezogenen Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  durch Potenzfunktionen für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten



**Abbildung 5.27:** Näherung der bezogenen Schubsteifigkeit  $G^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  durch Potenzfunktionen für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien



**Abbildung 5.28:** Vergleich unterschiedlicher Näherungsfunktionen für die bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d//$  für die FCC- und BCC-Elementarzelle



**Abbildung 5.29:** Näherung der bezogenen Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d//$  durch Polynomfunktionen dritten Grades für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten

Meso-Strukturen anwendbar. Abbildung 5.30 zeigt die hohe Übereinstimmung mit den simulierten Werten bei unterschiedlichen Verläufen der Querkontraktionszahlen.

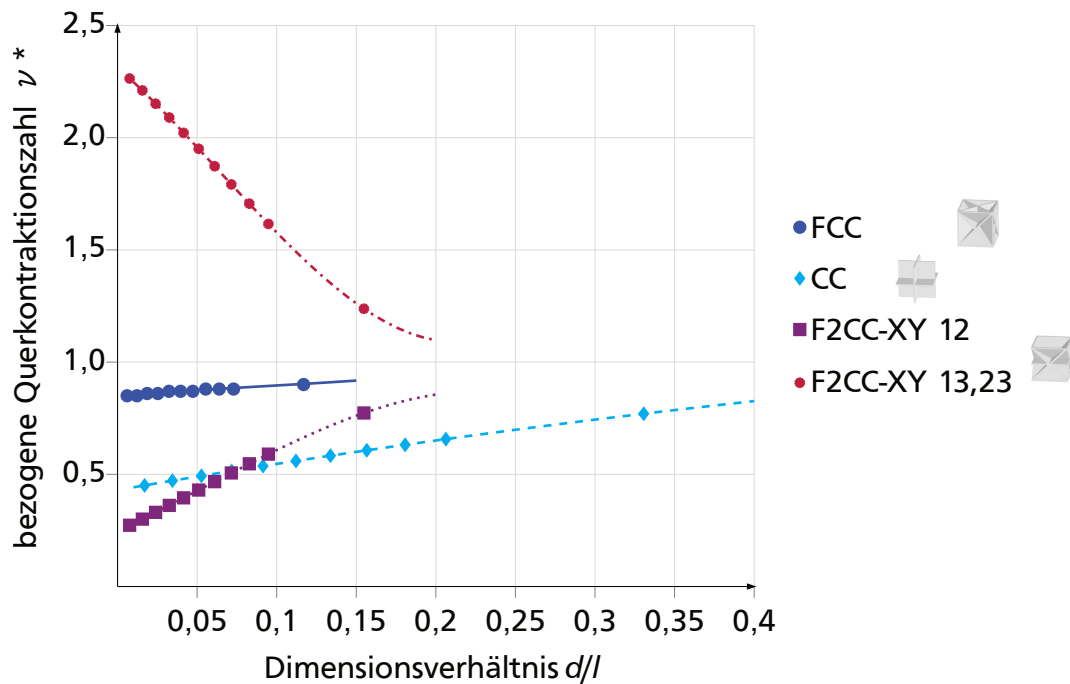
**Tabelle 5.4:** Bestimmtheitsmaße der Näherungsfunktionen für die bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  der BCC- und FCC-Elementarzelle abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$ , das durch  $x$  repräsentiert wird

Näherungsfunktion	FCC	Bestimmtheitsmaß FCC	BCC	Bestimmtheitsmaß BCC
Potenzfunktion	$y = 0,6363 \cdot x^{-0,21}$	$R^2 = 0,9137$	$y = 0,8112 \cdot x^{-0,308}$	$R^2 = 0,8301$
Linearfunktion	$y = -0,842 \cdot x + 1,0803$	$R^2 = 0,9344$	$y = -1,6575 \cdot x + 1,7056$	$R^2 = 0,9817$
Polynomfunktion 2. Grades	$y = 1,2179 \cdot x^2 - 1,4684 \cdot x + 1,1497$	$R^2 = 0,9589$	$y = -1,413 \cdot x^2 - 0,8648 \cdot x + 1,6096$	$R^2 = 0,9921$
Polynomfunktion 3. Grades	$y = 17,086 \cdot x^3 - 12,377 \cdot x^2 + 1,7631 \cdot x + 0,9285$	$R^2 = 0,9993$	$y = 11,964 \cdot x^3 - 11,795 \cdot x^2 + 1,8319 \cdot x + 1,4074$	$R^2 = 0,9995$
Polynomfunktion 4. Grades	$y = 31,083 \cdot x^4 - 15,042 \cdot x^3 - 0,8746 \cdot x^2 + 0,0958 \cdot x + 1,0094$	$R^2 = 1$	$y = 39,289 \cdot x^4 - 32,387 \cdot x^3 + 5,5723 \cdot x^2 - 0,9254 \cdot x + 1,5542$	$R^2 = 1$
Exponentialfunktion	$y = 1,1025 \cdot e^{-0,966x}$	$R^2 = 0,9368$	$y = 1,8072 \cdot e^{-1,379x}$	$R^2 = 0,9641$
Logarithmusfunktion	$y = -0,184 \cdot \ln(x) + 0,5991$	$R^2 = 0,926$	$y = -0,376 \cdot \ln(x) + 0,7341$	$R^2 = 0,8743$

### Gestaltungshinweise für additiv gefertigte Meso-Strukturen

Aus den Erkenntnissen in den Abschnitten 5.2.2 und 5.2.3 ergeben sich einige Auswahl- und Gestaltungshinweise für Meso-Strukturen. Das Hauptpotential der additiv gefertigten Meso-Strukturen ist die Möglichkeit zum Leichtbau. Daher ist eine Auswahl der Meso-Struktur-Topologien für eine erforderliche Steifigkeit durch einen Vergleich der Meso-Struktur-Topologien mit der gleichen relativen Dichte zweckmäßig und kann für die hier untersuchten Elementarzellen-Topologien anhand der Steifigkeitskurven in den Abbildungen 5.9, 5.12, 5.14 und 5.17 für Zug/Druck- und Schubbeanspruchungen sowie überlagerte Beanspruchungen durchgeführt werden.

Darüber hinaus können Anpassungen der Topologie durch den Einfluss der Elemente



**Abbildung 5.30:** Näherung der bezogenen Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  durch Potenzfunktionen für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

innerhalb der Elementarzellen-Topologie zu einer Steigerung der Steifigkeit führen. Allgemein gilt, dass eine Verbesserung der Steifigkeit erreicht wird, indem

- Streben oder Platten in Hauptspannungsrichtung hinzugefügt werden
- Flächen- anstelle von Streben-Meso-Strukturen verwendet werden
- eine Aufdickung der Knoten- bzw. Schnittlinienbereiche angewandt wird, um lokal zu Versteifen und die frei deformierbare Länge zu reduzieren.

Die konkreten Hinweise zur Auswahl bzw. Anpassung von Meso-Struktur-Topologien für unterschiedliche Lastszenarien, die sich aus der Betrachtung der Steifigkeitseigenschaften der homogenen Meso-Strukturen in Abschnitt 5.2.2 ergeben, sind in Abbildung 5.31 tabellarisch zusammengefasst.

Die Querkontraktion kann ebenfalls durch die Wahl der Elementarzellen-Topologie beeinflusst werden, wobei die Variation insbesondere im Bereich geringer relativer Dichten möglich ist. Die hier betrachteten Elementarzellen-Topologien können anhand der Abbildungen 5.18 und 5.20 verglichen werden.

### 5.2.3 Steifigkeit gradierter Meso-Strukturen

Für eine beanspruchungsgerechte Dimensionierung sind je nach Lastfall lokal unterschiedliche Steifigkeiten erforderlich. Um die variable Steifigkeit durch Meso-Strukturen abzubilden, werden diese mit lokal variablen Merkmalen gestaltet. Damit zwischen den

<sup>37</sup>geändert von Sauerzapf 2022, S. 59.

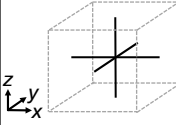
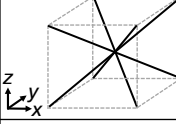
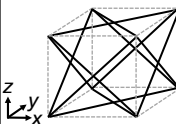
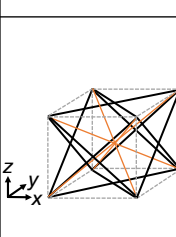
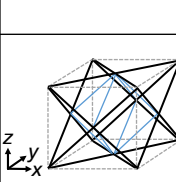
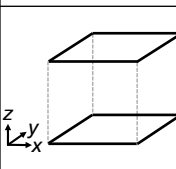
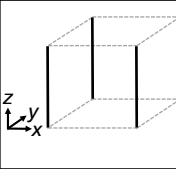
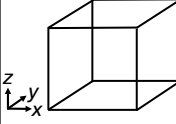
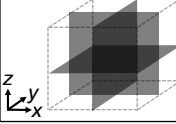
Visualisierung	Topologisches Merkmal	Vorteile	Nachteile
	Kreuz-kubisch	Höchster äquivalenter Elastizitätsmodul	Niedrigster äquivalenter Schubmodul
	Kubisch-Raumzentriert	Höchster äquivalenter Schubmodul	Niedrigster äquivalenter Elastizitätsmodul
	Kubisch-Flächenzentriert	Relativ hoher äquivalenter Elastizitätsmodul (niedriger als kreuz-kubisch, höher als kubisch-raumzentriert)	Relativ niedriger äquivalenter Schubmodul (niedriger als kubisch-raumzentriert, höher als kreuz-kubisch)
	Kombination aus kubisch-raumzentriert und -flächenzentriert	Durchschnittlicher äquivalenter Elastizitäts- und Schubmodul (zwischen BCC und FCC); geringfügig höherer äquivalenter Schubmodul als Oktett-Fachwerk-Topologie	Geringfügig niedrigerer äquivalenter Elastizitätsmodul als Oktett-Fachwerk-Topologie
	Oktett-Fachwerk-Topologie	Durchschnittlicher äquivalenter Elastizitäts- und Schubmodul; geringfügig höherer Elastizitätsmodul als BFCC	Geringfügig niedrigerer äquivalenter Schubmodul als BFCC
	Hinzufügen von XY-Streben/-Platten	Induziert Richtungsabhängigkeit; Erhöhung des äquivalenten Elastizitätsmoduls in X- und Y-Richtung	Geringfügige Reduktion des äquivalenten Elastizitätsmoduls in Z-Richtung; geringfügige Reduktion des äquivalenten Schubmoduls
	Hinzufügen von Z-Streben/-Platten	Induziert Richtungsabhängigkeit; Erhöhung des äquivalenten Elastizitätsmoduls in Z-Richtung	Geringfügige Reduktion des äquivalenten Elastizitätsmoduls in X- u. Y-Richtung; geringfügige Reduktion des äquivalenten Schubmoduls
	Hinzufügen von XYZ-Streben/-Platten	Erhöhung des äquivalenten Elastizitätsmoduls in X-, Y- und Z-Richtung	Reduktion des äquivalenten Schubmoduls
	Flächenstrukturen	Höherer äquivalenter Elastizitäts- und Schubmodul als Streben-Meso-Strukturen	Für die Entfernung von Pulver oder Harz aus den Hohlräumen ist eine Öffnung vorzusehen

Abbildung 5.31: Zusammenfassung der Gestaltungshinweise für homogene Meso-Strukturen<sup>37</sup>

lokal variierenden Steifigkeiten ein Übergang ohne Steifigkeitssprung geschaffen werden kann, werden Gradienten verwendet (Abschnitt 2.5.2). Die Gradierung der Strukturdicke innerhalb der Elementarzellen bietet die Möglichkeit den Übergang zu schaffen, ohne eine Änderung der Einhüllengeometrie oder der Topologie vorzunehmen, sodass nur ein Merkmal angepasst werden muss. Außerdem hat die Strukturdicke einen signifikanten Einfluss auf die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen, wodurch eine Steifigkeitsvariation in einem großen Bereich möglich ist. Daher wird die Gradierung der Strebendicke als besonders geeignet erachtet und hier als Variante zum Schaffen der Übergänge betrachtet.

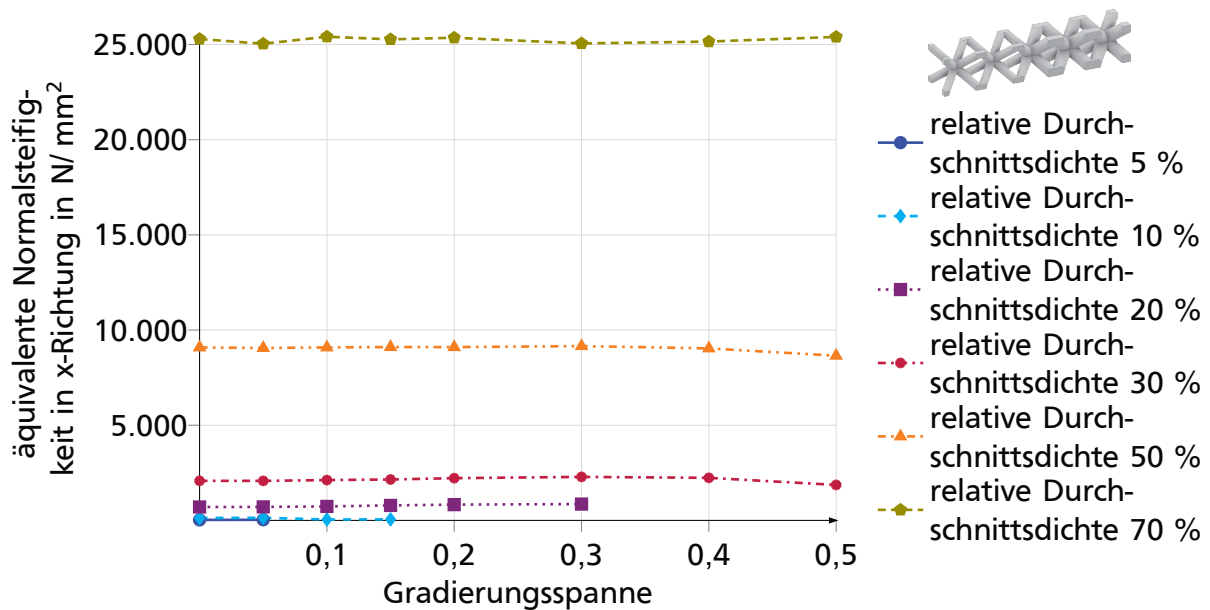
Die Gradierung beeinflusst die Steifigkeitseigenschaften der Elementarzellen und ruft zudem eine Richtungsabhängigkeit der Eigenschaften hervor. Für die beanspruchungsgerechte Dimensionierung ist es entscheidend, dass auch die Bereiche gradierter Meso-Strukturen die lokalen Steifigkeitsanforderungen innerhalb des Bauteils erfüllen. Daher werden im Folgenden die Eigenschaften gradierter Meso-Struktur-Elementarzellen unter Druck und Schub betrachtet. Die Eigenschaften werden für unidirektional gradierte Elementarzellen mit BCC- und FCC-Topologie mit den in Abschnitt 4.5 vorgestellten FEM-Modellierungsvarianten für die richtungsabhängigen Lastfälle unter Druck und Schub ermittelt. Im Folgenden werden die Ergebnisse für die BCC-Topologie gezeigt, die Ergebnisse für die FCC-Topologie sind im Anhang A.5 in den Abbildungen A.7 bis A.12 gezeigt.

### **Normalsteifigkeit**

Die gradierten Meso-Struktur-Elementarzellen werden abhängig von der durchschnittlichen relativen Dichte der gradierten Elementarzelle und von der Gradierungsspanne, also der Differenz der relativen Dichte an der dickeren und der dünneren Seite der Elementarzelle, gemäß dem virtuellen Versuchsplan in Abbildung 4.20, mit FEM-Simulationen untersucht. Die Ergebnisse der äquivalenten Normalsteifigkeit in x-Richtung sind in Abbildung 5.32 gezeigt. Darin ist ersichtlich, dass die Normalsteifigkeit der gradierten Elementarzellen unabhängig von der Gradierungsspanne mit Anstieg der relativen Dichte ebenso exponentiell zunimmt, wie bei den homogenen Elementarzellen. Die Steifigkeit der homogenen Elementarzellen der relativen Durchschnittsdichten sind mit einer Gradierungsspanne von Null im Diagramm gezeigt. Im Grafen wird erkennbar, dass sich die Steifigkeitswerte der gradierten Elementarzellen im Bereich der Steifigkeit der homogenen Referenzsteifigkeiten bewegen.

Die Auswirkung der Gradierungsspanne auf die Normalsteifigkeit in x-Richtung wird in Abbildung 5.33 verdeutlicht, in der die Werte der Normalsteifigkeit der gradierten Elementarzellen normiert auf die Steifigkeit der homogenen relativen Durchschnittsdichte dargestellt werden. Für geringe relative Durchschnittsdichten bis zu 30 % tritt eine Überhöhung der Normalsteifigkeit der gradierten Elementarzellen in x-Richtung gegenüber der Normalsteifigkeit der homogenen Referenz auf. Erst bei hohen Gradierungsspannen kommt es zu einer Reduktion der Normalsteifigkeit in x-Richtung durch die Gradierung, wie die Normalsteifigkeitskurve der Gradierung um 30 % relativer Dichte zeigt.



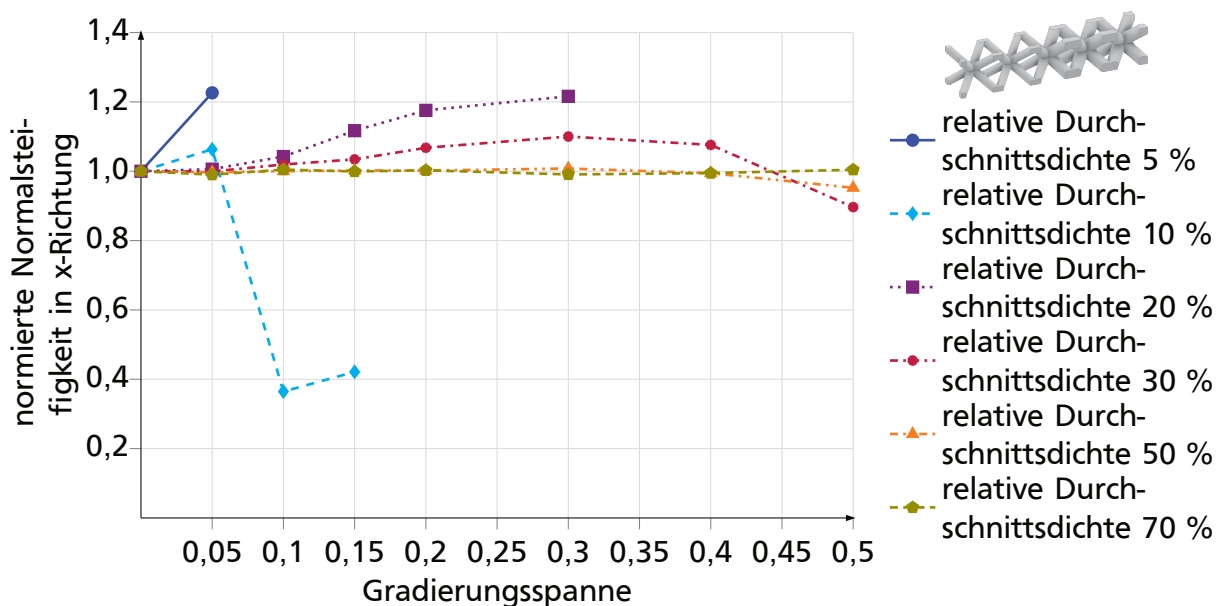


**Abbildung 5.32:** Normalsteifigkeit gradiertter Elementarzellen in x-Richtung abhängig von der durchschnittlichen relativen Dichte der Elementarzellen und der Gradierungsspanne am Beispiel der BCC-Elementarzelle

Die Überhöhung ist durch den versteifenden Einfluss der angeschlossenen Elementarzellen mit dem größeren Strebendurchmesser sowie dem Anteil der gradierten Streben, deren Durchmesser oberhalb des Durchmessers der Durchschnittsdichte liegt, erklärbar. Innerhalb der Reihenschaltung der Steifigkeiten, die bei Druck in x-Richtung vorliegt, überwiegt die Reduktion der Dehnung durch die dicken Strebenbereiche gegenüber der erhöhten Deformation der dünnen Strebenbereiche innerhalb der gradierten Elementarzellen. Dies ist auf den Effekt zurückzuführen, der auch beim Vergleich homogener Elementarzellen unterschiedlicher relativer Dichten zum Tragen kommt, dass bei den hohen Dichten die Biegesteifigkeit der Streben relevant wird und eine Durchmessersteigerung die Steifigkeit mit einer Potenz von an die vier erhöht. Erst bei sehr großen Gradierungsspannen überwiegt der Einfluss der dünnen Strebenbereiche, da die Steifigkeit der sehr dünnen Streben, wie schon bei der Charakterisierung der homogenen Elementarzellen erkennbar, sehr gering ist.

Eine Ausnahme bildet der Steifigkeitsverlauf um 10 % relative Dichte. Nach einer initialen Überhöhung bei einer Gradierungsspanne von 5 % Unterschied in der relativen Dichte tritt eine erhebliche Reduktion auf etwa 40 % der homogenen Normalsteifigkeit auf. Dies ist ein Indikator dafür, dass sich der Einfluss einer Gradierung für sehr geringe relative Durchschnittsdichten deutlich stärker auswirkt, was darauf zurückzuführen sein kann, dass die Abweichung der Strebendicke an den gradierten Enden zur relativen Durchschnittsdichte prozentual größer ist als für höhere relative Dichten. Auch der Effekt der Überhöhung durch eine Steigerung der Biegesteifigkeit infolge eines hohen Strebendurchmessers kommt hier nicht signifikant zum tragen, da die Streben insgesamt im Bereich geringer relativer Dichten liegen. Bei 5 % relativer Durchschnittsdichte kann dieser Effekt nicht beobachtet werden, da aufgrund der gewählten Ausprägungen der

Gradierungsspanne nur die fünfprozentige Gradierung untersucht wird.

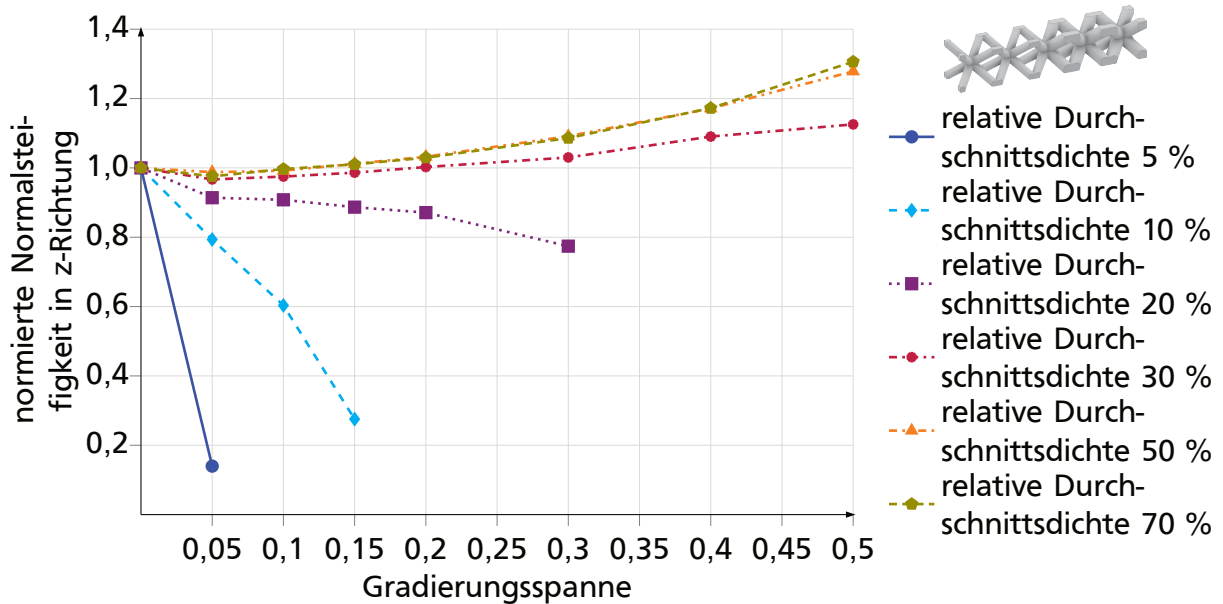


**Abbildung 5.33:** Normalsteifigkeit gradiertter Elementarzellen in x-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte, abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten der Elementarzellen am Beispiel der BCC-Elementarzelle

Bei hohen relativen Durchschnittsdichten über 30 % schwankt die Normalsteifigkeit der gradierten Elementarzellen in x-Richtung um den Steifigkeitswert der homogenen Referenzdichte. Die Schwankungen liegen im Bereich numerischer Rundungsfehler und Abweichungen z. B. durch Unterschiede in der Vernetzung. Da die Elementarzellen bei höheren relativen Dichten insgesamt eine höhere Steifigkeit aufweisen, wirken sich versteifende oder schwächende Effekte umliegender Elementarzellen nicht signifikant aus, weil sich die überdurchschnittlich und die unterdurchschnittlich dicken Strebenbereiche innerhalb der Elementarzelle in ihren Einflüssen auf die Steifigkeit aufheben. Der Einfluss der zunehmenden Biegesteifigkeit in den Streben der Elementarzellen ist auch hier von geringer Bedeutung, da alle Strebenbereiche eine hohe relative Dichte aufweisen, bei der eine Biegesteifigkeit vorhanden ist. Dadurch entspricht die Normalsteifigkeit der gradierten Elementarzellen näherungsweise der der homogenen Referenz.

Die Normalsteifigkeit in z-Richtung, also quer zur Gradierungsrichtung, steigt ebenfalls mit der relativen Durchschnittsdichte exponentiell an und erreicht Werte um die Referenzsteifigkeiten der homogenen Elementarzellen. Die Steifigkeitsänderung mit steigender Gradierungsspanne ist bezogen auf die homogenen Steifigkeitswerte der jeweils relativen Durchschnittsdichte in Abbildung 5.34 dargestellt.

Mit ansteigender Gradierungsspanne kommt es bei den geringen relativen Durchschnittsdichten bis 20 % zu einer Reduktion der Normalsteifigkeit in z-Richtung, während die Werte für hohe relative Durchschnittsdichten über 30 % die homogenen Referenzsteifigkeiten übersteigen. Bei der Normalsteifigkeit in z-Richtung liegt eine Parallelschaltung



**Abbildung 5.34:** Normalsteifigkeit gradiertter Elementarzellen in z-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle

der Steifigkeiten vor, die Steifigkeiten der unterschiedlich dicken Strebenbereiche werden also summiert. Bei geringen relativen Durchschnittsdichten, reduziert sich die Steifigkeit der dünner werdenden Strebenbereiche stärker als die der dicker werdenden Bereiche ansteigt, sodass in Summe die Steifigkeit sinkt. Bei den hohen relativen Dichten macht sich auch hier der Effekt der Strebenbiegesteifigkeit bemerkbar, sodass die dickeren Strebenbereiche innerhalb der Elementarzelle eine stärkere Überhöhung gegenüber der homogenen Normalsteifigkeit erreichen, als die dünnen Bereiche in ihrer Steifigkeit reduziert sind. In Summe ergibt sich somit eine höhere Normalsteifigkeit in z-Richtung.

Die Normalsteifigkeit der gradierten Elementarzellen zeigt eine deutliche Abhängigkeit von der Lastrichtung und, während der grundsätzliche Anstieg der Normalsteifigkeit mit zunehmender relativer Durchschnittsdichte dem der homogenen Normalsteifigkeit entspricht, bestehen deutliche Unterschiede in der Auswirkung der Änderung der Gradierungsspanne unter unterschiedlicher Last. So entsteht für den Lastfall von Druck senkrecht zur Gradierungsrichtung eine deutliche Reduktion der Steifigkeit von bis zu 80 % bei geringen relativen Dichten und hohen Gradierungsspannen, während es bei Druck quer zur Gradierungsrichtung für geringe Gradierungsspannen sogar zu einer Steigerung der Steifigkeit kommt. Diese Tendenz konnte auch im Stand der Forschung bei der Untersuchung von gradierten Meso-Struktur-Verbänden festgestellt werden, wie in Abschnitt 2.5.2 beschrieben wird.

### Schubsteifigkeit

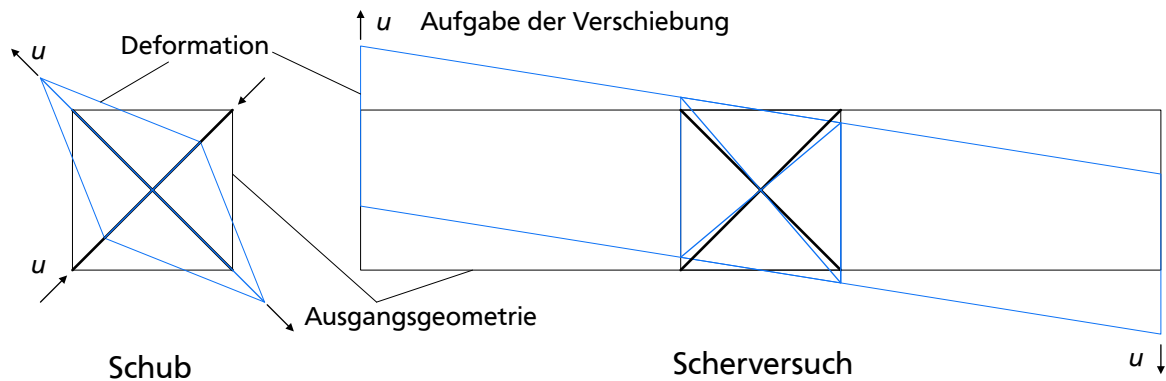
Die Steifigkeit auf Schub wird durch Simulationen eines Scherversuchs der gradierten Elementarzellen untersucht. Die drei unterschiedlichen Fälle ergeben einen signifikanten Unterschied in den Steifigkeitswerten. Dabei fällt auf, dass sich bei der Simulation homogener Elementarzellen, unter Verwendung der Modellierungsvarianten für die Scherung, eine Abweichung zu der Schubsteifigkeit aus dem Modell für homogene Elementarzellen ergibt. Die Werte werden in Tabelle 5.5 verglichen.

**Tabelle 5.5:** Vergleich der äquivalenten Schubsteifigkeiten  $G_{eq}$  mit den Schubsteifigkeiten homogener Elementarzellen der drei Modellierungsansätze für den Scherversuch

Relative Dichte	Schubsteifigkeit Modellierung homogener Elementarzellen	Schubsteifigkeit Modellierung über x in z-Richtung	Schubsteifigkeit Modellierung über z in x-Richtung	Schubsteifigkeit Modellierung über z in y-Richtung
5 %	452 N/mm <sup>2</sup>	382 N/mm <sup>2</sup>	453 N/mm <sup>2</sup>	439 N/mm <sup>2</sup>
10 %	969 N/mm <sup>2</sup>	785 N/mm <sup>2</sup>	974 N/mm <sup>2</sup>	931 N/mm <sup>2</sup>
20 %	2174 N/mm <sup>2</sup>	1628 N/mm <sup>2</sup>	2324 N/mm <sup>2</sup>	2138 N/mm <sup>2</sup>
30 %	3615 N/mm <sup>2</sup>	2531 N/mm <sup>2</sup>	3850 N/mm <sup>2</sup>	3474 N/mm <sup>2</sup>
50 %	7332 N/mm <sup>2</sup>	4561 N/mm <sup>2</sup>	7753 N/mm <sup>2</sup>	6755 N/mm <sup>2</sup>
70 %	12646 N/mm <sup>2</sup>	7012 N/mm <sup>2</sup>	13268 N/mm <sup>2</sup>	11104 N/mm <sup>2</sup>

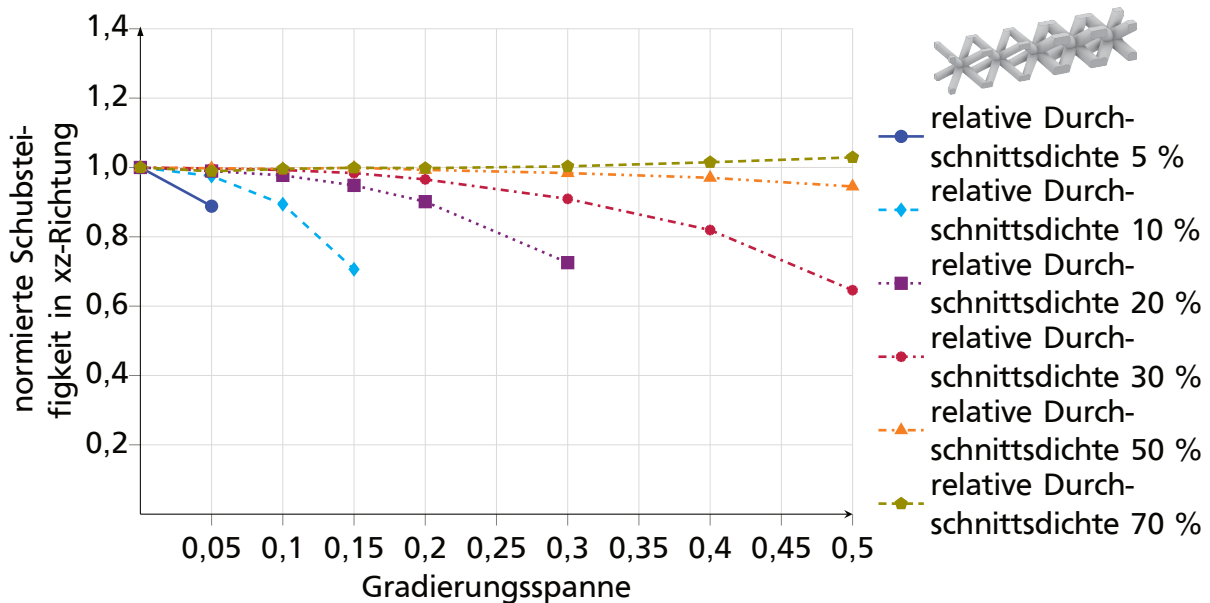
Die vermutete Ursache für diese Unterschiede ist, dass die Modelle für die drei Scherversuche nicht die Belastung von reinem Schub auf die gradierte Elementarzelle aufbringen, wie anhand der unterschiedlichen Deformation in Abbildung 5.35 skizziert ist. Da die Meso-Struktur-Elementarzellen i. d. R. orthotrop sind, führt dieser Unterschied in der Beanspruchung zu einer Abweichung der Steifigkeit. Daher werden die Schubsteifigkeitswerte der gradierten Elementarzellen auf die Schubsteifigkeit der homogenen Elementarzellen, die nach der jeweils gleichen Modellierung ermittelt worden sind, normiert, um die Einflüsse der Gradierungsmerkmale auf die Schubsteifigkeit im Scherversuch zu identifizieren. Dadurch erhält man keine Auskunft über die Absolutwerte der Schubsteifigkeit, wie sie unter reinem Schub vorliegt, aber eine Indikation für den Einfluss der Gradientenmerkmale auf die Schubsteifigkeit in Relation zur Schubsteifigkeit homogener Meso-Struktur-Elementarzellen.

Abbildung 5.36 zeigt die normierte Schubsteifigkeit über x in z-Richtung. Auch hier liegen die Steifigkeitswerte der gradierten Elementarzellen im Bereich des Ergebnisses für homogene Elementarzellen derselben Modellierung. Mit zunehmender Gradierungsspanne sinkt die Schubsteifigkeit der gradierten Elementarzelle für geringe relative



**Abbildung 5.35:** Deformation der betrachteten Elementarzelle im Modell für die Ermittlung der Schubsteifigkeit für homogene Elementarzellen und Scherung der gradierten Elementarzellen über  $x$  in  $z$ -Richtung

Dichten bis 30 % aber signifikant um bis zu 40 % ab. Da die diagonalen Streben der BCC-Elementarzelle in diesem Lastszenario anders als unter Schub unter einem Winkel zur Elementarzellendiagonalen belastet werden, tritt ein Anteil an Biegebeanspruchung in den Streben der Elementarzelle auf. Gegenüber Biegung sind dünne Streben sehr nachgiebig, sodass die dünnen Bereiche der Streben eine deutliche Reduktion der Steifigkeit hervorrufen, da sie mit den höheren Steifigkeiten der dicken Strebenbereiche in Reihe geschaltet sind.

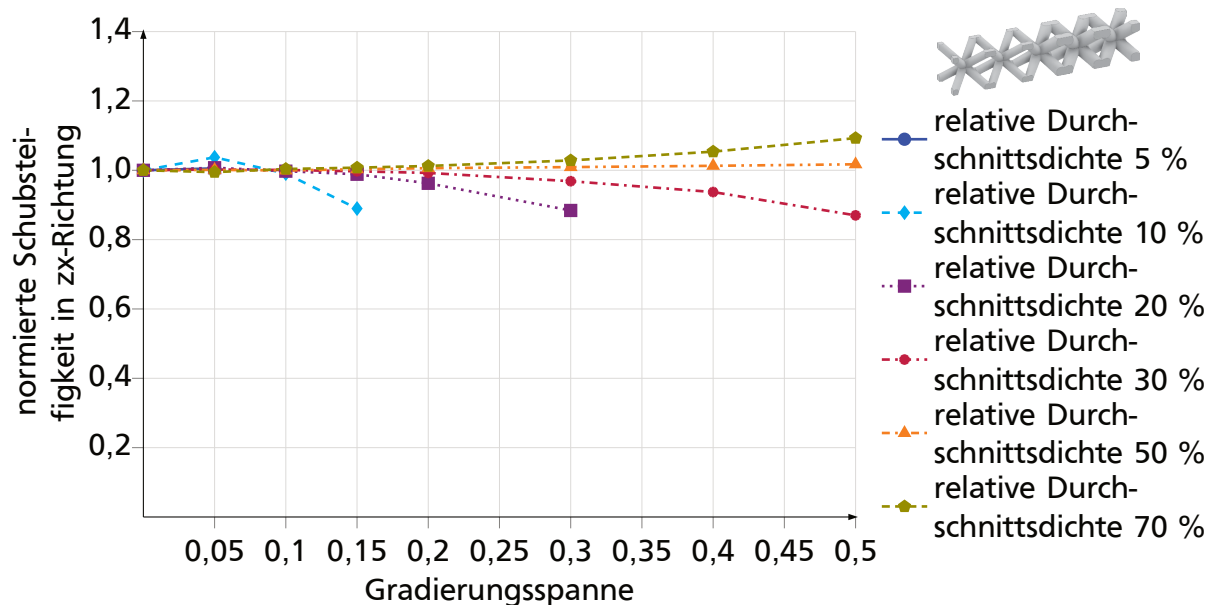


**Abbildung 5.36:** Schubsteifigkeit gradiertter Elementarzellen über  $x$  in  $z$ -Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle

Die Steifigkeitskurven von 50 % und 70 % relativer Durchschnittdichte weichen nur geringfügig vom Steifigkeitswert der homogenen Referenz ab, da in den Gradierungsspannen

keine geringen Strebendurchmesser unterhalb des Durchmessers bei  $\rho^* = 45\%$  erreicht werden und der Effekt der hohen Nachgiebigkeit sich in diesem Durchmesserbereich nicht bemerkbar macht.

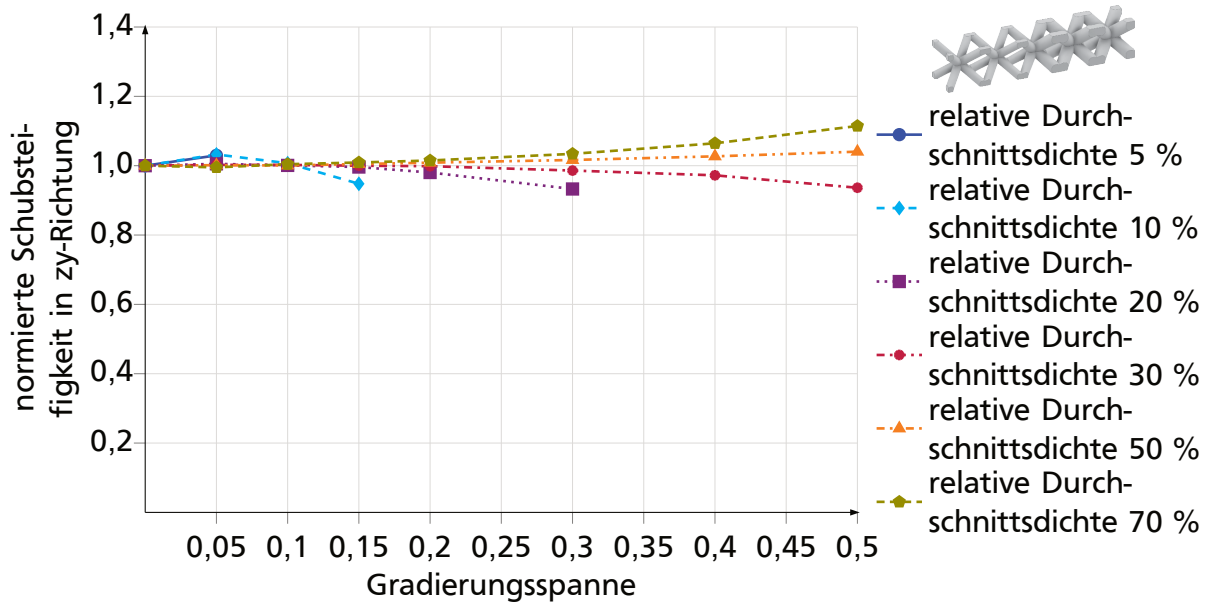
Die Verläufe der Schubsteifigkeiten über  $z$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung bezogen auf den jeweils nach dem gleichen Modell ermittelten Wert für die homogenen Elementarzellen in den Abbildungen 5.37 und 5.38 zeigen ähnliche Verläufe.



**Abbildung 5.37:** Schubsteifigkeit gradierter Elementarzellen über  $z$  in  $x$ -Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle

Für kleine Gradierungsspannen ergibt sich eine leichte Überhöhung, die auch in numerischen Fehlern begründet liegen kann. Für die geringen relativen Durchschnittsdichten bis 30 % fällt die Schubsteifigkeit danach ab, wobei bei dem Lastfall über  $z$  in  $x$ -Richtung eine stärkere Reduktion zu verzeichnen ist als in  $y$ -Richtung. Für die höheren relativen Durchschnittsdichten übersteigt die Schubsteifigkeit für hohe Gradierungsspannen den Referenzwert der homogenen Elementarzellen.

Die Reduktion ist auch hier auf die hohe Nachgiebigkeit gegenüber der Beanspruchung der dünnen Strebenanteile zurückzuführen, der entlang der Gradierung eine größere Auswirkung hat als quer dazu. Bei den hohen relativen Durchschnittsdichten werden innerhalb der Gradierungsspannen die geringen Durchmesserwerte nicht erreicht, sodass die geringere Steifigkeit der unterdurchschnittlich dicken Strebenbereiche durch die Steifigkeitsüberhöhung der überdurchschnittlich dicken Strebenbereiche kompensiert wird.



**Abbildung 5.38:** Schubsteifigkeit gradierter Elementarzellen über  $z$  in  $y$ -Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle

### 5.3 Modellierung additiv gefertigter Meso-Strukturen für die Bauteilsynthese

Ausgehend von den Erkenntnissen über die Auswirkung der gestalterischen Merkmale Strukturdicke und Kantenlänge der Einhüllenden auf die Steifigkeitseigenschaften homogener Meso-Strukturen sowie der Merkmale der relativen Durchschnittsdichte und der Gradierungsspanne auf die Steifigkeitseigenschaften gradierter Meso-Strukturen wird ein Modell für die Vordimensionierung abgeleitet. Mithilfe des Dimensionierungsmodells wird die Dimensionierung einer Gestaltidee im Rahmen der Konzeptphase der Produktentwicklung ermöglicht, um die Durchführbarkeit des Konzepts hinsichtlich der Steifigkeitsanforderungen zu überprüfen und für den Vergleich mit anderen Konzepten z. B. hinsichtlich der Masse unterschiedlicher Bauteilkonzepte bei Erfüllung der Steifigkeitsanforderungen zu vergleichen.

Das Modell dient als Syntheseansatz, d. h. ausgehend von den Steifigkeitsanforderungen an ein Bauteil, werden die gestalterischen Merkmale der Meso-Strukturen dimensioniert. Dabei werden unter Verwendung der mathematischen Approximationsfunktion, wie in Abschnitt 5.2.2, die Merkmale im Dimensionsverhältnis  $d/l$  direkt bestimmt und auf zeitaufwändige Optimierungen oder Iterationen durch simulative Auslegung verzichtet. Diese können für die Feindimensionierung verwendet werden, wenn ein Konzept mit Meso-Strukturen nach der ersten Abschätzung der Eigenschaften während der Vordimensionierung als relevante Variante für den Anwendungsfall eingeschätzt wird. Neben der Reduktion des Aufwandes für eine erste Dimensionierung bietet der mathematische Zusammenhang den Vorteil, dass der Einfluss, den die Änderung der gestalterischen

Merkmale auf die Steifigkeitseigenschaften nimmt, direkt ersichtlich ist und die Merkmale gezielt angepasst werden können.

### 5.3.1 Auslegungsmodell

Das Auslegungsmodell basiert auf dem Ansatz, die Eigenschaft der Elementarzellen innerhalb eines Meso-Struktur-Verbunds als Funktion der gestalterischen Merkmale zu beschreiben, wobei in Abschnitt 5.2.2 die Potenzfunktion als geeignete Funktion für die Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den ausgewählten gestalterischen Merkmalen  $d$  und  $l$  und den Steifigkeitseigenschaften, den äquivalenten Elastizitäts- und Schubmodul, identifiziert worden ist. Um den Einfluss des Werkstoffs in der funktionalen Darstellung zu berücksichtigen, wird der äquivalente Modul, wie bei der Beschreibung in Abschnitt 5.2.2, auf den jeweiligen Modul des Werkstoffs bezogen, wodurch die bezogenen äquivalenten Steifigkeiten  $E^*$  und  $G^*$  gleichzeitig entdimensioniert werden. Allgemein ist der Zusammenhang in Gleichung 5.4 abgebildet.

$$E^* \text{ bzw. } G^* = a \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^b \quad (5.4)$$

Die Koeffizienten  $a$  und  $b$  sind von der Topologie der Elementarzelle und der Beanspruchung abhängig und für die untersuchten Streben-Meso-Strukturen unter Zug/Druck bzw. Schub in den Tabellen A.3 und A.4 im Anhang A.6 aufgelistet. Für die Flächen-Meso-Strukturen sind sie in Tabelle 5.2 in Abschnitt 5.2.2 sowie in Tabelle A.1 im Anhang A.6 zusammengefasst. Für die Meso-Struktur-Topologien, die in den drei zueinander senkrechten Richtungen, in welchen sie symmetrisch sind, gleich aufgebaut sind, ergibt sich in allen drei Richtungen dieselbe Normal- bzw. Schubsteifigkeit. In diesem Fall wird nur eine Gleichung für  $E^*$  bzw.  $G^*$  ermittelt. Bei Topologien, deren Aufbau in den drei Richtungen nicht gleich ist, sind die Gleichungen richtungsabhängig angegeben.

Die Anwendbarkeit der Potenzfunktion als mathematisches Modell für die Beschreibung des Zusammenhangs zwischen dem Dimensionsverhältnis und den Steifigkeitseigenschaften ist an einer Reihe unterschiedlicher Streben- und ausgewählter Flächen-Meso-Strukturen untersucht worden. Aufgrund der durchgängigen Anwendbarkeit, wird von einer Übertragbarkeit auf weitere Topologien ausgegangen. Die Ermittlung der Gleichung für andere Topologien, als den aufgelisteten, wird in Abschnitt 5.3.3 beschrieben.

Für die Beschreibung des Einflusses des Dimensionsverhältnisses auf die Querkontraktionszahl ist, wie in Abschnitt 5.2.2 gezeigt, nur eine Polynomfunktion, wie in Gleichung 5.5, als Approximation geeignet. Dadurch ist die eindeutige Umkehrbarkeit des mathematischen Zusammenhangs nicht gewährleistet und somit kann über das mathematische Modell nicht von einer vorgegebenen Querkontraktionszahl auf die Dimensionen rückgeschlossen werden, die nötig sind, um die Querkontraktionszahl zu erreichen. Jedoch besteht die Möglichkeit, die Querkontraktionszahl dimensionierter Meso-Strukturen zu bestimmen und dadurch abzusichern, dass die Querkontraktion in einem akzeptablen



Bereich liegt. Die Koeffizienten der Polynom-Approximationen für die hier untersuchten Meso-Strukturen sind in den Tabellen A.5 und A.2 im Anhang A.6 aufgeführt. Auch für dieses mathematische Modell wird von einer Übertragbarkeit auf weitere Meso-Struktur-Topologien ausgegangen.

$$\nu^* = A \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^3 + B \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^2 + C \cdot \left(\frac{d}{l}\right) + D \quad (5.5)$$

Die beanspruchungsgerechte Gestaltung der Meso-Strukturen erfordert, abhängig vom Lastfall, lokal unterschiedliche Steifigkeiten innerhalb eines Bauteils und daraus resultierend lokal unterschiedliche Merkmale der Meso-Strukturen. Aufgrund der einfacheren Modellierung für eine Variation der Strukturdicke gegenüber einer Variation der Kantenlänge der Einhüllenden, für die zur Verknüpfung unterschiedlich großer Einhüllender nicht-würfelförmige Elementarzellen eingefügt werden müssten, wird hier von einer Anpassung der Steifigkeit über die Strukturdicke ausgegangen.

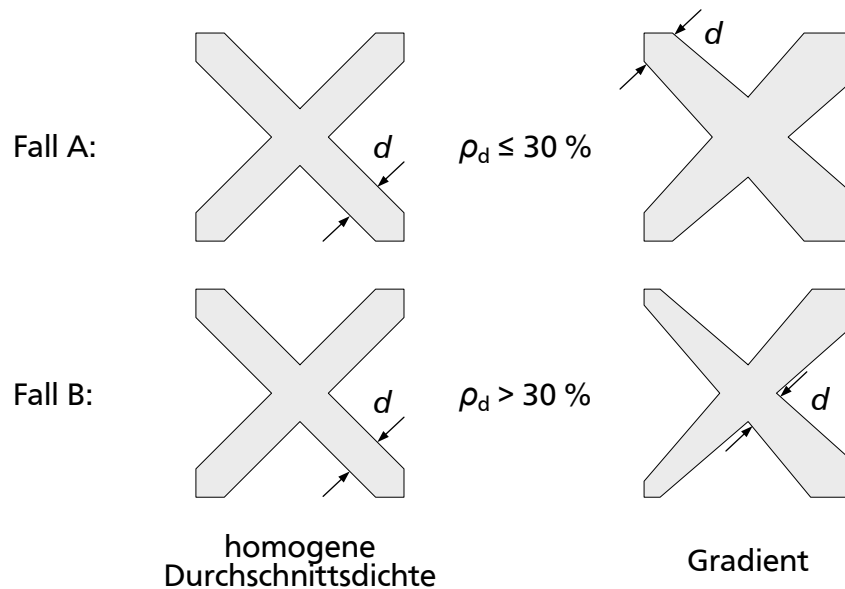
Für die steifigkeitssprungfreie Verknüpfung unterschiedlich dicker homogener Meso-Struktur-Bereiche ebenso wie für die Verbindung zu einer Außenhülle<sup>38</sup> oder soliden Bauteilbereichen ist die Gradierung der Strukturdicke innerhalb der Elementarzellen im Übergangsbereich zwischen unterschiedlichen Dicken vorgesehen, wobei die Strukturdicke für die gradierten Elementarzellen für Streben-Meso-Strukturen jeweils an den Knotenpunkten der Stäbe festgelegt wird und die Strukturdicken dazwischen linear gradiert werden. Übertragen auf Flächen-Meso-Strukturen erfolgt die Definition der Strukturdicke an den Schnittlinien der Flächen. Die Festlegung der Durchmesser ist im Rahmen der Modellierung in Abbildung 4.21 in Abschnitt 4.5.1 dargestellt.

In Abschnitt 5.2.3 ist gezeigt worden, dass die Gradierung der Elementarzellen abhängig vom Lastfall bei einer durchschnittlichen relativen Dichte unter 30 % zu einer Reduktion der Steifigkeit führt. Diese ist bei der Vordimensionierung zu berücksichtigen, da sie die Gestaltung der Gradierung beeinflusst. Auch die gradierten Meso-Struktur-Bereiche müssen den lokalen Steifigkeitsanforderungen genügen. Die erforderlichen Dimensionen für die gradierten Elementarzellen können ausgehend von der erforderlichen lokalen Strukturdicke für homogene Elementarzellen ermittelt werden. Gradienten, die vollständig oberhalb von 30 % liegen, können um die erforderliche homogene Durchschnittsdichte erstellt werden, wie in Abbildung 5.39 bei Fall B gezeigt. Bei Gradierungen, deren geringste Dicke die Dicke einer homogenen Elementarzelle mit  $\rho^* = 30\%$  unterschreitet, ist der Gradient oberhalb der ermittelten erforderlichen Durchschnittsdichte zu wählen, wie Abbildung 5.39 für Fall A schematisch zeigt, um sicherzustellen, dass die erforderliche Steifigkeit erreicht wird. Dieses Kriterium ist universell für die unterschiedlichen Lastfälle anwendbar und basiert daher auf den Erkenntnissen über den Gradierungseinfluss derjenigen Lastfälle, welche die größte Reduktion der Steifigkeit durch die Gradierung zu verzeichnen haben. Bei den Lastfällen, bei welchen kein starker Abfall der Steifigkeit identifiziert worden ist, ist diese Auslegung konservativ, d. h. ggf. werden diese

---

<sup>38</sup>vgl. Meyer et al. 2022b, S. 3 ff.

gradierten Elementarzellen überdimensioniert, jedoch nicht unterdimensioniert, um die Steifigkeitsanforderungen sicher zu erfüllen.



**Abbildung 5.39:** Kriterium zur Dimensionierung gradiertter Elementarzellen auf Basis der Dimensionierung lokaler homogener Elementarzellen

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Gradierungsspanne pro Elementarzelle gering zu halten, indem die Gradierung über eine größere Anzahl Elementarzellen verteilt wird. Dazu wird die Kantenlänge  $l$  entsprechend klein gewählt, sodass in dem Bereich, in welchem die Steifigkeit zwischen zwei homogenen Bereichen variiert, mehrere Elementarzellen vorliegen. Wie groß der Gradient sein darf, ist abhängig von der relativen Durchschnittsdichte sowie vom Lastfall. Für geringe relative Durchschnittsdichten unter 20 % ist diese Gestaltungsvariante nicht anwendbar, da bereits geringe Gradierungsspannen für einige Lastfälle eine starke Reduktion der Steifigkeit hervorrufen. Oberhalb von 30 % kann eine Gradierungsspanne, welche die Hälfte der Durchschnittsdichte beträgt, beaufschlagt werden, wobei die Steifigkeit näherungsweise der Steifigkeit der homogenen Elementarzelle mit der gleichen relativen Durchschnittsdichte entspricht.

Das Dimensionierungsmodell dient der Vordimensionierung für ein Konzept. Für die detaillierte Auslegung des entsprechenden Bauteils bzw. der Meso-Struktur können diese im Anschluss unter Verwendung simulativer Untersuchungen des vordimensionierten Konzepts optimiert werden. Des Weiteren ist im Anschluss die Auslegung und Überprüfung der Festigkeitsanforderungen erforderlich.

### 5.3.2 Einfluss des Werkstoffs

In Gleichung 5.4 in Abschnitt 5.3.1 wird der Werkstoff durch die Entdimensionierung der äquivalenten Moduln über den Werkstoffmodul berücksichtigt. Dadurch wird ein werkstoffunabhängiges Skalierungsgesetz für die Steifigkeiten abhängig von den geometrischen Merkmalen der Elementarzellen ermittelt. Der Einfluss des Werkstoffs auf das

mathematische Dimensionierungsmodell wird unter Verwendung der beiden weiteren Werkstoffe Titan und Edelstahl untersucht, deren zugrunde gelegte Werkstoffkennwerte in Tabelle 4.2 in Abschnitt 4.1 angegeben sind, und für die das linear-elastische Werkstoffgesetz sowie isotropes Werkstoffverhalten angenommen wird. Die Untersuchungen werden exemplarisch für die BCC- und die FCC-Topologie vorgenommen.

Der Vergleich der bezogenen Normalsteifigkeit der FCC- und BCC-Topologie in Abbildung 5.40 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der einzelnen Simulationsergebnisse für die unterschiedlichen Werkstoffe ebenso wie der ermittelten mathematischen Dimensionierungsgleichung aus der Approximation der Simulationsergebnisse der betrachteten Aluminiumlegierung. Eine ebenso gute Übereinstimmung ergibt sich für die bezogene Schubsteifigkeit, die im Anhang A.4 in Abbildung A.6 gezeigt ist. Die hohe Übereinstimmung belegt, dass der Bezug auf den jeweiligen Werkstoffkennwert für die Übertragung der Dimensionierungsgleichung auf einen anderen Werkstoff gleicher Werkstoffcharakteristik korrekte Ergebnisse liefert und die Übertragung auf andere Werkstoffe auf diesem Weg möglich ist. Als Durchschnitt der jeweiligen Approximationsfunktionen für die BCC- und FCC-Topologie werden die Dimensionierungsgleichungen für die entdimensionierte bezogene Normalsteifigkeit bzw. Schubsteifigkeit 5.6 und 5.7 für BCC sowie 5.8 und 5.9 für FCC abgeleitet, für welche die Abweichung der jeweils aus den Ergebnissen ermittelten Kurven unter 2 % liegt.

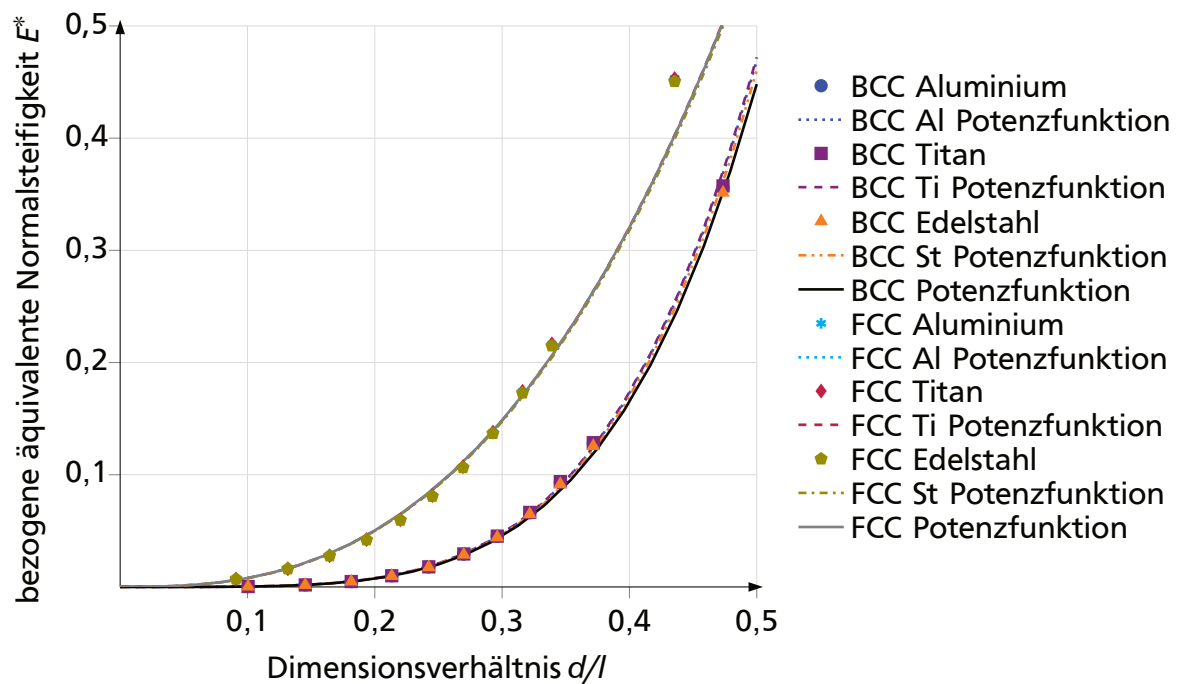
$$E^* = 10 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^{4,48} \quad (5.6)$$

$$G^* = 2,28 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^{2,15} \quad (5.7)$$

$$E^* = 3,7 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^{2,67} \quad (5.8)$$

$$G^* = 2,34 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^{2,205} \quad (5.9)$$

Größere Schwankungen ergeben sich für die Ergebnisse der bezogenen Querkontraktionszahl und den ermittelten Approximationsfunktionen, wie in Abbildung 5.41 zu sehen. Dass bei der Querkontraktionszahl Abweichungen auftreten, die bei den Steifigkeitseigenschaften nicht auftreten, ist darauf zurückzuführen, dass der Zusammenhang der Normal- und Schubsteifigkeit über die Querkontraktionszahl für die orthotropen Meso-Strukturen nicht besteht. Dennoch können auch für die Querkontraktionszahl die Approximationsfunktionen, mit Durchschnittswerten der jeweiligen Koeffizienten, als Dimensionierungsgleichungen 5.10 für BCC und 5.11 für FCC abgeleitet werden. Hierbei ergibt sich die maximale Abweichung für kleine Dimensionsverhältnisse mit knapp 8 %. Da die Polynomfunktion nur zur Abschätzung einer auftretenden Querkontraktion bei dimensionierten Meso-Strukturen angewandt werden kann, jedoch nicht für die Umkehrrechnung, um ausgehend von einer Querkontraktionszahl auf die Dimensionen zu



**Abbildung 5.40:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  der BCC- und FCC-Topologie bei unterschiedlichen Werkstoffen

schließen, wird die erhöhte Abweichung als akzeptabel eingestuft.

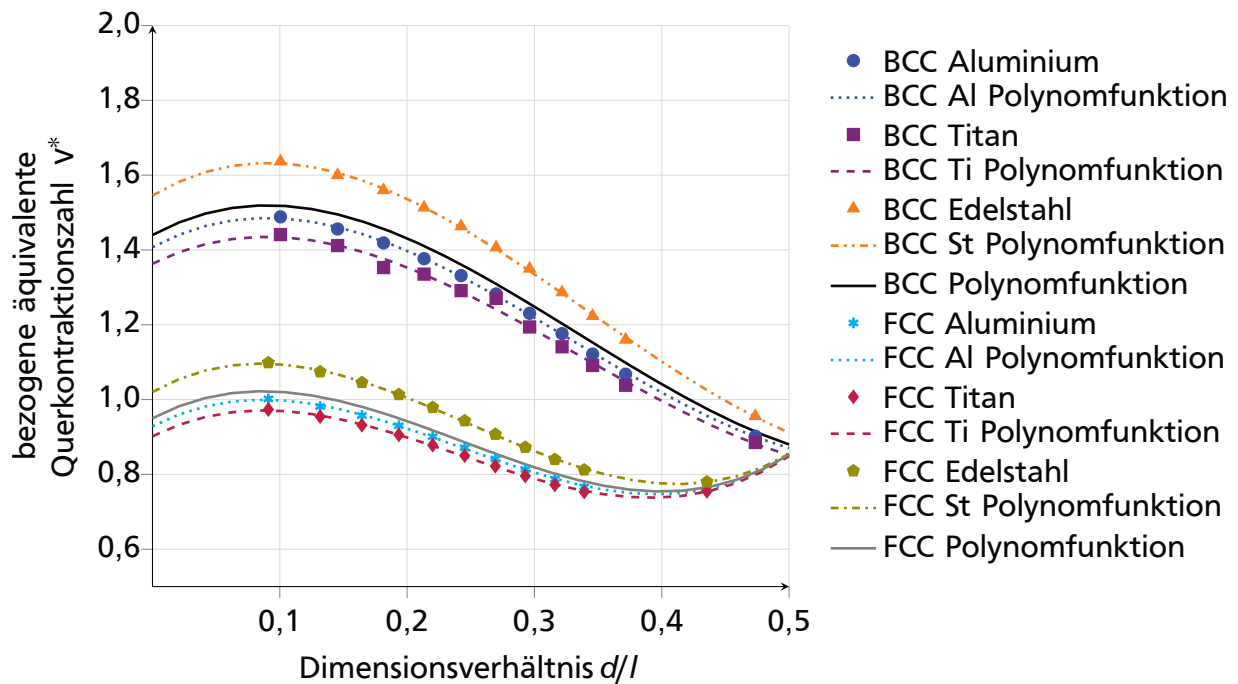
$$\nu^* = 11,78 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^3 - 11,83 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^2 + 1,85 \cdot \left(\frac{d}{l}\right) + 1,44 \quad (5.10)$$

$$\nu^* = 17,34 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^3 - 12,66 \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^2 + 1,8 \cdot \left(\frac{d}{l}\right) + 0,95 \quad (5.11)$$

Die Übertragbarkeit der Dimensionierungsgleichung auf weitere Werkstoffe, für die eine linear-elastische Werkstoffcharakteristik angenommen werden kann, ist ausgehend von den hier gezeigten Ergebnissen möglich. Damit kann sie bei einer Vielzahl von Werkstoffen, insbesondere metallischen Werkstoffen, welche für die Anwendung große Relevanz haben, zur Vordimensionierung eingesetzt werden.

### 5.3.3 Ermittlung neuer Dimensionierungsgleichungen

Neue Dimensionierungsgleichungen müssen ermittelt werden, wenn eine neue Topologie dimensioniert werden soll. Dafür ist die Simulation unterschiedlicher Dimensionsverhältnisse der Topologie erforderlich. Um eine Regression zu erhalten, die sowohl die Randbereiche mit sehr geringen bzw. sehr hohen relativen Dichten als auch die mittleren relativen Dichten bzw. Dimensionsverhältnisse abbildet, wird empfohlen mindestens die Steifigkeitswerte für die relativen Dichten von  $\rho^* = 5\%$ ;  $15\%$ ;  $25\%$ ;  $35\%$  und  $70\%$  zu bestimmen. Im Bereich höherer relativer Dichten über  $35\%$  werden weniger Werte benötigt,



**Abbildung 5.41:** Belegte Querkontraktionszahl  $\nu^*$  der BCC- und FCC-Topologie abhängig vom Dimensionsverhältnis  $d/l$  bei unterschiedlichen Werkstoffen

da die zusätzlichen Werte nur einen geringen Einfluss auf die Approximationsfunktion nehmen.

### 5.3.4 Nutzen und Grenzen des Auslegungsmodells

Das Auslegungsmodell bietet die Möglichkeit, die Steifigkeitseigenschaften additiv gefertigter Meso-Strukturen beanspruchungsgerecht durch die Merkmale der Strukturdicke  $d$  und Kantenlänge der Einhüllenden  $l$  in der Konzeptphase der Produktentwicklung vorzudimensionieren. Dazu wird das Dimensionierungsmodell in Form einer Potenzfunktion (5.4) für homogene Streben- und Flächen-Meso-Strukturen mit würfelförmiger Einhüllender zur Verfügung gestellt, dessen Koeffizienten  $a$  und  $b$  für verschiedene Topologien sowie für die Normal- und Schubsteifigkeit jeweils individuell ermittelt werden müssen. Die Dimensionierungsgleichung ermöglicht den einfachen Rückschluss von erforderlichen Steifigkeiten auf die dazu benötigten Ausprägungen der Merkmale  $d$  und  $l$  sowie die Bestimmung der Steifigkeitseigenschaften für unterschiedliche Werkstoffe. Die Steifigkeitseigenschaften werden dabei auf eine einzelne Elementarzelle bezogen, die den Deformationseinschränkungen in einem Meso-Struktur-Verbund unterliegen. Durch Verwendung der Dimensionierungsgleichung besteht die Möglichkeit, die Steifigkeiten unterschiedlicher Meso-Struktur-Topologien zu vergleichen und den Einfluss der Merkmale im Dimensionsverhältnis auf die Steifigkeiten der Topologien zu identifizieren.

Zusätzlich zur direkten Vordimensionierung von Meso-Strukturen, können mithilfe der Dimensionierungsgleichung auch die äquivalenten Steifigkeitseigenschaften für eine Simulation unter Verwendung der Homogenisierungsmethode ermittelt werden.

Neben den Steifigkeitseigenschaften unter Zug/Druck-Beanspruchung bzw. Schubbeanspruchung besteht die Möglichkeit die Querkontraktionszahl bereits dimensionierter Meso-Strukturen mittels einer Polynomfunktion, die ebenfalls individuell für unterschiedliche Topologien ist, zu ermitteln. Ein direkter eindeutiger Rückschluss von einer angestrebten Querkontraktionszahl auf die gestalterischen Merkmale ist nicht möglich.

Darüber hinaus bietet das Modell ein Kriterium zur Gestaltung unidirektionaler Dickengradienten, ausgehend von der ermittelten Strukturdicke, die lokal für homogene Elementarzellen benötigt würde. Die Gradienten sind dabei unterhalb von 30 % relativer Dichte oberhalb der ermittelten Strukturdicke einer lokalen homogenen Elementarzelle zu gestalten, während der Gradient oberhalb von 30 % um die ermittelte Strukturdicke als Mittelwert aufgebaut werden kann (Abschnitt 5.2.3). Die Gradienten dienen als Übergang ohne Steifigkeitssprung zwischen unterschiedlich dicken homogenen Meso-Strukturen, zur Außenhülle, zum freien Raum, z. B. zu Hohlräumen, oder zu Bereichen aus Vollmaterial.

Die Dimensionierungsgleichungen ebenso wie das Gestaltungskriterium für Dickengradienten sind auf Basis des linear-elastischen Werkstoffmodells ermittelt worden und sind auf unterschiedliche Werkstoffe dieser Charakteristik übertragbar, wozu v. a. metallische Werkstoffe zählen. Die Steifigkeitseigenschaften für ein Bauteil zu ermitteln, erfordert die Kenntnis der Werkstoffsteifigkeiten des Vollmaterials. Dabei ist zu beachten, dass die Dimensionierungsgleichungen nur anwendbar sind, wenn die Werkstoffeigenschaften des gedruckten Materials als Bezugsgröße für die entdimensionierte Steifigkeit eingesetzt werden. Ebenfalls ist zu berücksichtigen, dass auch eine Änderung des Werkstoffmoduls durch die Aufbaurichtung in den Bezugsmodul einfließen muss, sofern die Beanspruchung in der jeweiligen Orientierung zur Aufbaurichtung auftritt.

Allgemein ist das Auslegungsmodell ausgehend von der Definition für Meso-Strukturen in Abschnitt 2.3 für Strukturen im Größenbereich von 0,1 – 10 mm entwickelt und initial experimentell verifiziert worden. Ausgehend davon wird vorausgesetzt, dass die Meso-Strukturen im Verbund eingesetzt werden. Eine gute Repräsentation der Eigenschaften wird ab fünf Elementarzellen in jeder Raumrichtung erreicht. In Randbereichen können die tatsächlichen Steifigkeitseigenschaften der Elementarzellen von den Ergebnissen der FEM-Simulationen und somit auch der Dimensionierungsgleichung abweichen.

Das Spektrum der relativen Dichte ist durch die Dimensionierungsgleichung abgedeckt, wobei aufgrund der ermittelten Übereinstimmung davon ausgegangen wird, dass die Funktion auch in den Randbereichen der relativen Dichte anwendbar ist, die außerhalb der ermittelten Werte liegen. Für den Einsatz von Meso-Strukturen innerhalb von Bauteilen ist der Randbereich der hohen relativen Dichten bis  $\rho^* = 100\%$  relevant für den Übergang zu einer Außenhaut oder Bereichen aus Vollmaterial. Die untere Grenze der nutzbaren Struktur厚ken ist häufig durch Fertigungslimitationen begrenzt, wobei diese Grenze durch die Verwendung spezieller Maschinenparameter erweitert werden kann<sup>39</sup>. Da die Meso-Strukturen unterhalb von 5 % relativer Dichte sehr geringe Steifigkeiten aufweisen, kann im Rahmen der Vordimensionierung die untere Grenze der angewandten Meso-

---

<sup>39</sup>vgl. Großmann et al. 2019b, S. 2 ff.

Strukturen dort gezogen werden und Streben, die bei der Dimensionierung eine geringere Dicke zugewiesen bekommen, als sie für 5 % relative Dichte vorliegt, auf  $d = 0$  mm gesetzt werden. Falls ein Bereich ohne Meso-Struktur den Zusammenhalt des Gesamtbauteils unterbricht, beispielsweise bei einer Sandwichstruktur, ist eine konstante Strebendicke in dem beanspruchungsarmen Bereich zweckmäßig.

Das Auslegungsmodell basiert auf den Ergebnissen von FEM-Simulationen und unterliegt damit Ungenauigkeiten, durch die jeweils gewählte Modellierung, welche insbesondere die Fehlstellen und geometrischen Abweichungen von der CAD-Geometrie bei gefertigten Meso-Strukturen nicht abbilden. Die Ergebnisse sind daher stichprobenartig mit Versuchsergebnissen verglichen worden. Die Versuchsergebnisse sind hierbei für die Meso-Struktur-Topologien BCC und FCC betrachtet und die Probekörper mit einer EOS M290 aus AlSi10Mg gefertigt worden. Anhand des Vergleichs der FEM- und Versuchsergebnisse kann eine konservative Auslegung durch die Verwendung der FEM-Ergebnisse sichergestellt werden (Abschnitt 4.4).

Neben der Ungenauigkeit der Modellierung unterliegen die Ergebnisse der FEM numerischen Fehlern durch Rundung bzw. numerische Artefakte, die zu Schwankungen in den Ergebnissen führen können<sup>40</sup>. Zusätzlich ergeben sich Abweichungen zwischen den simulativ ermittelten Werten und der Approximationsfunktion, die als Dimensionierungsgleichung ermittelt wird. Daher ist ein Vergleich der Funktion der Dimensionierungsgleichung mit den Versuchsergebnissen durchgeführt worden, wobei eine ausreichende Übereinstimmung für eine konservative Vordimensionierung erreicht worden ist.

---

<sup>40</sup>vgl. Siebertz et al. 2010, S. 64.

## 6 Methode zur systematischen Integration von additiv gefertigten Meso-Strukturen in Bauteile

Die systematische Anwendung des Auslegungsmodells im Rahmen des Produktentwicklungsprozesses wird durch ein methodisches Vorgehen ermöglicht, wie allgemein für die Anwendung von Modellen in der Produktentwicklung in Abschnitt 2.7 erläutert. Die Methode spricht Produktentwickler als Anwendergruppe an. Sie dient dazu additiv gefertigte Meso-Strukturen in der Konzeptphase der Produktentwicklung beanspruchungsgerecht vorzudimensionieren und damit die Umsetzbarkeit des Konzepts zu überprüfen und das Konzept quantitativ zu konkretisieren. Die systematische Anwendung des Auslegungsmodells, das in Kapitel 5 vorgestellt wird, zielt auf eine Reduktion des initialen Auslegungsaufwands ab, bei dem durch Verwendung dieser Methode auf iterative Simulationen und Optimierungsalgorithmen verzichtet und, ausgehend von den Steifigkeitsanforderungen, direkt auf die auszulegenden Merkmale der Meso-Struktur geschlossen wird. Dadurch wird die Vordimensionierung zeiteffizient gestaltet, Änderungen am Konzept können einfach berücksichtigt werden und die Einflüsse von Änderungen der Merkmale der Meso-Struktur sind anhand der modellierten Zusammenhänge der Steifigkeitseigenschaften mit den Merkmalen direkt erkennbar und gezielt nutzbar. Die innere Struktur wird unter Leichtbaugesichtspunkten beanspruchungsgerecht über die Wahl des Werkstoffs und der Topologie und die Berechnung der Dimensionen über das Auslegungsmodell ausgelegt.

Das Vorgehen zur Anwendung des Auslegungsmodells aus Kapitel 5 wird im folgenden Abschnitt in den Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 eingeordnet, in Abschnitt 6.2 wird die Anwendung erläutert und im Anschluss in Abschnitt 6.3 anhand eines Beispiels evaluiert.

### 6.1 Einordnung in den Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221

Die Methode wird in den Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 eingeordnet, bei dem, wie in Abschnitt 2.7.1 beschrieben, den Phasen dieses Entwicklungsvorgehens bereits eine Vielzahl von Methoden und Hilfsmitteln zugewiesen worden sind und somit der Zugriff auf die Methode innerhalb eines bekannten und etablierten Rahmenwerks gewährleistet ist.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>vgl. Bender et al. 2021, S. 765.



Der Einsatz der Methode ist für die Vordimensionierung am Ende der Konzeptphase des Produktentwicklungsprozesses nach VDI 2221<sup>2</sup> vorgesehen, wie Abbildung 6.1 schematisch zeigt. In dieser Phase ist das Produkt hinreichend spezifiziert, um Varianten durch quantitative Berechnungen zu vergleichen. Das Modell zur Vordimensionierung, das in Kapitel 5 ausführlich vorgestellt worden ist, ermöglicht eine erste Dimensionierung der erforderlichen Meso-Strukturen innerhalb eines Bauteils, ebenso wie den quantitativen Vergleich verschiedener Meso-Strukturen untereinander oder mit anderen Konzepten für das Bauteil.

Für den Einsatz der Methode ist die Kenntnis der Bauteilgeometrie sowie der lokalen Beanspruchung erforderlich, aus welcher die lokalen Steifigkeitsanforderungen abgeleitet werden. Ausgehend von den Steifigkeitsanforderungen wird eine Vordimensionierung durchgeführt, die ein quantitatives Konzept der Meso-Strukturen sowie den Nachweis der Umsetzbarkeit des Meso-Struktur-Konzepts hinsichtlich der Steifigkeitsanforderungen zum Ergebnis hat.

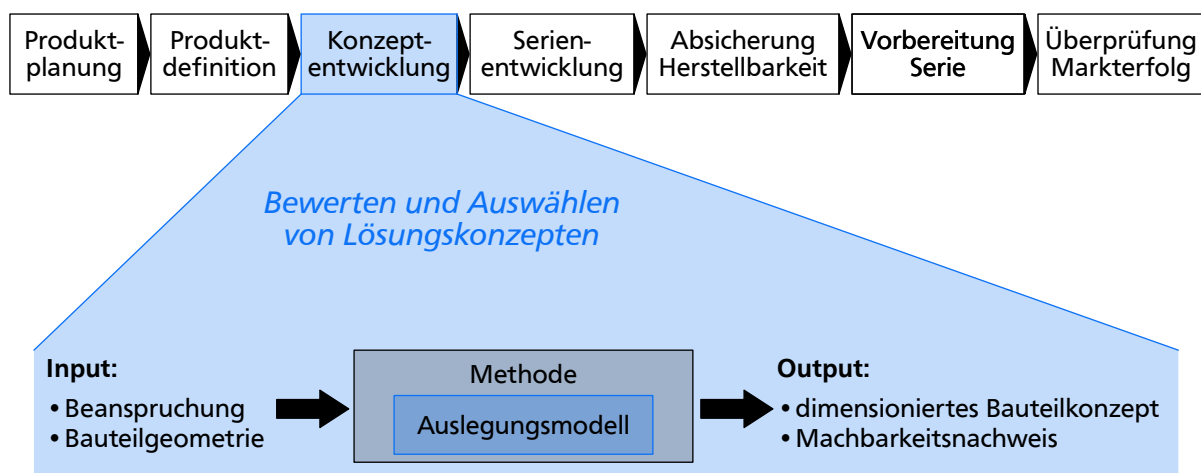


Abbildung 6.1: Einordnung der Auslegungsmethode in der Konzeptphase des Produktentwicklungsprozesses nach VDI 2221<sup>3</sup>

## 6.2 Vorgehen zur Vordimensionierung von Meso-Strukturen

Das Vorgehen zur Vordimensionierung von Meso-Strukturen orientiert sich an der Auslegungsmethode von Merkt, die, wie in Abschnitt 2.7.2 beschrieben, von einer Wahl der Meso-Struktur-Topologie ausgeht, für den Anschluss an die Bauteilhülle speziell gestaltete Übergänge vorsieht und anschließend die lokale Dimensionierung anhand

<sup>2</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, S. 30.

<sup>3</sup>vgl. VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik 2019, S. 30.

von Skalierungsgesetzen vornimmt.<sup>4</sup> Hierbei liegt jedoch keine allgemein auf Meso-Struktur-Topologien anwendbare Dimensionierungsgleichung für das gesamte Spektrum der relativen Dichte bezogen auf die auslegbaren Merkmale vor. Ebenso wird der Einfluss einer Gradierung innerhalb der Elementarzelle auf die Steifigkeitseigenschaften nicht berücksichtigt.

Das Vorgehen zur Vordimensionierung von Meso-Strukturen geht davon aus, dass die Herstellung des Bauteils über additive Fertigung erfolgt. Daher wird nur die Gestaltung der Meso-Struktur betrachtet, jedoch keine wirtschaftliche Bewertung für die Verwendung von AM durchgeführt. Das Modell bezieht sich auf periodische Meso-Strukturen, die als innere Struktur in Volumenbauteilen einsetzbar sind. Dabei können sowohl offene als auch geschlossene Außenhüllen betrachtet werden. Das Ziel der Auslegungsmethode liegt in der beanspruchungsgerechten initialen Gestaltung und Dimensionierung der Meso-Strukturen. Um die Methode anzuwenden, sind die Kenntnis der Bauteilgeometrie, die mit Meso-Strukturen gefüllt werden soll, sowie eine Beanspruchungsanalyse, welche die Informationen über die Steifigkeitseigenschaften verfügbar macht, erforderlich. Die Beanspruchungsanalyse kann auf einer initialen FEM-Simulation des Bauteils ohne Meso-Strukturen oder einer analytischen Berechnung basieren. Das Vorgehen ist in Abbildung 6.2 schematisch dargestellt.

Ausgehend von dem bekannten Beanspruchungsszenario werden zunächst geeignete Meso-Struktur-Topologien ausgewählt. Diese Auswahl erfolgt anhand der Leichtbaugüte der Topologien für den vorliegenden Beanspruchungsfall oder die Beanspruchungskombination, wobei die Beanspruchungen unter Zug/Druck und Schub im Rahmen des Auslegungsmodells gegeben sind. Beanspruchungsfälle wie beispielsweise Biegung werden auf die lokalen Zug- bzw. Druckbeanspruchungen zurückgeführt, die in den Meso-Struktur-Elementarzellen unter dieser Belastung auftreten. Die Beurteilung der Leichtbaugüte erfolgt anhand der Steifigkeitseigenschaften bei gleicher relativer Dichte mit den Grafen in Abbildung 5.9, 5.12, 5.14 und 5.17 für die hier untersuchten Meso-Struktur-Topologien. Die Topologien können mithilfe der Gestaltungshinweise in Abschnitt 5.2.2 zielgerichtet angepasst werden. Ebenso können an dieser Stelle weitere Gestaltungshinweise, wie etwa von Feng et al.<sup>5</sup> oder Tancogne-Dejean et al.<sup>6</sup>, für die Gestaltung neuer Topologien herangezogen werden. Für die Auslegung neuer Topologien wird das Vorgehen zur Ermittlung neuer Dimensionierungsgleichungen in Abschnitt 5.3.3 angewandt.

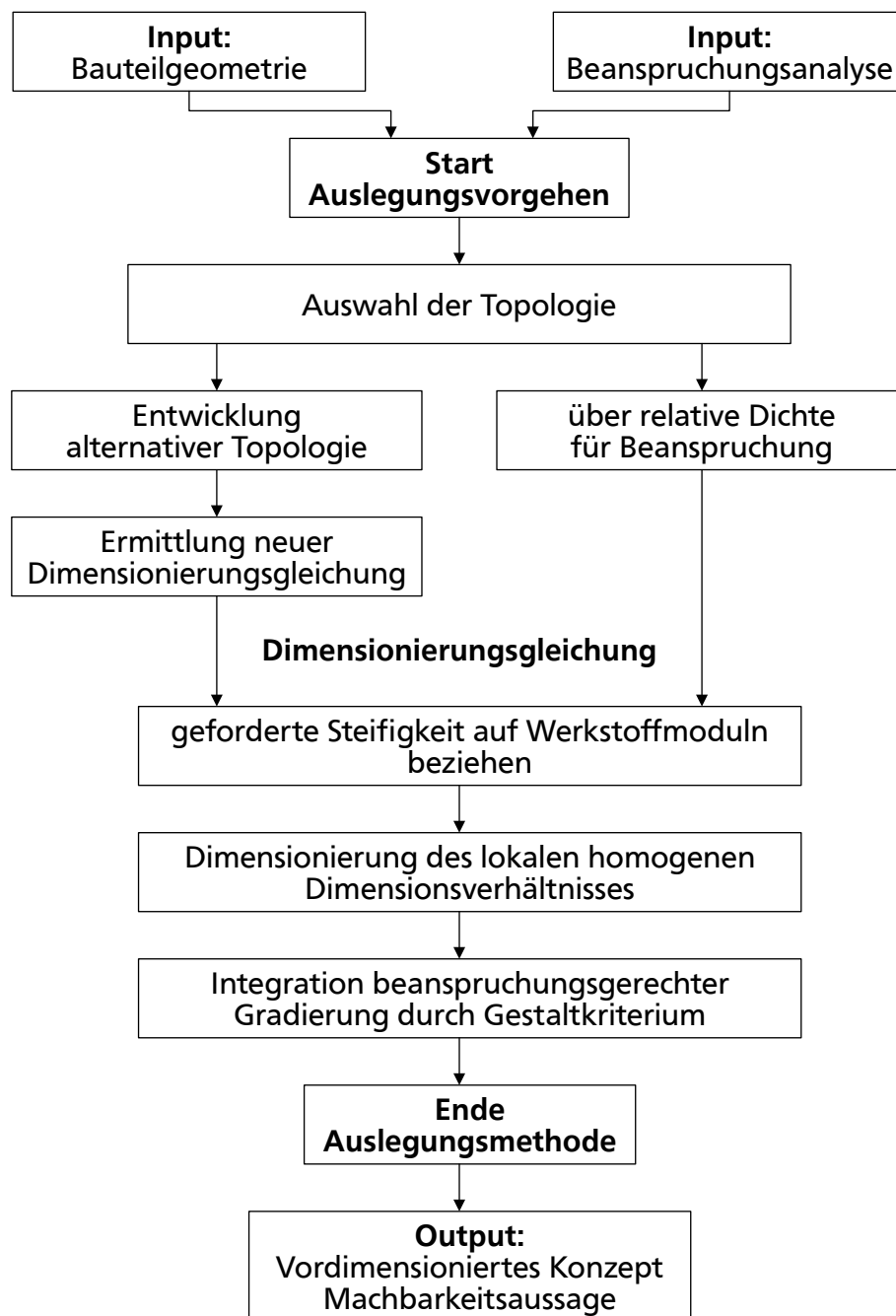
Die geforderte lokale Steifigkeit aus der Beanspruchungsanalyse wird auf die jeweilige Werkstoffsteifigkeit  $E_S$  bzw.  $G_S$  bezogen. Ausgehend von der geforderten bezogenen Steifigkeit wird das lokale Dimensionsverhältnis  $d/l$  unter Verwendung der Dimensionierungsgleichung 5.4 und den Koeffizienten, die aus den Tabellen A.1, A.3, A.4 und 5.2 entnommen werden können, bzw. der für neue Topologien entsprechend abgeleiteten Dimensionierungsgleichung berechnet. Bereiche gleichmäßiger Beanspruchung werden mit homogenen Meso-Strukturen dieses Dimensionsverhältnisses gefüllt.

---

<sup>4</sup>vgl. Merkt 2015, S. 92.

<sup>5</sup>vgl. Feng et al. 2021, S. 4 ff.

<sup>6</sup>vgl. Tancogne-Dejean et al. 2018b, S. 29 ff., Tancogne-Dejean et al. 2018a, S. 2 ff.

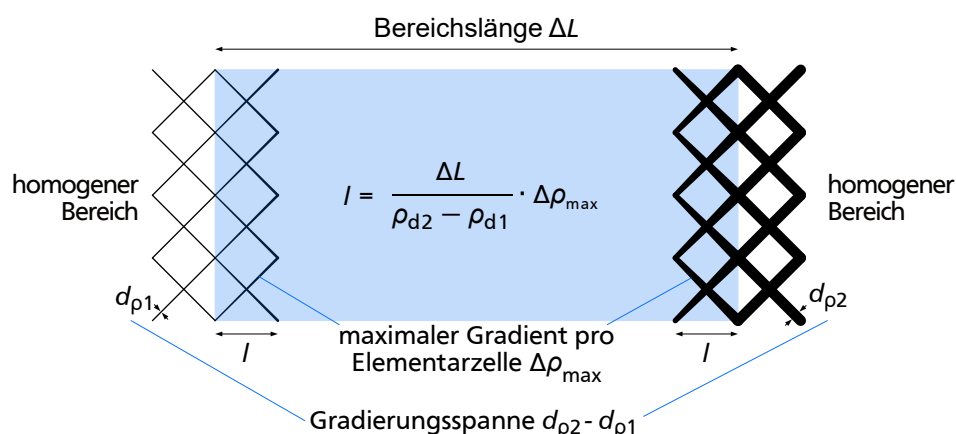


**Abbildung 6.2:** Schematische Darstellung des Auslegungsvorgehens unter Verwendung des Auslegungsmodells

In den Übergangsbereichen zwischen homogenen Meso-Strukturen oder zur Außenhülle bzw. zu Vollmaterial werden dickengradierte Elementarzellen eingefügt, die für den Übergang zu Vollmaterialbereichen bzw. der Außenhülle bis zu 100 % relativer Dichte gradiert werden. Die Gestaltung der Gradienten erfolgt anhand des Kriteriums in Abschnitt 5.3.1. Ausgehend von der relativen Dichte, welche die homogene Elementarzelle an dieser Stelle haben müsste, wird der Gradient bei Werten unter  $\rho^* = 30\%$  mit der ermittelten Strukturdicke der homogenen Elementarzelle am dünnsten Ende gestaltet.

Oberhalb von  $\rho^* = 30\%$  wird der Gradient symmetrisch um die ermittelte relative Dichte der homogenen Elementarzelle aufgebaut, wie Abbildung 5.39 schematisch zeigt. Der vorgegebene Grenzwert von 30 % relativer Dichte stützt sich auf die Ergebnisse der Gradientenuntersuchung in Abschnitt 5.2.3, die zeigen, dass die Gradierung oberhalb des Grenzwertes nur einen geringen reduzierenden Einfluss auf die Steifigkeit der einzelnen Elementarzelle hat.

Eine alternative Möglichkeit besteht darin, die Kantenlänge der Elementarzelleneinhüllenden so zu wählen, dass der Gradient innerhalb der gradierten Elementarzelle gering bleibt und die Steifigkeit der gradierten Elementarzelle nicht signifikant von der Steifigkeit einer Elementarzelle der homogenen Durchschnittsdichte des Gradienten abweicht. Die maximale Gradierung ist hierbei den Grafen in Abbildung 5.33, 5.34, 5.36, 5.37 und 5.38 zu entnehmen, abhängig vom Lastfall und der ermittelten relativen Dichte, die eine homogene Elementarzelle an dieser Stelle aufweisen müsste. Die Kantenlänge ergibt sich dann aus der Gradierungsspanne und der Länge des Bauteilbereichs über den die Gradierungsspanne verläuft, wie in Abbildung 6.3 schematisch gezeigt ist. Der Koeffizient der Gradierungsspanne und der Bereichslänge geteilt durch den maximalen Gradienten pro Elementarzelle ergibt die Anzahl der erforderlichen Elementarzellen über die Bereichslänge und somit die Kantenlänge, die eine Elementarzelle maximal aufweisen darf. Diese Gestaltungsvariante ist nur dann anwendbar, wenn die Kantenlänge der Elementarzellen nicht bereits anderweitig definiert ist, z. B. durch andere Eigenschaften, die über die Meso-Struktur eingestellt werden sollen. Des Weiteren sieht die Auslegungsmethode eine gleichbleibende Kantenlänge der Elementarzelleneinhüllenden vor. Falls die Gradienten unter Verwendung der Kantenlänge gestaltet werden, ist die größte Gradierungsspanne bezogen auf die Bereichslänge entscheidend für die Definition der einheitlichen Kantenlänge.



**Abbildung 6.3:** Ermitteln der Kantenlänge ausgehend von dem maximalen Gradienten pro Elementarzelle und der erforderlichen Gradierung

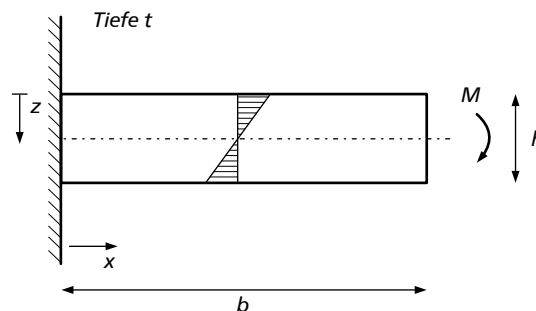
Mit der Definition der Gradienten ist das Vorgehen zur beanspruchungsgerechten Vordimensionierung der Meso-Strukturen hinsichtlich ihrer Steifigkeitseigenschaften abgeschlossen. Wird ausgehend von den Ergebnissen der Vordimensionierung das Bauteilkonzept mit Meso-Strukturen ausgewählt, ist im Anschluss eine Feindimensionierung und

Optimierung der Meso-Struktur-Dimensionen mittels FEM sinnvoll. Des Weiteren ist die Erfüllung der Festigkeit und Stabilität des Bauteils unter den gegebenen Belastungen und der Berücksichtigung von Fertigungseinflüssen nachzuweisen.

### 6.3 Evaluation der Methode anhand eines Anwendungsbeispiels

Die Methode wird auf einen Kragträger unter Belastung durch ein Biegemoment in Abbildung 6.4 angewandt. Das Beispiel wird gewählt, da für die zu ermittelnde Meso-Struktur der Vergleich mit bekannten Lösungen für geeignete Steifigkeitsverteilungen innerhalb des Kragträgers unter Biegung möglich ist.<sup>7</sup>

Die Untersuchung der Beanspruchungen wird analytisch durchgeführt. Unter Biegung ergibt sich innerhalb des Kragträgers der in z-Richtung lineare Normalspannungsverlauf  $\sigma(z)$ , der in Abbildung 6.4 dargestellt ist und durch Gleichung 6.1 beschrieben wird; Schubspannungen werden für die Betrachtung vernachlässigt. Am oberen und unteren Rand tritt jeweils die maximale Zug- bzw. Druckspannung  $\sigma_{\max}$  auf, während die Beanspruchung im Zentrum zu Null wird. Da für das Beispiel ein Rechteckquerschnitt mit der Höhe  $h = 100 \text{ mm}$  und der Tiefe  $t = 100 \text{ mm}$  gewählt wird, liegt die neutrale Faser, entlang der die Spannung Null wird, in der Mitte. Die Länge des Kragträgers ist  $b = 1000 \text{ mm}$ .<sup>8</sup>



**Abbildung 6.4:** Schematische Darstellung eines einseitig eingespannten Kragträgers unter Belastung durch ein Biegemoment mit auftretendem Spannungsverlauf über der Höhe des Kragträgers

$$\sigma(z) = \sigma_{\max} - \frac{2 \cdot \sigma_{\max}}{h} \cdot z \quad (6.1)$$

Durch Verwendung einer Meso-Struktur innerhalb des Kragträgers, kann die Steifigkeit lokal an die auftretende Beanspruchung angepasst werden. Für die Ermittlung der über der Höhe angepassten Normalsteifigkeit  $E(z)$  wird die Annahme getroffen, dass die Dehnung  $\epsilon$  konstant sei. Da der Kragträger in der oberen Hälfte in positive x-Richtung, in der unteren

<sup>7</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 78 f., Schürmann 2007, S. 619 f.

<sup>8</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 100 ff., 263.

Hälfte in negative x-Richtung gedehnt wird und in sich zusammenhängend ist, wird sich kein exakt konstanter Dehnungsverlauf über der Höhe einstellen. Dieser wird jedoch hier zur Vereinfachung als Bedingung für die Berechnung des Normalsteifigkeitsverlaufs  $E(z)$  angenommen, der sich unter dieser Voraussetzung aus Gleichung 6.2 ergibt.

$$E(z) = \frac{\sigma(z)}{\epsilon} \quad (6.2)$$

Der Verlauf der Normalsteifigkeit  $E(z)$  im Kragträger unter der Bedingung einer konstanten Dehnung wird mit der allgemeinen Dimensionierungsgleichung 5.4 für die Normalsteifigkeit von würfelförmigen Meso-Strukturen gleichgesetzt, unter der Annahme, dass die Anpassung der Steifigkeit über eine Änderung des Strebendurchmessers  $d(z)$  erfolgt, während die Kantenlänge der Elementarzelleneinhüllenden konstant bleibt. Zudem wird der Spannungsverlauf  $\sigma(z)$  eingesetzt. Daraus ergibt sich Gleichung 6.3 und, aufgelöst nach  $d(z)$ , Gleichung 6.4 mit dem Werkstoffelastizitätsmodul  $E_S = 71\,000\text{ N/mm}^2$ .

$$E(z) = \frac{\sigma_{\max}}{\epsilon} - \frac{2 \cdot \sigma_{\max}}{\epsilon \cdot h} \cdot z = E_S \cdot a \cdot \left( \frac{d(z)}{l} \right)^b \quad (6.3)$$

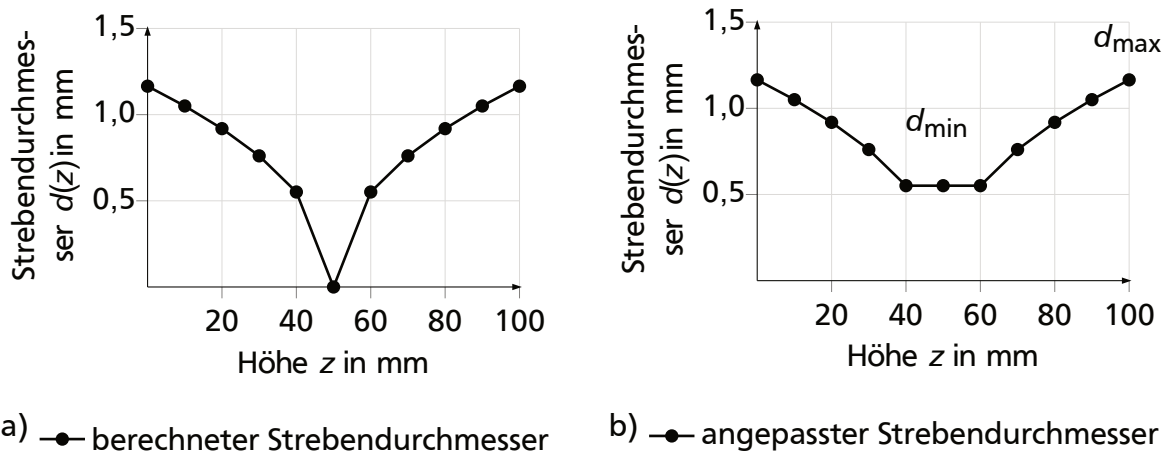
$$d(z) = \left( \frac{\sigma_{\max} \cdot l^b}{\epsilon \cdot E_S \cdot a} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot z}{h} \right) \right)^{\frac{1}{b}} \quad (6.4)$$

Da in dem Kragträger näherungsweise nur Normalspannungen auftreten, wird anhand von Abbildung 5.9 die CC-Elementarzelle in Abbildung 6.6 als für den Beanspruchungsfall geeignet identifiziert und ausgewählt. Die bezogene Normalsteifigkeit der CC-Elementarzelle wird durch die Dimensionierungsgleichung 6.5 abhängig vom Strebendurchmesser  $d$  und der Einhüllendenkantenlänge  $l$  mit den Koeffizienten  $a = 1,014$  und  $b = 2,15$  beschrieben. Als konstante Kantenlänge der würfelförmigen Elementarzelleneinhüllenden wird  $l = 10\text{ mm}$  gewählt.

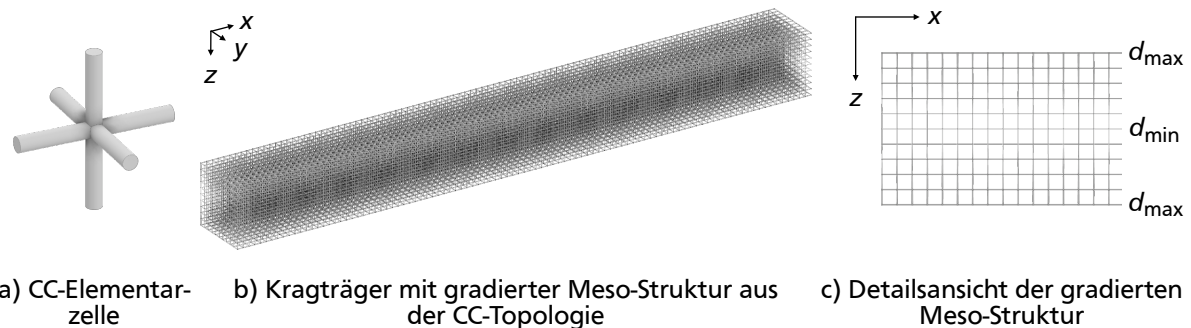
$$E_{CC}^* = 1,014 \cdot \left( \frac{d}{l} \right)^{2,15} \quad (6.5)$$

Die maximale Spannung  $\sigma_{\max}$  ergibt sich aus dem Biegemoment und wird hier mit  $200\text{ N/mm}^2$  angenommen, die als Bedingung konstant gewählte Dehnung auf  $\epsilon = 0,0002$  festgelegt. Durch Einsetzen aller Werte in Gleichung 6.4 und Umrechnen auf den Betrag des Strebendurchmessers, erhält man den Durchmesserlauf  $d(z)$  in Abbildung 6.5 a). Da der Kragträger ein zusammenhängendes Bauteil sein soll, wird der Strebendurchmesser in der Mitte nicht auf Null gesetzt, sondern über die mittleren drei Elementarzellen konstant auf  $d = 0,55\text{ mm}$  gehalten, sodass sich der Verlauf in Abbildung 6.5 b) ergibt. Umgesetzt als CAD-Modell unter Berücksichtigung des Gradierungskriteriums ist die

Meso-Struktur innerhalb des Kragträgers mit der CC-Elementarzelle in Abbildung 6.6 dargestellt. Da alle ermittelten Strebendurchmesser auf relative Dichten unter 30 % zurückgeführt werden können, wird der berechnete Strebendurchmesser jeweils am dünnen Ende des Gradienten vorgesehen und der Gradient ausgehend davon aufgebaut. In der Detailansicht in Abbildung 6.6 c) ist die Gradierung des Strebendurchmessers über  $z$  erkennbar.



**Abbildung 6.5:** Verlauf des Durchmessers zur Einstellung der lokalen Steifigkeit  $E(z)$  angepasst an die auftretende Normalspannung im Kragträger unter Biegung aus der Berechnung a) angepasst für einen einteiligen Kragträger b)



**Abbildung 6.6:** Gewählte CC-Elementarzelle für die Normalsteifigkeit a) ermittelte gradierte Meso-Struktur aus CC-Elementarzellen im Kragträger b) Detailansicht der Gradierung über der Höhe  $z$  in der Meso-Struktur in der Seitenansicht

Der Verlauf des Strebendurchmessers mit hohen Durchmessern an den Rändern und Null entlang der neutralen Faser deckt sich mit Erkenntnissen aus der Literatur, bei denen Verläufe der Normalsteifigkeit oder stufenweise veränderte Normalsteifigkeiten innerhalb eines Kragträgers z. B. durch Sandwichstrukturen oder Faser-Kunststoff-Verbunde eingestellt werden.<sup>9</sup> Daraus wird gefolgert, dass die Methode und das Modell zur Vorauslegung von Meso-Strukturen auf ihre Steifigkeit korrekte Ergebnisse liefern.

Im Fall des hier betrachteten Kragträgers ist die analytische Berechnung der Beanspru-

<sup>9</sup>vgl. Gross et al. 2021a, S. 262 ff., Schürmann 2007, S. 619 f.

chung durchführbar. Für komplexere Bauteile und Lastfälle ist ein deutlich größerer Aufwand für die Beanspruchungsanalyse zu erwarten, die für die Anwendung der Methode vorausgesetzt wird. Wenn der erforderliche Verlauf der Steifigkeit innerhalb des Bauteils vorliegt, kann die lokale Dicke, wie hier gezeigt, über Gleichsetzen mit der Dimensionierungsgleichung bestimmt werden.

Durch die Anwendung der Meso-Strukturen wird Material eingespart. Zum Vergleich wird die Volumeneinsparung betrachtet. Das Volumen des vollen Kragträgers beträgt  $V_{\text{Kragträger}} = 10.000.000 \text{ mm}^3$ . Verwendet man homogene Meso-Strukturen mit dem größten Strebendurchmesser, der für die vorgegebenen Beanspruchungen in der Gradierung benötigt wird,  $d_{\text{hom}} = 1,165 \text{ mm}$ , so reduziert sich das materialgefüllte Volumen um 96 % auf  $V_{\text{hom}} = 336.213 \text{ mm}^3$ . Durch die gezeigte Gradierung wird eine Reduktion um weitere 40 % gegenüber der homogenen Meso-Struktur bzw. um 98 % gegenüber dem vollen Volumen des Kragträgers auf  $V_{\text{grad}} = 195.790 \text{ mm}^3$  erreicht. Die Materialersparnis durch die beanspruchungsgerechte Gestaltung der inneren Struktur führt insbesondere bei hochpreisigen Werkstoffen zu erheblichen Kosteneinsparungen. Eine Einsparung von Material gegenüber einem Bauteil aus Vollmaterial kann stets erreicht werden, wenn Meso-Strukturen als innere Strukturen im Bauteil anwendbar sind.

Eine vergleichende Simulation ist nicht durchgeführt worden, sodass ein simulativer Nachweis der Auslegung aussteht. Der Ansatz, das in Abbildung 6.6 gezeigte CAD-Modell als einseitig eingespannten Kragträger zu simulieren, ergab, dass der institutseigene Computer für Simulationen mit den Spezifikationen in Tabelle 6.1 nach einer Zeitspanne über 10 Stunden keine Vernetzung erstellen konnte. Für die Vernetzung sind Tetraeder-Elemente mit einer Elementgröße von 0,2 mm gewählt worden. Ausgehend davon wird gefolgert, dass eine iterative Auslegung über Simulationen oder eine Optimierung, wie sie in Abschnitt 2.7.2 beschrieben werden, erheblich höhere Rechenkapazitäten erfordern als die analytische Dimensionierung, die hier angewandt worden ist, und mit einem hohen Zeitaufwand zu rechnen ist. Für einen Nachweis der Ergebnisse durch Simulationen wäre es erforderlich die Simulation extern durchführen zu lassen, sofern dem Entwickler die Ressourcen zur Berechnung der Simulation nicht zur Verfügung stehen. Dafür ist die Vordimensionierung von Vorteil, da anders als bei iterativen Simulationen, im Idealfall nur einmalig ein Nachweis der Korrektheit der Dimensionierung durchgeführt werden muss.

**Tabelle 6.1:** Spezifikationen des verwendeten Computers für Simulationen

Arbeitsspeicher	64 GB RAM
Prozessor CPU	12th Gen Intel 2.10 GHz i7-12700, 12 Kerne
Grafikkarte	NVIDIA GeForceGTX 1650



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der Arbeit sind eine Methode und ein darin eingebettetes Modell zur beanspruchungsgerechten Vorauslegung additiv gefertigter Meso-Strukturen in Bauteilen während der Konzeptphase der Produktentwicklung erarbeitet worden. Die Auslegungsmethode ermöglicht dem Anwender eine erste Dimensionierung eines Bauteilkonzepts mit Meso-Strukturen hinsichtlich deren Steifigkeitseigenschaften unter Zug/Druck- bzw. Schubbeanspruchung, die dem Vergleich unterschiedlicher Meso-Strukturen untereinander und mit anderen Konzepten dient und eine Aussage über die Realisierbarkeit des Konzepts hinsichtlich der Steifigkeitsanforderungen liefert.

In den folgenden Abschnitten werden das Forschungsvorgehen und die Ergebnisse zusammengefasst und kritisch diskutiert. Im Anschluss folgt ein Ausblick auf mögliche anschließende Forschungsideen.

### 7.1 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Die Steifigkeitseigenschaften unterschiedlicher homogener Streben-Meso-Strukturen und ausgewählter Flächen-Meso-Strukturen sind zunächst mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) ermittelt und das FE-Modell stichprobenartig unter Verwendung einer Meso-Struktur-Topologie experimentell verifiziert worden. Für die ermittelten Steifigkeitseigenschaften werden mittels Regressionsanalyse Näherungsfunktionen abhängig von den gestalterischen Merkmalen untersucht und die Potenzfunktion als geeignete mathematische Beschreibung des Zusammenhangs ausgewählt.

Das daraus abgeleitete Auslegungsmodell beschreibt die Steifigkeitseigenschaften würfelförmiger homogener Meso-Strukturen abhängig von deren Merkmalen, der Strukturdicke und der Kantenlänge der Einhüllenden, durch eine Dimensionierungsgleichung. Unter Verwendung der Dimensionierungsgleichung kann zum einen die Meso-Struktur abhängig von Steifigkeitsanforderungen beanspruchungsgerecht, d. h., lokal an die Anforderungen angepasst, ausgelegt werden, zum anderen sind darin die beeinflussbaren Merkmale und ihr Effekt auf die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Struktur erkennbar und können gezielt festgelegt werden. Durch das Modell wird das erste Ziel, den Zusammenhang zwischen den Eigenschaften und den gestalterischen Merkmalen homogener Meso-Struktur-Elementarzellen durch ein Modell zu beschreiben, umgesetzt und Forschungsfrage 1 beantwortet.

Aufbauend auf dem FE-Modell für homogene Meso-Strukturen erfolgt die Modellierung für gradierte Meso-Strukturen, deren Strukturdicke innerhalb einer Elementarzelle variiert wird. Die gradierten Meso-Strukturen werden in Übergangsbereichen zwischen

unterschiedlichen homogenen Meso-Strukturen oder hin zu Vollmaterial eingesetzt, um die Übergänge frei von Sprüngen in der Steifigkeit zu gestalten. Für die gradierten Meso-Strukturen wird der Einfluss der Gradierungsspanne, also dem Strukturickenunterschied zwischen der dünneren und dickeren Seite der Elementarzelle, und der durchschnittlichen relativen Dichte anhand zweier Streben-Meso-Struktur-Topologien betrachtet.

Die Analyse der Steifigkeitseigenschaften gradiertter Meso-Strukturen ergibt, dass sich die Gradierung in signifikantem Ausmaß und abhängig vom Lastfall unterschiedlich auf die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen auswirkt. Die Reduktion der Steifigkeitseigenschaften durch gradierte Elementarzellen kommt besonders bei Druck oder Scherung senkrecht zur Gradierungsrichtung deutlich zum Tragen. Die Erkenntnisse über die Auswirkung der Gradierung auf die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen werden in einem Kriterium zur Gestaltung der Gradierung abhängig vom Strebendurchmesser, der für eine lokale homogene Elementarzelle entsprechend der Steifigkeitsanforderungen ermittelt worden ist, erfasst. Das Kriterium besagt, dass bei relativen Dichten unterhalb von 30 % der ermittelte Strebendurchmesser für eine lokale homogene Elementarzelle der geringsten Dicke im Gradienten entsprechen muss. Oberhalb von 30 % kann ein symmetrischer Gradient um den ermittelten Strebendurchmesser einer lokalen homogenen Elementarzelle erstellt werden. Das Kriterium basiert auf den Erkenntnissen hinsichtlich des Ausmaßes der Abweichung der Steifigkeitseigenschaften gradiertter Elementarzellen gegenüber den homogenen Elementarzellen gleicher Durchschnittsdichte, wobei zugrunde gelegt wird, dass eine Abweichung unter 5 % akzeptabel für die Vordimensionierung ist. Das Kriterium wird, ausgehend von den Lastfällen mit der größten Abweichung von der Steifigkeit einer homogenen Elementarzelle mit der entsprechenden Durchschnittsdichte, abgeleitet und somit erfolgt eine konservative Dimensionierung für die weiteren Lastfälle. Unter Verwendung des Kriteriums sind Übergangsbereiche zwischen lokal unterschiedlich dicken homogenen Meso-Strukturen sowie zu Vollmaterial vordimensionierbar, wodurch das zweite Ziel, dickengradierte Bereiche aufbauend auf der lokalen Dimensionierung homogener Meso-Strukturen auszulegen, erfüllt wird.

Das Dimensionierungsmodell für homogene Meso-Strukturen und das Kriterium zur darauf aufbauenden Dimensionierung von gradierten Meso-Strukturen werden in einem methodischen Vorgehen für die Vordimensionierung von Meso-Strukturen innerhalb eines Bauteils eingebettet, um dadurch das dritte Ziel der systematischen Integration der Meso-Strukturen in Bauteile umzusetzen. Die Methode geht von der Kenntnis der Bauteil- bzw. Bauraumgeometrie sowie der Beanspruchungen aus und liefert als Ergebnis ein vordimensioniertes Bauteilkonzept mit Meso-Strukturen sowie eine Aussage über dessen Realisierbarkeit.

Die erarbeitete Methode und das integrierte Modell sind für Anwender geeignet, die über grundlegende technische Kenntnisse und Grundlagen in den Bereichen Produktentwicklung und additive Fertigung verfügen. Die Wahl der Bauteile ist frei, sofern die grundlegenden Informationen zur Bauteilgeometrie und der Beanspruchung verfügbar sind. In der Anwendung ist die Methode auf die Konzeptphase beschränkt, da sie nur eine konservative Vordimensionierung auf Steifigkeit ermöglicht. Für die vollständige Auslegung der Bauteile ist ein anschließender Nachweis der Festigkeit und Stabilität

unter den gegebenen Lasten nötig. Für eine Feindimensionierung des Bauteils und eine Optimierung der Gestalt, die bei Wahl des Konzepts mit Meso-Strukturen folgt, ist zudem die Berücksichtigung von Fertigungseinflüssen erforderlich. Darüber hinaus ist eine detailliertere Auslegung der gradierten Strukturen zweckmäßig, da durch das konservative Dimensionierungskriterium abhängig vom Lastfall überdimensioniert wird und durch eine Optimierung zusätzlich Masse und Materialverbrauch reduziert werden können.

Zur Realisierung einer einfachen und zeiteffizienten Vorauslegung während der Konzeptphase, zielt das Modell auf die direkte Ermittlung der gestalterischen Merkmale für die erforderlichen Steifigkeiten ab, sodass auf Iterationen oder Optimierungen für die Ermittlung der Dimensionen für das Bauteilkonzept verzichtet werden kann. Zusätzlich wird durch die Dimensionierungsgleichung direkt ersichtlich, welche Auswirkung eine Änderung der Merkmale auf die Steifigkeitseigenschaften hat. Ebenso werden zusätzliche Zwischenschritte bei der Berechnung vermieden, wie sie erforderlich werden, wenn die Steifigkeitseigenschaften auf die relative Dichte bezogen werden. Der Bezug auf die relative Dichte wird für die initiale Topologieauswahl vor der Dimensionierungsberechnung verwendet, da er einen Vergleich der Leichtbaugüte der Topologien für die jeweilige Beanspruchung darstellt.

Das Auslegungsmodell ist als universell einsetzbar vorgesehen. Die Anwendbarkeit für unterschiedliche Streben- und Flächen-Meso-Strukturen über dem gesamten Spektrum der relativen Dichte ebenso wie die Auswahl unterschiedlicher metallischer Werkstoffe mit linear-elastischer Werkstoffcharakteristik sind in der Arbeit überprüft und bestätigt worden. Aufgrund der Vielzahl möglicher Topologien und der permanenten Entwicklung neuer Topologien kann hier jedoch kein vollständiger Katalog der Dimensionierungsgleichungen für alle Topologien erreicht werden. Die Dimensionierungsgleichung hat für jede Topologie individuelle Koeffizienten. Daher wird zur Integration neuer Topologien ein Vorgehen zur Ermittlung der entsprechenden Dimensionierungsgleichungen über die einmalige FEM-Simulation ausgewählter relativer Dichten vorgeschlagen.

Die Auslegungsmethode hat eine beanspruchungsgerechte Vordimensionierung zum Ziel. Dazu wird die Gradierung des Strebendurchmessers eingesetzt, deren Einfluss über das Kriterium berücksichtigt wird und eine Dimensionierung der gradierten Elementarzellen abhängig von der Durchschnittsdichte ermöglicht. Eine Erweiterung des Kriteriums, beispielsweise aufgrund umfassender Erkenntnisse zur mathematischen Beschreibung des Gradierungseinflusses auf die Steifigkeitseigenschaften, kann durch eine Ergänzung bzw. Konkretisierung der Dimensionierung für diesen Auslegungsschritt unabhängig von den vorhergehenden Auslegungsschritten erfolgen. Ebenso modular können Erweiterungen an den Schritten der Topologieauswahl und dem Modell zur Dimensionierung vorgenommen werden.

## 7.2 Ausblick

Die vorgestellte Methode stellt einen Beitrag zur Vordimensionierung von additiv gefertigten Meso-Strukturen dar. In weiteren Forschungsvorhaben sind Erweiterungen und

Detailierungen des Auslegungsmodells möglich, um die Ausnutzung der Meso-Strukturen weiter zu steigern und sich einer fertigungsreifen Dimensionierung anzunähern.

Zunächst können noch weitere Merkmale der Elementarzelle in das Auslegungsmodell integriert werden. Dazu gehören die Kantenlängen der Elementarzelleneinhüllenden, deren Berücksichtigung eine Abweichung von der würfelförmigen Elementarzelle ermöglicht und dadurch weitere Einstellungsmöglichkeiten bietet. Darüber kann auch eine Änderung der Winkel innerhalb der Elementarzelle erfolgen, wodurch abhängig von der Belastung und der Bauteilgeometrie, die mit Meso-Strukturen gefüllt wird, eine höhere Belastungsgerechtigkeit erreicht werden kann.

Des Weiteren sind Flächen-Meso-Strukturen im Rahmen der Arbeit nur anhand ausgewählter Topologien untersucht worden und aufgrund der Ergebnisse wird eine Übertragbarkeit der Modellierung auf Flächen-Meso-Strukturen angenommen. Um diese initialen Ergebnisse zu bestätigen, ist die Untersuchung weiterer Flächen-Meso-Strukturen, insbesondere von Flächen-Meso-Strukturen mit gekrümmten Flächen erforderlich.

Die Untersuchung der Gradienteneinflüsse hat gezeigt, dass das Modell für die Ermittlung der Schubsteifigkeit keinen reinen Schub, sondern eine überlagerte Beanspruchung innerhalb der Meso-Struktur-Elementarzelle bewirkt. Um aussagekräftige Absolutwerte für die Schubsteifigkeit und eine genauere Aussage über den Gradienteneinfluss auf die Schubsteifigkeit zu erhalten, ist es erforderlich, ein neues Modell für die Aufgabe reiner Schubbeanspruchung auf eine gradierte Elementarzelle zu erarbeiten.

Bei der Gradierung der Meso-Strukturen für die beanspruchungsgerechte Gestaltung sind auch Erweiterungen denkbar. Zum einen können andere Gradierungsvarianten, wie beispielsweise die Gradierung der Kantenlänge, integriert werden. Die Variation der Kantenlänge bietet sich besonders in Kombination mit der Erweiterung des Modells um die Abweichung der Einhüllenden von der Würfelgeometrie an, da die Eigenschaften der unidirektional verlängerten Elementarzellen in der Längengradierung den Eigenschaften der rechteckigen Elementarzellen entsprechen. Zudem kann auch die Gradierung der Strukturdicke innerhalb der Elementarzelle erweitert werden, z. B. durch nichtlineare Gradierungsverläufe entlang der Streben in der Meso-Struktur. Auch die Untersuchung einer anderen Gradierungsrichtung relativ zur Elementarzelle, z. B. diagonal durch die Elementarzelle, ist für die Konkretisierung des Auslegungskriteriums für gradierte Meso-Strukturen relevant.

Der Einfluss der Gradierung auf die Steifigkeitseigenschaften ist zudem nur anhand von zwei Meso-Struktur-Topologien untersucht worden. Auch hier ist die Untersuchung weiterer Topologien v. a. Flächen-Meso-Struktur-Topologien notwendig, um die ermittelten Auswirkungen für weitere Topologien zu überprüfen und das Dimensionierungskriterium für die Gradienten auf Basis weiterer Erkenntnisse zu verfeinern.

Die Eigenschaften der Meso-Strukturen sind unter der Annahme eines linear-elastischen Werkstoffverhaltens für das Material, aus dem die Meso-Strukturen bestehen, ermittelt worden. Um das Modell universell im Bezug auf Werkstoffe zu gestalten, ist die Untersuchung der Eigenschaften bei anderen Werkstoffcharakteristiken der nächste Schritt. Mit den Resultaten solcher Untersuchungen kann überprüft werden, ob das Modell für

andere Werkstoffcharakteristika übertragbar ist oder inwiefern es angepasst werden muss, um eine Anwendbarkeit für andere Werkstoffe zu erreichen.

Eine Steigerung der Auslegungsgenauigkeit für reale Bauteile, wird durch die Berücksichtigung von Fertigungseinflüssen erreicht. Versuchsreihen zu den ermittelten Zusammenhängen zwischen Merkmalen der Meso-Strukturen und ihren Steifigkeitseigenschaften dienen zum einen dazu, die bisher initial durchgeführte experimentelle Verifikation, u. a. hinsichtlich einer Variation der Meso-Struktur-Topologie und sehr dünner Strukturdicken, zu vervollständigen und neben der Dimensionierungsgleichung für die homogenen Meso-Strukturen auch die Gradierungseinflüsse experimentell zu verifizieren. Zum anderen können über den Abgleich mit experimentellen Ergebnissen die Fertigungseinflüsse auf die Steifigkeitseigenschaften in das Modell integriert werden, wodurch die ermittelten Eigenschaften jenen eines gefertigten Bauteils entsprechen und die Auslegung exakter wird. Im Rahmen der Untersuchung kann zudem ermittelt werden, inwieweit die Dimensionierungsgleichung skalierbar ist, d. h. inwieweit sie außerhalb der vorausgesetzten Grenzen für die Meso-Struktur-Skala Gültigkeit besitzt.

Neben den Erweiterungen für die Auslegung auf die Steifigkeitseigenschaften der Meso-Strukturen ist der Nachweis von Festigkeit und Stabilität für die vollständige Bauteil-auslegung unerlässlich. Ein weiterer Forschungsaspekt könnte dementsprechend sein, ein Dimensionierungsmodell und -vorgehen für die Festigkeits- und Stabilitätseigenschaften zu erarbeiten, um eine Vorauslegung der grundlegenden mechanischen Eigenschaften zu ermöglichen.

# A Anhang

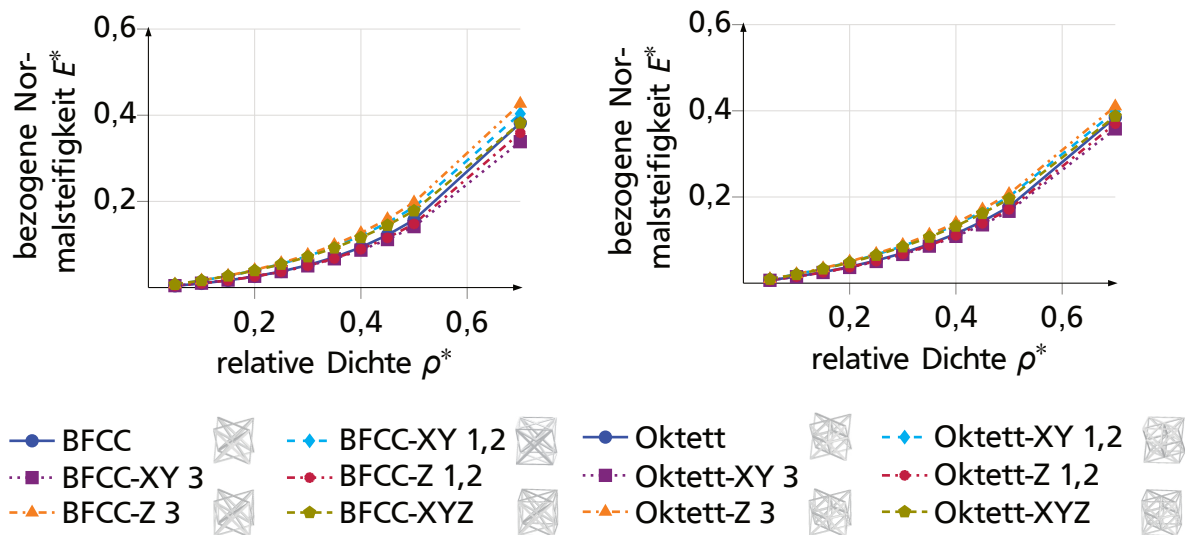
## A.1 Berechnung der 2D-Stubwerkzelle im Kragträger

Verhältnis des Werkstoff-Elastizitätsmoduls zum äquivalenten Elastizitätsmodul der Stubwerkzelle:<sup>1</sup>

$$\frac{E_{eq}}{E_s} = \frac{2d}{b} (1 + \cos^3 \alpha) \quad (A.1)$$

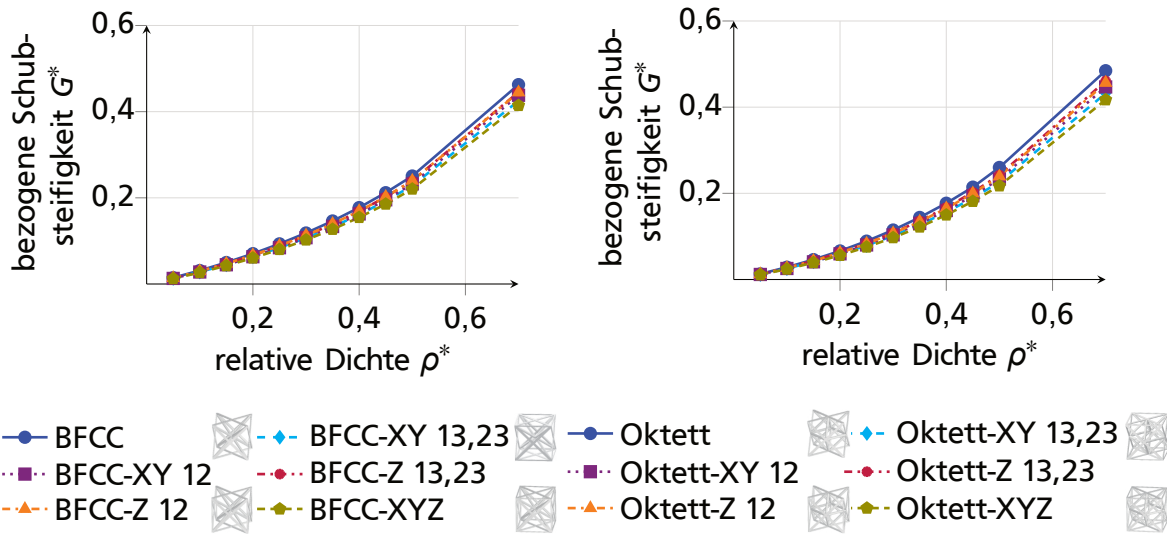
$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{l^2}}} \quad (A.2)$$

## A.2 Variation der Streben auf den Würfelkanten bei der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Topologie

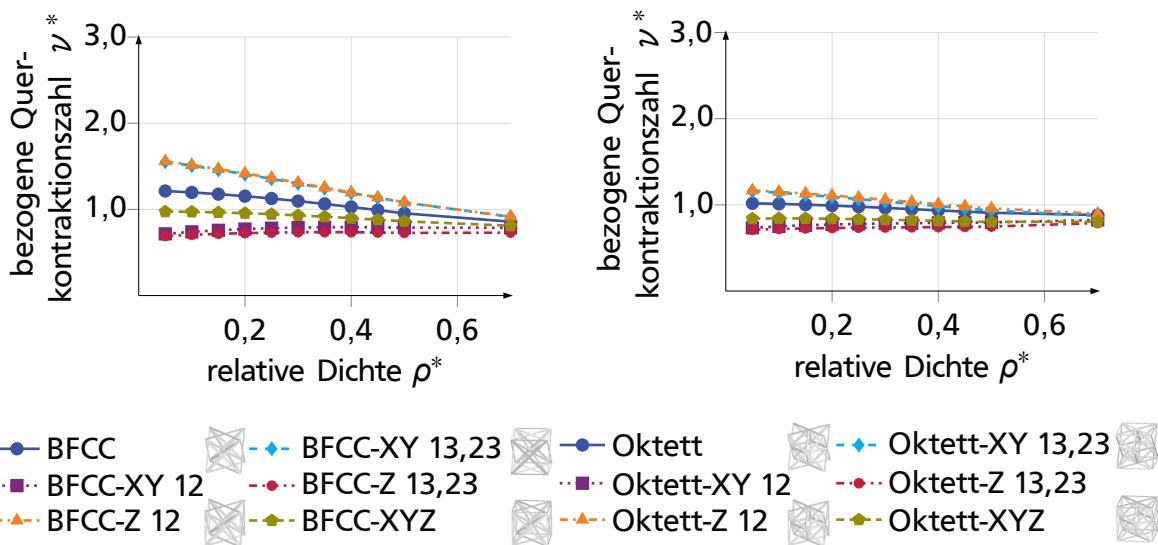


**Abbildung A.1:** Bezogene Normalsteifigkeit  $E^*$  der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$

<sup>1</sup>Schulte et al. 2021a, S. 4.

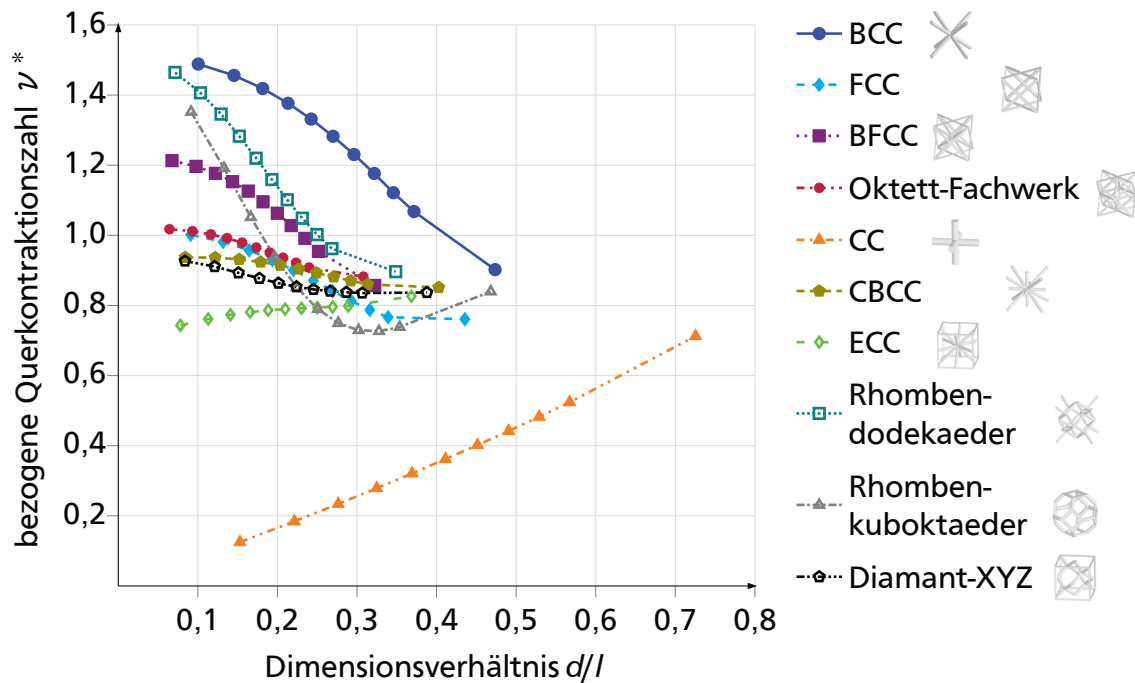


**Abbildung A.2:** Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$



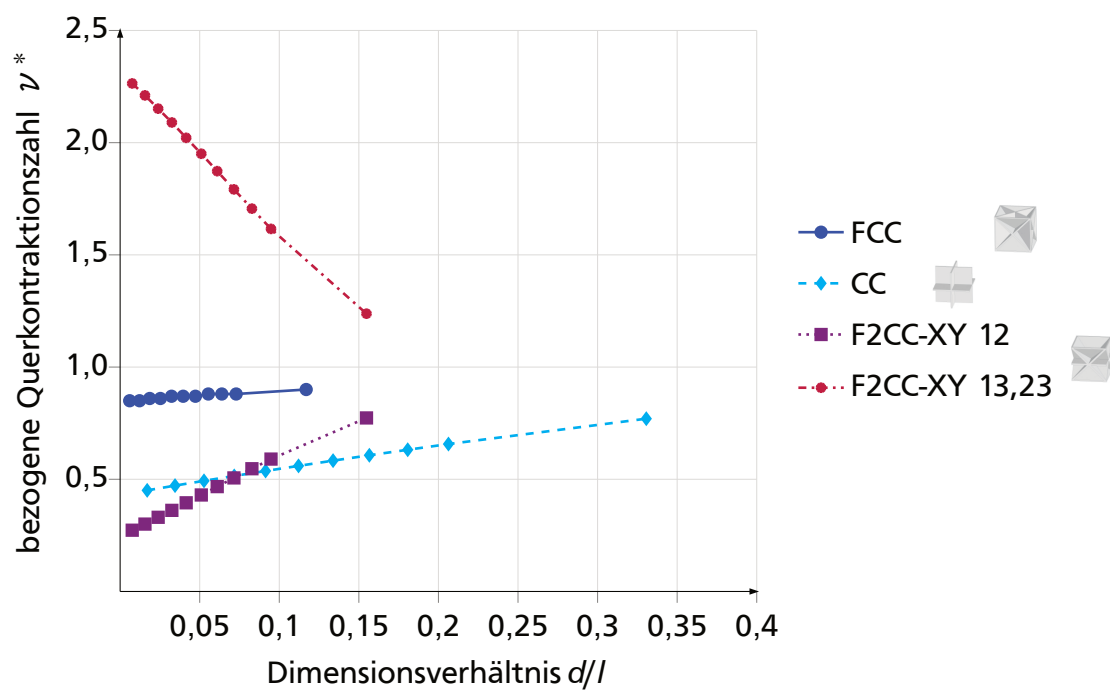
**Abbildung A.3:** Bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte  $\rho^*$

### A.3 Querkontraktionszahl abhängig vom Dimensionsverhältnis



**Abbildung A.4:** Bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig von dem Dimensionsverhältnis  $d/l$  für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien





**Abbildung A.5:** Bezogene Querkontraktionszahl  $\nu^*$  abhängig von dem Dimensionsverhältnis  $d/l$  für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien

## A.4 Einfluss des Werkstoffs

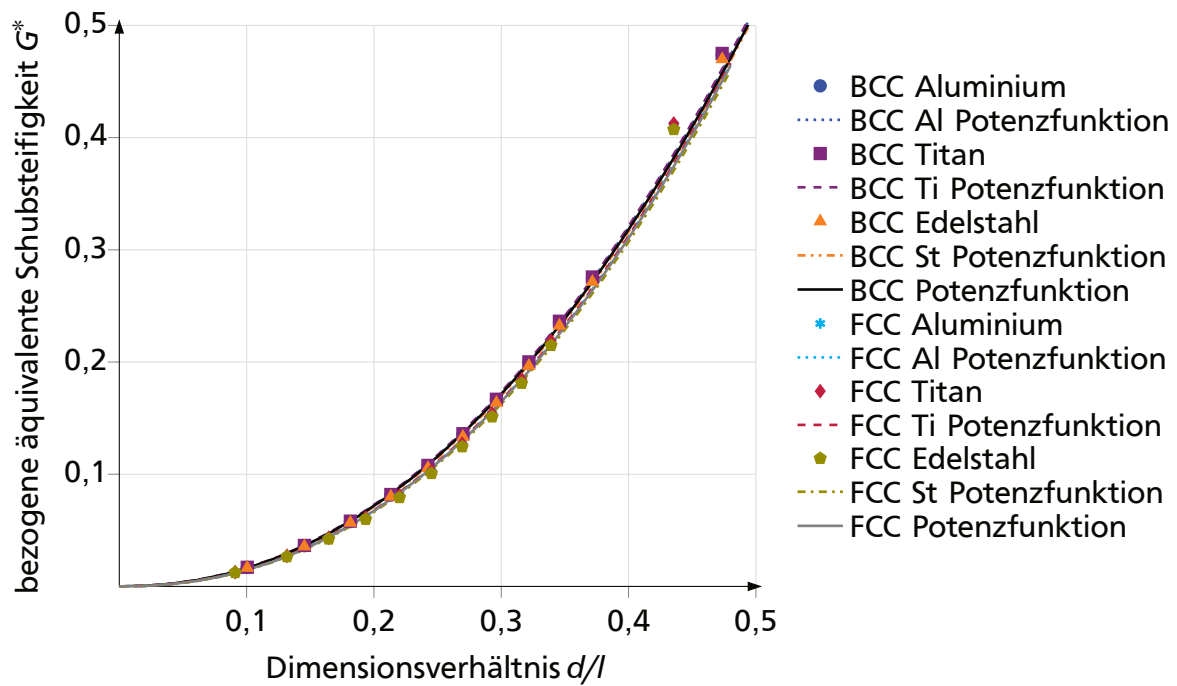
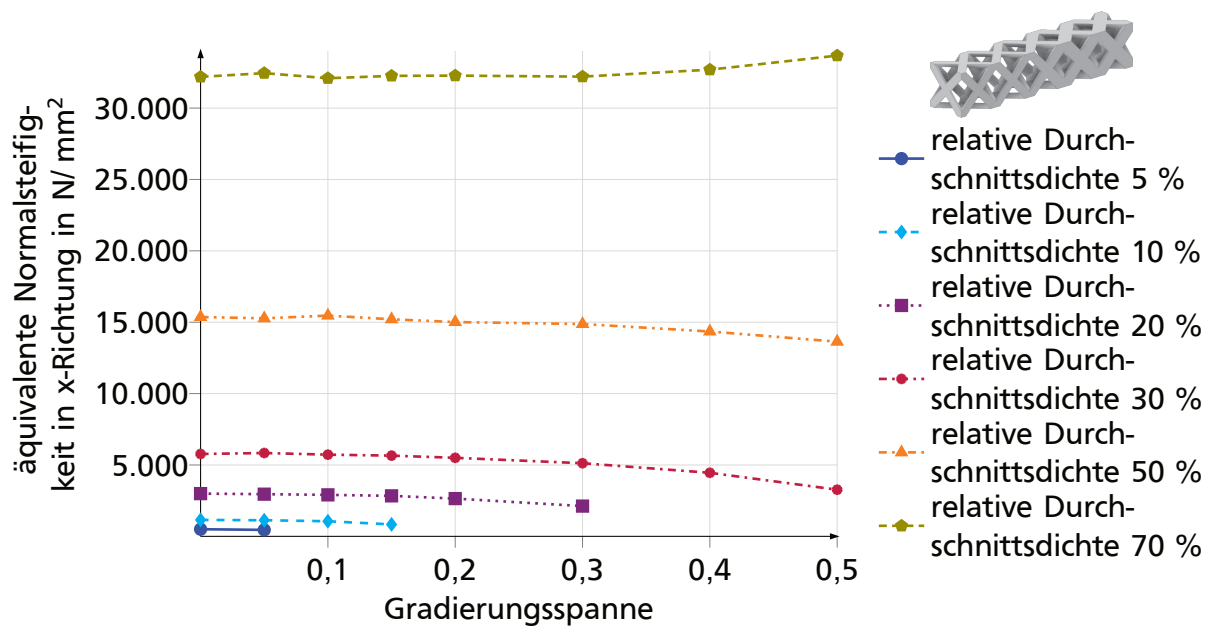


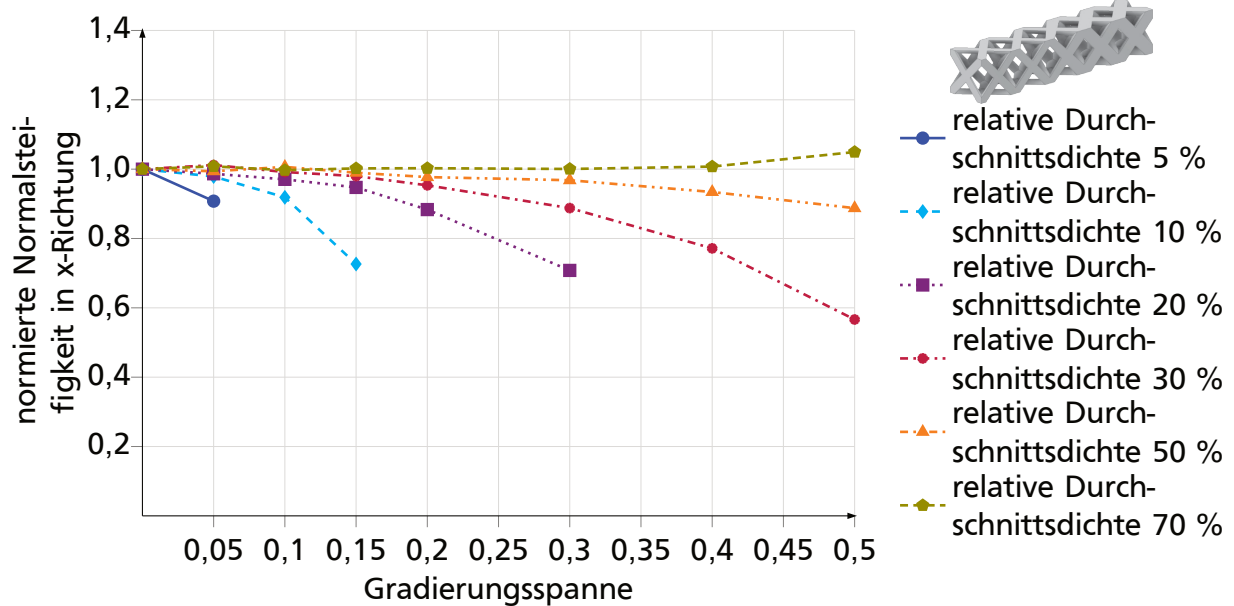
Abbildung A.6: Bezogene Schubsteifigkeit  $G^*$  der BCC- und FCC-Topologie abhängig von unterschiedlichen Werkstoffen

## A.5 Gradienteneinfluss bei der FCC-Elementarzelle

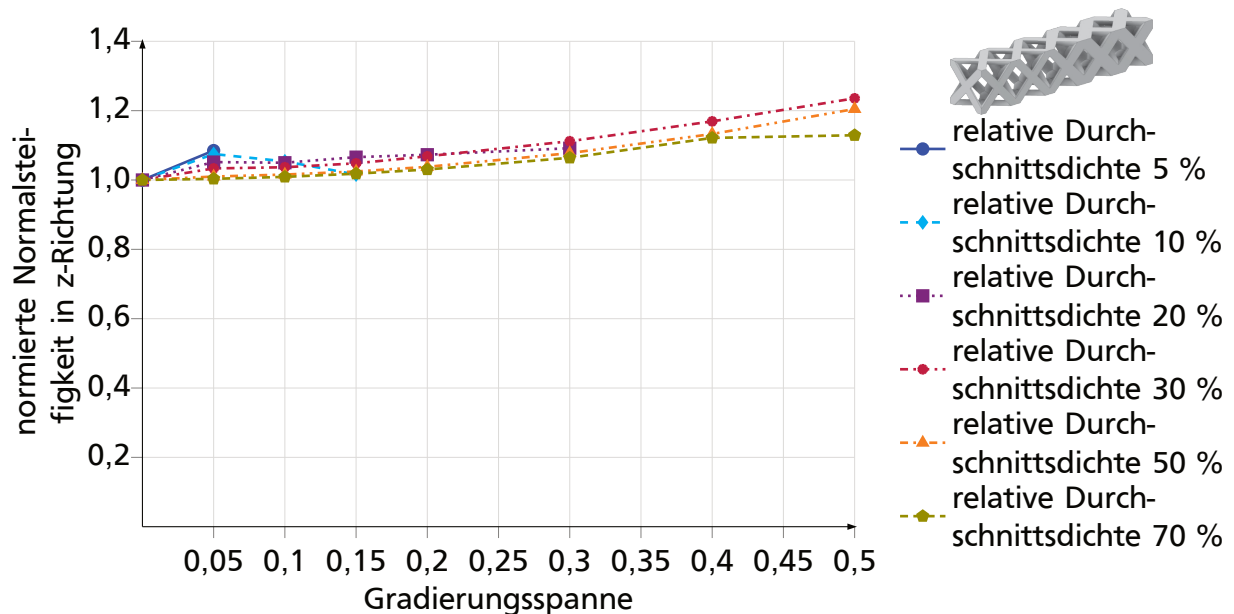
Im Folgenden sind die Verläufe der Steifigkeiten für gradierte FCC-Elementarzellen gezeigt. Aus zeitlichen Gründen ist die Simulation der Gradierungsspannen für die Gradienten um 70 % relative Durchschnittsdichte nicht vervollständigt worden. Die Ähnlichkeit der Tendenzen zu jenen der BCC-Elementarzellen werden dennoch deutlich. Die ermittelten Steifigkeiten der gradierten Elementarzellen um 70 % relative Durchschnittsdichte liegen im Bereich der Steifigkeit einer homogenen Elementarzelle mit 70 % relativer Dichte oder sind gegenüber dieser um bis zu 20 % überhöht.



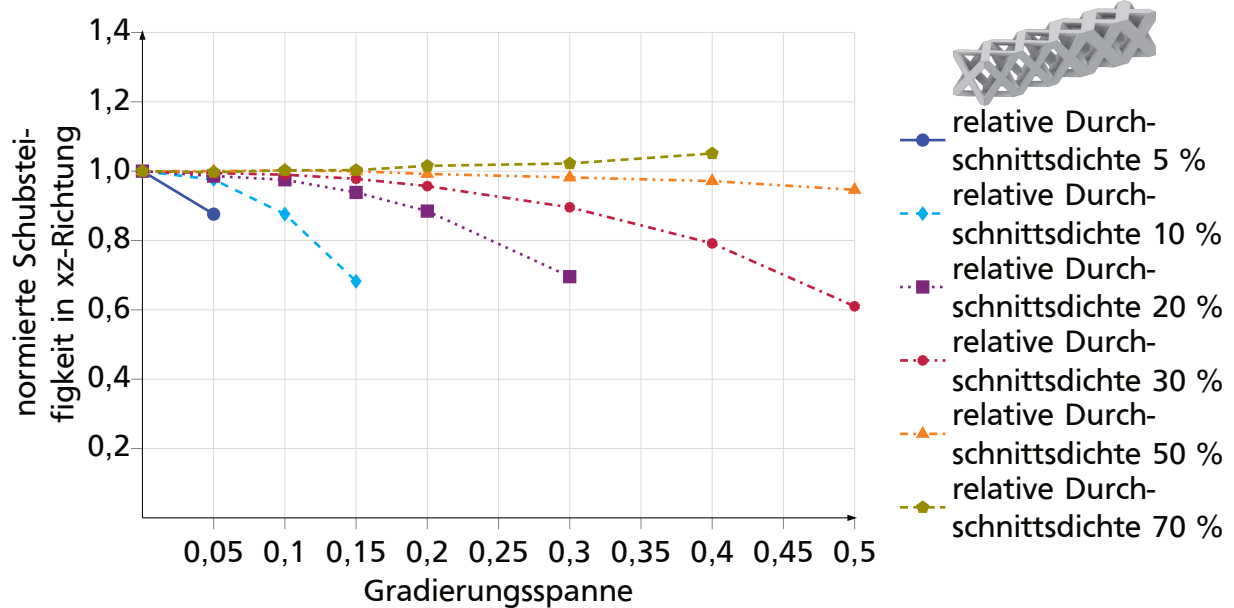
**Abbildung A.7:** Normalsteifigkeit gradiertter Elementarzellen in x-Richtung abhängig von der durchschnittlichen relativen Dichte der Elementarzellen und der Gradierungsspanne am Beispiel der FCC-Elementarzelle



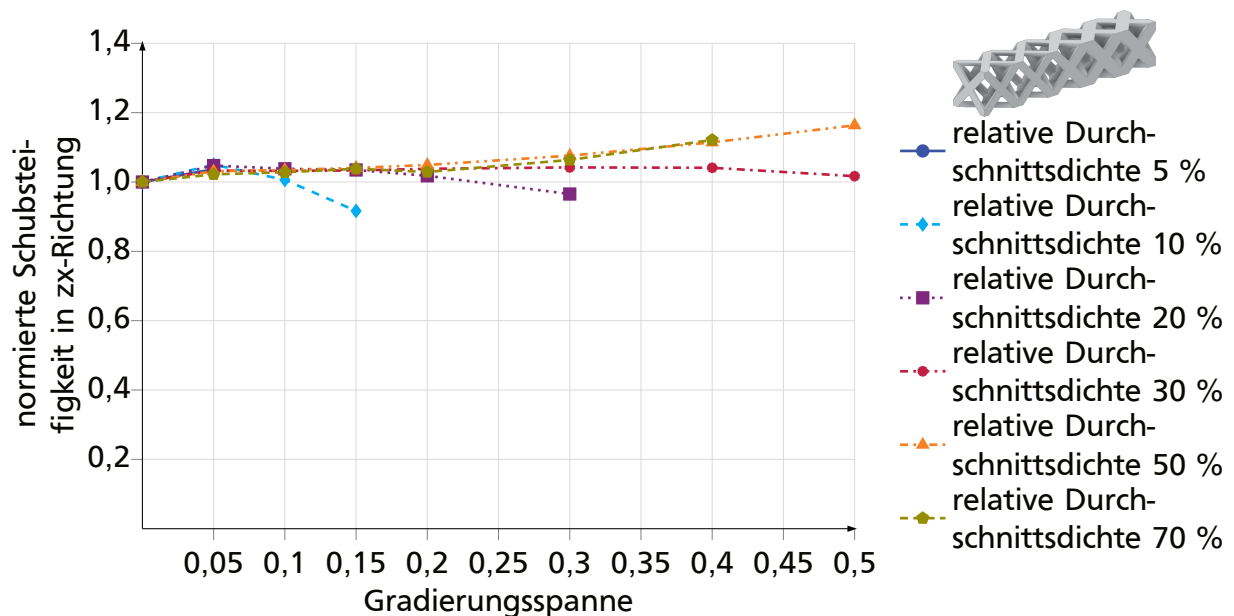
**Abbildung A.8:** Normalsteifigkeit gradierter Elementarzellen in x-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte, abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten der Elementarzellen am Beispiel der FCC-Elementarzelle



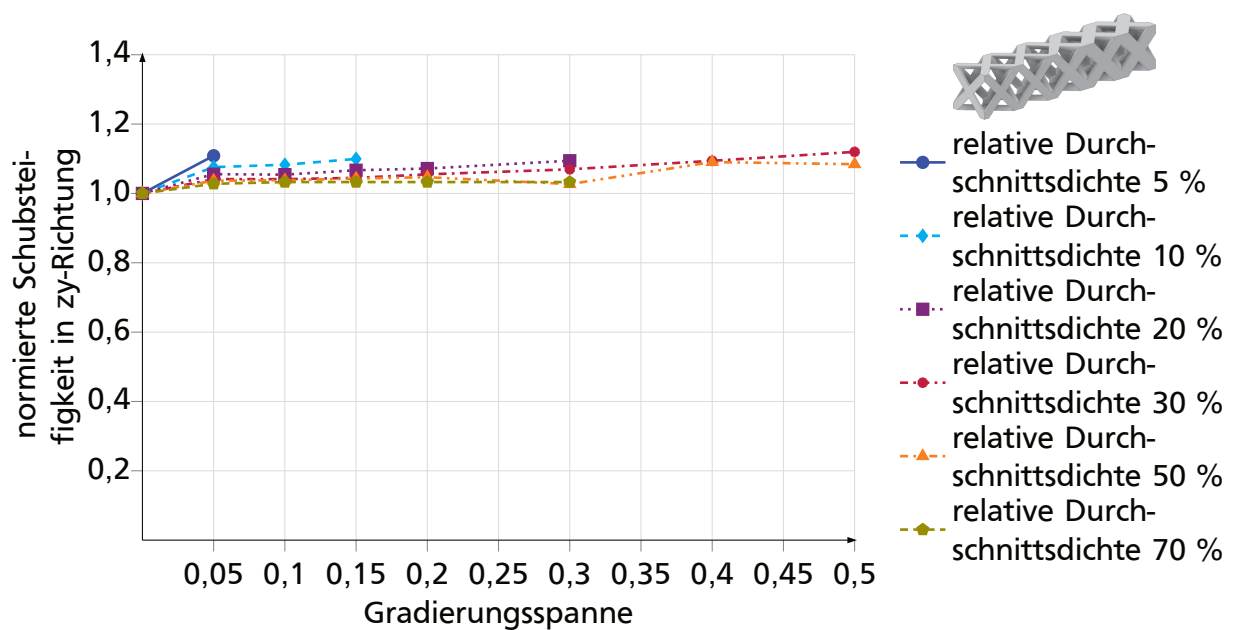
**Abbildung A.9:** Normalsteifigkeit gradierter Elementarzellen in z-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle



**Abbildung A.10:** Schubsteifigkeit gradiertter Elementarzellen über x in z-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle



**Abbildung A.11:** Schubsteifigkeit gradiertter Elementarzellen über z in x-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle



**Abbildung A.12:** Schubsteifigkeit gradierter Elementarzellen über  $z$  in  $y$ -Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle

## A.6 Koeffizienten der Dimensionierungsgleichungen für Normalsteifigkeit, Schubsteifigkeit und Querkontraktionszahl

**Tabelle A.1:** Koeffizienten der Dimensionierungsgleichung der bezogenen Schubsteifigkeit  $G_{12}^*$  und  $G_{13,23}^*$  für die untersuchten Flächen-Meso-Struktur-Topologien

Topologie	Koeffizient $a$	Exponent $b$	Bestimmtheitsmaß $R^2$
FCC	4,5093	0,98	0,9999
CC	1,3607	1,0862	0,9985
F2CC-XY 12	3,4754	0,977	0,9999
F2CC-XY 13,23	3,1652	0,9746	0,9999

**Tabelle A.2:** Koeffizienten der Approximationsfunktion der bezogenen Querkontraktionszahl  $\nu_{12}^*$  und  $\nu_{13,23}^*$  für die untersuchten Flächen-Meso-Struktur-Topologien

Topologie	$A$	$B$	$C$	$D$	Bestimmtheitsmaß $R^2$
FCC	8,148	-2,387	0,6457	0,8471	0,9999
CC	0,1618	-0,6617	1,2295	0,43	1
F2CC-XY 12	-40,737	6,5352	3,3657	0,2468	1
F2CC-XY 13,23	117,86	-22,59	-6,2733	2,3131	1

**Tabelle A.3:** Koeffizienten der Dimensionierungsgleichung der bezogenen Normalsteifigkeit  $E_1^*$  für die untersuchten Streben-Meso-Struktur-Topologien

Topologie	Koeffizient $a$	Exponent $b$	Bestimmtheitsmaß $R^2$
BCC	10,539	4,4893	0,9998
BCC-XY	8,526	3,888	0,9993
BCC-Z	4,597	2,867	0,9997
BCC-XYZ	5,549	2,886	0,9989
FCC	3,7249	2,6779	0,9959
FCC-XY	6,911	2,978	0,9997
FCC-Z	3,860	2,373	0,9995
FCC-XYZ	5,648	2,530	0,9996
BFCC	20,534	3,522	0,9993
BFCC-XY	20,215	3,413	0,9986
BFCC-Z	14,401	3,025	0,9991
BFCC-XYZ	15,210	2,994	0,9985
Oktett-Fachwerk	12,904	2,988	0,9989
Oktett-Fachwerk-XY	15,364	3,022	0,9979
Oktett-Fachwerk-Z	10,533	2,681	0,9992
Oktett-Fachwerk-XYZ	12,489	2,722	0,9989
CC	1,014	2,150	0,9999
CBCC	3,3554	2,4949	0,9954
CBCC-XYZ	5,986	2,538	0,9993
ECC	5,675	2,647	0,9986
Rhombendodekaeder	20,443	3,623	0,9991
Rhombenkuboktaeder	3,152	2,419	0,9918
Diamant-XYZ	5,449	2,822	0,9986



**Tabelle A.4:** Koeffizienten der Dimensionierungsgleichung der bezogenen Schubsteifigkeit  $G_{12}^*$  für die untersuchten Streben-Meso-Struktur-Topologien

Topologie	Koeffizient $a$	Exponent $b$	Bestimmtheitsmaß $R^2$
BCC	2,2921	2,1493	0,9997
BCC-XY	4,033	2,481	0,9996
BCC-Z	3,066	2,319	0,9998
BCC-XYZ	4,715	2,555	0,9994
FCC	2,3478	2,2018	0,9983
FCC-XY	4,202	2,516	0,9998
FCC-Z	3,081	2,420	0,9990
FCC-XYZ	4,434	2,553	0,9996
BFCC	6,803	2,381	0,9993
BFCC-XY	8,433	2,471	0,9991
BFCC-Z	7,299	2,406	0,9993
BFCC-XYZ	8,724	2,477	0,9991
Oktett-Fachwerk	9,094	2,492	0,9996
Oktett-Fachwerk-XY	11,340	2,560	0,9988
Oktett-Fachwerk-Z	9,810	2,535	0,9994
Oktett-Fachwerk-XYZ	11,435	2,595	0,9992
CC	1,395	3,931	0,9997
CBCC	3,4646	2,318	0,9978
CBCC-XYZ	7,365	2,752	0,9988
ECC	7,074	2,786	0,9993
Rhombendodekaeder	10,107	2,797	0,9963
Rhombenkuboktaeder	4,411	2,877	0,9977
Diamant-XYZ	8,373	3,099	0,9993

**Tabelle A.5:** Koeffizienten der Approximationsfunktion der bezogenen Querkontraktionszahl  $\nu_{12}^*$  für die untersuchten Streben-Meso-Struktur-Topologien

Topologie	A	B	C	D	Bestimmtheitsmaß $R^2$
BCC	11,964	-11,795	1,8319	1,4074	0,9995
BCC-XY	-1,2266	-1,5655	2,9762	-0,1303	0,9993
BCC-Z	27,89	-21,096	-0,4863	3,0857	1
BCC-XYZ	9,3703	-6,8901	1,1854	0,879	0,9981
FCC	17,086	-12,377	1,7631	0,9285	0,9993
FCC-XY	11,302	-7,4187	2,0068	0,47	0,9996
FCC-Z	28,114	-19,378	2,1138	1,1553	0,9997
FCC-XYZ	19,261	- 11,24	1,7174	0,6336	0,9986
BFCC	28,943	-19,133	2,3013	1,1322	0,9988
BFCC-XY	6,4228	-6,3195	1,8726	0,6185	0,9909
BFCC-Z	45,367	-27,709	2,324	1,5083	0,9998
BFCC-XYZ	19,716	-12,551	1,6196	0,9148	0,9988
Oktett-Fachwerk	19,676	-11,272	1,3065	0,9737	0,9737
Oktett-Fachwerk-XY	14,309	-7,9963	1,7107	0,6541	0,9976
Oktett-Fachwerk-Z	28,512	-16,041	1,4615	1,1306	0,9998
Oktett-Fachwerk-XYZ	22,131	-11,376	1,5254	0,7836	0,9956
CC	0,2861	-0,0214	0,8564	-0,0069	1
CBCC	9,3522	-6,8764	1,1824	0,8792	0,9982
CBCC-XYZ	11,263	-6,6471	1,3783	0,6182	0,9997
ECC	7,9895	-5,6573	1,4521	0,6594	0,9985
Rhombendodekaeder	45,043	-24,683	1,4948	1,4669	1
Rhombenkuboktaeder	-2,9204	12,247	-7,4575	1,9513	0,995
Diamant-XYZ	3,2612	-0,9092	-0,4903	0,9745	0,9957

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Stochastische Schäume in geschlossenporiger (a) und offenporiger (b) Form im Vergleich zu determinierten Honigwaben (c) und Gitterstrukturen (d) . . . . .	2
1.2	Additiv gefertigtes Knochenimplantat zur Korrektur der Wirbelsäulenstellung . . . . .	3
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	5
2.1	Ablauf der additiven Fertigung . . . . .	8
2.2	Prinzipieller Ablauf des Laser-pulverbettbasierten Schmelzens: Initiierung des additiven Fertigungsprozesses gefolgt von abwechselnder Beschichtung und Belichtung der Bauteilkontur bis das fertige Bauteil aus der Anlage entnommen werden kann . . . . .	10
2.3	Charakteristika von Meso-Strukturen in Bauteilen . . . . .	13
2.4	Einhüllende Volumen von Meso-Strukturen, beispielhaft sind die Tetraeder- und die Würfelform gezeigt . . . . .	14
2.5	Auswahl häufig betrachteter Topologien von Streben-Meso-Strukturen . . . . .	15
2.6	Auswahl häufig betrachteter Topologien von Flächen-Meso-Strukturen . . . . .	16
2.7	Varianten der Topologie unter der Bezeichnung kubisch-flächenzentrierte (FCC) Elementarzellen . . . . .	16
2.8	Drei Möglichkeiten zur Gradierung von Meso-Strukturen durch Änderung der Strukturdicke, der Kantenlänge oder der Topologie . . . . .	18
2.9	Beispielhafte Spannungs-Dehnungs-Kurven aus Druckversuchen mit homogenen Meso-Strukturen a) und gradierten Meso-Strukturen b) für die BCC-Topologie . . . . .	19
2.10	Prinzipdarstellung einer Druckprüfmaschine . . . . .	22
2.11	Dreidimensionale Elemente in der FEM mit Knoten für lineare und quadratische Konfiguration mit Freiheitsgraden am Beispiel des Tetraederelements . . . . .	25
2.12	Schematische Darstellung des Homogenisierungsansatzes . . . . .	29
2.13	Beispielhafte Darstellung für einen kontinuierlich gradierten Meso-Strukturverbund . . . . .	34
2.14	Schematische Darstellung der untersuchten Lastrichtungen zu den Gradierungsrichtungen: in Gradierungsrichtung a) quer zur Gradierungsrichtung b) . . . . .	35
2.15	Produktentwicklungsprozess nach VDI 2221 . . . . .	40
4.1	BCC-Elementarzelle modelliert in Inventor Professional 2021 . . . . .	56

4.2	Netzkonvergenzanalyse beispielhaft anhand einer FCC-Elementarzelle mit 10 mm Kantenlänge und 25 % relativer Dichte; die Netzweite bei 450.000 Elementen beträgt 0,2 mm . . . . .	57
4.3	Modell für den Druckversuch an homogenen Elementarzellen beispielhaft anhand einer BCC-Elementarzelle mit 20 % relativer Dichte und 10 mm Kantenlänge . . . . .	58
4.4	Modell für den Schubversuch an homogenen Elementarzellen beispielhaft anhand einer BCC-Elementarzelle mit 20 % relativer Dichte und 10 mm Kantenlänge . . . . .	59
4.5	Elementarzelle im Meso-Struktur-Verbund . . . . .	59
4.6	Verknüpfung der Master- und Slave-Flächen für die Aufbringung der periodischen Randbedingungen an einem RVE-Modell . . . . .	60
4.7	Vergleich der Spannungsverläufe einer BCC-XYZ-Elementarzelle im einachsigen Druckversuch zwischen zwei starren Platten mit periodischen Randbedingungen a) und als zentrale Elementarzelle b) im Meso-Struktur-Verbund c) . . . . .	61
4.8	Modellierungsvarianten für Randbedingungen an einer BCC-XYZ-Elementarzelle: Druck zwischen zwei starren Platten ohne weitere Randbedingungen a) und der resultierende Spannungsverlauf innerhalb der Elementarzelle d), mit planaren Außenflächen b) und dem Spannungsverlauf e), mit planaren Außenflächen in Belastungsrichtung c) und dem Spannungsverlauf f) . . . . .	61
4.9	Lastfälle für die Ermittlung der Steifigkeitseigenschaften orthotroper Elementarzellen; Normalbeanspruchungen a) - c) Schubbeanspruchungen d) - f) . . . . .	63
4.10	Lastfälle für Zug im Micromechanics Plugin . . . . .	63
4.11	Lastfälle des Micromechanics Plugins am Beispiel einer BCC-Elementarzelle a) Verschiebung unter Zug b) Verschiebung unter Schub c) . . . . .	64
4.12	Probekörper für die Versuchsdurchführung mit und ohne die obere Platte, mit Maßen vor dem Planfräsen . . . . .	71
4.13	Anordnung der Probekörper auf der Bauplattform . . . . .	72
4.14	Probekörper nach dem Fertigungs- und Nachbearbeitungsprozess . . . . .	73
4.15	Probekörper im Druckprüfprozess . . . . .	74
4.16	Repräsentative Spannungs-Dehnungs-Kurve aus der Versuchsreihe . . . . .	75
4.17	Ausgangslänge und Querschnittsfläche für den Bezug von Kraft und Verschiebung zur Bestimmung der Spannungs-Dehnungs-Kurve am CAD-Modell des Probekörpers a) und am gefertigten Probekörper b) . . . . .	75
4.18	Vergleich der Versuchs- und FEM-Ergebnisse; für niedrige Dimensionsverhältnisse sind die Abweichungen zwischen Versuchs- und Simulationsergebnissen gering, sodass die Punkte übereinander liegen . . . . .	76
4.19	Aufbaufehler, die sich auf die Steifigkeit der Probekörper auswirken: Materialanhäufungen an Überhängen und Ecken a) - b) fehlende Streben an Rändern c) - f) . . . . .	78
4.20	Virtueller Versuchsplan für die Untersuchung gradierter Meso-Strukturen	79

4.21	Modellierung der gradierten Meso-Struktur-Elementarzellen anhand einer zwischen 30 % und 40 % relativer Dichte gradierten BCC-Elementarzelle	80
4.22	Lastfälle bei gradierten Meso-Strukturen unter Druck und Schub . . . . .	81
4.23	Gesamtaußenflächen a) unterteilte Außenflächen b) für periodische Randbedingungen und Lastaufgabe . . . . .	82
4.24	Varianten möglicher Elementarzellen, die an die gradierte Elementarzelle in der nicht-periodischen Richtung angeschlossen werden können . . . . .	83
4.25	Äquivalenter Elastizitätsmodul einer zentralen gradierten Elementarzelle, eingebunden in einen Verbund mit unterschiedlicher Zellenanzahl und einer Gradierungsspanne von 10 % bzw. 20 % um eine relative Durchschnittsdichte von 35 % . . . . .	83
4.26	Virtueller Versuchsaufbau für gradierte Meso-Struktur-Elementarzellen unter Druck entlang der Gradierung in x-Richtung a) und quer zur Gradierung in z-Richtung b) . . . . .	85
4.27	Virtueller Versuchsaufbau für gradierte Meso-Struktur-Elementarzellen unter Scherung über x in z-Richtung a), über z in x-Richtung b) und über z in y-Richtung . . . . .	86
4.28	Verschiebung unter Scherung über x in z-Richtung a) über z in x-Richtung b) über z in y-Richtung c) . . . . .	87
4.29	Größen zur Auswertung der Gradientensimulationen: relevante Querschnittsfläche $A$ a) und Verschiebungen $\Delta l$ sowie Kantenlängen $l$ b) am Beispiel von Druck in x-Richtung und Schub über x in z-Richtung . . . . .	88
5.1	2D-Stabwerkzelle a) kubisch-raumzentrierte Elementarzelle b) kubisch-flächenzentrierte Elementarzelle . . . . .	92
5.2	Kragträger unter Längszugbelastung a) Stabwerkzelle im Zentrum des Kragträgers mit angreifenden Kräften b) . . . . .	93
5.3	Kubisch-raumzentrierte Elementarzellen unterschiedlicher relativer Dichten . . . . .	98
5.4	Streben-Meso-Struktur-Topologien, die mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in Z-, XY-, und XYZ-Richtung untersucht werden . . . . .	99
5.5	Untersuchte Streben-Meso-Struktur-Topologien ohne Variation . . . . .	100
5.6	Untersuchte Flächen-Meso-Struktur-Topologien . . . . .	100
5.7	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten . . . . .	102
5.8	Änderung der lasttragenden Querschnittsfläche von vier Streben an den Einhüllendenkanten einer Streben-Meso-Struktur-Elementarzelle durch Änderung der Kantenlänge . . . . .	103
5.9	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten . . . . .	104

5.10	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ der FCC- und BCC-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ . . . . .	106
5.11	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	107
5.12	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	108
5.13	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	109
5.14	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	110
5.15	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ der FCC- und BCC-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ . . . . .	112
5.16	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	113
5.17	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	113
5.18	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	115
5.19	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ der FCC- und BCC-Streben-Meso-Struktur-Topologien sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ . . . . .	116
5.20	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ für unterschiedliche Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	118
5.21	Vergleich unterschiedlicher Näherungsfunktionen für die bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für die FCC- und BCC-Elementarzelle . . . . .	120
5.22	Vergleich der bezogenen Normalsteifigkeit $E^*$ der BCC-Elementarzelle mit der Potenznäherungsfunktion und den Versuchsergebnissen . . . . .	121
5.23	Näherung der bezogenen Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ durch Potenzfunktionen für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten . . . . .	122
5.24	Näherung der bezogenen Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ durch Potenzfunktionen für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	124
5.25	Vergleich unterschiedlicher Näherungsfunktionen für die bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für die FCC- und BCC-Elementarzelle . . . . .	124

5.26	Näherung der bezogenen Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ durch Potenzfunktionen für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten . . .	126
5.27	Näherung der bezogenen Schubsteifigkeit $G^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ durch Potenzfunktionen für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	126
5.28	Vergleich unterschiedlicher Näherungsfunktionen für die bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ für die FCC- und BCC-Elementarzelle . . . . .	127
5.29	Näherung der bezogenen Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ durch Polynomfunktionen dritten Grades für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien ohne zusätzliche Würfelkanten . . . . .	127
5.30	Näherung der bezogenen Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ durch Potenzfunktionen für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	129
5.31	Zusammenfassung der Gestaltungshinweise für homogene Meso-Strukturen . . . . .	130
5.32	Normalsteifigkeit gradierteter Elementarzellen in x-Richtung abhängig von der durchschnittlichen relativen Dichte der Elementarzellen und der Gradierungsspanne am Beispiel der BCC-Elementarzelle . . . . .	132
5.33	Normalsteifigkeit gradierteter Elementarzellen in x-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte, abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten der Elementarzellen am Beispiel der BCC-Elementarzelle . . . . .	133
5.34	Normalsteifigkeit gradierteter Elementarzellen in z-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle . . . . .	134
5.35	Deformation der betrachteten Elementarzelle im Modell für die Ermittlung der Schubsteifigkeit für homogene Elementarzellen und Scherung der gradierten Elementarzellen über x in z-Richtung . . . . .	136
5.36	Schubsteifigkeit gradierteter Elementarzellen über x in z-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle . . . . .	136
5.37	Schubsteifigkeit gradierteter Elementarzellen über z in x-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle . . . . .	137
5.38	Schubsteifigkeit gradierteter Elementarzellen über z in y-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der BCC-Elementarzelle . . . . .	138

5.39	Kriterium zur Dimensionierung gradierter Elementarzellen auf Basis der Dimensionierung lokaler homogener Elementarzellen . . . . .	141
5.40	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ der BCC- und FCC-Topologie bei unterschiedlichen Werkstoffen . . . . .	143
5.41	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ der BCC- und FCC-Topologien abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ bei unterschiedlichen Werkstoffen . . . . .	144
6.1	Einordnung der Auslegungsmethode in der Konzeptphase des Produktentwicklungsprozesses nach VDI 2221 . . . . .	148
6.2	Schematische Darstellung des Auslegungsvorgehens unter Verwendung des Auslegungsmodells . . . . .	150
6.3	Ermitteln der Kantenlänge ausgehend von dem maximalen Gradienten pro Elementarzelle und der erforderlichen Gradierung . . . . .	151
6.4	Schematische Darstellung eines einseitig eingespannten Kragträgers unter Belastung durch ein Biegemoment mit auftretendem Spannungsverlauf über der Höhe des Kragträgers . . . . .	152
6.5	Verlauf des Durchmessers zur Einstellung der lokalen Steifigkeit $E(z)$ angepasst an die auftretende Normalspannung im Kragträger unter Biegung aus der Berechnung a) angepasst für einen einteiligen Kragträger b) . . .	154
6.6	Gewählte CC-Elementarzelle für die Normalsteifigkeit a) ermittelte gradierete Meso-Struktur aus CC-Elementarzellen im Kragträger b) Detailansicht der Gradierung über der Höhe $z$ in der Meso-Struktur in der Seitenansicht . . . . .	154
A.1	Bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ . . . . .	161
A.2	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ . . . . .	162
A.3	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ der BFCC- und Oktett-Fachwerk-Streben-Meso-Struktur-Topologie sowie ihrer Varianten mit zusätzlichen Streben an den Würfelkanten in XY-, Z- und XYZ-Richtung abhängig von der relativen Dichte $\rho^*$ . . . . .	162
A.4	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig von dem Dimensionsverhältnis $d/l$ für unterschiedliche Streben-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	163
A.5	Bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ abhängig von dem Dimensionsverhältnis $d/l$ für ausgewählte Flächen-Meso-Struktur-Elementarzellen-Topologien . . . . .	164
A.6	Bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ der BCC- und FCC-Topologie abhängig von unterschiedlichen Werkstoffen . . . . .	165



A.7	Normalsteifigkeit gradierter Elementarzellen in x-Richtung abhängig von der durchschnittlichen relativen Dichte der Elementarzellen und der Gradierungsspanne am Beispiel der FCC-Elementarzelle . . . . .	166
A.8	Normalsteifigkeit gradierter Elementarzellen in x-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte, abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten der Elementarzellen am Beispiel der FCC-Elementarzelle . . . . .	167
A.9	Normalsteifigkeit gradierter Elementarzellen in z-Richtung normiert auf die Normalsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle . . . . .	167
A.10	Schubsteifigkeit gradierter Elementarzellen über x in z-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle . . . . .	168
A.11	Schubsteifigkeit gradierter Elementarzellen über z in x-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle . . . . .	168
A.12	Schubsteifigkeit gradierter Elementarzellen über z in y-Richtung normiert auf die Schubsteifigkeit der homogenen Durchschnittsdichte abhängig von der Gradierungsspanne für unterschiedliche relative Durchschnittsdichten am Beispiel der FCC-Elementarzelle . . . . .	169

# Tabellenverzeichnis

3.1	Forschungsvorgehen . . . . .	48
4.1	Chemische Zusammensetzung der Aluminiumlegierung AlSi10Mg . . . .	54
4.2	Werkstoffkennwerte für die Simulation, angelehnt an Aluminium (Al-Si10Mg), Edelstahl und Titan . . . . .	54
4.3	Vergleich der bezogenen äquivalenten Steifigkeitseigenschaften der BCC- und FCC-Elementarzellen-Topologie mit den Ergebnissen von Refai et al.	66
4.4	Versuchsplan . . . . .	70
5.1	Bestimmtheitsmaße der Näherungsfunktionen für die bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ der BCC- und FCC-Elementarzelle abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ , das durch $x$ repräsentiert wird . . . . .	120
5.2	Potenzfunktion-Näherungen für die bezogene Normalsteifigkeit $E^*$ ausgewählter Flächen-Meso-Struktur-Topologien und deren Bestimmtheitsmaße . . . . .	123
5.3	Bestimmtheitsmaße der Näherungsfunktionen für die bezogene Schubsteifigkeit $G^*$ der BCC- und FCC-Elementarzelle abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ , das durch $x$ repräsentiert wird . . . . .	125
5.4	Bestimmtheitsmaße der Näherungsfunktionen für die bezogene Querkontraktionszahl $\nu^*$ der BCC- und FCC-Elementarzelle abhängig vom Dimensionsverhältnis $d/l$ , das durch $x$ repräsentiert wird . . . . .	128
5.5	Vergleich der äquivalenten Schubsteifigkeiten $G_{eq}$ mit den Schubsteifigkeiten homogener Elementarzellen der drei Modellierungsansätze für den Scherversuch . . . . .	135
6.1	Spezifikationen des verwendeten Computers für Simulationen . . . . .	155
A.1	Koeffizienten der Dimensionierungsgleichung der bezogenen Schubsteifigkeit $G_{12}^*$ und $G_{13,23}^*$ für die untersuchten Flächen-Meso-Struktur-Topologien . . . . .	170
A.2	Koeffizienten der Approximationsfunktion der bezogenen Querkontraktionszahl $\nu_{12}^*$ und $\nu_{13,23}^*$ für die untersuchten Flächen-Meso-Struktur-Topologien . . . . .	170
A.3	Koeffizienten der Dimensionierungsgleichung der bezogenen Normalsteifigkeit $E_1^*$ für die untersuchten Streben-Meso-Struktur-Topologien . . . .	171
A.4	Koeffizienten der Dimensionierungsgleichung der bezogenen Schubsteifigkeit $G_{12}^*$ für die untersuchten Streben-Meso-Struktur-Topologien . . .	172

A.5 Koeffizienten der Approximationsfunktion der bezogenen Querkontraktionszahl  $\nu_{12}^*$  für die untersuchten Streben-Meso-Struktur-Topologien . . . 173

# Literaturverzeichnis

- Abou-Ali, A. M.; Al-Ketan, O.; Lee, D.-W. et al. (2020):  
Mechanical behavior of polymeric selective laser sintered ligament and sheet based lattices of triply periodic minimal surface architectures.  
In: *Materials & Design* 196, S. 1–17. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2020.109100.
- Alaña, M.; Lopez-Arancibia, A.; Ghouse, S. et al. (2022): Additively manufactured lattice structures with controlled transverse isotropy for orthopedic porous implants.  
In: *Computers in biology and medicine* 150, S. 1–13.  
DOI: 10.1016/j.compbiomed.2022.105761.
- Alaña, M.; Lopez-Arancibia, A.; Pradera-Mallabiabarrena, A. et al. (2019): Analytical model of the elastic behavior of a modified face-centered cubic lattice structure.  
In: *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials* 98, S. 357–368.  
DOI: 10.1016/j.jmbbm.2019.05.043.
- Albertini, F.; Dirrenberger, J.; Sollogoub, C. et al. (2021):  
Experimental and computational analysis of the mechanical properties of composite auxetic lattice structures. In: *Additive Manufacturing* 47(1–2), S. 1–15.  
ISSN: 2214-8604. DOI: 10.1016/j.addma.2021.102351.
- Allevi, G.; Capponi, L.; Castellini, P. et al. (2020):  
Investigating Additive Manufactured Lattice Structures: A Multi-Instrument Approach.  
In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 69(5), S. 2459–2467.  
ISSN: 0018-9456. DOI: 10.1109/TIM.2019.2959293.
- Alwattar, T. A. und Mian, A. (2020): Developing an Equivalent Solid Material Model for BCC Lattice Cell Structures Involving Vertical and Horizontal Struts.  
In: *Journal of Composites Science* 4(2), S. 74. DOI: 10.3390/jcs4020074.
- Andresen, S.; Bäger, A. und Hamm, C. (2020):  
Eigenfrequency maximisation by using irregular lattice structures.  
In: *Journal of Sound and Vibration* 465, S. 1–14. ISSN: 0022-460X.  
DOI: 10.1016/j.jsv.2019.115027.
- Ashby, M. F. (2006): The properties of foams and lattices. In: *Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences* 364(1838), S. 15–30.  
ISSN: 1364-503X. DOI: 10.1098/rsta.2005.1678.
- Austermann, J.; Redmann, A. J.; Dahmen, V. et al. (2019): Fiber-Reinforced Composite Sandwich Structures by Co-Curing with Additive Manufactured Epoxy Lattices.  
In: *Journal of Composites Science* 3(2), S. 1–13. DOI: 10.3390/jcs3020053.
- Azzouz, L.; Chen, Y.; Zarrelli, M. et al. (2019):  
Mechanical properties of 3-D printed truss-like lattice biopolymer non-stochastic structures for sandwich panels with natural fibre composite skins.

- In: *Composite Structures* 213, S. 220–230. ISSN: 0263-8223.  
DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.01.103.
- Baghous, N.; Barsoum, I. und Abu Al-Rub, R. K. (2022): The effect of lode parameter on the yield surface of Schoen's IWP triply periodic minimal surface lattice.  
In: *Mechanics of Materials* 146, S. 1–47. ISSN: 0167-6636.  
DOI: 10.1016/j.mechmat.2022.104473.
- Bai, L.; Gong, C.; Chen, X. et al. (2020): Mechanical properties and energy absorption capabilities of functionally graded lattice structures: Experiments and simulations.  
In: *International Journal of Mechanical Sciences* 182, S. 1–22. ISSN: 0020-7403.  
DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105735.
- Bai, L.; Gong, C.; Chen, X. et al. (2021a): Quasi-Static compressive responses and fatigue behaviour of Ti-6Al-4 V graded lattice structures fabricated by laser powder bed fusion.  
In: *Materials & Design* 210(6), S. 1–15. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110110.
- Bai, L.; Xu, Y.; Chen, X. et al. (2021b):  
Improved mechanical properties and energy absorption of Ti6Al4V laser powder bed fusion lattice structures using curving lattice struts.  
In: *Materials & Design* 211(9-12), S. 1–19. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110140.
- Bargel, H.-J. (2022): *Werkstoffkunde*. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg.  
ISBN: 978-3-662-63960-3. DOI: 10.1007/978-3-662-63961-0.
- Becker, W. und Gross, D. (2002): *Mechanik elastischer Körper und Strukturen*.  
Springer eBook Collection Computer Science and Engineering.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg und s.l. ISBN: 978-3-642-56124-5.  
DOI: 10.1007/978-3-642-56124-5.
- Bender, B. und Gericke, K. (2021): *Pahl/Beitz Konstruktionslehre*.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-57302-0.  
DOI: 10.1007/978-3-662-57303-7.
- Bender, B. und Göhlich, D. (2020):  
Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau 1: Grundlagen und Tabellen.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-59710-1.  
DOI: 10.1007/978-3-662-59711-8.
- Benedetti, M.; Du Plessis, A.; Ritchie, R. O. et al. (2021): Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication.  
In: *Materials Science and Engineering: R: Reports* 144, S. 1–40. ISSN: 0927-796X.  
DOI: 10.1016/j.mser.2021.100606.
- Berger, J. B.; Wadley, H. N. G. und McMeeking, R. M. (2017):  
Mechanical metamaterials at the theoretical limit of isotropic elastic stiffness.  
In: *Nature* 543(7646), S. 533–544. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/nature21075.
- Berschik, M. C.; Laukotka, F. und Krause, D. (2021):  
„Ansatz eines holistischen Datenstamms zur modellbasierten, domänenübergreifenden Nutzung in der Produktentstehung“.  
In: *DS 111: Proceedings of the 32nd Symposium Design for X*.

- Hrsg. von D. Krause; K. Paetzold und S. Wartzack. DfX. The Design Society, S. 1–10.  
DOI: 10.35199/dfx2021.1.
- Beyer, C. und Figueroa, D. (2016):  
Design and Analysis of Lattice Structures for Additive Manufacturing.  
In: Journal of Manufacturing Science and Engineering 138(12). ISSN: 1087-1357.  
DOI: 10.1115/1.4033957.
- Bici, M.; Brischetto, S.; Campana, F. et al. (2018): Development of a multifunctional panel for aerospace use through SLM additive manufacturing.  
In: Procedia CIRP 67, S. 215–220. ISSN: 2212-8271.  
DOI: 10.1016/j.procir.2017.12.202.
- Blessing, L. T. und Chakrabarti, A. (2009): DRM, a Design Research Methodology.  
Springer London. London. ISBN: 978-1-84882-586-4.  
DOI: 10.1007/978-1-84882-587-1.
- Boccini, E.; Furferi, R.; Governi, L. et al. (2019):  
Toward the integration of lattice structure-based topology optimization and additive manufacturing for the design of turbomachinery components.  
In: Advances in Mechanical Engineering 11(8), S. 1–14. ISSN: 1687-8140.  
DOI: 10.1177/1687814019859789.
- Brennan-Craddock, J.; Brackett, D.; Wildman, R. et al. (2012):  
The design of impact absorbing structures for additive manufacture.  
In: Journal of Physics: Conference Series 382, S. 1–7. ISSN: 1742-6588.  
DOI: 10.1088/1742-6596/382/1/012042.
- Brenne, F. (2018): „Selektives Laserschmelzen metallischer Materialien“.  
Dissertation. Kassel: Universität. DOI: 10.19211/KUP9783737605977.
- Breuninger, J.; Becker, R.; Wolf, A. et al. (2013): Generative Fertigung mit Kunststoffen.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-642-24324-0.  
DOI: 10.1007/978-3-642-24325-7.
- Brodie, E. G.; Wegener, T.; Richter, J. et al. (2021):  
A mechanical comparison of alpha and beta phase biomedical TiTa lattice structures.  
In: Materials & Design 212(3), S. 1–13. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110220.
- Busse, C.; Freund, H. und Schwieger, W. (2018): Intensification of heat transfer in catalytic reactors by additively manufactured periodic open cellular structures (POCS).  
In: Chemical Engineering and Processing - Process Intensification 124, S. 199–214.  
ISSN: 0255-2701. DOI: 10.1016/j.cep.2018.01.023.
- Butzke, J. (2019): Verfahrenstechnische Weiterentwicklung des Fused Layer Manufacturing zur Reduzierung der Anisotropie im Bauteil. Bd. Band 85.  
Schriftenreihe Kunststoff-Forschung. Universitätsverlag der TU Berlin. Berlin.  
ISBN: 978-3-7983-3042-9. DOI: 10.14279/DEPOSITONCE-7651.
- Caiazzo, F.; Alfieri, V. und Bujazha, B. D. (2021):  
Additive manufacturing of biomorphic scaffolds for bone tissue engineering.  
In: The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 113(9-10),  
S. 2909–2923. ISSN: 0268-3768. DOI: 10.1007/s00170-021-06773-5.

- Caiazzo, F.; Alfieri, V.; Campanelli, S. L. et al. (2022): Additive manufacturing and mechanical testing of functionally-graded steel strut-based lattice structures. In: *Journal of Manufacturing Processes* 83, S. 717–728. ISSN: 1526-6125. DOI: 10.1016/j.jmapro.2022.09.031.
- Catchpole-Smith, S.; Sélo, R.; Davis, A. W. et al. (2019): Thermal conductivity of TPMS lattice structures manufactured via laser powder bed fusion. In: *Additive Manufacturing* 30, S. 1–9. ISSN: 2214-8604. DOI: 10.1016/j.addma.2019.100846.
- Chang, P. S. und Rosen, D. W. (2010): „The Size Matching and Scaling Method: A Synthesis Method for the Design of Mesoscale Cellular Structures“. In: *2010 International Conference on Manufacturing Automation*. IEEE, S. 79–86. ISBN: 978-1-4244-9018-9. DOI: 10.1109/ICMA.2010.50.
- Chantzis, D.; Liu, X.; Politis, D. J. et al. (2021): Design for additive manufacturing (DfAM) of hot stamping dies with improved cooling performance under cyclic loading conditions. In: *Additive Manufacturing* 37, S. 1–18. ISSN: 2214-8604. DOI: 10.1016/j.addma.2020.101720.
- Chen, W.; Zheng, X. und Liu, S. (2018): Finite-Element-Mesh Based Method for Modeling and Optimization of Lattice Structures for Additive Manufacturing. In: *Materials (Basel, Switzerland)* 11(11). ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma11112073.
- Chen, W.; Yang, J.; Kong, H. et al. (2021a): Fatigue behaviour and biocompatibility of additively manufactured bioactive tantalum graded lattice structures for load-bearing orthopaedic applications. In: *Materials science & engineering. C, Materials for biological applications* 130, S. 1–12. DOI: 10.1016/j.msec.2021.112461.
- Chen, W.; Yang, Q.; Huang, S. et al. (2021b): Compression Behavior of Graded NiTi Gyroid-Structures Fabricated by Laser Powder Bed Fusion Additive Manufacturing Under Monotonic and Cyclic Loading. In: *JOM* 73(12), S. 4154–4165. ISSN: 1047-4838. DOI: 10.1007/s11837-021-04938-x.
- Cheng, L.; Bai, J. und To, A. C. (2019): Functionally graded lattice structure topology optimization for the design of additive manufactured components with stress constraints. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 344, S. 334–359. ISSN: 0045-7825. DOI: 10.1016/j.cma.2018.10.010.
- Cheng, L.; Liang, X.; Belski, E. et al. (2018): Natural Frequency Optimization of Variable-Density Additive Manufactured Lattice Structure: Theory and Experimental Validation. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* October 2018(140). ISSN: 1087-1357.
- Cheng, L.; Zhang, P.; Biykli, E. et al. (2017): Efficient design optimization of variable-density cellular structures for additive manufacturing: theory and experimental validation.

- In: *Rapid Prototyping Journal* 23(4), S. 660–677. ISSN: 1355-2546.  
DOI: 10.1108/RPJ-04-2016-0069.
- Choren, J. A.; Heinrich, S. M. und Silver-Thorn, M. B. (2013): Young's modulus and volume porosity relationships for additive manufacturing applications.  
In: *Journal of Materials Science* 48(15), S. 5103–5112. ISSN: 0022-2461.  
DOI: 10.1007/s10853-013-7237-5.
- Choy, S. Y.; Sun, C.-N.; Leong, K. F. et al. (2017): Compressive properties of functionally graded lattice structures manufactured by selective laser melting.  
In: *Materials & Design* 131, S. 112–120. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2017.06.006.
- Dai, R.; Li, D.; Liao, W. et al. (2022): Molecular dynamics simulations to understand the mechanical behavior of functional gradient nano-gyroid structures.  
In: *Journal of Applied Physics* 132(13), S. 1–8. ISSN: 0021-8979.  
DOI: 10.1063/5.0102297.
- Davami, K.; Mohsenizadeh, M.; Munther, M. et al. (2019): Dynamic energy absorption characteristics of additively-manufactured shape-recovering lattice structures.  
In: *Materials Research Express* 6(4), S. 1–11. ISSN: 1748-3190.  
DOI: 10.1088/2053-1591/aaf78c.
- Deutsche Edelstahlwerke (2015): Werkstoffdatenblatt X5CrNi18-10 (1.4301).  
Hrsg. von Deutsche Edelstahlwerke. Witten.  
URL: [https://www.dew-stahl.com/fileadmin/files/dew-stahl.com/documents/Publikationen/Werkstoffdatenblaetter/RSH/1.4301\\_de.pdf](https://www.dew-stahl.com/fileadmin/files/dew-stahl.com/documents/Publikationen/Werkstoffdatenblaetter/RSH/1.4301_de.pdf)  
(besucht am 08.06.2023).
- Deutsches Institut für Normung e. V. (2003): *Fertigungsverfahren: Begriffe, Einteilung*. Berlin.
- Deutsches Institut für Normung e. V. (2022):  
DIN EN ISO/ASTM 52900: Additive Fertigung - Grundlagen - Terminologie. Berlin.  
DOI: 10.31030/3290011.
- Deutsches Institut für Normung e. V. (2023):  
Prüfung metallischer Werkstoffe: Druckversuch bei Raumtemperatur. Berlin.  
DOI: 10.31030/3393741.
- Diekmann, A. (2018): Experimentelle Studien und Repräsentativität. Zur Klärung einiger Irrtümer und Missverständnisse. In: *Soziale Welt* 69(1), S. 95–100. ISSN: 0038-6073.  
DOI: 10.5771/0038-6073-2018-1-95.
- Doehring, T.; Nelson, W.; Harris, T. et al. (2020):  
FE vibration analyses of novel conforming meta-structures and standard lattices for simple bricks and a topology-optimized aerodynamic bracket.  
In: *Scientific reports* 10(1), S. 1–22. DOI: 10.1038/s41598-020-78239-9.
- Dong, G.; Tang, Y. und Zhao, Y. F. (2017):  
A Survey of Modeling of Lattice Structures Fabricated by Additive Manufacturing.  
In: *Journal of Mechanical Design* 139(10), S. 1–13. ISSN: 1050-0472.  
DOI: 10.1115/1.4037305.
- Doroszko, M.; Falkowska, A. und Seweryn, A. (2021):  
Image-based numerical modeling of the tensile deformation behavior and mechanical



- properties of additive manufactured Ti–6Al–4V diamond lattice structures.  
In: *Materials Science and Engineering: A* 818, S. 1–17. ISSN: 0921-5093.  
DOI: 10.1016/j.msea.2021.141362.
- Dzogbewu, T. C. (2020): Laser powder bed fusion of Ti6Al4V lattice structures and their applications: *Journal of Metals, Materials and Minerals*, 68-78 / *Journal of Metals, Materials and Minerals*, 30, 4, 68-78. In: DOI: 10.14456/JMMM.2020.53.
- EOS Elektro Optical Systems (2022a): EOS Aluminium AlSi10Mg: Material Data Sheet. Hrsg. von EOS Elektro Optical Systems.  
URL: [https://www.eos.info/03\\_system-related-assets/material-related-contents/metal-materials-and-examples/metal-material-datasheet/aluminium/material\\_datasheet\\_eos\\_aluminium-alsi10mg\\_en\\_web.pdf](https://www.eos.info/03_system-related-assets/material-related-contents/metal-materials-and-examples/metal-material-datasheet/aluminium/material_datasheet_eos_aluminium-alsi10mg_en_web.pdf) (besucht am 26. 04. 2023).
- EOS Elektro Optical Systems (2022b): EOS M 290: Produktion von Metallteilen. URL: [file:///C:/Users/se20yloh/Downloads/eos\\_system\\_data\\_sheet\\_eos\\_m\\_290\\_de-1.pdf](file:///C:/Users/se20yloh/Downloads/eos_system_data_sheet_eos_m_290_de-1.pdf) (besucht am 11. 05. 2023).
- Essa, K.; Sabouri, A.; Butt, H. et al. (2018):  
Laser additive manufacturing of 3D meshes for optical applications.  
In: *PloS one* 13(2), S. 1–8. DOI: 10.1371/journal.pone.0192389.
- Feng, J.; Liu, B.; Lin, Z. et al. (2021): Isotropic octet-truss lattice structure design and anisotropy control strategies for implant application.  
In: *Materials & Design* 203, S. 1–11. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109595.
- Fleisch, M.; Thalhamer, A.; Meier, G. et al. (2021): Functional mechanical metamaterial with independently tunable stiffness in the three spatial directions.  
In: *Materials Today Advances* 11, S. 1–13. ISSN: 2590-0498.  
DOI: 10.1016/j.mtadv.2021.100155.
- Gawehn, W. und Funk, S. (2017):  
Finite Elemente Methode - FEM-Grundlagen zur Statik und Dynamik.  
Hochschule Osnabrück. Osnabrück.
- Ge, C.; Priyadarshini, L.; Cormier, D. et al. (2018): A preliminary study of cushion properties of a 3D printed thermoplastic polyurethane Kelvin foam.  
In: *Packaging Technology and Science* 31(5), S. 361–368. ISSN: 0894-3214.  
DOI: 10.1002/pts.2330.
- Gebhardt, A. (2016): *Additive Fertigungsverfahren: Additive Manufacturing und 3D-Drucken für Prototyping - Tooling - Produktion*.  
5., neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Hanser und Ciando. München.  
ISBN: 9783446445390.
- Gibson, L. J. und Ashby, M. F. (2001): *Cellular solids: Structure and properties*.  
2. ed., 1. paperback ed. (with corr.), transferred to digital printing.  
Cambridge solid state science series. Cambridge Univ. Press. Cambridge.  
ISBN: 9780521499118. DOI: 10.1017/CBO9781139878326.
- Gomeringer, R.; Heinzler, M.; Kilgus, R. et al. (2014): *Tabellenbuch Metall*.  
46., neu bearb. und erw. Aufl. Europa-Fachbuchreihe für Metallberufe.  
Verl. Europa-Lehrmittel - Nourney Vollmer. Haan-Gruiten. ISBN: 9783808517260.

- Grellmann, W. und Seidler, S., Hrsg. (2015): Kunststoffprüfung. 3., aktualisierte Auflage. Hanser eLibrary. Carl Hanser Verlag. München. ISBN: 978-3-446-44390-7. DOI: 10.3139/9783446443907.
- Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J. et al. (2019): Technische Mechanik 1. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-59156-7. DOI: 10.1007/978-3-662-59157-4.
- Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J. et al. (2021a): Technische Mechanik 2. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-61861-5. DOI: 10.1007/978-3-662-61862-2.
- Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J. et al. (2021b): Technische Mechanik 3. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-63064-8. DOI: 10.1007/978-3-662-63065-5.
- Gross, D.; Hauger, W. und Wriggers, P. (2018): Technische Mechanik 4. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-55693-1. DOI: 10.1007/978-3-662-55694-8.
- Großmann, A. (2020): „Fertigungsgetriebene Gestaltung zellulärer Strukturen beim pulverbasierten Laserstrahlschmelzen“. Dissertation. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt. DOI: 10.25534/tuprints-00014474.
- Großmann, A.; Felger, J.; Frölich, T. et al. (2019a): Melt pool controlled laser powder bed fusion for customised low-density lattice structures. In: *Materials & Design* 181, S. 1–8. ISSN: 0264-1275. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.108054.
- Großmann, A.; Gosmann, J. und Mittelstedt, C. (2019b): Lightweight lattice structures in selective laser melting: Design, fabrication and mechanical properties. In: *Materials Science and Engineering: A* 766, S. 1–14. ISSN: 0921-5093. DOI: 10.1016/j.msea.2019.138356.
- Guddati, S.; Kiran, A. S. K.; Leavy, M. et al. (2019): Recent advancements in additive manufacturing technologies for porous material applications. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 105(1-4), S. 193–215. ISSN: 0268-3768. DOI: 10.1007/s00170-019-04116-z.
- Gümrük, R.; Mines, R. und Karadeniz, S. (2013): Static mechanical behaviours of stainless steel micro-lattice structures under different loading conditions. In: *Materials Science and Engineering: A* 586, S. 392–406. ISSN: 0921-5093. DOI: 10.1016/j.msea.2013.07.070.
- Guo, H.; Takezawa, A.; Honda, M. et al. (2020): Finite element simulation of the compressive response of additively manufactured lattice structures with large diameters. In: *Computational Materials Science* 175(6058), S. 1–20. ISSN: 0927-0256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2020.109610.
- Hailu, Y. M.; Nazir, A.; Hsu, C.-P. et al. (2022): Investigation of torsional properties of surface- and strut-based lattice structures manufactured using multiJet fusion technology. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 119(9-10), S. 5929–5945. ISSN: 0268-3768. DOI: 10.1007/s00170-022-08681-8.

- Han, Y. und Lu, W. (2018): Evolutionary design of nonuniform cellular structures with optimized Poisson's ratio distribution. In: *Materials & Design* 141(5), S. 384–394. ISSN: 0264-1275. DOI: 10.1016/j.matdes.2017.12.047.
- Hanzl, P. und Zetková, I. (2019): Benefits of a New Approach to Designing Milling Cutter Using Metal Additive Manufacturing. In: *Manufacturing Technology* 19(3), S. 385–390. ISSN: 1213-2489. DOI: 10.21062/ujep/301.2019/a/1213-2489/mt/19/3/385.
- Hao, L.; Raymont, D.; Yan, C. et al. (2011): „Design and additive manufacturing of cellular lattice structures“. In: *Innovative Developments in Virtual and Physical Prototyping*. Hrsg. von P. Bártolo; A. de Lemos; A. Tojeira et al. CRC Press, S. 249–254. ISBN: 978-0-415-68418-7. DOI: 10.1201/b11341-40.
- Harris, J. A. und McShane, G. J. (2021): Impact response of metallic stacked origami cellular materials. In: *International Journal of Impact Engineering* 147, S. 1–19. ISSN: 0734-743X. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2020.103730.
- Hedayati, R.; Mirzaali, M. J.; Vergani, L. et al. (2018): Action-at-a-distance metamaterials: Distributed local actuation through far-field global forces. In: *APL Materials* 6(3), S. 1–9. DOI: 10.1063/1.5019782.
- Hedayati, R.; Güven, A. und van der Zwaag, S. (2021): 3D gradient auxetic soft mechanical metamaterials fabricated by additive manufacturing. In: *Applied Physics Letters* 118(14), S. 1–7. ISSN: 0003-6951. DOI: 10.1063/5.0043286.
- Ho, J. Y.; Leong, K. C. und Wong, T. N. (2020): Additively-manufactured metallic porous lattice heat exchangers for air-side heat transfer enhancement. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 150, S. 1–10. ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119262.
- Ji, H.; McLendon, W.; Hurtado, J. et al. (2017): „Multi-scale Material Modeling with the Mean-Field Homogenization Method“. In: *NAFEMS World Congress*.
- Jin, Q.-Y.; Yu, J.-H.; Ha, K.-S. et al. (2021): Multi-dimensional lattices design for ultrahigh specific strength metallic structure in additive manufacturing. In: *Materials & Design* 201, S. 1–10. ISSN: 0264-1275. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109479.
- Kader, M. A.; Hazell, P. J.; Brown, A. D. et al. (2020): Novel design of closed-cell foam structures for property enhancement. In: *Additive Manufacturing* 31, S. 1–18. ISSN: 2214-8604. DOI: 10.1016/j.addma.2019.100976.
- Kang, D.; Park, S.; Son, Y. et al. (2019): Multi-lattice inner structures for high-strength and light-weight in metal selective laser melting process. In: *Materials & Design* 175(10), S. 1–11. ISSN: 0264-1275. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.107786.
- Kaur, I. und Singh, P. (2020): Flow and Thermal Transport Through Unit Cell Topologies of Cubic and Octahedron Families.

- In: International Journal of Heat and Mass Transfer 158(1), S. 1–13. ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119784.
- Al-Ketan, O.; Ali, M.; Khalil, M. et al. (2021):  
Forced Convection Computational Fluid Dynamics Analysis of Architected and Three-Dimensional Printable Heat Sinks Based on Triply Periodic Minimal Surfaces. In: Journal of Thermal Science and Engineering Applications April 2021(13(2)), S. 1–14. DOI: 10.1115/1.4047385.
- Kirchner, E. (2020): Werkzeuge und Methoden der Produktentwicklung.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-61761-8.  
DOI: 10.1007/978-3-662-61762-5.
- Klahn, C. (2015): Laseradditiv gefertigte, luftdurchlässige Mesostrukturen: Herstellung und Eigenschaften für die Anwendung. Light Engineering für die Praxis.  
Springer Vieweg. Berlin. ISBN: 9783662477601. DOI: 10.1007/978-3-662-47761-8.
- Kranz, J. (2017): Methodik und Richtlinien für die Konstruktion von laseradditiv gefertigten Leichtbaustrukturen. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg.  
ISBN: 978-3-662-55338-1. DOI: 10.1007/978-3-662-55339-8.
- Kumar, A.; Collini, L.; Daurel, A. et al. (2020):  
Design and additive manufacturing of closed cells from supportless lattice structure. In: Additive Manufacturing 33, S. 1–10. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2020.101168.
- Kumke, M. (2018): „Methodisches Konstruieren von additiv gefertigten Bauteilen“.  
Dissertation. Wiesbaden: Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.  
DOI: 10.1007/978-3-658-22209-3.
- Kumke, M.; Watschke, H. und Vietor, T. (2016):  
A new methodological framework for design for additive manufacturing. In: Virtual and Physical Prototyping 11(1), S. 3–19. ISSN: 1745-2759.  
DOI: 10.1080/17452759.2016.1139377.
- L. Klein AG (2018): Titan Grade 23 TiAl6V4 ELI. Hrsg. von L. Klein AG. Biel/Bienne.  
URL: <https://www.kleinmetals.ch/shop/datenblatt/D/705.pdf> (besucht am 08.06.2023).
- Lachmayer, R. und Lippert, R. B. (2017): Additive Manufacturing Quantifiziert.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-54112-8.  
DOI: 10.1007/978-3-662-54113-5.
- Lachmayer, R. und Lippert, R. B., Hrsg. (2020a):  
Entwicklungsmethodik für die Additive Fertigung. 1. Auflage 2020.  
Springer Berlin und Springer Vieweg. Berlin. ISBN: 978-3-662-59788-0.  
DOI: 10.1007/978-3-662-59789-7.
- Lachmayer, R.; Lippert, R. B. und Fahlbusch, T., Hrsg. (2016):  
3D-Druck beleuchtet: Additive Manufacturing auf dem Weg in die Anwendung.  
Springer Vieweg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 9783662490556.  
DOI: 10.1007/978-3-662-49056-3.
- Lachmayer, R.; Rettschlag, K. und Kaierle, S. (2020b):  
Konstruktion für die Additive Fertigung 2019. 1st ed. 2020.

- Springer Berlin Heidelberg und Imprint: Springer Vieweg. Berlin und Heidelberg.  
ISBN: 9783662611494. DOI: 10.1007/978-3-662-61149-4.
- Lambin, P.; Melnikov, A. und Shuba, M. (2019):  
Electrokinetic Properties of 3D-Printed Conductive Lattice Structures.  
In: Applied Sciences 9(3), S. 1–12. DOI: 10.3390/app9030541.
- Lamineries Matthey SA (2013): Stahl 1.4301. La Neuveville.  
URL: [https://www.matthey.ch/fileadmin/user\\_upload/downloads/fichetechnique/DE/1.4301\\_C.pdf](https://www.matthey.ch/fileadmin/user_upload/downloads/fichetechnique/DE/1.4301_C.pdf) (besucht am 08.06.2023).
- Li, D.; Dai, N.; Tang, Y. et al. (2019): Design and Optimization of Graded Cellular Structures With Triply Periodic Level Surface-Based Topological Shapes.  
In: Journal of Mechanical Design 141(7), S. 1–13. ISSN: 1050-0472.  
DOI: 10.1115/1.4042617.
- Li, D.; Liao, W.; Dai, N. et al. (2018): Optimal design and modeling of gyroid-based functionally graded cellular structures for additive manufacturing.  
In: Computer-Aided Design 104, S. 87–99. ISSN: 0010-4485.  
DOI: 10.1016/j.cad.2018.06.003.
- Li, T.; Jarrar, F.; Abu Al-Rub, R. et al. (2021): Additive manufactured semi-plate lattice materials with high stiffness, strength and toughness.  
In: International Journal of Solids and Structures 230-231(7646), S. 1–13.  
ISSN: 0020-7683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111153.
- Liang, Y.; Zhou, W.; Liu, Y. et al. (2021):  
Energy Absorption and Deformation Behavior of 3D Printed Triply Periodic Minimal Surface Stainless Steel Cellular Structures under Compression.  
In: steel research international 92(3), S. 1–9. ISSN: 1611-3683.  
DOI: 10.1002/srin.202000411.
- Lin, S.; Cai, J.; Xia, H. et al. (2021): A reduced-order model based on finite element method for fast prediction of thermal performance of lattice structures.  
In: International Communications in Heat and Mass Transfer 126(3), S. 1–10.  
ISSN: 0735-1933. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105347.
- Lindemann, C.; Reiher, T.; Jahnke, U. et al. (2015): Towards a sustainable and economic selection of part candidates for additive manufacturing.  
In: Rapid Prototyping Journal 21(2), S. 216–227. ISSN: 1355-2546.  
DOI: 10.1108/RPJ-12-2014-0179.
- Lindemann, U. (2009): Methodische Entwicklung technischer Produkte.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-642-01422-2.  
DOI: 10.1007/978-3-642-01423-9.
- Liu, L.; Kamm, P.; García-Moreno, F. et al. (2017):  
Elastic and failure response of imperfect three-dimensional metallic lattices: the role of geometric defects induced by Selective Laser Melting.  
In: Journal of the Mechanics and Physics of Solids 107(6), S. 160–184.  
ISSN: 0022-5096. DOI: 10.1016/j.jmps.2017.07.003.
- Liu, X.; Wada, T.; Suzuki, A. et al. (2021): Understanding and suppressing shear band formation in strut-based lattice structures manufactured by laser powder bed fusion.

- In: *Materials & Design* 199(5), S. 1–13. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2020.109416.
- Liu, Y. (2021): Mechanical properties of a new type of plate–lattice structures.  
In: *International Journal of Mechanical Sciences* 192, S. 1–25. ISSN: 0020-7403.  
DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.106141.
- Liverani, E. und Fortunato, A. (2021):  
Stiffness prediction and deformation analysis of Cobalt-Chromium lattice structures:  
From periodic to functionally graded structures produced by additive manufacturing.  
In: *Journal of Manufacturing Processes* 68(10), S. 104–114. ISSN: 1526-6125.  
DOI: 10.1016/j.jmapro.2021.05.033.
- Luxner, M. H.; Stampfl, J. und Pettermann, H. E. (2005): Finite element modeling  
concepts and linear analyses of 3D regular open cell structures.  
In: *Journal of Materials Science* 40(22), S. 5859–5866. ISSN: 0022-2461.  
DOI: 10.1007/s10853-005-5020-y.
- Mahbod, M. und Asgari, M. (2019):  
Elastic and plastic characterization of a new developed additively manufactured  
functionally graded porous lattice structure: Analytical and numerical models.  
In: *International Journal of Mechanical Sciences* 155, S. 248–266. ISSN: 0020-7403.  
DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2019.02.041.
- Maier, M. (2015):  
„Entwicklung einer systematischen Vorgehensweise für bionischen Leichtbau“.  
Dissertation. Bremen: Universität Bremen.
- Maiti, A.; Small, W.; Lewicki, J. P. et al. (2016): 3D printed cellular solid outperforms  
traditional stochastic foam in long-term mechanical response.  
In: *Scientific Reports* 6(1), S. 1–8. ISSN: 2045-2322. DOI: 10.1038/srep24871.  
URL: <https://www.nature.com/articles/srep24871>.
- Malca, C.; Santos, C.; Sena, M. et al. (2018):  
Development of SLM cellular structures for injection molds manufacturing.  
In: *Science and Technology of Materials* 30(1), S. 13–22. ISSN: 2603-6363.  
DOI: 10.1016/j.stmat.2018.03.001.
- Marco, M.; Belda, R.; Miguélez, M. H. et al. (2021):  
Numerical analysis of mechanical behaviour of lattice and porous structures.  
In: *Composite Structures* 261(13), S. 1–15. ISSN: 0263-8223.  
DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.113292.
- Marschall, D.; Rippl, H.; Ehrhart, F. et al. (2020):  
Boundary conformal design of laser sintered sandwich cores and simulation of graded  
lattice cells using a forward homogenization approach.  
In: *Materials & Design* 190(45), S. 1–11. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2020.108539.
- Maskery, I.; Aremu, A. O.; Parry, L. et al. (2018): Effective design and simulation of  
surface-based lattice structures featuring volume fraction and cell type grading.  
In: *Materials & Design* 155, S. 220–232. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2018.05.058.

- McGregor, M.; Patel, S.; McLachlin, S. et al. (2021):  
Architectural bone parameters and the relationship to titanium lattice design for powder bed fusion additive manufacturing. In: *Additive Manufacturing* 47(6), S. 1–45. ISSN: 2214-8604. DOI: 10.1016/j.addma.2021.102273.
- McLendon, W.; Nandamuri, S.; Oancea, V. et al. (o. D.):  
„Predicting Lattice Response and Stability Using FE-RVE Analysis“.  
In: *Nafems americas events*.
- Merkt, S. (2015): „Qualifizierung von generativ gefertigten Gitterstrukturen für maßgeschneiderte Bauteilfunktionen“. Dissertation. Aachen: RWTH Aachen.
- Metalcor GmbH (2022): Ti-Grade 23 (6Al-4V ELI). Hrsg. von Metalcor GmbH. Essen.  
URL:  
file:///C:/Users/se20yloh/Downloads/METALCOR\_TITANGRADE\_23\_3.7165.pdf  
(besucht am 08.06.2023).
- Meyer, G.; Brenne, F.; Niendorf, T. et al. (2020): Influence of the Miniaturisation Effect on the Effective Stiffness of Lattice Structures in Additive Manufacturing.  
In: *Metals* 10(11), S. 1–18. DOI: 10.3390/met10111442.
- Meyer, G.; Musekamp, J.; Göbel, F. et al. (2022a): Manufacturability investigation of inclined AlSi10Mg lattice struts by means of selective laser melting.  
In: *Manufacturing Letters* 31(2), S. 101–105. ISSN: 2213-8463.  
DOI: 10.1016/j.mfglet.2021.08.002.
- Meyer, G.; Schelleis, K.; Weeger, O. et al. (2022b):  
Tensile specimen design proposal for truss-based lattice structures.  
In: *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, S. 1–28.  
DOI: 10.1080/15376494.2022.2097352.
- Mines, R.; Tsopanos, S.; Shen, Y. et al. (2013):  
Drop weight impact behaviour of sandwich panels with metallic micro lattice cores.  
In: *International Journal of Impact Engineering* 60(3), S. 120–132. ISSN: 0734-743X.  
DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2013.04.007.
- Mostafa, K. G.; Momesso, G. A.; Li, X. et al. (2021): Dual Graded Lattice Structures: Generation Framework and Mechanical Properties Characterization.  
In: *Polymers* 13(9). DOI: 10.3390/polym13091528.
- Munford, M.; Hossain, U.; Ghouse, S. et al. (2020):  
Prediction of anisotropic mechanical properties for lattice structures.  
In: *Additive Manufacturing* 32, S. 2–10. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2020.101041.
- Nguyen, C. H. P. und Choi, Y. (2020):  
Concurrent density distribution and build orientation optimization of additively manufactured functionally graded lattice structures.  
In: *Computer-Aided Design* 127, S. 1–14. ISSN: 0010-4485.  
DOI: 10.1016/j.cad.2020.102884.
- Nguyen, C. H. P.; Kim, Y. und Choi, Y. (2021):  
Design for Additive Manufacturing of Functionally Graded Lattice Structures: A Design Method with Process Induced Anisotropy Consideration. In: *International Journal of*

- Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology 8(1), S. 29–45.  
ISSN: 2288-6206. DOI: 10.1007/s40684-019-00173-7.
- Nguyen, J.; Park, S.-I. und Rosen, D. (2013):  
Heuristic optimization method for cellular structure design of light weight components.  
In: International Journal of Precision Engineering and Manufacturing 14(6),  
S. 1071–1078. ISSN: 2234-7593. DOI: 10.1007/s12541-013-0144-5.
- Niknam, H. und Akbarzadeh, A. H. (2020): Graded lattice structures: Simultaneous  
enhancement in stiffness and energy absorption.  
In: Materials & Design 196(10), S. 1–10. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2020.109129.
- Noack, M. (2021): „Entwicklung neuartiger, additiv gefertigter Bauteilverbindungen zur  
Übertragung mechanischer und elektrischer Lasten“.  
Master-Thesis. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.
- Öchsner, A. (2016): Theorie der Balkenbiegung.  
Springer Fachmedien Wiesbaden. Wiesbaden. ISBN: 978-3-658-14637-5.  
DOI: 10.1007/978-3-658-14638-2.
- Park, K.-M.; Min, K.-S. und Roh, Y.-S. (2021): Design Optimization of Lattice Structures  
under Compression: Study of Unit Cell Types and Cell Arrangements.  
In: Materials 15(1). ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma15010097.
- Paulin, E. (2023): Logarithmen, Normzahlen, Dezibel, Neper, Phon.  
URL: <https://www.rechenschieber.org/Normzahlen.pdf> (besucht am 26. 04. 2023).
- Plocher, J. und Panesar, A. (2020):  
Effect of density and unit cell size grading on the stiffness and energy absorption of  
short fibre-reinforced functionally graded lattice structures.  
In: Additive Manufacturing 33, S. 1–21. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2020.101171.
- Posser, T. und Freitas de Oliveira, B. (2020): Design for additive manufacturing applied  
for mass reduction of a two-stroke engine cylinder for portable machine.  
In: International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM) 14(2),  
S. 709–717. ISSN: 1955-2513. DOI: 10.1007/s12008-019-00596-1.
- Qualtrix XM (2023): Die richtige Stichprobengröße bestimmen. Hrsg. von Qualtrix XM.  
URL: <https://www.qualtrics.com/de/erlebnismanagement/marktforschung/online-stichproben/> (besucht am 26. 04. 2023).
- Ramadani, R.; Pal, S.; Kegl, M. et al. (2021): Topology optimization and additive  
manufacturing in producing lightweight and low vibration gear body.  
In: The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 113(11-12),  
S. 3389–3399. ISSN: 0268-3768. DOI: 10.1007/s00170-021-06841-w.
- Refai, K.; Montemurro, M.; Brugger, C. et al. (2020):  
Determination of the effective elastic properties of titanium lattice structures.  
In: Mechanics of Advanced Materials and Structures 27(23), S. 1966–1982.  
DOI: 10.1080/15376494.2018.1536816.
- Rehme, O. (2009a): „Cellular Design for Laser Freeform Fabrication“.  
Dissertation. Göttingen: Technische Universität Hamburg-Harburg.



- Rehme, O. (2009b):  
Selective Laser Melting of Honeycombs with Negative Poisson's Ratio.  
In: *Journal of Laser Micro/Nanoengineering* 4(2), S. 128–134.  
DOI: 10.2961/jlmn.2009.02.0010.
- Rehme, O. und Emmelmann, C. (2006):  
„Rapid manufacturing of lattice structures with selective laser melting“.  
In: *Laser-based Micropackaging*. Hrsg. von F. G. Bachmann; W. Hoving; Y. Lu et al.  
SPIE Proceedings. SPIE, S. 1–12. DOI: 10.1117/12.645848.
- Reyes Belmonte, M. A.; Copeland, C. D.; Hislop, D. et al. (2015): „Improving Heat Transfer and Reducing Mass in a Gasoline Piston Using Additive Manufacturing“.  
In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series.  
SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States.  
DOI: 10.4271/2015-01-0505.
- Rieg, F.; Hackenschmidt, R. und Alber-Laukant, B. (2019): *Finite Elemente Analyse für Ingenieure: Grundlagen und praktische Anwendungen mit Z88Aurora*.  
6., vollständig überarbeitete Auflage. Hanser. München. ISBN: 978-3-446-46062-1.
- Riva, L.; Ginestra, P. S. und Ceretti, E. (2021): Mechanical characterization and properties of laser-based powder bed-fused lattice structures: a review. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 113(3-4), S. 649–671.  
ISSN: 0268-3768. DOI: 10.1007/s00170-021-06631-4.
- Ruiz de Galarreta, S.; Jeffers, J. R. und Ghose, S. (2020):  
A validated finite element analysis procedure for porous structures.  
In: *Materials & Design* 189, S. 1–14. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2020.108546.
- Sauerzapf, L. M. (2022): „Simulative Ermittlung des Einflusses der Basiszellen-Topologie additiv gefertigter Meso-Strukturen auf deren Eigenschaften“.  
Master Thesis. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.
- Scalzo, F.; Totis, G.; Vaglio, E. et al. (2021): Experimental study on the high-damping properties of metallic lattice structures obtained from SLM.  
In: *Precision Engineering* 71(27–37), S. 63–77. ISSN: 0141-6359.  
DOI: 10.1016/j.precisioneng.2021.02.010.
- Schmidt, T. (2016):  
Potentialbewertung generativer Fertigungsverfahren für Leichtbauteile.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-662-52995-9.  
DOI: 10.1007/978-3-662-52996-6.
- Schulte, F.; Sauerzapf, L. und Kirchner, E. (2022): Influences and Effects on Scaling the Pressure Stiffness of Additively Manufactured Meso Structures.  
In: *Proceedings of the Design Society 2*, S. 1451–1460. DOI: 10.1017/pds.2022.147.
- Schulte, F. (2023):  
Versuchsdaten und Simulationsmodelle für additiv gefertigte Meso-Strukturen.  
Darmstadt. DOI: 10.48328/tudatalib-1187.  
URL: <https://tudatalib.ulb.tu-darmstadt.de/handle/tudatalib/3909>.
- Schulte, F. und Kirchner, E. (2021a): „Ansatz zur belastungsgerechten Auslegung additiv gefertigter Meso-Strukturen in Bauteilen“.

- In: *DS 111: Proceedings of the 32nd Symposium Design for X*.  
Hrsg. von D. Krause; K. Paetzold und S. Wartzack. DfX. The Design Society.  
DOI: 10.35199/dfx2021.16.
- Schulte, F.; Weber, S. und Reichwein, J. (2021b):  
„Potentiale additiv gefertigter Gitterstrukturen – ein Review“.  
In: *DS 111: Proceedings of the 32nd Symposium Design for X*.  
Hrsg. von D. Krause; K. Paetzold und S. Wartzack. DfX. The Design Society.  
DOI: 10.35199/dfx2021.07.
- Schürmann, H. (2007): *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*.  
2., bearbeitete und erweiterte Auflage. VDI-Buch.  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-540-72189-5.
- Seharing, A.; Azman, A. H. und Abdullah, S. (2020): A review on integration of  
lightweight gradient lattice structures in additive manufacturing parts.  
In: *Advances in Mechanical Engineering* 12(6), S. 1–21. ISSN: 1687-8140.  
DOI: 10.1177/1687814020916951.
- Shen, J.; Liu, K.; Zeng, Q. et al. (2021):  
Design and mechanical property studies of 3D re-entrant lattice auxetic structure.  
In: *Aerospace Science and Technology* 118(5), S. 1–9. ISSN: 1270-9638.  
DOI: 10.1016/j.ast.2021.106998.
- Shen, Y.; Cantwell, W.; Mines, R. et al. (2014):  
Low-velocity impact performance of lattice structure core based sandwich panels.  
In: *Journal of Composite Materials* 48(25), S. 3153–3167. ISSN: 0021-9983.  
DOI: 10.1177/0021998313507616.
- Shi, X.; Liao, W.; Liu, T. et al. (2021): Design optimization of multimorphology  
surface-based lattice structures with density gradients. In: *The International Journal of  
Advanced Manufacturing Technology* 117(7-8), S. 2013–2028. ISSN: 0268-3768.  
DOI: 10.1007/s00170-021-07175-3.
- Siebertz, K.; van Bebber, D. und Hochkirchen, T. (2010): *Statistische Versuchsplanung*.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-642-05492-1.  
DOI: 10.1007/978-3-642-05493-8.
- Simsek, U.; Ozdemir, M. und Sendur, P. (2021):  
An efficient design methodology for graded surface-based lattice structures using  
free-size optimization and enhanced mapping method.  
In: *Materials & Design* 210(3), S. 1–21. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110039.
- Smith, M.; Cantwell, W. J.; Guan, Z. et al. (2011):  
The quasi-static and blast response of steel lattice structures.  
In: *Journal of Sandwich Structures & Materials* 13(4), S. 479–501. ISSN: 1099-6362.  
DOI: 10.1177/1099636210388983.
- Souza, J.; Großmann, A. und Mittelstedt, C. (2018): Micromechanical analysis of the  
effective properties of lattice structures in additive manufacturing.  
In: *Additive Manufacturing* 23(2), S. 53–69. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2018.07.007.

- Sreedhar, N.; Thomas, N.; Al-Ketan, O. et al. (2018):  
Mass transfer analysis of ultrafiltration using spacers based on triply periodic minimal surfaces: Effects of spacer design, directionality and voidage.  
In: *Journal of Membrane Science* 561, S. 89–98. ISSN: 0376-7388.  
DOI: 10.1016/j.memsci.2018.05.028.
- Steffan, K.-E. W. H.; Fett, M. und Kirchner, E. (2022): Function Integration through Design for Hybrid Integrating Additive Manufacturing Technologies.  
In: *Proceedings of the Design Society 2*, S. 1471–1480. DOI: 10.1017/pds.2022.149.
- Steinke, P. (2015): *Finite-Elemente-Methode*.  
Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg. ISBN: 978-3-642-53936-7.  
DOI: 10.1007/978-3-642-53937-4.
- Stommel, M.; Stojek, M. und Korte, W. (2018):  
FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen.  
2., neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Hanser. München.  
ISBN: 978-3-446-45283-1.
- Takezawa, A.; Chen, Q. und To, A. C. (2021): Optimally variable density lattice to reduce warping thermal distortion of laser powder bed fusion.  
In: *Additive Manufacturing* 48(5), S. 1–14. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2021.102422.
- Takezawa, A.; Zhang, X. und Kitamura, M. (2019):  
Optimization of an additively manufactured functionally graded lattice structure with liquid cooling considering structural performances.  
In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 143(5), S. 1–18. ISSN: 0017-9310.  
DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118564.
- Tancogne-Dejean, T.; Diamantopoulou, M.; Gorji, M. B. et al. (2018a): 3D Plate-Lattices: An Emerging Class of Low-Density Metamaterial Exhibiting Optimal Isotropic Stiffness.  
In: *Advanced materials (Deerfield Beach, Fla.)* 30(45), S. 1–6.  
DOI: 10.1002/adma.201803334.
- Tancogne-Dejean, T. und Mohr, D. (2018b):  
Elastically-isotropic truss lattice materials of reduced plastic anisotropy.  
In: *International Journal of Solids and Structures* 138, S. 24–39. ISSN: 0020-7683.  
DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2017.12.025.
- Tang, Y.; Dong, G. und Zhao, Y. F. (2019): A hybrid geometric modeling method for lattice structures fabricated by additive manufacturing. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 102(9-12), S. 4011–4030. ISSN: 0268-3768.  
DOI: 10.1007/s00170-019-03308-x.
- Tang, Y.; Kurtz, A. und Zhao, Y. F. (2015):  
Bidirectional Evolutionary Structural Optimization (BESO) based design method for lattice structure to be fabricated by additive manufacturing.  
In: *Computer-Aided Design* 69(Part A), S. 91–101. ISSN: 0010-4485.  
DOI: 10.1016/j.cad.2015.06.001.
- Terriault, P. und Brailovski, V. (2018): Modeling and simulation of large, conformal, porosity-graded and lightweight lattice structures made by additive manufacturing.

- In: *Finite Elements in Analysis and Design* 138, S. 1–11. ISSN: 0168-874X.  
DOI: 10.1016/j.finel.2017.09.005.
- Teufelhart, S. (2016): „Belastungsoptimiertes Design von Gitterstrukturen für die additive Fertigung nach dem bionischen Prinzip der kraftflussgerechten Gestaltung“. Diss. Fakultät für Maschinenwesen.
- Thompson, M. K.; Moroni, G.; Vaneker, T. et al. (2016): Design for Additive Manufacturing: Trends, opportunities, considerations, and constraints. In: *CIRP Annals* 65(2), S. 737–760. ISSN: 0007-8506.  
DOI: 10.1016/j.cirp.2016.05.004.
- Thompson, R. G. (2018): „Anatomics 3D-printed titanium implants from head to heel“. In: *Titanium in Medical and Dental Applications*. Bd. 53. Elsevier, S. 225–237. ISBN: 9780128124567. DOI: 10.1016/B978-0-12-812456-7.00010-X.
- Vaissier, B.; Pernot, J.-P.; Chougrani, L. et al. (2019): Parametric design of graded truss lattice structures for enhanced thermal dissipation. In: *Computer-Aided Design* 115(1), S. 1–12. ISSN: 00104485.  
DOI: 10.1016/j.cad.2019.05.022.
- van Grunsven, W.; Hernandez-Nava, E.; Reilly, G. C. et al. (2014): Fabrication and Mechanical Characterisation of Titanium Lattices with Graded Porosity. In: *Metals* 2014(4), S. 401–409. DOI: 10.3390/met40304.
- VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik (2004): VDI 2223: Methodisches Entwerfen technischer Produkte. 01.2004. Beuth Verlag GmbH. Berlin.
- VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik (2015): VDI 3405: Additive Fertigungsverfahren - Konstruktionsempfehlungen für die Bauteilfertigung mit Laser-Sintern und Laser-Strahlschmelzen: Blatt 3. 12.2015. Beuth Verlag GmbH. Berlin.
- VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP) Fachbereich Produktentwicklung und Mechatronik (2019): VDI 2221: Entwicklung technischer Produkte und Systeme Modell der Produktentwicklung. 11.2019. Beuth Verlag GmbH. Berlin.
- Vega-Moreno, A.; Tenegi Sanginés, F.; Márquez-Rodríguez, J. F. et al. (2020): „Design for additive manufacture (DfAM): the “equivalent continuum material” for cellular structures analysis“. In: *Modeling, Systems Engineering, and Project Management for Astronomy IX*. Hrsg. von G. Z. Angeli und P. Dierickx. SPIE, S. 1–15. ISBN: 9781510636873.  
DOI: 10.1117/12.2560999.
- Walzl, A. (2018): „Potentiale und Restriktionen von Gitterstrukturen für die additive Fertigung“. Dissertation. Leoben: Montanuniversität Leoben.
- Wang, X.; Zhu, L.; Sun, L. et al. (2021): Optimization of graded filleted lattice structures subject to yield and buckling constraints. In: *Materials & Design* 206(3–4), S. 1–17. ISSN: 0264-1275. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109746.
- Wang, Y.; Zhang, L.; Daynes, S. et al. (2018): Design of graded lattice structure with optimized mesostructures for additive manufacturing.

- In: *Materials & Design* 142, S. 114–123. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2018.01.011.
- Weber, C.; Werner, H. und Deubel, T. (2003): A different view on Product Data Management/Product Life-Cycle Management and its future potentials.  
In: *Journal of Engineering Design* 14(4), S. 447–464. ISSN: 0954-4828.  
DOI: 10.1080/09544820310001606876.
- Weber, T. (2022): „Gestaltung von Übergängen zwischen Bereichen unterschiedlicher additiv gefertigter Stabgitter“.  
Bachelor Thesis. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.
- Weeger, O.; Boddeti, N.; Yeung, S.-K. et al. (2019): Digital design and nonlinear simulation for additive manufacturing of soft lattice structures.  
In: *Additive Manufacturing* 25, S. 39–49. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2018.11.003.
- Weeger, O. (2021): Numerical homogenization of second gradient, linear elastic constitutive models for cubic 3D beam-lattice metamaterials.  
In: *International Journal of Solids and Structures* 224(36), S. 1–16. ISSN: 0020-7683.  
DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.03.024.
- Weeger, O. (2022): Isogeometric sizing and shape optimization of 3D beams and lattice structures at large deformations.  
In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 65(2), S. 1–22. ISSN: 1615-147X.  
DOI: 10.1007/s00158-021-03131-7.
- Wei, K.; Yang, Q.; Ling, B. et al. (2018): Mechanical responses of titanium 3D kagome lattice structure manufactured by selective laser melting.  
In: *Extreme Mechanics Letters* 23(6366), S. 41–48. ISSN: 2352-4316.  
DOI: 10.1016/j.eml.2018.07.001.
- Weisheit, L.; Wenz, F.; Lichti, T. et al. (2020): Domänenübergreifende Workflows zur effizienten Entwicklung programmierbarer Materialien.  
In: *Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb* 115(7-8), S. 470–475.  
ISSN: 0947-0085. DOI: 10.3139/104.112353.
- White, B. C.; Garland, A.; Alberdi, R. et al. (2021): Interpenetrating lattices with enhanced mechanical functionality.  
In: *Additive Manufacturing* 38(1), S. 1–9. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2020.101741.
- Williams, J. M.; Adewunmi, A.; Schek, R. M. et al. (2005): Bone tissue engineering using polycaprolactone scaffolds fabricated via selective laser sintering.  
In: *Biomaterials* 26(23), S. 4817–4827. ISSN: 0142-9612.  
DOI: 10.1016/j.biomaterials.2004.11.057.
- Winter, R. E.; Cotton, M.; Harris, E. J. et al. (2014): Plate-impact loading of cellular structures formed by selective laser melting.  
In: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 22(2), S. 1–23.  
ISSN: 0965-0393. DOI: 10.1088/0965-0393/22/2/025021.
- Wong, K. K. und Leong, K. C. (2018): Saturated pool boiling enhancement using porous lattice structures produced by Selective Laser Melting.

- In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 121(7), S. 46–63.  
ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.12.148.
- Wormser, M.; Wein, F.; Stingl, M. et al. (2017): Design and Additive Manufacturing of 3D Phononic Band Gap Structures Based on Gradient Based Optimization.  
In: *Materials* (Basel, Switzerland) 10(10). ISSN: 1996-1944.  
DOI: 10.3390/ma10101125.
- Wu, S. und Sancaktar, E. (2022): Modeling Three-Dimensional-Printed Polymer Lattice Metamaterial Recovery After Cyclic Large Deformation.  
In: *ASME Open Journal of Engineering* 1(36), S. 1–12. DOI: 10.1115/1.4055466.
- Wu, T. und Tovar, A. (2019): Multiscale, thermomechanical topology optimization of self-supporting cellular structures for porous injection molds.  
In: *Rapid Prototyping Journal* 25(9), S. 1482–1492. ISSN: 1355-2546.  
DOI: 10.1108/RPJ-09-2017-0190.
- Xiao, D. M.; Yang, Y. Q.; Su, X. B. et al. (2012): Study on Cellular Structures as the Core Architectures of Parts Based on Selective Laser Melting.  
In: *Advanced Materials Research* 538-541, S. 1904–1907.  
DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.538-541.1904.
- Xiao, L. und Song, W. (2018a): Additively-manufactured functionally graded Ti-6Al-4V lattice structures with high strength under static and dynamic loading: Experiments.  
In: *International Journal of Impact Engineering* 111, S. 255–272. ISSN: 0734-743X.  
DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.09.018.
- Xiao, M.; Liu, X.; Zhang, Y. et al. (2021):  
Design of graded lattice sandwich structures by multiscale topology optimization.  
In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 384(1), S. 1–30.  
ISSN: 0045-7825. DOI: 10.1016/j.cma.2021.113949.
- Xiao, Z.; Yang, Y.; Xiao, R. et al. (2018b): Evaluation of topology-optimized lattice structures manufactured via selective laser melting.  
In: *Materials & Design* 143, S. 27–37. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2018.01.023.
- Xu, S.; Shen, J.; Zhou, S. et al. (2016):  
Design of lattice structures with controlled anisotropy.  
In: *Materials & Design* 93, S. 443–447. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2016.01.007.
- Yan, R.; Luo, D.; Huang, H. et al. (2018): Electron beam melting in the fabrication of three-dimensional mesh titanium mandibular prosthesis scaffold.  
In: *Scientific Reports* 8(1), S. 1–10. ISSN: 2045-2322.  
DOI: 10.1038/s41598-017-15564-6.
- Yang, L.; Mertens, R.; Ferrucci, M. et al. (2019a):  
Continuous graded Gyroid cellular structures fabricated by selective laser melting: Design, manufacturing and mechanical properties.  
In: *Materials & Design* 162, S. 394–404. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2018.12.007.
- Yang, L.; Wu, S.; Yan, C. et al. (2021): Fatigue properties of Ti-6Al-4V Gyroid graded lattice structures fabricated by laser powder bed fusion with lateral loading.

- In: Additive Manufacturing 46(1), S. 1–39. ISSN: 2214-8604.  
DOI: 10.1016/j.addma.2021.102214.
- Yang, Y.; Shan, M.; Zhao, L. et al. (2019b): Multiple strut-deformation patterns based analytical elastic modulus of sandwich BCC lattices.  
In: Materials & Design 181(1838), S. 1–11. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2019.107916.
- Yuan, Z. und Fish, J. (2008):  
Toward realization of computational homogenization in practice.  
In: International Journal for Numerical Methods in Engineering 73(3), S. 361–380.  
ISSN: 1097-0207. DOI: 10.1002/nme.2074.
- Zhang, J.; Sato, Y. und Yanagimoto, J. (2021a):  
Homogenization-based topology optimization integrated with elastically isotropic lattices for additive manufacturing of ultralight and ultrastiff structures.  
In: CIRP Annals 70(1), S. 111–114. ISSN: 0007-8506.  
DOI: 10.1016/j.cirp.2021.04.019.
- Zhang, J. und Yanagimoto, J. (2021b): Topology optimization of microlattice dome with enhanced stiffness and energy absorption for additive manufacturing.  
In: Composite Structures 255, S. 1–16. ISSN: 0263-8223.  
DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112889.
- Zhang, L.; Song, B.; Fu, J. J. et al. (2020): Topology-optimized lattice structures with simultaneously high stiffness and light weight fabricated by selective laser melting: Design, manufacturing and characterization.  
In: Journal of Manufacturing Processes 56, S. 1166–1177. ISSN: 1526-6125.  
DOI: 10.1016/j.jmapro.2020.06.005.
- Zhang, L.; Hu, Z.; Wang, M. Y. et al. (2021c): Hierarchical sheet triply periodic minimal surface lattices: Design, geometric and mechanical performance.  
In: Materials & Design 209, S. 1–18. ISSN: 0264-1275.  
DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109931.
- Zhang, W.; Zhao, J.; Tan, Y. et al. (2022): Study on the Shear Modulus Based Equivalent Homogenization Methods of Multi-Layer BCC Lattice Sandwich. In: Materials 15(4).  
ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma15041341.
- Zhao, J.; Zhang, M.; Zhu, Y. et al. (2019): Concurrent optimization of additive manufacturing fabricated lattice structures for natural frequencies.  
In: International Journal of Mechanical Sciences 163(10), S. 1–15. ISSN: 0020-7403.  
DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2019.105153.
- Zhao, M.; Zhang, D. Z.; Liu, F. et al. (2020):  
Mechanical and energy absorption characteristics of additively manufactured functionally graded sheet lattice structures with minimal surfaces.  
In: International Journal of Mechanical Sciences 167, S. 1–11. ISSN: 0020-7403.  
DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2019.105262.
- Zhao, S.; Li, S. J.; Wang, S. G. et al. (2018): Compressive and fatigue behavior of functionally graded Ti-6Al-4V meshes fabricated by electron beam melting.  
In: Acta Materialia 150, S. 1–15. ISSN: 1359-6454.  
DOI: 10.1016/j.actamat.2018.02.060.

Zhou, H.; Zhao, M.; Ma, Z. et al. (2020):

Sheet and network based functionally graded lattice structures manufactured by selective laser melting: Design, mechanical properties, and simulation.

In: International Journal of Mechanical Sciences 175, S. 1–31. ISSN: 0020-7403.

DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105480.

Zwick Roell (2023):

Produktinformation Material-Prüfmaschinen AllroundLine Z005 bis Z100.

URL: [https://www.zwickroell.com/fileadmin/content/Files/SharePoint/user\\_upload/PI\\_DE/02\\_284\\_Material\\_Pruefmaschine\\_AllroundLine\\_Z005\\_bis\\_Z100\\_PI\\_DE.pdf](https://www.zwickroell.com/fileadmin/content/Files/SharePoint/user_upload/PI_DE/02_284_Material_Pruefmaschine_AllroundLine_Z005_bis_Z100_PI_DE.pdf)

(besucht am 09.05.2023).



# **Betreute studentische Arbeiten**

Der Autor betreute die folgenden Abschlussarbeiten als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut pmd der Technischen Universität Darmstadt.

## **2022**

Gestaltung von Übergängen zwischen Bereichen unterschiedlicher additiv gefertigter Stabgitter

Weber, Timo (2022);  
Bachelor Thesis

Simulative Ermittlung des Einflusses der Basiszellen-Topologie additiv gefertigter Meso-Strukturen auf deren Eigenschaften

Sauerzapf, Lisa Marie (2022);  
Master Thesis

## **2020**

Erarbeiten eines methodischen Ansatzes zur Entwicklung resilienter Systemstrukturen für Maschinenbau-Systeme

Szillinsky, Paul (2020);  
Master Thesis

## **2019**

Ermitteln methodischer Elemente im Rahmen der systematischen Entwicklung resilienter Maschinenbausysteme

Painter, Olga (2019);  
Studienarbeit

Erarbeitung von Gestaltungsrichtlinien additiv gefertigter Gelenke unter Berücksichtigung von Einflüssen des SLM-Verfahrens

Listmann, Victor Immanuel (2019);  
Master Thesis

# Veröffentlichungen

## 2022

Schulte, Fiona; Sauerzapf, Lisa; Kirchner, Eckhard (2022): Influences and Effects on Scaling the Pressure Stiffness of Additively Manufactured Meso Structures. In: Proceedings of the Design Society : Volume 2, DESIGN2022, S. 1451-1460, Cambridge, UK, Cambridge University Press, 17th International DESIGN Conference, Dubrovnik, Croatia (online), 23-26 May 2022, e-ISSN 2732-527X, DOI: 10.1017/pds.2022.147

## 2021

Welzbacher, Peter; Schulte, Fiona; Neu, Marcel; Koch, Yanik; Kirchner, Eckhard (2021): An approach for the quantitative description of uncertainty to support robust design in sensing technology. In: Design Science, 7, S. 1-18, Cambridge University Press, ISSN 2053-4701, DOI: 10.1017/dsj.2021.19

Schulte, Fiona; Kirchner, Eckhard (2021): Ansatz zur belastungsgerechten Auslegung additiv gefertigter Meso-Strukturen in Bauteilen. In: Krause, Dieter; Paetzold, Kristin; Wartzack, Sandro (Hrsg.): DfX, Proceedings of the 32nd Symposium Design for X (DFX2021), S. 1-10, Tutzing, 32. Symposium Design for X, Tutzing, 28.09.2021, DOI: 10.35199/dfx2021.16

Schulte, Fiona; Kirchner, Eckhard (2021): Ansatz zur belastungsgerechten Auslegung additiv gefertigter Meso-Strukturen in Bauteilen. In: Krause, Dieter; Paetzold, Kristin; Wartzack, Sandro (Hrsg.) (2021): DfX, Proceedings of the 32nd Symposium Design for X (DFX2021), Tutzing, 32. Symposium Design for X, Tutzing, 27.09.2021, DOI: 10.35199/dfx2021.16

Schulte, Fiona; Weber, Sebastian; Reichwein, Jannik; Paetzold, Kristin; Kirchner, Eckhard (2021): Potentiale additiv gefertigter Gitterstrukturen – ein Review. In: Krause, Dieter; Paetzold, Kristin; Wartzack, Sandro (Hrsg.) (2021): DfX, Proceedings of the 32nd Symposium Design for X (DFX2021), Tutzing, 32. Symposium Design for X, Tutzing, 27.09.2021, DOI: 10.35199/dfx2021.07

Leise, Philipp; Niessen, Pia; Schulte, Fiona; Dietrich, Ingo; Kirchner, Eckhard; Pelz, Peter F. (2021): Potentials and Challenges of Resilience as a Paradigm for Designing Technical Systems. In: Pelz, Peter F.; Groche, Peter (Hrsg.) (2021): Lecture Notes in Mechanical Engineering, In: Uncertainty in Mechanical Engineering: Proceedings of the 4th International Conference on Uncertainty in Mechanical Engineering (ICUME 2021), June 7–8, 2021, S. 47-58, Cham, Springer, ISBN 978-3-030-77255-0, DOI: 10.1007/978-3-030-77256-7\_5

Schulte, Fiona; Kloberdanz, Hermann; Kirchner, Eckhard (2021): Modelling of Resilient Coping Strategies within the Framework of the Resilience Design Methodology for Load-

Carrying Systems in Mechanical Engineering. In: Pelz, Peter F.; Groche, Peter (Hrsg.) (2021): Lecture Notes in Mechanical Engineering, In: Uncertainty in Mechanical Engineering Proceedings of the 4th International Conference on Uncertainty in Mechanical Engineering (ICUME 2021), June 7–8, 2021, S. 59-69, Cham, Springer, 4th International Conference on Uncertainty in Mechanical Engineering (ICUME 2021), Darmstadt, June 7–8, 2021, ISSN 2195-4356, e-ISSN 2195-4364, ISBN 978-3-030-77255-0, DOI: 10.1007/978-3-030-77256-7\_6

## 2020

Schulte, Fiona; Würtenberger, Jan; Steffan, Kay-Eric; Kirchner, Eckhard (2020): TRIZ als Schlüssel zu den Potentialen additiver Fertigungsverfahren. In: Lachmayer, Roland; Lippert, Rene Bastian; Kaielerle, Stefan (Hrsg.) (2020): Konstruktion für die additive Fertigung 2018, S. 55-75, Berlin, Heidelberg, Springer Vieweg, ISBN 978-3-662-59057-7, DOI: 10.1007/978-3-662-59058-4

## 2019

Schulte, Fiona; Engelhardt, Roland; Kirchner, Eckhard; Kloberdanz, Hermann (2019): Beitrag zu einer Entwicklungsmethodik für resiliente Systeme des Maschinenbaus. In: Krause, Dieter; Paetzold, Kristin; Wartzack, Sandro (Hrsg.) (2019): DfX, 30, In: DfX 2019: Proceedings of the 30th Symposium Design for X, S. 1-12, Jesteburg, Design for X, Jesteburg, 18.09.2019, DOI: 10.35199/dfx2019.1

Schulte, Fiona; Kirchner, Eckhard; Kloberdanz, Hermann (2019): Analysis and Synthesis of Resilient Load-Carrying Systems. In: Proceedings of the Design Society: International Conference on Engineering Design, 1 (1), S. 1403-1412, Cambridge University Press, ISSN 2220-4342, DOI: 10.1017/dsi.2019.146