

# TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT INSTITUT FÜR MASSIVBAU



Redouan El Ghadioui

## Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes

Entwicklung eines Modells zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung

Darmstadt 2020

## Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes

Entwicklung eines Modells zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung

Vom Fachbereich Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Technischen Universität Darmstadt zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte

#### DISSERTATION

von

### **Redouan El Ghadioui M.Sc.**

aus Bonn

#### D 17

#### Darmstadt 2020

Referent:	Prof. DrIng. Carl-Alexander Graubner
Korreferent:	Prof. DrIng. Jörg Lange
Tag der Einreichung:	01. September 2020
Tag der mündlichen Prüfung:	17. November 2020

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Anschrift:

Technische Universität Darmstadt Institut für Massivbau Franziska-Braun-Straße 3 64287 Darmstadt

http://www.massivbau.tu-darmstadt.de

El Ghadioui, Redouan: Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes Entwicklung eines Modells zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung

Dissertation // Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt; Heft 49

ISBN 978-3-942886-26-0

Online veröffentlicht bei TUprints

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-243378 URI: https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/24337

Veröffentlicht unter CC BY 4.0 International https://creativecommons.org/licenses/by/4.0

FÜR AHLALIA ACHARKAOUI & CHAIB EL GHADIOUI

## VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt.

Besonderer und aufrichtiger Dank für das mir entgegengebrachte Vertrauen gebührt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner. Die wertvollen Ratschläge und kritischen Fachdiskussionen lieferten wesentliche Impulse für die Erstellung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Lange möchte ich herzlich für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Korreferates danken.

Für die kritische und sorgfältige Durchsicht der Entwurfsfassung dieser Arbeit sowie die hilfreichen wissenschaftlichen Diskussionen und Ratschläge während der gesamten Zeit bedanke ich mich sehr herzlich bei Herrn Dr.-Ing. Tilo Proske, Herrn Dr.-Ing. Ngoc Linh Tran, Herrn Dominik Müller, M.Sc., Herrn Dominik Hiesch, M.Sc., Herrn Lukas Bujotzek, M.Sc. und Herrn Sebastian Hofmann, M.Sc.

Die Durchführung der experimentellen Untersuchungen wäre ohne die Unterstützung und Erfahrung der Mitarbeiter des Forschungs- und Prüflabors des Instituts für Massivbau nicht möglich gewesen. Hierfür bedanke ich mich bei Herrn Manfred Klotz, Herrn Jörg Wiech, Herrn Yves Kibnowski und Herrn Eric Rauschenbach, die sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Auch möchte ich mich bei den Studierenden bedanken, die mich im Rahmen von Studienarbeiten bei der Umsetzung dieser Arbeit unterstützen konnten.

Durch meine Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Massivbau war die Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter stets durch ein freundschaftliches, hilfsbereites und vertrauliches Miteinander geprägt. Die vielen gemeinsamen Aktivitäten und die interessanten und hilfreichen Diskussionen werden mir in guter Erinnerung bleiben.

Zu guter Letzt danke ich meinen Eltern Ahlalia und Chaib sowie meiner gesamten Familie von ganzem Herzen. Die fortwährende und geduldige Unterstützung war stets ein großer Halt für mich.

Darmstadt, November 2020

Redouan El Ghadioui

## ZUSAMMENFASSUNG

Bewehrungen aus Faserverbundkunststoffen (FVK) haben sich im konstruktiven Betonbau aufgrund ihrer hohen Festigkeiten und ihrer Beständigkeit gegenüber physikalischen und chemischen Einflüssen zu einer Alternative zu konventionellem Betonstahl entwickelt. Aufgrund der abweichenden Material- und Verbundeigenschaften sind für eine sichere Bemessung präzise Kenntnisse über das Bauteilverhalten unter Kurzzeit- sowie Langzeitbeanspruchung notwendig.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden experimentelle Untersuchungen zum Trag-, Rissund Verformungsverhalten an carbonbewehrten Betonbauteilen unter Kurzzeit- sowie statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung vorgestellt. Aufbauend auf den Versuchsergebnissen erfolgt eine präzise Analyse des Bauteilverhaltens unter Langzeitbeanspruchung und eine Prüfung bestehender Ingenieur- und Bemessungsmodelle. Durch die in der Regel niedrigeren Elastizitätsmoduln der FVK-Bewehrung kommt dem Nachweis zur Begrenzung der Verformungen eine besondere Rolle zu. Hierfür wird ein nichtlineares Berechnungsmodell analytisch hergeleitet, durch das eine präzise Berechnung der Verformungen unter expliziter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen möglich ist. Es erfolgt eine Untersuchung statisch unbestimmter Systeme, eine Validierung mit Hilfe eines numerischen Modells und der Versuchsergebnisse sowie eine Überführung in Näherungslösungen und praxisnahe Regeln zur Bemessung.

## ABSTRACT

Reinforcements made of fibre-reinforced polymers (FRP) have become an alternative to conventional steel reinforcement in structural concrete. This is due to their high strength and resistance to physical and chemical influences. As a result of the different material and bond properties, precise knowledge of the structural behaviour under short-term and long-term loading is necessary for reliable design.

Within the scope of the present work, experimental investigations on the load-bearing, cracking and deformation behaviour of members with carbon fibre-reinforced polymer reinforcement under short-term as well as long-term loading are presented. Based on the experimental results, a precise analysis of the structural behaviour under long-term loading and a verification of existing engineering and design models is done. Due to the generally lower modulus of elasticity of the FRP reinforcement, the control of deflections is of special importance. For this purpose, a non-linear calculation model is derived analytically, which allows a precise calculation of the deflections under explicit consideration of the tension stiffening effect. An investigation of statically indeterminate systems, a validation with the help of a numerical model and the experimental results as well as a transfer to approximate solutions and practical rules for the design are carried out.

## INHALTSVERZEICHNIS

F	orme	elzo	eichen und Variablen	V
1	Eiı	nle	itung	1
	1.1	Μ	lotivation	1
	1.2	Zi	ielsetzung	4
	1.3	V	orgehensweise und Aufbau der Arbeit	5
2	W	erk	stoffverhalten von Beton und Bewehrung	6
	2.1	Ei	inführung	6
	2.2	B	eton	6
	2.2	2.1	Grundlagen	6
	2.2	2.2	Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul	7
	2.2	2.3	Zugfestigkeit und Bruchenergie	10
	2.2	2.4	Kriechen und Schwinden	12
	2.2	2.5	Zeitliche Entwicklung von Materialparametern	17
	2.2	2.6	Verhalten unter zyklischer Beanspruchung	19
	2.3	B	etonstahl	22
	2.3	3.1	Grundlagen	22
	2.3	3.2	Spannungs-Dehnungs-Beziehung	22
	2.3	3.3	Ermüdung	23
	2.4	Fa	aserverbundkunststoffe	24
	2.4	4.1	Grundlagen	24
	2.4	1.2	Fasern	25
	2.4	1.3	Tränkungen	29
	2.4	1.4	FVK-Bewehrung	29
3	Gr	un	dlagen zum Tragverhalten bewehrter Betonbauteile	38
	3.1	Ei	inführung	38
	3.2	V	erbund zwischen Beton und Bewehrung	38
	3.3	G	renzzustand der Tragfähigkeit	41
	3.3	3.1	Biegung mit Längskraft	41
	3.3	3.2	Querkrafttragfähigkeit	45
	3.4	G	renzzustand der Gebrauchstauglichkeit	57
	3.4	4.1	Spannungen und Dehnungen auf Gebrauchslastniveau	57

	3.4.2	Rissbreiten und Rissabstände	61
	3.4.3	Verformungen	67
4	Baute	ilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung	
-	4.1 Ei		
	4.2 Ve	ersuchsprogramm und Messtechnik	74
	4.3 M	aterial- und Verbundkennwerte unter Kurzzeitbeanspruchung	76
	4.3.1	Beton	76
	4.3.2	Bewehrung	77
	4.3.3	Verbundverhalten	80
	4.4 Tr	ag- und Verformungsverhalten	83
	4.4.1	Kraft-Verformungs-Verläufe	83
	4.4.2	Rissbreiten und Rissabstände	
	4.4.3	Verformungen	
	4.4.4	Biegetragfähigkeit und Dehnungsebenen	91
	4.4.5	Querkrafttragfähigkeit	93
	4.5 Zı	Isammenfassung	97
5	Route	ilvarsucha untar Dauarhaansnruchung	00
J	51 Fi	nführung	90
	5.1 LI	internet on g	
	52 M	aterialkennwerte	99
	5.2 M	aterialkennwerte Druckfestigkeit Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone	99 99
	5.2 M 5.2.1 5.2.2	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons	99 99 100
	5.2 M 5.2.1 5.2.2	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons	99 99 100
	5.2 M 5.2.1 5.2.2 5.3 Ba	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik	99 99 100 102 102
	5.2 M 5.2.1 5.2.2 5.3 Ba 5.3.1 5.3.2	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung)	99 
	5.2 M 5.2.1 5.2.2 5.3 Ba 5.3.1 5.3.2 5.3.3	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Ouerkraft).	99 
	5.2 M 5.2.1 5.2.2 5.3 Ba 5.3.1 5.3.2 5.3.3 5.4 Ba	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uuteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft)	99 
	5.2 M 5.2.1 5.2.2 5.3 Ba 5.3.1 5.3.2 5.3.3 5.4 Ba 5.4.1	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) uteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik	99 
	<ul> <li>5.2 M</li> <li>5.2.1</li> <li>5.2.2</li> <li>5.3 Ba</li> <li>5.3.1</li> <li>5.3.2</li> <li>5.3.3</li> <li>5.4 Ba</li> <li>5.4.1</li> <li>5.4.2</li> </ul>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) uteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung)	99 99 100 102 103 107 111 111
	<ul> <li>5.2 M</li> <li>5.2.1</li> <li>5.2.2</li> <li>5.3 Ba</li> <li>5.3.1</li> <li>5.3.2</li> <li>5.3.3</li> <li>5.4 Ba</li> <li>5.4.1</li> <li>5.4.2</li> <li>5.4.3</li> </ul>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) uteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung)	99 99 100 102 102 103 107 111 111 112 115
	<ul> <li>5.2 M</li> <li>5.2.1</li> <li>5.2.2</li> <li>5.3 Ba</li> <li>5.3.1</li> <li>5.3.2</li> <li>5.3.3</li> <li>5.4 Ba</li> <li>5.4.1</li> <li>5.4.2</li> <li>5.4.3</li> <li>5.5 Zu</li> </ul>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) uteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung)	99 99 100 102 102 103 107 111 111 112 115 118
	<ul> <li>5.2 M</li> <li>5.2.1</li> <li>5.2.2</li> <li>5.3 Ba</li> <li>5.3.1</li> <li>5.3.2</li> <li>5.3.3</li> <li>5.4 Ba</li> <li>5.4.1</li> <li>5.4.2</li> <li>5.4.3</li> <li>5.5 Zu</li> </ul>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uuteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) uuteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft)	99 99 100 102 102 103 107 111 111 112 115 118
6	<ul> <li>5.2 M</li> <li>5.2.1</li> <li>5.2.2</li> <li>5.3 Ba</li> <li>5.3.1</li> <li>5.3.2</li> <li>5.3.3</li> <li>5.4 Ba</li> <li>5.4.1</li> <li>5.4.2</li> <li>5.4.3</li> <li>5.5 Zu</li> <li>Trag-Batem</li> </ul>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) versuchsprogramm und Messtechnik Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Duerkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Duerkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Duerkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Duerkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Duerkraft)	99 99 100 102 102 103 107 111 111 112 115 118
6	5.2 M 5.2.1 5.2.2 5.3 Ba 5.3.1 5.3.2 5.3.3 5.4 Ba 5.4.1 5.4.2 5.4.3 5.5 Zu <b>Trag-Betom</b>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) versuchsprogramm und Messtechnik Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) sammenfassung <b>kiss- und Verformungsverhalten carbonbewehrter</b> <b>bauteile</b>	99 99 100 102 102 103 107 111 111 112 115 118
6	<ul> <li>5.2 M</li> <li>5.2.1</li> <li>5.2.2</li> <li>5.3 Ba</li> <li>5.3.1</li> <li>5.3.2</li> <li>5.3.3</li> <li>5.4 Ba</li> <li>5.4.1</li> <li>5.4.2</li> <li>5.4.3</li> <li>5.5 Zu</li> <li>Trag-Beton</li> <li>6.1 Al</li> <li>6.2 Comparison</li> </ul>	aterialkennwerte Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone Kriechen des Betons uteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) uteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung Versuchsprogramm und Messtechnik Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft) Isammenfassung <b>Riss- und Verformungsverhalten carbonbewehrter</b> <b>bauteile</b>	99 99 100 102 102 102 103 107 111 111 112 115 118 121 121

	6.2	.1 T	ragfähigkeit bei Biegung mit Längskraft	.121
	6.2	.2 Q	Querkrafttragfähigkeit	.129
	6.3	Gren	zzustand der Gebrauchstauglichkeit	.135
	6.3	.1 N	lachweis zulässiger Spannungen	.135
	6.3	.2 N	lachweis der Rissbreitenbegrenzung	.137
	6.3	.3 N	lachweis zulässiger Verformungen	.140
7	Мо	dell	zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung	156
	7.1	Allge	emeines	.156
	7.2	Mod	ell zur Verformungsberechnung bei gelenkig gelagerten Einfeldträgern.	.156
	7.3	Valio	dierung des Modells	.170
	7.3	.1 N	Iumerische Ermittlung des Verteilungsbeiwerts	.170
	7.3	.2 V	alidierung mittels experimenteller Untersuchungen	.172
	7.4	Erwe	eiterung auf Kragarmsysteme	.174
	7.5	Erwe	eiterung auf statisch unbestimmte Systeme	.178
	7.5	.1 B	eidseitig eingespannter Einfeldträger unter Gleichstreckenlast	.178
	7.5	.2 B	eidseitig eingespannter Einfeldträger unter Einzellast in Feldmitte	.182
	7.5	.3 E	inseitig eingespannter Einfeldträger unter Gleichstreckenlast	.183
	7.5	.4 E	inseitig eingespannter Einfeldträger unter Einzellast in Feldmitte	.185
	7.6	Nähe	erungslösungen und Vergleich mit DIN EN 1992-1-1 (2011)	.187
	7.7	Zusa	mmenfassung	. 189
8	Pra	xisn	ahe Bemessungsregeln für biegebeanspruchte	
	Ca	bon	betonbauteile	190
	8.1	Allge	emeines	.190
	8.2	Nach	nweis für Biegung mit Längskraft	.190
	8.3	Nach	nweis der Rissbreitenbegrenzung	. 192
	8.4	Nach	nweis der zulässigen Verformungen	. 194
	8.5	Zusa	mmenfassung	.203
9	Faz	it ur	nd Ausblick	204
	9.1	Fazit	t	.204
	9.2	Aust	plick	.208
1	0 Lite	eratu	urverzeichnis	211
A	nhan	g		232

## FORMELZEICHEN UND VARIABLEN

Die nachfolgenden Formelzeichen und Variablen entsprechen den Bezeichnungen, die in der nachfolgenden Arbeit verwendet wurden. In den meisten Fällen erfolgte eine Vereinheitlichung der Bezeichnungen in Anlehnung an die in DIN EN 1992-1-1 (2011) gebräuchliche Nomenklatur. Oft verwendete Indizes und ihre Bedeutung werden zusätzlich aufgelistet.

Große lateinische Buchstaber	1:
------------------------------	----

$A_{\rm c}$	Querschnittsfläche des Betons
$A_{ m c,eff}$	Effektive Betonquerschnittsfläche in der Zugzone
$A_{\mathrm{f,i}}$	Querschnittsfläche eines Bewehrungselementes aus Faserverbundkunststof- fen
$A_{ m fl}$	Querschnittsfläche der FVK-Längsbewehrung
$A_{ m fw}$	Querschnittsfläche der FVK-Bügelbewehrung
С	Koeffizient zur Beschreibung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung
$C_{\mathrm{Rd,c1/2}}$	Koeffizienten zur Ermittlung des Bemessungswertes der Querkrafttragfä- higkeit
D	Schädigung
	Durchmesser
$D_{ m Lower}$	Kleinerer Wert der zum Größtkorndurchmesser zugehörigen Korngruppe
E	Elastizitätsmodul
$E_{ m c}$	Elastizitätsmodul des Betons
$E_{\rm ci}, E_{\rm c0}$	Elastizitätsmodul des Betons im Ursprung bei $\sigma_c = 0$ (Tangentenmodul)
$E_{\rm cm}$	Mittlerer Elastizitätsmodul des Betons als Sekante durch den Ursprung
$E_{ m f}$	Elastizitätsmodul der Fasern bzw. Faserverbundkunststoff-Bewehrung
$E_{ m fl}$	Elastizitätsmodul der FVK-Längsbewehrung
$E_{ m fw}$	Elastizitätsmodul der FVK-Bügelbewehrung
$E_{ m m}$	Elastizitätsmodul der Kunststoffmatrix
$E_{\rm s}$	Elastizitätsmodul des Betonstahls
EI <sub>I</sub> , EI <sub>II</sub>	Biegesteifigkeit des Betonbauteils im Zustand I/II

EI*	Vereinfacht berechnete Biegesteifigkeit im Zustand II zur Ermittlung der Grenzdehnung der FVK-Bügelbewehrung
F	Kraft
$F_{\rm cr}$	Risskraft
$F_{ m cd}$	Bemessungswert der Betondruckkraft
$F_{ m f}$	Zugkraft in der FVK-Bewehrung im Rissquerschnitt
$F_{\rm R}$	Rippenaufstandsfläche für die Ermittlung der bezogenen Rippenfläche
	Zugkraft des Betons in der Zugzone
$F_{\rm S}$	Mantelscherfläche für die Ermittlung der bezogenen Rippenfläche
	Zugkraft in der Betonstahlbewehrung im Rissquerschnitt
$G_{ m F}$	Bruchenergie des Betons
Н	Höhe
Ι	Flächenträgheitsmoment 2. Ordnung
J	Komplianzfunktion des Betonkriechens
L	Länge
LZug,Biegeriss	Anzusetzende Länge annähernd konstanter Bewehrungsdehnung je Einzel- riss
L <sub>Zug,ges</sub>	Länge unter Zugbeanspruchung eines Bewehrungselementes
LZug,Spaltriss	Länge des horizontal verlaufenden Spaltrisses
LZugversuch	Freie Länge des zum Mittelwert und zur Standardabweichung der Zugfes- tigkeit zugehörigen Zugversuchs
$L_{ m F}$	Freie Länge im Zugversuch
М	Biegemoment
$M_{ m cr}$	Rissmoment
$M_{\rm cr,eff}$	Effektives Rissmoment
$M_{\rm cs}$	Biegemoment aus Schwinden
$M_{\rm d,perm}$	Einwirkendes Biegemoment unter quasi-ständiger Einwirkungskombination
$M_{ m E}$	Einwirkendes maximales Moment
Ν	Lastwechselzahl
	Normalkraft

$N_{ m F}$	Bruchlastwechselzahl
R	Spannungsverhältnis bei zyklischer Beanspruchung
S	Flächenträgheitsmoment 1. Ordnung
RH	Relative Luftfeuchtigkeit
Т	Temperatur
U	Umfang
V	Querkraft
$V_{ m agg}$	Traganteil aus Rissreibung und Rissverzahnung
$V_{ m c}$	Querkrafttraganteil des Betons
$V_{ m cc}$	Traganteil der ungerissenen Druckzone
$V_{ m dow}$	Traganteil aus Dübelwirkung der Bewehrung
$V_{\rm E}$	Einwirkende Querkraft
$V_{ m f}$	Querkrafttraganteil der FVK-Bügelbewehrung
$V_{\mathrm{R,c}}$	Querkrafttragfähigkeit des Betonbauteils ohne Querkraftbewehrung
V <sub>rs</sub>	Traganteil aus Zugspannungen in der Bruchprozesszone
$V_{\rm X}$	Variationskoeffizient
W	Widerstandsmoment eines Querschnitts
Kleine late	einische Buchstaben:
a	Kantenlänge
$a_{\rm cs}$	Abstand zwischen Auflager und kritischem Schnitt zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit (engl. control section)
ag	Größtkorndurchmesser der Betongesteinskörnung
b	Breite
$b_{\mathrm{n}}$	Nettoquerschnittsbreite
$b_{ m w}$	Stegbreite des Querschnitts
d	Statische Nutzhöhe
$d_{1/2}$	Achsmaß der Biegezug- bzw. Biegedruckbewehrung
$d_{ m m}$	Mittlere statische Nutzhöhe des Bewehrungsschwerpunkts
$d_{\rm s}, d_{\rm b}$	Durchmesser der Betonstahlbewehrung

$d_{\mathrm{u}}$	Statische Nutzhöhe der untersten Bewehrungslage
e	Eulersche Zahl
f	Festigkeit
	Frequenz einer zyklischen Beanspruchung
	Faservolumenverhältnis
$f_{1,c}$	Einaxiale Festigkeit des Betons
$f_{ m c}$	Betondruckfestigkeit
$\Delta f_{\rm c}$	Abzugsterm zur Berechnung der charakteristischen Betondruckfestigkeit
$f_{ m ck}$	Charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit (5 %-Quantil)
$f_{ m ck,fat}$	Charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit unter
	Ermüdungsbeanspruchung
$f_{ m cd}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
$f_{\rm cm}$	Mittelwert der Betondruckfestigkeit
$f_{\rm ct}$	Betonzugfestigkeit
$f_{\rm ct,eff}$	Effektive Betonzugfestigkeit
$f_{ m ct,fat}$	Betonzugfestigkeit unter Ermüdungsbeanspruchung
$f_{\rm ctm}$	Mittelwert der Betonzugfestigkeit
$f_{ m ct,sp,cube}$	Spaltzugfestigkeit des Betons (ermittelt an würfelförmigem Prüfkörper)
$f_{\rm ct,sp,cyl}$	Spaltzugfestigkeit des Betons (ermittelt an zylinderförmigem Prüfkörper)
$f_{ m fw}$	Maximalwert der anzusetzenden Zugfestigkeit der FVK-Bügelbewehrung
$f_{ m fwd}$	Bemessungswert der anzusetzenden Zugfestigkeit der FVK-Bügelbeweh- rung in Abhängigkeit von der Bauteilbiegesteifigkeit
$f_{R}$	Bezogene Rippenfläche
$f_{t}$	Zugfestigkeit
$f_{ m tk}$	Charakteristischer Wert der Zugfestigkeit
$f_{ m tm}$	Mittelwert der Zugfestigkeit
$f_{ m u}$	Höchstwert aufnehmbarer Spannungen
$f_{ m w}$	Zugfestigkeit der Bügelbewehrung
$f_{ m y}$	Streckgrenze der Betonstahlbewehrung

$f_{ m yd}$	Bemessungswert der Streckgrenze der Betonstahlbewehrung
$f_{ m yk}$	Charakteristischer Wert der Streckgrenze der Betonstahlbewehrung
$f_{ m ym}$	Mittelwert der Streckgrenze der Betonstahlbewehrung
g	Last infolge Eigengewicht
gk	Charakteristische Last infolge Eigengewicht
$\Delta g_{ m k}$	Charakteristische Last infolge Ausbaulasten
h	Höhe
$h_0$	Wirksame Bauteildicke
$i_{ m I/II}$	Bezogene Flächenmomente 2. Ordnung im Zustand I/II
k	Plastizitätsfaktor zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Linie des Be- tons
ka	Höhenbeiwert zur Ermittlung des Lastangriffspunktes der resultierenden
	Betondruckkraft
k <sub>d,n</sub>	Koeffizient zur Bestimmung des Bemessungswertes
k <sub>n</sub>	Koeffizient zur Bestimmung des charakteristischen Wertes
k <sub>N</sub>	Faktor zur Berücksichtigung des Verbundkriechens unter zyklischer Dauer- beanspruchung
<i>k</i> t	Faktor zur Berücksichtigung des Verbundkriechens unter statischer Dauer- beanspruchung
lb	Verbundlänge
$l_{\rm ch}$	Charakteristische Länge
l <sub>da</sub>	Länge zwischen kritischem Schubriss und angrenzendem Horizontalriss
$l_{\rm t}$	Einleitungslänge
n	Anzahl
	Äquivalente Anzahl an Elementen als Produkt paralleler und serieller Ele- mente im Verhältnis zur Elementlänge aus dem Zugversuch
<i>n</i> Biegerisse	Anzahl der Biegerisse im Bereich konstanter Momentenbeanspruchung
<i>n</i> <sub>Parallel</sub>	Anzahl parallel verlaufender Elemente
<i>N</i> Spaltrisse	Anzahl horizontal verlaufender Spaltrisse im Bereich konstanter Momenten- beanspruchung

$p_{ m sys}$	Gewünschte Unterschreitungswahrscheinlichkeit der Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung im Bauteil
<i>p</i> Zugversuch	Zu $p_{sys}$ zugehörige Unterschreitungswahrscheinlichkeit der FVK-Bewehrung im Zugversuch
q	Gleichstreckenlast
	Nutzlast
$q_{ m k}$	Charakteristischer Wert der Nutzlast als Gleichstreckenlast
<i>Q</i> Zugversuch	Zu $p_{sys}$ zugehörige Überschreitungswahrscheinlichkeit der FVK-Bewehrung im Zugversuch
r	Biegerollendurchmesser für FVK-Bügelbewehrung
S	Schlupf
	Standardabweichung
<i>S</i> 0	Schlupf unter Kurzzeitbeanspruchung
Sr	Rissabstand
s <sub>r,m</sub>	Mittlerer Rissabstand
S <sub>r,max</sub>	Maximaler Rissabstand
<i>S</i> <sub>r,min</sub>	Minimaler Rissabstand
$S_{ m W}$	Bügelabstand
t	Zeit
и	Umfang
<i>v</i> <sub>0</sub> , <i>v</i> <sub>1</sub>	Verschiebungen der Rissufer im kritischen Schubriss zur Ermittlung des Traganteils aus Dübelwirkung
v`0, v`1	Endverdrehungen der Bewehrung zur Ermittlung des Traganteils aus Dübel- wirkung
W	Verformung
	Rissbreite
W0	Initialverformung
	Initialrissbreite
$\mathcal{W}_\infty$	Verformung zum Zeitpunkt $t = \infty$
	Rissbreite zum Zeitpunkt $t = \infty$

Wmax	Zulässige maximale Rissbreite
x	Druckzonenhöhe
	Koordinate
У	Koordinate
Z.	Koordinate
	Hebelarm der inneren Kräfte
	Quantil der Standardnormalverteilung
Zs/f	Abstand zwischen Schwerpunkt des Betons und Achse der Bewehrung
Griechische I	Buchstaben:
α	Koeffizient zur Beschreibung der Völligkeit der Verbundspannungs- Schlupf-Beziehung
	Winkel
$\alpha_{\rm cc}$	Dauerstandfaktor des Betons
αe	Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Beton und Bewehrung
$\alpha_{\rm e,eff}$	Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Beton und Bewehrung unter Berück- sichtigung des Kriechens
$\alpha_{\rm E}$	Koeffizient zur Berücksichtigung der Art der Gesteinskörnung bei der Er- mittlung des Elastizitätsmoduls des Betons
$lpha_{\mathrm{f,t}}$	Dauerstandfaktor der Bewehrung
$lpha_{\mathrm{f,eff}}$	Beiwert zur Berücksichtigung einer reduzierten Zugfestigkeit infolge erhöh- ter Anzahl an Elementen bei sprödem Versagen
$\alpha_{\rm i}$	Verhältnis zwischen Tangenten- und Sekantenmodul des Betons
$\alpha_{T,l}, \alpha_{T,q}$	Wärmeausdehnungskoeffizienten in tangentialer und radialer Richtung
$\alpha_{\rm R}$	Völligkeitsbeiwert der Betonspannungen in der Biegedruckzone
$eta_{ ext{t}}$	Völligkeitsbeiwert für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei maximalem Rissabstand
$eta_{ ext{t,m}}$	Völligkeitsbeiwert für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei mittlerem Rissabstand
γс	Teilsicherheitsbeiwert des Betons
γfrp	Teilsicherheitsbeiwert der Faserverbundkunststoff-Bewehrung mit Berück- sichtigung der Modellunsicherheit

γſrp	Teilsicherheitsbeiwert der Faserverbundkunststoff-Bewehrung ohne Be- rücksichtigung der Modellunsicherheit
$\delta_{ m d}$	Faktor zur Beschreibung der Duktilität des Betonstahls
3	Dehnung
Ec	Betondehnung
Ec1	Stauchung beim Höchstwert der Betondruckspannung
$\mathcal{E}_{c,I/II}$	Betondehnung im Zustand I/II
Ecas	Autogene Schwinddehnung des Betons
$\mathcal{E}_{cc}$	Kriechdehnung des Betons
Ecd	Dehnung aus Rückkriechen des Betons
Ecds	Trocknungsschwinddehnung des Betons
Ecf	Dehnung des Betons unter zyklischer Dauerbeanspruchung
Eci	Initialdehnung des Betons
Ec,m	Mittlere Dehnung des Betons unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen
$\mathcal{E}_{cs}$	Schwinddehnung des Betons
Ect	Dehnung des Betons bei Erreichen der Betonzugfestigkeit
E <sub>cu1</sub>	Bruchstauchung des Betons
$\mathcal{E}_{c\sigma}$	Spannungsinduzierte Gesamtdehnung des Betons
Efwd	Bemessungswert der Grenzdehnung der FVK-Bügelbewehrung
&fu,d	Bemessungswert der Zugbruchdehnung der FVK-Längsbewehrung
<i>ɛ</i> <sub>i</sub> , <i>ɛ</i> <sub>0</sub>	Initialdehnung
$\mathcal{E}_{S/f}$	Dehnung der Bewehrung
$\mathcal{E}_{s/f2}, \mathcal{E}_{s/f,II}$	Dehnung der Bewehrung im Zustand II
€s/f,m	Mittlere Dehnung der Bewehrung unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen
$\mathcal{E}_{s/f,r1/2}$	Dehnung in der Bewehrung im Zustand der Erstrissbildung (Zustand I/II)
Euk	Charakteristischer Wert der Bruchdehnung
Еy	Dehnung des Betonstahls bei Erreichen der Streckgrenze
$\mathcal{E}_{\infty}$	Endwert der Dehnung

ζ	Bezogener Hebelarm der inneren Kräfte
	Verteilungsbeiwert
η	Verhältnis der Betondehnung zur Stauchung beim Höchstwert der Beton- druckspannung
	Verhältnis des einwirkenden Biegemomentes im GZG zum Bemessungs- wert des Biegemomentes im GZT
$\theta$	Winkel
κ	Krümmung
$\kappa_{ m I/II}$	Krümmung im Zustand I/II
K <sub>cs</sub>	Krümmung infolge Schwindens des Betons
κ <sub>m</sub>	Mittlere Krümmung unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen
λ	Schlankheit
	Koeffizient zur Beschreibung des Schlupfverlaufs
$\mu_{ m cr}$	Bezogenes Rissmoment für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$\mu_{\rm cs}$	Bezogenes einwirkendes Biegemoment aus Schwinden für den Grenzzu- stand der Gebrauchstauglichkeit
$\mu_{ m Ed}$	Bezogenes einwirkendes Biegemoment für die Bemessung für Biegung im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$\mu_{ m Ed,bal}$	Bezogenes einwirkendes Biegemoment für die Bemessung für Biegung im Grenzzustand der Tragfähigkeit im Balance-Point
$\mu_{\rm SLS}$	Bezogenes einwirkendes Biegemoment für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$\mu_{ m SLS,NWR}$	Bezogenes einwirkendes Biegemoment für den Nachweis der Rissbreiten- begrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
ν	Querdehnzahl
	Koeffizient zur Berücksichtigung der Festigkeitsreduktion infolge Querzug- spannungen
ξ	Bezogene Druckzonenhöhe
ζsls	Bezogene Druckzonenhöhe im Zustand II bei Ansatz linear-elastischer Ma- terialgesetze für die Bemessung im GZG
ζuls	Bezogene Druckzonenhöhe im Zustand II für die Bemessung im GZT

## Formelzeichen und Variablen

π	Kreiszahl
ρ	Dichte
	Geometrischer Bewehrungsgrad
	Alterungsbeiwert zur Berücksichtigung vermindeter Kriechneigung
$ ho_0$	Referenzbewehrungsgrad
hof,NWR	Erforderlicher geometrischer Bewehrungsgrad zur Einhaltung des Nachweises der Rissbreitenbegrenzung im GZG
$ ho_{ m s/f,eff}$	Effektiver geometrischer Bewehrungsgrad bezogen auf die Betonquer- schnittsfläche in der Zugzone
$ ho_{ m w}$	Geometrischer Querkraftbewehrungsgrad
σ	Normalspannung
$\sigma_{1/2}$	Hauptzug- bzw. Hauptdruckspannung
$\sigma_{\mathrm{a}}$	Normalspannungsamplitude
$\sigma_{ m ag}$	Normalspannung in der Rissfläche
$\sigma_{ m c}$	Betonnormalspannung
$\sigma_{ m c,max}$	Maximalwert der Betonnormalspannung
$\sigma_{ m c,min}$	Minimalwert der Betonnormalspannung
$\sigma_{ m f,perm}$	Spannung in der FVK-Bewehrung unter quasi-ständiger Einwirkungskom- bination
$\sigma_{ m max}$	Maximalwert der Normalspannung
$\sigma_{ m min}$	Minimalwert der Normalspannung
$\sigma_{ m o}$	Oberspannung
$\sigma_{ m u}$	Unterspannung
$\sigma_{\rm x}$	Spannung in x-Richtung
$\sigma_{ m y}$	Spannung in y-Richtung
σz	Spannung in z-Richtung
$\Delta\sigma_{ m Rsk}$	Charakteristischer Wert der zulässigen Betonstahlspannungsschwingbreite
<i>τ</i> , <i>τ</i> <sub>b</sub>	Schubspannung bzw. Verbundspannung
$ au_{ m ag}$	Schubspannung in der Rissfläche
$ au_{ m bm}$	Mittlere Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung

XIV

$ au_{ m bm,k}$	Charakteristischer Wert der mittleren Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung
$ au_{ m Rd,c}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung des Betons
$ au_{ m Rd,f}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung der FVK-Bügelbeweh- rung
$ au_{ m XZ}$	Schubspannung in xz-Richtung
$\varphi$	Kriechzahl
$arphi_{ m v}$	Verbundkriechzahl
Ψ	Kombinationsbeiwert
ω	Mechanischer Bewehrungsgrad
${\it \Omega}$	Dehnsteifigkeitsverhältnis der Bewehrung zum Beton
$arOmega_{ m eff}$	Dehnsteifigkeitsverhältnis der Bewehrung zum Beton unter Berücksichti- gung des Kriechens
Indizes:	
0 bzw. i	engl. initial
	Initialwert einer Kenngröße
I / II	Bezeichnung für einen Kennwert in Zustand I bzw. Zustand II
a	Amplitude
agg	engl. aggregate
	Gesteinskörnung
b	engl. bond
	Verbund
c	engl. concrete / compression / creep
	Kenngröße für Beton / Druckbeanspruchung / Kriechen
cr	engl. crack
	Riss
d	engl. design

Bemessungswert eines Kennwertes

dow engl. dowel

Dübelwirkung

E	Einwirkung
eff	engl. effective
	Effektiver Wert
eq	engl. equivalent
	Äquivalenter Wert
f	engl. fibre
	Faser (hier auch für Faserverbundkunststoffe)
fat	engl. fatigue
	Ermüdung
k	Charakteristischer Wert einer Kenngröße
1	engl. longitudinal
	Bezogen auf die Längsachse
m	engl. mean / matrix
	Mittelwert einer Kenngröße
	Matrix
max, min	Maximaler / minimaler Kennwert
mod	engl. modified
	Modifizierter Wert
nl	engl. nonlinear
	nichtlinear
0, U	Oberer bzw. unterer Wert einer Kenngröße
R	engl. resistance
	Widerstand / Tragfähigkeit
rs	engl. residual tensile stresses
	Verbleibende Zugspannungen (hier in der Bruchprozesszone)
S	engl. steel
	Betonstahl
s, ds, as	engl. shrinkage / drying shrinkage / autogenous shrinkage
	Schwinden / Trocknungsschwinden / Autogenes Schwinden

sus	engl. sustained
	Kennwert unter Dauerbeanspruchung
t	engl. tension / time / transfer / transversal
	Zugbeanspruchung / Zeit / Einleitung bzw. Übertragung / Transversal
u	engl. ultimate
	Höchstwert einer Kenngröße
у	engl. yield
	Streckgrenze
	Verbund
$\infty$	Endwert einer Kenngröße
Weitere Sym	bole:
Ø	Durchmesser
Abkürzunge	n:
AFK	Aramidfaserverbundkunststoff
BFK	Basaltfaserverbundkunststoff
bzw.	beziehungsweise
CFK	Carbon-/Kohlenstofffaserverbundkunststoff
CoV	engl. coefficient of variance
	Variationskoeffizient
DMS	Dehnungsmessstreifen
DIC	engl. digital image correlation
	Digitale Bildkorrelation
FVK	Faserverbundkunststoff
GFK	Glasfaserverbundkunststoff
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
IWA	Induktive Wegaufnehmer
m	Mittelwert
z. B.	zum Beispiel

#### **1 EINLEITUNG**

#### 1.1 Motivation

Seit seiner Erfindung vor über 100 Jahren hat sich eisen- und stahlbewehrter Beton, gemessen am verbauten Volumen, zum weltweit bedeutendsten Werkstoff im Bauwesen etabliert. Die Kombination aus Stahl und Beton führt zu einem effizienten, vergleichsweise preiswerten und nahezu beliebig formbaren Verbundwerkstoff. Dennoch birgt bewehrter Beton beachtliches Optimierungspotential, insbesondere da der heute überwiegend eingesetzte Bewehrungsstahl ressourcenintensiv in der Produktion, schwer und anfällig gegenüber Korrosion ist. Ein Großteil der Schäden an bewehrten Betontragwerken wird nach Zintel et al. (2014) auf die Korrosion der Stahlbewehrung zurückgeführt. Zum Schutz der Bewehrung sind bei entsprechender Exposition der Bauteile zum Teil große Betondeckungen und hohe Anforderungen an die Rissbreite notwendig, weshalb bereits seit geraumer Zeit an alternativen Bewehrungsmaterialien geforscht wird. Hierbei haben sich insbesondere faserverstärkte Kunststoffe bzw. Faserverbundkunststoffe (FVK) aufgrund ihrer hohen Zugfestigkeiten, ihres geringen Gewichts sowie ihrer Beständigkeit gegenüber physikalischen und chemischen Einflüssen als sinnvolle und effiziente Alternative herauskristallisiert. Die Grundlagen dieser Technologien wurden in zwei von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG geförderten Sonderforschungsbereichen an der RWTH Aachen (SFB 532) und an der TU Dresden (SFB 528) erarbeitet, vgl. Hegger (2012) und Jesse und Curbach (2010). Aufbauend auf dieser Basis sollen im Forschungsprojekt Carbon Concrete Composite (vgl. Lieboldt et al. (2018)), gefördert vom Bundesministerium für Bildung und Forschung, die Grundlagen weiterentwickelt und die Technologie zur Marktreife gebracht werden. Die wesentlichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit wurden im Rahmen des Verbundvorhabens "C<sup>3</sup>-V2.1 - Dauerstandverhalten von Carbonbeton" erarbeitet.

Unter Faserverbundkunststoffen werden in der Regel Kunststoffe verstanden, die mit Hilfe unidirektional gerichteter Endlosfasern verstärkt werden und in Form textiler Gelege oder Stäbe als Bewehrung im Betonbau Verwendung finden. Dabei unterscheiden sich diese Verbundwerkstoffe nicht nur hinsichtlich der verwendeten Materialien und des Volumenverhältnisses von Fasern und Kunststoffmatrix, sondern auch im Hinblick auf die Oberflächenbeschaffenheit. Hierdurch können zum einen die mechanischen Eigenschaften wie Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul, zum anderen aber auch der Verbund zwischen Beton und Bewehrung sowie die Beständigkeit gegenüber chemischer Beanspruchung beeinflusst werden.

Trotz des vermehrten Einsatzes von Faserverbundkunststoffen als Bewehrung im Betonbau, sind keine ausreichenden Erfahrungswerte über das Langzeitverhalten FVK-bewehrter Betonbauteile verfügbar. Da im Allgemeinen die geplante Nutzungsdauer für Bauwerke des Hoch- und Ingenieurbaus normativ mindestens 50 Jahre beträgt, sind präzise Kenntnisse über das Trag-, Riss- und Verformungsverhalten FVK-bewehrter Betonbauteile unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung notwendig, sodass die Anforderungen an Bauteile und Bauwerke hinsichtlich der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit, über die gesamte Lebensdauer betrachtet, erfüllt bleiben. Für eine zuverlässige Prognose des Langzeitverhaltens auf Bauteilebene ist dabei aufgrund des nichtlinearen und zeitvarianten Materialverhaltens der einzelnen Komponenten Beton und FVK-Bewehrung eine Vielzahl gleichzeitig auftretender und sich gegenseitig beeinflussender Mechanismen zu berücksichtigen.

Bestehende mechanische Modelle zur Beschreibung des Trag-, Riss- und Verformungsverhaltens bewehrter Betonbauteile wurden in der Regel auf Grundlage gerippter Betonstahlbewehrung hergeleitet. Bauaufsichtlich eingeführte normative Regelungen für die Bemessung von FVK-bewehrten Betonbauteilen mit abweichenden Eigenschaften stehen in Deutschland noch nicht zur Verfügung, wodurch für den Einsatz auf Zustimmungen im Einzelfall und auf allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen bzw. Bauartgenehmigungen zurückgegriffen werden muss, die einen erheblichen finanziellen und zeitlichen Mehraufwand darstellen.

Für eine zuverlässige Bemessung von FVK-bewehrten Betonbauteilen sind experimentelle Untersuchungen unerlässlich. Diese Untersuchungen müssen zunächst auf das Materialverhalten von Beton und Bewehrung gerichtet sein. Druck- und Zugfestigkeiten, Elastizitätsmoduln und Kriecheffekte sind möglichst wirklichkeitsnah abzubilden. Neben den Materialkennwerten muss auch das ganzheitliche Bauteilverhalten unter Kurzzeitbeanspruchung sowie unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung unter Berücksichtigung von Biege- und Querkraftversagen experimentell untersucht und analysiert werden. Dabei soll auch ein direkter Vergleich zwischen konventionell stahlbewehrten und FVK-bewehrten Bauteilen die Unterschiede im Bauteilverhalten deutlich machen. Die Übertragbarkeit der in Kleinkörperversuchen ermittelten Kennwerte auf Großbauteile muss sichergestellt und geprüft werden, da die Beanspruchungszustände im Bauteil verglichen mit einaxialen Zugversuchen in der Regel komplexer sind.

In Abbildung 1-1 sind wesentliche Grundlagen der experimentellen und theoretischen Untersuchungen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt werden, dargestellt. Aufgrund der Unterschiede im Material- und Verbundverhalten und dementsprechend auch im Bauteilverhalten, ergibt sich die Notwendigkeit einer zielgerichteten Untersuchung dieser einzelnen Parameter und Mechanismen.



Abbildung 1-1 Grundlage der experimentellen und theoretischen Untersuchungen Wie in Abbildung 1-1 zu erkennen ist, weichen Festigkeiten und Elastizitätsmoduln zum Teil deutlich von konventioneller Betonstahlbewehrung ab. Zudem weist FVK-Bewehrung ein sprödes Versagen und ein Kriechen unter Dauerbeanspruchung auf, wodurch Dehnungen bei konstanter Spannung ansteigen. Während die Ermüdungsfestigkeit bei Betonstahl nur von der einwirkenden Spannungsschwingbreite abhängt, ist diese bei FVK-Bewehrung oftmals auch von der sogenannten Oberspannung abhängig. Wird das Verbundverhalten

#### 1 Einleitung

von FVK-Bewehrung betrachtet, so können sich ebenso wesentliche Unterschiede in den Verbundsteifigkeiten, Verbundfestigkeiten und den Versagensmodi aufgrund der Vielzahl unterschiedlicher Möglichkeiten der Oberflächengestaltung ergeben. Verbundkriechen tritt bei beiden Bewehrungsarten auf, wobei für FVK-Bewehrung durch ein mögliches Kriechen der Oberlächenprofilierung eine zusätzliche Verformungskomponente auftreten kann.

#### 1.2 Zielsetzung

Die in Abschnitt 1.1 erläuterten Unterschiede im Material- und Verbundverhalten wirken sich zum Teil deutlich auf das tatsächliche Trag-, Riss- und Verformungsverhalten bewehrter Betonbauteile unter Kurzzeitbeanspruchung sowie unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung aus. Hierdurch werden folgende Kernpunkte der Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile festgelegt, die im Rahmen dieser Arbeit näher beleuchtet werden:

#### **Biegetragfähigkeit**

• Einfluss des spröden Materialversagens der FVK-Bewehrung auf die Biegetragfähigkeit unter Kurzzeitbeanspruchung

#### Querkrafttragfähigkeit

• Querkrafttragähigkeit von FVK-Betonbauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung

#### Verformungs- und Rissverhalten

- Verformungs- und Rissverhalten unter Kurzzeitbeanspruchung unter Berücksichtigung des abweichenden Verbundverhaltens
- Zunahme der Verformungen und Rissbreiten unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung

Ziel der Arbeit ist es, genaue Kenntnis über das Trag-, Riss- und Verformungsverhalten FVK-bewehrter Betonbauteile unter Kurzzeitbeanspruchung sowie statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung zu gewinnen. Hierdurch sollen relevante Aspekte zur sicheren Bemessung FVK-bewehrter Betonbauteile untersucht und die Auswirkungen der einzelnen Parameter auf die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit erarbeitet werden. Aufgrund der oftmals höheren Festigkeiten der FVK-Bewehrung werden für gleiche Bauteilbiegetragfähigkeiten geringere geometrische Bewehrungsgrade benötigt. In Kombination mit niedrigeren Elastizitätsmoduln ergeben sich geringere Dehnsteifigkeiten der Bewehrung, die beim Übergang in den gerissenen Zustand II zu deutlich größeren Verformungen führen können. Durch experimentelle und theoretische Untersuchungen sind bestehende Ingenieurmodelle zur Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens bewehrter Betonbauteile dahingehend zu modifizieren, dass sie bei Verwendung von FVK-Bewehrung anwendbar sind. Für den im Rahmen der Bauteildimensionierung oftmals maßgebenden Nachweis der Verformungsbegrenzung soll ein allgemeingültiges Modell entwickelt werden, durch das eine Verformungsberechnung bei abweichenden Verbundeigenschaften möglich ist. Die Ergebnisse sollen in praxisnahe Regeln für die Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile münden.

#### 1.3 Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit

In Abschnitt 2 wird zunächst das grundlegende Materialverhalten der eingesetzten Werkstoffe Beton, Betonstahl und FVK-Bewehrung erläutert. Für die Verbundwerkstoffe Beton und FVK-Bewehrung werden zudem die Ausgangsstoffe Zement und Zuschlag bzw. Fasern und Matrix näher beschrieben. Neben dem Materialverhalten unter kurzzeitiger Druckund Zugbeanspruchung wird auch das zeitabhängige Materialverhalten dargestellt.

Aufbauend auf den in Abschnitt 2 beschriebenen Eigenschaften der einzelnen Materialien werden in Abschnitt 3 die Grundlagen zum Trag-, Riss-, Verbund- und Verformungsverhalten bewehrter Betonbauteile unter besonderer Berücksichtigung der Charakteristika von FVK-Bewehrung dargelegt. Des Weiteren wird die Übertragung der grundlegenden mechanischen Prinzipien in aktuellen nationalen und internationalen Normen behandelt.

Anschließend werden in Abschnitt 4 die experimentellen Untersuchungen zum Werkstoffverhalten der einzelnen Komponenten sowie zum Bauteilverhalten unter Kurzzeitbeanspruchung beschrieben. Bezogen auf die verwendeten Komponenten befasst sich das Kapitel mit der Ermittlung der Festigkeiten und Elastizitätsmoduln. Hinsichtlich der Bauteilversuche werden sowohl Balken als auch Platten mit textiler beziehungsweise stabförmiger Carbon- und Betonstahlbewehrung unter überwiegender Biege- und Querkraftbeanspruchung gegenübergestellt. Dabei wird das Trag-, Riss- und Verformungsverhalten analysiert.

Abschnitt 5 beschäftigt sich mit den experimentellen Untersuchungen auf Bauteilebene unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung. Besonderer Fokus wird dabei auf das Verformungs-Zeit-Verhalten gelegt, bei dem auch die auftretenden Veränderungen in den Dehnungsebenen des Querschnitts untersucht werden.

In Abschnitt 6 erfogt eine Analyse der Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Für den oftmals maßgebenden Nachweis der zulässigen Verformungen wird in Abschnitt 7 ein nichtlineares Modell zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung hergeleitet und validiert.

Aufbauend auf den experimentellen und theoretischen Untersuchungen werden in Abschnitt 8 praxisnahe Regeln für die Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile hergeleitet und zusammengetragen.

Ein Fazit und ein kurzer Ausblick auf weitere notwendige Forschungsarbeiten in Abschnitt 9 beschließen die Arbeit.

### 2 WERKSTOFFVERHALTEN VON BETON UND BEWEHRUNG

#### 2.1 Einführung

In diesem Abschnitt werden die grundlegenden Materialeigenschaften der im Rahmen der experimentellen Untersuchungen verwendeten Werkstoffe erläutert. Unterschieden wird zwischen den Werkstoffen Beton, Betonstahl sowie FVK-Bewehrung.

Hinsichtlich des Betons wird, basierend auf den Ausgangsstoffen Zuschlag und Zement, in Abschnitt 2.2 das Materialverhalten unter kurzzeitiger Druck- und Zugbeanspruchung beschrieben. Da das Materialverhalten von Beton durch ein ausgeprägtes zeitabhängiges Verhalten gekennzeichnet ist, welches sowohl Kriech- und Schwindeffekte als auch Nacherhärtung und Alterung umfasst, wird auch auf diese Phänomenologie eingegangen. Darüber hinaus wird das Verformungs- und Degradationsverhalten unter zyklischer Beanspruchung erläutert.

Im darauffolgenden Abschnitt 2.3 erfolgt eine Beschreibung des Materialverhaltens konventionell eingesetzter Betonstahlbewehrung unter besonderer Berücksichtigung des Materialverhaltens bei kurzzeitiger Druck- und Zugbeanspruchung sowie Werkstoffermüdung durch zyklische Beanspruchung.

In Abschnitt 2.4 werden die Faserverbundkunststoffe behandelt, die sich als Bewehrung für den konstruktiven Betonbau eignen. Hierfür erfolgt zunächst ein historischer Überblick über Forschung und Einsatz von FVK-Bewehrung im Bauwesen. Die grundlegenden mechanischen Eigenschaften unterschiedlicher Faser- und Matrixmaterialien unter kurzzeitiger Beanspruchung werden erläutert und miteinander verglichen. Für den Verbundwerkstoff aus Fasern und Kunststoffmatrix werden zudem typische Oberflächenprofilierungen, das zeitabhängige Materialverhalten sowie die grundlegenden Überlegungen zur Dauerstand- und Ermüdungsfestigkeit beschrieben.

#### 2.2 Beton

#### 2.2.1 Grundlagen

Nach Grübl et al. (2001) ist Beton als Verbundwerkstoff definiert, der aus Zuschlägen, Wasser und Bindemitteln, in der Regel Zement, besteht. Zur Verbesserung der Materialeigenschaften oder zur Optimierung der Herstellungs- und Verarbeitungsprozesse können zu diesen Grundbestandteilen auch Zusatzmittel und Zusatzstoffe wie zum Beispiel Fließmittel oder Flugasche hinzugegeben werden. Der anorganische, hydraulisch erhärtende Zement verbindet sich mit der Gesteinskörnung zu einem geschlossenen und dichten Gefüge, sodass Beton als Zweiphasenwerkstoff charakterisiert wird. König et al. (2008) erläutern, dass die Eigenschaften des erhärteten Festbetons von den Eigenschaften der Gesteinskörnung, des Zementsteins und der Kontaktzone zwischen diesen beiden Phasen abhängen. Der Zementstein wird insbesondere durch das Verhältnis von Wasser zu Zement (w/z-Wert), die Zementfestigkeitsklasse, den Hydratationsgrad sowie die verwendeten Zusatzstoffe und -mittel hinsichtlich seiner Porosität, Dauerhaftigkeit und Festigkeit beeinflusst. Damit die Hydratation vollständig stattfinden kann, ist nach Grübl et al. (2001) ein w/z-Wert von mindestens 0,4 erforderlich, da bei niedrigeren Werten nicht genügend Wasser für die chemische Reaktion vorhanden ist. Bei zu großen Werten allerdings verbleibt überschüssiges Wasser in den Porenräumen zurück, was sich ungünstig auf die Druckfestigkeit des Betons auswirken kann. Obwohl die Gesteinskörnung den Hauptbestandteil des Betons ausmacht, wird die Betonfestigkeit bei Normalbeton nach König et al. (2008) nur geringfügig durch diese beeinflusst, da die Gesteinskörnung im Vergleich zum Zementstein in der Regel fester, steifer und dichter ist. Hummel (1959) stellte fest, dass die Gesteinskörnung überwiegend die Dichtigkeit, das Gewicht sowie den Elastizitätsmodul des Betons beeinflusst. Durch die Korngrößenzusammensetzung werden des Weiteren die Porosität sowie die Verarbeitbarkeit des Betons bedingt. Wesche (1993) erläutert, dass die Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung bei Normalbetonen häufig die maßgebende Schwachstelle darstellt, entlang derer Risse auftreten, die zu einer Reduktion der Steifigkeit oder zu einem Versagen führen können.

Das Mischungsverhältnis von Zement, Wasser, Gesteinskörnung, Zusatzmitteln und Zusatzstoffen muss so gewählt werden, dass die gewünschten Betoneigenschaften, wie z. B. Festigkeit, Frischbetonkonsistenz und Oberflächenqualität erzielt werden. Des Weiteren kann Beton nach dem Ort der Herstellung in Transportbeton, Baustellenbeton und Beton aus dem Fertigteilwerk unterschieden werden. In DIN EN 206 (2017) sind Eigenschaften, Anforderungen, Herstellung und Konformitätskriterien für die Verwendung von Betonen in Kombination mit den Bemessungsregeln nach DIN EN 1992-1-1 (2011) geregelt.

#### 2.2.2 Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul

Bei gleichmäßiger einaxialer Druckbeanspruchung von Normalbetonen entstehen, bedingt durch die Steifigkeitsunterschiede des inhomogenen Werkstoffes und der damit verbundenen Einstellung von Druckstreben entlang der Zuschlagskörner, Querzugspannungen im Beton, welche bei zu großer Beanspruchung zu Rissbildung in der Kontaktzone und schließlich zu einem Druckversagen führen, vgl. Wischers und Lusche (1972). Nach Müller und Wiens (2018) führen die bereits vorhandenen Mikrorisse in der Kontaktzone aufgrund von Schwinden des Betons in Kombination mit der zunehmenden Mikrorissbildung bei Druckbeanspruchung zu einer Reduktion der Steifigkeit und der damit einhergehenden abflachenden Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons, die bereits von Rasch (1962) und Rüsch et al. (1967) eingehend analysiert wurde. Im linken Teil in Abbildung 2-1 sind die experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen nach Wischers (1978) dargestellt. Mit zunehmender Betondruckfestigkeit steigt der Elastizitätsmodul des Betons und der abfallende Ast nach Erreichen der maximalen Druckspannung verläuft deutlich steiler,
während die Stauchung bei Erreichen der Druckfestigkeit mit zunehmender Festigkeit nur geringfügig zunimmt. Der rechte Teil in Abbildung 2-1 stellt die in DIN EN 1992-1-1 (2011) zur Verfügung gestellte Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton im Druckbereich dar und verdeutlicht die Nomenklatur. Materialkennwerte in normativen Regelungen beziehen sich in der Regel auf ein Alter des Betons von 28 Tagen. Diese Materialkennwerte unterliegen einer zeitlichen Veränderung, da die Hydratationsprozesse nach 28 Tagen noch nicht vollständig abgeschlossen sind und eine Nacherhärtung stattfindet.





Die wirklichkeitsnahe bezogene Spannungs-Dehnungs-Beziehung für nichtlineare Verfahren der Schnittgrößenermittlung und für Verformungsberechnungen nach DIN EN 1992-1-1 (2011) lässt sich mathematisch wie folgt beschreiben:

Dabei ist:

 $\eta = \varepsilon_{\rm c} / \varepsilon_{\rm c1}$ 

*ε*<sub>c1</sub> Stauchung beim Höchstwert der Betondruckspannung

$$k = E_{ci} \cdot |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$$

$$E_{ci} = \alpha_{E} \cdot 21.500 \cdot (f_{cm} / 10)^{1/3} \text{ vgl. fib Model Code 2010 (2013)}$$
Elastizitätsmodul im Ursprung bei  $\sigma_{c} = 0$ 

 $\alpha_{\rm E}$  = 1,2 (Basalt); 1,0 (Quarz); 0,9 (Kalkstein); 0,7 (Sandstein)

 $E_{\rm cm} = \alpha_{\rm i} \cdot E_{\rm ci} = (0, 8 + 0, 2 \cdot f_{\rm cm} / 88) \cdot E_{\rm ci} \le E_{\rm ci}$ 

Mittlerer Elastizitätsmodul als Sekante zwischen  $\sigma_c = 0$  und  $\sigma_c = 0,4 f_{cm}$ 

Laut König et al. (2008) kann der als charakteristische Druckfestigkeit  $f_{ck}$  bekannte 5%-Quantilwert der Betondruckfestigkeit durch die nachfolgende Beziehung aus der mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm}$  angegeben werden.

$$f_{\rm ck} = f_{\rm cm} - \Delta f_{\rm c} = f_{\rm cm} - 8 \,\mathrm{N} \,/\,\mathrm{mm^2}$$
 Gl. 2-2

Aufgrund geringerer Streuungen unter Laborbedingungen, die bei experimentellen Untersuchungen in Prüfanstalten oder bei einer Produktion im Fertigteilwerk vorliegen, kann basierend auf den Forschungsarbeiten von Hegger et al. (1999) für eine Umrechnung auf die charakteristische Druckfestigkeit der Wert von  $\Delta f_c = 8 \text{ N/mm}^2$  auf  $\Delta f_c = 4 \text{ N/mm}^2$  abgemindert werden.

Die in Versuchen ermittelte Druckfestigkeit ist nach Grübl et al. (2001) abhängig von der verwendeten Prüfapparatur, der Belastungsgeschwindigkeit, den Lagerungsbedingungen sowie der Prüfkörpergröße und Prüfkörperschlankheit. Bei einer Prüfung mit starren Druckplatten werden durch die Querdehnungsbehinderung und der daraus resultierenden Querdruckbeanspruchung im Bereich der Kontaktflächen zwischen Druckplatte und Prüfkörper höhere Festigkeiten erreicht. Bei größeren Prüfkörperabmessungen verringert sich der Mittelwert der Betondruckfestigkeit, da mit steigender Prüfkörpergröße die Wahrscheinlichkeit für Fehlstellen im Betongefüge ansteigt. Für eine Umrechnung experimentell ermittelter Betondruckfestigkeiten in Abhängigkeit von der Prüfkörperschlankheit und Prüfkörpergröße werden die in Abbildung 2-2 dargestellten Beziehungen angesetzt.



Abbildung 2-2 Festigkeitsverhältnisse in Abhängigkeit von der Prüfkörperschlankheit und Prüfkörpergröße nach Grübl et al. (2001)

## 2.2.3 Zugfestigkeit und Bruchenergie

Bei einaxialer Zugbeanspruchung verhält sich Beton zunächst nahezu linear-elastisch und besitzt im Ursprung den gleichen Elastizitätsmodul wie im Druckbereich. Ab einem Spannungsniveau von ca. 70 % – 90 % der mittleren Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  bilden sich Mikrorisse senkrecht zur Hauptzugspannungsrichtung, die sich im schwächsten Querschnitt zu einem Rissband sammeln und zu einem diskreten Riss führen, vgl. Duda (1991). Nach Erreichen der Zugfestigkeit können durch die Verzahnung der Rissufer weiterhin Spannungen übertragen werden, die mit zunehmender Rissöffnung geringer werden. Die in Abbildung 2-3 dargestellte Spannungs-Dehnungs-Linie und Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung unter einaxialer Zugbeanspruchung basiert auf den Angaben in fib Model Code 2010 (2013). Bis zu einer Zugspannung von  $\sigma_c = 0.9 f_{ctm}$  wird eine lineare Arbeitslinie mit der Steigung des Ursprungsmoduls angenommen. Die Grenzzugdehnung des Betons bei Erreichen der Zugfestigkeit wird mit  $\varepsilon_{ct} = 0.15$  ‰ angesetzt. Nach Erreichen der Zugfestigkeit wird die über die Verzahnung übertragbare Zugspannung über die Rissöffnung *w* aufgetragen.



# Abbildung 2-3 Spannungs-Dehnungs-Linie (links) und Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung (rechts) von Normalbeton unter einaxialer Zugbeanspruchung nach fib Model Code 2010 (2013), G<sub>F</sub> nach Gl. 2-8

Heilmann et al. (1969) führten umfangreiche Untersuchungen zur Zugfestigkeit von Normalbetonen durch, bei denen festgestellt wurde, dass gemäß den Erwartungen die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul mit steigender Betongüte ebenfalls ansteigen und stellten eine Beziehung zwischen der Druckfestigkeit und der Zugfestigkeit her. Remmel (1992) leitete diese Zusammenhänge für hochfeste Betone her. Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) kann, basierend auf diesen Untersuchungen, die mittlere einaxiale Zugfestigkeit wie folgt aus der Druckfestigkeit ermittelt werden.

Beton 
$$\leq$$
 C 50/60:  $f_{ctm} = 0, 3 \cdot f_{ck}^{2/3}$   $f_{ck}$  in N/mm<sup>2</sup> Gl. 2-3

Beton > C 50 / 60: 
$$f_{\text{ctm}} = 2,12 \cdot \ln\left(1 + \frac{f_{\text{cm}}}{10}\right) f_{\text{cm}} \text{ in N/mm}^2$$
 Gl. 2-4

Da einaxiale Zugversuche an Beton versuchstechnisch sehr aufwendig und fehleranfällig sind, wird die Zugfestigkeit von Betonen oftmals mittels Spaltzugprüfungen ermittelt. Zur Umrechnung der Spaltzugfestigkeit auf die einaxiale Zugfestigkeit existieren unterschiedliche Ansätze. Während in DIN EN 1992-1-1 (2011) die einaxiale Zugfestigkeit nur 90 % der Spaltzugfestigkeit beträgt, konnte Remmel (1992) ein Verhältnis von 95 % feststellen. Malárics (2011) stellte in ihren umfassenden experimentellen und numerischen Untersuchungen fest, dass die in normativen Regelungen vorhandenen Konversionsfaktoren die Zugfestigkeit von Normalbetonen deutlich unterschätzen und die Spaltzugfestigkeit auch höher als die zentrische Zugfestigkeit ausfallen kann. Aus diesem Grund wurde als Kompromiss in fib Model Code 2010 (2013) die an Betonzylindern ermittelte Spaltzugfestigkeit mit der einaxialen Zugfestigkeit gleichgesetzt. In Gl. 2-5 und Gl. 2-6 sind die von Malárics (2011) entwickelten Umrechnungsgleichungen für Betone mit gebrochener bzw. ungebrochener Gesteinskörnung angegeben.

$$\frac{f_{\rm ctm}}{f_{\rm ct,sp,cyl}} = 2,08 \cdot f_{\rm cm}^{-0.16}$$
 Ungebrochene Gesteinskörnung *Gl.* 2-5

$$\frac{f_{\rm ctm}}{f_{\rm ct,sp,cyl}} = 2,64 \cdot f_{\rm cm}^{-0,20} \qquad \text{Gebrochene Gesteinskörnung} \qquad Gl. \ 2-6$$

Wird die Spaltzugprüfung an Betonwürfeln durchgeführt, so ergeben sich nach DIN EN 12390-6 (2010) ca. 10 % höhere Werte, vgl. Gl. 2-7.

$$f_{\rm ctm} = f_{\rm ct,sp,cyl} = 0,9 \cdot f_{\rm ct,sp,cube} \qquad \qquad Gl. \ 2-7$$

Durch Integration der in Abbildung 2-3 dargestellten Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung ergibt sich die Bruchenergie  $G_F$ , die nach Zink (2000) den Teil der Arbeit darstellt, der zur vollständigen Separation eines Risses benötigt wird. Nach Marí et al. (2015) lässt sich die Bruchenergie  $G_F$  in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  und vom Größtkorndurchmesser  $a_g$  nach Gleichung Gl. 2-8 bestimmen und liefert für  $a_g = 20$  mm die gleichen Werte wie fib Model Code 2010 (2013).

$$G_{\rm F} = 0,028 \cdot f_{\rm cm}^{0.18} \cdot a_{\rm g}^{0.32}$$
 Gl. 2-8

Remmel (1992) und Grimm (1996) konnten durch experimentelle Untersuchungen zeigen, dass die Bruchenergie bei rundem Kieszuschlag nur etwa 61 % bis 77 % im Vergleich zu gebrochenem Splittzuschlag beträgt.

#### 2.2.4 Kriechen und Schwinden

Beton weist ein ausgeprägt zeitabhängiges Verhalten auf, welches insbesondere auf den Effekten des Kriechens und Schwindens beruht. Nach Bažant (1988) lässt sich die Betondehnung  $\varepsilon_c(t)$  zu einem Zeitpunkt *t* in einen lastunabhängigen Anteil  $\varepsilon_{cs}(t,t_s)$  aus Schwinden sowie in die lastabhängigen Anteile  $\varepsilon_{ci}(t,t_0)$  aus elastischer Verformung und  $\varepsilon_{cc}(t,t_s)$  aus Kriechen aufteilen, vgl. Gl. 2-9. Der Zeitpunkt  $t_s$  spiegelt dabei das Betonalter bei Beginn der Austrocknung und der Zeitpunkt  $t_0$  das Belastungsalter der Betonprobe wieder. Die einzelnen Dehnungskomponenten sind in Abbildung 2-4 für einen einstufigen Belastungsversuch an einer druckbeanspruchten Betonprobe dargestellt.



Abbildung 2-4 Dehnungskomponenten von Beton im Einstufenversuch in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010)

#### Kriechen

Das Kriechen von Beton ist nach Wagner (1958) bereits seit Beginn des 20. Jahrhunderts bekannt und beschreibt eine Zunahme der Dehnungen über die Zeit bei konstanter Spannung. Physikalisch verwandt und auf den gleichen Mechanismen beruht die sogenannte Relaxation, die eine Abnahme der Spannung bei konstant gehaltener Dehnung beschreibt. Bei einer Entlastung des Betons geht ein Teil der Kriechverformung durch Rückkriechen zurück (vgl.  $\varepsilon_{cd}$  in Abbildung 2-4). Beeinflusst wird das Kriechen von einer Vielzahl an Parametern, wodurch diese Thematik bereits häufig Grundlage experimenteller und theoretischer Untersuchungen wurde. So analysierten im Zusammenhang mit dem Kriechen des Betons unter anderem Hummel et al. (1962) den Einfluss der Zementart und des *w/z*-Wertes, Rüsch et al. (1962) den Einfluss der Zuschläge, Ruetz (1966) das Kriechen des Zementsteins und Wesche et al. (1978) den Einfluss des Belastungsalters. Trotz jahrzehntelanger Forschung sind die physikalischen Ursachen der Kriechvorgänge nicht gänzlich geklärt. Müller und Wiens (2018) führen das Kriechen jedoch auf den Zementstein zurück, da eine übliche Gesteinskörnung nicht oder nur unwesentlich kriecht. Durch die äußere Belastung kommt es zu Platzwechseln von Wassermolekülen im Zementstein in Kombination mit Gleit- und Verdichtungsvorgängen. Kann es ferner zur Austrocknung der Betonprobe kommen, so setzt zusätzlich zu dem zuvor beschriebenen Grundkriechen ein sogenanntes Trocknungskriechen ein, welches bei höherfesten Betonen aufgrund des geringeren w/z-Wertes niedriger ausfällt (vgl. Abbildung 2-5 links). Bis zu einer Spannung von  $\sigma_c = 0.4 f_{cm}$ wird üblicherweise vereinfachend von linearem Kriechen ausgegangen, bei dem Kriechen und kriecherzeugende Spannungen proportional sind. Durch Mikrorisswachstum bei hohen andauernden Spannungen wachsen die Kriechverformungen ab dieser Spannungsgrenze überproportional an (vgl. Abbildung 2-5 rechts).



Abbildung 2-5 Links: Grundkriechen und Trocknungskriechen normal- und hochfester Betone nach fib Model Code 2010 (2013) Rechts: Lineares und nichtlineares Kriechen nach Zilch und Zehetmaier (2010)

Kriechverformungen zu einem Zeitpunkt t mit Belastungsalter  $t_0$  werden in der Regel mit Hilfe der Kriechzahl  $\varphi$  beschrieben, vgl. Gl. 2-10.

$$\varepsilon_{\rm cc}(t,t_0) = \varepsilon_{\rm ci}(t_0) \cdot \varphi(t,t_0) = \frac{\sigma_{\rm c}(t_0)}{E_{\rm c,28}} \cdot \varphi(t,t_0) \qquad \qquad Gl. \ 2-10$$

Dabei ist:

$$\varphi(t,t_0)$$
Kriechzahl zum Zeitpunkt t für ein Belastungsalter  $t_0$  $\varepsilon_{cc}(t,t_0)$ Kriechdehnungen zum Zeitpunkt t für ein Belastungsalter  $t_0$  $\varepsilon_{ci}(t_0)$ Elastische Dehnung infolge einwirkender Spannung  $\sigma_c(t_0)$  zum Zeitpunkt  $t_0$  $E_{c,28}$ Elastizitätsmodul des Betons im Alter von 28 Tagen

Bei bekannter Kriechzahl können nach Bažant und Baweja (2000), ausgehend von den elastischen Dehnungen, die spannungsinduzierten Gesamtdehnungen inklusive Kriechverformungen mit Gleichung Gl. 2-11 berechnet werden.

$$\varepsilon_{c\sigma}(t,t_0) = \sigma_{c}(t_0) \cdot \left[\frac{1}{E_{c}(t_0)} + \frac{\varphi(t,t_0)}{E_{c,28}}\right] = \sigma_{c}(t_0) \cdot J(t,t_0)$$
 Gl. 2-11

Die Funktion  $J(t,t_0)$  wird dabei als Kriech- bzw. Komplianzfunktion bezeichnet und stellt eine charakteristische Materialeigenschaft dar. Zur Bestimmung des Kriechverhaltens von Betonen stehen eine Vielzahl von Modellen zur Verfügung, die das Grund- und Trocknungskriechen in einem Produkt- oder Summationsansatz beschreiben (vgl. DIN EN 1992-1-1 (2011), fib Model Code 2010 (2013), Bažant und Baweja (2000) oder Wendner et al. (2013)). Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) lässt sich die Kriechzahl nach Gl. 2-12 auf Basis eines Produktansatzes ermitteln. Dabei ist anzumerken, dass sich die Kriechzahl auf den Tangentenmodul des Betons im Ursprung bezieht.

$$\varphi(t,t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t,t_0) \qquad \qquad Gl. \ 2-12$$

ГO

1 11 1

TZ ' 1

 $\rho(c) = \rho(c)$ 

Dabei ist:

$$\begin{split} \varphi_{0} &= \varphi_{\mathrm{RH}} \cdot \beta(J_{\mathrm{cm}}) \cdot \beta(t_{0}) \qquad \text{[Grundzani des Kriechens]} \\ \varphi_{\mathrm{RH}} &= \left[1 + \frac{1 - \mathrm{RH} / 100}{0, 1 \cdot h_{0}^{1/3}} \cdot \alpha_{1}\right] \cdot \alpha_{2} \quad [\mathrm{Trocknungskriechen}] \\ \mathrm{RH} &= 1 + \frac{1 - \mathrm{RH} / 100}{0, 1 \cdot h_{0}^{1/3}} \cdot \alpha_{1}\right] \cdot \alpha_{2} \quad [\mathrm{Trocknungskriechen}] \\ \mathrm{RH} &= 2 \cdot A_{\mathrm{c}} / u \qquad [\mathrm{Wirksame Bauteildicke in mm}] \\ A_{\mathrm{c}} &= 2 \cdot A_{\mathrm{c}} / u \qquad [\mathrm{Wirksame Bauteildicke in mm}] \\ A_{\mathrm{c}} &= \mathrm{Gesamtfläche des Betonquerschnitts} \\ u &= \mathrm{Umfang des Querschnitts, welcher Trocknung ausgesetzt ist} \\ a_{1/2/3} &= \mathrm{Beiwerte zur Berücksichtigung des Einflusses der Betonfestigkeit} \\ \alpha_{1} = \left[\frac{35}{f_{\mathrm{cm}}}\right]^{0.7} \leq 1,0; \alpha_{2} = \left[\frac{35}{f_{\mathrm{cm}}}\right]^{0.2} \leq 1,0; \alpha_{3} = \left[\frac{35}{f_{\mathrm{cm}}}\right]^{0.5} \leq 1,0 \\ f_{\mathrm{cm}} &= \mathrm{Mittlere Zylinderdruckfestigkeit nach 28 Tagen in N/mm^{2}} \\ \beta(f_{\mathrm{cm}}) &= \frac{16,8}{\sqrt{f_{\mathrm{cm}}}} \qquad [\mathrm{Grundkriechen}] \\ \beta(t_{0}) &= \frac{1}{0,1+t_{0}^{0.20}} \qquad [\mathrm{Einfluss Belastungsalter}] \end{split}$$

$$\beta_{c}(t,t_{0}) = \left[\frac{t-t_{0}}{\beta_{H}+t-t_{0}}\right]^{0,3}$$
[Zeitfunktion des Kriechens]  
$$\beta_{H} = 1,5 \cdot \left[1 + (0,012 \cdot RH)^{18}\right] \cdot h_{0} + 250 \cdot \alpha_{3} \le 1500 \cdot \alpha_{3}$$
  
$$t \qquad Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen$$
  
$$t_{0} \qquad Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen$$

Die obigen Gleichungen gelten für Betone mit normal erhärtendem Zement. Zur Berücksichtigung einer veränderten Festigkeitsentwicklung kann das Betonalter bei Belastungsbeginn modifiziert werden.

Dabei ist:

Modifiziertes Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen

α

t<sub>0,eff</sub>

Beiwert in Abhängigkeit vom Zementtyp

Zementtyp	α
32,5 N	-1
32,5 R; 42,5 N	0
42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	1

Nichtlineares Kriechen für Druckbeanspruchungen oberhalb von  $\sigma_c = 0.4 f_{cm}$  wurde insbesondere von Stöckl (1981) und Shen (1992) untersucht. Dieser Effekt lässt sich nach fib Model Code 2010 (2013) für Spannungen bis  $\sigma_c = 0.6 f_{cm}$  näherungsweise über eine spannungsabhängige Modifikation der Kriechzahl abbilden, vgl. Gl. 2-14

$$\varphi_{\rm nl}(t,t_0) = \varphi(t,t_0) \cdot e^{1.5 \cdot (k_\sigma - 0.4)}$$
 Gl. 2-14

Dabei ist:

 $\varphi_{nl}(t,t_0)$ Nichtlineare Kriechzahl $k_{\sigma}$  $= \sigma_c / f_{cm}(t_0)$ Spannungsniveau im Bereich  $0,4 \le k_{\sigma} \le 0,6$ 

Eine Superposition von Kriechdehnungen für verschiedene Beanspruchungen unterhalb der Proportionalitätsgrenze ist grundsätzlich möglich. Bei über die Zeit veränderlicher Beanspruchung lässt sich die mit zunehmendem Betonalter verringerte Kriechneigung durch den sogenannten Relaxations- bzw. Alterungsbeiwert  $\rho(t,t_0)$  erfassen. Dieser bewegt sich in den Grenzen  $0.5 \le \rho(t,t_0) \le 1.0$  und kann nach Trost (1967) mit hinreichender Genauigkeit zu  $\rho(t,t_0) = 0.8$  angenommen werden.

Aufgrund der fortschreitenden Mikrorisse bei hoher Dauerbeanspruchung und der damit einhergehenden Reduktion von Festigkeit und Steifigkeit des Betons, kann es bereits bei einwirkenden Spannungen unterhalb der Kurzzeitfestigkeit fcm zu einem Versagen kommen. Diese im internationalen Sprachgebrauch auch als "Rüsch-Effekt" bezeichnete niedrigere Dauerstandfestigkeit wurde insbesondere von Rüsch (1960) und Rüsch et al. (1968) erforscht. Wittmann und Zaitsev (1974) und Nechvatal et al. (1994) entwickelten auf Basis dieser Ergebnisse Methoden, um die Verformung und das Versagen poröser Baustoffe vorherzusagen, insbesondere durch Verwendung zeitabhängiger Steifigkeiten. Die Dauerstandfestigkeit ist eine sehr stark streuende Größe und hängt ebenso wie das nichtlineare Kriechen von einer Vielzahl an Parametern ab, liegt aber für zentrische Druckbeanspruchungen im Bereich 0,65 bis 0,85  $f_{cm}$ . Zur Berücksichtigung des Dauerstandverhaltens und der im Vergleich zur Zylinderdruckfestigkeit niedrigeren einaxialen Betondruckfestigkeit wird der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit fcd nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013) mit dem Faktor  $\alpha_{cc} = 0.85$  abgemindert. Abbildung 2-6 verdeutlicht die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen bei unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten sowie die Dehnungs-Zeit-Verläufe für unterschiedliche Spannungsniveaus unter zentrischer Druckbeanspruchung. Kordina et al. (2000) untersuchten diesen Effekt für zentrische Zugbeanspruchungen und stellten eine Dauerstandzugfestigkeit von ca. 0,75 fctm fest.





#### Schwinden

Schwinden bezeichnet nach Grube (1991) die lastunabhängige Volumenverminderung von Betonen durch Veränderung des Wasserhaushalts, maßgeblich bedingt durch die Anteile des Trocknungsschwindens  $\varepsilon_{cds}(t,t_s)$  und des autogenen Schwindens  $\varepsilon_{cas}(t,t_s)$ . Die Berechnungsschritte zur Ermittlung der Schwinddehnungen nach DIN EN 1992-1-1 (2011) sind nachfolgend dargestellt.

$$\varepsilon_{\rm cs}(t,t_{\rm s}) = \varepsilon_{\rm cas}(t) + \varepsilon_{\rm cds}(t,t_{\rm s}) \qquad Gl. \ 2-15$$

Dabei ist:

$$\varepsilon_{\rm cas}(t) \qquad = \varepsilon_{\rm cas0}(\infty) \cdot \beta_{\rm as}(t) = 2,5 \cdot \left(f_{\rm ck} - 10\right) \cdot 10^{-6} \cdot \left(1 - {\rm e}^{-0,2 \cdot \sqrt{t}}\right)$$

[Autogenes Schwinden]

$$\varepsilon_{\rm cds}(t,t_{\rm s}) = \varepsilon_{\rm cds,0} \cdot k_{\rm h} \cdot \beta_{\rm ds}(t,t_{\rm s})$$

[Trocknungsschwinden]

$h_0$	k <sub>h</sub>
100 mm	1,00
200 mm	0,85
300 mm	0,75
$\geq$ 500 mm	0,70

 $\mathcal{E}_{\mathrm{cds},0}$ 

$$=0,85\cdot\left[\left(220+110\cdot\alpha_{\rm ds1}\right)\cdot\mathrm{e}^{-\alpha_{\rm ds2}\cdot f_{\rm cm}}\right]\cdot10^{-6}\cdot\beta_{\rm RH}$$

Zementtyp	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
32,5 N	3	0,013
32,5 R; 42,5 N	4	0,012
42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	6	0,012

$$\beta_{\rm RH}(\rm RH) = 1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\rm RH}{100} \right) \right]$$

 $f \ddot{u} r 40 \% \le RH \le 99 \%$ 

= 0

für RH  $\geq$  99 %

$$\beta_{\rm ds}(t-t_{\rm s}) = \frac{t-t_{\rm s}}{0,04 \cdot \sqrt{h_0^3} + (t-t_{\rm s})}$$

# 2.2.5 Zeitliche Entwicklung von Materialparametern

Festigkeiten und Elastizitätsmoduln von Beton werden in der Regel in einem Alter von 28 Tagen ermittelt. Zu diesem Zeitpunkt ist die Hydratation noch nicht vollständig abgeschlossen, sodass sich die Materialparameter mit zunehmendem Betonalter verändern und Festigkeiten sowie Steifigkeiten ansteigen. Dieser Effekt wird als Nacherhärtung bezeichnet und hängt stark vom eingesetzten Zementtyp sowie der Lagerungsart ab. Die zeitliche Entwicklung der Materialparameter kann nach DIN EN 1992-1-1 (2011) wie folgt abgeschätzt werden.

#### Druckfestigkeit

$$f_{\rm cm}(t) = \beta_{\rm cc}(t) \cdot f_{\rm cm} = {\rm e}^{s \cdot (1 - \sqrt{28/t})} \cdot f_{\rm cm}$$
 Gl. 2-16

Dabei ist:

Betonfestigkeitsklasse	Zementtyp	S
	32,5 N	0,38
≤ C 50/60	32,5 R; 42,5 N	0,25
	42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	0,20
> C 50/60	-	0,20

## Zugfestigkeit

Dabei ist:

 $\beta_{cc}(t)$  nach Gl. 2-16  $\alpha$  = 1 für t < 28 Tage = 2/3 für  $t \ge 28$  Tage

## Elastizitätsmodul

## Dauerbeanspruchung

Bei hoher andauernder Druckbeanspruchung kann sich durch fortschreitende Mikrorissbildung die Festigkeit im Laufe der Zeit verringern. Dieser Effekt bewirkt eine Wechselwirkung mit der Nacherhärtung, sodass sich in Abhängigkeit vom Belastungsalter  $t_0$  eine minimale Betondruckfestigkeit unter Dauerbeanspruchung ergibt. Für normalfeste Betone mit normal erhärtendem Zement und einem Belastungsalter von  $t_0 > 28$  Tage beträgt dieses Minimum  $f_{cm,sus,min}$  (31 Tage,28 Tage) = 0,79  $f_{cm}$ . Abgeschätzt werden kann dies nach fib Model Code 2010 (2013).

$$f_{\rm cm,sus}(t,t_0) = \beta_{\rm c,sus}(t,t_0) \cdot f_{\rm cm} \qquad Gl. \ 2-19$$
$$= \left[ 0,96 - 0,12 \cdot \left\{ \ln \left[ 72(t-t_0) \right] \right\}^{0,25} \right] \cdot f_{\rm cm}$$

#### Einfluss vorangegangener Dauerbeanspruchungen

Werden Betone einer statischen Dauerbeanspruchung ausgesetzt, so kann dies die Kurzzeitfestigkeit und den Elastizitätsmodul des Betons beeinflussen. Stöckl (1967) untersuchte diesen Aspekt, indem Betonzylinder mit und ohne Vorbelastung nach ca. 200 Tagen verglichen wurden. Variiert wurden dabei das Belastungsalter  $t_0$ , die Betonfestigkeit  $f_{cm}$  sowie die Höhe der Vorbelastung. Es stellte sich heraus, dass stets eine Festigkeitssteigerung zu beobachten ist. Mit steigender Betonfestigkeit und Vorbelastung sowie früherem Belastungszeitpunkt fällt diese Festigkeitssteigerung höher aus. Bei einer Zylinderdruckfestigkeit im Alter von 28 Tagen von  $f_{cm} = 51,5$  N/mm<sup>2</sup> und einer Vorbelastung von 72,8 % der Festigkeit ab t = 28 Tagen ergab sich eine maximale Festigkeitssteigerung von 10,9 %. Begründet wird diese Festigkeitssteigerung mit dem Sachverhalt, dass die Hydratation des Zementsteins unter hohem Druck besser und schneller ablaufen kann. Gleichzeitig können aufgetretene Risse aus Schwinden durch die hohe Druckbeanspruchung besser verheilen.

#### 2.2.6 Verhalten unter zyklischer Beanspruchung

Zur Untersuchung des Ermüdungsverhaltens von Beton werden zyklische Beanspruchungen auf einen Probekörper mit definierter Oberspannung  $\sigma_{max}$  und Unterspannung  $\sigma_{min}$  aufgebracht. Die Kennwerte Mittelspannung  $\sigma_m$ , Spannungsschwingbreite  $\Delta \sigma$ , Spannungsamplitude  $\sigma_a$  sowie das Spannungsverhältnis *R* lassen sich nach Marx et al. (2017) aus diesen beiden Kennwerten ableiten, vgl. Gl. 2-20 und Gl. 2-21. Zyklische Beanspruchungen, bei denen sowohl Oberspannung als auch Unterspannung im Druckbereich liegen, werden als Druckschwellbeanspruchung bezeichnet.

$$\Delta \sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 2 \cdot \sigma_{a} \qquad \qquad Gl. \ 2-20$$

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \qquad Gl. \ 2-21$$

In den Untersuchungen von Mehmel und Kern (1962) wurde festgestellt, dass sich mit steigender Lastwechselzahl der Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie verändert. Während bei niedriger Lastwechselzahl die Spannungs-Dehnungs-Linie konkav und somit zur Dehnungsachse hin gekrümmt ist, kehrt sich die Krümmung mit steigender Lastwechselzahl konvex zur Spannungsachse um. Die irreversiblen plastischen Stauchungen sind insbesondere zu Beginn relativ groß und an den nicht geschlossenen aus den Be- und Entlastungsvorgängen resultierenden Hystereseschleifen erkennbar. Mit zunehmender Lastwechselzahl schließen sich die Hystereseschleifen und die Zunahme der plastischen Stauchungen wird verringert (vgl. Abbildung 2-7 rechts). Aus den Untersuchungen von Holmen (1979) wird deutlich, dass die steigende Gesamtlängsdehnung bei zyklischer Beanspruchung sowohl zyklen- als auch zeitabhängig ist und sich aus einem zyklischen Anteil und einem Kriechanteil zusammensetzt. Die zyklische Beanspruchung verursacht nach Marx et al. (2017) ein fortschreitendes Mikrorisswachstum, was eine Dehnungszunahme bedingt und somit für eine Abnahme der Probekörpersteifigkeit bzw. des Elastizitätsmoduls steht, bis es schließlich zum Ermüdungsbruch kommt. Im linken Teil von Abbildung 2-7 sind die in den experimentellen Untersuchungen von Holmen (1979) gemessenen Dehnungsverläufe bei einaxialer Druckschwellbeanspruchung mit einer Belastungsfrequenz von f = 5 Hz über die bezogene Lebensdauer (Verhältnis von Lastwechselzahl N zu Bruchlastwechselzahl  $N_F$ ) dargestellt.





Mehmel und Kern (1962) führten sowohl Versuche unter zyklischer als auch statischer Dauerbeanspruchung durch, bei denen die Oberspannung  $\sigma_{max}$  und die Dauerspannung  $\sigma_D$ gleich gewählt wurden. Aus diesen Untersuchungen konnte geschlussfolgert werden, dass die Größe des Schwellkriechens allein von der Oberspannung und der Belastungszeit (t = N/f), nicht jedoch von der Schwingbreite oder Lastwechselzahl abhängig ist. Die Kriechwerte infolge Schwell- und Standbelastung waren für  $\sigma_{max} = \sigma_D$  und für t = N/fgleich groß. Aus diesem Grund ergibt sich nach fib Model Code 2010 (2013) die Dehnung unter Druckschwellbeanspruchung als Addition aus elastischer Anfangsdehnung unter der Oberspannung und den Kriechdehnungen unter der Mittelspannung, vgl. Gl. 2-22.

$$\varepsilon_{\rm cf}(N) = \frac{\sigma_{\rm c,max}}{E_{\rm c}(t_0)} + \frac{\sigma_{\rm c,max} + \sigma_{\rm c,min}}{2 \cdot E_{\rm c,28}} \cdot \varphi(t, t_0)$$
Gl. 2-22

Dabei gilt:

$$\begin{aligned} &\sigma_{\mathrm{c,max}} < 0, 6 \cdot f_{\mathrm{ck}} \\ &\frac{\sigma_{\mathrm{c,max}} + \sigma_{\mathrm{c,min}}}{2} < 0, 5 \cdot f_{\mathrm{ck}} \end{aligned}$$

Zur Ermittlung der logarithmischen Bruchlastwechselzahl log *N* stehen in CEB-FIP Model Code 1990 (1990) S-N-Diagramme zur Verfügung, deren grundlegende Zusammenhänge die Basis für die Modelle in DIN EN 1992-1-1 (2011) inkl. DIN EN 1992-1-1/NA (2013) sowie fib Model Code 2010 (2013) darstellen. Hierin sind die bezogene Oberspannung  $S_{c,max}$  mit dem Scharparameter der bezogenen Unterspannung  $S_{c,min}$  über der ertragbaren Bruchlastwechselzahl log *N* aufgetragen.

Für 
$$\log N_1 \le 8$$
  $\log N = \log N_1$  Gl. 2-23

Für 
$$\log N_1 > 8$$
  $\log N = \log N_2$  Gl. 2-24

Dabei ist:

$$\log N_{1} = \frac{8}{(Y-1)} \cdot \left(S_{c,\max} - 1\right)$$

$$\log N_{2} = 8 + \frac{8 \cdot \ln(10)}{Y-1} \cdot \left(Y - S_{c,\min}\right) \cdot \log\left(\frac{S_{c,\max} - S_{c,\min}}{Y - S_{c,\min}}\right)$$

$$Y = \frac{0,45 + 1,8 \cdot S_{c,\min}}{1 + 1,8 \cdot S_{c,\min} - 0,3 \cdot S_{c,\min}^{2}}$$

$$S_{c,\max} = \sigma_{c,\max} / f_{ck,fat}$$

$$S_{c,\min} = \sigma_{c,\min} / f_{ck,fat}$$

$$f_{ck,fat} = \beta_{cc}(t) \cdot \beta_{c,sus}(t,t_{0}) \cdot f_{ck} \cdot (1 - f_{ck} / 400)$$

Nach König und Danielewicz (1994) ergibt sich die Streuung der Bruchlastwechselzahl maßgeblich aus der Streuung der Betonfestigkeit. Die erhöhte Materialsprödigkeit bei größerer Betondruckfestigkeit wird durch den Korrekturfaktor (1– $f_{ck}$  / 400) berücksichtigt. In DIN EN 1992-1-1/NA (2013) wird der Abminderungsfaktor  $\beta_{c,sus}(t,t_0)$  durch den Dauerstandfaktor  $\alpha_{cc}$  ersetzt und der Korrekturfaktor hierfür auf (1– $f_{ck}$  / 250) angepasst.

Die Abminderung der Betonzugfestigkeit in Abhängigkeit von der Lastwechselzahl wird in fib Model Code 2010 (2013) wie folgt angegeben.

### 2.3 Betonstahl

## 2.3.1 Grundlagen

Grundlegende Regelungen für Betonstähle finden sich in DIN 488 (2009) und werden durch bemessungsrelevante Anforderungen in DIN EN 1992-1-1 (2011) ergänzt. Grundsätzlich wird zwischen kaltverformten und wärmebehandelten bzw. naturharten Betonstählen unterschieden, die als Betonstabstähle oder Betonstahlmatten verbaut werden. In Abhängigkeit vom plastischen Verformungsvermögen werden Betonstähle in sogenannte Duktilitätsklassen eingeteilt. Betonstähle weisen in der Regel eine charakteristische Rippung auf, durch welche die wesentlichen Verbundeigenschaften gesteuert werden und die durch die von Rehm (1961) eingeführte bezogene Rippenfläche  $f_{\rm R}$  charakterisiert wird.

#### 2.3.2 Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Während wärmebehandelter bzw. warmgewalzter Betonstahl eine ausgeprägte Streckgrenze mit charakteristischem Fließplateau besitzt, muss bei kaltverformtem Betonstahl als Wert der Streckgrenze die Spannung angegeben werden, die zu einer verbleibenden Dehnung von 0,2 % gehört. Die Spannungs-Dehnungs-Linien von Betonstählen in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011) können Abbildung 2-8 entnommen werden.



Abbildung 2-8 Spannungs-Dehnungs-Linien von warmgewalztem und kaltverformtem Betonstahl in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011)

In der Regel wird vereinfachend eine bilineare elastisch-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Bemessung angesetzt, bei der entweder ein horizontaler oder ein ansteigender Ast zugrunde gelegt wird. Basierend auf DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN 488 (2009) sind die wesentlichen Materialparameter in Tabelle 2-1 zusammengefasst. Die Unterscheidung zwischen den Duktilitätsklassen A und B wird durch das Verhältnis der Zugfestigkeit zur Streckgrenze  $f_{tk} / f_{yk}$  sowie über die Dehnung bei Höchstspannung  $\varepsilon_{uk}$  geregelt.

Pazziahnung	Duktilitätsklasse			
Bezeichnung	А	В		
Strackgronza	$f_{\rm yk}$ in N/mm <sup>2</sup>	500		
Streckgrenze	$f_{\rm ym}$ in N/mm <sup>2</sup>	550		
Zugfestigkeit	$f_{ m tk}/f_{ m yk}$	≥1,05	≥ 1,08	
Dehnung bei Höchstspannung	$\varepsilon_{\rm uk}$	$\geq$ 25 ‰	$\geq$ 50 ‰	
Elastizitätsmodul	$E_{\rm s}$ in N/mm <sup>2</sup>	200	.000	

Tabelle 2-1 Betonstahl nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN 488 (2009)

# 2.3.3 Ermüdung

Betonstähle weisen ein für Stahl typisches Ermüdungsverhalten auf, bei dem durch wiederholte Beanspruchungen Veränderungen im Gefüge zu Mikrorissen und schließlich zu Anrissen, vorwiegend an Kerbstellen, führen. Zur Untersuchung des Ermüdungsverhaltens werden die Betonstähle im einbetonierten Zustand oder mittels axial beanspruchten freien Proben geprüft. Die Ermüdungsfestigkeit wird dabei im Wesentlichen von der Spannungsschwingbreite und nicht der Oberspannung beeinflusst, solange der Betonstahl unterhalb der Proportionalitätsgrenze beansprucht wird. Wascheidt (1968) stellte fest, dass die Ergebnisse für einbetonierte Proben gerippten Betonstahls mit einem Mindestwert der bezogenen Rippenfläche den Ergebnissen an freien Proben entsprechen. Während an freien Proben das Ermüdungsversagen an der schwächsten Stelle eintreten kann, sind die Versagensstellen im einbetonierten Zustand auf die Rissbereiche eingegrenzt. Dadurch wird die Wahrscheinlichkeit herabgesenkt, dass die schwächste Stelle innerhalb der Probe mit dem Ort der Maximalspannung zusammenfällt. Gleichzeitig wird jedoch durch die Reibung zwischen Beton und Betonstahl eine zusätzliche ermüdungswirksame Beanspruchung aufgebracht, die dem zuvor genannten günstigen Effekt entgegenwirkt. Nach Rehm et al. (1986) nimmt die an freien Proben ermittelte Ermüdungsfestigkeit bei größeren Stabdurchmessern ab, während dieser Effekt im einbetonierten Zustand nur bedingt nachweisbar ist. Normativ wird in DIN EN 1992-1-1/NA (2013) dieser Effekt durch eine abgeminderte zulässige Spannungsschwingbreite für Betonstähle mit einem Durchmesser von  $\mathcal{O}_{s} > 28$  mm abgedeckt.

Zur Ermittlung der Ermüdungsfestigkeit stehen in DIN EN 1992-1-1/NA (2013) charakteristische Ermüdungsfestigkeitskurven bzw. Wöhlerlinien in doppeltlogarithmischer Darstellung zur Verfügung, deren grundsätzliche Form und Parameter in Abbildung 2-9 dargestellt sind. Die maximal zulässige, charakteristische Spannungsschwingbreite  $\Delta \sigma_{Rsk}$  ist für geschweißte Stäbe deutlich niedriger, da hier durch die eingeprägten Kerbstellen und Eigenspannungen eine deutlich höhere Gefahr der Materialermüdung besteht.



Abbildung 2-9 Form und Parameter der charakteristischen Wöhlerlinie für Betonstahl in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011)

Unterschieden wird dabei in einen Kurzzeit-, Zeit- und Quasi-Dauerfestigkeitsbereich, der lediglich durch den Knickpunkt bei *N*\* und die Steigungen der beiden benachbarten Geraden definiert wird. Der Nachweis wird in der Regel vereinfacht über eine schädigungsäquivalente Spannungsschwingbreite geführt. Alternativ kann auch ein expliziter Betriebsfestigkeitsnachweis auf Basis der Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren (1924) und Miner (1945) erfolgen.

$$D = \sum_{i=1}^{m} D_i = \sum_{i=1}^{m} \frac{n(\Delta \sigma_i)}{N(\Delta \sigma_i)} \le 1,0$$
*Gl.* 2-26

Dabei ist:

D	Gesamtschädigung
$n(\Delta \sigma_i)$	Bereits durchlaufene Lastwechsel unter der Spannungsschwingbreite
	$\Delta\sigma_i$
$N(\Delta\sigma_i)$	Ertragbare Lastwechsel unter der Spannungsschwingbreite $\Delta \sigma_i$

## 2.4 Faserverbundkunststoffe

## 2.4.1 Grundlagen

Faserverbundkunststoffe bzw. faserverstärkte Kunststoffe (FVK) bezeichnen nach Witten (2014) eine Werkstoff-Klasse, bei der Fasern in eine Kunststoff-Matrix gebettet und zu leistungsfähigen Verbundwerkstoffen verarbeitet werden. Verschiedene Faser- und Matrixmaterialien sowie Oberflächenbearbeitungen können bei der Herstellung verwendet und erzielt werden, wodurch eine normative Regelung für einen Einsatz im Betonbau erschwert wird. FVK als Bewehrung wird bereits seit den 1950er Jahren diskutiert, vgl. Gunschmann (1951); Rubinsky und Rubinsky (1954). Der Wissensstand über FVK-Bewehrung wurde in den 1970er Jahren, insbesondere durch Forschungsarbeiten in Deutschland und Japan, deutlich vorangetrieben. So wurden Aspekte des Langzeitverhaltens, der Krafteinleitung sowie des Brandverhaltens von Glasfaserverbundkunststoffstäben (GFK) in Rehm und Franke (1979), Rehm et al. (1979) und Kordina und Richter (1988) intensiv untersucht. Die ersten Bauwerke, darunter mehrere GFK-Fußgängerbrücken und die weltweit erste Autobahnbrücke mit GFK-Spanngliedern, wurden in den 1980er Jahren in Deutschland und China gebaut. Aufgrund des wachsenden Verständnisses und Vertrauens in diese Technologie wurden weitere Pilotprojekte realisiert, wie z.B. die Beddinton Trail Bridge (Calgary, Kanada) oder die Taylor Bridge (Winnipeg, Kanada), bei denen sowohl Bügel als auch Spannglieder aus CFK (Carbon- bzw. Kohlenstofffaserverbundkunststoff) und GFK eingesetzt wurden, vgl. Weiser (1983); Ye et al. (2004); Rizkalla et al. (2013). 1993 führte das japanische Bauministerium die weltweit erste Richtlinie für die Verwendung von FVK-Bewehrung in Japan ein [JMC (1993)]. Es folgten Richtlinien der JSCE (1997), des American Concrete Institute ACI [ACI440.1R-01 (2002)] und der Canadian Standards Association [CAN/CSA-S806-02 (2002)]. Neuere Bauwerke wie die Fußgängerbrücke in Albstadt-Ebingen (Deutschland), bei der nur textile CFK-Bewehrung verbaut wurde, belegen den kontinuierlichen Fortschritt auf diesem Gebiet, vgl. Helbig et al. (2016).

# 2.4.2 Fasern

Die am häufigsten eingesetzten Fasermaterialien für Faserverbundkunststoffe sind Glas, Kohlenstoff, Basalt und Aramid. Die wichtigsten Eigenschaften dieser Fasermaterialien werden nachfolgend kurz dargestellt. Dabei soll besonderer Fokus auf die im Rahmen der experimentellen Untersuchungen eingesetzten Kohlenstofffasern gelegt werden.

# Aramidfasern

Aramidfasern sind lineare und organische Polymere, die sich durch eine hohe Festigkeit und Steifigkeit auszeichnen und nach Ehrenstein (2006) in der Regel der Gruppe der PPTA-Fasern (Poly-Paraphenylen-Terephtalamid-Fasern) zugeordnet werden. Aramidfasern sind auch unter dem Markennamen *Kevlar*<sup>TM</sup> (DuPont) bekannt und werden in schusshemmenden Westen eingesetzt. Aufgrund des sehr hohen Schmelzpunktes von PPTA-Polymeren ist ein Spinnen aus der Schmelze nicht möglich, sodass ein starkes Lösungsmittel eingesetzt werden muss. Durch Zugabe einer hoch konzentrierten Schwefelsäure wird eine dickflüssige Lösung erzeugt, aus der unter Wärmezufuhr und Druck feine Filamente (Endlosfasern) gesponnen werden können, vgl. Witten (2014). Aufgrund der guten mechanischen Eigenschaften, wie der hohen Zugfestigkeit (bis 4.000 N/mm<sup>2</sup>) und dem hohen Elastizitätsmodul (Normalmodultyp: 80.000; Hochmodultyp:186.000 N/mm<sup>2</sup>) eignen sich Aramidfasern als Material für FVK-Bewehrung. Aramidfasern sind nach Voss (2008) nicht grundsätzlich alkalibeständig, was für einen Einsatz als Bewehrung im Betonbau als nachteilig zu bewerten ist.

#### Basaltfasern

Ausgangsmaterial von Basaltfasern ist ein basisches Vulkangestein, das zu 85 M-% aus Siliziumdioxid, Aluminiumdioxid, Eisenoxid und Calciumoxid besteht. Obwohl Basaltgestein weltweit und in großen Mengen vorkommt, ist die Zusammensetzung des Basalts regional unterschiedlich und nur ein Teil des Basaltgesteins für die Herstellung der Endlosfasern geeignet, vgl. Liu (2008). Nach Kulas (2013) haben insbesondere die intensiven Forschungsarbeiten in der ehemaligen Sowjetunion in den 1960er Jahren den Grundstein für die Herstellung von Endlosfasern aus Basalt gelegt. Hierfür wird das Basaltgestein bei ca. 1.400 °C geschmolzen und anschließend mit hoher Geschwindigkeit kontinuierlich durch feine Düsen zu Endlosfilamenten geformt. Nach einer kurzen Abkühlphase folgt die Benetzung mit einer Schlichte. Diese wässrige Emulsion ermöglicht eine bessere Weiterverarbeitung und schützt die Fasern vor Brüchen, vgl. Teschner (2013). Der Elastizitätsmodul von Basaltfasern liegt zwischen 64.000 und 89.000 N/mm<sup>2</sup> [Liu (2008)] bei Zugfestigkeiten zwischen 480 und 4.000 N/mm<sup>2</sup> [Park et al. (1999); Morozov et al. (2001); Sim et al. (2005); Greco et al. (2014)].

## Glasfasern

Nach Witten (2014) erfolgte der Einsatz von Glasfasern in größerem Maßstab zuerst in Elektro-Anwendungen im Hochtemperaturbereich, da Glasfasern gute Eigenschaften zur Elektroisolation und Wärmedämmung besitzen. Glasfasern werden heutzutage zum Großteil mittels Düsenzieh-Verfahren hergestellt. Dabei werden in einem hochfeuerfesten Ofen Quarzsand, Kalkstein, Kaolin, Dolomit, Borsäure und Flußspat auf ca. 1400 °C zu sogenanntem Electric Glass (E-Glas) geschmolzen und nach einem mehrtägigen Prozess zum Entfernen der Schlacke flüssig zu Spinndüsen geleitet. Durch die beheizten Spinndüsen fließt das flüssige Glas in ca. 2 mm dicken Fäden heraus und erstarrt schnell fadenförmig, womit eine Kristallisation der Fasern verhindert wird. Durch das schnelle Aufwickeln der noch zähflüssigen Fäden werden die oftmals gewünschten kleineren Durchmesser erreicht. Die einzelnen Filamente werden nach Aufbringen einer Schlichte parallel zu einem Spinnfaden gebündelt, vgl. Ehrenstein (2006).

Neben E-Glas existieren weitere Glasfasersorten, die sich durch veränderte mechanische Eigenschaften oder chemische Widerstände auszeichnen. Für den Einsatz in Beton und damit in alkalischem Milieu eignen sich sogenannte ECR- und AR-Glasfasern, die sich durch erhöhte Alkaliresistenz auszeichnen. AR-Glas wird durch Zugabe von Zirkoniumoxid hergestellt, vgl. Voss (2008). In den experimentellen und theoretischen Untersuchungen von Orlowsky (2005) zur Dauerhaftigkeit von AR-Glasbewehrung zeigte sich, dass sich der Festigkeitsverlust durch chemischen Angriff mit steigendem pH-Wert vergrößert. Bei einer 28-tägigen Lagerung der Filamente in einer Lösung mit einem pH-Wert von 13,2 betrug der Festigkeitsverlust bereits ca. 50 %. Nach Kulas (2013) wird bei Einbettung der Fasern in eine Kunststoffmatrix der Festigkeitsverlust jedoch deutlich verringert, da die Matrix als Diffusionsbarriere für die Alkalien dient. AR-Glasfasern verfügen nach Wulfhorst et al. (1998) und Banholzer (2004) über eine Zugfestigkeit von 1.400 bis 3.500 N/mm<sup>2</sup> und einen Elastizitätsmodul von 21.000 bis 74.000 N/mm<sup>2</sup>.

## Carbonfasern

Der erste dokumentierte Einsatz von Carbonfasern erfolgte nach Park (2018) durch Thomas Alva Edison, der 1879 Carbonfasern als Glühfäden in elektrischen Beleuchtungsmitteln verwendet hat. Aufgrund hoher Festigkeiten und Steifigkeiten bei niedriger Dichte finden Carbonfasern als Verbundwerkstoff breite Anwendung in Luft- und Raumfahrt, Sportindustrie, Windenergie und in der Automobilindustrie. Auch im konstruktiven Ingenieurbau steigt die Nachfrage nach CFK-Werkstoffen. Je nach Verarbeitungsprozess können dabei Festigkeit und Steifigkeit angepasst werden, sodass sich unterschiedliche Fasertypen ergeben. In Abbildung 2-10 sind die Festigkeits- und Steifigkeitsspektren für hochfeste (HT), mittelsteife (IM), hochsteife (HM) und ultrahochsteife (UHM) Carbonfasern dargestellt.



Abbildung 2-10 Einteilung der Carbonfasern nach Festigkeit und Steifigkeit nach Ehrenstein (2006)

Laut Witten (2014) sind die zwei gängigsten Ausgangsstoffe für die Herstellung von Carbonfasern Polyacrylnitril (PAN-Fasern) und Pech. Das Herstellungsverfahren ist je nach Ausgangsstoff (Precursor) unterschiedlich. Da für den Großteil der Carbonfasern PAN als Precursor verwendet wird, wird im Folgenden nur auf den zugehörigen Herstellungsprozess eingegangen, der in Abbildung 2-11 schematisch dargestellt ist.

Polyacrylnitril ist ein bei Raumtemperatur festes Polymer, welches nach Domininghaus et al. (2012) über einen Schmelzpunkt oberhalb der Zersetzungstemperatur verfügt, sodass eine Verarbeitung im Schmelzezustand nicht erfolgen kann. Die PAN-Fäden werden zunächst gestreckt und anschließend bei ca. 200 – 220 °C einem Stabilisierungsprozess an Luft unterworfen. Im Carbonisierungsprozess werden bei ca. 1.300 °C durch Zugabe eines inerten Gases graphitische Schichten gebildet und hierdurch bereits HT- und IM-Fasern hergestellt. Durch den zusätzlichen Produktionsschritt des Graphitierens bei 2.000 - 3.000 °C unter Zugabe eines inerten Gases können HM- und UHM-Fasern hergestellt werden. Vor der Wicklung auf eine Spule erfolgt eine Avivage, die ähnlich wie die Schlichte bei anderen Fasermaterialien die Weiterverarbeitung der Carbonfaser ermöglicht.



Abbildung 2-11 Schematischer Herstellungsprozess von Carbonfasern mit PAN als Precursor nach Ehrenstein (2006)

# Vergleich der Fasermaterialien

Die Materialeigenschaften der Fasern für die Herstellung von Faserverbundkunststoffen kategorisiert nach Fasermaterial sind in Tabelle 2-2 aufgeführt. Die Fasereigenschaften sind stark vom Ausgangsmaterial und vom Herstellungsprozess abhängig, was deutlich an den großen Bandbreiten der Eigenschaften erkennbar ist.

	Durchmesser	Dichte	Zugfestigkeit	Elastizitätsmodul	Bruchdehnung	Litorotur
	in µm	in g/cm <sup>3</sup>	in N/mm <sup>2</sup>	in N/mm <sup>2</sup>	in ‰	
Aromid	12	130 - 145	2410 - 3800	58 000 - 186 000	15 - 45	Wulfhorst et al. (1998)
Alaniu	12	1,59 1,45	2.410 5.800	38.000 - 180.000 13 - 43	15 45	Ehrenstein (2006)
						Park et al. (1999)
						Morozov et al. (2001)
Basalt	5 - 16,1	2,6-2,78	992 - 4.840	67.560 - 89.000	13,0 - 32	Sim et al. (2005)
						Liu (2008)
						Greco et al. (2014)
						Wulfhorst et al. (1998)
E-/ECR-Glas	s 3,5 – 24 2	-24 2,52-2,72	3.400 - 3.700	72.000 - 80.500	30 - 48	Ehrenstein (2006)
						fib Bulletin 40 (2007)
						Wulfhorst et al. (1998)
AR-Glas	3,5-24 2,68-2,70	2,68 - 2,70	1.321 - 3.500	21.000 - 74.000	20 - 44	Banholzer (2004)
						Ehrenstein (2006)
						Wulfhorst et al. (1998)
Carbon	6 - 18	1,6 - 2,0	1.500 - 7.000	180.000 - 650.000	4 - 20	Ehrenstein (2006)
						Park (2018)

 Tabelle 2-2 Eigenschaften unterschiedlicher Fasern

# 2.4.3 Tränkungen

Zur Herstellung von Faserverbundkunststoffen werden die Fasern mit einem Kunststoff getränkt bzw. imprägniert. Diese Kunststoffmatrix dient nach Ehrenstein (2006) und Schürmann (2007) insbesondere der Kraftübertragung, Formstabilität und zum Schutz vor Umgebungseinflüssen. In der Regel werden Reaktionsharze verwendet, die zur Aushärtung mit einem Reaktionsmittel exotherm aushärten und hinsichtlich ihres mechanisch-thermischen Verhaltens in die Gruppe der Duroplaste eingeteilt werden. Die Eigenschaften einiger häufig eingesetzter Kunststoffe können Tabelle 2-3 entnommen werden.

	Epoxidharz (EP)	Vinylesterharz (VE)	Ungesättigtes Polyesterharz (UP)	Styrol-Butadien (SBR)
Rohdichte in g/cm <sup>3</sup>	Rohdichte in g/cm <sup>3</sup> 1,20		1,22	1,05
Zugfestigkeit in N/mm <sup>2</sup>	Zugfestigkeit in N/mm <sup>2</sup> 3,8 - 176		55 - 85	26 - 38
Bruchdehnung in ‰ 18 – 140		26-61	17-42	250 - 600
Elastizitätsmodul in N/mm²	2.600 - 3.700	3.300 - 4.000	3.350 - 4.800	1.800 - 2.500
Glasübergangstemperatur in °C	70 - 300	130 - 160	93 - 150	80 - 90
Literatur	Ehrenstein (2006) Schürmann (2007)	Ehrenstein (2006) Schürmann (2007)	Ehrenstein (2006) Schürmann (2007)	Domininghaus et al. (2012)

Tabelle 2-3 Eigenschaften häufig eingesetzter Tränkungsmaterialien

# 2.4.4 FVK-Bewehrung

# 2.4.4.1 Grundlagen

Faserverbundkunststoffe werden nach Niewels (2009) mit einem Faser-Matrix-Verhältnis von ca. 40–70 Vol.-% hergestellt. Durch die unidirektional ausgerichteten Filamente mit deutlich größerer Dehnsteifigkeit in Hauptrichtung im Vergleich zur Matrix erfolgt der Lastabtrag nahezu ausschließlich über die Fasern. Faserverbundkunststoffe verhalten sich transversal isotrop elastisch, sodass zur Charakterisierung des Materialverhaltens unter Kurzzeitbeanspruchung jeweils ein Elastizitätsmodul und ein Schubmodul in faserparalleler Richtung und senkrecht zur Faser sowie die Querkontraktionszahl benötigt werden ( $E_{\parallel}$ ,  $E_{\perp}$ ,  $G_{\parallel}$ ,  $G_{\perp}$ , v). Je nach verwendeter Faser und Tränkung können unterschiedliche Elastizitätsmoduln und Bruchdehnungen eingestellt werden. Da die Elastizitätsmoduln bei Verwendung von Glas- und Basaltfasern deutlich geringer ausfallen, werden durch die geringere Dehnsteifigkeit die Nachweise der Verformung von Tragwerken zumeist bemessungsrelevant. Die Zugfestigkeiten sind in der Regel deutlich höher im Vergleich zu konventioneller Betonstahlbewehrung. Die Faserverbundkunststoffe werden zu Stäben oder textilen Gelegen weiterverarbeitet, die sich insbesondere durch ihre unterschiedliche Oberflächenbeschaffenheit und damit in ihrem Verbundverhalten unterschiedlich, vgl. Abbildung 2-12 und Abbildung 2-13. Besonders Stäbe mit einer eingefrästen Rippung weisen vergleichsweise hohe Verbundsteifigkeiten und -festigkeiten auf, insbesondere da durch die Rippentiefe und -geometrie das Verbundverhalten ähnlich wie bei Betonstahlbewehrung über die bezogene Rippenfläche gesteuert werden kann. Weitere häufig verwendete Oberflächengestaltungen bestehen aus einer Umwicklung oder Umflechtung mit nachträglicher Besandung, wodurch das Verbundverhalten ebenfalls den Anforderungen entsprechend angepasst werden kann. Litzen kommen in der Regel nur bei Verwendung vorgespannter FVK-Bewehrung vor.



Abbildung 2-13 Links: Stäbe und Gelege aus FVK Rechts: Spannungs-Dehnungs-Linien von FVK und Betonstahl

0

10

20

 $\varepsilon$  in ‰

30

Unter Zugbeanspruchung können Faserverbundkunststoffe einzelne Faserbrüche überbrücken, da nach Orth (1992) unmittelbar hinter dem Riss die Kraft wieder über den Verbund zwischen Matrix und Faser eingeleitet werden kann. Wie in Lorenz (2014) dargestellt, ist mit steigendem Tränkungsgrad des Kompositquerschnitts die Spannungsverteilung gleichmäßiger, da die Kraft vom Beton über die äußeren Filamente in den Kern getragen wird. Diese beiden Mechanismen sind in Abbildung 2-14 dargestellt.



Abbildung 2-14Links: Einfluss des Tränkungsgrads auf die Spannungsverteilung<br/>Rechts: Kraftübertragung bei Faserbruch nach Orth (1992)

Tabelle 2-4 fasst die Eigenschaften von Bewehrungen aus Faserverbundkunststoffen basierend auf den Angaben in fib Bulletin 40 (2007), ACI 440.1R-15 (2015), Hassan et al. (2016), Aydin (2018) und Hofmann et al. (2019) zusammen.

	Diahta	Wärmeausdehn	ungskoeffizient	Zugfastigkait	Flastizitätamodul	Bruchdehnung	
	Dicine	Achsial	Radial	Zuglestigkeit	Elastizitatsinouur		
	$\rho$ in g/cm <sup>3</sup>	$\alpha_{\rm T,l}$ in 10 <sup>-6</sup> /K	$\alpha_{\rm T,q}$ in 10 <sup>-6</sup> /K	$f_{\rm t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	$E_{\rm f}$ in N/mm <sup>2</sup>	$\varepsilon_{\rm u}$ in ‰	
CFK							
fib Bulletin 40 (2007)	1 42 1 67	0 1 05	74 104	600 2 600	100.000 590.000	5 17	
ACI 440.1R-15 (2015)	1,45 - 1,67	-9-1,05	/4 - 104	000 - 3.090	100.000 - 380.000	3-17	
Aydin (2018)							
GFK							
fib Bulletin 40 (2007)	1.05 0.10	8 4,43 - 10	21 - 23	450 - 1.600	35.000 - 60.000	12 - 37	
ACI 440.1R-15 (2015)	1,25 - 2,18						
Aydin (2018)							
BFK							
Hassan et al. (2016)	2.07 2.11	1.02	17.10	1 0 2 1 1 7 4 6	56 500 67 700	22 2 27 2	
Hofmann et al. (2019)	2,07 - 2,11	1,92	17,10	1.021 - 1.746	36.300 - 67.700	22,2 - 27,2	
Aydin (2018)							
AFK							
fib Bulletin 40 (2007)	1 25 1 45	( ( ) )	60 80	1 000 2 540	40.000 105.000	10 44	
ACI 440.1R-15 (2015)	1,23 - 1,45	-6 - (-2) $60 - 80$		1.000 - 2.540	40.000 - 125.000	19 - 44	
Aydin (2018)							

Tabelle 2-4 Eigenschaften von Bewehrung aus Faserverbundkunststoffen

# 2.4.4.2 Kriechen

Kunststoffe verhalten sich viskoelastisch und weisen ein deutliches Kriechverhalten auf, insbesondere bei höheren Temperaturen (ab ca. 40 % der Glasübergangstemperatur) und Beanspruchungen. Nach Hull und Clyne (1996) sind Glasfasern hingegen bis zu einer Temperatur von ca. 550 K (277 °C) und Carbonfasern bis zu 1200 K (927 °C) vergleichsweise kriechresistent. Bei einer Beanspruchung eines Faserverbundkunststoffes ergibt sich die Initialdehnung  $\varepsilon_0$  des Kompositquerschnitts nach Gl. 2-27.

Dabei ist:

f	Volumenverhältnis Faser / Matrix
$E_{ m f}$	Elastizitätsmodul der Fasern
$E_{\rm m}$	Elastizitätsmodul der Matrix

Durch das Kriechen der Kunststoffmatrix wird die aufgebrachte Spannung progressiv auf die Fasern übertragen. Hierdurch wird die Dehnung in den Fasern erhöht bis ein theoretisches Maximum erreicht wird, bei dem nur noch die Fasern für den Lastabtrag zuständig sind. Die Dehnung des Kompositquerschnitts hängt dann nur noch von den Fasern ab und lässt sich unter der Voraussetzung vollständig gestreckter Fasern und unter Ausschluss von Faserbrüchen nach Gl. 2-28 ermitteln.

Mit fortschreitender Belastungsdauer nähert sich die Dehnung diesem Endwert  $\varepsilon_{\infty}$  asymptotisch an. Da die Spannung in der Matrix kontinuierlich reduziert wird, reduziert sich auch die Kriechintensität, wodurch nach Hull und Clyne (1996) ein stetiger Zustand nie erreicht wird. Das Verhältnis des zu erwartenden Endwertes der Dehnung zur Initialdehnung hängt dementsprechend stark vom Volumenverhältnis sowie von den Elastizitätsmoduln von Fasern und Matrix ab. Wie in Abbildung 2-15 dargestellt, ist somit im praxisrelevanten Bereich eine Kriechdehnung von mehr als 10 % der Initialdehnung unwahrscheinlich.



Abbildung 2-15 Endwert der Dehnung unter Zugbeanspruchung in Abhängigkeit vom Volumenverhältnis und den Elastizitätsmoduln von Fasern und Matrix

Durchgeführte experimentelle Untersuchungen zum Kriechverhalten von Faserverbundkunststoffen bestätigen diesen Zusammenhang, vgl. Tabelle 2-5 basierend auf Angaben in Gaona (2003); Youssef et al. (2008); Sayed-Ahmed et al. (2017); Nkurunziza et al. (2005); Wang et al. (2014); Yang et al. (2018); Ascione et al. (2008). Der Großteil der Kriechverformungen  $\varepsilon_{f,c}$  tritt dabei bereits in den ersten Tagen nach der Belastung ein.

		Anzahl	Temperatur	Luftfeuchte	Belastungsdauer	Belastung	Kriechdehnung
		n	T in °C	<i>RH</i> in %	t in Tagen	$\sigma$ / $f_{ m t}$	$(\varepsilon_{\rm f,c}/\varepsilon_0)$ in %
	Gaona (2003)	5	31,1	67	180	0,23 - 0,27	2,0-6,6
OF	Youssef et al. (2008)	25	23,0	40 - 60	58 - 358	0,13 - 0,52	1,5 - 8,7
GFK	Sayed-Ahmed et al. (2017)	6	23,0	ca. 50	70	0,20 - 0,40	3,9 - 11,2
	Nkurunziza et al. (2005) <sup>a</sup>	10	23,0	100	417	0,24 - 0,36	3,0 - 5,0
BFK	Wang et al. (2014)	6		—	42	0,50 - 0,60	2,0-5,2
CEV	Yang et al. (2018)	9	23,0	—	42	0,69 - 0,85	1,0-1,2
СГК	Ascione et al. (2008)	5	20,0	—	30 - 76	0,25 - 0,75	1,4 - 1,9

Tabelle 2-5 Kriechverformungen von Faserverbundkunststoffen

<sup>a</sup> Bauteile in deionisiertem Wasser gelagert

## 2.4.4.3 Dauerstandverhalten

Ein wichtiger Aspekte im Umgang mit Faserverbundkunststoffen stellt das Dauerstandverhalten dar. Unter hoher Dauerbeanspruchung oberhalb der Dauerstandfestigkeit kann es zu einem plötzlichen Versagen kommen (engl.: creep rupture). Diese Dauerstandfestigkeit hängt bei Faserverbundkunststoffen zusätzlich zum aufgebrachten Spannungsniveau auch stark von den Umgebungsbedingungen ab. Nach Weber und Bacquero (2010) können Umweltfaktoren wie hohe Temperaturen, Feuchtigkeit und alkalisches Milieu die Dauerstandfestigkeit deutlich herabsetzen. Im internationalen Raum verwendete Prüfnormen zur Ermittlung der Dauerstandfestigkeit (vgl. CSA S806-12 (2012); ASTM D7337/D7337M-12 (2012)) trennen dabei in der Regel die Aspekte des Dauerstandverhaltens und der Dauerhaftigkeit. In Realität jedoch können einwirkende Spannungen die Degradation des Materials beschleunigen, sodass die Ermittlung der Dauerstandfestigkeit in einem kombinierten Verfahren gemäß den Angaben in Weber und Bacquero (2010) oder Spelter et al. (2017) sinnvoll erscheint. Sowohl in Spelter et al. (2017) als auch in Weber (2018) [detaillierte Beschreibung der Versuchsaufbauten in Alex (2015)] werden die Probekörper im einbetonierten Zustand in ein temperiertes Wasserbad gesetzt und mit einer konstanten Zugkraft beansprucht. In dem in Nkurunziza et al. (2005) dargestellten Aufbau hingegen wird auf eine Ummantelung mit Beton verzichtet und stattdessen eine alkalische Lösung verwendet.

Für einen sicheren Einsatz von Faserverbundkunststoffen im konstruktiven Betonbau sind Standzeiten von bis zu 100 Jahren erforderlich. Wie in DIN 53768:1990-06 (1990) beschrieben, besteht ein linearer Zusammenhang zwischen den Logarithmen der ertragbaren Dauerbeanspruchung und der Zeit. In ASTM D7337/D7337M-12 (2012) wird eine semilo-

garithmische Auftragung vorgeschlagen, die in zahlreichen experimentellen Untersuchungen zu Grunde gelegt wird [vgl. Dolan et al. (1997); Seki et al. (1997); Yamaguchi et al. (1997); Ando et al. (1998)]. Die Versuche zur Ermittlung der Dauerstandfestigkeit werden bei unterschiedlichen Lastniveaus durchgeführt und die Versuchsergebnisse mittels einer Regressionskurve auf die Endnutzungsdauer extrapoliert. Da die Versuchsdauern für eine praktische Anwendung lediglich mehrere Monate und nicht 100 Jahre betragen können, sind die Alterungsprozesse künstlich zu beschleunigen. Die fortschreitende Schädigung von Faserverbundkunststoffen hängt nach Micelli und Nanni (2004) im Wesentlichen von Diffusionsprozessen und chemischen Reaktionen ab, die durch erhöhte Temperaturen und Feuchtigkeit bei chemischem Angriff durch ein alkalisches Milieu deutlich beschleunigt werden können. Durch die erhöhte Temperatur verlaufen Reaktionen schneller ab und die untersuchten Proben werden somit künstlich gealtert. Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Schädigungsgeschwindigkeit wird durch die Arrhenius-Gleichung beschrieben [vgl. Davalos et al. (2011)]. Die Kenntnis über den Einfluss der Temperatur auf die Zeit stellt eine der wichtigsten Kenngrößen in Prognosemodellen dar. Aus diesem Grund werden nach Spelter et al. (2017) zunächst Versuche bei unterschiedlichen Temperaturen durchgeführt, durch die eine Temperatur-Zeit-Verschiebung beschrieben werden kann. Nach Weber (2018) wird trotz mittlerer Jahresdurchschnittstemperaturen in Deutschland von ca. 10 °C als Referenztemperatur eine mittlere Temperatur von 40 °C gewählt. Diese Referenztemperatur wurde unter der Berücksichtigung einer Temperatur-Zeit-Verschiebung von 10 K je logarithmischer Dekade ermittelt, die für temperaturstabile Systeme üblich ist. Da eine Extrapolation von Versuchsergebnissen mit Unsicherheiten behaftet ist, wird die Extrapolation durch Versuche bei einer erhöhten Temperatur von 60 °C gestützt. Die grafische Umsetzung dieses Vorgehens in Anlehnung an Weber (2018) ist in Abbildung 2-16 dargestellt.



Abbildung 2-16 Ermittlung der Dauerstandfestigkeit von FVK-Bewehrung

Während in der Literatur bereits viele Untersuchungen zur Dauerstandfestigkeit von GFK-Bewehrung vorliegen [Bies et al. (2019); Keller et al. (2017); Sen et al. (2002); Nkurunziza et al. (2005)], sind die verfügbaren Versuchsdaten zu BFK-Bewehrung [Banibayat und Patnaik (2015)] und CFK-Bewehrung [Spelter et al. (2019)] noch überschaubar. Dies liegt insbesondere daran, dass sich CFK-Bewehrung deutlich resistenter gegenüber chemischen und physikalischen Dauerbeanspruchungen verhält. In den experimentellen Untersuchungen von Spelter et al. (2019) konnte bei Lastniveaus zwischen 0,71 und 0,97 der mittleren Bruchspannung im temperierten Wasserbad bei 40 °C auch nach über 5.000 h kein Versagen beobachtet werden. Yamaguchi et al. (1997) und Ando et al. (1998) führten Dauerstandversuche an CFK-Spanngliedern durch, jedoch unter Raumtemperatur und ohne Feuchtigkeit und alkalischem Angriff. Die vorgeschlagenen Regressionskurven würden zu Dauerstandfaktoren von 0,92 bzw. 0,78 führen. Die Ergebnisse sind jedoch kritisch zu hinterfragen. Zur Erzeugung der Kurven lagen nur wenige Datenpaare vor, von denen einige als Kurzzeitversuche zu werten sind. Andere Datenpunkte stellten Durchläufer ohne Eintritt eines Dauerstandversagens dar, die jedoch zum Zwecke der Extrapolation verwendet wurden. Des Weiteren beträgt die maximale Standzeit ca. 100 h, wodurch die Ergebnisse sehr weit bis zur Endnutzungsdauer extrapoliert werden müssen. Eine Auswahl durchgeführter Dauerstandversuche in alkalischem Milieu kann Tabelle 2-6 entnommen werden.

Meterial	Defense	Querschnittsfläche	Faservolumen	Zugfestigkeit	E-Modul	Temp.	Alkalität	Belastung	Belastungszeit
Material	Referenz	$A_{\rm f,i}$ in mm <sup>2</sup>	<i>f</i> in %	$f_{\rm t}$ in N/mm <sup>2</sup>	E in N/mm <sup>2</sup>	$T$ in $^{\circ}\mathrm{C}$	pH-Wert	$\sigma / f_{\rm t}$	t in h
DEV	Doniharrat & Data aily (2015)	14.5	50	1.150	44.700	60	12,6 - 13,0	0,43 - 0,80	0,1 - 160
BFK	Banibayat & Patnaik (2015)	14,5	50	1.150				0,25	2.160 <sup>a</sup>
	Piece at al. $(2010)$	50,3	75	1.500	60.000	60	> 12.0	0,57	1.100
	Bles et al. (2019)	199,0	66	1.100	00.000	00	00 > 13,0	0,59	2.250
	Keller et al. (2017)	50,3	75	1.500	60.000	23	> 13,0	0,68 - 0,76	262 - 1.056
CEV						40		0,68	282
GFK						60		0,54 - 0,68	46 - 544
		50,3	-	821	44.400	_	13,4 - 13,6	0,15	1.008 - 4.152
	Sell et al. (2002)							0,25	336-600
	Nkurunziza et al. (2005)	70,9	75	658	40.000	23	12,8	0,28 - 0,36	> 10.000 <sup>a</sup>
CFK	Spelter et al. (2019)	8,2	ca. 50 %	1.429	108.616	40	> 11,0	0,71 - 0,97	> 5.000 <sup>a</sup>

Tabelle 2-6 Dauerstandfestigkeiten von FVK-Bewehrung

<sup>a</sup> Durchläufer ohne Versagen

<sup>b</sup> FVK-Bewehrung aus dem Jahr 1991

## 2.4.4.4 Ermüdung

Das Ermüdungsverhalten von Faserverbundkunststoffen wird maßgeblich von den eingesetzten Faser- und Matrixmaterialien beeinflusst. Nach Ehrenstein (2006) weisen Kohlenstofffasern und EP-Harze weitaus höhere Ermüdungsfestigkeiten und Lebensdauern als UP-Harze und Glas- oder Aramidfasern auf. In Harris et al. (1990) wurden Ermüdungsversuche an unterschiedlichen Materialien durchgeführt, aus denen hervorging, dass CFK-Laminate selbst nach  $10^7$  Lastwechseln noch 75 - 80 % ihrer Anfangsfestigkeit ertragen. Für die GFK- und AFK-Laminate lag dieser Grenzwert bei ca. 25 - 30 % bei deutlich geringe-

ren Lastwechselzahlen. Noël und Soudki (2014) führten Ermüdungsversuche an GFK-Bewehrungsstäben durch, die als freie Proben oder einbetoniert im Bauteil geprüft wurden. Während die Ermüdungsfestigkeit für 10<sup>6</sup> Lastwechsel für die freien Proben bei ca. 30 % der Anfangsfestigkeit lagen, wiesen die GFK-Stäbe im Biegebauteil eine Grenze von ca. 20 % auf. Wagner und Curbach (2018) untersuchten CFK-Textilien mit einer EP-Tränkung, einbetoniert in Dehnkörpern von 990 mm Länge. Auch hier konnte bei Lastniveaus unterhalb von 85 % der Anfangsfestigkeit kein Versagen innerhalb von 10<sup>6</sup> Lastwechseln festgestellt werden. Eine Zusammenstellung wichtiger Untersuchungen zur Ermüdungsfestigkeit von Faserverbundkunststoffen ist Tabelle 2-7 zu entnehmen. Die Daten beruhen auf experimentellen Untersuchungen in Noël und Soudki (2014); Wagner und Curbach (2018); Januš et al. (2019); Adimi et al. (2000); El Refai (2013); Wagner et al. (2020). Auffällig ist hierbei, dass die Ermüdungsfestigkeit von Faserverbundkunststoffen nicht nur von der aufgebrachten Spannungsschwingbreite, sondern vergleichbar mit dem Ermüdungsverhalten von Beton auch von der Mittel- bzw. Oberspannung abhängt. Des Weiteren wird die Ermüdungsfestigkeit auch von Umgebungsbedingungen (Feuchtigkeit, Alkalität, Temperatur) sowie von der Belastungsfrequenz beeinflusst.

Material	Referenz	Prüfkörper	Unterspannung	Oberspannung	Spannungsverhältnis	Bruchlastwechselzahl
			$\sigma_{\rm u}/f_{\rm t}$	$\sigma_{ m o}$ / $f_{ m t}$	$R = \sigma_{\rm u} / \sigma_{\rm o}$	Ν
BFK	El Refai (2013)	Freie Proben	0,35	0,40 - 0,42	0,83 - 0,88	216.342 - 531.101
			0,35	0,39	0,90	> 2.000.000
GFK	Noël & Soudki (2014)	Freie Proben	0,04	0,32-0,41	0,10-0,13	79.971 - 1.165.753
				0,29	0,14	> 2.000.000
		Betonbauteil		0,20 - 0,52	0,08 - 0,20	2.699 -> 1.000.000
				0,19	0,21	> 1.000.000
	Januš et al. (2019)	Freie Proben	0,04 - 0,06	0,40 - 0,60	0,10	634 - 10.899
		Dehnkörper				975 - 44.876
	El Refai (2013)	Freie Proben	0,30	0,36 - 0,43	0,70-0,83	8.000 - 99.621
			0,30	0,34	0,88	> 2.000.000
CFK	Wagner & Curbach (2018)	Dehnkörper	0,30 - 0,50	0,70-0,84	0,43 - 0,63	> 2.000.000
			0,38 - 0,50	0,88-0,90	0,33 - 0,56	< 2.000.000
	Adimi et al. (2000)	Dehnkörper	0,04 - 0,06	0,41 - 0,62	0.10	500 - 249.620
			0,04	0,35	0,10	> 4.000.000
			0,50-0,70	0,55 - 0,75	0,91 - 0,93	> 4.000.000
	El Refai (2013)	Freie Proben	0,40 - 0,47	0,50-0,57	0,80 - 0,89	9.100 - 525.400
				0,52 - 0,63	0,70-0,80	> 2.000.000
	Wagner et al. (2020)	Dehnkörper	0,37 - 0,75	0,81	0,46 - 0,93	> 2.000.000
			0,30 - 0,31	0,62	0,48 - 0,50	> 2.000.000
			0,39	0,68	0,57	> 2.000.000
			0.59 - 0.61	0.76	0.78 - 0.80	> 2.000.000

Tabelle 2-7 Ermüdungsfestigkeit von FVK-Bewehrung

# 2.4.4.5 Bügelbewehrung aus FVK

Eine der Schwierigkeiten beim Umgang mit FVK-bewehrten Betonbauteilen ist die Problematik, dass sich FVK-Bewehrung nach der Erhärtung der Tränkung bei Verwendung duroplastischer Kunststoffmatrices nicht biegen lassen kann. Daher werden die fertigen Bügelformen bereits im Produktionswerk hergestellt. Zumeist erfolgt die Herstellung derart, dass die Bügel im noch nicht erhärteten Zustand in ihre Form gebracht werden. Diese Möglichkeit kann verwendet werden, wenn die Oberfläche durch Umwicklung, Umflechtung und Besandung gekennzeichnet ist. Bei einer profilierten Oberfläche, bei der nachträglich eine Rippung eingefräst wird, ist eine solche Herstellung problematisch. Für solche Bügelformen können auch profilierte Kunststoffhüllrohre zum Einsatz kommen, die nachträglich mit Fasern und Tränkung versehen werden und aushärten. Nach Niewels (2009) ist mit einem schlechten Verbund zwischen dem Kernmaterial und dem Kunststoffhüllrohr zu rechnen. In Abbildung 2-17 sind zwei typische Bügel in U-Form dargestellt.



Abbildung 2-17Links: GFK-Bügel Aslan™ 100 aus Hughes Brothers (2011)Mitte: GFK-Bügel Combar® aus Schöck Bauteile (2018)Rechts: CFK-Bügel aus Mohamed und Benmokrane (2016)

Imjai et al. (2020) erläutern, dass die Bügelbewehrung im Bereich der Umlenkstellen Querpressungen erfahren, die eine deutliche Reduktion der Bügelfestigkeit zur Folge haben. Basierend auf experimentellen Untersuchungen wurden in JSCE (1997) empirische Abminderungsfaktoren in Abhängigkeit vom Verhältnis des Biegerollendurchmessers zum Bewehrungsdurchmesser empirisch abgeleitet, vgl. Gl. 2-29.

Dabei ist:

$f_{ m w}$	Zugfestigkeit der Bügelbewehrung
a	Vorfaktor
	a = 0,09 für Mittelwerte
	a = 0,05 für die Bemessung
r	Biegerollendurchmesser
${\it  ilde  ho}_{ m f}$	Durchmesser der FVK-Bewehrung
$f_{\mathrm{t}}$	Zugfestigkeit des geraden Stabes

# **3 GRUNDLAGEN ZUM TRAGVERHALTEN BEWEHRTER BETONBAUTEILE**

# 3.1 Einführung

Im nachfolgenden Kapitel wird ein kurzer Überblick über die Grundlagen des Trag-, Rissund Verformungsverhaltens bewehrter Betonbauteile gegeben. Dabei werden neben den grundlegenden Verbundeigenschaften von Beton und Bewehrung sowohl Aspekte der Gebrauchstauglichkeit (Rissbreiten und Verformungen) als auch der Tragfähigkeit (Biegung und Querkraft) mit besonderem Fokus auf den Einsatz von FVK-Bewehrung erläutert. Zudem wird der Einfluss statischer und zyklischer Dauerbeanspruchungen auf die jeweiligen Mechanismen beschrieben.

## 3.2 Verbund zwischen Beton und Bewehrung

Wie bereits in Rehm (1961) ausführlich erläutert, werden die komplexen und von der Oberflächengestaltung der Bewehrung abhängigen Verbundmechanismen durch eine im Grenzbereich zwischen Beton und Bewehrung wirkende Verbundspannung  $\tau_b$  charakterisiert. Hinsichtlich der Mechanismen wird dabei zwischen Haft-, Scher- und Reibverbund unterschieden, die in komplexen Wechselwirkungen gleichzeitig wirken können und in Abhängigkeit vom Schlupf unterschiedlich stark ausgeprägt sind. Zur Charakterisierung des Verbundes werden experimentell Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen ermittelt, welche die Verbundspannung  $\tau_b$  mit der auftretenden Relativverschiebung s verknüpfen [vgl. Eligehausen et al. (1983)]. Nach dem Überwinden der Haftung setzen der Reib- und Scherverbund ein. Während glatte Bewehrungsstäbe ihre Kraft überwiegend über den Reibverbund übertragen, dominiert bei gerippten Stäben der Scherverbund. Die Rippen stützen sich gegen die Betonkonsolen und führen zu einer fortschreitenden Schädigung des umliegenden Betons und einer abnehmenden Verbundtragfähigkeit. Durch die Abstützung des Betons gegen die Rippen ergibt sich ein Druckkegel, der zu ringförmigen Zugspannungen um den Bewehrungsstab führt [vgl. Tepfers (1979)]. Erreichen diese als Tepfers-Ringe bezeichneten Zugspannungen die Betonzugfestigkeit, so kann es zur Rissbildung entlang des Stabes und bei geringen Betondeckungen zu einem Spalt- oder Sprengrissversagen kommen. Die Verbundfestigkeit lässt sich insbesondere durch die von Rehm (1961) eingeführte bezogene Rippenfläche f<sub>R</sub> steuern, die sich aus dem Quotienten aus Rippenaufstandsfläche  $F_{\rm R}$  und Mantelscherfläche  $F_{\rm S}$  ergibt und somit maßgeblich vom Rippenabstand und von der Rippenhöhe abhängt. Die Prüfung des Verbundverhaltens erfolgt in der Regel in einem Pull-Out-Versuch [vgl. RILEM (1994)], der gemeinsam mit den mechanischen Grundlagen des Verbundes und der schematischen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung in Abbildung 3-1 dargestellt ist.



Abbildung 3-1 Grundlagen des Verbundes in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010)

Während bei gerippten Betonstählen die Verbundfestigkeit stets durch die Festigkeit der Betonkonsolen determiniert wird, können nach fib Bulletin 40 (2007) für Bewehrungselemente aus Faserverbundkunststoffen auch weitere Versagensmechanismen maßgebend sein. FVK-Stäbe mit eingefräster Rippung weisen insbesondere bei hohen Betonfestigkeiten ein Versagen der Oberflächenprofilierung auf. Bei besandeten Stäben kann es zu einem Abscheren der Besandung und einem darauffolgenden Abfall der Verbundspannung kommen. Umflochtene Stäbe oder einzelne Faserstränge textiler Gitterstrukturen können aufgrund der niedrigeren Radialsteifigkeit durch den Betonkanal hindurchgezwängt werden. Aufgrund dieser Versagensmechanismen und der Vielzahl an Möglichkeiten der Oberflächengestaltung ist ein zur Betonfestigkeit proportionaler Zusammenhang, wie er im Stahlbetonbau angenommen werden kann, nicht möglich. Insbesondere die Charakterisierung des Verbundes textiler Gelege erweist sich als komplexer Aspekt des Verbundverhaltens und wurde von Schütze und Curbach (2019) und Bielak et al. (2018) eingehend untersucht. Preinstorfer et al. (2018) legten bei ihren Untersuchungen den Fokus auf die geometrische Struktur der Textilien und die Einflussparameter, die eine Spaltrissbildung begünstigen. Dabei stellte sich heraus, dass flache Querschnittsformen aufgrund hoher konzentrierter Querzugspannungen orthogonal zur Textilebene besonders anfällig für Spaltrissbildungen sind. Insbesondere die periodische Dickenaufweitung in Längs- und Querrichtung der textilen Faserstränge führen aufgrund des sich hieraus ergebenden Formschlusses mit dem umgebenden Beton zu einer erhöhten Verbundsteifigkeit. Der Knotenwiderstand quer zur Längsrichtung verlaufender Faserstränge hingegen hat nur geringen Einfluss auf die Verbundsteifigkeit und -festigkeit. Nach fib Model Code 2010 (2013) lassen sich die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen im Falle von Ausziehversagen für gerippte Betonstahlbewehrung nach Gl. 3-1 bis Gl. 3-4 und für FVK-Bewehrung nach Gl. 3-5 und Gl. 3-6 bestimmen [vgl. Abbildung 3-2]. Die benötigten Parameter müssen für letztere in der Regel experimentell bestimmt werden.

Für gerippte Betonstahlbewehrung:

$$\tau_{\rm b} = \tau_{\rm bmax} - (\tau_{\rm bmax} - \tau_{\rm bf}) \cdot \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \qquad \text{für } s_2 < s < s_3 \qquad Gl. \ 3-3$$

$$\tau_{\rm b} = \tau_{\rm bf}$$
 für  $s_3 < s$  Gl. 3-4

Für FVK-Bewehrung:

$$\tau_{b} = \tau_{bmax} \cdot \left(\frac{s}{s_{1}}\right)^{\alpha} \qquad \qquad \text{für } 0 < s < s_{1} \qquad \qquad Gl. \ 3-5$$
  
$$\tau_{b} = \tau_{bmax} - \tau_{bmax} \cdot p \cdot \frac{s - s_{1}}{s_{1}} \qquad \qquad \text{für } s_{1} < s < s_{u} \qquad \qquad Gl. \ 3-6$$

Bei Betonstählen kann nach fib Model Code 2010 (2013) die Verbundspannung  $\tau_b$  im ansteigenden Ast in Abhängigkeit vom Schlupf bei einer Verbundlänge von 5  $\emptyset_s$  nach Gl. 3-7 bestimmt werden. Ritter (2013) stellte in ihren Untersuchungen an kürzeren Verbundlängen von 2  $\emptyset_s$  eine Erhöhung der Verbundspannungen von ca. 40 % bei vergleichbaren Schlupfwerten fest.



Abbildung 3-2 Links: Schematische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach fib Model Code 2010 (2013) Rechts: Schlupfzunahme infolge statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung

Das Verbundverhalten wird durch das Kriechen und Schwinden des Betons beeinflusst. Bereits Franke (1976) untersuchte diese Thematik für gerippte Betonstahlbewehrung und stellte fest, dass die zeitliche Schlupfzunahme proportional zur aufgebrachten Verbundspannung ist. Hierdurch können isochrone Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen aufgestellt werden. Für zyklische Beanspruchungen verhalten sich die auftretenden Effekte ähnlich. Die Zunahme des Schlupfes kann für statische Dauerbeanspruchung nach Gl. 3-8 [vgl. Franke (1976)] und für zyklische Beanspruchungen nach Gl. 3-9 [vgl. Rehm und Eligehausen (1977)] ermittelt werden und ist in Abbildung 3-2 dargestellt.

$$s(t) = s_0 \cdot (1 + k_t) = s_0 \cdot (1 + [(1 + 10 \cdot t)^{0.08} - 1]) \qquad (t \text{ in h}) \qquad Gl. \ 3-8$$

$$s(N) = s_0 \cdot (1 + k_N) = s_0 \cdot (1 + [(1 + N)^{0.107} - 1])$$
 Gl. 3-9

Baena et al. (2009) führten vergleichende Untersuchungen an FVK- und Betonstahlstäben mittels Ausziehversuche durch. Bei Betonen mit höherer Festigkeit spielt die Oberflächenbeschaffenheit der Stäbe eine deutlich größere Rolle als bei niedrigerer Festigkeit. Die Verbundfestigkeit des untersuchten gerippten GFK-Stabs wurde trotz Betondruckfestigkeiten bis  $f_{cm} = 58,2$  N/mm<sup>2</sup> durch ein Versagen der Betonkonsolen determiniert. Insbesondere im Anfangsast der Kurven konnten für Betonstähle deutlich höhere Verbundsteifigkeiten beobachtet werden. Veljkovic et al. (2016) führten Verbundversuche unter zyklischer Beanspruchung am gleichen gerippten GFK-Stab durch. Für Lastniveaus von 60 % bezogen auf die statische Verbundfestigkeit konnte kein Verbundversagen innerhalb von 10<sup>6</sup> Lastwechseln beobachtet werden.

## 3.3 Grenzzustand der Tragfähigkeit

#### 3.3.1 Biegung mit Längskraft

#### 3.3.1.1 Allgemeines

Analog zum Stahlbetonbau [vgl. Zilch und Zehetmaier (2010)] werden für die Biegebemessung FVK-bewehrter Betonbauteile in internationalen Normen [vgl. JSCE (1997); ACI 440.1R-15 (2015); CSA S806-12 (2012)] die folgenden Annahmen unterstellt:

- Ebenbleiben der Querschnitte (Hypothese von Bernoulli)
- Vernachlässigung der Betonzugfestigkeit
- Starrer Verbund zwischen Beton und Bewehrung

Aufgrund des von Betonstahl abweichenden Materialverhaltens der FVK-Bewehrung sind einige Aspekte im Rahmen der Biegebemessung zu beachten.

- Linear-elastisches Materialgesetz der FVK-Bewehrung
- Vom Ansatz der FVK-Bewehrung als Druckbewehrung in biegebeanspruchten Bauteilen wird aufgrund der deutlich geringeren Druckfestigkeit im Vergleich zur Zugfestigkeit abgeraten [vgl. fib Bulletin 40 (2007); ACI 440.1R-15 (2015)].

- Aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens tritt bei mehrlagig angeordneter FVK-Bewehrung der Bruch dann ein, wenn die äußerste Bewehrungsfaser ihre Bruchdehnung erreicht [vgl. Niewels (2009)].
- Da Beton aufgrund seiner nichtlinearen Arbeitslinie die Möglichkeit besitzt, Spannungen umzulagern, wird im Rahmen der Biegebemessung die Auslegung auf Betondruckversagen empfohlen [vgl. JSCE (1997); ACI 440.1R-15 (2015); CSA S806-12 (2012)].
- Aufgrund der in der Regel niedrigeren Elastizitätsmoduln und höheren Festigkeiten der FVK-Bewehrung im Vergleich zu konventionellem Betonstahl ergeben sich bei maximaler Ausnutzung geringere Betondruckzonenhöhen und Biegesteifigkeiten im gerissenen Zustand, die zu größeren Verformungen führen. Aus diesem Grund werden Nachweise der Gebrauchstauglichkeit in der Regel für die Bemessung maßgebend.

# 3.3.1.2 Einfluss des spröden Versagens der FVK-Bewehrung

Aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens mit sprödem Versagen wird der Mittelwert sowie die Standardabweichung der Zugfestigkeit von FVK-Bewehrung deutlich von der Länge der Bewehrung unter Zugbeanspruchung sowie von der Anzahl der parallel angeordneten Elemente beeinflusst. Die statistischen Grundlagen für diesen Maßstabseffekt werden in Weibull (1951) und Gollwitzer und Rackwitz (1990) beschrieben und in Vořechovský und Chudoba (2006), Rempel und Ricker (2017) und Rempel (2018) auf Bewehrung aus FVK übertragen. Bei mehreren seriell oder parallel geschalteten spröden Elementen determiniert in der Regel das schwächste Element die Gesamttragfähigkeit, während sich durch das Fließen bei Elementen aus Betonstahl die Gesamttragfähigkeit aus der Summe der Einzeltragfähigkeiten ergibt. Hierdurch verringert sich der Mittelwert der Bruchspannung für FVK-Bewehrung bei erhöhter Anzahl von Elementen, wie sie zum Beispiel in Bauteilversuchen vorkommen. Einige Aspekte sind dabei noch nicht vollständig geklärt und bedürfen weiterer Forschung. Zum einen wird davon ausgegangen, dass eine mögliche Korrelation von Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul aus der Mikrostruktur des Materials resultiert, die im Allgemeinen nicht bekannt ist. Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul werden aus diesem Grund in der Regel als unkorreliert betrachtet [vgl. Vořechovský und Chudoba (2006)]. Eine gewisse Korrelation dieser Parameter kann jedoch erwartet werden, da Festigkeit und Elastizitätsmodul auch vom Streckungsgrad und von der Faserorientierung abhängig sind. Des Weiteren unterliegt in Betonbauteilen die Höhenlage eines einzelnen Bewehrungselementes einer ausführungsbedingten Streuung. Die Beanspruchung wird somit nicht mehr gleichmäßig auf alle Bewehrungselemente verteilt. Die niedrige Wahrscheinlichkeit, dass die ungünstigste Kombination aus niedriger Festigkeit und hoher Beanspruchung auftritt, führt zu einer Abschwächung dieses Maßstabseffektes. Zusätzlich zu den vorgenannten Punkten ist die anzusetzende Länge der Bewehrung unter Zugbeanspruchung in bewehrten Betonbauteilen schwierig abzuschätzen, da diese vom Rissverhalten, der Laststellung sowie der Dehnungsverteilung der Bewehrung abhängig ist. In Rempel (2018) werden für jeden vertikal verlaufenden Biegeriss im Bereich konstanter Momentenbeanspruchung pauschal  $L_{Zug,Biegeriss} = 5$  mm als anzusetzende Länge festgelegt. Zusätzlich hierzu werden horizontal verlaufende Spaltrisse ebenfalls angesetzt. In seinen Untersuchungen wurde zudem festgestellt, dass sich seriell geschaltete Systeme hinsichtlich der Reduktion des Mittelwertes wie parallel geschaltete Systeme verhalten. Serielle Systeme versagen, wenn die Tragfähigkeit des schwächsten Elementes erreicht ist. Parallele Systeme verfügen jedoch über die Möglichkeit einer Umlagerung bei Versagen des schwächsten Elementes auf die verbleibenden Elemente, insofern diese die freiwerdende Zugkraft aufnehmen können. Bei kleinen Variationskoeffizienten der FVK-Zugfestigkeit und damit nah beieinander liegenden Zugfestigkeiten der Elemente kann die freiwerdende Zugkraft von den verbleibenden Elementen i. d. R. nicht aufgenommen werden, da deren Zugfestigkeit bereits ebenfalls stark ausgenutzt war. Bei größeren Variationskoeffizienten wird die Möglichkeit der Umlagerung wahrscheinlicher, wodurch auch der Variationskoeffizient der Systemtragfähigkeit sinkt. Ab einer Elementanzahl von n = 10 und einem zugehörigen Abminderungsfaktor für den Mittelwert von ca.  $\alpha_{f,eff} = 0.85$  nimmt dieser Faktor mit zunehmender Elementanzahl nur noch geringfügig weiter ab. Zur Ermittlung der Abminderung des Mittelwertes der Zugfestigkeit infolge erhöhter Elementanzahl kann analog zu Rempel (2018) das nachfolgend beschriebene Vorgehen verwendet werden.

Ermittlung der Bewehrungslänge unter Zugbeanspruchung

$$L_{\rm Zug,ges} = n_{\rm Biegerisse} \cdot L_{\rm Zug,Biegeriss} + n_{\rm Spaltrisse} \cdot L_{\rm Spaltriss} \qquad Gl. \ 3-10$$

Dabei ist:

$L_{\rm Zug,ges}$	Bewehrungslänge unter Zugbeanspruchung eines Bewehrungsstabes
	bzw. eines Faserstranges
<i>n</i> <sub>Biegerisse</sub>	Anzahl der Biegerisse im Bereich konstanter Momentenbeanspru-
	chung
$L_{ m Zug, Biegeriss}$	Anzusetzende Länge annähernd konstanter Bewehrungsdehnung je
	Einzelriss
$n_{\rm Spaltrisse}$	Anzahl horizontal verlaufender Spaltrisse
$L_{ m Spaltriss}$	Länge des horizontal verlaufenden Spaltrisses
#### Ermittlung der äquivalenten Elementanzahl

Dabei ist:

n	Äquivalente Anzahl an Elementen als Produkt paralleler und seriel-
	ler Elemente im Verhältnis zur Elementlänge aus dem Zugversuch
<i>n</i> <sub>Parallel</sub>	Anzahl parallel verlaufender Elemente
$L_{ m Zugversuch}$	Freie Länge des zum Mittelwert und zur Standardabweichung der
	Zugfestigkeit zugehörigen Zugversuches

#### Umrechnung der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten

Im nächsten Schritt erfolgt eine Umrechnung der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der Zugfestigkeit des Bewehrungssystems  $p_{sys}$  und jener der Referenzzugfestigkeit aus dem Zugversuch  $p_{Zugversuch}$ . Wird beispielsweise das 50 %-Quantil der Systemtragfähigkeit in einem Bauteil gesucht, so wird  $p_{sys} = 0,5$  eingesetzt. Dies entspricht bei einer Elementanzahl von n = 10 somit einer Unterschreitungswahrscheinlichkeit der Referenzzugfestigkeit aus dem Zugversuch von  $p_{Zugversuch} \approx 0,067$ . Wird jedoch der charakteristische Wert (bzw. das 5 %-Quantil) gesucht, so ergibt sich für  $p_{sys} = 0,05$  und n = 10 eine Unterschreitungswahrscheinlichkeit des Referenzzugfestigkeit von  $p_{Zugversuch} \approx 0,005$ .

$$p_{\text{Zugversuch}} = 1 - (1 - p_{\text{sys}})^{1/n}$$
 Gl. 3-12

Dabei ist:

 $p_{sys}$ Gewünschte Unterschreitungswahrscheinlichkeit der Zugfestigkeit<br/>der FVK-Bewehrung im Bauteil<br/>z. B.  $p_{sys} = 0.5$  für 50 %-Quantil oder  $p_{sys} = 0.05$  für 5%-Quantil $p_{Zugversuch}$ Zugehörige Unterschreitungswahrscheinlichkeit der FVK-Bewehrung im Zugversuch

## Ablesen des z-Wertes

Mit Hilfe von Standardnormalverteilungstabellen kann der entsprechende *z*-Wert bei der Gegenwahrscheinlichkeit  $q_{Zugversuch} = 1 - p_{Zugversuch}$  abgelesen werden. Die Standardnormalverteilungstabelle ist in Anhang A dargestellt.

## Berechnen der Systemzugfestigkeit

Mit Hilfe der vorangegangenen Umrechnung kann die Systemzugfestigkeit berechnet werden. Das Verfahren trifft die Annahme einer normalverteilten Zugfestigkeit im Zugversuch, die näherungsweise angesetzt werden kann, vgl. Rempel (2018).

$$f_{t,mod} = f_{tm,Zugversuch} - z \cdot s_{Zugversuch} \qquad Gl. \ 3-13$$

Dabei ist:

Zugfestigkeit unter Berücksichtigung der Elementanzahl
Mittelwert der Zugfestigkeit aus dem Zugversuch
z-Wert aus Standnormalverteilungstabelle
Standardabweichung der Zugfestigkeit aus dem Zugversuch

# 3.3.2 Querkrafttragfähigkeit

## 3.3.2.1 Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

## Tragverhalten im gerissenen Zustand

Unter Biege- und Querkraftbeanspruchung bilden sich bei bewehrten Betonbauteilen nach Erreichen der Betonzugfestigkeit im Bereich konstanter Momentenbeanspruchung senkrecht zu den Hauptspannungstrajektorien und dementsprechend nahezu vertikal verlaufende Biegerisse. In Bereichen mit höherer Querkraftbeanspruchung neigen sich die auftretenden Biegeschubrisse mit der oberen Rissspitze in Richtung Systemmitte. Bei weiterer Beanspruchung entsteht nach Hegger und Görtz (2006) ein kritischer Schubriss, der sich nach oben hin stark in Richtung Lasteinleitung neigt und unten entlang der Längsbewehrung als Dübelriss fortpflanzt. Hierbei findet ein Systemwechsel zu einer Sprengwerktragwirkung mit signifikanter Umlagerung statt, der bei geringen geometrischen Längsbewehrungsgraden bereits zu einem schlagartigen Versagen führen kann, während bei höheren Bewehrungsgraden eine deutliche Laststeigerung möglich ist. Abbildung 3-3 stellt die Hauptspannungstrajektorien eines bewehrten Betonbauteils im ungerissenen Zustand I sowie das Rissbild eines Schubversuchs nach Leonhardt und Walther (1962) im Versagenszustand dar.

# 3 Grundlagen zum Tragverhalten bewehrter Betonbauteile



Abbildung 3-3 Hauptspannungstrajektorien (Zustand I) und Rissbild im Versagenszustand eines Schubversuchs nach Leonhardt und Walther (1962)

Zur Berechnung der Querkrafttragfähigkeit bewehrter Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung existieren zahlreiche Modellvorstellungen und Berechnungsansätze. Neben dem direkten Lastabtrag in das Auflager wird die Querkrafttragfähigkeit dabei über die nachfolgend aufgelisteten Mechanismen charakterisiert, über deren Anteil an der Gesamtquerkrafttragfähigkeit trotz langandauernder Forschung kein Konsens herrscht:

*V*<sub>cc</sub> Traganteil der ungerissenen Druckzone (engl.: concrete compression)

*V*<sub>rs</sub> Zugspannungen in der Bruchprozesszone (engl.: residual tensile stresses)

*V*<sub>agg</sub> Rissreibung und Rissverzahnung (engl.: aggregate interlock)

*V*<sub>dow</sub> Dübelwirkung der Längsbewehrung (engl. dowelling action)

An diesen unterschiedlichen Mechanismen lässt sich bereits erkennen, dass die Querkrafttragfähigkeit von einer Vielzahl unterschiedlicher Parameter beeinflusst wird. Neben den Elastizitätsmoduln von Beton und Bewehrung, Form und Größe der Gesteinskörnung, Bewehrungsgrad und Bauteilhöhe beeinflusst die sogenannte Schubschlankheit  $\lambda$  die Querkrafttragfähigkeit. Diese beschreibt das Verhältnis aus einwirkendem Biegemoment im Verhältnis zur Querkraft und zur statischen Nutzhöhe  $\lambda = M_{\text{max}} / (V_{\text{max}} \cdot d)$  und entspricht im Falle von Einzellasten dem Abstand zwischen Lasteinleitung und Auflager im Verhältnis zur statischen Nutzhöhe  $\lambda = a / d$ . Die Abhängigkeit der Querkrafttragfähigkeit von der Schubschlankheit wird durch das Schubtal nach Kani (1964) beschrieben. Dieses Schubtal beschreibt den Sachverhalt, dass die Biegetragfähigkeit bei bestimmten Schubschlankheiten nicht ausgenutzt werden kann und Querkraftversagen maßgebend wird.

# Verlauf des kritischen Schubrisses

Görtz (2004) untersuchte eine Vielzahl unterschiedlicher Rissbilder von Schubversuchen aus der Literatur. Vor Beginn der instabilen Rissbildung lässt sich dabei der Rissverlauf des kritischen Schubrisses durch die charakteristischen Punkte A-B-C (vgl. Abbildung 3-4) beschreiben. Der Schubriss entwickelt sich aus einem Biegeriss und verläuft zunächst von Punkt A aus nahezu vertikal nach oben, um an Punkt B in Richtung Lasteinleitung abzuknicken. In Höhe der Nulllinie (Punkt C) knickt der kritische Schubriss weiter in Richtung Punkt E ab und pflanzt sich zeitgleich von Punkt B entlang der Längsbewehrung in Richtung Auflager über den Punkt D zu Punkt F fort.

Görtz (2004) stellte fest, dass die Lage des Punktes A des kritischen Schubrisses zwischen 0,3 a und 0,6 a schwankt und im Mittel bei 0,5 a festgelegt werden kann. Zu einem vergleichbaren Ergebnis kommt auch Javidmehr (2019), die durch Auswertung der in Reineck et al. (2012) zusammengetragenen Schubversuche einen mittleren Abstand der Schwerachse im ungerissenen Zustand von 0,55 a feststellte. Punkt B liegt nach Görtz (2004) in einer Höhe von ca. 0,2 d bis 0,55 d von der Bewehrungslage und Punkt C etwa in Höhe der Nulllinie im Zustand II.

Zink (2000) und Tran (2018) legen das maßgebende Versagenskriterium auf den Beginn des instabilen Risswachstums fest, während in anderen Forschungsarbeiten auch die Tragfähigkeit über diesen Punkt hinaus untersucht wird [vgl. Cavagnis (2017); Choi et al. (2016)]



Abbildung 3-4 Charakteristischer Verlauf des kritischen Schubrisses nach Görtz (2004) mit Rissbild aus Remmel (1994)

## Tragmechanismen

#### Traganteil der ungerissenen Druckzone

Im gerissenen Zustand können durch die weiterhin ungerissene Betondruckzone Querkräfte über Schubspannungen abgetragen werden. Bei einem Versagen zum Zeitpunkt der instabilen Rissbildung in Höhe der Dehnungsnulllinie des gerissenen Querschnitts erreicht die maximale Schubspannung  $\tau_{xz}$  die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  bei einem Schubrisswinkel  $\theta = 45^{\circ}$ unter Vernachlässigung von Spannungen in z-Richtung  $\sigma_z$  [vgl. Zink (2000) und Gl. 3-14]. Bei Berücksichtigung eines parabolischen Verlaufs der Schubspannungen kann der Traganteil der Druckzone nach Gl. 3-15 bestimmt werden.

Für  $\sigma_1 = f_{ct}$ ;  $\sigma_x = \sigma_z = 0$ :

$$\sigma_{1/2} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{z}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x} + \sigma_{z}}{2}\right)^{2} + \tau_{xz}^{2}} \rightarrow \tau_{xz} = f_{ct} \qquad Gl. \ 3-14$$

Befindet sich die Rissspitze des kritischen Schubrisses jedoch bereits oberhalb der Dehnungsnulllinie und damit innerhalb der Druckzone, kann die Schubspannung aufgrund der einwirkenden Drucknormalspannungen die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  übersteigen [vgl. Choi et al. (2016) und Gl. 3-16]. Zur Ermittlung der Schubspannungen wird dabei die im Mittel einwirkende Drucknormalspannung  $\sigma_x$  im Bereich des flach verlaufenden Schubrisses oberhalb der Dehnungsnulllinie angesetzt. Wird die Querkrafttragfähigkeit beim Durchschlagen der Druckzone erreicht, so kann der Traganteil der Druckzone in Anlehnung an Choi et al. (2016) nach Gl. 3-17 bestimmt werden. Die Neigung des Schubrisses ergibt sich folglich aus Gl. 3-18.

Für 
$$\sigma_1 = f_{ct}; \sigma_z = 0$$
:

$$\sigma_{1/2} = \frac{\sigma_{\rm x} + \sigma_{\rm z}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\rm x} + \sigma_{\rm z}}{2}\right)^2 + \tau_{\rm xz}^2} \rightarrow \tau_{\rm xz} = \sqrt{f_{\rm ct}\left(f_{\rm ct} - \sigma_{\rm x}\right)} \qquad Gl. \ 3-16$$

$$\cot \theta = \tau_{xz} / \sigma_1 = \sqrt{f_{ct} (f_{ct} - \sigma_x)} / f_{ct} \qquad Gl. \ 3-18$$

Hierbei wird jedoch der parabolische Verlauf der Schubspannungen in der Druckzone vernachlässigt, sodass der Traganteil der Druckzone größer ausfällt. Des Weiteren handelt es sich um Zug-Druck-Bereiche, weshalb in Park et al. (2013) eine Abminderung der Zugfestigkeit auf Basis der Untersuchungen zur mehraxialen Festigkeit des Betons von Kupfer et al. (1969) vorgeschlagen wird, vgl. Gl. 3-19.

Vu (2011) verfolgte einen empirischen Ansatz, bei dem die maximale Schubspannung durch Kalibrierung an 878 Versuchsergebnissen einer Querkraftdatenbank ermittelt wurde und sich nach Gl. 3-20 ergibt.

$$\tau_{\max} \approx 1.3 \cdot f_{ck}^{-1/4} \qquad \qquad Gl. \ 3-20$$

#### Zugspannungen in der Bruchprozesszone

Im Bereich der Rissspitze, der sogenannten Bruchprozesszone, können bei kleinen Rissöffnungen weiterhin Zugspannungen übertragen werden, die durch ihren vertikalen Anteil zur Querkrafttragfähigkeit beitragen, vgl. Kapitel 2.2.3. Die Größe der Bruchprozesszone gibt Zink (2000) auf Basis der Untersuchungen von Hillerborg (1983) mit  $0,3 - 0,5 l_{ch}$  an. Die charakteristische Länge  $l_{ch}$  entspricht dabei der halben Länge eines Betonkörpers unter zentrischer Zugspannung, dessen gespeicherte elastische Energie identisch ist mit der Bruchenergie  $G_F$ , die benötigt wird, um einen vollständigen Trennriss zu erzeugen, vgl. Gl. 3-21.

Die charakteristische Länge ist keine physikalische Größe und beschreibt als Materialkonstante die Sprödigkeit eines Werkstoffs. Da die Größe der Bruchprozesszone im Wesentlichen von den Materialeigenschaften des Betons abhängig ist, ist der Anteil der Bruchprozesszone an der Gesamtquerkrafttragfähigkeit für kleinere Bauteile größer im Vergleich zu sehr großen Bauteilen, woraus ein ausgeprägter Maßstabseffekt resultiert.

## Rissreibung und -verzahnung

Als weiteren Mechanismus des Querkraftabtrags beschreibt Reineck (1990) die Rissreibung und Rissverzahnung in der Zugzone des gerissenen Querschnitts, der maßgeblich von Größe und Form der verwendeten Gesteinskörnung abhängig ist. Walraven (1980) führte eine Vielzahl an experimentellen Untersuchungen durch und entwickelte vereinfachte Gleichungen, mit denen die Schub- und Normalspannungen in der Rissfläche beschrieben werden können. Diese vereinfachten Gleichungen sind gültig für Größtkorndurchmesser zwischen 16 mm und 32 mm und nur von der Würfeldruckfestigkeit des Betons sowie den auftretenden Rissbreiten *w* und Relativverschiebungen  $\Delta$  zwischen den Rissufern abhängig, vgl. Gl. 3-22 und Gl. 3-23.

$$\sigma_{\rm ag} = -\frac{f_{\rm c,cube}}{20} + \left[1,35 \cdot w^{-0.63} + \left(0,191 \cdot w^{-0.552} - 0,15\right) \cdot f_{\rm c,cube}\right] \cdot \Delta \qquad Gl. \ 3-22$$

$$\tau_{\rm ag} = -\frac{f_{\rm c,cube}}{30} + \left[1,8 \cdot w^{-0.8} + \left(0,234 \cdot w^{-0.707} - 0,20\right) \cdot f_{\rm c,cube}\right] \cdot \Delta \qquad Gl. \ 3-23$$

Bažant und Gambarova (1980) beschreiben, dass die Rissreibung grundsätzlich erst bei Auftreten einer Relativverschiebung bzw. eines Schlupfes aktiviert wird. Gleichzeitig entstehen durch Verformungsbehinderungen Druckspannungen auf den Rissflächen, die zur Erfüllung des Gleichgewichtes als Zugkraftkomponente durch die Bewehrung aufgenommen werden muss. Diese Zugkraft verursacht größere Rissöffnungen und führt zu einer Abnahme der Druckspannung, sodass eine iterative Ermittlung zur Erfüllung des Gleichgewichtes notwendig wird. Gambarova und Karakoç (1983) optimierten den Ansatz von Bažant und Gambarova (1980), der sich in Gl. 3-24 und Gl. 3-25 wiederfindet.

$$\sigma_{\rm ag} = -0,62 \cdot \sqrt{w} \cdot \frac{r}{\left(1 + r^2\right)^{0.25}} \cdot f_{\rm ct}$$
 Gl. 3-24

$$\tau_{\rm ag} = \tau_0 \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{2w}{a_{\rm g}}} \right) \cdot r \cdot \frac{a_3 + a_4 \cdot |r|^3}{1 + a_4 \cdot r^4} \qquad Gl. \ 3-25$$

Dabei ist:

$$r = \Delta / w$$
  

$$\tau_0 = 0, 2 \cdot f_{c,cube}$$
  

$$a_3 = 2, 45 / \tau_0$$
  

$$a_4 = 2, 44 \cdot (1 - 4 / \tau_0)$$

Auf Basis des Vorschlags von Vecchio und Collins (1986), der sein Rissreibungsgesetz auf den experimentellen Untersuchungen von Walraven (1980) stützte und die auftretenden Relativverschiebungen und Normalspannungen vernachlässigt, schlagen Fisker und Hagsten (2016) eine vergleichbare Formulierung vor, die eine notwendige Begrenzung der maximalen Rissbreite vorsieht, bei der noch Schubspannungen übertragen werden können, vgl. Gl. 3-26.

$$\tau_{\rm ag} = \frac{0.18 \cdot \sqrt{f_{\rm c,cube}}}{0.31 + \frac{24 \cdot w}{a_{\rm g} + 16}} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_0}\right)$$
Gl. 3-26

In Herbrand (2017) sowie Herbrand und Hegger (2017) wird dieser Vorschlag aufgegriffen und die Gleichung mit Hilfe von Ergebnissen aus Schubversuchen kalibriert, vgl. Gl. 3-27.

$$\tau_{\rm ag} = \frac{0.14 \cdot \sqrt{f_{\rm ck}}}{0.31 + \frac{24 \cdot w}{a_{\rm g} + 16}} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_0}\right)$$
Gl. 3-27

Dabei ist:

$$1,0 \le w_0 = 2,0-0,1 \cdot (f_{ck} - 50) \le 2,0 \ (w_0 \ \text{in mm})$$

Wie aus Abbildung 3-5 ersichtlich ist, zeigen die Ansätze von Walraven (1980) und Vecchio und Collins (1986) für kleine Rissbreiten eine gute Übereinstimmung. Für größere Rissbreiten überschätzen Vecchio und Collins (1986) die Rissreibungsspannung, sodass die Notwendigkeit einer Begrenzung der maximalen Rissbreite wie in Fisker und Hagsten (2016) deutlich wird.



Abbildung 3-5 Schubspannungen bzw. Rissreibungsspannungen in Abhängigkeit von der Rissbreite

## Dübelwirkung

Die Längsbewehrung in bewehrten Betonbauteilen verbindet benachbarte Rissufer und verringert die Rissbreite in diesem Bereich. Bei einer auftretenden Relativverschiebung der beiden Rissufer werden Dübelkräfte aktiviert, die nach Baumann und Rüsch (1970) zu einem horizontalen Dübelriss und einem Absprengen der Betondeckung führen können. Die Größe der Kraft wird in der Regel über die elastische Bettung der Längsbewehrung errechnet und erreicht ihr Maximum bei Erreichen der Dübelrisslast. Dieser Dübelriss ist nach Fischer (1997) Voraussetzung für große Rotationen um die Rissspitze und ein Durchschlagen des kritischen Schubrisses in die Druckzone. Bei Auftreten des horizontalen Dübelrisses nimmt der Traganteil der Dübelwirkung ab und der Querkraftabtrag muss auf andere Tragmechanismen umgelagert werden.

Die Dübelrisslast lässt sich nach Baumann und Rüsch (1970) durch Gl. 3-28 bestimmen, die sich aus dem Produkt der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ , der Nettobreite des Querschnitts  $b_n$  und einer empirisch ermittelten Länge in Abhängigkeit vom Durchmesser ergibt.

$$V_{\rm dow} = 7,6 \cdot b_{\rm n} \cdot d_{\rm b} \cdot f_{\rm c,cube\,200}^{1/3} \approx 7,8 \cdot b_{\rm n} \cdot d_{\rm b} \cdot f_{\rm cm}^{1/3} \qquad Gl. \ 3-28$$

Dabei ist:

- $b_{\rm n} = b n \cdot d_{\rm b}$
- *d*<sub>b</sub> Durchmesser der Längsbewehrung

Vor Erreichen dieser Dübelrisslast kann durch Messungen der auftretenden Relativverschiebungen und Endwinkelverdrehungen des betrachteten Abschnittes der Längsbewehrung die Dübelkraft ermittelt werden. Cavagnis (2017) verwendet ein Polynom dritter Ordnung zur Beschreibung der Verformungen der Längsbewehrung sowie die photogrammetrisch ermittelten Verformungen durchgeführter Schubversuche. Die Länge des betrachteten verbundfreien Bereichs  $l_{da}$  entspricht der Länge zwischen kritischem Schubriss und angrenzendem Horizontalriss. Die Dübelkraft ergibt sich demnach nach Gl. 3-29, deren einzelne Parameter in Abbildung 3-6 illustriert sind.

$$V_{\rm dow} = \frac{6 \cdot n \cdot E_{\rm s/f} \cdot I_{\rm y,i}}{l_{\rm da}^3} \cdot \left[ v_0 - v_1 + \frac{l_{\rm da}}{2} \cdot \left( v'_0 + v'_1 \right) \right]$$
Gl. 3-29

Da die Dübelwirkung in diesem Fall von Elastizitätsmodul  $E_{s/f}$  und Eigenträgheitsmoment  $I_{y,i}$  der Längsbewehrungsstäbe abhängig ist, wird der Einfluss nichtmetallischer Bewehrung auf die Querkrafttragfähigkeit deutlich. Durch die in der Regel niedrigeren Elastizitätsmoduln der FVK-Bewehrung und dem deutlich niedrigeren Eigenträgheitsmoment textiler Bewehrungselemente verringert sich der Anteil der Dübelwirkung an der Gesamtquerkrafttragfähigkeit. Des Weiteren können durch die auftretenden Relativverschiebungen der Rissufer hohe Scherbeanspruchungen auftreten, die aufgrund geringer Scherfestigkeiten der FVK-Bewehrung zu einem zusätzlichen Initialversagen führen können. Ferner sind durch das transversal isotrope Materialverhalten der Bewehrung und dem damit verbundenen deutlich niedrigeren Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung größere Relativverschiebungen der Rissufer möglich.



Abbildung 3-6 Ermittlung der Dübelkraft in Anlehnung an Cavagnis (2017)

## Querkraftmodelle

Zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Modelle, die unter anderem ausführlich in Herbrand (2017) erläutert sind, sodass hier lediglich auf zwei ausgewählte Modelle näher eingegangen wird.

#### Modell nach Muttoni [Muttoni et al. (2018)]

Der Mittelwert der Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen ohne Schubbewehrung ergibt sich nach der dehnungsbasierten Critical Shear Crack Theory in Anlehnung an Muttoni et al. (2018) nach Gl. 3-30.

$$V_{\rm Rc} = \left(100 \cdot \rho_{\rm l} \cdot f_{\rm c} \cdot \frac{E_{\rm s/f}}{E_{\rm s,0}} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{a_{\rm cs}}\right)^{1/3} \cdot b_{\rm w} \cdot d \ge V_{\rm Rc,0} \qquad Gl. \ 3-30$$

Dabei ist:

$$V_{\rm Rc,0} = 0,021 \cdot \left(\frac{f_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm s/f,max}} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{d}\right)^{1/2}$$

*E*<sub>s/f</sub> Elastizitätsmodul der Bewehrung

Maximale Dehnung in der Bewehrung zur Ermittlung der Mindestquerkrafttragfähigkeit

Hergeleitet wird das Modell mit Hilfe eines dehnungsbasierten Ansatzes, bei dem davon ausgegangen wird, dass die auf die Festigkeit und Geometrie bezogene Querkrafttragfähigkeit  $v_{\rm R} = b \cdot d \cdot f_{\rm cm}^{0.5}$  von der Dehnung der Längsbewehrung  $\varepsilon_{\rm s/f}$  sowie einem Maßstabsfaktor  $d / d_{\rm dg}$  abhängt. In Muttoni et al. (2018) wird dabei die hyperbolische Funktion in Gl. 3-31 angesetzt.

$$\frac{V_{\rm R}}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_{\rm cm}}} = \frac{0.3}{1 + 48 \cdot \varepsilon_{\rm s/f}} \cdot \frac{d}{d_{\rm dg}}$$
Gl. 3-31

Dabei ist:

$$\varepsilon_{\rm s/f} = \frac{M}{z \cdot A_{\rm s/f} \cdot E_{\rm s/f}} = \frac{V_{\rm E} \cdot a_{\rm cs}}{z \cdot \rho_{\rm s/f} \cdot b \cdot d \cdot E_{\rm s/f}}$$

 $a_{cs}$  Abstand zwischen Lager und maßgebendem Schnitt

 $a_{cs} = V_{E} \cdot (a - 0, 5 \cdot d)$  bzw. auf der sicheren Seite liegend:  $a_{cs} = \lambda \cdot d \ge 2, 5 \cdot d$  Da die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit mit dieser Funktion nur iterativ möglich ist, wurde die hyperbolische Funktion zunächst mit Hilfe einer Potenzfunktion angenähert, vgl. Gl. 3-32.

$$\frac{V_{\rm R}}{b \cdot d} = 0,021 \cdot \left(\frac{f_{\rm cm} \cdot d_{\rm dg}}{\varepsilon_{\rm s/f} \cdot d}\right)^{1/2} = 0,021 \cdot \left(\frac{f_{\rm cm} \cdot d_{\rm dg}}{v_{\rm R} \cdot a_{\rm cs}} \cdot \rho_{\rm l} \cdot E_{\rm s} \cdot \frac{z}{d}\right)^{1/2} \qquad Gl. \ 3-32$$

Diese Funktion lässt sich nun nach der Variablen v<sub>R</sub> auflösen, sodass sich als Lösung ergibt:

$$\frac{V_{\rm R}}{b \cdot d} = 0,021^{2/3} \cdot \left(\rho_1 \cdot E_{\rm s/f} \cdot f_{\rm cm} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{a_{\rm cs}} \cdot \frac{z}{d}\right)^{1/3} \qquad Gl. \ 3-33$$

Die in Gl. 3-30 dargestellte Funktion versteht sich als Näherung, bei der die Werte für den Elastizitätsmodul von Betonstahl sowie für das Verhältnis z / d = 0.9 eingesetzt wurden.

# Modell nach Tran [Tran (2018)]

Das Unified Shear Model nach Tran (2018) erlaubt ebenfalls eine direkte Anpassung für Bauteile mit nichtmetallischer Bewehrung und legt den maßgebenden Versagenspunkt, vergleichbar zu den Überlegungen von Zink (2000), auf den Beginn des instabilen Risswachstums. Die Herleitung verfolgte das Ziel, die Querkrafttragfähigkeit auf Basis mechanischer Grundlagen abzuleiten. Die Querkrafttragfähigkeit für Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung lässt sich nach Tran (2017) und Tran (2018) gemäß Gl. 3-34 berechnen.

$$V_{\rm R} = \frac{1}{3} \cdot f_{\rm ct} \cdot b \cdot d \cdot \xi \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{d_0}{d}}\right) \qquad Gl. \ 3-34$$

Dabei ist:

$$\begin{aligned} \xi &= x/d = \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_{\rm e} \cdot \rho_{\rm l}}} - 1\right) \cdot \alpha_{\rm e} \cdot \rho_{\rm l} \\ \alpha_{\rm e} &= E_{\rm s/f} / E_{\rm c} \\ d_0 &= l_{\rm ch} \cdot \frac{1,67 \cdot (3 - \xi)}{k_1 \cdot k_2 \cdot (1 - \xi) \cdot (\lambda - 1)} \\ l_{\rm ch} &= \frac{E_{\rm c} \cdot G_{\rm F}}{f_{\rm ct}^2} \\ k_1 &= (E_{\rm f} / E_{\rm s})^{0.25} \\ k_2 &= 1 - f_{\rm ct,R} / f_{\rm ctm} \end{aligned}$$
(Faktor zur Berücksichtigung von Kurzfasern)  
$$k_2 = 1,0$$
(Für Beton ohne Kurzfasern)

## 3.3.2.2 Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung

## Allgemeines

Die Querkrafttragfähigkeit bewehrter Betonbauteile mit Querkraftbewehrung setzt sich nach Görtz (2004) aus einem Betontraganteil und einem Traganteil der Querkraftbewehrung zusammen und stellt die wirksamste Möglichkeit dar, die Querkrafttragfähigkeit eines Bauteils zu steigern. Bei Auftreten eines zur Querkraftbewehrung geneigten Risses erfährt diese eine Dehnung, die der weiteren Rissöffnung entgegenwirkt. Durch die Querkraftbewehrung erfolgt eine Verbindung der Rissufer, wodurch Zugspannungen in den umliegenden Beton eingetragen werden können. Aus dem auftretenden Rissbild ist zu erkennen, dass eine Beschreibung der Tragwirkung querkraftbewehrter Bauteile mit Hilfe eines Stabwerkbzw. Fachwerkmodells sinnvoll ist und bereits unter anderem von Mörsch (1908) vorgeschlagen wurde. Abbildung 3-7 zeigt einen Schubversuch sowie das Rissbild im Versagenszustand nach Leonhardt und Walther (1962) sowie ein idealisiertes Fachwerk. In diesem Fachwerk ist die Betondruckkraft der Druckgurt, während die Längsbewehrung den Zuggurt darstellt. Verbunden werden diese mit Hilfe von geneigt verlaufenden Betondruck-streben und senkrecht verlaufenden Bügelzugstreben.



Abbildung 3-7 Idealisiertes Fachwerk mit Rissbild aus Leonhardt und Walther (1962)

Nach Kurth (2012) können bei querkraftbewehrten Bauteilen neben dem Biegeschubversagen auch weitere Versagensmodi auftreten. Ein Versagen der Bügelzugstrebe oder der Betondruckstrebe wird als Schubzugversagen respektive Schubdruckversagen bezeichnet und tritt überwiegend in profilierten Querschnitten auf.

Zur Berechnung der Querkrafttragfähigkeit existiert eine Vielzahl an Modellen, die unter anderem in Görtz (2004); Niewels (2009); Kurth (2012) beschrieben werden. Häufig wird ein sogenanntes 45°-Fachwerk mit einem Betontraganteil verwendet, das auch Grundlage für viele Bemessungsmodelle ist. Nach Kurth (2012) zeigen Bauteilversuche jedoch, dass die aus den auftretenden Risswinkeln abgeleiteten Druckstrebenwinkel deutlich kleiner als 45° sind und das Modell das tatsächliche Tragverhalten nicht wirklichkeitsnah widerspiegelt und die Querkrafttragfähigkeit damit teilweise deutlich unterschätzt wird. Görtz (2004) und Niewels (2009) modifizierten den Druckstrebenneigungswinkel in Abhängigkeit vom Querkraftbewehrungsgrad.

#### Bemessung nach ACI 440.1R-15 (2015)

Die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung nach ACI 440.1R-15 (2015) setzt sich aus einem Betontraganteil  $V_c$  und einem Fachwerktraganteil  $V_f$  zusammen. Der Betontraganteil basiert auf den Überlegungen von Tureyen und Frosch (2003) und entspricht näherungsweise dem Traganteil der ungerissenen Betondruckzone. Die Bestimmung des Fachwerkanteils erfolgt unter Ansatz eines Druckstrebenneigungswinkels von  $45^\circ$ . Zur Begrenzung der Schubrissbreiten wird die Dehnung der Querkraftbewehrung auf  $\varepsilon_{fw} = 4$  ‰ begrenzt. Diese Begrenzung konnte in den Untersuchungen von Ahmed et al. (2010a); Ahmed et al. (2010b) an Betonbauteilen mit CFK- bzw. GFK-Bügeln bestätigt werden. Die Berechnung der Bügelfestigkeit erfolgt nach JSCE (1997), vgl. Gl. 2-29.

$$V_{\rm R} = V_{\rm c} + V_{\rm f} = \frac{2 \cdot \sqrt{f_{\rm c}} \cdot b_{\rm w} \cdot x}{5} + \frac{A_{\rm fw} \cdot f_{\rm fw} \cdot d \cdot \cot \theta}{s_{\rm w}} \le V_{\rm max} \qquad Gl. \ 3-35$$

Dabei ist:

$V_{c}$	Betontraganteil
C	U

- V<sub>f</sub> Fachwerkanteil
- $f_{c}$  Charakteristische Betondruckfestigkeit (entspricht etwa 9%-Quantil)
- $b_{w}$  Stegbreite
- *x* Betondruckzonenhöhe
- A<sub>fw</sub> Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung

$$f_{fw} = 0,004 \cdot E_{f} \le f_{w}$$

$$f_{w} = \left(0,05 \cdot \frac{r}{\emptyset_{f}} + 0,30\right) \cdot f_{t} \text{ nach JSCE (1997), vgl. Gl. 2-29}$$

- d Statische Nutzhöhe
- s<sub>w</sub> Bügelabstand
- $\theta$  Druckstrebenneigungswinkel; für 45°-Fachwerk  $\cot \theta = 1,0$

$$V_{\rm max} = 0,66 \cdot \sqrt{f_{\rm c}} \cdot b_{\rm w} \cdot d$$

Für die Berechnung des Fachwerkanteils wird die statische Nutzhöhe angesetzt, obwohl im idealisierten Fachwerk die Druck- und Zuggurte durch die resultierende Betondruckkraft und die Bewehrungszugkraft widergespiegelt werden und dementsprechend ein Ansatz des Hebelarms der inneren Kräfte *z* hier gerechtfertigter ist.

# 3.4 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

# 3.4.1 Spannungen und Dehnungen auf Gebrauchslastniveau

Im Gegensatz zum Grenzzustand der Tragfähigkeit werden im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit die Nachweise unter real auftretenden Einwirkungen während der Nutzung mit dem Ziel geführt, Spannungen, Verformungen und Rissbreiten möglichst klein zu halten, vgl. Zilch und Zehetmaier (2010). Hierdurch kann die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons hinreichend genau mit einem linearen Ansatz approximiert werden. Dabei können folgende Zustände unterschieden werden:

- Zustand I: Ungerissener Querschnitt Biegesteifigkeit *EI*<sub>I</sub>
- Reiner Zustand II: Gerissener Querschnitt Biegesteifigkeit *EI*<sub>II</sub>
- Mittleres Bauteilverhalten unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen Biegesteifigkeit *EI*<sub>m</sub>

In biegebeanspruchten Bauteilen können mehrere Zustände gleichzeitig vorhanden sein. Während unter maximaler Beanspruchung in Feldmitte dieser Bereich bereits in den Zustand II versetzt wird, können Randbereiche unterhalb des Rissmomentes  $M_{\rm cr}$  noch im Zustand I verbleiben. Dadurch, dass aufgrund der Verbundwirkung zwischen zwei Rissen eine Kraft in den Beton eingeleitet wird, wird die Biegesteifigkeit im Zustand II von diesem Zugversteifungseffekt beeinflusst. Das mittlere Bauteilverhalten wird in den folgenden Abschnitten 3.4.2 und 3.4.3 zur Berechnung von Rissbreiten und Verformungen intensiv behandelt. In diesem Abschnitt werden die Berechnungsgleichungen für Spannungen, Dehnungen und Krümmungen im Zustand I und reinen Zustand II zusammengefasst. In biegebeanspruchten Bauteilen, in denen ein Ebenbleiben der Querschnitte unterstellt wird, kann davon ausgegangen werden, dass die Schubverzerrungen vernachlässigt werden können. Hierdurch können nach König et al. (2008) die Biegeverformungen durch zweifache Integration der Krümmungen berechnet werden.

Zur Ermittlung der Biegesteifigkeiten und Querschnittswerte im Zustand I und reinen Zustand II unter Biegebeanspruchung können die in Tabelle 3-1 dargestellten Formeln für Rechteckquerschnitte verwendet werden. Als Bezugselastizitätsmodul wird zur Ermittlung der Querschnittswerte der Elastizitäsmodul des Betons angesetzt.

	0 <b>z</b>	0 1 0
	Zustand I	Zustand II
	$\begin{array}{c} \begin{array}{c} & A_{s'f,2} \\ \hline h & d \\ \downarrow \end{array} \end{array} \xrightarrow{A_{s'f,2}} \\ & & \bullet \\ & \bullet \\ & \bullet \\ \hline \end{array} \xrightarrow{A_{s'f,1}} b \end{array} \xrightarrow{A_{s'f,2}} \\ \end{array}$	$ \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ &$
X	$\rho_{1,I} = A_{s/f,1} / (b \cdot h)$ $\rho_{2,I} = A_{s/f,2} / (b \cdot h)$ $\alpha_e = E_{s/f} / E_{cm,eff}$ $B_I = (\alpha_e - 1) \cdot (\rho_{1,I} + \rho_{2,I})$ $A_I = B_I / h \cdot (d + d_2)$ $k_{xI} = (0, 5 + A_I) / (1 + B_I)$ $x_I = k_{xI} \cdot h$	$\rho_{1,II} = A_{s/f,1} / (b \cdot d)$ $\rho_{2,II} = A_{s/f,2} / (b \cdot d)$ $\alpha_{e} = E_{s/f} / E_{cm,eff}$ $A_{II} = \alpha_{e} \cdot (\rho_{1,II} + \rho_{2,II})$ $k_{xII} = -A_{II} + \sqrt{A_{II}^{2} + 2 \cdot \alpha_{e} \cdot (\rho_{1,II} + \rho_{2,II} \cdot d_{2} / d)}$ $x_{II} = k_{xII} \cdot d$
I	$I_{\rm I} = k_{\rm I} \cdot b \cdot h^3 / 12$ $k_{\rm I} = 1 + 12 \cdot (0, 5 - k_{\rm xI})^2$ $+ 12 \cdot (\alpha_{\rm e} - 1) \cdot \rho_{\rm I,I} \cdot (d / h - k_{\rm xI})^2$ $+ 12 \cdot (\alpha_{\rm e} - 1) \cdot \rho_{\rm I,I} \cdot A_{\rm s/f,2} / A_{\rm s/f,I} \cdot (k_{\rm xI} - d_2 / h)^2$	$I_{II} = k_{II} \cdot b \cdot d^{3} / 12$ $k_{II} = 4 \cdot k_{xII}^{3}$ $+ 12 \cdot \alpha_{e} \cdot \rho_{I,II} \cdot (1 - k_{xII})^{2}$ $+ 12 \cdot \alpha_{e} \cdot \rho_{I,II} \cdot A_{s/f,2} / A_{s/f,1} \cdot (k_{xII} - d_{2} / d)^{2}$
S	$S_{I} = A_{s/f,1} \cdot z_{s/f,1} + A_{s/f,2} \cdot z_{s/f,2}$ $z_{s/f,2} < 0$	$S_{\rm II} = A_{\rm s/f,1} \cdot z_{\rm s/f,1} + A_{\rm s/f,2} \cdot z_{\rm s/f,2}$ $z_{\rm s/f,2} < 0$

 Tabelle 3-1
 Ermittlung der Querschnittswerte bei reiner Biegebeanspruchung

Die nachfolgende Zusammenstellung zur Berechnung von Krümmungen, Spannungen und Dehnungen gilt bei reiner Biegebeanspruchung und ohne Berücksichtigung einer Druckbewehrung.

## **Zustand I**

Krümmungen

$$\kappa_{\rm I} = \frac{M}{EI_{\rm I}} = \frac{M}{E_{\rm cm}I_{\rm i,I}} \qquad Gl. \ 3-36$$

Dabei ist:

- $\kappa_{I}$  Krümmung im Zustand I
- *M* Einwirkendes Biegemoment
- *EI*<sub>1</sub> Biegesteifigkeit im Zustand I
- $E_{\rm cm}$  Mittlerer Elastizitätsmodul des Betons
- $I_{i,I}$  Ideelles Flächentragheitsmoment 2. Ordnung (entspricht  $I_I$  nach Tabelle 3-1)

<u>Spannungen</u>

$$\sigma_{\rm c,I} = \frac{M}{I_{\rm i,I}} \cdot z \qquad Gl. \ 3-37$$

$$\sigma_{s/f,I} = \alpha_e \cdot \frac{M}{I_{i,I}} \cdot z_{s/f} \qquad Gl. \ 3-38$$

Dabei ist:

- $\sigma_{c,I}$  Betondruckspannung im Zustand I
- *z* Abstand vom ideellen Querschnittsschwerpunkt
- $\sigma_{\rm s/f,I}$  Bewehrungspannung im Zustand I
- $\alpha_{e}$  Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Bewehrung und Beton
- $z_{s/f}$  Abstand der Bewehrung vom ideellen Querschnittsschwerpunkt

Dehnungen

$$\varepsilon_{\rm c,I} = \frac{\sigma_{\rm c,I}}{E_{\rm cm}} \qquad Gl. \ 3-39$$

$$\varepsilon_{\rm s/f,1} = \frac{\sigma_{\rm s/f}}{E_{\rm s/f}} \qquad Gl. \ 3-40$$

Dabei ist:

 $\varepsilon_{c,I}$  Betondehnung im Zustand I

 $\varepsilon_{s/f,I}$  Bewehrungsdehnung im Zustand I

#### **Zustand II**

<u>Krümmungen</u>

$$\kappa_{\rm II} = \frac{M}{EI_{\rm II}} = \frac{\varepsilon_{\rm s/f,II}}{d - x_{\rm II}} \qquad Gl. \ 3-41$$

Dabei ist:

- $\kappa_{II}$  Krümmung im reinen Zustand II
- *M* Einwirkendes Biegemoment
- $EI_{II}$  Biegesteifigkeit im reinen Zustand II
- $\varepsilon_{s/f,II}$  Bewehrungsdehnung im reinen Zustand II
- $x_{II}$  Betondruckzonenhöhe im reinen Zustand II

## <u>Spannungen</u>

$$\sigma_{c2,II} = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot \frac{\zeta}{2} \cdot \left(1 - \frac{\zeta}{3}\right)}$$
Gl. 3-42

$$\sigma_{s/f,II} = \frac{M}{z \cdot A_{s/f}} = \frac{M}{\left(d - \frac{x}{3}\right) \cdot \rho_{s/f} \cdot b \cdot d} = \sigma_{c2,II} \cdot \alpha_{e} \cdot \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)$$
Gl. 3-43

Dabei ist:

- $\sigma_{\rm c2,II}$   $\,$  Betonranddruckspannung im reinen Zustand II  $\,$
- $\sigma_{\rm s/f,II}$  Bewehrungspannung im reinen Zustand II
- *z* Hebelarm der inneren Kräfte
- $\rho_{\rm s/f,II}$   $\,$  Geometrischer Bewehrungsgrad im reinen Zustand II  $\,$
- $\xi$  Bezogene Druckzonenhöhe im reinen Zustand II (entspricht  $k_{xII}$  nach Tabelle 3-1)

### <u>Dehnungen</u>

$$\varepsilon_{\rm c2,II} = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \varepsilon_{\rm s/f,II}}{\xi} = \frac{6 \cdot \mu_{\rm SLS}}{3 \cdot \xi - \xi^2} \qquad Gl. \ 3-44$$

$$\varepsilon_{s/f,II} = \frac{M}{z \cdot E_{s/f} \cdot A_{s/f}} = \frac{M}{d \cdot \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) \cdot E_{s/f} \cdot A_{s/f}} = \frac{\mu_{SLS}}{\Omega} \cdot \frac{3}{3 - \xi} \qquad Gl. \ 3-45$$

Dabei ist:

 $\varepsilon_{\rm c2,II}$   $\,$  Betonranddehnung im reinen Zustand II  $\,$ 

 $\varepsilon_{s/f,II}$  Bewehrungsdehnung im reinen Zustand II

$$\mu_{\rm SLS} = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot E_{\rm cm}}$$

Bezogenes einwirkendes Biegemoment für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

$$\Omega = \alpha_{\rm e} \cdot \rho_{\rm s/f} = \frac{E_{\rm s/f}}{E_{\rm cm}} \cdot \frac{A_{\rm s/f}}{b \cdot d}$$

Dehnsteifigkeitsverhältnis

## 3.4.2 Rissbreiten und Rissabstände

Zur Beschreibung des Rissverhaltens wird zunächst vereinfachend ein bewehrter Stahlbetonstab unter monoton steigender Zugbeanspruchung betrachtet. Wie in König und Tue (1996) beschrieben und in Abbildung 3-8 dargestellt, kann das Tragverhalten in unterschiedliche Phasen eingeteilt werden. Im ungerissenen Zustand I liegt die auftretende Zugspannung unterhalb der Betonzugfestigkeit, sodass die Steifigkeit unabhängig von der Belastungshöhe mittels ideeller Querschnittswerte ermittelt werden kann. Tritt der erste Riss auf, übernimmt der Betonstahl im Rissquerschnitt die gesamte Zugkraft und die Dehnung im Beton fällt auf Null. Durch die Dehnungsunterschiede in Beton und Bewehrung entstehen Relativverschiebungen, die beidseits des Rissquerschnitts zu Verbundspannungen führen und somit wieder Zugspannungen in den Betonquerschnitt einleiten. Die Länge zwischen dem Rissquerschnitt und der Stelle, an der die über Verbund eingetragenen Betonzugspannungen die Betonzugfestigkeit erreichen, wird als Einleitungslänge  $l_t$  bezeichnet. Bei weiterer Beanspruchung bilden sich bedingt durch die Streuung der Betonzugfestigkeit weitere Risse bis ein abgeschlossenes Rissbild entstanden ist, bei dem sich keine weiteren Risse mehr öffnen. Dieser Zustand wird in der Regel bei der 1,3-fachen Risslast erreicht, da auch das 95%-Quantil der Betonzugfestigkeit nach DIN EN 1992-1-1 (2011)  $f_{\text{ctk};0,95} = 1,3 f_{\text{ctm}}$  beträgt. Erreicht der Betonstahl die Streckgrenze, wird nach Alvarez (1998) der Verbund durch die zunehmenden Relativverschiebungen sukzessive zerstört.



Abbildung 3-8 Dehnungsverteilung eines zugbeanspruchten Stahlbetonstabes in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010)

Wie aus den zuvor erläuterten und in Abbildung 3-8 dargestellten Zusammenhängen ersichtlich ist, entspricht der minimale Rissabstand  $s_{r,min}$  der einfachen Einleitungslänge und der maximale Rissabstand  $s_{r,max}$  der doppelten Einleitungslänge. König und Tue (1996) geben das Verhältnis  $s_{r,m}$  /  $s_{r,max}$  auf Basis theoretischer Untersuchungen von Krips (1985) und Gerstle et al. (1992) im Bereich zwischen 0,58 und 0,72 an. Der obere Wert von 0,72 wird von König und Tue (1996) zur Analyse von Bauteilversuchen empfohlen und führt zu einem mittleren Rissabstand von  $s_{r,m} = 1,44 l_t$ . Die Einleitungslänge  $l_t$  ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht zwischen der Verbundkraft  $F_b$  und der Kraft zur Erzeugung eines Risses  $F_{cr}$ . Im Falle des Einzelrisses sind die Stahl- und Betondehnungen am Ende der Einleitungslänge gleich, sodass diese direkt durch die Stahlspannung ausgedrückt werden kann.

$$l_{t} = 0,25 \cdot \frac{\sigma_{s/f,r^{2}} \cdot \mathcal{O}_{s/f}}{\tau_{bm}} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_{e} \cdot \rho_{s/f,eff}} \quad \text{Einzelriss} \qquad Gl. \ 3-46$$

$$l_{\rm t} = 0,25 \cdot \frac{f_{\rm ct,eff}}{\tau_{\rm bm}} \cdot \frac{\not{0}_{\rm s/f}}{\rho_{\rm s/f,eff}} \qquad \text{Abgeschlossenes Rissbild} \qquad Gl. 3-47$$

Dabei ist:

 $\sigma_{s/f,r^2}$  Bewehrungsspannung im Rissquerschnitt

 $f_{ct,eff}$  Effektive Betonzugfestigkeit unter Berücksichtigung von Eigenspannungen

 $\tau_{\rm bm}$  Mittlere Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung

 $\rho_{\rm s/f.eff}$  Effektiver geometrischer Bewehrungsgrad

In fib Model Code 2010 (2013) wird aufgrund des gestörten Verbundes im Bereich des Risses ein additives Element zur Vergrößerung des Rissabstandes berücksichtigt, das proportional zur Betondeckung steht. Dieses Element wird jedoch intensiv diskutiert und führt bei großen Betondeckungen zu überschätzten Rissabständen, sodass in DIN EN 1992-1-1/NA (2013) diese Verbundstörung nicht angesetzt wird. Zur Berücksichtigung des Einflusses dieser Verbundstörung sowie des Einflusses der Querabstände der Stäbe auf die Rissabstände, sieht CEB Bulletin d'information no. 158-E (1983) eine Modifikation der Rissabstände vor. Dieses additive Element lässt sich nach Gl. 3-48 ermitteln.

$$\Delta s_{\rm r,m} = d_1 + \frac{s}{10} \qquad Gl. \ 3-48$$

Dabei ist:

 $d_1$  Achsmaß der Bewehrung (Abstand Außenkante zur Achse der Bewehrung)

*s* Abstand der Längsbewehrung in Querrichtung (Verhältnis Breite zur Anzahl der Bewehrungselemente)

Anstelle der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  wird zur Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit und zur Berücksichtigung von Eigenspannungen infolge Schwindens und abfließender Hydratationswärme in bewehrten Betonbauteilen die Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der Bauteildicke *h* abgemindert.

$$f_{\rm ct,eff} = k_{\rm e} \cdot f_{\rm ctm}$$
 Gl. 3-49

Dabei ist:

$$k_{\rm e} = 0.8$$
 für  $h \le 0.30$  m  
 $k_{\rm e} = 0.5$  für  $h \ge 0.80$  m

Des Weiteren wird die mittlere Verbundspannung benötigt, die sich zwischen zwei Rissen einstellt. Diese kann durch Lösen des Integrals des Verbundspannungsverlaufs ermittelt werden.

Wie aus obiger Gleichung erkennbar ist, wird der Funktionsverlauf des Schlupfes benötigt, um die mittlere Verbundspannung zu berechnen. Diese ergibt sich nach Tue und König (1992) näherungsweise für die Zustände der Einzelrissbildung und der abgeschlossenen Rissbildung nach Gl. 3-51 und Gl. 3-52.

$$\tau_{\rm bm} = \frac{C \cdot (1-\alpha)}{1+\alpha} \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^{\alpha} \qquad \text{Einzelriss} \qquad \qquad Gl. \ 3-51$$

$$\tau_{\rm bm} = \frac{C}{1 + \lambda \cdot \alpha} \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^{\alpha}$$
 Abgeschlossene Rissbildung *Gl. 3-52*

Dabei ist (für gerippten Betonstahl):

$$C = 0,31 \cdot \beta_{Wm} \approx 0,33 \cdot f_{cm}$$

$$\alpha = 0,30$$

$$\lambda = \begin{cases} \frac{2}{1-\alpha} \\ \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \cdot \left(\frac{F_R}{F_S}\right)^{1.5} + 1,0 \end{cases} \text{ für } F_S \leq F_R$$

$$F_R = A_{c,eff} \cdot f_{ct,eff}$$

$$F_S = \sigma_{sr2} \cdot A_s = M_s / z + N$$

Dabei ist (für FVK-Bewehrung nach Niewels (2009)):

 $C, \alpha$  Experimentell zu bestimmen

$$\lambda = \begin{cases} \frac{2}{1-\alpha} \\ \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \cdot \left(\frac{F_{\rm R}}{F_{\rm f}}\right)^{4,84\cdot\alpha^2+1,68} + 1,0 \end{cases} \text{für } F_{\rm f} \le F_{\rm R}$$
$$F_{\rm R} = A_{\rm c,eff} \cdot f_{\rm ct,eff}$$
$$F_{\rm f} = \sigma_{\rm fr2} \cdot A_{\rm f} = M_{\rm f} / z + N$$

Des Weiteren wird zur Beschreibung der Rissbildungsprozesse der effektive geometrische Bewehrungsgrad und damit die effektive Betonfläche  $A_{c,eff}$  benötigt, welche die Kraft beschreibt, die benötigt wird, um einen weiteren Riss zu öffnen.

$$\rho_{\rm s/f,eff} = A_{\rm s/f} / A_{\rm c,eff} \qquad Gl. 3-53$$

Dabei ist:

$$\begin{aligned} A_{\rm c,eff} &= h_{\rm c,eff} \cdot b \\ h_{\rm c,eff} &= \begin{cases} 0, 25 \cdot h & \text{für } h / d_1 \leq 10 \\ 0, 05 \cdot h + 2 \cdot d_1 \\ 5 \cdot d_1 & \text{für } 10 < h / d_1 < 60 \\ & \text{für } h / d_1 > 60 \end{cases} \end{aligned}$$

Die maximale Rissbreite kann nun aus der mittleren Dehnungsdifferenz zwischen Beton und Stahl und der zweifachen Einleitungslänge ermittelt werden.

Dabei ist:

$$\varepsilon_{s/f,m}$$
Mittlere Bewehrungsdehnung zwischen zwei Rissen $\varepsilon_{cm}$ Mittlere Betondehnung zwischen zwei Rissen

Hierfür wird ein Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$  eingeführt, durch den die mittleren Dehnungen ausgedrückt werden und der im abgeschlossenen Rissbild sowohl vom Verbundverhalten als auch von der einwirkenden Beanspruchung abhängig ist.

Nach Tue und König (1992) sowie Niewels (2009) wird der Völligkeitsbeiwert hergeleitet, indem vorausgesetzt wird, dass im Riss der Schlupf der halben Rissbreite s = w/2 entspricht und zwischen den Rissen der Schlupf s = 0 beträgt. Die Schlupffunktion wird dementsprechend aufgestellt, wobei der genaue Verlauf zunächst unbekannt ist und daher mit einem Exponenten  $\lambda$  versehen wird, vgl. Gl. 3-56.

Die Funktion der Verbundspannungen ergibt sich demnach nach Gl. 3-57.

$$\tau(x) = C \cdot s^{\alpha}(x) = C \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{x}{l_{t}}\right)^{\alpha \cdot \lambda} \qquad Gl. \ 3-57$$

Der Völligkeitsbeiwert für die Dehnung der Bewehrung wird definiert als mittlere Spannungsdifferenz im Verhältnis zur maximalen Spannungsdifferenz in der Bewehrung. Daraus ergibt sich der Völligkeitsbeiwert für den Beton nach Gl. 3-58.

$$\beta_{t} = 1 - \frac{\Delta \sigma_{s/f,m}}{\Delta \sigma_{s/f}} \qquad \qquad Gl. \ 3-58$$

Auf Basis der zuvor genannten Festlegungen lassen sich die maximale und mittlere Spannungsdifferenz durch Lösen der Integrale in den Grenzen der Lasteinleitungslänge nach Gl. 3-59 bis Gl. 3-63 bestimmen.

$$\Delta \sigma_{s/f}(x) = \int_{0}^{x} \tau(x) \cdot \frac{U_{s/f}}{A_{s/f}} dx = \frac{4}{\emptyset_{s/f}} \cdot \int_{0}^{x} C \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{x}{l_{t}}\right)^{\alpha \cdot \lambda} dx \qquad Gl. 3-59$$

$$\Delta \sigma_{s/f}(x) = \frac{2^{2-\alpha} \cdot C \cdot x^{\alpha \cdot \lambda + 1} \cdot w^{\alpha}}{\emptyset_{s/f} \cdot l_{t}^{\alpha \cdot \lambda} \cdot (\alpha \cdot \lambda + 1)} \qquad Gl. \ 3-60$$

$$\Delta \sigma_{s/f}(l_t) = \frac{2^{2-\alpha} \cdot C \cdot l_t \cdot w^{\alpha}}{\mathscr{O}_{s/f} \cdot (\alpha \cdot \lambda + 1)} \qquad Gl. \ 3-61$$

$$\Delta\sigma_{s/f,m} = \frac{1}{l_t} \cdot \int_0^{l_t} \Delta\sigma_{s/f}(x) dx = \frac{1}{l_t} \cdot \int_0^{l_t} \frac{2^{2-\alpha} \cdot C \cdot x^{\alpha \cdot \lambda + 1} \cdot w^{\alpha}}{\mathscr{O}_{s/f} \cdot l_t^{\alpha \cdot \lambda} \cdot (\alpha \cdot \lambda + 1)} dx \qquad Gl. 3-62$$

$$\Delta \sigma_{s/f,m} = \frac{2^{2-\alpha} \cdot C \cdot l_t \cdot w^{\alpha}}{\emptyset_{s/f} \cdot (\alpha \cdot \lambda + 1) \cdot (\alpha \cdot \lambda + 2)} \qquad Gl. \ 3-63$$

Nach Lösen der beiden Integrale kann nun der Völligkeitsbeiwert nach Gl. 3-64 ermittelt werden.

$$\beta_{t} = 1 - \frac{\Delta \sigma_{s/f,m}}{\Delta \sigma_{s/f}} = 1 - \frac{1}{2 + \lambda \cdot \alpha} = \frac{1 + \lambda \cdot \alpha}{2 + \lambda \cdot \alpha} \qquad Gl. \ 3-64$$

Bei der Auswertung dieses Völligkeitsbeiwertes für gerippten Betonstahl ergibt sich ein Wert von 0,65 für den Einzelrisszustand und ein Wert von 0,57 für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, der eine gute Übereinstimmung mit dem in fib Model Code 2010 (2013) angegebenen Wert von 0,60 zeigt. Mit diesen Eingangswerten kann nun die Rissbreite für die jeweiligen Zustände berechnet werden. Der Additionsterm für die Einleitungslänge ist hierin nicht berücksichtigt.

Einzelriss:

$$w_{\max} = \frac{1 - \beta_{t}}{1 + \alpha_{e} \cdot \rho_{s/f,eff}} \cdot \frac{\sigma_{s/f,r2}^{2} \cdot \mathcal{O}_{s/f}}{2 \cdot E_{s/f} \cdot \tau_{bm}} \qquad Gl. \ 3-65$$

Abgeschlossenes Rissbild:

$$w_{\max} = \frac{f_{\text{ct,eff}} \cdot \mathcal{O}_{\text{s/f}}}{2 \cdot E_{\text{s/f}} \cdot \tau_{\text{bm}} \cdot \rho_{\text{s/f,eff}}} \cdot \left(\sigma_{\text{s/f,r2}} - \beta_{\text{t}} \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{s/f,eff}}} \cdot \left(1 + \alpha_{\text{e}} \cdot \rho_{\text{s/f,eff}}\right)\right) \qquad Gl. 3-66$$

Zur Berücksichtigung langandauernder und wiederholter Beanspruchung ist ebenfalls eine Unterscheidung zwischen dem Zustand der Einzelrissbildung und dem abgeschlossenen Rissbild zu treffen. Im Falle des Einzelrisses bleiben die mittlere Beton- und Stahldehnung konstant, sodass die Verbundkriecheffekte lediglich zu einer Vergrößerung der Einleitungslänge führen. Bei der abgeschlossenen Rissbildung hingegen führt die Verschlechterung des Verbundes zu einer Abnahme der Betonspannungen zwischen zwei Rissen bei gleichbleibendem Rissabstand. Mit den aus Gl. 3-8 und Gl. 3-9 bekannten Verbundkriechfaktoren können die Rissbreiten für langandauernde und wiederholte Beanspruchung berechnet werden.

Einzelriss:

$$w_{\max}(t) = \left(1 + \varphi_{v}\right)^{\alpha} \cdot \frac{1 - \beta_{t}}{1 + \alpha_{e} \cdot \rho_{s/f,eff}} \cdot \frac{\sigma_{s/f,r2}^{2} \cdot \mathcal{O}_{s/f}}{2 \cdot E_{s/f} \cdot \tau_{bm}} \qquad Gl. \ 3-67$$

Abgeschlossenes Rissbild:

$$w_{\max}(t) = \frac{f_{\text{ct,eff}} \cdot \mathcal{O}_{\text{s/f}}}{2 \cdot E_{\text{s/f}} \cdot \tau_{\text{bm}} \cdot \rho_{\text{s/f,eff}}} \cdot \left(\sigma_{\text{s/f,r2}} - \frac{\beta_{\text{t}} \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot \left(1 + \alpha_{\text{e}} \cdot \rho_{\text{s/f,eff}}\right)}{\left(1 + \varphi_{\text{v}}\right)^{\alpha} \cdot \rho_{\text{s/f,eff}}}\right) \qquad Gl. 3-68$$

Dabei ist:

 $\varphi_{v} = k_{t} = (1+10 \cdot t)^{0.08} - 1$  Dauerbeanspruchung  $\varphi_{v} = k_{N} = (1+N)^{0.107} - 1$  Wiederholte Beanspruchung

Aus den dargestellten Zusammenhängen ist für die Berechnung der Rissbreiten von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung ersichtlich, dass bei gleichbleibenden Verbundeigenschaften eine Vergrößerung der auftretenden Rissbreiten zu erwarten ist. Insbesondere bei der Verwendung von FVK-Bewehrung mit einem niedrigeren Elastizitätsmodul (GFK, BFK), bei der zusätzlich auch Kriecheffekte durch bewehrungsinterne Spannungsumlagerungen auftreten, ist mit einer deutlich vergrößerten Rissbreite zu rechnen. Bei Verwendung von Bewehrung mit höherem Elastizitätsmodul (CFK) sind diese Effekte deutlich schwächer ausgeprägt. Gleichzeitig kann bei einer Ausnutzung der hohen Zugfestigkeiten mit niedrigeren Bewehrungsgraden gerechnet werden, die wiederum zu erhöhten Rissbreiten führen.

Neben dem Einfluss des Verbundkriechens haben auch das Kriechen und Schwinden des Betons einen Einfluss auf die Rissbreite. In zugbeanspruchten Bauteilen erfolgt eine Spannungsumlagerung vom Beton auf die Bewehrung, die jedoch in der Regel vernachlässigbar gering ist. In biegebeanspruchten Bauteilen hingegen erfolgt eine Zunahme der Zugkraft in der Bewehrung aufgrund der Verkürzung des inneren Hebelarms. Dieser Aspekt wird im nachfolgenden Kapitel diskutiert.

# 3.4.3 Verformungen

Aufgrund der nichtlinearen Zusammenhänge des Werkstoff- und Tragverhaltens bewehrter Betonbauteile wurde die Ermittlung von Durchbiegungen in Stahlbetonkonstruktionen bereits ausführlich untersucht, vgl. Mayer (1967), Schaper (1982), König et al. (1999), Zilch und Donaubauer (2006), Sippel (2003), Krüger und Mertzsch (2006). Neben der genauen Berechnung der Verformungen auf Basis der Integration des Krümmungsverlaufs existieren auch verschiedene vereinfachte Berechnungsverfahren zur Abschätzung der auftretenden Verformungen. Quast (2010) verglich unterschiedliche Ansätze zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und stellte fest, dass insbesondere bei hohen Druckbeanspruchungen ein Ansatz mittlerer Betonzugfestigkeiten im Vergleich zur Verwendung modifizierter Stahlkennlinien geeigneter ist.



Abbildung 3-9 Krümmungen und modifizierte Stahlkennlinie zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010)

Zur Bestimmung der Verformungen bei reiner Biegebeanspruchung kann der Krümmungsverlauf unter Zuhilfenahme des Prinzips der virtuellen Kräfte integriert werden. Da der Beton zwischen den Rissen mitwirkt, wird eine modifizierte Stahlkennlinie (vgl. Abbildung 3-9) verwendet, die im Vergleich zum reinen Zustand II zu verringerten mittleren Krümmungen  $\kappa_m$  führt. Der Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$ , der für den maximalen Rissabstand bei etwa 0,60 für gerippten Betonstahl liegt (vgl. Kapitel 3.4.2), muss zur Ermittlung der Verformungen niedriger angesetzt werden. Im Falle des maximalen Rissabstandes erreicht die Dehnung des Betons zwischen den Rissen die maximale Zugdehnung  $\varepsilon_{ct}$  des Betons. Da für Verformungsberechnungen das mittlere Bauteilverhalten entscheidend ist, wird der Fall des mittleren Rissabstandes  $s_{r,m}$  betrachtet, bei dem vereinfacht  $s_{r,m} \approx 2/3 s_{r,max}$  gilt. Somit erreicht die Dehnung des Betons zwischen den Rissen im Mittel nur  $\varepsilon_c = 2/3 \varepsilon_{ct}$ . In Abbildung 3-10 ist der vereinfachte Verlauf der Bewehrungs- und Betondehnungen vor und nach Bildung eines weiteren Risses in Anlehnung an König und Tue (1996) dargestellt. Hieraus ist die Reduktion des Völligkeitsbeiwertes im Falle des mittleren Rissabstandes anhand der reduzierten mittleren Betondehnungen erkennbar.



Abbildung 3-10 Vereinfachter Verlauf der Beton- und Bewehrungsdehnungen vor und nach Bildung eines weiteren Risses in Anlehnung an König und Tue (1996)

Der mittlere Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  wird dadurch um diesen Faktor verringert und kann mit nachfolgender Gleichung bestimmt werden.

$$\beta_{t,m} = \frac{2}{3} \cdot \beta_t \longrightarrow \beta_{t,m,s} \approx \frac{2}{3} \cdot 0,60 = 0,40 \qquad \qquad Gl. \ 3-69$$

Der mittlere Völligkeitsbeiwert des Betons (siehe Beschreibung und Herleitung in Kapitel 3.4.2) ist sowohl vom Belastungszustand (Zustand des Einzelrisses oder abgeschlossenes

Rissbild) und den Verbundeigenschaften als auch von der Zeit bzw. der Lastwechselzahl (Verbundkriechen) abhängig. Abbildung 3-11 stellt die Zusammenhänge dar, aus denen deutlich wird, dass niedrigere Werte des Koeffizienten  $\alpha$  zwar zu einer geringeren Völligkeit zum Zeitpunkt t = 0 führen, aber zu höheren Werten im Zeitpunkt  $t = \infty$ .



Abbildung 3-11 Mittlerer Völligkeitsbeiwert des Betons in Abhängigkeit vom Belastungszustand und von der Zeit (Verbundkriechen)

Zur Ermittlung der mittleren Krümmungen sowie der Verformungen kann das in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010) nachfolgend beschriebene Verfahren verwendet werden.

Berechnung des Spannungssprungs beim Übergang in Zustand II

$$\Delta \sigma_{\rm sr} = \sigma_{\rm sr2} - \sigma_{\rm sr1} = \frac{M_{\rm cr}}{z^{\rm II} \cdot A_{\rm s}} - \alpha_{\rm e} \cdot \frac{M_{\rm cr}}{I_{\rm c}} \cdot z_{\rm s} \qquad Gl. \ 3-70$$

Ermittlung der Spannungen und Dehnungen im Zustand II

$$\sigma_{s2} = \frac{M_E}{z^{II} \cdot A_s} \longrightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s}$$
Gl. 3-71

Dabei ist:

$$z^{\mathrm{II}} = d - \frac{x^{\mathrm{II}}}{3}$$

Hebelarm der inneren Kräfte im Zustand II (Annahme linearer Verteilung der Betonspannungen)

 $x^{II}$  Druckzonenhöhe im Zustand II

Berechnung der mittleren Dehnungen anhand der modifizierten Stahlkennlinie

Bereich 1: Ungerissen ( $0 < \sigma_{s2} \le \sigma_{sr}$ )

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s1}$$
 Gl. 3-72

Bereich 2: Rissbildung ( $\sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le 1, 3 \cdot \sigma_{sr}$ )

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s2} - \frac{\beta_{\rm t} \cdot (\sigma_{\rm s2} - \sigma_{\rm sr}) + (1, 3 \cdot \sigma_{\rm sr} - \sigma_{\rm s2})}{0, 3 \cdot \sigma_{\rm sr}} \cdot (\varepsilon_{\rm sr2} - \varepsilon_{\rm sr1}) \qquad Gl. \ 3-73$$

Bereich 3: Abgeschlossenes Rissbild  $(1, 3 \cdot \sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le f_{y})$ 

Bereich 4: Fließen des Stahls ( $f_v < \sigma_{s2} \le f_t$ )

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s2} - \beta_{\rm t} \cdot \left(\varepsilon_{\rm sr2} - \varepsilon_{\rm sr1}\right) + \delta_{\rm d} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{\rm sr2}}{f_{\rm y}}\right) \cdot \left(\varepsilon_{\rm s2} - \varepsilon_{\rm sy}\right) \qquad Gl. \ 3-75$$

Dabei ist:

$\delta_{\mathrm{d}}$	= 0,6	für normalduktilen Stahl
	= 0,8	für hochduktilen Stahl

Ermittlung der Zuggurtsteifigkeit

$$E_{\rm s,eff} = \frac{\sigma_{\rm s2}}{\varepsilon_{\rm sm}} \rightarrow \alpha_{\rm s,eff} = \frac{E_{\rm s,eff}}{E_{\rm cm}} \qquad Gl. \ 3-76$$

Ermittlung der mittleren Druckzonenhöhe und des mittleren Hebelarms

# $x_{\rm m}^{\rm II}, z_{\rm m}^{\rm II}$ Mittlere Druckzonenhöhe und Hebelarm der inneren Kräfte unter Ansatz von $\alpha_{\rm s,eff}$

Ermittlung der mittleren Dehnung

$$\varepsilon_{\rm sm} = \frac{M_{\rm E}}{z_{\rm m}^{\rm II} \cdot E_{\rm s, eff} \cdot A_{\rm s}} \qquad Gl. \ 3-77$$

Ermittlung der mittleren Krümmung

$$\kappa_{\rm m} = \frac{\varepsilon_{\rm sm}}{d - x_{\rm m}^{\rm II}} \qquad Gl. \ 3-78$$

Tabellarische Bestimmung der Verformungen

Bestimmung des einwirkenden Momentes  $M_{E,i}$ , der mittleren Krümmung  $\kappa_{m,i}$  sowie das virtuelle Moment  $\delta M_i$  für jede Stelle des  $x_i$  des Systems

Numerische Integration mit Hilfe der Simpson-Regel (Vorfaktoren fi)

1	2	3	4	5	6	7
i	x <sub>i</sub>	$M_{\rm E,i}$	$\kappa_{\rm m,i} \cdot 10^{-3}$	$\delta M_{\rm i}$	$f_{\rm i}$	$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \Delta x / 3$
1	0,0	0,00	0,000	0,0	1	0,000
2	0,2	8,19	0,129	0,1	4	0,003
3	0,4	15,96	0,251	0,2	2	0,007
21	4,0	84,00	4,998	2,0	1	0,666

Beispieltabelle:

Durch Kriechen und Schwinden des Betons, aber auch durch Kriechen der Faserverbundkunststoff-Bewehrung, kann eine deutliche Vergrößerung der Verformungen über die Zeit eintreten. Zur Berechnung von Zusatzverformungen infolge Betonkriechens ist die Einführung eines effektiven Elastizitätsmoduls  $E_{c,eff}$  des Betons sinnvoll, vgl. Gl. 3-79. Da die Kriechzahl nach DIN EN 1992-1-1 (2011) auf den Tangentenmodul bezogen ist, erfolgt eine Anpassung der Kriechzahl über den Faktor  $\alpha_i$  (vgl. Gl. 2-1). Für zeitlich veränderliche Spannungen sollte der Kriechbeiwert zusätzlich mit dem Relaxations- bzw. Alterungsbeiwert  $\rho(t,t_0)$  (vgl. Kapitel 2.2.4) abgemindert werden.

$$\varepsilon_{c\sigma}(t,t_0) = \frac{\sigma_{c}(t_0)}{E_{ci}} \cdot \left[1 + \varphi(t,t_0)\right]$$

$$= \frac{\sigma_{c}(t_0)}{E_{c,eff}(t,t_0)} = \frac{\sigma_{c}(t_0)}{E_{cm}(t_0)/\left[1 + \alpha_{i} \cdot \varphi(t,t_0)\right]}$$
*Gl. 3-79*

Im ungerissenen Zustand kriechen sowohl die Druck- als auch die Zugzone des Querschnitts. Die Krümmungen vergrößern sich bei konstantem Biegemoment durch den verringerten effektiven Elastizitätsmodul. Die Schwerpunktlinie bleibt bei unbewehrten Querschnitten auf gleicher Höhe, während sich im Falle asymmetrisch bewehrter Querschnitte die Schwerpunktlinie in Richtung der größeren Dehnsteifigkeit verschiebt und somit auch das ideelle Trägheitsmoment *I*<sub>i</sub> verändert. Die zeitlich veränderlichen Krümmungen infolge Kriechens können für Rechteckquerschnitte im ungerissenen Zustand I mit Gl. 3-80 bestimmt werden.

$$\frac{\kappa^{\mathrm{I}}(t,t_{0})}{\kappa^{\mathrm{I}}(t_{0})} = \frac{E_{\mathrm{c}}(t_{0}) \cdot I_{\mathrm{i}}^{\mathrm{I}}(t_{0})}{E_{\mathrm{c,eff}}(t,t_{0}) \cdot I_{\mathrm{i},\mathrm{eff}}^{\mathrm{I}}(t,t_{0})} = \left[1 + \alpha_{\mathrm{i}} \cdot \varphi(t,t_{0})\right] \cdot \frac{I_{\mathrm{i}}^{\mathrm{I}}(t_{0})}{I_{\mathrm{i},\mathrm{eff}}^{\mathrm{I}}(t,t_{0})} \qquad Gl. \ 3-80$$

Zur Abschätzung der zeitlichen Abnahme der Biegesteifigkeit für einfach bewehrte ungerissene Rechteckquerschnitte kann die nachfolgende Näherung verwendet werden.

$$\frac{EI^{1}(t)}{EI^{1}(t_{0})} = \left[1 + \alpha_{i} \cdot \varphi(t, t_{0})\right] \cdot \left[1 + \alpha_{e} \cdot \rho_{1} \cdot \alpha_{i} \cdot \varphi(t, t_{0})\right]^{0,7} \qquad Gl. \ 3-81$$

Gültig für:  $0 \le \rho_1 \le 0.04; 1 \le \alpha_e \le 7; d = 0.9 \cdot h$ 

Die Auswirkungen des Kriechens sind im ungerissenen Zustand I deutlich größer als im gerissenen Zustand II, da das Kriechen im Zustand II nur noch einen Teil des Querschnitts (Betondruckzone) in Kombination mit einem Verbundkriechen und gegebenenfalls mit einem Kriechen der FVK-Bewehrung betrifft. Abbildung 3-12 verdeutlicht für einen CFKbewehrten Beispielquerschnitt die Dehnungs- und Spannungsverteilung sowie die auftretenden Krümmungen für unterschiedliche Zeitpunkte. Zusatzdehnungen aus Schwinden sind vorerst nicht berücksichtigt. Prinzipiell verursacht das Schwinden des Betons im Rissquerschnitt eine Vergrößerung der Betondruckzone, wodurch eine Superposition aus Lastund Schwindkrümmung nicht möglich ist. Die Lage der Dehnungsnulllinie sowie der Spannungsnulllinie liegen dann nicht mehr auf einer Höhe.



Abbildung 3-12 Auswirkungen des Kriechens auf die Dehnungs- und Spannungsverteilung eines bewehrten Betonquerschnitts

In Zustand I ist eine geringfügige Vergrößerung der Druckzonenhöhe von 6,3 % in Richtung der Bewehrung erkennbar. Die Randspannungen des Betonquerschnitts nehmen durch das veränderte ideelle Trägheitsmoment geringfügig ab. Das Verhältnis der Krümmungen beträgt  $\kappa^{I}(t_{\infty}) / \kappa^{I}(t_{0}) = 2,81$  und ist somit ca. 13 % niedriger als der Wert für einen unbewehrten Querschnitt, bei dem die Krümmungen entsprechend um den Faktor  $[1+\alpha_i \cdot \varphi(t_{\infty},t_0)] = 3,22$  ansteigen. In Zustand II resultieren ebenfalls durch die Veränderung der Dehnsteifigkeitsverhältnisse vergrößerte Betondruckzonenhöhen, Krümmungen sowie Spannungen in der Bewehrung. Mit größerem geometrischen Bewehrungsgrad und damit größerer bezogener Druckzonenhöhe  $\xi = x / d$  steigen die Auswirkungen des Kriechens im gerissenen Zustand. Aufgrund der sich verändernden Nulllinienlage ist die Annahme einer linearen Dehnungsverteilung über die Querschnittshöhe (Bernoulli-Hypothese) bereits bei niedrigen Spannungen und linearem Kriechen als Vereinfachung anzusehen. Ohne Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes beträgt das Verhältnis der Krümmungen nur noch  $\kappa^{II}(t_{\infty}) / \kappa^{II}(t_{0}) = 1,38$  und liegt aufgrund der Veränderung des ideellen Trägheitsmomentes ca. 10 % niedriger als die Abschätzung nach Zilch und Zehetmaier (2010), vgl. Gl. 3-82.

Der Einfluss des geometrischen Bewehrungsgrades sowie das Verhältnis der Elastizitätsmoduln auf die Biegesteifigkeitsabnahme ist in Zustand II deutlich größer. In Abbildung 3-13 dargestellt ist die Biegesteifigkeitsabnahme in Abhängigkeit von der Kriechzahl. Hier wird zudem deutlich, dass sich ein größerer Bewehrungsgrad in Zustand II negativ auf die Steifigkeitsabnahme auswirkt. Grund dafür ist, dass ein größeres Dehnsteifigkeitsverhältnis  $\Omega = \alpha_e \cdot \rho_1$  zu einer größeren bezogenen Druckzonenhöhe führt und der Einfluss des Kriechens auf die Biegesteifigkeitsabnahme damit ansteigt.



Abbildung 3-13 Abnahme der Biegesteifigkeit bewehrter Betonbauteile ohne Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes

Die Abnahme der Biegesteifigkeit in Zustand II kann für einfach bewehrte Rechteckquerschnitte mit nachfolgender Formel bestimmt werden.

$$\frac{EI^{II}(t)}{EI^{II}(t_0)} = \frac{\xi^2(t) - 4 \cdot \xi(t) + 3}{\xi^2(t_0) - 4 \cdot \xi(t_0) + 3} \cdot \frac{E_{\rm f}(t)}{E_{\rm f}(t_0)}$$
Gl. 3-83

In statisch unbestimmten Systemen hängt die Schnittgrößenverteilung auch von den Steifigkeiten ab. Dabei spielt das Verhältnis der Biegesteifigkeit im Zustand II zur Biegesteifigkeit im Zustand I eine Rolle. Im konstruktiven Betonbau ergeben sich zudem zeitlich veränderliche Steifigkeitsverhältnisse. Wie in Abbildung 3-13 zu erkennen ist, steigt das Verhältnis  $EI_{II} / EI_I$  durch das Kriechen des Betons. Für eine Kriechzahl von  $\alpha_i \cdot \varphi(t,t_0) = 3,0$ , ein Dehnsteifigkeitsverhältnis  $\Omega = \alpha_e \cdot \rho_I = 0,02$  und ein Verhältnis der Biegesteifigkeiten zum Zeitpunkt  $t = t_0$  von  $(EI_{II} / EI_I)_0 = 0,20$  ergibt sich für den Zeitpunkt  $t = \infty$  ein Verhältnis von  $(EI_{II} / EI_I)_{\infty} = 0,57$ .

# 4 BAUTEILVERSUCHE UNTER KURZZEITBEANSPRUCHUNG

# 4.1 Einführung

Im folgenden Kapitel werden die Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung vorgestellt und analysiert, mit dem Ziel die daraus gewonnenen Erkenntnisse zum Trag- und Verformungsverhalten für die darauf aufbauenden Versuche unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung übertragen und erweitern zu können. Im Zuge dessen wird zunächst das Versuchsprogramm sowie das Werkstoffverhalten der verwendeten Betone und Bewehrungsmaterialien mit Hilfe experimenteller Untersuchungen charakterisiert. Hiernach werden neben dem Kraft-Verformungs-Verhalten auch die Dehnungen, Rissbreiten und Rissabstände analysiert und bestehende Ingenieurmodelle angewendet und angepasst.

# 4.2 Versuchsprogramm und Messtechnik

Die wesentlichen Parameter der Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung sind in Tabelle 4-1 und Abbildung 4-1 dargestellt. Die mittleren statischen Nutzhöhen der Bauteile  $d_{\rm m}$  wurden nach dem Versagen im kritischen Querschnitt gemessen. Die Dimensionierung der Betonbauteile mit konventionellem Betonstahl wurde so durchgeführt, dass die mittleren mechanischen Bewehrungsgrade  $\omega_{\rm m} = A_{\rm s/f} \cdot f_{\rm tm} / (A_{\rm c} \cdot f_{\rm cm})$  in einer gleichen Größenordnung liegen und somit die Biegetragfähigkeit vergleichbar hoch ist. Aufgrund der unterschiedlichen Zugfestigkeiten der Bewehrung ist der geometrische Bewehrungsgrad  $\rho_{\rm l} = A_{\rm s/f} / (b \cdot d)$  der mit Betonstahl bewehrten Bauteile im Vergleich zu den CFK-bewehrten Bauteilen deutlich höher.

Bezeichnung	Beton	Bewehrung	$L_{\rm m}$ in mm	$h_{\rm m}$ in mm	$b_{\rm m}$ in mm	$d_{\rm m}$ in mm	$\lambda = a/d$	$\rho_1$ in %	$\omega_{ m m}$ in %	$F_{\rm max}$ in kN
A-M-C-K1						83,5	10,4	0,254	7,2	28,9
A-M-C-K2			2.500			87,8	9,9	0,242	6,8	26,2
A-M-C-K3		CFK Textil		105	500	79,9	10,9	0,266	7,5	20,0
A-V-C-K1	C 40/50					78,5	4,1	0,270	7,7	59,4
A-V-C-K2	C 40/30		1.500			82,2	3,9	0,258	7,3	54,4
A-V-C-K3						81,0	4,0	0,262	7,4	61,5
A-M-S-K1		B500	2.500			73,2	11,9	0,824	9,7	27,3
A-V-S-K1			1.500			78,2	4,1	0,771	9,1	79,7
B-M-C-K1						164,5	11,7	0,213	6,7	37,4
B-M-C-K2			5.000			133,8	14,4	0,262	8,3	28,5
B-M-C-K3		CFK				166,5	11,6	0,211	6,6	35,8
B-V-C-K1	C 50/60	Stäbe	2.200	200	400	170,7	3,6	0,308	9,7	128,2
B-V-C-K2	0,00					171,1	3,6	0,307	9,7	120,4
B-V-C-K3						172,3	3,6	0,305	9,6	133,7
B-M-S-K1		B500	5.000			181,0	10,6	0,625	6,0	39,0
B-V-S-K1			2.200			171,9	3,6	0,987	9,5	186,3

Tabelle 4-1 Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung

Die Versuchsbezeichnung basiert auf nachfolgender Nomenklatur:

**Bauteilgruppe** 

- A Plattenquerschnitt, Beton C 40/50, CFK-Textilien / Betonstahl
- **B** Balkenquerschnitt, Beton C 50/60, CFK-Stäbe / Betonstahl

Versagensart / Schubschlankheit

- **M** Biegung, Schubschlankheiten  $9,9 \le \lambda \le 14,4$
- **V** Querkraft, Schubschlankheiten  $3,6 \le \lambda \le 4,1$

Bewehrung

- C Carbon-Faserverbundkunststoff
- S Betonstahl

# Beanspruchung

# K Kurzzeitbeanspruchung



Abbildung 4-1 Systeme und Querschnitte der Bauteilversuche

Als Messwerte wurden für alle Bauteile die vertikalen Verformungen in Feldmitte über Seilzugwegaufnehmer (MSZ-P1-4/12, Messotron<sup>®</sup>) aufgezeichnet. Auf der Oberseite der Bauteile wurden jeweils drei Dehnungsmessstreifen (DMS, LY-41 mit 50 mm Messlänge, HBM®) zur Messung der Betonstauchungen aufgebracht. Neben einem direkt in Bauteilmitte applizierten DMS wurden zwei in Längs- und Querrichtung um 50 mm versetzte DMS angeordnet, sodass die Variation der Betonstauchung in Rissnähe analysiert werden kann. Zur Messung der Dehnungen wurde auf der Bauteilunterseite zwischen den Lasteinleitungspunkten ebenfalls ein Seilzugwegaufnehmer angebracht. Für die Bauteile der A-M Reihe sowie für das Bauteil B-M-C-K1 wurde das Bauteil nach Erreichen des abgeschlos-

senen Rissbildes entlastet. In diesem Stadium wurden induktive Wegaufnehmer an mindestens zwei geöffneten Rissen zur Messung der Rissbreite angebracht. Zusätzlich wurden die Versuche der Bauteilgruppe B mit einer photogrammetrischen Messung basierend auf der Technik digitaler Bildkorrelation (System VIC3D<sup>®</sup> - Correlated Solutions) begleitet. Das Prinzip der Messung von Objektverformungen mit Hilfe der digitalen Bildkorrelation basiert nach Schreier und Lichtenberger (2003) darauf, ein Muster auf einer Objektoberfläche durch aufgenommene Bilder zu verfolgen. Hierfür werden die Bauteile seitlich zur Kontrastverstärkung weiß gestrichen und danach mit einem stochastischen Punktmuster versehen. Die Messungen erfolgen dreidimensional, weshalb die Verwendung von zwei Kameras nach dem stereoskopischen Prinzip erforderlich ist. Die beiden Kameras werden an zwei unterschiedlichen Standpunkten auf das Bauteil gerichtet. Vor Beginn der Versuche muss eine präzise Kalibrierung der Kameras erfolgen, indem durch Aufnahme sogenannter Kalibriertargets der Abstand der Kameras, die Objektivparameter sowie die Orientierung softwareintern berechnet werden. Das stochastische Feld wird in einzelne Korrelationsfenster (Subsets) eingeteilt, deren Verformungen Bild für Bild analysiert werden und aus welchen Dehnungen rückgerechnet werden können.

Aufgrund der unterschiedlichen Maximalverformungen bei Erreichen der Traglasten waren unterschiedliche Belastungsgeschwindigkeiten notwendig. Die Bauteile wurden derart weggesteuert belastet, dass die Versuche unter Kurzzeitbeanspruchung eine Dauer von 10 bis 25 Minuten nicht überschreiten, sodass Einflüsse aus Kriechen gering gehalten werden.

# 4.3 Material- und Verbundkennwerte unter Kurzzeitbeanspruchung

## 4.3.1 Beton

Für die Untersuchungen auf Bauteilebene wurden für die Versuchsserien A und B zwei verschiedene normalfeste Betone der Festigkeitsklassen C 40/50 und C 50/60 verwendet. Um die Materialeigenschaften des Betons zu bestimmen, wurden Druckfestigkeits- und Spaltzugfestigkeitsversuche an Würfeln, Zylindern und Bohrkernen durchgeführt. Die Ergebnisse sind abhängig von Form, Größe und Schlankheit der Proben und werden entsprechend den in Kapitel 2.2.2 und 2.2.3 beschriebenen Zusammenhängen umgerechnet. Für die Zugfestigkeit wird vereinfachend die Umrechnung nach fib Model Code 2010 (2013) durchgeführt. Der Elastizitätsmodul der Betone wurde anhand von mit Messmarken und Dehnungsmessstreifen präparierten Betonzylindern für ein Spannungsniveau von  $\sigma_c = 0.4 \cdot f_{cm}$  bestimmt. Aufgrund der Produktion der Bauteile in einem Fertigteilwerk mit kontinuierlichen Kontrollprozessen sowie geringfügigen Abweichungen des Prüfalters der Bauteile ist eine niedrige Streuung der Festigkeiten zwischen den einzelnen Bauteilen festzustellen. Daher können vereinfachend für alle Bauteile unter Kurzzeitbeanspruchung die in Tabelle 4-2 aufgeführten Kennwerte angesetzt werden.

Bauteile	Reton	$f_{1,c,m} f_{cm,cyl} f_{ctm} E_{cm}$		$E_{\rm cm}$	<i>E</i> <sub>c1</sub>	$\rho_{\rm c}$	Zuschlag	a <sub>g</sub>	
Dautene	Deton	in N/mm <sup>2</sup>			in ‰	in g/cm <sup>3</sup>	Zusemag	in mm	
А	C 40/50	49,2	52,9	4,0	34.918	2,34	2,42	Basalt (gebrochen)	16
В	C 50/60	59,9	64,4	4,6	33.525	2,48	2,35	Kies (rund)	10

Tabelle 4-2 Materialkennwerte der Betone für die Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung

## 4.3.2 Bewehrung

Für die Bauteilversuche wurden CFK-Textilien und CFK-Stäbe sowie konventionelle Betonstahlbewehrung verwendet. Beim CFK-Textil handelt es sich um das mit Epoxidharz getränkte Gelege GRID Q95/95-CCE-38-E1 der Firma solidian<sup>®</sup> mit einer aufsummierten Faserquerschnittsfläche von 3,62 mm<sup>2</sup> je Faserstrang und einer Maschenweite von e = 38 mm. Die Faserstränge haben ein Volumenverhältnis der Fasern zur Matrix von  $f \approx 44$  %. Die ebenfalls mit Epoxidharz getränkten CFK-Stäbe der Firma ThyssenKrupp Carbon Components<sup>®</sup> mit der Bezeichnung C4R-10 verfügen über eine eingefräste Oberflächenprofilierung mit einem nominellen Kerndurchmesser von  $d_i = 8,5$  mm und einem nominellen Außendurchmesser von  $d_0 = 10,0$  mm. Das Faservolumen beträgt  $f \approx 68$  %.

Derzeit existieren keine expliziten Vorgaben zur Ermittlung der anzusetzenden Querschnittsfläche für Bewehrung aus Faserverbundkunststoffen, insbesondere da sich die Oberflächenstrukturen der FVK-Bewehrung deutlich unterscheiden. Zurzeit werden für Stäbe und Gitterstrukturen aus Fasersträngen unterschiedliche Ansätze verfolgt. Durch die relativ gleichmäßige Form von Stäben, die zumeist mit einer Profilierung versehen sind, werden entweder Kern- oder Außendurchmesser verwendet, während bei aus Gittern herausgetrennten Fasersträngen aufgrund der sehr unregelmäßigen und über die Länge veränderlichen Querschnittsformen die aufsummierte Faserquerschnittsfläche verwendet wird. Dies führt zu Missverständnissen hinsichtlich der Vergleichbarkeit von Festigkeiten und Elastizitätsmoduln. Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Querschnittsfläche ist die Tauchwägung, die auf dem archimedischen Prinzip beruht, welches besagt, dass der statische Auftrieb eines Körpers in einem Medium genauso groß ist wie die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums. Somit können die Bewehrungselemente mit bekannter Länge zunächst trocken und dann unter Wasser gewogen werden. Aus dem Massenunterschied lässt sich das Volumen, die mittlere Querschnittsfläche sowie ein äquivalenter Kreisdurchmesser ermitteln. Alternativ kann das Volumen und die mittlere Querschnittsfläche auch mit Hilfe einer Bürette und dem Prinzip der Wasserverdrängung bestimmt werden.

Zur Ermittlung der Zugfestigkeiten und Elastizitätsmoduln wurden Zugversuche an aus den CFK-Textilien herausgetrennten Fasersträngen sowie an den CFK-Stäben durchgeführt. Ein gängiges Problem bei der Durchführung von Zugversuchen an Faserverbundkunststoffen ist die hohe Querdruckempfindlichkeit, die zu einem frühzeitigen Versagen im Bereich der Lasteinleitung führen kann. In gängigen Prüfnormen [vgl. ASTM D7205/7205M-06 (2006)] werden dabei Verankerungshülsen vorgeschlagen, die mit einem Reaktionsharz ausgegossen werden. Bei hydraulisch oder pneumatisch steuerbaren Klemmbacken der Prüfmaschine eignen sich auch Zwischenlagen in Form von Ledertüllen zum Schutz der Faserstränge. Aufgrund der hohen Bruchlasten der CFK-Stäbe und der begrenzten Klemmlänge wurde eine spezielle Vorrichtung entwickelt, mit Hilfe derer auch bei kleinen Klemmlängen, welche durch die Konstruktion der Prüfmaschine bedingt werden, die Zugversuche durchgeführt werden können. Hierfür wurden zwei 40 cm lange Stahlplatten verwendet, die zur Zentrierung der Stäbe auf den Innenseiten mit einer durch Sandstrahlen aufgerauten Fräsrille versehen sind. Der Prüfkörper wird mit einem Schrumpfschlauch im Verankerungsbereich versehen, der sich bei Erwärmung um den Stab legt und diesen durch den innenseitigen Kleber fixiert. Die beiden Stahlplatten werden mit hochfesten Schrauben gegeneinander verspannt, sodass ein gleichmäßig hoher Klemmdruck innerhalb der Klemmlänge  $L_{\rm K}$  des Prüfkörpers aufgebracht wird, vgl. Abbildung 4-2.



# Abbildung 4-2 Zugversuchskörper mit CFK-Textilien und CFK-Stäben

Die Spannungs-Dehnungs-Linien von jeweils 10 gültigen Zugversuchen an den CFK-Textilien (Faserstränge in Kett- bzw. Längsrichtung) und CFK-Stäben, die ein Versagen auf freier Länge aufwiesen, sind in Abbildung 4-3 dargestellt. Während die Carbonstäbe eine konstante freie Länge  $L_F = 400$  mm aufwiesen, betrug die freie Länge der Faserstränge  $L_F = 200$  mm. Die Sensorik zur Dehnungsmessung wurde bei Erreichen von ca. 60 % der geschätzten Bruchlast aufgrund der Gefahr von Beschädigungen entfernt und die Messwerte extrapoliert. Die Elastizitätsmoduln wurden über die gesamte Länge gemittelt.





Zur Sicherstellung, dass die Extrapolation zutreffend ist, wurde für einen Zugversuch an einem CFK-Stab zusätzlich eine kontaktlose photogrammetrische Dehnungsmessung mittels digitaler Bildkorrelation (DIC = Digital Image Correlation) durchgeführt. Die Abweichung zwischen den beiden Mess- und Auswertemethoden (Wegaufnehmer und Extrapolation sowie DIC) beträgt für den Elastizitätsmodul und die Bruchdehnung weniger als 2 %.



Abbildung 4-4 Vergleich der aus Wegaufnehmer und Extrapolation ermittelten Spannungs-Dehnungs-Linie eines CFK-Stabes mit der Messung mittels DIC

Die mechanischen Eigenschaften unter Kurzzeitbeanspruchung der verwendeten Bewehrungsmaterialien sind Tabelle 4-3 zu entnehmen.
	No. of Concession, Name			ALCON .					
Betor	nstahl <sup>a</sup>	CFK-	Textil <sup>b</sup>	CFK-Stab <sup>c</sup>					
Туре	B500	Туре	solidian GRID Q95/95-CCE-38	Туре	ThyssenKrupp C4R-10				
$f_{\rm y,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	550	$A_{\rm f,i}$ in mm <sup>2</sup>	8,16 <sup>d</sup>	$A_{\rm f,i}$ in mm <sup>2</sup>	70,12 <sup>d</sup>				
$f_{t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	≥ 578	$f_{t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	1.393 (132)	$f_{t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	1.891 (142)				
$E_{\rm s,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	200.000	$E_{\rm f,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	105.862 (3.475)	$E_{\rm f,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	135.121 (5.137)				
$\varepsilon_{\rm u,m}$ in ‰	≥ 25,0	$\varepsilon_{\rm u,m}$ in ‰	13,15	$\varepsilon_{\rm u,m}$ in ‰	14,00				
<sup>a</sup> Angaben nach I	DIN 488 (2009)								
<sup>b</sup> Zugversuche (K	<sup>b</sup> Zugversuche (Kettrichtung) mit freier Länge von 200 mm, Werte in Klammern entsprechen der Standardabweichung								
<sup>c</sup> Zugversuche mit	<sup>c</sup> Zugversuche mit freier Länge von 400 mm, Werte in Klammern entsprechen der Standardabweichung								
d Mittlere Quersch	nittsfläche basierend	l auf Tauchwägung							

Tabelle 4-3	Materialkennwerte	der Bewehrung
-------------	-------------------	---------------

Wie in Kapitel 3.3.1 erläutert, muss für eine Untersuchung der Biegetragfähigkeit bewehrter Betonbauteile mit spröden Bewehrungselementen eine Reduktion der Festigkeit aufgrund der Anzahl an parallelen und seriellen Elementen vorgenommen werden. Der reduzierte 50 %-Quantilwert der Zugfestigkeit  $f_{tm,mod}$  im Verhältnis zum 50 %-Quantilwert der Zugfestigkeit aus dem Zugversuch  $f_{tm}$  in Abhängigkeit von der Anzahl paralleler und serieller Elemente ist in Abbildung 4-5 dargestellt.



Abbildung 4-5 Abminderung der Zugfestigkeit der CFK-Bewehrung infolge parallel und seriell geschalteter Elemente

# 4.3.3 Verbundverhalten

Zur Einschätzung des Verbundverhaltens der eingesetzten Bewehrungsmaterialien wurden Auszugsversuche an Pull-Out-Körpern mit vergleichbarer Betonzusammensetzung wie in den Bauteilversuchen durchgeführt. Die Verbundlänge wurde jedoch nicht in Abhängigkeit vom Durchmesser, sondern konsequent zu planmäßig  $l_b = 50$  mm gewählt, da sich insbesondere für die Faserstränge der CFK-Textilien sonst eine zu geringe Verbundlänge ergäbe, durch die das reale Verbundverhalten durch Formschluss nicht wiedergegeben werden kann. Ein wichtiger Kennwert für die Beschreibung von Verbundversuchen ist die in Kapitel 3.2 beschriebene bezogene Rippenfläche. Für die Bewehrungsstähle sind diese Angaben in Abhängigkeit vom Durchmesser in DIN 488 (2009) geregelt. Bei den CFK-Textilien ist dieser Kennwert aufgrund der sehr unregelmäßigen periodischen Aufweitung des Querschnitts nur vereinfacht zu bestimmen. Hierfür wurden die Dicken und Breiten der CFK-Stränge zunächst genau vermessen. Daraus ergeben sich maximale, minimale und mittlere Breiten des Faserstrangs. Durch Approximation als elliptischen Querschnitt können die Dicken im eingeschnürten und aufgeweiteten Bereich so bestimmt werden, dass die mittlere Querschnittsfläche, die aus der Tauchwägung bekannt ist, sowie die mittlere Dicke des Faserstrangs eingehalten sind. Die Aussage über die bezogene Rippenfläche ist in diesem Falle jedoch nur bedingt aussagekräftig, da das Versagen bei Auszug nicht durch ein Versagen der Betonkonsolen determiniert ist, sondern durch ein Hindurchzwängen des Faserstrangs durch den Bewehrungskanal. Für die CFK-Stäbe ist eine Beurteilung über die bezogene Rippenfläche ebenfalls kritisch zu betrachten, da sich durch die eingefräste Profilierung eine invertierte Rippung ergibt, die zu vergleichsweise hohen Mantelscherflächen führt. Gleichzeitig ist der Abstand der Rippen vergleichsweise hoch, sodass trotz höherer bezogener Rippenflächen der Tragwiderstand niedriger ausfällt, was sich in den niedrigeren maximalen Verbundspannungen widerspiegelt. Die aus den Auszugsversuchen resultierenden Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen (Schlupfmessung am freien Ende) können Abbildung 4-6 entnommen werden.



Abbildung 4-6 Experimentell ermittelte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen

Die Versuche an den Betonstählen (A-V1 und B-V1) versagten durch Auszug aus dem Prüfkörper, welches mit einem Abscheren der Betonkonsolen verbunden ist. Die Ergebnisse weichen hinsichtlich der Verbundsteifigkeit sowie der maximalen Verbundspannungen voneinander ab. Dies liegt in der größeren bezogenen Rippenfläche des Betonstahls mit einem Durchmesser von  $\emptyset_s = 12$  mm, im geringeren Verhältnis der Verbundlänge zum Durchmesser  $l_b / \emptyset_s$  sowie in der höheren Betonfestigkeit begründet. Beim Auszugsversuch B-V1-3 konnte die Messung des Schlupfes nur bis zum Erreichen des Verbundspannungsmaximums durchgeführt werden, da der Wegaufnehmer in seiner Ausgangsposition nicht optimal eingefahren wurde. Die Würfeldruckfestigkeit der Serie B ist trotz angepasster Mischung mit reduziertem w/z-Wert nur geringfügig höher als in Serie A. Die Druckfestigkeitsprüfungen der Serien A und B wurden an unterschiedlichen Prüfmaschinen durchgeführt. Für die Serie B musste aufgrund technischer Schwierigkeit nicht konstant geregelt ist. Dies führte zu einer längeren Dauer bis zum Erreichen der Bruchlast und kann zu Abweichungen der ermittelten Druckfestigkeit führen.

Die Versuche an den Fasersträngen versagten bei relativ großem Schlupf durch Bruch am Übergang zur einbetonierten Länge. Bei den in Versuchsserie B-V2 geprüften Carbonstäben konnte zunächst ein Haftverbund festgestellt werden. Nach Überschreitung dieser Haftung trat ein Gleiten auf, ehe der mechanische Scherverbund einsetzte. Das Versagen des Verbundes wurde durch die Betonkonsolen und nicht die Oberflächenprofilierung determiniert.

Damit die Ergebnisse der Verbundversuche weiterverwendet und die Koeffizienten C und  $\alpha$  zur Beschreibung des Verbundgesetzes bestimmt werden können, sind Anpassungen der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen notwendig. Die Verbundspannungen der Referenzversuche an den Betonstahlproben mit  $Ø_s = 12$  mm werden entsprechend den in Kapitel 3.2 erläuterten Zusammenhängen ( $\tau_{lb=20s} = 1, 4 \tau_{lb=50s}$ ) auf ein einheitliches Verhältnis von  $l_b / O_s = 5$  vereinfacht durch lineare Interpolation umgerechnet. Die in den Verbundversuchen verwendeten Betonstähle stammen aus dem im Prüflabor vorhandenen Lagerbestand und wiesen bereits deutliche Korrosionserscheinungen auf. Insbesondere bei kleinem Schlupf wird die Verbundspannung hierdurch deutlich vergrößert. Bei einem Schlupf von s = 0.01 mm konnte in ISB-Bericht 7-10/92 (1992) bei Betonstahl der Klasse IV (BSt 500) eine Abnahme der auf die Betondruckfestigkeit bezogenenen Verbundspannung um ca. 20 % und bei einem Schlupf von s = 0,1 mm um ca. 10 % beobachtet werden. Bei einem Schlupf von s = 0,001 mm und s = 1,0 mm gab es im Mittel keine Unterschiede in den bezogenen Verbundspannungen zwischen der korrodierten und blanken Betonstahlbewehrung. Diese Korrektur wird ebenfalls für die durchgeführten Verbundversuche der Reihe B-V1 durchgeführt.

Preinstorfer et al. (2018) untersuchten den Einfluss des Knotenwiderstands der Querbewehrung auf die Spaltrissneigung unter Verwendung des gleichen CFK-Textils. Dabei stellte sich heraus, dass für den Faserstrang in Schussrichtung mit anschließendem Faserstrang in Kettrichtung eine bis zu 30 % höhere Verbundspannung bei gleichem Schlupf erzielt werden kann, auch wenn der Einfluss auf die Spaltrissneigung gering ist.

Die Koeffizienten *C* und  $\alpha$  zur Beschreibung des Verbundgesetzes sind abhängig vom betrachteten Schlupfbereich. Zur Bestimmung dieser Koeffizienten werden für jede Laststufe innerhalb des ansteigenden Astes (bzw. für die CFK-Textilien bis  $s_{max} = 0,75$  mm) die Koeffizienten neu bestimmt, sodass die mittlere Verbundspannung und damit die Flächen unterhalb der Kurven äquivalent sind. Als weitere Nebenbedingung wird gefordert, dass der Verlauf der Stammfunktionen, also die Änderung der Fläche unterhalb des Graphen, ebenfalls gleich sind und die Funktionen möglichst affin verlaufen. Daraus ergeben sich Bandbreiten der beiden Koeffizienten *C* und  $\alpha$ , die in Tabelle 4-4 zusammengefasst sind. Die Koeffizienten weisen dabei keine charakteristischen Verläufe auf, mit denen eine mathematische Beschreibung möglich wäre. Für die CFK-Stäbe ergeben sich hohe Maximalwerte des Koeffizienten  $\alpha$ , da der rechnerische Verlauf im ansteigenden Ast den Bereich des Haftverbundes ausgleicht und somit zunächst nahezu linear verläuft.

Prüfkörper	$f_{\rm cm, cyl}$ in N/mm <sup>2</sup>	$f_{\rm ctm}$ in N/mm <sup>2</sup>	Bewehrung	$f_{R}$	$l_{\rm b}/Ø$	$C_{\max}$ in N/mm <sup>2+<math>\alpha</math></sup>	$C_{\min}$ in N/mm <sup>2+<math>\alpha</math></sup>	$\alpha_{\rm max}$	$\alpha_{\min}$
A-V1-1 A-V1-2 A-V1-3	51.0	2.0	$B500$ $\emptyset = 8 \text{ mm}$	0,045	6,1	29,0	18,0	0,54	0,40
A-V2-1 A-V2-2 A-V2-3	51,0	3,9	CFK Faserstrang $\emptyset_{equ} = 3,22$	0,020	14,7	27,4	9,8	0,64	0,42
B-V1-1 B-V1-2 B-V1-3	53.2	40	$B500B$ $\emptyset = 12 \text{ mm}$	0,056	4,2	33,6	26,2	0,56	0,20
B-V2-1 B-V2-2 B-V2-3	52,3	4,0	CFK Stab $\emptyset_{equ} = 9,45$ mm	0,154	5,0	40,1	15,6	0,93	0,49

Tabelle 4-4 Keni

Kennwerte aus den Verbundversuchen

## 4.4 Trag- und Verformungsverhalten

### 4.4.1 Kraft-Verformungs-Verläufe

Die Bauteile weisen unter weggesteuerter Belastung ein typisches Kraft-Verformungs-Verhalten auf, welches in Abbildung 4-7 dargestellt ist. Bis das Rissmoment  $M_{cr}$  erreicht ist, verbleibt das Bauteil in Zustand I. Hiernach folgt die Rissbildungsphase (Zustand IIa) bevor das Bauteil den Zustand des nahezu abgeschlossenen Rissbildes (Zustand IIb) erreicht. Die

Stahlbetonbauteile, welche auf Biegung versagten, weisen zudem noch aufgrund des Fließens der Betonstahlbewehrung einen nahezu horizontalen Kraft-Verformungs-Verlauf auf (Zustand III). Die Bauteile der A-M-Serie sowie das Carbonbetonbauteil B-M-C-K1 wurden bei Erreichen des Zustandes IIb temporär entlastet, um zusätzliche Messtechnik für die Erfassung der Rissbreiten anzubringen.



Abbildung 4-7 Kraft-Verformungs-Verhalten unter Kurzzeitbeanspruchung

Die überwiegend biegebeanspruchten Carbonbetonbauteile wiesen ein Versagen der Biegezugbewehrung auf. Bei den Referenzversuchen mit Betonstahl A-M-S-K1 und B-M-S-K1 erreichte die Betonstahlbewehrung zunächst die Fließgrenze. Die Dehnung der Bewehrung im Rissquerschnitt wächst überproportional an bis die Bruchstauchung des Betons auf der Oberseite einen kritischen Wert erreicht und ein sekundäres Betondruckversagen auftritt. Die querkraftbeanspruchten Bauteile der A-V- und B-V-Serie wiesen mit Ausnahme des Bauteils A-V-S-K1 ein Biegeschubversagen auf. Beim Vergleich der Bauteile A-V-C und A-V-S fällt auf, dass der mittlere mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_m$  zwar vergleichbar groß ist, aber durch den Unterschied der Zugfestigkeiten und Elastizitätsmoduln die Dehnsteifigkeit der Bewehrung im Falle des mit Betonstahl bewehrten Bauteils A-V-S ca. 5,4-fach höher im Vergleich zum mit CFK-Textilien bewehrten Bauteil A-V-C ist. Hierdurch vergößert sich die Betondruckzonenhöhe und damit auch die Querkrafttragfähigkeit deutlich.

# 4.4.2 Rissbreiten und Rissabstände

# Allgemeines

Die Rissmuster der Bauteile wurden zur Evaluierung aufgenommen und digitalisiert. Die Rissmuster und Versagensrisse sowie die Rissabstände sind in Abbildung 4-8 dargestellt.

A-V-C-K1			n mm	s <sub>r,m</sub> in mm	$s_{\rm r,max}$ in mm	s <sub>r,m</sub> / s <sub>r,max</sub>
		A-M-C-KII	<b>=</b> 56	89	134	
		A-M-C-N2	55	80	111	0,69
<u>A-V-S-K1</u>		╶{╌┧╏╌┟┨╴┟╼╌	52	84	121	
DUGW		A-V-C-K1	57	81	101	
B-V-C-KI		1 Pr		71	87	0,79
B-V-C-K2			<b>=</b> 57	81	109	
D-V-C-K2		$\left  \right\rangle$		80	106	0,75
B-V-С-К3			<b>E</b> 53	<u> </u>	107	0,66
		+122	₹	168	265	
B-V-S-K1		D M C VOL	Ξ <u>Q1</u>	194	346	0,63
			<b></b>	169	244	
<u>1-С-К1/_</u> ₩А-М-С-К1		B-V-C-K1	137	166	184	
1-C-K2 / }	<u>┊╶╢╴┥╴┥╴┥╴┧╴┧╴┧╶┧╴┧┥┥</u> ╶┧╴ <u>┥</u>	B-V-C-K2	84	162	249	0,79
4-C-K3		B-V-C-K3	106	146	177	
A-M-C-K3		B-M-S-K1	30	134	216	0,62
A-M-S-KI	╶┽╛╋╪╍╪┿╫┿╍╪╪╼╄╼╫╪╅┑╪╺╱┲╪╍┾╪╦══════╝ ╶┥╌╝╶┽╎┾╶┽╺╄┶┝╪╅┑╪╺╱┲╪╍┍╪╤══════	B-V-S-K1	41	99	157	0,63
<u>}</u>		·}}			}{	
<u>  (  </u>		<u> </u>			}}	
		<u>, }                                   </u>		- 1 \	$\langle \rangle \rangle$	<u></u>
<u>((                                   </u>	1() 7 4, 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 ,				·}{	

# Abbildung 4-8 Rissbilder und Rissabstände im Bruchzustand

Die biegebeanspruchten Bauteile weisen typische Biegerisse auf. In Bauteil A-M-C-K3 trat kurz vor dem Versagen ein horizontaler Spaltriss auf, der sich von Bauteilmitte in Richtung der Lasteinleitungspunkte fortpflanzte. Aufgrund dieses Längsrisses konnte der umliegende Beton nicht mehr aktiviert werden und die Dehnung der Bewehrung ist nahezu konstant über den verbundfreien Bereich. Hieraus resultiert eine verringerte Tragfähigkeit. Dieser Horizontalriss in Bauteil A-M-C-K3 wird auf die variierende Bewehrungslage in Längsrichtung des Bauteils zurückgeführt. In Feldmitte liegt die Bewehrung geringfügig höher

als im Bereich der Lasteinleitungspunkte. Hierdurch entstehen bei Zugbeanspruchung vertikale Kräfte an den Umlenkstellen, die zu Querzugspannungen und zu einem Abplatzen der Betondeckung führen können. Diese Spaltrissbildung wird auch durch die geometrische Beschaffenheit (Querschnittsform, Welligkeit etc.) der CFK-Textilien beeinflusst und ist Gegenstand intensiver Forschungsarbeiten, vgl. Preinstorfer et al. (2018); Lorenz (2014); Schütze und Curbach (2019).

Bei Betrachtung der Rissabstände der Bauteile A-M-C/A-V-C und A-M-S/A-V-S fällt auf, dass sich diese in einer vergleichbaren Größenordnung befinden, obwohl von einem schlechteren Verbund der einzelnen Faserstränge und einem deutlich niedrigeren geometrischen Bewehrungsgrad ausgegangen werden kann. Dies wird überwiegend auf den Einfluss der engmaschigen Querbewehrung der CFK-Textilien zurückgeführt, die wie eine Sollrissstelle funktionieren. Die Bauteile B-M-C und B-V-C zeigen deutlich größere Rissabstände als die Vergleichsbauteile mit Betonstahl B-M-S und B-V-S.

Die in Abbildung 4-8 dargestellten Verläufe des kritischen Schubrisses unterscheiden sich innerhalb der A-V-C-Serie aufgrund der Entfernung des Schubrisses vom Lasteinleitungspunkt. Bei den Bauteilen A-V-C-K1 und A-V-C-K2 öffnet sich neben dem Lasteinleitungspunkt lediglich ein Riss, der aufgrund der Nähe zur Bauteilmitte nahezu vertikal verläuft. Ein weiterer Riss öffnet sich nicht mehr. Beim Versuch A-V-C-K3 öffnen sich zwei Risse rechts von der Lasteinleitungsstelle. Der zweite und kritische Riss weist bereits zu Beginn eine deutliche Neigung auf. Versuch A-V-S-K1 (Stahlbeton) versagte, wie bereits erläutert, auf Biegung mit einem Versagensriss in Feldmitte. Die Bauteile der B-Serie zeigen ein konsistenteres Rissmuster. Die kritischen Schubrisse liegen in etwa derselben Entfernung und besitzen einen vergleichbaren Verlauf. Bei Bauteil B-V-S-K1 trat, wie bei den Bauteilen der B-V-C-Serie, ein Biegeschubversagen auf. Die Risse sind jedoch feiner verteilt.

Wie in Kapitel 3.4.2 beschrieben, ist das vorgeschlagene Verhältnis der Rissabstände  $s_{r,m} / s_{r,max}$  von 0,72 auch für die Carbonbetonbauteile übertragbar. Mit kleiner werdender Schubschlankheit steigt das Verhältnis, da die Bauteile nicht mehr vollständig in den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung versetzt werden.

### Rissbreiten und Rissabstände

Für eine Evaluierung der Rissbreiten wird das in Kapitel 3.4.2 beschriebene Verfahren mit Berücksichtigung des Bereichs der Verbundstörung verwendet. Die Rissbreiten werden für die Bauteilreihe B-M-C-K für den Zustand der Einzelrissbildung ausgewertet, da diese im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung bereits Rissbreiten aufweisen, die auf einen Reibverbund zwischen Beton und Bewehrung hinweisen. Für alle übrigen Bauteile wird der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung betrachtet. Die Rissbreiten werden über die während der Bauteilversuche gemessenen Dehnungen auf der Unterseite der Bauteile sowie die Rissbreitenmessung im Wiederbelastungsvorgang zurückgerechnet. Die Dehnung wird über Seilzugwegaufnehmer (MSZ-P1-4/12, Messotron<sup>®</sup>), bedingt durch den Aufbau der Messtechnik, in einem Abstand von ca. 3 cm zur Bauteilunterkante zwischen den Lasteinleitungspunkten gemessen. Das Seil folgt dabei nicht der Krümmung des Bauteils und nimmt auch Dehnungen des Betons zwischen den Rissen auf. Für die Bauteilreihe B-M wird auf die photogrammetrische Messung zurückgegriffen. In Abbildung 4-9 sind die photogrammetrischen Messwertaufnahmen beispielhaft für drei verschiedene Belastungszustände für Versuch B-M-C-K1 dargestellt. Mit Hilfe dieser digitalen Messung ist eine Evaluation der Rissbreiten in verschiedenen Höhen sowie an allen auftretenden Rissen mög-lich.



### Abbildung 4-9 Photogrammetrische Messwertaufnahmen für Versuch B-M-C-K1

Es werden jeweils vier Risse im Bereich der konstanten Momentenbeanspruchung untersucht und der maximale experimentelle Wert mit dem maximalen rechnerischen Wert bei unterschiedlichen Lastschritten verglichen. Als Koeffizienten *C* und  $\alpha$  wird eine Optimierung innerhalb der in den Verbundversuchen bestimmten Grenzwerte durchgeführt. Nach der Bestimmung der Koeffizienten können die Rissabstände im rechnerischen Bruchzustand bzw. im abgeschlossenen Rissbild untersucht werden. In Abbildung 4-10 werden die experimentell und rechnerisch ermittelten maximalen Rissabstände und Rissbreiten miteinander verglichen und die jeweiligen Koeffizienten *C* und  $\alpha$  angegeben. Des Weiteren wird der Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,II}$  im Bruchzustand aufgeführt. Die Berechnung der Rissbreiten erfolgt anhand des in Kapitel 3.4.2 dargestellten Modells.

Trotz der Vielzahl an streuenden Eingangsgrößen kann durch dieses Verfahren eine gute Übereinstimmung der Rissbreiten und Rissabstände zwischen Versuch und Berechnung mit einem Mittelwert von m = 1,05 und einem Variationskoeffizienten von CoV = 0,15 erreicht werden.



Abbildung 4-10 Vergleich experimentell und rechnerisch ermittelter Rissbreiten und Rissabstände

Die festgestellten Abweichungen können auf mehrere Faktoren zurückgeführt werden, die nachfolgend kurz beleuchtet werden.

• Übertragung der Kennwerte aus den Verbundversuchen

Die Bauteile wurden in einem Fertigteilwerk hergestellt, während die Betone für die Verbundversuche im Prüflabor der TU Darmstadt hergestellt wurden. Trotz vergleichbarer Gesteinskörnung (gebrochener Basalt bzw. runde Kiesgesteinskörnung, gleicher Größtkorndurchmesser) ergeben sich hieraus zwangsläufig Abweichungen. Des Weiteren sind die Betonstähle aus dem eigenen Lagerbestand entnommen und können somit durch leicht veränderliche bezogene Rippenflächen und Rostschichten abweichende Verbundkennwerte aufweisen. Zudem ergeben sich Abweichungen durch unterschiedliche Verhältnisse der Verbundlängen zum Durchmesser, die zwar innerhalb einer Korrektur berücksichtigt wurden, aber zu weiteren Streuungen führen können.

• <u>Verlauf der mittleren Verbundspannungen</u>

Die Approximation der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung mit Hilfe der Koeffizienten C und  $\alpha$  stellt eine Vereinfachung dar und ist prinzipiell für jede Laststufe unterschiedlich. Effekte aus Haftverbund können den Verlauf dieser Koeffizienten erheblich beeinflussen. Die hohen  $\alpha$ -Werte für die CFK-Stäbe ergeben sich als Ausgleich für den Haftverbund und die darauffolgende Gleitung. Träte dieser Effekt nicht auf, würde der  $\alpha$ -Wert im Bereich von 0,60 liegen. • Einfluss einer Querbewehrung

Die Querbewehrung hat Einfluss auf die tatsächlichen Rissbreiten und Rissabstände. Dieser Effekt ist auch im Stahlbetonbau bekannt, der in bestehenden normativen Regelungen [vgl. DIN EN 1992-1-1/NA (2013)] durch Begrenzung des maximalen Rissabstandes auf die zweifache Maschenweite von Betonstahlmatten berücksichtigt wird. Die Berechnung der Rissabstände nach CEB-FIP Model Code 1990 (1990) geht zudem von einem Mindestquerbewehrungsgrad aus. Während die Bauteile der A-Serie über eine Querbewehrung verfügen, fehlt diese für die B-Serie.

• Einfluss der Messungenauigkeit

Die Rissbreitenmessungen werden über unterschiedliche Verfahren ermittelt. Zum einen über die Dehnungen und gemessenen Rissbreiten (A-Serie) und zum anderen durch die photogrammetrische Messung (B-Serie). Die Messungen für die A-Serie erfolgt unterhalb des Bauteils und wird entsprechend der zu erwartenden Dehnungsebene auf die Achse der Bewehrung zurückgerechnet. Bei den Bauteilen der B-Serie erfolgt die photogrammetrische Messung am seitlichen Bauteilrand, wodurch es ebenfalls zu größeren experimentellen Rissbreiten kommt.

### 4.4.3 Verformungen

Dem Nachweis der Verformungen kommt für Bauteile mit FVK-Bewehrung besondere Bedeutung zu, da die FVK-Bewehrung in der Regel bei gleicher Tragfähigkeit über eine niedrigere Dehnsteifigkeit als die Betonstahlbewehrung verfügt. Mit Hilfe der in Kapitel 3.4 beschriebenen Zusammenhänge lassen sich die Verformungen durch Integration der Krümmungen über die Systemlänge ermitteln. Dabei wird vereinfachend von einer linearen Spannungsverteilung in der Betondruckzone ausgegangen. Dies ist aufgrund der geringeren Beanspruchungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit grundsätzlich zulässig. Im vorliegenden Fall sind die Bauteile so dimensioniert, dass ein Betondruckversagen als Primärversagen ausgeschlossen werden kann, sodass die Betondruckspannungen selbst bei Erreichen der Biegetragfähigkeit nahezu linear verlaufen. Zudem wird vereinfachend von einem konstanten Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  im abgeschlossenen Rissbild ausgegangen. Eine Vergleichsberechnung mit iterativer Ermittlung der Dehnungsebenen mit nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons über die gesamte Systemlänge sowie belastungabhängiger Ermittlung des Völligkeitsbeiwertes ergab für die Bauteile A-M-C-K eine Abweichung der Maximalverformung von unter 5 %. Abbildung 4-11 stellt den Vergleich zwischen den berechneten und gemittelten sowie den gemessenen Verformungsverläufen in Feldmitte der überwiegend biegebeanspruchten Bauteile dar.



Abbildung 4-11 Vergleich experimenteller und rechnerischer Verformungsverläufe Aus Abbildung 4-11 ist erkennbar, dass die Kraft-Verformungs-Verläufe durch Integration der Krümmungen gut approximiert werden können. Aus den Verläufen kann geschlossen werden, dass für das Bauteil A-M-S vermutlich kaltverformter und für das Bauteil B-M-S warmgewalzter Betonstahl verwendet wurde. Die Streckgrenze liegt beim Bauteil B-M-S etwas niedriger als der Mittelwert von  $f_{y,m} = 550 \text{ N/mm}^2$ . Trotz des unterschiedlichen Verbundverhaltens schwanken die aus den  $\alpha$ -Koeffizienten der Verbundgesetze abgeleiteten Völligkeitsbeiwerte nur gering um den für Betonstahl üblichen Wert von  $\beta_{t,m} = 0,40$ . In Bauteilreihe B-M-C fällt Versuch B-M-C-K2 als Ausreißer deutlich auf. Dabei handelt es sich um den Versuch, bei dem die Bewehrungslage sehr stark von der Solllage abwich  $(h / d_{1,Soll} = 0,125; h / d_{1,Ist} = 0,331)$ . Hieraus ergeben sich vergößerte Rissbreiten, die zu einem schnellen Übergang in den Reibverbund führen und auch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen schwächen. Die Bewehrungslage wurde nur im Versagensriss über eine nachträgliche Messung überprüft, sodass weitere Schwankungen über die Bauteillänge nicht ausgeschlossen werden können. Während für die Bauteile A-M-C, A-M-S und B-M-S das Rissmoment  $M_{cr}$  auf Basis der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  ermittelt werden konnte, musste zur Verbesserung der Berechnungsergebnisse für die Bauteile B-M-C der charakteristische Wert der Zugfestigkeit  $f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$  verwendet werden. Die Reduktion der Betonzugfestigkeit auf den charakteristischen Wert ist an dieser Stelle jedoch gerechtfertigt, da zum einen der Bereich der konstanten Momentenbeanspruchung doppelt so hoch wie bei den Bauteilen A-M-C ist und damit die Wahrscheinlichkeit für Querschnitte mit niedrigerer Betonzugfestigkeit steigt. Zum anderen ist für CFK-Bewehrung ein sehr niedriger axialer Wärmeausdehnungskoeffizient (vgl. Tabelle 2-4) zu erwarten, welcher zu größeren Eigenspannungen aus abfließender Hydratationswärme, Schwinden und Temperaturdifferenzen führt. Diese überlagern sich mit den Biegezugspannungen und resultieren in einem niedrigeren Erstrissmoment. Bei Versuch B-M-C-K2 ist das Erstrissmoment trotz

Ansatz des charakteristischen Wertes der Zugfestigkeit ca. halb so groß. Bessere Ergebnisse ergeben sich durch Ansatz einer effektiven charakteristischen Betonzugfestigkeit.

#### 4.4.4 Biegetragfähigkeit und Dehnungsebenen

Für einen Vergleich der rechnerisch und experimentell ermittelten maximalen Biegemomente muss für die CFK-Bewehrung zunächst die Abminderung der Zugfestigkeit infolge erhöhter Elementanzahl ermittelt werden, vgl. Kapitel 3.3.1 und Anhang A. Dafür wird im ersten Schritt die Länge der Bewehrung unter maximaler Zugspannung ermittelt, die sich in den Rissquerschnitten im Bereich konstanter maximaler Biegebeanspruchung einstellt. Für jeden Vertikalriss wird eine Länge entsprechend des Achsmaßes der Bewehrung  $d_1$ angesetzt, welche auch in Berechnungsmodellen für Rissabstände und Rissbreiten als Länge der Verbundstörung angesetzt wird. Zusätzlich werden auftretende Horizontalrisse (A-M-C-K3) als verbundfreie Länge betrachtet und in der Berechnung angesetzt. Die gesamte Bewehrungslänge unter Zugbeanspruchung wird mit der freien Länge aus den Zugversuchen ins Verhältnis gesetzt, sodass sich hieraus eine äquivalente Anzahl serieller Elemente ergibt. Die Abminderung kann durch das in Kapitel 3.3.1 beschriebene Verfahren durchgeführt werden und die Bruchmomente mit Hilfe dieser abgeminderten Mittelwerte der Zugfestigkeit berechnet werden. Die Ergebnisse werden in Abbildung 4-12 miteinander verglichen und die Berechnungsparameter in Tabelle 4-5 zusammengefasst. Der Mittelwert zwischen Versuchsergebnissen und Berechnung beträgt m = 1.04 bei einem Variationskoeffizienten von CoV = 0,11 und liefert somit eine gute Übereinstimmung.



Abbildung 4-12 Experimentell und rechnerisch ermittelte maximale Biegemomente

	AMCVI	AMCV2	AMC V2	DMCV1	DMCV2	DMCV2	AMCV1	DMCV1
	A-M-C-KI	A-M-C-K2	A-M-C-K3	D-M-C-VI	D-IVI-C-K2	D-IVI-C-K3	A-INI-2-VI	D-INI-2-VI
n Parallel	13	13	13	2	2	2		
n Biegerisse	6	6	1	7	6	6		
$L_{zug, Biegeriss}$ in mm	21,5	17,2	25,1	35,5	66,2	33,5		
$L_{\text{Spaltriss},i}$ in mm	0	0	374	0	0	0		
$L_{Zug,ges}$ in mm	1677	1342	5188	497	794	402		_
$L_{zugversuch}$ in mm	200	200	200	400	400	400		_
n	8,39	6,71	25,94	1,24	1,99	1,01		
$f_{\rm tm,Zugversuch}$ in N/mm <sup>2</sup>	1393	1393	1393	1891	1891	1891		
s Zugversuch in N/mm <sup>2</sup>	132	132	132	142	142	142		
$f_{\rm tm,mod}$ in N/mm <sup>2</sup>	1207	1223	1137	1865	1815	1891		
$f_y$ in N/mm <sup>2</sup>							550	550
$f_{\rm u}$ in N/mm <sup>2</sup>			-				578	578
$M_{\rm g,exp}$ in kNm	0,75	0,75	0,75	5,09	5,09	5,09	0,75	5,09
$M_{\rm F,exp}$ in kNm	12,55	11,41	8,71	36,01	27,40	34,47	11,87	37,57
$M_{\rm u,exp}$ in kNm	13,30	12,17	9,46	41,10	32,49	39,56	12,62	42,66
$M_{\rm u,calc}$ in kNm	10,23	10,90	9,22	41,13	32,36	42,20	11,75	42,61
$M_{\rm u,exp} / M_{\rm u,calc}$	1,30	1,12	1,03	1,00	1,00	0,94	0,97	0,95

Tabelle 4-5Parameter zur Bestimmung des rechnerischen maximalen Bruchmo-<br/>ments

Werden die gemessenen und berechneten Dehnungen verglichen, fällt auf, dass die größten Abweichungen bei der Betonstauchung auftreten. Die Betonstauchung wird auf der Bauteiloberseite über Dehnungsmessstreifen (DMS) mit einer Messlänge von 50 mm aufgenommen. Es werden für jedes Bauteil drei DMS eingesetzt, die exakt in Feldmitte sowie jeweils 50 mm zur Seite und zur Lasteinleitung hin versetzt angeordnet werden. Bei der Iteration der Dehnungsebenen in den Berechnungen wird ein ideeller Rissquerschnitt betrachtet, während der DMS eine Mittellung darstellt und nicht exakt oberhalb eines Risses positioniert sein kann. Im Bereich zwischen den Rissen nehmen die Betonstauchungen durch die Mitwirkung des Betons im Zugbereich ab. Die Materialeigenschaften der eingesetzten Betone wurden an Zylindern und Würfeln bestimmt, die sich von ihrer geometrischen Form sowie von ihrer Beanspruchung deutlich von der Biegedruckzone unterscheiden. Bei sehr kleinen Biegedruckzonen, die im Falle der Bauteile A-M-C und A-M-S sogar kleiner als der Größtkorndurchmesser sind, kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die lokalen Elastizitätsmoduln den Werten aus den Prüfkörpern zur Bestimmung der Festigkeit und Steifigkeit entsprechen. Ein Vergleich zwischen den gemessenen und experimentell ermittelten Dehnungsebenen im Bruchzustand kann Abbildung 4-13 entnommen werden. Für die CFK-bewehrten Bauteile wurden die Ergebnisse über alle Bauteilversuche gemittelt.



Abbildung 4-13 Vergleich experimentell und rechnerisch ermittelter Dehnungsebenen im Bruchzustand

# 4.4.5 Querkrafttragfähigkeit

## Vorhersage der Querkrafttragfähigkeit

Wie bereits in Kapitel 3.3.2 beschrieben, unterliegt die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen ohne Querkraftbewehrung aufgrund der vielen Einflussparameter großen Streuungen. Für eine Evaluation der in den Bauteilversuchen ermittelten Querkrafttragfähigkeit wird daher ein Vergleich mit Querkraftversuchen aus der Literatur durchgeführt und im Anschluss daran die einzelnen Tragmechanismen näher analysiert. In der von Reineck et al. (2012) zusammengetragenen Datenbank sind Querkraftversuche mit konventioneller Betonstahlbewehrung aus unterschiedlichen Quellen aufgelistet. Zudem wird eine Datenbank für Bauteile mit Bewehrung aus FVK zusammengetragen. Die Datenbank beinhaltet sowohl Ergebnisse für alle gängigen Fasermaterialien, für Textilien und Stäbe und für letztere auch mit unterschiedlichen Oberflächenprofilierungen. Es wurden nur Versuchsdaten mit den nachfolgenden Kriterien in die Datenbank übernommen:

- $b_{\rm w} = b$
- $b \ge 50 \text{ mm}$
- $h \ge 70 \text{ mm}$
- $f_c \ge 12 \text{ N/mm}^2$
- $\lambda \ge 2,4$
- Größtkorndurchmesser *a*g bekannt

Mit diesen Kriterien verbleiben in der Datenbank für Bauteile mit Betonstahl insgesamt n = 551 Versuche und für Bauteile mit FVK-Bewehrung insgesamt n = 180 Versuche. Bei einem Vergleich der experimentellen und rechnerisch ermittelten Querkrafttragfähigkeiten der beiden in Kapitel 3.3.2.1 vorgestellten Modelle, aufgetragen über die Schubschlankheit  $\lambda$ , ergibt sich die in Abbildung 4-14 dargestellte Grafik.





Während für Betonbauteile mit Betonstahlbewehrung das Modell nach Tran (2018) geringfügig bessere Ergebnisse liefert, unterschätzt das Modell die Querkrafttragfähigkeit für Bauteile mit FVK-Bewehrung deutlich, was auf mehrere Aspekte zurückzuführen ist. Als wichtigster Punkt ist dabei zunächst das Versagenskriterium zu nennen. Tran (2018) legt dieses auf den Beginn des instabilen Risswachstums, da dieser Zustand mit einem Steifig-

keitsabfall und einem instabilen Last-Verformungs-Verhalten einhergehen kann. In bestimmten Fällen kann, wie in Kapitel 3.3.2.1 beschrieben, ein Systemwechsel hin zu einem Sprengwerk erfolgen und die Last weiter gesteigert werden. Diese Laststeigerung wird in dem Modell nach Tran (2018) nicht berücksichtigt. Zur Berücksichtigung des Traganteils in der Zugzone wird eine Grenzdehnung ermittelt, die sich aus einem fiktiven Grenzwert der Rissbreite, bei der noch Zugspannungen übertragen werden können, im Verhältnis zur mittleren Rissbreite s<sub>r,m</sub> ergibt. Die in Tran (2018) dargestellte Gleichung zur Bestimmung Rissabstandes ergibt sich jedoch aus den Verbundkennwerten ( $\alpha = 1/3$ , des  $\tau_{\text{max}} = 3.5 \cdot f_{\text{cm}}^{0.5}$ ) für gerippten Betonstahl. Aus diesem Grund gilt der Koeffizient  $k_1$  in Gl. 3-34 zur Berücksichtigung des Elastizitätsmoduls von FVK-Bewehrung nur bei gleichen Verbundkennwerten. Muttoni et al. (2018) berücksichtigen eine Laststeigerung durch versuchstechnische Beobachtungen der Rissentwicklung. Der Mittelwert von m = 1,09 zeigt eine gute und auf der sicheren Seite liegende Übereinstimmung. Eine Abschätzung der Tragfähigkeit mit Hilfe dieses Modells ist somit berechtigt. Auffällig ist jedoch, dass die Querkrafttragfähigkeit der A-V-C Reihe überschätzt wird. Bielak et al. (2019) untersuchten die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen unter Verwendung des gleichen CFK-Textils, deren Ergebnisse ebenfalls in der Querkraftdatenbank in Anhang B integriert sind. Die Ergebnisse weisen eine bessere Übereinstimmung mit dem in Muttoni et al. (2018) beschriebenen Modell auf. Bei tiefergehender Analyse fällt auf, dass die Bauteile der A-V-C Serie aufgrund der niedrigeren Dehnsteifigkeit der Bewehrung eine sehr geringe Druckzonenhöhe aufweisen, welche rechnerisch im Mittel x = 9,6 mm beträgt. Die von Bielak et al. (2019) untersuchten geometrischen Bewehrungsgrade sind im Vergleich zur A-V-C-Serie doppelt so hoch, verfügen aber zum Teil über Druckzonenhöhen in vergleichbarer Größenordnung, jedoch bei einem deutlich geringeren Größtkorndurchmesser. Im vorliegenden Fall ergibt sich für die Bauteile der A-V-C Serie das Problem, dass die Druckzonenhöhe bereits kleiner als der Größtkorndurchmesser  $a_g = 16$  mm ist. Durch dieses ungünstige Verhältnis kann es in der Druckzone zu abweichenden Materialkennwerten des Betongefüges sowie zu Störstellen im Bereich der Rissspitze kommen. Dadurch kommt es bei den Ergebnissen der A-V-C Serie zu Abweichungen zwischen rechnerischen und experimentellen Werten.

#### Analyse der Querkrafttragmechanismen (B-Serie)

Wie bereits zuvor beschrieben, entwickelt sich der kritische Schubriss aus einem vertikal orientierten Biegeriss, der im Abstand zwischen 0.5 d und a / 2 vom Lasteinleitungspunkt entfernt liegt und mit einem Winkel von ca. 45 ° bis zur neutralen Achse im gerissenen Zustand verläuft. Wird die Betonzugfestigkeit an der Rissspitze erreicht, schlägt der Riss in einem flacheren Winkel durch die Betondruckzone. In bestimmten Fällen tritt hier ein Systemwechsel hin zu einer Sprengwerktragwirkung ein und die Last kann weiter gesteigert werden. Für die Bauteile der B-Serie wurde neben den konventionellen Messmethoden

auch eine kontaktlose photogrammetrische Messung auf Basis der digitalen Bildkorrelation durchgeführt. Das Last-Verformungs-Verhalten sowie die Rissmuster zu bestimmten Laststufen sind beispielhaft in Abbildung 4-15 dargestellt.



Abbildung 4-15 Last-Verformungs-Verhalten und Rissmuster aus DIC-Messung des Bauteils B-V-C-K1

Wie zu erkennen ist, tritt das Versagen ein, bevor der kritische Schubriss in die Druckzone eindringt. Aus diesem Grund kann davon ausgegangen werden, dass die maximale Querkrafttragfähigkeit erreicht wird, wenn die Schubspannung in Höhe der neutralen Achse die Betonzugfestigkeit erreicht. Der Traganteil der Druckzone lässt sich demnach nach Gl. 3-15 bestimmen. Für den Traganteil der Rissverzahnung wird die Formel nach Herbrand und Hegger (2017) in Gl. 3-27 verwendet. Die Rissbreite wird im kritischen Schubriss mit Hilfe der photogrammetrischen Messung bei maximaler Last ausgewertet. Im Bereich der Bruchprozesszone werden die übertragbaren Zugspannungen auf Basis der in fib Model Code 2010 (2013) angegebenen und auf Grundlage der in Abbildung 2-3 dargestellten Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung berechnet. Der Anteil der Dübelwirkung wird, wie in Kapitel 3.3.2.1 beschrieben, mit Hilfe von Gl. 3-29 und den DIC-Messungen bestimmt.



Abbildung 4-16 Querkrafttraganteile im Vergleich (Bauteile der B-Serie)

Abbildung 4-16 zeigt die so berechneten relevanten Querkrafttraganteile sowie eine Illustration der Spannungsverteilung und der wirkenden Kräfte im kritischen Schubriss. Trotz der Vielzahl einflussnehmender Parameter lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der experimentell festgestellten Querkrafttragfähigkeit und der Summe der einzelnen Traganteile erkennen, die nachfolgend im Einzelnen diskutiert werden. Der Anteil der Druckzone beläuft sich für die Bauteile B-V-C auf ca. 49,2 % und für das Bauteil B-V-S-K1 auf 57,6 %. Die Dübelwirkung ist für das mit Betonstahl bewehrte Bauteil B-V-S-K1 mit 16,9 % ca. 1,64-fach höher als für die CFK-bewehrten Bauteile. Die erhöhte Dübelwirkung ist auf das größere Eigenträgheitsmoment bedingt durch den größeren Stabdurchmesser, die höhere Anzahl an Bewehrungsstäben sowie den höheren Elastizitätsmodul der Bewehrung zurückzuführen. Die beiden Anteile der Rissverzahnung und der Zugspannungen in der Bruchprozesszone reagieren empfindlich auf die jeweiligen Winkel des kritischen Schubrisses in diesem Bereich. Verläuft der Winkel unterhalb der Rissspitze steiler, so ist der Vertikalanteil der Bruchprozesszone trotz höherer Zugspannungen niedriger. Im vorliegenden Fall wurde keine Überlagerung der beiden Effekte im Bereich der Prozesszone vorgenommen, was im rechten Teil der Abbildung 4-16 erkennbar ist. Grund hierfür ist die grundsätzliche Vorstellung, dass zur Übertragung von Schubspannungen auch ein Schlupf vorhanden sein muss, der jedoch in diesem Bereich der Bruchprozesszone nicht oder kaum auftritt.

Des Weiteren ist anzumerken, dass das Querkraftversagen schlagartig eintritt, und es dadurch zu Abweichungen in den Messwerten im Bereich des Lastmaximums kommen kann, da aufgrund der großen Datenmengen der photogrammetrischen Messung die Messfrequenz auf 1 Hz festgesetzt werden musste. Die Auswertung der photogrammetrischen Messung erfolgte daher zur Verbesserung der Ergebnisse kurz vor oder kurz nach dem Erreichen des Lastmaximums. Die größten Abweichungen konnten für das Bauteil B-V-S-K1 festgestellt werden. Dies wird insbesondere auf die sehr kleinen Schubrissbreiten zurückgeführt, die sich nicht zuletzt aus dem deutlich größeren geometrischen Bewehrungsgrad ergeben. Da die Kameras des DIC-Systems auf das gesamte Bauteil und nicht auf das Detail des kritischen Schubrisses gerichtet sind, ist trotz guter Auflösung ein sogenanntes Rauschen in den Messwerten vorhanden. Außerdem sollte erwähnt werden, dass die Rissmuster und Rissbreiten, die sich seitlich am Bauteil ergeben und gemessen werden, nicht gleichmäßig über die Querschnittsbreite verlaufen. Hierdurch unterliegen die Anteile der Rissverzahnung und der Bruchprozesszone zusätzlichen Streuungen.

### 4.5 Zusammenfassung

In Abschnitt 4 erfolgte eine Darstellung der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen unter Kurzzeitbeanspruchung. Nach einer Erläuterung des Versuchsprogramms sowie der eingesetzten Messtechnik erfolgte eine präzise

Beschreibung der experimentellen Untersuchungen an den Einzelkomponenten Beton und Bewehrung. Für die Betone wurden die Druck- und Zugfestigkeiten an Zylindern, Würfeln und Bohrkernen bestimmt. Als Bewehrung kamen sowohl CFK-Textilien als auch CFK-Stäbe zum Einsatz. Für die Durchführung der Zugversuche an den CFK-Materialien wurde aufgrund der hohen Querdruckempfindlichkeit eine spezielle Lasteinleitungskonstruktion entwickelt, die aus zwei zusammengeschraubten Stahlplatten besteht. Diese Stahlplatten verfügen über eine durch Sandstrahlen aufgeraute innenliegende Fräsrille, in die der mit einem Schrumpfschlauch versehene Bewehrungsprüfkörper zentriert wird. Für jede Bewehrung wurden insgesamt 10 gültige Zugversuche (Versagen auf freier Länge) durchgeführt und die Ergebnisse der Festigkeiten und Steifigkeiten ausgewertet. Die Verbundwirkung und damit die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen der einzelnen Bewehrungselemente wurde durch 12 Pull-Out-Versuche bestimmt. Insgesamt wurden 16 Großbauteilversuche durchgeführt, bei denen unterschiedliche Bauteilabmessungen, Bewehrungsmaterialien und Betone zum Einsatz kamen. Es erfolgte eine präzise Beschreibung des Kraft-Verformungs-Verhaltens, der Rissbreiten und Rissabstände, der Verformungen sowie der Biege- und Querkrafttragfähigkeiten. Dabei stellte sich heraus, dass das Trag- und Verformungsverhalten der Betonbauteile mit Hilfe der aus den Untersuchungen zum Werkstoffund Verbundverhalten gewonnenen Eingangsparameter präzise prognostiziert werden kann. Der Maßstabseffekt, der aus dem spröden Versagensverhalten der FVK-Bewehrung resultiert, konnte auf Bauteilebene bestätigt werden. Für die Querkrafttragfähigkeit erfolgte eine genaue Analyse der einzelnen Tragmechanismen. Diese konnten durch den Einsatz photogrammetrischer Messtechnik, die auf dem Prinzip der digitalen Bildkorrelation beruht, präzise ausgewertet werden. Durch eine Messung der Rissuferverschiebungen sowie der auftretenden Rissbreiten konnte eine Abschätzung der Traganteile aus Rissverzahnung, Bruchprozesszone und Dübelwirkung erfolgen. Für einen Vergleich der Querkrafttragfähigkeit mit Versuchsergebnissen aus der Literatur wurde eine neue Datenbank zusammengetragen, die insgesamt 180 Querkraftversuche mit FVK-Bewehrung umfasst und zudem auch Informationen über das eingesetzte Bewehrungsmaterial sowie die Oberflächengestaltung beinhaltet. Es konnte festgestellt werden, dass bestehende und bereits etablierte Ingenieurmodelle aus dem Stahlbetonbau für eine Berechnung der Querkrafttragfähigkeit herangezogen werden können. Die Querkrafttragfähigkeit der Bauteile mit CFK-Textilien war jedoch niedriger im Vergleich zu den Bauteilen mit gefrästen CFK-Stäben. Dieser Umstand wird zum Teil auf den sehr geringen geometrischen Bewehrungsgrad und das ungünstige Verhältnis aus Druckzonenhöhe und Größtkorndurchmesser zurückgeführt.

Weitere im Rahmen der Bauteilversuche aufgenommene Messwerte und zusätzliche Informationen können El Ghadioui und Graubner (2019); El Ghadioui et al. (2020) sowie dem Anhang C entnommen werden.

# **5 BAUTEILVERSUCHE UNTER DAUERBEANSPRUCHUNG**

### 5.1 Einführung

Aufbauend auf den Untersuchungen zur Biege- und Querkrafttragfähigkeit unter Kurzzeitbeanspruchung werden im folgenden Kapitel die Ergebnisse der Bauteilversuche unter Dauerbeanspruchung vorgestellt und diskutiert. Dabei werden zunächst das Versuchsprogramm und die jeweiligen Ziele erläutert sowie die experimentellen Untersuchungen zum zeitabhängigen Festigkeits- und Kriechverhalten der Betone erörtert. Die Kapitel 5.3 und 5.4 befassen sich mit den Langzeitversuchen der Bauteile unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung. Hier wird analog zu den Bauteilversuchen unter Kurzzeitbeanspruchung eine inhaltliche Trennung zwischen den überwiegend biege- und querkraftbeanspruchten Bauteilen durchgeführt.

### 5.2 Materialkennwerte

### 5.2.1 Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmoduln der Betone

Zur Bestimmung der Materialparameter der Betone wurden zunächst Untersuchungen zur Festigkeit in Abhängigkeit vom Betonalter *t* durchgeführt. Die Umrechnung der Werte erfolgt analog zu Kapitel 4.3.1. Mit Hilfe einer Regressionsanalyse wurden die Näherungskurven so angepasst, dass eine bestmögliche Übereinstimmung der Versuchsergebnisse in den ersten 100 Tagen erzielt wird. Die Entwicklung der Druck- und Zugfestigkeiten sowie die dazugehörigen Berechnungsgleichungen können Abbildung 5-1 entnommen werden.



Abbildung 5-1Druck- und Zugfestigkeit der Betone in Abhängigkeit von der ZeitFür die Elastizitätsmoduln (Sekantenmodul) der Betone  $E_{cm}$  können vereinfacht die nachfolgenden Beziehungen angenommen werden.

$$E_{\rm cm}(t) = \left[\frac{f_{\rm 1,c,m}(t)}{f_{\rm 1,c,m,28}}\right]^{0,3} \cdot E_{\rm cm} = \left[\frac{f_{\rm 1,c,m}(t)}{f_{\rm 1,c,m,28}}\right]^{0,3} \cdot \alpha_{\rm i} \cdot 21.500 \cdot \left(\frac{f_{\rm 1,c,m,28}}{10}\right)^{1/3} \cdot \alpha_{\rm Ecm} \qquad Gl. 5-1$$

Dabei ist:

 $\alpha_{Ecm} = 1,06$  für Betone A - C 40/50 bzw.  $\alpha_{Ecm} = 0,93$  für Betone B - C 50/60

### 5.2.2 Kriechen des Betons

Einer der maßgeblichen Einflussfaktoren auf das Langzeitverhalten bewehrter Betonbauteile ist das Kriechen des Betons, welches im Rahmen von begleitenden Langzeitversuchen erfasst wurde. Da das Versuchsprogramm auch hohe Lastniveaus vorsieht und dementsprechend hohe Spannungen innerhalb der Betondruckzone in den Rissquerschnitten zu erwarten sind, wurden die Kriechversuche bei unterschiedlichen Spannungsniveaus durchgeführt, um auch Kenntnisse über das nichtlineare Kriechen zu erhalten. Aufgrund der vorhandenen Prüfapparatur sind die Maximallasten begrenzt, weshalb die Kriechversuche an Bohrkernen mit planmäßigem Durchmesser D = 100 mm und einer Höhe H = 200 mm durchgeführt wurden, die aus größeren Zylindern herausgetrennt wurden. Für beide Betone wurden jeweils zwei unbelastete und an den Stirnflächen versiegelte Referenzproben mitgemessen, um den Einfluss des Schwindens bzw. Quellens der Betone herauszurechnen. Jeweils zwei Prüfkörper werden bei konstanten klimatischen Verhältnissen bei 20 °C und 65 % relativer Luchtfeuchtigkeit bei einem Spannungsniveau zwischen ca. 31 % und 74 % in pneumatischen Kriechständen konstant belastet. Die Parameter der Kriechversuche sowie eine Darstellung des Versuchsstandes sind in Tabelle 5-1 zusammengefasst.

Droho	Datan	Н	D	ρ	$t_0$	$f_{1,c,calc}$	Spannungs-	Dorotollung			
Probe	Beton	in mm	in mm	in g/cm <sup>3</sup>	in Tagen	in N/mm <sup>2</sup>	niveau	Darstellung			
A-S1		196	104	2,32			004				
A-S2		195	104	2,40			070				
A-K1		200	104	2,37			31%	TT TT			
A-K2	C 40/50	196	104	2,42	276	52.1	5170	<b>K</b> riechproben			
A-K3	C 40/30	198	104	2,40	270	55,1	52%	53,1			
A-K4		199	104	2,41			5270				
A-K5		197	104	2,38			720/				
A-K6		197	104	2,41			1370	Abstand			
B-S1		202	104	2,35			004	halter			
B-S2		200	104	2,34			070				
B-K1		202	104	2,35			2204				
B-K2	C 50/60	199	104	2,36	145	62.6	3270				
B-K3	C 30/00	199	104	2,35	145	02,0	520/				
B-K4		200	105	2,33			55%				
B-K5		200	104	2,33			740/				
B-K6		200	104	2,35			/4%				

Tabelle 5-1 Parameter aer Betonkriechversuche	Tabelle 5-1	Parameter der Betonkriechversuche
---	-------------	-----------------------------------

Vor Belastungsbeginn wurde die Druckfestigkeit an Referenzproben ermittelt, die sehr gut mit den in Kapitel 5.2.1 beschriebenen Festigkeitskurven übereinstimmt, sodass im Folgenden nur die rechnerischen Festigkeiten angegeben werden. Jeder Prüfkörper wurde an allen vier Seiten mit Messmarken versehen, welche in vertikaler Richtung einen Abstand von 100 mm zueinander hatten. Mit Hilfe dieser Messmarken und geeichten Setzdehnungsmessern konnten die Differenzverformungen in regelmäßigen Abständen über einen Zeitraum von ca. 224 Tagen (32 Wochen) gemessen werden.



Abbildung 5-2 Ergebnisse der Betonkriechversuche

Die in Abbildung 5-2 dargestellten experimentell ermittelten Kriechbeiwerte beziehen sich auf den Elastizitätsmodul im Ursprung bei einem Betonalter von 28 Tagen, sodass diese mit den normativen Kriechkurven nach DIN EN 1992-1-1 (2011) verglichen werden können. Die Kurven nach DIN EN 1992-1-1 (2011) stellen eine starke Vereinfachung dar, da angenommen wird, dass die Elastizitätsmoduln vollständig mit der Festigkeit korrelieren. Dies ist jedoch insbesondere hinsichtlich der Vielzahl an möglichen Betonrezepturen und Arten der Gesteinskörnung nicht immer zutreffend. Aus diesem Grund wurden die normativen Kriechkurven entsprechend dem Verhältnis aus angenommenem und tatsächlichem Elastizitätsmodul  $E_{c,i,28,EC2} / E_{c,i,28,exp}$  korrigiert. Neben den Kurven ist ein Streubereich von +/- 30 % um den rechnerischen Mittelwert dargestellt. Für Spannungsniveaus unterhalb von  $\sigma_c / f_{ck}(t_0) = 70$  % kann eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Bei Lastniveaus > 70 % und starken Auswirkungen nichtlinearen Kriechens, für die die analytischen

Zusammenhänge nach DIN EN 1992-1-1 (2011) nicht kalibriert sind, weichen die rechnerischen Ergebnisse deutlich von den experimentellen Werten ab. Die Spannungsniveaus, die in Tabelle 5-1 dargestellt sind, verstehen sich als Verhältnis der einwirkenden Spannung zur einaxialen Betondruckfestigkeit  $f_{1,c,m}(t_0)$  zum Zeitpunkt der Belastung. Trotz dieser hohen Spannungen konnte kein Dauerstandversagen beobachtet werden.

#### 5.3 Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung

#### 5.3.1 Versuchsprogramm und Messtechnik

Da FVK-Bewehrungen, wie in Kapitel 2.4.4.3 beschrieben, in der Regel über eine Dauerstandfestigkeit verfügen, soll durch die Untersuchungen das zeitliche Bauteilverhalten unter statischer Dauerbeanspruchung näher analysiert werden. Dabei sollen sowohl durch hohe als auch durch moderatere Beanspruchungen die Aspekte der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit bei überwiegender Biege- und Querkraftbeanspruchung abgedeckt werden. Die Bauteilbezeichnungen erfolgen analog zu Kapitel 4.2 und können Tabelle 5-2 entnommen werden. Die Beschreibung der Lastaufbringung sowie die Berechnung der Lastniveaus erfolgt in den jeweiligen Unterkapiteln.

Bezeichnung	Beton	Bewehrung	$d_{\rm m}$ in mm	$\lambda = a/d$	$ ho_1$ in %	$\omega_{ m m}$ in %	Bauteilalter $t_0$
A-M-C-D1			79,1	11,0	0,268	6,3	147
A-M-C-D2		CFK	83,2	10,5	0,255	5,8	307
A-V-C-D1	C 40/50	Textil	82,8	3,9	0,256	5,8	316
A-V-C-D2			84,5	3,8	0,251	5,7	312
A-M-S-D1		B500	73,8	11,8	0,817	9,1	306
B-M-C-D1			160,5	12,0	0,218	6,2	258
B-M-C-D2		CEK Stöbo	157,5	12,2	0,223	6,3	253
B-V-C-D1	C 50/60	CI'K Stabe	165,7	3,7	0,317	9,0	244
B-V-C-D2			168,0	3,6	0,313	8,9	254
B-M-S-D1		B500	178,0	10,8	0,635	5,9	250

Tabelle 5-2Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung

Als Messwerte wurden neben den vertikalen Verformungen auch die Dehnungen auf der Bauteilunterseite mittels Seilzugwegaufnehmer sowie die Betonstauchungen durch einen zentral auf der Bauteiloberseite angebrachten DMS aufgenommen. Innerhalb der ersten drei Tage nach Belastungsbeginn wurden die Messwerte kontinuierlich bei einer Frequenz von 1 Hz aufgezeichnet. Ab dem vierten Tag wurden die Maximal- und Minimalwerte stündlich abgespeichert. In Tabelle 5-2 ist zudem das Bauteilalter bei Belastungsbeginn  $t_0$ angegeben, welches auf  $t_0 > 100$  Tage gesetzt wurde, um den Einfluss der Nacherhärtung zu reduzieren. Als Zieldauer der Dauerstandversuche werden 5.000 h (ca. 208 Tage) festgelegt.

# 5.3.2 Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung)

Zur Untersuchung des Bauteilverhaltens unter statischer Dauerbeanspruchung bei überwiegender Biegung werden insgesamt sechs Bauteilversuche über einen Belastungszeitraum von mindestens 5.000 h durchgeführt. Die Bauteile werden dabei mit Gewichten, bestehend aus vorab gewogenen Betonblöcken und Stahlplatten, entsprechend dem erforderlichen Spannungsniveau belastet. Diese Gewichte wurden im Zuge der Belastung mittels Lastkran auf die Bauteile gehoben und langsam abgesetzt. Die Gewichte wurden über Stahlplatten und Rollen auf Lasteinleitungsträger gesetzt, die auf den Bauteilen durch Gipskalkmörtel fixiert sind. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5-3 dargestellt.



Abbildung 5-3 Statische Dauerstandversuche A-M (links) und B-M (rechts)

Zur Bestimmung des Lastniveaus bei Belastungsbeginn wurden die aus den Gewichten (inklusive Lasteinleitungsträger, Stahlplatten und Rollen) und dem Eigengewicht der Bauteile resultierenden Spannungen in der Bewehrungslage ins Verhältnis zur Zugfestigkeit der Bewehrung gesetzt. Als Zugfestigkeit für die CFK-Materialien werden die Mittelwerte der aufgrund des Maßstabseffektes abgeminderten mittleren Zugfestigkeit aus den Kurzzeitversuchen angesetzt (vgl. Tabelle 4-5).

Tabelle 5-3	Belastung und	Lastniveaus der	r Dauerstandversu	che A-M und B	3-M

Versuch	$f_{\rm t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	Belastung in kN	$\sigma_{ m s/f}$ in N/mm²	Lastniveau
A-M-C-D1	1.189	19,70	1.163	0,98
A-M-C-D2	1.189	11,50	700	0,59
A-M-S-D1	578	14,07	370	0,64
B-M-C-D1	1.857	29,66	1.575	0,85
B-M-C-D2	1.857	14,07	924	0,50
B-M-S-D1	578	19,61	367	0,64

In Abbildung 5-4 sind die experimentell und rechnerisch ermittelten Verformungs-Zeit-Verläufe dargestellt. Der grau hinterlegte Bereich stellt ein Streuband von +/-15 % um den rechnerisch ermittelten Mittelwert dar. Bei der rechnerischen Ermittlung der Verformungen wurden die zeitlich veränderlichen Materialparameter der Festigkeit und des Elastizitätsmoduls berücksichtigt. Die Kriechzahlen werden nach DIN EN 1992-1-1 (2011) berechnet, da diese, wie in Kapitel 5.2.2 nachgewiesen wurde, eine gute Übereinstimmung mit den Kriechversuchen zeigten. Für das Spannungsverhältnis  $k_{\sigma}$  zur Berücksichtigung nichtlinearen Kriechens werden die mittleren Spannungen aus den Betonstauchungen unter Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes und dem mittleren effektiven Elastizitätsmodul im maximal beanspruchten Bereich in Feldmitte berechnet. Aufgrund des angenommenen linearen Spannungsverlaufs in der Betondruckzone wird die Spannung gemittelt und auf die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit zum Zeitpunkt  $t_0$  bezogen, vgl. Gl. 5-2.

$$k_{\sigma}(t_0) = \frac{\sigma_{\rm cm}/2}{f_{\rm ck,cyl}(t_0)} = \frac{\varepsilon_{\rm cm,max}(t_0) \cdot E_{\rm cm}(t_0)}{2 \cdot f_{\rm ck,cyl}(t_0)} \qquad Gl. 5-2$$

Grundsätzlich verringert sich die Spannung in der Druckzone im Laufe der Zeit, da sich das Steifigkeitsverhältnis durch die Kriechvorgänge verändert und die Betondruckzone anwächst, wie in Kapitel 3.4.3 anschaulich dargestellt.



Abbildung 5-4 Verformungs-Zeit-Kurven der Dauerstandversuche A-M & B-M

Des Weiteren wird auch der mittlere Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  in Abhängigkeit von der Zeit angepasst. In einer ersten Berechnung stellte sich heraus, dass die Verformungen zum Zeitpunkt t = 5.000 h zwar gut durch die verwendeten Verfahren prognostiziert werden können, der berechnete Verformungsverlauf aber abweicht, da die Zunahme der Verformungen in den ersten Stunden deutlich überschätzt wird. Bei näherer Betrachtung fällt dies auf die Verbundkriechzahl (vgl. Gl. 3-8) zurück, durch die der mittlere Völligkeitsbeiwert abgemindert wird. Franke (1976) leitete diese Gleichung an Auszugsversuchen unter konstanter Dauerbeanspruchung ab, bei denen Normalbeton mit einer Würfeldruckfestigkeit von ca. 45 N/mm<sup>2</sup> und eine Einbindelänge von  $l_b = 4 \emptyset$  verwendet wurde. Die Beanspruchung betrug ca. 0,55  $\tau_{max}$  bei einem Belastungsalter von  $t_0 = 30$  Tagen. Wie zu erkennen ist, kann die Verbundkriechzahl mit Hilfe der bekannten Gleichungen nur abgeschätzt werden, da der Einfluss der unterschiedlichen Parameter nicht abschließend erforscht ist. Der Einfluss auf die Endverformungen ist jedoch gering. Für eine verbesserte Übereinstimmung des Verformungs-Zeit-Verlaufs wird die Gleichung mit Beibehaltung des gleichen Grenzwertes für einen Betrachtungszeitraum von 50 Jahren umgewandelt.

$$k_t(t-t_0) = 2, 4 \cdot \left(\frac{t-t_0}{5.000+t-t_0}\right)^{0.8}$$
Gl. 5-3

Für die Bauteile der B-Reihe wurde, wie auch in der Nachrechnung der Verformungen unter Kurzzeitbeanspruchung, die charakteristische Betonzugfestigkeit  $f_{ctk}$  angesetzt. Insgesamt kann eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und berechneten Werten festgestellt werden.

In Abbildung 5-5 sind die absoluten Größen der Betonstauchungen sowie der zeitabhängige Zuwachs der Stauchungen und Dehnungen auf der Ober- bzw. Unterseite dargestellt.





Hinsichtlich der absoluten Größen der Betonstauchungen ist erkennbar, dass die Stahlbetonbauteile die geringsten Stauchungen aufweisen, was auf die höhere Steifigkeit der Bauteile im Zustand II zurückzuführen ist. Grundsätzlich wächst mit niedrigerer Dehnsteifigkeit und höherer Beanspruchung die absolute Größe der Betonstauchung. Im Fall des hochbelasteten Bauteils A-M-C-D1 liegt die Betonstauchung jedoch vergleichsweise niedrig. Die Messung der Betonstauchungen ist, wie in Abschnitt 4.4.4 beschrieben, mit großen Unsicherheiten behaftet. Der DMS kann sich in diesem Falle an einer Position befinden, die beispielsweise einen überproportional hohen Anteil an Gesteinskörnung aufweist und somit niedrigere Stauchungen misst. Betrachtet man jedoch die bezogene Zunahme der Stauchungen, so scheint eine Umlagerung der Stauchungen stattzufinden, die bei Bauteil A-M-C-D1 zu hohen bezogenen Zuwächsen führt. Die absolute Stauchung bleibt jedoch unterhalb des niedriger belasteten Versuchs A-M-C-D2. Im Falle der Bauteile der B-Serie lässt sich die größte Zunahme bei Versuch B-M-S-D1 erkennen, da mit größerer Dehnsteifigkeit der Bewehrung die Druckzonenhöhe ansteigt und damit auch der Einfluss des Kriechens auf die Gesamtverformung größer wird.

Des Weiteren ist in Abbildung 5-5 die Dehnungszunahme auf der Bauteilunterseite erkennbar. Diese wurde mittels an der Bauteilunterseite angebrachter Seilzugwegaufnehmer zwischen den Lasteinleitungspunkten aufgenommen. Die Dehnung an der Unterseite resultiert überwiegend aus der Zunahme der Rissbreiten über die Zeit und kann näherungsweise als Zunahme der mittleren Rissbreite interpretiert werden. Die mit Betonstahl bewehrten Bauteile zeigen den größten Zuwachs, da der Einfluss des Kriechens der Druckzone hier am größten ist. Die Verläufe sind zum Teil unregelmäßig und sprunghaft und können auf eine Vielzahl an Parametern zurückgeführt werden. Bei Versuch A-M-C-D2 sind nach Absetzen des letzten Belastungsgewichts innerhalb der ersten Minuten zwei weitere Risse aufgegangen, wodurch der Sprung im Anfangsbereich der Kurve zu erklären ist. Für die Zuwächse am Ende der Versuchsdauer lässt sich jedoch festhalten, dass bei größerer Beanspruchung der Zuwachs größer ist. Für die mit Betonstahl bewehrten Bauteile liegt der Zuwachs im Bereich 39 % – 43 % und für die CFK-bewehrten Bauteile zwischen 15 % – 38 %.

Nach Erreichen der Belastungsdauer von 5.000 h wurden die Bauteile weggesteuert bis zum Bruch zur Ermittlung ihrer Resttragfähigkeit geprüft. Die Kraft-Verformungs-Kurven können Abbildung 5-6 entnommen werden.



Abbildung 5-6 Resttragfähigkeiten der statischen Dauerstandversuche A-M und B-M

Einer der Risse in Bauteil A-M-C-D1 schlug beim Transport zur Prüfmaschine durch die Druckzone. Die Resttragfähigkeit wurde hierdurch jedoch nicht beeinflusst. Bei Bauteil A-M-C-D2 bildeten sich bei einer Kraft von ca. F = 17,6 kN zwei horizontale Risse über die Strecke des mittleren Rissabstandes bzw. der zweifachen Maschenweite. Dies führte auch

zu einer niedrigeren Bruchlast, ähnlich wie im Versuch A-M-C-K3. An den Kraft-Verformungs-Verläufen ist zu erkennen, dass die Bauteile unter höherer statischer Dauerlast zu Beginn der Prüfung der Resttragfähigkeit eine geringere Steifigkeit aufweisen.

## 5.3.3 Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft)

Aufgrund der höheren Kräfte konnten für die Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung mit Querkraftversagen als maßgebenden Versagensmechanismus keine Belastungsgewichte verwendet werden. Stattdessen wurde ein Versuchsstand konstruiert, mit Hilfe dessen die Bauteile belastet werden können. Diese Konstruktion besteht aus zwei vertikal verlaufenden Ankerstangen, welche durch zwei aus C-Profilen bestehenden Querriegeln durchgeführt und unterhalb des Spannbodens mit einer zwischengeschalteten Feder verspannt sind. Zwischen den beiden Querriegeln wird zur Lastaufbringung ein Hydraulikzylinder zentrisch eingebaut, der während des Belastungsvorgangs gegen den nach oben hin fixierten Querriegel drückt und die Belastung somit über den unteren Querriegel auf das Bauteil überträgt. Während des Belastungsvorgangs wird die aktuell aufgebrachte Last durch eine zwischengeschaltete Kraftmessdose bestimmt und überwacht. Gleichzeitig erfährt die unterhalb des Spannbodens angebrachte Feder (Hochleistungsdruckfeder Typ Anakonda®) eine Stauchung. Die Federsteifigkeiten der einzelnen Federn wurden im Vorfeld in einem separaten Prüfstand ermittelt, sodass durch die festgestellten Stauchungen der Federn die aktuelle Kraft sowie die Kraftverluste im System über die Zeit ermittelt werden können. Nach Erreichen der Prüfkraft (inklusive einem Überspannen von ca. 5 %) wird die Kraft zunächst mittels Hydraulikzylinder gehalten und zeitabhängige Kraftabfälle infolge der sinkenden Steifigkeiten der Betonbauteile ausgeglichen. Nach einer Zeitspanne von ca. einer Stunde wird der untere Querriegel nach oben hin fixiert und der Hydraulikzylinder eingefahren. Hiernach werden die aus dem systembedingten Schlupf resultierenden Differenzverformungen der Federn aufgenommen. Ein Nachspannen der Bauteile wurde nicht erforderlich, da die Kraft während der gesamten Versuchsdauer um nicht mehr als 10 % abfiel. Bauteile und Versuchsstand sind in Abbildung 5-7 dargestellt.



Abbildung 5-7 Statische Dauerstandversuche A-V und B-V

Die aufgezeichneten Verformungen in Feldmitte sowie die aufgebrachten Lasten können Abbildung 5-8 entnommen werden. Der Zeitpunkt  $t_0$  bezeichnet dabei die höchste Last während des Anspannvorgangs,  $t_1$  den Zeitpunkt unmittelbar nach Ablassen des Hydraulikzylinders und  $t_2$  den Endzeitpunkt nach 5.000 h. Im Gegensatz zur kraftgesteuerten Belastung, welche durch die Verwendung von Belastungsgewichten realisiert wird, vgl. Abschnitt 5.3.2, verlaufen die Kurven im vorliegenden Fall unregelmäßig. Die absoluten Größen der Verformungen sind aufgrund der Schubschlankheit relativ gering. Bei den Bauteilen A-V-C-D1 und B-V-C-D2 können einzelne Schwankungen beobachtet werden. Diese können entweder aus Störungen der messtechnischen Seilzugwegaufnehmer oder aber aus Stößen und Vibrationen im Umfeld der Bauteile resultieren. Da sich die Schwankungen im Bereich von ca. einem Millimeter bewegen, werden diese vernachlässigt. Während die Lasteinleitungspunkte und Lagerbereiche der Bauteile A-V-C-D mit Hilfe eines Gipskalkmörtels fixiert sind, wurden bei den Bauteilen B-V-C-D flexible Gummigranulatstreifen verwendet. Hieraus resultieren zusätzliche mitgemessene Verformungen, die durch einen Subtraktionsterm von  $\Delta w = 1,5$  mm berücksichtigt werden.



Abbildung 5-8 Verformungs-Zeit-Kurven der Dauerstandversuche A-V (links) und B-V (rechts)

Innerhalb der Versuchsdauer von 5.000 h trat kein Dauerstandversagen der Prüfkörper auf. Die Bauteile wurden hiernach hinsichtlich ihrer Resttragfähigkeit geprüft. Dabei stellte sich heraus, dass die Bauteile A-V-C-D nicht mehr auf Querkraft versagten, sondern auf Biegung. Die Bauteile B-V-C-D wiesen ein ausgeprägtes Biegeschubversagen auf. Die Kraft-Verformungs-Kurven sowie die ermittelten Querkrafttragfähigkeiten der Bauteile können Abbildung 5-9 entnommen werden.



Abbildung 5-9 Resttragfähigkeiten der statischen Dauerstandversuche A-V (links) und B-V (rechts)

Wie aus obiger Abbildung ersichtlich ist, konnte ein grundsätzlich positiver Einfluss einer vorangegangenen Dauerbeanspruchung auf die Querkrafttragfähigkeit festgestellt werden. Da die Bauteile A-V-C-D auf Biegung versagten, kann die Resttragfähigkeit nur als Mindestquerkrafttragfähigkeit angesehen werden. Lediglich Bauteilversuch B-V-C-D1 wies eine 4 % niedrigere Querkrafttragfähigkeit nach der konstanten Dauerbeanspruchung auf. Da die statische Nutzhöhe im kritischen Riss dieses Bauteils ebenfalls ca. 4 % niedriger ist als die mittleren statischen Nutzhöhen aus den Querkraftversuchen unter Kurzzeitbeanspruchung, kann davon ausgegangen werden, dass die bezogene Tragfähigkeit vergleichbar hoch ist.

Im Folgenden sollen die einzelnen Effekte und Tragmechanismen unter konstanter Dauerbeanspruchung näher analysiert werden.

Betondruckzone

Wie bereits in Kapitel 3.4.3 anschaulich dargestellt, vergrößert sich die Betondruckzonenhöhe bei konstanter Dauerbeanspruchung. Für die Bauteile A-V-C-D und B-V-C-D ergibt sich eine rechnerische Vergrößerung um 34 % respektive 28 %.

• Festigkeitsentwicklung

Erreichen die Schubspannungen in Höhe der neutralen Achse die Betonzugfestigkeit, so kann ein Querkraftversagen oder ein abrupter Systemwechsel einschließlich Steifigkeitsabfall zu erwarten sein. Aufgrund der Nacherhärtung steigt die Betonzugfestigkeit mit der Zeit an. Zwischen den Zeitpunkten der Referenzversuche unter Kurzzeitbeanspruchung und dem Zeitpunkt des Endes der Dauerstandversuche ist mit einer Zunahme der Festigkeiten von ca. 6 % zu rechnen. Bei einer konstanten Beanspruchung unterhalb der Dauerstandzugfestigkeit, die während der Versuchsdauer nicht zu einem Versagen führt, ist eine zusätzliche Festigkeitssteigerung möglich, vgl. Kapitel 2.2.5 und Stöckl (1967). Mit höherer Beanspruchung nimmt diese zusätzliche Festigkeitssteigerung zu.

Traganteil aus Rissverzahnung und Bruchprozesszone
 Mit steigender Krümmung und Bewehrungsdehnung wachsen auch die Rissbreiten an. Gleichzeitig verringert sich aufgrund des Verbundkriechens die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Die Dehnung in der Bewehrung ist während der Versuchsdauer von 5.000 h rechnerisch nur minimal um 1 % des Ausgangswertes zum Zeitpunkt *t*<sub>0</sub> gestiegen. Da bei der CFK-Bewehrung nicht von einem Bewehrungskriechen ausgegangen werden kann und die Bewehrungsdehnung sowie die Rissabstände gleichgeblieben sind, resultiert die Rissbreitenzunahme überwiegend aus der reduzierten Zugversteifung. Für den Zustand des Einzelrisses ergeben sich somit in Abhängigkeit vom Koeffizienten des Verbundgesetzes für einen Bereich von 0,3 < α < 0,9 Rissbreitenvergrößerungen [(1+φ<sub>v</sub>)<sup>α</sup> – 1] von 30 % bis 118 %. Bei linearer Abhängigkeit zwischen Rissbreite und Traganteil der Zugzone verringert sich dieser um 23 % bis 54 %.

• <u>Dübelwirkung</u>

Die Verformungen der Bauteile steigen rechnerisch um 15 % bis 29 % an, sodass davon ausgegangen werden kann, dass auch die Relativverschiebungen der beiden Rissufer im kritischen Riss zunehmen. Aufgrund der transversalen Isotropie der CFK-Bewehrung mit deutlich verringerter radialer Steifigkeit kann davon ausgegangen werden, dass die Bewehrung in radialer Richtung ein höheres Kriechvermögen aufweist, wodurch die Verformungen zusätzlich ansteigen.

Unter den zuvor genannten Aspekten ist ersichtlich, dass eine Zunahme der Querkrafttragfähigkeit durch vorangegangene Dauerbeanspruchungen wahrscheinlicher ist als eine Abnahme der Tragfähigkeit. Durch die größere Zunahme der Betondruckzonenhöhe sowie die geringere Abnahme des Traganteils aus Rissverzahnung aufgrund des kleineren  $\alpha$ -Koeffizienten ist die prozentual höhere Zunahme der Bauteile A-V-C-D ebenfalls erklärbar. Diese Erkenntnisse decken sich mit Versuchsergebnissen von Sarkhosh et al. (2015). In einem groß angelegten Versuchsprogramm wurden hier schubkritische Stahlbetonbalken in Dreipunkt-Biegeversuchen mit einer Schubschlankheit von ca.  $\lambda = 3$  untersucht, die zum Teil mit und ohne vorangegangener Dauerbeanspruchung geprüft wurden. Dabei konnten einige oben beschriebene Effekte bestätigt werden. Während der Dauerbeanspruchung nahm die mittlere Rissbreite in Abhängigkeit von der Belastungsdauer zu. Die Rissbreitenzunahme betrug zwischen 12,3 % und 22,8 %. Für einen Koeffizienten von  $\alpha = 0,3$ , wie er nach König et al. (2008) für Betonstahl angenommen werden kann, ergibt sich eine Zunahme der maximalen Rissbreite bei abgeschlossenem Rissbild von ca. 23 %. In den Versuchen von Sarkhosh et al. (2015) war nach einem Belastungszeitraum von ca. 180 Tagen die Rissbreitenzunahme abgeschlossen. Bei Lastniveaus zwischen  $0,86 \le \eta \le 0,98$  und Belastungszeiträumen zwischen 2,5 h und 1.344 Tagen konnte hinsichtlich der Resttragfähigkeit kein negativer Effekt, sondern im Mittel eine Steigerung der Tragfähigkeit von 8 % festgestellt werden. Hierin ist der Effekt der Festigkeitssteigerung bereits enthalten. Wie in den Abschnitten 2.4.4.2 und 3.4.3 dargestellt, kann bei niedrigen Faservolumenverhältnissen und Fasern mit niedriger axialer Steifigkeit ein Kriechen der Bewehrung stattfinden. Hieraus resultiert eine geringfügige Abnahme der Druckzonenhöhe, da sich die Dehnsteifigkeit verringert. Gleichzeitig ist mit einer weiteren Zunahme der Rissbreiten zu rechnen, da sich die Dehnungen in der Bewehrung vergrößern. Miàs et al. (2015) untersuchten die zeitlichen Rissbreiten war deutlich von der aufgebrachten Belastung sowie der Dehnsteifigkeit der Bewehrung abhängig. Bei ungefähr gleichen Dehnsteifigkeiten erwies sich auch die Rissbreitenzunahme zwischen den Stahl- und FVK-Betonbauteilen als vergleichbar, auch wenn die Rissbreiten hier im Mittel um 118 % zunahmen.

## 5.4 Bauteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung

## 5.4.1 Versuchsprogramm und Messtechnik

Im Falle zyklischer Dauerbeanspruchungen kann es in Rissnähe aufgrund der wechselnden Relativverschiebungen zu Rissreibungen und somit zu Schädigungen der äußeren Fasern der FVK-Bewehrung kommen. Zur Untersuchung dieses Sachverhalts sowie der lastwechselabhängigen Verformungszunahme sollen neben den statischen Dauerstandversuchen auch Bauteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung durchgeführt werden. Die Bauteilbezeichnungen erfolgen analog zu Kapitel 4.2 und können Tabelle 5-4 entnommen werden.

Bezeichnung	Beton	Bewehrung	$d_{\rm m}$ in mm	$\lambda = a/d$	$\rho_1$ in %	$\omega_{\rm m}$ in %	Bauteilalter $t_0$
A-M-C-E1		CEV	84,0	10,4	0,253	5,7	239
A-V-C-E1	C 40/50		79,0	4,1	0,269	6,0	273
A-V-C-E2	C 40/50	Textil	80,0	4,0	0,265	5,9	294
A-V-S-E1		B500	80,0	4,0	0,754	8,2	313
B-M-C-E1			163,5	11,8	0,214	6,1	410
B-M-C-E2		CFK	144,0	13,4	0,243	7,1	204
B-V-C-E1	C 50/60	Stäbe	161,7	3,8	0,325	9,7	115
B-V-C-E2	C 30/60		164,8	3,7	0,319	9,8	76
B-M-S-E1		D <i>5</i> 00	175,0	11,0	0,646	5,9	183
B-V-S-E1		<b>B</b> 300	168,5	3,6	1,007	9,4	119

Tabelle 5-4Bauteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung

Auch in diesem Fall wurde neben den Vertikalverformungen die Stauchung auf der Bauteiloberseite sowie die Dehnung an der Bauteilunterseite von Beginn an gemessen. Die Bauteile werden im ersten Schritt weggesteuert bis zur vordefinierten Oberlast  $F_0$  belastet und anschließend vollständig entlastet. Nach der Entlastung werden an den offenen Rissen im Bereich der Feldmitte induktive Wegaufnehmer zur Messung der Rissbreite aufgebracht. Die Bauteile werden im Anschluss wieder weggesteuert bis zur Mittellast  $F_m = (F_0 + F_u)/2$  belastet und die Last für einen kurzen Moment gehalten. Darauf folgen die Umstellung der Belastungssteuerung auf Kraftregelung und der Beginn der zyklischen Dauerbeanspruchung. Aufgrund der empfindlichen Steuerung wird in den ersten Zyklen mit einer niedrigeren Frequenz und Amplitude belastet. Diese beiden Parameter werden schrittweise hochgesetzt bis die vordefinierte Kraftamplitude  $F_a = (F_o - F_u)/2$  sowie die Zielbelastungsfrequenz von f = 1 Hz erreicht ist. Die Messdaten werden mit einer Abtastrate von 50 Hz analysiert und für jeden Zyklus die maximalen und minimalen Messwerte abgespeichert. Die maximale Lastwechselzahl ist mit 10<sup>6</sup> Zyklen festgelegt, wodurch sich je Bauteilversuch eine Mindestversuchsdauer von ca. 12 Tagen ergibt.

### 5.4.2 Bauteilreihen A-M und B-M (Biegung)

Die Versuchsparameter der vier zyklischen Bauteilversuche mit überwiegender Biegebeanspruchung können Tabelle 5-5 entnommen werden. Die Lastniveaus werden, analog zu Abschnitt 5.3.2, auf die reduzierte mittlere Zugfestigkeit der CFK-Bewehrung bezogen. Das Eigengewicht der Bauteile ist ebenfalls berücksichtigt.

					-				
Bauteil	$\begin{array}{c} f_{\rm t,m} \\ {\rm in \ N/mm^2} \end{array}$	$F_{o}$ in kN	F <sub>u</sub> in kN	$\sigma_{ m s/f,o}$ in N/mm²	$\sigma_{ m s/f,u}$ in N/mm²	Last- niveau $\eta_{0}$	Last- niveau $\eta_u$	$\Delta\sigma/f_{ m t,m}$	Erreichte Lastwechsel
A-M-C-E1	1189	18,7	8,5	1041	519	0,88	0,44	0,44	$N \ge 10^6$
B-M-C-E1	1857	27,5	11,1	1434	718	0,77	0,39	0,39	$N \ge 10^6$
B-M-C-E2	1857	13,9	2,2	955	373	0,51	0,20	0,31	$N \ge 10^6$
B-M-S-E1	578	19,5	7,8	327	173	0,57	0,30	0,27	$N \ge 10^6$

Tabelle 5-5Belastung und Lastniveaus der Ermüdungsversuche A-M und B-M

Die geringen Bewehrungsgrade und zum Teil hohen Lastdifferenzen führen zu großen Verformungsdifferenzen zwischen dem Zustand der Ober- und Unterlast, die zu einer hohen Beanspruchung des Prüfstandes bzw. des Hydraulikzylinders führen. Des Weiteren reagieren Steuerung und Hydraulik empfindlich auf die unterschiedlichen Steifigkeiten und Lastszenarien der Bauteilversuche, wodurch die Optimierung der Regelungsparameter unverzichtbar wird. Die Bauteile im eingebauten Zustand während der zyklischen Beanspruchung sind in Abbildung 5-10 dargestellt.



Abbildung 5-10 Zyklisch beanspruchte Ermüdungsversuche A-M (links) und B-M (rechts)

In Abbildung 5-11 sind die Kraft-Verformungs-Kurven sowie die Verformungsverläufe in Abhängigkeit von der Lastwechselzahl der Versuche A-M-C-E1 und B-M-C-E1 dargestellt. Im rechten Teil der Abbildung ist zusätzlich die berechnete Verformung sowie ein schraffierter Streubereich der rechnerischen Verformung von +/- 15 % eingetragen. Für die Berechnung wird dabei zunächst die Maximalverformung unter der Oberlast berechnet. Die Zusatzverformungen aus zyklischer Dauerbeanspruchung werden, wie bereits in Abschnitt 2.2.6 beschrieben, als Kriechverformung unter der Mittellast  $F_m$  berechnet. Die Berücksichtigung des Verbundkriechens und der Verbundschädigung erfolgt durch Gl. 3-9. Anders als bei den statischen Dauerstandversuchen konnte festgestellt werden, dass sich im Verlauf der Beanspruchung weitere Risse sowohl innerhalb als auch außerhalb des konstanten Momentenbereichs bilden. Dies ist ein Indiz dafür, dass eine Abminderung der Betonzugfestigkeit (vgl. Gl. 2-25) bei zyklischer Beanspruchung gerechtfertigt ist.



Abbildung 5-11 Versuchsergebnisse A-M-C-E1 und B-M-C-E1

Im linken Teil von Abbildung 5-11 sind die Erstbelastung, die zyklische Dauerbeanspruchung sowie die anschließende Ermittlung der Resttragfähigkeit dargestellt. Alle Bauteile erreichen in der Regel den Zustand der nahezu abgeschlossenen Rissbildung unter der Oberlast. In der Darstellung der Verformungen *w* über die aufgebrachte Lastwechselzahl *N* kann bei Versuch A-M-C-E1 eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den experimentell und rechnerisch ermittelten Werten festgestellt werden. Die gestrichelt dargestellte Linie verläuft am oberen Rand des dunkelgrauen Bereichs, der die Verformungen unter Oberlast aus den Versuchen darstellt. Bei näherer Betrachtung des Versuchs B-M-C-E1 fällt auf, dass die gemessenen Verformungen über den berechneten Werten liegen. Dies wird insbesondere auf das hohe Lastniveau zurückgeführt. Wie in Abschnitt 4.4.2 beschrieben, wird die maximale Verbundspannung zwischen Beton und CFK-Bewehrung bei derart hohen Beanspruchungen überschritten und es liegt lediglich ein Reibverbund vor. Der Zugversteifungseffekt wird damit rechnerisch deutlich überschätzt, was zu einer Unterschätzung der Verformung führt. Auch hier wurde für in den Berechnungen für Bauteile der B-Reihe die charakteristische Betonzugfestigkeit angesetzt.

In Abbildung 5-12 sind die Ergebnisse der beiden Versuche B-M-C-E2 und B-M-S-E1 dargestellt. Wie zu erkennen ist, lässt sich die Anfangsverformung bei Versuch B-M-C-E2 noch übereinstimmend berechnen. Die Zunahme der Verformungen ist in diesem Falle jedoch über dem prognostizierten Wert, verbleibt aber innerhalb des Streubands von  $\pm -15\%$ .



Abbildung 5-12 Versuchsergebnisse B-M-C-E2 und B-M-S-E1

Grundsätzlich lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und berechneten Werten feststellen. Zyklisch beanspruchte Bauteile weisen aber größere Zusatzverformungen auf, was aus der abzumindernden Zugfestigkeit des Betons sowie aus der größeren Verbundschwächung resultiert.

Trotz der teilweise hohen Spannungsschwingbreiten konnte in allen vier Bauteilversuchen kein Ermüdungsversagen der Bewehrung festgestellt werden.

In Abbildung 5-13 ist die bezogene Rissbreitenzunahme in Abhängigkeit von der Lastwechselzahl dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass bei Bauteil B-M-C-E2 die Rissbreitenzunahmen mit 46 % und 79 % am höchsten sind, was auf den stark geschädigten Verbund und den einsetzenden Reibverbund zurückzuführen ist. Die Rissbreiten in Bauteil B-M-S-E1 erfahren eine Zunahme von 32 % bzw. 46 % und in Bauteil A-M-C-E1 von 23 %.



Abbildung 5-13 Bezogene Rissbreitenzunahme bei zyklischer Beanspruchung

#### 5.4.3 Bauteilreihen A-V und B-V (Querkraft)

Die Versuchsparameter der sechs zyklischen Bauteilversuche der A-V- und B-V-Serie können Tabelle 5-6 entnommen werden. Die Lastniveaus verstehen sich als Verhältnis von einwirkender Querkraft zur Referenzquerkrafttragfähigkeit aus den Bauteilversuchen unter Kurzzeitbeanspruchung. Lediglich bei Bauteilversuch A-V-S-E1, dessen Referenzversuch unter Kurzzeitbeanspruchung nicht auf Querkraft, sondern auf Biegung versagte, wird das Lastniveau durch das Verhältnis aus einwirkender Spannung in der Bewehrungslage zur Zugfestigkeit gebildet.

Bauteil	V <sub>Ref</sub>	f <sub>t,m</sub>	F <sub>o</sub>	F <sub>u</sub>	$\Delta \sigma / f_{\rm t,m}$	Last-	Last-	Erreichte
	in kN	in N/mm <sup>2</sup>	in kN	in kN		niveau $\eta_{o}$	niveau $\eta_{\rm u}$	Lastwechsel
A-V-C-E1	29,2	1189	46,7	23,4	0,39	0,80	0,40	$N \geq 10^6$
A-V-C-E2	29,2	1189	29,2	11,7	0,29	0,50	0,20	$N \geq 10^6$
A-V-S-E1	-	578	39,9	15,9	0,30	0,52	0,22	$N\approx 650.000$
B-V-C-E1	63,7	1857	102,0	51,0	0,26	0,80	0,40	$N\approx 3.000$
B-V-C-E2	63,7	1857	63,7	25,5	0,19	0,50	0,20	$N \ge 10^6$
B-V-S-E1	93,2	578	93,2	37,3	0,29	0,50	0,20	$N \ge 10^6$

Tabelle 5-6Belastung und Lastniveaus der Ermüdungsversuche A-V und B-V
In Abbildung 5-14 sind die Versuchsergebnisse der beiden mit CFK-Textilien bewehrten Bauteile A-V-C-E1 und A-V-C-E2 dargestellt. Beide Bauteile wiesen innerhalb der Versuchsdauer unter zyklischer Beanspruchung kein Ermüdungsversagen auf. Bei Versuch A-V-C-E2, erkennbar im rechten Teil der Abbildung 5-14, ist ein Steifigkeitsabfall bei einer Lastwechselzahl von ca.  $0,3 \cdot 10^6$  zu erkennen, was auf einen weiteren sich öffnenden Riss hinweist. Die Nachrechnung der Verformung liefert eine gute Übereinstimmung. Beide Versuche versagten bei der Ermittlung der Resttragfähigkeit auf Querkraft. Die ermittelte Restquerkrafttragfähigkeit lag im Mittel 6,6 % höher als die Referenzquerkrafttragfähigkeit unter Kurzzeitbeanspruchung.





Abbildung 5-15 stellt die Versuchsergebnisse der beiden Bauteilversuche B-V-C-E2 und B-V-S-E1 dar. Ein Ermüdungsversagen trat nicht auf und die Nachrechnung der Verformungsverläufe ergab eine gute Übereinstimmung. Bei beiden Versuchen gab es, wie auch bei den beiden Versuchen A-V-C-E1 und A-V-C-E2, eine geringfügige Steigerung der Querkrafttragfähigkeit gegenüber den Werten aus den Bauteilversuchen unter Kurzzeitbeanspruchung. Bauteil B-V-C-E2 versagte bei einer maximalen Querkraft von  $V_{\text{max}} = 65,5$  kN und liegt somit ca. 3 % über der Referenzquerkrafttragfähigkeit. Bei einer Last von F = 208,0 kN geriet die Betonstahl-Längsbewehrung in Bauteil B-V-S-E1 ins Fließen. Die Querkrafttragfähigkeit liegt dementsprechend mindestens 11,6 % über dem Wert aus den Kurzzeitversuchen.



Abbildung 5-15 Versuchsergebnisse B-V-C-E2 und B-V-S-E1

In Abbildung 5-16 sind die beiden Versuche A-V-S-E1 und B-V-C-E1 dargestellt, welche beide innerhalb der Versuchsdauer während der zyklischen Beanspruchung versagten.



Abbildung 5-16 Versuchsergebnisse A-V-S-E1 und B-V-C-E1

So wie auch das Bauteil A-V-S-K1 unter Kurzzeitbeanspruchung bereits auf Biegung versagte, konnte hier ebenfalls kein Versagen auf Querkraft, sondern ein Ermüdungsversagen der Betonstahlbewehrung festgestellt werden. Die absolute Spannungsschwingbreite beträgt  $\Delta \sigma = 173$  N/mm<sup>2</sup> (vgl. Tabelle 5-6). Wie in Abschnitt 2.3.3 erläutert, beträgt für eine Lastwechselzahl von  $N = 10^6$  die charakteristische maximale Spannungsschwingbreite geschweißter Stäbe und von Betonstahlmatten nach DIN EN 1992-1-1 (2011)  $\Delta \sigma_{Rsk} = 85$  N/mm<sup>2</sup>. Die einwirkende Spannungsschwingbreite ist demnach mehr als doppelt so hoch. Bei einer Lastwechselzahl von  $N \approx 570.000$  versagte einer der sechs Stäbe der Betonstahlmatte, was an dem deutlichen Verformungssprung erkennbar ist. Durch das Versagen des einen Stabes kam es jedoch nicht zu einem Versagen, da sich die Oberspannung  $\sigma_0 = 356 \text{ N/mm}^2$  trotz reduzierter Bewehrungsfläche noch unterhalb der Streckgrenze befand. Die Schwingbreite liegt in diesem Zustand mit  $\Delta \sigma = 207 \text{ N/mm}^2$  noch einmal deutlich höher, sodass bei einer Lastwechselzahl von N = 650.000 das Bauteil endgültig versagte.

Versuch B-V-C-E1 versagte bereits bei einer Lastwechselzahl von ca. N = 3.000. Dabei konnte bereits bei der Erstbelastung festgestellt werden, dass der kritische Schubriss bereits in die Druckzone vorgedrungen ist. Das deutet daraufhin, dass die Querkrafttragfähigkeit dieses Bauteils niedriger war als erwartet. Zum einen liegt dies an der großen möglichen Streuung der Querkrafttragfähigkeit, zum anderen liegt die Bewehrung dieses Bauteils ca. 10 mm höher als die mittlere Bewehrungslage der Bauteile unter Kurzzeitbeanspruchung. Das Lastniveau bei Beginn der zyklischen Beanspruchung muss somit deutlich höher als die angenommenen 80 % sein. In Abbildung 5-17 ist der Rissfortschritt des Bauteils zu unterschiedlichen Zeitpunkten und Lastwechselzahlen dargestellt. Nachdem der Riss bereits komplett in die Druckzone eingedrungen ist, erfahren die Biegedruckzone sowie die Bereiche um den kritischen Schubriss eine fortschreitende Schädigung, die letztendlich zu einem Bruch führt. Bei diesem sekundären Schubversagen sind die CFK-Stäbe vollständig abgeschert.



Abbildung 5-17 Fortschreitende Rissentwicklung Versuch B-V-C-E1

## 5.5 Zusammenfassung

Aufbauend auf den in Abschnitt 4 beschriebenen Referenzversuchen unter Kurzzeitbeanspruchung, erfolgte in diesem Abschnitt die Darstellung der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung. Zur korrekten Erfassung der zeitlichen Festigkeitsentwicklung der Betone wurden insgesamt 104 Druckund Spaltzugfestigkeits- sowie Elastizitätsmodulprüfungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten durchgeführt und Näherungskurven abgeleitet. Die eingesetzten Betone wurden zudem hinsichtlich ihres Kriechverhaltens in einem pneumatisch gesteuerten Versuchsstand unter konstanter Temperatur und Luftfeuchtigkeit im Klimaraum bei Variation des Spannungsniveaus untersucht. Insgesamt 12 Kriechversuche mit Spannungsniveaus von ca. 30 %, 50 % und 70 % wurden zusammen mit 4 Schwindproben über einen Zeitraum von mindestens 224 Tagen (32 Wochen) kontinuierlich vermessen. Die daraus abgeleiteten Kriechkurven wurden mit normativen Näherungsgleichungen verglichen. Dabei stellte sich heraus, dass die Näherungsgleichungen bei Spannungsniveaus von 30 % und 50 % zutreffende Ergebnisse liefern. Bei hohen Spannungsniveaus, bei denen ein nichtlineares Kriechen auftreten kann, werden die Kriechverformungen zum Teil deutlich unterschätzt. Die insgesamt 10 Großbauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Bauteile unter überwiegender Biegebeanspruchung (große Schubschlankheit) wurden mit Hilfe von Belastungsgewichten für einen Zeitraum von mindestens 5.000 h (ca. 208 Tage) beansprucht. Es wurden jeweils zwei Bauteile mit CFK-Textilien, CFK-Stäben und Betonstahl geprüft. Für die Bauteile mit CFK-Bewehrung wurde das Beanspruchungsniveau variiert. Zum einen sollten durch hohe Beanspruchungen nahe des Mittelwertes der Referenztragfähigkeit der Aspekt der Tragfähigkeit untersucht werden. Zum anderen wurde durch eine niedrigere, realistischere Beanspruchung die Gebrauchstauglichkeit und damit die Verformungen sowie die kriechbedingten Verformungszunahmen untersucht. Keines der Bauteile versagte innerhalb des Beanspruchungszeitraumes. Die Bauteilversuche wurden unter Zuhilfenahme der zuvor erläuterten Eingangsparameter hinsichtlich der zeitvarianten Verformungen unter Berücksichtigung des Kriechens der Druckzone sowie des Verbundkriechens nachgerechnet. Dabei wurde eine gute Übereinstimmung zwischen den rechnerischen und experimentellen Ergebnissen beobachtet. Nach Beendingung der Dauerstandversuche wurden die Resttragfähigkeiten ermittelt. Dabei war kein nennenswerter Tragfähigkeitsverlust aufgrund der aufgebrachten Vorlast erkennbar. Neben den Bauteilen unter statischer Dauerbiegebeanspruchung wurden Versuche mit verringerter Schubschlankheit zur Untersuchung der Querkrafttragfähigkeit unter statischer Dauerbeanspruchung durchgeführt. Hierfür musste aufgrund der höheren Belastungen ein spezieller Versuchsstand konstruiert werden, mit Hilfe dessen die Bauteile belastet werden konnten. Diese Konstruktion verspannt die Bauteile mit Hilfe von Querriegeln und Ankerstangen sowie einer zwischengeschalteten Hochleistungsdruckfeder gegen den Spannboden der Versuchshalle. Durch diese Versuchseinrichtung konnten im verspannten System durch die nachträglich messbaren Federwege Kraftverluste registriert und die Bauteile notfalls nachgespannt werden. Auch die Bauteile unter statischer Querkraftbeanspruchung wiesen kein Versagen im Rahmen der Beanspruchungsdauer von 5.000 h (ca. 208 Tage) auf. Die Ermittlung der Resttragfähigkeit zeigte, dass die Querkrafttragfähigkeit deutlich anstieg im Vergleich zur Tragfähigkeit unter Kurzzeitbeanspruchung. Diese Ergebnisse decken sich mit durchgeführten Schubversuchen an Stahlbetonbauteilen in der Literatur, bei denen ebenfalls eine Tragfähigkeitssteigerung beobachtet werden konnte. Dieser Aspekt lässt sich

insbesondere auf die kriechbedingte Zunahme der Druckzonenhöhe sowie die Nacherhärtung des Betons zurückführen. Für diese Effekte wurde eine rechnerische Abschätzung der Tragfähigkeitszunahme dargestellt.

Zur Untersuchung des Trag- und Verformungsverhaltens unter zyklischer Dauerbeanspruchung wurden insgesamt 10 weitere Großbauteilversuche mit einer maximalen Lastwechselzahl von  $N = 10^6$  durchgeführt. Auch hier kann zwischen überwiegend biege- und querkraftbeanspruchten Bauteilen unterschieden werden. Trotz der teilweise hohen Beanspruchungen und Spannungsschwingbreiten konnte kein Ermüdungsversagen der CFK-Bewehrung beobachtet werden. In zwei Fällen versagten Bauteile vorzeitig unter einwirkender zyklischer Beanspruchung. Versuch B-V-C-E1 mit einer maximalen Querkraftbeanspruchung von ca. 80 % (bezogen auf den Mittelwert der Querkrafttragfähigkeit der Referenzversuche) versagte bei einer Lastwechselzahl von ca. N = 3.000. Hierbei wurde jedoch beobachtet, dass das Bauteil bereits beim ersten Anfahren auf die maximale Prüflast ein kritisches Rissbild aufwies, bei dem der kritische Schubriss bereits in die Druckzone vordrang. Da die Querkrafttragfähigkeit starken Streuungen unterliegt, lag das Lastniveau vermutlich höher als die rechnerisch angenommenen 80 % der Tragfähigkeit. Bauteil A-V-S-E1, welches mit konventionellem Betonstahl bewehrt wurde, versagte nach einer Lastwechselzahl von ca. N = 650.000 durch Materialermüdung der Betonstahlbewehrung. Die einwirkende Spannungsschwingbreite betrug hierbei mehr als das Doppelte der zulässigen charakteristischen Spannungsschwingbreite für Betonstahlmatten nach DIN EN 1992-1-1 (2011). Die Bauteile, die nicht vorzeitig versagten, wurden auf ihre Resttragfähigkeit geprüft. Auch hier konnte kein generelles Tragfähigkeitsdefizit festgestellt werden. Die Querkraftbauteile tendierten, ähnlich den Bauteilen unter statischer Dauerbeanspruchung, zu einer Tragfähigkeitssteigerung.

Weitere im Rahmen der Bauteilversuche aufgenommene Messwerte sowie zusätzliche Informationen können dem Anhang C entnommen werden.

## 6 TRAG-, RISS- UND VERFORMUNGSVERHALTEN CARBONBEWEHRTER BETONBAUTEILE

## 6.1 Allgemeines

In den vorangegangenen Kapiteln konnten durch die experimentellen Untersuchungen wesentliche Aspekte des Trag-, Riss- und Verformungsverhaltens näher analysiert werden. In diesem Abschnitt wird auf Auswirkungen des unterschiedlichen Material- und Verbundverhaltens auf Ingenieur- und Bemessungsmodelle eingegangen und diese dahingehend modifiziert, dass sie für CFK-Bewehrung anwendbar sind.

## 6.2 Grenzzustand der Tragfähigkeit

## 6.2.1 Tragfähigkeit bei Biegung mit Längskraft

## 6.2.1.1 Allgemeines

Für den Nachweis der Tragfähigkeit bei Biegung mit Längskraft sind die einwirkenden Beanspruchungen  $E_d$  der Beanspruchbarkeit  $R_d$  gegenüberzustellen. Für statisch bestimmte Systeme kann eine Schnittgrößenermittlung unter Betrachtung der Gleichgewichtsbedingungen erfolgen. Bei statisch unbestimmten Systemen kann sich aufgrund der eingeschränkten Rotationsfähigkeit von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung, die sich nur infolge des Aufreißens der Querschnitte und der hierdurch abgeminderten Biegesteifigkeit ergibt, die Schnittgrößenverteilung nach Elastizitästheorie teilweise nicht einstellen. Ohne genaue Berechnungen und Kenntnisse über das Vermögen zur Umlagerung von Schnittgrößen FVK-bewehrter Betonbauteile ist eine Berechnung der Schnittgrößen auf Basis der Elastizitätstheorie mit und ohne Umlagerung nicht ohne Weiteres möglich.

Zur Ermittlung des Bauteilwiderstandes wird zunächst der Bemessungswert der Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung  $f_{t,d}$  benötigt. Dieser ergibt sich unter Berücksichtigung des Maßstabseffektes sowie des Dauerstandfaktors zu:

$$f_{t,d} = \frac{\alpha_{f,t} \cdot \alpha_{f,eff} \cdot f_{t,k}}{\gamma_{FRP}} \qquad Gl. \ 6-1$$

Dabei ist:

$f_{t,d}$	Bemessungswert der Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung
$\alpha_{\mathrm{f,t}}$	Beiwert zur Berücksichtigung des Dauerstandverhaltens
$\alpha_{\rm f,eff}$	Beiwert zur Berücksichtigung des Maßstabseffektes
γ <sub>FRP</sub>	Teilsicherheitsbeiwert für FVK-Bewehrung

Der Bemessungswert der Zugfestigkeit wird mit Hilfe zweier Beiwerte und einem Teilsicherheitsbeiwert abgemindert. Der Beiwert  $\alpha_{f,t}$  berücksichtigt hierbei die Abminderung der Festigkeit durch Einflüsse aus konstanter Dauerbeanspruchung, Temperatur, Feuchtigkeit und alkalischem Milieu entsprechend den in Kapitel 2.4.4.3 dargestellten Zusammenhängen. Für die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Bewehrungsmaterialien aus Carbon existieren zurzeit keine abgesicherten Dauerstandfaktoren. Untersuchungen von Spelter et al. (2019) an den gleichen CFK-Textilien wie in dieser Arbeit konnten keine Abminderung der Festigkeit feststellen. Auf der sicheren Seite wird an dieser Stelle mit einem Abminderungsfaktor von  $\alpha_{f,t} = 0.9$  gerechnet, da entsprechende Auswirkungen z. B. infolge wechselnder Beanspruchung nicht direkt abgedeckt sind. Der Beiwert  $\alpha_{f,eff}$  entspricht einer Abminderung der Zugfestigkeit infolge des aus dem spröden Materialversagen resultierenden Maßstabseffektes, der nach Rempel (2018) mit  $\alpha_{f,eff} = 0.85$  für eine Elementanzahl von n = 10 angenommen werden kann. Der Teilsicherheitsbeiwert mit Berücksichtigung der Modellunsicherheit  $\gamma_{\text{FRP}}$  für biegebeanspruchte Bauteile mit textiler Bewehrung wurde in Rempel (2018) zu  $\gamma_{FRP} = 1,3$  bestimmt. Zur Bestimmung des Bemessungswertes für Tragfähigkeitsnachweise ergibt sich in Anlehnung an Anhang D in DIN EN 1990 (2010) der Teilsicherheitsbeiwert nach Gleichung Gl. 6-2 unter Annahme einer Normalverteilung (Anhang D ist in Deutschland nicht anzuwenden).

$$\gamma_{\rm frp} = \frac{1 - k_{\rm n} \cdot V_{\rm X}}{1 - k_{\rm d,n} \cdot V_{\rm X}} \qquad Gl. \ 6-2$$

Dabei ist:

 $V_{\rm X}$ Variationskoeffizient der Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung $k_{\rm n}, k_{\rm d,n}$ Koeffizienten zur Bestimmung des charakteristischen Wertes bzw.<br/>des Bemessungswertes

Wird der Variationskoeffizient  $V_X$  aus dem Quotienten der empirischen Standardabweichung und des arithmetischen Mittels der Versuchsergebnisse bestimmt, dann hängen die Koeffizienten  $k_n$  und  $k_{d,n}$  von der Anzahl der durchgeführten Versuche ab. Für die eingesetzten Carbonstäbe mit einer Versuchsanzahl von n = 10 und einem Variationskoeffizienten von 7,5 % ergibt sich ein Teilsicherheitsbeiwert ohne Berücksichtigung der Modellunsicherheit von  $\gamma_{frp} = 1,29$ . Für die Carbontextilien können neben den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Zugversuche auch die in Rempel (2018) dokumentierten n = 204 Versuche am gleichen CFK-Textil mit vergleichbaren Ergebnissen in Ansatz gestellt werden, wodurch sich trotz höherem Variationskoeffizienten ein günstigerer Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_{frp} = 1,19$  ergibt.

Bei Unterstellung eines Teilsicherheitsbeiwertes von  $\gamma_{\text{FRP}} = 1,30$  ergeben sich für die CFK-Stäbe Bemessungswerte der Zugfestigkeit und der Bruchdehnung von  $f_{t,d} = 952 \text{ N/mm}^2$  und  $\varepsilon_{\text{fu},d} = 7,05$  ‰ bei einem Elastizitätsmodul von  $E_{\text{f}} = 135.121 \text{ N/mm}^2$ . Für die CFK-Textilien belaufen sich die Bemessungswerte der Zugfestigkeit und der Bruchdehnung auf  $f_{t,d} = 692 \text{ N/mm}^2$  und  $\varepsilon_{fu,d} = 6,54 \text{ \%}$  bei einem Elastizitätsmodul von  $E_f = 105.862 \text{ N/mm}^2$ .

#### 6.2.1.2 Herleitung eines allgemeinen Bemessungsdiagramms

Für die Berechnung des Querschnittswiderstands kann, wie in Kapitel 3.3.1 beschrieben und in Kapitel 4.4.4 experimentell nachgewiesen, eine Iteration der Dehnungsebene entsprechend den in Abbildung 6-1 dargestellten Zusammenhängen durchgeführt werden. Hierfür werden die Materialgesetze der Bewehrung und des Betons benötigt.



Abbildung 6-1 Dehnungs- und Spannungsverteilung für die Bemessung für Biegung mit Längskraft

Für die idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons wird in der Regel ein Parabel-Rechteck-Diagramm als Spannungsverlauf in der Druckzone unterstellt. Zur Lösung der Bemessungsaufgabe sind die Größe und Lage der Betondruckkraft  $F_{cd}$  und  $a = k_a \cdot x$  nach Gl. 6-3 und Gl. 6-4 zu bestimmen.

Für eine vereinfachte Berechnung werden der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_R$  und der Höhenbeiwert  $k_a$  als dimensionslose Größen eingeführt. Diese ergeben sich nach Gl. 6-5 und Gl. 6-6.

$$\alpha_{\rm R} = \frac{1}{x \cdot f_{\rm cd}} \int_{\overline{z}=0}^{\overline{z}=x} \sigma_{\rm c}(\overline{z}) d\overline{z} \qquad Gl. \ 6-5$$

$$k_{\rm a} = \frac{a}{x} = 1 - \frac{b}{x \cdot F_{\rm cd}} \cdot \int_{\overline{z}=0}^{\overline{z}=x} \sigma_{\rm c} (\overline{z}) \overline{z} d\overline{z}$$
 Gl. 6-6

Die Spannungsverteilung ergibt sich in Abhängigkeit von der Dehnung sowie der Betonfestigkeitsklasse im Allgemeinen nach Gleichung Gl. 6-7 und Gl. 6-8.

Für normalfeste Betone bis zur Betonfestigkeitsklasse C 50/60 werden als Exponent n = 2 sowie  $\varepsilon_{c2} = 2,0$  ‰ und  $\varepsilon_{c2u} = 3,5$  ‰ angesetzt. Damit vereinfacht sich die Ermittlung des Völligkeitsbeiwerts  $\alpha_R$  und des Höhenbeiwerts  $k_a$  bei normalfesten Betonen. Die Bruchdehnung  $\varepsilon_{c2u}$  sowie der Exponent n sinken mit höher werdender Betondruckfestigkeit, während der Wert  $\varepsilon_{c2}$  am Übergang vom parabolischen zum rechteckförmigen Verlauf zunimmt. Für die nachfolgenden Gleichungen ist die Betondehnung negativ einzusetzen.

Analog zur Bemessung im Stahlbetonbau kann ein allgemeines Bemessungsdiagramm zur Lösung der Bemessungsaufgabe für Biegung mit Längskraft ohne Druckbewehrung erstellt werden. Hierfür werden die äußeren Schnittgrößen auf die Bewehrungsachse sowie in dimensionsloser Schreibweise auf die Querschnittsabmessungen und die Betondruckfestigkeit bezogen, vgl. Gl. 6-13.

$$\mu_{\rm Ed,s/f} = \frac{M_{\rm Ed,s/f}}{b \cdot d^2 \cdot f_{\rm cd}} = \frac{M_{\rm Ed,s/f} - N_{\rm Ed} \cdot z_{\rm s/f,1}}{b \cdot d^2 \cdot f_{\rm cd}}$$
Gl. 6-13

Das allgemeine Bemessungsdiagramm, das in Abbildung 6-2 dargestellt ist, gilt für alle Bewehrungsarten bei Annahme ebenbleibender Querschnitte sowie starrem Verbund und wird nur über den Bemessungswert der Bruchdehnung  $\varepsilon_{fu,d}$  festgelegt. Mit Hilfe von  $\varepsilon_{fu,d}$ und  $\mu_{Ed,s/f}$  können die wesentlichen Parameter der Bemessungsaufgabe grafisch bestimmt

 $\sigma_{\rm c} = -f_{\rm cd}$ 

werden. Bei abweichender Bruchdehnung der Bewehrung ist vereinfachend eine Interpolation möglich. Das Diagramm in Abbildung 6-2 gilt nur für Betonfestigkeitsklassen zwischen C 12/15 und C 50/60.



Abbildung 6-2 Allgemeines Bemessungsdiagramm für Querschnitte mit rechteckiger Druckzone ohne Druckbewehrung (Betonfestigkeitsklassen C 12/15 bis C 50/60)

Das allgemeine Bemessungsdiagramm wird derart bestimmt, dass zunächst die Dehnungsverteilung vorgegeben wird. Durch diese Verteilung lässt sich die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$ , der Höhenbeiwert  $k_a$  und die Größe und Lage der resultierenden Betondruckkraft  $F_{cd}$  bestimmen. Da der Hebelarm der inneren Kräfte z durch die Druckzonenhöhe und den Höhenbeiwert  $k_a$  bekannt ist, kann das aufnehmbare Moment ermittelt werden. Da auch die Dehnung der Bewehrung  $\varepsilon_{s/f}$  bekannt ist, lässt sich die erforderliche Bewehrung für Betonstahl und FVK-Bewehrung für den Nachweis Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach Gl. 6-14 und Gl. 6-15 bestimmten.

$$\operatorname{erf.} A_{s,1} = \frac{1}{\sigma_{s,d}} \cdot \left(\frac{M_{\operatorname{Eds}}}{z} + N_{\operatorname{Ed}}\right) = \frac{1}{\min\left\{E_s \cdot \varepsilon_s; f_{y,d}\right\}} \cdot \left(\frac{M_{\operatorname{Eds}}}{z} + N_{\operatorname{Ed}}\right) \qquad \qquad Gl. \ 6-14$$

Anhand der Dehnungsverläufe in Abbildung 6-2 ist die Abgrenzung zwischen einem Betondruck- und Bewehrungszugversagen deutlich zu erkennen ist. Bei geringeren bezogenen Beanspruchungen tritt ein Bewehrungszugversagen ein, das durch das Erreichen der Bruchdehnung der Bewehrung gekennzeichnet ist. Bei höheren Beanspruchungen wird die Druckzone stärker ausgenutzt und die maximale Betonrandstauchung wird erreicht. Zur Ermittlung der erforderlichen Bewehrung sind lediglich die Dehnung der Bewehrung sowie der Hebelarm der inneren Kräfte zu ermitteln. Wie zu erkennen ist, variiert der Hebelarm der inneren Kräfte in Abhängigkeit von der Bruchdehnung der Bewehrung nur geringfügig.

#### 6.2.1.3 Besonderheiten und Auswirkungen von Dauerbeanspruchungen

#### Druckbewehrung

Der Ansatz von FVK-Bewehrung als Druckbewehrung ist aufgrund des mangelnden Forschungsstandes zum jetzigen Zeitpunkt ausgeschlossen. Bei hohen Bewehrungsgraden konnten Bochmann et al. (2018) eine Reduktion der Druckfestigkeit in carbonbewehrten Probekörpern feststellen. Dagegen wiesen Alsayed et al. (1999) bei Stützen mit GFK-Bewehrung eine höhere Traglast im Vergleich zu einer unbewehrten Stütze nach. Insbesondere in statisch unbestimmten Systemen, bei denen die Feldbewehrung durch Wanderlasten wechselnd unter Druck- und Zugbeanspruchung steht, ist diese Thematik in zukünftigen Forschungsvorhaben näher zu untersuchen.

#### Mehrlagige Bewehrung

Aufgrund des spröden Materialverhaltens sind bei der Biegebemessung weitere Effekte für Bewehrung aus FVK zu beachten. Bei einer zweilagigen Bewehrung darf die Bruchdehnung der äußersten Bewehrungslage nicht erreicht werden. Die Dehnung der Bewehrung in der weniger beanspruchten Bewehrungslage ist bei der Bemessung entsprechend zu berücksichtigen. Wird davon ausgegangen, dass die maximale Krümmung und dementsprechend die Bruchdehnung des Betons und der Bewehrung erreicht wird, so hängt das Verhältnis bei Verwendung normalfester Betone nur von der Bruchdehnung der Bewehrung sowie dem Verhältnis der statischen Nutzhöhen der stärker beanspruchten Bewehrungslage zur ideellen Bewehrungslage im Bewehrungsschwerpunkt ab. Zur Berücksichtigung dieses Effekts kann eine Erhöhung der erforderlichen Bewehrung wie folgt berechnet werden.

$$\frac{A_{\rm f,mehrlagig}}{A_{\rm f,einlagig}} = \frac{\varepsilon_{\rm c2u}}{\varepsilon_{\rm fu,d}} \cdot \left(\frac{d_{\rm u}}{d_{\rm m}} - 1\right) + \frac{d_{\rm u}}{d_{\rm m}}$$
Gl. 6-16

Dabei ist:

E <sub>c2u</sub>	Bruchdehnung des Betons
$\mathcal{E}_{\mathrm{fu,d}}$	Bruchdehnung der Bewehrung
$d_{u}$	Statische Nutzhöhe der stärker beanspruchten Bewehrungslage
$d_{\rm m}$	Statische Nutzhöhe des Bewehrungsschwerpunkts

In Abbildung 6-3 ist eine grafische Darstellung von Gl. 6-16 in Abhängigkeit von der Bruchdehnung der Bewehrung sowie vom Verhältnis  $d_u/d_m$  für normalfeste Betone ( $\varepsilon_{c2u} = 3,5 \%$ ) dargestellt. Bei kleiner Bruchdehnung ist der Einfluss deutlich erkennbar, sodass dieser insbesondere im Falle von Carbonbewehrung berücksichtigt werden sollte.



Abbildung 6-3 Erhöhungsfaktor für mehrlagige Bewehrung bei Verwendung normalfester Betone

#### Einfluss der Neigung der Dehnungsebene

Im Gegensatz zu Betonstahl, der bei Erreichen der Fließdehnung plastische Verformungen zulässt und eine Umlagerung in weniger beanspruchte Bereiche ermöglichen kann, kommt es bei Erreichen der Bruchdehnung der FVK-Bewehrung zunächst zu einzelnen Faserbrüchen und dann zum Bruch. Grundsätzlich wird die Bemessung mit der Dehnung in Höhe der Bewehrungsachse durchgeführt. In Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe, der Bruchdehnung die äußerste Faser des Bewehrungselementes stärker beansprucht werden. Das Verhältnis der Dehnungen steigt mit kleiner werdender statischer Nutzhöhe und Bruchdehnung sowie ansteigendem Durchmesser. Für die in Kapitel 4 vorgestellten Bauteilversuche und den in diesem Abschnitt ermittelten Bruchdehnungen ergeben sich die in Abbildung 6-4 dargestellten Zusammenhänge. Für die Bauteilreihe A-M-C und B-M-C beträgt der relative Zuwachs der Dehnungen 3,1 % respektive 4,3 %. Auf ungünstige Kombinationen kleiner statischer Nutzhöhen mit großen Durchmessern sollte verzichtet werden, auch wenn der Einfluss dieser Festigkeitsreduktion nur bedingt nachweisbar ist. In Kombination mit einer mehrlagigen Bewehrung kann dieser Effekt verstärkt werden.



Abbildung 6-4 Verhältnis der Dehnung der äußersten gezogenen Faser zur Dehnung in Höhe der Bewehrungsachse

#### Statische Dauerbeanspruchung

Wie in Kapitel 3.4.3 dargestellt, vergrößert sich grundsätzlich bei einer statischen Dauerbeanspruchung die Spannung in der Bewehrung durch das Kriechen der Druckzone. Dieser Effekt tritt auch in Stahlbetonbauteilen auf und wird in der Regel vernachlässigt, insbesondere da die kriechrelevante Beanspruchung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit deutlich geringer als im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist. Für einen Bewehrungsgrad von  $\rho = 0.8$  %, eine Kriechzahl  $\alpha_i \cdot \varphi(\infty, t_0) = 2,5$  und einem Verhältnis der Elastizitätsmoduln  $\alpha_{\rm e} = E_{\rm s/f} / E_{\rm cm} = 4,0$  ergibt sich eine Erhöhung der Bewehrungsspannungen von ca. 6 % im Zustand II zum Zeitpunkt  $t = \infty$ .

Durch die Verwendung einer Dauerstandfestigkeit der FVK-Bewehrung, die im Rahmen von Performance-Tests unter hoher Spannung, Feuchtigkeit, alkalischem Milieu und erhöhter Temperatur ermittelt wurde, sind die Einflüsse aus einer statischen Dauerbeanspruchung sowie relevanter Umgebungsbedingungen abgedeckt.

## Zyklische Dauerbeanspruchung

Die hohe Ermüdungsfestigkeit der Bewehrungsmaterialien, die in den Kleinkörperversuchen ermittelt wurde [vgl. Wagner et al. (2020)], konnte auch im Rahmen der hier durchgeführten Bauteilversuche beobachtet werden. Durch die Vielzahl an möglichen Materialkombinationen sind jedoch produktspezifisch Ermüdungsfestigkeiten zu bestimmen. Für einen sicheren Nachweis der Tragfähigkeit unter zyklischer Ermüdungsbeanspruchung sind weitere Forschungsarbeiten notwendig.

## 6.2.2 Querkrafttragfähigkeit

## 6.2.2.1 Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

## Querkrafttragfähigkeit unter Kurzzeitbeanspruchung

Die Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen unter Kurzzeitbeanspruchung sowie statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung wurde anhand der experimentellen und theoretischen Untersuchungen in den Kapiteln 3.3.2, 4.4.5, 5.3.3 sowie 5.4.3 ausführlich behandelt. Bestehende Querkraftmodelle lassen sich grundsätzlich auf Betonbauteile mit FVK-Bewehrung übertragen. Unter Ansatz des in Muttoni et al. (2018) beschriebenen Modells ergeben sich für das Verhältnis aus experimentellen und rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten geringfügig höhere Mittelwerte und Variationskoeffizienten im Vergleich zu Stahlbetonbauteilen bei Betrachtung der Mittelwerte der Querkrafttragfähigkeit.

Die in Muttoni et al. (2018) beschriebene Critical Shear Crack Theory wird als Basis für die aktuell in Bearbeitung befindliche prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020) verwendet. Der Nachweis erfolgt über einen Vergleich einwirkender und aufnehmbarer Schubspannungen.

$$\tau_{\rm Ed} = \frac{V_{\rm Ed}}{b_{\rm w} \cdot z} \le \max\left\{\tau_{\rm Rd,c}; \tau_{\rm Rd,c,min}\right\} \qquad Gl. \ 6-17$$

Dabei ist:

 $\tau_{\rm Ed}$  Bezogene einwirkende Querkraft

V<sub>Ed</sub> Einwirkende Querkraft

Bei direkter Lagerung im Abstand d vom Auflagerrand

$b_{_{ m W}}$	Stegbreite
Z	Hebelarm der inneren Kräfte
	Für Nachweise der Querkrafttragfähigkeit gilt vereinfacht $z = 0.9 \cdot d$
$ au_{ m Rd,c}$	Bezogene Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung
$ au_{ m Rd,c,min}$	Bezogene Mindestquerkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

Die Querkrafttragfähigkeit für Stahlbetonbauteile ohne Querkraftbewehrung und ohne Normalkrafteinfluss kann nach prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020) wie folgt berechnet werden.

$$\tau_{\rm Rd,c} = C_{\rm Rd,c2} \cdot \left(100 \cdot \rho_{\rm l} \cdot f_{\rm ck} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{d}\right)^{1/3} \ge \tau_{\rm Rd,c,min} = C_{\rm Rd,c1} \cdot \sqrt{\frac{f_{\rm ck}}{f_{\rm yd}} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{d}} \qquad \qquad Gl. \ 6\text{-}18$$

Dabei ist:

$$C_{\text{Rd,c1}} = \frac{C_{\text{Rk,c1}}}{\gamma_{\text{C}}} = \frac{11,55}{1,5} = 7,7$$

$$C_{\rm Rd,c2} = \frac{C_{\rm Rk,c2}}{\gamma_{\rm C}} = \frac{0,69}{1,5} = 0,46$$

 $d_{dg}$  Maßstabsfaktor

Für  $f_{ck} \le 60 \text{ N/mm}^2$ :  $d_{dg} = 16 \text{ mm} + D_{Lower} \le 40 \text{ mm}$ Für  $f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$ :  $d_{dg} = 16 \text{ mm} + D_{Lower} \cdot (60 / f_{ck})^4 \le 40 \text{ mm}$ 

 $D_{\text{Lower}}$  entspricht dabei dem kleineren Wert der zum Größtkorndurchmesser zugehörigen Korngruppe

Zur Übertragung der Formeln auf Bewehrung aus Faserverbundkunststoffen ist eine Anpassung über die Elastizitätsmoduln der Bewehrung vorzunehmen. Wie in Abschnitt 4.4.5 dargestellt, sind die Mittelwerte und Variationskoeffizienten bei Verwendung von FVK-Bewehrung geringfügig höher, sodass eine Übertragung gerechtfertigt ist. Für eine Berechnung der Mindestquerkrafttragfähigkeit muss der Bemessungswert der Streckgrenze durch die Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung ersetzt werden. Solange keine näheren Untersuchungen durchgeführt werden, kann hier auf der sicheren Seite liegend der Mittelwert der Zugfestigkeit  $f_{t,m}$  verwendet werden. Die Querkrafttragfähigkeit ergibt sich dann zu:

$$\tau_{\rm Rd,c} = C_{\rm Rd,c2} \cdot \left(100 \cdot \rho_{\rm l} \cdot f_{\rm ck} \cdot \frac{E_{\rm f}}{E_{\rm s}} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{d}\right)^{1/3} \ge \tau_{\rm Rd,c,min} \qquad Gl. \ 6-19$$

$$\tau_{\rm Rd,c,min} = C_{\rm Rd,c1} \cdot \sqrt{\frac{f_{\rm ck}}{f_{\rm t,m}} \cdot \frac{E_{\rm f}}{E_{\rm s}} \cdot \frac{d_{\rm dg}}{d}} \qquad Gl. \ 6-20$$

Die mit Hilfe von Gl. 6-18 bis Gl. 6-20 ermittelten Querkrafttragfähigkeiten werden mit den experimentellen Querkrafttragfähigkeiten aus der Versuchsdatenbank (vgl. Anhang B) verglichen. Zur Ermittlung des Maßstabsfaktors  $d_{dg}$  muss jedoch der Größtkorndurchmesser  $a_g$  anstelle von  $D_{Lower}$  verwendet werden, da diese Angabe in der Regel in dokumentierten Querkraftversuchen in der Literatur fehlt. Durch die Verwendung von  $D_{Lower}$  anstelle von  $a_g$  ergeben sich niedrigere rechnerische Tragfähigkeiten, wodurch die vorliegende Berechnung als ungünstigster Fall zu erachten ist. Für Betonstahl und FVK-Bewehrung wird dabei der Mittelwert der Streckgrenze bzw. Zugfestigkeit angesetzt. Als charakteristische Betonzugfestigkeit wird aufgrund von Laborbedingungen  $f_{ck} = f_{cm} - 4$  N/mm<sup>2</sup> angenommen. In Abbildung 6-5 erfolgt ein Vergleich der so ermittelten experimentellen und rechnerischen Querkrafttragfähigkeiten aufgetragen über die Schubschlankheit.





#### Querkrafttragfähigkeit unter Langzeitbeanspruchung

Bei einer Betrachtung der Querkrafttragfähigkeit unter statischer Dauerbeanspruchung ist von keinem Sicherheitsdefizit auszugehen. Werden in der Bemessung die 28-Tage-Festigkeiten des Betons zugrundegelegt, ergibt sich aufgrund der Nacherhärtung eine Festigkeitssteigerung. Dieser Effekt wird bei einer konstanten Dauerbeanspruchung unterhalb der Dauerstandfestigkeit noch verstärkt, vgl. Stöckl (1967). Gleichzeitig vergrößert sich die Druckzone bei konstanter Beanspruchung, wodurch der Anteil der übertragbaren Schubspannungen durch die ungerissene bzw. wieder überdrückte Druckzone erhöht wird. Die Vergrößerung der Rissbreiten durch die Abnahme der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen sowie der ansteigenden Krümmungen bewirken eine Reduktion der Traganteile aus Rissverzahnung und aus der Bruchprozesszone. Die Dübelwirkung kann bei einem Kriechen der FVK-Bewehrung in radialer Richtung durch die gegenseitige Rissuferverschiebung zunehmen, solange die Dübelrisslast unter Ansatz der Dauerstandzugfestigkeit nicht erreicht ist. Gleichzeitig kann dieser Wert bei einem Kriechen der Bewehrung in faserparalleler Richtung abnehmen. Zur Einhaltung der Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit werden aufgrund des geringeren Elastizitätsmoduls der FVK-Bewehrung in der Regel höhere geometrische Bewehrungsgrade benötigt, wodurch der Anteil der Dübelwirkung zunächst vergleichbar groß bleibt. Kritisch können Bauteile sein, deren FVK-Bewehrung ein geringes Faservolumenverhältnis sowie ein geringes Steifigkeitsverhältnis von Faser zu Kunststoffmatrix aufweist. Hier sind Kriecheffekte der Bewehrung deutlich ausgeprägter und führen zu einer Steigerung der Rissbreiten durch Dehnungszuwachs. Dazu kommt, dass das zeitvariante Verhalten der Dehnsteifigkeit der Bewehrung zu einem geringeren Zuwachs der Betondruckzonenhöhe führt. Die kritische Phase für die Querkrafttragfähigkeit ist der Zeitpunkt der Aufbringung der Nutzlast. Durch die vorherige Aktivierung der Eigen- und Ausbaulast hat sich zu diesem Zeitpunkt die Druckzonenhöhe bereits deutlich vergrößert. Für einen Bewehrungsgrad von  $\rho = 0.8$  %, eine Kriechzahl  $\alpha_i \cdot \varphi(\infty, t_0) = 2.5$  und ein Verhältnis der Elastizitätsmoduln  $\alpha_e = E_{s/f} / E_{cm} = 4.0$  ergibt sich für den Zeitpunkt  $t = \infty$  eine rechnerische Vergrößerung der Druckzone von ca. 68 % im gerissenen Zustand II. Wird beispielsweise davon ausgegangen, dass die Eigen- und Ausbaulasten zu einem Zeitpunkt  $t_0 = 28$  Tagen und die Nutzlast zu einem Zeitpunkt  $t_1 = 280$ Tagen aufgebracht werden, so erfolgt eine Erhöhung der bezogenen Druckzonenhöhe zum kritischen Zeitpunkt der Nutzlastaufbringung um 55,6 %. Gleichzeitig steigt die Betonzugfestigkeit um ca. 12 % (Zement Klasse N). Da unter hoher Dauerbeanspruchung die Gefahr eines Versagens bei Überschreiten der Dauerstandfestigkeit besteht, wird die Betonfestigkeit näherungsweise mit Hilfe von Gl. 2-19 sukzessive entsprechend der Zeitverlaufsfunktion des Betonkriechens abgemindert. Durch eine Reduktion der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen werden die Anteile aus Rissverzahnung und der Bruchprozesszone reduziert. Im Zustand der Einzelrissbissbildung vergrößert sich die Rissbreite um den Faktor  $(1 + \varphi_V)^{\alpha}$ . Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung fällt die Rissbreitenvergrößerung in der Regel niedriger aus. Die Dübelwirkung wird näherungsweise als zeitlich konstant angenommen. Der zeitliche Verlauf der so ermittelten Querkrafttraganteile ist in Abbildung 6-6 dargestellt. Die Verteilung der Traganteile unter Kurzzeitbeanspruchung wird entsprechend den in Kapitel 4.4.5 ermittelten Zusammenhängen festgelegt.



Abbildung 6-6 Zeitvariante Querkrafttraganteile unter statischer Dauerbeanspruchung

Reduktionen der Querkrafttragfähigkeit durch vergrößerte Rissbreiten werden durch den dominierenden Effekt des Traganteils der Betondruckzone kompensiert. Durch den Abstand der Lastniveaus zwischen dem Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, für welchen Kriechen relevant ist, und dem Grenzzustand der Tragfähigkeit ist eine Überschreitung der Querkrafttragfähigkeit unwahrscheinlich.

Hohe zyklische Beanspruchungen sind für den Querkraftwiderstand deutlich kritischer. Zwar erhöht sich durch das Kriechen des Betons die Druckzone, andererseits führt die Wechselbeanspruchung zu einer deutlich größeren Schädigung innerhalb des Systems, was sich nicht zuletzt in der lastwechselabhängigen reduzierten Betonzugfestigkeit widerspiegelt. Ansätze zur Berechnung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen unter zyklischer Beanspruchung finden sich in DIN EN 1992-1-1 (2011); Javidmehr (2019). Eine Übertragung dieser Bemessungsregeln auf Bauteile mit FVK-Bewehrung ist jedoch nicht direkt möglich. Die Längsbewehrung erfährt im Rissquerschnitt eine zyklische Scherbeanspruchung, die von der FVK-Bewehrung aufgenommen werden muss. Ein Überschreiten der Ermüdungsscherfestigkeit der Bewehrung kann in diesem Fall zu einem vorzeitigen Versagen führen. Hierdurch sind für dieses Themenfeld ebenfalls weitere Forschungsarbeiten notwendig.

## 6.2.2.2 Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung

Zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung wird in prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020) und Kurth (2012) ein additives Bemessungskonzept vorgeschlagen, bei dem ein Betontraganteil sowie ein Fachwerkanteil berücksichtigt werden. Da gezeigt werden konnte, dass der Betontraganteil im Falle von Stahl- und FVK-Bewehrung vergleichbar groß ist, kann dieser Traganteil nach Gl. 6-19 und Gl. 6-20 berechnet werden. Die Querkrafttragfähigkeit ergibt sich demnach zu:

Dabei ist:

 $\tau_{\rm Rd,c}$  nach Gl. 6-19

$$\tau_{\rm Rd,f} = \rho_{\rm w} \cdot f_{\rm fwd} \cdot \cot \theta = \frac{A_{\rm fw}}{b_{\rm w} \cdot s_{\rm w}} \cdot f_{\rm fwd} \cdot \cot \theta$$

v = 0,35

Koeffizient zur Berücksichtigung der Festigkeitsreduktion infolge Querzugspannungen

Für die Bügelfestigkeit  $f_{wd}$  und die Dehnungsbegrenzung entwickelt Kurth (2012) einen von ACI 440.1R-15 (2015) und JSCE (1997) abweichenden Berechnungsvorschlag. Es konnte gezeigt werden, dass die Grenzdehnungen von der Biegesteifigkeit des Bauteils abhängen. Die anzusetzende Bügelfestigkeit der FVK-Bewehrung ergibt sich demnach zu:

$$f_{\rm fwd} \le \varepsilon_{\rm fwd} \cdot E_{\rm fw} = \left(2, 3 + \frac{1}{15} \cdot EI^*\right) \cdot E_{\rm fw} \qquad Gl. \ 6-22$$

Dabei ist:

 $EI^* = E_{\rm fl} \cdot A_{\rm fl} \cdot 0, 8^2 \cdot d^2$  in MNm<sup>2</sup>

 $\varepsilon_{\rm fwd}$  Grenzdehnung der FVK-Bügelbewehrung

*E*<sub>fw</sub> Elastizitätsmodul der FVK-Bügelbewehrung

Kurth (2012) konnte durch Auswertung von Schubrisswinkeln in Bauteilversuchen Druckstrebenneigungswinkel zwischen 20° und 50° ermitteln. Auf der sicheren Seite liegend kann für den Fachwerkanteil  $\cot\theta = 0.8$  angesetzt werden, was einem Neigungswinkel von 51,3° entspricht. Die Querkrafttragfähigkeit, bestehend aus einem Beton- und Fachwerktraganteil, wird für einen Ausschluss eines Betondruckversagens begrenzt.

Für einen Vergleich der experimentellen und rechnerischen Querkrafttragfähigkeiten wird die in Anhang B zusammengestellte Datenbank für Betonbauteile mit Querkraftbewehrung verwendet. Da nicht in jeder Literaturquelle alle Informationen enthalten sind, müssen für den Abgleich einige Annahmen getroffen werden. Für den zur Berechnung des Betontraganteils erforderlichen Größtkorndurchmesser bzw.  $D_{\text{Lower}}$  wird auf der sicheren Seite liegend  $D_{\text{Lower}} = 16$  mm angesetzt. Sind keine Ergebnisse zur Zugfestigkeit der Längs- oder Querkraftbewehrung vorhanden, so werden diese gleichgesetzt. Die Bügelfestigkeit wird nach Kurth (2012) bestimmt und auf den experimentellen Wert der Bügelfestigkeit begrenzt. In Abbildung 6-7 erfolgt ein grafischer Vergleich der rechnerisch und experimentell ermittelten Querkrafttragfähigkeiten nach den Angaben in prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020) (in Kombination mit Kurth (2012)) sowie ACI 440.1R-15 (2015). Das in prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020) vorgeschlagene Modell liefert im Vergleich zum Modell nach ACI 440.1R-15 (2015) eine auf der sicheren Seite liegende Bemessung und einen niedrigeren Variationskoeffizienten. Kurth (2012) schlägt weiterhin eine Berechnung des Druckstrebenneigungswinkels vor. Dieser ist sowohl vom Verhältnis des einwirkenden Biegemomentes und der Querkraft  $M_E / V_E$  sowie vom Dehnsteifigkeitsverhältnis der Querkraft- und Längsbewehrung abhängig. Hierfür muss jedoch zunächst eine Berechnung mit einem 45°-Winkel durchgeführt werden, um die erforderliche Querkraftbewehrung zu bestimmen und den Nachweis dann genauer durchführen zu können. In Abbildung 6-7 erfolgte die Berechnung vereinfachend mit einem Neigungswinkel von 51,3° bzw. cot $\theta = 0,8$ .



Abbildung 6-7 Vergleich rechnerisch und experimentell ermittelter Querkrafttragfähigkeiten von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung und Querkraftbewehrung nach prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020) und ACI 440.1R-15 (2015)

## 6.3 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

#### 6.3.1 Nachweis zulässiger Spannungen

Gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) sind im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit die Spannungen im Beton und der Bewehrung zu begrenzen.

Zur Vermeidung von Längsrissen dürfen die Betondruckspannungen unter der charakteristischen Einwirkungskombination den Wert  $\sigma_c = 0,60 f_{ck}$  nicht überschreiten. Für Stahlbetonbauteile unter aggressiven Umweltbedingungen (Expositionsklassen XD (Tausalz), XF (Frost), XS (Meerwasser)) kann durch die hieraus resultierende Rissbildung die Dauerhaftigkeit beeinträchtigt werden. Die Querdehnzahl des Betons, die nach fib Model Code 2010 (2013) für Betondruckspannungen von  $\sigma_c \leq 0,60 f_{ck}$  mit v = 0,20 angenommen werden kann, steigt bei höherer Beanspruchung überproportional an. Dieser Sachverhalt wurde durch experimentelle Untersuchungen an den im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Betonen geprüft. Hierfür wurden Betonzylinder mit vertikal und horizontal angeordneten Dehnungsmessstreifen versehen. Der Versuchsaufbau sowie die ausgewertete Querdehnzahl des Betons A (C 40/50), aufgetragen über das Verhältnis der einwirkenden Betondruckspannung zur charakteristischen Betondruckfestigkeit, ist in Abbildung 6-8 dargestellt. Wie zu erkennen ist, schwankt die Querdehnzahl des Betons nur gering um den Wert von v = 0,20. Zur Vermeidung ungewollter Längsrissbildung sollte auch für FVK-Bewehrung dieser Grenzwert eingehalten werden.



Abbildung 6-8 Versuchsaufbau und Querdehnzahl des Betons

Zur Vermeidung nichtlinearen Kriechens ist weiterhin die einwirkende Betondruckspannung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination auf den Wert  $\sigma_c = 0,45 f_{ck}$  zu begrenzen. Diese Grenze konnte durch die durchgeführten Kriechversuche ebenfalls bestätigt werden. Bei Überschreitung der Betondruckspannungen ist der Einfluss nichtlinearen Kriechens zu berücksichtigen. Der Nachweis ist dementsprechend auch auf Bauteile mit FVK-Bewehrung übertragbar.

Des Weiteren ist nach DIN EN 1992-1-1 (2011) der Nachweis der Spannungen der Betonstahlbewehrung zu führen. Unter der charakteristischen Einwirkungskombination dürfen die Spannungen den Wert  $\sigma_s = 0.8 f_{yk}$  nicht überschreiten. Bewehrungszugspannungen sind bei indirekter Einwirkung (Zwang) auf den Wert  $\sigma_s = 1.0 f_{yk}$  zu begrenzen. Bei einer kombinierten Beanspruchung aus Last und Zwang gilt die strengere Begrenzung von  $\sigma_s = 0.8 f_{yk}$ . Durch die Begrenzung der Bewehrungsspannungen wird sichergestellt, dass der Betonstahl die Fließgrenze im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht erreicht, da dies zu erhöhten Verformungen und Rissbreiten führt. Durch die Begrenzung auf den Wert von  $\sigma_s = 0.8 f_{yk}$  sind nach DAfStb Heft 525 (2010) Einflüsse aus Kriechen und Schwinden unter normalen Verhältnissen bereits abgedeckt. Für Zwangbeanspruchungen erfolgt ein Abbau der Zwangschnittgrößen, wodurch die Grenze der zulässigen Bewehrungsspannungen höher liegt. In der Regel werden die Nachweise durch den Abstand der Sicherheitsniveaus der Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit eingehalten. Dies gilt nach DAfStb Heft 525 (2010) jedoch nicht für nichtlineare Berechnungen oder bei Anwendung der Plastizitätstheorie im Grenzzustand der Tragfähigkeit.

Der oben dargestellte Sachverhalt ist für Bewehrung aus FVK in zukünftigen Forschungsvorhaben eingehend zu analysieren. In statisch unbestimmten Systemen ist die Schnittgrößenverteilung von der Steifigkeitsverteilung innerhalb des Systems abhängig. In Durchlaufträgersystemen kann die Steifigkeit im Stützbereich durch Überschreiten des Rissmomentes reduziert werden, sodass eine Umlagerung des Biegemomentes ins Feld stattfindet. Bleibt dieser Sachverhalt im Rahmen der Schnittgrößenermittlung unberücksichtigt, führt dies zu einer Unterschätzung des auftretenden Feldmomentes und dementsprechend zu einer Unterschätzung der auftretenden Bewehrungspannungen. Des Weiteren kann es aufgrund der abweichenden Wärmeausdehnungskoeffizienten der FVK-Bewehrung in Längsrichtung auch zu höheren Eigenspannungen kommen, die untersucht werden müssen. Während in Stahlbetonbauteilen oftmals der Nachweis für Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit den erforderlichen Bewehrungsgrad bestimmt, kann bei FVK-Betonbauteilen durch den verringerten Elastizitätsmodul auch der Nachweis der zulässigen Verformungen maßgebend werden. Hierdurch können sich unterschiedliche Steifigkeitsverhältnisse zwischen Stütz- und Feldbereich einstellen, deren Einfluss zu untersuchen ist. Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) können in nicht vorgespannten Tragwerken des üblichen Hochbaus die Nachweise der zulässigen Spannungen entfallen, wenn die Schnittgrößen nach der Elastizitätstheorie ermittelt und diese im Grenzzustand der Tragfähigkeit um nicht mehr als 15 % umgelagert wurden und die Regelungen zur baulichen Durchbildung sowie die Festlegungen zur Mindestbewehrung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) eingehalten sind. Da sich die Nachweise der zulässigen Spannungen sowie die Konstruktionsregeln gegenseitig beeinflussen, sind diese für FVK-Betonbauteile in Abhängigkeit voneinander zu untersuchen.

#### 6.3.2 Nachweis der Rissbreitenbegrenzung

#### Allgemeines

Wie in den Kapiteln 3.4.2 und 4.4.2 theoretisch und experimentell dargestellt, können die Rissbreiten und Rissabstände bei Kenntnis über das Verbundverhalten von Beton und Bewehrung rechnerisch prognostiziert werden. Das in Kapitel 3.4.2 beschriebene Verfahren,

das auf die Untersuchungen von König und Tue (1996) und Niewels (2009) zurückgeht, basiert auf mechanischen Grundlagen, die grunsätzlich auf Bauteile mit FVK-Bewehrung übertragbar sind. In DIN EN 1992-1-1 (2011) wird ein vereinfachter Ansatz mit Abschätzung einer charakteristischen gemittelten Verbundspannung  $\tau_{bm,k} = 1.8 f_{ctm}$  verfolgt. Dieser Ansatz einer zur Betonzugfestigkeit proportionalen Verbundspannung gilt nach CEB-FIP Model Code 1990 (1990) für einen maximalen Schlupf von s = 0.25 mm beziehungsweise für eine maximale Rissbreite von w = 2 s = 0.5 mm und führt zu einem 75%-Quantilwert der Rissbreite. Für die Bestimmung des Mittelwertes der Rissbreite wird als mittlere Verbundspannung  $\tau_{bm,m} = 2,25 f_{ctm}$  angegeben. In DIN EN 1992-1-1/NA (2013) wird für Stahlbetonbauteile ein Grenzwert der rechnerischen Rissbreite  $w_{\text{max}} = 0.4$  mm für Innenbauteile der Expositionsklassen X0 und XC1 festgelegt. Dieser Grenzwert dient der Vermeidung von Beeinträchtigungen des optischen Erscheinungsbildes. Bei aggressiveren Umweltbedingungen und dementsprechend höheren Dauerhaftigskeitsanforderungen werden strengere Grenzwerte gefordert. Damit Beeinträchtigungen des Erscheinungsbildes bei Bauteilen mit FVK-Bewehrung ebenfalls weitestgehend vermieden werden, sollte für Innenbauteile dieser rechnerische Grenzwert eingehalten werden. In der Richtlinie der JSCE (1997) wird aus Gründen der Erhaltung des optischen Erscheinungsbildes eine maximale rechnerische Rissbreite von  $w_{\text{max}} = 0.5$  mm empfohlen. Die Festlegung der maximalen Rissbreite sollte aber auf die Nutzung und die eingesetzten Materialien abgestimmt sein, sodass auch größere Rissbreiten zugelassen werden können. In der kanadischen Richtlinie CSA S806-12 (2012) wird des Weiteren eine Unterscheidung zwischen Bauteilen in aggressiver Umgebung ( $w_{\text{max}} = 0.5 \text{ mm}$ ) und allen übrigen Bauteilen ( $w_{\text{max}} = 0.7 \text{ mm}$ ) gemacht. In den USA werden die Nachweise der Rissbreiten für Stahlbetonbauteile durch Regelungen der Bewehrungsverteilung realisiert, die mit einer maximalen rechnerischen Rissbreite von ca. 0,46 mm  $\leq w_{\text{max}} \leq 0,56$  mm korrespondieren. Auf Basis dieser Regelungen werden in ACI 440.1R-15 (2015) maximale rechnerische Rissbreiten von 0,4 mm  $\leq w_{\text{max}} \leq 0,7$  mm als verhältnismäßig erachtet. Für aggressivere Umweltbedingungen sind die Materialien und zulässigen Rissbreiten im Rahmen eines Zulassungsverfahrens hinsichtlich ihrer Eignung zu prüfen.

#### **Rissabstände und Rissbreiten**

Der für die Rissbreitenberechnung maßgebende maximale Rissabstand in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1/NA (2013) ergibt sich in allgemeiner Schreibweise wie folgt:

$$s_{\rm r,max} = 2 \cdot l_{\rm t} = \frac{f_{\rm ct,eff}}{2 \cdot \tau_{\rm bm,k}} \cdot \frac{\not{\mathcal{Q}}_{\rm s/f}}{\rho_{\rm s/f,eff}} \le \frac{\sigma_{\rm s/f} \cdot \not{\mathcal{Q}}_{\rm s/f}}{2 \cdot \tau_{\rm bm,k}} \qquad Gl. \ 6-23$$

Der additive Term der Verbundstörung in Rissnähe sowie das Steifigkeitsverhältnis  $1 / (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s/f,eff}) \approx 1,0$  im rechten Teil der Gleichung wurden vernachlässigt. Der linke

Teil in Gl. 6-23 beschreibt den maximalen Rissabstand im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, der kleiner als der im rechten Teil berechnete Rissabstand beim Einzelriss ist.

Bei maximalem Rissabstand erreicht die Dehnung im Beton zwischen zwei Rissen gerade die Dehnung an der Betonzugfestigkeit  $\varepsilon_{ct} = f_{ct,eff} / E_c$ . Die aufgenommene Kraft des Betons kann dementsprechend als  $F_c = \varepsilon_{ct} \cdot E_c \cdot A_{c,eff}$  bestimmt werden, die die Dehnung in der Bewehrung zwischen den Rissen reduziert. Die maximale Dehnungsdifferenz zwischen zwei Rissen in der Bewehrung beträgt  $\Delta \varepsilon_{s/f} = F_c / (E_{s/f} \cdot A_{s/f}) = f_{ct} / (E_{s/f} \cdot \rho_{s/f,eff})$ . Mit Hilfe des Völligkeitsbeiwertes  $\beta_t$  (bzw.  $k_t$  nach DIN EN 1992-1-1 (2011)) kann die Dehnungsdifferenz nach Gl. 6-24 und Gl. 6-25 ermittelt werden.

$$\varepsilon_{s/f,m} - \varepsilon_{c,m} = \varepsilon_{s/f} - \beta_t \cdot \Delta \varepsilon_{s/f} - \beta_t \cdot \varepsilon_{ct} \ge (1 - \beta_t) \cdot \varepsilon_{s/f} \qquad Gl. \ 6-24$$

$$\varepsilon_{s/f,m} - \varepsilon_{c,m} = \frac{\sigma_{s/f} - \frac{\rho_t \cdot J_{ct,eff}}{\rho_{s/f,eff}} \cdot \left(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s/f,eff}\right)}{E_{s/f}} \ge \left(1 - \beta_t\right) \cdot \frac{\sigma_{s/f}}{E_{s/f}} \qquad Gl. \ 6-25$$

Auch hier entspricht der linke Teil einer Berechnung im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, bei dem die Dehnungsdifferenz größer als bei dem im rechten Teil ermittelten Wert im Zustand des Einzelrisses ist. Die maximale Rissbreite ergibt sich dann aus dem Produkt des maximalen Rissabstandes und der Dehnungsdifferenz.

$$w_{\max} = s_{r,\max} \cdot \left(\varepsilon_{s/f,m} - \varepsilon_{c,m}\right) \qquad \qquad Gl. \ 6-26$$

Der Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$  kann in Anlehnung an Gl. 3-55 unter Berücksichtigung des Verbundkriechens im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung wie folgt ermittelt werden:

Für einen Verbundkoeffizienten von  $\alpha = 0,3$  für gerippten Betonstahl und einer Verbundkriechzahl von  $\varphi_v$  (50 Jahre)  $\approx 2,4$  ergibt sich unter Kurzzeitbeanspruchung  $\beta_{t,0} = 0,57$  und unter Dauerbeanspruchung  $\beta_{t,\infty} = 0,39$ . Die in DIN EN 1992-1-1 (2011) für den Völligkeitsbeiwert festgelegten Werte von 0,6 respektive 0,4 verdeutlichen den mechanischen Hintergrund dieser Kenngrößen. Der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung wird in DIN EN 1992-1-1 (2011) mechanisch zutreffend erfasst. Für den Zustand des Einzelrisses sind zwei Aspekte nicht eindeutig berücksichtigt, wodurch in den normativen Regelungen diese Berechnung auch nur für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung gilt. Der Völligkeitsbeiwert nach Gl. 6-27 gilt prinzipiell nur bei einem hohen Verhältnis der Bewehrungszugkraft  $F_{s/f}$  zur Betonrisskraft  $F_R$  und dementsprechend für  $\lambda = 1$  (vgl. Abschnitt 3.4.2). Die Reduktion des Völligkeitsbeiwertes infolge Verbundkriechens ist für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung ebenfalls zutreffend, während im Zustand der Einzelrissbildung die Einleitungslänge direkt mit dem Multiplikator  $(1 + \varphi_v)^{\alpha}$  vergrößert wird. Für den normativen Nachweis der Rissbreitenbegrenzung bewehrter Betonbauteile mit FVK-Bewehrung ist dieses Vorgehen grundsätzlich analog möglich, da die Rissbreiten bei abgeschlossenem Rissbild größer sind. Die Verbundkriechzahl  $\varphi_v$  kann sich bei FVK-Bewehrung jedoch unterscheiden. Zwar ist die Verbundkriechzahl auch im Stahlbetonbau nur unter bestimmten Randbedingungen einsetzbar, jedoch kann hier kein Kriechen der Oberflächenprofilierung oder ein radiales Kriechen aufgrund des aufgebrachten Querdrucks auftreten. Für eine präzisere Berechnung sollten die Verbundkriechzahlen von Bewehrungselementen aus FVK im Rahmen experimenteller Untersuchungen für verschiedene Betonfestigkeitsklassen bestimmt werden.

## 6.3.3 Nachweis zulässiger Verformungen

#### 6.3.3.1 Allgemeines

Wie in den vorangegangenen Kapiteln dargestellt, lassen sich die Verformungen bewehrter Betonbauteile unter Kurzzeitbeanspruchung sowie statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung mit Hilfe der Integration der Krümmungen gut prognostizieren. Da das Verfahren jedoch einen hohen Aufwand mit sich bringt, werden die Nachweise zur Begrenzung der Verformungen zumeist indirekt geführt. Zur Berechnung von Verformungen existieren eine Vielzahl an Hilfsmitteln, die unter anderem in DAfStb Heft 630 (2018) anschaulich dargestellt sind. In der Praxis wird der Nachweis zur Begrenzung der Verformungen häufig indirekt über die Einhaltung von Biegeschlankheitsgrenzen durchgeführt. Die in DIN EN 1992-1-1 (2011) angegebenen Formeln zur Bestimmung der zulässigen Biegeschlankheiten sind jedoch an einige Kriterien gebunden und nur in bestimmten Grenzen anwendbar. Bei stark abweichendem Bauteilalter bei Belastungsbeginn, bei Beanspruchung durch Einzellasten und Randmomente oder bei Verwendung anderer Durchbiegungsgrenzwerte ist eine genauere Berechnung erforderlich. Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) ist aus Gründen des Erscheinungsbildes und der Gebrauchstauglichkeit der Durchhang unter quasi-ständiger Einwirkungskombination auf maximal 1/250 der Stützweite und bei verformungsempfindlichen angrenzenden Bauteilen die aktive Durchbiegung nach Einbau der Bauteile bis zum Zeitpunkt  $t = \infty$  auf 1/500 der Stützweite zu begrenzen.

Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) lassen sich die Verformungen über eine Berechnung der Grenzverformungen in Zustand I und Zustand II und unter Zuhilfenahme eines Verteilungsbeiwertes bzw. Rissbildungsfaktors  $\zeta$  hinreichend genau bestimmen, vgl. Gl. 6-28.

$$w_{\rm m} = \zeta \cdot w_{\rm II} + (1 - \zeta) \cdot w_{\rm I} \qquad Gl. \ 6-28$$

Dabei ist:

 $w_{I} / w_{II}$  Verformungen unter Ansatz der Steifigkeiten im ungerissenen Zustand I bzw. gerissenen reinen Zustand II

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{s/f,r}}{\sigma_{s/f}}\right)^2 \text{ bzw. bei reiner Biegung } \zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2$$

 $\beta$  = 1,0 bei einmaliger, kurzzeitiger Beanspruchung

= 0,5 bei dauerhafter, wiederholter Beanspruchung

Eine detaillierte Erläuterung und Herleitung dieses Verteilungsbeiwertes erfolgt in Abschnitt 7.

#### 6.3.3.2 Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens

#### Allgemeines

Als Elastizitätmodul wird der mittlere Sekantenmodul  $E_{\rm cm} = 22.000 \cdot (f_{\rm cm}/10)^{0.3}$  nach DIN EN 1992-1-1 (2011) verwendet. Vereinfachend wird in DIN EN 1992-1-1 (2011) der Tangentenmodul im Ursprung mit  $E_{\rm ci} = 1,05 E_{\rm cm}$  ermittelt. Das Kriechen des Betons wird durch den effektiven Elastizitätsmodul  $E_{\rm cm,eff} = E_{\rm cm} / [1 + 0,95 \cdot \varphi(t,t_0)]$  berücksichtigt. Vereinfachend wird in DIN EN 1992-1-1 (2011)  $E_{\rm cm,eff} = E_{\rm cm} / [1 + \varphi(t,t_0)]$  angesetzt. Ein eventuell zu berücksichtigendes Kriechen der FVK-Bewehrung bei niedrigen Fasersteifigkeiten und Faservolumenverhältnissen kann über eine Anpassung des Elastizitätsmoduls (vgl. Kapitel 3.4.3) der Bewehrung vorgenommen werden.

#### Ansatz einer äquivalenten Kriechzahl

Da Eigengewichtslasten  $g_k$ , Ausbaulasten  $\Delta g_k$  und der quasi-ständige Anteil der Nutzlast  $\psi_2 \cdot q_k$  zu unterschiedlichen Zeitpunkten aufgebracht werden, kann in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011) vereinfachend eine äquivalente Kriechzahl verwendet werden.

$$\varphi_{\rm eq}(\infty, t_0) = \frac{\varphi(\infty, t_0) \cdot g_{\rm k} + \varphi(\infty, t_1) \cdot \Delta g_{\rm k} + \varphi(\infty, t_2) \cdot \sum \psi_{2,\rm i} \cdot q_{\rm k,\rm i}}{g_{\rm k} + \Delta g_{\rm k} + \sum \psi_{2,\rm i} \cdot q_{\rm k,\rm i}} \qquad \qquad Gl. \ 6-29$$

Die äquivalente Kriechzahl berücksichtigt die zunehmend verringerte Kriechneigung des Betons mit steigendem Alter und entspricht näherungsweise dem Alterungsbeiwert  $\rho$ .

Für die vereinfachte Berechnung der auftretenden Verformungen wird die gesamte Last zum Zeitpunkt  $t_0$  aufgebracht und die Verformungen mit Hilfe der äquivalenten Kriechzahl und dem effektiven Elastizitätsmodul berechnet. Effekte aus Nacherhärtung, Schwinden sowie Verbundkriechen können ebenfalls berücksichtigt werden. Bei einer frühen Aufbringung der Lasten infolge Eigengewicht ist die Betonzugfestigkeit zu diesem Zeitpunkt im Vergleich zum Wert nach 28 Tagen noch vergleichsweise gering. Daher ist bei den Berechnungen darauf zu achten, dass der Verteilungsbeiwert zu einem Zeitpunkt  $t+\Delta t$  keine niedrigeren Werte annehmen kann als im vorherigen Zeitpunkt. Zur Berechnung der aktiven Durchbiegung kann eine Rückrechnung erfolgen. Zunächst wird die Differenzverformung zwischen Zeitpunkt  $t_3 = \infty$  und dem Zeitpunkt der Nutzlastaufbringung  $t_2$  ermittelt. Mit Hilfe des Verteilungsbeiwertes sowie der Steifigkeiten zum Zeitpunkt  $t_2$  lässt sich die Initialverformung infolge Nutzlast berechnen. Die aktive Durchbiegung wird durch die Addition dieser beiden Verformungsanteile beschrieben.

### Ansatz unterschiedlicher Kriechzahlen

Alternativ zur vereinfachten Berechnung mit einer äquivalenten Kriechzahl, können die einzelnen Verformungsanteile auch separat berechnet werden, was die Genauigkeit der Prognose weiter erhöht. Die Berechnung kann dann in Anlehnung an Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017) (2017) wie folgt durchgeführt werden:

- $w(g_k, t_0, \zeta_0)$  mit  $\varphi(\infty, t_0)$  und  $\zeta_0$
- $w(g_k + \Delta g_k, t_1, \zeta_1)$  mit  $\varphi(\infty, t_1)$  und  $\zeta_1$
- $w(g_k+\Delta g_k+\psi_2\cdot q_k, t_2, \zeta_2)$  mit  $\varphi(\infty, t_2)$  und  $\zeta_2$
- $w(\psi_2 \cdot q_k, t_1, \zeta_0)$  mit  $\varphi(\infty, t_1)$  und  $\zeta_0$
- $w(g_k + \Delta g_k, t_2, \zeta_1)$  mit  $\varphi(\infty, t_2)$  und  $\zeta_1$   $\Rightarrow w_{ges} = w(g_k, t_0, \zeta_0) + w(g_k + \Delta g_k, t_1, \zeta_1) - w(\psi_2 \cdot q_k, t_1, \zeta_0)$   $+ w(g_k + \Delta g_k + \psi_2 \cdot q_k, t_2, \zeta_2) - w(g_k + \Delta g_k, t_2, \zeta_1)$  $\Rightarrow w_{aktiv} = w_{ges} - w(\psi_2 \cdot q_k, t_2, \zeta_2)$

Diese Vorgehensweise berücksichtigt die Tatsache, dass bei Aufbringen der Ausbau- und Nutzlasten die vorangegangenen Beanspruchungen aufgrund des vergößerten Verteilungsbeiwertes größere Verformungen verursachen. Bei Aufbringen der Ausbaulast werden größere Teile des Systems in den Zustand II versetzt, wodurch die Verformung aus Eigengewicht ansteigt. Eine Erläuterung der Verteilungsbeiwerte  $\zeta$  kann Abschnitt 6.3.3.1 und 7 entnommen werden.

#### Schwinden des Betons

Wie in Zilch und Zehetmaier (2010) erläutert, ruft ein gleichmäßiges Schwinden des Querschnitts aufgrund der Behinderung der Schwinddehnung durch die Bewehrung einen Eigenspannungszustand hervor. Diese behinderte Schwinddehnung wirkt als Normalkraft im Schwerpunkt der Bewehrung. Liegen der Querschnitts- und Bewehrungsschwerpunkt nicht auf gleicher Höhe, was beispielsweise bei asymmetrischer Bewehrung auftritt, erzeugt die Normalkraft durch den Versatz ein Biegemoment und somit auch eine Krümmung. Diese lässt sich wie folgt besitmmen.

$$\kappa_{\rm cs} = \frac{M_{\rm cs}}{E_{\rm cm,eff} \cdot I_{\rm I/II}} = \frac{N_{\rm cs} \cdot z_{\rm s}}{E_{\rm cm,eff} \cdot I_{\rm I/II}} = \frac{\varepsilon_{\rm cs} \cdot E_{\rm s} \cdot A_{\rm s} \cdot z_{\rm s}}{E_{\rm cm,eff} \cdot I_{\rm I/II}} = \varepsilon_{\rm cs} \cdot \alpha_{\rm e} \cdot \frac{S_{\rm I/II}}{I_{\rm I/II}} \qquad Gl. \ 6-30$$

#### 6.3.3.3 Biegeschlankheitskriterien nach DIN EN 1992-1-1 (2011)

#### Allgemeines

Wie zuvor erläutert, wird der Nachweis der Verformungen oftmals durch die Begrenzung der Biegeschlankheit geführt. Hierfür wurden im Rahmen der Erarbeitung von DIN EN 1992-1-1 (2011) Parameterstudien durchgeführt und hieraus mathematische Approximationen der Biegeschlankheitskurven abgeleitet, vgl. Gl. 6-31 und Gl. 6-32.

Wenn  $\rho \leq \rho_0$ :

$$\frac{L}{d} \le K \cdot \left[ 11 + 1, 5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3, 2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^3} \right]$$
Gl. 6-31

Wenn  $\rho > \rho_0$ :

$$\frac{L}{d} \le K \cdot \left[ 11 + 1, 5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right]$$
Gl. 6-32

Dabei ist:

 $\frac{L}{d}$  Grenzwert der Biegeschlankheit (Verhältnis von Stützweite zu Nutzhöhe)

*K* Beiwert zur Berücksichtigung verschiedener statischer Systeme

K = 1,0 (für frei drehbar gelagerte Einfeldträger)

 $\rho_0$  Referenzbewehrungsgrad

$$\rho_0 = 10^{-3} \cdot \sqrt{f_{\rm ck}}$$

- *ρ* erforderlicher Zugbewehrungsgrad in Feldmitte, um dasBemessungsmoment aufzunehmen
- $\rho'$  erforderlicher Druckbewehrungsgrad in Feldmitte, um das Bemessungsmoment aufzunehmen

Zur Vermeidung unrealistisch hoher Schlankheiten werden die zulässigen Biegeschlankheiten auf die Maximalwerte  $(L / d)_{max} = K \cdot 35$  bzw. bei Bauteilen, die verformungsempfindliche Ausbauelemente beeinträchtigen können, auf  $(L / d)_{max} = K^2 \cdot 150 / L$  begrenzt.

Besonders hervorzuheben ist die Annahme des Verhältnisses der Beanspruchungen zueinander, das als Basis für die im Rahmen der Herleitung der Berechnungsgleichungen durchgeführte Parameterstudie unterstellt wurde. Dieses Verhältnis beeinflusst die auftretenden Verformungen wesentlich, da hierdurch der erforderliche Bewehrungsgrad im Grenzzustand der Tragfähigkeit und die verformungsrelevanten quasi-ständigen Beanspruchungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit determiniert werden. Einige wesentliche Basisparameter der Biegeschlankheitskriterien nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017) (2017) sind:

•	Beanspruchungen		
	Eigenlast $g_k$	36 % der gesamten charakteristischen Last	
	Ausbaulast $\Delta g_k$	24 % der gesamten charakterischen Last	
	Nutzlast $\psi_2 \cdot q_k$	$0{,}3\cdot40$ % der gesamten charakteristischen Last	
	Bemessungslast GZT:	$1,35 \cdot (36 \% + 24 \%) + 1,5 \cdot 40 \% = 141 \%$	
	Quasi-ständige Last GZG:	36 % + 24 % + 0,3 · 40 % = 72 %	
	Verhältnis GZG / GZT:	72 / 141 = 51 %	
•	Relative Luftfeuchtigkeit		
	RH = 70 %		
•	<u>Zeitpunkte</u>		
	Dauer der Nachbehandlung:	$t_{\rm s} = 3$ Tage	
	Eigenlast gk:	$t_0 = 10$ Tage	
	Ausbaulast $\Delta g_k$ :	$t_1 = 60$ Tage	
	Nutzlasten $q_k + \Delta q_k$ :	$t_2 = 365 \text{ Tage}$	

Wie zu erkennen ist, sind die vielfach verwendeten Biegeschlankheitskriterien an einige Randbedingungen geknüpft. Während die Belastungszeitpunkte nur abgeschätzt werden können, besteht hinsichtlich der einwirkenden Beanspruchungen die Möglichkeit, diese im Rahmen der Bemessung genau zu berechnen. Insbesondere aufgrund des infolge möglicher Umnutzungen häufig angesetzten Trennwandzuschlages im üblichen Hochbau, können sich höhere quasi-ständige Beanspruchungen im Vergleich zu dem für die Biegeschlankheitskriterien angenommenen Verhältnis von  $E_{d,perm} / E_{d,GZT} = 51$  % ergeben.

#### 6.3.3.4 Entwicklung eines vereinfachten Nachweiskonzeptes

Da sich die Nachweisführung mit Hilfe der Biegeschlankheitskriterien in der Vergangenheit für Stahlbetonbauteile bewährt hat, werden die grundlegenden Annahmen dieser Kriterien übernommen.

Zur Einhaltung des Nachweises des zulässigen Durchhangs, auf dem die Biegeschlankheitskriterien beruhen, muss zum Zeitpunkt  $t = \infty$  gelten:

Unter Voraussetzung einer Gleichstreckenlast sowie eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers ergibt sich die maximale Verformung in Feldmitte infolge dauernd wirkender Last zu:

$$\frac{W_{I/II}}{L} = \frac{q_{d,perm} \cdot L^4}{76.8 \cdot E_{c,eff} \cdot I_{I/II} \cdot L} = \frac{5 \cdot M_{d,perm} \cdot L}{48 \cdot E_{c,eff} \cdot I_{I/II}} \qquad Gl. \ 6-34$$

Das einwirkende Biegemoment unter quasi-ständiger Einwirkungskombination ergibt sich in bezogener Schreibweise zu:

$$M_{d,perm} = \eta \cdot M_{Ed} = \eta \cdot \mu_{Ed} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \qquad Gl. \ 6-35$$

Uber das Verhältnis  $\eta = M_{d,perm} / M_{Ed}$  zwischen dem quasi-ständigen Wert und dem Bemessungswert der einwirkenden Beanspruchung kann der Nachweis der zulässigen Verformungen an den Nachweis für Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit gekoppelt werden. Es wird angenommen, dass die im Grenzzustand der Tragfähigkeit für Biegung mit Längskraft erforderliche Bewehrung eingelegt wird.

Ist das bezogene Biegemoment  $\mu_{Ed}$  bekannt, so kann auch der erforderliche Bewehrungsgrad und das zugehörige Dehnsteifigkeitsverhältnis im Grenzzustand der Tragfähigkeit berechnet werden. Für FVK-Bewehrung gilt:

$$\Omega_{\rm eff,f} = \alpha_{\rm e,eff} \cdot \rho = \frac{\mu_{\rm Ed} \cdot f_{\rm cd}}{\varepsilon_{\rm f} \cdot \frac{z}{d} \cdot E_{\rm c,eff}} \qquad Gl. \ 6-36$$

Bei Verwendung von Betonstahlbewehrung ist zu prüfen, ob die Bewehrung die Streckgrenze erreicht. In diesem Fall ergibt sich das Dehnsteifigkeitsverhältnis zu:

$$\Omega_{\rm eff,s} = \alpha_{\rm e,eff} \cdot \rho = \frac{\mu_{\rm Ed} \cdot f_{\rm cd} \cdot E_{\rm s}}{\sigma_{\rm sd} \cdot \frac{z}{d} \cdot E_{\rm c,eff}} \qquad Gl. \ 6-37$$

Die Dehnung der Bewehrung ergibt sich ebenfalls aus dem einwirkenden bezogenen Moment  $\mu_{Ed}$ . Wie in Abschnitt 6.2.1.2 und Abbildung 6-2 zu erkennen ist, muss hier eine Unterscheidung je nach Versagensart erfolgen. Für kleine bezogene Biegemomente stellt sich ein Zugversagen der Bewehrung mit Erreichen der Bruchdehnung ein. Bei größeren bezogenen Momenten wird die maximale Betonstauchung erreicht und die Dehnung in der Bewehrung nimmt mit steigendem Moment ab. Der Knickpunkt der Kurve wird nachfolgend als Balance-Point bezeichnet. Da im Balance-Point die maximale Betonstauchung erreicht wird, sind der Völligkeitsbeiwert für die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons  $\alpha_R$  sowie der Höhenbeiwert  $k_a$  bekannt. Die Druckzonenhöhe ergibt sich aus den Bruchdehnungen von Beton und Bewehrung unter der Voraussetzung normalfesten Betons.

$$\mu_{\rm Ed,bal} = \alpha_{\rm R} \cdot \xi \cdot (1 - k_{\rm a} \cdot \xi) \qquad Gl. \ 6-38$$
$$\cong 0,8095 \cdot \frac{3,5}{3,5 + \varepsilon_{\rm fu,d}} \cdot \left(1 - 0,416 \cdot \frac{3,5}{3,5 + \varepsilon_{\rm fu,d}}\right)$$

mit  $\varepsilon_{fu,d}$  in ‰

Die Flächenmomente 2. Ordnung können ebenfalls in bezogener Schreibweise dargestellt werden.

$$i_{\rm I} = \frac{12 \cdot I_{\rm I}}{b \cdot d^3} = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot k_{\rm I} \qquad [k_{\rm I} \text{ nach Tabelle 3-1}] \qquad Gl. \ 6-39$$

$$i_{\rm II} = \frac{12 \cdot I_{\rm II}}{b \cdot d^3} = k_{\rm II} = 4 \cdot \xi_{\rm SLS}^3 + 12 \cdot \Omega_{\rm eff} \cdot (1 - \xi_{\rm SLS})^2 \qquad Gl. \ 6-40$$

$$\xi_{\rm SLS} = \Omega_{\rm eff} \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\Omega_{\rm eff}}} - 1 \right) \qquad \qquad Gl. \ 6-41$$

Die bezogenen Verformungen in den Zuständen I und II ergeben sich aus Lastbeanspruchung demnach zu:

$$\frac{w_{\mathrm{I/II}}}{L} = \frac{60 \cdot \eta \cdot \mu_{\mathrm{Ed}} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{\mathrm{cd}} \cdot L}{48 \cdot E_{\mathrm{c,eff}} \cdot i_{\mathrm{I/II}} \cdot b \cdot d^3} = \frac{5 \cdot \eta \cdot \mu_{\mathrm{Ed}} \cdot f_{\mathrm{cd}} \cdot L}{4 \cdot i_{\mathrm{I/II}} \cdot d \cdot E_{\mathrm{c,eff}}} \qquad Gl. \ 6-42$$

Zur Berücksichtigung des aus Schwinden resultierenden Momentes wird Gl. 6-30 in bezogener Schreibweise dargestellt. Es wird davon ausgegangen, dass das Moment im ungerissenen Zustand als Einwirkung angesetzt werden kann. Grundsätzlich stellt dies bereits eine Vereinfachung dar, da das Flächenmoment 1. Ordnung im Zustand I und II und hierdurch auch das Schwindmoment  $M_{cs}$  unterschiedlich ist. Da jedoch auch der Verteilungsbeiwert vom gesamten einwirkenden Moment abhängig ist, ist eine geschlossene Lösung nicht möglich. Die Abweichungen sind jedoch vergleichsweise gering, da die resultierenden Krümmungen durch den gewichteten Verteilungsbeiwert wieder korrigiert werden.

$$\mu_{\rm cs} = \frac{\varepsilon_{\rm cs} \cdot \alpha_{\rm e} \cdot A_{\rm f} \cdot (d - k_{\rm xI} \cdot h) \cdot E_{\rm c,eff}}{b \cdot d^2 \cdot E_{\rm c,eff}} = \varepsilon_{\rm cs} \cdot \Omega_{\rm eff} \cdot \left(1 - k_{\rm xI} \cdot \frac{h}{d}\right) \qquad \qquad Gl. \ 6-43$$

Der Verlauf des Schwindmomentes  $M_{cs}$  hängt von der Bewehrungsführung ab. Bei konstanter ungestaffelter Bewehrung verläuft das Schwindmoment konstant über die Trägerlänge. In der Praxis ist dies jedoch nicht immer der Fall, da die Bewehrung zum einen gestaffelt wird und zum anderen in den Randbereichen eine konstruktive Bewehrung auf der Oberseite zur Berücksichtigung unplanmäßiger Einspannungen an den Trägerenden notwendig wird. Bei symmetrischer Bewehrung im Zustand I entstehen bei Ansatz von Bruttoquerschnittswerten keine Krümmungen aus Schwinden. Aus diesem Grund wird das maximale Schwindmoment  $M_{cs}$  affin zur Biegemomentenverteilung aus Last angesetzt. Zur Berechnung des Verteilungsbeiwertes wird auch das Rissmoment  $M_{cr}$  benötigt, welches ebenfalls in bezogener Schreibweise unter Berücksichtigung der Bruttoquerschnittswerte berechnet werden kann.

$$\mu_{\rm cr} = \frac{M_{\rm cr}}{b \cdot d^2 \cdot E_{\rm c,eff}} = \left(\frac{h}{d}\right)^2 \cdot \frac{f_{\rm ctm}}{6 \cdot E_{\rm c,eff}} \qquad Gl. \ 6-44$$

Der Verteilungsbeiwert ergibt sich dann aus:

$$\zeta = 1 - \left(\frac{\left(\frac{h}{d}\right)^2 \cdot \frac{f_{\rm ctm}}{6 \cdot E_{\rm c,eff}}}{\eta \cdot \mu_{\rm Ed} \cdot \frac{f_{\rm cd}}{E_{\rm c,eff}} + \varepsilon_{\rm cs} \cdot \Omega_{\rm eff} \cdot \left(1 - k_{\rm xI} \cdot \frac{h}{d}\right)}\right)^2 \qquad Gl. \ 6-45$$

Der Vorfaktor  $\beta$  zur Vergrößerung des Verteilungsbeiwertes (vgl. Gl. 6-28) wird in Anlehnung an Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017) (2017) vernachlässigt. Mit Hilfe dieser Größen kann nun die bezogene mittlere Verformung berechnet und der Nachweis der zulässigen Verformungen durchgeführt werden.

$$\frac{w_{\rm m}}{L} = \frac{5}{4} \cdot \frac{\eta \cdot \mu_{\rm Ed} \cdot f_{\rm cd}}{E_{\rm c,eff}} \cdot \frac{L}{d} \cdot \left(\frac{\zeta}{k_{\rm II}} + \frac{(1-\zeta)}{k_{\rm I} \cdot (h/d)^3}\right) + \frac{5}{4} \cdot \varepsilon_{\rm cs} \cdot \Omega_{\rm eff} \cdot \frac{L}{d} \cdot \left(\frac{\zeta \cdot (1-\zeta_{\rm SLS})}{k_{\rm II}} + \frac{(1-\zeta) \cdot (1-k_{\rm xI} \cdot h/d)}{k_{\rm I} \cdot (h/d)^3}\right) \le \frac{1}{250}$$

$$Gl. \ 6-46$$

Zur Untersuchung der Einflüsse einzelner Parameter erfolgt die Berechnung zunächst an einem Grundsystem mit folgenden Kennwerten, welche an die Angaben in Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017) (2017) angelehnt sind.

• <u>Beton</u>

C 30/37

## • <u>Bewehrung</u>

## I) FVK

 $E_{\rm f} = 100.000 \ \rm N/mm^2$ 

```
\varepsilon_{\mathrm{fu},\mathrm{d}} = 10 \%
```

- II) Betonstahl  $E_{\rm s} = 200.000 \text{ N/mm}^2$   $\varepsilon_{\rm u,d} = 25 \%$  $f_{\rm y,d} = 500 / 1,15 = 435 \text{ N/mm}^2$
- <u>System und Querschnitt</u>
   Gelenkig gelagerter Einfeldträger
   b = 1.000 mm, h = 300 mm, d / h = 0,9

•	<u>Beanspruchungen</u>	
	Eigenlast gk	36 % der gesamten charakteristischen Last $p_k$
	Ausbaulast $\Delta g_k$	24 % der gesamten charakterischen Last $p_k$
	Nutzlast $\psi_2 \cdot q_k$	0,3 · 40 % der gesamten charakteristischen Last $p_k$
	Bemessungslast GZT:	$1,35 \cdot (36 \% + 24 \%) + 1,5 \cdot 40 \% = 141 \%$
	Quasi-ständige Last GZG:	36 % + 24 % + 0,3 · 40 % = 72 %
	Verhältnis GZG / GZT:	72 / 141 = 51 %
•	Relative Luftfeuchtigkeit	
	RH = 70 %	
•	Zeitpunkte	
	Dauer der Nachbehandlung:	$t_{\rm s} = 3$ Tage
	Eigenlast gk:	$t_0 = 10$ Tage
	Ausbaulast $\Delta g_k$ :	$t_1 = 60$ Tage
	Nutzlasten $q_k + \Delta q_k$ :	$t_2 = 365 \text{ Tage}$

Im ersten Schritt erfolgt eine Validierung der Berechnung. In Abbildung 6-9 ist die Auswertung der zulässigen Biegeschlankheit in Abhängigkeit vom erforderlichen geometrischen Bewehrungsgrad dargestellt. Die Berechnung wurde für das oben beschriebene Grundsystem für Betonstahl und FVK-Bewehrung durchgeführt. Zusätzlich sind die Ergebnisse der Parameterstudie aus Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017) (2017) aus Vergleichsgründen abgebildet. Die Berechnung für Stahlbetonbauteile zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den hier berechneten Werten.



# Abbildung 6-9Zulässige Biegeschlankheit in Abhängigkeit vom erforderlichen<br/>Zugbewehrungsgrad im GZT für das Grundsystem

Wie zu erkennen ist, nimmt die zulässige Biegeschlankheit für FVK-Bewehrung mit steigendem erforderlichen Bewehrungsgrad zunächst ab. Bei geringer Beanspruchung verbleibt das System im Zustand I, wodurch sehr hohe Schlankheiten möglich sind. Die Querschnitte reißen mit steigender Beanspruchung auf, bis die zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point ein Minimum erreicht, da sich bei Erreichen der Bruchdehnungen von Beton und Bewehrung auch die größte Krümmung einstellt und die Bewehrung vollständig ausgenutzt ist. Wird die Last weiter gesteigert, so erreicht die Bewehrung nicht mehr die Bruchdehnung, sodass zur Erfüllung des Nachweises für Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit mehr Bewehrung eingelegt werden muss. Hierdurch vergrößert sich auch die Steifigkeit, wodurch die zulässige Schlankheit wieder ansteigt.

Zur Untersuchung der unterschiedlichen Einflüsse auf die Biegeschlankheit für Bauteile mit FVK-Bewehrung werden im Rahmen einer Parameterstudie die folgenden Parameter variiert:

- Betonfestigkeitsklasse
- Bauteilhöhe
- Verhältnis *d / h*
- Lastverhältnis GZG / GZT
- Relative Luftfeuchtigkeit
- Bruchdehnung der Bewehrung

Die Systemlänge, die Bauteilbreite sowie der Elastizitätsmodul der Bewehrung haben auf die zulässigen Biegeschlankheiten keinen Einfluss, wenn diese über das bezogene einwirkende Moment  $\mu_{Ed}$  im Grenzzustand der Tragfähigkeit aufgetragen werden. Die Zeitpunkte der Belastung beeinflussen die zulässigen Biegeschlankheiten, können aber im Rahmen der Tragwerksplanung nur abgeschätzt werden, sodass die in DIN EN 1992-1-1 (2011) unterstellten Zeitpunkte beibehalten werden.

In Abbildung 6-10 sind die zulässigen Biegeschlankheiten in Abhängigkeit vom einwirkenden bezogenen Moment im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Variation der Betonfestigkeitsklasse aufgetragen. Da die Betonfestigkeitsklasse eine Vielzahl an Parametern verändert (Druckfestigkeit, Zugfestigkeit, Elastizitätsmodul, Kriech- und Schwindbeiwerte), ist der Einfluss nahezu im gesamten Spektrum des bezogenen einwirkenden Momentes erkennbar. Da die zulässige Biegeschlankheit jedoch über das auf die Querschnittsparameter und den Bemessungswert der Betondruckfestigkeit normierte Moment aufgetragen ist, verringert sich der Einfluss der Betonfestigkeit im Gegensatz zu den bekannten Biegeschlankheitskurven nach DIN EN 1992-1-1 (2011), die lediglich über den erforderlichen geometrischen Zugbewehrungsgrad aufgetragen sind. Durch die verringerte Betonzugfestigkeit ergibt sich ein früheres Aufreißen der Querschnitte und dementsprechend höhere Verteilungsbeiwerte bei geringerer Beanspruchung, wodurch der Einfluss links des BalancePoints deutlich größer ausfällt. Mit zunehmender Betonfestigkeit sinkt das Verhältnis aus Betonzugfestigkeit zu Betondruckfestigkeit, weshalb die Kurven höherfester Betone nach links verschoben werden. Der Übergang in den Zustand II kann durch das bezogene Rissmoment  $\mu_{Ed,ZII}$  dargestellt werden.

$$\mu_{\rm Ed,ZII} = \frac{E_{\rm c,eff}}{\eta \cdot f_{\rm cd}} \cdot \left[ \left( \frac{h}{d} \right)^2 \cdot \frac{f_{\rm ctm}}{6 \cdot E_{\rm c,eff}} - \varepsilon_{\rm cs} \cdot \Omega_{\rm eff} \cdot \left( 1 - k_{\rm xI} \cdot \frac{h}{d} \right) \right] \qquad \qquad Gl. \ 6-47$$

In guter Näherung mit Abweichungen von maximal 2 % (im Bereich C 20/25 bis C 50/60,  $0,46 \le \eta \le 0,68, 0,80 \le d/h \le 0,95$ ) kann der Übergangspunkt mit Hilfe von Gl. 6-48 berechnet werden

Auf eine Darstellung der Übergangslinien von Zustand I zu Zustand II wird in Abbildung 6-10 aus Gründen der Übersicht verzichtet. Eine beispielhafte Übergangslinie ist in Abbildung 6-11 dargestellt.



Abbildung 6-10 Einfluss der Betonfestigkeitsklasse auf die zulässige Biegeschlankheit

In Abbildung 6-11 ist der Einfluss der Bauteilhöhe auf die zulässige Biegeschlankheit dargestellt. Der Einfluss der Querschnittsabmessungen auf die Biegeschlankheit resultiert aus der veränderten wirksamen Bauteildicke  $h_0$ , die für die Bestimmung der Kriechbeiwerte sowie des Endschwindmaßes benötigt wird. In der vorliegenden Berechnung wird zur Bestimmung der wirksamen Bauteildicke  $h_0 = 2 \cdot A_c / u = 2 \cdot b \cdot h / (2 \cdot b) = h$  angesetzt, da davon ausgegangen wird, dass nur die Ober- und Unterseite des Querschnitts der freien Austrocknung ausgesetzt sind. Hierdurch ist auch die Unabhängigkeit der Schlankheitskurven von der Bauteilbreite erkennbar. Der Einfluss der Bauteilhöhe ist erst bei hohen Beanspruchungen erkennbar, da mit steigender Beanspruchung oberhalb des Balance-Points die bezogene Druckzonenhöhe ansteigt und hierdurch die Auswirkungen des Kriechens größer werden. Des Weiteren ist in Abbildung 6-11 die Übergangslinie zwischen Zustand I und Zustand II dargestellt. Die zu  $\mu_{Ed,ZII}$  zugehörige Schlankheit für eine Bauteilhöhe von h = 300 mm liegt mit  $(L/d)_{max} = 86,1$  außerhalb des Diagrammbereichs. Es ist jedoch zu erkennen, dass die Biegeschlankheitskurve gegen diesen Wert verläuft.



Abbildung 6-11 Einfluss der Bauteilhöhe auf die zulässige Biegeschlankheit

In Abbildung 6-12 ist der Einfluss des Verhältnisses aus statischer Nutzhöhe zur Bauteilhöhe dargestellt. Dieser Parameter beeinflusst maßgeblich die Flächenmomente 1. und 2. Ordnung sowie das Rissmoment in Zustand I, wodurch der Einfluss bei geringeren Beanspruchungen deutlich erkennbar ist. Dieser Punkt verschiebt sich in Abhängigkeit von den Materialeigenschaften des Betons und vom Verhältnis d/h. Mit kleiner werdendem Verhältnis von d/h verschiebt sich der Übergangspunkt nach rechts. Bei Verwendung rostbeständiger FVK-Bewehrung ist jedoch mit einem Verhältnis von  $d/h \ge 0.9$  zu rechnen, da auf eine hohe Betondeckung zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit oftmals verzichtet werden kann. Der Einfluss des Verhältnisses aus statischer Nutzhöhe zu Bauteilhöhe auf den Übergang vom Zustand I zum Zustand II ist auch in Gl. 6-47 und Gl. 6-48 deutlich erkennbar. Mit steigendem Verhältnis von h/d steigt auch  $\mu_{Ed,ZII}$ . In Abbildung 6-12 liegt der Übergangspunkt in einem Bereich von  $0.06 \le \mu_{Ed,ZII} \le 0.085$  für Verhältnisse der statischen Nutzhöhe zur Bauteilhöhe von  $0.80 \le d/h \le 0.95$ .








Das Verhältnis aus Beanspruchung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination und dem Bemessungswert der Beanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit beeinflusst die zulässige Biegeschlankheit deutlich. Dies ist an den Kurvenverläufen in Abbildung 6-14 deutlich erkennbar.



Abbildung 6-14 Einfluss der Lastverhältnisse im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit auf die zulässige Biegeschlankheit

Der maßgebliche Parameter, der die zulässige Biegeschlankheit determiniert, ist die Bruchdehnung der Bewehrung, deren Einfluss auf die zulässige Biegeschlankheit in Abbildung 6-15 dargestellt ist.



Abbildung 6-15 Einfluss der Bruchdehnung der Bewehrung auf die zulässige Biegeschlankheit

Wie bereits aus Gl. 6-36 und Gl. 6-37 ersichtlich wird, ist das erforderliche Dehnsteifigkeitsverhältnis für FVK-Bewehrung, welches sich aus der Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt, von der Bruchdehnung abhängig. Eine höhere Bruchdehnung führt dementsprechend zu einem geringeren erforderlichen Dehnsteifigkeitsverhältnis, welches maßgeblich den Nachweis der zulässigen Verformungen beeinflusst und hierdurch die zulässige Biegeschlankheit herabsenkt. Gleichzeitig verschiebt sich der Balance-Point mit zunehmender Bruchdehnung nach links. Interessant ist, dass bei Unterstellung einer Bruchdehnung, die der Dehnung an der Streckgrenze des Betonstahls entspricht ( $\varepsilon_{fu,d} = \varepsilon_{y,d} = 2,17$  ‰), die Kurven für Betonstahl und FVK-Bewehrung identisch sind.

Wie insbesondere durch Abbildung 6-15 zu erkennen ist, wird die zulässige Biegeschlankheit bei FVK-Bewehrung im Gegensatz zur Verwendung von Betonstahl deutlich herabgesenkt. Die Folge ist, dass der Nachweis der zulässigen Verformungen gegenüber dem Nachweis für Biegung mit Längskraft eine deutlich größere Rolle zukommt. Werden die zulässigen Biegeschlankheiten für FVK-Bewehrung ins Verhältnis zur zulässigen Biegeschlankheit für Betonstahl gesetzt, so kann, wie aus Abbildung 6-16 deutlich wird, die zulässige Biegeschlankheit für Bruchdehnungen 5  $\% \le \varepsilon_{fu,d} \le 20$  ‰ auf Werte zwischen 22 % und 61 % herabgesenkt werden.





#### 6.3.3.5 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde der Nachweis der zulässigen Verformungen näher untersucht. Neben allgemeinen Grundlagen und den Auswirkungen des Kriechens und Schwindens wurde auf die Nachweisführung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) eingegangen. Die berechnung kann dabei zum einen direkt mit Hilfe eines Verteilungsbeiwertes oder durch Einhaltung einer zulässigen Biegeschlankheit erfolgen. Die Schlankheitskurven nach DIN EN 1992-1-1 (2011) wurden durch eigene Berechnungen bestätigt und ein neues Nachweiskonzept vorgestellt, bei dem die zulässigen Schlankheiten über das bezogene einwirkende Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit aufgetragen werden.

Dabei stellte sich heraus, dass der Nachweis der zulässigen Verformungen eine besondere Rolle in der Dimensionierung von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung einnimmt. Im Vergleich zu Stahlbetonbauteilen sind aufgrund der niedrigeren Bruchdehnungen deutliche Reduktionen der zulässigen Biegeschlankheiten zu erwarten. Die zulässige Biegeschlankheit kann für Bruchdehnungen der Bewehrung zwischen 5 ‰  $\leq \varepsilon_{fu,d} \leq 20$  ‰ auf Werte zwischen 22 % und 61 % der zulässigen Biegeschlankheiten von Stahlbetonbauteilen herabgesenkt werden. Zugleich sind in den bestehenden Rechenverfahren die unterschiedlichen Verbundeigenschaften und dementsprechend auch die abweichende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund soll im nachfolgenden Abschnitt eine mechanisch korrekte und konsequente Herleitung des Verteilungsbeiwertes erfolgen, durch den die abweichenden Verbundeigenschaften von FVK-Bewehrung berücksichtigt werden können.

# 7 MODELL ZUR WIRKLICHKEITSNAHEN VERFORMUNGSBERECHNUNG

## 7.1 Allgemeines

Wie in Abschnitt 6.3.3 ausführlich dargestellt, erfolgte die Herleitung der zulässigen Biegeschlankheiten aufbauend auf mechanischen Grundlagen. Ein wesentlicher Kritikpunkt ist jedoch der Verteilungsbeiwert, der eine starke Vereinfachung der korrekten mechanischen Zusammenhänge darstellt. Bei näherer Betrachtung ist ersichtlich, dass Einflüsse wie das unterschiedliche Verbundverhalten von FVK-Bewehrung, der Zugversteifungseffekt oder der Einfluss zyklischer Beanspruchungen auf die Betonzugfestigkeit, nicht explizit berücksichtigt werden. Auch genauere Ansätze, die auf einer effektiven mittleren Steifigkeit beruhen, sind in der Regel nur mit Vereinfachungen hergeleitet, vgl. Branson (1963), Bischoff und Gross (2011b, 2011a), Bischoff (2005). Diese Aspekte sollen nachfolgend näher analysiert werden. Wie zu erkennen ist, bewegt sich der Verteilungsbeiwert unter Kurzzeitbeanspruchung zwischen den Grenzwerten  $\zeta = 0$  für den ungerissenen Zustand und  $\zeta = 1$  für den vollständig gerissenen Zustand des Systems. Bei Dauerbeanspruchung bewegt sich der Verteilungsbeiwert nach DIN EN 1992-1-1 (2011) zwischen 0,5 und 1,0.

Da der in DIN EN 1992-1-1 (2011) dargestellte Verteilungsbeiwert nur in bestimmten Grenzen passende Werte liefert, soll nachfolgend ein Modell zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung auf Basis des Verfahrens unter Zuhilfenahme eines Verteilungsbeiwertes entwickelt werden. Das Modell wird zunächst für einfeldrig gelagerte Systeme entwickelt und kalibriert.

# 7.2 Modell zur Verformungsberechnung bei gelenkig gelagerten Einfeldträgern

# Grundlagen

Entsprechend der in Gl. 6-28 dargestellten Definition lässt sich der Verteilungsbeiwert wie folgt bestimmen.

$$\zeta = \frac{w_{\rm m} - w_{\rm I}}{w_{\rm II} - w_{\rm I}} \qquad Gl. \ 7-1$$

Die Verformungen w(x) können durch zweifache Integration der Krümmungen  $\kappa(x)$  berechnet werden.

$$w(x) = -\int_{0}^{x} \int_{0}^{x} \frac{M(x)}{EI} dx dx = \int_{0}^{x} \int_{0}^{x} \kappa(x) dx dx \qquad Gl. 7-2$$

Für eine konstante Gleichstreckenlast und unter Annahme einer konstanten Biegesteifigkeit *EI* gilt:

$$w''(x) = -\kappa(x) \qquad \qquad Gl. 7-4$$

$$w'(x) = -\frac{q}{2EI} \cdot \left(\frac{L \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + C_1$$
 Gl. 7-5

$$w(x) = -\frac{q}{2EI} \cdot \left(\frac{L \cdot x^3}{6} - \frac{x^4}{12}\right) + C_1 \cdot x + C_2 \qquad Gl. \ 7-6$$

 $M_{\rm E}$  bezeichnet in diesem Fall das maximale einwirkende Biegemoment in Feldmitte. Mit Hilfe der Randbedingungen, dass die Verdrehung in Feldmitte zu w'(L/2) = 0 und die Verschiebung am Auflager zu w(0) = 0 wird, ergeben sich die Integrationskonstanten  $C_1$  und  $C_2$  so wie der Durchbiegungsverlauf wie folgt:

$$w'(L/2) = 0 \rightarrow C_1 = \frac{q}{2EI} \cdot \frac{L^3}{12}$$
 Gl. 7-7

$$w(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \qquad \qquad Gl. 7-8$$

$$w(x) = \frac{q}{2EI} \cdot \left(\frac{x^4}{12} - \frac{L \cdot x^3}{6} + \frac{L^3 \cdot x}{12}\right)$$
Gl. 7-9

Mit Gleichung Gl. 7-10 lassen sich die beiden Grenzwerte der Verformungen im Zustand I und Zustand II in Feldmitte berechnen und ergeben sich in Abhängigkeit vom einwirkenden maximalen Biegemoment in Feldmitte  $M_E$  wie folgt:

$$w(L/2) = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{\rm E} \cdot L^2}{EI} \qquad Gl. \ 7-10$$

#### Berechnung der mittleren, belastungsabhängigen Krümmungen

Bei Beanspruchungen oberhalb des Rissmomentes  $M_{cr}$  weist der Querschnitt keine konstante Biegesteifigkeit über die Länge auf. Die Biegesteifigkeit ist bei Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zudem von der einwirkenden Beanspruchung abhängig. Aufgrund der aufwendigen Bestimmung der Integrationskonstanten wird die Berechnung der Verformungen nur in Feldmitte mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte durchgeführt. Zur Ermittlung der mittleren Krümmungen wird auf die in Kapitel 3.4.3 dargestellten Beziehungen zwischen mittlerer Dehnung  $\varepsilon_{s/f,m}$  sowie Dehnung im Zustand II  $\varepsilon_{s/f,2}$  zurückgegriffen. Analog dazu können die mittleren Krümmungen dementsprechend wie folgt berechnet werden. Für  $M_{\rm cr} \leq M_{\rm E} \leq 1,3 M_{\rm cr}$ :

$$\kappa_{\rm m,1} = \kappa_{\rm II} - \frac{\beta_{\rm t,m} \cdot \left(M(x) - M_{\rm cr}\right) + 1, 3 \cdot M_{\rm cr} - M(x)}{0, 3 \cdot M_{\rm cr}} \cdot \Delta \kappa_{\rm sr} \qquad Gl. \ 7-11$$

Für  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$ :

$$\kappa_{\rm m,2} = \kappa_{\rm II} - \beta_{\rm t,m} \cdot \Delta \kappa_{\rm sr} \qquad Gl. \ 7-12$$

#### Einteilung des Systems nach Rissbildungsstadium

Für eine Berechnung der mittleren Verformungen ist das System in drei Teilbereiche  $M_{\rm E} \leq M_{\rm cr}$ ,  $M_{\rm cr} \leq M_{\rm E} \leq 1,3 M_{\rm cr}$  und  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$  aufzugliedern, vgl. Abbildung 7-1. Hierdurch werden die ungerissenen Bereiche mit konstanter Biegesteifigkeit im Zustand I sowie die Bereiche der Rissbildungsphase und des abgeschlossenen Rissbildes voneinander getrennt.



## Abbildung 7-1 Prinzip der virtuellen Kräfte zur Ermittlung der Verformungen und Darstellung der belastungsabhängigen Steifigkeiten

Hierfür werden zunächst die Längen  $x_{cr,1}$  und  $x_{cr,2}$  eingeführt, die die jeweiligen Bereiche voneinander trennen. Für den Bereich  $0 \le x \le x_{cr,1}$  verbleibt das System im ungerissenen Zustand I. Der Bereich zwischen  $x_{cr,1} \le x \le x_{cr,2}$  befindet sich in der Rissbildungsphase. Die Bereiche zwischen  $x_{cr,2} \le x \le L/2$  befinden sich im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung. Dieser Zustand wird jedoch erst erreicht, wenn das einwirkende Moment  $M_E$  größer als das 1,3-fache Rissmoment  $M_{cr}$  ist. Dementsprechend muss für  $x_{cr,2}$  eine Unterscheidung entsprechend des einwirkenden Momentes erfolgen.

Für  $M_{\rm E} > M_{\rm cr}$ :

$$x_{\rm cr,l} = \frac{L}{2} - \sqrt{\frac{L^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}}\right)}$$
 Gl. 7-13

Für  $M_{\rm cr} \leq M_{\rm E} \leq 1,3 M_{\rm cr}$ :

$$x_{\rm cr,2} = \frac{L}{2}$$
 Gl. 7-14

Für  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$ :

$$x_{\rm cr,2} = \frac{L}{2} - \sqrt{\frac{L^2}{4} \cdot \left(1 - 1, 3 \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}}\right)} \qquad Gl. \ 7-15$$

#### Berechnung der mittleren Steifigkeiten bzw. Flächenmomente 2. Ordnung

Des Weiteren werden die mittleren Steifigkeiten in Form eines mittleren Flächenträgheitsmoments 2. Ordnung  $I_{m,1/2}(x)$  benötigt, die vom Verhältnis der mittleren Krümmungen  $\kappa_{m,1/2} / \kappa_{II}$  und dem Trägheitsmoment im gerissenen Zustand  $I_{II}$  abhängen. Als Bezugselastizitätsmodul wird der Elastizitätsmodul des Betons verwendet. Durch Umformung und Vereinfachung ergeben sich folgende belastungsabhängige Flächenträgheitsmomente 2. Ordnung.

Rissbildungsphase:

$$I_{m,1}(x) = I_{II} \cdot \frac{\kappa_{II}}{\kappa_{m,1}}$$
  
=  $I_{II} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\beta_{t,m} \cdot (M(x) - M_{cr}) + 1, 3 \cdot M_{cr} - M(x)}{0, 3 \cdot M_{cr}} \cdot \frac{M_{cr}}{M(x)} \cdot \frac{M_{cr}}{M(x)} \cdot \left(1 - \frac{I_{II}}{I_{I}}\right)$  Gl. 7-16

Abgeschlossene Rissbildung:

$$I_{m,2}(x) = I_{II} \cdot \frac{\kappa_{II}}{\kappa_{m,2}} = I_{II} \cdot \frac{1}{1 - \beta_{t,m}} \cdot \frac{M_{cr}}{M(x)} \cdot \left(1 - \frac{I_{II}}{I_{I}}\right)$$
Gl. 7-17

#### Berechnung der mittleren Verformungen unter Gleichstreckenlast

Die Verformung in Feldmitte ergibt sich nun durch Integration des Produktes aus virtuellem Moment und Krümmung aus einwirkender Beanspruchung über die Systemlänge.

$$w_{\rm m} = \int_{0}^{L} \overline{M}(x) \cdot \kappa(x) dx = w_0 + w_1 + w_2 \qquad Gl. \ 7-18$$

Bereich  $0 \le x \le x_{cr,1}$ :

$$w_{0} = 2 \cdot \int_{0}^{x_{cr,1}} \frac{\overline{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{I}} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{E}}{L^{2} \cdot EI_{I}} \cdot \left(4 \cdot L \cdot x_{cr,1}^{3} - 3 \cdot x_{cr,1}^{4}\right) \qquad Gl. \ 7-19$$

Bereich  $x_{cr,1} \le x \le x_{cr,2}$ :

$$w_{1} = 2 \cdot \int_{x_{\rm cr,l}}^{x_{\rm cr,2}} \frac{\overline{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{\rm m,l}(x)} dx = \frac{2}{EI_{\rm II}} \int_{x_{\rm cr,l}}^{x_{\rm cr,2}} \overline{M}(x) \cdot M(x) \cdot \frac{\kappa_{\rm m,l}}{\kappa_{\rm II}} dx \qquad Gl. \ 7-20$$

$$\frac{\kappa_{\rm m,l}}{\kappa_{\rm II}} = 1 - \frac{\beta_{\rm t,m} \cdot (M(x) - M_{\rm cr}) + 1, 3 \cdot M_{\rm cr} - M(x)}{0, 3 \cdot M_{\rm cr}} \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M(x)} \cdot \left(1 - \frac{I_{\rm II}}{I_{\rm I}}\right) \qquad Gl. \ 7-2I$$

$$w_1 = a \cdot \sum_{i=1}^{i=6} b_i$$
 Gl. 7-22

Dabei ist:

$$a = \frac{4}{72 \cdot E \cdot I_{1} \cdot I_{II} \cdot L^{2}}$$

$$b_{1} = L^{2} \cdot M_{cr} \cdot \left[ \left( (30 \cdot \beta_{t,m} - 39) \cdot x_{cr,2}^{2} + (39 - 30 \cdot \beta_{t,m}) \cdot x_{cr,1}^{2} \right) \cdot I_{I} \right]$$

$$b_{2} = L^{2} \cdot M_{cr} \cdot \left[ \left( (39 - 30 \cdot \beta_{t,m}) \cdot x_{cr,2}^{2} + (30 \cdot \beta_{t,m} - 39) \cdot x_{cr,1}^{2} \right) \cdot I_{II} \right]$$

$$b_{3} = L \cdot M_{E} \cdot I_{II} \cdot \left[ (80 \cdot \beta_{t,m} - 80) \cdot x_{cr,2}^{3} + (80 - 80 \cdot \beta_{t,m}) \cdot x_{cr,1}^{3} \right]$$

$$b_{4} = L \cdot M_{E} \cdot I_{I} \cdot \left[ (104 - 80 \cdot \beta_{t,m}) \cdot x_{cr,2}^{3} + (80 \cdot \beta_{t,m} - 104) \cdot x_{cr,1}^{3} \right]$$

$$b_{5} = M_{E} \cdot I_{I} \cdot \left[ (60 \cdot \beta_{t,m} - 78) \cdot x_{cr,2}^{4} + (78 - 60 \cdot \beta_{t,m}) \cdot x_{cr,1}^{4} \right]$$

$$b_{6} = M_{E} \cdot I_{II} \cdot \left[ (60 - 60 \cdot \beta_{t,m}) \cdot x_{cr,2}^{4} + (60 \cdot \beta_{t,m} - 60) \cdot x_{cr,1}^{4} \right]$$

Bereich  $x_{cr,2} \le x \le L / 2$ :

$$w_{2} = 2 \cdot \int_{x_{\text{cr},2}}^{L/2} \frac{\overline{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{\text{m},2}(x)} dx = \frac{2}{EI_{\text{II}}} \int_{x_{\text{cr},2}}^{L/2} \overline{M}(x) \cdot M(x) \cdot \frac{\kappa_{\text{m},2}}{\kappa_{\text{II}}} dx \qquad Gl. \ 7-23$$

$$\frac{\kappa_{\rm m,2}}{\kappa_{\rm II}} = 1 - \beta_{\rm t,m} \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M(x)} \cdot \left(1 - \frac{I_{\rm II}}{I_{\rm I}}\right) \qquad Gl. \ 7-24$$

$$w_2 = a \cdot \sum_{i=1}^{i=3} b_i$$
 Gl. 7-25

Dabei ist:

$$a = -\frac{4}{192 \cdot E \cdot I_{\mathrm{I}} \cdot I_{\mathrm{II}} \cdot L^{2}}$$
$$b_{\mathrm{I}} = M_{\mathrm{cr}} \cdot L^{4} \cdot \left[ 6 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot I_{\mathrm{I}} - 6 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot I_{\mathrm{II}} \right]$$

$$b_{2} = M_{cr} \cdot L^{2} \cdot \left[ 24 \cdot \beta_{t,m} \cdot x_{cr,2}^{2} \cdot I_{II} - 24 \cdot \beta_{t,m} \cdot x_{cr,2}^{2} \cdot I_{I} \right]$$
$$b_{3} = M_{E} \cdot \left[ -5 \cdot I_{I} \cdot L^{4} + 64 \cdot x_{cr,2}^{3} \cdot I_{I} \cdot L - 48 \cdot x_{cr,2}^{4} \cdot I_{I} \right]$$

## Berechnung der mittleren Verformungen unter einer Einzellast in Feldmitte

Für eine Beanspruchung durch eine Einzellast in Feldmitte ergibt sich analog:

$$w(L/2) = \frac{1}{48} \cdot \frac{F \cdot L^3}{EI} = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_{\rm E} \cdot L^2}{EI} \qquad Gl. \ 7-27$$

$$x_{\rm cr,1} = \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} \cdot \frac{L}{2} \qquad \qquad Gl. \ 7-28$$

$$x_{\rm cr,2} = \frac{L}{2}$$
  $M_{\rm cr} \le M_{\rm E} \le 1,3 M_{\rm cr}$   $Gl. 7-29$ 

$$x_{\rm cr,2} = 1, 3 \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} \cdot \frac{L}{2}$$
  $M_{\rm E} > 1, 3 M_{\rm cr}$   $Gl. 7-30$ 

$$w_{0} = 2 \cdot \int_{0}^{x_{cr,1}} \frac{\overline{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{I}} dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{M_{E}}{L \cdot EI_{I}} \cdot x_{cr,1}^{3}$$
Gl. 7-31

$$w_{1} = 2 \cdot \int_{x_{cr,1}}^{x_{cr,2}} \frac{\overline{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{m,1}(x)} dx = a \cdot \sum_{i=1}^{i=4} b_{i}$$
 Gl. 7-32

Dabei ist:

$$a = \frac{1}{18 \cdot E \cdot L \cdot I_{I} \cdot I_{II}}$$

$$b_{I} = \left[ \left( -39 + 30 \cdot \beta_{t,m} \right) \cdot x_{cr,2}^{2} + \left( -30 \cdot \beta_{t,m} + 39 \right) \cdot x_{cr,1}^{2} \right] \cdot I_{I} \cdot M_{cr} \cdot L$$

$$b_{2} = \left[ \left( -30 \cdot \beta_{t,m} + 39 \right) \cdot x_{cr,2}^{2} + \left( -39 + 30 \cdot \beta_{t,m} \right) \cdot x_{cr,1}^{2} \right] \cdot I_{II} \cdot L \cdot M_{cr}$$

$$b_{3} = \left[ \left( -40 \cdot \beta_{t,m} + 52 \right) \cdot x_{cr,2}^{3} + \left( -52 + 40 \cdot \beta_{t,m} \right) \cdot x_{cr,1}^{3} \right] \cdot I_{I} \cdot M_{E}$$

$$b_{4} = \left[ \left( -40 + 40 \cdot \beta_{t,m} \right) \cdot x_{cr,2}^{3} + \left( -40 \cdot \beta_{t,m} + 40 \right) \cdot x_{cr,1}^{3} \right] \cdot I_{II} \cdot M_{E}$$

$$w_{2} = 2 \cdot \int_{x_{cr,2}}^{L/2} \frac{\overline{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{m,2}(x)} dx = \frac{2}{EI_{II}} \int_{x_{cr,2}}^{L/2} \overline{M}(x) \cdot M(x) \cdot \frac{\kappa_{m,2}}{\kappa_{II}} dx$$

$$Gl. 7-33$$

$$w_{2} = a \cdot \sum_{n=1}^{L/2} b_{i}$$

$$Gl. 7-34$$

Dabei ist:

$$a = -\frac{1}{24 \cdot E \cdot L \cdot I_{\mathrm{I}} \cdot I_{\mathrm{II}}}$$

$$b_{\mathrm{I}} = \left(3 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot I_{\mathrm{I}} - 3 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot I_{\mathrm{II}}\right) \cdot L^{3} \cdot M_{\mathrm{cr}}$$

$$b_{\mathrm{2}} = \left(12 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot x_{\mathrm{cr,2}}^{2} \cdot I_{\mathrm{II}} - 12 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot x_{\mathrm{cr,2}}^{2} \cdot I_{\mathrm{I}}\right) \cdot L \cdot M_{\mathrm{cr}}$$

$$b_{\mathrm{3}} = \left(16 \cdot x_{\mathrm{cr,2}}^{3} \cdot I_{\mathrm{I}} - 2 \cdot I_{\mathrm{I}} \cdot L^{3}\right) \cdot M_{\mathrm{E}}$$

## Berechnung der mittleren Verformungen bei konstantem Biegemoment

Für eine Beanspruchung durch ein konstantes Biegemoment ergibt sich analog:

$$M(x) = M_{\rm E} \qquad \qquad Gl. \ 7-35$$

$$w(L/2) = \frac{1}{8} \cdot \frac{M_{\rm E} \cdot L^2}{EI}$$
 Gl. 7-36

Bereich  $M_{\rm cr} \le M_{\rm E} \le 1.3 M_{\rm cr}$ 

$$w_{\rm m} = 2 \cdot \int_{0}^{L/2} \frac{\bar{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{\rm m,1}(x)} dx = a \cdot \sum_{i=1}^{i=2} b_i \qquad Gl. \ 7-37$$

Dabei ist:

$$a = \frac{1}{24 \cdot E \cdot I_{\mathrm{I}} \cdot I_{\mathrm{II}}}$$

$$b_{1} = L^{2} \cdot M_{\mathrm{cr}} \cdot \left[ \left( 10 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} - 13 \right) \cdot I_{\mathrm{I}} + \left( -10 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} + 13 \right) \cdot I_{\mathrm{II}} \right]$$

$$b_{2} = L^{2} \cdot M_{\mathrm{E}} \cdot \left[ \left( -10 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} + 13 \right) \cdot I_{\mathrm{I}} + \left( 10 \cdot \beta_{\mathrm{t,m}} - 10 \right) \cdot I_{\mathrm{II}} \right]$$

Bereich  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$ 

$$w_{\rm m} = 2 \cdot \int_{0}^{L/2} \frac{\bar{M}(x) \cdot M(x)}{EI_{\rm m,2}(x)} \, \mathrm{d}x = a \cdot b \qquad Gl. \ 7-38$$

Dabei ist:

$$a = -\frac{1}{8 \cdot E \cdot I_{\mathrm{I}} \cdot I_{\mathrm{II}}}$$
  
$$b = L^{2} \cdot \left( \left( \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot I_{\mathrm{I}} - \beta_{\mathrm{t,m}} \cdot I_{\mathrm{II}} \right) \cdot M_{\mathrm{cr}} - I_{\mathrm{I}} \cdot M_{\mathrm{E}} \right)$$

## Berechnung der Verteilungsbeiwerte

Mit Hilfe der mittleren Verformungen und Gl. 7-1 ergeben sich die Verteilungsbeiwerte: <u>Gleichstreckenlast</u>

Für  $M_{\rm cr} \leq M_{\rm E} \leq 1,3 M_{\rm cr}$ 

$$\zeta = -\frac{\left(10 \cdot \beta_{t,m} - 13\right) \cdot \left(3 \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_E}} - 8\right) \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_E}} \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_E} - 1\right)}{15} \qquad Gl. \ 7-39$$

Für  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$ 

$$\zeta = \frac{1}{150} \cdot \left[ a + b + c + 180 \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} \cdot \beta_{\rm t,m} - 90 \right] \qquad \qquad Gl. \ 7-40$$

Dabei ist:

$$a = \left(117 - 207 \cdot \beta_{t,m}\right) \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{E}}\right)^{2}$$

$$b = \sqrt{10 - 13 \cdot \frac{M_{cr}}{M_{E}}} \cdot \left(\left(104 \cdot \sqrt{10} - 104 \cdot \sqrt{10} \cdot \beta_{t,m}\right) \cdot \frac{M_{cr}}{M_{E}} + 8 \cdot 10^{1.5} \cdot \beta_{t,m} - 8 \cdot 10^{1.5}\right)$$

$$c = \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_{E}}} \cdot \left(\left(800 \cdot \beta_{t,m} - 1040\right) \cdot \frac{M_{cr}}{M_{E}} - 800 \cdot \beta_{t,m} + 1040\right)$$

## Einzellast in Feldmitte

Für 
$$M_{\rm cr} \le M_{\rm E} \le 1,3 \, M_{\rm cr}$$
  

$$\zeta = -\frac{1}{6} \cdot \left[ \left( 10 \cdot \beta_{\rm t,m} - 13 \right) \cdot \left( \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} - 1 \right)^2 \cdot \left( \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} + 2 \right) \right] \qquad Gl. \ 7-41$$
Eür  $M_{\rm C} \ge 1.2 \, M_{\rm C}$ 

Für  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$ 

$$\zeta = 1 + \frac{1}{200} \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} \cdot \left( \left( 399 \cdot \beta_{\rm t,m} - 299 \right) \cdot \left( \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} \right)^2 - 300 \cdot \beta_{\rm t,m} \right) \qquad Gl. \ 7-42$$

# Konstantes Biegemoment

Für  $M_{\rm cr} \leq M_{\rm E} \leq 1,3 M_{\rm cr}$ 

$$\zeta = \left(\frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} - 1\right) \cdot \frac{10}{3} \cdot \left(\beta_{\rm t,m} - 1, 3\right) \qquad Gl. 7-43$$

Für  $M_{\rm E} > 1,3 M_{\rm cr}$ 

$$\zeta = 1 - \beta_{t,m} \cdot \frac{M_{cr}}{M_E} \qquad \qquad Gl. \ 7-44$$

Wie zu erkennen ist, ist die Lösung der Integrale bei lastabhängigen Steifigkeiten aufwendig. Bei einer dimensionslosen Auftragung des Verteilungsbeiwertes mit Hilfe der oben dargestellten Zusammenhänge über das Verhältnis  $M_{cr} / M_E$  resultiert, dass der Verteilungsbeiwert unabhängig von den meisten Parametern (*b*, *h*, *h*/*d*, *E*<sub>c</sub>, *E*<sub>s/f</sub>, *f*<sub>ct</sub>, *L*,  $\rho_{s/f}$ , *I*<sub>I</sub>, *I*<sub>II</sub>) ist. Der Verteilungsbeiwert hängt lediglich von der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen sowie der Beanspruchung ab.

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen kann über den mittleren Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  gesteuert werden. Dieser ergibt sich bei abgeschlossenem Rissbild in Abhängigkeit vom Verbundkoeffizienten  $\alpha$  sowie von der Verbundkriechzahl  $\varphi_v$ , vgl. Gl. 7-45.

$$\beta_{t,m}(\alpha,\varphi_v) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1+\alpha}{2+\alpha} \cdot \frac{1}{\left(1+\varphi_v\right)^{\alpha}} \qquad Gl. 7-45$$

Der mittlere Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  wird für Stahlbetonbauteile mit  $\beta_{t,m} = 2/3 \cdot \beta_t$  bestimmt, da bei mittlerem Bauteilverhalten die Dehnungen zwischen den Rissen ebenfalls niedriger sind. Wie in Abschnitt 4.4.2 dargestellt, stellt sich auch bei den Bauteilversuchen mit FVK-Bewehrung ein vergleichbares Verhältnis von mittlerem zu maximalem Rissabstand  $s_{r,m} / s_{r,max}$  ein. Bei genauer Kenntnis des Verhältnisses kann der Vorfaktor 2/3 angepasst werden. Grundsätzlich sinkt das Verhältnis bei hohen Beanspruchungen und Rissbreiten, da aufgrund des größeren Schlupfes auch Risse außerhalb der Rissabstandsmitte wahrscheinlicher werden und das Verhältnis von  $s_{r,min} / s_{r,max}$  bis zu 1/3 betragen kann, vgl. König und Tue (1996). In Abhängigkeit vom Verbundkoeffizienten  $\alpha$  und von der Verbundkriechzahl  $\varphi_v$  kann  $\beta_{t,m}$  in der Regel die in Abbildung 7-2 dargestellten Werte annehmen.



Abbildung 7-2 Mittlerer Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  in Abhängigkeit von der Verbundkriechzahl  $\varphi_v$  und vom Verbundkoeffizienten  $\alpha$ 

Die Ergebnisse der Berechnungen sind für mittlere Völligkeitsbeiwerte zwischen  $\beta_{t,m} = 0$ (kein Zugversteifungseffekt, reiner Zustand II) und  $\beta_{t,m} = 0,5$  anschaulich in Abbildung 7-3 als Diagramm zur Bestimmung des Verteilungsbeiwertes dargestellt.



Abbildung 7-3Diagramm zur Bestimmung des Verteilungsbeiwerts ζ für gelenkig<br/>gelagerte Einfeldträger

Der starke Einfluss des mittleren Völligkeitsbeiwertes auf den Verteilungsbeiwert ist aus den in Abbildung 7-3 dargestellten Kurven deutlich erkennbar. Die strichpunktierte Linie stellt den Verteilungsbeiwert nach DIN EN 1992-1-1 (2011) unter Kurzzeitbeanspruchung dar. Wie zu erkennen ist, weicht dieser Verlauf in bestimmten Bereichen deutlich von der analytisch hergeleiteten Kurve ab und lässt keinen Rückschluss auf die tatsächlichen mechanischen Zusammenhänge, wie zum Beispiel der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, zu.

Die prozentuale Abweichung zwischen einer Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der Zugversteifung sinkt mit zunehmender Beanspruchung. Für Bereiche  $M_{cr} / M_E > 1 / 1,3$  ergeben sich maximale Abweichungen von ca. 38,5 %. Der Einfluss dieser Abweichungen auf die Differenz realer Bauteilverformungen hängt jedoch auch vom Steifigkeitsverhältnis in den Zuständen I und II ab. Je größer das Verhältnis von  $EI_{II} / EI_{I}$ , desto niedriger sind die maximalen Abweichungen. Wird ein baupraktisch relevanter Bereich betrachtet (z. B. Deckenplatten im Hochbau mit Bewehrungsgraden  $\rho < 0,4$  %), so ergeben sich maximale Abweichungen zwischen 19 % und 37 %, vgl. Abbildung 7-4. Eine korrekte Erfassung des Zugversteifungseffektes für Verformungsberechnungen ist dementsprechend anzustreben, um Bauteile und Tragwerke technisch und wirtschaftlich optimiert auszulegen.





Das vorgeschlagene Modell sowie das in Abbildung 7-3 dargestellte Diagramm kann auch für eine Berechnung zeitabhängiger Verformungen angesetzt werden, da die ermittelten Verteilungsbeiwerte unabhängig von einer Vielzahl an Parametern sind. Bei Beanspruchungen durch statische oder zyklische Dauerbeanspruchungen sind folgende Effekte zu berücksichtigen.

## Elastizitätsmodul des Betons

Der Verteilungsbeiwert ist unabhängig vom Elastizitätsmodul des Betons. Eine Berücksichtigung von Kriechverformungen kann in den Berechnungen der Verformungen im Zustand I/II durch einen effektiven Elastizitätsmodul vorgenommen werden.

## Verbundkriechen

Das Kriechen des Verbundes kann durch eine Reduktion des Völligkeitsbeiwertes  $\beta_{t,m}$  bei der Ermittlung des Verteilungsbeiwerts in Ansatz gestellt werden.

## Nacherhärtung, Schwinden, Dauerstandfestigkeit sowie Beanspruchung aus Ed,char

Die Effekte der Nacherhärtung, des Schwindens sowie der Dauerstandfestigkeit können durch eine Anpassung der Betonzugfestigkeit bzw. durch Verwendung eines effektiven Rissmomentes  $M_{cr,eff}$  berücksichtigt werden. Durch die Unabhängigkeit des Verteilungsbeiwertes von der Betonzugfestigkeit kann als Betonzugfestigkeit bei Beanspruchung unter Kurzzeitbeanspruchung der Wert der Betonzugfestigkeit zum jeweiligen Zeitpunkt  $f_{ct}(t)$ eingesetzt werden. Hierbei ist jedoch darauf zu achten, dass bei einer sukzessive aufgebrachten Beanspruchung der Verteilungsbeiwert zum Zeitpunkt  $t+\Delta t$  nicht kleiner als im vorangegangenen Zustand werden kann, da das System zum Zeitpunkt t bereits größere Bereiche im Zustand II aufweist. Dies ist insbesondere bei einer frühen Aktivierung des Eigengewichts der Fall.

Wie bereits aus den experimentellen Ergebnissen in Kapitel 4 und 5 ersichtlich ist, spielt der Ansatz der Betonzugfestigkeit bei der Ermittlung der Verformungen eine Rolle. Bei größeren zugbeanspruchten Bereichen steigt die Wahrscheinlichkeit für Fehlstellen, sodass in bestimmten Fällen die Rechenergebnisse eine bessere Übereinstimmung bei Verwendung der charakteristischen Betonzugfestigkeit ergaben. Zur Berücksichtigung von Eigenspannungen aus abfließender Hydratationswärme und Schwindprozessen sowie thermischen Eigenspannungen bei abweichendem Wärmeausdehnungskoeffizienten sollte auf eine Erhöhung der Zugfestigkeit durch Ansatz der Biegezugfestigkeit verzichtet werden. In bestimmten Fällen, wie beispielweise in Versuch B-M-C-D2 experimentell nachgewiesen, können weitere Risse bei einer Dauerbeanspruchung aufgrund der Überschreitung der Dauerstandzugfestigkeit auftreten. Bei einer zyklischen Beanspruchung ist die Abminderung der Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der Lastwechselzahl aufgrund der fortschreitenden Schädigung des Betongefüges deutlich ausgeprägter. Durch Beanspruchungen oberhalb des quasi-ständigen Niveaus können zudem einzelne Randbereiche bereits irreversibel in den Zustand II übergehen. Des Weiteren erhöht sich die einwirkende Beanspruchung durch das Schwinden des Betonquerschnitts, wenn dieses nicht explizit berücksichtigt wird. Hierdurch werden ebenfalls größere Bereiche in den gerissenen Zustand versetzt.

Bei einer Betrachtung der Schwindverformungen und der daraus resultierenden Zusatzbeanspruchungen sind eine Vielzahl von Aspekten zu beachten. Die im linken Teil in Abbildung 7-5 dargestellte Berechnung eines effektiven Rissmomentes unter Berücksichtigung des Schwindens zeigt, dass das durch Schwinden hervorgerufene Moment in baupraktisch relevanten Szenarien durchaus bis zu 40 % des Rissmomentes betragen kann. Die Berechnung wurde für ein Endschwindmaß von  $\varepsilon_{cs}(t=\infty) = 0.5$  ‰, eine Betonzugfestigkeit von  $f_{\rm ctm}(t=\infty) = 3,69$  N/mm<sup>2</sup> (entspricht C30/37, Zementklasse N) sowie ein Verhältnis d / h = 0.9 bei einseitiger Bewehrung durchgeführt. Viele mit Betonstahl ausgeführte Bauteile (insbesondere Deckenplatten im Hochbau) verfügen über Bewehrungsgrade von  $\rho \leq 4$  ‰ und dementsprechend über eine auf den effektiven Querschnitt bezogene Dehnsteifigkeit der Biegezugbewehrung  $E_sA_s/(b\cdot d) = 800 \text{ MN/m^2}$ . Diese bezogene Grenzdehnsteifigkeit wird auch bei abweichendem Elastizitätsmodul für andere Bewehrungstypen in Abbildung 7-5 angesetzt, da zur Erfüllung der Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit eine vergleichbar hohe Dehnsteifigkeit erforderlich ist. Die Auswirkungen des Schwindens auf die Krümmungen und die Zusatzbeanspruchungen sind jedoch in real ausgeführten Bauwerken geringer. Die Ersatzkräfte zur Berücksichtigung des Schwindens greifen im Schwerpunkt des Betonquerschnitts an und verursachen bei exzentrischer Bewehrungsführung ein Versatzmoment und dementsprechend eine Krümmung. Bei zu den Rändern hin gestaffelter Bewehrung reduziert sich aufgrund der niedrigeren

Querschnittsfläche auch die Schwindbehinderung. Des Weiteren verfügen Bauteile über konstruktive Bewehrung in der Biegedruckzone. Insbesondere in den Randbereichen idealisierter Einfeldträger werden zur Abdeckung unberücksichtigter Einspanneffekte der Bauteile nicht unerhebliche Bewehrungsmengen in der Druckzone angeordnet. Bei einer gänzlich symmetrischen Bewehrungsführung resultieren auch keine Krümmungen aus dem Schwinden des Betons. Die höchsten Schwindkrümmungen sind dementsprechend im Bereich der Feldmitte zu erwarten, welcher bereits aus Lastbeanspruchung in den Zustand II versetzt wurde. Hierdurch ist die zusätzliche Steifigkeitsreduktion in den Rand- bzw. Übergangsbereichen aus Schwinden begrenzt.





Durch höhere Beanspruchungen oberhalb des quasi-ständigen Niveaus können weitere Teilbereiche des Systems irreversibel in den Zustand II versetzt werden. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist dementsprechend das Verhältnis aus charakteristischer (seltener) Einwirkung zu quasi-ständiger Einwirkung zu betrachten. Wirkt nur eine veränderliche Einwirkung, so ist das Verhältnis  $E_{d,char} / E_{d,perm}$  lediglich vom Verhältnis der ständigen zu veränderlichen Einwirkungen  $E_{Gk} / E_{Qk}$  sowie vom Kombinationsbeiwert  $\psi_2$  abhängig. Im rechten Teil in Abbildung 7-5 ist dieses Verhältnis der Einwirkungen dargestellt.

Die erläuterten Effekte lassen sich mit einer reduzierten Betonzugfestigkeit indirekt vereinfachend erfassen. In DIN EN 1992-1-1 (2011) wird anstelle einer Reduktion des Rissmomentes  $M_{cr}$  diese Korrektur auf den Verteilungsbeiwert angesetzt. Wie jedoch aus der zuvor beschriebenen analytischen Herleitung des Verteilungsbeiwertes zu erkennen ist, ist dieser unabhängig von der Betonzugfestigkeit und bewegt sich immer zwischen den Werten  $0 \le \zeta \le 1$ . Eine Abminderung sollte dementsprechend hinsichtlich des Rissmomentes erfolgen und nicht über eine Erhöhung des Verteilungsbeiwertes. Der Wert von  $\beta = 0,5$  verhält sich für die Kurve des Verteilungsbeiwertes wie ein Stauchungsparameter und entspricht einer Reduktion des Rissmomentes auf einen Wert von  $M_{cr,eff} = 0,5 M_{cr}$ . Interessant ist, dass für die Herleitung der Biegeschlankheitskurven nach DIN EN 1992-1-1 (2011) diese Reduktion augenscheinlich nicht berücksichtigt wurde, wie an den in Abbildung 6-9 dargestellten Ergebnissen der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen im Vergleich zu den Berechnungsergebnissen nach Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017) (2017). Durch diese Korrektur des Verteilungsbeiwertes ergeben sich unterhalb des Balance-Points niedrigere zulässige Biegeschlankheiten.

Aus den zuvor genannten Gründen kann demnach auf der sicheren Seite liegend ein effektives Rissmoment in Anlehnung an die Regelung in DIN EN 1992-1-1 (2011) nach Gl. 7-46 eingeführt werden. Hierdurch erfolgt eine Berücksichtigung der niedrigeren Dauerstandzugfestigkeit sowie erhöhter Beanspruchungen unter der seltenen Einwirkungskombination.

$$M_{\rm cr,eff} = \beta \cdot M_{\rm cr} \qquad \qquad Gl. \ 7-46$$

Dabei ist:

Bei Kurzzeitbeanspruchung $\beta$ = 1,0Bei LangzeitbeanspruchungIn Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011): $\beta$ = 0,5

Der Verteilungsbeiwert kann anhand des in Abbildung 7-3 dargestellten Diagramms abgelesen werden. Alternativ kann mit Hilfe der hier vorgestellten Gleichungen der Wert in Abhängigkeit vom Verhältnis  $M_{\rm cr}/M_{\rm E}$  direkt berechnet werden und eignet sich für Berechnungen mit Hilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen. Bei abweichender Laststellung ist eine Interpolation der Werte über die Völligkeit der Momentenlinie sinnvoll.

Die in diesem Abschnitt analytisch hergeleiteten Verteilungsbeiwerte erlauben eine mechanisch korrekte und konsistente Berechnung von Verformungen gelenkig gelagerter Einfeldträger sowohl unter Gleichstreckenlast, als auch unter einer Einzellast in Feldmitte sowie bei einer Beanspruchung durch ein konstantes Biegemoment. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen kann in allgemeiner Form für alle Verbundeigenschaften von Beton und Bewehrung bei Kenntnis des Verbundkoeffizienten  $\alpha$  des Verbundspannungs-Schlupf-Gesetzes und damit auch dem Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  mechanisch korrekt über eine bilineare Momenten-Krümmungs-Beziehung berücksichtigt werden.

#### 7.3 Validierung des Modells

#### 7.3.1 Numerische Ermittlung des Verteilungsbeiwerts

Zur Bestätigung der im vorangegangenen Abschnitt hergeleiteten Verteilungsbeiwerte wird zunächst ein numerisches Modell aufgebaut, durch das die mittleren Verformungen, Krümmungen und Verteilungsbeiwerte bestimmt werden können. Dabei wird das System in 100 Teilbereiche untergliedert und die mittleren Krümmungen mit Hilfe der Simpson-Regel numerisch integriert.

Durch das numerische Modell konnten im ersten Schritt die analytisch hergeleiteten Verlaufsfunktionen bestätigt werden. Die Kurvenverläufe aus der analytischen und numerischen Herleitung liegen dabei nahezu exakt übereinander. Liegt das einwirkende Biegemoment  $M_E$  nah am Rissmoment  $M_{cr}$ , so entstehen bedingt durch die Untergliederung in Teilbereiche minimale Abweichungen, die durch eine feinere Unterteilung reduziert werden können. Zudem konnte durch das numerische Modell die im Rahmen der analytischen Herleitung festgestellte Parameterunabhängigkeit des Verteilungsbeiwertes bestätigt werden.

In Abbildung 7-6 sind die Ergebnisse der numerischen Berechnung in Form eines bezogenen Krümmungsverlaufs über die bezogene Systemlänge x / L mit einem mittleren Völligkeitsbeiwert von  $\beta_{t,m} = 0.4$  dargestellt. Auf der Ordinate abgetragen werden die mittleren Krümmungen  $\kappa_m$  bezogen auf die maximale Krümmung in Feldmitte in Zustand II  $\kappa_{II,max}$ . Bei einem maximalen Moment von  $M_{\rm E} = M_{\rm cr}$  entspricht der mittlere Krümmungsverlauf den Krümmungen im ungerissenen Zustand I. Im vorliegenden Beispiel reduzieren sich die Krümmungen entsprechend des gewählten Steifigkeitsverhältnisses EI<sub>II</sub> / EI<sub>I</sub> auf ca. 21 %. Mit steigender Beanspruchung werden sukzessiv mehr Bereiche in den Zustand der Rissbildungsphase bzw. in das abgeschlossene Rissbild versetzt. Bei einer Betrachtung des Zustandes  $M_{\rm E} = 1.3 M_{\rm cr}$  ist der Unterschied zwischen einer Gleichstreckenlast und einer Einzellast in Feldmitte deutlich erkennbar. Eine Gleichstreckenlast führt zu größeren gerissenen Bereichen nahe der Feldmitte. Bei einer konstanten Momentenbeanspruchung entfallen die auf die Verformungen bezogenen positiven Effekte. Bei Überschreitung der Rissmomente geht das gesamte System in den gerissenen Zustand über. Bei einer Beanspruchung von  $M_{\rm E} = \infty$  befindet sich das gesamte System im Zustand II und der Verteilungsbeiwert nimmt den Wert  $\zeta = 1$  an. Die Verformungen lassen sich aus dem Integral der Krümmungen über die Systemlänge berechnen. Der Verteilungsbeiwert ergibt sich entsprechend Gl. 7-1 aus dem Verhältnis  $\zeta = (w_m - w_I) / (w_{II} - w_I)$ . Beträgt die Beanspruchung gerade  $M_E = M_{cr}$ entsprechen die mittleren Krümmungen und Verformungen den Werten im Zustand I und der Verteilungsbeiwert nimmt den Wert  $\zeta = 0$  an. Im Grenzfall  $M_{\rm E} = \infty$  nehmen die mittleren Krümmungen und Verformungen die Werte im reinen Zustand II an und der Verteilungsbeiwert verläuft gegen  $\zeta = 1$ .



Abbildung 7-6 Bezogene Krümmungsverläufe aus numerischer Berechnung

# 7.3.2 Validierung mittels experimenteller Untersuchungen

## Kurzzeitbeanspruchung

Zur Validierung des Modells werden die berechneten Verformungen mit den experimentell bestimmten Verformungsverläufen verglichen. Die Berechnungen basieren auf den hergeleiteten Verteilungsbeiwerten mit Interpolation basierend auf der Völligkeit des Momentenverlaufs. Eine Gegenüberstellung der rechnerischen und experimentell ermittelten Verformungsverläufe kann Abbildung 7-7 entnommen werden.



Abbildung 7-7 Validierung der Verformungsverläufe unter Kurzzeitbeanspruchung Die Bestimmung der Verformungen mit Hilfe des vorgestellten Modells lässt eine präzise Berechnung der Verformungen im nachweisrelevanten Bereich zu. Die experimentellen und rechnerischen Verformungsverläufe weisen eine gute Übereinstimmung auf. Bei den Bauteilen A-M-C-K und B-M-C-K wurde eine Mittellung der geometrischen Parameter

vorgenommen. Bei näherer Betrachtung der Bauteile B-M-C-K fällt auf, dass Bauteil B-M-C-K2 hier als deutlicher Ausreißer zu erkennen ist. Dies liegt, wie bereits in Kapitel 4.4 erläutert, in der stark abweichenden Bewehrungslage begründet, was zu vergrößerten Rissbreiten und schnellerem Übergang in den Reibverbund führt. Zudem ist die genaue Bewehrungslage nur im Versagensquerschnitt punktuell bekannt. Eine Streuung des Elastizitätsmoduls der Bewehrung ist ebenfalls möglich. Außerdem ist der Einfluss der Bewehrungslage auf die Steifigkeit im Zustand II durch die Mittellung der geometrischen Parameter aller Bauteile der B-M-C-K-Reihe nur vereinfacht berücksichtigt, da der Einfluss auf die Steifigkeit damit unterschätzt wird. Während die statische Nutzhöhe des Bauteils B-M-C-K2 ca. 19 % niedriger ist als die Nutzhöhe der beiden anderen Bauteile der gleichen Reihe, liegt die rechnerische Steifigkeit im Zustand II bereits ca. 36 % niedriger. Aus diesem Grund ist in Abbildung 7-7 zusätzlich der rechnerische Verformungsverlauf im reinen Zustand II sowie die mit Hilfe des Modells berechneten mittleren Verformungen separat für das Bauteil B-M-C-K2 dargestellt. Hier ist erkennbar, dass sich die experimentelle Kurve diesem Verlauf annähert. Bei dem mit Betonstahl bewehrten Bauteil B-M-S-K1 verläuft der Bereich im Zustand I bereits leicht gekrümmt, was auf die weichen Zwischenlagen aus Gummigranulatplatten zurückgeführt wird, die bei geringerer Beanspruchung noch einen Einfluss auf den Verformungsverlauf haben. Bei hoher Beanspruchung flacht die Kurve zunehmend ab. Der Zugversteifungseffekt wird reduziert und lokale plastische Verformungen in der Bewehrung treten in Bereichen von Spannungsspitzen auf. Zudem steigt auch die Beanspruchung in der Biegedruckzone, wodurch die Spannungs-Dehnungs-Beziehung zunehmend nichtlinearer wird und die Berechnung dementsprechend größere Abweichungen aufweist. Die hier zu beobachtenden Abweichungen lassen sich in der Regel auf die Streuung des Rissmomentes (Streuung der Betonzugfestigkeit sowie Einflüsse aus Eigenspannungen), die Streuung der Bewehrungslage und damit der Steifigkeit im Zustand II sowie einer Überschreitung der Verbundfestigkeit zurückführen.

## Dauerbeanspruchung

Im Rahmen der Validierung des Modells zur Berechnung von Verformungen unter Dauerbeanspruchung werden die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 5 herangezogen. Für die statische und zyklische Dauerbeanspruchung wird dabei der Zeitpunkt nach 5.000 h bzw.  $10^6$  Lastwechseln betrachtet. Die effektiven Rissmomente werden auf Basis von Gl. 7-46 berechnet. In Abbildung 7-8 sind die experimentell ermittelten Verformungen am Ende der Dauerbeanspruchung den rechnerischen Werten getrennt für statische und zyklische Dauerbeanspruchung gegenübergestellt. Mit Mittelwerten des Verformungsverhältnisses  $w_{exp} / w_{calc}$  von m = 0.95 für die statische Dauerbeanspruchung und m = 1.05 für die zyklische Dauerbeanspruchung kann eine sehr gute Übereinstimmung bei einem geringen Variationskoeffizienten von ca. 5 - 6% festgestellt werden. Für die Nachrechnung von Bauteilversuchen wird eine Abschätzung des effektiven Rissmomentes angesetzt. Während für eine Bemessung von Bauteilen unter statischer Dauerbeanspruchung die Dauerstandzugfestigkeit des Betons von 0,75  $f_{ctm}$  angesetzt werden kann, ist diese pauschale Abminderung ins Verhältnis zur Verlaufsfunktion des Betonkriechens gesetzt. Für Werte von  $\beta_c = 1,0$  und  $\beta_c = 0$  ergeben sich Dauerstandfaktoren von  $\alpha_{ct} = 0,75$  respektive 1,0. Die lineare Interpolation zwischen diesen Werten liefert für die Bauteilversuche ein effektives Rissmoment von  $M_{cr,eff} = 0,81 M_{cr}$ . Bei den Versuchen unter zyklischer Dauerbeanspruchung erfolgt die Abminderung für zyklische Beanspruchungen mit einer Lastwechselzahl von  $N = 10^6$ .



Abbildung 7-8 Validierung der Verformungen unter Dauerbeanspruchung

# 7.4 Erweiterung auf Kragarmsysteme

Mit Hilfe des numerischen Modells soll im nächsten Schritt die Vorgehensweise auf statisch bestimmte Kragarmsysteme erweitert werden. Bei einer Beanspruchung durch eine Einzellast an der Kragarmspitze entsprechen die für einen Kragarm berechneten Verteilungsbeiwerte genau den Werten für einen gelenkig gelagerten Einfeldträger. Dies ist auf die identische Biegemomentenverteilung beziehungsweise auf die Völligkeit der Biegemomentenlinie zurückzuführen.

Bei einer Beanspruchung durch ein Einzelmoment an der Kragarmspitze ergibt sich eine konstante Momentenverteilung über die Trägerlänge. Hierdurch wird bei Überschreitung des 1,0- bzw. 1,3-fachen Rissmomentes  $M_{cr}$  das System vollständig in den Zustand der Rissbildung respektive den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung versetzt. Als Folge daraus ergeben sich linear verlaufende Verteilungsbeiwerte, die für alle Systeme identisch sind. Die Verteilungsbeiwerte für einen Kragarm unter einem Einzelmoment an der Kragarmspitze entsprechen den Werten gelenkig gelagerter Einfeldträger unter konstanter Momentenbeanspruchung.

Bei einer Beanspruchung durch eine Gleichstreckenlast ist jedoch zu beachten, dass die Völligkeit der Biegemomentenlinie im Vergleich zu einem gelenkig gelagerten Einfeldträger unterschiedlich ist. Für gelenkig gelagerte Einfeldträger ergibt sich die Völligkeit der Biegemomentenlinie aus dem Integral des Biegemomentes über die Trägerlänge dividiert durch ein konstantes Moment.

Die Völligkeit der Biegemomentenlinie beträgt für gelenkig gelagerte Einfeldträger unter Gleichstreckenlast:

$$\beta_{M,q,E} = \frac{1}{M_E \cdot L} \cdot \int_0^L x \cdot (L - x) \cdot \frac{4 \cdot M_E}{L^2} dx = \frac{2}{3}$$
 Gl. 7-47

Analog dazu ergibt sich die Völligkeit der Biegemomentenlinie für einen Kragarm unter einer Gleichstreckenlast zu:

$$\beta_{M,q,K} = \frac{1}{M_E \cdot L} \cdot \int_0^L (L - x)^2 \cdot \frac{M_E}{L^2} dx = \frac{1}{3}$$
 Gl. 7-48

Wie zu erkennen ist, halbiert sich die Völligkeit der Momentenlinie für Kragarme unter Gleichstreckenlast bei einem Vergleich mit einem gelenkig gelagerten Einfeldträger. Die Völligkeit der Momentenlinie unter einer Einzellast beträgt sowohl beim Kragarm als auch beim gelenkig gelagerten Einfeldträger  $\beta_{M,F,E/K} = 0,5$ . Aus diesem Grund ergeben sich bei gelenkig gelagerten Einfeldträgern unter einer Gleichstreckenlast höhere Verteilungsbeiwerte im Vergleich zu einer Einzellast in Feldmitte. Für Kragarme unter Gleichstreckenlasten ergeben sich dementsprechend niedrigere Verteilungsbeiwerte im Vergleich zu einer Einzellast an der Kragarmspitze.

In Abbildung 7-9 und Abbildung 7-10 sind die mittleren bezogenen Krümmungsverläufe sowie die bezogenen Steifigkeitsverläufe für Kragarmsysteme aufgetragen. Bei einem Vergleich der bezogenen Krümmungsverläufe für gleiche Verhältnisse von  $M_{cr,eff}$  /  $M_E$  können die Effekte aus dem oben dargestellten Sachverhalt beobachtet werden. Im Bereich der Einspannung ergeben sich unter einer Einzellast an der Kragarmspitze deutlich größere Bereiche, die bereits in den gerissenen Zustand II versetzt sind. Mit zunehmender Beanspruchung nähern sich die mittleren Krümmungen den Krümmungen im Zustand II.

In Abbildung 7-11 sind die Verteilungsbeiwerte für Kragarmsysteme unter Gleichstreckenlast, Einzellast an der Kragarmspitze sowie Einzelmoment an der Kragarmspitze dargestellt. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird für den reinen Zustand II (Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m} = 0$ ) sowie bei stark ausgeprägtem Zugversteifungseffekt mit einem Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m} = 0,5$  berechnet und dargestellt.



Abbildung 7-9 Bezogene mittlere Krümmungsverläufe für Kragarmsysteme



Abbildung 7-10 Bezogene Steifigkeitsverläufe für Kragarmsysteme

177



Abbildung 7-11 Verteilungsbeiwert  $\zeta$  für Kragarmsysteme

## 7.5 Erweiterung auf statisch unbestimmte Systeme

#### 7.5.1 Beidseitig eingespannter Einfeldträger unter Gleichstreckenlast

Das vorgeschlagene Modell soll im Nachgang auch für statisch unbestimmte Systeme erweitert werden. Die maximale Verformung eines beidseitig eingespannten Einfeldträgers unter Gleichstreckenlast bei konstanter Biegesteifigkeit ergibt sich zu:

$$w(L/2) = \frac{1}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI}$$
 Gl. 7-49

Die Problematik besteht hierbei jedoch, dass bei Erreichen des Rissmomentes im Stützbereich eine Umlagerung des Biegemomentes in Richtung Feldmitte geschieht. Die Berechnung erfordert demnach nicht nur eine Berücksichtigung belastungsabhängiger Steifigkeiten, sondern auch eine iterative Berechnung der Schnittgrößenverteilung. Für eine Berücksichtigung der steifigkeitsbedingten Momentenumlagerung müssen die statisch unbekannten Momentengrößen im Stützbereich für jeden Lastschritt iterativ bestimmt werden, bis eine Konvergenz im Iterationsprozess erreicht wird. Die Anzahl notwendiger Iterationsschritte hängt stark vom jeweils betrachteten Beanspruchungsniveau ab. In Bereichen zwischen 1,3  $M_{cr} \le M_E \le 2,0 M_{cr}$  führt die Steifigkeitsreduktion im Stützbereich zu größeren Feldmomenten, die größere Bereiche in Feldmitte in den Zustand II versetzen können. Die Folge ist eine starke Reduktion der Gesamtsteifigkeit, die zu einem verlängerten Iterationsprozess führen kann. Da es sich um eine symmetrische Belastung und Steifigkeitsreduktion handelt, ist nur eine Momentengröße zu bestimmen. Ist der Schnittgrößenverlauf bekannt, kann durch numerische Integration des Produktes aus einwirkendem und virtuellem Biegemoment dividiert durch die Biegesteifigkeit die Verformung in Feldmitte berechnet werden. Hierfür wird der Reduktionssatz angewendet, der besagt, dass der virtuelle Kraftzustand an einem beliebigen statisch bestimmten Hauptsystem berechnet werden kann. Es wird davon ausgegangen, dass der Querschnitt über die Trägerlänge unverändert ist und die Stützbewehrung der Feldbewehrung entspricht. Das bedeutet im Umkehrschluss, dass der Steifigkeitsabfall im Stütz- und Feldbereich bei Erreichen der Rissmomente gleich groß ist.

In Abbildung 7-12 sind für ein beidseitig eingespanntes System unter einer Gleichstreckenlast die bezogenen Krümmungsverläufe für unterschiedliche Beanspruchungsniveaus dargestellt.



Abbildung 7-12 Bezogene mittlere Krümmungsverläufe bei einem beidseitig eingespannten System unter Gleichstreckenlast

Entspricht das unter Ansatz konstanter Steifigkeiten berechnete Stützmoment  $M_{\rm E}$  gerade dem Rissmoment, so entsprechen die mittleren Krümmungen den Werten im Zustand I. Die mittlere Krümmung  $\kappa_{\rm m}$ , bezogen auf die maximale Krümmung im Stützbereich im Zustand II  $\kappa_{\rm II,max}$ , entspricht dabei dem Steifigkeitsverhältnis  $EI_{\rm II} / EI_{\rm I}$  (vgl. Abbildung 7-12 Kurve 1 Randbereich). Bei höherer Beanspruchung zwischen  $M_{\rm cr} \leq M_{\rm E} \leq 2,0 M_{\rm cr}$  reißt der Querschnitt im Stützbereich auf und die Krümmungen steigen lokal an. Bei konstanten Steifigkeiten beträgt das einwirkende Biegemoment im Stützbereich  $M_{\rm E} = -q \cdot L^2/12$  und das dazugehörige Feldmoment  $M_{\rm F} = q \cdot L^2/24$  bzw.  $M_{\rm F} = -M_{\rm E}/2$ . Der Querschnitt in Feldmitte reißt dementsprechend bei Ansatz konstanter Steifigkeiten bei der Schnittgrößenermittlung erst bei  $M_{\rm E} = 2,0 M_{\rm cr}$ . Durch die Reduktion der Steifigkeiten im Stützbereich und die Verlagerung der Momente in den Feldbereich, erreicht dieser bereits deutlich früher bei einem Stützmoment von  $M_{\rm E} = 1,73 M_{\rm cr}$  den Zustand II. Dieser Umstand ist in Abbildung 7-12 deutlich an Kurve 3 zu erkennen, die für ein Stützmoment von  $M_{\rm E} = 1,9 M_{\rm cr}$  bereits eine Krümmungszunahme in Feldmitte aufweist. Für statisch unbestimmte Systeme eignet sich zur Veranschaulichung auch die Steifigkeitsverteilung in Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau, vgl. Abbildung 7-13. Bei einem Beanspruchungsniveau von  $M_E = 1,3 M_{cr}$  finden sich im Stützbereich einzelne bereits gerissene Bereiche. Bei höherer Beanspruchung sinkt auch die Steifigkeit im Feldbereich (vgl. Kurve 3). Auch bei hoher Beanspruchung verbleiben Querschnitte im Bereich des Momentennulldurchgangs noch im Zustand I (Kurve 5).



Abbildung 7-13 Bezogene mittlere Steifigkeiten bei einem beidseitig eingespannten System unter Gleichstreckenlast

Da die Umlagerungsfähigkeit vom Steifigkeitsverhältnis EI<sub>II</sub> / EI<sub>I</sub> abhängig ist, ist auch der Verteilungsbeiwert ebenfalls abhängig von diesem Verhältnis. Gemäß den Konstruktionsregeln nach DIN EN 1992-1-1 (2011) darf in hochbewehrten Balkenbauteilen der maximale geometrische Bewehrungsgrad als Summe aus Druck- und Zugbewehrung, auch im Bereich eines Übergreifungsstoßes, den Wert  $\rho_{max} = 8$  % nicht überschreiten. Im Grenzfall beträgt dementsprechend bei einem geometrischen Bewehrungsgrad der Biegezugbewehrung von  $\rho = 2$  %, einem Verhältnis  $d_1/h = 0.95$  und  $d_2/h = 0.05$  und einem Beton C 20/25 der Steifigkeitsabfall ca. 50 %. Da zur Einhaltung der Nachweise zur Begrenzung der Verformungen in der Regel ein ähnliches Dehnsteifigkeitsverhältnis der Bewehrung benötigt wird, können diese Grenzen auch auf Betonbauteile mit FVK-Bewehrung übertragen werden. Infolge Kriechens können sich aufgrund der zeitabhängigen Steifigkeitsabminderungen die Steifigkeitsverhältnisse verändern, da die Reduktionen in Zustand I und II unterschiedlich stark ausgeprägt sind, vgl. Abbildung 3-13. In Abbildung 7-14 sind die Verhältnisse EI<sub>II</sub> / EI<sub>I</sub> in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad sowie vom Verhältnis der Elastizitätsmoduln für Querschnitte mit Druckbewehrung ( $A_{s/f,1} = A_{s/f,2}, d_1/h = d_2/h = 0,10$ ) dargestellt.





Durch die kriechbedingte Vergrößerung des Verhältnisses der Elastizitätsmoduln  $\alpha_{e,eff}$  kann der bezogene Steifigkeitskoeffizient  $EI_{II} / EI_{I}$  auch für Dauerbeanspruchungen berechnet werden. Die Berechnung der Verteilungsbeiwerte wird aus diesem Grund mit einem Steifigkeitsverhältnis  $EI_{II} / EI_{I} = 0,10$  und  $EI_{II} / EI_{I} = 0,40$  durchgeführt.

Die Ergebnisse aus der numerischen Berechnung des Verteilungsbeiwertes für beidseitig eingespannte Systeme unter Gleichstreckenlasten und Berücksichtigung steifigkeitsbedingter Momentenumlagerungen sind in Abbildung 7-15 als Diagramm dargestellt.



Abbildung 7-15 Verteilungsbeiwert  $\zeta$  für beidseitig eingespannte Systeme unter Gleichstreckenlast

Die Kurven steigen bei geringer Beanspruchung relativ flach an, bis ein Knickpunkt erreicht wird, bei dem der Verteilungsbeiwert steil ansteigt. Dieser Knickpunkt spiegelt den Zeitpunkt des Aufreißens des Feldquerschnitts wieder. Wie zu erkennen ist, verschiebt sich dieser Knickpunkt mit zunehmendem Steifigkeitskoeffizienten und Zugversteifungseffekt nach links, da die Größe der Umlagerung abnimmt. Im Grenzfall  $EI_{II} / EI_{I} = 1,0$  liegt dieser Knickpunkt bei einem Verhältnis  $M_{cr} / M_{E} = 0,5$ .

## 7.5.2 Beidseitig eingespannter Einfeldträger unter Einzellast in Feldmitte

Bei Betrachtung eines beidseitig eingespannten Systems unter einer Einzellast in Feldmitte beträgt das Stützmoment bei konstanter Biegesteifigkeit  $M_{\rm E} = -F \cdot L/8$ . Der Betrag des dazugehörigen Feldmoments ist dementsprechend mit  $M_{\rm F} = -M_{\rm E}$  gleich groß. Die maximale Verformung bei konstanter Biegesteifigkeit ergibt sich zu:

$$w(L/2) = \frac{1}{192} \cdot \frac{F \cdot L^3}{EI}$$
 Gl. 7-50

Abbildung 7-16 und Abbildung 7-17 stellen die bezogenen mittleren Krümmungen sowie die Steifigkeiten mit zunehmender Beanspruchung dar. Wie zu erkennen ist, reißen die Querschnitte symmetrisch im Stütz- und Feldbereich auf. Aus diesem Grund findet keine Umlagerung des Momentes vom Stütz- in den Feldbereich statt. Als Folge ist der Verteilungsbeiwert nicht vom Steifigkeitsverhältnis abhängig. Da auch die Völligkeit der Biegemomentenlinie wie bei einem gelenkig gelagerten Einfeldträger ist, ergeben sich hieraus die gleichen Verteilungsbeiwerte. Dieser Sachverhalt wird durch die numerischen Untersuchungen bestätigt. Auf eine Darstellung des Verteilungsbeiwertes wird verzichtet und an dieser Stelle auf die Verlaufslinien für den gelenkig gelagerten Einfeldträger in Abbildung 7-3 verwiesen. Analog zu einer Beanspruchung aus Gleichstreckenlast verbleiben auch hier



Abbildung 7-16 Bezogene mittlere Krümmungsverläufe bei einem beidseitig eingespannten System unter einer Einzellast in Feldmitte



Abbildung 7-17 Bezogene mittlere Steifigkeiten bei einem beidseitig eingespannten System unter einer Einzellast in Feldmitte

## 7.5.3 Einseitig eingespannter Einfeldträger unter Gleichstreckenlast

Bei Betrachtung eines einseitig eingespannten Systems sind zusätzlich zu den vorgenannten Aspekten weitere Sachverhalte zu berücksichtigen. Das maximale Stützmoment bei konstanter Biegesteifigkeit beträgt  $M_{\rm E} = -q \cdot L^2/8$ . Das dazugehörige maximale Feldmoment  $M_{\rm F} = q \cdot L^2 \cdot 9/128 = -0,5625 M_{\rm E}$  liegt jedoch nicht mehr in Feldmitte, sondern in einem Abstand von 0,375 *L* vom gelenkigen Auflager entfernt. Zudem tritt bei konstanter Biegesteifigkeit die maximale Biegeverformung weder in Feldmitte noch an der Stelle des maximalen Feldmomentes auf. Die maximale Verformung tritt in einem Abstand von 0,422 *L* vom gelenkigen Auflager auf und ermittelt sich zu:

$$w(0,422 \cdot L) = \frac{1}{184,6} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI} \qquad Gl. 7-51$$

In Abbildung 7-18 und Abbildung 7-19 sind die bezogenen mittleren Krümmungen sowie Steifigkeiten dargestellt. Aufgrund der Tatsache, dass das Verhältnis von Feld- zu Stützmoment etwas größer als bei einem beidseitig eingespannten Träger ist, reißen die Feldquerschnitte bereits früher. Bei konstanter Biegesteifigkeit erreicht das Feldmoment das Rissmoment bei  $M_{\rm E} = 1/0,5625 \cdot M_{\rm cr} \approx 1,78 M_{\rm cr}$ . Durch die Umlagerung des Stützmomentes in Richtung des Feldes reißt der Querschnitt jedoch bereits früher auf. In Abbildung 7-18 und Abbildung 7-19 kann dies an der Zunahme der Krümmungen sowie an der Reduktion der Steifigkeit in Kurve 3 bei einem einwirkenden Stützmoment von  $M_{\rm E} = 1,7 M_{\rm cr}$  erkannt werden. Aus den vorgenannten Gründen ist auch der Verteilungsbeiwert, wie auch beim beidseitig eingespannten System unter Gleichstreckenlast, abhängig vom Steifigkeitsverhältnis *EI*<sub>II</sub> / *EI*<sub>I</sub>, vgl. Abbildung 7-20.



Abbildung 7-18 Bezogene mittlere Krümmungsverläufe bei einem einseitig eingespannten System unter einer Gleichstreckenlast



Abbildung 7-19 Bezogene mittlere Steifigkeiten bei einem einseitig eingespannten System unter einer Gleichstreckenlast

Für die numerische Untersuchung ergibt sich jedoch ein Zwischenschritt bei der Berechnung der Verformungen. Grundsätzlich wurde in der Berechnung so vorgegangen, dass für jeden Wert  $M_{cr} / M_E$  das Stützmoment  $M_E$  sowie die dazugehörige Gleichstreckenlast q unter Vernachlässigung der steifigkeitsabhängigen Schnittgrößenverteilung bestimmt wurde. Mit dieser Gleichstreckenlast q wird eine iterative Schnittgrößenermittlung durchgeführt, bis eine Konvergenz im Iterationsprozess erreicht ist. Mit diesem Schnittgrößenverlauf kann durch numerische Integration des Produktes aus einwirkendem und virtuellem Biegemoment dividiert durch die Biegesteifigkeit die Verformung in Feldmitte berechnet werden. Im vorliegenden Fall ist jedoch ein zusätzlicher Berechnungsschritt notwendig, da die exakte Stelle der maximalen Verformung unbekannt ist. Die Stelle des maximalen Momentes sowie die Stelle der maximalen Verformungen fallen jedoch nicht zusammen. Durch die Steifigkeitsreduktion im Stützbereich und die daraus resultierende Momentenumlagerung verschiebt sich der Punkt der maximalen Verformung bei jedem Lastschritt in Richtung der Feldmitte. Reißt der Feldquerschnitt auf, so verschiebt sich der Punkt der maximalen Verformungen in Richtung des Wertes bei konstanter Biegesteifigkeit. Somit tritt die maximale Verschiebung des Punktes bei der Beanspruchung auf, bei der gerade der Feldquerschnitt reißt. Für ein Steifigkeitsverhältnis von  $EI_{II} / EI_I = 0,1$  und eine Beanspruchung von  $M_F = M_{cr}$  verschiebt sich der Punkt der maximalen Verformungen von 0,422 Lauf 0,45 L. Die Auswirkungen auf die mittleren Verformungen betragen jedoch unter 1 %. Aus diesem Grund werden die Verformungen an der Stelle x = 0,422 L ausgewertet. Die hieraus gewonnenen Verteilungsbeiwerte sind in Abbildung 7-20 dargestellt.



Abbildung 7-20 Verteilungsbeiwert  $\zeta$  für einseitig eingespannte Systeme unter Gleichstreckenlast

## 7.5.4 Einseitig eingespannter Einfeldträger unter Einzellast in Feldmitte

Das maximale Stützmoment bei konstanter Biegesteifigkeit in einem einseitig eingespannten System mit einer Einzellast in Feldmitte beträgt  $M_E = -3/16 \cdot F \cdot L$ . Das dazugehörige maximale Feldmoment  $M_F = F \cdot L^2/6, 4 = -5/6 \cdot M_E$ . Bei konstanter Biegesteifigkeit tritt die maximale Biegeverformung in einem Abstand von 0,447 L vom gelenkigen Auflager auf

$$w(0,447\cdot L) = \frac{1}{107,3} \cdot \frac{F \cdot L^3}{EI} \qquad Gl. \ 7-52$$

In Abbildung 7-21 und Abbildung 7-22 sind die bezogenen mittleren Krümmungen sowie Steifigkeiten dargestellt. Bei konstanter Biegesteifigkeit erreicht das Feldmoment das Rissmoment bei  $M_{\rm E} = 6/5 M_{\rm cr} = 1,2 M_{\rm cr}$ . Durch die Umlagerung des Stützmomentes in Richtung des Feldes reißt der Querschnitt jedoch bereits bei einem einwirkenden Stützmoment von  $M_{\rm E} = 1,18 M_{\rm cr}$  (für  $EI_{\rm II} / EI_{\rm I} = 0,4$  und  $\beta_{\rm t,m} = 0,4$ ) auf.





Dadurch, dass Feld- und Stützmoment nahe beieinander liegen, ist der Einfluss des Steifigkeitsverhältnisses  $EI_{II} / EI_{I}$  trotz asymmetrischer Beanspruchung vernachlässigbar gering. Die Verschiebung der Stelle der maximalen Verformung ist ebenfalls gering und tritt nur bei geringen Beanspruchungen kurz oberhalb des Stützrissmomentes auf. Im Vergleich zum gelenkig gelagerten Einfeldträger ergeben sich jedoch aufgrund der Einspannung niedrigere Verteilungsbeiwerte.



Abbildung 7-23Verteilungsbeiwert  $\zeta$  für einseitig eingespannte Systeme unter einer<br/>Einzellast in Feldmitte

## 7.6 Näherungslösungen und Vergleich mit DIN EN 1992-1-1 (2011)

Zusätzlich zu den Diagrammen sowie den analytisch hergeleiteten Gleichungen zur Ermittlung des Verteilungsbeiwertes werden Näherungskurven mit den dazugehörigen Parametern in Tabelle 7-1 zur Verfügung gestellt, mit denen eine vereinfachte Bestimmung des Verteilungsbeiwertes in Abhängigkeit von der Belastung und von den Verbundbedingungen für den gelenkig gelagerten Einfeldträger möglich ist. Für die Bestimmung der Parameter wurde eine Kalibrierung durch Minimierung der Fehlerquadrate durchgeführt und die jeweiligen Koeffizienten gerundet, sodass die genäherten Verteilungsbeiwerte in der Regel auf der sicheren Seite liegen. Ein Vergleich zwischen der analytischen und approximierten Lösung ist in Abbildung 7-24 dargestellt.



Abbildung 7-24 Vergleich der Näherungslösungen mit der exakten Berechnung für verschiedene Beanspruchungen und Völligkeitsbeiwerte
	Einzellast	Gleichstreckenlast	Konstantes Moment							
$0 \leq M_{\rm E} \leq M_{\rm cr}$	$\zeta=0$									
$M_{\rm cr} \le M_{\rm E} \le 1.3 M_{\rm cr}$	$\left( \left( M_{m} \right)^{a} \right)^{b}$	$\zeta = \left( \left( \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}} \right)^a - 1 \right)^b$	$\zeta = \frac{10}{3} \cdot \left(\beta_{i,m} - 1, 3\right) \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{E}} - 1\right)$							
$M_{\rm E} > 1.3 M_{\rm cr}$	$\zeta = \left(1 - \left(\frac{\alpha}{M_{\rm E}}\right)\right)$	$\zeta = \left(1 - \left(\frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}}\right)^c\right)^d$	$\zeta = 1 - \beta_{\rm t,m} \cdot \frac{M_{\rm cr}}{M_{\rm E}}$							
Allgemeine Formulierung der Parameter										
а	$a=3,3-3,8\cdot\beta_{t,\mathrm{m}}$	$a = \beta_{t,m} - 2$								
b	$b = 2, 1 - 1, 6 \cdot \beta_{t,m}$	<i>b</i> = 1,15								
с		$c = 4, 4 - 15 \cdot \beta_{t,m} + 16, 5 \cdot \beta_{t,m}^2$	_							
d	_	$d = 1, 1 - 3, 1 \cdot \beta_{t,m} + 4 \cdot \beta_{t,m}^2$								
	Eingang	sgrößen								
$\beta_{t,m}$ entspricht dem mittleren Völligkeitsbeiwert zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen $\beta_{t,m} = 0$ für reinen Zustand II $\beta_{m} = 0.5$ für hehe Mitwirkung des Betons zwischen den Bissen										
$\beta_{t,m}(\alpha,\varphi_v) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1+\alpha}{2+\alpha} \cdot \frac{1}{\left(1+\varphi_v\right)^{\alpha}}$										
$\alpha$ entspricht dem Exponenten zur Beschreibung des Verbundgesetzes $\tau_{b} = C \cdot s^{\alpha}$ $0 \le \alpha \le 1,0$ (für Betonstahl $\alpha = 0,3$ ) $\varphi_{*}$ entspricht der Verbundkriechzahl										
Statische Dauerbeanspruchung: $\varphi_v = (1+10 \cdot t)^{0.08} - 1$ Zyklische Dauerbeanspruchung: $\varphi_v = (1+N)^{0.107} - 1$ (mit <i>t</i> in Stunden)										

Tabelle 7-1Parameter zur analytischen Bestimmung des Verteilungsbeiwerts  $\zeta$ 

Abbildung 7-25 zeigt einen Vergleich zwischen den im Rahmen dieser Arbeit analytisch bestimmten Verteilungsbeiwerten und den Werten nach DIN EN 1992-1-1 (2011).



Abbildung 7-25 Vergleich des theoretischen Verteilungsbeiwertes mit DIN EN 1992-1-1 (2011)

Für Stahlbetonbauteile unter Dauerbeanspruchung kann der Völligkeitsbeiwert zu  $\beta_{t,m} = 0.25$  berechnet werden. Für FVK-Betonbauteile gilt auf der sicheren Seite liegend ein Wert von  $\beta_{t,m} = 0.125$  (entspricht  $\alpha \approx 1$ ). Wie zu erkennen ist, können die Verformungen in einem relativ großen Bereich möglicher Beanspruchungen für Stahlbetonbauteile bis zu 13 % und für FVK-Betonbauteile bis zu 20 % unterschätzt werden. Eine genaue Berechnung oder Abschätzung des Verteilungsbeiwertes, insbesondere wenn die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für die Dimensionierung maßgebend werden, sollte angestrebt werden.

### 7.7 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt erfolgte für den Nachweis der zulässigen Verformungen, der aufgrund der in der Regel niedrigeren Elastizitätsmoduln von FVK-Bewehrung oftmals maßgebend wird, die Herleitung eines Berechnungsmodells auf Basis eines Verteilungsbeiwertes  $\zeta$ . Die in diesem Abschnitt hergeleiteten Verteilungsbeiwerte ermöglichen eine mechanisch korrekte Berechnung von Verformungen sowohl unter Gleichstreckenlast als auch unter einer Einzellast in Feldmitte sowie bei einer Beanspruchung durch ein konstantes Moment. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen kann in allgemeiner Form für alle Verbundeigenschaften von Beton und Bewehrung durch den Völligkeitsbeiwert  $\beta_{t,m}$  explizit berücksichtigt werden. Die Verteilungsbeiwerte wurden mit Hilfe eines numerischen Modells sowie experimenteller Untersuchungen validiert. Es folgte eine Erweiterung des Modells auf statisch unbestimmte Systeme und Kragarme. Zudem wurden Näherungslösungen und Diagramme entwickelt und dargestellt, die eine einfache Bestimmung des Verteilungsbeiwertes ermöglichen. Bei Beanspruchung durch ein konstantes Moment werden die Steifigkeiten im System gleichmäßig herabgesenkt. Hierdurch ergeben sich linear verlaufende Verteilungsbeiwerte, die unabhängig vom Steifigkeitsverhältnis EIII / EII sind. Bei Beanspruchung durch eine mittige Einzellast sind die Verteilungsbeiwerte für Einfeldträger, Kragarme und beidseitig eingespannte Systeme identisch und unabhängig vom Verhältnis EIII / EII, da unter anderem die Völligkeit der Momentenlinien und im Falle des beidseitig eingespannten Systems die Stütz- und Feldmomente gleich groß sind. Einseitig eingespannte Systeme mit einer mittigen Einzellast weichen aufgrund der unterschiedlichen Stütz- und Feldmomente ab und sind vom Verhältnis EII / EII abhängig. Da Feld- und Stützmoment vor Beginn der Umlagerung nah beieinander liegen, ist der Einfluss des Verhältnisses  $EI_{II}$  /  $EI_{I}$  gering. Für eine Beanspruchung durch eine Gleichstreckenlast ergibt sich das komplexeste Spektrum an Verteilungsbeiwerten. Innerhalb der statisch bestimmten Systeme sind die Verteilungsbeiwerte für einen Einfeldträger und einen Kragarm unterschiedlich, da sich die Völligkeit der Momentenlinie umkehrt. In statisch unbestimmten Systemen spielt das Verhältnis EII / EII eine große Rolle, da hier deutliche Umlagerungen der Schnittgrößen auftreten.

# 8 PRAXISNAHE BEMESSUNGSREGELN FÜR BIEGEBEANSPRUCHTE CARBONBETONBAUTEILE

#### 8.1 Allgemeines

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten theoretischen und experimentellen Untersuchungen zum Trag-, Riss- und Verformungsverhalten carbonbewehrter Biegebauteile sollen im folgenden Abschnitt in praxisnahe Regeln für die Bemessung überführt und zusammengefasst werden. Dabei wird sowohl auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit und den Nachweis für Biegung mit Längskraft als auch auf den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und die Nachweise der Rissbreiten- und Verformungsbegrenzung eingegangen.

#### 8.2 Nachweis für Biegung mit Längskraft

Wie in Abschnitt 6.2.1 ausführlich dargestellt und durch experimentelle Untersuchungen bestätigt, ist eine Biegebemessung unter Zuhilfenahme der Iteration der Dehnungsebenen auch für Betonbauteile mit FVK-Bewehrung möglich. In Abschnitt 6.2.1.2 wurde ein allgemeines Bemessungsdiagramm hergeleitet, welches in Abbildung 6-2 dargestellt ist. Wie in Tabelle 2-4 aufgeführt, kann der Mittelwert der Bruchdehnung in der Regel Werte zwischen 5 ‰  $\leq \varepsilon_{fu,m} \leq 17$  ‰ annehmen. Unter Berücksichtigung eines Dauerstandsfaktors von  $\alpha_{f,t} = 0.9$ , eines Beiwertes zur Berücksichtigung des Maßstabseffektes von  $\alpha_{f,eff} = 0.85$ sowie einem Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_{FRP} = 1.3$  ergeben sich Bemessungswerte der Bruchdehnung für CFK-Bewehrung von 3 ‰  $\leq \varepsilon_{fu,d} \leq 10$  ‰.

Für eine praxisnahe Regel zur Biegebemessung bietet es sich an, die erforderliche Biegezugbewehrung mit Hilfe einer tabellarischen Zusammenstellung zu bestimmen. Aus diesem Grund werden dimensionslose Bemessungstabellen für den erforderlichen mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_f$  im Grenzzustand der Tragfähigkeit ermittelt. Der mechanische Bewehrungsgrad ist wie folgt definiert:

Durch Umformen ergeben sich  $\omega_f$  sowie die erforderliche Bewehrung erf.  $A_{f,1}$  wie folgt:

In Tabelle 8-1 ist eine Auswertung des mechanischen Bewehrungsgrades in Form einer Bemessungstafel mit dimensionslosen Beiwerten für unterschiedliche Bruchdehnungen der Bewehrung sowie Betonfestigkeitsklassen bis C 50/60 ohne Ansatz einer Druckbewehrung dargestellt. Tabelle 8-1

Bemessungstafel mit dimensionslosen Beiwerten für Querschnitte mit rechteckiger Druckzone ohne Druckbewehrung (Betonfestigkeitsklassen C 12/15 bis C 50/60)

	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 3 ‰	$\mathcal{E}_{\mathrm{fu,d}}$	= 4 ‰	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 5 ‰	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 6 ‰	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 7 ‰	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 8 ‰	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 9 ‰	$\varepsilon_{\rm fu,d}$	= 10 ‰
$\mu_{\rm Edf}$	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\mathrm{f}}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰	$\omega_{\rm f}$	$\varepsilon_{\rm f}$ in ‰
0,01	0,010	3,00	0,010	4,00	0,010	5,00	0,010	6,00	0,010	7,00	0,010	8,00	0,010	9,00	0,010	10,00
0,02	0,021	3,00	0,021	4,00	0,021	5,00	0,021	6,00	0,021	7,00	0,021	8,00	0,020	9,00	0,020	10,00
0,03	0,032	3,00	0,031	4,00	0,031	5,00	0,031	6,00	0,031	7,00	0,031	8,00	0,031	9,00	0,031	10,00
0,04	0,042	3,00	0,042	4,00	0,042	5,00	0,042	6,00	0,042	7,00	0,042	8,00	0,041	9,00	0,041	10,00
0,05	0,053	3,00	0,053	4,00	0,053	5,00	0,052	6,00	0,052	7,00	0,052	8,00	0,052	9,00	0,052	10,00
0,06	0,064	3,00	0,064	4,00	0,064	5,00	0,063	6,00	0,063	7,00	0,063	8,00	0,063	9,00	0,063	10,00
0,07	0,076	3,00	0,075	4,00	0,075	5,00	0,074	6,00	0,074	7,00	0,074	8,00	0,074	9,00	0,073	10,00
0,08	0,087	3,00	0,086	4,00	0,086	5,00	0,085	6,00	0,085	7,00	0,085	8,00	0,085	9,00	0,084	10,00
0,09	0,098	3,00	0,097	4,00	0,097	5,00	0,096	6,00	0,096	7,00	0,096	8,00	0,096	9,00	0,095	10,00
0,10	0,110	3,00	0,109	4,00	0,108	5,00	0,108	6,00	0,107	7,00	0,107	8,00	0,107	9,00	0,106	10,00
0,11	0,122	3,00	0,120	4,00	0,119	5,00	0,119	6,00	0,118	7,00	0,118	8,00	0,118	9,00	0,118	10,00
0,12	0,133	3,00	0,132	4,00	0,131	5,00	0,130	6,00	0,130	7,00	0,130	8,00	0,129	9,00	0,129	10,00
0,13	0,145	3,00	0,144	4,00	0,143	5,00	0,142	6,00	0,141	7,00	0,141	8,00	0,141	9,00	0,141	10,00
0,14	0,157	3,00	0,155	4,00	0,154	5,00	0,154	6,00	0,153	7,00	0,153	8,00	0,152	9,00	0,152	10,00
0,15	0,169	3,00	0,167	4,00	0,166	5,00	0,165	6,00	0,165	7,00	0,165	8,00	0,164	9,00	0,164	10,00
0,16	0,181	3,00	0,179	4,00	0,178	5,00	0,177	6,00	0,177	7,00	0,177	8,00	0,176	9,00	0,176	10,00
0,17	0,194	3,00	0,192	4,00	0,190	5,00	0,190	6,00	0,189	7,00	0,189	8,00	0,189	9,00	0,188	10,00
0,18	0,206	3,00	0,204	4,00	0,203	5,00	0,202	6,00	0,202	7,00	0,201	8,00	0,201	9,00	0,201	10,00
0,19	0,219	3,00	0,217	4,00	0,215	5,00	0,215	6,00	0,214	7,00	0,214	8,00	0,214	9,00	0,213	9,78
0,20	0,232	3,00	0,229	4,00	0,228	5,00	0,227	6,00	0,227	7,00	0,227	8,00	0,226	9,00	0,226	9,02
0,21	0,245	3,00	0,242	4,00	0,241	5,00	0,240	6,00	0,240	7,00	0,240	8,00	0,239	8,33	0,239	8,33
0,22	0,258	3,00	0,255	4,00	0,254	5,00	0,254	6,00	0,253	7,00	0,253	7,71	0,253	7,71	0,253	7,71
0,23	0,271	3,00	0,269	4,00	0,268	5,00	0,267	6,00	0,267	7,00	0,266	/,13	0,266	/,13	0,266	7,13
0,24	0,285	3,00	0,283	4,00	0,281	5,00	0,281	6,00	0,280	6,60	0,280	6,60	0,280	6,60	0,280	6,60
0,25	0,299	3,00	0,296	4,00	0,295	5,00	0,295	6,00	0,295	6,12	0,295	6,12	0,295	6,12	0,295	6,12
0,20	0,313	3,00	0,311	4,00	0,310	5,00	0,309	5.07	0,309	5,07	0,309	5,07	0,309	5.07	0,309	5,07
0,27	0,327	5,00	0,323	4,00	0,324	3,00	0,324	3,23	0,324	3,23	0,324	3,23	0,324	3,23	0,324	3,23
0,20	0,342	3,00	0,340	4,00	0,359	4,00	0,339	4,00	0,339	4,00	0,359	4,00	0,339	4,00	0,339	4,00
0,29	0,337	3,00	0,333	4,00	0,355	4,49	0,333	4,49	0,355	4,49	0,355	4,49	0,333	4,49	0,355	4,49
0,30	0.389	3,00	0,371	3.82	0.387	3.82	0.387	3.82	0.387	3.82	0.387	3.82	0.387	3.82	0.387	3.82
0,32	0,405	3.00	0,307	3,52	0.404	3,52	0,307	3,52	0.404	3,52	0.404	3,52	0.404	3,52	0.404	3,52
0.33	0.422	3,00	0.421	3.23	0.421	3,23	0.421	3,23	0.421	3,23	0.421	3,23	0.421	3,23	0.421	3,23
0.34	0.439	2.95	0.439	2.95	0.439	2,95	0.439	2,95	0.439	2,95	0.439	2.95	0.439	2,95	0.439	2,95
0.35	0.458	2.69	0.458	2.69	0.458	2.69	0.458	2.69	0.458	2.69	0.458	2.69	0.458	2.69	0.458	2.69
0,36	0,477	2,44	0,477	2,44	0,477	2,44	0,477	2,44	0,477	2,44	0,477	2,44	0,477	2,44	0,477	2,44
0,37	0,497	2.20	0,497	2,20	0,497	2.20	0,497	2.20	0,497	2.20	0,497	2.20	0,497	2.20	0,497	2.20
0,38	0,518	1,97	0,518	1,97	0,518	1,97	0,518	1,97	0,518	1,97	0,518	1,97	0,518	1,97	0,518	1,97
0,39	0,540	1,75	0,540	1,75	0,540	1,75	0,540	1,75	0,540	1,75	0,540	1,75	0,540	1,75	0,540	1,75
0,40	0,563	1,54	0,563	1,54	0,563	1,54	0,563	1,54	0,563	1,54	0,563	1,54	0,563	1,54	0,563	1,54
Leg	gende		x / d	<i>l</i> > 0,45		Bewe	hrungs	zugversa	gen			Betondru	ickvers	agen, x /	d < 0,	45

Da zur Ermittlung der erforderlichen Biegezugbewehrung nur die Dehnung der Bewehrung  $\varepsilon_f$  sowie der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_f$  benötigt werden, wurde auf eine Darstellung der weiteren Parameter verzichtet. Die dunkelgrau hinterlegten Felder stellen die Bereiche dar, in denen die bezogene Druckzonenhöhe  $\zeta > 0,45$  beträgt. Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) soll dieser Grenzwert in biegebeanspruchten Bauteilen nicht überschritten werden, sofern keine geeigneten Maßnahmen getroffen werden (z. B. Umschnürung der Betondruckzone). Hinsichtlich der Bemessung für Biegung mit Längskraft sollte, wie in Abschnitt 3.3.1 erläutert, eine Auslegung auf Betondruckversagen erfolgen. Hellgrau hinterlegte Felder kennzeichnen den Bereich, in denen ein Bewehrungszugversagen auftritt.

#### 8.3 Nachweis der Rissbreitenbegrenzung

Analog zu DIN EN 1992-1-1 (2011) kann auf der sicheren Seite liegend die Berechnung der Rissbreite auf einen Nachweis der Bewehrungsspannungen übertragen werden, wenn in Gl. 6-23 und Gl. 6-25 die Grenzwerte für die Erstrissbildung eingesetzt werden. Daraus ergibt sich folgende Spannungsbegrenzung:

$$\sigma_{\rm f,perm} \le \sqrt{\frac{2 \cdot w_{\rm max} \cdot E_{\rm f} \cdot \tau_{\rm bm,k}}{\left(1 - \beta_{\rm t}\right) \cdot \mathcal{O}_{\rm f}}} \qquad Gl. 8-4$$

Wie in Abschnitt 5 gezeigt, können die bestehenden Verbundkriechzahlen für eine Erfassung der reduzierten Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auch für Betonbauteile mit FVK-Bewehrung verwendet werden. Bei einem Verbundkoeffizienten von  $\alpha = 1,0$ ergibt sich somit im ungünstigsten Fall für den Völligkeitsbeiwert ein Wert von  $\beta_t = 2/3 \cdot 1/3,4 = 0,196 \approx 0,20$ . Zur Wahrung des optischen Erscheinungsbildes sollte die Rissbreite wie auch im Stahlbetonbau auf eine maximale Rissbreite von  $w_{max} = 0,4$  mm begrenzt werden, wenn keine weiteren Vorgaben bestehen. Somit kann die erforderliche Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite bei reiner Biegebeanspruchung berechnet werden.

In bezogener Schreibweise kann Gl. 8-5 wie folgt dargestellt werden. Das einwirkende Biegemoment wird auf den verbundspezifischen Bewehrungsparameter  $(E_f \cdot \tau_{bm,k} / \emptyset_f)^{0.5}$  normiert, der gegebenenfalls auch von der Betonzugfestigkeit abhängig ist, falls ein solcher Zusammenhang besteht.

$$\rho_{\rm f,NWR} \ge \frac{1}{1 - \frac{\zeta}{3}} \cdot \frac{M_{\rm d,perm}}{b \cdot d^2} \cdot \sqrt{\frac{E_{\rm f} \cdot \tau_{\rm bm,k}}{\varnothing_{\rm f}}} = \frac{1}{1 - \frac{\zeta}{3}} \cdot \mu_{\rm SLS,NWR} \qquad Gl. \ 8-6$$

Da auch die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$  vom Bewehrungsgrad abhängig ist, ist Gl. 8-6 nur iterativ lösbar. In Abbildung 8-1 ist die iterative Lösung für den erforderlichen geometrischen Bewehrungsgrad zur Einhaltung einer Rissbreite von 0,4 mm dargestellt.

In guter Näherung kann die hyperbolische Funktion mit Hilfe einer Potenzfunktion umgeformt werden, sodass auf eine iterative Berechnung verzichtet werden kann. Der erforderliche Bewehrungsgrad ergibt sich dann zu:

$$\rho_{\rm f,NWR} \ge 1,1 \cdot \alpha_{\rm e}^{0,063} \cdot \mu_{\rm SLS,NWR} \qquad \qquad Gl. 8-7$$



Abbildung 8-1 Erforderlicher Bewehrungsgrad zur Einhaltung einer Rissbreite von  $w_{max} = 0,4$  mm

Für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen wurden die Rissbreiten für die Stahl- und FVK-Betonbauteile in Abschnitt 4.4.2 ausgewertet. Für die Stahlbetonbauteile konnte eine Rissbreite von w = 0.4 mm deutlich eingehalten werden, während die CFK-bewehrten Bauteile größere Rissbreiten aufwiesen. Mit Hilfe der in 4.3.3 beschriebenen Versuchsergebnisse zum Verbundverhalten kann die charakteristische, mittlere Verbundspannung  $\tau_{bm,k}$  ermittelt werden. Hierfür werden zunächst die mittleren Verbundspannungen für einen Schlupf von s = 0.25 mm sowie die zugehörige Standardabweichung ermittelt. Martin et al. (1980) stellten in ihren Untersuchungen fest, dass die Berechnung der Rissbreiten nach CEB-FIP Model Code 1990 (1990) zu einem 75%-Quantil führt. Für das 95%-Quantil gilt  $w_{max} < 1,25 w_k$ . Dieser Zusammenhang wird in Kombination mit den informativen Rechenmethoden nach DIN EN 1990 (2010) verwendet, um die charakteristische mittlere Verbundspannung unter Berücksichtigung der begrenzten Versuchsanzahl zu berechnen. Wird davon ausgegangen, dass das einwirkende Biegemoment unter quasi-ständiger Einwirkungskombination 60 % des Bemessungswertes entspricht, so kann die Berechnung des erforderlichen Bewehrungsgrades durchgeführt werden. Die einzelnen Berechnungsschritte sind in Tabelle 8-2 dargestellt.

Wie zu erkennen ist, sind die Verbundspannungen der Carbonstäbe (siehe B-M-C-K) sehr niedrig im Vergleich zu den anderen Materialien. Dieser Sachverhalt wurde in den Abschnitten 4.3.3 und 4.4.2 erläutert. Die Problematik bestand darin, dass nach Überschreiten des Haftverbundes ein Gleiten mit nahezu konstanter Verbundspannung auftrat, bis hiernach der mechanische Verbund aufgrund der Rippung greifen konnte. Wie an den Ergebnissen in Tabelle 8-2 sowie an den experimentell bestimmten Rissbreiten in Abbildung 4-10 zu erkennen ist, sind die CFK-Betonbauteile zur Einhaltung einer Rissbreite von 0,4 mm unterbewehrt, während der Nachweis für die Stahlbetonbauteile eingehalten ist.

	$ au_{ m bm,k}$ in N/mm <sup>2</sup>	$E_{\rm s/f}$ in N/mm <sup>2</sup>		$\frac{(E_{\rm f} \cdot \tau_{\rm bm,k} / \mathcal{O}_{\rm s/f})^{0.5}}{\text{in N/mm^2}}$	α <sub>e</sub>	$ ho_{ m vorh.}$	$f_{\rm cd}$ in N/mm²
A-M-S-K	6,50	200.000	8,00	403	5,73	0,00824	22,67
A-M-C-K	2,24	105.862	3,22	272	3,03	0,00254	22,67
B-M-S-K	18,28	200.000	12,00	552	5,97	0,00625	28,33
B-M-C-K	2,18	135.121	9,45	177	4,03	0,00229	28,33
	$d_{\rm m}$ in mm	$b_{\rm m}$ in mm	M <sub>Rd</sub> in kNm	$M_{\rm d,perm}/M_{\rm Rd}$	$\mu_{ m SLS,NWR}$	$ ho_{ m erf,NWR}$	$ ho_{ m vorh}/ ho_{ m erf,}$ NWR
A-M-S-K	73,2	500	8,8	0,6	0,0049	0,00602	1,37
A-M-C-K	83,7	500	5,8	0,6	0,0037	0,00431	0,59
B-M-S-K	181,0	400	33,9	0,6	0,0028	0,00346	1,81
B-M-C-K	154,9	400	19,6	0,6	0,0069	0,00832	0,27

Nachweis des erforderlichen Bewehrungsgrades zur Sicherstellung einer Rissbreite von w = 0,4 mm

## 8.4 Nachweis der zulässigen Verformungen

Tabelle 8-2

Im folgenden Abschnitt soll basierend auf den theoretischen Herleitungen aus Abschnitt 6.3.3 und 7 ein vereinfachtes Konzept für die Durchführung des Nachweises zulässiger Verformungen für den Standardfall des gelenkig gelagerten Einfeldträgers unter Gleichstreckenlast abgeleitet werden.

In Abschnitt 6.3.3 erfolgte eine intensive Untersuchung der einzelnen Einflussparameter auf die zulässigen Biegeschlankheiten zur Einhaltung des Nachweises zur Begrenzung zulässiger Verformungen. In Kapitel 7 wurde auf Basis theoretischer Überlegungen der Verteilungsbeiwert analytisch hergeleitet, der für eine Übertragung auf Bewehrung aus FVK benötigt wird.

Für die Herleitung der zulässigen Biegeschlankheiten gelten folgende grundlegende Annahmen, die in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011) festgelegt sind:

•	Beton:	variabel
•	Bruchdehnung der Bewehrung:	variabel
•	System:	Gelenkig gelagerter Einfeldträger
•	Querschnitt:	h / b = 1.000  mm / 300  mm, d / h = 0.9
•	Beanspruchungen und Zeitpunkte:	$g_{k}/p_{k}  \Delta g_{k}/p_{k}  \psi_{2} \cdot q_{k}/p_{k} \qquad p_{d,perm}/p_{Ed}$ 0,36 0,24 0,3 \cdot 0,40 0,51 10 d 60 d 365 d
•	Relative Luftfeuchtigkeit:	RH = 70 %
•	Nachbehandlungsdauer:	$t_{\rm s} = 3$ Tage
•	Völligkeitsbeiwert $\beta_{t,m}$ :	$\beta_{\mathrm{t,m}} \approx 2 \ / \ 3 \cdot 0, 2 \approx 0, 125$
•	Verteilungsbeiwert:	Exakte Lösung nach Kapitel 7

Mit Hilfe dieser Randbedingungen können die zulässigen Biegeschlankheiten zur Einhaltung des Nachweises zulässiger Verformungen berechnet werden. Eine Auswertung dieser zulässigen Schlankheiten in Abhängigkeit vom bezogenen einwirkenden Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter Variation der Verbundbedingungen, der Betonfestigkeitsklasse und der Bruchdehnung der Bewehrung ist in Abbildung 8-2, Abbildung 8-3 und Abbildung 8-4 dargestellt.



Abbildung 8-2

Zulässige Biegeschlankheiten für FVK-Bewehrung in Abhängigkeit vom bezogenen einwirkenden Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit und von den Verbundbedingungen



Abbildung 8-3 Zulässige Biegeschlankheiten für FVK-Bewehrung in Abhängigkeit vom bezogenen einwirkenden Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit und von der Betonfestigkeitsklasse





Wie aus Abbildung 8-2 zu erkennen ist, beeinflussen die Verbundbedingungen und damit die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen die zulässigen Biegeschlankheiten nur im gerissenen Zustand. Verbleibt der Querschnitt im Zustand I, so sind die Schlankheiten unabhängig vom Verbundverhalten. Bei sehr hoher Beanspruchung laufen alle Verteilungsbeiwerte gegen den Wert von  $\zeta = 1$ , sodass auch die zulässigen Biegeschlankheiten bei sehr hohen Beanspruchungen wieder zusammenlaufen. Die Auffächerung der einzelnen Kurven ist im Bereich des Übergangs von der Rissbildungsphase zum abgeschlossenen Rissbild besonders ausgeprägt. In diesem Bereich sind auch die Abweichungen der im Rahmen dieser Arbeit berechneten Schlankheitskurven unter Berücksichtigung eines realitätsnahen Ansatzes der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen im Vergleich zum Ansatz nach DIN EN 1992-1-1 (2011) am größten. Die Abweichungen zwischen den Schlankheitskurven für  $\beta_{t,m} = 0.125$  und  $\beta_{t,m} = 0.25$  sind jedoch verhältnismäßig gering. Bei einem Vergleich der Schlankheitskurven für  $\beta_{t,m} = 0,125$  (FVK) mit dem Ansatz nach DIN EN 1992-1-1 (2011) kann beobachtet werden, dass die Schlankheiten um bis zu 21 % unterschätzt werden können und somit die Berechnung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) auf der unsicheren Seite liegt.

Wie in Abschnitt 3.3.1 erläutert, sollte die Dimensionierung der Bauteile im Grenzzustand der Tragfähigkeit derart erfolgen, dass nach Möglichkeit ein Betondruckversagen maßgebend wird. Eine zu starke Ausnutzung des Querschnitts weit oberhalb des Balance-Points sollte jedoch vermieden werden, da in diesem Fall die Ausnutzung der Bewehrungszugfestigkeit nur noch sehr gering ist. Wie jedoch aus Abbildung 8-4 zu erkennen ist, ergeben sich im Vergleich zu Stahlbetonbauteilen deutlich niedrigere zulässige Schlankheiten im gerissenen Zustand, sodass in der Regel deutlich mehr Bewehrung eingebaut werden muss

als für den Grenzzustand der Tragfähigkeit erforderlich ist. Daher sollte insbesondere bei weniger hoch beanspruchten Bauteilen, wie z. B. Deckenplatten im üblichen Hochbau, eine Dimensionierung im Bereich der Grenzschlankheit erfolgen. Das bezogene einwirkende Biegemoment  $\mu_{Ed,I}$  für eine Grenzschlankheit von  $(L/d)_{max} = 35$  kann mit Hilfe der nachfolgenden Gleichung berechnet werden. Dieses bezogene Biegemoment liegt ca. 7,7 % über dem Übergangspunkt zum Zustand II.

$$\mu_{\rm Ed,I} = \frac{0,0926 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^2}{\eta \cdot \sqrt[3]{f_{\rm ck}}} \qquad Gl. 8-8$$

Die zulässige Biegeschlankheit zur Einhaltung des Nachweises der Verformungen erreicht im Balance-Point ein Minimum. Daher ist dieser Punkt für die Bemessung von besonderer Relevanz. Ist die vorhandene Schlankheit  $(L/d)_{vorh}$  kleiner als die zulässige Schlankheit im Balance-Point  $(L/d)_{bal}$ , so ist stets der Nachweis für Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit maßgebend.

Die Ermittlung der zulässigen minimalen Biegeschlankheiten bei Betondruckversagen und dementsprechend rechts des Balance-Points kann in guter Näherung in Abhängigkeit von der charakteristischen Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$  in N/mm<sup>2</sup> und dem Beanspruchungsverhältnis  $\eta$  nach Gl. 8-9 bestimmt werden.

$$\left(L/d\right)_{\max} = \left(50 - \frac{f_{ck}}{5}\right) \cdot \mu_{Ed} + \left(\frac{f_{ck}}{200} - 0,75\right) \cdot \left(17,7 \cdot \eta - 5,6\right)$$
 Gl. 8-9

Wird in Gl. 8-9 für das bezogene Biegemoment  $\mu_{Ed}$  das bezogene, einwirkende Biegemoment im Balance-Point  $\mu_{Ed,bal}$  nach Gl. 6-38 eingesetzt, so kann die minimale, zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point  $(L/d)_{bal}$  berechnet werden. Ist die vorhandene Biegeschlankheit  $(L/d)_{vorh}$  kleiner als  $(L/d)_{bal}$ , wird die Bemessung für Biegung im Grenzzustand der Tragfähigkeit immer maßgebend. Im Falle von Bewehrungszugversagen und dementsprechend links des Balance-Points ergeben sich die Schlankheiten näherungsweise zu:

$$(L/d)_{\text{max}} = 35 + [(L/d)_{\text{bal}} - 35] \cdot \frac{\mu_{\text{Ed}}^a - \mu_{\text{Ed},\text{I}}^a}{\mu_{\text{Ed},\text{bal}}^a - \mu_{\text{Ed},\text{I}}^a} \qquad Gl. \ 8-10$$

Dabei ist:

$$a = -1.200 \cdot \varepsilon_{\text{fu,d}}$$

Mit Hilfe von Gl. 8-8, Gl. 8-9 und Gl. 8-10 können die Biegeschlankheitskurven an allen baupraktisch relevanten Punkten bis zu einem bezogenen, einwirkenden Biegemoment  $\mu_{Ed} = 0,40$  gut angenähert werden. Ein ausgewählter Vergleich zwischen der exakt berechneten Biegeschlankheitskurve (vgl. Abbildung 8-3 und Abbildung 8-4) und der Näherung kann Abbildung 8-5 entnommen werden. Bis zu einer Beanspruchung von  $\mu_{Ed,I}$  nach Gl.

8-8 kann die Grenzschlankheit (L/d)<sub>max</sub> = 35 nach DIN EN 1992-1-1 (2011) ausgenutzt werden. Darüber hinaus sinkt mit steigender Beanspruchung die zulässige Biegeschlankheit, bis diese im Balance-Point bei einer Beanspruchung von  $\mu_{Ed,bal}$  nach Gl. 6-38 den Minimalwert von (L/d)<sub>bal</sub> erreicht. Die zulässigen Biegeschlankheiten in diesem Bereich, in dem Bewehrungszugversagen maßgebend wird, können mit Gl. 8-10 berechnet werden. Rechts des Balance-Points wird die Bruchdehnung der Bewehrung nicht mehr erreicht und ein Versagen der Betondruckzone wird maßgebend. Die sich hieraus ergebenden höheren Schlankheiten können mit Hilfe von Gl. 8-9 berechnet werden. Bezogene Beanspruchungen von  $\mu_{Ed} > 0,40$  werden als baupraktisch irrelevant eingestuft, da hier die bezogene Druckzonenhöhe bereits kritische Werte erreicht und die Bewehrung nur noch geringfügig ausgenutzt wird.





Ein Vergleich der exakt berechneten Biegeschlankheitskurven sowie der hier vorgestellten Näherungen unter Variation der Betonfestigkeitsklasse, des Belastungsverhältnisses  $\eta$ , des Verhältnisses aus statischer Nutzhöhe und Bauteilhöhe d / h sowie der Bruchdehnung der Bewehrung  $\varepsilon_{\text{fu,d}}$  kann Anhang A entnommen werden.

In höher beanspruchten Bauteilen, wie z. B. bewehrte Betonbalken, ist ein Aufreißen der Querschnitte oftmals unvermeidbar. Wenn Anpassungen des Querschnitts, der Schlankheit oder der Betonfestigkeitsklasse nicht möglich sind, so muss der Bewehrungsgrad und damit das Dehnsteifigkeitsverhältnis erhöht werden. Hierfür erfolgt eine Untersuchung der zulässigen Biegeschlankheiten im Balance-Point  $(L/d)_{bal}$ . Das Dehnsteifigkeitsverhältnis  $\Omega$  wird mit Hilfe eines Multiplikators  $\alpha$  faktorisiert. Hieraus ergibt sich ein modifiziertes Dehnsteifigkeitsverhältnis  $\Omega_{mod} = \alpha \cdot \Omega$ . Mit diesem modifizierten Dehnsteifigkeitsverhältnis kann

die neue zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point  $(L/d)_{bal,mod}$  berechnet werden. Da die zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point maßgeblich durch die Betonfestigkeitsklasse, das Beanspruchungsverhältnis  $\eta$  sowie die Bruchdehnung der Bewehrung beeinflusst wird, erfolgt eine Untersuchung des Einflusses dieser Parameter auf die zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point. In Abbildung 8-6 ist das bezogene modifizierte Dehnsteifigkeitsverhältnis in Abhängigkeit von der bezogenen modifizierten Biegeschlankheit im Balance-Point unter Variation der Betonfestigkeitsklasse und des Beanspruchungsverhältnisses dargestellt. Wie zu erkennen ist, ist der Einfluss dieser beiden Parameter gering. Die strichpunktierte Kurve stellt eine Näherungsfunktion nach Gl. 8-11 dar.





Anpassungsfaktor für das Dehnsteifigkeitsverhältnis zur Erhöhung der zulässigen Biegeschlankheit im Balance-Point in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse und dem Beanspruchungsverhältnis

$$\alpha = \frac{\Omega_{\text{mod}}}{\Omega} = \frac{A_{\text{f,mod}}}{A_{\text{f}}} = 0,174 \cdot \beta^{\frac{1}{4 \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{fu,d}}}}} + (1 - 0,174) \cdot \beta \qquad Gl. \ 8-11$$

Dabei ist:

$$eta = rac{\left(L/d\right)_{ ext{bal,mod}}}{\left(L/d\right)_{ ext{bal}}}$$

Maßgeblich beeinflusst wird der Anpassungsfaktor durch die Bruchdehnung der Bewehrung. In Abbildung 8-7 ist der Einfluss dieses Parameters auf den Anpassungsfaktor über die bezogene modifizierte Biegeschlankheit im Balance-Point dargestellt. Die Abweichungen zwischen den vorgeschlagenen Näherungsfunktionen und den exakt berechneten Anpassungsfaktoren betragen unter 6 %.





Im Falle eines statisch unbestimmten Systems können vereinfachend analog zu DIN EN 1992-1-1 (2011) die Biegeschlankheiten mit dem Beiwert *K* zur Berücksichtigung des statischen Systems korrigiert werden, vgl. Tabelle 8-3.

Tabelle 8-3	Beiwert K zur Berücksichtigung des statischen Systems nach DIN EN
	1992-1-1 (2011)

	Statisches System	K		
1	frei drehbar gelagerter Einfeldträger;	1.0		
1	gelenkig gelagerte einachsig oder zweiachsig gespannte Platte	1,0		
2	Endfeld eines Durchlaufträgers oder einer einachsig gespannten			
	durchlaufenden Platte;	1.2		
	Endfeld einer zweiachsig gespannten Platte, die kontinuierlich über einer	1,5		
	längeren Seite durchläuft			
3	Mittelfeld eines Balkens oder einer einachsig oder zweiachsig	1,5		
	gespannten Platte			
4	Platte, die ohne Unterzüge auf Stützen gelagert ist (Flachdecke) (auf	1,2		
	Grundlage der größeren Spannweite)			
5	Kragträger	0,4		
Für zwei	achsig gespannte Platten ist in der Regel der Nachweis mit der kürzeren Stüt	zweite zu		
führen. H	Bei Flachdecken ist in der Regel die größere Stützweite zugrunde zu legen.			
Die für F	lachdecken angegebenen Grenzen sind weniger streng als der zulässige Du	rchhang von		
1/250 de	r Stützweite. Erfahrungsgemäß ist dies ausreichend.			

Für die praktische Umsetzung dieses Konzeptes werden für den Nachweis der zulässigen Verformungen somit zunächst die Betonfestigkeitsklasse, die Bewehrung, die Querschnittsabmessungen sowie die Biegeschlankheit festgelegt, vgl. Abbildung 8-8. Mit dem bezogenen einwirkenden Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $\mu_{Ed}$  kann eine Biegebemessung, beispielsweise unter Zuhilfenahme des allgemeinen Bemessungsdiagramms (vgl. Abbildung 6-2) oder der dimensionslosen  $\omega$ -Tabelle (vgl. Tabelle 8-1), durchgeführt werden. Hieraus ergibt sich die erforderliche Biegezugbewehrung, die zunächst auch der vorhandenen Biegezugbewehrung entspricht.

Daraufhin kann geprüft werden, ob das bezogene einwirkende Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $\mu_{Ed}$  kleiner als das zur Grenzschlankheit zugehörige bezogene Biegemoment  $\mu_{Ed,I}$  nach Gl. 8-8 ist. Ist dies der Fall, so wird die Grenzschlankheit von  $(L/d)_{max} = K \cdot 35$  maßgebend.

Liegt  $\mu_{Ed}$  oberhalb von  $\mu_{Ed,I}$ , so kann die zulässige Biegeschlankheit nach Gl. 8-9 und Gl. 8-10 unter Berücksichtigung des Systemparameters *K* berechnet werden. Dafür werden zunächst das bezogene einwirkende Biegemoment im Balance-Point  $\mu_{Ed,bal}$  und die zugehörige zulässige Biegeschlankheit (L/d)<sub>bal</sub> berechnet. Ist die vorhandene Biegeschlankheit (L/d)<sub>vorh</sub> kleiner als die zulässige Biegeschlankheit (L/d)<sub>max</sub>, so wird der Nachweis für Biegung im Grenzzustand der Tragfähigkeit maßgebend und der Nachweis der zulässigen Verformungen ist zwangsläufig eingehalten. Liegt die vorhandene Biegeschlankheit oberhalb der zulässigen Biegeschlankheit, so wird der Nachweis der zulässigen Verformungen maßgebend.

Um den Nachweis dennoch einzuhalten, können beispielsweise die Eingangsparameter (Betonfestigkeitsklasse, Bewehrungstyp, Querschnittsabmessungen oder Biegeschlankheit) verändert werden. Ist dies nicht möglich, muss das Dehnsteifigkeitsverhältnis durch eine Erhöhung der Bewehrungsfläche vergrößert werden. Hierfür kann der Anpassungsfaktor nach Gl. 8-11 verwendet werden. Durch die erhöhte und modifizierte Bewehrungsfläche  $A_{f,mod}$  kann die modifizierte Biegeschlankheit im Balance-Point  $(L/d)_{bal,mod}$  berechnet werden. Als Vereinfachung kann für die modifizierte, zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point  $(L/d)_{bal,mod}$  der Wert der vorhandenen Biegeschlankheit  $(L/d)_{vorh}$  eingesetzt werden. Dies hat zur Folge, dass die minimal zulässige Biegeschlankheit höher als die vorhandene Biegeschlankheit ist und der Nachweis unabhängig von der jeweiligen Beanspruchung eingehalten ist. Dies kann je nach bezogener Beanspruchung zu einer konservativen Erhöhung der Bewehrungsfläche führen.

Prinzipiell könnte mit Hilfe des Anpassungsfaktors nach Gl. 8-11 auch zunächst eine modifizierte Biegeschlankheit im Balance-Point  $(L/d)_{bal,mod}$  iterativ bestimmt werden. Im Bereich von Bewehrungszugversagen ( $\mu_{Ed} \le \mu_{Ed,bal}$ ) kann der Übergangsbereich durch Gl. 8-10 mit  $(L/d)_{bal,mod}$  berechnet werden. Die zulässige Biegeschlankheit für einen Wert von  $\mu_{Ed} = 0,40$  wird durch den Anpassungsfaktor nicht beeinflusst, sodass die Schlankheitskurve im Bereich des Betondruckversagens ( $\mu_{Ed} > \mu_{Ed,bal}$ ) als lineare Verbindung zwischen  $(L/d)_{bal,mod}$  nach Gl. 8-11 und  $(L/d)_{max,\mu Ed=0,40}$  nach Gl. 8-9 dargestellt werden kann.



Abbildung 8-8 Vorgehensweise für den Nachweis der zulässigen Verformungen

An dieser Stelle ist anzumerken, dass sich der Nachweis der zulässigen Verformungen in diesem Fall auf den zulässigen Durchhang bezieht. Im Fall von verformungsempfindlichen Ausbauteilen sollte auf eine präzise Berechnung nicht verzichtet werden. Hierbei sind die einzelnen Verformungsanteile getrennt nach Belastung mit ihren entsprechenden Kriechund Verteilungsbeiwerten zum jeweiligen Zeitpunkt zu berechnen. Mit Hilfe dieser einzelnen Verformungsanteile kann die Berechnung der aktiven Durchbiegung nach Aufbringen der Nutzlast bis zum Ende der Nutzungsdauer berechnet werden. Diese aktive Durchbiegung ist auf 1/500 der Spannweite zu begrenzen. Alternativ können die Verformungen in diesem Fall durch Einhaltung einer Biegeschlankheit von  $(L / d)_{max} = K^2 \cdot 150 / L$  begrenzt werden.

## 8.5 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurden, aufbauend auf den theoretischen und experimentellen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit, praxisnahe Regeln für die Bemessung carbonbewehrter Biegebauteile entwickelt und dargestellt.

Für den Nachweis Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit erfolgte eine Herleitung dimensionsloser Bemessungstabellen, mit Hilfe derer eine Biegebemessung für Bauteile mit Carbonbewehrung bei unterschiedlicher Bruchdehnung durchgeführt werden kann. Die dimensionlose Bemessungstabelle wurde dabei auf die notwendigen Parameter  $\omega_f$  und  $\varepsilon_f$  zur Ermittlung der erforderlichen Bewehrung reduziert. Zudem sind die Grenze der bezogenen Druckzonenhöhe von  $\zeta = 0,45$  und die Bereiche des Betondruck- und Bewehrungszugversagens sowie der ideale Bereiche für die Bemessung erkennbar.

Für den Nachweis der Rissbreitenbegrenzung konnte durch Einführung eines bezogenen einwirkenden Momentes für die Rissbreitenberechnung eine direkte und auf der sicheren Seite liegende Berechnung des erforderlichen geometrischen Bewehrungsgrades zur Sicherstellung einer Rissbreite von w = 0,4 mm hergeleitet werden.

Für den Nachweis der zulässigen Verformungen erfolgte analog zu Abschnitt 6.3.3 eine Berechnung der zulässigen Biegeschlankheiten sowie entsprechender Näherungsfunktionen. Die Berechnung wurde mit Hilfe des neu hergeleiteten Verteilungsbeiwertes und mechanisch korrekter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen für FVK-Bewehrung durchgeführt. Aufbauend auf den Untersuchungen erfolgte eine Analyse der minimalen, zulässigen Biegeschlankheit im Balance-Point, unterhalb derer der Nachweis für Biegung mit Längskraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit maßgebend wird. Für diesen Punkt wurde ein Anpassungsfaktor berechnet, durch den über eine Erhöhung der Bewehrungsfläche die minimale, zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point erhöht werden kann.

## 9 FAZIT UND AUSBLICK

## 9.1 Fazit

In der vorliegenden Arbeit wird das Trag-, Riss- und Verformungsverhalten von Betonbauteilen mit Bewehrung aus Faserverbundkunststoffen experimentell und theoretisch untersucht. Diese Untersuchungen umfassen sowohl das Biege- als auch Querkrafttragverhalten unter Kurzzeitbeanspruchung sowie statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung. Als Bewehrung kommen dabei CFK-Textilien, CFK-Stäbe sowie konventionelle Betonstahlbewehrung zum Einsatz.

Als Grundlage für diese Untersuchungen erfolgt in Abschnitt 2 zunächst eine Analyse des Werkstoffverhaltens der einzelnen Komponenten Beton und Bewehrung und eine Aufarbeitung des Standes der Technik. Hinsichtlich der Druckfestigkeit, der Zugfestigkeit, des Elastizitätsmoduls sowie der Bruchenergie des Betons werden Einflüsse und Umrechnungsfaktoren dargestellt und diskutiert. Zeitabhängige Dehnungskomponenten aus Kriechen und Schwinden sowie die zeitliche Entwicklung von Materialparametern unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung werden ebenfalls beschrieben. Für konventionelle, gerippte Betonstahlbewehrung erfolgt eine Erläuterung des grundlegenden Spannungs-Dehnungs-Verhaltens sowie des Ermüdungsverhaltens unter wechselnder Beanspruchung. Abschnitt 2.4 behandelt das Werkstoffverhalten von Bewehrung aus Faserverbundkunststoffen. Dabei wird zunächst auf die Eigenschaften einzelner Fasern und Tränkungsmaterialien sowie auf die Produktionsprozesse eingegangen. Die aus diesen Einzelkomponenten hergestellten Bewehrungsprodukte aus Faserverbundkunststoffen werden hinsichtlich ihrer Oberflächengestaltung, Festigkeit und Steifigkeit diskutiert. Des Weiteren erfolgt eine Beschreibung des Zugtragverhaltens unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung, bei der sowohl das Kriech- und Dauerstandverhalten als auch die Ermüdungsfestigkeit thematisiert werden. Für einen Überblick über die jeweiligen Aspekte werden Versuchsergebnisse aus der Literatur zusammengetragen und dargestellt.

Abschnitt 3 gibt den Stand der Technik zum Trag-, Riss- und Verformungsverhalten bewehrter Betonbauteile wieder. Beginnend mit dem Verbundverhalten von Beton und Bewehrung und den hierzu in der Vergangenheit durchgeführten Untersuchungen wird auch auf die Biege- und Querkrafttragfähigkeit bewehrter Betonbauteile eingegangen. Hinsichtlich der Biegetragfähigkeit werden spezielle Effekte, die aufgrund des spröden Versagensverhaltens von FVK-Bewehrung beobachtet werden können, thematisiert. Die Querkrafttragfähigkeit, deren Berechnung auch für Stahlbetonbauteile trotz jahrzehntelanger Forschung noch nicht abschließend geklärt ist, wird anhand der einzelnen auftretenden Tragmechanismen und der Modellvorstellungen im Lastabtrag analysiert. Für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erfolgt eine Beschreibung bestehender Modelle zur Berechnung von Rissabständen, Rissbreiten und Verformungen einschließlich der korrekten Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen.

In Abschnitt 4 erfolgt eine Darstellung der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen unter Kurzzeitbeanspruchung. Neben Versuchen zur Bestimmung der Materialkennwerte der Betone und der Bewehrung werden auch Versuche zur Bestimmung des Verbundverhaltens durchgeführt. Durch die Messwerte aus 16 Großbauteilversuchen mit CFK-Textilien, CFK-Stäben und Betonstahlbewehrung wird das Trag-, Riss- und Verformungsverhalten bei überwiegender Biege- und Querkraftbeanspruchung eingehend analysiert. Dabei stellt sich heraus, dass das Bauteilverhalten mit Hilfe der aus den Untersuchungen zum Werkstoff- und Verbundverhalten gewonnenen Eingangsparameter präzise prognostiziert werden kann.

Aufbauend auf den Ergebnissen der Referenzversuche unter Kurzzeitbeanspruchung erfolgt die Darstellung der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen unter statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung in Abschnitt 5. Hierfür wurden zur Bestimmung der zeitvarianten Materialparameter der Betone Druck- und Spaltzugfestigkeitsprüfungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten sowie Kriechversuche durchgeführt. Es wurden 10 Großbauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung mit einer Mindeststandzeit von 5.000 h durchgeführt. Keines der Bauteile, sowohl bei überwiegender Biege- als auch Querkraftbeanspruchung, versagte innerhalb des Beanspruchungszeitraumes. Nach Erreichen der Mindeststandzeit erfolgte eine Ermittlung der Resttragfähigkeit. Dabei konnte kein nennenswerter Tragfähigkeitsverlust festgestellt werden. Für die Bauteile unter überwiegender Querkraftbeanspruchung kann sogar gezeigt werden, dass die Querkrafttragfähigkeit durch die vorangegangene Dauerbeanspruchung ansteigt. Des Weiteren wurden 10 Großbauteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung mit einer maximalen Lastwechselzahl von  $N = 10^6$  durchgeführt. Trotz der teilweise hohen Beanspruchungen und Spannungsschwingbreiten konnte kein Ermüdungsversagen der CFK-Bewehrung beobachtet werden. Zwei der Bauteile versagten vorzeitig unter einwirkender zyklischer Beanspruchung. Bauteil B-V-C-E1 versagte aufgrund einer Überschreitung der Querkrafttragfähigkeit, die bereits beim ersten Anfahren auf die planmäßige Oberlast nahezu erreicht war. Bauteil A-V-S-E1 versagte aufgrund von Materialermüdung des Betonstahls. Bei der Ermittlung der Resttragfähigkeiten konnte auch bei zyklischer Dauerbeanspruchung kein nennenswerter Tragfähigkeitsverlust beobachtet werden.

Aufbauend auf den intensiven experimentellen und theoretischen Untersuchungen in den vorangegangenen Kapiteln werden in Abschnitt 6 die wesentlichen Schlussfolgerungen für das Trag-, Riss- und Verformungsverhalten unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung sowie die Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile behandelt. Für die Biegetragfähigkeit von Betonbauteilen mit normalfestem Beton wird ein allgemeines Bemessungsdiagramm entwickelt, welches für alle Bewehrungstypen in Abhängigkeit vom Bemessungswert der

Bruchdehnung eine Bemessung für Biegung mit Längskraft ermöglicht. Durch Interpolation der Zwischenwerte kann somit auf ein Bemessungsdiagramm für jedes einzelne Bewehrungsprodukt verzichtet werden. Hinsichtlich der Querkrafttragfähigkeit erfolgt ein Vergleich experimenteller und rechnerischer Querkrafttragfähigkeiten mit Hilfe der eigenen und aus der Literatur zusammengetragenen experimentellen Untersuchungen. Die Querkrafttragfähigkeit lässt sich mit bestehenden Ingenieurmodellen bereits zutreffend prognostizieren. Für den Nachweis der Begrenzung der Rissbreiten erfolgt eine kurze Darstellung der aktuellen normativen Modelle nach DIN EN 1992-1-1 (2011) für Stahlbetonbauteile sowie ein Vorschlag zur Anpassung der Gleichungen für Betonbauteile mit FVK-Bewehrung. Des Weiteren erfolgt eine präzise Analyse des Nachweises zulässiger Verformungen im konstruktiven Betonbau. Es kann gezeigt werden, dass diesem Nachweis bei Bauteilen mit FVK-Bewehrung und dementsprechend niedrigeren Elastizitätsmoduln eine besondere Rolle zukommt. Durch die Entwicklung eines vereinfachten Nachweiskonzeptes, bei dem die zulässigen Biegeschlankheiten über das bezogene einwirkende Biegemoment im Grenzzustand der Tragfähigkeit aufgetragen werden, kann direkt bestimmt werden, welcher Nachweis maßgebend wird. Ein wichtiger Parameter, der bei der Berechnung der zulässigen Verformungen benötigt wird, ist der Verteilungsbeiwert, der zunächst in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011) angesetzt wird.

In Abschnitt 7 wird deshalb ein Modell entwickelt, durch welches sich die Verformungen präzise berechnen lassen können. Das Modell beruht auf der Verformungsberechnung mit Hilfe eines Verteilungsbeiwertes, durch den die mittleren Verformungen aus den beiden Grenzwerten der Verformungen im Zustand I und Zustand II berechnet werden. Dieser Verteilungsbeiwert wird in der Regel durch vereinfachte Näherungsgleichungen approximiert. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt eine explizite analytische Herleitung und Berechnung des Verteilungsbeiwertes, wodurch eine korrekte Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Zugversteifungseffekt) ermöglicht wird. Der Verteilungsbeiwert wird zunächst für gelenkig gelagerte Einfeldträger unter Gleichstreckenlast, Einzellast in Feldmitte sowie unter konstanter Momentenbeanspruchung hergeleitet, bei dem die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen mit Hilfe des Völligkeitsbeiwertes  $\beta_{t,m}$  für alle möglichen Verbundbedingungen gesteuert werden kann. Dabei stellt sich heraus, dass der Verteilungsbeiwert bei korrekter Berechnung und dimensionsloser Auftragung über das Verhältnis des Rissmomentes zum einwirkenden Maximalmoment  $M_{cr}/M_{E}$  unabhängig von einer Vielzahl an Parametern (b, h, h/d,  $E_c$ ,  $E_{s/f}$ ,  $f_{ct}$ , L,  $\rho_{s/f}$ ,  $I_I$ ,  $I_{II}$ ) ist und lediglich durch die Momentenverteilung und den Völligkeitsbeiwert gesteuert wird. Hierdurch kann der Verteilungsbeiwert sowohl für Kurzzeit- als auch für Dauerbeanspruchungen durch Anpassung des effektiven Elastizitätsmoduls des Betons sowie für alle Bewehrungsgrade und Querschnittsabmessungen verwendet werden. Diese Allgemeingültigkeit des Verteilungsbeiwertes lässt eine präzise Berechnung der Verformungen bei abweichenden Verbundbedingungen zu, wie sie bei Bauteilen mit FVK-Bewehrung auftreten. Neben der analytischen

Herleitung wird zudem eine Ableitung von Näherungskurven sowie eine Validierung der Ergebnisse mit Hilfe eines numerischen Modells und den Versuchsergebnissen durchgeführt. Für das numerische Modell wird das System in 100 Teilbereiche untergliedert und die auftretenden Krümmungen in jedem Teilbereich des Systems unter Zuhilfenahme der Simpson-Regel numerisch integriert. Das nichtlineare Modell zur Berechnung der Verformungen auf Basis der Verteilungsbeiwerte wurde im Nachgang auch für statisch bestimmte Kragarmsysteme sowie statisch unbestimmte Systeme (einseitig sowie beidseitig eingespannte Einfeldträger) erweitert. In statisch unbestimmten Systemen hängt die Schnittgrößenverteilung von der Steifigkeitsverteilung ab. Bei Erreichen des Rissmomentes über der Stütze lagert sich das Moment in Richtung Feldmitte um. Dadurch ist nicht nur eine Berücksichtigung belastungsabhängiger Steifigkeiten notwendig, sondern auch eine iterative Berechnung der Schnittgrößenverteilung. Dabei muss bei sukzessive aufgebrachter Beanspruchung für jeden Lastschritt die Schnittgrößenverteilung bzw. die statisch unbekannte Momentengröße im Stützbereich iterativ berechnet werden, bis eine Konvergenz im Iterationsprozess erreicht wird. Die mit Hilfe dieser Methode hergeleiteten Verteilungsbeiwerte sind mit einer Ausnahme abhängig vom Steifigkeitsverhältnis EIII / EII. Für übliche Werte von  $EI_{II}$  /  $EI_{I}$  werden die Verteilungsbeiwerte unter der vereinfachten Annahme, dass die Zugbewehrungsgrade im Stütz- und Feldbereich gleich groß sind, berechnet. Für alle Verteilungsbeiwerte werden Diagramme zur Verfügung gestellt, mittels derer die Verteilungsbeiwerte in Abhängigkeit von den Eingangsparametern bestimmt werden können.

In Abschnitt 8 erfolgt eine Zusammenführung der durch experimentelle und theoretische Untersuchungen erarbeiteten Zusammenhänge. Es werden praxisnahe Regeln für die Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile entwickelt, durch die eine einfache und sichere Bemessung möglich ist. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit wird eine dimensionslose Bemessungstabelle erstellt, mit Hilfe derer die erforderliche Bewehrung in Abhängigkeit von der Bruchdehnung der Bewehrung und vom bezogenen einwirkenden Moment berechnet werden kann. Für den Nachweis der Rissbreite kann eine direkte und auf der sicheren Seite liegende Berechnung des erforderlichen geometrischen Bewehrungsgrades hergeleitet werden. Für den Nachweis der zulässigen Verformungen erfolgt eine neue Berechnung der zulässigen Biegeschlankheiten unter Anwendung des in Abschnitt 7 hergeleiteten Verteilungsbeiwertes einschließlich entsprechender Näherungslösungen. Für den Fall, dass die zulässige Biegeschlankheit überschritten ist, wird durch Herleitung des Zusammenhangs zwischen Dehnsteifigkeitsverhältnis und zulässiger Biegeschlankheit im Balance-Point eine Näherungslösung entwickelt, mit Hilfe derer durch Erhöhung des Dehnsteifigkeitsverhältnisses eine neue erhöhte zulässige Biegeschlankheit im Balance-Point berechnet werden kann.

## 9.2 Ausblick

Die vorliegende Arbeit deckt eine Vielzahl von Aspekten des Trag-, Riss- und Verformungsverhaltens von Betonbauteilen mit Faserverbundkunststoffbewehrung ab. Für eine sichere Bemessung und zutreffende Prognose des Bauteilverhaltens besteht jedoch noch erheblicher Forschungsbedarf.

Die Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Systemen ist abhängig von der Verteilung der Steifigkeiten. Bei Erreichen des Rissmomentes  $M_{cr}$  reduziert sich die Steifigkeit in lokal begrenzten Bereichen. In der Regel lagert sich hierdurch das Stützmoment in Richtung Feldmitte um. Die Umlagerung der Momente hängt stark vom Verhältnis der Steifigkeiten im Zustand I und Zustand II sowie von den belastungsabhängigen Steifigkeiten im Stütz- und Feldbereich ab. Bei einer Betrachtung eines Zweifeldträgers unter konstanter Gleichstreckenlast ergibt sich das maximale Moment im Stützbereich, weshalb hier das Rissmoment als erstes erreicht wird. Durch die rissbedingte Umlagerung verringert sich das Stützmoment und das Feldmoment vergrößert sich, bis schließlich auch das Feldmoment das Rissmoment überschreitet und die Schnittgrößen mit zunehmender Beanspruchung sukzessive in Richtung Stütze zurückgelagert werden. Im Stahlbetonbau verfügt der Stützbereich in der Regel über einen höheren Bewehrungsgrad als der Feldbereich, da die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit die vorhandene Bewehrungsmenge determiniert. Bei Bauteilen mit Faserverbundkunststoffen ist dies jedoch nicht immer zutreffend, da oftmals die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit maßgebend werden. Dementsprechend kann sich auch das Verhältnis der Bewehrungsgrade im Vergleich zu Stahlbetonbauteilen deutlich unterscheiden, da eine Vielzahl an Kombinationen aus Verbundbedingungen, Festigkeiten und Elastizitätsmoduln möglich ist. Für die Ermittlung der Verteilungsbeiwerte in statisch unbestimmten Systemen wurde die Vereinfachung getroffen, dass die Steifigkeiten des Feld- und Stützbereiches im Zustand II gleich groß sind (gleicher Bewehrungsgrad). Für diesen Fall sowie für ein Steifigkeitsverhältnis von  $EI_{II} / EI_{I} = 0,1$  sind in Abbildung 9-1 die bezogenen Feld- und Stützmomente dargestellt. Wie deutlich zu erkennen ist, wird in diesem Fall das auftretende Feldmoment deutlich unterschätzt. In welchen Fällen eine Schnittgrößenermittlung nach linearer Elastizitätstheorie bei statisch unbestimmten Systemen zulässig ist, hängt stark von einer Vielzahl an Parametern ab und muss in zukünftigen Forschungsarbeiten untersucht werden. Diese Thematik nimmt direkten Einfluss auf einen weiteren Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, der im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt wurde. Während die Spannungsnachweise für den Beton zur Vermeidung nichtlinearen Kriechens oder Längsrissbildung auf Betonbauteile mit FVK-Bewehrung übertragen werden können, ist der Spannungsnachweis der Bewehrung aus den vorgenannten Gründen näher zu analysieren.



Abbildung 9-1 Bezogene Feld- und Stützmomente in Abhängigkeit von der Beanspruchung bei beidseitig eingespannten Systemen unter Gleichstreckenlast

Ein weiteres Forschungsfeld betrifft das Verbundverhalten von Faserverbundkunststoffbewehrung sowohl unter Kurzzeit- als auch Langzeitbeanspruchung. Durch die Vielzahl an möglichen Oberflächengestaltungen erweist sich diese Thematik jedoch als komplex. Hofmann et al. (2020) stellten durch experimentelle Untersuchungen zum Verbundverhalten besandeter BFK-Stäbe fest, dass sich die Völligkeit der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung mit steigender Betondruckfestigkeit erhöht. Anders als bei konventionellem Betonstahl besteht jedoch kein proportionaler Zusammenhang zwischen den Verbundfestigkeiten und der Betonzugfestigkeit, da ab einer bestimmten Betonfestigkeit ein Abscheren der Bewehrungsoberfläche als Versagensmechanismus maßgebend wird. Der Einfluss statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung auf das Kriechen sowie die Festigkeit des Verbundes bei Einsatz von Faserverbundkunststoffen sollte durch experimentelle Untersuchungen evaluiert werden, zumal in diesem Fall auch zusätzliche Dehnungskomponenten infolge des Kriechens der Oberflächenprofilierung hinzukommen können.

Aufgrund der Rostbeständigkeit der FVK-Bewehrung eignet sich diese insbesondere für Infrastrukturbauwerke, die durch Verkehrsbelastung sowie streusalzbedingtem Eintrag von Chloriden Dauerhaftigkeitsproblemen unterliegen. Damit jedoch ein optimierter Einsatz möglich ist, müssen Vorspanntechnologien entwickelt bzw. erweitert werden. Aufgrund der Querdruckempfindlichkeit ist insbesondere die Verankerung der Bewehrung näher zu analysieren. Die Rostbeständigkeit führt zu einer Vielzahl an Vorteilen, die sich nicht zuletzt in der verringerten Betondeckung und einer Materialersparnis widerspiegeln. Durch verringerte Elastizitätsmoduln können sich zudem geringere Spannkraftverluste ergeben. Die Höhe der zulässigen Vorspanngrade insbesondere im Hinblick auf die Reserven im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind zu untersuchen. Wie im Rahmen dieser Arbeit dargestellt, sind die Nachweise der Verformungen von besonderer Bedeutung. Durch eine gezielte Vorspannung der FVK-Bewehrung kann die notwendige Bewehrungsmenge zur Einhaltung der Verformungsnachweise deutlich reduziert werden.

Ein weiterer Schlüsselaspekt für den Einsatz von FVK-Bewehrung im konstruktiven Betonbau ist die Untersuchung des Verhaltens unter kurzzeitiger sowie zyklischer Druckbeanspruchung. Zurzeit wird aufgrund fehlender Erkenntnisse der Ansatz von FVK-Bewehrung im Druckbereich ausgeschlossen. In statisch unbestimmten Systemen (Durchlaufträger, Flachdecken, Bodenplatten) ergeben sich durch veränderliche Laststellungen zwangsläufig wechselnd Druck- und Zugbeanspruchungen in der Bewehrung. Für vertikal orientierte Bauteile (Stützen, Wände) unter wechselnder Beanspruchung ergeben sich Druckschwellbeanspruchungen, die zwingend untersucht werden müssen. Vorgehensweisen bei der Ermittlung der Druckfestigkeit, insbesondere aufgrund des Einflusses der Prüfkörperschlankheit sowie des oftmals durch Ausknicken der Fasern determinierten Versagens, müssen untersucht und vereinheitlicht werden. Präzise Kenntnisse sind bisher nur für das Verhalten unter Kurzzeitzugbeanspruchung sowie Zugschwellbeanspruchung ist hinsichtlich der einflussnehmenden Parameter (Belastungsfrequenz, Belastungsgeschwindigkeit, Prüfkörperschlankheit, Prüfkörperform, Spannungsverhältnisse) eingehend zu analysieren.

# **10 LITERATURVERZEICHNIS**

ACI 440.1R-15 (2015): ACI440.1R-15 - Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars. Farmington Hills, USA. American Concrete Institute ACI.

ACI440.1R-01 (2002): ACI440.1R-01 - Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars. Farmington Hills, USA. American Concrete Institute ACI.

Adimi, M. R.; Rahman, A. H.; Benmokrane, B. (2000): New Method for Testing Fiber-Reinforced Polymer Rods under Fatigue. In: *Journal of Composites for Construction* 4(4), S. 206–213.

Ahmed, E. A.; El-Salakawy, E.; Benmokrane, B. (2008): Behavior of Concrete Beams Reinforced with Carbon FRP Stirrups. In: *Proceedings of the 4th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering CICE 2008*.

Ahmed, E. A.; El-Salakawy, E. F.; Benmokrane, B. (2010a): Performance Evaluation of Glass Fiber-Reinforced Polymer Shear Reinforcement for Concrete Beams. In: *ACI Structural Journal* 107-S06, S. 53–62.

Ahmed, E. A.; El-Salakawy, E. F.; Benmokrane, B. (2010b): Shear Performance of RC Bridge Girders Reinforced with Carbon FRP Stirrups. In: *Journal of Bridge Engineering* 151, S. 44–54.

Alam, M. S.; Hussein, A. (2012): Effect of Member Depth on Shear Strength of High-Strength Fiber-Reinforced Polymer–Reinforced Concrete Beams. In: *Journal of Composites for Construction* 162, S. 119–126.

Alam, M. S.; Hussein, A. (2013): Size Effect on Shear Strength of FRP Reinforced Concrete Beams without Stirrups. In: *Journal of Composites for Construction* 174, S. 507–516.

Alex, R. (2015): Fibre Reinforced Polymers (FRP) as Reinforcement for Concrete According to German Approvals. In: *IOP Conference Series: Material Science and Engineering* 96.

Ali, I.; Abdul Samad, A. A.; Mohamad, N.; Al-Kafri, G.; Mohmmed, A. (2014): Evaluation of Shear Strength of Concrete Beams with GFRP Reinforcement. In: *Applied Mechanics and Materials* 660, S. 603–612.

Alkhrdaji, T.; Wideman, M.; Belarbi, A.; Nanni, A. (2001): Shear Strength of GFRP RC Beams and Slabs. In: *Proceedings of Composites in Construction*, S. 409–414. A.A. Balkema Publishers.

Alsayed, S.; Al-Salloum, Y.; Almusallam, T. (1997): Shear design for beams reinforced by GFRP bars. In: *Proceedings of the 3rd International symposium on non-metallic reinforcement for concrete structures*, S. 285–292. Sapporo, Japan: Japan Concrete Institute.

Alsayed, S. H.; Al-Alloum, A.; Almusallam, T. H.; Amjad, M. A. (1999): Concrete Columns Reinforced by Glass Fiber Reinforced Polymer Rods. In: *Proceedings FRPRCS*, S. 103–112. American Concrete Institute ACI.

**Alvarez, M. (1998)**: Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton. Zürich: Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion, Dissertation.

Ando, N.; Matsukawa, H.; Kawamura, M.; Fujii, M.; Miyagawa, T. (1998): Experimental studies on the long-term tensile properties of FRP tendons. In: *Proceedings of the FRAMCOS-3 Fracture Mechanics of Concrete Structures*, S. 1893–1902. Freiburg, Germany.

Ascione, F.; Berardi, V. P.; Feo, L.; Giordano, A. (2008): An experimental study on the long-term behavior of CFRP pultruded laminates suitable to concrete structures rehabilitation. In: *Composites: Part B* 39, S. 1147–1150.

Ascione, L.; Mancusi, G.; Spadea, S. (2010): Flexural behaviour of concrete beams reinforced with GFRP bars. In: *Strain* 46(5), S. 460–469.

**ASTM D7205/7205M-06 (2006)**: Standard Test Method for Tensile Properties of Fiber Reinforced Polymer Matrix Composite Bars. *ASTM International*. West Conshohocken, USA. ASTM International.

**ASTM D7337/D7337M-12 (2012)**: Standard Test Method for Tensile Creep Rupture of Fibre Reinforced Polymer Matrix Composite Bars. *ASTM International*. West Conshohocken, USA. ASTM International.

**Aydin, F.** (2018): Experimental investigation of thermal expansion and concrete strength effects on FRP bars behavior embedded in concrete. In: *Construction and Building Materials* 163, S. 1–8.

**Baena, M.; Torres, L.; Turon, A.; Barris, C. (2009)**: Experimental study of bond behaviour between concrete and FRP bars using a pull-out test. In: *Composites: Part B* 40(8), S. 784–797.

**Banholzer, B.** (2004): Bond behaviour of a multi-filament yarn embedded in a cementitious matrix. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Institut für Bauforschung, Dissertation.

**Banibayat, P.; Patnaik, A. (2015)**: Creep Rupture Performance of Basalt Fiber-Reinforced Polymer Bars. In: *Journal of Aerospace Engineering* 28(3), S. 4014074.

**Baumann, T.; Rüsch, H.** (1970): Schubversuche mit indirekter Krafteinleitung: Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 210*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Bažant, Z. P. (Hg.)** (1988): Mathematical Modelling of Creep and Shrinkage of Concrete. Chichester: John Wiley & Sons.

**Bažant, Z. P.; Baweja, S. (2000)**: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures - Model B3. In: *Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage-Structural Design Effects*, S. 1–83. Farmington Hills (Michigan): American Concrete Institute.

Bažant, Z. P.; Gambarova, P. (1980): Rough Cracks in Reinforced Concrete. In: *Journal of the Structural Division* 106, S. 819–842.

**Bentz, E. C.; Massam, L.; Collins, M. P. (2010)**: Shear Strength of Large Concrete Members with FRP Reinforcement. In: *Journal of Composites for Construction*, S. 637–646.

Bielak, J.; Adam, V.; Hegger, J.; Classen, M. (2019): Shear Capacity of Textile-Reinforced Concrete Slabs without Shear Reinforcement. In: *Applied Sciences* 97, S. 1382.

Bielak, J.; Spelter, A.; Will, N.; Claßen, M. (2018): Verankerungsverhalten textiler Bewehrungen in dünnen Betonbauteilen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 113, S. 515–524.

**Bies, N. S.; Keller, M. L.; Pahn, M. (2019)**: Degradation Behaviour of GFRP Bars in Highly Alkaline Water-saturated Concrete under Sustained Load. In: *Advanced Composites in Construction (ACIC)*, S. 39–44.

**Bischoff, P. H.** (2005): Reevaluation of Deflection Prediction for Concrete Beams Reinforced with Steel and Fiber Reinforced Polymer Bars. In: *Journal of Structural Engineering* 1315, S. 752–767.

**Bischoff, P. H.; Gross, S. P. (2011a)**: Design Approach for Calculating Deflection of FRP-Reinforced Concrete. In: *Journal of Composites for Construction* 154, S. 490–499.

**Bischoff, P. H.; Gross, S. P. (2011b)**: Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature. In: *Journal of Composites for Construction* 153, S. 263–273.

Bochmann, J.; Curbach, M.; Jesse, F. (2018): Carbonbeton unter Druck. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 1131, S. 22–32.

Branson, D. E (1963): Instantaneous and Time-dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams. *Alabama Highway Research, HPR Report No.*7. Auburn, USA: Auburn University, USA.

**Canadian Standards Association CSA (2002)**: CAN/CSA-S806-02 - Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers. Ottawa, Canada. Standards Council of Canada.

**Cavagnis, F. (2017)**: Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models. Lausanne, Schweiz: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Structural Concrete Laboratory, Dissertation.

**CEB Design Manual on Cracking and Deformations (1983)**: CEB Bulletin d'information no. 158-E. *Comité Euro-International du Béton*. Lausanne, Schweiz.

**CEB-FIP Model Code 1990 (1990)**: CEB-FIP Model Code 1990. Bulletin d'Information No. 213-214. *Comité Euro-International du Béton*. London. Thomas Telford Services.

**Choi, K.-K.; Kim, J.-C.; Park, H.-G. (2016)**: Shear Strength Model of Concrete Beams Based on Compression Zone Failure Mechanism. In: *ACI Structural Journal* 113(5).

**CSA S806-12** (2012): Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers. *Canadian Standards Association CSA*.

**DAfStb Heft 525 (2010)**: Erläuterungen zu DIN 1045-1. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 525*. Berlin. Beuth Verlag.

**DAfStb Heft 630 (2018)**: Bemessung nach DIN EN 1992 in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 630*. Berlin. Beuth Verlag.

**Davalos, J. F.; Chen, Y.; Ray, I. (2011)**: Long-term durability prediction models for GFRP bars in concrete environment. In: *Journal of Composite Materials* 46(16), S. 1899–1914.

**DIN 488 (2009)**: Betonstahl. *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**DIN 53768:1990-06 (1990)**: Extrapolationsverfahren für die Bestimmung des Langzeitversagensverhaltens von glasfaserverstärkten Kunststoffen (GFK) [zurückgezogen]. *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**DIN EN 12390-13 (2019)**: Prüfung von Festbeton - Teil 13: Bestimmung des Elastizitätsmoduls unter Druckbelastung (Sekantenmodul). *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**DIN EN 12390-6 (2010)**: Prüfung von Festbeton - Teil 6: Spaltzugfestigkeit von Probekörpern. *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag. **DIN EN 1990 inkl NA:2010, A1:2005, A1:2005/AC:2010 (2010)**: Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung (inkl. Nationaler Anhang). *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**DIN EN 1992-1-1 (2011)**: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbetonund Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010, in Verbindung mit Änderung A1 (2015). *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**DIN EN 1992-1-1/NA (2013)**: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, in Verbindung mit Änderung A1 (2015). *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**DIN EN 206 (2017)**: Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität. *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.* Berlin. Beuth Verlag.

**Dolan, C. W.; Leu, B. L.; Hundley, A.** (**1997**): Creep-rupture of fiber-reinforced-plastics in a concrete environment. In: *Proceedings of the Third International Symposium* (*FRPRCS-3*), S. 187–194. Japan Concrete Institute.

**Domininghaus, H.; Elsner, P.; Eyerer, P.; Hirth, T. (Hg.)** (2012): Kunststoffe - Eigenschaften und Anwendungen. 8. Aufl., Heidelberg: Springer.

**Duda, H. (1991)**: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 419*. Berlin: Beuth Verlag.

**Duranovic, N.; Pilakoutas, K.; Waldron, P. (1997)**: Tests on Concrete Beams Reinforced with Glass Fibre Reinforced Plastic Bars. In: *Proceedings of the 3rd International symposium on non-metallic reinforcement for concrete structures*, S. 479–486.

**Ehrenstein, G. W. (2006)**: Faserverbund-Kunststoffe. *Werkstoffe - Verarbeitung - Eigenschaften.* 2. völlig überarbeitete Auflage, München: Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG.

El Ghadioui, R.; Graubner, C.-A. (2019): Querkrafttragfähigkeit carbonbewehrter Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 11411, S. 827–836.

El Ghadioui, R.; Proske, T.; Tran, N. L.; Graubner, C.-A. (2020): Structural behaviour of CFRP reinforced concrete members under bending and shear loads. In: *Materials and Structures* 533, S. 3.

**El Refai, A.** (2013): Durability and Fatigue of Basalt Fiber-Reinforced Polymer Bars Gripped with Steel Wedge Anchors. In: *Journal of Composites for Construction* 17(6), S. 4013006. Eligehausen, R.; Popov, E.; Bertero, V. (1983): Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars Under Generalized Excitations. Berkeley, USA: University of California at Berkeley, Earthquake Engineering Research Center, Forschungsbericht.

El-Sayed, A. K.; El-Salakawy, E. F.; Benmokrane, B. (2006a): Shear Capacity of High-Strength Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. In: *ACI Structural Journal* 103, S. 383–389.

El-Sayed, A. K.; El-Salakawy, E. F.; Benmokrane, B. (2006b): Shear Strength of FRP-Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement. In: *ACI Structural Journal* 103, S. 235–243.

**Eurocode 2 Commentary (2017)**: Eurocode 2 Commentary. European Concrete Platform ASBL.

**fib Bulletin 40** (2007): FRP reinforcement in RC structures. *Fédération internationale du béton*. Lausanne, Schweiz. International Federation for Structural Concrete.

**fib Model Code 2010 (2013)**: CEB-FIP fib Model Code 2010 for Concrete Structures. *Fédération internationale du béton*. Berlin. Ernst & Sohn.

**Fischer, J.** (1997): Versagensmodell für schubschlanke Balken. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 480.* Berlin: Beuth Verlag.

**Fisker, J.; Hagsten, L. G. (2016)**: Mechanical model for the shear capacity of R/C beams without stirrups: A proposal based on limit analysis. In: *Engineering Structures* 115, S. 220–231.

**Franke, L. (1976)**: Einfluß der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen). *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 268*. Berlin: Ernst & Sohn.

Gambarova, P. G.; Karakoç, C. (1983): A new approach to the analysis of the confinement role in regularly cracking concrete elements. In: *Transactions of the 7th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, S. 251–261.

Gaona, F. A (2003): Characterization of design parameters for fiber reinforced polymer composite reinforced concrete systems. Texas, USA: Texas A & M University, Dissertation.

Gerstle, W.; Ingraffea, E.; Gergeley, P. (1992): Tension Stiffening: A Fracture Mechanics Approach. In: *Bond in Concrete*, S. 97–106. London, UK: Applied Science Publishers.

**Gollwitzer, S.; Rackwitz, R. (1990)**: On the reliability of Daniels Systems. In: *Structural Safety* 229-243.

Görtz, S. (2004): Zum Schubrissverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus Normal- und Hochleistungsbeton. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

Greco, A.; Maffezzoli, A.; Giovanni, C.; Caretto, F. (2014): Mechanical properties of basalt fibers and their adhesion to polypropylene matrices. In: *Composites: Part B* 67, S. 233–238.

**Grimm, R.** (1996): Einfluß bruchmechanischer Kenngrößen auf das Biege- und Schubtragverhalten hochfester Betone. Darmstadt: Technische Hochschule Darmstadt, Institut für Massivbau, Dissertation.

Grube, H. (1991): Ursache des Schwindens von Beton und Auswirkungen auf Betonbauteile. *Schriftenreihe der Zementindustrie Heft 52/1991*. Düsseldorf: Beton-Verlag GmbH.

**Grübl, P.; Weigler, H.; Karl, S. (2001)**: Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften. 2. Aufl., Berlin: Ernst & Sohn.

Guadagnini, M.; Pilakoutas, K.; Waldron, P. (2006): Shear Resistance of FRP RC Beams: Experimental Study. In: *Journal of Composites for Construction*, S. 464–473.

**Gunschmann, W.** (1951): Glas als Baustoff für die Bewehrung von vorgespannten Betonbauteilen. In: *Glas-, Email-, Keramo-Technik GEKT* 8.

Harris, B.; Reiter, H.; Dickson, R.; Adam, T.; Fernando, G. F. (1990): Fatigue behaviour of carbon fibre reinforced plastics. In: *Composites* 21(3), S. 232–242.

Hassan, M.; Benmokrane, B.; ElSafty, A.; Fam, A. (2016): Bond strength durability of BFRP bars in concrete subjected to elevated temperature and alkaline environment. In: *Proceedings of the eighth International Conference on FRP Composites in Civil Engineering*, S. 166–171. The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China.

**Hegger, J.; Görtz, S. (2006)**: Querkraftmodell für Bauteile aus Normalbeton und Hochleistungsbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 101(9), S. 695–705.

Hegger, J.; König, G.; Zilch, K.; Reineck, K.-H.; Görtz, S.; Beutel, R. et al. (1999): Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfesten und hochfesten Beton nach DIN 1045 – Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben DIBt IV 1-5-876/98. 1999.

**Hegger, J. (Hg.) (2012)**: Abschlussbericht des Sonderforschungsbereichs 532 "Textilbewehrter Beton - Grundlagen für die Entwicklung einer neuartigen Technologie". Aachen: RWTH Aachen University.

Heilmann, H. Georg; Hilsdorf, H.; Finsterwalder, K. (1969): Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 203*. Berlin: Ernst & Sohn. Helbig, T.; Rempel, S.; Unterer, K.; Kulas, C.; Hegger, J. (2016): Fuß- und Radwegbrücke aus Carbonbeton in Albstadt-Ebingen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 111, S. 676– 685.

Herbrand, M. (2017): Shear Strength Models for Reinforced and Prestressed Concrete Members. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

Herbrand, M.; Hegger, J. (2017): Querkraftmodell für Bauteile ohne Schubbewehrung unter Druck- und Zugbeanspruchung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 112(11), S. 704–713.

Hillerborg, A. (1983): Analysis of One Single Crack. In: *In: H. Wittmann (Hrsg.): Fracture mechanics of concrete*. Amsterdam: Elsevier.

Hofmann, S.; Proske, T.; Graubner, C.-A. (2020): Verbundverhalten besandeter basaltfaserverstärkter Kunststoffbewehrung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 1157, S. 514–522.

Hofmann, S.; Tran, N. L.; Proske, T.; Graubner, C.-A. (2019): Shear capacity of BFRP reinforced concrete beams without shear reinforcement. In: *Advances in Engineering Materials, Structures and Systems: Innovations, Mechanics and Applications*, S. 1531–1536.

**Holmen, J. O** (**1979**): Fatigue of concrete by constant and variable amplitude loading. Trondheim: University of Trondheim, Dissertation.

**Hughes Brothers, Inc. (2011)**: Glass Fiber Reinforced Polymer (GFRP) Rebar - Aslan 100 series. Seward, USA. Hughes Brothers, Inc.

**Hull, D.; Clyne, T. W** (**1996**): An introduction to composite materials. 2. Aufl., Cambridge: Cambridge University Press.

Hummel, A. (1959): Das Beton-ABC. *Ein Lehrbuch der Technologie des Schwerbetons und des Leichtbetons*. Berlin: Ernst.

Hummel, A.; Wesche, K.; Brand, W. (1962): Der Einfluß der Zementart, des Wasser-Zement-Verhältnisses und des Belastungsalters auf das Kriechen von Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 146*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Imjai, T.; Garcia, R.; Guadagnini, M.; Pilakoutas, K.** (2020): Strength Degradation in Curved Fiber-reinforced Polymer (FRP) Bars Used as Concrete Reinforcements. In: *Polymers* 128.

**Imjai, T.; Guadagnini, M.; Pilakoutas, K.** (2007): Shear Crack Induced Deformation of FRP RC Beams. In: *Proceedings of the 8th International Symposium on Fiver-Reinforced Polymer Reinforcement*. Patras: Griechenland.

**ISB-Bericht 7-10/92 (1992)**: Verbundverhalten blanker und verrosteter, gerippter Bewehrungsstähle. *Institut für Stahlbetonbewehrung e. V.* München. ISB e. V.

Januš, O.; Girgle, F.; Rozsypalová, I.; Kostiha, V.; Bodnárová, L.; Štěpánek, P.; Prokeš, J. (2019): The fatigue behaviour of GFRP bars - experimental study. In: *APP* (*Acta Polytechnica CTU Proceedings*) 22, S. 38–47.

Japan Society of Civil Engineers JSCE (1997): Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Materials. Japan Society of Civil Engineers JSCE.

Japanese Ministry of Construction JMC (1993): Final Report of the Comprehensive Research and Delevopment Project on Effective Use of Advanced Construction Materials (in Japanese). *Japanese Ministry of Construction JMC*. Tokyo, Japan. Ministry of Construction.

Javidmehr, S. (2019): Shear Capacity of Concrete Members under Monotonic and Cyclic Loading. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig, Dissertation.

**Jesse, F.; Curbach, M. (2010)**: Verstärken mit Textilbeton. In: *Beton-Kalender 2010*, S. 457–565. Berlin: Ernst & Sohn.

Jumaa, G. B.; Yousif, A. R. (2019): Size Effect in Shear Failure of High Strength Concrete Beams without Stirrup reinforced with Basalt FRP Bars. In: *KSCE Journal of Civil Engineering* 234, S. 1636–1650.

Kani, G. N. J. (1964): The Riddle of Shear Failure and Its Solution. In: *Journal of the American Concrete Institute* 61-28, S. 441–467.

Keller, M. L.; Schultz-Cornelius, M.; Pahn, M. (2017): Synergistic effects of alkaline environment on the behavior of GFRP bars under sustained load. In: *CDCC 2017 Fifth International Conference on Durability of FRP Composite for Construction and Rehabilitation of Structures*. Querbec, Kanada.

**Khaja, M. N.; Sherwood, E. G. (2013)**: Does the shear strength of reinforced concrete beams and slabs depend upon the flexural reinforcement ratio or the reinforcement strain? In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 4011, S. 1068–1081.

**Kim, C. H.; Jang, H. S. (2014)**: Concrete Shear Strength of Normal and Lightweight Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. In: *Journal of Composites for Construction* 182, S. 4013038.

König, G.; Danielewicz, I. (1994): Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit Erläuterungen zu den Nachweisen gemäß CEB-FIP Model Code 1990. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 439.* Berlin: Beuth Verlag. König, G.; Pommerening, D.; Tue, N. V. (1999): Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 492*. Berlin: Beuth Verlag.

König, G.; Tue, N. V. (1996): Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 466*. Berlin: Beuth Verlag.

König, G.; Tue, N. V.; Schenck, G. (2008): Grundlagen des Stahlbetonbaus. *Einführung in die Bemessung nach DIN 1045-1.* 3. Aufl., Wiesbaden: Springer Vieweg.

**Kordina, K.; Richter, E.** (1988): Untersuchung des Brandverhaltens von Bauteilen, die mit Hochleistungs-Verbund-Elementen (HLV-Elementen) bewehrt sind. Braunschweig: Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (IBMB).

Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U. (2000): Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 498*. Berlin: Ernst & Sohn.

Krips, M. (1985): Rißbreitenbeschränkgung im Stahlbeton und Spannbeton. *Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt - Heft 33*. Darmstadt.

**Krüger, W.; Mertzsch, O.** (2006): Zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 533.* Berlin: Beuth Verlag.

**Kulas, C. Hubert (2013)**: Zum Tragverhalten getränkter textiler Bewehrungselemente für Betonbauteile. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

**Kupfer, H.; Hilsdorf, H. K.; Rüsch, H. (1969)**: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. In: *ACI Journal* 66-52, S. 656–666.

**Kurth, M. Christof** (**2012**): Zum Querkrafttragverhalten von Betonbauteilen mit Faserverbundkunststoff-Bewehrung. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

Leonhardt, F.; Walther, R. (1962): Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 151*. Berlin: Ernst & Sohn.

Lieboldt, M.; Tietze, M.; Schladitz, F. (2018): C<sup>3</sup>-Projekt - Erfolgreiche Partnerschaft für Innovation im Bauwesen. In: *Bauingenieur* 7/8, S. 265–273.

Liu, J. (2008): Untersuchung von Verbundwerkstoffen mit Basalt- und PBO-Faser-Verstärkung. Dresden: Technische Universität Dresden, Institut für Polymerforschung, Dissertation.

**Lorenz, E.** (2014): Endverankerung und Übergreifung textiler Bewehrungen in Betonmatrices: Technische Universität Dresden, Institut für Massivbau, Dissertation.

**Malárics, V. (2011)**: Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch an zylindrischen Betonproben. Karlsruhe: Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation.

Marí, A.; Bairán, J.; Cladera, A.; Oller, E.; Ribas, C. (2015): Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. In: *Structure and Infrastructure Engineering* 11, S. 1399–1419.

Martin, H.; Schießl, P.; Schwarzkopf, M. (1980): Berechnungsverfahren für Rissbreiten aus Lastbeanspruchung. *Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heftreihe Forschung Heft 309*. Bonn: Bundesministerium für Verkehr.

Marx, S.; Grünberg, J.; Hansen, M.; Schneider, S. (2017): Sachstandbericht Grenzzustände der Ermüdung von dynamisch hoch beanspruchten Tragwerken aus Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 618*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Massam, L.** (2001): The Behaviour of GFRP Reinforced Concrete Beams in Shear. Toronto, Kanada: University of Toronto, Department of Civil Engineering, Masterthesis.

Matta, F.; El-Sayed, A. K.; Nanni, A.; Benmokrane, B. (2013): Size Effect on Concrete Shear Strength in Beams Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. In: *ACI Structural Journal* 110, S. 617–628.

Mayer, H. (1967): Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 194*. Berlin: Ernst & Sohn.

Mehmel, A.; Kern, E. (1962): Elastische und plastische Stauchungen von Beton infolge Druckschwell- und Standbelastung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 153.* Berlin: Ernst & Sohn.

Miàs, C.; Torres, L.; Guadagnini, M.; Turon, A. (2015): Short and long-term cracking behaviour of GFRP reinforced concrete beams. In: *Composites Part B: Engineering* 77, S. 223–231.

**Micelli, F.; Nanni, A. (2004)**: Durability of FRP rods for concrete structures. In: *Construction and Building Materials* 18, S. 491–503.

Miner, M. A. (1945): Cumulative damage in fatigue. In: *Journal of Applied Mechanics* 12, S. 159–164.

**Mohamed, H. M.; Benmokrane, B.** (2016): Reinforced Concrete Beams with and without FRP Web Reinforcement under Pure Torsion. In: *Journal of Bridge Engineering* 21(3), S. 4015070.

Morozov, N. N.; Bakunov, V. S.; Morozov, E. N.; Aslanova, L. G.; Granovskii, P. A.; Prokshin, V. V.; Zemlyanitsyn, A. A. (2001): Materials based on basalts from the european north of Russia. In: *Glass and Ceramics* 58, S. 100–104.

**Mörsch, E.** (1908): Der Eisenbetonbau - seine Theorie und Anwendung. 3. Aufl, Stuttgart: Verlag Konrad Wittwer.

Müller, H. S.; Wiens, U. (2018): Beton. In: *Beton-Kalender 2018*, S. 1–171. Berlin: Ernst & Sohn.

Muttoni, A.; Ruiz, M. F.; Cavagnis, F. (2018): Shear in members without transverse reinforcement: from detailed test observations to a mechanical model and simple expressions for codes of practice. In: *fib Bulletin 85: Towards a rational understanding of shear in beams and slabs*, S. 17–32. Fédération Internationale du Béton.

Nakamura, H.; Higai, T. (1995): Evaluation of Shear Strength of Concrete Beams Reinforced with FRP. In: *Concrete Library of JSCE No. 26*.

Nechvatal, D.; Stöckl, S.; Kupfer, H. (1994): Kriechen, Rückkriechen und Dauerstandfestigkeit von Beton bei unterschiedlichem Feuchtegehalt und Verwendung von Portlandzement bzw. Portlandkalksteinzement. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft* 442. Berlin: Ernst & Sohn.

Niewels, J. (2009): Zum Tragverhalten von Betonbauteilen mit Faserverbundkunststoff-Bewehrung. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

Nkurunziza, G.; Benmokrane, B.; Debaiky, A. S.; Masmoudi, R. (2005): Effect of Sustained Load and Environment on Long-Term Tensile Properties of Glass Fiber-Reinforced Polymer Reinforcing Bars. In: *ACI Structural Journal* 102, S. 615–621.

**Noël, M.; Soudki, K.** (2014): Fatigue Behavior of GFRP Reinforcing Bars in Air and in Concrete. In: *Journal of Composites for Construction* 5, S. 4014006.

**Okamoto, T.; Nagasaka, T.; Tanigaki, M.** (**1994**): Shear Capacity of Concrete Beams using FRP Reinforcement. In: *Journal of Structural and Construction Engineering*, S. 127–136.

**Orlowsky, J.** (2005): Zur Dauerhaftigkeit von AR-Glasbewehrung in Textilbeton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 558*. Berlin: Beuth Verlag.

**Orth, F.** (**1992**): Statische und dynamische Eigenschaften von Hochleistungsverbundwerkstoffen: Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Kunststofftechnik, Dissertation.

**Ozel, M.** (2002): Behaviour of Concrete Beams reinforced with 3-D Fiber Reinforced Plastic Grids. Madison, USA: University of Wisconsin, Dissertation.

Palmgren, A. (1924): Die Lebensdauer von Kugellagern. In: Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 58, S. 339–341.

**Park, H.-G.; Kang, S.; Choi, K.-K. (2013)**: Analytical model for shear strength of ordinary and prestressed concrete beams. In: *Engineering Structures* 46, S. 94–103.

**Park, J.-M.; Shin, W.-G.; Yoon, D.-J.** (1999): A study of interfacial aspects of epoxybased composites reinforced with dual basalt and SiC fibres by means of the fragmentation and acoustic emission techniques. In: *Composites Science and Technology* 59, S. 355–370.

Park, S.-J. (2018): Carbon Fibers. 2. Aufl., Singapur: Springer Nature.

**Preinstorfer, P.; Kromoser, B.; Kolleger, J.** (2018): Einflussparameter auf die Spaltrissbildung in Textilbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 113, S. 877–885.

**prEN 1992-1-1-D5:2020 (2020)**: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures. *CEN European Committee for Standardization*. Brüssel, Belgien. CEN.

**Quast, U. (2010)**: Zur Auswahl eines geeigneten Verfahrens für die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug. In: *Bautechnik* 87(7), S. 397–403.

Rasch, C. (1962): Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 154*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Razaqpur, A. G.; Shedid, M.; Isgor, B. (2011)**: Shear Strength of Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Concrete Beams Subject to Unsymmetric Loading. In: *Journal of Composites for Construction* 154, S. 500–512.

Rehm, G. (1961): Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 138*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Rehm, G.; Eligehausen, R.** (1977): Einfluss einer nicht ruhenden Belastung auf das Verbundverhalten von Rippenstählen. In: *Betonwerk- und Fertigteiltechnik* 6, S. 295–299.

**Rehm, G.; Franke, L. (1979)**: Kunstharzgebundene Glasfaserstäbe als Bewehrung im Betonbau. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 304*. Berlin: Wilhem Ernst & Sohn.
Rehm, G.; Franke, L.; Patzak, M. (1979): Zur Frage der Krafteinleitung in kunstharzgebundene Glasfaserstäbe. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 304*. Berlin: Wilhem Ernst & Sohn.

Rehm, G.; Harre, W.; Beul, W. (1986): Schwingfestigkeitsverhalten von Betonstählen unter wirklichkeitsnahen Beanspruchungs- und Umweltbedingungen. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 374*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Reineck, K.-H.** (**1990**): Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauten: Universität Stuttgart, Institut für Massivbau, Dissertation.

Reineck, K.-H.; Kuchma, D. A; Fitik, B. (2012): Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 597.* Berlin: Beuth Verlag.

**Remmel, G. (1992)**: Zum Zugtragverhalten hochfester Betone und seinem Einfluß auf die Querkrafttragfähigkeit von schlanken Bauteilen ohne Schubbewehrung. Darmstadt: Technische Hochschule Darmstadt, Institut für Massivbau, Dissertation.

**Remmel, G. (1994)**: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 444*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Rempel, S.** (2018): Zur Zuverlässigkeit der Bemessung von biegebeanspruchten Betonbauteilen mit textiler Bewehrung. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

**Rempel, S.; Ricker, M. (2017)**: Ermittlung der Materialkennwerte für die Bemessung von textilbewehrten Bauteilen. In: *Bauingenieur* 92, S. 280–288.

**RILEM (1994)**: Recommendations for the testing and use of construction materials. London. E&FN Spon.

**Ritter, L.** (**2013**): Der Einfluss von Querzug auf den Verbund zwischen Beton und Betonstahl. Dresden: Technische Universität Dresden, Institut für Massivbau, Dissertation.

Rizkalla, S.; Lunn, D.; Lucier, G.; Sennour, L.; Gleich, H.; Carson, J. (2013): Innovative use of FRP for sustainable precast structures. In: *Precast Concrete Façade Tectonics Journal* 8, S. 55–63.

**Rubinsky, I. A.; Rubinsky, A. (1954)**: Preliminary Investigation of the Use of Fibre-Glass for Prestressed Concrete. In: *Magazine of Concrete Research* 6(17), S. 71–78.

Ruetz, W. (1966): Das Kriechen des Zementsteins im Beton und seine Beeinflussung durch gleichzeitiges Schwinden. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 183*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Rüsch, H.** (1960): Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. In: *ACI Journal* 57, S. 1–28.

Rüsch, H.; Kordina, K.; Hilsdorf, H. (1962): Der Einfluß des mineralogischen Charakters der Zuschläge auf das Kriechen von Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton -DAfStb Heft 146*. Berlin: Ernst & Sohn.

Rüsch, H.; Kordina, K.; Stöckl, S. (1967): Festigkeit der Biegedruckzone - Vergleich von Prismen- und Balkenversuchen. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 190.* Berlin: Ernst & Sohn.

Rüsch, H.; Sell, R.; Rasch, C.; Grasser, E.; Hummel, A.; Wesche, K.; Flatten, H. (1968): Festigkeit und Verformung von unbewehrtem Beton unter konstanter Dauerlast. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 198.* Berlin: Ernst & Sohn.

Sarkhosh, R.; Walraven, J.; Den Uijl, J. (2015): Shear-critical reinforced concrete beams under sustained loading - Part I: Experiments. In: *HERON* 60(3), S. 181–206.

Sayed-Ahmed, M.; Hajimiragha, B.; Hajimiragha, B.; Mohamed, K.; Benmokrane, B. (2017): Creep rupture and creep behaviour of newly third generation GFRP bars subjected to sustained loads. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Durability of FRP Composites for Construction and Rehabilitation of Structures*. CDCC 2018, Quebec, Canada.

Schaper, G. (1982): Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens von Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangbeanspruchung im ungerissenen und gerissenen Zustand. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 338*. Berlin: Ernst & Sohn.

Schöck Bauteile GmbH (2018): Schöck Combar. Baden-Baden. Schöck Bauteile GmbH.

Schreier, H. W.; Lichtenberger, R. (2003): Kombination von Stereoskopie und digitalen Korrelationsverfahren zur Messung von Kontur, Verformung und Dehnung. In: *T. Luhmann (Hg.): Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik. Beiträge der 2. Oldenburger 3D-Tage*, S. 1–8. Heidelberg: Wichmann-Verlag.

Schürmann, H. (2007): Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden. 2. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer.

Schütze, E.; Curbach, M. (2019): Zur experimentellen Charakterisierung des Verbundverhaltens von Carbonbeton mit Spalten als maßgeblichem Versagensmechanismus. In: *Bauingenieur* 94, S. 133–141.

Seki, H.; Sekijima, K.; Konno, T. (1997): Test method on creep of continuous fiber reinforcing materials. In: *Proceedings of the Third International Symposium (FRPRCS-3)*, S. 195–202. Japan Concrete Institute.

Sen, R.; Mullins, G.; Salem, T. (2002): Durability of E-Glass/Vinylester Reinforcement in Alkaline Solution. In: *ACI Structural Journal* 99(3), S. 369–375. American Concrete Institute ACI.

**Shehata, E.** (**1999**): Fibre-Reinforced Polymer (FRP) for Shear Reinforcement in Concrete Structures. Manitoba, Kanada: University of Manitoba, Department of Civil and Geological Engineering, Dissertation.

Shen, J.-H. (1992): Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft* 432. Berlin: Beuth Verlag.

Sim, J.; Park, C.; Moon, D. Y. (2005): Characteristics of basalt fiber as a strengthening material for concrete structures. In: *Composites: Part B* 36, S. 504–512.

**Sippel, T. M** (2003): Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Betriebsbelastung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 533*. Berlin: Beuth Verlag.

**Spadea, S. (2010)**: Comportamento di elementi di calcestruzzo armato con barre di materiale composito fibrorinforzato. Fisciano, Italien: Universität Salerno, Dissertation.

Spelter, A.; Bergmann, S.; Bielak, J.; Hegger, J. (2019): Long-Term Durability of Carbon-Reinforced Concrete: An Overview and Experimental Investigations. In: *Applied Sciences (MDPI)* 9, S. 1651.

**Spelter, A.; Rempel, S.; Will, N.; Hegger, J.** (2017): Prüfkonzept zur Untersuchung des Dauerstandverhaltens von textilbewehrtem Beton. In: *Bauingenieur* 92, S. 364–369.

Stöckl, S. (1967): Tastversuche über den Einfluß von vorangegangenen Dauerlasten auf die Kurzzeitfestigkeit des Betons. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 196*.
Berlin: Ernst & Sohn.

Stöckl, S. (1981): Versuche zum Einfluß der Belastungshöhe auf das Kriechen des Betons. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 324*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Tepfers, R.** (1979): Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars. In: *Magazine of Concrete Research* 106(31), S. 3–12.

Teschner, R. (2013): Glasfasern. Berlin Heidelberg: Springer Vieweg.

**Tottori, S.; Wakui, H. (1993)**: Shear Capacity of RC and PC Beams using FRP Reinforcement. In: *Proceedings of the International Symposium on Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures*, S. 615–632. Vancouver, Kanada.

**Tran, N. L. (2017)**: A new shear model for fibre-reinforced concrete members without shear reinforcement. In: *Proceedings of the 2017 fib Symposium: High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet*, S. 727–739.

**Tran, N. L. (2018)**: Shear Strength of Slender Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement – A Mechanical Model. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, Institut für Massivbau, Habilitationsschrift.

**Trost, H.** (1967): Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 10/11, 230-238, 261-269.

Tue, N.; König, G. (1992): Calculating the Mean Bond and Steel Stress in Reinforced and Prestressed Concrete Members. In: *Darmstadt Concrete* 6.

Tureyen, A. K.; Frosch, R. J. (2002): Shear Tests of FRP-Reinforced Concrete Beams without Stirrups. In: *ACI Structural Journal* 99, S. 427–434.

**Tureyen, A. K.; Frosch, R. J. (2003)**: Concrete Shear Strength: Another Perspective. In: *ACI Structural Journal* 100-S63, 609-615.

Vecchio, F. J.; Collins, M. P. (1986): The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. In: *ACI Journal* 83-22, S. 219–231.

Veljkovic, A.; Haffke, M. M.; Carvelli, V.; Pahn, M. (2016): Static and fatigue bond behaviour of GFRP bars and concrete. In: *Proceedings of the Eigth International Coference on FRP Composites in Civil Engineering CICE*, S. 143–148. The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China.

**Vořechovský, M.; Chudoba, R. (2006)**: Stochastic modeling of multi-filament yarns: II. Random properties over the length and size effect. In: *International Journal of Solids and Structures* 43(3-4), S. 435–458.

**Voss, S.** (2008): Ingenieurmodelle zum Tragverhalten von textilbewehrtem Beton. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, Dissertation.

**Vu, H. N. (2011)**: Shear Design of Straight and Haunched Concrete Beams without Stirrups. Hamburg: Technische Universität Hamburg-Harburg, Institut für Massivbau, Dissertation.

Wagner, J.; Curbach, M. (2018): Tensile load bearing and bond behaviour of carbon reinforced concrete under cyclic loading. In: *Proceedings of the 5th International fib Congress*. Melbourne, Australia.

Wagner, J.; Spelter, A.; Hegger, J.; Curbach, M. (2020): Ermüdungsverhalten von Carbonbeton unter Zugschwellbelastung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 115, S. 1–10.

Wagner, O. (1958): Das Kriechen unbewehrten Betons. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 131*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Walraven, J. Cornelis** (**1980**): Aggregate interlock: A theoretical and experimental analysis. Technische Universität Delft, Dissertation.

Wang, X.; Shi, J.; Liu, J.; Yang, L.; Wu, Z. (2014): Creep behavior of basalt fiber reinforced polymer tendons for prestressing application. In: *Materials and Design* 59, S. 558–564. Elsevier.

**Wascheidt, H.** (1968): Dauerschwingfestigkeit von Betonstählen im einbetonierten Zustand. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 200*. Berlin: Ernst & Sohn.

**Weber, A.** (2018): Prüfkonzepte für Bewehrungsmaterialien mit zeitabhängigen Widerständen. In: *Bauingenieur* 93, S. 323–330.

Weber, A.; Bacquero, C. W. (2010): New Durability Concept for FRP Reinforcing Bars. In: *Concrete International* 32, S. 49–53.

**Weibull, W.** (1951): A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. In: *Journal of Applied Mechanics* 18, S. 293–307.

Weiser, M. (1983): Erste mit Glasfaser-Spanngliedern vorgespannte Betonbrücke. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 78, S. 36–40.

Wendner, R.; Hubler, M. H.; Bažant, Z. P. (2013): The B4 model for multi-decade creep and shrinkage prediction. In: *Ninth International Conference on Creep, Shrinkage, and Durability Mechanics*, S. 429–436.

Wesche, K. (1993): Baustoffe für tragende Bauteile: Band 2: Beton, Mauerwerk: Herstellung, Eigenschaften, Verwendung, Dauerhaftigkeit. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Wesche, K.; Schrage, I.; vom Berg, W. (1978): Versuche zum Einfluß des Belastungsalters auf das Kriechen von Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft* 295. Berlin: Ernst & Sohn.

Wischers, G. (1978): Aufnahme und Auswirkungen von Druckbeanspruchungen auf Beton. In: *Beton* 28, S. 63–67.

Wischers, G.; Lusche, M. (1972): Einfluß der inneren Spannungsverteilung auf das Tragverhalten von druckbeanspruchtem Normal- und Leichtbeton. In: *Beton* 22, S. 343– 347.

Witten, E. (Hg.) (2014): Handbuch Faserverbundkunststoffe - Composites. *Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen.* 4. Aufl., Wiesbaden: Springer Vieweg.

Wittmann, F.; Zaitsev, J. (1974): Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe bei kurzzeitiger Belastung und Dauerlast. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 232.* Berlin: Ernst & Sohn.

Wulfhorst, B.; Bischoff, T.; Schneider, M. (1998): Textile Fasern. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 488.* Berlin: Beuth Verlag.

**Yamaguchi, T.; Kato, Y.; Nishimura, T.; Uomoto, T.** (**1997**): Creep rupture of FRP rods made of aramid, carbon and glass fibers. In: *Proceedings of the Third Internationsl Symposium (FRPRCS-3)*, S. 179–186. Japan Concrete Institute.

Yang, D.; Zhang, J.; Song, S.; Zhou, F.; Wang, C. (2018): Experimental Investigation on the Creep Property of Carbon Fiber Reinforced Polymer Tendons under High Stress Levels. In: *Materials (MDPI)* 11: 2273.

Ye, L. P.; Feng, P.; Lu, X. Z.; Qian, P.; Lin, L.; Huang, Y. L.; Hu, W. H. (2004): FRP in China: the state of FRP research, design guidelines and application in construction. In: *Proceedings of the second International Conference on FRP Composites in Civil Engine-ering*. Adelaide, Australia: A. A. Balkema Publishers.

**Yost, J. R.; Gross, S. P.; Dinehart, D. W.** (2001): Shear Strength of Normal Strength Concrete Beams Reinforced with Deformed GFRP Bars. In: *Journal of Composites for Construction*, S. 268–275.

**Youssef, T.; El-Gamal, S.; El-Salakawy, E.; Benmokrane, B.** (2008): Experimental Results of Sustained Load (Creep) Tests on FRP Reinforcing Bars for Concrete Structures. In: *Proceedings of the 37th CSCE Annual Conference, Quebec City, Canada.* 

**Zhao, W.; Maruyama, K.** (1995): Shear Behavior of Concrete Beams reinforced by FRP Rods as Longitudinal and Shear Reinforcement. In: *Proceedings of the 2nd International Symposium on Non-Metallic Reinforcement for Concrete Structures*, S. 353–358.

Zilch, K.; Donaubauer, U. (2006): Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 533*. 1. Aufl., Berlin: Beuth Verlag.

Zilch, K.; Zehetmaier, G. (2010): Bemessung im konstruktiven Betonbau. Berlin: Springer.

**Zink, M.** (2000): Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung. Leipzig: Universität Leipzig, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation.

Zintel, M.; Angst, U.; Keßler, S.; Gehlen, C. (2014): Epoxidharzbeschichtete Bewehrung - Neue Erkenntnisse nach zwei Jahrzehnten Praxiserfahrung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 109, S. 3–14.

# Anhang

# ANHANG

Anhang A	Hilfsmittel und Vergleichsrechnungen	233
Anhang A-1:	Standardnormalverteilungstabelle	233
Anhang A-2:	Näherungskurven und Vergleich der Biegeschlankheiten	234
Anhang B	Querkraftdatenbanken	236
Anhang B-1:	Vorbemerkungen	236
Anhang B-2:	Stahlbetonbauteile ohne Querkraftbewehrung	236
Anhang B-3:	FVK-Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung	237
Anhang B-4:	FVK-Betonbauteile mit Querkraftbewehrung	241
Anhang C	Dokumentation der experimentellen Untersuchung	gen . 244
Anhang C-1:	Materialkennwerte der Betone	244
Anhang C-2:	Materialkennwerte der Bewehrung	246
Anhang C-3:	Verbundversuche	251
Anhang C-4:	Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung	253
Anhang C-5:	Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung	269
Anhang C-6:	Bauteilversuche unter zyklischer Dauerbeanspruchung	273

# Anhang A Hilfsmittel und Vergleichsrechnungen

			Zv	weite Nac	hkomma	stelle de	s z-Wert	es		
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4.0	0 99997	0 99997	0 99997	0 99997	0 99997	0 99997	0 99998	0 99998	0 99998	0 99998

# Anhang A-1: Standardnormalverteilungstabelle

#### Anhang A-2: Näherungskurven und Vergleich der Biegeschlankheiten

Nachfolgend werden die Näherungskurven nach Gl. 8-8, Gl. 8-9 und Gl. 8-10 mit den exakt berechneten Biegeschlankheitskurven für FVK-Bewehrung gegenübergestellt.



#### Einfluss der Betonfestigkeitsklasse

## Einfluss der Bruchdehnung der Bewehrung





Einfluss des Belastungsverhältnisses

Einfluss des Verhältnisses aus statischer Nutzhöhe und Bauteilhöhe



# Anhang B Querkraftdatenbanken

#### Anhang B-1: Vorbemerkungen

Versuchsdaten für Bauteile mit FVK-Längsbewehrung und ohne Querkraftbewehrung aus: Massam (2001); Yost et al. (2001); Tureyen und Frosch (2002), El-Sayed et al. (2006a, 2006b), Guadagnini et al. (2006); Niewels (2009); Bentz et al. (2010); Razaqpur et al. (2011), Alam und Hussein (2012, 2013), Khaja und Sherwood (2013); Matta et al. (2013); Ali et al. (2014); Kim und Jang (2014); Bielak et al. (2019); El Ghadioui und Graubner (2019); Jumaa und Yousif (2019); Hofmann et al. (2019)

Versuchsdaten für Bauteile mit Stahllängsbewehrung und ohne Querkraftbewehrung aus: Reineck et al. (2012); El Ghadioui und Graubner (2019)

Versuchsdaten unterliegen folgenden Kriterien:

- $b_{\rm w} = b$
- $b \ge 50 \text{ mm}$
- $h \ge 70 \text{ mm}$
- $f_c \ge 12 \text{ N/mm}^2$
- $\lambda \ge 2,4$
- Größtkorndurchmesser  $a_g$  bekannt
- •

Zur Beschreibung des FVK-Bewehrungstyps gelten folgende Abkürzungen:

Ober	fläche	Faser	material
A:	Profiliert, gerippt	C:	Carbon
B:	Besandet	G:	Glas
C:	Umflochten	B:	Basalt
D:	Umwickelt	A:	Aramid
E:	Aufgerauht		

- F: Verdreht
- G: Textilien mit glatter Oberflächer

#### Datenbank mit Querkraftbewehrung

Die in der Versuchsdatenbank befindlichen Versuchsergebnisse für Betonbauteile mit FVK-Bewehrung und Querkraftbewehrung stammen aus folgenden Literaturquellen:

Tottori und Wakui (1993); Okamoto et al. (1994); Nakamura und Higai (1995); Alsayed et al. (1997); Duranovic et al. (1997); Shehata (1999); Ozel (2002); Imjai et al. (2007); Ahmed et al. (2008); Bentz et al. (2010); Kurth (2012); Niewels (2009); Ahmed et al. (2010a); Zhao und Maruyama (1995); Alkhrdaji et al. (2001); Ascione et al. (2010); Spadea (2010)

#### Anhang B-2: Stahlbetonbauteile ohne Querkraftbewehrung

Quelle	Versuch	b	d	a/d	$f_{\rm cm,cyl}$	a <sub>g</sub>	$\rho_{\rm f}$	Es	$f_{y}$	V <sub>exp</sub>
Quene	versuen	mm	mm	-	N/mm <sup>2</sup>	mm	-	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	kN
Reineck et al. (2012)	n = 551	50 - 3005	65 - 3000	2,5 - 8,0	16,7 - 100,9	2,5 - 51,0	0,00138 - 0,06635	200.000	283 - 1779	7,2 - 1308,4
El Ghadioui & Graubner (2019)	B-V-S-K1	400	172	3,6	52,9	16	0,00987	200.000	550	93,2

Quelle         Versuch         nm         nm         -         Nmm <sup>1</sup> Nmm <sup>2</sup> OberTrikche         Faserryp         Ikk           IFRP-         229         225         4.1         36.3         25.4         001110         40.336         690         BCC         6         38.5           IFRP-         229         225         4.1         36.3         25.4         001101         40.356         690         BCC         6         38.5           PRP         178         225         4.1         36.3         25.4         00120         40.356         690         BCC         6         38.5           2RRP         178         225         4.1         36.3         25.4         01600         40.356         690         BCC         6         440.0           3TRP         229         225         4.1         36.3         25.4         01600         40.356         690         BCC         6         449.5           3TRP         227         225         4.1         36.3         25.4         010180         40.356         690         BCC         6         45.5           STRP         254         224         4.1         36.3			b	d	a/d	$f_{\rm cm, cyl}$	$a_{\rm g}$	$ ho_{ m f}$	$E_{\rm f}$	$f_{t}$			V <sub>exp</sub>
IFRP         229         225         4.1         363         25.4         00.110         0.336         690         BCC         6         38.5           IFRP         229         225         4.1         36.3         25.4         0.0110         0.0336         690         BCC         6         38.5           IFRP         178         225         4.1         36.3         25.4         0.0120         40.336         690         BCC         6         38.5           PRP         178         225         4.1         36.3         25.4         0.0120         40.336         690         BCC         6         40.0           37RP         220         225         4.1         36.3         25.4         0.0160         40.336         690         BCC         6         44.7           47RP         229         225         4.1         36.3         25.4         0.0160         40.336         690         BCC         6         44.7           47RP         227         225         4.1         36.3         25.4         0.0160         40.336         690         BCC         6         45.7           47RPP         229         224         4.1	Quelle	Versuch	mm	mm	-	N/mm²	mm	-	N/mm²	N/mm²	Oberfläche	Fasertyp	kN
IFRP6         220         225         4.1         36.3         25.4         00110         0.336         690         BCC         G         385           IFRP6         220         225         4.1         36.3         25.4         0.1120         0.0336         690         BCC         G         385           IFRP<		1FRPa	229	225	4,1	36,3	25,4	0,01110	40.336	690	B/C	G	39,1
IFRP         129         225         4.1         363         25.4         001110         40.356         690         BC         G         52.5           2FRPa         178         225         4.1         363         25.4         001420         40.336         690         BCC         G         35.0           2HRPb         178         225         4.1         363         25.4         001420         40.336         690         BCC         G         40.0           3RRPa         229         225         4.1         363         25.4         00160         40.336         690         BCC         G         40.0           3RRPb         229         225         4.1         363         25.4         00160         40.336         690         BCC         G         44.5           4RRPb         279         225         4.1         363         25.4         001810         40.336         690         BCC         G         45.5           4RRPb         279         225         4.1         363         25.4         00280         40.336         690         BCC         G         45.5           4RRPb         279         224         4.1		1FRPb	229	225	4,1	36,3	25,4	0,01110	40.336	690	B/C	G	38,5
ParReh         178         225         4.1         36.3         25.4         (0.142)         40.336         690         BCC         G         23.5           ParReh         178         225         4.1         36.3         25.4         (0.142)         40.336         690         BCC         G         32.1           37RPh         229         225         4.1         36.3         25.4         (0.1660         40.336         690         BCC         G         44.0           37RPb         229         225         4.1         36.3         25.4         (0.1660         40.336         690         BCC         G         44.5           37RPb         227         225         4.1         36.3         25.4         (0.1810)         40.336         690         BCC         G         45.5           44RPb         279         225         4.1         36.3         25.4         (0.0270)         40.336         690         BCC         G         45.5           FSRPa         224         4.1         36.3         25.4         (0.0270)         40.336         690         BCC         G         40.35           FSRPa         229         24.4         4.1 </td <td></td> <td>1FRPc</td> <td>229</td> <td>225</td> <td>4,1</td> <td>36,3</td> <td>25,4</td> <td>0,01110</td> <td>40.336</td> <td>690</td> <td>B/C</td> <td>G</td> <td>36,8</td>		1FRPc	229	225	4,1	36,3	25,4	0,01110	40.336	690	B/C	G	36,8
Parene         178         225         4.1         36.3         25.4         0.01420         40.336         690         BCC         G         35.2           Yost et al. (2001)         37RPa         229         225         4.1         36.3         25.4         0.01660         40.336         690         BCC         G         440.0           37RPa         229         225         4.1         36.3         25.4         0.01660         40.336         690         BCC         G         440.0           37RPa         229         225         4.1         36.3         25.4         0.0160         40.336         690         BCC         G         44.7           4RRPb         279         225         4.1         36.3         25.4         0.01810         40.336         690         BCC         G         45.1           5FRPb         224         4.1         36.3         25.4         0.0280         40.33         690         BCC         G         41.8           FFRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         BCC         G         41.8           FFRPb         229         <		2FRPa	178	225	4,1	36,3	25,4	0,01420	40.336	690	B/C	G	28,1
Particle         178         225         4,1         36,3         25,4         001420         40.336         690         B.C         6         440.           3FRPa         229         225         4,1         36,3         25,4         001660         40.336         690         B.C         6         440.           3FRPb         229         225         4,1         36,3         25,4         001660         40.336         690         B.C         6         447.           3FRPb         229         225         4,1         36,3         25,4         001810         40.36         690         B.C         6         447.           4FRPc         279         225         4,1         36,3         25,4         002050         40.336         690         B.C         6         45.           FFRPa         254         224         4,1         36,3         25,4         002050         40.336         690         B.C         6         45.           FFRPc         229         224         4,1         36,3         25,4         002270         40.36         690         B.C         6         41.3           FFRPc         259         224 <td< td=""><td></td><td>2FRPb</td><td>178</td><td>225</td><td>4,1</td><td>36,3</td><td>25,4</td><td>0,01420</td><td>40.336</td><td>690</td><td>B/C</td><td>G</td><td>35,0</td></td<>		2FRPb	178	225	4,1	36,3	25,4	0,01420	40.336	690	B/C	G	35,0
3FRPa         229         225         4.1         363         254         001660         40.336         690         BCC         G         48.6           3FRPC         229         225         4.1         363         25.4         001660         40.336         690         BCC         G         44.7           4FRPa         279         225         4.1         363         25.4         001810         40.336         690         BCC         G         45.7           4FRPb         279         225         4.1         363         25.4         001810         40.336         690         BCC         G         45.7           4FRPb         279         225         4.1         363         25.4         002050         40.336         690         BCC         G         45.1           5FRPb         254         224         4.1         363         25.4         002270         40.336         690         BCC         G         44.5           6FRPa         229         224         4.1         363         25.4         002270         40.336         690         BCC         G         41.3           7021         477         360         3.4 <td></td> <td>2FRPc</td> <td>178</td> <td>225</td> <td>4,1</td> <td>36,3</td> <td>25,4</td> <td>0,01420</td> <td>40.336</td> <td>690</td> <td>B/C</td> <td>G</td> <td>32,1</td>		2FRPc	178	225	4,1	36,3	25,4	0,01420	40.336	690	B/C	G	32,1
3FRPb         229         225         4.1         363         254         001660         40.336         690         BCC         G         44,7           3FRPc         229         225         4.1         363         254         001801         40.336         690         BCC         G         44,7           4FRPa         279         225         4.1         363         254         001810         40.336         690         BCC         G         451           4FRPa         254         224         4.1         363         254         00280         40.336         690         BCC         G         450           5FRPa         254         224         4.1         363         254         002270         40.336         690         BCC         G         451           6FRPb         229         224         4.1         363         254         002270         40.336         690         BCC         G         41.8           6FRPb         229         224         4.1         363         254         002270         40.336         690         BCC         G         41.8           04021         V-G21         457         300		3FRPa	229	225	4,1	36,3	25,4	0,01660	40.336	690	B/C	G	40,0
Yost et al. (2001)         3FRPc         229         225         4.1         36.3         25.4         0.01800         40.336         690         BCC         G         4438           4FRPb         279         225         4.1         36.3         25.4         0.01810         40.336         690         BCC         G         45.9           4FRPb         279         225         4.1         36.3         25.4         0.0280         40.336         690         BCC         G         45.1           5FRPa         254         224         4.1         36.3         25.4         0.0280         40.336         690         BCC         G         45.5           6FRPc         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         BCC         G         45.1           6FRPc         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         BCC         G         41.8           V-G1-1         457         360         3.4         397         19         0.00270         47.34         60         37.57         53         A         G         12.5         V-A-		3FRPb	229	225	4,1	36,3	25,4	0,01660	40.336	690	B/C	G	48,6
Hord al. (2001)         4FRPa         279         225         4.1         363         254         001810         40.336         690         BCC         G         4459           4FRPc         279         225         4.1         363         254         001810         40.336         690         BCC         G         459           4FRPc         279         225         4.1         363         254         00280         40.336         690         BCC         G         450           5FRP         254         224         4.1         363         254         00280         40.36         690         BCC         G         4456           6FRP         229         224         4.1         363         254         002270         40.336         690         BCC         G         443.5           Free         229         224         4.1         363         254         002270         40.336         690         BCC         G         413.5           Free         229         224         4.1         363         254         002270         40.336         690         BCC         G         413.5           V-G1-2         457         360 </td <td>Vost et al. (2001)</td> <td>3FRPc</td> <td>229</td> <td>225</td> <td>4,1</td> <td>36,3</td> <td>25,4</td> <td>0,01660</td> <td>40.336</td> <td>690</td> <td>B/C</td> <td>G</td> <td>44,7</td>	Vost et al. (2001)	3FRPc	229	225	4,1	36,3	25,4	0,01660	40.336	690	B/C	G	44,7
4FRPb         279         225         4.1         36.3         25.4         001810         40.336         690         B.C.         G         45.9           4FRPc         279         225         4.1         36.3         25.4         001810         40.336         690         B.C.         G         45.7           FRPb         254         224         4.1         36.3         25.4         002050         40.336         690         B.C.         G         45.6           5FRPc         254         224         4.1         36.3         25.4         002270         40.336         690         B.C.         G         41.3           6fRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         002270         40.336         690         B.C.         G         41.3           7.021         457         360         3.4         39.7         19         000960         47.76         593         A         G         64         14.3           V-C1-1         457         360         3.4         42.6         19         001920         47.51         63.3         A         G         12.0         12.4         A         17.0      <	1 0st et al. (2001)	4FRPa	279	225	4,1	36,3	25,4	0,01810	40.336	690	B/C	G	43,8
4FRPc         279         225         4.1         363         254         00.0150         40.336         690         BCC         G         46.1           SFRPA         254         224         4.1         363         254         00.0250         40.336         690         BCC         G         35.1           SFRPE         254         224         4.1         363         25.4         00.0250         40.336         690         BCC         G         46.5           GRPP         229         224         4.1         363         25.4         00.0270         40.336         690         BCC         G         41.8           GRPP         229         224         4.1         363         25.4         00.0270         40.336         690         BCC         G         41.81           V-G1-         457         360         3.4         40.3         19         00.0960         47.576         593         A         G         137.6           V-G1-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.51         60         A         172.0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223 </td <td></td> <td>4FRPb</td> <td>279</td> <td>225</td> <td>4,1</td> <td>36,3</td> <td>25,4</td> <td>0,01810</td> <td>40.336</td> <td>690</td> <td>B/C</td> <td>G</td> <td>45,9</td>		4FRPb	279	225	4,1	36,3	25,4	0,01810	40.336	690	B/C	G	45,9
FRPa         254         224         4.1         36.3         254         0.02050         40.336         690         B.C         G         37.7           SFRPb         254         224         4.1         36.3         25.4         0.02050         40.336         690         B.C         G         4.66           GFRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C         G         43.5           GFRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C         G         43.5           Guadapini et al.         407.61-1         457         360         3.4         39.7         19         0.00960         37.576         593         A         G         94.7           V-G1-2         457         360         3.4         42.3         19         0.00960         37.576         593         A         G         152.6           V-A-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.91         1420         -         A         177.5           Guadapini et al.(2006)		4FRPc	279	225	4,1	36,3	25,4	0,01810	40.336	690	B/C	G	46,1
SFRPb         254         224         4.1         36.3         25.4         0.02050         40.336         690         B.C.         G         4.1           GFRPa         224         224         4.1         36.3         25.4         0.0220         40.336         690         B.C.         G         4.43           GFRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C.         G         4.18           GFRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C.         G         41.8           V-G1-1         457         360         3.4         399         19         0.00960         40.541         607         B.C.         G         41.7           V-G1-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         45.11         607         B.C         G         17.0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41.4         20         0.0123         45.00         75         593         A         G         77.5         G         77		5FRPa	254	224	4,1	36,3	25,4	0,02050	40.336	690	B/C	G	37,7
FRPc         24         24         4.1         36.3         25.4         0.02050         40.336         690         B.C         G         46.5           6FRPb         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C         G         41.3           6FRPc         229         224         4.1         36.3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C         G         41.3           V-G1-1         457         360         3.4         39.7         19         0.00960         47.091         1420         -         A         114.8           V-G2-1         457         360         3.4         42.3         19         0.01920         47.091         1420         -         A         114.8           V-G1-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.091         1420         -         A         177.0           Guadagnini et al.(2006)         GB43         150         223         3.4         14.4.6         20         0.01710         134.000         986         B         C         124.5           GN-1.7 <t< td=""><td></td><td>5FRPb</td><td>254</td><td>224</td><td>4,1</td><td>36,3</td><td>25,4</td><td>0,02050</td><td>40.336</td><td>690</td><td>B/C</td><td>G</td><td>51,0</td></t<>		5FRPb	254	224	4,1	36,3	25,4	0,02050	40.336	690	B/C	G	51,0
6FRPa         229         224         4,1         36,3         25,4         002270         40,336         690         BrC         G         43,5           6FRPb         229         224         4,1         36,3         25,4         002270         40,336         690         BrC         G         41,8           6FRPc         229         224         4,1         36,3         25,4         002270         40,336         690         BrC         G         41,8           Forseh         0.0006         37,56         593         A         G         94,7         V-A-1         457         360         3,4         42,3         19         000960         40,541         607         BrC         G         137,0           V-A-2         457         360         3,4         42,5         19         001920         40,541         607         BrC         G         137,0           V-A-2         457         360         3,4         42,6         19         001920         47,01         142,0         -         A         17,0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3,4         43,6         00         001710         42,		5FRPc	254	224	4,1	36,3	25,4	0,02050	40.336	690	B/C	G	46,6
6FRPb         229         224         4,1         36.3         25.4         0.02270         4.336         690         B.C<         G         4.18           6FRPc         229         224         4,1         36,3         25.4         0.02270         40.336         690         B.C         G         143.3           V-G1-1         457         360         3.4         39.9         19         0.00960         47.51         140         -         A         114.8           V-G2-1         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.51         60         157.6         593         A         G         157.0           V-G2-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.91         1420         -         A         17.0           V-G2-2         457         360         3.4         42.6         19         0.0120         37.57         593         A         G         67.17         20         326         3.1         43.6         20         0.01730         14200         F64         B         G         77.5           GN-17         250         326         3.1		6FRPa	229	224	4,1	36,3	25,4	0,02270	40.336	690	B/C	G	43,5
6fRpc         229         224         4,1         36.3         25.4         0.00270         40.336         690         B.C         G         41,3           V-G1-1         457         360         3.4         39.7         19         0.00960         40.514         607         B.C         G         198,1           V-G1-1         457         360         3.4         40.3         19         0.00960         47.091         1420         -         A         114.8           V-G1-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.01         1420         -         A         16         152.6           V-A-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.01         142.0         -         A         17.0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41.4         20         0.01730         154.00         8B         C         124.5           GN-17         250         326         3.1         43.6         20         0.01710         12.00         754         B         G         175.5           CH-1.7         250<		6FRPb	229	224	4,1	36,3	25,4	0,02270	40.336	690	B/C	G	41,8
V-G1-1         457         360         3.4         39.7         19         0.00960         40.541         607         B/C         G         108.1           Tureyen & Frosch (202)         V-G2-1         457         360         3.4         40.3         19         0.00960         47.576         593         A         G         94.7           V-G1-2         457         360         3.4         42.3         19         0.01920         47.576         593         A         G         157.6         593         A         G         177.0         A         177.0         250         326         3.1         43.6         20         0.01720         134.000         786         B         C         124.5         G         174.5         130.0         130.00         769         B         C         130.0         130.00         170         135.000         769         B         C         130.0		6FRPc	229	224	4,1	36,3	25,4	0,02270	40.336	690	B/C	G	41,3
V-G2-1         457         360         3.4         399         19         0.00960         37.576         593         A         G         94,7           Tureyen & Frosch (2002)         V-A1-1         457         360         3.4         40.3         19         0.00960         47.091         1420         -         A         114.8           V-G1-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.091         1420         -         A         114.8           V-G2-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.091         1420         -         A         17.0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41.6         20         0.01283         45.000         765         E         G         27.2           CN-1.7         250         326         3.1         43.6         20         0.01710         142.000         754         B         G         174.9           GN-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         155.00         769         B         C         174.9		V-G1-1	457	360	3,4	39,7	19	0,00960	40.541	607	B/C	G	108,1
Tureyen & Frosch (2002)         V-A-1         457         360         3.4         40.3         19         0.00960         47.091         1420         -         A         114.8           V-G1-2         457         360         3.4         42.3         19         0.01920         45.41         607         B/C         G         137.0           V-G2-2         457         360         3.4         42.6         19         0.01920         47.091         1420         -         A         117.0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41.4         20         0.0120         45.000         765         E         G         27.2           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41.4         20         0.01710         42.000         765         E         G         77.5           GN-17         250         326         3.1         63.0         10         0.01710         45.000         769         B         C         174.0           GN-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         15.00         75         B         G		V-G2-1	457	360	3,4	39,9	19	0,00960	37.576	593	А	G	94,7
Integen & Prosch (2002)         V-G1-2         457         360         3.4         42,3         19         0.01920         40.541         607         B/C         G         137,0           V-G2-2         457         360         3.4         42,6         19         0.01920         37.576         593         A         G         152,0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41,4         20         0.01283         450,00         765         E         G         27,2           CN-1.7         250         326         3.1         43,6         20         0.01710         42.000         754         B         G         77,5           CN-1.7         250         326         3.1         63,0         10         0.01710         42.000         754         B         G         87,0           GH-1.7         250         326         3.1         63,0         10         0.00200         135.000         769         B         C         174,0           GH-2.2         250         326         3.1         63,0         10         0.00200         135.000         769         B         C         174,0	Transar & Errach (2002)	V-A-1	457	360	3,4	40,3	19	0,00960	47.091	1420	-	А	114,8
V-G2-2         457         360         3.4         42,6         19         0,01920         37.576         593         A         G         152,6           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41,4         20         0,01230         45.000         765         E         G         27,2           Guadagnini et al. (2006a)         GB43         150         223         3.4         41,6         20         0,01720         134.000         986         B         C         124,5           GN-1.7         250         326         3.1         43,6         20         0,01710         42.000         754         B         G         77,5           GN-1.7         250         326         3.1         63,0         10         0,01710         13.000         769         B         C         130,0           GH-1.7         250         326         3.1         63,0         10         0,02200         13.000         769         B         C         174,0           GH-2.2         250         326         3.1         63,0         10         0,02200         13.000         153         B         C         174,5	Tureyen & Frosch (2002)	V-G1-2	457	360	3,4	42,3	19	0,01920	40.541	607	B/C	G	137,0
V-A-2         457         360         3.4         42,6         19         0,01920         47.091         1420          A         177,0           Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41,4         20         0,01283         45.000         765         E         G         27.2           CN-1.7         250         326         3.1         43,6         20         0,01701         13.000         765         E         G         7.2           El-Sayed et al. (2006a)         GR-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0,01710         12.000         754         B         G         7.300           GH-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0,01710         12.000         754         B         G         87.0           GH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0,02200         15.00         769         B         C         174.0           GH-2.2         250         326         3.1         50.0         20         0,00200         754         B         G         60         75.5         G <t< td=""><td></td><td>V-G2-2</td><td>457</td><td>360</td><td>3,4</td><td>42,6</td><td>19</td><td>0,01920</td><td>37.576</td><td>593</td><td>А</td><td>G</td><td>152,6</td></t<>		V-G2-2	457	360	3,4	42,6	19	0,01920	37.576	593	А	G	152,6
Guadagnini et al. (2006)         GB43         150         223         3.4         41.4         20         0.01283         45.000         765         E         G         27.2           El-Sayed et al. (2006a)         CN-1.7         250         326         3.1         43.6         20         0.01720         134.000         986         B         C         124.5           GN-1.7         250         326         3.1         43.6         20         0.01710         135.000         769         B         C         124.5           GN-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.01710         135.000         769         B         C         130.0           GH-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         135.000         769         B         C         174.0           GH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         125.00         754         B         G         715.5           CN-1         250         326         3.1         44.6         20         0.01204         12.000         754         B         G         715.5		V-A-2	457	360	3,4	42,6	19	0,01920	47.091	1420	-	А	177,0
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	Guadagnini et al. (2006)	GB43	150	223	3,4	41,4	20	0,01283	45.000	765	Е	G	27,2
EI-Sayed et al. (2006a)         GN-1.7         250         326         3.1         43.6         20         0.01710         42.000         754         B         G         7.75           CH-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.01710         135.000         769         B         C         130,0           GH-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.01710         42.000         754         B         G         87.0           CH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         135.000         769         B         C         174.0           GH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         42.000         754         B         G         174.0           GN-1         250         326         3.1         50.0         20         0.00870         128.000         15.36         B         C         174.0           GN-1         250         326         3.1         44.6         20         0.0120         42.000         754         B         G         6         175.5           GN-2		CN-1.7	250	326	3,1	43,6	20	0,01720	134.000	986	В	С	124,5
El-Sayed et al. (2006a)         CH-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.01710         135.000         769         B         C         130.0           GH-1.7         250         326         3.1         63.0         10         0.01710         42.000         754         B         G         87.0           CH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         135.000         769         B         C         174.0           GH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0.02200         42.000         754         B         G         115.5           CN-1         250         326         3.1         50.0         20         0.00870         38.000         16.8         G         70.5           CN-2         250         326         3.1         44.6         20         0.0120         42.000         754         B         G         60.0           CN-2         250         326         3.1         44.6         20         0.0170         134.000         986         B         C         124.5           GN-3         250         326		GN-1.7	250	326	3,1	43,6	20	0,01710	42.000	754	В	G	77,5
El-Sayed et al. (2006a)         GH-1.7         250         326         3,1         63,0         10         0,01710         42.000         754         B         G         87,0           CH-2.2         250         326         3,1         63,0         10         0,02200         135,000         769         B         C         174,0           GH-2.2         250         326         3,1         63,0         10         0,02200         42.000         754         B         G         115,5           GH-1.7         250         326         3,1         50,0         20         0,00870         150,00         1536         B         C         174,0           GN-1         250         326         3,1         50,0         20         0,00870         153.000         1636         B         C         174,0           GN-1         250         326         3,1         44,6         20         0,0120         42.000         754         B         G         60,0           CN-2         250         326         3,1         43,6         20         0,0170         42.000         754         B         G         75           GN-3         250		CH-1.7	250	326	3,1	63,0	10	0,01710	135.000	769	В	С	130,0
CH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0,02200         135.000         769         B         C         174.0           GH-2.2         250         326         3.1         63.0         10         0,02200         42.000         754         B         G         115,5           GN-1         250         326         3.1         50.0         20         0,00870         128.000         1.536         B         C         77,5           GN-1         250         326         3.1         50.0         20         0,00870         39.000         608         B         C         104,0           GN-2         250         326         3.1         44.6         20         0,0120         134.000         986         B         C         104,0           GN-3         250         326         3.1         43.6         20         0,01720         134.000         986         B         C         124,5           GN-3         250         326         3.1         43.6         20         0,01720         134.000         986         B         C         124,5           Niewels (2009)         Q-C-2L         300 <t< td=""><td>EI-Sayed et al. (2006a)</td><td>GH-1.7</td><td>250</td><td>326</td><td>3,1</td><td>63,0</td><td>10</td><td>0,01710</td><td>42.000</td><td>754</td><td>В</td><td>G</td><td>87,0</td></t<>	EI-Sayed et al. (2006a)	GH-1.7	250	326	3,1	63,0	10	0,01710	42.000	754	В	G	87,0
GH-2.2         250         326         3,1         63,0         10         0,02200         42.000         754         B         G         115,5           El-Sayed et al. (2006b)         CN-1         250         326         3,1         50,0         20         0,00870         128.000         1.536         B         C         77,5           GN-1         250         326         3,1         50,0         20         0,00870         39.000         608         B         C         70,5           CN-2         250         326         3,1         44,6         20         0,01220         42.000         754         B         G         60,0           CN-3         250         326         3,1         44,6         20         0,01720         134.000         986         B         C         124,5           GN-3         250         326         3,1         43,6         20         0,01710         42.000         754         B         G         77,5           Q-C-31         300         411         3,0         41,8         8         0,03251         43.968         480         B/C         G         140,0           Q-C-5L         300		CH-2.2	250	326	3,1	63,0	10	0,02200	135.000	769	В	С	174,0
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		GH-2.2	250	326	3,1	63,0	10	0,02200	42.000	754	В	G	115,5
GN-1         250         326         3,1         50.0         20         0,00870         39.000         608         B         G         70,5           CN-2         250         326         3,1         44,6         20         0,01240         134.000         986         B         C         104,0           GN-2         250         326         3,1         44,6         20         0,01240         134.000         986         B         C         104,0           GN-3         250         326         3,1         44,6         20         0,01220         42.000         754         B         G         60,0           CN-3         250         326         3,1         43,6         20         0,01710         142.000         754         B         G         77,5           Miewels (2009)         Q-C-2L         300         441         3,0         41,8         8         0,03647         62.587         1.000         A         G         140,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         12,0           Bentz et al. (2010)         450		CN-1	250	326	3,1	50,0	20	0,00870	128.000	1.536	В	С	77,5
El-Sayed et al. (2006b)         CN-2         250         326         3.1         44.6         20         0.01240         134.000         986         B         C         104.0           GN-2         250         326         3.1         44.6         20         0.01220         42.000         754         B         G         60.0           CN-3         250         326         3.1         43.6         20         0.01720         134.000         986         B         C         124,5           GN-3         250         326         3.1         43.6         20         0.01710         42.000         754         B         G         77,5           Misewels (2009)         Q-C-2L         300         441         3.0         41.8         8         0.03647         62.587         1.000         A         G         140.0           Q-C-5L         300         404         3.7         27.9         8         0.03981         62.587         1.000         A         G         142.0           Q-C-5L         300         404         3.7         27.9         8         0.03981         62.587         1.000         A         G         12.0           Q-		GN-1	250	326	3,1	50,0	20	0,00870	39.000	608	В	G	70,5
El-Sayed et al. (2006b)         GN-2         250         326         3.1         44.6         20         0,01220         42.000         754         B         G         60,0           CN-3         250         326         3.1         43,6         20         0,01720         134.000         986         B         C         124,5           GN-3         250         326         3.1         43,6         20         0,01710         42.000         754         B         G         77,5           Miewels (2009)         Q-C-2L         300         441         3.0         41.8         8         0,03647         62.587         1.000         A         G         140,0           Q-C-3L         300         412         3.2         43,3         8         0,03253         43.968         480         B/C         G         149,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27.9         8         0,0391         62.587         1.000         A         G         12,0           M05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,00510         37,000         397         C         G         63,0           M05-0		CN-2	250	326	3,1	44,6	20	0,01240	134.000	986	В	С	104,0
CN-3         250         326         3,1         43,6         20         0,01720         134,000         986         B         C         124,5           GN-3         250         326         3,1         43,6         20         0,01710         42.000         754         B         G         77,5           Miewels (2009)         Q-C-2L         300         411         3,0         41,8         8         0,03647         62.587         1.000         A         G         140,0           Q-C-5L         300         412         3,2         43,3         8         0,03253         43,968         480         B/C         G         149,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         112,0           M05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,0050         37.00         397         C         G         63,0           M05-0         450         438         3,5         35,0         10         0,0050         37.00         397         C         G         64,0           M05-0         450         455	EF-Sayed et al. (2006b)	GN-2	250	326	3,1	44,6	20	0,01220	42.000	754	В	G	60,0
GN-3         250         326         3,1         43,6         20         0,01710         42.000         754         B         G         77,5           Niewels (2009)         Q-C-2L         300         441         3,0         41,8         8         0,03647         62.587         1.000         A         G         140,0           Q-A-3L         300         412         3,2         43,3         8         0,03253         43.968         480         B/C         G         140,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         112,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         112,0           L05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,00510         37.000         397         C         G         86,0           Bentz et al. (2010)         S05-0         450         194         3,9         35,0         10         0,00230         37.000         397         C         G         54,5           L20-		CN-3	250	326	3,1	43,6	20	0,01720	134.000	986	В	С	124,5
Niewels (2009)         Q-C-2L         300         441         3,0         41,8         8         0,03647         62.587         1.000         A         G         140,0           Q-A-3L         300         412         3,2         43,3         8         0,03253         43.968         480         B/C         G         149,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         112,0           L05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,00510         37.000         397         C         G         135,0           M05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,00510         37.000         397         C         G         86,0           S05-0         450         194         3,9         35,0         10         0,0050         37.000         397         C         G         54,5           L20-0         450         857         3,6         36,0         10         0,02360         37.000         397         C         G         138,0           S20-0         450 <t< td=""><td></td><td>GN-3</td><td>250</td><td>326</td><td>3,1</td><td>43,6</td><td>20</td><td>0,01710</td><td>42.000</td><td>754</td><td>В</td><td>G</td><td>77,5</td></t<>		GN-3	250	326	3,1	43,6	20	0,01710	42.000	754	В	G	77,5
Niewels (2009)         Q-A-3L         300         412         3,2         43,3         8         0,03253         43.968         480         B/C         G         149,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03253         43.968         480         B/C         G         149,0           Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         112,0           L05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,00510         37.000         397         C         G         135,0           M05-0         450         438         3,5         35,0         10         0,00550         37.000         397         C         G         86,0           S05-0         450         194         3,9         35,0         10         0,00260         37.000         397         C         G         54,5           L20-0         450         857         3,6         36,0         10         0,02360         37.000         397         C         G         138,0           S20-0         450         <		Q-C-2L	300	441	3,0	41,8	8	0,03647	62.587	1.000	А	G	140,0
Q-C-5L         300         404         3,7         27,9         8         0,03981         62.587         1.000         A         G         112,0           L05-0         450         937         3,3         46,0         10         0,00510         37.000         397         C         G         135,0           M05-0         450         438         3,5         35,0         10         0,00550         37.000         397         C         G         86,0           S05-0         450         194         3,9         35,0         10         0,00550         37.000         397         C         G         86,0           S05-0         450         194         3,9         35,0         10         0,00260         37.000         397         C         G         54,5           L20-0         450         857         3,6         36,0         10         0,02230         37.000         397         C         G         232,0           M20-0         450         405         3,8         35,0         10         0,02540         37.000         397         C         G         74,0           B1         300         200         3,5	Niewels (2009)	Q-A-3L	300	412	3,2	43,3	8	0,03253	43.968	480	B/C	G	149,0
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		Q-C-5L	300	404	3,7	27,9	8	0,03981	62.587	1.000	А	G	112,0
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		L05-0	450	937	3.3	46.0	10	0.00510	37.000	397	С	G	135.0
Bentz et al. (2010)         S05-0         450         194         3.9         35,0         10         0,00660         37.000         474         C         G         54,5           L20-0         450         194         3.9         35,0         10         0,00660         37.000         474         C         G         54,5           L20-0         450         857         3,6         36,0         10         0,02230         37.000         397         C         G         232,0           M20-0         450         405         3,8         35,0         10         0,02360         37.000         397         C         G         138,0           S20-0         450         188         4,0         35,0         10         0,02540         37.000         397         C         G         74,0           B1         300         200         3,5         52,3         12,5         0,00350         114.000         1.500         B         C         64,0           B2         300         300         3,5         52,3         12,5         0,00320         114.000         1.500         B         C         64,0           B3         300		M05-0	450	438	3.5	35.0	10	0,00550	37.000	397	Č	G	86.0
Bentz et al. (2010)         Internet in the internet intere internet intere internet internet internet intere internet inter	<b>.</b>	S05-0	450	194	3.9	35.0	10	0.00660	37.000	474	C	G	54.5
M20-0         450         405         3,8         35,0         10         0,02360         37.000         397         C         G         138,0           S20-0         450         188         4,0         35,0         10         0,02360         37.000         397         C         G         138,0           S20-0         450         188         4,0         35,0         10         0,02360         37.000         397         C         G         138,0           B1         300         200         3,5         52,3         12,5         0,00350         114.000         1.500         B         C         64,0           B2         300         300         3,5         52,3         12,5         0,00320         114.000         1.500         B         C         64,0           B2         300         300         3,5         52,3         12,5         0,00320         114.000         1.500         B         C         64,0           B3         300         400         3,5         52,3         12,5         0,00300         114.000         1.500         B         C         65,0           B4         300         500         3,5	Bentz et al. (2010)	L20-0	450	857	3.6	36.0	10	0,02230	37.000	397	C	G	232.0
S20-0         450         188         4,0         35,0         10         0,02540         37.000         397         C         G         74,0           B1         300         200         3,5         52,3         12,5         0,00350         114.000         1.500         B         C         64,0           B2         300         300         3,5         52,3         12,5         0,00350         114.000         1.500         B         C         64,0           B2         300         300         3,5         52,3         12,5         0,00320         114.000         1.500         B         C         64,0           B3         300         400         3,5         52,3         12,5         0,00320         114.000         1.500         B         C         61,0           B4         300         500         3,5         52,3         12,5         0,00300         114.000         1.500         B         C         68,0           B5         300         400         6,5         52,3         12,5         0,00300         114.000         1.500         B         C         51,0           B6         300         400         6,0		M20-0	450	405	3.8	35.0	10	0,02360	37.000	397	C	G	138.0
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		S20-0	450	188	4.0	35.0	10	0,02540	37.000	397	C	G	74.0
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		B1	300	200	3.5	52.3	12.5	0,00350	114.000	1.500	В	С	64.0
B3       300       400 $3,5$ $52,3$ $12,5$ $0,00300$ $114.000$ $1.500$ B       C $55,0$ B4       300       500 $3,5$ $52,3$ $12,5$ $0,00300$ $114.000$ $1.500$ B       C $55,0$ B4       300       500 $3,5$ $52,3$ $12,5$ $0,00280$ $114.000$ $1.500$ B       C $68,0$ B5       300       400 $6,5$ $52,3$ $12,5$ $0,00300$ $114.000$ $1.500$ B       C $68,0$ B6       300       400 $6,0$ $52,3$ $12,5$ $0,00300$ $114.000$ $1.500$ B       C $62,0$		B2	300	300	3,5	52,3	12.5	0,00320	114.000	1.500	В	C	61.0
B4         300         500         3,5         52,3         12,5         0,00280         114.000         1.500         B         C         68,0           B5         300         400         6,5         52,3         12,5         0,00280         114.000         1.500         B         C         68,0           B6         300         400         6,0         52,3         12,5         0,00300         114.000         1.500         B         C         51,0	<b>D</b>	B3	300	400	3.5	52,3	12,5	0,00300	114.000	1.500	В	C	55.0
B5         300         400         6,5         52,3         12,5         0,00300         114.000         1.500         B         C         51,0           B6         300         400         6,0         52,3         12,5         0,00300         114.000         1.500         B         C         51,0	Razaqpur et al. (2011)	B4	300	500	3,5	52.3	12,5	0,00280	114.000	1.500	В	C	68.0
B6 300 400 6,0 52,3 12,5 0,00300 114.000 1.500 B C 62,0		B5	300	400	6,5	52,3	12,5	0,00300	114.000	1.500	В	C	51.0
		B6	300	400	6,0	52,3	12,5	0,00300	114.000	1.500	В	С	62,0

Anhang B-3: FVK-Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung

		b	d	a/d	$f_{\rm cm}$ cyl	a "	$\rho_{\rm f}$	$E_{\rm f}$	f,			Vern
Quelle	Versuch	mm	mm	-	N/mm <sup>2</sup>	mm	-	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	Oberfläche	Fasertyp	kN
	G350-70	250	291	2.5	64.0	20	0.00870	46.300	786	В	G	75.6
	G500-70	250	442	2,5	72,7	20	0,01250	48.200	751	В	G	116,1
	G650-70	300	578	2,5	72,7	20	0,01370	48.200	751	В	G	155,2
Alam & Hussein (2012)	C-350-70	250	310	2,5	64,0	20	0,00420	136.000	1.798	В	С	71,6
	C500-70	250	449	2,5	72,7	20	0,00690	144.000	1.899	В	С	100,4
	C650-70	300	594	2,5	72,7	20	0,00650	144.000	1.899	В	С	146,1
	G-350	250	305	2,5	39,0	20	0,00860	47.250	769	В	G	61,0
	C-350	250	310	2,5	43,8	20	0,00420	132.000	1.748	В	С	77,2
	G-500	250	440	2,5	36,7	20	0,00900	47.250	769	В	G	129,4
	C-500	250	460	2,5	33,8	20	0,00450	132.000	1.748	В	С	64,6
Alam & Hussein (2013)	G-650	300	584	2,5	36,3	20	0,00910	47.250	769	В	G	112,9
	C-650	300	594	2,5	41,6	20	0,00430	132.000	1.748	В	С	138,5
	G-800	300	734	2,4	41,0	20	0,00900	47.250	769	В	G	111,2
	C-800	300	744	2,4	41,0	20	0,00400	132.000	1.748	В	С	155,7
	S1-0.12-1A	457	883	3,1	29,5	19	0,00585	41.000	476	B/D	G	154,1
	S1-0.12-2B	457	883	3,1	29,6	19	0,00585	41.000	483	В	G	151,4
	S3-0.12-1A	114	292	3,1	32,1	19	0,00602	43.200	849	B/D	G	19,2
	S3-0.12-2A	114	292	3,1	32,1	19	0,00602	43.200	849	B/D	G	17,9
	S6-0.12-1A	229	146	3,1	59,7	19	0,00602	43.200	849	B/D	G	28,6
	S6-0.12-2A	229	146	3,1	32,1	19	0,00602	43.200	849	B/D	G	36,9
Matta et al. (2013)	S6-0.12-3A	229	146	3,1	32,1	19	0,00602	43.200	849	B/D	G	26,3
	S1-0.24-1A	457	880	3,1	29,5	19	0,01171	41.000	476	B/D	G	220,7
	S1-0.24-2B	457	880	3,1	30,7	19	0,01171	41.000	483	В	G	212,7
	S3-0.24-1B	114	292	3,1	40,6	19	0,01162	48.200	751	В	G	22,0
	S3-0.24-2B	114	292	3,1	40,6	19	0,01162	48.200	751	В	G	20,6
	S6-0.24-1B	229	146	3,1	40,6	19	0,01162	48.200	751	В	G	33,0
	S6-0.24-2B	229	146	3,1	40,6	19	0,01162	48.200	751	В	G	32,5
	MB-1	400	250	3,0	50,4	10	0,00570	47.500	730	-	G	56,0
	MB-1 R	400	250	3,0	50,4	10	0,00570	47.500	730	-	G	87,0
	MB-2	400	250	3,0	48,4	10	0,00860	47.500	730	-	G	74,0
	MB-2 R	400	250	3,0	48,4	10	0,00860	47.500	730	-	G	79,5
	MB-3	400	250	3,0	50,4	10	0,01140	47.500	730	-	G	85,5
	MB-3 R	400	250	3,0	50,4	10	0,01140	47.500	730	-	G	102,0
	MB-4	400	250	3,0	50,4	10	0,01710	47.500	730	-	G	107,5
	MB-4 R	400	250	3,0	50,4	10	0,01710	47.500	730	-	G	103,5
	MB-5	400	250	3,0	50,5	10	0,02280	47.500	730	-	G	115,0
	MB-5 R	400	250	3,0	50,5	10	0,02280	47.500	730	-	G	116,0
Kahja & Sherwood (2013)	MB-6	400	250	3,0	49,4	10	0,00860	47.500	730	-	G	77,5
	MB-6 R	400	250	3,0	49,4	10	0,00860	47.500	730	-	G	84,5
	MB-7	400	250	4,0	49,6	10	0,01140	47.500	730	-	G	89,0
	MB-7 R	400	250	4,0	49,6	10	0,01140	47.500	730	-	G	87,5
	MB-8	400	250	6,0	48,7	10	0,01710	47.500	730	-	G	89,0
	MB-8 R	400	250	6,0	48,7	10	0,01710	47.500	730	-	G	85,0
	MB-9	400	250	8,0	47,2	10	0,02280	47.500	730	-	G	82,5
	MB-9 R	400	250	8,0	47,2	10	0,02280	47.500	730	-	G	81,5
	MB-10	400	247	3,0	50,5	10	0,04100	51.900	675	-	G	135,0
	MB-10 R	400	247	3,0	50,5	10	0,04100	51.900	675	-	G	134,5
	MB-11	400	247	8,0	46,8	10	0,04100	51.900	675	-	G	97,5

		b	d	a/d	f om out	a "	ρf	Ef	f,			Vara
Quelle	Versuch	-			5 cm,cyi	g	7 1	1		Oberfläche	Fasertyp	слр
-		mm	mm	-	N/mm <sup>2</sup>	mm	-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>			kN
	C-2.5-R1-1	200	215,5	2,5	30,0	20	0,00331	146.200	2.130	D	С	34,4
	C-2.5-R2-1	150	215,5	2,5	30,0	20	0,00441	146.200	2.130	D	С	26,9
	C-2.5-R2-2	150	215,5	2,5	30,0	20	0,00441	146.200	2.130	D	С	21,6
	C-2.5-R3-1	150	213,5	2,5	30,0	20	0,00791	147.900	2.023	D	С	26,5
	C-2.5-R3-2	150	213,5	2,5	30,0	20	0,00791	147.900	2.023	D	С	24,2
	C-3.5-R1-1	200	215,5	3,5	30,0	20	0,00331	146.200	2.130	D	С	24,8
	C3.5-R1-2	200	215,5	3,5	30,0	20	0,00331	146.200	2.130	D	С	32,3
	C-3.5-R2-1	150	215,5	3,5	30,0	20	0,00441	146.200	2.130	D	С	22,6
	C-3.5-R2-2	150	215,5	3,5	30,0	20	0,00441	146.200	2.130	D	С	29,9
	C-3.5-R3-1	150	213,5	3,5	30,0	20	0,00791	147.900	2.023	D	С	31,1
	C-3.5-R3-2	150	213,5	3,5	30,0	20	0,00791	147.900	2.023	D	С	26,8
Kim & Jang (2014)	C-4.5-R1-1	200	215,5	4,5	30,0	20	0,00331	146.200	2.130	D	С	25,5
	C4.5-R1-2	200	215,5	4,5	30,0	20	0,00331	146.200	2.130	D	С	26,1
Größtkorndurchmesser	C-4.5-R2-1	150	215,5	4,5	30,0	20	0,00441	146.200	2.130	D	С	25,4
nicht angegeben	C-4.5-R2-2	150	215,5	4,5	30,0	20	0,00441	146.200	2.130	D	С	22,6
	C-4.5-R3-1	150	213,5	4,5	30,0	20	0,00791	147.900	2.023	D	С	27,1
Prüfkörperform zur	C-4.5-R3-2	150	213,5	4,5	30,0	20	0,00791	147.900	2.023	D	С	28,0
Ermittlung der	G-2.5-R1-1	200	215,5	2,5	30,0	20	0,00331	48.200	980	D	G	24,7
Druckfestigkeit des Betons	G-2.5-R2-1	150	215,5	2,5	30,0	20	0,00441	48.200	980	D	G	24,0
nicht angegeben	G-2.5-R2-2	150	215,5	2,5	30,0	20	0,00441	48.200	980	D	G	23,3
	G-2.5-R3-1	150	213,5	2,5	30,0	20	0,00791	49.100	941	D	G	25,4
Annahme: $f_{\rm c} = f_{\rm cm, cyl}$	G-2.5-R3-2	150	213,5	2,5	30,0	20	0,00791	49.100	941	D	G	27,6
Annahme: $a_{g} = 20 \text{ mm}$	G-3.5-R1-1	200	215,5	3,5	30,0	20	0,00331	48.200	980	D	G	24,9
_	G3.5-R1-2	200	215,5	3,5	30,0	20	0,00331	48.200	980	D	G	27,7
	G-3.5-R2-1	150	215,5	3,5	30,0	20	0,00441	48.200	980	D	G	19,9
	G-3.5-R2-2	150	215,5	3,5	30,0	20	0,00441	48.200	980	D	G	21,0
	G-3.5-R3-1	150	213,5	3,5	30,0	20	0,00791	49.100	941	D	G	17,7
	G-3.5-R3-2	150	213,5	3,5	30,0	20	0,00791	49.100	941	D	G	19,9
	G-4.5-R1-1	200	215,5	4,5	30,0	20	0,00331	48.200	980	D	G	18,2
	G4.5-R1-2	200	215,5	4,5	30,0	20	0,00331	48.200	980	D	G	20,3
	G-4.5-R2-1	150	215,5	4,5	30,0	20	0,00441	48.200	980	D	G	17,3
	G-4.5-R2-2	150	215,5	4,5	30,0	20	0,00441	48.200	980	D	G	15,9
	G-4.5-R3-1	150	213,5	4,5	30,0	20	0,00791	49.100	941	D	G	19,1
	G-4.5-R3-2	150	213,5	4,5	30,0	20	0,00791	49.100	941	D	G	20,8
	G1-SNR1	200	252	2,6	41,4	9,5	0,00714	58.000	1.043	D/F	В	54,5
	G1-MNR1	200	452	2,6	41,4	9,5	0,00706	58.000	1.043	D/F	В	62,8
	G1-LNR1	200	635	2,6	41,4	9,5	0,00708	58.000	1.043	D/F	В	72,1
	G2-SHR1	200	252	2,6	71,9	9,5	0,00714	58.000	1.043	D/F	В	67,0
	G2-MHR1	200	452	2,6	71,9	9,5	0,00706	58.000	1.043	D/F	В	77,7
Jumaa & Yousif (2019)	G2-LHR1	200	635	2,6	71,9	9,5	0,00708	58.000	1.043	D/F	В	96,4
5 unimu ca 1 00001 (2017)	G3-SHR2	200	252	2,6	71,9	9,5	0,01070	58.000	1.043	D/F	В	87,0
	G3-MHR2	200	435	2,6	71,9	9,5	0,01030	58.000	1.043	D/F	В	97,1
	G3-LHR2	200	635	2,6	71,9	9,5	0,01080	58.000	1.043	D/F	В	119,2
	G4-SHR3	200	234	2,6	71,9	9,5	0,02690	58.000	1.043	D/F	В	107,3
	G4-MHR3	200	408	2,6	71,9	9,5	0,02650	58.000	1.043	D/F	В	140,6
	G4-LHR3	200	602	2,6	71,9	9,5	0,02610	58.000	1.043	D/F	В	169,5

		b	d	a/d	$f_{\rm cm, cyl}$	a <sub>g</sub>	$\rho_{\rm f}$	$E_{\rm f}$	$f_{t}$			V <sub>exp</sub>
Quelle	Versuch	mm	mm	-	N/mm <sup>2</sup>	mm	-	N/mm²	N/mm²	Oberfläche	Fasertyp	kN
	V01B	150	150	5,0	33,0	16	0,00368	62.000	1.375	B/C	В	12,2
	V02B	150	150	3,5	36,0	16	0,00368	62.000	1.375	B/C	В	13,3
Hofmann et al. $(2010)$	V04B	150	150	3,5	39,0	16	0,00736	62.000	1.375	B/C	В	15,4
Hormann et al. (2019)	V06B	150	150	3,5	39,0	16	0,00193	62.000	1.375	B/C	В	10,7
	V07B	150	150	3,5	39,0	16	0,00386	62.000	1.375	B/C	В	11,5
	V09B	150	150	3,5	59,5	16	0,01104	62.000	1.375	B/C	В	23,8
	B-V-C1	400	170,7	3,6	64,4	16	0,00308	135.121	1.891	А	С	64,1
	B-V-C2	400	171,1	3,6	64,4	16	0,00307	135.121	1.891	А	С	60,2
El Chadiqui & Graubnar (2010)	B-V-C3	400	172,3	3,6	64,4	16	0,00305	135.121	1.891	А	С	66,9
El Giladioul & Graubiler (2019)	A-V-C1	500	78,5	4,0	52,9	16	0,00270	105.862	1.393	G	С	29,7
	A-V-C2	500	82,2	4,0	52,9	16	0,00258	105.862	1.393	G	С	27,2
	A-V-C3	500	81,0	4,0	52,9	16	0,00262	105.862	1.393	G	С	30,8
	BGN-02	200	219	3,1	28,5	19	0,00520	52.315	860	B/C	G	25,9
$\Delta F$ at al. (2014)	BGN-05	200	217	3,1	28,5	19	0,00930	56.715	920	B/C	G	35,6
All et al. (2014)	BGH-02	200	219	3,1	49,1	19	0,00520	52.315	860	B/C	G	29,8
	BGH-05	200	217	3,1	49,1	19	0,00930	56.715	920	B/C	G	37,1
	C3-1-12-1	198	121	5,9	106,2	4	0,00509	108.616	1.429	G	С	21,9
	C3-1-12-2	200	118	6,1	106,2	4	0,00521	108.616	1.429	G	С	21,0
	C3-1-12-3	199	120	6,0	106,2	4	0,00514	108.616	1.429	G	С	14,6
Bielak et al. (2019)	C3-2-12-1	199	121	4,0	101,1	4	0,00507	108.616	1.429	G	С	27,3
	C3-2-12-2	200	121	4,0	101,1	4	0,00505	108.616	1.429	G	С	35,2
Angaben zur Bewehrung	C3-2-12-3	200	122	4,0	101,1	4	0,00503	108.616	1.429	G	С	20,6
beruhen auf der	C3-3-12-1	199	126	4,8	108,9	4	0,00489	108.616	1.429	G	С	20,7
aufsummierten	C3-3-12-2	200	121	5,0	108,9	4	0,00505	108.616	1.429	G	С	16,6
Faserquerschnittsfläche	C3-3-12-3	200	116	5,2	108,9	4	0,00527	108.616	1.429	G	С	21,4
	C3-1-8-1	200	76	6,3	106,2	4	0,00536	108.616	1.429	G	С	16,9
Da das gleiche CFK-Textil	C3-1-8-2	200	79	6,1	106,2	4	0,00516	108.616	1.429	G	С	14,8
verwendet wurde, erfolgte	C3-1-8-3	201	77	6,2	106,2	4	0,00525	108.616	1.429	G	С	15,9
eine Umrechnung auf die	C3-2-8-1	200	77	5,2	101,1	4	0,00532	108.616	1.429	G	С	14,4
Kompositquerschnitts-	C3-2-8-2	199	79	5,0	101,1	4	0,00516	108.616	1.429	G	С	15,9
fläche	C3-2-8-3	199	71	5,6	101,1	4	0,00577	108.616	1.429	G	С	14,6
	C3-3-8-1	200	77	4,1	108,9	4	0,00527	108.616	1.429	G	С	17,6
	C3-3-8-2	200	77	4,1	108,9	4	0,00527	108.616	1.429	G	С	20,0
	C3-3-8-3	198	77	4,2	108,9	4	0,00534	108.616	1.429	G	С	20,4

Onelle	Versuch	Material	q	$b_{w}$	h	d	a/d	$\rho_1$	$E_{\mathrm{fl}}$	$ ho_{ m w}$	$E_{\mathrm{fw}}$	$f_{ii}$	$f_{ m fw,exp}$	$E_{ m cm}$	$f_{ m cm,cyl}$	$V_{exp}$
		l/w	mm	mm	mm	mm	ī	I	N/mm <sup>2</sup>	I	N/mm <sup>2</sup>	$N/mm^2$	$N/mm^2$	$N/mm^2$	$N/mm^2$	kΝ
1 of al (2006)	SC-9.5-2	S/C	750	180	700	600	3,33	0,0117	200.000	0,0026	130.000	1.538	<i>486</i>	29.566	42,0	376
1 CI AI. (2000)	SC-9.5-3	S/C	750	180	700	600	3,33	0,0117	200.000	0,0039	130.000	1.538	68 <i>L</i>	27.329	35,0	440
	SG-9.5-2	S/G	750	180	700	600	3,33	0,0117	200.000	0,0026	45.000	664	387	23.084	40,0	259
d et al. (2010a)	SG-9.5-3	S/G	750	180	700	600	3,33	0,0117	200.000	0,0039	45.000	664	387	22.348	41,0	337
	SG-9.5-4	S/G	750	180	700	600	3,33	0,0117	200.000	0,0053	45.000	664	387	18.861	34,0	416
	BMI	G/G		178	330	279	2,69	0,0230	40.000	0,0052	40.000	717	717	28.644	24,1	82
	BM II	G/G	ı	178	330	279	2,69	0,0230	40.000	0,0039	40.000	717	717	28.644	24,1	71
uaji ci ai. (2001)	BMV	G/G	ı	178	330	279	2,69	0,0230	40.000	0,0052	40.000	717	717	29.030	25,2	81
	BM VI	G/G	ı	178	330	279	2,69	0,0119	40.000	0,0039	40.000	717	717	29.030	25,2	53
at at al (1007)	B1	G/G	ı	200	360	310	3,23	0,0138	36.000	0,0021	42.000	565	I	27.504	36,0	69
	B2	G/G	ı	200	360	309	2,36	0,0128	43.000	0,0040	42.000	565	I	27.556	36,0	109
	I.1.2.3.4.5	G/G		150	200	170	4,12	0,0062	46.000	0,0028	46.000	970	970	27.085	20,0	21
	П.1.2.3.4.5	G/G		150	200	170	4,12	0,0154	46.000	0,0028	46.000	970	026	27.085	20,0	29
(0010). Sandan (0010)	III.1.2.3.4.5	G/G	ı	150	200	170	4,12	0,0062	46.000	0,0028	46.000	970	970	29.099	25,4	24
$(z_{010})$ , $z_{010}$	IV.1.2.3.4.5	G/G	ı	150	200	170	4,12	0,0154	46.000	0,0028	46.000	970	026	29.099	25,4	33
	V.1.2.3.4.5	C/C	I	150	200	170	4,12	6800'0	115.000	0,0028	115.000	2.000	2.000	27.085	20,0	39
	VII.1.2.3.4.5	C/C	ı	150	200	170	4,12	6800'0	115.000	0,0028	115.000	2.000	2.000	29.099	25,4	40
	L05-1	G/G	ı	450	1000	937	3,26	0,0051	37.000	0,0009	40.800	760	-	30.786	46,0	237
ntz et al. (2010)	L20-1	G/G	ı	450	1000	857	3,56	0,0223	37.000	0,0009	40.800	760	I	27.658	36,0	500
	M20-1	G/G	ı	450	500	405	3,77	0,0236	37.000	0,0009	40.800	760	-	27.329	35,0	154
oric at al (1007)	GB 11	G/G	ı	150	250	220	3,49	0,0131	45.000	0,0035	45.000	1.000	400	28.879	40,0	49
	GB 12	G/G	I	150	250	220	2,33	0,0131	45.000	0,0035	45.000	1.000	400	28.879	40,0	67
	TB 1B	G/G	I	150	250	219	3,50	0,0122	60.000	0,0024	28.000	720	I	31.972	50,0	40
	TB 2B	G/G	ı	150	250	219	3,50	0,0122	60.000	0,0037	28.000	720	I	31.972	50,0	66
ai et al. (2007)	TB 3B	G/G	ı	150	250	219	3,50	0,0122	60.000	0,0018	28.000	720	-	31.972	50,0	37
	TB 4B	G/G	ı	150	250	220	3,49	0,0130	45.000	0,0036	28.000	720	I	31.972	50,0	59
	TB 5B	G/G	ı	150	250	220	3,49	0,0130	45.000	0,0048	28.000	720	ı	31.972	50,0	67

ng

-HO	17 autorited	Material	q	$b_{w}$	Ч	<i>d d</i>	p/u	$\rho_1$	$E_{\mathrm{fl}}$	$\rho_{w}$	$E_{\mathrm{fw}}$	$f_{ii}$	$f_{\mathrm{fw,exp}}$	$E_{ m cm}$	$f_{\rm cm, cvl}$	V <sub>exp</sub>
Autorio -	V CISUCII	l/w	mm	mm	mm	mm	ı	1	$N/mm^2$	ı	N/mm <sup>2</sup>	$N/mm^2$	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN
	S1AN-1.3-2	G/G	400	105	650	566	3,53	0,0812	59.000	0,0120	56.200	I	382	27.700	38,0	427
	S2AN-0.8-3	G/G	400	100	650	566	3,53	0,0852	59.000	0,0075	56.200	I	382	25.600	34,0	332
	S2AN-2.3-4	G/G	400	100	650	566	3,53	0,0852	59.000	0,0226	56.200	I	382	24.700	34,0	486
	S3AH-1.3-6	G/G	400	100	650	556	3,60	0,1157	59.000	0,0126	56.200	-	382	35.200	82,0	571
	S4AH-0.8-7	G/G	400	100	650	556	3,60	0,1157	59.000	0,0075	56.200	-	382	25.500	42,0	326
	S4AH-2.3-8	G/G	400	100	650	556	3,60	0,1157	59.000	0,0226	56.200	-	382	26.000	43,0	544
	S5BN-1.3-10	G/G	400	100	650	572	3,50	0,0844	62.600	0,0126	57.000	I	770	27.200	43,0	439
	S6BN-0.8-11	G/G	400	100	650	572	3,50	0,0844	62.600	0,0075	57.000	-	770	24.600	30,0	302
	S6BN-2.3-12	G/G	400	100	650	572	3,50	0,0844	62.600	0,0226	57.000	-	770	25.200	31,0	448
Kurth (2012)	S7BH-1.3-14	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0126	57.000	-	770	33.300	76,0	626
	S8BH-0.8-15	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0075	57.000	-	770	33.400	73,0	439
	S8BH-2.3-16	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0226	57.000	-	770	31.200	70,0	581
	S9CN-1.3-18	G/G	400	100	650	572	3,50	0,0844	62.600	0,0126	63.400	-	611	25.900	38,0	410
	S10CN-0.7-19	G/G	400	100	650	572	3,50	0,0844	62.600	0,0074	63.400	-	611	23.200	32,0	304
	S10CN-2.2-20	G/G	400	100	650	572	3,50	0,0844	62.600	0,0223	63.400	I	611	25.200	34,0	484
	S11CH-0.4-21	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0045	63.400	I	611	33.300	68,0	374
	S11CH-1.3-22	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0126	63.400	-	611	32.000	71,0	621
	S12CH-0.7-23	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0074	63.400	-	611	31.400	73,0	441
	S12CH-2.2-24	G/G	400	100	650	561	3,57	0,1147	62.600	0,0223	63.400	-	611	30.000	74,0	742
	GG05-10	G/G	-	200	300	250	3,00	0,0161	29.400	0,0035	31.400	828	I	27.461	35,0	83
Mahamura und Hicai (1005)	GG10-10	G/G	-	200	300	250	3,00	0,0161	29.400	0,0035	31.400	828	I	26.795	33,0	100
(CCCI) IN ALL A MIN A	GG05-20	G/G	-	200	300	250	3,00	0,0161	29.400	0,0018	31.400	828	I	27.395	35,0	56
	GG10-20	G/G	I	200	300	250	3,00	0,0161	29.400	0,0018	31.400	828	I	27.395	35,0	66
	Q-C-1L	G/G	-	300	545	441	3,02	0,0365	62.600	0,0025	30.559	ı	322	28.800	48,0	252
	Q-C-1R	G/G	-	300	545	441	3,02	0,0365	62.600	0,0054	30.559	ı	322	28.800	48,0	362
	Q-C-2R	G/G	-	300	545	441	3,02	0,0365	62.600	0,0038	30.559		322	25.100	43,0	240
Niewels (2009)	Q-A-3R	G/G	I	300	500	412	3,16	0,0325	44.000	0,0030	48.996	862	524	25.100	43,0	301
	Q-A-4L	G/G	ı	300	500	412	3,16	0,0325	44.000	0,0014	48.996	862	524	27.300	47,0	220
	Q-A-4R	G/G	ı	300	500	412	3,16	0,0325	44.000	0,0024	48.996	862	524	27.300	47,0	266
	Q-C-5R	G/G	ı	300	500	404	3,71	0,0398	62.600	0,0011	52.472	ı	1.200	23.000	29,0	250
Okamoto et al. (1994)	AC0512M	ı	ı	250	289	239	2,51	0,0362	60.760	0,0050	112.700	902	ı	27.421	35,0	159
Ozel (2002)	FRP 1	G/G	ı	203	305	254	.0	0,0222	40.800	0,0041	40.800	760	289	29.111	41,0	106
Shehata (1000)	CC-3	C/C	600	135	560	470	3,19	0,0125	137.000	0,0036	137.000	1.730	860	31.972	50,0	305
υπομαία (ττττ)	CG-3	C/G	600	135	560	470	3,19	0,0125	137.000	0,0107	41.000	640	346	31.972	50,0	305

Versuch
l/w mm m
- A/C - 2:
- C/G - 2
- C/G -
- C/A -
- C/C -
- C/A -
- A/A -
- A/C -
- C/C -
- C/C -
- C/C
- C/C
- C/C
- A/A
- C/A
- C/A
- C/C
- C/A .
- C/C -
No. 10 C/G .
No. 14 C/C
No. 16 C/G
No. 18 C/G
No. 19 C/G

# Anhang C Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

#### Anhang C-1: Materialkennwerte der Betone

#### Festigkeiten

Die Druckfestigkeiten der Betone für die Bauteilversuche wurden in einer genormten Prüfmaschine an unterschiedlichen Prüfkörpern sowie bei unterschiedlichem Betonalter ermittelt. Die auf die einaxiale Betondruckfestigkeit umgerechneten Ergebnisse sind in Tabelle 4-2 für Kurzzeitbeanspruchung sowie Abbildung 5-1 bei abweichendem Betonalter dargestellt. Die Umrechnungsfaktoren können Abbildung 2-2 entnommen werden. Die Zugfestigkeit wurde anhand von Spaltzugfestigkeitsprüfungen an Würfeln ermittelt und mit dem Faktor  $f_{ctm} = 0.9 f_{ct,sp,cube}$  umgerechnet.

#### Elastizitätsmoduln

Neben den Festigkeitskennwerten wurden Untersuchungen zum Elastizitätsmodul der Betone durchgeführt. Dieser wurde ebenfalls für beide Betone zu unterschiedlichen Zeitpunkten bestimmt. Insgesamt kamen zur experimentellen Bestimmung des Elastizitätsmoduls drei Verfahren zum Einsatz, deren Ergebnisse eine gute Übereinstimmung aufwiesen. Zum einen wurde eine konventionelle Bestimmung des Elastizitätsmoduls mit entsprechendem Prüfschema nach DIN EN 12390-13 (2019) durchgeführt. Zum anderen konnte der Elastizitätsmodul auch aus den Kriechversuchen zurückgerechnet werden. Die nachfolgende Abbildung zeigt die experimentell ermittelten Elastizitätsmoduln der Betone.



Abbildung C - 1 Elastizitätsmoduln der Betone

# Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und Querdehnzahl

Des Weiteren wurden Versuche an Betonzylindern durchgeführt, die mit Dehnungsmessstreifen (DMS) in vertikaler und radialer Richtung präpariert wurden. Da die DMS das Nachbruchverhalten nicht oder nur in geringem Maße erfassen können, wurden vier weitere induktive Wegaufnehmer (IWA) eingesetzt. Durch diesen Versuchsaufbau konnten die Spannungs-Dehnungs-Linien, die Querdehnzahl sowie das Nachbruchverhalten analysiert werden. Dabei sind je Prüfzylinder drei vertikale und zwei radiale DMS appliziert worden. Die Messwerte der IWA wurden so umgerechnet, dass die Maximalwerte aus DMS und IWA übereinander liegen. Vor dem Erreichen der Druckfestigkeit werden die Ergebnisse aus den DMS angesetzt. Im Nachbruchbereich sind die Werte aus den IWA dargestellt. Die nachfolgenden Abbildungen zeigen den Versuchsaufbau (inkl. Bruchbild) sowie die ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und Querdehnzahlen der Betone. Alle Messwerte zeigten eine gute Übereinstimmung mit den prognostizierten Werten nach DIN EN 1992-1-1 (2011).



Abbildung C - 2 Versuchsaufbau zur Ermittlung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen



Abbildung C - 3 Spannungs-Dehnungs-Linien und Querdehnzahlen der Betone

#### Kriechen

Die durchgeführten Kriechversuche wurden in Abschnitt 5.2 ausführlich beschrieben.

# Anhang C-2: Materialkennwerte der Bewehrung

# **Textile CFK-Bewehrung**

#### **Basisparameter**

Hersteller:	solidian GmbH	
Bezeichnung:	GRID Q95/95-CCE-38-E1	
Fasern:	Kohlenstoff	
Tränkung:	Epoxidharz	
Maschenweite:	38 mm	
Faservolumenverhältnis:	44 %	
Querschnittsfläche:	Faserquerschnittsfläche	
	3,62 mm <sup>2</sup> (Herstellerangabe)	
	Kompositquerschnittsfläche a	aus Tauchwägung
	8,16 mm²	
Zugfestigkeit:	Mittelwert:	1.393 N/mm <sup>2</sup>
Standardabweichung:	132 N/mm²	
Elastizitätsmodul:	Mittelwert:	105.862 N/mm <sup>2</sup>
Standardabweichung:	3.475 N/mm <sup>2</sup>	
Bruchdehnung:	Mittelwert:	13,15 ‰

Strukturelle Beschaffenheit



Abbildung C - 4 Strukturelle Beschaffenheit der verwendeten CFK-Textilien

<u>Nahaufnahmen</u>



Abbildung C - 5Nahaufnahmen der verwendeten CFK-TextilienPrüfkörperherstellung zur Durchführung von Zugversuchen:

Zur Durchführung der Zugversuche wurden verschiedene Versuchsaufbauten untersucht. Das Grundprinzip verfolgt den Ansatz, den aus dem Gelege herausgetrennten Faserstrang in Kettrichtung in zwei Ankerhülsen im Randbereich zu verkleben. Untersucht wurden unter anderem Kunststoff- und Stahlhülsen, Einfluss der freien und verankerten Länge, Herstellung in horizontaler und vertikaler Position sowie verschiedene Vergussmaterialien. Dabei haben sich insbesondere einfach herzustellende Anker aus sogenannten Rohrdoppelnippeln mit passendem Schraubfitting bewährt, die bereits über ein Gewinde verfügen. Als Vergussmaterial wurde in der Regel ein Methacrylatharz mit kurzer Erhärtungszeit verwendet. Die Faserstränge in Querrichtung wurden im Verankerungsbereich entfernt.



Abbildung C - 6 Beispielhafter Prüfkörper für Zugversuche an CFK-Textilien (hier in horizontaler Ausrichtung mit eingebohrten Einfülllöchern)

#### Ergebnisse der Zugversuche

Die Zugversuche wurden in Anlehnung an ASTM D7205/7205M-06 (2006) weggesteuert durchgeführt. Dabei wurde bis zum Erreichen von etwa 60 % der Bruchspannung die Dehnungen mittels Extensometer gemessen. Die Werte wurden bis zur Bruchspannung linear extrapoliert. Die Ergebnisse beziehen sich stets auf den mittels Tauchwägung bestimmten Kompositquerschnitt. Die freie Länge der ausgewerteten Versuche betrug  $L_F = 200$  mm. Die Ergebnisse können Abbildung 4-3 entnommen werden. An den Spannungs-Dehnungs-Linien ist auch der sogenannte Seilreckeffekt erkennbar. Bei geringer Beanspruchung ist der Elastizitätsmodul aufgrund der gewellten Form der Fasern geringfügig niedriger. Mit steigender Beanspruchung und damit auch mit steigendem Streckungsgrad erhöht sich der Elastizitätsmodul, bis dieser einen nahezu konstanten Wert erreicht.

## **CFK-Stäbe**

<u>Basisparameter</u>		
Hersteller:	ThyssenKrupp Carbon Con	nponents GmbH
Bezeichnung:	C4R-10	
Fasern:	Kohlenstoff	
Tränkung:	Epoxidharz	
Faservolumenverhältnis:	68 %	
Durchmesser/Fläche:	Innendurchmesser:	
	8,39 mm $\rightarrow$ $A = 5$	5,3 mm²
	Außendurchmesser:	
	9,87 mm $\rightarrow$ $A = 7$	6,5 mm²
	Mittlerer Durchmesser aus	Tauchwägung:
	9,45 mm $\rightarrow$ $A = 7$	0,1 mm²
Zugfestigkeit:	Mittelwert:	1.891 N/mm²
	Standardabweichung:	142 N/mm²
Elastizitätsmodul:	Mittelwert:	135.121 N/mm²
	Standardabweichung:	5.137 N/mm <sup>2</sup>
Bruchdehnung:	Mittelwert:	14,00 ‰

Strukturelle Beschaffenheit





Abbildung C - 7 Strukturelle Beschaffenheit der verwendeten CFK-Stäbe

Nahaufnahmen



Abbildung C - 8Nahaufnahmen der verwendeten CFK-StäbePrüfkörperherstellung zur Durchführung von Zugversuchen

Im Gegensatz zu den CFK-Textilien, die mittlere Bruchlasten von ca. 11,4 kN aufwiesen, stieß die Versuchsdurchführung für CFK-Stäbe mit Verankerungshülsen aufgrund der hohen Bruchlasten von ca. 132,6 kN an ihre Grenzen. Im ersten Schritt wurde eine schrittweise Verlängerung der Verankerungslänge vorgenommen, wodurch in der vorhandenen Prüfeinrichtung mit mechanischen Klemmbacken die übertragbare Kraft zunächst vergrößert werden konnte. Ab einer Verankerungslänge von 35–40 cm konnte jedoch keine weitere Laststeigerung mehr beobachtet werden, da entweder die Profilierung des Versuchskörpers oder das Verankerungsmaterial versagte.



#### Abbildung C - 9 Verankerungsversagen bei Zugprüfung mittels Ankerhülsen

Aufgrund der hohen Bruchlasten der CFK-Stäbe und der begrenzten Klemmlänge wurde eine spezielle Vorrichtung entwickelt, mit Hilfe derer auch bei, bedingt durch die Konstruktion der Prüfmaschine, kleinen Klemmlängen die Zugversuche durchgeführt werden können. Hierfür wurden zwei 40 cm lange Stahlplatten verwendet, die zur Zentrierung der Stäbe auf den Innenseiten mit einer durch Sandstrahlen aufgerauten Fräsrille versehen sind. Der Prüfkörper wird mit einem Schrumpfschlauch im Verankerungsbereich versehen, der sich bei Erwärmung um den Stab legt und sich durch den innenseitigen Kleber fixiert. Die beiden Stahlplatten werden nun mit hochfesten Schrauben gegeneinander verspannt, sodass ein gleichmäßig hoher Klemmdruck innerhalb der Klemmlänge  $L_{\rm K}$  des Prüfkörpers aufgebracht wird.



Abbildung C - 10Zugversuch mittels verschraubter StahlplattenErgebnisse der Zugversuche

Die Zugversuche wurden in Anlehnung an ASTM D7205/7205M-06 (2006) weggesteuert durchgeführt. Dabei wurde bis zum Erreichen von etwa 60 % der Bruchspannung die Dehnungen mittels Extensometer gemessen. Die Werte wurden bis zur Bruchspannung linear extrapoliert. Die Ergebnisse beziehen sich stets auf den mittels Tauchwägung bestimmten Kompositquerschnitt. Die freie Länge der ausgewerteten Versuche betrug  $L_F = 400$  mm. Die Ergebnisse können Abbildung 4-3 entnommen werden.

Die Spannungs-Dehnungs-Linien verlaufen zunächst nahezu gleich. Bei ca. 30 % der Bruchspannungen ist eine leichte Auffächerung der Kurven erkennbar, was auf einzelne Faserbrüche hindeuten kann. Zur Auswertung des Elastizitätsmoduls wurde im Bereich der Messung eine lineare Regressionskurve bestimmt.

Zur Sicherstellung, dass die Extrapolation zutreffend ist, wurde für einen Zugversuch an einem CFK-Stab zusätzlich eine kontaktlose photogrammetrische Dehnungsmessung mittels digitaler Bildkorrelation (DIC = Digital Image Correlation) durchgeführt. Die Abweichung zwischen den beiden Mess- und Auwertemethoden (Wegaufnehmer und Extrapolation sowie DIC) beträgt für den Elastizitätsmodul und die Bruchdehnung weniger als 2 %. Die grafische Darstellung dieses Zugversuchs ist in Abbildung 4-4 dargestellt.

# Anhang C-3: Verbundversuche

# Herstellung der Probekörper

Die Probekörper wurden in speziellen Schalungen liegend betoniert. Für die Faserstränge der CFK-Textilien musste eine Modifikation der Schalungskörper vorgenommen werden, da diese an der der Last zugewandten Seite in einer Stahlhülse mittels Methacrylatharz verklebt wurden. Die planmäßige Verbundlänge betrug für alle Versuchskörper  $l_b = 50$  mm. Die Kantenlänge des Pull-Out-Würfels betrug 150 mm, sodass der Verbund auf einer Länge von 100 mm durch einen PVC-Schlauch gebrochen wurde. Alle Öffnungen und Spalte wurden mittels Silikon oder Heißkleber abgedichtet. Die anschließenden Faserstränge in Querrichtung wurden im Vorfeld der Betonage gelöst.



Abbildung C - 11 Schalungskörper für Verbundversuche



Abbildung C - 12Betonierter Prüfkörper für Verbundversuche an CFK-TextilienBetonzusammensetzung

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Bauteilversuche wurden mit einem speziellen Beton für Fertigteile der Firma Goldbeck GmbH betoniert. Die nachträglich durchgeführten Verbundversuche wurden vom Institut für Massivbau der TU Darmstadt mit ähnlicher Zusammensetzung und Festigkeit durchgeführt. Die Betonzusammensetzung für die Verbundversuche kann der nachfolgenden Tabelle entnommen werden.

A - C 40/50				B - C 50/60			
Zement CEM I 52,5 R		380	kg/m³	Zement CEM I 52,5 R			kg/m³
Wasser		178	kg/m³	Wasser		175	kg/m³
Zuschlag (gebr. Basalt)				Zuschlag (rund. Kies)			
Sand	0/2	681	kg/m³	Sand	0/2	732	kg/m³
Splitt (Basalt, gebrochen)	2/5	468	kg/m³	Splitt (Basalt, gebrochen)	4/8	585	kg/m³
	5/8	298	kg/m³		8/16	512	kg/m³
	8/11	340	kg/m³				
	11/16	340	kg/m³				

Tabelle C - 1Betonzusammensetzung für die Verbundversuche

## **Ergebnisse**

Die Ergebnisse der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen sowie die Festigkeiten der Betone sind in Abbildung 4-6 und Tabelle 4-4 dargestellt und in den Abschnitten 4.3.3 und 4.4.2 intensiv diskutiert. Dabei wurde für die Auswertung der Verbundversuche der CFK-Stäbe ein relativ hoher Verbundkoeffizient  $\alpha$  ermittelt, der sich jedoch aus einem Sonderfall ergibt. Wie zu erkennen ist, herrscht zunächst eie Haftreibung, die überwunden werden muss. Hiernach folgt ein Bereich, in dem der Schlupf bei gleichbleibender Verbundspannung größer wird, bis sich die Rippung der CFK-Stäbe gegen die Betonkonsolen stützt. Die Prüfkörper wurden nach den Versuchen aufgespalten und die tatsächlichen Verbundlängen vermessen. An den Bruchflächen ist die Haftungswirkung der äußeren CFK-Fasern noch deutlich erkennbar.



Abbildung C - 13 Innenfläche eines Verbundkörpers mit CFK-Stäben



Anhang C-4: Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung





Angaben in mm

		_		A-V-C	-K1	-			
Bas	isdaten		Beton			Bewehrung			
$L_{\rm m}$	1.500	mm	Тур	C 40/50	-	Tum	solidian GRID		
$L_{\ddot{u}}$	150	mm	$f_{1,c,m}$	49,2	N/mm²	тур	Q95/95-CCE-38	-	
$L_1 = L_3$	320	mm	$f_{\rm cm, cyl}$	52,9	N/mm²	$A_{\rm f,i}$	8,16	mm <sup>2</sup>	
$L_2$	560	mm	$f_{\rm ctm}$	4,0	N/mm²	$f_{t,m}$	1.393 (132)	N/mm²	
h <sub>m</sub>	105	mm	$E_{\rm cm}$	34.918	N/mm²	$E_{\rm f,m}$	105.862 (3.475)	N/mm²	
b <sub>m</sub>	500	mm	E <sub>cl</sub>	2,34	‰	ε <sub>u,m</sub>	13,15	‰	
d <sub>m</sub>	78,5	mm	$\rho_{\rm c}$	2,42	g/cm <sup>3</sup>	Zug	versuche (Kettrichtu	ng) mit	
$\lambda = a/d$	4,1	-	7	Basalt		freie	freier Länge von 200 mm, Werte		
$\rho_1$	0,270	%	Zusemag	(gebrochen)	-	in K Star	lammern entsprecher	1 der	
ω <sub>m</sub>	7,7	%	a <sub>g</sub>	16	mm	Mitt	lere Querschnittsfläc	he	
F <sub>max</sub>	59,4	kN	siehe auc	h Kapitel 4		basi	erend auf Tauchwäg	ung	







0,0 -0,5 -1,0 -1,5 -2,0 -2,5 -3,0  $\varepsilon_{c,o}$  in  $\infty$ 











$\begin{tabular}{ c c c c c c c } \hline A-v-C-KS & \hline & $
$\begin{tabular}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$L_2$ 560         mm $f_{ctm}$ 4,0         N/mm² $f_{t,m}$ 1.393 (132)         N/mm² $h_m$ 105         mm $E_{cm}$ 34.918         N/mm² $E_{fm}$ 105.862 (3.475)         N/mm²
$h_{\rm m}$ 105 mm $E_{\rm cm}$ 34.918 N/mm <sup>2</sup> $E_{\rm fm}$ 105.862 (3.475) N/mm <sup>2</sup>
$b_{\rm m}$ 500 mm $\varepsilon_{\rm cl}$ 2,34 ‰ $\varepsilon_{\rm u,m}$ 13,15 ‰
$d_{\rm m}$ 81,0 mm $\rho_{\rm c}$ 2,42 g/cm <sup>3</sup> Zugversuche (Kettrichtung) mit
$\lambda = a/d$ 4,0 - Basalt freier Länge von 200 mm, Werte
$\rho_1 = 0,262 \ \% \ \text{Zuschlag} \ \text{(gebrochen)} \ - \ \text{in Klammern entsprechen der} $
$\omega_{\rm m}$ 7,4 % $a_{\rm g}$ 16 mm Mittlere Querschnittsfläche
F <sub>max</sub> 61,5     kN     siehe auch Kapitel 4     basierend auf Tauchwägung
70 70
60 - <u>1</u> 60 - <u>1</u>
















	A-V-S-K1								
Basisdaten			Beton			Bewehrung			
L <sub>m</sub>	1.500	mm	Тур	C 40/50	-	Trm	Betonstahl		
Lü	150	mm	$f_{1,c,m}$	49,2	N/mm²	Тур	B500	-	
$L_1 = L_3$	320	mm	$f_{\rm cm, cyl}$	52,9	N/mm²	$f_{\rm y,m}$	550	N/mm²	
$L_2$	560	mm	$f_{\rm ctm}$	4,0	N/mm²	$f_{\rm t,m}$	≥ 578	N/mm²	
$h_{\rm m}$	105	mm	$E_{\rm cm}$	34.918	N/mm²	$E_{\rm s,m}$	200.000	N/mm²	
b <sub>m</sub>	500	mm	E <sub>c1</sub>	2,34	‰	$\varepsilon_{\rm u,m}$	≥ 25,0	‰	
d <sub>m</sub>	78,2	mm	$\rho_{\rm c}$	2,42	g/cm <sup>3</sup>				
$\lambda = a/d$	4,1	I	Zuschlag	Basalt					
$\rho_1$	0,771	%	Zusemag	(gebrochen)	-	Ang	aben nach DIN 488 (	(2009)	
$\omega_{\rm m}$	9,1	%	a <sub>g</sub>	16	mm				
$F_{\rm max}$	79,7	kN	siehe auc	h Kapitel 4					







0,0 -0,5 -1,0 -1,5 -2,0 -2,5 -3,0  $\varepsilon_{c,o}$  in ‰





























 0
 500
 1.000
 1.500
 2.000

Angaben in mm











Angaben in mm









Bezeichnung	Beton	Bewehrung	$d_{\rm m}$ in mm	$\lambda = a/d$	$\rho_1$ in %	$\omega_{ m m}$ in %	Bauteilalter $t_0$
A-M-C-D1			79,1	11,0	0,268	6,3	147
A-M-C-D2		CFK	83,2	10,5	0,255	5,8	307
A-V-C-D1	C 40/50	Textil	82,8	3,9	0,256	5,8	316
A-V-C-D2			84,5	3,8	0,251	5,7	312
A-M-S-D1		B500	73,8	11,8	0,817	9,1	306
B-M-C-D1			160,5	12,0	0,218	6,2	258
B-M-C-D2		CEK Stöbo	157,5	12,2	0,223	6,3	253
B-V-C-D1	C 50/60	CI'K Stabe	165,7	3,7	0,317	9,0	244
B-V-C-D2			168,0	3,6	0,313	8,9	254
B-M-S-D1		B500	178,0	10,8	0,635	5,9	250

### Allgemeines

Versuch	$f_{\rm t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	Belastung in kN	$\sigma_{ m s/f}$ in N/mm²	Lastniveau	$f_{\rm tm,Rest}$ in N/mm <sup>2</sup>	Lastniveau
A-M-C-D1	1.189	19,70	1.163	0,98	1.514	0,77
A-M-C-D2	1.189	11,50	700	0,59	1.175	0,60
A-M-S-D1	578	14,07	370	0,64	-	-
B-M-C-D1	1.857	29,66	1.575	0,85	1.844	0,85
B-M-C-D2	1.857	14,07	924	0,50	1.951	0,47
B-M-S-D1	578	19,61	367	0,64	-	-

	A-V-C-D1	A-V-C-D2	B-V-C-D1	B-V-C-D2
$V_{\rm Ref}$	29,2	2 kN	63,7	' kN
$V(t_0) / \eta$	24,5 kN / 0,84	15,0 kN / 0,51	52,5 kN / 0,82	27,3 kN / 0,43
$V(t_1) / \eta$	23,0 kN / 0,79	13,9 kN / 0,48	51,2 kN / 0,80	26,2 kN / 0,41
$V(t_2) / \eta$	22,0 kN / 0,75	13,0 kN / 0,44	50,4 kN / 0,79	25,1 kN / 0,39

Bauteil	$f_{1,c,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	$f_{\rm ctm}$ in N/mm <sup>2</sup>	$E_{\rm cm}$ in N/mm <sup>2</sup>
A-M-C-D1	51,8	4,1	35.460
A-M-C-D2	53,2	4,2	35.747
A-V-C-D1	53,3	4,2	35.756
A-V-C-D2	53,3	4,2	35.752
A-M-S-D1	53,2	4,2	35.746
B-M-C-D1	64,0	4,8	34.220
B-M-C-D2	64,0	4,8	34.213
B-V-C-D1	63,9	4,8	34.201
B-V-C-D2	64,0	4,8	34.215
B-M-S-D1	64,0	4,8	34.209



#### Messdaten - Dauerbeanspruchung



#### Fotodokumentation



Bazaichnung	Beton	Bawahrung	$d_{\rm m}$	$\lambda = a/d$	$\rho_1$	$\omega_{\rm m}$	Bauteilalter	$f_{1,c,m}$	$f_{\rm ctm}$	$E_{\rm cm}$
Dezenciniung Deton		Deweillung	in mm	$\lambda = u/u$	in %	in %	$t_0$	in N/mm²	in N/mm <sup>2</sup>	in N/mm <sup>2</sup>
A-M-C-E1		CEV	84,0	10,4	0,253	6,7	239	52,8	4,1	35660
A-V-C-E1	C 40/50		79,0	4,1	0,269	7,1	273	53,0	4,2	35708
A-V-C-E2	C 40/30	Textil	80,0	4,0	0,265	6,9	294	53,2	4,2	35733
A-V-S-E1		B500	80,0	4,0	0,754	8,2	313	53,3	4,2	35753
B-M-C-E1			163,5	11,8	0,214	6,2	410	64,9	4,8	34360
B-M-C-E2		CFK	144,0	13,4	0,243	7,2	204	63,5	4,7	34136
B-V-C-E1	C 50/60	Stäbe	161,7	3,8	0,325	9,9	115	62,0	4,7	33885
B-V-C-E2	C 30/00		164,8	3,7	0,319	10,0	76	60,6	4,6	33655
B-M-S-E1		B 500	175,0	11,0	0,646	5,9	183	63,3	4,7	34094
B-V-S-E1		<b>D</b> 500	168,5	3,6	1,007	9,4	119	62,1	4,7	33902

Anhang C-6: Bauteilversuche unter	zyklischer Dauerbeanspruchung
-----------------------------------	-------------------------------

#### Last- $F_{\rm o}$ $F_{u}$ Last $f_{t,m}$ $\sigma_{\rm s/f,o}$ $\sigma_{\rm s/f,u}$ Bauteil $\Delta \sigma / f_{t,m}$ Lastwechsel in N/mm<sup>2</sup> inkN in N/mm<sup>2</sup>] in N/mm<sup>2</sup> niveau $\eta_{o}$ niveau $\eta$ in kN A-M-C-E1 1189 18,7 8,5 1041 519 0,88 0,44 0,44 $N \geq 10^6$ B-M-C-E1 1857 27,5 11,1 1434 718 0,77 0,39 0,39 $N \geq 10^6$ B-M-C-E2 $N \geq 10^6$ 13,9 2,2 955 373 0,20 0,31 1857 0,51 B-M-S-E1 578 19,5 7,8 327 173 0,30 $N \geq 10^6$ 0,57 0,27

Bauteil	$V_{\text{Ref}}$ in kN	$f_{t,m}$ in N/mm <sup>2</sup>	F <sub>o</sub> in kN	$F_{\rm u}$ inkN	$\Delta\sigma/f_{\rm t,m}$	Last- niveau $\eta_0$	Last- niveau $\eta_{u}$	Lastwechsel
A-V-C-E1	29,2	1189	46,7	23,4	0,39	0,80	0,40	$N \geq 10^6$
A-V-C-E2	29,2	1189	29,2	11,7	0,29	0,50	0,20	$N \geq 10^6$
A-V-S-E1	-	578	39,9	15,9	0,30	0,52	0,22	$N\approx 650.000$
B-V-C-E1	63,7	1857	102,0	51,0	0,26	0,80	0,40	$N\approx 3.000$
B-V-C-E2	63,7	1857	63,7	25,5	0,19	0,50	0,20	$N \geq 10^6$
B-V-S-E1	93,2	578	93,2	37,3	0,29	0,50	0,20	$N \geq 10^6$

#### Messdaten - Rissbreitenzunahme

Allgemeines





#### Messdaten - A-M-C-E1



Messdaten - B-M-C-E2



#### Messdaten - A-V-C-E1



Messdaten - A-V-S-E1



#### Messdaten - B-V-C-E2

#### Fotodokumentation

<u>A-M-C-E1</u>



<u>A-V-C-E1</u>



<u>A-V-C-E2</u>



<u>A-V-S-E1</u>



### <u>B-M-C-E1</u>



<u>B-M-C-E2</u>



B-M-S-E1



<u>B-V-C-E1</u>



#### <u>B-V-C-E2</u>



<u>B-V-S-E1</u>



#### Dissertationsreihe

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Institut für Massivbau Technische Universität Darmstadt

#### Heft 1: Stefan Kempf (2001)

Technische und wirtschaftliche Bewertung der Mindestbewehrungsregeln für Stahlbetonbauteile

#### Heft 2: Katja Reiche (2001)

Nachhaltigkeitsanalyse demontagegerechter Baukonstruktionen - Entwicklung eines Analysemodells für den Entwurf von Gebäuden

#### Heft 3: Michael Six (2001)

Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau

#### Heft 4: Eric Simon (2002)

Schubtragverhalten von Mauerwerk aus großformatigen Steinen

#### Heft 5: Holger Schmidt (2003)

Versagenswahrscheinlichkeit unbewehrter Wand-Decken-Verbindungen bei Gasexplosionen im Fertigteilbau

#### Heft 6: Andreas Bachmann (2003) Ein wirklichkeitsnaher Ansatz der böenerregten Windlasten auf Hochhäuser in Frankfurt/Main

Heft 7:Duy Tien Nguyen (2004)

Rotationskapazität von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen mit Schubrissbildung

#### Heft 8: Gert Wolfgang Riegel (2004)

Ein softwaregestütztes Berechnungsverfahren zur Prognose und Beurteilung der Nutzungskosten von Bürogebäuden

#### Heft 9: Christian Glock (2004)

Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände - Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung

#### Heft 10: Kati Herzog (2005)

Lebenszykluskosten von Baukonstruktionen - Entwicklung eines Modells und einer Softwarekomponente zur ökonomischen Analyse und Nachhaltigkeitsbeurteilung von Gebäuden

#### Heft 11: Andreas Garg (2006)

Spannungszustände in Fahrbahnplatten weit gespannter Stahlverbundbrücken - Empfehlungen für die Herstellung der Ortbeton-Fahrbahnplatte von Talbrücken mit der Schalwagenmethode

#### Heft 12: **Tilo Proske (2007)**

Frischbetondruck bei Verwendung von Selbstverdichtendem Beton - Ein wirklichkeitsnahes Modell zur Bestimmung der Einwirkungen auf Schalung und Rüstung

#### Heft 13: Simon Glowienka (2007)

Zuverlässigkeit von großformatigem Mauerwerk - Probabilistische Analyse von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit Dünnbettvermörtelung

#### Heft 14: Alexander Renner (2007)

Energie- und Ökoeffizienz von Wohngebäuden - Entwicklung eines Verfahrens zur lebenszyklusorientierten Bewertung der Umweltwirkungen unter besonderer Berücksichtigung der Nutzungsphase

#### Heft 15: Guido Hausmann (2007)

Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften

#### Heft 16: Stefan Daus (2007)

Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen – Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis von oberflächig geklebter Bewehrung

#### Heft 17: Thomas Kranzler (2008)

Tragfähigkeit überwiegend horizontal beanspruchter Aussteifungsscheiben aus unbewehrtem Mauerwerk

#### Heft 18: Lars Richter (2009)

Tragfähigkeit nichttragender Wände aus Mauerwerk – Ein nichtlineares Berechnungsmodell und Bemessungsverfahren für biegebeanspruchte Innen- und Außenwände

#### Heft 19: Markus Spengler (2010)

Dynamik von Eisenbahnbrücken unter Hochgeschwindigkeitsverkehr -Entwicklung eines Antwortspektrums zur Erfassung der dynamischen Tragwerksreaktion

#### Heft 20: Ngoc Linh Tran (2011)

Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von Federplatten bei Fertigträgerbrücken

#### Heft 21: Carmen Schneider (2011)

Steuerung der Nachhaltigkeit im Planungs- und Realisierungsprozess von Büro- und Verwaltungsgebäuden – Entwicklung eines Instrumentes zur Vorbewertung und Optimierung der Nachhaltigkeitsqualität

#### Heft 22: Frank Ritter (2011)

Lebensdauer von Bauteilen und Bauelementen – Modellierung und praxisnahe Prognose

#### Heft 23: **Benjamin von Wolf-Zdekauer (2011)** Energieeffizienz von Anlagensystemen zur Gebäudekühlung - Ein nutzenbezogener Bewertungsansatz

#### Heft 24: Eric Brehm (2011)

Reliability of Unreinforced Masonry Bracing Walls – Probabilistic Approachand Optimized Target Values

#### Heft 25: Carolin Roth (2011)

Lebenszyklusanalyse von Baukonstruktionen unter Nachhaltigkeitsgesichtspunkten – Ein Beitrag zur Beurteilung der Nachhaltigkeit von Gebäuden bei ungewissem Lebensweg

#### Heft 26: Kay-Uwe Thorn (2013) Neuentwicklung eines Ladungsrückhaltesystems aus textilbewehrten Betonfertigteilen

#### Heft 27: Andreas Greck (2013)

Straßenbrücken mit einteiligem Verbundquerschnitt - Optimierung des Betonierablaufs der Fahrbahnplatte und Entwicklung eines Vorschlags zur vereinfachten globalen Systemberechnung beim Einsatz mehrerer Schalwagen

#### Heft 28: Martin Heimann (2013)

Tragwerkszuverlässigkeit hochbeanspruchter Druckglieder aus ultrahochfestem Beton

#### Heft 29: Torsten Mielecke (2013)

Nachhaltigkeitsbewertung von Einfamilienhäusern – Ein Beitrag zur Beurteilung und Optimierung der Nachhaltigkeitsqualität von kleinen Wohngebäuden

#### Heft 30: Sebastian Pohl (2013)

Nachhaltigkeit im Gebäudebetrieb – Ein Vorschlag zur Diversifizierung desbau- und immobilienwirtschaftlichen Zertifizierungsregimes in Deutschland

#### Heft 31: Stefan Hainer (2015)

Karbonatisierungsverhalten von Betonen unter Einbeziehung klinkerreduzierter Zusammensetzungen – Ein Modell zur Abschätzung des Karbonatisierungsfortschrittes

#### Heft 32: Achim Knauff (2016)

Heizwärmeerzeugung mit Solarthermie, Geothermie und Photovoltaik für Büro- und Verwaltungsgebäude

#### Heft 33: **Ulf Grziwa (2017)**

Zuverlässigkeit schlanker UHPC-Druckglieder mit räumlich streuenden Materialeigenschaften

#### Heft 34: Björn Freund (2017)

Frischbetondruck lotrechter, geneigter und gekrümmter Betonbauteile bei Verwendung von Betonen mit hoher Fließfähigkeit

#### Heft 35: Gökhan Uysal (2017)

Kostenrisiken von Industriebauten mit flexiblen Nutzungsszenarien – Ein Berechnungsmodell für die Investitionsentscheidung unter Verwendung probabilistischer Methoden

#### Heft 36: Moien Rezvani (2017) Shrinkage model for concrete made of limestone-rich cements – An approach from cement paste to concrete

# Heft 37: Claudia Weißmann (2017) Effizienter Einsatz erneuerbarer Energieträger in vernetzten Wohnquartieren – Entwicklung eines simulationsbasierten Verfahrens zur energetischen, ökologischen und ökonomischen Bewertung

 Heft 38:
 Markus Blatt (2017)

 Beitrag zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetondeckenknoten

#### Heft 39: Michael Schmitt (2017)

Tragfähigkeit ausfachender Mauerwerkswände unter Berücksichtigung der verformungsbasierten Membranwirkung

#### Heft 40: Valentin Förster (2018) Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung

- Heft 41: Ngoc Linh Tran (2018) Habilitationsschrift Shear strength of slender reinforced concrete members without shear reinforcement – A mechanical model
- Heft 42:Jaroslav Kohoutek (2018)Zuverlässigkeit integraler Straβenbrücken in Massivbauweise

#### Heft 43: Jochen Zeier (2019)

Thermisch getrennte Stützen-Decken-Anschlüsse im Stahlbetonbau – Ein Modell zum Tragverhalten bei großen Fugendicken

Heft 44: Katharina Fritz (2019) Qualifizierte Beurteilung der sektoralen Ressourceninanspruchnahme im deutschen Bauwesen

#### Heft 45: Patrick Wörner (2020)

Einfluss des Nutzerverhaltens auf den Stromverbrauch in Wohngebäuden – Entwicklung eines komplexen Simulationsmodells für energetische Analysen

#### Heft 46: Martina Lohmeier (2020)

Nachhaltigkeitsvergleich von Projektvarianten für Außerortsstraßen – Ein Vorschlag für den Abwägungs- und Entscheidungsprozess in der Vorplanung

#### Heft 47: Larissa Krieger (2020)

Tragverhalten textilbewehrter Fertigteilplatten aus hochfestem Carbonbeton – Einfluss der Ausbreitung konzentrierter Einzellasten auf die Biegetragfähigkeit

#### Heft 48: Sarah Steiner (2020)

Carbonation of concrete made of limestone-rich cement  $-CO_2$  diffusivity and alteration of the hydrate phases

#### Heft 49: Redouan El Ghadioui (2020)

Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes - Entwicklung eines Modells zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung

## TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT INSTITUT FÜR MASSIVBAU PROF. DR.-ING. CARL-ALEXANDER GRAUBNER

Redouan El Ghadioui

## Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes

Bewehrungen aus Faserverbundkunststoffen (FVK) haben sich im konstruktiven Betonbau aufgrund ihrer hohen Festigkeiten und ihrer Beständigkeit gegenüber physikalischen und chemischen Einflüssen zu einer Alternative zu konventionellem Betonstahl entwickelt. Aufgrund der abweichenden Material- und Verbundeigenschaften sind für eine sichere Bemessung präzise Kenntnisse über das Bauteilverhalten unter Kurzzeitsowie Langzeitbeanspruchung notwendig.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden experimentelle Untersuchungen zum Trag-, Riss- und Verformungsverhalten an carbonbewehrten Betonbauteilen unter Kurzzeit- sowie statischer und zyklischer Dauerbeanspruchung vorgestellt. Aufbauend auf den Versuchsergebnissen erfolgt eine präzise Analyse des Bauteilverhaltens unter Langzeitbeanspruchung und eine Prüfung bestehender Ingenieur- und Bemessungsmodelle. Durch die in der Regel niedrigeren Elastizitätsmoduln der FVK-Bewehrung kommt dem Nachweis zur Begrenzung der Verformungen eine besondere Rolle zu. Hierfür wird ein nichtlineares Berechnungsmodell analytisch hergeleitet, durch das eine präzise Berechnung der Verformungen unter expliziter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen möglich ist. Es erfolgt eine Untersuchung statisch unbestimmter Systeme, eine Validierung mit Hilfe eines numerischen Modells und der Versuchsergebnisse sowie eine Überführung in Näherungslösungen und praxisnahe Regeln zur Bemessung.

ISBN 978-3-942886-26-0