

Anhang B

Herleitung der Voraussetzung der isotherm/isobaren Bedingungen

Im Folgenden wird nach einer Aufstellung aus [60] gezeigt, dass zur Wahrung der Gültigkeit der Analogie der Erhaltungsgleichungen isotherm-isobare Bedingungen herrschen müssen.

Für ein Gasgemisch thermisch idealer Gase gilt für jede Komponente sowie das Gemisch die ideale Gasgleichung.

$$p_{Komp}V = N_{Komp}R_mT \quad (\text{B.1})$$

$$p_{Gem}V = N_{Gem}R_mT \quad (\text{B.2})$$

Die Konzentrationen sind definiert zu

$$C_{Komp} = \frac{N_{Komp}}{V} \quad (\text{B.3})$$

$$C_{Gem} = \frac{N_{Gem}}{V} \quad (\text{B.4})$$

Zur Wahrung der Massenkontinuität muss die Stoffmenge des Gemisches der Summe der Stoffmengen der Komponenten A und B entsprechen.

$$N_{Gem} = N_A + N_B \quad (\text{B.5})$$

Hieraus folgt

$$C_{Gem} = \frac{N_A + N_B}{V} \quad (\text{B.6})$$

Weiterhin gilt das Gesetz von Dalton

$$p_{Gem} = p_A + p_B \quad (\text{B.7})$$

Es zeigt sich also, dass

$$C_{Gem} = C_A + C_B \quad (\text{B.8})$$

Für isotherme und isobare Umgebungsbedingungen gilt unter der Annahme räumlich und zeitlich konstanten Druckes und Temperatur

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dx} = \frac{dp}{dt} = \frac{dp}{dx} = 0 \quad (\text{B.9})$$

für Gleichung B.7

$$dp_A = -dp_B \quad (\text{B.10})$$

und somit

$$dC_A = \frac{dp_A}{R_m T} = -dC_B = -\frac{dp_B}{R_m T} \quad (\text{B.11})$$

Äquimolare Diffusion bedeutet, dass die Teilchenstromdichten der Komponenten an der Komponentengrenze des Gemischs betragsmäßig gleich aber entgegengerichtet sind [61]. AB steht hierbei für den Transport von Komponente A zu Komponente B und umgekehrt.

$$\dot{j}_{AB} = -\dot{j}_{BA} \quad (\text{B.12})$$

Unter diesen Bedingungen gilt

$$\dot{j}_{AB} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dx} = D_{BA} \frac{dC_B}{dx} = -\dot{j}_{BA} \quad (\text{B.13})$$

und somit folgt aus Gleichung (B.11) und Gleichung (B.13)

$$D_{AB} = D_{BA} = D \quad (\text{B.14})$$