

## 3 Numerisches Lösungsverfahren

In Kapitel 2 wurde gezeigt, daß die meisten Strömungsphänomene mit einem System aus partiellen Differentialgleichungen beschrieben werden können. Diese müssen jedoch bis auf Ausnahmefälle numerisch gelöst werden. Neben der Turbulenzmodellierung, die den Input für die Numerik darstellt, ist die verwendete Numerik ein wesentlicher Einflußfaktor auf die Qualität der Rechenergebnisse. Hierunter ist die Diskretisierung des Gleichungssystems zu verstehen sowie die iterative Lösung desselben. In beiden Lösungsschritten, der Diskretisierung und der iterativen Lösung, stecken neben der Turbulenzmodellierung mögliche Fehlerquellen bei der Berechnung von Strömungsproblemen.

Aus diesem Grund spielt das numerische Lösungsverfahren eine wichtige Rolle und muß bei der Interpretation der Rechenergebnisse berücksichtigt werden. Für diese Arbeit wurde der kommerzielle CFD-Code FLUENT [15] in der Version 5.0 verwendet. In diesem Kapitel werden die numerischen Methoden vorgestellt, die von FLUENT verwendet werden und für das Verständnis der erzielten Ergebnisse wichtig sind.

### 3.1 Diskretisierungsverfahren

Der erste Schritt, das System partieller Differentialgleichungen, das sich aus der Turbulenzmodellierung ergibt, zu lösen, ist die Diskretisierung. Ziel dieses Lösungsschrittes ist es, das Gleichungssystem in ein System algebraischer Gleichungen für diskrete Punkte in Raum und Zeit zu überführen. Hierfür wird die reale Strömungsgeometrie durch ein numerisches Gitter diskretisiert (Abbildung: 3.1).

Für die nun bekannten Punkte des Problemgebietes werden die kontinuierlichen Bewegungsgleichungen diskretisiert. Neben Spektral-, Randelement-Methoden u.a. sind die bedeutendsten Methoden:

- Finite-Differenzen-Verfahren
- Finite-Elemente-Verfahren
- Finite-Volumen-Verfahren

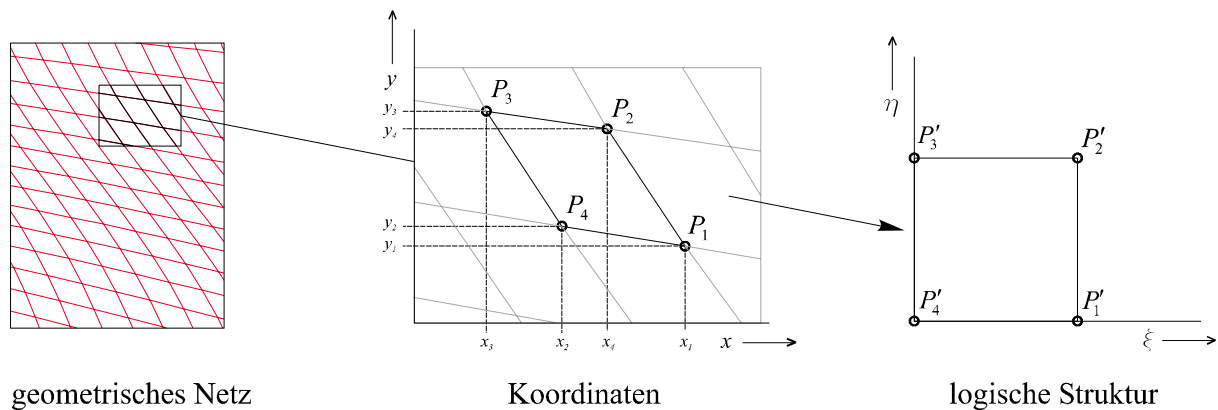


Abb. 3.1: Diskretisierung des geometrischen Problemgebietes

Die **Finite-Differenzen-Methode** ist die älteste Methode für die numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen. Sie wird EULER zugeordnet. Er soll diese Methode im 18. Jahrhundert eingeführt haben [13]. Die Bewegungsgleichungen werden in ihrer differentiellen Form herangezogen, und die benötigten Ableitungen werden zusammen mit dem Abstand als Differenzenquotient benachbarter Netzwerke ersetzt. Das Ergebnis ist eine algebraische Gleichung für jeden Netzpunkt, in der die gesuchte Variable an diesem und einer bestimmten Anzahl von benachbarten Punkten als Unbekannte auftaucht. Um die erste oder zweite Ableitung der Variablen zu approximieren, wird eine Taylorreihenentwicklung oder ein Polynom-Fitting eingesetzt. Ein großer Nachteil dieser Methode ist, daß sie nicht konservativ ist.

Bei der **Finiten-Elemente-Methode** wird das Problemgebiet in diskrete, finite Elemente zerlegt. Entlang der diskreten Rechenpunkte werden für die zu berechnenden Werte konstante örtliche Formfunktionen angesetzt. Die gesuchte Verteilung der gesuchten Größe wird als Linearkombination der gewichteten Formfunktionen approximiert. Die konstanten Koeffizienten zur Gewichtung der Formfunktionen werden nun so bestimmt, daß der Fehler beim Einsetzen der approximierten Verteilung in die exakte Bestimmungsgleichung minimal wird. Die betrachteten Abweichungen werden als Residuen bezeichnet, und das System der Minimierungsgleichungen der Residuen selbst, z.B. nach dem Galerkin-Verfahren, bestimmt die unbekanntenen Koeffizienten der Approximation. Die Berechnung der diskreten Werte der Größe selbst wird also mit der Finiten-Elemente-Methode auf die Bestimmung der Koeffizienten als Lösung des Gleichungssystems der Minimierungsgleichungen reduziert.

Ausführlicher soll in diesem Abschnitt auf die **Finite-Volumen-Methode** eingegangen werden. Diese wird von dem verwendeten CFD-Code FLUENT eingesetzt.

Die zu diskretisierenden Erhaltungsgleichungen lassen sich nach JANICKA [26] alle in die allgemeine Form, die in Gleichung (3.1) für die Größe  $\Phi$  dargestellt ist, überführen.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)}_{\text{Instationärer Term}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \Phi)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{S_\Phi}_{\text{Quelle}} \quad (3.1)$$

Die Größe  $\Gamma_\Phi$  ist ein allgemeiner Diffusionskoeffizient. Im folgenden wird der instationäre Term weggelassen, da auf diesen in Kapitel 3.1.3 näher eingegangen wird.

Das Problemgebiet wird zunächst in eine diskrete Zahl von kontinuierlichen Kontrollvolumina unterteilt. Als Lösungsbasis dienen die Bewegungsgleichungen in ihrer integralen Form. Um zu dieser, ausgehend von Gleichung (3.1), zu gelangen, wird die differentielle Form zunächst integriert und dann mit Hilfe des Gaußschen Satzes von einem Volumenintegral in ein Oberflächenintegral für die konvektiven und diffusiven Terme überführt. Es ergibt sich Gleichung (3.2).

$$\int_S \left( \rho u_i \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) n_i dS = \int_V f dV \quad (3.2)$$

$S$  ist die Oberfläche des Kontrollvolumens,  $dS$  ist ein Oberflächenelement, und  $n_i$  ist der Einheitsnormalenvektor auf die Kontrollvolumenoberfläche. Die Größe  $V$  steht für ein beliebiges Kontrollvolumen. Bei der weiteren Lösung von Gleichung (3.2) wird zwischen dem Oberflächen- und dem Volumenintegral unterschieden.

### 3.1.1 Approximation der Oberflächenintegrale

Die Gesamtoberfläche eines Kontrollvolumens (KV) um den Punkt P wird in Teilflächen unterteilt, deren Mittelpunkte im zweidimensionalen Fall mit n,s,w und e wie die Himmelsrichtungen bezeichnet werden. Die Teilflächen sind z.B. bei rechteckigen KV die vier Kanten. In Bild 3.2 ist ein solches dargestellt. Das gesuchte Integral setzt sich aus der Summe der Teilflüsse über die KV-Seiten  $S_j$  zusammen.

Die Approximation der Oberflächenintegrale wird in zwei Schritten durchgeführt [13]:

1. Approximation der Integrale (konvektiver und diffusiver Fluß) durch Werte auf der KV-Seite
2. Approximation der Variablenwerte auf der KV-Seite durch Werte im KV-Zentrum

Zur Durchführung des ersten Schrittes wird der Mittelwertsatz der Integralrechnung angewendet.

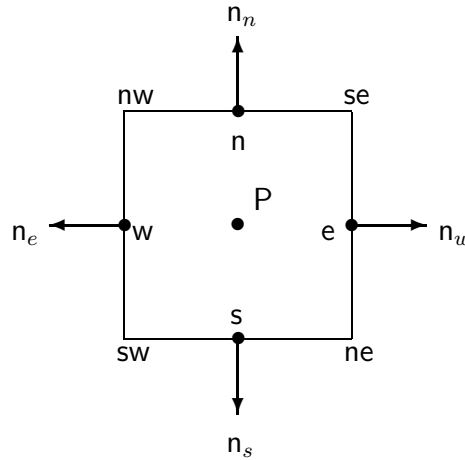


Abb. 3.2: Rechteck als Beispiel eines Kontrollvolumens

$$\int_S \left( \rho u_i \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) n_i dS_j = \sum_j \left( \rho u_i \Phi_{jm} - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \Big|_{jm} \right) n_i \delta S_j \quad (3.3)$$

Die Gleichung (3.3) ist exakt. Die erste Näherung wird gemacht bei der Bestimmung von  $\Phi_m$ , dem geeigneten Mittelwert auf der KV-Seite  $S_j$  mit der Länge  $\delta S_j$ . Hierfür stehen die Mittelpunktsregel und bei Einbeziehung der Ränder (nw, ne, sw, se) der KV-Seite die Trapez- und die Simpsonsche Regel zur Verfügung. Von der Ordnung 2 sind die Mittelpunkts- und die Trapezregel. Die Regel von Simpson ist von 3. Ordnung. Nach der Mittelpunktsregel, die von FLUENT implementiert ist, ergibt sich für (3.3):

$$\sum_j \left( \rho u_i \Phi_m - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \Big|_{jm} \right) n_i \delta S_j \approx \sum_j \rho u_i n_i \Phi_j \delta S_j - \sum_j \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \Big|_j n_i \delta S_j \quad (3.4)$$

Im zweiten Schritt müssen nun die unbekanntenen Größen auf dem KV-Rand bestimmt werden. Hierfür werden die Werte aus den KV-Zentren herangezogen. Es werden Verfahren für die konvektiven und diffusiven Flüsse unterschieden.

FLUENT bietet die Option, die **konvektiven Flüsse** nach dem first- oder second-order upwind, power law bzw. QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) - Verfahren zu bestimmen. Das einfachste Verfahren, das in der Literatur genannt wird, ist das Zentralfrequenzenverfahren (CDS). Dieses berechnet die Größe  $\Phi$  auf der KV-Seite  $S_j$  durch lineare Interpolation zwischen den Werten in den benachbarten Knoten P und z.B. E für die Ostseite. Da ein großer Nachteil dieses Verfahrens ist, daß es zur numerischen Oszillation neigt, werden von FLUENT Upwind-Methoden verwendet. Die Grundidee dieser Verfahren ist,

daß die notwendige Interpolation in Abhängigkeit zur Richtung des Geschwindigkeitsvektors gesetzt wird. Der Abbruchfehler der jeweiligen Methode ist ein Maß für die Genauigkeit. Die Diskretisierungsordnungen sind:

first-order upwind	→ 1. Ordnung
second-order upwind	→ 2. Ordnung
QUICK	→ 2. Ordnung
power law (Mischverfahren)	→ 1. oder 2. Ordnung

Eine ausführlichere Beschreibung dieser Diskretisierungsverfahren ist in [13] gegeben.

Die **diffusiven Flüsse** werden in FLUENT immer von 2. Ordnung genau berechnet mit Hilfe des Zentralfrequenzenverfahrens. Man erhält im Falle kartesischer Gitter für die unbekannte Ableitung am KV-Rand, z.B. der Ostseite, folgenden Ausdruck:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{x_E - x_P} \quad (3.5)$$

Mit  $x$  sind hierbei die x-Koordinaten der Punkte P und E bzw. des KV-Seitenmittelpunktes  $e$  bezeichnet.

### 3.1.2 Approximation der Volumenintegrale

Neben den Oberflächenintegralen für die Diffusion und Konvektion muß noch ein Volumenintegral approximiert werden. Hierfür stehen wiederum eine Reihe von Approximationen zur Auswahl. Die einfachste hierbei ist die Mittelpunktsregel. Diese geht davon aus, daß der Wert von  $f$  im Mittelpunkt des KV, d.h.  $f_P$ , einen Mittelwert des KV darstellt. Dies läßt sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$\int_V f dV \approx f_P \delta V \quad (3.6)$$

Um die Rechengenauigkeit zu erhöhen, müssen neben dem KV-Mittelpunkt weitere Punkte auf dem KV-Rand in die Approximation miteinbezogen werden. Je nach dem, welche zusätzlichen Punkte und mit welcher Gewichtung diese in die Berechnung mit eingehen, spricht man von der Trapez- oder Simpsonregel.

### 3.1.3 Zeitdiskretisierung

Die Zeit kann als zusätzliche Dimension bei der Berechnung von instationären Strömungsproblemen angesehen werden. Sie muß ebenso wie die Raumkoordinaten diskretisiert werden. Der

entscheidende Unterschied zwischen räumlichen und zeitlichen Koordinaten ist die Wirkungsweise. Raumkoordinaten können im gesamten Strömungsfeld, d.h. vorwärts und rückwärts, Auswirkungen haben, zumindest bei elliptischen Problemen. Dagegen wirkt sich eine zeitliche Änderung nur in der Zukunft aus. Bei der Zeitdiskretisierung handelt es sich deshalb immer um eine Extrapolation. Zu diskretisieren ist der Term:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) \quad (3.7)$$

Es handelt sich hierbei lediglich um die erste Ableitung und ist somit ein parabolisches Problem. Bevor die Zeitdiskretisierung durchgeführt werden kann, muß die Diskretisierung im Ort, wie sie oben beschrieben wurde, umgesetzt werden. Als erster Schritt wird das zu berechnende Zeitintervall  $[t_o, T]$  in einzelne Teilintervalle aufgeteilt:

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t_n \quad (3.8)$$

Bei den Verfahren, die Größe  $\Phi(t_{n+1})$  zu bestimmen, gibt es zwei wesentliche Unterscheidungsmerkmale [51]:

- Ein- oder Mehrschrittverfahren
- explizites oder implizites Verfahren

Der Grundgedanke dieser beiden Unterschiede wird deutlich bei der Betrachtung, welche Zeitebenen benötigt werden, die neue gesuchte Zeitebene zu berechnen.

Einschrittverfahren	$\rightarrow \Phi(t_{n+1}) = f(\Phi(t_{n+1}), \Phi(t_n))$
Mehrschrittverfahren	$\rightarrow \Phi(t_{n+1}) = f(\Phi(t_{n+1}), \Phi(t_n), \Phi(t_{n-1}), \dots)$
Implizites Verfahren	$\rightarrow \Phi(t_{n+1}) = f(\Phi(t_{n+1}), \Phi(t_n), \Phi(t_{n-1}), \dots)$
Explizites Verfahren	$\rightarrow \Phi(t_{n+1}) = f(\Phi(t_n), \Phi(t_{n-1}), \Phi(t_{n-2}), \dots)$

Diese beiden Unterscheidungsmerkmale sind beliebig miteinander kombinierbar. Eine Übersicht der verschiedenen Verfahren bietet [51]. Es sollen an dieser Stelle sowohl das explizite Eulerverfahren und das implizite Euler- als auch das Three-Point-Backward Verfahren vorgestellt werden, die von FLUENT eingesetzt werden.

Das **explizite Eulerverfahren** ist das einfachste von FLUENT verwendete Zeitdiskretisierungsverfahren. Die neuen Variablenwerte zum Zeitschritt  $t_{n+1}$  können direkt, explizit aus den vergangenen bestimmt werden. Die Berechnungsvorschrift ist in Gleichung (3.9) gegeben.

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_n \approx \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Delta t_n} = F(\Phi^n) \quad (3.9)$$

Der Superskript steht hierbei für den Zeitschritt. Die Funktion  $F$  ergibt sich in Zusammenhang mit der örtlichen Diskretisierung aus Gleichung (3.1). Bei diesem wie bei allen expliziten Verfahren kann die Zeitschrittweite  $\Delta t$  nicht beliebig gewählt werden. Aus Stabilitätsgründen muß die Courantzahl  $C$  kleiner 1 gewählt werden [51].

$$C = v \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.10)$$

Mit der Geschwindigkeit  $v$  wird die Größe  $\Phi$  verteilt. Bei dem expliziten Eulerverfahren darf pro Zeitschritt die Verteilung von  $\Phi$  maximal eine Gitterzelle weitertransportiert werden. Deshalb muß  $C \leq 1$  gelten.

**Implizite Verfahren** besitzen diese Zeitschritteinschränkung nicht. Das **implizite Eulerverfahren** ist eine Einschrittmethode und von 1. Ordnung genau. Die Berechnungsvorschrift lautet:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_n \approx \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Delta t_n} = F(\Phi^{n+1}) \quad (3.11)$$

Ein implizites Mehrschrittverfahren ist die **Three-Point-Backward Methode**. Sie ist von 2. Ordnung genau und in Gleichung (3.12) durch einen formelmäßigen Zusammenhang gegeben.

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_n \approx \frac{3\Phi^{n+1} - 4\Phi^n + \Phi^{n-1}}{2\Delta t_n} = F(\Phi^{n+1}) \quad (3.12)$$

Implizite Verfahren haben den Vorteil, daß bei der Wahl der Zeitschrittweite nicht auf die Stabilität der numerischen Methode geachtet werden muß. Lediglich die gewünschte Genauigkeit übt Einfluß auf die Zeitschrittweite aus. Als Nachteil ist in diesem Zusammenhang der höhere Speicherplatzbedarf gegenüber expliziten Verfahren zu nennen. Dieser aber überwiegt nicht den Vorteil der numerischen Stabilität.

## 3.2 Lösungsverfahren

Als Ergebnis der Diskretisierung erhält man für jedes Kontrollvolumen eine Gleichung der Form (3.13).

$$a_P \Phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b_P \quad (3.13)$$

$P$  steht für den KV-Mittelpunkt,  $a$  und  $b$  sind Koeffizienten, die sich aus der Diskretisierung ergeben, und der Index  $nb$  läuft über alle Nachbarkpunkte, die nach der jeweiligen Diskretisierungsmethode in die Berechnung miteinbezogen werden. Als globales Gleichungssystem für das gesamte Strömungsgebiet, diskretisiert durch ein numerisches Gitter mit  $N$  Kontrollvolumina, ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Form:

$$a_P^i \Phi_P^i = \sum_{nb} a_{nb}^i \Phi_{nb}^i + b_P^i \quad \text{für alle } i = 1, \dots, N \quad (3.14)$$

Zur Lösung eines solchen linearen, diskreten Gleichungssystemes gibt es eine Vielzahl von mathematischen Verfahren [14]. Es lassen sich grundsätzlich

- direkte
- iterative

Methoden unterscheiden. Ein direktes Lösungsverfahren scheidet aufgrund des hohen Aufwandes, der proportional zu  $(N - 1)!$  ist ( $N$  ist die KV-Anzahl), aus. Stellvertretend für die Klasse der iterativen Methoden sollen hier das Gauß-Seidel-, das Jacobi- und das ILU-Verfahren genannt werden. Diese sind in FLUENT implementiert.

### 3.2.1 Druckkorrektur

Im Gleichungssystem, das ein Strömungsproblem beschreibt, fehlt eine unabhängige Gleichung für den Druck. Dessen Gradient taucht in den Impulsgleichungen auf, aber für inkompressible Strömungen nicht in der Kontinuitätsgleichung. Man spricht in diesem Fall von einem gekoppelten Gleichungssystem. Anders ist dies bei kompressiblen Strömungen. In diesem Fall kann die variable Dichte aus der Kontinuitätsgleichung bestimmt werden, mit deren Hilfe dann über eine weitere Gleichung der Druck berechnet werden kann. Es ergibt sich ein entkoppeltes Gleichungssystem.

Die Druckbestimmung für inkompressible Problemstellungen kann mit Hilfe einer künstlichen Kompressibilität oder durch ein sog. Druckkorrekturverfahren gelöst werden. Der grundsätzliche Gedanke hierbei besteht darin, in einem ersten Schritt die Geschwindigkeitskomponenten aus den Impulsgleichungen zu bestimmen. Diese werden dann zusammen mit dem Druck über eine Druckkorrektur korrigiert, so daß die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist. Dies ist ein iterativer



Prozeß, bis sowohl Impulsgleichungen als auch Kontinuitätsgleichung erfüllt sind. Von FLU-ENT werden das SIMPLE-, SIMPLEC- und das PISO-Verfahren als Druckkorrektur-Methode zur Auswahl angeboten.

Das **SIMPLE**-Verfahren (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) von PATANKAR [43] kann in folgende Schritte aufgeteilt werden zur Bestimmung des Geschwindigkeitsfeldes  $u_i^{k+1}$  und Druckfeldes  $p^{k+1}$  zum Iterationsschritt  $k + 1$ :

- (1) Lösen der Impulsgleichungen mit einem geschätzten Druckfeld  $p^*$  oder dem vom Iterationsschritt  $k \rightarrow$  Geschwindigkeitsfeld  $u_i^*$
- (2) Einsetzen des berechneten Geschwindigkeitsfeldes  $u_i^*$  in die Kontinuitätsgleichung  $\rightarrow$  Massenquelle in der Kontinuitätsgleichung
- (3) Definition von Korrekturen  $u_i' = u_i^{k+1} - u_i^*$ ,  $p' = p^{k+1} - p^*$
- (4) Aus den Impulsgleichungen mit dem geschätzten Druckfeld, der Gleichung für die Massenquelle und den Impulsgleichungen zur Berechnung der Größen zum Iterationsschritt  $k$  kann eine Beziehung der Geschwindigkeitskorrekturen  $u_i'$  und  $p'$  hergestellt werden. Hierbei werden Geschwindigkeitskorrekturen in den Nachbarpunkten von P vernachlässigt.
- (5) Dieser Zusammenhang wird in die Gleichung für die Massenquelle eingesetzt  $\rightarrow p'$
- (6) Mit der bekannten Druckkorrektur kann  $u_i'$  bestimmt werden.
- (7) Im letzten Schritt werden nun die angenäherten Größen  $u_i^{k+1}$  und  $p^{k+1}$  berechnet.

Diese oben genannten Schritte müssen solange durchgeführt werden bis die Korrekturgrößen für Druck und Geschwindigkeit näherungsweise Null sind. Eine von mehreren Modifikationen des SIMPLE-Algorithmus ist die **SIMPLEC** (SIMPLE Consistent)-Methode. Der Vorteil von diesem Verfahren besteht darin, daß keine Unterrelaxation für den Druck benötigt wird und somit die Konvergenz sich erhöht.

Ein weiteres Druckkorrekturverfahren ist der sog. **PISO**-Algorithmus (Pressure-Implicit with Splitting of Operators). Er ist eine Weiterentwicklung des SIMPLE-Verfahrens. Eine Schwäche des SIMPLE ist, daß nach dem einmaligen Lösen der Druckkorrekturgleichung die Impulsbilanz noch nicht erfüllt ist. Um diesen Iterationsprozeß effizienter zu gestalten, werden zwei Korrekturen eingeführt:

- Neighbor Correction
- Skewness Correction

Für weitere Einzelheiten zu den beschriebenen Verfahren siehe [13].

### 3.2.2 Unterrelaxation

Eine entscheidende Rolle bei der Berechnung von Strömungsproblemen spielt die Stabilität des verwendeten numerischen Werkzeuges. Um die Stabilität der oben beschriebenen Verfahren zu erhöhen, ist es sinnvoll, eine sogenannte Unterrelaxation einzuführen.

Bei iterativen Lösungsverfahren können Instabilitäten auftreten, wenn die Änderung der jeweiligen Größe von einem Iterationsschritt zum anderen nicht beschränkt wird. Dieses Limitieren der Größenänderung zwischen zwei Iterationsschritten wird als Unterrelaxation bezeichnet.

$$\Phi^{k+1} = \Phi^k + \alpha \Delta \Phi \quad (3.15)$$

Die Größe  $\alpha$  wird als Unterrelaxationsfaktor bezeichnet.

### 3.2.3 Multigrid

Im Bereich der CFD ist die benötigte Zeit für eine Berechnung und damit die Effizienz der numerischen Verfahren von hoher Bedeutung. Aus diesem Grund sind Methoden wichtig, die die herkömmlichen Lösungsverfahren der linearen Gleichungssysteme beschleunigen können. Neben konjugierten Gradientenverfahren ist das Mehrgitterverfahren ein weitverbreitetes und von FLUENT implementiertes Verfahren.

Bevor ein Mehrgitterverfahren angewendet werden kann, werden ausgehend von dem erstellten feinen numerischen Netz durch Vergrößerung der KV gröbere Netze erzeugt. Dies beruht auf dem Grundgedanken, daß ein iteratives Lösungsverfahren die Fehlerkomponenten einer Näherungslösung sehr effizient eliminiert, deren Wellenlängen der Gittermaschenweite entsprechen. Dies trifft aber nicht für sehr langwellige Fehler zu. Um diese zu kompensieren, werden viele Iterationsschritte benötigt. Genau hier setzt das Mehrgitterverfahren an. Durch mehrere Gittermaschenweiten der verschiedenen Netzebenen werden die Fehler in ihrem gesamten Frequenzspektrum schneller eliminiert.

Auf welche Weise nun die unterschiedlichen Netzebenen miteinander verbunden werden, wie und wieviele Netzebenen erzeugt werden können, kann sehr verschieden realisiert werden. FLUENT hat ein algebraisches Mehrgitterverfahren (AMG) und ein sogenanntes full-approximation storage (FAS) realisiert.

Das **AMG**-Verfahren wird als algebraisch bezeichnet, da keine geometrisch größeren Netze ausgehend von dem feinen Berechnungsnetz erzeugt werden. Dies hat den Vorteil, daß keine größeren Netzebenen generiert oder gespeichert werden müssen, und ebenso entfällt es, Fluß- oder Quellterme für die groben Netzebenen zu entwickeln. Besonders für unstrukturierte Netze wirken sich diese Vorteile stark aus. Die notwendigen Gleichungen für die einzelnen Netzebenen werden rein algebraisch erzeugt.

Anders sieht dies bei dem **FAS**-Verfahren aus. Hier wird eine Anzahl, die frei wählbar ist, unterschiedlicher Netzebenen erzeugt. Für jede einzelne von ihnen werden die diskreten Bewegungsgleichungen abgeleitet und müssen neben den Geometriedaten des Netzes abgespeichert werden.

Wie die Parameter der beiden Mehrgitterverfahren definiert sind, um die erzielten Lösungen von einer Netzebene auf die andere zu übertragen, kann in [15] nachgelesen werden. Hier wird auch ausführlich erklärt, in welcher Reihenfolge die verschiedenen Netzebenen je nach Verfahren gelöst werden. Möglich sind z.B. V- und W-Zyklen. In Bild 3.3 ist ein W-Zyklus dargestellt.

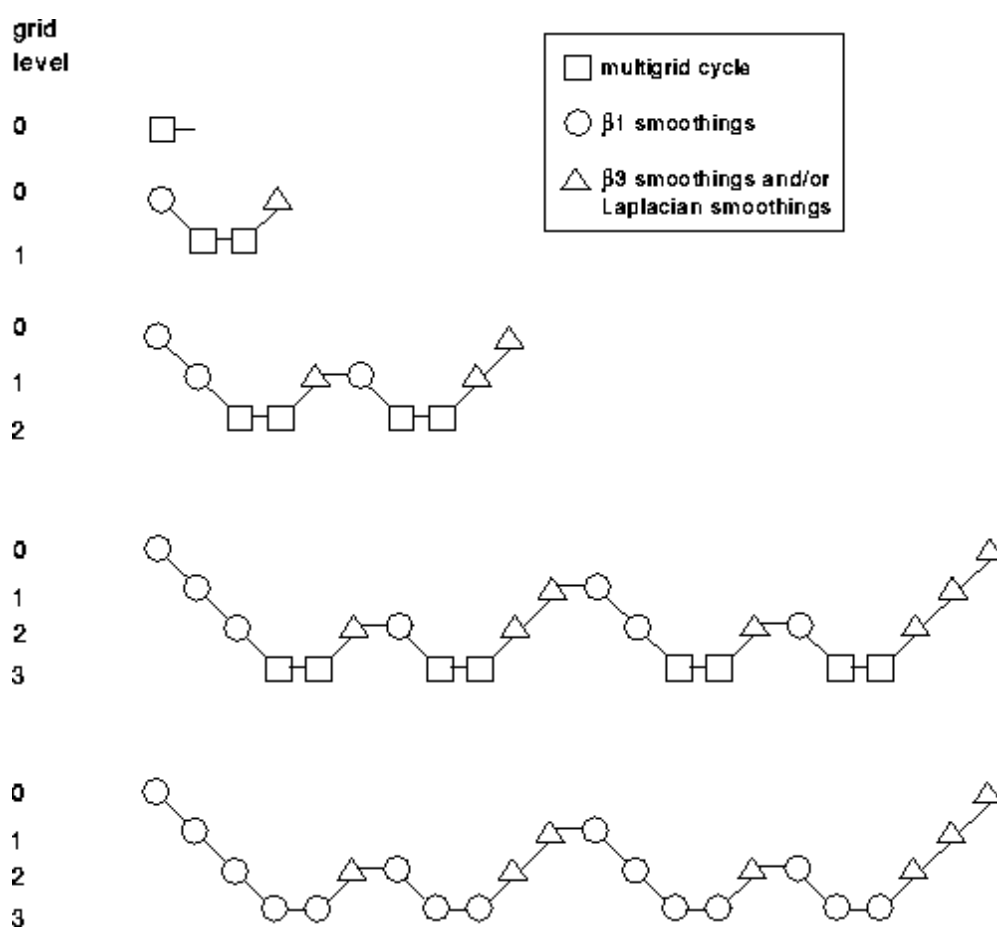


Abb. 3.3: W-Zyklus, Multigrid-Verfahren aus [15]

Die Parameter  $\beta$  werden zum Glätten der Lösung auf den unterschiedlichen Netzebenen verwendet.