Beitrag zur Momenten-Auflager-Interaktion von Sandwichelementen

Vom
Fachbereich 13 – Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs
genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Alexander Engel, M.Sc.

aus Aschaffenburg

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Jörg Lange
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Bernd Naujoks
Tag der Einreichung:	2. Januar 2023
Tag der mündlichen Prüfung:	19. April 2023

Darmstadt 2023
D 17

Engel, Alexander: Beitrag zur Momenten-Auflager-Interaktion von Sandwichelementen
Darmstadt, Technische Universität Darmstadt

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUprints: 2023
Tag der Einreichung: 02.01.2023
Tag der mündlichen Prüfung: 19.04.2023

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-238065
URI: https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/23806

Veröffentlicht unter CC BY-SA 4.0 International
https://creativecommons.org/licenses/

Kurzfassung

Sandwichelemente im Bauwesen werden vorwiegend als raumabschließende Dach- und Fassadenelemente im Industrie- und Hochbau eingesetzt. Da sie in der Regel als Mehrfeldträger verbaut werden, tritt an den Zwischenauflagern, bedingt durch die lokale Eindrückung aus der Auflagerkraft quer zur Bauteilachse, eine Reduktion der Biegetragfähigkeit auf. Die Bestimmung dieser reduzierten Knitterspannung erfolgt gegenwärtig ausschließlich versuchsgestützt mit Hilfe sog. Ersatzträgerversuche nach DIN EN 14509. Forschungsergebnisse (Nelke 2018, Nelke und Lange 2019) zeigten Defizite hinsichtlich der dort verwendeten Randbedingungen auf, sodass die Biegetragfähigkeit überschätzt werden kann oder ungenutzte Reserven vorhanden sind. Ziel der Arbeit war daher die Entwicklung einer Momenten-Auflager-Interaktion, die eine realitätsnahe Bestimmung der reduzierten Knitterspannung ermöglicht. Die Untersuchungen wurden auf den Lastfall Querdruck und auf Sandwichelemente mit PU-Hartschaumkern begrenzt. Zur Erfüllung der Zielsetzung wurde sowohl ein analytischer Berechnungsansatz auf Basis von Spannungsnachweisen nach Theorie II. Ordnung der gebetteten Deckschicht als auch ein versuchsbasierter Interaktionsansatz verfolgt. Mit Hilfe einer breit aufgestellten Versuchsbasis und ergänzenden numerischen Parameterstudien an FE-Modellen wurden die relevanten Einflüsse auf die reduzierte Knitterspannung identifiziert sowie Rückschlüsse auf die Versagensmechanismen gezogen. Im Hinblick auf das analytische Berechnungsverfahren wurden zunächst Untersuchungen zur ungestörten (ideellen) Knitterspannung unter Berücksichtigung linierter Deckschichten sowie der Kerninhomogenität vorgenommen. Entwickelte Näherungslösungen zur ideellen Knitterspannung sowie deren Anwendung in einem analytischen Traglastmodell zeigten insgesamt gute Übereinstimmungen mit numerischen Vergleichsrechnungen. Mit Hilfe numerische Untersuchungen zur lokalen Eindrückung unter dem Zwischenauflager wurden relevante Einflüsse, wie z. B. das Auftreten von Randpressungen, herausgearbeitet. Ein daraus abgeleitetes analytisches Modell zeigte für größere Auflagerbreiten jedoch nur eine mäßige Übereinstimmung mit der Numerik. Auch der analytische Ansatz zur Berechnung der reduzierten Knitterspannung, welcher sich aus einer linearen Spannungsüberlagerung des Modells zur ungestörten Knitterspannung mit dem zur lokalen Eindrückung zusammensetzt, musste letztendlich aufgrund unzureichender Übereinstimmung mit numerischen Vergleichsrechnungen verworfen werden. Dahingegen stellte sich die entwickelte versuchsbasierte Interaktion, die mit Hilfe von zwei Ersatzträgerversuchen mit unterschiedlichen Spannweiten ermittelt werden kann und sich in den momentanen Zulassungsprozess einbinden lässt, als eine geeignete Methode zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung für den Lastfall Querdruck heraus.

Abstract

Sandwich panels in the construction industry are mainly used as roof and facade cladding in industrial and building construction. Since they are usually installed as multi-span beams, a reduction in the bending capacity occurs at the intermediate supports due to the local indentation from the support reaction transverse to the component axis. The determination of this reduced wrinkling stress is currently carried out exclusively test-based with so-called simulated central support tests according to DIN EN 14509/EN 14509. Research results (Nelke 2018, Nelke und Lange 2019) showed some deficits regarding the boundary conditions used there, so that the bending capacity can be overestimated or unused potentials exist. Therefore, the aim of this thesis was the development of a moment-support interaction that allows a realistic determination of the reduced wrinkling stress. The investigations were limited to the load case of transverse compression and to sandwich panels with a rigid PU foam core. To fulfill the objective, both an analytical approach based on stress proofs according to second order theory of the embedded face sheet as well as a test-based interaction approach were pursued. With the help of a broad experimental base and supplementary numerical parameter studies on FE models, the relevant influences on the reduced wrinkling stress were identified and conclusions drawn about the failure mechanisms. Regarding the analytical calculation model, investigations were initially carried out on the undisturbed (ideal) wrinkling stress, taking into account the lining of the face sheets as well as core inhomogeneity. The approximations developed for the ideal wrinkling stress and their application in an analytical ultimate load model showed good overall agreement with comparative numerical calculations. Numerical investigations of the local indentation under the intermediate support were used to identify relevant influences, such as the occurrence of edge compression. However, an analytical model derived from this showed only moderate agreement with the numerics for larger support widths. The analytical approach for calculating the reduced wrinkling stress, which consists of a linear stress superposition of the model for the undisturbed wrinkling stress with that for the local indentation, also had to be rejected in the end due to insufficient agreement with comparative numerical calculations. Instead, the developed test-based interaction, which can be determined using two simulated central support tests with different spans and can be included in the current approval practice, turned out to be a suitable method for determining the reduced wrinkling stress for the load case of transverse compression.

Inhalt

Abkürzungen, Formelzeichen, Symbole . . . . . **IX**

1 Einleitung und Zielsetzung **1**
1.1 Anwendung von Sandwichkonstruktionen im Bauwesen 1
1.2 Problemstellung und Zielsetzung 2
1.3 Aufbau der Arbeit 4

2 Grundlagen **7**
2.1 Eigenschaften von Sandwichelementen 7
2.2 Herstellungsprozess 8
2.3 Sandwichtheorie – Tragwirkung, Schnittgrößen, Verformungen 11
2.4 Versagensmechanismen und Nachweise 14

3 Grundlagen zum Knittern von Sandwichelementen **17**
3.1 Knitterspannung nach Stamm und Witte 18
3.1.1 Ideelle Knitterspannung für homogenes und isotropes Kernmaterial . 18
3.1.2 Berücksichtigung von Imperfektionen in Deckschicht und Kern . . . 21
3.2 Ideelle Knitterspannung nach Thermann 22
3.2.1 Orthotropes Kernmaterial 22
3.2.2 Inhomogenes Kernmaterial 23
3.3 Ideelle Knitterspannung leicht profilierter Deckschichten nach Baehre und Kech 25
3.4 Knitterspannung von Sandwichelementen unter Querdruck 27
3.4.1 Zulassungsversuche nach DIN EN 14509 29
3.4.2 Verfahren nach Nelke 32
3.4.3 Sonstige Veröffentlichungen 36
3.5 Zusammenfassung 37

4 Material- und Bauteilversuche **39**
4.1 Materialeigenschaften des Kernwerkstoffs 39
4.1.1 Orthotropie 39
4.1.2 Inhomogenität über die Kerndicke 43
4.2 Geometrische Imperfektionen in der Deckschicht 53
4.3 Versuche zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck 55
4.3.1 Versuche an dicken Wandelementen 56
4.3.2 Versuche an dünnen Wand- und Dachelementen 60
4.4 Messung der lokalen Verformung aus Querdruck 64
4.5 Normalspannungen an leicht profilierten Deckschichten 68
4.6 Zusammenfassung 70

5 Untersuchungen zur ideellen Knitterspannung **73**
5.1 Inhomogenität über die Kerndicke 73
5.1.1 Parameterstudien am Zweischichtmodell 73

5.1.2 Entwicklung einer Näherungslösung 75
5.2 Ideelle Knitterspannung leicht profilierter Deckschichten 79
5.2.1 Parameterstudie zur ideellen Knitterspannung 81
5.2.2 Entwicklung einer Näherungslösung für linierte Deckschichten 84
5.2.3 Erweiterung für inhomogenes Kernmaterial 88
5.3 Zusammenfassung 91

6 Numerische Untersuchungen zur reduzierten Knitterspannung unter Querdruck 93
6.1 Modellierung und Kalibrierung des numerischen Modells anhand von Versuchsdaten 93
6.1.1 Modellierung 93
6.1.2 Versuchsnachrechnung 95
6.2 Numerische Parameterstudien zur lokalen Eindrückung 99
6.3 Numerische Parameterstudien zur reduzierten Knitterspannung 105
6.3.1 Einfluss der Kerndicke und Lastbreite 107
6.3.2 Einfluss der Imperfektion $\boldsymbol{e_0}$ 108
6.3.3 Einfluss der Kerninhomogenität 110
6.3.4 Einfluss der Kernfestigkeiten $\boldsymbol{f_C}$ und $\boldsymbol{f_{Cv}}$ 111
6.3.5 Einfluss der leichten Deckschichtprofilierung 112
6.3.6 Sonstiges 117
6.4 Zusammenfassung 119

7 Analytische Bestimmung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck . 121
7.1 Modell zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung 121
7.1.1 Vergleich mit numerischen Ergebnissen 122
7.1.2 Vergleich mit Versuchsergebnissen 126
7.2 Modell zur Bestimmung der lokalen Deckschicht-Eindrückung 127
7.2.1 Punktuelle Einzellast 127
7.2.2 Berücksichtigung der tatsächlichen Lastbreite 128
7.3 Analytische Traglastberechnungen unter Berücksichtigung der Querlast . . . 132
7.4 Zusammenfassung 135

8 Versuchsbasierte Momenten-Auflager-Interaktion 137
8.1 Anpassung für Sandwichelemente mit quasi-ebenen Deckschichten 138
8.1.1 Variante 1 – quasi-ebene Deckschichten 139
8.1.2 Variante 2 – linierte Deckschichten 141
8.2 Anwendung auf Bauteilversuche 143
8.3 Ersatzträgerlängen und Versuchsdurchführung 145
8.4 Zusammenfassung und Diskussion des Verfahrens 149

9 Zusammenfassung und Ausblick 155

Literaturverzeichnis 161

A Zusatzinfomationen zu den Versuchsergebnissen A-1
A.1 Materialkennwerte A-1
A.2 Bauteilversuche A-13

B Zusatzinformationen zu den analytischen und numerischen Berechnungen . . B-1
B.1 Ideelle Knitterspannung linierter Deckschichten B-1
B.2 Berechnungen zur ungestörten Knitterspannung B-4

B.3 Berechnungsbeispiel – ungestörte Knitterspannung B-6
B.4 Herleitung – Lokale Beanspruchung aus Querlast B-9
B.5 Berechnungen zu reduzierten Knitterspannung B-11
B.6 Berechnungsbeispiel – reduzierte Knitterspannung B-14

C Zusatzinformationen zur Momenten-Auflager-Interaktion C-1
C.1 Interaktion – numerische Parameterstudien C-1
C.2 Interaktion – Bauteilversuche C-13
C.3 Interaktion – Ersatzträgerlängen C-18
C.4 Interaktion – Einfluss globaler Parameter auf den Interaktionsverlauf C-19

Abkürzungen, Formelzeichen, Symbole

Abkürzungen

abZ	allgemeine bauaufsichtliche Zulassung
DGL	Differentialgleichung
DIC	Digital Image Correlation, stellvertretend für optische Dehnungsmessungen
DLT	Durchlaufträger
DMS	Dehnmessstreifen
DS	Deckschicht
E-Modul, G-Modul	Elastizitätsmodul, Schubmodul
ET	Ersatzträger
FE, FEM	Finite-Elemente-Methode
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
H	homogen
IH	inhomogen
KSP	Knitterspannung
MAI	Momenten-Auflager-Interaktion
MW	Mittelwert
PDVK	Prinzip der virtuellen Kräfte
PIR	Polyisocyanurat
PU	Polyurethan-Hartschaum (stellvertretend für PUR und PIR)
PO, PU	Produktionsoberseite, -unterseite
PUR	Polyurethan
VarK	Variationskoeffizient
wqs	wirksamer Querschnitt

Abmessungen, Koordinatensystem

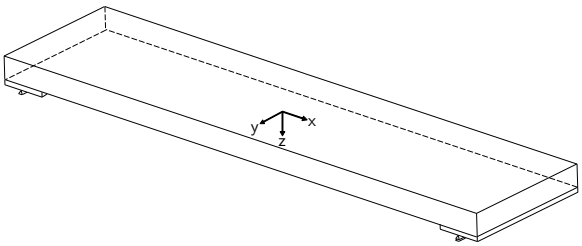


Bild 1: Koordinatensystem

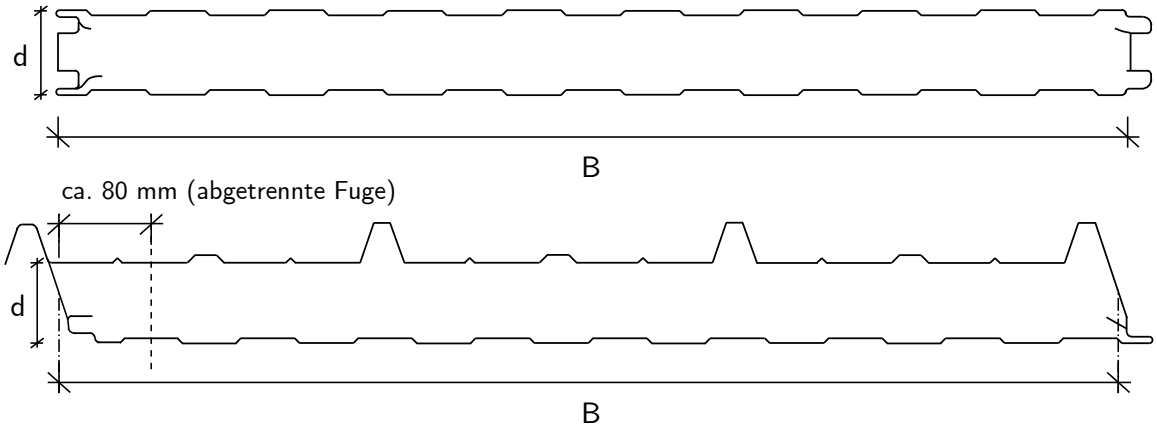


Bild 2: Globale Abmessungen, oben Wand, unten Dach

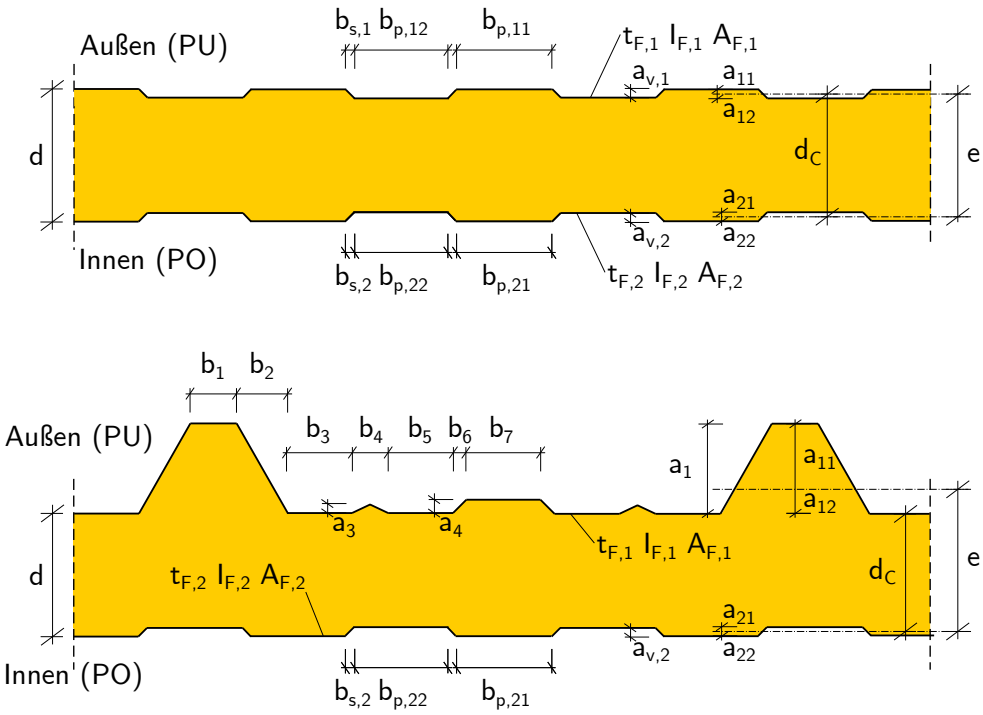


Bild 3: Lokale Abmessungen, oben Wand, unten Dach

Formelzeichen, Symbole, Buchstaben

A	Querschnittsfläche
$a_1, \ldots, a_4$	Vertikale Querschnittsabmessungen gem. Bild 3
$a_{11}, \ldots, a_{22}$	Vertikale Schwerpunktsabstände der Deckschichten gem. Bild 3
A_C	Querschnittsfläche des durchgehenden Kerns
A_F	Fläche der Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Länge^2/Länge = Länge)
$A_\mathrm{F,eff}$	Wirksame Querschnittsfläche der quasi-ebenen Deckschicht, je wirksamer Breiteneinheit (Dimension: Länge)
$A_\mathrm{F,eff,QS}$	Wirksame Querschnittsfläche für den Querschnittsnachweis, je Breiteneinheit (Dimension: Länge)
$A_\mathrm{F,voll}$	Voll wirksame Fläche der Deckschicht (Dimension: Länge^2)
$A_\mathrm{F,wqs}$	Wirksame Querschnittsfläche der quasi-ebenen Deckschicht (Dimension: Länge^2)
a_v	Linierungstiefe einer quasi-ebenen Deckschicht
$a_\mathrm{v,1}$, $a_\mathrm{v,2}$	Linierungstiefe gem. Bild 3
$a_\mathrm{v,a}$	Linierungstiefe, Lasermessung neben dem Steg der Linierung
$a_\mathrm{v,b}$	Linierungstiefe, Lasermessung in der Mitte des ebenen Teilfeldes
$a_\mathrm{v,m}$	Mittlere Linierungstiefe: $(a_\mathrm{va} + a_\mathrm{vb})/2$
a_x, a_y	(Kritische) Halbwellenlänge in x- und y-Richtung
$a_\mathrm{x,eff,QS}$	Kritische Halbwellenlänge in x-Richtung für den Querschnittsnachweis, berechnet mit $I_\mathrm{F,eff,QS}$
α	Wichtungsfaktor hinsichtlich des Beitrags der Kernschicht zur ideellen Knitterspannung (Inhomogenität)
α	Parameter in der Lösung der DGL zur lokalen Eindrückung w_L
α_p	Verhältnis zwischen Halbwellenlänge und Teilfeldbreite nach Baehre (1989) und Kech (1991)
B	Breite des Sandwichelements
$b_1, \ldots, b_7$	Horizontale Querschnittsabmessungen gem. Bild 3
b_eff, $b_\mathrm{eff,}j$	Wirksame Breite (des ebenen Teilfelds j) der quasi-ebenen Deckschicht
$b_\mathrm{eff,ges}$	Wirksame Gesamtbreite (eines Abschnitts, z. B. einer Welle) der quasi-ebenen Deckschicht
B_F	Biegesteifigkeit der Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft×Länge)
$B_\mathrm{F,eff}$	Wirksame Biegesteifigkeit der quasi-ebenen Deckschicht, je wirksamer Breiteneinheit (Dimension: Kraft×Länge)
$B_\mathrm{F,eff,QS}$	Wirksame Biegesteifigkeit für den Querschnittsnachweis unter Ansatz von $I_\mathrm{F,eff,QS}$, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft×Länge)
$B_\mathrm{F,o}$, $B_\mathrm{F,u}$	Biegesteifigkeit der oberen (Druckseite, lastzugewandt) und unteren (Zugseite, lastabgewandt) Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft×Länge)

b_{ges}	Gesamtbreite (eines Abschnitts, z. B. einer Welle) der quasi-ebenen Deckschicht
b_{p}, $b_{\mathrm{p},j}$	Breite (des ebenen Teilfelds j) der quasi-ebenen Deckschicht
$\mathrm{b}_{\mathrm{p,m}}$	Mittlere Breite der ebenen Teilfelder einer quasi-ebenen Deckschicht
$b_{\mathrm{p},11}$, $\ldots, b_{\mathrm{p},22}$	Horizontale Querschnittsabmessungen gem. Bild 3
b_{s}	Projizierte Stegbreite der quasi-ebenen Deckschicht
$b_{\mathrm{s},1}$, $b_{\mathrm{s},2}$	Projizierte Stegbreite gem. Bild 3
β	Parameter in der Lösung der DGL zur lokalen Eindrückung w_{L}
C, C_1, $\ldots, C_4$	Konstanten in der DGL zur lokalen Eindrückung w_{L}
d	Gesamtdicke des Sandwichelements, bei Wandelementen die Gesamtdicke abzüglich der Profilierung
d_{C}	Mittlere durchgehende Kerndicke, abzüglich der angrenzenden Blechdicken t_{F}
$d_{\mathrm{C},1}$, $d_{\mathrm{C},2}$, $\ldots, d_{\mathrm{C},i}$	Schichtdicken mit unterschiedlichen Kerneigenschaften (Inhomogenität, Mehrschichtmodell)
d_{grenz}	Grenzdicke des hinsichtlich der ideellen Knitterspannung aktivierbaren Kernbereichs
Δ	Laplace-Operator (partiellen Differentialgleichung)
e	Schwerpunktabstand der Deckschichten, statische Höhe
e_0	Ersatzimperfektion, Vorverformung der Deckschicht
E_{C}	E-Modul des Kerns, i. d. R. $(E_{Cc} + E_{Ct})/2$
$E_{\mathrm{C},1}$, $E_{\mathrm{C},2}$, $\ldots, E_{\mathrm{C},i}$	E-Modul der jeweiligen Kernschicht (Inhomogenität, Mehrschichtmodell)
$E_{\mathrm{C,IH}}$	Ersatz-E-Modul zur Berücksichtigung der Inhomogenität in der Knitterspannung
$E_{\mathrm{C,x}}$, $E_{\mathrm{C,y}}$, $E_{\mathrm{C,z}}$	E-Modul des Kerns in jeweiliger Koordinatenrichtung
E_{Cc}	E-Modul des Kerns auf Druck
$E_{\mathrm{Cc,x}}$, $E_{\mathrm{Cc,y}}$, $E_{\mathrm{Cc,z}}$	E-Modul des Kerns auf Druck in jeweiliger Koordinatenrichtung
$E_{\mathrm{Cc,z,DIC},i}$	Mittels DIC bestimmter E-Modul der jeweiligen Kernschicht auf Druck in z-Richtung (Inhomogenität)
$E_{\mathrm{Cc,z,DIC}}$	Mittels DIC bestimmter E-Modul des Kerns auf Druck in z-Richtung, über die Kerndicke homogenisiert/gemittelt
$E_{\mathrm{Cc,z},i}$	E-Modul der jeweiligen Kernschicht auf Druck in z-Richtung (Inhomogenität)
E_{Ct}	E-Modul des Kerns auf Zug
$E_{\mathrm{Ct,x}}$, $E_{\mathrm{Ct,y}}$, $E_{\mathrm{Ct,z}}$	E-Modul des Kerns auf Zug in jeweiliger Koordinatenrichtung
$E_{\mathrm{Ct,z,DIC},i}$	Mittels DIC bestimmter E-Modul der jeweiligen Kernschicht auf Zug in z-Richtung (Inhomogenität)

$E_{\mathrm{Ct,z,DIC}}$	Mittels DIC bestimmter E-Modul des Kerns auf Zug in z-Richtung, über die Kerndicke homogenisiert/gemittelt
$E_{\mathrm{Ct,z},i}$	E-Modul der jeweiligen Kernschicht auf Zug in z-Richtung (Inhomogenität)
E_{F}	E-Modul der Deckschicht
e_{ges}	Gesamtimperfektion: $e_0 + e_{\mathrm{L}}$
e_{L}	Ersatzimperfektion aus Querlast
E_{T}	Tangentenmodul/Verfestigungsmodul der Deckschicht
$\mathrm{E_{TCc}}$	Verfestigungsmodul des Kerns auf Druck (bilineares Materialmodell)
$\mathrm{E_{TCt}}$	Verfestigungsmodul des Kerns auf Zug (bilineares Materialmodell)
$\mathrm{E_{TCv}}$	Verfestigungsmodul des Kerns auf Schub (bilineares Materialmodell)
ε_1, ε_2	Parameter in der Funktion $f(d_{\mathrm{C}}/a_{\mathrm{x}})$
ε_{x}	Dehnung der Deckschicht in x-Richtung
$\varepsilon_{\mathrm{C,xz}}$	Dehnung/Schubgleitung des Kerns in xz-Richtung
F	Kraft je Breiteneinheit (Dimension: Kraft/Länge)
F_1, F_2	Einzellasten in verschiedenen Ansätzen zur Bestimmung der lokalen Eindrückung
F_{A}	Auflagerkraft
F_{max}	Maximallast im Versuch
f_1, f_2	Faktoren zur Definition der Inhomogenität im Zweischichtmodell
f_1, f_2	Anpassungsfunktionen zur Modifikation von $\varphi_{\mathrm{w,red}}$
f_{C}	Grenzwert der Kernfestigkeit, Minimum aus f_{Cc} und f_{Ct}
f_{Cc}	Druckfestigkeit des Kerns (i. d. R. in z-Richtung)
$f_{\mathrm{Cc,x}}$, $f_{\mathrm{Cc,y}}$, $f_{\mathrm{Cc,z}}$	Druckfestigkeit des Kerns in jeweiliger Koordinatenrichtung
$f_{\mathrm{Cc,z},i}$	Druckfestigkeit der jeweiligen Kernschicht in z-Richtung (Inhomogenität)
f_{Ct}	Zugfestigkeit des Kerns (i. d. R. in z-Richtung)
$f_{\mathrm{Ct,x}}$, $f_{\mathrm{Ct,y}}$, $f_{\mathrm{Ct,z}}$	Zugfestigkeit des Kerns in jeweiliger Koordinatenrichtung
$f_{\mathrm{Ct,z},i}$	Zugfestigkeit der jeweiligen Kernschicht in z-Richtung (Inhomogenität)
f_{Cv}	Schubfestigkeit des Kerns (i. d. R. in xz-Richtung)
$f_{\mathrm{Cv,xz}}$, $f_{\mathrm{Cv,xy}}$, $f_{\mathrm{Cv,yz}}$	Schubfestigkeit des Kerns in jeweiliger Koordinatenebene
$f_{\mathrm{Cv,xz},i}$	Schubfestigkeit der jeweiligen Kernschicht in xz-Richtung (Inhomogenität)
$f(d_{\mathrm{C}}/a_{\mathrm{x}})$	Funktion zur Berücksichtigung einer endlichen Kerndicke in der Knitterspannung
f_{y}	Fließspannung der Deckschicht
f_{yC}	Fließspannung des Kerns (bilineares Materialmodell)
f_{yCc}	Fließspannung des Kerns auf Druck (bilineares Materialmodell)

f_{yCt}	Fließspannung des Kerns auf Zug, entspricht der Zugfestigkeit f_{Ct} (bilineares Materialmodell)
f_{u}	Zugfestigkeit der Deckschicht
G_{C}	Schubmodul des Kerns
$G_{\mathrm{C},1}$, $G_{\mathrm{C},2}$, $\ldots, G_{\mathrm{C},i}$	Schubmodul der jeweiligen Kernschicht (Inhomogenität, Mehrschichtmodell)
$G_{\mathrm{C,IH}}$	Ersatz-Schubmodul zur Berücksichtigung der Inhomogenität in der Knitterspannung
$G_{\mathrm{C,xz}}$, $G_{\mathrm{C,xy}}$, $G_{\mathrm{C,yz}}$	Schubmodul des Kerns in jeweiliger Koordinatenebene
$G_{\mathrm{C,xz,DIC},i}$	Mittels DIC bestimmter Schubmodul der jeweiligen Kernschicht in xz-Richtung (Inhomogenität)
$G_{\mathrm{C,xz,DIC}}$	Mittels DIC bestimmter Schubmodul des Kerns in xz-Richtung, über die Kerndicke homogenisiert/gemittelt
$G_{\mathrm{C,xz},i}$	Schubmodul der jeweiligen Kernschicht in xz-Richtung (Inhomogenität)
g_{k}	Eigenlast des Elements (linienförmig oder flächig)
h_1, h_2, $\ldots, h_i$	Schichtdicken des Kerns innerhalb d_{grenz} zur Bestimmung der inhomogenen Ersatzmoduln
I_{F}	Flächenträgheitsmoment der Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Länge^4/Länge = Länge^3)
$I_{\mathrm{F,eff}}$	Wirksames Flächenträgheitsmoment der quasi-ebenen Deckschicht, je wirksamer Breiteneinheit (Dimension: Länge^3)
$I_{\mathrm{F,eff,QS}}$	Wirksames Flächenträgheitsmoment für den Querschnittsnachweis, je Breiteneinheit (Dimension: Länge^3)
$I_{\mathrm{F,o}}$, $I_{\mathrm{F,u}}$	Flächenträgheitsmoment der oberen (Druckseite) und unteren (Zugseite) Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Länge^3)
$I_{\mathrm{F,voll}}$	Voll wirksames Flächenträgheitsmoment der quasi-ebenen Deckschicht (Dimension: Länge^4)
$I_{\mathrm{F,wqs}}$	Wirksames Flächenträgheitsmoment der quasi-ebenen Deckschicht (Dimension: Länge^4)
k	Lastausbreitungs-Parameter für den Nachweis der Auflagerpressung
k_1	Bettungsmodul der Zwei-Parameter-Bettung
k_{t}	Korrekturfaktor für den Einfluss der Blechdicke auf die Näherungslösung $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$
K	Bettungswert für die ideelle Knitterspannung
K_1	Bezugswert in den Formeln für ρ_{w} und n_1 ; $K_1 = 1\,\mathrm{N/mm^2}$
K_{L}	Federsteifigkeit der lokalen Eindrückung am Lastrand (Dimension: Kraft/Länge^2)
$K_{\mathrm{L,IH}}$	Federsteifigkeit der lokalen Eindrückung am Lastrand mit inhomogenem Kern (Dimension: Kraft/Länge^2)
K_{O}	Bettungswert für die ideelle Knitterspannung mit orthotropem Kern nach Thermann (1989)
k_{w}	Bettungsmodul für die ideelle Knitterspannung, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft/Länge^3)

$k_{\mathrm{w,L}}$	Bettungsmodul für die lokale Querlast, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft/Länge^3)
L	Spannweite, Stützweite des Sandwichelements
L_{ET}	Ersatzträger-Spannweite
$L_{\mathrm{ET,V1}}$, $L_{\mathrm{ET,V2}}$	MAI: Ersatzträger-Spannweiten zur experimentellen Bestimmung von $\sigma_{\mathrm{w,red,V1}}$ und $\sigma_{\mathrm{w,red,V2}}$
l_{s}	Länge des Stegs einer quasi-ebenen Deckschicht
L_{S}	Lastbreite (Ersatzträger) bzw. Zwischenauflagerbreite (Mehrfeldträger) in Elementlängsrichtung
L_{S}^*	Modifizierte Lastbreite zur Bestimmung der lokalen Eindrückung
L_{S1}	Bezugswert in der Formel für $\varphi_{\mathrm{w,red}}$; $L_{\mathrm{S1}} = 1$ mm
L_{P}	Last- und Auflagerlänge im Schubbalkenversuch
λ	Parameter in der Lösung der DGL zur lokalen Eindrückung w_{L}
$\overline{\lambda}_{\mathrm{p}}$	Bezogene Schlankheit des ebenen Teilfelds einer quasi-ebenen Deckschicht
m	MAI: Parameter zur Beschreibung der der linearen Interaktionsfunktion
M	Biegemoment
M_{ET}	Biegemoment des Ersatzträgers
$\mathrm{M}_{\mathrm{DLT}}$	Stützmoment des Durchlaufträgers
M_{F}	Lokales Biegemoment in der Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft×Länge/Länge = Kraft)
$M_{\mathrm{F,II}}$	Lokales Biegemoment in der Deckschicht nach Theorie II. Ordnung, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft)
M_{F1}, M_{F2}	Lokales Biegemoment in der Deckschicht 1 bzw. 2
$M_{\mathrm{F,el}}$	Elastisches Grenzmoment der Deckschicht: $W_{\mathrm{F}} \cdot f_{\mathrm{y}}$
$M_{\mathrm{F,L}}$	Lokales Biegemoment in der Deckschicht aus Eindrückung (Querlast), je Breiteneinheit (Dimension: Kraft)
M_{S}	Sandwich-Biegemoment
M/R	Mehrfeldträger: Verhältnis zwischen Stützmoment M und Zwischenauflagerkraft R Ersatzträger: Verhältnis zwischen Moment M und Einzellast R
n	MAI: Parameter zur Beschreibung der der linearen Interaktionsfunktion
n_1, n_2	Parameter zur Bestimmung von f_1 und f_2 für die Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$
N_{cr}	Verzweigungslast, kritische Last
n_{F}	Normalkraft in der Deckschicht in x-Richtung, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft/Länge)
N_{F}	Normalkraft in der Deckschicht x-Richtung
N_{F1}, N_{F2}	Normalkraft in der Deckschicht 1 bzw. 2 x-Richtung
$n_{\mathrm{F,x}}$, $n_{\mathrm{F,y}}$	Normalkraft in der Deckschicht in jeweiliger Koordinatenrichtung, je Breiteneinheit (Dimension: Kraft/Länge)
$n_{\mathrm{F,xy}}$	Schubkraft in der Deckschicht in xy-Richtung (Dimension: Kraft/Länge)
ν_{C}	Querdehnzahl des Kerns

$\nu_{\mathrm{C,xy}}$, $\nu_{\mathrm{C,yx}}$, $\ldots$, $\nu_{\mathrm{C,xz}}$	Querdehnzahlen des Kerns in jeweiliger Koordinatenrichtung
$\nu_{\mathrm{C,x}}$, $\nu_{\mathrm{C,y}}$, $\nu_{\mathrm{C,z}}$	Modifizierte Querdehnzahlen des Kerns aus Thermann (1989)
ν_{F}	Querdehnzahl der Deckschicht
p, p_0	Kontaktspannung/Bettungsdruck zwischen Kern und Deckschicht
$\varphi_{\mathrm{w,red}}$	Parameter zur Normierung Verläufe der reduzierten Knitterspannung
$\varphi_{\mathrm{w,red,V1}}$, $\varphi_{\mathrm{w,red,V2}}$	MAI: zugehörige Parameter zu $\sigma_{\mathrm{w,red,V1}}$ und $\sigma_{\mathrm{w,red,V2}}$
q	Linienlast/Flächenlast in verschiedenen Ansätzen zur Bestimmung der lokalen Eindrückung
R	Zwischenauflagerkraft eines Mehrfeldträgers bzw. einwirkende Einzellast auf den Ersatzträger
ρ	Abminderungsfaktor für die kritische Beulspannung der Deckschicht
ρ_{C}	Rohdichte des Kernwerkstoffs
ρ_{w}	Normierungsfunktion für die Näherungslösung von $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$
σ_{C}, $\sigma_{\mathrm{C,z}}$	Normalspannung im Kern in z-Richtung
$\sigma_{\mathrm{C,z,L}}$	Normalspannung im Kern in z-Richtung aus der Querlast
$\sigma_{\mathrm{C,z,Imp}}$	Normalspannung im Kern in z-Richtung aus der Vorverformung e_0
σ_{cr}	Verzweigungsspannung, kritische Spannung
σ_{F}	Normalspannung in der Deckschicht in x-Richtung
σ_{F1}, σ_{F11}, $\ldots$, σ_{F22}	Normalspannungen in der Deckschichten 1 bzw. 2 in x-Richtung gem. Bild 2.5
$\sigma_{\mathrm{F,Imp}}$	Biegeanteil der Normalspannung in der Deckschicht aus der Vorverformung e_0
$\sigma_{\mathrm{F,L}}$	Biegeanteil der Normalspannung in der Deckschicht aus der Querlast
$\sigma_{\mathrm{F,N}}$	Normalkraftanteil der Normalspannung in der Deckschicht
σ_{w}	Ungestörte Knitterspannung (Traglast)
σ_{w1}	Berechnete Knitterspannung für den Fall des Stahlversagens (Traglast)
σ_{w2}	Berechnete Knitterspannung für den Fall des Kernversagens (Traglast)
$\sigma_{\mathrm{w,cr}}$	Ideelle Knitterspannung (Verzweigungsspannung, Eigenwert)
$\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$	Ideelle Knitterspannung mit inhomogenem Kern
$\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$	Ideelle Knitterspannung mit ebener Deckschicht
$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	Ideelle Knitterspannung der wirksamen Deckschicht, bezogen auf den voll wirksamen Querschnitt
$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff,1}}$, $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff,2}}$, $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff,m}}$	Ideelle Knitterspannung der wirksamen Deckschicht unter Ansatz von $b_{\mathrm{p,1}}$, $b_{\mathrm{p,2}}$ und $b_{\mathrm{p,m}}$
$\sigma_{\mathrm{w,cr,p}}$	Ideelle Knitterspannung des ebenen, längsseitig gelagerten Teilfelds einer quasi-ebenen Deckschicht
$\sigma_{\mathrm{w,cr,wqs}}$	Ideelle Knitterspannung der wirksamen Deckschicht, bezogen auf den wirksamen Querschnitt
$\sigma_{\mathrm{w,MW}}$	Mittelwert der ungestörten Knitterspannung (Traglast)

$\sigma_{\mathrm{w,5\%}}$	5%-Fraktilwert der ungestörten Knitterspannung (Traglast)
$\sigma_{\mathrm{w,red}}$	Reduzierte Knitterspannung (Traglast)
$\sigma_{\mathrm{w,red,MW}}$	Mittelwert der reduzierten Knitterspannung (Traglast)
$\sigma_{\mathrm{w,red,5\%}}$	5%-Fraktilwert der reduzierten Knitterspannung (Traglast)
$\sigma_{\mathrm{w,red,V1}}$, $\sigma_{\mathrm{w,red,V2}}$	Experimentell bestimmte reduzierte Knitterspannungen zur Ermittlung der Momenten-Auflager-Interaktion (Traglast)
t_{F}	Dicke der Deckschicht (statisch wirksam, ohne Beschichtung)
$t_{\mathrm{F,o}}$	Dicke der oberen Deckschicht (Druckseite)
$t_{\mathrm{F,u}}$	Dicke der unteren Deckschicht (Zugseite)
$t_{\mathrm{F,PO}}$, $t_{\mathrm{F,2}}$	Dicke der Deckschicht an der Produktionsoberseite (vgl. Bild 3)
$t_{\mathrm{F,PU}}$, $t_{\mathrm{F,1}}$	Dicke der Deckschicht an der Produktionsunterseite (vgl. Bild 3)
$\underline{T}$	Übertragungsmatrix bei inhomogenem Kern nach Thermann (1989)
$T_{11\ldots}T_{44}$	Komponenten der Übertragungsmatrix
τ_{C}, $\tau_{\mathrm{C,xz}}$	Schubspannung im Kern in xz-Richtung
τ_{F1}, τ_{F2}	Schubspannung in der Deckschicht 1 bzw. 2
V_{F1}, V_{F2}	Querkraft in der Deckschicht 1 bzw. 2
V_{S}	Sandwichquerkraft im Kern
w_0	Amplitude der Verformung in z-Richtung
w_1	Funktion der Vorverformung in z-Richtung
w_{L}	Lokale Eindrückung der Deckschicht aus einer Querlast; in der Versuchsauswertung und den numerischen Modellen definiert als Differenzverformung zwischen oberer und unterer Deckschicht
W_{F}	Elastisches Widerstandsmoment der Deckschicht, je Breiteneinheit (Dimension: Länge^3/Länge = Länge^2)
$W_{\mathrm{F,eff,QS}}$	Wirksames elastisches Widerstandsmoment für den Querschnittsnachweis unter Ansatz von $I_{\mathrm{F,eff,QS}}$, je Breiteneinheit (Dimension: Länge^2)
x, y, z	Koordinatensystem im Bauteil: Längsrichtung, Querrichtung, Dickenrichtung
u, v, w	Verformung der gebetteten Deckschicht in x-, y- und z-Richtung
X	MAI: $X = 100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$
X_{V1}, X_{V2}	MAI: festgelegte Funktionswerte ($100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$) zur Abschätzung der Ersatzträgerlängen $L_{\mathrm{ET,V1}}$ und $L_{\mathrm{ET,V2}}$
$\underline{z}$, $\underline{z}_{\mathrm{n}}$, $\underline{z}_0$	Zustandsvektoren (inhomogener Kern) nach Thermann (1989)
z_{s}	Schwerpunktskoordinate der Deckschicht

1 Einleitung und Zielsetzung

1.1 Anwendung von Sandwichkonstruktionen im Bauwesen

Der Leichtbau mit Hilfe von Sandwich-Verbundkonstruktionen hat sich innerhalb der letzten Jahrzehnte zu einem festen Bestandteil in Maschinenbau und Bauwesen etabliert. Während die gegenüber anderen Bauweisen noch relativ junge Sandwichbauweise in der Mitte des 20. Jahrhunderts hauptsächlich in der Luft- und Raumfahrt eingesetzt wurde, konnte durch die industrielle Massenproduktion allmählich eine Vielzahl weiterer Anwendungszwecke, z. B. in der Bauindustrie, der Automobilindustrie, im Schiffbau sowie im Kühlhausbau, erschlossen werden (Davies 2001, S. 1 f.).

Sandwichelemente im Bauwesen bestehen in der Regel aus zwei dünnen Metalldeckschichten, welche durch einen dämmenden Kern miteinander verbunden sind, wodurch ein effizientes Verbundbauteil entsteht. Sie werden vorwiegend als raumabschließende Dach- und Fassadenelemente im Industrie- und Hochbau eingesetzt. Jährlich werden in Deutschland ca. 20 Mio. m^2 Sandwichelemente verbaut (Lange und Berner 2020, Kap. 1). Die Sandwichbauweise ermöglicht wirtschaftliche Lösungen für die gestiegenen Anforderungen an die Gebäudehülle hinsichtlich des Wärme-, Schall- und Brandschutzes sowie der Luftdichtheit, da sie viele der genannten Anforderungen und den vollständigen Wand- bzw. Dachaufbau in einem Bauteil vereint. Sie verbindet vergleichsweise große Tragfähigkeiten mit geringem Eigengewicht, guten Dämmeigenschaften und dem Schutz vor Witterungseinflüssen. Durch den Einsatz spezieller Kernwerkstoffe (Mineralwolle) lassen sich auch höhere Anforderungen an den Brand und- Schallschutz erfüllen.

(a) myPSA, Augsburg

(b) huber Glas- und Fensterbau, Schongau

Bild 1.1: Sandwichfassaden (Romakowski GmbH & Co. KG 2022a, 2022b)

Aufgrund der industriellen, kontinuierlichen Fertigung können maßgenaue Bauteile mit großer Länge – ca. 18 m ohne Sondertransport (Möller et al. 2011, Kap. 1.5.3) – realisiert und einbaufertig zur Baustelle angeliefert werden. In Kombination mit dem geringen Eigengewicht, der einfachen Verbindung durch Feder-Nut-Systeme, welche gleichzeitig die Dichtigkeit zwischen den Elementen herstellen, und der bereits vorhandenen Wärmedämmung wird

eine großflächige und schnelle Montage mit wenig zusätzlichen Arbeitsschritten ermöglicht. Dies geht mit Zeit- und Kostenersparnissen in der Bauphase einher und ist, zusammen mit der günstigen Fertigung, ein wichtiger Grund für den Erfolg der Bauweise (Lange und Berner 2020, Kap. 1 f.).

Eine variable Oberflächengestaltung und Farbgebung ermöglicht die Realisierung optisch anspruchsvoller Fassaden (Bild 1.1). Ebenfalls ist die Umsetzung komplexerer Geometrien, z. B. in Form von gekrümmten Bauteilen, Gegenstand der Forschung (Grimm 2022).

1.2 Problemstellung und Zielsetzung

Um die Vorteile der Sandwichbauweise hinsichtlich kurzer Bau- und Montagezeiten auszuschöpfen, ist es sinnvoll, sie in großer Länge zu fertigen. So verringert sich der Verlege- und Befestigungsaufwand aufgrund einer geringeren Anzahl an Einzelelementen und große Fassadenflächen können in einem Arbeitsgang montiert werden. Geht man von einer maximalen Transportlänge von 18 m aus, ergibt sich eine Fassadenfläche von ca. 18 m^2, die durch ein einzelnes Bauteil abgedeckt werden kann. Damit kann die Fassade bei vertikaler Verlegung bereits bei einer Vielzahl von Bauwerken ohne weitere Längsstöße, welche mit zusätzlichen Arbeitsschritten zur Abdichtung und Fugenverkleidung verbunden sind, umgesetzt werden. Da die Verlegung als Einfeldsystem bei diesen Spannweiten nicht oder nur mit sehr großer Elementdicke umsetzbar wäre, wundert es nicht, dass in Deutschland überwiegend Durchlaufträger zum Einsatz kommen, welche die Lasten an eine entsprechende Unterkonstruktion weiterleiten. Dies geht aus einer Umfrage von Kurpiela (2013, Kap. 6.3.1) unter deutschen Sandwichherstellern aus dem Jahr 2010 hervor. So werden ca. 80 % aller Dach- und Wandelemente als Mehrfeldträger verbaut, der Großteil davon mit einer Feldanzahl ≥ 3. Nelke (2018, Abb. 6.2) erweitert die Auswertung durch bis dato unveröffentlichte Umfrageergebnisse von Kurpiela, woraus hervorgeht, dass die Einzelstützweiten der Mehrfeldsysteme am häufigsten zwischen zwei und vier Metern liegen.

Sandwichelemente versagen unter reiner Biegebeanspruchung meistens durch das sogenannte Knittern, ein kurzwelliges, lokales Stabilitätsversagen der gedrückten Deckschichtseite. Die zugehörige Traglast wird als Knitterspannung[1] bezeichnet. Bei Mehrfeldträgern tritt an den Zwischenauflagern stets eine Interaktion zwischen der aus Biegung druckbeanspruchten Deckschicht und der Auflagerkraft orthogonal dazu auf. Die aus der Auflagerkraft resultierenden lokalen Eindrückungen in der Deckschicht bewirken eine Reduktion der dortigen aufnehmbaren Knitterspannung (siehe Bild 1.2).

Im Rahmen der Erstzulassung wird die reduzierte Knitterspannung versuchstechnisch mit Hilfe eines sogenannten Ersatzträgerversuchs gemäß DIN EN 14509 (2013, Kap. A.7)

[1] Die zugehörige Verzweigungsspannung bzw. kritische Spannung wird innerhalb dieser Arbeit stets als ideelle Knitterspannung bezeichnet.

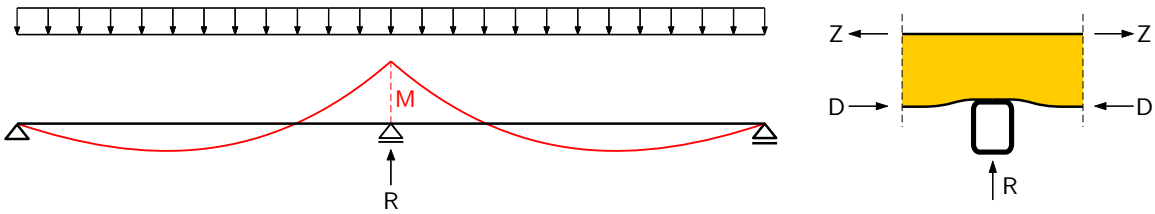


Bild 1.2: Lokale Eindrückung am Zwischenauflager

bestimmt und kann den Zulassungen der jeweiligen Hersteller entnommen werden. Die Beanspruchung über den Zwischenauflagern des Mehrfeldsystems wird dabei näherungsweise durch einen Dreipunkt-Biegeversuch abgebildet. Entscheidend für die Größe der Traglast ist die verwendete Ersatzträgerlänge L_{ET} bzw. das Verhältnis zwischen Biegemoment und Querlast M/R, welches sich in etwa proportional zu L_{ET} verhält. Die im Versuch verwendeten Ersatzträgerlängen orientieren sich an den in der DIN EN 14509 (2013, Tab. A.1) aufgeführten dickenabhängigen Richtwerten für die Sechspunkt-Biegeversuche zur Ermittlung der Knitterspannung ohne Querlasteinfluss. Es wird zwischen einem andrückenden und abhebenden Lastfall unterschieden, welche sich hinsichtlich der Lasteinleitung unterscheiden (Befestigungsmittel oder flächige Lasteinleitung). Forschungsergebnisse von Nelke (2018) bzw. Nelke und Lange (2019) für den andrückenden Lastfall zeigten Defizite im Zulassungsprozess auf. Zum einen decken die im Zulassungsversuch verwendeten Ersatzträgerlängen die zahlreichen möglichen Varianten realer Mehrfeldsystemen nur bedingt und im Mittel ab. Bei kleineren M/R-Verhältnissen als im Zulassungsversuch kann die Tragfähigkeit (reduzierte Knitterspannung) überschätzt, bei größeren unterschätzt werden. Zum anderen werden keine unterschiedlichen Auflagerbreiten bzw. Lastbreiten berücksichtigt, welche einen großen Einfluss auf die Traglast haben können, da sie sich unmittelbar auf die Größe der lokalen Eindrückungen (Bild 1.2) auswirken.

Aus den genannten Erkenntnissen folgt, dass die Biegetragfähigkeit am Zwischenauflager nach momentaner Zulassungspraxis teilweise überschätzt wird[2] oder dass ungenutzte Reserven vorhanden sind, die im Sinne einer wirtschaftlichen Bemessung aktiviert werden sollten[3]. Dies sind die grundlegenden Motivationen, die zur Erstellung der vorliegenden Arbeit führten. Zudem wäre es auf lange Sicht wünschenswert, den zeit- und kostenintensiven Versuchsaufwand zur Bestimmung der Tragfähigkeiten durch einen analytischen Ansatz zu reduzieren. Die analytische Bestimmung der Knitterspannung, sowohl für den ungestörten als auch den querbelasteten Fall, ist schon seit Jahren Gegenstand der Sandwichforschung. Zwar existieren einige rechnerische Ansätze, diese zeigen jedoch Verbesserungspotential hinsichtlich der darin getroffenen Vereinfachungen und Annahmen, des teilweise hohen numerischen Aufwands sowie hinsichtlich der Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen.

Übergeordnetes Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Interaktionsbeziehung für die durch eine Querlast reduzierte Knitterspannung, welche die oben genannten Defizite berücksichtigt. Da die Anzahl unterschiedlicher Parameter und Randbedingungen, die bei den üblichen im Bauwesen eingesetzten Sandwichelementen auftreten können, sehr groß ist, müssen jedoch gewisse Einschränkungen getroffen werden.

Zum einen wird sich auf den andrückenden Lastfall (Querdruck) beschränkt. Im abhebenden Lastfall (Querzug) wird die Querbelastung lokal über Befestigungsmittel in das Element eingeleitet, statt durch eine konstante Lastfläche über die gesamte Bauteilbreite. Aus der konzentrierten Lasteinleitung entsteht eine Durchknöpfproblematik mit räumlichem Membranspannungszustand, welche für sich genommen bereits relativ komplex und Gegenstand der Forschung ist (vgl. Engel und Lange 2019, Misiek et al. 2008, Kilian 2017). Daher wird die Interaktion für den abhebenden Lastfall im Rahmen der Arbeit ausgeschlossen.

[2] Ein tatsächliches Sicherheitsdefizit hinsichtlich der Bauteilbemessung liegt nicht vor, da der Biegenachweis über dem Zwischenauflager im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit angesiedelt ist. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird auf der sicheren Seite liegend eine Einfeldträgerkette angesetzt, wobei das plastische Moment im Stützbereich i. d. R. vernachlässigt wird.

[3] Häufig ist der Nachweis der reduzierten Knitterspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit maßgebend gegenüber dem Nachweis der ungestörten Knitterspannung unter Ansatz einer Einfeldträgerkette (Lange und Berner 2020, S. 942).

Zum anderen beschränken sich alle nachfolgenden Untersuchungen auf den Kernwerkstoff PU (PUR/PIR), da dieser den mit Abstand größten Marktanteil in Deutschland besitzt (vgl. Kap 2.1) und zudem spezifische herstellungsbedinge Eigenschaften aufweist (Inhomogenität), die eine große Auswirkung auf die Traglast haben können, jedoch zumeist nicht berücksichtigt werden. Zudem ist anzunehmen, dass sich die gewonnenen Erkenntnisse und Lösungsansätze aus dieser Arbeit prinzipiell auch auf andere Kernwerkstoffe übertragen lassen.

Zur Erfüllung der Zielsetzung wird sowohl ein analytischer Berechnungsansatz auf Basis von Spannungsnachweisen nach Theorie II. Ordnung als auch ein versuchsbasierter Interaktionsansatz verfolgt. Grundlage bildet eine umfangreiche und breit aufgestellte Versuchsbasis an Sandwichelementen mit PU-Kern, welche anschließend durch analytische und numerische Untersuchungen ergänzt und erweitert wird, um die relevanten Einflussfaktoren auf die reduzierte Knitterspannung zu quantifizieren. Unter anderem ist zu klären, wie die relativen Verformungen infolge der Auflagerkraft zu bestimmen sind, welche Imperfektionen in der Deckschicht vorliegen, wie der Effekt einer leichten Deckschichtprofilierung hinsichtlich der Knitterspannung berücksichtigt wird, welchen Einfluss die Orthotropie und Inhomogenität des Kernwerkstoffs besitzt und welcher Versagensmechanismus auftritt.

1.3 Aufbau der Arbeit

Nachfolgend wird der Aufbau der Arbeit anhand einer kurzen Inhaltsbeschreibung der einzelnen Kapitel erläutert.

Kapitel 2 gibt eine kurze Einführung zu Sandwichelementen und deren Bestandteilen. Die Verbundtragwirkung wird beschrieben, die gängigsten Versagensmechanismen aufgezeigt.

Kapitel 3 stellt zunächst die mechanischen und versuchstechnischen Grundlagen zur Bestimmung der Knitterspannung mit und ohne den Einfluss einer andrückenden Querlast zusammen. Der ideellen Knitterspannung gilt besondere Aufmerksamkeit, da sie eine wichtige Kenngröße zur analytischen Bestimmung der Biegetragfähigkeit darstellt. Bezüglich der reduzierten Knitterspannung werden die normativen Grundlagen zur Versuchsdurchführung nach DIN EN 14509 (2013) erläutert und ausgewählte Berechnungsansätze aus der Literatur angerissen. Der Fokus lag auf der Arbeit von Nelke (2018), da sie als zeitlich aktuellste Arbeit den Stand der Forschung repräsentiert.

Kapitel 4 beinhaltet den versuchstechnischen Teil der Arbeit. Es werden Materialversuche an PU-Kernen verschiedener Dicken und Hersteller durchgeführt, um die relevanten Materialparameter zu bestimmen. Mit Hilfe optischer Dehnungsmessungen werden Untersuchungen hinsichtlich der Inhomogenität des Kernwerkstoffs durchgeführt. Ersatzträgerversuche an Dach- und Wandelementen mit verschiedenen Längen, Dicken, Lastbreiten und Deckschichtgeometrien dienen zur Untersuchung diverser Einflüsse auf die reduzierte Knitterspannung.

Kapitel 5 widmet sich der ideellen Knitterspannung von Sandwichelementen im Hinblick auf die Berücksichtigung der Kerninhomogenität sowie des Teilfeldbeulens bei quasi-ebenen Deckschichten. Für beide Fälle werden Näherungslösungen entwickelt und mit Hilfe numerischer Berechnungen validiert. Die ideellen Knitterspannungen und die im Falle quasi-ebener Deckschichten daraus abgeleiteten wirksamen Querschnittwerte werden für die analytische Traglastberechnung benötigt.

Kapitel 6 zeigt die Ergebnisse umfangreicher numerischer Parameterstudien bezüglich der lokalen Eindrückung an der Lasteinleitung und bezüglich der reduzierten Knitterspannung.

Die Parameterstudien zur Eindrückung dienen zum einen zur Untersuchung der Lastverteilung unter der Lasteinleitung, zum anderen als Grundlage für die spätere analytische Berechnung der Eindrückung hinsichtlich der Traglastberechnung. In den numerischen Parameterstudien zur reduzierten Knitterspannung wird der Parameterbereich der Versuche erweitert und verschiedene Einflussfaktoren quantifiziert. Die Ergebnisse ermöglichen Rückschlüsse auf den Versagensmechanismus.

Kapitel 7 beschreibt den Aufbau des analytischen Lösungsansatzes zur reduzierten Knitterspannung. Zunächst wird ein Berechnungsansatz zur ungestörten Knitterspannung auf Basis von Spannungsnachweisen nach Theorie II. Ordnung der gebetteten, sinusförmig vorverformten Deckschicht untersucht und mit Versuchsergebnissen und numerischen Berechnungen validiert. Das Modell dient zugleich der Validierung der Näherungsansätze zur ideellen Knitterspannung und zu den wirksamen Querschnittswerten bei linierten Deckschichten aus Kapitel 5. Aus den numerischen Untersuchungen zur Eindrückung (Kap. 5) wird ein analytischer bzw. empirischer Berechnungsansatz zur Bestimmung der Deformationen und Schnittgrößen aus der lokalen Lasteinleitung abgeleitet. Aus der linearen Überlagerung beider Ansätze (ungestörte Knitterspannung und lokale Eindrückung) ergibt sich das Modell für die reduzierte Knitterspannung. Dieses zeigte allerdings schon für den einfachsten Anwendungsfall mit ebenen Deckschichten keine guten Übereinstimmungen zu numerischen Vergleichsrechnungen, weswegen es letztendlich verworfen wird.

Stattdessen wird in Kapitel 8, unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus Kapitel 6, ein versuchsbasierter Interaktionsansatz entwickelt, welcher sich in den Zulassungsprozess nach DIN EN 14509 (2013) integrieren lässt. Mit Hilfe einer Normierungsfunktion kann für verschiedenen Spannweiten, Elementdicken und Lastbreiten ein linearer Zusammenhang zur reduzierten Knitterspannung hergestellt werden, welcher durch eine Interaktionsfunktion abgebildet werden kann. Die Bestimmung der Funktion soll mit zwei Ersatzträgerversuchen unterschiedlicher Spannweite erfolgen. In Abhängigkeit von der Elementdicke werden Spannweiten definiert, welche zusammen mit weiteren Restriktionen sicherstellen sollen, dass beide Versuche im linearen Bereich der Interaktion liegen und genügend Abstand zueinander haben. Am Ende des Kapitels werden verschiedene Aspekte des Verfahrens zur Diskussion gestellt.

Kapitel 9 fasst die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick über künftigen Forschungsbedarf zum Thema der Momenten-Auflager-Interaktion von Sandwichelementen.

2 Grundlagen

2.1 Eigenschaften von Sandwichelementen

Im Bauwesen eingesetzte Sandwichelemente sind Verbundbauteile und bestehen in der Regel aus zwei dünnen Metalldeckschichten, welche schub- und zugfest mit einem dazwischen liegenden, dämmenden Kernwerkstoff verbunden sind.

Für die Deckschichten kommt üblicherweise Stahl der Festigkeit S320 oder S350 zum Einsatz. Die Blechdicken liegen zwischen 0,4 und 1,0 mm (Lange und Berner 2020, Kap. 1). Zur Sicherstellung des Korrosionsschutzes dieser dünnwandigen Bleche hat sich ein Duplex-System aus Metallüberzug und organischer Beschichtung etabliert (Podleschny 2020, Kap. 1). Die Geometrie der Deckschicht kann sich je nach Anwendungsfall unterscheiden. So werden bei Wandelementen hauptsächlich quasi-ebene Deckschichten eingesetzt, in welche während des Herstellungsprozesses eine leichte Profilierung eingebracht wird (Bild 2.1, links). Diese verringert zum einen die Sichtbarkeit kleinerer Unebenheiten oder Deformationen in der Deckschicht, zum anderen vergrößert sie den Widerstand der Deckschicht gegenüber lokalem Beulversagen (Knittern) teilweise erheblich. Ebene Deckschichten werden aus den genannten Gründen eher selten eingesetzt. Der Begriff quasi-eben soll suggerieren, dass die Eigenbiegesteifigkeit der Deckschicht, trotz leichter Profilierung, gegenüber der Gesamtbiegesteifigkeit des Sandwichelements vernachlässigbar ist. Dahingegen werden Sandwichelemente für den Einsatz im Dachbereich in der Regel mit einer profilierten Deckschicht an der Außenseite (Bild 2.1, rechts) und einer quasi-ebenen an der Innenseite hergestellt. Die Eigenbiegesteifigkeit der profilierten Blechseite ist dann nicht mehr vernachlässigbar klein, sodass die Sandwichtragwirkung um einen Eigenbiegeanteil aus der Profilierung ergänzt wird (Lange und Berner 2020, Kap. 2). Die Notwendigkeit hierzu ist auf die Eigenschaft gewisser Kernwerkstoffe (z. B. PU-Schaum) zurückzuführen, kein Endkriechmaß zu besitzen, sodass die Durchbiegung unter Dauerlast stetig zunimmt und irgendwann die Gebrauchstauglichkeit beeinflusst. Folglich wird die Profilierung so ausgelegt, dass sie in der Lage ist, die kriecherzeugenden Dauerlasten im Dachelement aufzunehmen. Veränderliche Lasten werden über die Sandwichtragwirkung abgetragen (Lange und Berner 2020, Kap. 5).

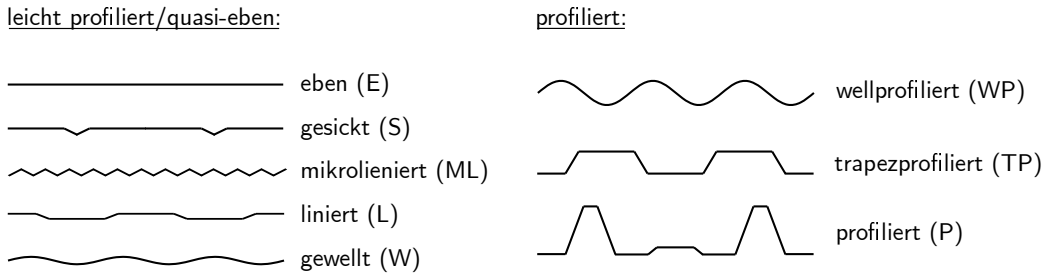


Bild 2.1: Deckschichtgeometrien (nach Lange und Berner 2020, Bild 4)

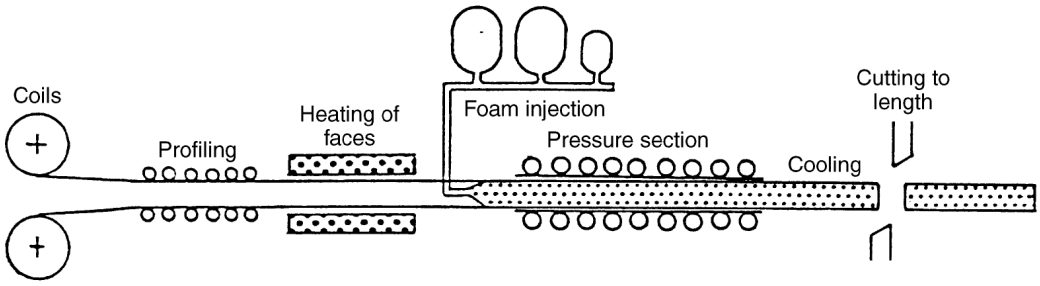


Bild 2.2: Kontinuierlicher Herstellungsprozess für Elemente mit PU-Kern (aus Davies 2001, Fig. 1.7)

Für die Kernschicht kommt größtenteils Polyurethan-Hartschaum (PU) zum Einsatz, mit einem Marktanteil in Deutschland von ca. 90 % (Lange und Berner 2020, Kap. 1). Der Begriff PU subsumiert die Werkstoffe PUR (Polyurethan) und PIR (Polyisocyanurat). Laut Herstellerangaben und bei Betrachtung der Neuzulassungen der letzten Jahre werden in Deutschland mittlerweile hauptsächlich PIR-Schaumsysteme verwendet. PIR weist reaktionsbedingt einen höheren Vernetzungsgrad auf, weswegen er bei höheren Temperaturen formstabil bleibt und etwas bessere flammschützende Eigenschaften zeigt (Möller et al. 2011, Kap. 1.3.2). Gängige Elementdicken liegen bei ca. 30–240 mm, vereinzelt auch bis zu 300 mm (Lange und Berner 2020, Kap. 1).

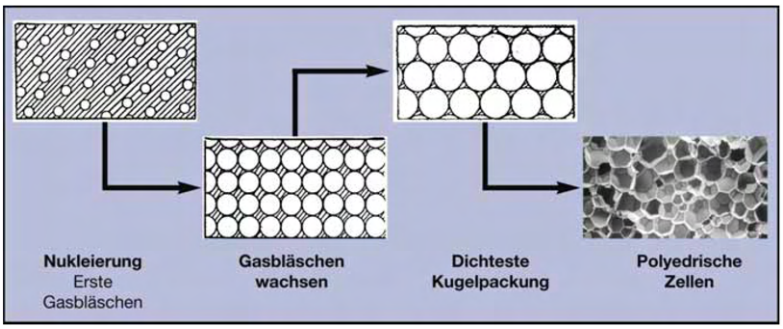
Sind Brandschutz-Anforderungen zu erfüllen, werden Kerne aus Mineralwolle verwendet. Diese sind als nicht brennbar eingestuft, haben aber eine höhere Wärmeleitfähigkeit als PU-Schaum, was durch größere Kerndicken kompensiert werden muss. Der Marktanteil in Deutschland liegt bei ca. 5 % bei Wandelementen und ca. 19 % bei Dachelementen (Lange und Berner 2020, Kap. 1).

Die typische Rohdichte für PU-Schäume beträgt etwa zwischen 37 und 45 kg/m^3, der Elastizitäts- bzw. Schubmodul zwischen 2 und 6 N/mm^2 und die Druckfestigkeit zwischen 0,06 und 0,15 N/mm^2(Lange und Berner 2020, Kap. 1). Bei Mineralwolle ist die Rohdichte mit ca. 100 kg/m^3 deutlich größer. Andere Kernwerkstoffe, wie expandiertes oder extrudiertes Polystyrol (EPS, XPS), Phenolharzschaum und Schaumglas, seien hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

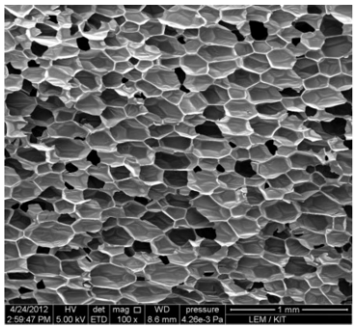
2.2 Herstellungsprozess

Sandwichelemente werden heutzutage kontinuierlich und hoch automatisiert an modernen Doppelbandanlagen hergestellt (Bild 2.2). Beide Deckschichten werden von großen Coils abgerollt und durchlaufen im nächsten Schritt eine Walzanlage, in der sowohl die gewünschte Deckschicht- als auch die Längsfugengeometrie mittels Kaltverformung eingeprägt wird. Anschließend folgt eine Temperierung der Bleche in Vorbereitung auf das Einbringen des Kernmaterials.

Bei Elementen mit PU-Kern wird unter Zugabe von Treibmitteln – ggf. werden weitere Zusatzmittel wie Aktivatoren, Stabilisatoren und Flammschutzmittel zur Sicherstellung der Verarbeitbarkeit, Stabilisierung und der mäßigen Entflammbarkeit zugefügt (Möller et al. 2011, Kap. 1.3.2; Kapps und Buschkamp 2004, Kap. 2) – ein flüssiges Gemisch aus Polyol und Isocyanat auf die untere Deckschicht aufgetragen, woraufhin der exotherme Aufschäum-Prozess beginnt. Ein Plattenband hält beide Deckschichten auf ca. 30 m Länge



(a) Zellwachstum (aus Kapps und Buschkamp 2004, Bild 8)



(b) Orthotropie (aus Hassinen und Misiek 2012, Bild 11)

Bild 2.3: Entstehung von PU-Schaum

im gewünschten Abstand gegen den entstehenden Schäumungsdruck fest, bis der Schaum ausreichend abgekühlt, erhärtet und kraftschlüssig mit den Deckschichten verbunden ist (Möller et al. 2011, Kap. 1.5.3).

Mineralwolle-Kerne können ebenfalls kontinuierlich hergestellt werden. Beispielsweise werden große Mineralwolle-Platten in einem vorgeschalteten Arbeitsgang in einzelne Lamellen in der gewünschten Kerndicke zugeschnitten und anschließend in Längsrichtung – die Deckschicht-Innenseiten wurden zuvor mit einem Kleber benetzt – eingelegt. Da die Lamellen in den Stoßpunkten nicht miteinander verbunden sind, werden sie in Längsrichtung versetzt zueinander angeordnet, um die Schubübertragung sicherzustellen (Möller et al. 2011, Kap. 1.3.2). Damit fällt die Schubtragfähigkeit und -steifigkeit in jedem Bauteilquerschnitt maximal im Bereich einer Lamelle aus.

Im Anschluss, dieser Arbeitsschritt hängt nicht vom verwendeten Kernwerkstoff ab, werden die Elemente auf die gewünschte Länge zugeschnitten, auf Paletten gestapelt und für den Abtransport verpackt. Bei PU-Elementen wird aufgrund der hohen Reaktionstemperaturen bei Aufschäumen noch eine Abkühl- und Aushärtephase zwischen Zuschnitt und Verpackung vorgesehen, die je nach Elementdicke mehrere Stunden betragen kann (Davies 2001, Kap. 2.3.1.1).

Besondere Merkmale von Kernen aus PU-Schaum Bedingt durch den Herstellungsprozess weist der PU-Schaum besondere Merkmale auf, weshalb der eigentliche Schäumvorgang im Folgenden näher betrachtet werden soll. Bekannt ist, dass die zwischen Polyol und Polyisocyanat ablaufende Polyadditionsreaktion zur Bildung von Makromolekülen führt (Kapps und Buschkamp 2004, Kap. 1). Über die eigentliche Schaumentstehung gibt es verschiedene Theorien. Meist wird davon ausgegangen, dass das freigesetzte Treibgas während der Reaktion zur Bildung kugelförmiger Bläschen führt – der sogenannten Nukleierung. Durch weiteres Eindiffundieren des Treibgases wachsen die Bläschen an, bis ein Grenzvolumen mit dichtester Kugelpackung in der flüssigen Matrix erreicht wird. Wie in Bild 2.3a zu sehen ist, entwickelt sich nach Überschreitung dieses Volumens aus den Kugeln ein Verbund polyedrischer Zellen in Form von Pentagon-Dodekaedern (Kapps und Buschkamp 2004, Kap. 3.3).

Durch den Expansionsprozess entsteht eine strömende Bewegung in Aufschäumrichtung, bei der sich die Zellen gegenseitig behindern. In Verbindung mit dem kontinuierlichen Vortrieb der Bleche in der Produktionsanlage, entwickelt sich eine Zellorientierung in Längsrichtung

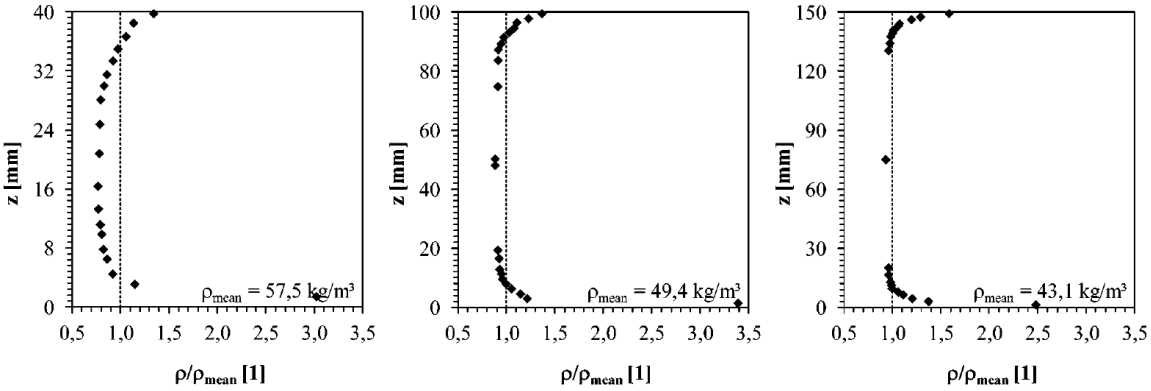


Bild 2.4: Rohdichteverteilung über die Kerndicke für verschiedene Kerndicken aus Hassinen und Misiek (2012, Bild 6). Die zugehörigen Versuchsdaten stammen aus Baehre (1989, Tab. 6).

der Produktion (Bild 2.3b), wodurch eine ausgeprägte Orthotropie im Schaum entsteht, die nach dem Aushärten erhalten bleibt (Kapps und Buschkamp 2004, Kap. 3.3; Hassinen und Misiek 2012, Kap. 3). Von Hassinen und Misiek zusammengetragene Daten für PUR-Schaum aus verschiedenen Quellen zeigen ein mittleres E-Modul-Verhältnis zwischen Längs- und Dickenrichtung von $E_{\mathrm{C,x}}/E_{\mathrm{C,z}} \approx 3$ und ein Verhältnis zwischen Schubmodul und E-Modul von $G_{\mathrm{C,xz}}/E_{\mathrm{C,z}} \approx 1$.

Da das Reaktionsgemisch beim Schäumvorgang auf die untenliegende Deckschichtseite aufgetragen wird (Produktionsunterseite), muss gewährleistet sein, dass der Schaum sich vollständig bis zur oberen Deckschicht ausbreitet. Man erreicht dies in der Regel durch eine leichte Überdosierung des Gemisches. Dadurch entsteht ein Überdruck innerhalb der durch das Plattenband fixierten Deckschichten, was zur Folge haben kann, dass die Schaumrohdichte an den Deckschichten aufgrund der dortigen Ausbreitungsbehinderung höher ist als in Kernmitte. Durch den Beginn des Schäumvorgangs an der untenliegenden Produktionsseite wird dessen ungestörte Ausbreitung dort am stärksten behindert, weswegen an dieser Stelle eine zusätzliche Erhöhung der Rohdichte auftreten kann (Davies 2001, Kap. 2.3.1.1). Exemplarische Rohdichteverteilungen für PU-Schaum (Bild 2.4) verdeutlichen dies.

Der Herstellungsprozess wirkt sich nicht nur auf die Verteilung der Rohdichte, sondern auch auf die Verteilung der Materialkennwerte über die Kerndicke aus. Bisherige Untersuchungen hinsichtlich der E-Modul-Verteilung bestätigen dies (Hassinen und Misiek 2012; Wolters et al. 2002; Kurpiela 2013; Nelke 2018). Eine eindeutige Korrelation zwischen Rohdichte und E-Modul (in Dickenrichtung) liegt jedoch nicht vor. Kurpiela (2013, Kap. 3.3.2.1) zeigte z. B., dass der E-Modul in Dickenrichtung an den Deckschichten abnehmen kann, auch wenn die Rohdichte dort anwächst. Sie begründet dies mit einer ausgeprägteren Längsorientierung der Zellen in Deckschichtnähe. Demnach spielen sowohl die Rohdichteverteilung als auch die lokale Zellorientierung eine Rolle für die Inhomogenität der Werkstoffkennwerte. Auch wenn keine Untersuchungen hinsichtlich des Schubmoduls bekannt sind, liegt der Verdacht einer inhomogenen Verteilung über die Kerndicke nahe.

Gegenwärtig werden die Werkstoffkennwerte des Kerns ausschließlich in homogenisierter Form über die gesamte Kerndicke bestimmt. Da die vom Kern bereitgestellte Bettung der Deckschicht ein wichtiger Faktor für die Größe der Traglast (Knitterversagen) ist, kann die Kenntnis über die tatsächlich vorhandenen Materialparameter im Nahbereich der Deckschicht durchaus von Relevanz sein.

Eine weitere Besonderheit besteht im unterschiedlichen Materialverhalten auf Zug und Druck. Bei Druck (in Dickenrichtung) verhält sich das Material bilinear. Das Plastizieren wird durch Beulen oder Brechen der Zellstege ausgelöst (Davies 2001, Kap. 2.3.1.1), wobei kein tatsächliches Versagen auftritt und der Schaum fortlaufend komprimiert werden kann. Auf Zug verhält sich das Material linear. Es tritt sprödes Versagen durch ein Aufreißen der Zellstege ein. Die E-Moduln auf Zug und Druck können sich ebenfalls unterscheiden.

2.3 Sandwichtheorie – Tragwirkung, Schnittgrößen, Verformungen

Der als Sandwichprinzip bekannte Mechanismus beschreibt das Zusammenspiel zwischen den dünnen, dehnsteifen Deckschichten und dem dazwischenliegenden, schubweichen Kern zu einem leichten und tragfähigen Verbundquerschnitt. Die Biegetragfähigkeit der Einzelkomponenten ist sehr gering. Die Deckschichten sind in der Regel so dünn, dass sie bei den üblichen Spannweiten schon unter Eigenlast versagen. Der Kern besitzt trotz größerer Querschnittsfläche nur sehr geringe Festigkeiten und Steifigkeiten, welche um mehrere Zehnerpotenzen kleiner sind als die der Deckschicht. Durch den schub- und zugfesten Verbund mit der Kernschicht werden beide Deckschichten miteinander gekoppelt, sodass ein tragfähiger Verbundquerschnitt entsteht. Jeder Komponente wird eine ihren Eigenschaften entsprechende, dedizierte Aufgabe im Verbundquerschnitt zuteil. So werden Biegebeanspruchungen aufgrund der großen Dehnsteifigkeit der Deckschichten hauptsächlich als Kräftepaar über diese abgetragen. Der Kern nimmt aufgrund seiner großen Querschnittsfläche, trotz des geringen Schubmoduls, die einwirkenden Schubbeanspruchungen auf (Stamm und Witte 1974, S. 3 f.). Sandwichelemente sind schubweiche Systeme, was sowohl hinsichtlich der Bauteilverformung als auch der Schnittgrößenermittlung an statisch unbestimmten Systemen zu berücksichtigen ist. Die Herleitung der Sandwichtheorie kann bspw. Plantema (1966), Allen (1969) oder Stamm und Witte (1974) entnommen werden.

Diese zum Teil auch als lineare Sandwichtheorie bezeichnete Theorie ist an gewisse Voraussetzungen gekoppelt (nach Stamm und Witte 1974, S. 15 ff. und S. 82):

- Die Werkstoffe sind linear elastisch, homogen und isotrop.
- Die Deckschichten sind parallel zueinander angeordnet, die Dicke ist konstant.
- Deckschichten und Kern sind schub- und zugfest miteinander verbunden.
- Die Deckschichten genügen der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte. Schubgleitungen sind vernachlässigbar.
- Der E-Modul des Kerns ist klein gegenüber dem der Deckschichten. Normalspannungen im Kern sind vernachlässigbar.
- Der Kern ist schubnachgiebig. Die Bernoulli-Hypothese ist für den Verbundquerschnitt ungültig. Schubspannungen und -gleitungen sind über die Kerndicke konstant.
- Der Kern ist in Dickenrichtung steif genug, um größere Eindrückungen zu verhindern. Der Kern wird daher als nicht kompressibel angesetzt, sodass die Kerndicke auch unter Belastung konstant bleibt.
- Das Sandwichelement ist einachsig gespannt und kann als Balken betrachtet werden. Belastungen können quer und längs zur Balkenachse auftreten (Theorie II. Ordnung).

- Die Verformungen des Balkens sind hinreichend klein, die Zusammenhänge zwischen Verzerrungen und Verschiebungen linear.

Nicht alle der getroffenen Annahmen werden in der Realität erfüllt. Abhängig vom Lastniveau, beispielsweise im Bereich der Traglast, kann die Annahme der linearen Elastizität (lokal) unzutreffend sein. Ebenso ist das Kernmaterial, wie zuvor beschrieben, in der Regel inhomogen und orthotrop. Die Inkompressibilität des Kerns in Dickenrichtung ist lokal im Bereich der Lasteinleitung bzw. Lagerung nicht unbedingt gewährleistet. Da die Sandwichtheorie überwiegend zur Bestimmung von Bauteilverformungen und Schnittgrößen (bzw. Spannungen) verwendet wird und dort gute Übereistimmungen mit Versuchen und numerischen Berechnungen zeigt, kann davon ausgegangen werden, dass die meisten Annahmen für diesen Anwendungsfall eine hinreichend gute Näherung darstellen. Diejenigen Bereiche, in denen die Abweichungen zu den getroffenen Annahmen relevant sein können, werden ohnehin durch Bauteilversuche oder lokale Betrachtungen abgedeckt (vgl. Nelke 2018, Kap. 2.2.1.1).

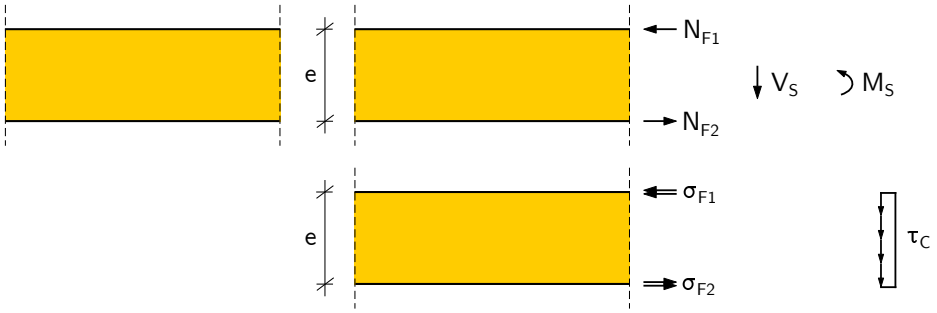
In der Tragwirkung unterscheidet man zwischen der Theorie dünner und der Theorie dicker Deckschichten (vgl. Stamm und Witte 1974, Kap. 2 und 3), wobei erstere lediglich eine Grenzwertbetrachtung der Theorie dicker Deckschichten darstellt und sich aus dieser ableiten lässt. Die Klassifizierung hängt nicht zwangsläufig von deren Dicke, sondern eher von der jeweiligen Biegesteifigkeit ab. So wird bei Profilierungen die Theorie dicker Deckschichten verwendet, auch wenn die eigentliche Blechdicke gering ist. Querschnitte mit bis zu 5 mm Linierungstiefe werden nach DIN EN 14509, Kap. E.1.1, als quasi-eben angesehen und fallen unter die Theorie dünner Deckschichten.

Die Theorie dünner Deckschichten geht hinsichtlich der globalen Tragwirkung davon aus, dass die Eigenbiegesteifigkeit der Deckschicht vernachlässigbar klein ist und nur Membranspannungen von ihr abgetragen werden[1]. Biegemomente werden als Kräftepaar auf beide Deckschichten aufgeteilt und ergeben dort jeweils konstante Normalspannungen. Die gesamten Querkraft wird in Form einer über die Kerndicke konstanten Schubspannung vom Kern abgetragen. Sind die globalen Schnittgrößen bekannt, z. B. bei statisch bestimmten Systemen, lassen sich Normalspannung und Schubspannung unmittelbar daraus berechnen (Bild 2.5a).

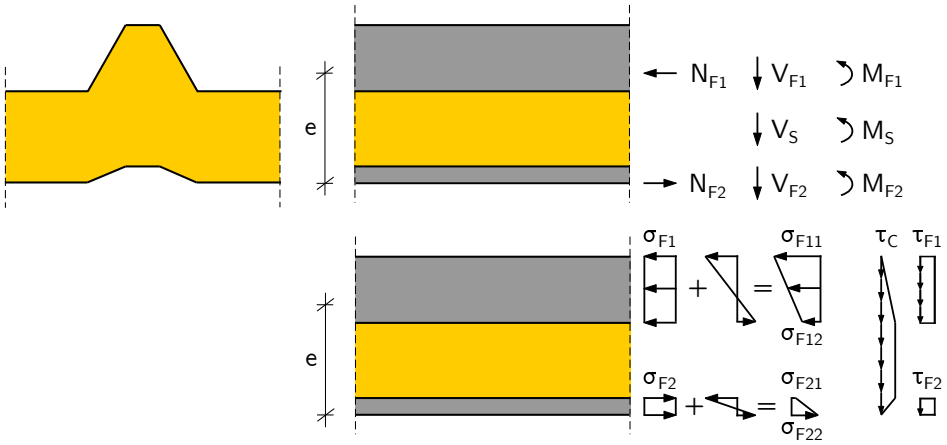
Zur analytischen Bestimmung der Schnittgrößen und Verformungen im System – bei statisch unbestimmten Systemen wird bereits die globale Schnittgrößenermittlung durch die Schubnachgiebigkeit beeinflusst –, kann die Differentialgleichung für dünne Deckschichten (Stamm und Witte 1974, Kap. 2.1.3) herangezogen werden. Sie wird in der Regel in einen von der Sandwichbiegesteifigkeit abhängigen Biegeanteil und einen von der Kernschubsteifigkeit abhängigen Schubanteil zerlegt und durch Einsetzen von Randbedingungen getrennt voneinander gelöst (vgl. Stamm und Witte 1974, Gl. 2.34 f.). Die Sandwichbiegesteifigkeit ergibt sich aus den Steineranteilen beider Bleche und deren E-Moduln, die Schubsteifigkeit aus der Querschnittsfläche des Kerns und deren Schubmodul. Bei Mehrfeldsystemen müssen neben den Randbedingungen zusätzliche Übergangsbedingungen zwischen den Einzelfeldern aufgestellt werden.

Eine weitere und häufig einfachere Methode besteht in der Verwendung des PDVK und des darauf basierenden Kraftgrößenverfahrens unter Berücksichtigung der Verformungsanteile aus Biegung und Schub.

[1] Bei lokalen Phänomenen wie dem Knittern wird die vorhandene Biegesteifigkeit der dünnen Deckschicht dennoch angesetzt.



(a) Theorie dünner Deckschichten (eben und quasi-eben)



(b) Theorie dicker Deckschichten (biegesteif, profiliert)

Bild 2.5: Schnittgrößen und Spannungsverteilung gemäß Sandwichtheorie (nach DIN EN 14509 2013, Bilder E.3 bis E.6)

Die Theorie dicker Deckschichten wird angewendet, wenn die Eigenbiegesteifigkeit einer oder beider Deckschichten gegenüber der Gesamtbiegesteifigkeit nicht mehr vernachlässigbar ist (z. B. bei profilierten Dachelementen). Ein Teil des globalen Biegemoments und der globalen Querkraft wird direkt von der biegesteifen Deckschicht aufgenommen und dort über Biegung und Schub abgetragen. Der übrige Anteil wird wie bei dünnen Deckschichten über die Sandwichtragwirkung abgetragen, als Kräftepaar in den Deckschichten und Schub im Kern. Wie groß der jeweilig Anteil ist, hängt vom Verhältnis der Biegesteifigkeiten (Eigen- und Sandwichbiegesteifigkeit) zueinander ab, da das System innerlich statisch unbestimmt ist (Stamm und Witte 1974, S. 4). Die Beanspruchung der biegesteifen Deckschicht setzt sich nun aus einem konstanten Normalspannungsanteil aus der Sandwichtragwirkung und einem linear veränderlichen Anteil aus der lokalen Biegung zusammen (Bild 2.5b).

Für die analytische Bestimmung der Schnittgrößen, der Schnittgrößenverteilung sowie der Verformung im System kann die Differentialgleichung für dicke bzw. biegesteife Deckschichten verwendet werden (Stamm und Witte 1974, Kap. 3). Das Vorgehen ist prinzipiell analog zur Theorie dünner Deckschichten. Vorgefertigte Lösungen für die wichtigsten Last- und Lagerungsfälle finden sich bspw. in Stamm und Witte (1974, Kap. 3.2), DIN EN 14509 (2013, Kap. E) oder Berner (1994, Anlage 1).

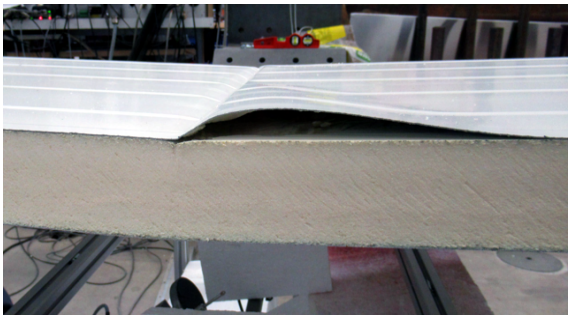
HSAPT (High Order Sandwich Panel Theory) Die Sandwichtheorie höherer Ordnung sei an dieser Stelle nur der Vollständigkeit halber erwähnt (z. B. Frostig und Baruch 1990). Sie wurde ursprünglich für die Anwendung im Maschinenbau entwickelt und verifiziert,

welche sich sowohl hinsichtlich der Werkstoffeigenschaften als auch der Versuchskonfiguration deutlich vom typischen Anwendungsbereich im Bauwesen unterscheidet (vgl. Nelke 2018, Kap. 2.2.2). Der größte Unterschied zur linearen Sandwichtheorie besteht in der Berücksichtigung lokaler Deformationen des Kerns zwischen den Deckschichten, sodass die Annahme der Inkompressibilität in Dickenrichtung nicht mehr zwangsläufig erfüllt sein muss. Dies erhöht jedoch die Komplexität der mathematischen Formulierung erheblich.

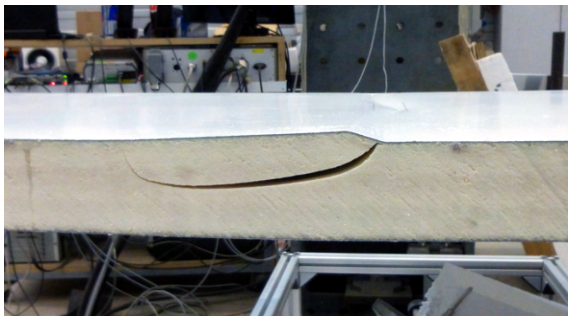
2.4 Versagensmechanismen und Nachweise

Aufgrund des Verbundes zweier Materialien mit sehr unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften können zahlreiche Versagensmechanismen auftreten. Da Sandwichelemente überwiegend als reine Biegebauteile verwendet werden, sind nicht alle von gleicher Relevanz. Typische Versagensmechanismen und deren Nachweise werden nachfolgend aufgeführt (vgl. DIN EN 14509 2013; Lange und Berner 2020).

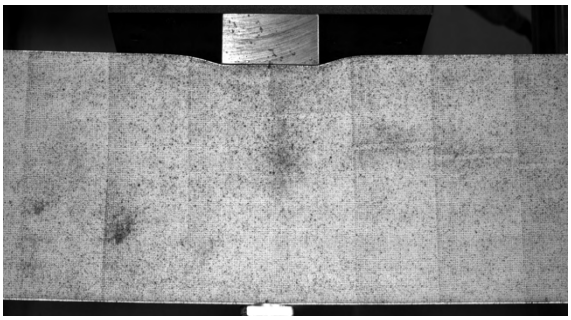
(a) Knittern (mit typischer Knitterfalte)



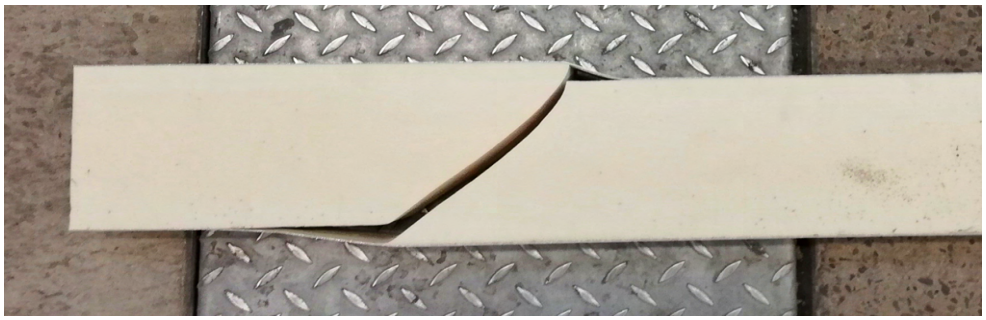
(b) Delamination (mit Knitterfalte)



(c) Zugversagen des Kerns



(d) Druckversagen des Kerns (Plastizieren)



(e) Schubversagen des Kerns

Bild 2.6: Typische Versagensmechanismen von Sandwichelementen

Knittern Ein lokales Stabilitätsversagen der druckbeanspruchten, gebetteten und imperfekten Deckschicht, das bei biegebeanspruchten Sandwichelementen mit üblicher Spannweite sicherlich die häufigste Versagensart darstellt. Es äußert sich durch einen plötzlich auftretenden plastischen Knick in der Deckschicht, welcher in den Kern hinein oder aus dem Kern heraustreten kann (Knitterfalte). Dies hängt letztendlich von der Kernbeschaffenheit und der vorhandenen Imperfektion ab. Knittern tritt in der Regel am Ort der größten Biegebeanspruchung auf. Bei Mehrfeldsystemen wird die aufnehmbare Knitterspannung im Stützbereich durch eine lokale Auflagereindrückung – im andrückenden Lastfall durch die Unterkonstruktion, im abhebenden Lastfall durch die Schraubverbindung – reduziert.

Liegt ein Einfeldträger vor, erfolgt der Nachweis im GZT im Feld unter Ansatz der ungestörten Knitterspannung als Bauteilwiderstand. Bei Mehrfeldsystemen wird der Nachweis im GZG über dem Zwischenauflager unter Ansatz der reduzierten Knitterspannung als Bauteilwiderstand geführt. Für den GZT wird ein bereits eingetretenes Versagen dieses Bereichs unterstellt, sodass das Mehrfeldsystem zu einer Einfeldträgerkette reduziert wird und der Nachweis analog zum Einfeldträger geführt wird. Bei Nachweisen der äußeren Deckschicht ist zudem eine Abminderung des Widerstands aus erhöhter Temperatur zu berücksichtigen.

Delamination Die Delamination zwischen Deckschicht und Kern kann als Sonderfall des Knitterns betrachtet werden, da der mechanische Hintergrund bis zum Versagen identisch ist. Statt dem Auftreten eines plastischen Knicks in der Deckschicht, löst sich diese ruckartig vom Kern. Die Delamination tritt häufig dann auf, wenn die Zugfestigkeit des Kerns gering ist oder ein gestörter Verbund zwischen Deckschicht und Kern vorliegt. Zum Teil tritt auch ein horizontaler Riss im Kern statt einer Ablösung der Deckschicht auf. Die Delamination muss nicht zwangsläufig mit einem unmittelbaren Bauteilversagen einhergehen, da die Deckschicht noch Lasten abtragen kann. Durch den lokalen Ausfall der Bettung und die geringe Blechdicke ist dies jedoch meist der Fall.

Fließen der Deckschicht Ein reines Spannungsversagen wird bei ebenen bzw. quasiebenen Querschnitten in der Regel nicht maßgebend. Bei profilierten Deckschichten, z. B. bei Dachelementen, kann es an der äußeren Randfaser der Profilierung auftreten. Der Nachweis über dem Stützbereich wird nur im GZG geführt, im Feldbereich ist der Nachweis im GZT maßgebend.

Schubversagen des Kerns Vor allem bei kurzgespannten Systemen kann ein Schubversagen des Kerns auftreten. Dieses schlagartige Versagen ist durch das Auftreten schräger Schubrisse, also einer Überschreitung der Zugfestigkeit des Kerns durch die schrägen Hauptzugspannungen, gekennzeichnet und tritt an den Orten mit maximaler Querkraft auf. Unter Ansatz der Sandwich-Querkraft V_S (vgl. Bild 2.5) lautet der Nachweis:

$$\frac{\tau_\mathrm{C}}{f_\mathrm{Cv}} = \frac{\tau_\mathrm{C,xz}}{f_\mathrm{Cv,xz}} = \frac{V_\mathrm{S}/A_\mathrm{C}}{f_\mathrm{Cv,xz}} \leq 1 \tag{2.1}$$

Auf die Darstellung der entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerte in der Einwirkung und im Widerstand wurde verzichtet. Schubnachweise werden im GZG unter Berücksichtigung des Mehrfeldsystems, im GZT unter Berücksichtigung der Einfeldträgerkette geführt. Zu beachten ist, dass die Schubfestigkeit f_Cv zur Berücksichtigung von Langzeiteinflüssen abgemindert wird.

Kerndruckversagen Ein Versagen des Kerns auf Querdruck kann an den End- und Zwischenauflagern auftreten und geht mit einer deutlichen, in den Kern hineinragenden plastischen Eindrückung einher. Der Nachweis wird mit der jeweiligen Auflagerkraft F_{A}, der vorhandenen Auflagerfläche und der Kerndruckfestigkeit in Dickenrichtung f_{Cc} geführt. Die DIN EN 14509 (2013, Kap. E.4.3) lässt in der Nachweisführung eine Lastausbreitung in den Kern zu:

$$\text{Endauflager}: \quad \sigma_{\mathrm{C,z}} = \frac{F_{\mathrm{A}}}{(L_{\mathrm{S}} + 0,5\,k\,e)\,B} \leq f_{\mathrm{Cc}} \tag{2.2}$$

$$\text{Zwischenauflager}: \quad \sigma_{\mathrm{C,z}} = \frac{F_{\mathrm{A}}}{(L_{\mathrm{S}} + k\,e)\,B} \leq f_{\mathrm{Cc}} \tag{2.3}$$

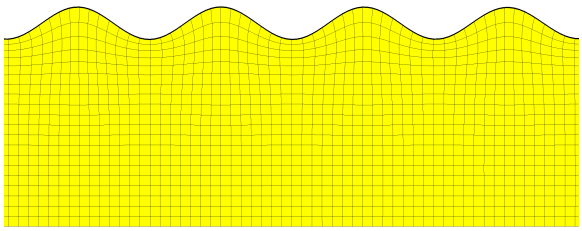
Für PU-Schaum kann $k = 0,5$ angesetzt werden, für Mineralwolle-Kerne gilt $k = 0$. Der Abstand der Deckschichtschwerpunkte e ist auf 100 mm begrenzt. Alternativ ist eine versuchstechnische Bestimmung von k möglich.

Im GZG werden die Auflagerkräfte am Durchlaufsystem, im GZT an der Einfeldträgerkette bestimmt. Nach DIN EN 14509 (2013, Kap. E.4.3.1) ist der Nachweis am Zwischenauflager nur im GZT zu führen, im GZG wird er implizit durch die Bauteilprüfung zur reduzierten Knitterspannung nach Kap A.7 abgedeckt.

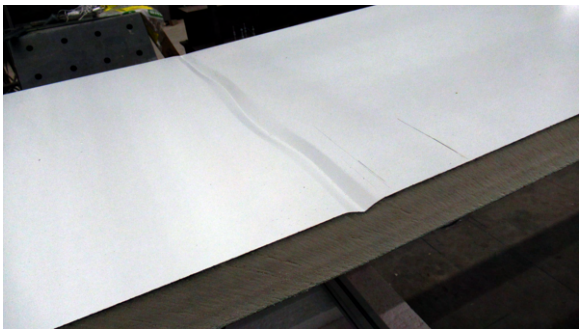
Verbindungsmittel Die im Zusammenhang mit Verbindungsmitteln stehenden Versagensformen bei direkten und indirekten Befestigungen, wie z. B. Zug- und Scherversagen der Schrauben, Durchknöpfen oder Lochleibung der Deckschicht, seien an dieser Stelle nur der Vollständigkeit halber erwähnt. Angaben zu den Widerständen können den entsprechenden Zulassungen der Sandwichhersteller (indirekte Befestigung) bzw. der Verbindungsmittelhersteller (direkte Befestigung) entnommen werden.

3 Grundlagen zum Knittern von Sandwichelementen

Bedingt durch den Einsatz im Dach- und Fassadenbereich werden Sandwichelemente im Bauwesen überwiegend durch Einwirkungen aus Wind, Schnee sowie – in statisch unbestimmten Systemen – durch eine veränderliche Temperaturverteilung auf Biegung beansprucht. Aus der Biegebeanspruchung resultieren Zug- bzw. Drucknormalkräfte in den gegenüberliegenden Deckschichtpaaren, letztere gehen mit einer Stabilitätsgefährdung der gedrückten Deckschicht einher. Durch den zug- und druckfesten Verbund mit dem Kernwerkstoff kann das statische System der Deckschicht als kontinuierliche, elastisch gebettete Platte bzw. Plattenstreifen angesehen werden. Deshalb tritt beim Stabilitätsversagen, anstelle einer globalen Eigenform zwischen den Auflagern, eine kurzwellige, lokale und sinusförmig-alternierende Eigenform auf (Bild 3.1a). Dies ist einer der Hauptgründe, weswegen Sandwichelemente, trotz der meist sehr geringen Eigenbiegesteifigkeit der Deckschichten, eine vergleichsweise hohe Biegetragfähigkeit erreichen können. Das zugehörige Stabilitätsproblem wird als Knittern bezeichnet, die kritische Verzweigungsspannung der Deckschicht als ideelle Knitterspannung. Diese ideelle Systemgröße, vor allem abhängig von den Werkstoffeigenschaften des Blechs und des Kerns, stellt eine Obergrenze für das Knitterversagen dar. Aufgrund geometrischer und struktureller Imperfektionen im Bauteil findet tatsächlich ein Übergang zum Spannungsversagen nach Theorie II. Ordnung statt, was die Tragfähigkeit deutlich reduzieren kann (Bild 3.1b). Die Knitterspannung ist meistens die maßgebende Kenngröße für das Versagen biegebeanspruchter Sandwichelemente.



(a) Knittereigenform (FEM)



(b) Knitterfalte (Bauteilversuch)

Bild 3.1: Darstellung der Knittereigenform und des Bauteilversagens an einem Einfeldträger in Feldmitte bei reiner Biegebeanspruchung

Nachfolgend werden zunächst die erforderlichen Grundlagen zum Knittern von Sandwichelementen erläutert. Darauf aufbauend folgen wesentliche Grundlagen zum Einfluss einer lokalen Querdruckbelastung auf die Knitterspannung, dem eigentlichen Kernthema dieser Arbeit.

3.1 Knitterspannung nach Stamm und Witte

3.1.1 Ideelle Knitterspannung für homogenes und isotropes Kernmaterial

Das Phänomen des Deckschichtknitterns bei Sandwichkonstruktionen ist seit geraumer Zeit bekannt. So schreibt Allen (1969, S. 40), dass es bereits seit Anfang der 40er Jahre Gegenstand zahlreicher Publikationen war. Die Herleitung der Knitterspannung erfolgt üblicherweise am statischen System einer elastisch gebetteten und durch eine Drucknormalkraft belasteten Platte. Im Folgenden wird die Herleitung nach Stamm und Witte (1974) in Auszügen wiedergegeben, welche das Standardwerk zur Beschreibung der mechanischen Grundlagen von Sandwichelementen im deutschsprachigen Raum verfassten. Vergleichbare Ansätze können beispielsweise Allen (1969) und Plantema (1966) entnommen werden. Vorausgesetzt wird ein linear-elastisches Materialverhalten in der Deckschicht sowie eine Konstanz der Drucknormalkräfte. Letztere verändern sich im Sandwichbalken affin zum Biegemomentenverlauf, weswegen näherungsweise die maximale Normalkraft als konstant über den gesamten Bereich wirkend angenommen wird (Stamm und Witte 1974, S. 199 ff.). Es sei angemerkt, dass alle Querschnittswerte auf die Einheitsbreite bezogen sind. Die Differentialgleichung der elastisch gebetteten Platte ergibt sich im allgemeinen Fall (Stamm und Witte 1974, Kap. 8.3) zu:

$$\Delta\Delta w + \frac{n_{\mathrm{F,x}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w'' + \frac{2\, n_{\mathrm{F,xy}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w'^{\cdot} + \frac{n_{\mathrm{F,y}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w^{\cdot\cdot} + \frac{k_{\mathrm{w}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w = 0, \tag{3.1}$$

$$\text{mit} \quad B_{\mathrm{F}} = \frac{E_{\mathrm{F}}\, I_{\mathrm{F}}}{(1-\nu_{\mathrm{F}}^2)} \tag{3.2}$$

als Biegesteifigkeit eines Plattenstreifens unter Berücksichtigung der Querdehnungsbehinderung. Sie lässt sich unter Vernachlässigung der Schubkraft in Plattenebene ($n_{\mathrm{F,xy}} = 0$) und der Beschränkung auf eine einachsige Beanspruchung ($n_{\mathrm{F,y}} = 0$) reduzieren:

$$\Delta\Delta w + \frac{n_{\mathrm{F,x}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w'' + \frac{k_{\mathrm{w}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w = 0 \tag{3.3}$$

Zur Lösung der Differentialgleichung wird ein sinusförmiger Verformungsansatz $w(x)$ gewählt, welcher eine Funktion der Halbwellenlängen a_{x} und a_{y} darstellt. Unter Berücksichtigung der für einachsig gespannte Sandwichelemente gerechtfertigten Annahme einer unendlichen Halbwellenlänge in Elementquerrichtung ($a_{\mathrm{y}} = \infty$), ergibt sich:

$$w(x) = w_0 \sin\left(\frac{\pi\, x}{a_{\mathrm{x}}}\right) \tag{3.4}$$

Durch Einsetzen von Gl. (3.4) in Gl. (3.3) ergibt sich durch Auflösen nach $n_{\mathrm{F,x}}$ eine Lösungsfunktion für die ideelle Knitterspannung

$$\sigma_{\mathrm{w,cr}} = \frac{n_{\mathrm{F,x}}}{A_{\mathrm{F}}} = \frac{1}{A_{\mathrm{F}}}\left(\frac{\pi^2\, B_{\mathrm{F}}}{a_{\mathrm{x}}^2} + \frac{k_{\mathrm{w}}\, a_{\mathrm{x}}^2}{\pi^2}\right), \tag{3.5}$$

welche mit Hilfe einer Extremwertberechnung über die Halbwellenlänge a_{x} zu minimieren ist. Stamm und Witte (1974, S. 212) geben an, dass die Herleitung für ebene Deckschichten

erfolgte, jedoch auch für quasi-ebene Deckschichten mit geringer Linierungstiefe verwendet werden kann. Bei ebenen Deckschichten – in guter Näherung auch bei quasi-ebenen Deckschichten – kann als auf die Breite bezogene Querschnittsfläche A_F die Blechdicke t_F eingesetzt werden. Zunächst ist der noch unbekannte Bettungsmodul k_w zu bestimmen, welcher von den Materialeigenschaften des Kernwerkstoffs abhängt. Es wird isotropes, linear-elastisches Materialverhalten unterstellt. Üblicherweise unterscheiden sich die Elastizitätsmoduln des Kerns auf Druck (E_Cc) und Zug (E_Ct), weswegen aufgrund des sinusförmigen Verlaufs der Knitterverformung vorgeschlagen wird, den Mittelwert aus beiden zu verwenden. Isotropie trifft für den in Sandwichelementen verwendeten Hartschaum aufgrund des kontinuierlichen Herstellungsprozesses nur bedingt zu. Die Orthotropie – genauer gesagt die Problematik negativer Querdehnzahlen, die sich bei Isotropie und bei im Kern üblicherweise in ähnlicher Größenordnung vorliegender Kernmoduln E_C und G_C[1] ergäbe – wird mit Hilfe einer Näherung berücksichtigt (Stamm und Witte 1974, S. 199 ff.).

Aus den drei Verschiebungsgrundgleichungen u, v und w eines räumlichen, elastischen Kontinuums (Lamé'sche Grundgleichungen) wird mit Hilfe dreier Ansatzfunktionen, jeweils abhängig von den Elementkoordinaten x, y und z, ein System gekoppelter Differentialgleichungen aufgestellt und gelöst. Die unbekannten Konstanten können dabei durch die Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen ermittelt werden (Stamm und Witte 1974, S. 202-207), welche sich nach Belastungsart (reiner Druck oder reine Biegung im Sandwichbauteil) bzw. nach Elementdicke (elastischer Halbraum oder dünnes Bauteil mit endlicher Kerndicke) unterscheiden. Nachfolgend wird sich auf die beiden wesentlichen Fälle – elastischer Halbraum und reine Biegung am dünnen Bauteil – beschränkt.

Kern als Halbraum Im Falle des Halbraums kann der gesuchte Bettungsmodul durch die Randbedingungen nach Gl. (3.6) ermittelt werden. Aufgrund der schubfesten Verbindung zwischen Deckschicht und Kern gilt, dass an deren Übergang ($z = 0$) keine Verschiebungen in Richtung der Deckschichtachse auftreten. Weiterhin ist dort die Spannung $\sigma_\mathrm{C,z}$ affin zur Kontaktspannung p_0 zwischen Deckschicht und Kern (Stamm und Witte 1974, Gl. 8.10). Im Gegensatz zur allgemeinen Herleitung von Stamm und Witte, wird an dieser Stelle von einer unendlichen Halbwellenlänge in Elementquerrichtung ausgegangen ($a_\mathrm{y} = \infty$).

$$\left.\begin{aligned} u(x,y,z=0) = v(x,y,z=0) = 0 \\ \sigma_\mathrm{C,z}(x,y,z=0) = -p_0 \sin\left(\frac{\pi\, x}{a_\mathrm{x}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

Der Bettungsmodul ergibt sich damit zu:

$$k_\mathrm{w} = \frac{p_0}{w_0} = \frac{K\,\pi}{a_\mathrm{x}} \tag{3.7}$$

$$\text{mit} \quad K = \frac{2\,(1-\nu_\mathrm{C})\,E_\mathrm{C}}{(1+\nu_\mathrm{C})(3-4\,\nu_\mathrm{C})} \tag{3.8}$$

Zur näherungsweisen Berücksichtigung der Orthotropie lässt sich K über den nachfolgenden Zusammenhang aus der Isotropie umformen.

[1] Das Kernmaterial ist üblicherweise orthotrop, die Querdehnzahl ν_C positiv. Für E_C wird der E-Modul in Elementdickenrichtung $E_\mathrm{C,z}$, für G_C der Schubmodul in Dicken- und Längsrichtung $G_\mathrm{C,xz}$ verwendet.

$$E_\mathrm{C} = \sqrt{E_\mathrm{C}\,E_\mathrm{C}} = \sqrt{2\,(1+\nu_\mathrm{C})\,G_\mathrm{C}\,E_\mathrm{C}} \tag{3.9}$$

$$K = \frac{2\,(1-\nu_\mathrm{C})}{3-4\,\nu_\mathrm{C}}\sqrt{\frac{2\,E_\mathrm{C}\,G_\mathrm{C}}{1+\nu_\mathrm{C}}} \tag{3.10}$$

Es ist ersichtlich, dass der Parameter k_w selbst eine Funktion der Halbwellenlänge a_x ist. Durch Einsetzen von Gl. (3.7) in Gl. (3.5) und anschließender Minimierung kann nun die gesuchte Knitterspannung $\sigma_\mathrm{w,cr}$ sowie die zugehörige kritische Halbwellenlänge a_x bestimmt werden, mit A_F als auf die Einheitsbreite bezogene Querschnittsfläche.

$$\sigma_\mathrm{w,cr} = \frac{1,5}{A_\mathrm{F}}\sqrt[3]{2\,K^2 B_\mathrm{F}} \approx \frac{1,5}{t_\mathrm{F}}\sqrt[3]{2\,K^2 B_\mathrm{F}} \tag{3.11}$$

$$a_\mathrm{x} = \pi\sqrt[3]{\frac{2\,B_\mathrm{F}}{K}} \tag{3.12}$$

Wird für die Querdehnzahl ν_C des Kerns ein typischer Wertebereich von ca. 0–0,3 eingesetzt, so ergeben sich unter der Voraussetzung ebener Deckschichten die bekannten Ergebnisse:

$$\sigma_\mathrm{w,cr} = 0,82\,\sqrt[3]{E_\mathrm{C}\,G_\mathrm{C}\,E_\mathrm{F}}, \qquad a_\mathrm{x} = 1,82\,t_\mathrm{F}\sqrt[6]{\frac{E_\mathrm{F}^2}{E_\mathrm{C}\,G_\mathrm{C}}} \tag{3.13}$$

Dünne Bauteile mit endlicher Kerndicke Bei einer Biegebeanspruchung kann nur die obere, druckbeanspruchte Deckschicht knittern, während die untere Deckschicht gezogen wird. Ist der Kern ausreichend dünn, werden die aus den Knitterwellen hervorgerufenen Verschiebungen an der gezogenen Deckschicht stark eingeschränkt oder verhindert (Stamm und Witte, 1974, S. 205). Als zusätzliche Randbedingung zur Ermittlung des Bettungsmoduls k_w ergibt sich daher in Näherung:

$$w(x, y, z = d_\mathrm{C}) = 0 \tag{3.14}$$

Der Bettungsmodul kann anschließend in Abhängigkeit von der Halbwellenlänge a_x und der Kerndicke d_C mit Hilfe einer Funktion $f(d_\mathrm{C}/a_\mathrm{x})$ angepasst werden:

$$k_\mathrm{w} = \frac{1}{f(d_\mathrm{C}/a_\mathrm{x})}\,\frac{K\,\pi}{a_\mathrm{x}} \tag{3.15}$$

$$f(d_\mathrm{C}/a_\mathrm{x}) = \frac{\sinh^2(\varepsilon_1) - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_2 + \sinh(\varepsilon_1)\,\cosh(\varepsilon_1)}, \qquad \varepsilon_1 = \frac{\pi\,d_\mathrm{C}}{a_\mathrm{x}}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{3-4\,\nu_\mathrm{C}} \tag{3.16}$$

Die Funktion vergrößert den Bettungsmodul bei geringen Kerndicken ($f(d_\mathrm{C}/a_\mathrm{x}) < 1$) und strebt mit zunehmender Kerndicke gegen den Wert 1, sodass wieder der Bettungsmodul des Halbraums nach Gl. (3.7) erreicht wird. Nelke zeigte bereits durch den Vergleich mit numerischen Eigenwertberechnungen, dass die in Gl. (3.14) getroffene Annahme nur bedingt zutrifft (Nelke 2018, S.171 ff.). Die zugbeanspruchten Deckschichten an der Elementunterseite besitzen in der Regel nicht genügend Biegesteifigkeit, um die Knitterverformungen

deutlich zu behindern. Liegen ebene oder quasi-ebene Deckschichten an der Elementunterseite vor, kann in guter Näherung und unabhängig von der Kerndicke von einem Halbraum ausgegangen werden. Lediglich bei profilierten Deckschichten an der Zugseite (z. B. bei Dachelementen) kann der positive Effekt dünner Kerne auf die ideelle Knitterspannung angesetzt werden.

3.1.2 Berücksichtigung von Imperfektionen in Deckschicht und Kern

Die im vorigen Kapitel hergeleiteten Knitterspannungen sind ideelle Größen, welche nur theoretisch erreicht werden können, sofern das System keine geometrischen und strukturellen Imperfektionen aufweist. In der Praxis sind diese jedoch unvermeidlich, weswegen das reine Eigenwertproblem immer in ein Spannungsproblem nach Theorie II. Ordnung übergeht. Die ideelle Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ geht über in die Knitterspannung unter Traglast σ_{w}[2]. Stamm und Witte (1974, Kap. 8.4.3.2) berücksichtigen (geometrische) Imperfektionen durch den Ansatz von „Vorbeulen“. Das System wird dabei mit einer Vorverformung

$$w_1(x) = e_0 \sin\left(\frac{\pi\, x}{a_{\mathrm{x}}}\right) \tag{3.17}$$

affin zur Knitterverformung gemäß Gl. (3.4) mit einer maximalen Amplitude e_0 ausgelenkt. Aus Gl. (3.3) ergibt sich unter Ansatz von $q = -M'' = -n_{\mathrm{F,x}}\, {w_1}''$:

$$\Delta\Delta w + \frac{n_{\mathrm{F,x}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w'' + \frac{k_{\mathrm{w}}}{B_{\mathrm{F}}}\, w = \frac{-n_{\mathrm{F,x}}\, {w_1}''}{B_{\mathrm{F}}} \tag{3.18}$$

Durch Einsetzen der Verformungsfunktion gemäß Gl. (3.4) und weiterer Rechnung erhält man letztendlich die maximale Amplitude nach Theorie II. Ordnung

$$w_0 = e_0\, \frac{\sigma_{\mathrm{F,N}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}}{1 - \sigma_{\mathrm{F,N}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}} \tag{3.19}$$

in Abhängigkeit von der vorhandenen Drucknormalspannung $\sigma_{\mathrm{F,N}} = n_{\mathrm{F,x}}/A_{\mathrm{F}}$ in der Deckschicht. Stamm und Witte definieren das Versagen als Erreichen der Zugfestigkeit des Kernwerkstoffs am Übergang zur gedrückten Deckschicht. Hierfür wird die Kernspannung in Dickenrichtung $\sigma_{\mathrm{C,z}}$ mit der vorhandenen Zugfestigkeit f_{Ct} gleichgesetzt:

$$\sigma_{\mathrm{C,z}} = k_{\mathrm{w}}\, w_0 = \frac{\sigma_{\mathrm{F,N}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}}{1 - \sigma_{\mathrm{F,N}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}}\, \frac{e_0}{a_{\mathrm{x}}}\, K\, \pi \overset{!}{=} f_{\mathrm{Ct}} \tag{3.20}$$

Hieraus lässt sich die Traglast-Knitterspannung σ_{w} zurückrechnen (Stamm und Witte 1974, Gl. 8.78):

$$\sigma_{\mathrm{w}} = \sigma_{\mathrm{F,N}} = \frac{\sigma_{\mathrm{w,cr}}}{1 + \pi\, \dfrac{e_0}{a_{\mathrm{x}}}\, \dfrac{K}{f_{\mathrm{Ct}}}} \tag{3.21}$$

Durch das Einsetzen üblicher Kernsteifigkeiten und -festigkeiten sowie der Wahl einer Imperfektion von $e_0/a_{\mathrm{x}} = 0,01$ erhält man die in der Literatur häufig angegebene Formel für σ_{w} (Stamm und Witte 1974, Gl. 8.80).

[2] Der Index „cr“ entfällt zur besseren Unterscheidung gegenüber der ideellen Knitterspannung.

$$\sigma_{\mathrm{w}} = 0,5\sqrt[3]{E_{\mathrm{C}}\,G_{\mathrm{C}}\,E_{\mathrm{F}}} \tag{3.22}$$

Stamm und Witte geben an, dass der Ansatz von $e_0/a_{\mathrm{x}} = 0,01$ zu relativ konservativen Ergebnissen führt, weswegen Gl. (3.22) in der Praxis relativ wenig Anwendung findet und Sandwichhersteller in der Regel die Bauteilprüfung vorziehen (vgl. DIN EN 14509, Kap. A.5.5.3).

Erwähnenswert ist, dass Stamm und Witte für das Versagen ausschließlich die Kernzugfestigkeit heranziehen. Ein mögliches Spannungsversagen der vorverformten Deckschicht nach Theorie II. Ordnung ($\sigma_{\mathrm{F}} = n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}} + M_{\mathrm{F,II}}/W_{\mathrm{F}} = \sigma_{\mathrm{F,N}} + \sigma_{\mathrm{F,Imp}} \leq f_y$) wird nicht betrachtet.

3.2 Ideelle Knitterspannung nach Thermann

Für die Berechnung der ideellen Knitterspannung wird meist ein isotropes, homogenes Kernmaterial unterstellt. Dies vereinfacht die mechanische Herleitung zwar deutlich (Kap. 3.1.1), spiegelt die Realität jedoch nur bedingt wider. Aufgrund des kontinuierlichen Herstellungsprozesses bei Sandwichelementen mit Kern aus PU-Hartschaum kann eine ausgeprägte Orthotropie und Inhomogenität über die Kerndicke vorliegen (vgl. Hassinen und Misiek 2012). Thermann (1989) erweitert daher das Materialmodell des Kernwerkstoffs, zum einen hinsichtlich der Orthotropie am homogenen Kern, zum anderen hinsichtlich der (abschnittsweise konstanten) Inhomogenität über die Kerndicke mit isotropem Materialverhalten. Eine Kombination beider Modifikationen wurde nicht vorgenommen.

3.2.1 Orthotropes Kernmaterial

Thermann setzt für die Herleitung ein homogenes, orthotropes Kernmaterial voraus. Die nachfolgend verwendeten Bezeichnungen richten sich nach dem üblichen im Bauwesen verwendeten Koordinatensystem (x: Elementlängsrichtung, y: Elementquerrichtung, z: Bauteildickenrichtung). Mit Hilfe eines ebenen Verzerrungszustandes, eines orthotropen Stoffgesetzes, Gleichgewichtsbedingungen sowie Ansatzfunktionen für die Verschiebungen, wird ein Differentialgleichungssystem aufgestellt und durch Einsetzen von Randbedingungen gelöst. Auf die Darstellung der Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet, sie kann Thermann (1989, S. 1-7) entnommen werden.

Nach der Definition modifizierter Querdehnzahlen $\nu_{\mathrm{C,x}}$, $\nu_{\mathrm{C,y}}$ und $\nu_{\mathrm{C,z}}$ in den Gleichungen (3.23)–(3.25) kann die Orthotropie letztendlich durch den Bettungswert K_{O} nach Gl. (3.26) erfasst werden.

$$\frac{\nu_{\mathrm{C,yx}}}{E_{\mathrm{C,x}}} = \frac{\nu_{\mathrm{C,xy}}}{E_{\mathrm{C,y}}} =: \frac{\nu_{\mathrm{C,z}}}{\sqrt{E_{\mathrm{C,x}}\,E_{\mathrm{C,y}}}} \tag{3.23}$$

$$\frac{\nu_{\mathrm{C,zx}}}{E_{\mathrm{C,x}}} = \frac{\nu_{\mathrm{C,xz}}}{E_{\mathrm{C,z}}} =: \frac{\nu_{\mathrm{C,y}}}{\sqrt{E_{\mathrm{C,x}}\,E_{\mathrm{C,z}}}} \tag{3.24}$$

$$\frac{\nu_{\mathrm{C,yx}}}{E_{\mathrm{C,x}}} = \frac{\nu_{\mathrm{C,xy}}}{E_{\mathrm{C,y}}} =: \frac{\nu_{\mathrm{C,z}}}{\sqrt{E_{\mathrm{C,x}}\,E_{\mathrm{C,y}}}} \tag{3.25}$$

$$K_\mathrm{O} = \frac{\sqrt{1-\nu_\mathrm{C,z}^2}\sqrt{1+\left(\sqrt{(1-\nu_\mathrm{C,x}^2)(1-\nu_\mathrm{C,z}^2)}-\nu_\mathrm{C,x}\,\nu_\mathrm{C,z}-\nu_\mathrm{C,y}\right)\dfrac{2\,G_\mathrm{C,xz}}{\sqrt{E_\mathrm{C,x}\,E_\mathrm{C,z}}}}}{\sqrt{(1-\nu_\mathrm{C,x}^2)(1-\nu_\mathrm{C,z}^2)}+\left((1-\nu_{C,x}^2)(1-\nu_\mathrm{C,z}^2)-(\nu_\mathrm{C,x}\,\nu_\mathrm{C,z}+\nu_\mathrm{C,y})^2\right)\dfrac{G_\mathrm{C,xz}}{\sqrt{E_\mathrm{C,x}\,E_\mathrm{C,z}}}}\sqrt{E_\mathrm{C,z}\,G_\mathrm{C,xz}} \tag{3.26}$$

Dabei stellt der erste Index der Querdehnzahlen die Richtung der Querdehnung dar, der zweite Index die einachsige Spannung, welche die Querdehnung bewirkt. Vorteilhaft an der Darstellung mit Hilfe des Bettungswertes K_O ist, dass für die Berechnung der ideellen Knitterspannung die Formel aus der Herleitung mit isotropem Werkstoff nach Gl. (3.11) herangezogen werden kann. Betrachtet man den Kern als Halbraum, ergibt sie sich zu:

$$\sigma_\mathrm{w,cr} = \frac{1,5}{A_\mathrm{F}}\sqrt[3]{2\,K_\mathrm{O}^2\,B_\mathrm{F}} \approx \frac{1,5}{t_\mathrm{F}}\sqrt[3]{2\,K_\mathrm{O}^2\,B_\mathrm{F}} \tag{3.27}$$

Die bezogene Fläche A_F wurde der Vollständigkeit halber ergänzt, da Thermann diese in der Originalquelle mit der Blechdicke t_F gleichsetzt. Ebenfalls gibt Thermann (1989, S. 4) eine verallgemeinerte Lösung für den Bettungsmodul k_w an, welche eine Anwendung für dünne Bauteile ermöglicht. Wie bereits in Kap. 3.1.1 beschrieben, trifft die Annahme der vollständigen Verformungsbehinderung an der gezogenen Deckschichtseite nur bedingt zu, weswegen an dieser Stelle auf eine Darstellung verzichtet wird.

Von Thermann (1989, S. 8 ff.) durchgeführte Parameterstudien zeigten, dass der Einfluss des E-Moduls $E_\mathrm{C,x}$ im Wertebereich $E_\mathrm{C,z} \leq E_\mathrm{C,x} \leq 3\,E_\mathrm{C,z}$ insgesamt eher gering ist, ebenso wie der Einfluss der modifizierten Querdehnzahlen im gängigen Wertebereich von $0 \leq \nu_\mathrm{C} \leq 0,3$. Weitere Untersuchungen von Nelke (2018, Kap. 4.1.2) ergaben, dass die Anwendung der Querdehnzahlen nach Gleichungen (3.23)–(3.25) nur zu geringen Unterschieden gegenüber einer konstanten modifizierten Querdehnzahl $\nu_\mathrm{C,x} = \nu_\mathrm{C,y} = \nu_\mathrm{C,z}$ in allen Richtungen führt. Ferner zeigte Nelke, dass der E-Modul $E_\mathrm{C,x}$ bei bestimmten Materialkonstellationen durchaus einen merklichen Einfluss auf die Knitterspannung haben kann. Ein Vergleich der ideellen Knitterspannungen unter Ansatz von $E_\mathrm{C,x} = 3\,E_\mathrm{C,z}$ und $E_\mathrm{C,x} = E_\mathrm{C,z}$ ergab einen Unterschied von ca. 3–9 %. Die maximale Abweichung trat bei einer unüblichen Kombination von geringem E-Modul ($E_\mathrm{C,z} = 2\,\mathrm{N/mm^2}$) und großem Schubmodul ($G_\mathrm{C,xz} = 5\,\mathrm{N/mm^2}$) auf. Wird davon ausgegangen, dass E- und Schubmodul in ihrer Größe korrelieren, so fällt der Unterschied geringer aus (Nelke 2018, S. 54). Zuletzt wurde erkannt, dass die vereinfachte Erfassung der Orthotropie von Stamm und Witte in Gl. (3.10) eine gute Näherung zum orthotropen Bettungswert K_O unter Ansatz realistischer Materialwerte ($E_\mathrm{C,x} = 3\,E_\mathrm{C,z}$) darstellt, mit maximal zu erwartenden Abweichungen von ca. 5 %.

3.2.2 Inhomogenes Kernmaterial

Thermann (1989, Kap. 2, S. 19 ff.) leitet den Bettungsmodul k_w der elastischen, isotropen Kernschicht am ebenen Verzerrungszustand in der xz-Ebene und mit zunächst kontinuierlich veränderlichen Elastizitätsmoduln $G(z)$ und $\nu(z)$ her. Mit Hilfe des Stoffgesetzes, Gleichgewichtsbedingungen und Ansatzfunktionen lässt sich ein System von Differentialgleichungen angeben (Thermann 1989, Gl. 2.7), welches die Änderung der Spannungen und Verschiebungen entlang der Dickenrichtung z beschreibt und durch einen Zustandsvektor

$$\underline{z}(z)^\mathrm{T} = (\ \sigma \quad \tau \quad u \quad -w\ ) \tag{3.28}$$

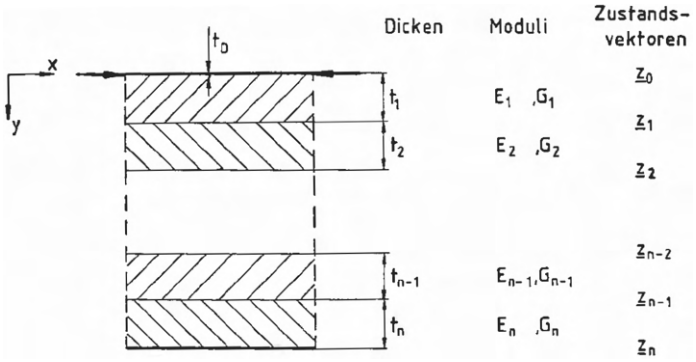


Bild 3.2: Mehrschichtmodell (aus Thermann 1989, Bild. 2.2). Die Koordinate in Dickenrichtung wurde, anders als in dieser Arbeit, mit y bezeichnet.

ausgedrückt werden kann. Thermann vereinfacht anschließend die Berechnung durch Ansatz abschnittsweise konstanter Werkstoffkennwerte über die Kerndicke d_C. Die Veränderungen von Spannungen und Verschiebungen je Kernschicht $\underline{z}(z)$ lassen sich aus den Anfangswerten ($z = 0$) des Zustandsvektors nach Gl. (3.28) und einer Übertragungsmatrix $\underline{T}(z)$ darstellen.

$$\underline{T}(z) = \frac{ch}{2\,(1-\nu_\mathrm{C})} \begin{bmatrix} 2\,(1-\nu_\mathrm{C}) - \eta\, th & \eta + (1-2\,\nu_\mathrm{C})\, th & 2\,G_\mathrm{C}\,\dfrac{\pi}{a_\mathrm{x}}\eta\, th & 2\,G_\mathrm{C}\,\dfrac{\pi}{a_\mathrm{x}}(\eta - th) \\ -\eta + (1-2\,\nu_\mathrm{C})\, th & 2\,(1-\nu_\mathrm{C}) + \eta\, th & 2\,G_\mathrm{C}\,\dfrac{\pi}{a_\mathrm{x}}(\eta + th) & \\ \dfrac{-\eta\, th}{2\,G_\mathrm{C}\,\pi/a_\mathrm{x}} & \dfrac{\eta + (3-4\,\nu_\mathrm{C})\, th}{2\,G_\mathrm{C}\,\pi/a_\mathrm{x}} & & \\ \dfrac{\eta - (3-4\,\nu_\mathrm{C})\, th}{2\,G_\mathrm{C}\,\pi/a_\mathrm{x}} & & & \text{Symmetrie} \end{bmatrix}$$

$$\eta = \frac{\pi\, z}{a_\mathrm{x}}, \quad ch = \cosh\left(\frac{\pi\, z}{a_\mathrm{x}}\right), \quad th = \tanh\left(\frac{\pi\, \mathrm{z}}{\mathrm{a_x}}\right) \tag{3.29}$$

$$\underline{z}(z) = \underline{T}(z)\, \underline{z}(z=0) \tag{3.30}$$

Mit Hilfe des Zustandsvektors $\underline{z}_\mathrm{n}$ an der untersten Kernschicht n (Bild 3.2) ergibt sich aus den Randbedingungen $u_\mathrm{n} = 0$, $-w_\mathrm{n} = 0$ sowie $u_0 = 0$ der Bettungsmodul k_w des abschnittsweise inhomogenen Kerns als Funktion der Halbwellenlänge a_x.

$$\underline{z}_\mathrm{n} = \underline{T}_\mathrm{n}\, \underline{T}_{\mathrm{n}-1} \ldots \underline{T}_2\, \underline{T}_1\, \underline{z}_0 =: \underline{T}\, \underline{z}_0 \tag{3.31}$$

$$k_\mathrm{w} = \frac{\sigma_0}{-w_0} = \frac{-\,T_{34}\,T_{42} + T_{44}\,T_{32}}{T_{31}\,T_{42} - T_{41}\,T_{32}} \tag{3.32}$$

Die Übertragungsmatrix muss hierzu für jede Kernschicht mit dem zugehörigen Abstand z zur jeweiligen Schichtunterkante aufgestellt und per Matrizenmultiplikation zu einer Gesamt-Übertragungsmatrix $\underline{T}$ verrechnet werden. Der erste Index in Gl. (3.32) gibt die Spalte von $\underline{T}$ an, der zweite die Zeile. Die ideelle Knitterspannung kann nun mittels (numerischer)

Minimierung von Gl. (3.5) über a_x berechnet werden. Soll die Orthotropie näherungsweise Berücksichtigung finden, kann G_C analog zu Gl. (3.9) ausgedrückt werden. Auf eine Darstellung der daraus resultierenden Matrix $\underline{T}$ wird verzichtet. Aufgrund der oben angesetzten Randbedingungen wird der positive Effekt auf die Knitterspannung bei dünnen Bauteilen bereits berücksichtigt. Da sich der Effekt bei quasi-ebenen Deckschichten an der Zugseite praktisch nicht einstellt (vgl. Kap. 3.1.1), kann, um dies zu verhindern, die Schichtdicke der untersten Kernschicht bei Bedarf künstlich vergrößert und somit näherungsweise ein Halbraum generiert werden.

Die Anwendung des dargestellten Berechnungsverfahrens gestaltet sich als recht aufwändig und unhandlich. Zwar wird eine Näherungslösung für ein vereinfachtes Zweischichtmodell angegeben (Thermann 1989, Kap. 2.3), welche den Rechenaufwand deutlich reduziert, jedoch wird nicht weiter darauf eingegangen, wie sich der inhomogene Verlauf des Kernmaterials korrekt durch zwei Schichten abbilden lässt[3]. Daher soll im Verlauf der Arbeit (Kap. 5) ein für die Handrechnung geeignetes Näherungsverfahren entwickelt werden.

3.3 Ideelle Knitterspannung leicht profilierter Deckschichten nach Baehre und Kech

Die ideelle Knitterspannung kann durch das Einbringen einer leichten Profilierung und der damit einhergehenden Vergrößerung der Deckschicht-Biegesteifigkeit erheblich gesteigert werden. Jedoch wird, je nach vorhandener Querschnittsgeometrie, nicht mehr die volle Querschnittsfläche und -steifigkeit aktiviert. Durch das vorzeitige Knittern der seitlich gehaltenen, ebenen Plattenbereiche zwischen den Stegen stellt sich ein überkritisches Tragverhalten mit einer Lastumlagerung hin zu den steifen Stegbereichen ein (Baehre 1989, Kap. 2.2). Vergleichbar mit dem klassischen Plattenbeulen im Stahlbau, kann die Lastumlagerung durch eine Querschnittsreduktion in Form einer wirksamen Breite b_{eff} abgebildet werden. Ein Systemversagen tritt auf, sobald die Verzweigungsspannung des wirksamen Restquerschnitts erreicht wird (Bild 3.3).

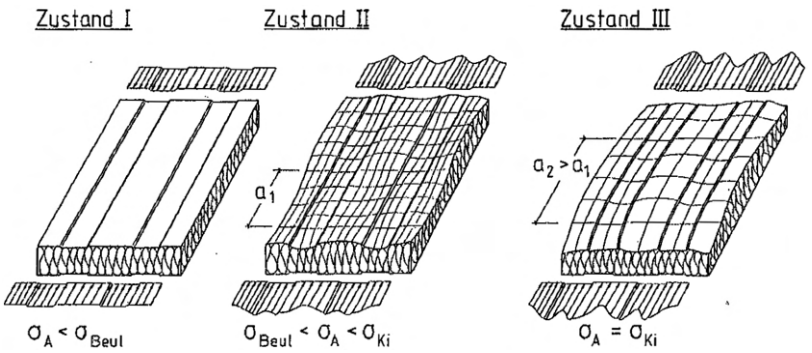


Bild 3.3: Knittern einer leicht profilierten Deckschicht in drei Zuständen aus Kech (1991, Bild 5)

Baehre (1989) und Kech (1991) entwickeln einen Ansatz, in welchem die ideelle Knitterspannung der leicht profilierten Deckschicht als Verzweigungsspannung des wirksamen Querschnitts (Steg und angrenzende wirksame Breiten) definiert ist. Zur Bestimmung der wirksamen Breiten wird die ideelle Knitterspannung der ebenen Plattenbereiche benötigt.

[3] Von einer Darstellung wird deshalb abgesehen.

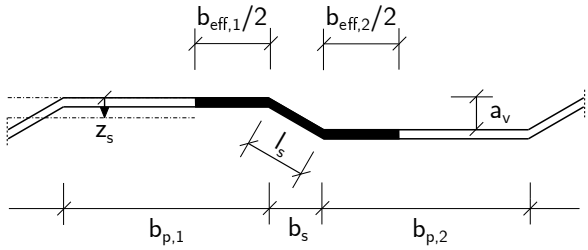


Bild 3.4: Definition der wirksamen Bereiche, linierter Querschnitt (exemplarisch)

Diese kann aus Gl. (3.1) mit einem sinusförmigen Verformungsansatz in x- und y-Richtung sowie unter Ansatz einer gelenkigen Lagerung entlang der Stege ($a_\mathrm{y} = b_\mathrm{p}$) angegeben werden zu (vgl. Kech 1991, Kap. 3.3):

$$\sigma_\mathrm{w,cr,p} = \frac{\pi^2\, B_\mathrm{F}}{t_\mathrm{F}} \left(\frac{1}{a_\mathrm{x}^2} + \frac{2}{b_p^2} + \frac{a_\mathrm{x}^2}{b_p^4} \right) + \frac{a_\mathrm{x}^2\, k_\mathrm{w}}{\pi^2\, t_\mathrm{F}} \tag{3.33}$$

Mit $\alpha_\mathrm{p} = a_\mathrm{x}/b_\mathrm{p}$ ergibt sich mittels Extremwertberechnung folgende Bestimmungsgleichung für die kritische Halbwellenlänge a_x:

$$\frac{K\, b_\mathrm{p}^3}{2\pi^3\, B_\mathrm{F}} \frac{1 + 2\,\alpha_\mathrm{p}^2}{1 + \alpha_\mathrm{p}^2} - \frac{1 - \alpha_\mathrm{p}^4}{\alpha_\mathrm{p}^3} \stackrel{!}{=} 0 \tag{3.34}$$

Die Berechnung der wirksamen Breiten erfolgt getrennt für jeden an den Steg angrenzenden Bereich j mit Hilfe der *von-Kármán*-Formel und der Plattenbreite b_p (vgl. Bild 3.4). In der Formel für die Plattenschlankheit $\overline{\lambda}_\mathrm{p}$ wird dabei als maximale Randspannung des ebenen Teilfeldes die ideellen Knitterspannung des wirksamen Querschnitts $\sigma_\mathrm{w,cr,wqs}$ eingesetzt.

$$b_{\mathrm{eff},j} = \rho\, b_{\mathrm{p},j} = \frac{1}{\overline{\lambda}_\mathrm{p}}\, b_{\mathrm{p},j} = \sqrt{\frac{\sigma_{\mathrm{w,cr,p},j}}{\sigma_\mathrm{w,cr,wqs}}}\, b_{\mathrm{p},j} \tag{3.35}$$

Eine im klassischen Plattenbeulen übliche, alleinige Begrenzung der Randspannung auf die Fließspannung f_y kommt nur zur Anwendung, sofern $\sigma_\mathrm{w,cr,wqs}$ den Wert dieser überschreitet. Kann der Kern als Halbraum abgebildet[4] werden, ergibt sich:

$$\sigma_\mathrm{w,cr,wqs} = \min \begin{cases} \dfrac{1,5}{A_\mathrm{F,eff}} \sqrt[3]{2\, K^2 B_\mathrm{F,eff}} \approx \dfrac{1,5}{t_\mathrm{F}} \sqrt[3]{2\, K^2 B_\mathrm{F,eff}} \\ f_\mathrm{y} \end{cases} \tag{3.36}$$

$$\text{mit} \qquad B_\mathrm{F,eff} = \frac{E_\mathrm{F}\, I_\mathrm{F,wqs}}{(1 - \nu_\mathrm{F}^2)\, b_\mathrm{eff,ges}} = \frac{E_\mathrm{F}\, I_\mathrm{F,eff}}{1 - \nu_\mathrm{F}^2} \tag{3.37}$$

$$b_\mathrm{eff,ges} = 0,5\, b_\mathrm{eff,1} + 0,5\, b_\mathrm{eff,2} + b_\mathrm{s} \tag{3.38}$$

$$A_\mathrm{F,eff} = \frac{(0,5\, b_\mathrm{eff,1} + 0,5\, b_\mathrm{eff,2} + l_\mathrm{s})\, t_\mathrm{F}}{b_\mathrm{eff,ges}} \tag{3.39}$$

[4] Auf eine Abbildung der Lösung für dünne Bauteile wird verzichtet. Sie kann den Originalquellen entnommen werden.

Die wirksame Biegesteifigkeit $B_{\mathrm{F,eff}}$ beinhaltet das Flächenträgheitsmoment des wirksamen Querschnitts $I_{\mathrm{F,wqs}}$, welche auf die wirksame Breite $b_{\mathrm{eff,ges}}$ bezogen wird. Der Vollständigkeit halber wurde die bezogene Fläche $A_{\mathrm{F,eff}}$ in Gl. (3.36) ergänzt, da Baehre und Kech diese in den Originalquellen mit der Blechdicke t_{F} gleichsetzen. Bei geringen Linierungstiefen bzw. großen Teilfeldbreiten sind die Unterschiede marginal, bei größeren Linierungstiefen und geringen Teilfeldbreiten sollte $A_{\mathrm{F,eff}}$ verwendet werden. Aus den Gleichungen (3.35) und (3.36) ist ersichtlich, dass ein iteratives Vorgehen zur Ermittlung der ideellen Knitterspannung nötig ist. Der gesuchte Wert $\sigma_{\mathrm{w,cr,wqs}}$ ist sowohl der Eingangswert für die Abminderung der Breite, als auch der gesuchte Zielwert. Die Schritte ab Gl. (3.35) werden daher sooft wiederholt, bis die Änderungen zwischen den Iterationsschritten ausreichend klein sind. Als Startwert für den ersten Iterationsschritt bietet sich der Ansatz des voll wirksamen Querschnitts an ($b_{\mathrm{eff},j} = b_{\mathrm{p},j}$). Nach Abschluss der Iteration wird die Knitterspannung des wirksamen Querschnitts gemäß der üblichen Darstellungskonvention auf den vollen Querschnitt bezogen. Man erhält:

$$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}} = \sigma_{\mathrm{w,cr,wqs}} \frac{b_{\mathrm{eff,ges}}}{b_{\mathrm{ges}}} \tag{3.40}$$

$$\text{mit} \qquad b_{\mathrm{ges}} = 0,5\, b_{\mathrm{p,1}} + 0,5\, b_{\mathrm{p,2}} + b_{\mathrm{s}} \tag{3.41}$$

Das vorgestellte Verfahren von Baehre und Kech bietet den großen Vorteil einer vollständig mechanischen Herleitung, wodurch die Abmessungen und Materialparameter nahezu beliebig variiert werden können. Denkbar ist es, das Verfahren hinsichtlich der Orthotropie im Schaumkern zu erweitern, indem anstelle des Bettungswertes K der orthotrope Wert K_{O} nach Gl. (3.26) oder die Näherung aus Gl. (3.10) verwendet wird. Thermanns Ansatz zur Inhomogenität (Kap. 3.2.2) ist nicht ohne weiteres anwendbar. Zum einen beruht dessen Herleitung nur auf der einachsig gespannten Platte ohne Längsauflager ($a_{\mathrm{y}} = \infty$) und kann folglich nicht zur Bestimmung der Knitterspannung des ebenen Plattenbereichs verwendet werden. Zum anderen ist die Berechnung aufgrund ineinander verschachtelter Iterationsschritte – sowohl für die Ermittlung von b_{eff} als auch für die Bestimmung von $\sigma_{\mathrm{w,cr,wqs}}$ unter Ansatz des inhomogenen Bettungsmoduls nach Gl. (3.32) – aufwändig.

Fraglich ist, ob die von Baehre und Kech verwendete Begrenzung durch die Fließspannung ($\sigma_{\mathrm{w,cr,wqs}} \leq f_{\mathrm{y}}$) als sinnvoll zu erachten ist, da die gesuchte Verzweigungsspannung eine üblicherweise von der Fließspannung unabhängige Systemgröße darstellt. Zudem ist zu klären, ob die für größere Linierungstiefen sicherlich zutreffende Annahme einer gelenkigen und unverschieblichen seitlichen Lagerung der ebenen Plattenbereiche auch für kleinere Linierungstiefen ($a_{\mathrm{v}} \leq 1{,}5$ mm) zutrifft oder ob eine gewisse Nachgiebigkeit der seitlichen Lagerung vorliegt. Dies wird in Kap. (5.2) untersucht.

3.4 Knitterspannung von Sandwichelementen unter Querdruck

Mehrfeldrig-gespannte Sandwichelemente erfahren aufgrund ihrer statischen Unbestimmtheit nicht nur Belastungen aus Wind und Schnee, sondern auch aus der ungleichmäßigen Temperaturverteilung zwischen der außen- und innenliegenden Deckschicht, welche aus der Dämmwirkung des Kernwerkstoffs resultiert.

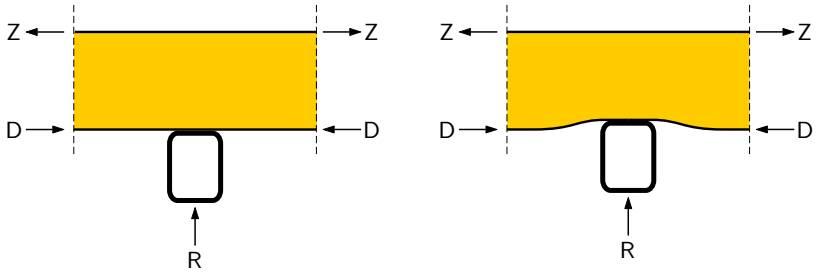


Bild 3.5: Lokale Eindrückung der Deckschicht über dem Zwischenauflager im Falle einer andrückenden Querlast

Aus den veränderlichen Lasten lassen sich zwei übergeordnete Lastzusammenstellungen angeben, die sich hinsichtlich ihrer Auswirkung auf das Zwischenauflager grundlegend unterscheiden:

- **Sommer**: Temperatur (außen heiß, innen Raumtemperatur), Windsog
  $\longrightarrow$ Zwischenauflagerkraft abhebend
- **Winter**: Temperatur (außen kalt, innen Raumtemperatur), Winddruck, Schnee
  $\longrightarrow$ Zwischenauflagerkraft andrückend

An den Zwischenauflagern tritt dabei stets eine Interaktion zwischen der aus Biegung druckbeanspruchten Deckschicht und der Auflagerkraft orthogonal dazu auf. Die aus der Auflagerkraft resultierenden lokalen Eindrückungen in der Deckschicht bewirken eine Reduktion der dortigen aufnehmbaren Knitterspannung. Im Sommerlastfall ist das Stützmoment positiv, es treten Drucknormalspannungen in der außenliegenden Deckschicht auf. Abhebende Lasten werden durch eine Verschraubung des Elements an die Unterkonstruktion aufgenommen und zurückgeführt, wobei die gedrückte äußere Deckschicht von der Unterlegscheibe des Schraubenkopfs lokal deformiert wird. Dieser Lastfall sei der Vollständigkeit halber erwähnt, da im Rahmen dieser Arbeit lediglich der Winterlastfall betrachtet wird. Hier tritt ein negatives Stützmoment über dem Zwischenauflager auf, die Drucknormalspannungen liegen in der inneren Deckschicht. Die andrückende Last wird über Kontaktpressung in das Auflager eingeleitet, wobei sich die Deckschicht deformiert (Bild 3.5). Daraus resultierende Zusatzbelastungen – die lokale Verformung kann z. B. als Exzentrizität für die Blechnormalkraft aufgefasst werden, welche ein zusätzliches Biegemoment in der Deckschicht verursacht – verringern die Tragfähigkeit, sodass die Knitterspannung reduziert wird ($\sigma_{\mathrm{w,red}}$).

Die reduzierte Knitterspannung wird nach derzeitigem Stand überwiegend versuchstechnisch bestimmt, im europäischen Raum nach DIN EN 14509. Zum einen, da so sichergestellt werden kann, dass alle relevanten Einflüsse auf die Tragfähigkeit erfasst werden (Inhomogenität der Kerns, Imperfektionen), zum anderen, da zwar einige analytische Berechnungsansätze in der Literatur vorzufinden sind, sich aber keiner davon in der bisherigen Anwendung durchsetzen konnte. Viele analytische Berechnungsansätze beruhen auf der Differentialgleichung der elastisch gebetteten Platte nach Theorie II. Ordnung. Die Querlast wird entweder explizit als Störlast aufgefasst (z. B. Martikainen und Hassinen 1996) oder implizit durch eine zusätzliche Vorverformung auf die Knittereigenform, welche dann mit der geometrisch-strukturellen Imperfektion überlagert wird (z. B. Lübke 2014). Daher ist die Berechnung der reduzierten Knitterspannung stets eine Traglast- bzw. Spannungsberechnung nach Theorie II. Ordnung anstelle einer Eigenwertberechnung. Nachfolgend werden zunächst die Zulassungsversuche nach DIN EN 14509 erläutert, sowohl für die ungestörte als auch die reduzierte Knitterspannung. Im Anschluss soll das von Nelke (2018) entwickelte semi-numerische Verfahren beschrieben werden, da es als bis dato aktuellstes Werk zum

Tabelle 3.1: Stützweitentabelle in Abhängigkeit von der Bauteildicke d nach DIN EN 14509 (2013, Tab. A.1)

Gesamtdicke des Elements d	Stützweite L
$d < 40$ mm	3,0 m
40 mm $\leq d < 60$ mm	4,0 m
60 mm $\leq d < 100$ mm	5,0 m
$d \geq 100$ mm	$\geq$ 6,0 m

Thema Momenten-Auflager-Interaktion den Stand der Forschung wiedergibt und da viele Erkenntnisse dieser Arbeit auf den Ergebnissen von Nelke aufbauen oder diese aufgreifen.

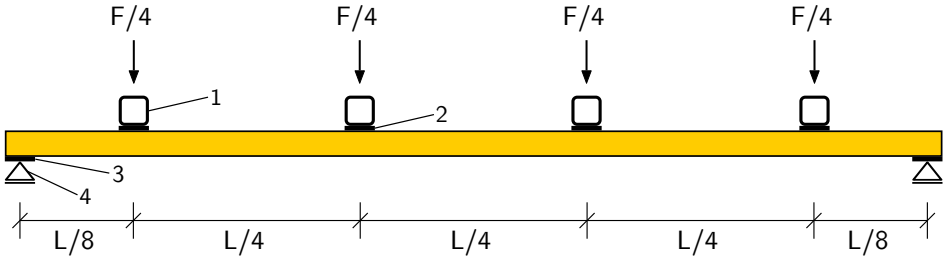
3.4.1 Zulassungsversuche nach DIN EN 14509

Die DIN EN 14509 (2013) ermöglicht die versuchsgestützte Bestimmung der Knitterspannung von Sandwichelementen mit Hilfe von Bauteilversuchen in voller Elementbreite. Hierfür werden Biegeversuche an Einfeldträgern bis zum Erreichen der Traglast durchgeführt. Die Laststellung im Versuchsaufbau kann so variiert werden, dass sowohl die ungestörte Knitterspannung als auch die reduzierte Knitterspannung unter Einwirkung einer lokalen Querlast (Lastfall Auflast bzw. abhebende Last am Mehrfeldträger) ermittelt werden kann. Beide Verfahren werden im Folgenden vorgestellt.

Der großer Vorteil einer versuchsgestützten Methode ist, dass die in der Regel unbekannten geometrischen und strukturellen Imperfektionen der Deckschicht und des Kerns sowie die unbekannte Verteilung der Elastizitäts- und Schubmoduln über die Kerndicke – in den Zulassungsversuchen werden die Werkstoffkennwerte der Kernschicht homogenisiert – automatisch berücksichtigt werden. Nachteilig ist der höhere zeitliche und monetäre Aufwand für die Versuchsdurchführung und für den Zulassungsprozess.

Bestimmung der ungestörten Knitterspannung Die Knitterspannungsversuche werden am gelenkig gelagerten Einfeldträger gemäß DIN EN 14509, Kap. A.5, durchgeführt. Die Stützweite ist so festzulegen, dass ein Biegeversagen (Knittern, Fließen, Beulen der Deckschicht) sichergestellt ist. Als Orientierung dient eine Tabelle mit Angaben zu den Stützweiten in Abhängigkeit von der dominierenden Bauteildicke d (siehe Tab. 3.1). Bei profilierten Dachelementen ist dies in der Regel die Bauteildicke am durchgehenden Kernbereich zwischen den Stegen der Profilierung. Es werden verschiedene mögliche Laststellungen zur Versuchsdurchführung angegeben (DIN EN 14509, Bild A.10), entweder als Kombination aus vier diskreten Streckenlasten oder als Flächenlast (z. B. Luftdruck). In der Versuchsanstalt des Fachgebiets Stahlbau an der TU Darmstadt wird standardmäßig der Versuchsaufbau nach Bild 3.6 verwendet. Die Knitterspannung wird bei quasi-ebenen und ebenen Deckschichten unter Berücksichtigung der Eigenglast g_k durch eine Zerlegung des maximalen Sandwich-Biegemoments in ein Kräftepaar (innerer Hebelarm e zwischen den Deckschichtschwerpunkten) nach Gl. (3.42) berechnet.

$$\sigma_\mathrm{w} = \left(\frac{F_\mathrm{max}\, L + g_\mathrm{k}\, L^2}{8} \right) \frac{1}{e\, A_\mathrm{F,voll}} \tag{3.42}$$



1: Quadratisches Hohlprofil 100x4 mm
2: Gummiunterlage 100x6 mm
3: Flachstahl 100x10 mm
4: Kipp-Rollenlager

Bild 3.6: Versuchsaufbau zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung (Sechspunkt-Biegeversuch)

$A_{\mathrm{F,voll}}$ ist die Querschnittsfläche der druckbeanspruchten Blechseite. Für Elemente mit ausgeprägter Deckschichtprofilierung ist der Zusammenhang nach Gl. 3.42 ungültig und es ist die Biegetheorie dicker Deckschichten anzuwenden (vgl. Stamm und Witte 1974, Kap. 3 bzw. DIN EN 14509, Kap. A.5.5). Aufgrund der aus dem Herstellungsprozess resultierenden Inhomogenitäten im Kernwerkstoff sowie weiterer prozessbedingter Imperfektionen (Lunkerbildung, lokale Fehlstellen im Verbund) wird die Knitterspannung stets separat für beide Deckschichtseiten (Produktionsoberseite und -unterseite) bestimmt und ausgewiesen. Jede Versuchsreihe enthält mindestens drei Einzelversuche. Zwar existiert die Möglichkeit, die Knitterspannung rechnerisch nach Gl. (3.22) zu bestimmen (vgl. DIN EN 14509, Gl. A.20), jedoch findet sie in der Praxis kaum Anwendung, da durch die Bauteilprüfung meist höhere Tragfähigkeiten erzielt werden.

Bestimmung der reduzierten Knitterspannung Die Bestimmung der reduzierten Knitterspannung über den Zwischenauflagern von Durchlaufträgern erfolgt mittels sogenannter Ersatzträger-Versuche nach DIN EN 14509 (2013, Kap. A.7) mit voller Elementbreite B. Die Beanspruchung im Auflagerbereich wird durch einen Einfeldträger angenähert (vgl. Bild 3.7), dessen Spannweite so gewählt werden kann, dass das Verhältnis zwischen Stützmoment und Mittelauflagerkraft M/R des Durchlaufträgers abgebildet wird. Der große Vorteil des Ersatzträger-Versuchs besteht in der statischen Bestimmtheit des Systems. Die Fehleranfälligkeit in der Versuchsdurchführung ist deutlich verringert (z. B. Zwangsschnittgrößen aus Auflagerunebenheiten) und die Schnittgrößenermittlung ist unabhängig von den Werkstoffkennwerten des Kerns (Schubnachgiebigkeit). Martikainen und Hassinen (1996, Kap. 5) und Nelke (2018, Kap. 7) zeigten bereits durch vergleichende Versuche, dass der Einfeldträger in der Lage ist, den Durchlaufträger in guter Näherung abzubilden. Unter Vernachlässigung des Trägereigengewichts ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der Ersatzträgerlänge L_{ET} und dem Verhältnis M/R:

$$M_{\mathrm{ET}} = \frac{R\,L_{\mathrm{ET}}}{4} \overset{!}{=} M_{\mathrm{DLT}} = M \longrightarrow L_{\mathrm{ET}} = 4\,\frac{M}{R} \tag{3.43}$$

Im Bauteilversuch erhöht sich das Moment aus der Einzellast um den Anteil des Ersatzträger-Eigengewichts, weswegen der genannte Zusammenhang lediglich eine Näherung darstellt. Die DIN EN 14509 gibt die anzusetzende Breite für die Lasteinleitung im Falle einer andrückenden Last mit „etwa 60 mm“ an (Kap. A.7.2). In der Versuchsanstalt des Fachgebiets Stahlbau an der TU Darmstadt wird hierfür ein Vollstahl mit $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm Breite verwendet

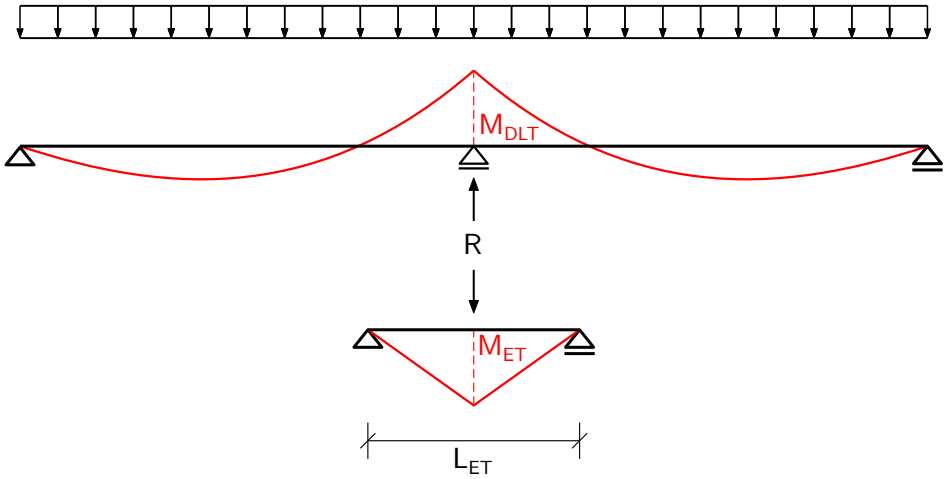


Bild 3.7: Entwicklung des Ersatzträgers (ET) aus einem Durchlaufträger (DLT). Die Momentenverläufe sind in roter Farbe dargestellt. Vereinfacht wurde die Verteilung aus Temperatur nicht dargestellt. Der Ersatzträger ist um 180° (um die Längsachse) gedreht dargestellt, sodass in beiden Fällen die am Mittelauflager anliegende Deckschichtseite gedrückt wird.

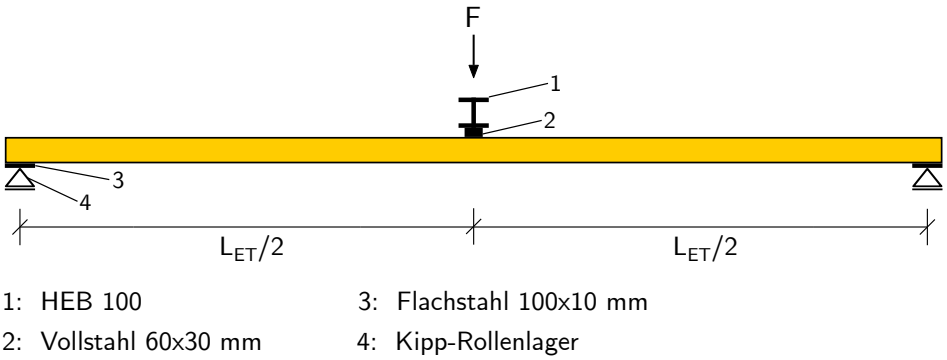


Bild 3.8: Versuchsaufbau zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung aus Querdruck (Dreipunkt-Biegeversuch), Lastbreite $L_\mathrm{S} = 60$ mm

(Bild 3.8). Die reduzierte Knitterspannung kann bei quasi-ebenen und ebenen Deckschichten unter Berücksichtigung des Eigengewichts g_k mit folgender Beziehung berechnet werden:

$$\sigma_\mathrm{w,red} = \left(\frac{F_\mathrm{max}\, L_\mathrm{ET}}{4} + \frac{g_\mathrm{k}\, L_\mathrm{ET}^2}{8} \right) \frac{1}{e\, A_\mathrm{F,voll}} \tag{3.44}$$

Bei profilierten Deckschichten ist die Biegetheorie dicker Deckschichten anzuwenden. In der Norm werden keine expliziten Angaben zur erforderlichen Trägerlänge gemacht. Es wird lediglich gefordert, dass die Kontaktpressung im Versuch nach Gl. (3.45) – ohne Berücksichtigung einer Lastausbreitung, wie es für den Grenzzustand der Tragfähigkeit vorgesehen ist (vgl. DIN EN 14509, Kap. E.4.3) – kleiner gleich der aufnehmbaren charakteristischen Druckfestigkeit des Kerns ist (DIN EN 14509, Kap. A.7.4).

$$\sigma_\mathrm{C} = \frac{F}{L_\mathrm{S}\, B} \leq f_\mathrm{Cc} \tag{3.45}$$

Kurze Spannweiten bewirken eine Abnahme der reduzierten Knitterspannung, da das Verhältnis M/R kleiner wird. Es kann also bei gleicher aus dem Biegemoment resultierender Drucknormalspannung in der Deckschicht eine größere Querlast aufgebracht werden, welche die Tragfähigkeit reduziert. Die Beschränkung der Kontaktpressung auf die Druckfestigkeit des Kerns kommt demnach einer Mindestspannweite gleich, welche den ungünstigsten Fall für die reduzierten Knitterspannung repräsentiert (vgl. Nelke 2018, Kap. 5.2). Nach Kap. A.7.4 der DIN EN 14509 soll dies verhindern, dass die Knitterspannung hauptsächlich von der plastischen Kerneindrückung bestimmt wird[5]. Eine Obergrenze für die Spannweite wird nicht angegeben, was kritisch zu hinterfragen ist, da der Einfluss der Querlast bei anwachsenden Spannweiten abnimmt, sodass die reduzierte Knitterspannung allmählich in die ungestörte Knitterspannung übergeht. Für die Bauteilprüfung am Ersatzträger werden in der Regel auch die dickenabhängigen Spannweiten nach Tab. 3.1 verwendet.

Fraglich ist, ob die im Versuch angesetzten Spannweiten auf der unsicheren Seite liegen oder sogar zu konservativen Ergebnissen führen. Hierzu wurde von Nelke eine ausführliche Parameterstudie durchgeführt, welche im nächsten Kapitel näher erläutert wird. Weiterhin ist zu klären, ob der Ansatz einer gleichmäßig verteilten Kontaktpressung unter dem Auflager gerechtfertigt ist oder ob unter gewissen Voraussetzungen Randpressungen auftreten, welche die Größe der reduzierten Knitterspannung beeinflussen könnten.

3.4.2 Verfahren nach Nelke

Im Folgenden werden ausgewählte Ergebnisse sowie der Ansatz zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung von Nelke (2018) beschrieben, da es als bis dato aktuellstes Werk zum Thema Momenten-Auflager-Interaktion den Stand der Forschung wiedergibt.

Parameterstudien zur Ersatzträgerlänge Nelke (2018, Kap. 6; 2019) führte Parameterstudien hinsichtlich der Ersatzträgerlängen durch, die sich aus der Bemessung realitätsnah gewählter Mehrfeldsysteme ergaben. Es wurden einerseits zwei- und dreifeldrige Wandelemente mit Einzelspannweiten von 2–6 m und Elementdicken von 40–200 mm untersucht, andererseits zwei- und dreifeldrige Dachelemente mit Einzelspannweiten von 1–5 m und durchgehenden Elementdicken von 30–140 mm. Die Wind- und Schneelastzonen sowie die Blechdicken wurden variiert. Zudem wurden verschiedene Werte für die Knitterspannungen σ_{w} und $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ angesetzt, die sich an gängigen Zulassungen orientierten. Nur Lastkombinationen, die eine andrückende Zwischenauflagerkraft verursachen, wurden berücksichtigt. Anschließend wurden die erforderlichen Nachweise nach DIN EN 14509 mit diesen Parameterkombinationen geführt. Aus der jeweils maßgebenden Lastkombination konnte die zugehörige Ersatzträgerlänge mit Hilfe von Gl. (3.43) zurückgerechnet werden. Es ergab sich eine Bandbreite möglicher Ersatzträgerlängen nach Tab. 3.2, welche zwischen 1,2 m und 12 m liegt (vgl. Nelke und Lange 2019, Bild 4). Vergleicht man diese mit den im Bauteilversuch angesetzten Spannweiten nach Tab. 3.1, ist ersichtlich, dass letztere etwa im mittleren Bereich der sich ergebenden Bandbreite liegen. Dies hat zur Folge, dass das experimentell bestimmte $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ bei kürzeren als im Versuch angesetzten Ersatzträgerlängen auf der unsicheren Seite liegen kann, bei größeren Ersatzträgerlängen wird hingegen die tatsächliche Mittelauflager-Tragfähigkeit nicht voll ausgeschöpft. Ein künftiges

[5] Die Versuche und numerischen Berechnungen werden zeigen, dass auch bei deutlicher Überschreitung der Kontaktpressung noch vergleichsweise große Traglasten erreicht werden können. Daher ist die Sinnhaftigkeit dieser Begrenzung zu hinterfragen. Die Diskussion in Kap. 8.4 widmet sich dieser Fragestellung.

Tabelle 3.2: Bandbreite möglicher Ersatzträgerlängen L_{ET} in Abhängigkeit von der durchgehenden Elementdicke d nach Nelke (2018, S. 110)

Wandelemente		Dachelemente	
40 mm:	1,7–5,2 m	30 mm:	1,6–9,6 m
120 mm:	3,2–9,2 m	80 mm:	1,2–10,9 m
200 mm:	3,9–11,5 m	140 mm:	1,5–12,0 m

Bemessungsverfahren sollte demnach zwingend eine Abhängigkeit von der Ersatzträgerlänge bzw. vom Verhältnis M/R enthalten, um dieser Tatsache gerecht zu werden.

Berechnungsverfahren zur reduzierten Knitterspannung Nelke wählt einen semi-numerischen Ansatz zur Berechnung der Knitterspannung unter Querdruck (Nelke 2018, Kap. 8.2). Sandwichelemente werden mit Hilfe der Finite Elemente Methode unter Ausnutzung der Symmetrie in Feldmitte als Ersatzträger abgebildet. Die Modellierung erfolgt zweidimensional unter Verwendung von Balkenelementen für die Deckschichten und Schalenelementen für den Kern. Bei linierten Deckschichten werden daher die wirksamen Querschnittswerte gemäß dem Verfahren von Baehre (1989) und Kech (1991) bestimmt und angesetzt. Ein Versagen durch Fließen der Deckschicht wird berücksichtigt, indem die Einhaltung der Fließspannung f_{y} händisch überprüft wird. Der Kern wird homogen und orthotrop modelliert, in Bauteildickenrichtung unter Ansatz des Druck-Elastizitätsmoduls $E_{\mathrm{Cc,z}}$ aus den Materialversuchen, in Bauteillängsrichtung unter Ansatz des dreifachen Wertes der Dickenrichtung. Für den Schubmodul wird der aus den Materialversuchen bestimmte Wert $G_{\mathrm{C,xz}}$ verwendet. Das Kernversagen wird durch ein orthotropes, bilineares Materialmodell erfasst, wobei die Fließspannung und der Verfestigungsmodul aus den Kerndruckversuchen in Dickenrichtung bestimmt werden. Die Fließspannungen für Zug in Dickenrichtung sowie für Schub werden ebenfalls den Materialversuchen entnommen. In Bauteillängsrichtung wird die Fließspannung so weit vergrößert, dass sie nicht zum Versagen führt. Sprödes Zug- und Schubversagen des Kernwerkstoffs wird berücksichtigt, indem die Einhaltung der zulässigen Festigkeiten f_{Cv} und f_{Ct} händisch überprüft wird. Geometrische und strukturelle Imperfektionen werden im Modell durch den Ansatz einer affin zur Knittereigenform verlaufenden Vorverformung des Systems mit einer Ersatzimperfektion erfasst. Deren Amplitude e_0 wird aus der ungestörten Knitterspannung σ_{w} (aus den Bauteilversuchen) bzw. aus der Grenz-Kernspannung in Dickenrichtung zurückgerechnet. Das Vorgehen orientiert sich an Lübke (2014, Kap. 7.2.2). Für die Imperfektion aus der Kernspannung in Dickenrichtung kann Gl. (3.20) unter Ansatz von $\sigma_{\mathrm{F,N}} = \sigma_{\mathrm{w}}$ nach e_0 aufgelöst werden. Als Grenzspannung wird das Minimum aus der Druck- und Zugfestigkeit des Kerns in z-Richtung gemäß den Ergebnissen der Materialversuche angesetzt, wodurch sich folgende Ersatzimperfektion e_0 ergibt:

$$f_{\mathrm{C}} = \min \begin{cases} f_{\mathrm{Ct}} \\ f_{\mathrm{Cc}} \end{cases} \tag{3.46}$$

$$e_0 = \frac{1 - \sigma_{\mathrm{w}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}}{\sigma_{\mathrm{w}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}} \, \frac{a_{\mathrm{x}}}{K\,\pi} \, f_{\mathrm{C}} \tag{3.47}$$

Die Rückrechnung der Imperfektion bei leicht profilierten Querschnitten erfolgt unter Berücksichtigung der wirksamen Querschnittswerte. Eine weitere Ersatzimperfektion ergibt

sich – ggf. unter Berücksichtigung des wirksamen Querschnitts – aus dem elastischen Spannungsnachweis der Deckschicht nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz von $\sigma_{\mathrm{F,N}} = \sigma_{\mathrm{w}}$.

$$\frac{\sigma_{\mathrm{w}}}{f_{\mathrm{y}}} + \frac{M_{\mathrm{F,II}}}{M_{\mathrm{F,el}}} \stackrel{!}{=} 1 \tag{3.48}$$

Durch Einsetzen von Gl. (3.19) in Gl. (3.4) und zweimaliger Ableitung erhält man das Biegemoment nach Theorie II. Ordnung $M_{\mathrm{F,II}} = -B_{\mathrm{F}}\, w''$. Wird dessen Maximalwert $\max M_{\mathrm{F,II}}$ in Gl. (3.48) eingesetzt, kann diese nach e_0 umgeformt werden.

$$\max M_{\mathrm{F,II}} = e_0 \, \frac{\sigma_{\mathrm{w}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}}{1 - \sigma_{\mathrm{w}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}} \, 0,5 \, \sqrt[3]{2\, K^2 B_{\mathrm{F}}} \tag{3.49}$$

$$e_0 = \left(1 - \frac{\sigma_{\mathrm{w}}}{f_{\mathrm{y}}}\right) \frac{M_{\mathrm{F,el}}}{\dfrac{\sigma_{\mathrm{w}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}}{1 - \sigma_{\mathrm{w}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}} \, 0,5 \, \sqrt[3]{2\, K^2 B_{\mathrm{F}}}} \tag{3.50}$$

Maßgebend wird der kleinere Wert beider Ersatzimperfektionen (Nelke 2018, S. 189). Eine weitere von Nelke (2018, Kap. 8.2.2.2) vorgeschlagene Möglichkeit zur Berücksichtigung von Imperfektionen durch die Anpassung der Steifigkeiten in einer randnahen Kernschicht sei lediglich erwähnt und wird an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt. Nach Aufbringen der Imperfektion durch eine Vorverformung des Systems affin zur ersten Eigenform wird die Querlast auf dem Ersatzträger bis zum Erreichen der Traglast gesteigert. Diese ergibt sich entweder aus der Instabilität des Modells (Abbruch aufgrund singulärer Steifigkeitsmatrix) oder aus einer Überschreitung der händischen überprüften Spannungskriterien (Kernzugversagen, Kernschubversagen, Stahlfließen). Die Lasteinleitung der Querlast in Feldmitte des Ersatzträgers wird so modelliert, dass eine evtl. vorhandene ungleichmäßige Verteilung der Spannungen unter der Lasteinleitung abgebildet werden kann (Zugausfall[6]).

Nelke rechnet mit seinem Verfahren sowohl eigens durchgeführte Versuche als auch zahlreiche an der TU Darmstadt durchgeführte Zulassungsversuche nach und stellt die Ergebnisse einander gegenüber. Nach dem Ausschluss einiger Versuchsreihen mit besonders hoher Materialstreuung sowie der Einführung eines globalen Abminderungsfaktors für die numerischen Ergebnisse von 15 % (F_{FEM}/1,15) ergibt sich eine gute Übereinstimmung (Bild 3.9). Der Mittelwert des Vergleichs zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen liegt bei 99 %, die Standardabweichung bei 11 %. Es wird vermutet, dass der Grund für die Abminderung mit dem Faktor 1,15 in der Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke liegt. Die Versuche wurden überwiegend an der Produktionsoberseite durchgeführt, an welcher nach Ergebnissen aus der Literatur (Hassinen und Misiek 2012; Kurpiela 2013, Kap. 3.3.2; Nelke 2018, Kap. 7.1.2) tendenziell eine etwas geringere Kernsteifigkeit vorliegt, sodass auch die (reduzierte) Knitterspannung kleiner ausfällt (Nelke 2018, S. 210). Jedoch können auch Imperfektionen in der Deckschichtgeometrie nicht ausgeschlossen werden, wie z. B.:

- Schwankungen in der Linierungstiefe und Vorkrümmungen in den ebenen Teilfeldern
- Vorbeulen in ebenen Deckschichten oder ebenen Teilfeldern
- Kaltverfestigungen durch das Einbringen der Linierung

[6] Um dies ohne Kontaktelemente zu simulieren, modelliert Nelke ein nichlineares Lager in Feldmitte, welches das Zwischenauflager abbildet. Die Lastaufbringung im Modell erfolgt stattdessen an den ursprünglichen Auflagern an den Enden des Ersatzträgers in entgegengesetzter Richtung.

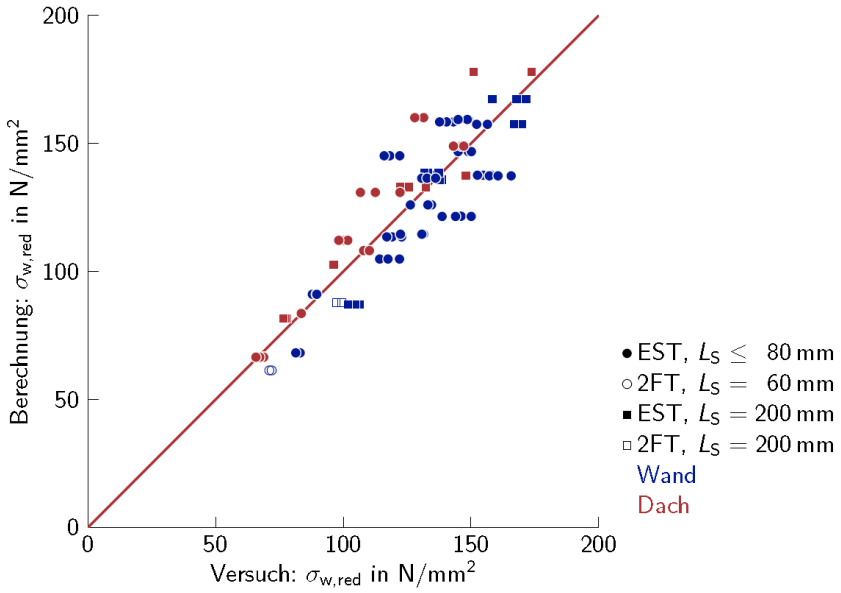


Bild 3.9: Vergleich der reduzierten Knitterspannung zwischen Berechnung und Versuch aus Nelke (2018, Abb. 8.20)

Das Verfahren zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen, jedoch ist die praktische Anwendung recht kompliziert und verlangt vom Anwender ein hohes Maß an Fachwissen (Generierung eines Schalenmodells mit nichtlinearem Materialgesetz und nichtlinearer Berechnung). Ferner ist die Ermittlung der Eingangswerte – wie z. B. die Bestimmung der wirksamen Breiten und die Berechnung der Ersatzimperfektionen – zum Teil sehr aufwändig. Die inhomogene Verteilung der Kernsteifigkeit wird nicht berücksichtigt, ließe sich jedoch leicht in das numerisch Berechnungsmodell integrieren, sofern die Verteilung bekannt ist. Momentan wird die Auswirkung der Inhomogenität nur indirekt erfasst, indem sie sich auf die Größe der zurückgerechneten Ersatzimperfektion nach Gl. (3.47) bzw. (3.50) auswirkt. Der dort verwendete Versuchswert σ_w enthält bereits alle für das Knittern relevanten Effekte aus der Inhomogenität, die Rückrechnung selbst wird jedoch mit homogenisiertem Kernmaterial (Bettungswert K) durchgeführt. Geht man bspw. davon aus, dass σ_w unter Berücksichtigung der Inhomogenität an der Produktionsoberseite tatsächlich kleiner ist als bei einem homogenen Kern, kann die rückgerechnete Ersatzimperfektion überschätzt werden. Die Tatsache, dass die Ergebnisse von Nelke trotzdem im Mittel um ca. 15 % größer waren als die Versuchsergebnisse, kann folgende Ursachen haben:

- Die Kerninhomogenität ist nicht der Hauptgrund für die Abweichung zwischen Versuch und Berechnung.

- Der Einfluss der Ersatzimperfektion ist bei Systemen mit Biegung und Querdruck von untergeordneter Bedeutung. Möglicherweise beeinflusst die Kerninhomogenität jedoch die Größe der vorhandenen Eindrückung aus der Querlast und somit die Traglast deutlicher.

- Die Bestimmung der wirksamen Querschnittswerte nach Baehre und Kech für das Berechnungsmodell sowie für die Rückrechnung der Ersatzimperfektion zeigt möglicherweise Defizite auf.

Dies ist noch zu klären. Das generelle Vorgehen, die Ersatzimperfektion aus den Versuchsergebnissen zur ungestörten Knitterspannung zurückzurechnen, scheint jedoch sinnvoll, um auch die strukturellen Imperfektionen des Bauteils pauschal und realitätsnah zu erfassen und den Übergang zur ungestörten Knitterspannung bei geringen Querlasten zu ermöglichen.

3.4.3 Sonstige Veröffentlichungen

Weitere Berechnungsverfahren zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck wurden beispielsweise von Berner (1995), Martikainen und Hassinen (1996) und Lübke (2014) entwickelt. Die Verfahren haben gemeinsam, dass sie das Versagen anhand eines Ersatzsystems aus der gedrückten, gebetteten Deckschicht abbilden. Die globalen Schnittgrößen aus der Sandwichtragwirkung (Drucknormalkraft in der Deckschicht) werden mit den lokalen Effekten aus der Eindrückung überlagert. Die Verfahren werden im Folgenden nur kurz umrissen. Für eine ausführlichere Darstellung sei auf die Originalquellen oder die Zusammenfassungen aus Nelke (2018, Kap. 5) verwiesen.

Berner (1995) versuchte zunächst eine Interaktionsbeziehung zwischen der bezogenen reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ und dem lokalen aus der Querlast resultierenden Biegemoment in der Deckschicht zu bestimmen. Das Biegemoment wurde mit Hilfe der Lösung für eine gebettete Platte unter zwei Einzellasten an den Rändern der Lasteinleitung berechnet (siehe z. B. Hetényi 1958). Als Bezugswert für die Interaktion diente das elastische Grenzmoment der Deckschicht ($\max M_{\mathrm{F}}/M_{\mathrm{F,el}}$). Der Ansatz wurde aufgrund mäßiger Übereinstimmung mit den Versuchen verworfen und durch einen Ansatz mit Fließgelenkketten neben der Lasteinleitung ersetzt. Aufgrund des hohen Rechenaufwandes greift Berner letztendlich auf eine lineare Interaktion zwischen der Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ und der Auslastung der Kontaktpressung unter dem Auflager $\sigma_{\mathrm{C,z}}/f_{\mathrm{Cc}}$ zurück. Durch die Verwendung der konstant angenommenen Kontaktpressung ist eine Abhängigkeit von der Lasteinleitungsbreite sichergestellt. Die Ergebnisse zeigen eine gute mittlere Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen, jedoch eine große Streuung.

Martikainen und Hassinen (1996) greifen ebenfalls auf die Lösung einer gebetteten Platte unter zwei Einzellasten an den Rändern der Lasteinleitung zurück, berücksichtigen jedoch eine Zwei-Parameter-Bettung mit den Kennwerten k_{w} und k_1. Die Interaktion erfolgt zum einen auf Basis eines elastischen Spannungsnachweises mit der Normalkraft und dem Biegemoment der Deckschicht, zum anderen auf Basis eines Nachweises der Druckspannungen zwischen Deckschicht und Kern. Aufgrund schlechter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen vereinfachen sie den Ansatz, indem sie die aus dem statischen System gewonnene Tragfähigkeit unter dem Auflager (aus den beiden gerade genannten Nachweisen) durch die Druckauflagertragfähigkeit mit Lastausbreitung (vgl. DIN EN 14509, Gl. E.6) ersetzen. Deren Verwendung stellt eine Abhängigkeit von der Lasteinleitungsbreite sicher. Die Anwendung der Interaktion führt zu recht konservativen Ergebnissen für die Knitterspannung. Ebenfalls ist die Streuung vergleichsweise groß.

Lübke (2014) ermittelt sich zunächst über einen plastischen Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung die Ersatzimperfektion für reines Knittern ohne Querdruck (ähnlich zu Kap. 3.4.2). Über eine Proportionalität zwischen dem verdrängten Volumen aus der lokalen

Eindrückung und der Querlast lässt sich eine Größe für die unter der Lasteinleitung konstant angenommene Eindrückung w_0 bestimmen. Diese wird mit Hilfe einer empirisch entwickelten Übertragungsfunktion in eine lastabhängige Ersatzimperfektion überführt. Über den plastischen Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung für eine sinusförmig vorverformte, gebettete Deckschicht unter Ansatz der addierten Gesamtimperfektion aus Knittern und aus Querlast lässt sich nun diejenige Normalkraft zurückrechnen, die zum Spannungsversagen führt. Wird sie auf den Deckschichtquerschnitt bezogen, ergibt sich die reduzierte Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$. Nelke (2018, Kap. 5.6.2) merkt an, dass die Imperfektion aus Querlast schon bei Lastbreiten von L_{S} =150 mm nahezu vollständig abklingt, was gegen vorliegende Versuchsergebnisse (z. B. im Rahmen dieser Arbeit) spricht. Lübkes Methode zeigt eine gute Übereinstimmung mit dessen Versuchsergebnissen für ebene oder sehr schwach profilierte Deckschichten ($a_{\mathrm{v}} < 0,5$ mm). Bei größeren Linierungstiefen nehmen die Abweichung und die Streuung deutlich zu.

3.5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Kapitels wurden die mechanischen und versuchstechnischen Grundlagen zur Bestimmung der Knitterspannung mit und ohne den Einfluss einer andrückenden Querlast erläutert. Die ideelle Knitterspannung ist ein wichtiger Kennwert zur analytischen Bestimmung der Biegetragfähigkeit von Sandwichelementen, weswegen ihr besondere Aufmerksamkeit galt. Es wurden unter anderem Ansätze zur Berücksichtigung der Kerninhomogenität und -orthotropie sowie Ansätze zur Berücksichtigung einer leichten Deckschichtprofilierung vorgestellt.

Hinsichtlich der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck wurden die normativ geregelte, versuchstechnische Bestimmung nach DIN EN 14509 sowie ausgewählte Berechnungsansätze aus der Literatur vorgestellt. Aufgrund seiner Aktualität wurde der Ansatz von Nelke am ausführlichsten erläutert. Dieser zeigt eine gute Übereinstimmung zu Versuchsergebnissen mit vergleichsweise geringen Streuungen, ist jedoch sehr aufwändig in der Anwendung, weswegen hier noch Verbesserungspotential existiert. Die Rechenverfahren anderer Autoren wurden nur kurz umrissen. Je nach Bedarf werden im Verlauf dieser Arbeit einzelne Ideen oder Ansätze daraus aufgegriffen oder erweitert.

4 Material- und Bauteilversuche

Die Größe der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck kann von zahlreichen Parametern beeinflusst werden. Beispielsweise spielen neben der Ersatzträgerlänge L_{ET} (bzw. dem Verhältnis M/R) auch die verwendete Lasteinleitungsbreite L_{S} sowie die Elementdicke d eine entscheidende Rolle. Wie bereits in Kapitel 3.4.2 erläutert, wird das Spektrum sinnvoller Ersatzträgerlängen nur bedingt durch die Zulassungsversuche abgedeckt. Daher sollen wesentliche Parameter anhand einer breit aufgestellten, konsistenten Versuchsbasis identifiziert werden, um diese letztendlich mit Hilfe der Versuchsergebnisse und weiteren Untersuchungen an einem kalibrierten numerischen Modell zu quantifizieren. Die Versuche beschränken sich auf Sandwichelemente mit Kern aus PU-Hartschaum. Neben den eigentlichen Bauteilversuchen werden für jede Versuchsreihe die Materialparameter der Deckschichten und des Kernwerkstoffs bestimmt. Weiterhin werden Messungen hinsichtlich der geometrischen Imperfektionen der Deckschichten vorgenommen. Untersuchungen zur lokalen Eindrückung der Deckschicht aus der andrückenden Querlast sollen Einblicke in die Spannungsverteilung unterhalb der Lasteinleitung bei verschiedenen Lastbreiten geben. Die Versuche werden gemäß der Spezifikationen nach DIN EN 14509 oder in Anlehnung an diese durchgeführt. In Teilen werden sie durch die Verwendung eines Systems zur (vollflächigen) optischen Dehnungsmessung mit Hilfe der digitalen Bildkorrelation (DIC) ergänzt und erweitert, um beispielsweise einen tiefergehenden Einblick in die inhomogene Steifigkeitsverteilung des Kernwerkstoffs und die Spannungsverteilung unterhalb der Lasteinleitung zu erhalten.

Nachfolgend werden die Ergebnisse der durchgeführten Versuche erläutert und diskutiert. Sie wurden bereits in Auszügen in Engel und Lange (2021, 2022) veröffentlicht.

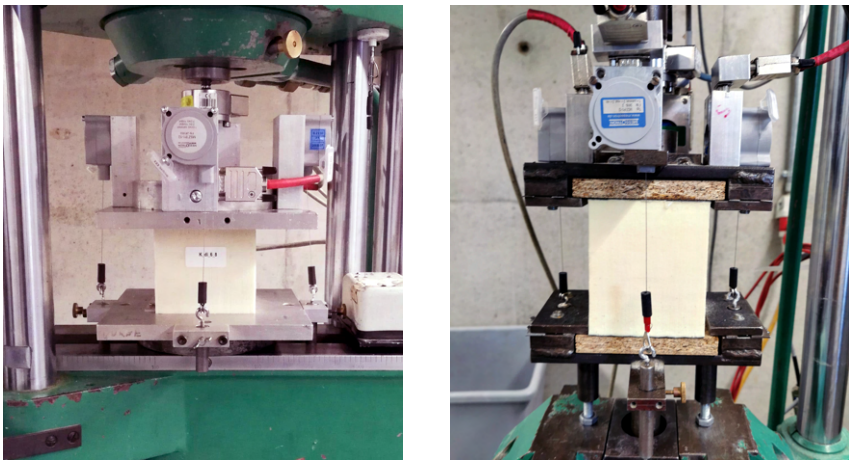
4.1 Materialeigenschaften des Kernwerkstoffs

Die Materialversuche dienen zur Bestimmung der Werkstoffkennwerte des PU-Schaums in den unterschiedlichen Elementrichtungen. Es wurden Dach- und Wandelemente zweier Hersteller A und B mit unterschiedlichen Deckschichtausführungen und durchgehenden Elementdicken untersucht. Die Bezeichnungen richten sich nach dem üblichen im Bauwesen verwendeten Koordinatensystem (x: längs, y: quer, z: Bauteildicke). Neben einer Versuchsdurchführung und Auswertung nach Sandwich-Norm, welche die Kerneigenschaften über die jeweiligen Versuchskörperabmessungen homogenisiert, werden ausgewählte Richtungen hinsichtlich ihrer Inhomogenität über die Kerndicke mit Hilfe der DIC untersucht.

4.1.1 Orthotropie

Neben den üblicherweise im Rahmen der Zulassung ermittelten Kernmoduln $E_{\mathrm{Cc,z}}$, $E_{\mathrm{Ct,z}}$ und $G_{\mathrm{C,xz}}$ sowie den zugehörigen Festigkeiten, werden an dieser Stelle auch die Steifigkeiten und Festigkeiten der übrigen Kernrichtungen bestimmt, um Rückschlüsse auf die Ausprägung der Orthotropie des Kernwerkstoffs ziehen zu können. Die Versuche zur Bestimmung

der Elastizitätsmoduln werden getrennt für Druck und Zug an aus dem Bauteil geschnittenen Würfeln durchgeführt (vgl. Bild 4.1). Die Würfelabmessungen betrugen stets $x/y/z = 100\ \text{mm}/100\ \text{mm}/d_\text{C}$, sodass, je nach Versuchsrichtung und Kerndicke, unterschiedliche Spannungsflächen vorlagen. Aus der gemessenen Kraft sowie der mittleren Verformung aller vier Würfelseiten lässt sich ein Spannungs-Dehnungs-Verlauf angeben. Die E-Moduln werden anhand der Steigung im linearen Bereich des Verlaufs (ca. zwischen 20–50 %[1] der jeweiligen Festigkeit f_Cc bzw. f_Ct) bestimmt. Die Zugfestigkeit f_Ct ergibt sich aus der maximalen Last beim Eintreten des Zugversagens. Sofern kein explizites Druckversagen mit Lastabfall auftritt, was bei PU-Schaum in der Regel der Fall ist, wird die Druckfestigkeit f_Cc gemäß DIN EN 14509 aus der zugehörigen Last bei 10 % Gesamtstauchung bestimmt.



(a) Druckversuch (b) Zugversuch

Bild 4.1: Würfelversuche zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Festigkeit des Kerns

Die Kennwerte für Schub in Längs- und Dickenrichtung ($G_\text{C,xz}$, $f_\text{Cv,xz}$) und in Quer- und Dickenrichtung ($G_\text{C,yz}$, $f_\text{Cv,yz}$) werden an kurzen Schubbalken im Vierpunkt-Biegeversuch nach DIN EN 14509, Kap. A.3, bestimmt (siehe Bild 4.2). Deren Dicke entspricht der jeweiligen Elementdicke, die Breite beträgt stets 100 mm. Die Länge wird in Abhängigkeit von der Kerndicke so gewählt, dass eine direkte Kraftübertragung von der Lasteinleitung ins Auflager über eine schräge Druckstrebe verhindert wird.

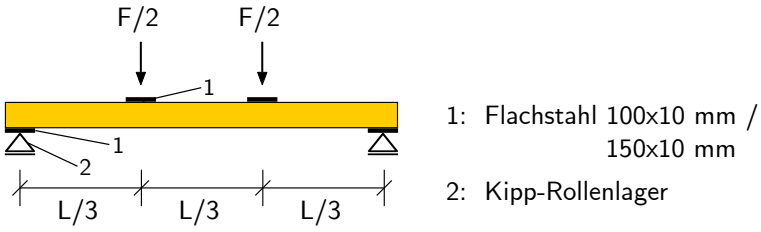


Bild 4.2: Versuchsaufbau zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung aus Querdruck (Vierpunkt-Biegeversuch)

[1] Bei einzelnen Versuchsreihen, wie z. B. den sehr steifen Druck- und Zugversuchen in x-Richtung war eine Anpassung der genannten Grenzen nötig.

Tabelle 4.1: Mittelwerte der Elastizitätsmoduln und Festigkeiten des Kernmaterials

			Druck			Zug		
Hersteller	Typ	d mm	$E_{\mathrm{Cc,x}}$ N/mm^2	$E_{\mathrm{Cc,y}}$ N/mm^2	$E_{\mathrm{Cc,z}}$ N/mm^2	$E_{\mathrm{Ct,x}}$ N/mm^2	$E_{\mathrm{Ct,y}}$ N/mm^2	$E_{\mathrm{Ct,z}}$ N/mm^2
A	AW1: Wand, liniert	60	–	–	2,6	–	–	3,3
A	AW2: Wand, eben	60	17,8	5,0	2,8	15,4	6,2	2,8
A	AW3: Wand, liniert	140	17,2	4,4	4,1	–	–	4,0
A	AW4: Wand, eben	140	16,9	4,4	3,8	13,7	5,2	3,7
A	AD1: Dach, lin./prof.	40	14,3	4,1	2,9	11,8	7,7	3,2
B	BW1: Wand, liniert	140	21,8	–	3,8	–	–	3,5
			Druck			Zug		
Hersteller	Typ	d mm	$f_{\mathrm{Cc,x}}$ N/mm^2	$f_{\mathrm{Cc,y}}$ N/mm^2	$f_{\mathrm{Cc,z}}$ N/mm^2	$f_{\mathrm{Ct,x}}$ N/mm^2	$f_{\mathrm{Ct,y}}$ N/mm^2	$f_{\mathrm{Ct,z}}$ N/mm^2
A	AW1: Wand, liniert	60	–	–	0,09	–	–	0,17
A	AW2: Wand, eben	60	0,32	0,15	0,09	0,14	0,11	0,17
A	AW3: Wand, liniert	140	0,36	0,16	0,14	–	–	0,13
A	AW4: Wand, eben	140	0,35	0,15	0,12	0,16	0,10	0,13
A	AD1: Dach, lin./prof.	40	0,29	0,17	0,13	0,21	0,18	0,13
B	BW1: Wand, liniert	140	0,40	–	0,13	--	–	0,09

Der lichte Abstand zwischen Lastplatte und Auflagerplatte muss dafür mindestens $1,2\,d_{\mathrm{C}}$ betragen. Es ergaben sich Spannweiten L von ca. 700–1250 mm. Die Auswertung des Schubmoduls erfolgt nach DIN EN 14509, Kap. A.3.5.2, indem die in Feldmitte gemessene Gesamtverformung um den Biegeanteil der analytisch bestimmten Verformung (nach der Sandwichbiegetheorie) bereinigt wird. Aus der übrigen Schubverformung kann der Schubmodul zurückgerechnet werden. Die Schubmoduln wurden im linearen Bereich des Schubspannungs-Gleitungs-Verlaufs (ca. zwischen 10–40 % der Schubfestigkeit) bestimmt. Zur Ermittlung der Schubeigenschaften in xy-Richtung mussten die Deckschichten entfernt werden, was die Anwendung des Schubbalkenversuchs ausschloss. Stattdessen wurden Schubversuche nach DIN 53294 (1982) durchgeführt, indem der Schaumprobekörper mit zwei seitlich aufgeklebten, dicken Stahlblechen auf Schub belastet wird. Es wurde darauf geachtet, die Entnahmestellen der Probekörper gleichmäßig über die Elementbreite zu verteilen, um einen möglichen Einfluss der Probekörperposition im Bauteil zu erkennen.

Elastizitätsmodul, Zug- und Druckfestigkeit Die Elastizitätsmoduln sowie die Festigkeiten des Kernmaterials werden in Tabelle 4.1 als Mittelwert der jeweiligen Einzelversuche ausgegeben. Eine ausführliche Auflistung aller Kennwerte befindet sich in Anhang A.1. Die in den Zulassungen bestimmten Parameter in z-Richtung liegen im gängigen Wertebereich für PU-Schaum. Auffällig ist die stark ausgeprägte Orthotropie des Kernwerkstoffs in x-Richtung.

Der E-Modul $E_{\mathrm{C,x}}$ liegt nahezu immer über dem vierfachen Wert von $E_{\mathrm{C,z}}$. Die Steifigkeitszunahme in x-Richtung ist auf den kontinuierlichen Schäumungsprozess zurückzuführen und wurde bereits häufig in der Literatur thematisiert (z. B. Hassinen und Misiek 2012, Nelke 2018, Kap. 7), jedoch lag dort das Verhältnis von $E_{\mathrm{C,x}}/E_{\mathrm{C,z}}$ bei einem Wert von

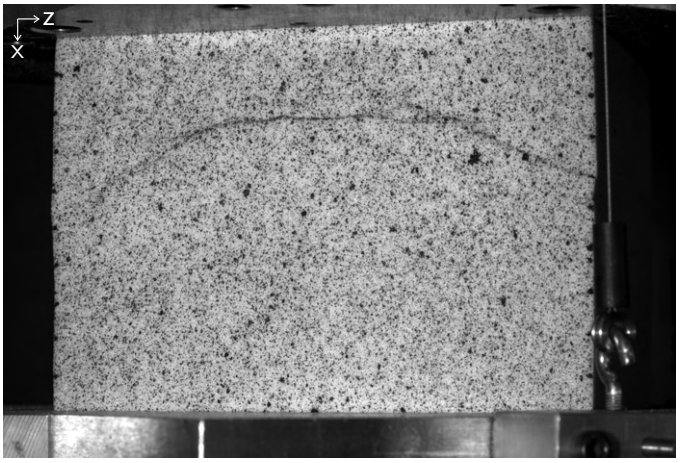


Bild 4.3: Druckversuch in x-Richtung. Ausbildung einer bogenförmigen Plastizierungszone.

ca. 3,0[2]. Soweit es aus den genannten Quellen ersichtlich war, bezogen sich deren Ergebnisse stets auf Kerne aus PUR-Schaum, während die hier vorliegenden Ergebnisse an PIR-Kernen ermittelt wurden. Ob das Verhalten auf das unterschiedliche Kernmaterial zurückzuführen ist, kann aufgrund der geringen Stichprobe (zwei Hersteller A und B) nicht zweifelsfrei beantwortet werden.

Ebenfalls ist ein mittlerer Anstieg von $E_{\mathrm{C,y}}$ gegenüber $E_{\mathrm{C,z}}$ von ca. 60 % sichtbar. Die Erhöhung spiegelt sich tendenziell auch in den Festigkeiten wieder, wenn auch mit geringerer Ausprägung. Auffällig ist, dass sich die Verläufe der Druckspannungs-Dehnung-Linien in x- und y-Richtung anders verhielten als in z-Richtung. Statt nach Fließbeginn immer weiter anzusteigen (bis zum Versuchsabbruch bei 10 % Stauchung), wurde das Maximum in Längsrichtung schon bei ca. 2–3 % Stauchung erreicht. Es trat ein recht sprödes Versagen auf, was sich durch die plötzliche Ausbildung einer lokalen Plastizierungszone quer zur Lastrichtung äußerte (Bild 4.3). Diese war jedoch nur bei den dicken Probekörpern (d = 140 mm) sichtbar. In Querrichtung blieb die Spannung ab ca. 4–5 % Stauchung nahezu konstant.

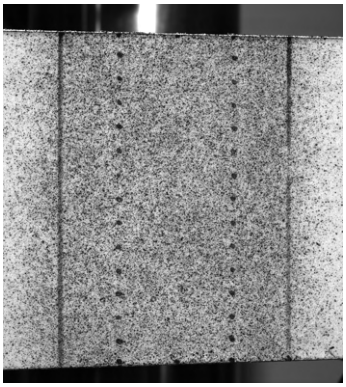
Schubmodul und Schubfestigkeit Die Schubmoduln sowie die Schubfestigkeiten des Kernmaterials werden in Tabelle 4.2 als Mittelwert der jeweiligen Einzelversuche ausgegeben. Eine ausführliche Auflistung aller Kennwerte befindet sich in Anhang A.1. Die in den Zulassungen bestimmten Parameter in xz-Richtung liegen im gängigen Wertebereich für PU-Schaum.

Die Orthotropie der Schubmoduln ist deutlich geringer ausgeprägt als die der E-Moduln. $G_{\mathrm{C,yz}}$ in Elementquerrichtung liegt im Mittel bei ca. 60 % von $G_{\mathrm{C,xz}}$, bei $G_{\mathrm{C,xy}}$ ist keine eindeutige Tendenz erkennbar. Hier ist der Schubmodul in xy-Richtung bei dünnen Bauteilen um ca. 60 % kleiner als in xy-Richtung, bei dicken Bauteilen um ca. 35 % größer. Die Orthotropie spiegelt sich auch in den Schubfestigkeiten wider, jedoch – wie schon beim E-Modul zu sehen war – mit geringerer Ausprägung. Ein eindeutiger Zusammenhang der Parameter untereinander sowie zwischen Elastizitätsmodul und Schubmodul wurde nicht erkannt.

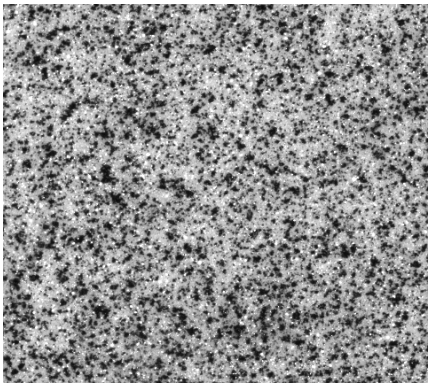
[2] Bei Nelke traf dies nur bei den untersuchten Dachelementen zu. Die Wandelemente ergaben eine Erhöhung von lediglich 30 %.

Tabelle 4.2: Mittelwerte der Schubmoduln und Schubfestigkeiten des Kernmaterials

			Schubmodul			Schubfestigkeit		
Hersteller	Typ	d mm	$G_{C,xy}$ N/mm²	$G_{C,yz}$ N/mm²	$G_{C,xz}$ N/mm²	$f_{Cv,xy}$ N/mm²	$f_{Cv,yz}$ N/mm²	$f_{Cv,xz}$ N/mm²
A	AW1: Wand, liniert	60	–	–	4,2	–	–	0,15
A	AW2: Wand, eben	60	1,6	2,4	3,9	0,12	0,11	0,13
A	AW3: Wand, liniert	140	–	–	3,8	–	–	0,13
A	AW4: Wand, eben	140	4,7	2,1	3,5	0,15	0,08	0,11
A	AD1: Dach, lin./prof.	40	–	–	4,3	–	–	0,17
B	BW1: Wand, liniert	140	–	–	3,8	–	–	0,13



(a) Gesamtansicht



(b) Detail

Bild 4.4: Exemplarische Darstellung des Speckle-Musters an einem Schubbalken

4.1.2 Inhomogenität über die Kerndicke

Die folgenden Untersuchungen sollen Aufschluss über die vorhandene Inhomogenität des Kernwerkstoffs über dessen Dicke geben. Ausgewählte Versuchsrichtungen des Elastizitäts- und Schubmoduls wurden während der im vorigen Kapitel erläuterten Versuchsdurchführung ergänzend mit Hilfe der DIC untersucht.

Digitale Bildkorrelation Es wird ein kamerabasiertes System zur optischen Dehnungsmessung verwendet, welche auf dem Prinzip der digitalen Bildkorrelation basiert. Dabei wird auf den relevanten Bereich des Probekörpers ein gleichmäßiges, zum Untergrund möglichst kontrastreiches Speckle-Muster aufgetragen. Die Anordnung der Einzelpunkte sollte möglichst willkürlich und ohne sich wiederholende Muster erfolgen (Bild 4.4). Bei den untersuchten Sandwichelementen wurden Sprühstifte mit schwarzer Permanentfarbe verwendet. Eine zusätzliche Grundierung der recht hellen PU-Oberfläche mit weißer Farbe war nicht notwendig.

Für die Bildaufnahme wird meist ein Stereo-Kamerasystem verwendet, welches ein dreidimensionales Bild der Auswertefläche erzeugen kann. Der große Vorteil besteht darin, dass auch Verformungen aus der Bildebene heraus erfasst werden. Sind diese Verformungen vergleichsweise groß, können bei der Verwendung einer Einzelkamera „Falschdehnungen“ auftreten, da der verringerte oder vergrößerte Abstand des Messobjekts zur Kamera als

Dehnung bzw. Stauchung missinterpretiert wird, sofern keine weitere räumliche Bildinformation vorliegt. Eine Einzelkamera eignet sich daher vor allem bei Versuchen, in denen Verformungen aus der Ebene heraus sehr klein sind. Der Vorteil dieser liegt in der wesentlich einfacheren Anwendung und in der geringeren Anfälligkeit für Aufbau- oder Anwendungsfehler.

Die Berechnung der Dehnung erfolgt im Nachgang. Das Specklemuster wird in ein feines, sich überlappendes Raster unterteilt, dessen jeweilige Grauwertverteilung als eine Art Fingerabdruck verwendet wird. Jedes Einzelraster besteht aus einem zugehörigen Datenpunkt (Mittelpunkt) mit bekannten Koordinaten. Über einen Korrelationsalgorithmus werden deren jeweilige Grauwerteverteilungen Bild für Bild wiedererkannt und nachverfolgt. Der Algorithmus liefert dabei nicht die exakte, sondern lediglich die wahrscheinlichste Lage der einzelnen Rasterfläche im darauffolgenden Bild, weswegen bei geringen Dehnungen gewisse Schwankungen auftreten können. Diese waren für den Anwendungszweck im Rahmen der Arbeit jedoch ausreichend klein. Aus den Änderungen der Relativabstände der Rasterpunkte zueinander kann eine vollflächige Dehnungsverteilung errechnet werden.

Zur Bestimmung der Inhomogenität wird die Auswertefläche des Probekörpers in Dickenrichtung in gleichmäßige Schichten unterteilt (Bild 4.5). Im Hinblick auf eine hinreichend genaue Erfassung des Inhomogenitätsverlaufs sowie auf eine spätere Implementierung in FE-Modellen, wurde die Schichtdicke bei dicken Bauteilen (d = 140 mm) zu 1,0 cm, bei dünnen Bauteilen (d = 40–60 mm) zu 0,5 cm festgelegt. Mit Hilfe der gemittelten Dehnung – im Falle des Schubversuchs der gemittelten Gleitung – jeder Schicht kann nun der Inhomogenitätsverlauf ermittelt werden. Aufgrund der Mittelung sind die Moduln über die Schichtdicke abschnittsweise konstant. Die Festlegung des Spannungsniveaus zur Auswertung der Moduln erfolgte analog zu Kap. 4.1.1. Für die Bestimmung der Moduln wird vorausgesetzt, dass die Normalspannung in den Würfelversuchen und die Schubspannung in den Schubversuchen über die Kerndicke konstant sind. Die Inhomogenität wird ausschließlich durch eine Veränderung der lokalen Dehnung je Schicht charakterisiert.

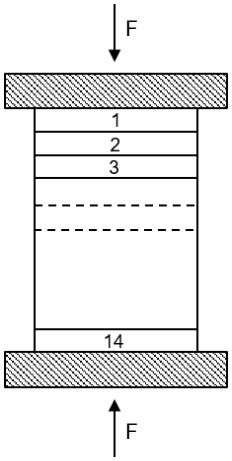
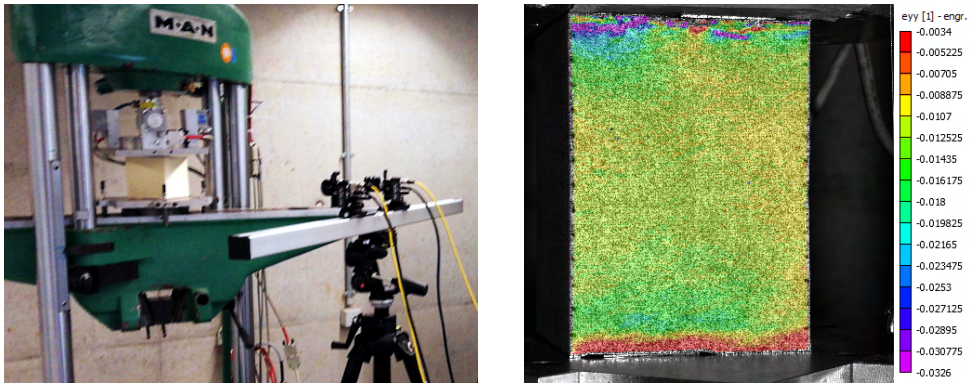


Bild 4.5: Prinzip zur Ermittlung der Inhomogenität mit Hilfe einzelner Schichten über die Kerndicke anhand eines Würfeldruckversuchs. Es wird vorausgesetzt, dass die Normalspannung über alle Schichten konstant ist. Der E-Modul je Schicht ergibt sich aus der konstanten Spannung F/A und der gemittelten Dehnung je Schicht.

Inhomogenität des Elastizitätsmoduls Zunächst wurden die E-Modulverläufe in Dickenrichtung, getrennt nach Zug- und Druck, für die Versuchsreihen nach Tab. 4.1 über deren



(a) Versuchsaufbau (Druckversuch)

(b) Dehnungsverteilung mit Steifigkeitsänderung im Bereich der Deckschichten (oben weicher, unten steifer)

Bild 4.6: Optische Dehnungsmessung des E-Moduls mit Stereokamera

Dicke bestimmt. Bild 4.6 zeigt den exemplarischen Versuchsaufbau eines Würfeldruckversuchs mit zusätzlicher DIC-Messung.

Die nachfolgenden Versuchsergebnisse zur Inhomogenität werden jeweils als Faktor statt als Absolutwert ausgegeben. Zum einen aufgrund der verbesserten Lesbarkeit der Diagramme, welche bei der Verwendung von Absolutwerten nur bedingt gegeben ist. Zum anderen, da in der Auswertung festgestellt wurde, dass häufig Unterschiede zwischen dem mittleren E-Modul aus dem Zulassungsversuch und dem mittleren E-Modul aus der optischen Messung über die gesamte Würfelhöhe von bis zu 25 % auftraten. Bei den Druckversuchen ergab sich bis auf wenige Ausnahmen eine sehr gute Übereinstimmung, die großen Abweichungen traten in der Regel in den Zugversuchen auf. Sie können durch die Verwendung voluminöser Probekörper erklärt werden. Während im Zulassungsversuch die Wege an allen viel Würfelseiten per Wegaufnehmer gemessen werden, wird von der DIC lediglich eine einzige Würfelseite gefilmt. Ist der Würfel ungenau geschnitten oder ist die Lasteinleitung suboptimal ausgerichtet, können unterschiedliche Verformungen an den einzelnen Würfelseiten auftreten, was sich auch in den teilweise voneinander abweichenden Messungen der einzelnen Wegaufnehmer zeigt. Im Zulassungsversuch ist dies durch die Mittelung der vier aufgenommenen Wege unkritisch. Bei der DIC-Messung sollte – zumindest bei Würfelversuchen – von einer Verwendung des ermittelten absoluten E-Moduls abgesehen werden. Stattdessen wurde eine faktorielle Darstellung gewählt. Die schichtweise ermittelten E-Moduln jedes Würfels wurden dabei auf den jeweiligen mittleren E-Modul des Würfels (aus der DIC-Messung) bezogen. Somit sind die Inhomogenitäts-Faktoren in sich konsistent und können beispielsweise auf den mittleren E-Modul aus dem Zulassungsversuch angewendet werden. Dies setzt natürlich voraus, dass sich der Inhomogenitätsverlauf entlang der Würfelgrundfläche nicht wesentlich verändert, was bei einer geringen Fläche von 100×100 mm als gegeben angesehen werden dürfte.

Für die E-Modul-Versuche in z-Richtung wurden jeweils sechs Probekörper entlang der Querschnittsfläche entnommen, sodass gleichzeitig ein Steifigkeitsprofil über die Elementbreite aufgestellt werden konnte, um potentielle Einflüsse der Querschnittsränder sichtbar zu machen. Die Ergebnisse sind exemplarisch für Versuchsreihe AW3 in Bild 4.7 dargestellt. Die Veränderlichkeit des E-Moduls über die Kerndicke ist ersichtlich, wobei die Extremwerte – in Übereinstimmung mit anderen Forschungsarbeiten, z. B. Hassinen und Misiek (2012) – mit ca. 0,8 und 1,45 jeweils an den deckschichtnahen Schichten auftreten, wohingegen der

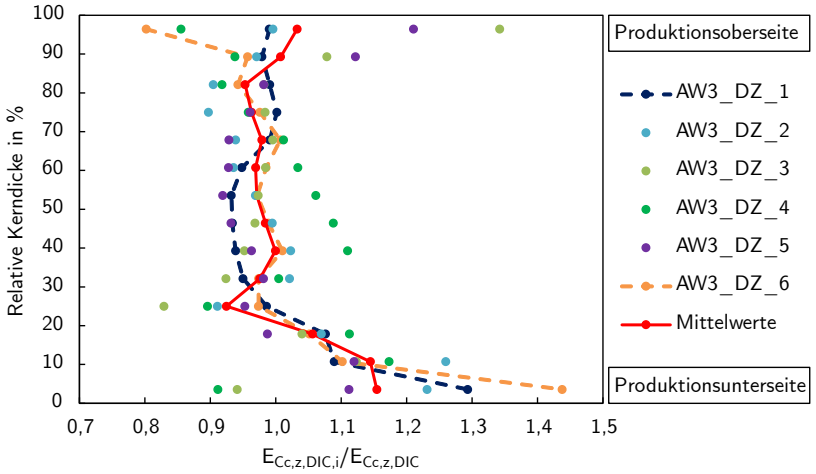


Bild 4.7: Auswertung der Inhomogenität des Druck-E-Moduls $E_{\mathrm{Cc,z}}$ der Versuchsreihe AW3 ($d = 140$ mm), getrennt nach den sechs Einzelversuchen. Die Probekörper wurden gleichmäßig verteilt aus einem Bauteilquerschnitt entnommen, DZ_1 und DZ_6 lagen jeweils an den gegenüberliegenden Querschnittsrändern.

innere Kernbereich relativ homogen ist. Auffällig ist die große Streuung der Faktoren an den Deckschichträndern in Abhängigkeit von der Probekörperlage. Die beiden Probekörper am Elementrand (DZ_1 und DZ_6) zeigen an der Produktionsunterseite einen deutlichen Steifigkeitszuwachs, an der Produktionsoberseite liegt zumindest bei einem Randprobekörper die größte Steifigkeitsreduktion vor. Der Anstieg am Rand der Produktionsunterseite ist wohl auf eine lokale Verdichtung aufgrund der dort behinderten Ausbreitung des Schaums zurückzuführen, am Rand der Oberseite ist der Schaumdruck evtl. nicht mehr ausreichend groß. Der Versuch aus der Querschnittsmitte (DZ_3) verhält sich gegensätzlich, mit einer Steifigkeitsreduktion an der Produktionsunterseite und einem deutlichen Anstieg an der Oberseite. Werden die Ergebnisse der sechs Probekörper gemittelt, um eine mittlere Steifigkeitsverteilung über den gesamten Querschnitt zu erhalten, so ist die Inhomogenität nur noch moderat ausgeprägt.

Bild 4.8 zeigt die Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke für alle Versuchsreihen getrennt nach Zug und Druck. Die Ergebnisse der Einzelversuche wurden jeweils gemittelt. Es ist ersichtlich, dass sich die Inhomogenität des Kerns sowohl nach Bauteildicke als auch nach Hersteller unterscheidet. Während der E-Modul bei dicken Bauteilen vergleichsweise konstant bleibt und lediglich nahe der Deckschichten ansteigt bzw. abfällt – bei Hersteller B ist dies ausgeprägter als bei Hersteller A –, liegen gerade bei den dünnen Bauteilen deutliche Steifigkeitsunterschiede vor. Die Versuchsreihen AW1, AW2 und AD1 zeigen prinzipiell ähnliche Verläufe, deren Extremwerte nicht wie erwartet an den Blechen, sondern weiter im Kerninneren liegen. Die Extremwerte wachsen mit abnehmender Kerndicke an. Der recht ungewöhnliche Verlauf ist vermutlich auf einen suboptimalen Schäumungsprozess bei den dünnen Bauteilen zurückzuführen, wodurch gewisse Bereiche nicht korrekt aufschäumten und sich Zonen mit geringerer und höherer Steifigkeit ausbildeten (vgl. Bild 4.9). Bereits mit bloßem Auge waren verdichtete Bereiche in Form heller Linien auszumachen. Ein leichter händischer Druck auf die Probekörper offenbarte zudem sofort die Bereiche mit geringer Steifigkeit, die sich mit nur geringem Widerstand zusammendrücken ließen. Unklar ist, ob dies ein herstellerspezifisches oder ein allgemeines Problem ist. Der Vergleich zwischen $E_{\mathrm{Cc,z}}$ und $E_{\mathrm{Ct,z}}$ zeigt keine gravierenden Unterschiede. Lediglich einige Extrema sind im Druckversuch ausgeprägter als im Zugversuch, die Verläufe an sich jedoch sehr ähnlich.

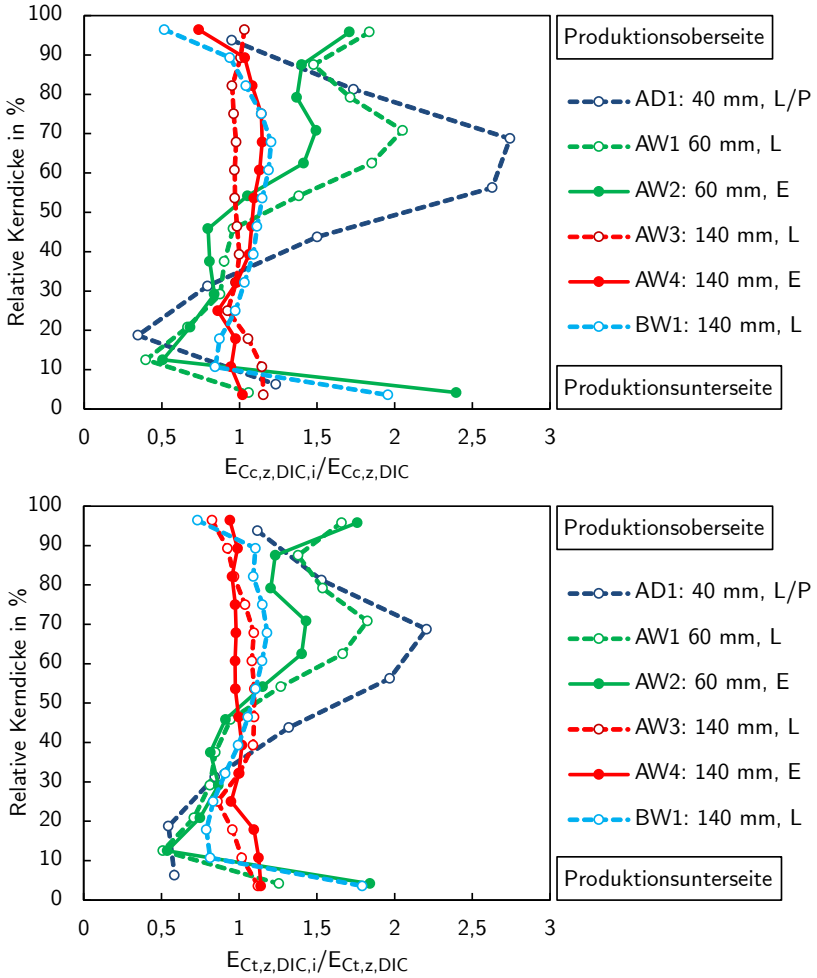


Bild 4.8: Auswertung der mittleren Verteilung des Druck-E-Moduls $E_{Cc,z}$ und des Zug-E-Moduls $E_{Ct,z}$ über die Kerndicke. Die Legende enthält Angaben zur Bauteildicke und zur Deckschichtausbildung (E: eben, L: liniert, P: profiliert).

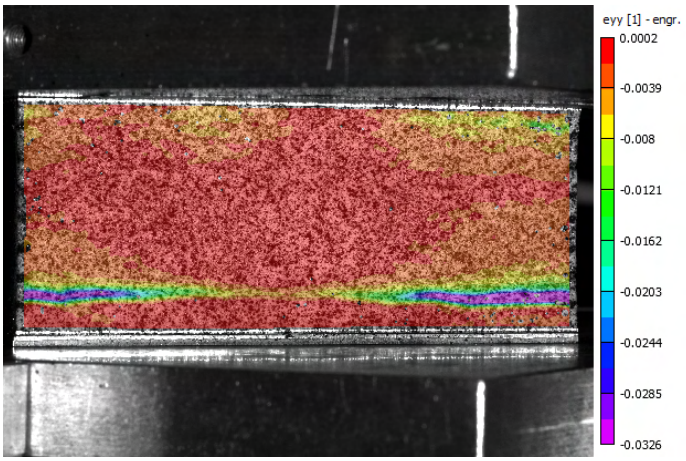
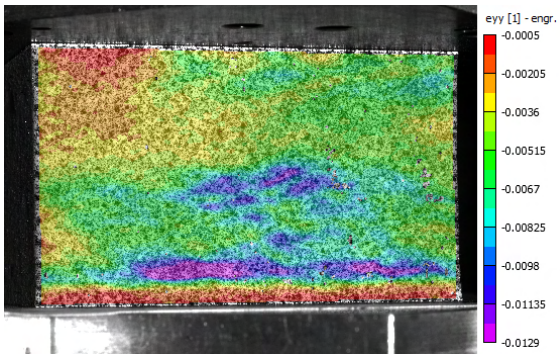


Bild 4.9: Optische Dehnungsmessung eines dünnen Druckwürfels (AD1, d = 40 mm) mit sehr steifer Zone im oberen Drittel und sehr weicher Zone im unteren Bereich. Der gezeigte Ausschnitt liegt ungefähr bei 10 % $f_{Cc,z}$.

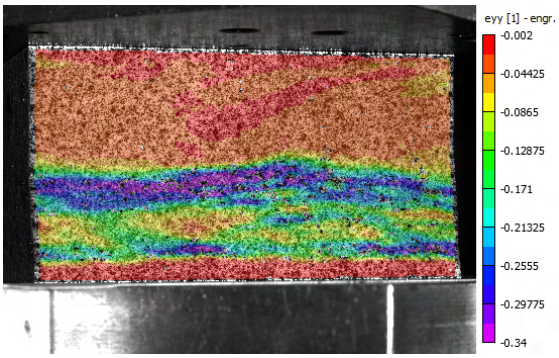
Insgesamt lässt sich festhalten, dass gerade im für das Knittern relevanten Nahbereich der Deckschichten signifikante Steifigkeitsunterschiede zu den mittleren E-Moduln vorliegen können. So verringert sich der mittlere E-Modul an der innenliegenden Deckschicht (Produktionsoberseite), welche üblicherweise am andrückenden Auflager anliegt, um bis zu 50 %, sodass eine negative Auswirkung auf die Knitterspannung wahrscheinlich ist. Auf eine Messung der Inhomogenität über die Bauteildicke für die Elastizitätsmoduln in Längs- und Querrichtung wurde verzichtet, da beide Kenngrößen keinen bzw. einen nur geringen Einfluss auf die Knitterspannung haben und die Kenntnis über den Verlauf im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter relevant ist.

Zuletzt soll ein interessanter Einblick in die Druckfestigkeit des Kernwerkstoffs gegeben werden, welcher sich durch die optischen Messungen offenbarte. Wie bereits in Kap. 4.1.1 erwähnt, wird die Druckfestigkeit f_{Cc}, sofern kein eindeutiger Spannungsabfall im Versuch verzeichnet wird, bei einer Gesamtstauchung des Probekörpers von 10 % ermittelt. Die optischen Messungen zeigten, dass sich in nahezu allen Druckversuchen bei Fließbeginn eine schmale Plastizierungszone ausbildet, welche vermutlich durch das Kollabieren der einzelnen Zellwände entsteht und mit einer deutlichen Zunahme der lokalen Stauchungen einhergeht. Der Ort dieser Zone scheint willkürlich. Wahrscheinlich beginnt sie dort, wo gewisse Fehlstellen in der Zellwandstruktur vorliegen. Der gesamte Dehnungszuwachs ab dem Zeitpunkt des Fließbeginns – je nach Versuch beginnt dieser bei ca. 2–3 % Gesamtstauchung – bis zu den erforderlichen 10 % zur Bestimmung der Druckfestigkeit findet nahezu vollständig in der Plastizierungszone statt (vgl. Bild 4.10).

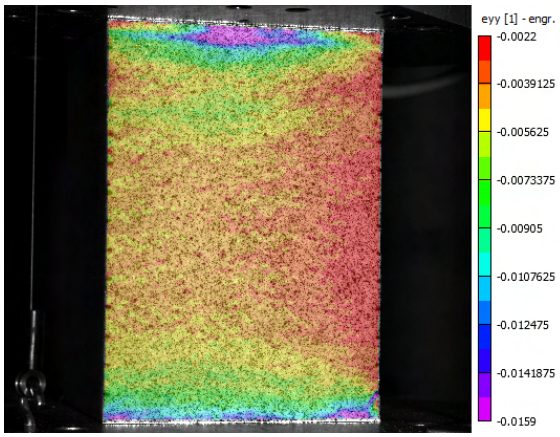
Es ist fraglich, ob die in der DIN EN 14509 festgelegte Grenzdehnung ein geeignetes Maß für die Angabe der Druckfestigkeit ist, da sie letztendlich nur von der Plastizierung eines lokalen Kernbereichs abhängt. Auch die Fließspannung hängt letzten Endes nur von der Beschaffenheit dieser Zone ab. Beide Werte spiegeln demnach nicht unbedingt die Festigkeit des gesamten Kerns wider, gerade im Hinblick auf die lokale Lasteinleitung bei den Ersatzträgerversuchen zur reduzierten Knitterspannung, welche unmittelbar unterhalb der Last die größten Druckspannungen im Kern hervorruft. Eine Ermittlung der dortigen Druckfestigkeit wäre z. B. durch eine Druckprüfung an einzelnen, über die Kerndicke unterteilten Würfelschichten denkbar. Exemplarisch wurden daher Versuche an Einzelschichten mit je drei Probekörpern der Versuchsreihe AW4 (d = 140 mm) durchgeführt. Der Kern wurde über dessen Dicke in jeweils vier Schichten unterteilt (Schichtdicke mit Schnittverlust ca. 33 mm). Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 dargestellt. Hinsichtlich der Druckfestigkeit ist ersichtlich, dass sie in den Einzelschichten von der ermittelten Festigkeit am Gesamtwürfel abweicht. Der geringste Wert liegt bei ca. 80 % der Festigkeit des Gesamtwürfels. Dies ist verwunderlich, da davon ausgegangen wurde, dass das Druckversagen vom schwächsten Glied in der Würfelstruktur gesteuert wird und somit das Minimum der Schichtversuche gut mit dem Ergebnis am gesamten Würfel übereinstimmen sollte. Bei den E-Modul-Versuchen tritt in jeder Schicht eine Abminderung von rund 20 % gegenüber dem Mittelwert am Gesamtwürfel nach Tab. 4.1 auf, was ebenfalls nicht plausibel scheint. Aufgrund der Unstimmigkeiten beim E-Modul sowie bei der Festigkeit ist denkbar, dass die Versuchsergebnisse durch den Materialverlust beim Schneiden oder durch die Ausbildung eines räumlichen Spannungszustandes, welcher sich aufgrund der geringen Probenhöhe im Vergleich zur Grundfläche einstellt, beeinflusst wurden. Die Bestimmung der Steifigkeiten und Festigkeiten über die Kerndicke mittels schichtweiser Einzelversuche scheint daher nicht zweckmäßig. Folglich wird davon ausgegangen, dass die am Gesamtwürfel ermittelte Druckfestigkeit eine auf der sicheren Seite liegende Abschätzung liefert, da ihre Größe vom schwächsten Glied in der Würfelstruktur gesteuert wird.



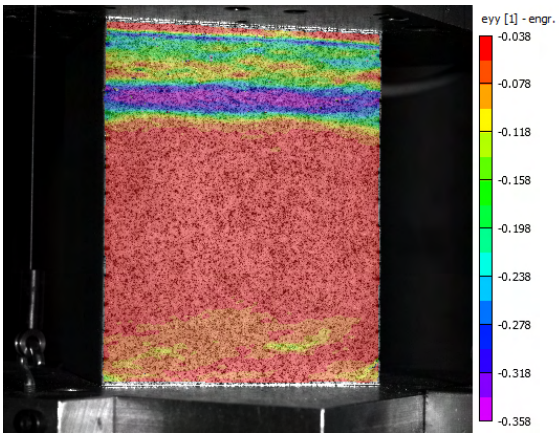
(a) Gesamtstauchung ca. 0,5 % (linearer Ast)



(b) Gesamtstauchung ca. 10 %



(c) Gesamtstauchung ca. 0,5 % (linearer Ast)

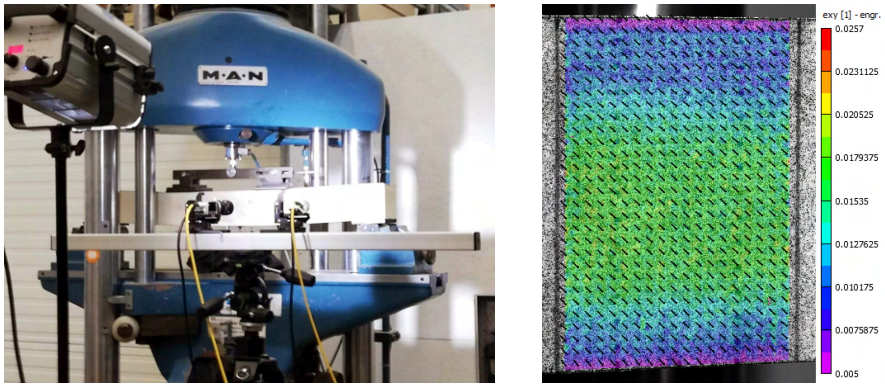


(d) Gesamtstauchung ca. 10 %

Bild 4.10: Dehnungsverteilung am Druckwürfel (oben $d = 60$ mm, unten $d = 140$ mm) mit Ausbildung einer lokalen plastischen Zone

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Würfelversuche an Einzelschichten für Versuchsreihe AW4

	Druck				Zug			
Schicht	$E_{\mathrm{Cc,z},i}$	$E_{\mathrm{Cc,z},i}$ / $E_{\mathrm{Cc,z}}$	$f_{\mathrm{Cc,z,i}}$	$f_{\mathrm{Cc,z},i}$ / $f_{\mathrm{Cc,z}}$	$E_{\mathrm{Ct,z},i}$	$E_{\mathrm{Ct,z},i}$ / $E_{\mathrm{Ct,z}}$	$f_{\mathrm{Ct,z},i}$	$f_{\mathrm{Ct,z},i}$ / $f_{\mathrm{Ct,z}}$
	N/mm²		N/mm²		N/mm²		N/mm²	
1 (PO)	3,3	0,88	0,11	0,92	3,1	0,84	0,11	0,85
2	3,1	0,81	0,14	1,17	2,7	0,73	0,10	0,77
3	2,9	0,77	0,12	1,00	2,9	0,78	0,08	0,62
4 (PU)	3,1	0,82	0,10	0,83	3,1	0,84	0,09	0,69
Kennwert (nach Tab. 4.1)	3,8		0,12		3,7		0,13	



(a) Versuchsaufbau (Schubbalken)

(b) Schubgleitung $\varepsilon_{\mathrm{C,xz}}$, Versteifung an den Elementrändern

Bild 4.11: Optische Dehnungsmessung des Schubmoduls mit Stereokamera. Im rechten Bild sind zusätzlich die Hauptdehnungstrajektorien in Schwarz dargestellt.

Inhomogenität des Schubmoduls Die Verläufe der Schubmoduln in xz-Richtung wurden für die Versuchsreihen nach Tab. 4.2 über die Kerndicke bestimmt. Bild 4.11a zeigt den exemplarischen Versuchsaufbau eines Schubbalkenversuchs mit zusätzlicher DIC-Messung. Die Auswertung erfolgte analog zum E-Modul durch die Mittelung der Schubgleitung in den zuvor festgelegten Schichten. Die optische Messung wurde mittig in einem fünf Zentimeter breiten Streifen zwischen Innenkante Lasteinleitung und Innenkante Auflager durchgeführt, um deren Störeinflüsse hinsichtlich der Schubdehnung auszuschließen. Der Verlauf der Schubdehnungen in Bild 4.11b verdeutlicht, dass diese entlang der Balkenachse in ihrer jeweiligen Höhenlage nahezu konstant sind. Die nachfolgenden Versuchsergebnisse zur Inhomogenität werden, wie schon beim E-Modul, als Faktor statt als Absolutwert ausgegeben, um eine konsistente Darstellungsweise beizubehalten. Die beim E-Modul aufgeführte Begründung für die faktorielle Darstellung – aufgrund des voluminösen Probekörpers traten größere Abweichungen zwischen dem mittleren E-Modul aus dem Zulassungsversuch und dem aus der einseitigen DIC-Messung auf – trifft bei den Schubbalken jedoch nicht zu. Hier stimmen die Ergebnisse zwischen Zulassungsversuch und DIC-Messung in der Regel sehr gut überein (siehe Tab. 4.4). Nur bei den dünnen Bauteilen treten Unterschiede von bis zu 10 % auf. Diese sind einerseits auf die verwendeten Lastverteilungsplatten an der Lasteinleitung und am Auflager zurückzuführen. Bei den dünnen Balken (40 und 60 mm) wurden Platten mit einer Länge von 100 mm verwendet. Bei der analytischen Rückrechnung des Schubmoduls aus der Schubverformung (vgl. Kap. 4.1.1) wird vorausgesetzt, dass die Gleitung zwischen Mittellinie Auflager und Mittellinie Lasteinleitung konstant sei. Aufgrund der im Vergleich zur Bauteildicke recht langen Auflager und Lasteinleitungen ist dies unterhalb der Platten nur bedingt der Fall. Andererseits können die Schubverformungen im Auflagerbereich durch die langen Auflagerplatten behindert werden, wodurch sich eine Schubfeder am Auflager einstellt. Bei den dicken Bauteilen (140 mm) wurden Platten mit einer Länge von 100–150 mm verwendet und eine sehr gute Übereinstimmung erzielt. Folglich wird empfohlen, die im Versuch verwendete Last- und Auflagerlänge an die vorhandene Bauteildicke anzugleichen, sodass ein Verhältnis von $L_{\mathrm{P}}/d \leq 1,0$ eingehalten wird.

Für die Schubversuche in xz-Richtung wurden analog zu den Würfelversuchen jeweils sechs über die Elementbreite verteilte Probekörper entnommen, sodass ein Steifigkeitsprofil über die Elementbreite aufgestellt werden konnte. Die Ergebnisse sind exemplarisch für Versuchsreihe AW3 in Bild 4.12 dargestellt. Hinsichtlich der Verteilung über die Elementbreite zeigen

Tabelle 4.4: Mittlere Schubmodule aus Zulassungsversuch und DIC-Messung

Hersteller	Typ	Dicke mm	$G_{C,xz}$ N/mm^2	$G_{C,xz,DIC}$ N/mm^2
A	AW1: Wand, liniert	60	4,2	3,9
A	AW2: Wand, eben	60	3,9	3,6
A	AW3: Wand, liniert	140	3,8	3,9
A	AW4: Wand, eben	140	3,5	3,5
A	AD1: Dach, lin./prof.	40	4,3	3,9
B	BW1: Wand, liniert	140	3,8	3,8

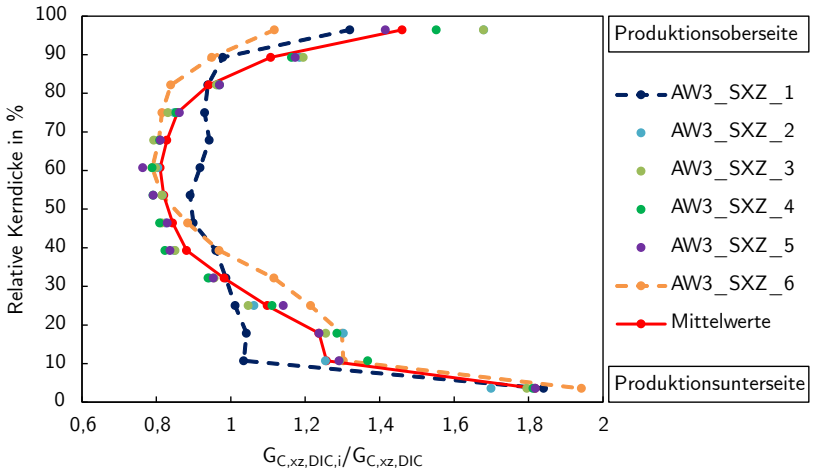


Bild 4.12: Auswertung der Inhomogenität des Schubmoduls $G_{C,xz}$ der Versuchsreihe AW3 (d = 140 mm), getrennt nach den sechs Einzelversuchen. Die Probekörper wurden gleichmäßig verteilt aus einem Bauteilquerschnitt entnommen, SXZ_1 und SXZ_6 lagen jeweils an den gegenüberliegenden Querschnittsrändern.

sich ähnliche Ergebnisse zum E-Modul aus Bild 4.7. Die Extremwerte der Versuche treten in einem randnahen Probekörper auf (SXZ_6). Die Streuung nimmt an den Deckschichten zu, im vorliegenden Fall vor allem an der Produktionsoberseite. Auch nach Mittelung der Ergebnisse liegt eine ausgeprägte Inhomogenität vor, die durch eine Zunahme des Schubmoduls an den Deckschichten sowie einer Abnahme im Kerninneren gekennzeichnet ist.

Bild 4.13 zeigt die Steifigkeitsverteilung von $G_{C,xz}$ und $G_{C,yz}$ über die Kerndicke für die jeweiligen Versuchsreihen. Die Ergebnisse der Einzelversuche wurden gemittelt. Im Gegensatz zum E-Modul verhalten sich die Verläufe des Schubmoduls $G_{C,xz}$ dicken- und herstellerunabhängig ähnlich zueinander, mit einem Steifigkeitsanstieg an den Blechen mit einem maximalen Faktor von 2,5 und einem Abfall auf ca. 80 % des Mittelwerts im Innenbereich. Bei den dünnen Bauteilen sind die Steifigkeitsunterschiede, mit Ausnahme der Dachelemente AD1 an der Produktionsunterseite, ausgeprägter. Erwähnenswert ist, dass sich die großen Steifigkeitsunterschiede im E-Modul der dünnen Bauteile (Bild 4.8) nicht im Schubmodul $G_{C,xz}$ sondern eher in $G_{C,yz}$ widerspiegeln. Letztere wurden in Schubbalkenversuchen an über die Elementbreite ausgeschnittenen Querbalken ermittelt, allerdings nur für die Versuche mit ebenen Deckschichten. Der Schubmodul in Querrichtung verhält sich ansonsten prinzipiell ähnlich zu dem in Längsrichtung. Eine Untersuchung der Inhomogenität für $G_{C,xy}$ war nicht möglich.

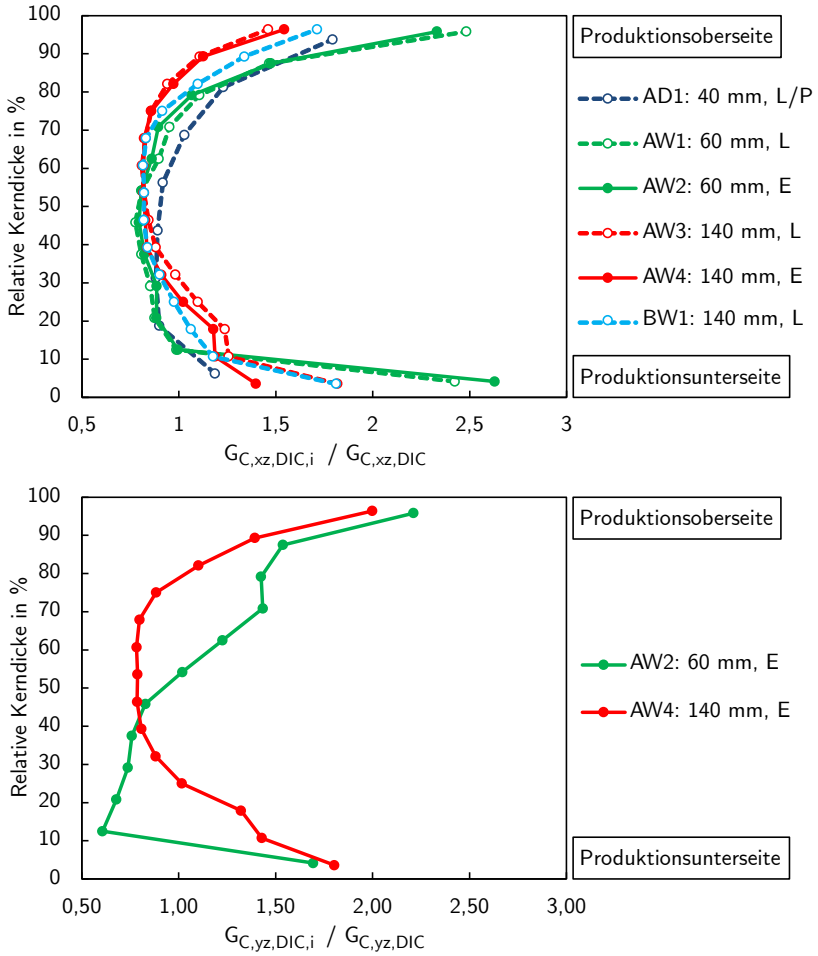


Bild 4.13: Auswertung der mittleren Verteilung des Schubmoduls $G_{\mathrm{C,xz}}$ (oben) und $G_{\mathrm{C,yz}}$ (unten) über die Kerndicke. Die Legende enthält Angaben zur Bauteildicke und zur Deckschichtausbildung (E: eben, L: liniert, P: profiliert).

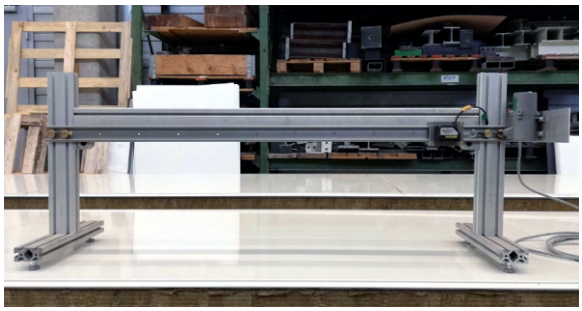
Tabelle 4.5: Ergebnisse der Schubversuche an Einzelschichten für die Versuchsreihen AW2 (d = 60 mm) und AW4 (d = 140 mm).

Versuchs-reihe	Schicht	$G_{\mathrm{C,xz},i}$ N/mm²	$G_{\mathrm{C,xz},i}$ /$G_{\mathrm{C,xz}}$	$f_{\mathrm{Cv,xz},i}$ N/mm²	$f_{\mathrm{Cv,xz},i}$ /$f_{\mathrm{Cv,xz}}$
AW2	1 (PO)	4,2	1,17	0,15	1,15
	2	2,7	0,75	0,17	1,31
	3 (PU)	3,4	0,94	0,16	1,23
	Kennwert (nach Tab. 4.2 und 4.4)	3,6		0,13	
AW4	1 (PO)	3,9	1,11	0,14	1,27
	2	3,2	0,91	0,17	1,55
	3	3,2	0,91	0,15	1,36
	4 (PU)	4,1	1,17	0,13	1,18
	Kennwert (nach Tab. 4.2 und 4.4)	3,5		0,11	

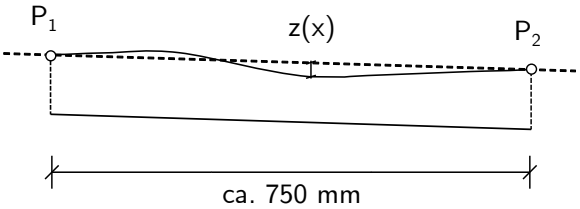
Ergänzend wurden Versuche an Einzelschichten in xz-Richtung mit je zwei Probekörpern der Versuchsreihen AW2 ($d = 60$ mm) und AW4 ($d = 140$ mm) durchgeführt. Der Kern wurde in mehrere, gleich dicke Schichten unterteilt. Dadurch war die Anwendung des Schubbalkenversuchs nicht möglich, sodass die Schubversuche nach DIN 53294 durchgeführt wurden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.5 aufgeführt. Hinsichtlich des Schubmoduls liefern die Versuche an Einzelschichten eine bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der optischen Messung, als dies beim E-Modul der Fall war. An den deckschichtnahen Schichten wächst der Schubmodul an, während er in der Kernmitte abfällt. Die Extremwerte sind insgesamt kleiner, was jedoch auf die deutlich größere Dicke der geschnittenen Einzelschichten zurückzuführen ist. Die Moduln werden über einen größeren Bereich gemittelt als in der optischen Messung. Durch eine weitere Reduktion der Schichtdicke ließe sich der Verlauf vermutlich an das Ergebnis der optischen Messung annähern und stellte somit eine mögliche Alternative zu dieser dar. Hinsichtlich der Schubfestigkeit ist ersichtlich, dass diese zur Kernmitte hin gegenüber den Randschichten ansteigt. Für das gegensätzliche Verhalten zwischen Schubfestigkeit und Schubmodul wurde keine Erklärung gefunden. Auffällig ist, dass die Schubfestigkeit jeder Einzelschicht größer ist als die mittlere Schubfestigkeit aus den Balkenversuchen. Ein Grund für den Unterschied könnte die großen lokale Eindrückung sein, die vor dem Schubversagen am Auflager und an der Lasteinleitung des Schubbalkenversuchs vorliegt. Diese beeinflusst möglicherweise die Schubtragfähigkeit, was beim Schubversuch nach DIN 53294 nicht der Fall ist. Für einen direkten Vergleich zwischen beiden Versuchsarten müssten jedoch Schubversuche nach DIN 53294 mit voller Elementdicke durchgeführt werden.

4.2 Geometrische Imperfektionen in der Deckschicht

Mithilfe einer selbstgebauten Messvorrichtung wurden die Höhenunterschiede in den Deckschichten in Elementlängsrichtung aufgezeichnet, um daraus die Größenordnung der vorhandenen unplanmäßigen Vorverformung zu ermitteln. Die Messungen wurden an den später im Bauteilversuch getesteten Versuchskörpern im knittergefährdeten Bereich in der Bauteilmitte vorgenommen. Die Wegmessung in Längsrichtung erfolgte mittels horizontal ausgerichtetem Seilzugwegaufnehmer über eine Strecke von jeweils ca. 750 mm, die Höhenmessung mit Hilfe eines vertikal ausgerichteten Laser-Wegaufnehmers (Bild 4.14a). Um eventuell vorhandene globale Schiefstellungen der Messvorrichtung oder des gelagerten Elements zu korrigieren, wurde die Verformung auf eine durch die beiden Endpunkten des Messbereichs P_1 und P_2 definierte Gerade bezogen (vgl. Bild 4.14b).

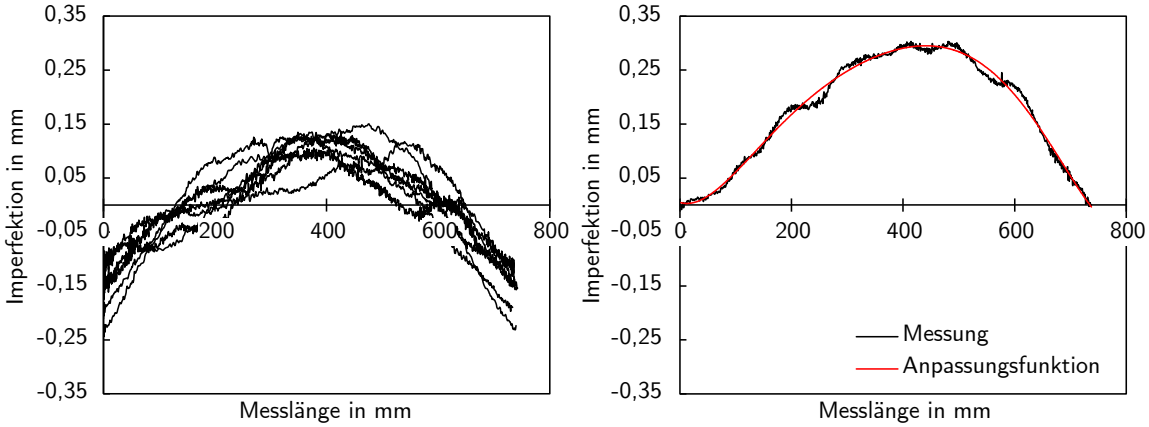


(a) Messrahmen



(b) Bereinigung der globalen Schiefstellung

Bild 4.14: Messung der geometrischen Vorverformung in der Deckschicht



(a) Lagerungsbedingte Vorkrümmung (AW3)

(b) Messergebnis und Anpassungsfunktion

Bild 4.15: Exemplarische Darstellung der lagerungsbedingten Vorkrümmung. Diese wurde mittels Differenzbildung zwischen den Messergebnissen und einer Anpassungsfunktion herausgerechnet.

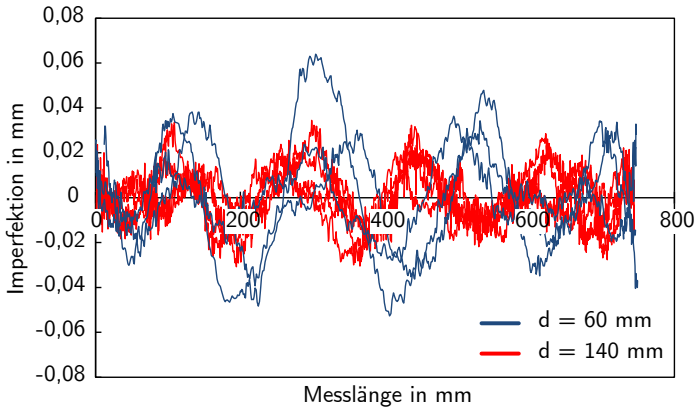


Bild 4.16: Bereinigter Verlauf der geometrischen Vorverformung an ebenen Deckschichten unterschiedlicher Elementdicke

Bei der anschließenden Auswertung traten in überdurchschnittlicher Häufigkeit globale, nach oben gerichtete Krümmungen auf. Bild 4.15a stellt dies exemplarisch anhand einiger Verläufe aus der Versuchsreihe AW3 ($d = 140$ mm, liniert) dar, wobei die Ergebnisse jeweils um deren Mittelwert auf der Ordinate verschoben wurden. Die leichte Krümmung wurde vermutlich durch die Lagerung auf dem unebenen Hallenboden hervorgerufen. Dafür spricht auch, dass die nach oben gerichtete Krümmung sowohl in den Messungen an der Produktionsoberseite als auch an der Produktionsunterseite des gleichen Bauteiltyps auftraten. Der Ort der Messung blieb dabei unverändert.

Aufgrund dessen und, da die Verwendung des maximal gemessenen Stichs bei einer Bezugslänge von ca. 750 mm als geometrische Imperfektion für das Knittern – die übliche Halbwellenlänge a_x liegt ca. zwischen 30 und 160[3] mm – nicht sinnvoll erscheint, wurde die globale Krümmung mittels Anpassungsfunktionen herausgerechnet. Diese wurden maximal als Polygon sechsten Grades angesetzt (vgl. Bild 4.15b). Die bereinigte geometrische Vorverformung ergibt sich aus der Differenz zwischen Anpassungsfunktion und Messung.

[3]Bei Linierungstiefen 0–2,0 mm und Schaumkennwerten E_C und G_C zwischen 2,0 und 6,0 N/mm^2.

Es kamen alternierende Vorverformungen mit Wellenlängen von ca. 150–200 mm zum Vorschein (siehe Bild 4.16). Die Amplitude nahm bei dünneren Elementen zu. Im Mittel betrug sie bei geringer Elementdicke von 40–60 mm ca. 0,05 mm, bei Dicken von 140 mm ca. 0,03 mm. Die Deckschichtausführung (eben bzw. liniert) zeigte keine relevanten Unterschiede, weswegen exemplarisch nur die Ergebnisse der beiden Versuchsreihen mit ebenen Deckschichten (AW2 und AW4) abgebildet wurden. Ebenso wurden keine Unterschiede zwischen den Messergebnissen in der Hoch- oder Tiefsicke der Linierung festgestellt.

Die gemessenen Imperfektionen liegen grundsätzlich in der Größenordnung der von Kurpiela (2013, Kap. 4.3.1.6) bestimmten Werte. Die dort entdeckte Abhängigkeit von der Blechdicke und der Linierungsbreite konnte nicht verifiziert werden. Zum einen, da im Rahmen dieser Arbeit nur Bauteile mit ähnlichen Linierungsabmessungen und Blechdicken verwendet wurden. Zum anderen, da die vorliegenden Ergebnisse für ebene und linierte (b_p ca. 50 mm) Querschnitte keine relevanten Unterschiede zeigten. Ob der alleinige Ansatz der geometrischen Imperfektion zur Berechnung der Knitterspannungen ausreicht oder ob der Ansatz weiterer struktureller Imperfektionen nötig ist, wird sich erst durch einen Vergleich der Versuchsergebnisse mit den numerischen Berechnungen klären.

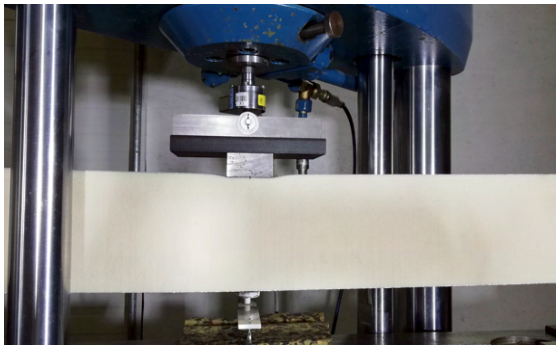
4.3 Versuche zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck

Im Folgenden werden die Ergebnisse der durchgeführten Ersatzträgerversuche zur Ermittlung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck dargestellt und diskutiert. Sie werden separat für dicke Wandelemente sowie für dünne Wand- bzw. Dachelemente aufgeführt. Die Versuche wurden mit unterschiedlichen Elementdicken und Deckschichtquerschnitten (siehe Versuchsreihen nach Tab. 4.1) unter Verwendung des Versuchsaufbaus nach Bild 3.8 als Ersatzträger durchgeführt. Die verwendeten Ersatzträgerlängen bilden näherungsweise das Spektrum der theoretisch möglichen Längen nach Tab. 3.2 ab (Wand: d = 60 mm, L_ET = 2,9–6,9 m; d = 140 mm, L_ET = 4,9–7,9 m; Dach: d = 40 mm, L_ET = 2,9–7,9 m). Bei den Wandelementen wurden zusätzlich Versuche in Schubbalkenlänge durchgeführt, um ein möglichst geringes Verhältnis zwischen Biegemoment und Querlast M/R zu erzeugen. Die Versuche wurden jeweils mit den Lasteinleitungsbreiten L_S = 5 mm, 60 mm und 200 mm durchgeführt. Ersteres, um den Effekt einer möglichst großen Eindrückung aufzuzeigen. Entgegen dem Vorgehen der DIN EN 14509 wurde das Biegemoment zur Bestimmung der Knitterspannung nicht mit Hilfe einer Einzellast in Feldmitte bestimmt, sondern mit einer Doppellast an den Rändern der Lasteinleitung, sodass das Biegemoment entlang der Lasteinleitung konstant bleibt und die Querkraft dort Null ist. Es zeigte sich, dass der Doppellast-Ansatz gerade bei den kurzgespannten Trägern mit breiter Lasteinleitung eine bessere Übereinstimmung zwischen gemessener und berechneter Bauteildurchbiegung aufwies, während die Unterschiede bei langen Bauteilen vernachlässigbar waren. Dies spricht dafür, dass weder das Biegemoment noch die Querkraft über dem Mittelauflagerbereich ungestört sind, weswegen der Doppellast-Ansatz bevorzugt wird (vgl. auch Nelke 2018, Kap. 7.1.3). Das für Wandelemente maßgebende Biegemoment aus der Querlast lautet:

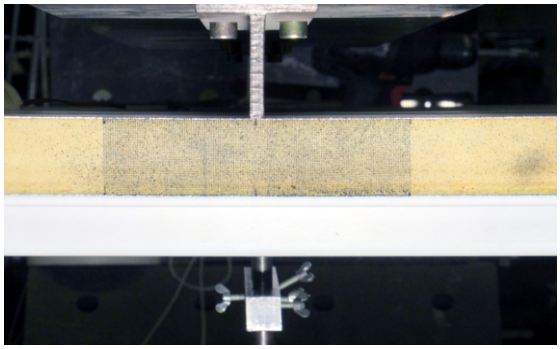
$$M = \frac{F_\mathrm{max}\, L_\mathrm{ET}}{4}\left(1 - \frac{L_\mathrm{S}}{L_\mathrm{ET}}\right) \tag{4.1}$$

Bei Dachelementen wurde das Sandwich-Biegemoment mit der Theorie dicker Deckschichten bestimmt (vgl. Kap. 2.3). In beiden Fällen ist das Biegemoment aus Eigenlast zu

addieren. Die Bauteile wurden in der Regel durch einen Schnitt entlang der Längsachse halbiert, um eine größere Versuchsanzahl zu erhalten und die lokalen Eindrückungen unter der Lasteinleitung mit Hilfe der DIC zu messen. Bilder 4.17 und 4.18 zeigen exemplarisch einige Bauteile während der Versuchsdurchführung. Zu jeder Versuchsreihe wurde als Vergleichswert die ungestörte Knitterspannung im Sechspunkt-Biegeversuch nach Bild 3.6 bestimmt.



(a) Wandelement (Schubbalken) mit $L_S = 60$ mm



(b) Dachelement mit $L_S = 5$ mm

Bild 4.17: Versuchsdurchführung an Ersatzträgern

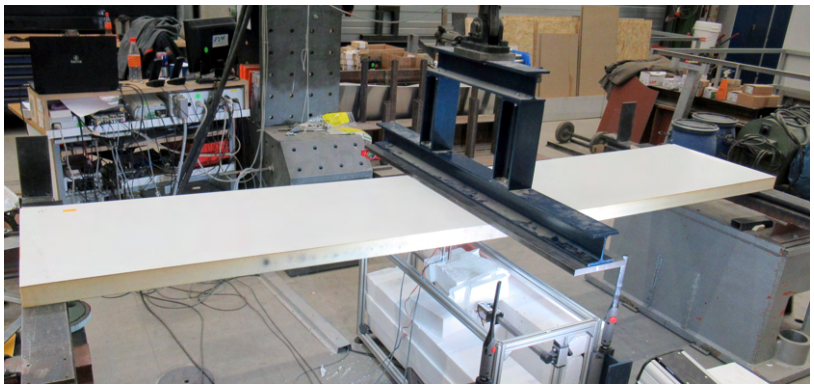


Bild 4.18: Versuchsstand mit $L_S = 200$ mm

4.3.1 Versuche an dicken Wandelementen

Die Versuche wurden an ebenen (AW4) und linierten (AW3, BW1) Wandelementen mit 140 mm Nenndicke durchgeführt. Zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung war dies die größte zur Verfügung stehende Dicke der verwendeten Hersteller für Elemente mit Kern aus PU-Schaum. Der Großteil der Versuche wurde mit Elementen des Herstellers A durchgeführt. Jedoch wurden stichprobenartig Elemente eines anderen Herstellers (B) getestet, um die gewonnenen Ergebnisse zu validieren. Eine ausführliche tabellarische Darstellung der Ergebnisse ist in Anhang A.2 zu finden.

Tabelle 4.6 zeigt eine Auflistung der durchgeführten Versuche zur Bestimmung der Knitterspannungen (kurz: KSP). Es wurde angestrebt, zu jedem Versuchstyp mindestens drei Einzelversuche durchzuführen, was jedoch nicht überall möglich war. Es wurden überwiegend längsseitig halbierte Bauteile getestet. Vergleichende Versuche mit ganzer Bauteilbreite sind durch die Bezeichnung _F gekennzeichnet. In der Regel wurde die Deckschicht

Tabelle 4.6: Versuche und Abmessungen. Die Längen und Breiten sind Mittelwerte.

Versuchsreihe	Art	Druckseite	Typ	L mm	B mm	L_S mm	Anzahl
AW3	reduzierte KSP	PO	_5_5	4900	572	5	2
		PO	_5_60	4900	571	60	3
		PO	_5_60_F	4900	1150	60	3
		PO	_5_200	4900	571	200	3
		PO	_5_200_F	4900	1150	200	3
	↕	PO	_8_5	7900	571	5	2
↕		PO	_8_60	7900	574	60	3
		PO	_8_200	7900	574	200	3
		PO	_SB_5	1100	100	5	3
		PO	_SB_60	1100	100	60	3
		PO	_SB_120	1100	100	120	3
	reduzierte KSP	PO	_SB_200	1100	100	200	3
AW3	ungestörte KSP	PO	_KSP_N	5900	1150	–	3
AW4	reduzierte KSP	PO	_5_5	4900	571	5	3
		PO	_5_60	4900	571	60	3
		PO	_5_60_F	4900	1150	60	3
		PU	_5_60_P	4900	571	60	3
		PO	_5_200	4900	573	200	3
		PO	_5_200_F	4900	1150	200	3
	↕	PO	_8_5	7900	573	5	3
↕		PO	_8_60	7900	571	60	3
		PO	_8_200	7900	571	200	3
		PO	_SB_5	1100	100	5	3
		PO	_SB_60	1100	100	60	3
		PO	_SB_120	1100	100	120	3
	reduzierte KSP	PO	_SB_200	1100	100	200	3
	ungestörte KSP	PO	_KSP_N	5900	1150	–	3
AW4		PU	_KSP_P	5900	1150	–	3
BW1	reduzierte KSP	PO	_3_60	2900	995	60	3
		PO	_3_200	2900	995	200	3
	↕	PO	_6_5	5900	995	5	1
↕		PO	_6_60	5900	995	60	3
	reduzierte KSP	PO	_6_200	5900	995	200	3
	ungestörte KSP	PO	_KSP_N	5900	995	–	3
BW1		PU	_KSP_P	5900	995	–	3

Tabelle 4.7: Abmessungen und Werkstoffeigenschaften der Deckschichten an der PO

Reihe	f_y N/mm^2	f_u N/mm^2	E_T N/mm^2	t_F mm	b_p mm	b_s mm	$a_{v,a}$ mm	$a_{v,b}$ mm	$a_{v,m}$ mm	e mm
AW3	398	410	48	0,47	53	4,5	1,2	0,85	1,0	139,3
AW4	391	404	57	0,47	–	–	–	–	–	140,0
BW1	339	368	91	0,49	48	3,8	1,5	1,4	1,45	137,1

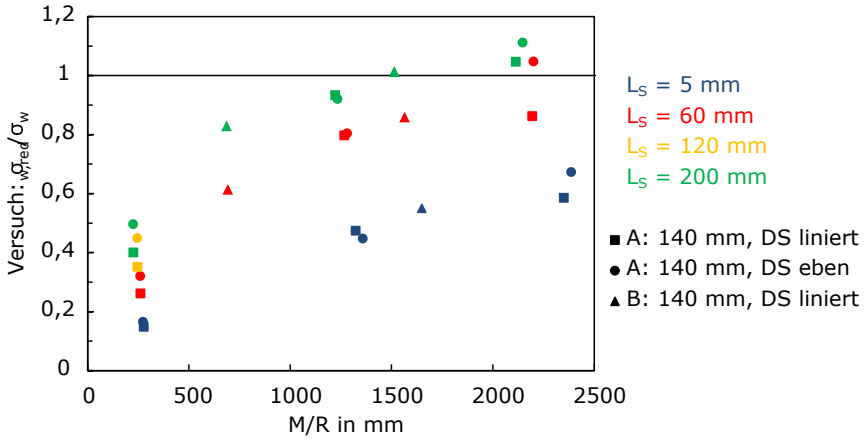


Bild 4.19: Versuchsergebnisse zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ dicker Bauteile an der Produktionsoberseite, aufgetragen über dem Verhältnis M/R für verschiedene Deckschichtausführungen, Hersteller und Lastbreiten. Es sind die Mittelwerte der jeweiligen Versuchsreihen abgebildet.

an der Produktionsoberseite (innenliegend) hinsichtlich des Knitterns untersucht, was dem Regel-Anwendungsfall für den Lastfall Querdruck entspricht. Vereinzelte Prüfungen der gegenüber liegenden Deckschichtseite (Bezeichnung _P) sollten unter Einbeziehung der Werkstoffkennwerte Erkenntnisse über die Auswirkung der Kerninhomogenität liefern. Tabelle 4.7 führt die mittleren Abmessungen und Werkstoffeigenschaften der Deckschichten an der gedrückten Produktionsoberseite auf. Für die Wandelemente wurden beidseitig nahezu identische Deckschichten verwendet. Die Linierungstiefe wurde mit Hilfe des Messrahmens (Kap. 4.2) unmittelbar neben dem Steg der Linierung ($a_{\mathrm{v,a}}$) und in der Mitte des ebenen Plattenbereichs ($a_{\mathrm{v,b}}$) bestimmt und dann gemittelt ($a_{\mathrm{v,m}}$). Die zugehörigen Schaumkennwerte können Kap. 4.1 entnommen werden.

Bild 4.19 zeigt die Ergebnisse der reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$, bezogen auf die jeweilige ungestörte Knitterspannung σ_{w}, aufgetragen über dem Verhältnis M/R. An dieser Stelle wurden nur die Versuche mit Druck an der Produktionsoberseite berücksichtigt. Die Knitterspannung steigt mit zunehmendem M/R-Verhältnis nichtlinear an – bei großen Ersatzträgerlängen ist die Deckschichtnormalkraft schon bei vergleichsweise geringen Querlasten und Eindrückungen groß – und konvergiert gegen den Grenzwert der ungestörten Knitterspannung, teilweise wird der Grenzwert sogar geringfügig überschritten. Hier dominiert das Stabilitätsversagen der gebetteten Deckschicht und der Querdruck spielt eine eher untergeordnete Rolle. Die Überschreitung des Grenzwerts der ungestörten Knitterspannung von 5–10 % tritt vermehrt bei breiten Lasteinleitungen auf. Dies lässt darauf schließen, dass auch im Sechspunkt-Biegeversuch zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung (Bild 3.6) gewisse Eindrückungen unter der Last – die genannten Versuche versagen häufig im Mittelfeld unmittelbar neben einer der inneren Lasteinleitungen – auftreten, welche die Knitterspannung leicht verringern. Bei sehr langen Ersatzträgern (hier $L_{\mathrm{ET}} = 7{,}9$ m) mit großer Lastbreite treten demgegenüber anscheinend geringere Eindrückungen auf. Die reduzierte Knitterspannung liegt daher etwas über der ungestörten. Zur Verifizierung dieser Annahme müsste auch die ungestörte Knitterspannung mit einer Länge von 7,9 m ermittelt werden, was in Ermangelung zusätzlicher Probekörper nicht möglich war.

Bei geringen M/R-Verhältnissen ist die Normalkraft klein und die Kerneindrückung kann entsprechend groß werden, bevor ein Versagen eintritt. Die Tragfähigkeit wird hier durch

Tabelle 4.8: Druck- und Schubauslastung im Kern bei Versagen. Die Kerndruckspannung wurde als Kontaktpressung ohne Lastausbreitung nach Gl. (3.45) ermittelt, die Schubspannung über die gesamte Kerndicke nach Gl. (2.1).

Versuchsreihe	Typ	$\sigma_{\mathrm{C,z}}/f_{\mathrm{Cc,z}}$	$\tau_{\mathrm{C,xz}}/f_{\mathrm{Cv,xz}}$	Typ	$\sigma_{\mathrm{C,z}}/f_{\mathrm{Cc,z}}$	$\tau_{\mathrm{C,xz}}/f_{\mathrm{Cv,xz}}$
	_5_5	5,90	0,12	_8_200	0,20	0,16
	_5_60	0,87	0,21	_SB_5	8,78	0,18
AW3	_5_200	0,32	0,25	_SB_60	1,37	0,33
	_8_5	4,09	0,08	_SB_120	0,98	0,47
	_8_60	0,54	0,13	_SB_200	0,73	0,58
	_5_5	5,28	0,10	_8_200	0,21	0,16
	_5_60	0,84	0,20	_SB_5	9,65	0,19
AW4	_5_200	0,30	0,23	_SB_60	1,64	0,39
	_8_5	4,50	0,09	_SB_120	1,22	0,58
	_8_60	0,63	0,15	_SB_200	0,88	0,70
	_3_60	1,30	0,29	_6_60	0,80	0,18
BW1	_3_200	0,53	0,39	_6_200	0,29	0,22
	_6_5	5,83	0,11			

das Plastizieren des Kernwerkstoffs bzw. der Deckschicht begrenzt. Weiterhin ist sichtbar, dass die Knitterspannung mit zunehmender Lastbreite ansteigt, was auf die verringerte lokale Eindrückung aus der Last zurückzuführen ist. Der Unterschied zwischen 5 mm und 60 mm beträgt bis zu 100 % und verringert sich mit größerem M/R-Verhältnis auf ca. 60 %. Der Unterschied zwischen 60 mm und 200 mm ist weniger ausgeprägt (ca. 5–60 % Unterschied), was darauf schließen lässt, dass der positive Einfluss eines breiten Auflagers begrenzt ist. Dies bestätigte sich durch die Betrachtung der lokalen Eindrückungen unter dem Auflager, auf welche in Kapitel 4.4 eingegangen wird.

Die Ergebnisse zeigen kaum Unterschiede hinsichtlich der Deckschichtausführung und des Herstellers, was sich durch die ähnliche Größenordnung der Schaum- und Deckschichtkennwerte erklären lässt. Bei sehr kleinem L_{ET} liegt die relative Tragfähigkeit ebener Deckschichten etwas oberhalb derer linierter Deckschichten. Womöglich treten hier an den steifen Linierungsstegen Spannungsspitzen in der Kerndruckspannung in z-Richtung auf, welche das Kernplastizieren begünstigen und zu einem früheren Versagen führen. Weshalb die Tragfähigkeit bei M/R = ca. 2250 mm (AW3, L_{S} = 60 mm) deutlich kleiner ist als bei 200 mm Lastbreite, konnte nicht abschließend geklärt werden. Die Versuche zeigten keine Besonderheit in der Durchführung oder im Versagen. Auffällig ist, dass selbst mit den sehr schmalen Lasteinleitungen von 5 mm noch vergleichsweise große Tragfähigkeiten erreicht werden. Schließt man die eher praxisfernen kurzen Schubbalkenversuche bei M/R = ca. 250 mm aus, können immerhin noch Tragfähigkeiten von 50–70 % erzielt werden, auch wenn die in der DIN EN 14509 geforderte Begrenzung der Kontaktpressung auf die zulässige Kerndruckfestigkeit $f_{\mathrm{Cc,z}}$ weit überschritten ist. Tabelle 4.8 zeigt die vorhandene rechnerische Kernauslastung auf Druck in z-Richtung und Schub in xz-Richtung. Es ist ersichtlich, dass die zulässige Kontaktpressung nur bei den schmalen Lasteinleitungen, vereinzelt auch bei kurzen Bauteilen mit L_{S} = 60 mm, überschritten wird. Die Auslastung auf Schub ist deutlich geringer und spielt in den vorliegenden Fällen kaum eine Rolle. Sie steigt mit zunehmender Lastbreite an.

Zuletzt wurde der Einfluss der Bauteilbreite sowie der Einfluss der Produktionsseite auf die Knitterspannung untersucht (Tab. 4.9). Hinsichtlich der Bauteilbreite ist ersichtlich, dass diese keinen nennenswerten Einfluss auf die Knitterspannung hat. Die längsseitige Halbierung der Elemente ist zulässig und die Ergebnisse hieraus sind ohne weiteres auf vollständige Bauteile übertragbar. Hinsichtlich der druckbelasteten Produktionsseite zeigt sich, dass diese in der Versuchsreihe AW4 einen sehr geringen Einfluss auf die Knitterspannung hat. Dies ist bei Betrachtung der zugehörigen Inhomogenität des E- und G-Moduls nicht verwunderlich (Bilder 4.8 und 4.13), da im Schaum an beiden Produktionsseiten nahezu identische Werte vorliegen. In Versuchsreihe BW1 liegen deutliche Unterschiede vor, was auf den verringerten (PO) bzw. vergrößerten (PU) E-Modul an der jeweiligen Deckschicht zurückzuführen ist.

Tabelle 4.9: Vergleich der Versuchsergebnisse mit verschiedenen Bauteilbreiten sowie unter Wechsel der Produktionsseite (PO, PU) für die gedrückte Deckschicht

Einfluss Bauteilbreite				Einfluss Produktionsseite		
Typ	Breite	$\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2	$\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$	Typ	Lage	σ_{w} bzw. $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2
AW3_5_60	$B/2$	144	0,80	AW4_KSP_N	PO	145
AW3_5_60_F	B	142	0,79	AW4_KSP_P	PU	151
AW3_5_200	$B/2$	169	0,94	AW4_5_60	PO	118
AW3_5_200_F	B	167	0,93	AW4_5_60_P	PU	114
AW4_5_60	$B/2$	118	0,82	BW1_KSP_N	PO	166
AW3_5_60_F	B	115	0,79	BW1_KSP_P	PU	230
AW4_5_200	$B/2$	133	0,92			
AW4_5_200_F	B	134	0,93			

4.3.2 Versuche an dünnen Wand- und Dachelementen

Die Versuche wurden an linierten (AW1) und ebenen (AW2) Wandelementen mit 60 mm Dicke sowie linierten bzw. profilierten Dachelementen (AD1) mit 40 mm durchgehender Dicke durchgeführt. Eine ausführliche tabellarische Darstellung der Ergebnisse ist in Anhang A.2 zu finden. Tabelle 4.10 zeigt eine Auflistung der durchgeführten Versuche zur Bestimmung der Knitterspannungen (kurz: KSP), Tabelle 4.11 die mittleren Abmessungen und Werkstoffeigenschaften der Deckschichten an der gedrückten Produktionsoberseite – bei Dachelementen ist dies die linierte, quasi-ebene Querschnittsseite. Für die Wandelemente wurden beidseitig nahezu identische Deckschichten verwendet. Die zugehörigen Schaumkennwerte können Kap. 4.1 entnommen werden. Die Erläuterungen zur Versuchsdurchführung aus Kap. 4.3.1 sind auch für diese Versuchsreihen gültig. Bei einem Großteil der Dachbauteile wurde eine der beiden Längsfugen abgetrennt, um die Eindrückung unterhalb der Lasteinleitung mit der DIC messen zu können (vgl. Bild 2).

Tabelle 4.10: Versuche und Abmessungen. Die Längen und Breiten sind Mittelwerte.

Versuchsreihe	Art	Druckseite	Typ	L mm	B mm	L_S mm	Anzahl
AW1	reduzierte KSP	PO	_3_5	2900	555	5	1
		PO	_3_60	2900	565	60	3
		PO	_3_60_F	2900	1130	60	2
		PO	_3_200	2900	561	200	2
		PO	_3_200_F	2900	1130	200	2
	↕	PO	_5_5	4900	556	5	1
↕		PO	_5_60	4900	565	60	3
		PO	_5_200	4900	563	200	2
		PO	_7_5	6900	555	5	1
		PO	_7_60	6900	562	60	3
		PO	_7_200	6900	564	200	1
	reduzierte KSP	PO	_SB_60	800	99	60	3
AW1	ungestörte KSP	PO	_KSP_N	4900	1130	–	3
AW2	reduzierte KSP	PO	_3_5	2900	576	5	1
		PO	_3_60	2900	558	60	3
		PO	_3_200	2900	564	200	2
		PO	_5_5	4900	550	5	1
		PO	_5_60	4900	566	60	3
		PU	_5_60_P	4900	562	60	2
	↕	PO	_5_200	4900	563	200	2
↕		PO	_7_5	6900	552	5	1
		PO	_7_60	6900	563	60	3
		PO	_7_200	6900	560	200	2
		PO	_SB_5	800	100	5	2
		PO	_SB_60	800	100	60	3
		PO	_SB_120	800	99	120	2
	reduzierte KSP	PO	_SB_200	800	99	200	2
	ungestörte KSP	PO	_KSP_N	4900	1130	–	3
AW2		PU	_KSP_P	4900	1130	–	3
AD1	reduzierte KSP	PO	_3_5	2900	915	5	1
		PO	_3_60	2900	960	60	2
		PO	_3_200	2900	920	200	1
		PO	_5_5	4900	960	5	2
	↕	PO	_5_60	4900	975	60	3
↕		PO	_5_200	4900	961	200	2
		PO	_8_5	7900	920	5	1
		PO	_8_60	7900	961	60	1
	reduzierte KSP	PO	_8_200	7900	924	200	1
AD1	ungestörte KSP	PO	_KSP_N	3900	1000	–	3

Tabelle 4.11: Abmessungen und Werkstoffeigenschaften der Deckschichten an der PO

Reihe	f_y N/mm²	f_u N/mm²	E_T N/mm²	t_F mm	b_p mm	b_s mm	$a_{v,a}$ mm	$a_{v,b}$ mm	$a_{v,m}$ mm	e mm
AW1	394	409	55	0,47	53	4,7	1,0	0,75	0,88	58,8
AW2	398	410	46	0,47	–	–	–	–	–	59,3
AD1	408	409	6	0,49	51	4,3	1,1	0,85	1,0	48,1

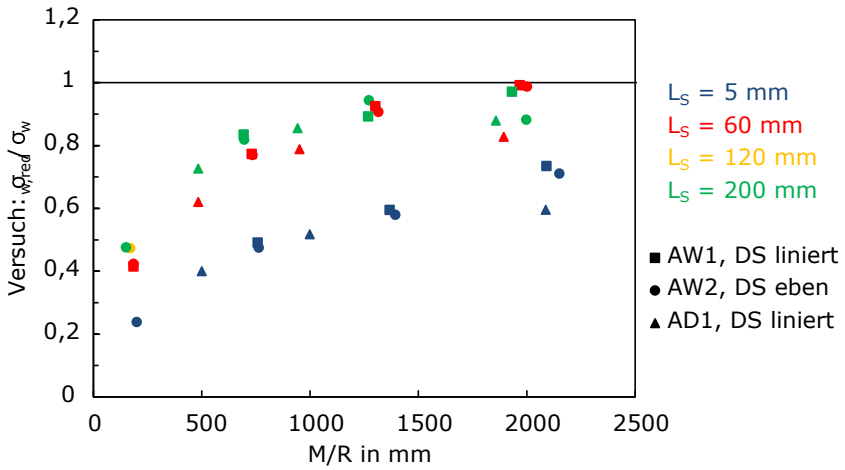


Bild 4.20: Versuchsergebnisse zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{w,red}$ dünner Bauteile an der Produktionsoberseite, aufgetragen über dem Verhältnis M/R für verschiedene Deckschichtausführungen und Lastbreiten. Es sind die Mittelwerte der jeweiligen Versuchsreihen abgebildet.

Die Versuche (s. Bild 4.20) verhalten sich sehr ähnlich zu denen an dicken Wandelementen. Die Knitterspannung wächst mit zunehmendem M/R-Verhältnis nichtlinear an und geht in die ungestörte Knitterspannung über. Bei kleinen Verhältnissen dominiert ein Versagen durch Plastizieren der Deckschicht oder des Kerns, bei großen ein Stabilitätsversagen durch Knittern. Im Vergleich zu den dicken Wandelementen fällt die Abminderung der Knitterspannung insgesamt geringer aus, was mit dem aufgrund der geringeren statischen Höhe größeren Verhältnis zwischen Blechnormalkraft zu Querlast begründet werden kann. Die Normalkraft in den dünnen Bauteilen ist bei gleichem M/R-Verhältnis deutlich größer, sodass eher ein Stabilitätsversagen auftritt und die traglastmindernden Eindrückungen aus der Lasteinleitung nicht so groß werden können, wie bei den dicken Bauteilen. Ebenso zeigt sich der positive Einfluss einer breiten Lasteinleitung. Von $L_S = 5$ mm auf 60 mm ist ein deutlicher Anstieg der Knitterspannung erkennbar, der jedoch etwas geringer ausfällt als bei den dicken Elementen. Zwischen 60 mm und 200 mm verschwindet der Unterschied nahezu vollständig. Hier wird deutlich, dass der Einfluss der Lastbreite begrenzt ist. Die Begrenzung ist auf die Zunahme von Randpressungen bei der Kombination von dünnen Bauteilen mit breiten Lasteinleitungen zurückzuführen (vgl. Kap. 4.4 und 6.2). Hinsichtlich der Deckschichtausführung sind in der bezogenen Darstellung $\sigma_{w,red}/\sigma_w$ nahezu keine Unterschiede in den Ergebnissen auszumachen.

Betrachtet man die Auslastung des Kerns auf Druck und Schub (Tab. 4.12), zeigt sich ein ähnliches Bild, wie bei den dicken Bauteilen. Die Drucktragfähigkeit wird bei Lastbreiten von 5 mm deutlich überschritten, die Schubtragfähigkeit wird nur bei den sehr kurzen

Tabelle 4.12: Druck- und Schubauslastung im Kern bei Versagen. Die Kerndruckspannung wurde als Kontaktpressung ohne Lastausbreitung nach Gl. (3.45) ermittelt, die Schubspannung über die gesamte Kerndicke nach Gl. (2.1). Bei den Dachelementen wurde die Querkraft vollständig dem Kern zugeordnet.

Versuchsreihe	Typ	$\sigma_{C,z}/f_{Cc,z}$	$\tau_{C,xz}/f_{Cv,xz}$	Typ	$\sigma_{C,z}/f_{Cc,z}$	$\tau_{C,xz}/f_{Cv,xz}$
AW1	_3_5	7,02	0,19	_5_200	0,19	0,22
	_3_60	0,96	0,31	_7_5	3,84	0,10
	_3_200	0,32	0,35	_7_60	0,46	0,15
	_5_5	4,73	0,13	_7_200	0,13	0,15
	_5_60	0,64	0,21	_SB_60	2,00	0,66
AW2	_3_5	6,16	0,19	_7_60	0,40	0,15
	_3_60	0,86	0,32	_7_200	0,11	0,14
	_3_200	0,29	0,35	_SB_5	11,64	0,36
	_5_5	4,11	0,13	_SB_60	1,86	0,69
	_5_60	0,56	0,21	_SB_120	1,13	0,83
	_5_200	0,18	0,22	_SB_200	0,78	0,95
	_7_5	3,26	0,10			
AD1	_3_5	5,37	0,26	_5_200	0,15	0,30
	_3_60	0,73	0,42	_8_5	1,92	0,09
	_3_200	0,25	0,49	_8_60	0,24	0,14
	_5_5	3,51	0,17	_8_200	0,08	0,15
	_5_60	0,47	0,27			

Tabelle 4.13: Vergleich der Versuchsergebnisse mit verschiedenen Bauteilbreiten und unter Wechsel der Produktionsseite (PO, PU) für die gedrückte Deckschicht

Einfluss Bauteilbreite				Einfluss Produktionsseite		
Typ	Breite	$\sigma_{w,red}$ N/mm^2	$\sigma_{w,red}/\sigma_w$	Typ	Lage	σ_w bzw. $\sigma_{w,red}$ N/mm^2
AW1_3_60	$B/2$	143	0,78	AW2_KSP_N	PO	168
AW1_3_60_F	B	142	0,77	AW2_KSP_P	PU	116
AW1_3_200	$B/2$	153	0,83	AW2_5_60	PO	152
AW1_3_200_F	B	155	0,84	AW2_5_60_P	PU	116

Bauteilen mit breiten Lasteinleitungen ausgereizt. Wie in Tab. 4.13 zu sehen ist, sind keine Unterschiede in den Ergebnissen hinsichtlich der Bauteilbreite erkennbar. Auffällig und unüblich ist, dass die Knitterspannung an der Produktionsoberseite – die Untersuchung fand stichprobenartig anhand zweier Versuchstypen der Reihe AW2 statt (Tab. 4.13) – deutlich größer ausfällt als an der Unterseite. Auch dies kann anhand einer Betrachtung des E-Modul-Verlaufs über die Kerndicke erklärt werden (Bild 4.8). Dieser steigt unmittelbar an der Unterseite zwar deutlich an, fällt in der nächsten Schicht jedoch rapide ab, was insgesamt zu einer geringeren Steifigkeit führt als an der Oberseite, wo sich der E-Modul auf einem konstant hohen Niveau befindet. Das häufig in der Literatur gezeigte Verhalten (Hassinen und Misiek 2012), dass die Knitterspannung an der Produktionsunterseite größer ausfällt als an der Oberseite, lässt sich folglich nicht pauschalisieren. Eine geringere Knitterspannung an der Produktionsunterseite wurde im Rahmen dieser Arbeit nur bei den dünnen Bauteilen beobachtet.

4.4 Messung der lokalen Verformung aus Querdruck

An den längsseitig halbierten Sandwichbauteilen wurden die lokalen Eindrückungen, ausgewertet als Differenzverformung zwischen oberer und unterer Deckschickt, unterhalb und neben der Lasteinleitung mit Hilfe optischer Dehnungsmessungen am Kern aufgezeichnet (Bild 4.21), um damit Erkenntnisse sowohl über die Größe als auch die Verteilung der Eindrückungen zu erhalten. Vereinzelt fanden Vergleichsmessungen mit zwei induktiven Wegaufnehmern statt, welche ebenfalls die Differenzverformung zwischen oberer und unterer Deckschicht aufzeichneten. Da sich die Ergebnisse der einzelnen Versuchsreihen ähnelten, werden im Folgenden lediglich ausgewählte Parameterkombinationen vorgestellt, um die prinzipiell auftretenden Effekte zu erläutern.

Bild 4.22 zeigt die qualitative Dehnungsverteilung in Dickenrichtung für verschiedene Lastbreiten kurz vor dem Versagen. Es ist ersichtlich, dass die zunächst bei schmalen

Bild 4.21: Versuchsaufbau zur Eindrückungsmessung am halbierten Element mit der DIC

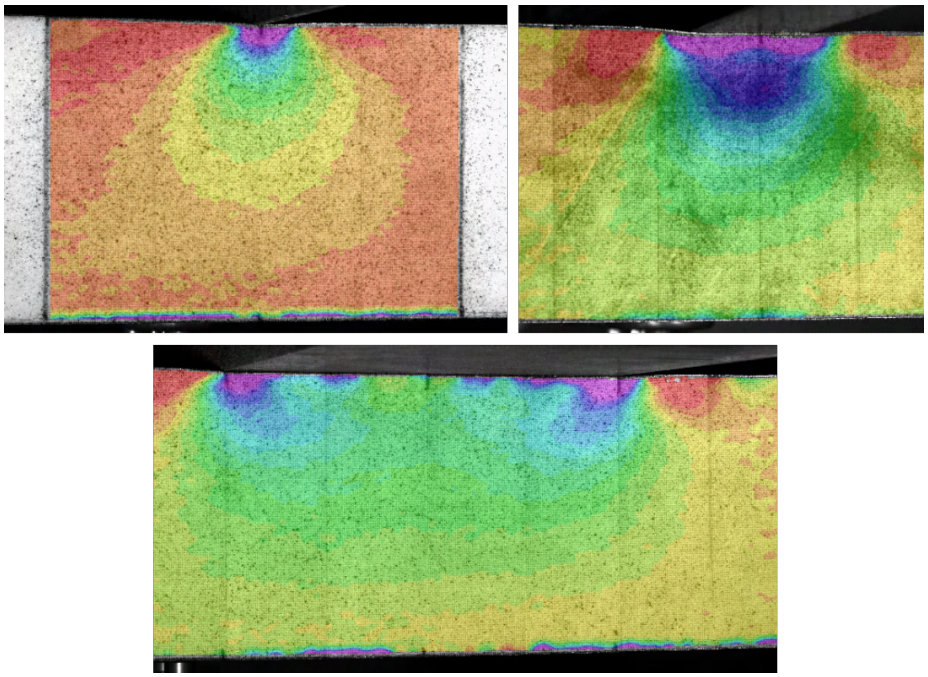


Bild 4.22: Qualitative Darstellung der optisch gemessenen Kerndehnung in Dickenrichtung an Wandbauteilen mit $L_{\mathrm{ET}} = 4{,}9$ m und $d = 140$ mm für verschiedene Lastbreiten $L_{\mathrm{S}} = 5$ mm (oben links), 60 mm (oben rechts) und 200 mm (unten) kurz vor dem Versagen. Bereiche mit hoher Stauchung sind lila dargestellt, die roten Bereiche unmittelbar neben der Lasteinleitung stehen unter Zug.

Lastbreiten relativ konstante Verteilung unter dem Auflager mit zunehmender Breite in eine ausgeprägte Randpressung übergeht. Unter den gegebenen Randbedingungen kann daher bei breiten Auflagern nicht von einer gleichmäßigen Lasteinleitung ausgegangen werden, was letztendlich eine Begründung für die zuvor in den Bauteilversuchen angedeutete begrenzte Wirksamkeit der Auflagerbreite liefert. Ein hinsichtlich des Versagensmechanismus interessanter Aspekt wird aus dem Bereich unmittelbar neben dem Auflager sichtbar. In den rot gefärbten Bereichen neben der Lasteinleitung liegen Zugspannungen vor und die Deckschicht verformt sich leicht nach oben. In einigen Versuchen trat das Versagen an dieser Stelle als Delamination bzw. Kernzugversagen auf.

Die Ergebnisse wurden stichprobenartig mit denen der Wegaufnehmer verglichen. Bild 4.23 zeigt dies exemplarisch an dünnen Wandelementen der Reihe AW1 mit $L_{\mathrm{ET}} = 4{,}9$ m. Man erkennt, dass die Verläufe tendenziell zusammenpassen, jedoch im Detail voneinander abweichen können, beispielsweise in der Größe der maximalen Eindrückung oder in der Anfangssteifigkeit. Dies ist vor allem auf die Unebenheit des Elements in Querrichtung zurückzuführen. Untersuchungen mit dem Messrahmen (Bild 4.14) in Querrichtung offenbarten eine zum Teil S-förmige, zum Teil konkave Deckschickt-Vorverformung, was zur Folge hatte, dass die steifen Lasteinleitungsplatten anfangs nicht an jeder Stelle gleichmäßig auflagen. Es resultierten Abweichungen zwischen den Messungen am Elementrand und denen bei $B/2$ (des bereits halbierten Bauteils). Aufgrund dessen scheinen Angaben zur absoluten Größe der Verformungen nicht sinnvoll, da nicht sichergestellt werden kann, dass diese an der ausgewerteten Stelle tatsächlich maximal sind. Die folgenden Verläufe werden daher lediglich qualitativ beurteilt. Aus Bild 4.23 ist sichtbar, dass, je nach Lastbreite, ab einem bestimmten Lastniveau ein Plastizieren des Kerns auf Druck stattfindet, erkennbar am abflachenden Verlauf der Kraft-Verformungs-Beziehung.

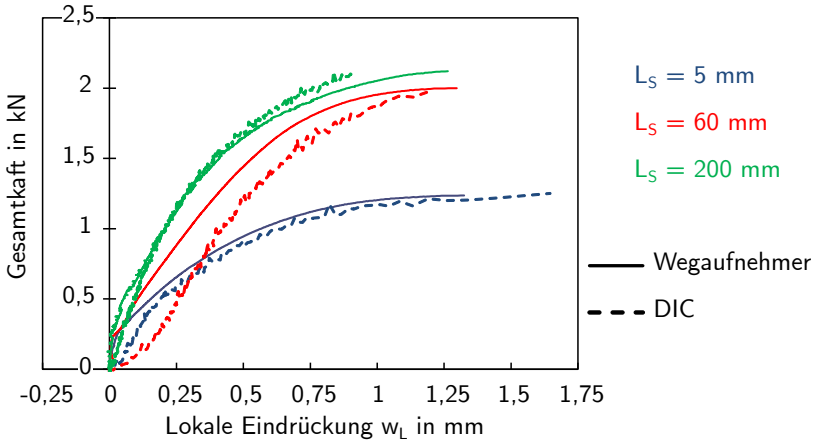


Bild 4.23: Vergleich der lokalen Eindrückungen zwischen DIC und Wegaufnehmer-Messung an Versuchsreihe AW1 mit $L_{\mathrm{ET}} = 4{,}9$ m. Beide Messungen erfolgten durch die Bestimmung der lokalen Differenzverformung zweier Punkte an der oberen und unteren Deckschicht mittig unter der Lasteinleitung, bei $L_{\mathrm{S}} = 200$ mm am Lastrand. Die Wegaufnehmer-Messung wurde bei $B/2$ (des halbierten Bauteils) durchgeführt, die DIC-Messung am Bauteilrand.

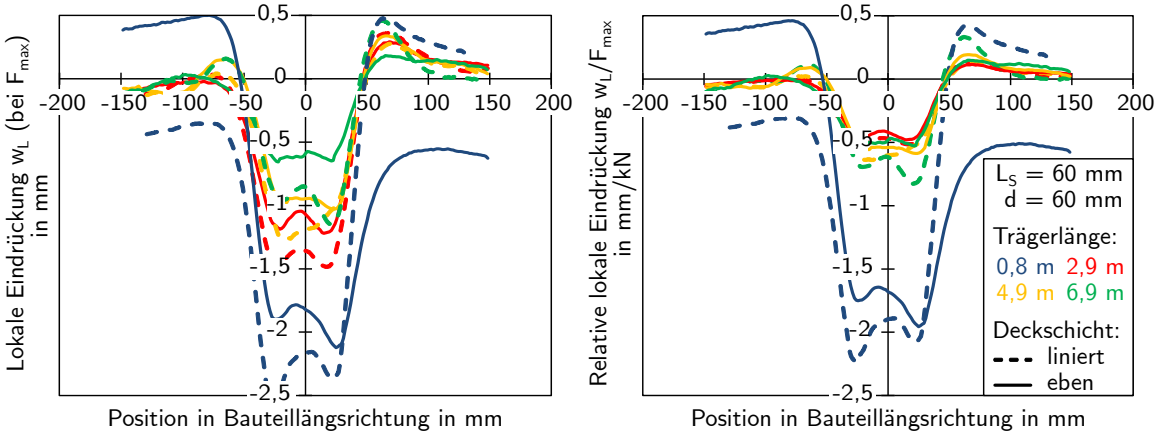


Bild 4.24: Verlauf der lokalen Eindrückung unterhalb der Lasteinleitung für verschiedene Spannweiten bei konstanter Elementdicke $d = 60$ mm und Lastbreite $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm, links als absolute, rechts als relative Verformung.

In Bild 4.24 sind die Eindrückungen für verschiedene Ersatzträgerlängen bei konstanter Lastbreite und Bauteildicke dargestellt. Es zeigt sich, dass diese mit abnehmender Bauteillänge (bzw. M/R-Verhältnis) nichtlinear anwachsen. Dies bestätigt die Annahme, dass die in den Versuchsergebnissen (Bilder 4.19 und 4.20) vorhandene Reduktion von $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ auf das Anwachsen der Eindrückungen zurückzuführen ist. Die Auswertung der auf das jeweilige F_{max} bezogenen relativen Eindrückungen (rechts) zeigt nahezu keine Unterschiede für Ersatzträgerlängen ab 2,9 m auf. Die Eindrückung ist in etwa proportional zur aufgebrachten Last, was auf ein linear-elastisches Materialverhalten des Kerns hindeutet. Die größeren relativen Verformungen bei den kurzen Bauteilen mit 0,8 m Länge deuten hingegen auf ein bereits eingesetztes Plastizieren des Kerns hin.

Bild 4.25 stellt den Verlauf der Eindrückungen an dünnen Wandbauteilen für verschiedene Lastbreiten bei konstanter Länge L_{ET} dar. Die Eindrückung wird mit zunehmender

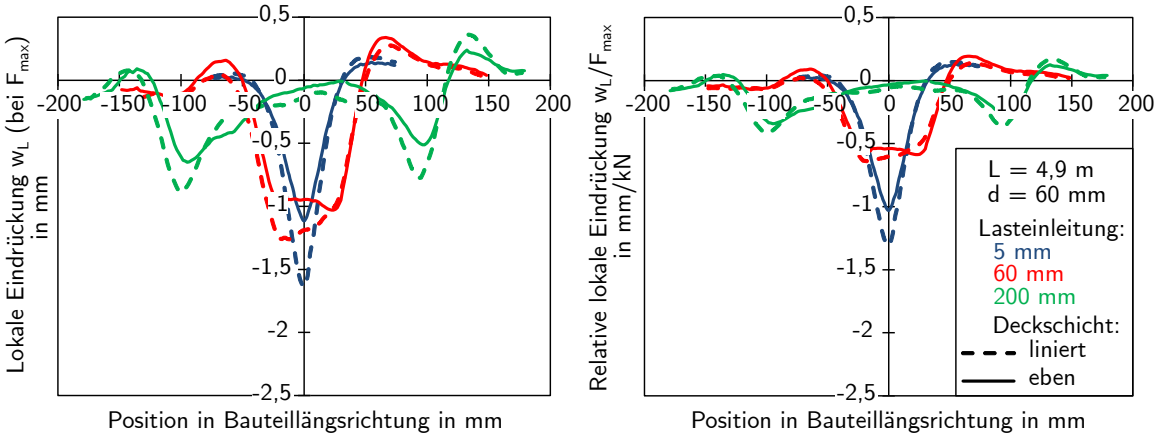


Bild 4.25: Verlauf der lokalen Eindrückung unterhalb der Lasteinleitung für verschiedene Lastbreiten bei konstanter Spannweite $L_{\mathrm{ET}} = 4{,}9$ m und Elementdicke $d = 60$ mm, links als absolute, rechts als relative Verformung.

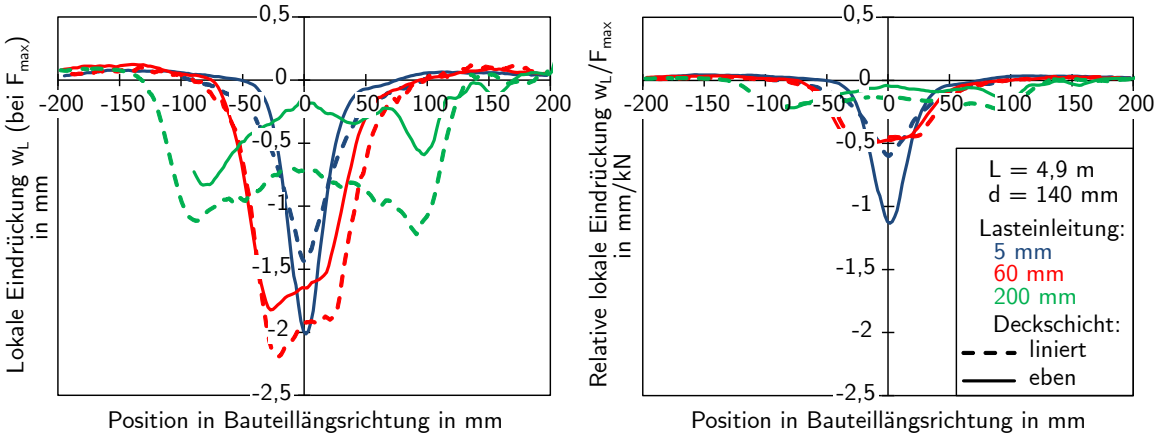


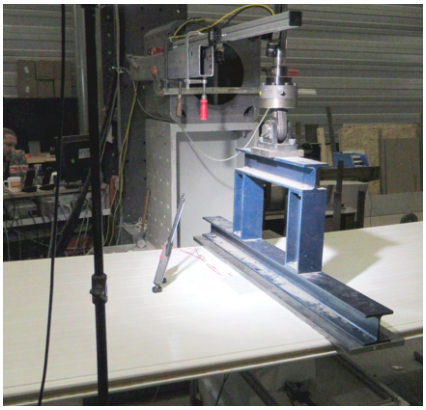
Bild 4.26: Verlauf der lokalen Eindrückung unterhalb der Lasteinleitung für verschiedene Lastbreiten bei konstanter Spannweite $L_{\mathrm{ET}} = 4{,}9$ m und Elementdicke $d = 140$ mm, links als absolute, rechts als relative Verformung.

Auflagerbreite reduziert, was jedoch zum Teil durch die Zunahme lokaler Randpressungen kompensiert wird. Die absoluten Eindrückungen (links) bei 60 mm und 200 mm sind in einer ähnlichen Größenordnung, was die vergleichsweise geringen Unterschiede in den Traglasten erklärt. Die Eindrückungen bei linierten Deckschichten sind aufgrund der höheren Maximallast bis zum Versagen tendenziell etwas größer. Eine Betrachtung der auf das jeweilige $F_{\max}$ bezogenen relativen Eindrückungen (rechts) zeigt etwas größere Unterschiede zwischen 60 und 200 mm. Wie jedoch bereits anhand Bild 4.23 erläutert, ist nicht unbedingt sichergestellt, dass die Verformungsmessung am Bauteilrand tatsächlich die maximale Eindrückung wiedergibt. Ein Vergleich mit den Eindrückungen an dicken Wandelementen gleicher Spannweite (Bild 4.26, links) ergibt, dass diese bei letzteren insgesamt größer sind, was auf die geringere Federsteifigkeit des Kerns in Dickenrichtung ($\sim 1/d_{\mathrm{C}}$, vgl. Kap. 6.2) zurückgeführt werden kann. Die Tatsache, dass die relativen Verformungen (rechts) beider Bauteildicken dennoch ähnlich groß sind, ist vermutlich auf den Einfluss der unterschiedlichen E-Moduln in z-Richtung sowie deren Verlauf über die Kerndicke zurückzuführen. Ferner ist erkennbar, dass die Randpressungen weniger ausgeprägt sind als bei dünnen Bauteilen. Dies erklärt den größeren Anstieg der Knitterspannung von $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm auf

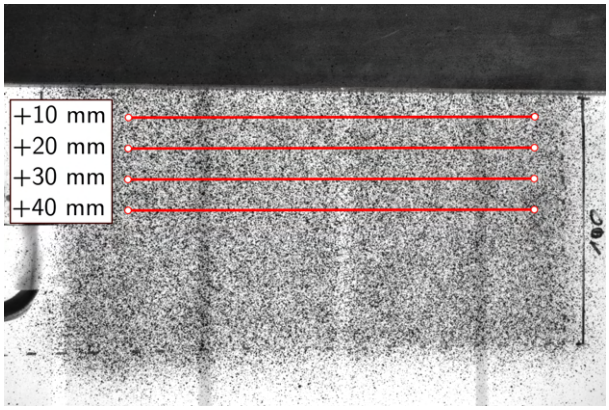
200 mm bei den dicken Bauteilen. Das Auftreten von Randpressungen sowie deren Ausprägung sind demnach maßgeblich von der Bauteildicke d bzw. vom Verhältnis zwischen Lastbreite und Bauteildicke L_S/d abhängig. Anhand der vorliegenden Ergebnisse bleiben diese für $L_S/d \leq 1$ klein.

4.5 Normalspannungen an leicht profilierten Deckschichten

Wie in Kap. 3.3 beschrieben, kann beim Knittern leicht profilierter Deckschichten eine Spannungsumlagerung hin zu den steifen Stegbereichen auftreten, welche durch das vorzeitige Ausbeulen der ebenen Plattenbereiche zwischen den Stegen ausgelöst wird. Die Umlagerung wurde bereits von Kurpiela (2013, Kap. 4.3.1.4) mit Hilfe mehrerer über die Deckschicht aufgeklebter DMS untersucht und bestätigt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden optische Dehnungsmessungen (DIC) über eine Fläche von ca. 100×200 mm vorgenommen, um einen detaillierteren Einblick in die Spannungsumlagerung zu erhalten. Die Messungen fanden an Ersatzträgern (Wandelemente mit $d = 60$ und 140 mm, $L_S = 60$ und 200 mm) unmittelbar neben der Lasteinleitung statt (siehe Bild 4.27). Da sich die Versuche ähnlich verhielten, wird die Auswertung im Folgenden auf ein dünnes Wandelement (AW1) mit einer Länge $L_{ET} = 2{,}9$ m und einer Lastbreite $L_S = 200$ mm beschränkt.



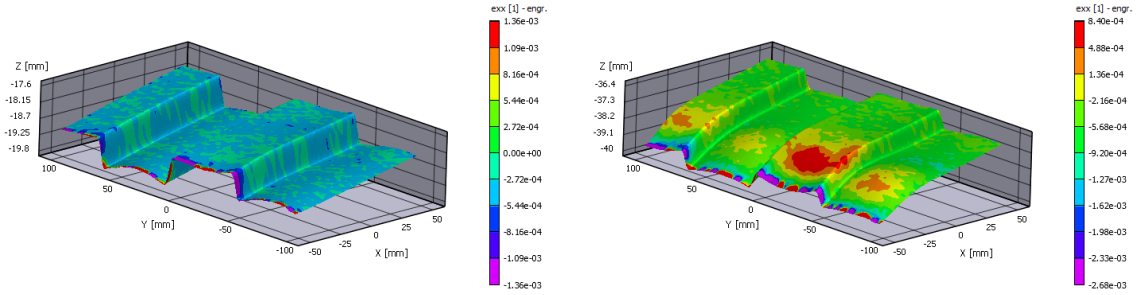
(a) Versuchsaufbau mit Kameramessung von oben



(b) Abstände der Auswertungspfade zur Lasteinleitung

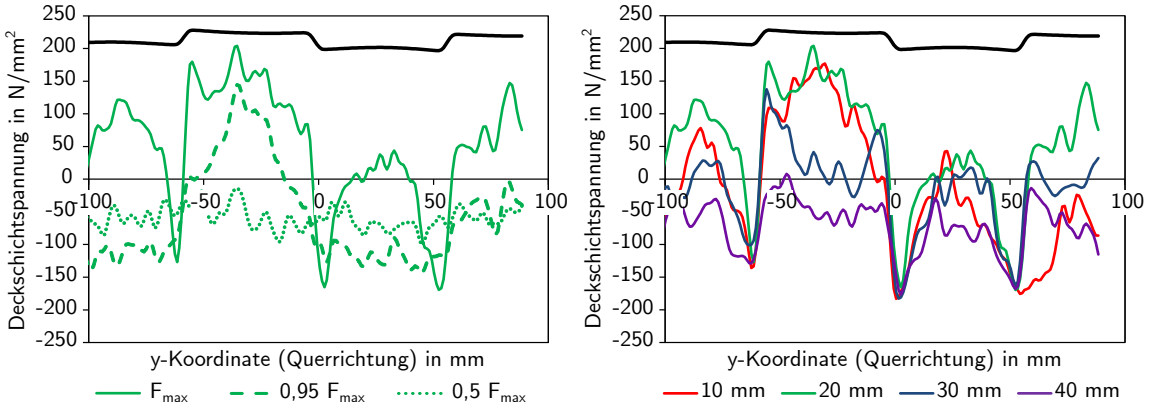
Bild 4.27: Optische Dehnungsmessung neben der Lasteinleitung in der gedrückten Deckschicht

Bild 4.28 stellt die Dehnungsverteilung in Längsrichtung an der Oberfläche der verformten Deckschicht für die Laststufen 50 % und 100 % F_{max} dar. Einerseits ist erkennbar, dass die Normalspannungen bei niedriger Laststufe, unter Berücksichtigung der vorhandenen Streuung der DIC bei sehr kleinen Dehnungen, recht gleichmäßig verteilt sind. Das Ausbeulen der ebenen Plattenbereiche und die damit einhergehende Umlagerung beginnt hier bei ca. 65 % F_{max}, was an den auftretenden Zugspannungen an der Deckschichtoberseite erkennbar ist (Bild 4.28b, rote Bereiche). Sie nehmen bis zum Versagen kontinuierlich zu. An den betrachteten Ersatzträgerversuchen trat die Umlagerung stets im Bereich der negativen Krümmung auf (Bild 4.28b), welche sich in einer Entfernung von ca. 10–30 mm aus der lokalen Eindrückung neben der Lasteinleitung in der Deckschicht einstellte. Das Ausbeulen wird vermutlich durch diese lokale Krümmung begünstigt.



(a) Dehnung bei $0,5\,F_{\max}$ (b) Dehnung bei $F_{\max}$

Bild 4.28: Dehnung ε_x an der Deckschichtoberfläche und 3-D-Darstellung der verformten Deckschicht. Der dünne Streifen im vorderen Bereich liegt unmittelbar am Lastrand.



(a) Verschiedene Laststufen, 20 mm Abstand zur Lasteinleitung (b) Verschiedene Abstände zur Lasteinleitung, Laststufe $F_{\max}$

Bild 4.29: Normalspannung σ_F an der Deckschichtoberfläche entlang von Pfaden in Elementquerrichtung. Zur Orientierung ist die gemessene Deckschichtgeometrie qualitativ in Schwarz dargestellt.

Die Auswertung der Spannungen entlang von Pfaden in Elementquerrichtung verdeutlicht den Prozess des Ausbeulens und die Lastumlagerung in die Stege. Bild 4.29a zeigt die Spannungen – da die Dehnungen unterhalb der Fließgrenze lagen, wurden sie mit dem E-Modul in Spannungen umgerechnet – entlang eines Pfades im Abstand von 20 mm zum Lastrand für verschiedene Laststufen. Bei 50 % $F_{\max}$ ist die Spannung gleichmäßig verteilt. Kurz vor dem Versagen (95 % $F_{\max}$) ist nur in einem der ebenen Plattenbereiche eine ausgeprägte Lastumlagerung erkennbar, während diese bei Erreichen von $F_{\max}$ auch in den übrigen Plattenbereiche auftritt. In den Stegbereichen liegen Druckspannungen vor während die ebenen Teilquerschnitte unter Zug stehen. Wird die Spannung entlang eines Pfades gemittelt, so entspricht sie nicht der mittleren Normalspannung aus der analytischen Berechnung nach Gl. (3.44) und (4.1). Dies ist nicht verwunderlich, da durch die optische Messung lediglich die Spannung an der Deckschicht-Oberseite abgebildet werden kann, welche neben den Normalspannungsanteilen aus der Sandwichtragwirkung mit zusätzlichen Anteilen aus der lokalen Deckschichtbiegung überlagert ist. Die Ergebnisse lassen daher keine Rückschlüsse über die tatsächlich vorhandene mittlere Spannung in der Deckschicht zu. Bild 4.29b zeigt

die Spannungen in unterschiedlicher Entfernung zum Lastrand. Die Spannungsspitzen an den Stegen sowie die Zugbereiche in den ebenen Querschnittsteilen sind bei ca. 20 mm maximal und nehmen mit größerem Abstand ab. Ab ca. 70 mm Entfernung vom Lastrand ist die Spannung nahezu konstant verteilt (nicht dargestellt). Ebenso stimmt dort die gemittelte Spannung aus der DIC sehr gut mit der rückgerechneten konstanten Normalspannung aus der Sandwichtragwirkung überein, was dafür spricht, dass nahezu keine Biegeanteile vorhanden sind.

4.6 Zusammenfassung

Folgende Erkenntnisse wurden in diesem Kapitel gewonnen:

- Der PU-Kern von Sandwichelementen zeigt eine ausgeprägte Orthotropie des Elastizitätsmoduls $E_{\mathrm{C,x}}$ in Längsrichtung. Dieser lag bei ca. 4–5 $E_{\mathrm{C,z}}$, was über dem in der Literatur vorgefundenen Wertebereich liegt und wahrscheinlich auf den verwendeten PIR-Schaum zurückzuführen ist.

- Der Kern zeigt ebenfalls eine ausgeprägte Inhomogenität hinsichtlich des E-Moduls und G-Moduls über die Bauteildicke. Gerade im Hinblick auf die Berechnung der Knitterspannung, welche maßgeblich von den Schaumeigenschaften in Deckschichtnähe beeinflusst wird, kann deren Berücksichtigung entscheidend sein. Eine pauschale, herstellerunabhängige Angabe der Inhomogenität scheint nicht zielführend, da sowohl hinsichtlich der Bauteildicke als auch hinsichtlich des jeweiligen Herstellers deutliche Unterschiede vorliegen können. Ebenso wenig kann aus den vorliegenden Daten auf eine Korrelation zwischen $E_{\mathrm{C,z}}$ und $G_{\mathrm{C,xz}}$ über die Kerndicke geschlossen werden. Die Berücksichtigung der Inhomogenität in analytischen Ansätzen ginge damit zwangsweise mit der vorherigen versuchstechnischen Bestimmung des Verlaufs einher. Dahingegen scheint eine herstellerunabhängige Aussage hinsichtlich der Orthotropie des Kernmaterials möglich.

- Aus den Messungen der geometrischen Imperfektionen in den Deckschichten ergab sich eine Abhängigkeit von der Elementdicke, jedoch nicht von der Deckschichtausführung. Die Größenordnung lag bei ca. e_0 = 0,03–0,05 mm bei Wellenlängen von ca. 150–200 mm bzw. Halbwellenlängen von ca. 75–100 mm (Bild 4.16).

- Die reduzierte Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ wird maßgeblich durch die Ersatzträgerlänge bzw. dem Verhältnis zwischen Stützmoment und Zwischenauflagerkraft M/R sowie der verwendeten Last- bzw. Auflagerbreite L_{S} beeinflusst. Bei großen M/R-Verhältnissen dominiert das Stabilitätsversagen der Deckschicht in Form von Knittern. Der Einfluss des Querdrucks ist untergeordnet. Bei kleinen M/R-Verhältnissen ist der Querdruck dominant. Das Versagen findet durch Plastizieren des Stahls auf Biegung und Druck und/oder des Kerns auf Druck statt.

- Das Vergrößern der Lastbreite L_{S} hat zunächst einen positiven Einfluss auf $\sigma_{\mathrm{w,red}}$, da der Querdruck und die lokalen Eindrückungen unter dem Auflager reduziert werden. Der positive Einfluss wird mit zunehmender Breite durch das Auftreten von Randpressungen an den Lasträndern begrenzt. Dieses hängt von der Bauteildicke d bzw. vom Verhältnis zwischen Lastbreite und Bauteildicke L_{S}/d ab.

- Beim Knittern leicht profilierter Deckschichten tritt ein vorzeitiges Ausbeulen der ebenen Plattenbereiche mitsamt der Lastumlagerung in die Stegbereiche prinzipiell auch bei Ersatzträgerversuchen auf und wird hierbei womöglich durch die aus der Lasteinleitung resultierenden, lokalen Krümmungen begünstigt. Ein Vergleich mit dem analytischen Ansatz von Baehre und Kech ist aufgrund der gemessenen Oberflächenspannung sowie der vorhandenen Imperfektionen in der Deckschicht nicht möglich, so dass deren Ansatz nicht anhand der Versuchsergebnisse verifiziert werden kann. Ein Vergleich kann möglicherweise mit Hilfe numerischer Modelle durchgeführt werden (siehe Kap. 5.2).

5 Untersuchungen zur ideellen Knitterspannung

Die ideelle Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ stellt eine theoretische Systemgröße hinsichtlich der lokalen Stabilität des Sandwichelements dar. Im Sinne der Entwicklung eines analytischen Berechnungsverfahrens für die reduzierte Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ ist sie jedoch ein wichtiger Hilfs- und Eingangswert zur Berechnung der lokalen Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung. Daher werden im Folgenden weiterführende Untersuchungen zur ideellen Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr}}$, im Speziellen mit inhomogenem Kern sowie mit leicht profilierter Deckschicht, durchgeführt und Näherungslösungen für die Handrechnung abgeleitet.

5.1 Inhomogenität über die Kerndicke

Mit Hilfe des allgemeinen analytischen Lösungsansatzes für Sandwichelemente mit inhomogenem Kern (Kap. 3.2.2) werden Untersuchungen zur Auswirkung der Inhomogenität auf die ideelle Knitterspannung durchgeführt. Auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse wird eine für die praktische Anwendung vereinfachte Näherungslösung entwickelt und anhand numerischer Eigenwertberechnungen sowie der analytischen Lösung verifiziert.

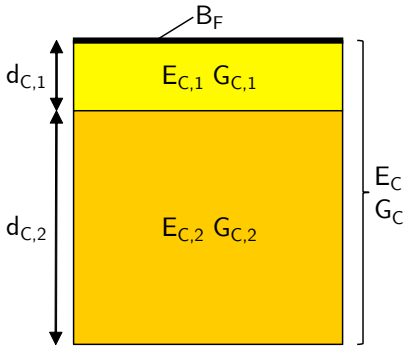


Bild 5.1: Parameter des Zweischichtmodells

5.1.1 Parameterstudien am Zweischichtmodell

Anhand eines Zweischichtmodells (Bild 5.1) wurde untersucht, wie sich die Änderung der Kerneigenschaften im Nahbereich der Deckschicht auf die ideelle Knitterspannung auswirkt. Der Elastizitäts- und Schubmodul der oberen Schicht wurden gleichermaßen vergrößert bzw. verringert, ebenso die Schichtdicke $d_{\mathrm{C,1}}$. Um die positiven Effekte dünner Kerne auszuschließen – wie in Kap. 3.1.1 erläutert, können diese ohnehin nur in bestimmten Fällen angesetzt werden – wurde die Dicke der unteren Schicht konstant zu $d_{\mathrm{C,2}} = 700$ mm festgelegt, sodass ein Halbraum simuliert wird. Die Querdehnzahl wurde in allen Fällen mit $\nu_{\mathrm{C}} = 0,2$ angesetzt. Die Inhomogenität wird als Faktor f_1 definiert, welcher sich auf die homogenisierten Kernwerte bezieht.

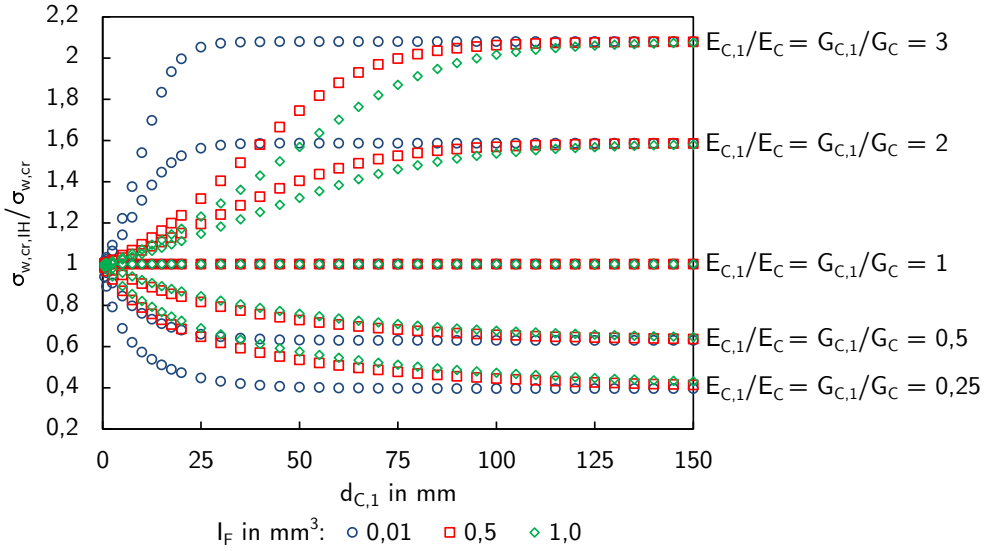


Bild 5.2: Verlauf von $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ für verschiedene Flächenträgheitsmomente der Deckschicht, $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = \text{konst.} = 4\ \mathrm{N/mm^2}$

$$f_1 = \frac{E_{\mathrm{C},1}}{E_{\mathrm{C}}} = \frac{G_{\mathrm{C},1}}{G_{\mathrm{C}}} \tag{5.1}$$

Damit E_{C} und G_{C} in jeder Parameterkombination konstant bleiben, wurden die Kennwerte der zweiten Schicht f_2 unter Ansatz einer Reihenschaltung zurückgerechnet.

$$E_{\mathrm{C}} = \frac{d_{\mathrm{C},1} + d_{\mathrm{C},2}}{\dfrac{d_{\mathrm{C},1}}{f_1\, E_{\mathrm{C}}} + \dfrac{d_{\mathrm{C},2}}{f_2\, E_{\mathrm{C}}}} = G_{\mathrm{C}} = \frac{d_{\mathrm{C},1} + d_{\mathrm{C},2}}{\dfrac{d_{\mathrm{C},1}}{f_1\, G_{\mathrm{C}}} + \dfrac{d_{\mathrm{C},2}}{f_2\, G_{\mathrm{C}}}} \tag{5.2}$$

$$f_2 = \frac{d_{\mathrm{C},2}}{d_{\mathrm{C},1} + d_{\mathrm{C},2} - \dfrac{d_{\mathrm{C},1}}{f_1}} \tag{5.3}$$

Die Dicke der Deckschicht betrug stets $t_{\mathrm{F}} = 0,5$ mm, deren Flächenträgheitsmoment I_{F} wurde so variiert, dass ebene Deckschichten sowie Linierungstiefen bis ca. $a_{\mathrm{v}} = 2{,}5$ mm abgebildet werden. Die Berechnung der Knitterspannung erfolgte durch Anwendung der Gleichungen (3.29)–(3.32) und anschließender numerischer Minimierung von Gl. (3.5). Die Orthotropie wurde näherungsweise durch Gl. (3.9) erfasst.

Bild 5.2 stellt die Ergebnisse der Knitterspannung mit inhomogenem Kern $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ in Abhängigkeit von der Schichtdicke $d_{\mathrm{C},1}$ für unterschiedliche Ausprägungen der Inhomogenität und verschiedene Deckschicht-Flächenträgheitsmomente dar. Die Ergebnisse sind auf die jeweilige Knitterspannung mit homogenisierten Kerneigenschaften $\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ bezogen. Eine Vergrößerung der Schichtdicke bewirkt zunächst einen starken Anstieg (bzw. Abfall) der Knitterspannung. Ab einer gewissen Dicke bleiben die Werte konstant. Die kritische Spannung wird hier ausschließlich von den Kerneigenschaften der oberen Schicht beeinflusst. Diese Grenzschichtdicke ist für eine vergrößerte oder verringerte Randsteifigkeit des Kerns ungefähr gleich groß, vergrößert sich jedoch mit zunehmender Biegesteifigkeit der Deckschicht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Halbwellenlänge a_{x} mit zunehmender Biegesteifigkeit ansteigt, wodurch eine größere Kerntiefe für das Knittern aktiviert wird (vgl. Bild 5.3).

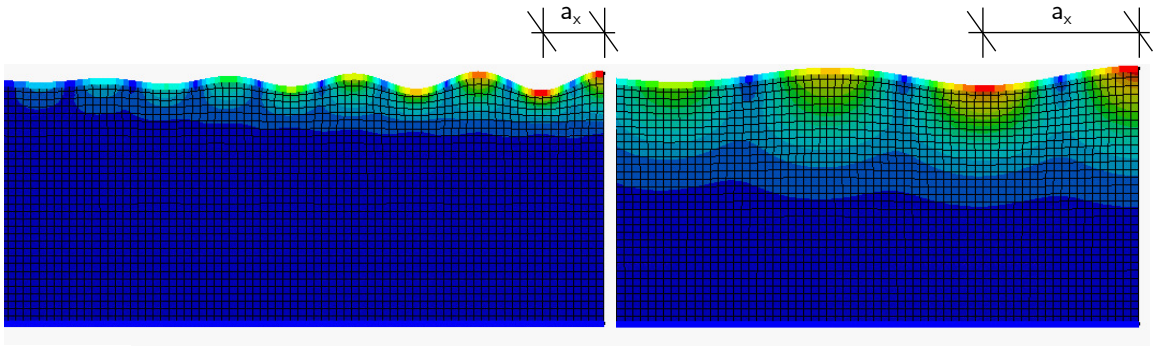


Bild 5.3: Für das Knittern aktivierte Kerntiefe bei unterschiedlichen Flächenträgheitsmomenten der Deckschicht (links klein, rechts groß). Die Darstellung ist einer FE-Eigenwertberechnung entnommen und stellt die jeweiligen Knittereigenformen dar.

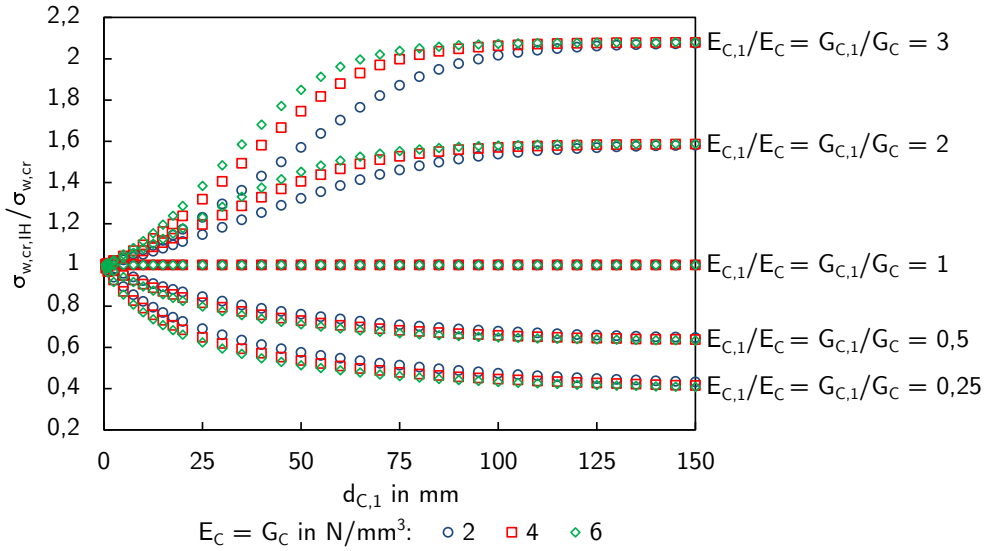


Bild 5.4: Verlauf von $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ für verschiedene homogenisierte Kernmoduln $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}}$, $I_{\mathrm{F}} = \text{konst.} = 0,5\ \mathrm{mm}^3$

Variiert man die homogenen Kerneigenschaften E_{C} und G_{C} bei konstantem Flächenträgheitsmoment I_{F}, ist ebenfalls eine Verschiebung in der Grenzschichtdicke erkennbar (Bild 5.4). Diese fällt deutlich kleiner aus als bei einer Veränderung von I_{F} und ist nur bei eher großen Steifigkeitsunterschieden zwischen den Schichten relevant.

Insgesamt fällt auf, dass die Extrema der Werte $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ nicht von den Parametern E_{C}, G_{C} und I_{F} abhängen, sondern lediglich vom Verhältnis nach Gl. (5.1).

5.1.2 Entwicklung einer Näherungslösung

Aus den Erkenntnissen der Parameterstudien am Zweischichtmodell soll eine Näherungslösung zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung mit inhomogenem Kern abgeleitet werden. Hierbei ist zu klären, welcher Bereich der Kerndicke überhaupt für das Knittern aktiviert werden kann und wie die inhomogenen Schaumkennwerte innerhalb dieses Bereichs berücksichtigt werden. Ersteres kann aus den zuvor durchgeführten Untersuchungen

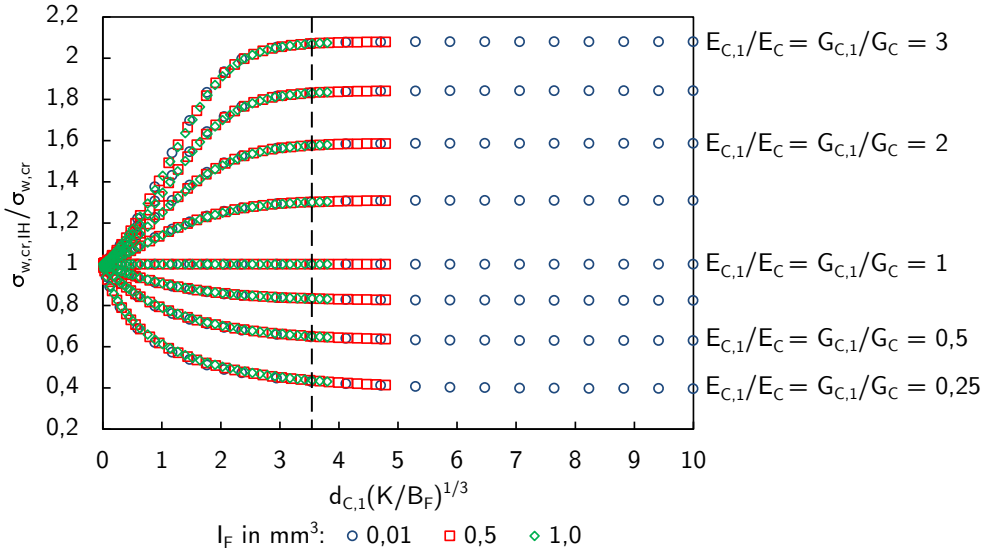


Bild 5.5: Normierter Verlauf von $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ für verschiedene Flächenträgheitsmomente der Deckschicht, mit $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = \text{konst.} = 4\ \mathrm{N/mm^2}$. Die gestrichelte vertikale Linie stellt einen Grenzwert für den konstanten Verlauf von $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ dar.

(Bild 5.2 bzw. 5.4) abgeleitet werden. Hierfür wird die obere Kernschicht $d_{\mathrm{C,1}}$ des Zweischichtmodells mit der Biegesteifigkeit der Deckschicht B_{F} nach Gl. (3.2) und dem Bettungswert K nach Gl. (3.10) normiert – alternativ kann auch der orthotrope Bettungswert K_{O} nach Gl. (3.26) verwendet werden. Der Bettungswert K wird mit den homogenisierten Materialkennwerten unter Verwendung des E-Moduls in z-Richtung sowie des Schubmoduls in xz-Richtung bestimmt.

Bild 5.5 stellt exemplarisch die Normierung der Ergebnisse aus Bild 5.2 dar. Es ist ersichtlich, dass sich die Verläufe mit unterschiedlichen Biegesteifigkeiten ineinander überführen lassen. Gleiches gilt für die Verläufe mit unterschiedlichen homogenen Kerneigenschaften nach Bild 5.4 (nicht separat dargestellt). Nun lässt sich ein Grenzwert für die obere Kernschicht angeben, ab dem sich $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}/\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ nur noch unwesentlich verändert. Dieser wurde auf den Wert 3,5 festgelegt. Der Unterschied zum konstanten Bereich beträgt ab hier im ungünstigsten Fall ($E_{\mathrm{C,1}}/E_{\mathrm{C}} = 0,25$) ca. 9 %, für die anderen Inhomogenitäten ist er deutlich kleiner. Der Wert von 3,5 kann als bezogene Grenzdicke interpretiert werden, innerhalb derer der Kern für das Knittern aktiviert werden kann und die vorhanden Kerneigenschaften eine Auswirkung auf die Knitterspannung haben. Durch Gleichsetzen mit der verwendeten Normierung lässt sich die Formel für beliebige Biegesteifigkeiten und homogene Kernsteifigkeiten – im Rahmen der üblichen Wertebereiche für Sandwichelemente – nach einer diskreten Grenzdicke d_{grenz} umformen.

$$d_{\mathrm{grenz}} = 3,5 \left(\frac{K}{B_{\mathrm{F}}} \right)^{-\frac{1}{3}} \tag{5.4}$$

Es ist bekannt, dass die durch das Knittern verursachten Deformationen im Schaum mit zunehmender Entfernung von der gedrückten Deckschicht abklingen (vgl. Stamm und Witte, Gl. 8.15). Ebenso klingt der Einfluss der Schaumkennwerte auf die Knitterspannung mit zunehmender Entfernung ab. Um dies zu berücksichtigen, wird ein Wichtungsfaktor α definiert, welcher unmittelbar an der Deckschicht zu $\alpha = 1$ (volle Wirksamkeit des Kerns)

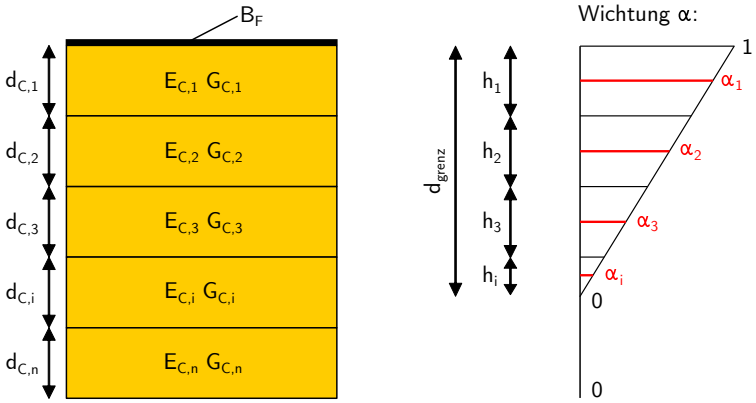


Bild 5.6: Lineare Gewichtung der Werkstoffkennwerte des Kerns mit Hilfe der Grenzdicke d_{grenz} und des Wichtungsfaktors α

und am Ende der Grenzdicke zu $\alpha = 0$ (keine Wirksamkeit) gesetzt wird. Der eigentlich exponentiell abklingende Verlauf dazwischen wird vereinfacht linearisiert (Bild 5.6). Der Wichtungsfaktor α in den Einzelschichten wird stets im Bezug auf die Grenzdicke bestimmt, auch wenn diese die tatsächliche Kerndicke überschreitet. Setzte man in diesen Fällen d_{grenz} mit d_{C} gleich, würde der Einfluss der unteren Schichten bei dünnen Kernen unterschätzt werden. Unter Berücksichtigung des Wichtungsfaktors, der Grenzdicke und der jeweiligen Schichtdicke – der kontinuierliche Verlauf der Werkstoffkennwerte wird in abschnittsweise konstante Schichten unterteilt – können inhomogene Ersatzmoduln $E_{\text{C,IH}}$ und $G_{\text{C,IH}}$ in Form eines gewichteten Mittels definiert werden zu:

$$E_{\text{C,IH}} = \frac{\sum \alpha_i \, h_i \, E_{\text{C},i}}{\sum \alpha_i \, h_i} \tag{5.5}$$

$$G_{\text{C,IH}} = \frac{\sum \alpha_i \, h_i \, G_{\text{C},i}}{\sum \alpha_i \, h_i} \tag{5.6}$$

Mit Hilfe dieser fiktiven Werkstoffkennwerte kann die ideelle Knitterspannung analog zu jener mit homogenem Kernwerkstoff nach Gl. (3.11) bestimmt werden. Zur Validierung des Ansatzes werden die analytisch bestimmten Knitterspannungen am Zweischichtmodell mit denen der Näherung verglichen (Bild 5.7). Es wurden Kernmoduln von $E_{\text{C}} = G_{\text{C}} = 2$–$6$ N/mm^2 sowie Trägheitsmomente von $I_{\text{F}} = 0{,}01$–1 mm^3 verwendet. Aufgrund der bezogenen Darstellung werden diese nicht separat aufgeführt. Man erkennt, dass die Abweichungen zur analytischen Lösung maximal ca. 9 % betragen, sofern die Ausprägung der Inhomogenität nach Gl. (5.1) auf Werte zwischen 0,5 und 2,5 begrenzt wird. Die größten Abweichungen treten bei bezogenen Kerndicken von ca. 1,0 auf, da die in Bild 5.6 getroffenen Annahmen bei großer Inhomogenität und recht geringen Schichtdicken vermutlich weniger gut zutreffen.

Da der tatsächliche inhomogene Kern eines Sandwichelements nur bedingt durch ein Zweischichtmodell abgebildet werden kann, werden weitere Vergleiche mit Mehrschichtmodellen (9 Schichten) unter Ansatz realistischer Steifigkeitsverteilungen vorgenommen. Die Verteilung IH+ in Bild 5.8 orientiert sich an den Ergebnissen der Schubversuche (Bild 4.13), die Verteilung IH– stellt ungefähr den Kehrwert dazu dar. Beide Verläufe wurden so festgelegt, dass sie in Reihe geschaltet wieder den Wert 1,0 ergeben. Ferner werden die ideellen Knitterspannungen der getesteten Versuchsreihen nach Kap. 4 unter Ansatz der vorhandenen Materialkennwerte bestimmt und verglichen. Bei linierten Deckschichten wurde vereinfacht

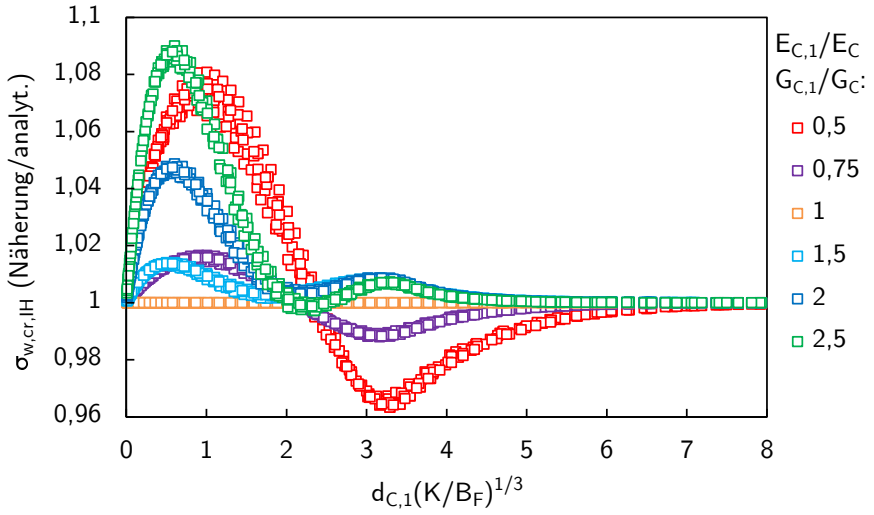


Bild 5.7: Vergleich der Knitterspannungen aus der analytischen Lösung und der Näherungslösung am Zweischichtmodell

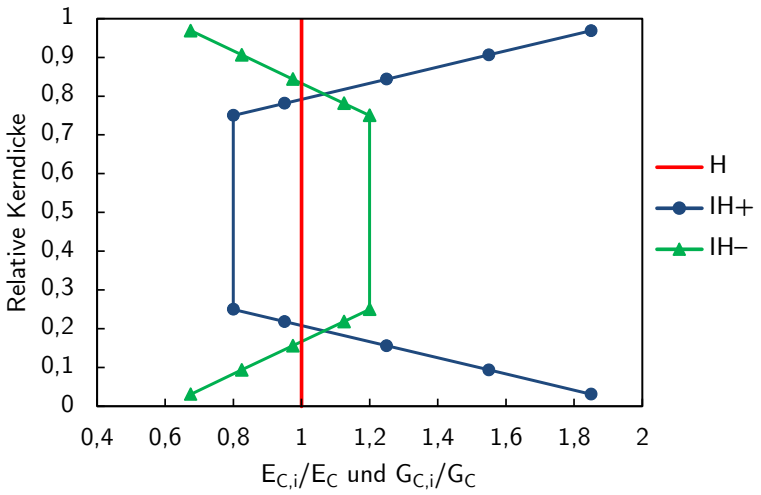


Bild 5.8: Angesetzte Verläufe der Inhomogenität über die Kerndicke

von einer vollen Wirksamkeit des Querschnitts ausgegangen. Tabelle 5.1 stellt die Ergebnisse des Vergleichs dar. In den Fällen mit ebenen Deckschichten wurde die Knitterspannung zusätzlich per Eigenwertberechnung am FE-Modell bestimmt. Für dessen Modellierung sei vorab auf Kap. 6.1 bzw. 6.3 verwiesen. Der E-Modul in Längsrichtung wurde über alle Schichten konstant zu $E_{\mathrm{C,x}} = 3\,E_{\mathrm{C}}$ gesetzt. Die Näherung stimmt zum Großteil sehr gut mit den analytischen und numerischen Ergebnissen überein, bei großen Kerndicken tendenziell etwas besser als bei geringen. Der Vergleich mit der analytischen Lösung ergibt einen Mittelwert von 1,01 und eine Standardabweichung von 7 % des Mittelwerts. Bei der numerischen Lösung beträgt der Mittelwert 1,02 und die Standardabweichung 5 %, jedoch bei einer kleineren Stichprobengröße. Somit stellt die entwickelte Näherungslösung eine akzeptable und in der Anwendung deutlich einfachere Alternative zu den übrigen Verfahren dar.

Tabelle 5.1: Vergleich der ideellen Knitterspannungen $\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ zwischen Näherungslösung (N), analytischer (AL) und numerischer Lösung (FEM). Bei linierten Deckschichten (a_{v} nach Bild 3.4) wird ein voll wirksamer Querschnitt unterstellt.

d_{C} mm	t_{F} mm	E_{C}, G_{C} N/mm^2	IH	a_{v} mm	$\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ N/mm^2			a_{v} mm	$\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ N/mm^2	
					N	**N/AL**	**N/FEM**		N	**N/AL**
40	0,5	4	+	0	134,5	**0,92**	**0,98**	1,5	395,9	**1,05**
40	0,5	4	–	0	124,3	**1,09**	**1,12**	1,5	383,8	**1,01**
100	0,5	4	+	0	161,1	**0,95**	**0,98**	1,5	397,3	**0,93**
100	0,5	4	–	0	109,3	**1,05**	**1,09**	1,5	383,0	**1,08**
140	0,5	4	+	0	170,2	**0,97**	**1,00**	1,5	419,1	**0,91**
140	0,5	4	–	0	103,6	**1,02**	**1,06**	1,5	371,7	**1,09**
240	0,5	4	+	0	179,3	**0,99**	**1,02**	1,5	466,9	**0,93**
240	0,5	4	–	0	97,6	**1,00**	**1,03**	1,5	345,1	**1,07**

d_{C} mm	t_{F} mm	a_{v} mm	IH	E_{C}, G_{C} N/mm^2	$\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ N/mm^2		E_{C}, G_{C} N/mm^2	$\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ N/mm^2	
					N	**N/AL**		N	**N/AL**
40	0,5	1,5	+	2	249,4	**1,06**	6	518,7	**1,05**
40	0,5	1,5	–	2	241,8	**1,00**	6	502,9	**1,02**
140	0,5	1,5	+	2	253,5	**0,92**	6	563,6	**0,91**
140	0,5	1,5	–	2	239,7	**1,09**	6	479,3	**1,09**

Versuchsreihe	d_{C} mm	t_{F} mm	a_{v} mm	Druckseite	$\sigma_{\mathrm{w,cr,IH}}$ N/mm^2		
					N	**N/AL**	**N/FEM**
AW1	60	0,47	1,0	PO	319,1	**0,94**	–
AW2	60	0,47	0	PO	135,2	**0,98**	**0,94**
	60	0,47	0	PU	121,6	**1,19**	**0,99**
AW3	140	0,47	1,2	PO	334,6	**0,98**	–
AW4	140	0,47	0	PO	120,6	**1,00**	**1,04**
BW1	140	0,49	1,5	PO	376,5	**0,99**	–

5.2 Ideelle Knitterspannung leicht profilierter Deckschichten

Die Versuchsergebnisse aus Kap. 4.5 zeigen, dass beim Knittern leicht profilierter Deckschichten eine Umlagerung der Normalspannungen aus den ebenen Plattenbereichen in die Stege stattfindet. Das in Kap. 3.3 vorgestellte Verfahren von Baehre und Kech zeigt eine Möglichkeit zur Berücksichtigung dieses Effekts bezüglich der ideellen Knitterspannung auf. Im Rahmen dieses Kapitels wird der Ansatz von Baehre und Kech mit Parameterstudien an numerischen Modellen verglichen und überprüft. Aus den Ergebnissen wird eine Näherungslösung für die relevantesten Anwendungsfälle abgeleitet und zuletzt für inhomogenes Kernmaterial erweitert. Hierbei werden ausschließlich linierte Querschnitte betrachtet.

FE-Modell Das numerische Modell wird als dreidimensionaler Halbraum abgebildet, welcher an der Unterseite vollflächig horizontal verschieblich gelagert ist (Bild 5.9). Der Kern besteht aus Volumenelementen, die Deckschicht aus Schalenelementen. Das Modell ist in Querrichtung beidseitig, in Längsrichtung einseitig, mit Symmetriebedingungen versehen, um die Modellgröße und Rechenzeit zu verringern. Der Querschnitt der Deckschicht bildet stets zwei halbe Obergurte und einen vollständigen Untergurt ab. Die Belastung erfolgt durch eine Linienlast n_F auf die Deckschicht, welche zur Verhinderung einer Krüppel-Eigenform ca. 100 mm vom Modellrand entfernt aufgebracht wird. Folgende Kennwerte und Annahmen liegen zugrunde:

- Linierte Deckschicht gem. Bild 3.4: Blechdicke $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm, Stegbreite $b_\mathrm{s} = 3,5$ mm, Teilfeldbreite $b_{\mathrm{p},1} = b_{\mathrm{p},2} = b_\mathrm{p}$ (sofern nicht anders angegeben)
- Kern: homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C}$ in allen Richtungen, $\nu_\mathrm{C} = \text{konst.} = 0,2$
- Ideal-elastisches Werkstoffverhalten für Deckschicht und Kern
- Berechnung nach Theorie III. Ordnung
- Ansatz einer kleinen Vorverformung des Systems (affin zur ersten Eigenform) von $e_0 =$ ca. 0,005–0,01 mm.

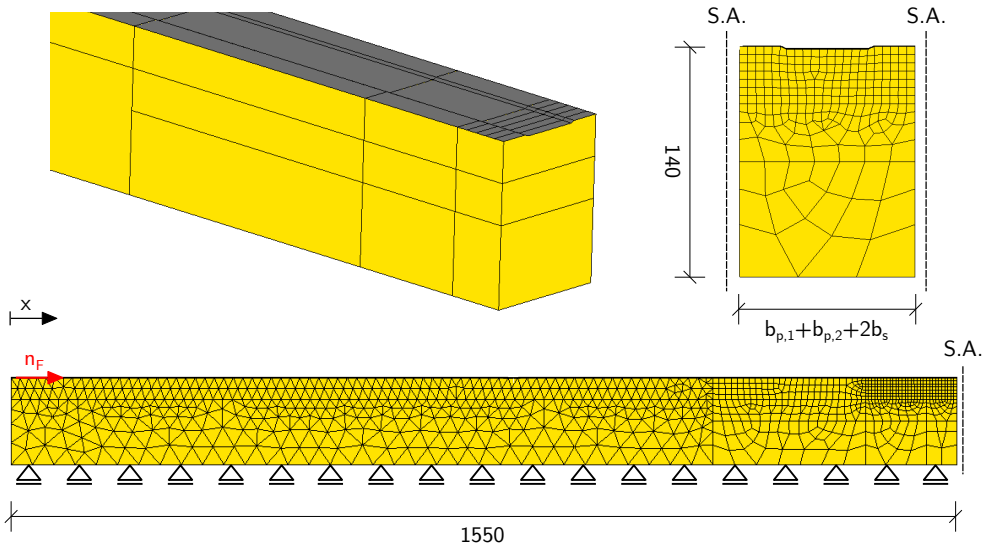


Bild 5.9: Numerisches Halbraum-Modell zur Bestimmung der Knitterspannung unter Ausnutzung der Symmetrie in Längs- und Querrichtung

Um eine Lastumlagerung in die Stegbereiche zu ermöglichen, werden die Berechnungen geometrisch nichtlinear (Theorie III. Ordnung) durchgeführt. Physikalische Nichtlinearitäten (z. B. Fließen der Deckschicht) werden deaktiviert, da nicht die Traglast ermittelt werden soll, sondern eine ideelle Systemgröße. Diese effektive ideelle Knitterspannung ist durch Erreichen der Verzweigungslast im Stegbereich und dem damit einhergehenden Systemversagen gekennzeichnet. Der Mechanismus der Umlagerung ist in Bild 5.10 dargestellt. Die ideelle Knitterspannung wird anschließend aus der maximalen Normalkraft und der vorhandenen Gesamtfläche $A_{\mathrm{F,voll}}$ bestimmt (vgl. Bild 3.4):

$$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}} = \frac{\max N_\mathrm{F}}{A_{\mathrm{F,voll}}} = \frac{\max N_\mathrm{F}}{(b_{\mathrm{p},1} + b_{\mathrm{p},2} + 2\,l_\mathrm{s})\,t_\mathrm{F}} \tag{5.7}$$

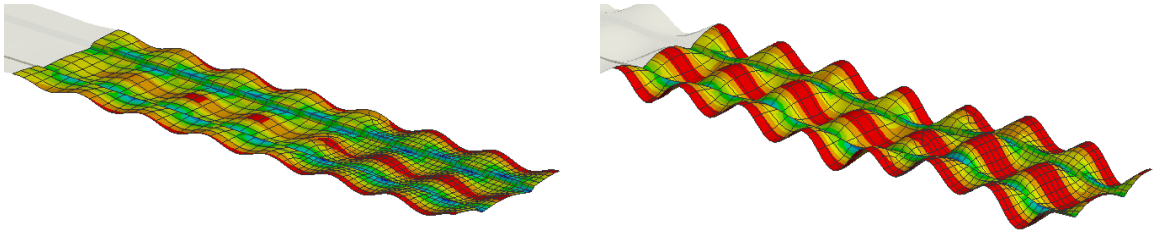


Bild 5.10: Beulen der ebenen Plattenbereiche und Lastumlagerung in die Stege (links), Knittern der Stegbereiche bei größerer Halbwellenlänge a_x (rechts)

5.2.1 Parameterstudie zur ideellen Knitterspannung

Folgende Parameter wurden betrachtet:

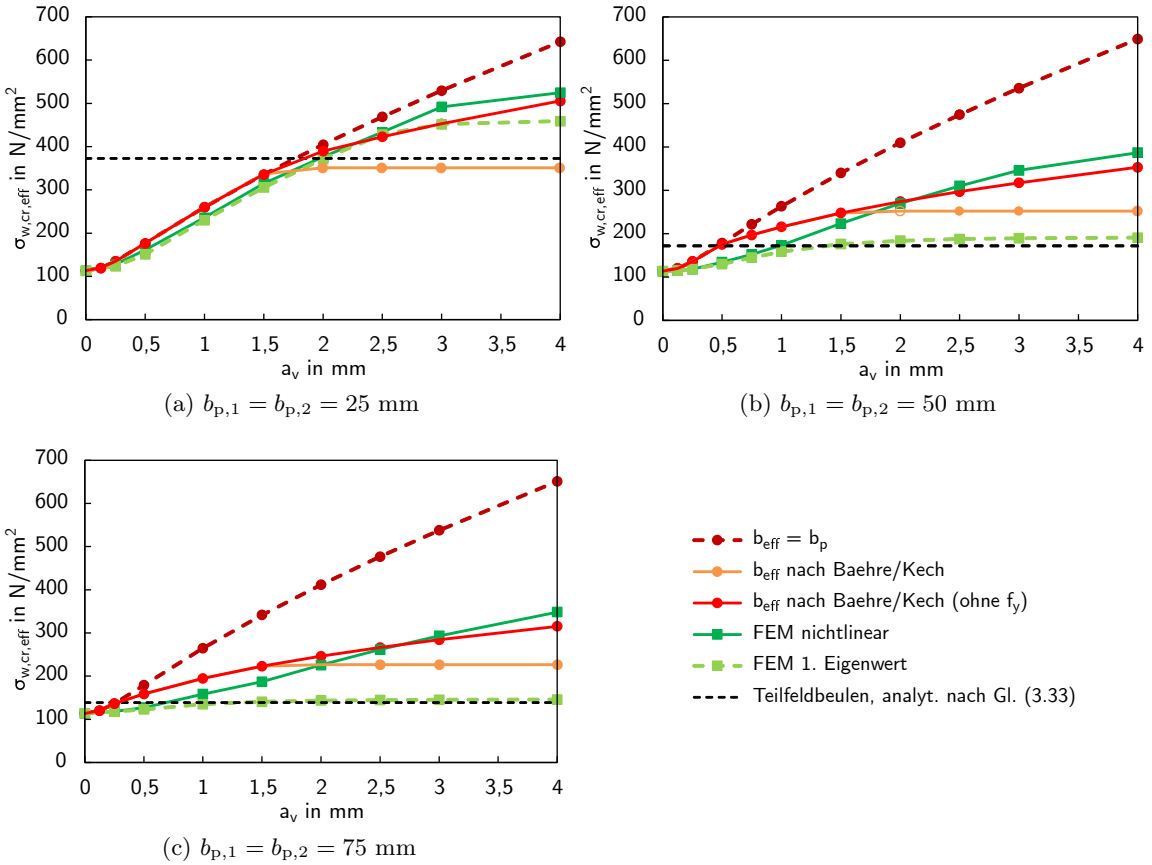
- Kern: $E_C = G_C = 2, 4, 6$ N/mm^2
- Linierung, Breite: $b_{p,1} = b_{p,2} = b_p = 25, 35, 50, 75$ mm
- Linierung, Tiefe: $a_v = 0$–2,5 mm (in einigen Fällen bis 4 mm)

Die analytischen Berechnungen erfolgten unter Ansatz der Gleichungen aus Kap. 3.3, wobei die Ergebnisse – analog zum Vorgehen im numerischen Modell – zusätzlich auch ohne die Begrenzung auf die Fließspannung f_y aus Gl. (3.36) ermittelt wurden. Des Weiteren wurde vereinfacht $A_{F,eff} = t_F$ gesetzt. Da der Kern im FE-Modell mit gleichen Eigenschaften in jeder Elementrichtung angesetzt wurde, wird in der analytischen Berechnung für den Bettungswert K der orthotrope Wert K_O nach Gl. (3.26) verwendet. Unter Ansatz identischer Materialwerte je Richtung und $\nu_C = 0,2$ vereinfacht sich dieser zu:

$$K_O = 0,98 \frac{\sqrt{1 + 1,44 \dfrac{G_C}{E_C}}}{0,96 + 0,864 \dfrac{G_C}{E_C}} \sqrt{E_C\, G_C} \tag{5.8}$$

Bild 5.11 stellt exemplarisch die Ergebnisse der Untersuchungen für drei Teilfeldbreiten unter Ansatz eines konstanten E- und Schubmoduls von 4 N/mm^2 dar. Betrachtet man z. B. die Ergebnisse für $b_p = 50$ mm (Teilbild b), so erkennt man, dass sich sowohl in der numerischen als auch der analytischen Berechnung deutlich kleinere Knitterspannungen als bei Ansatz eines voll wirksamen Querschnitts ergeben. Der Vergleich zwischen dem Ansatz von Baehre und Kech und der nichtlinearen FE-Berechnung ergibt Unterschiede im Bereich gebräuchlicher Linierungstiefen (bis ca. 1,5 mm) von bis zu 30 %. Das analytische Modell überschätzt hier die Stegsteifigkeit – die Stege werden für die Ermittlung des effektiven Querschnitts als starre Linienlager angesetzt. Dies trifft, wie man anhand des Verlaufs des ersten Knittereigenwerts (FEM) sehen kann, bei geringen Linierungstiefen nicht zu. Die Stege verformen sich aufgrund deren Nachgiebigkeit beim Beulen der ebenen Plattenbereiche. Erst bei größerem a_v bleiben die Werte aus der Eigenwertberechnung konstant und stimmen gut mit der analytischen Knitterspannung des ebenen Teilfelds nach Gl. (3.33) überein, sodass eine starre seitliche Lagerung unterstellt werden kann.

Der numerische Ansatz (FEM nichtlinear) folgt zunächst dem Verlauf des ersten Knittereigenwerts und überschreitet diesen, sobald genügend Stegsteifigkeit vorhanden ist, um eine Lastumlagerung zu ermöglichen. Die Werte pendeln sich etwas oberhalb derer des analytischen Ansatzes ohne Begrenzung auf f_y ein. Berücksichtigt man die Begrenzung auf



(a) $b_{\mathrm{p},1} = b_{\mathrm{p},2} = 25$ mm

(b) $b_{\mathrm{p},1} = b_{\mathrm{p},2} = 50$ mm

(c) $b_{\mathrm{p},1} = b_{\mathrm{p},2} = 75$ mm

Bild 5.11: Vergleich der effektiven ideellen Knitterspannungen $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ für verschiedene Teilfeldbreiten b_{p}, mit $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = 4$ N/mm^2

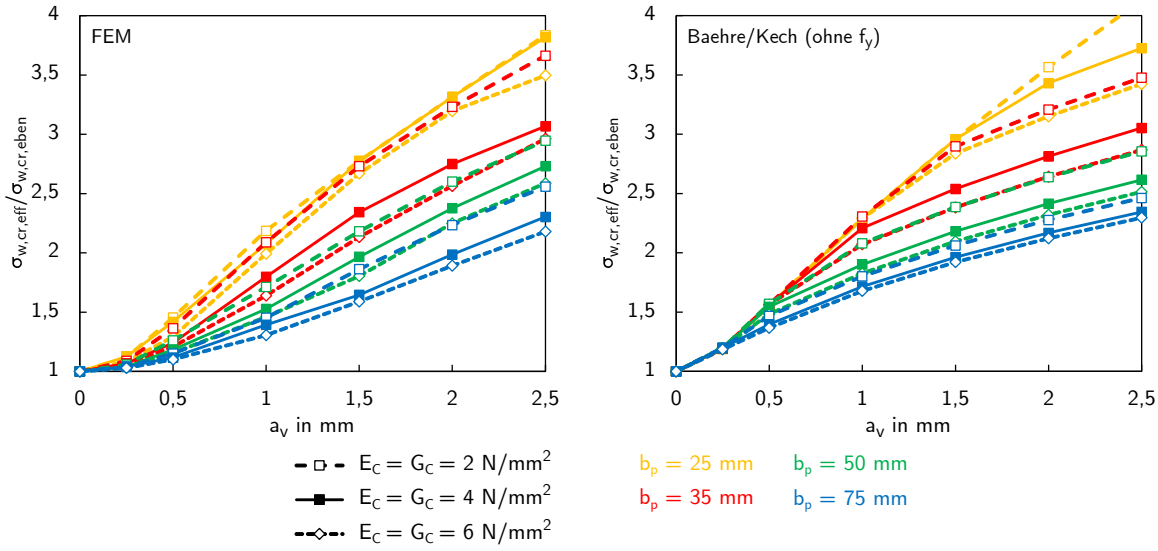


Bild 5.12: Bezogene effektive Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}/\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$ aus dem numerischen Modell und dem analytischen Ansatz nach Baehre/Kech ohne Begrenzung auf f_{y}

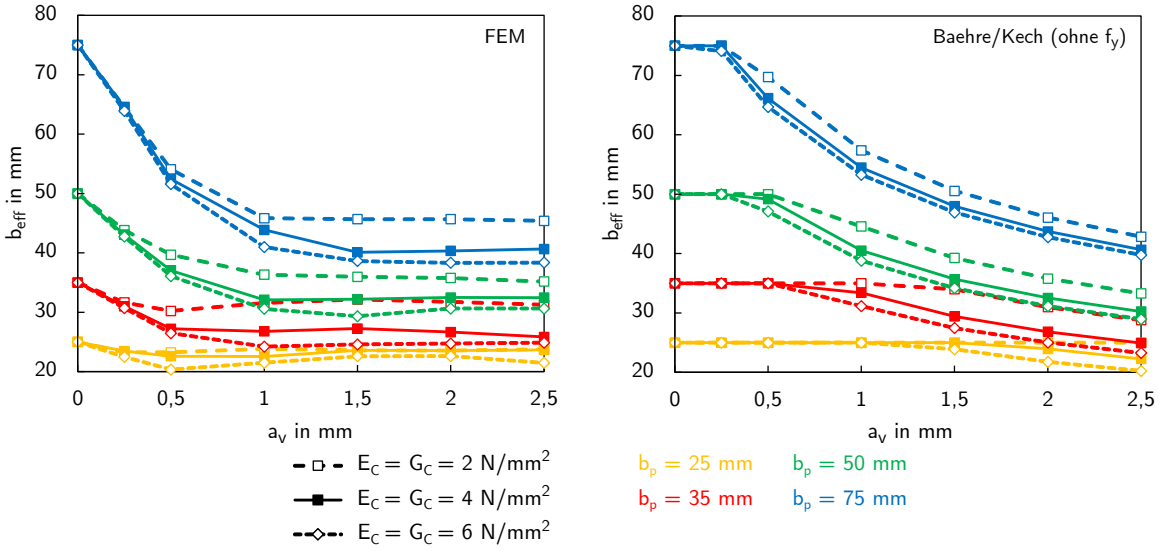


Bild 5.13: Wirksame Breite b_{eff} aus dem numerischen Modell und dem analytischen Ansatz nach Baehre/Kech ohne Begrenzung auf f_y

f_y nach Gl. (3.36), bleibt die effektive Knitterspannung ab einer gewissen Linierungstiefe trotz Steifigkeitszunahme der Stege konstant. Dies scheint für einen Wert, der überwiegend von der Biegesteifigkeit der Deckschicht abhängt, unrealistisch und wird in Frage gestellt[1]. Bei geringen Plattenbreiten (Bild 5.11a) bleibt der Querschnitt nahezu voll wirksam. Eine Umlagerung tritt dort erst bei großen Linierungstiefen auf.

Bild 5.12 stellt die Ergebnisse der gesamten Parameterstudie dar, bezogen auf die jeweilige Knitterspannung mit ebener Deckschicht (siehe auch Anhang B.1). Im analytischen und numerischen Modell vergrößert sich die Knitterspannung mit abnehmender Teilfeldbreite. Die Ergebnisse unterscheiden sich außerdem hinsichtlich der angesetzten Kerneigenschaften. In der relativen Darstellung $\sigma_{\text{w,cr,eff}}/\sigma_{\text{w,cr,eben}}$ lagen die Ergebnisse mit geringen Kernmoduln (2 N/mm^2) oberhalb derer mit großen Kernmoduln (6 N/mm^2), was darauf schließen lässt, dass bei größeren Kernmoduln eine ausgeprägtere Lastumlagerung stattfindet bzw. die effektive Breite stärker abnimmt. Dennoch sind die Absolutwerte $\sigma_{\text{w,cr,eff}}$ bei $E_{\text{C}} = G_{\text{C}} = 6$ N/mm^2 insgesamt größer als bei 2 N/mm^2. Die geringen Unterschiede in den Verläufen mit $b_{\text{p}} = 25$ mm sind dadurch zu erklären, dass hier entweder direkt ein Knittern des Gesamtquerschnitts eintrat oder der erste Eigenwert sehr dicht an der Knitterspannung der Stegbereiche lag. In beiden Fällen traten daher keine oder nur geringe Umlagerungen auf, sodass der Querschnitt näherungsweise als voll wirksam angesehen werden kann.

Bild 5.13 stellt die zugehörigen wirksamen Breiten b_{eff} dar. Sie spiegeln die bereits aus Bild 5.12 gewonnenen Erkenntnisse wieder. Größere Kernmoduln ergeben eine etwas kleinere wirksame Breite als kleine Kernmoduln. Breite Platten erfahren die größte Abminderung gegenüber der ursprünglichen Plattenbreite. Bei $b_{\text{p}} = 25$ mm verändert sich die wirksame Breite kaum. Die Unterschiede zwischen numerischem und analytischem Modell sind deutlicher als bei der Knitterspannung. Im analytischen Modell bleibt die Breite zunächst konstant und verringert sich dann nichtlinear. Im numerischen Modell verringert sich die wirksame Breite von Beginn an schneller. Sie geht jedoch, im Unterschied zum analytischen Modell, bereits ab einer vergleichsweise geringen Linierungstiefe in einen nahezu konstanten Bereich über. Die Bestimmung von b_{eff} im numerischen Modell erfolgte iterativ durch

[1] In den numerischen Untersuchungen wurde daher auf die Begrenzung verzichtet.

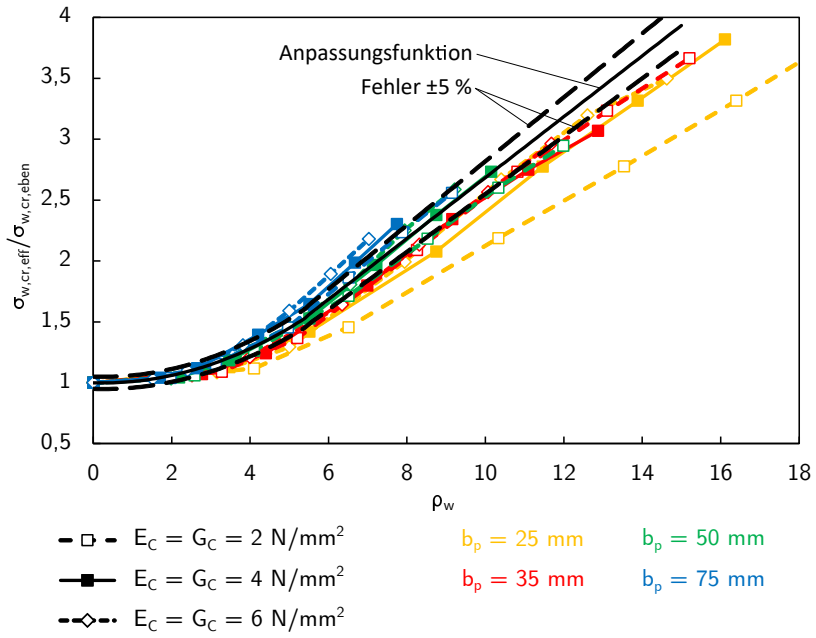


Bild 5.14: Bezogene effektive Knitterspannung aufgetragen über dem empirisch ermittelten Parameter ρ_w. Die Anpassungsfunktion und 5 %-Fehlerbalken sind in Schwarz dargestellt.

Gleichsetzen der numerischen Knitterspannung mit Gl. (3.40) und anschließender Variierung der wirksamen Breite in den Termen $A_\mathrm{F,eff}$, $b_\mathrm{eff,ges}$ und $B_\mathrm{F,eff}$ (Gl. (3.37)–(3.41)) bis eine Übereinstimmung der Knitterspannungen vorlag. Eine direkte Umformung von Gl. (5.9) nach b_eff war nicht möglich.

$$\sigma_\mathrm{w,cr,eff,FEM} \overset{!}{=} \sigma_\mathrm{w,cr,eff} = \frac{1,5}{A_\mathrm{F,eff}} \sqrt[3]{2\,K^2\,B_\mathrm{F,eff}}\,\frac{b_\mathrm{eff,ges}}{b_\mathrm{ges}} \tag{5.9}$$

5.2.2 Entwicklung einer Näherungslösung für linierte Deckschichten

Da der analytische Ansatz von Baehre und Kech Defizite im Bereich üblicher Linierungstiefen zeigt, wird im Folgenden eine Näherung entwickelt, welche die Ergebnisse der nichtlinearen numerischen Berechnung an linierten Deckschichten abbildet.

Identische Teilfeldbreiten Die Berechnungen aus Bild 5.12 (links) werden zunächst über einen empirisch ermittelten Parameter (Einheiten: N und mm)

$$\rho_\mathrm{w} = 100\left(\frac{a_\mathrm{v}}{b_\mathrm{p}}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{K_1}{K}\right)^{0,24} \qquad \text{mit } K_1 = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{5.10}$$

aufgetragen. Die ideelle effektive Knitterspannung lässt sich nun in guter Näherung durch eine Anpassungsfunktion nach Gl. (5.11) abbilden (siehe Bild 5.14).

$$\frac{\sigma_\mathrm{w,cr,eff}}{\sigma_\mathrm{w,cr,eben}} = \begin{cases} 0,02\,\rho_\mathrm{w}^2 - 0,01\,\rho_\mathrm{w} + 1 & \text{bei } \rho_\mathrm{w} < 5,5 \\ 0,25\,\rho_\mathrm{w} + 0,185 & \text{bei } \rho_\mathrm{w} \geq 5,5 \end{cases} \tag{5.11}$$

Die angegebene Beziehung ist für **linierte** Querschnitte mit identischen Plattenbreiten $b_\mathrm{p} = 35$–75 mm, für E_C und G_C des Kerns zwischen 2–6 N/mm² sowie für Linierungstiefen $a_\mathrm{v} \leq 2,5$ mm gültig. Der maximale Fehler der Näherung beträgt in den angegebenen Grenzen ca. 11 %, häufig ist er ≤ 5 %. Der Mittelwert der Abweichung (Näherung/FEM) beträgt 1,02, die Standardabweichung 5 %. Die Anwendbarkeit für gesickte Bleche wurde nicht explizit überprüft. Zwar ist der Querschnittsaufbau aus ebenem Plattenbereich und steifem Stegbereich nahezu identisch zu einer klassischen Linierung, jedoch ist die Eigenbiegesteifigkeit aufgrund der fehlenden Steineranteile der ebenen Plattenbereiche deutlich geringer, wodurch die Knitterspannung bei Anwendung der Näherung überschätzt würde.

Die Näherung basiert darauf, dass der durch die Umlagerung auftretende Versatz zwischen den Verläufen unterschiedlicher Eingangsparameter (Bilder 5.12 und 5.13, links) herausgerechnet wird. Dies setzt jedoch voraus, dass auch tatsächlich eine Umlagerung stattfindet. Bei $b_\mathrm{p} = 25$ mm sind die bezogenen Verläufe der Knitterspannung nahezu identisch und $b_\mathrm{eff} \approx b_\mathrm{p}$. Daher ist die Näherung hierfür nicht anwendbar, sodass die minimale Linierungsbreite auf 35 mm begrenzt werden musste.

In allen Berechnungen, auf deren Basis die Näherung abgeleitet wurde, betrug die Blechdicke $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm. Von linierten, voll wirksamen Querschnitten ist bekannt und einfach nachvollziehbar (siehe. Gl. (3.11)), dass die Vergrößerung der Blechdicke eine Reduktion der ideellen Knitterspannung zur Folge hat. Bei ebenen Deckschichten verschwindet der Einfluss der Blechdicke hingegen vollständig. Beide Varianten stellen folglich einen Grenzfall für den tatsächlichen Blechdickeneinfluss auf die effektive Knitterspannung $\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$ dar. Da eine explizite Berücksichtigung anderer Blechdicken in den Gleichungen der Näherung nicht vorgesehen ist und deren tatsächlicher Einfluss auch nicht in den numerischen Berechnungen untersucht wurde, wird vorgeschlagen, den Blechdickeneinfluss über einen Korrekturfaktor k_t zu erfassen (vgl. auch DIN EN 14509, Gl. A.19). Hierfür wird die ideelle Knitterspannung mit beliebiger Blechdicke t_F nach Gl. (3.11) ins Verhältnis zur jener mit 0,5 mm Blechdicke gesetzt (Einheit: mm):

$$k_\mathrm{t} = \frac{\sigma_\mathrm{w,cr}\left(a_\mathrm{v}; t_\mathrm{F}\right)}{\sigma_\mathrm{w,cr}\left(a_\mathrm{v}; t_\mathrm{F} = 0,5\,\mathrm{mm}\right)} \approx \sqrt[3]{\frac{1 + 3\,\left(a_\mathrm{v}/t_\mathrm{F}\right)^2}{1 + 3\,\left(a_\mathrm{v}/0,5\,\mathrm{mm}\right)^2}} \tag{5.12}$$

Die Herleitung von k_t erfolgte unter Ansatz voll wirksamer Querschnittswerte und unter Vernachlässigung der Steganteile im Flächenträgheitsmoment. $\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$ kann nun für beliebige Blechdicken – im Rahmen der Definition als dünne Deckschicht – durch Multiplikation von k_t mit der effektiven Knitterspannung aus Gl. (5.11) bestimmt werden. Für ebene Deckschichten ($a_\mathrm{v} = 0$) oder für $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm nimmt der Korrekturfaktor den Wert 1,0 an.

Unterschiedliche Teilfeldbreiten Es soll überprüft werden, inwiefern die Näherungslösung für Blechquerschnitte mit unterschiedlichen Teilfeldbreiten $b_\mathrm{p,1}$ und $b_\mathrm{p,2}$ anwendbar ist. Dazu wurden ausgewählte Kombinationen an Teilfeldbreiten stichprobenartig mit Hilfe des FE-Modells und der Näherungslösung nach Gl. (5.11) ausgewertet, letztere unter Ansatz der mittleren Breite $\mathrm{b_{p,m}}$. Das breite Teilfeld lag, wie in realen Sandwichelementen üblich, im Obergurt des Blechquerschnitts. In allen Untersuchungen betrug $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm und $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm. Tabelle 5.2 stellt den Vergleich zwischen numerischer Lösung und Näherung dar. Ergänzend sind die Ergebnisse unter Ansatz konstanter Teilfeldbreiten $b_\mathrm{p,1}$ und $b_\mathrm{p,2}$ angegeben.

Tabelle 5.2: Vergleich der effektiven ideellen Knitterspannungen mit unterschiedlichen Teilfeldbreiten aus dem numerischen Modell und der Näherung. Mit $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm und $a_\mathrm{v} = 1,5$ in allen Untersuchungen.

					FEM	Näherung		
$b_{\mathrm{p},1}$	$b_{\mathrm{p},2}$	$b_{\mathrm{p,m}}$	E_C, G_C	K_O	$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	$b_{\mathrm{p},1}$ $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	$b_{\mathrm{p},2}$ $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	$b_{\mathrm{p,m}}$ $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$
mm	mm	mm	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	(bezogen auf FEM)		
75	35	55	2	1,68	152,9	0,85	1,35	**1,02**
			4	3,36	213,8	0,83	1,31	**1,00**
			6	5,04	264,1	0,82	1,27	**0,97**
70	50	60	2	1,68	142,1	0,95	1,17	**1,04**
			4	3,36	190,6	0,97	1,19	**1,06**
			6	5,04	255,7	0,87	1,06	**0,95**
100	40	70	2	1,68	135,8	0,80	1,40	**0,99**
			4	3,36	194,0	0,80	1,33	**0,95**
			6	5,04	240,1	0,81	1,29	**0,93**
40	20	30	2	1,68	184,8	1,03	1,59	**1,23**
			4	3,36	262,8	0,98	1,52	**1,18**
			6	5,04	335,2	0,93	1,42	**1,10**

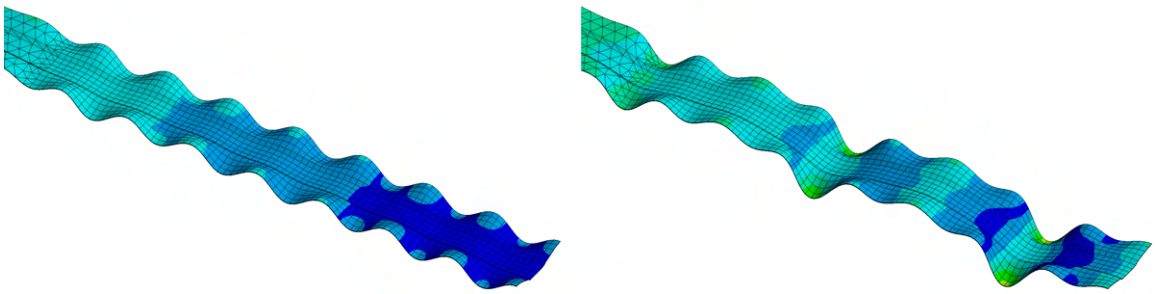


Bild 5.15: Qualitative Verformungsfigur der Deckschicht kurz vor Erreichen der Maximallast (links) und bei Maximallast (rechts) mit $b_{\mathrm{p},1} = 40$ mm und $b_{\mathrm{p},2} = 20$ mm

Der Ansatz der mittleren Plattenbreite in der Näherungslösung ist zielführend und zeigt eine überwiegend gute Übereinstimmung zur numerischen Berechnung. Nur in der letzten Kombination aus recht geringen Breiten treten große Abweichungen auf. Allerdings liegt $b_{\mathrm{p},2}$ mit 20 mm außerhalb des Anwendungsbereichs der Näherung, was die Abweichung erklären könnte. Es fällt auf, dass hierbei das Ergebnis unter Ansatz der größeren Teilfeldbreite $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff},1}$ sehr gut mit der numerische Berechnung übereinstimmt. Eine mögliche Begründung liefert das Verformungsbild des Blechs aus der FE-Berechnung (Bild 5.15). Das vorzeitige Ausbeulen findet ausschließlich in der breiteren Platte statt. In der FE-Darstellung ist aufgrund der Symmetriebedingungen nur die halbe Plattenbreite dargestellt. Beim Erreichen von $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ wird der schmalen Platte lokal die Verformung der angrenzenden breiten Platte aufgezwungen, was vermutlich zur guten Übereinstimmung mit den Ergebnissen für $b_\mathrm{p} = 40$ mm führt.

Bestimmung der Querschnittswerte für die Tragfähigkeitsnachweise Mit Hilfe der Näherungslösung erhält man zwar Werte für $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$, jedoch nicht die für Tragfähigkeits- bzw. Spannungsnachweise erforderlichen Querschnittswerte, welche sich beide aus der wirksamen Breite b_{eff} ableiten lassen. Wie bereits erwähnt, lässt sich b_{eff} iterativ durch Gl. (5.9) bestimmen. Untersuchungen zeigten, dass sich die bezogenen effektiven Querschnittswerte in den angegebenen Grenzen der Näherung nur geringfügig von den bezogenen Querschnittswerten des voll wirksamen Querschnitts unterscheiden. In guter Näherung können (mit den Indizes „wqs“ für den wirksamen Querschnitt und „voll“ für den voll wirksamen Querschnitt; Einheiten $A_{\mathrm{F,wqs}}$, $\mathrm{A}_{\mathrm{F,voll}}$: Länge^2, $I_{\mathrm{F,wqs}}$, $\mathrm{I}_{\mathrm{F,voll}}$: Länge^4) folgende Zusammenhänge unterstellt werden:

$$A_{\mathrm{F,eff}} = \frac{A_{\mathrm{F,wqs}}}{b_{\mathrm{eff,ges}}} \approx A_{\mathrm{F}} = \frac{A_{\mathrm{F,voll}}}{b_{\mathrm{ges}}} \tag{5.13}$$

$$I_{\mathrm{F,eff}} = \frac{I_{\mathrm{F,wqs}}}{b_{\mathrm{eff,ges}}} \approx I_{\mathrm{F}} = \frac{I_{\mathrm{F,voll}}}{b_{\mathrm{ges}}} \tag{5.14}$$

Die Definition der Gesamtbreiten $\mathrm{b}_{\mathrm{eff,ges}}$ und b_{ges} erfolgte bereits in Kap. 3.3. Der Fehler zur genauen iterativen Berechnung bezüglich $A_{\mathrm{F,eff}}$ liegt bei maximal 1 %, bezüglich $I_{\mathrm{F,eff}}$ bei maximal 3 %. Weitere Vereinfachungen für linierte Deckschichten können getroffen werden, welche dem Anwender die genaue Ermittlung der Querschnittswerte ersparen:

$$A_{\mathrm{F,eff}} \approx A_{\mathrm{F}} \approx t_{\mathrm{F}} \tag{5.15}$$

$$I_{\mathrm{F,eff}} \approx I_{\mathrm{F}} \approx \begin{cases} \dfrac{t_{\mathrm{F}}^3}{12} + \dfrac{z_{\mathrm{s}}^2\, t_{\mathrm{F}}\, b_{\mathrm{p,1}} + (a_{\mathrm{v}} - z_{\mathrm{s}})^2\, t_{\mathrm{F}}\, b_{\mathrm{p,2}}}{b_{\mathrm{p,1}} + b_{\mathrm{p,2}} + b_{\mathrm{s}}} & \text{mit } b_{\mathrm{p,1}} \neq b_{\mathrm{p,2}} \\[2ex] \dfrac{t_{\mathrm{F}}^3}{12} + \dfrac{a_{\mathrm{v}}^2\, t_{\mathrm{F}}}{4}\, \dfrac{2\, b_{\mathrm{p}}}{2\, b_{\mathrm{p}} + b_{\mathrm{s}}} & \text{mit } b_{\mathrm{p,1}} = b_{\mathrm{p,2}} = b_{\mathrm{p}} \end{cases} \tag{5.16a}$$

$$\text{mit} \qquad z_{\mathrm{s}} = a_{\mathrm{v}}\, \frac{b_{\mathrm{p,2}} + l_{\mathrm{s}}}{b_{\mathrm{p,1}} + b_{\mathrm{p,2}} + 2\, l_{\mathrm{s}}} \tag{5.16b}$$

Der Schwerpunkt z_{s} und die Lage von $b_{\mathrm{p,1}}$ und $b_{\mathrm{p,2}}$ werden gem. Bild 3.4 definiert. Der Fehler bezüglich $A_{\mathrm{F,eff}}$ und $I_{\mathrm{F,eff}}$ liegt bei maximal 3,5 %. Die Breite $b_{\mathrm{eff,ges}}$ kann jetzt durch Umformung der Gl. (5.9) explizit berechnet werden und ergibt sich zu:

$$b_{\mathrm{eff,ges}} = \sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}\, \frac{A_{\mathrm{F,eff}}\, b_{\mathrm{ges}}}{1,5\, \sqrt[3]{2\, K^2 B_{\mathrm{F,eff}}}} \approx \sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}\, \frac{t_{\mathrm{F}}\, b_{\mathrm{ges}}}{1,5\, \sqrt[3]{2\, K^2 B_{\mathrm{F}}}} \tag{5.17}$$

Der maximale Fehler liegt unter Ansatz der Gleichungen (5.13) und (5.14) bei ca. 2 %, unter Ansatz der Gleichungen (5.15) und (5.16a) bei ca. 4 %. Es sei angemerkt, dass bei unterschiedlichen Teilfeldbreiten lediglich die gesamte wirksame Breite $b_{\mathrm{eff,ges}}$ angegeben werden kann. Die tatsächliche Aufteilung dieser auf die einzelnen Plattenbereiche $b_{\mathrm{p,1}}$ und $b_{\mathrm{p,2}}$ bleibt unbekannt. Die Rückrechnung von $b_{\mathrm{eff,ges}}$, sowohl iterativ nach Gl. (5.9) als auch geschlossen nach Gl. (5.17), geht davon aus, dass beide Plattenbereiche gleichmäßig reduziert werden, sodass der Schwerpunkt der Deckschicht unverändert bleibt. Dies muss bei sehr unterschiedlichen Plattenbreiten nicht unbedingt zutreffen.

In Gl. (5.9) wird vorausgesetzt, dass die idelle Knitterspannung mit den auf die wirksame Breite bezogenen Querschnittswerten $A_{\mathrm{F,eff}}$ und $I_{\mathrm{F,eff}}$ bestimmt und anschließend mit dem Faktor $b_{\mathrm{eff,ges}}/b_{\mathrm{ges}}$ auf die volle Querschnittsbreite umgerechnet wird (vgl. Kap. 3.3 bzw. Baehre 1989, Kech 1991). Die Querschnittswerte $A_{\mathrm{F,eff}}$ und $I_{\mathrm{F,eff}}$ dienen also nur zur Abbildung der korrekten Steifigkeit für $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$, sind jedoch mechanisch zum Ansatz als Querschnittswiderstand nicht sinnvoll, zumal sie sich kaum von den bezogenen Querschnittswerten des voll wirksamen Querschnitts unterscheiden, sodass die Querschnittsreduktion in einem Tragfähigkeitsnachweis überhaupt keine Berücksichtigung fände. Stattdessen werden für die Querschnittsnachweise folgende, mechanisch sinnvolle Werte vorgeschlagen, welche mit Hilfe der wirksamen Gesamtbreite $b_{\mathrm{eff,ges}}$ bestimmt werden können. Zur besseren Unterscheidung werden sie mit dem Index QS für Querschnittsnachweise versehen (s. auch Nelke 2018, S. 62 f.):

$$A_{\mathrm{F,eff,QS}} = \frac{A_{\mathrm{F,wqs}}}{b_{\mathrm{ges}}} \approx A_{\mathrm{F}} \frac{b_{\mathrm{eff,ges}}}{b_{\mathrm{ges}}} \tag{5.18a}$$

$$I_{\mathrm{F,eff,QS}} = \frac{I_{\mathrm{F,wqs}}}{b_{\mathrm{ges}}} \approx I_{\mathrm{F}} \frac{b_{\mathrm{eff,ges}}}{b_{\mathrm{ges}}} \tag{5.18b}$$

Unter Zuhilfenahme dieser Querschnittswerte lassen sich zudem die Kennwerte $B_{\mathrm{F,eff,QS}}$, $W_{\mathrm{F,eff,QS}}$ und $a_{\mathrm{x,eff,QS}}$ ableiten, die für die analytischen Nachweise benötigt werden (vgl. Kap. 7.1).

5.2.3 Erweiterung für inhomogenes Kernmaterial

Die Näherungslösung für das Knittern linierter Deckschichten nach Gl. (5.11) soll nachfolgend für inhomogenes Kernmaterial – unter Einbeziehung des vereinfachten Inhomogenitätsansatzes nach Kap. 5.1.2 – überprüft und erweitert werden. Als Vergleichswerte zur Beurteilung dienen die Ergebnisse des zuvor verwendeten numerischen Modells, welches um eine inhomogenen Kernwerkstoff (E-Modul in z-Richtung, Schubmodul in xz-Richtung, ansonsten homogen) nach Bild 5.8 erweitert wurde. Die Knitterspannungen bei geringer Kerndicke (40 mm) wurden an einem Balkenmodell anstelle eines Halbraummodells berechnet.

Um die ideelle Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ zu berechnen, werden gemäß Gl. (5.11) die ideelle Knitterspannung der ebenen Deckschicht $\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$ sowie der Parameter ρ_{w} benötigt. Letzterer beschreibt die Spannungsumlagerung aus den ebenen Plattenteilen in die Stegbereiche. Folglich wird dieser unter Ansatz der Grenzdicke d_{grenz} für **ebene** Deckschichten ermittelt – unter der Annahme, dass sich die Grenzdicke d_{grenz} für eine ebene, längsseitig gehaltene Platte nicht wesentlich von der eines ebenen Plattenstreifens unterscheidet. Die Berechnung der Grenzdicke erfolgt vereinfacht mit den homogenen Kernmoduln (in z- und xz-Richtung) E_{C} und G_{C}. Ist die Grenzdicke bekannt, können die inhomogenen Ersatzmoduln $E_{\mathrm{C,IH}}$ und $G_{\mathrm{C,IH}}$ mit Gl. (5.5) f. bestimmt werden. Aus dem so ermittelten Parameter ρ_{w} wird der Erhöhungsfaktor $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}/\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$ nach Gl. (5.11) berechnet. Hinsichtlich $\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$ wurden verschiedene mögliche Varianten getestet, in welchen die inhomogenen Kernwerte z. B. unter Berücksichtigung der Grenzdicke des wirksamen Querschnitts ($I_{\mathrm{F,eff}} \approx I_{\mathrm{F}}$) bestimmt wurden. Die beste Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen zeigte sich jedoch, wenn zur Ermittlung von $\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$ ebenfalls der inhomogene, an der ebenen Deckschicht bestimmte Bettungswert K verwendet wird, welcher auch zur Bestimmung von ρ_{w} diente.

Tabelle 5.3: Ablaufschema zur Berechnung von $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ und $b_{\mathrm{eff,ges}}$ bei inhomogenem Kern

		K bzw. K_{O}	B_{F}, A_{F}
1.	$d_{\mathrm{grenz}} = 3,5 \left(\frac{K}{B_{\mathrm{F}}}\right)^{-\frac{1}{3}}$	homogen[a]: E_{C} G_{C}	eben: $I_{\mathrm{F}} = t_{\mathrm{F}}^3/12$
2.	$E_{\mathrm{C,IH}} = \frac{\sum \alpha_i\, h_i\, E_{\mathrm{C},i}}{\sum \alpha_i\, h_i}$ $G_{\mathrm{C,IH}} = \ldots$	–	–
3.	$\rho_{\mathrm{w}} = 100 \left(\frac{a_{\mathrm{v}}}{b_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{K_1}{K}\right)^{0,24}$	inhomogen: $E_{\mathrm{C,IH}}$ $G_{\mathrm{C,IH}}$ (aus 1. und 2.)	–
4.	$\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$	inhomogen: $E_{\mathrm{C,IH}}$ $G_{\mathrm{C,IH}}$ (aus 1. und 2.)	eben: $I_{\mathrm{F}} = t_{\mathrm{F}}^3/12$ eben: $A_{\mathrm{F}} = t_{\mathrm{F}}$
5.	$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}/\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}$ (mit 3. und 4.)	–	–
6.	$d_{\mathrm{grenz}} = 3,5 \left(\frac{K}{B_{\mathrm{F,eff}}}\right)^{-\frac{1}{3}}$	homogen[a]: E_{C} G_{C}	liniert: $I_{\mathrm{F,eff}} \approx I_{\mathrm{F}}$ nach Gl. 5.14 bzw. (5.16a)
7.	$E_{\mathrm{C,IH}} = \frac{\sum \alpha_i\, h_i\, E_{\mathrm{C},i}}{\sum \alpha_i\, h_i}$ $G_{\mathrm{C,IH}} = \ldots$	–	–
8.	$b_{\mathrm{eff,ges}}$ nach Gl. (5.17) bzw. (5.9)	inhomogen: $E_{\mathrm{C,IH}}$ $G_{\mathrm{C,IH}}$ (aus 6. und 7.)	liniert: $I_{\mathrm{F}} \approx I_{\mathrm{F,eff}}$ nach Gl. 5.14 bzw. (5.16a) liniert: $A_{\mathrm{F}} \approx A_{\mathrm{F,eff}}$ nach Gl. (5.13) bzw. (5.15)
9.	$A_{\mathrm{F,eff,QS}}$, $I_{\mathrm{F,eff,QS}}$ nach Gl. (5.18a) f.		

[a]Mit „homogen“ sind die homogenisierten Querschnittswerte, z. B. aus den Zulassungsversuchen, gemeint.

Eine weitere Modifikation hinsichtlich der Inhomogenität betrifft die Rückrechnung der wirksamen Breite aus der ermittelten ideellen Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$, z. B. nach Gl. (5.17). Da hierbei die wirksame Biegesteifigkeit $B_{\mathrm{F,eff}}$ des linierten Querschnitts eingeht, muss folgerichtig auch der zugehörige Bettungswert K – genauer gesagt die Ersatzmoduln $E_{\mathrm{C,IH}}$ und $G_{\mathrm{C,IH}}$ – unter Ansatz dieser Biegesteifigkeit ermittelt werden. Dies vergrößert die Grenzdicke d_{grenz} und wirkt sich direkt auf die Größe der Ersatzmoduln aus. Für die Berechnung von $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ und $b_{\mathrm{eff,ges}}$ sind folglich unterschiedliche Grenzdicken und Bettungswerte K anzusetzen (eben und liniert). Tabelle 5.3 fasst das Ablaufschema der Berechnung für inhomogene Kernwerkstoffe zusammen.

In allen genannten Berechnungen wurde als Bettungswert K der orthotrope Wert K_{O} verwendet (Gl. (3.26) bzw. (5.8)). Hauptsächlich deswegen, da im numerischen Modell keine

ausgeprägte Orthotropie in x-Richtung angesetzt wurde, was unter Verwendung von K nach Gl. (3.10) eine zusätzliche Abweichung ergäbe, die an dieser Stelle vermieden werden sollte.

Der Vergleich zwischen numerischer Berechnung und Näherung erfolgte unter Ansatz einer konstanten Teilfeldbreite $b_\mathrm{p} = 50$ mm und Linierungstiefe $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm und ist in Tab. 5.4 dargestellt. Die betrachteten Parameterkombinationen zeigen eine zumeist gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Man erkennt, dass der Unterschied zwischen Näherung und FEM zunimmt, je kleiner die Kernmoduln E_C und G_C sind. Die größte Abweichung lag bei 11 %. Mit einer mittleren Abweichung vom Faktor 1,04 und einer bezogenen Standardabweichung von 3,5 % scheint die Näherungslösung für inhomogene Kerne brauchbar.

Tabelle 5.4: Vergleich der effektiven ideellen Knitterspannungen mit inhomogenem Kern (IH) aus dem numerischen Modell und der Näherung. Es gilt $b_{\mathrm{p},1} = b_{\mathrm{p},2} = b_\mathrm{p}$.

						FEM	Näherung	
d_C	E_C, G_C	IH	t_F	b_p	a_v	$\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$	$\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$	Näherung/ FEM
mm	N/mm^2		mm	mm	mm	N/mm^2	N/mm^2	
40	4	+	0,5	50	1,5	229,2	239,7	**1,05**
		–	0,5	50	1,5	223,0	228,8	**1,03**
100	4	+	0,5	50	1,5	258,5	271,2	**1,05**
		–	0,5	50	1,5	199,1	209,9	**1,05**
140	2	+	0,5	50	1,5	180,5	200,9	**1,11**
		–	0,5	50	1,5	143,8	152,5	**1,06**
	3	+	0,5	50	1,5	221,1	244,7	**1,11**
		–	0,5	50	1,5	173,9	180,0	**1,04**
	4	+	0,5	50	1,5	274,7	281,3	**1,02**
		–	0,5	50	1,5	194,0	202,8	**1,05**
	6	+	0,5	50	1,5	338,6	342,1	**1,01**
		–	0,5	50	1,5	242,3	240,2	**0,99**
	8	+	0,5	50	1,5	403,5	391,3	**0,97**
		–	0,5	50	1,5	279,3	271,3	**0,97**
200	4	+	0,5	50	1,5	277,8	289,1	**1,04**
		–	0,5	50	1,5	194,8	196,8	**1,01**
240	2	+	0,5	50	1,5	196,2	211,0	**1,08**
		–	0,5	50	1,5	138,5	145,0	**1,05**
	4	+	0,5	50	1,5	285,2	292,0	**1,02**
		–	0,5	50	1,5	189,6	194,5	**1,03**
	6	+	0,5	50	1,5	339,1	352,7	**1,04**
		–	0,5	50	1,5	229,9	231,7	**1,01**

5.3 Zusammenfassung

Folgende Erkenntnisse wurden in diesem Kapitel gewonnen:

- Untersuchungen an einem zweischichtigen Kernmodell mit Hilfe des analytischen Ansatzes nach Thermann (1989) ergaben, dass die ideelle Knitterspannung vor allem vom Verhältnis der Werkstoffkennwerte der beiden Schichten abhängt. Nimmt die Dicke der oberen Schicht zu, wird irgendwann eine Grenze erreicht, ab der nur noch diese Schicht zur Knitterspannung beiträgt. Diese Grenzschichtdicke variiert in Abhängigkeit von der Biegesteifigkeit der Deckschicht und der Größe der homogenisierten Werkstoffkennwerte des Kerns.
- Auf Basis einer normierten Grenzschichtdicke wurde eine Näherungslösung zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung entwickelt, in welcher die Inhomogenität durch eine linear abklingende Wichtungsfunktion erfasst wird. Die Näherung zeigte eine gute Übereinstimmung zur Analytik und zu vergleichenden numerischen Berechnungen.
- Hinsichtlich der Knitterspannung linierter Deckschichten ergaben sich Unterschiede von bis zu 30 % im Bereich üblicher Linierungstiefen und Teilfeldbreiten zwischen dem analytischen Ansatz nach Baehre (1989) und Kech (1991) und einer geometrisch nichtlinearen FE-Berechnung. Das analytische Modell überschätzt hier die Stegsteifigkeit – die Stege werden für die Ermittlung des wirksamen Querschnitts als starre Linienlager angesetzt. Diese Annahme trifft bei geringen Linierungstiefen nicht zu.
- Aus den numerischen Berechnungen wurde eine empirische Näherungslösung zur Bestimmung der Knitterspannung linierter Deckschichten abgeleitet, welche in folgenden Grenzen anwendbar ist: $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 2\text{–}6\ \mathrm{N/mm^2}$, $b_\mathrm{p} = 35\text{–}75$ mm, $a_\mathrm{v} \leq 2,5$ mm. Die Näherung wurde stichprobenartig für die Anwendung mit unterschiedlichen Teilfeldbreiten sowie für die Anwendung mit inhomogenem Kern überprüft und zeigte eine gute Übereinstimmung mit den numerischen Modellen. Eine pauschale Anwendung für gesickte Deckschichten scheint nicht möglich. Bei mikrolinierten Deckschichten mit üblicher Geometrie sowie bei linierten Deckschichten mit $b_\mathrm{p} \leq 25$ mm bleibt der Querschnitt (nahezu) voll wirksam, sodass die Anwendung der Näherung nicht nötig ist.
- Es ist noch zu klären, ob sich mit Hilfe der aus $b_\mathrm{eff,ges}$ abgeleiteten Querschnittswerte $A_\mathrm{F,eff,QS}$ und $I_\mathrm{F,eff,QS}$, bzw. wiederum daraus abgeleitet $B_\mathrm{F,eff,QS}$, $W_\mathrm{F,eff,QS}$ und $a_\mathrm{x,eff,QS}$, die Traglasten der Elemente unter Ansatz geeigneter Versagenskriterien nachrechnen lassen (siehe Kap. 7).

6 Numerische Untersuchungen zur reduzierten Knitterspannung unter Querdruck

Der Einfluss einer Querdruckbelastung auf die Knitterspannung von Sandwichelementen wurde in Kap. 4.3 anhand einer breit aufgestellten Versuchsbasis untersucht. Im folgenden Kapitel werden die untersuchten Parameter mit Hilfe kalibrierter numerischer Modelle erweitert und ergänzt, um so einen umfassenderen Einblick in den Mechanismus zu erhalten. Die Ergebnisse wurden bereits in Auszügen in Engel und Lange (2021, 2022) veröffentlicht.

6.1 Modellierung und Kalibrierung des numerischen Modells anhand von Versuchsdaten

6.1.1 Modellierung

Die Bauteilmodellierung erfolgte als dreidimensionaler Balken unter Ausnutzung der Symmetrie in Längsrichtung (Bild 6.1, rechts) und berücksichtigt den Versuchsaufbau nach Bild 3.8. Die Modellbreite betrug bei ebenen Deckschichten $b = 100$ mm, bei linierten Deckschichten $b = 200$ mm, sodass stets mindestens ein vollständiger Linierungsabschnitt abgebildet wird (Bild 6.1, links). Zum Teil erfolgte die Ausnutzung der Symmetrie in Querrichtung bei gleichzeitig verringerter Modellbreite. Stichprobenartige Vergleichsrechnungen zeigten keine nennenswerten Unterschiede, ebenso wenig wie Vergleichsrechnungen mit vollständiger Bauteilbreite. Bei den Dachelementen wurde die Modellbreite so angepasst, dass das Trägheitsmoment I_F (je Breiteneinheit, in mm^3) und die Querschnittsfläche A_F (je Breiteneinheit, in mm) des gezogenen Trapezprofils mit dem realen Bauteil übereinstimmen. Die Modellierung erfolgte unter Ansatz der Nenn-Bauteildicken.

Die Deckschichten bestehen aus Schalenelementen mit bilinear-isotropem Materialmodell, bei den leicht profilierten Blechen unter Ansatz der unmittelbar am Linierungssteg gemessenen Tiefe $a_\mathrm{v,a}$. Vergleichsrechnungen unter Ansatz der mittleren Linierungstiefe $a_\mathrm{v,m}$

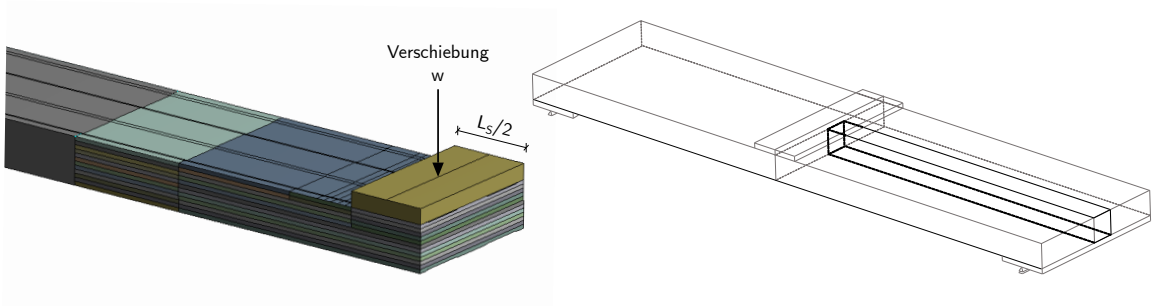


Bild 6.1: Idealisierung des Sandwichelements als symmetrischer Balken (rechts), Lasteinleitung und inhomogener Kernbereich (links)

Tabelle 6.1: Fließspannungen und Tangentenmoduln des Kerns in z-Richtung aus den Materialversuchen und für den Ansatz im numerischen Modell

	Materialversuche				FEM			
	f_{yCc} N/mm²	E_{TCc} N/mm²	$f_{\mathrm{yCt}} = f_{\mathrm{Ct}}$ N/mm²	E_{TCt} N/mm²	f_{yCc} N/mm²	E_{TCc} N/mm²	f_{yCt} N/mm²	E_{TCt} N/mm²
AW1	0,08	0,27	0,17	0	0,12	0,27	0,12	0,005
AW2	0,07	0,29	0,17	0	0,12	0,29	0,12	0,005
AW3	0,13	0,21	0,13	0	0,13	0,21	0,13	0,005
AW4	0,10	0,26	0,13	0	0,10	0,26	0,10	0,005
AD1	0,10	0,48	0,13	0	0,12	0,50	0,12	0,005
BW1	0,11	0,20	0,09	0	0,10	0,20	0,10	0,005

zwischen Steg und Mitte der ebenen Platte (vgl. Kap. 4.3) ergaben kleinere Knitterspannungen als im Versuch. Es wurden die Abmessungen und Kennwerte nach Tab. 4.7 und 4.11 bzw. Anhang A verwendet. Für den Kern wurde unter Ansatz der Kennwerte nach Tab. 4.1 und 4.2 (s. auch Anhang A) ein bilinear-orthotropes Materialmodell (*ANSYS*: „tb,aniso“) angesetzt[1]. Druck- und Zug-E-Moduln wurden gemittelt, da sie ohnehin keine gravierenden Unterschiede zeigten. Wo möglich, wurde ein Tangentenmodul entsprechend der Materialversuche angesetzt (nur bei Druck in z-Richtung), sprödes Materialversagen (Zug, Schub) wurde näherungsweise ideal-plastisch abgebildet. Tabelle 6.1 zeigt die aus den Materialversuchen erhaltenen Fließspannungen in z-Richtung sowie die zugehörigen Tangentenmoduln E_{T}. Da das Materialmodell nur identische Fließspannungen für Zug und Druck zuließ, wurden diese (mit Ausnahme der Reihe AW4) gemittelt. Bei kurzen Bauteilen dominiert eher der Querdruck, mit der Fließspannung in Druckrichtung f_{yCc} sowie dem Druck-E-Modul E_{Cc}, bei größeren Längen das ungestörte Knittern. Aufgrund des sinusförmig-alternierenden Verlaufs der Knitterwellen kann dort in guter Näherung der Mittelwert aus Zug- und Druck-E-Modul sowie das Minimum aus Zug- und Druckfestigkeit verwendet werden. Die Mittelung der Festigkeiten und Kernmoduln wurde zur einheitlichen Modellierung der gesamten Versuchsreihe angestrebt. Die Inhomogenität wurde ausschließlich im für das Knittern und die Lasteinleitung relevanten Bereich angesetzt und gemäß Bild 4.8 und 4.13, gemittelt für Zug und Druck, in mehreren Schichten über die Kerndicke modelliert (5–10 mm je Schicht je nach Bauteildicke).

Geometrische und strukturelle Imperfektionen wurden ersatzweise durch eine Vorverformung des Systems mit der ersten Eigenform[2] erfasst. Sie wurden zwischen $e_0 = 0{,}01$–$0{,}2$ mm variiert. Für Hersteller A ergab sich eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen unter Ansatz von $e_0 = 0,05$ mm, was der Größenordnung der geometrischen Imperfektionen aus Kap. 4.2 entspricht. Bei Hersteller B mussten, vermutlich aufgrund der deutlich sichtbaren Lunker und Einschlüsse an der gedrückten Produktionsoberseite, größere Imperfektionen angesetzt werden ($e_0 = 0,15$ mm). Demnach kann nicht pauschalisiert werden, dass der alleinige Ansatz geometrischer Imperfektionen genügt, um die Traglasten korrekt zu bestimmen. Die Lasteinleitung erfolgte bei breiten Auflagern ($L_{\mathrm{S}} = 120$ und 200 mm) weggesteuert mittels Lastplatte und Reibungskontakten, bei schmalen Auflagern ($L_{\mathrm{S}} = 5$ und 60 mm) durch eine Zwangsverschiebung der Kontaktfläche.

[1] Nicht für alle Versuchsreihen wurde jede Richtungskomponente der Werkstoffkennwerte bestimmt. Dort, wo keine Kennwerte vorlagen, wurde stattdessen auf diejenigen einer ähnlichen Versuchsreihe zurückgegriffen (z. B. AW1 ↔ AW2 bzw. AW3 ↔ AW4). Gab es keine ähnliche Versuchsreihe, wurden stattdessen die vorhandenen Kennwerte in z- bzw. xz-Richtung verwendet (AD1, BW1).

[2] Halbwellenlänge a_{x} ca. 30 mm bei ebenen Deckschichten und ebenen Teilfeldern linierter Deckschichten.

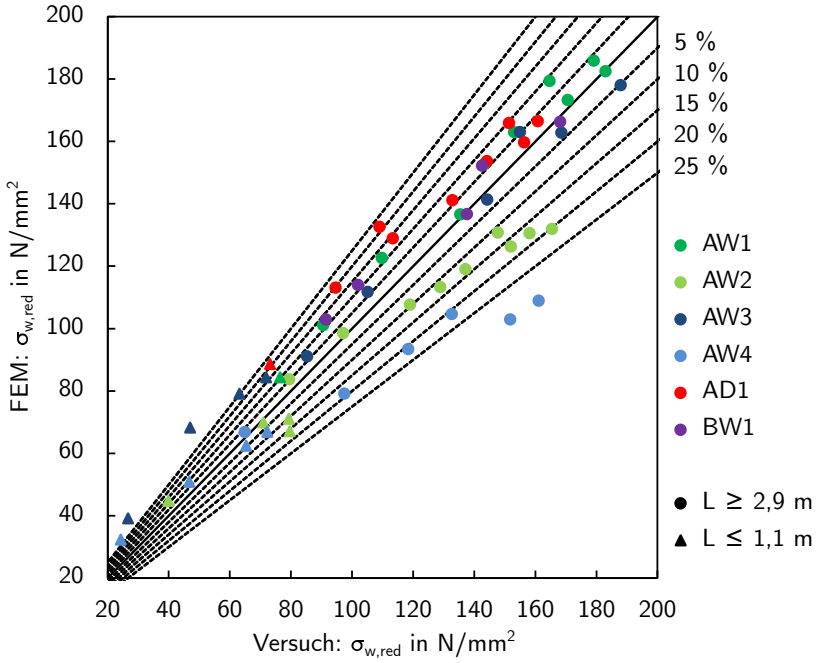


Bild 6.2: Vergleich von $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ zwischen Versuch und numerischem Modell

6.1.2 Versuchsnachrechnung

Alle durchgeführten Versuche wurden mit dem numerischen Modell nachgerechnet. Die Belastung wurde weggesteuert aufgebracht und bis zum Lastabfall oder Berechnungsabbruch gesteigert. Eine rechnerische Überschreitung der Kontaktpressung oder der Schubfestigkeit wurde nicht explizit kontrolliert, da ersteres nicht unbedingt mit dem Bauteilversagen einhergeht und letzteres in Näherung[3] über das plastische Materialmodell ($E_{\mathrm{TCv}} \approx 0$) erfasst werden kann. Das Eigengewicht der Bauteile wurde nicht berücksichtigt, sodass die maximalen Querdruck-Lasten aus dem FE-Modell aufgrund der fehlenden Vorbelastung größer sind und nicht direkt mit den Maximallasten aus den Versuchen verglichen werden können. Für die reduzierte Knitterspannung selbst spielt das Eigengewicht eine untergeordnete Rolle. Bei kurzen Bauteilen ist die Beanspruchung aus Eigengewicht gegenüber der traglastmindernden Beanspruchung aus der Querlast klein. Bei langen Bauteilen ist der Anteil aus Eigengewicht größer, die Eindrückungen aus der Querlast sind jedoch sehr klein, sodass es für die reduzierte Knitterspannung unerheblich ist, ob die Deckschichtspannung durch eine Einzellast (FEM) oder eine Kombination aus Einzellast und Streckenlast (Versuch) aufgebracht wird. Die Bestimmung der Knitterspannung erfolgte stets mit Hilfe des Biegemoments nach Gl. (4.1) am Rand der Lasteinleitung ($\sigma_{\mathrm{w,red}} = M_{\mathrm{S}}/e/A_{\mathrm{F,voll}}$) – bei Dachelementen mit Hilfe des Sandwich-Biegemoments nach Theorie dicker Deckschichten.

Die Ergebnisse sind in Bild 6.2 und Tab. 6.2 zusammengefasst. Der Mittelwert zwischen FE-Berechnung und Versuch liegt bei 1,02, der Variationskoeffizient bei vergleichsweise großen 16 %. Dies ist u. A. auf die größeren Abweichungen bei den Berechnungen mit ebenen Deckschichten (AW2 und AW4) und großer Bauteillänge zurückzuführen, bei denen das Deckschichtknittern dominierte. Hier lag die Traglastspannung deutlich über der analytisch oder numerisch bestimmten ideellen Knitterspannung, was bei ebenen Deckschichten aufgrund der fehlenden Umlagerungsmöglichkeiten nicht plausibel ist.

[3] Der Verlust der Schubsteifigkeit führt zu einer Verringerung der Bettungssteifigkeit, sodass das Knittern vorzeitig auftritt.

Tabelle 6.2: Vergleich zwischen numerischer Versuchsnachrechnung und Mittelwerten der Versuchsergebnisse

	L mm	L_S mm	Versuch $\sigma_{w,red}$ N/mm²	FEM $\sigma_{w,red}$ (bezogen auf Versuch)		L mm	L_S mm	Versuch $\sigma_{w,red}$ N/mm²	FEM $\sigma_{w,red}$ (bezogen auf Versuch)
AW1	4900	KSP	184,5	**0,99**	AW3	4900	5	85,3	**1,07**
	800	5	–	–			60	144,3	**0,98**
		60	76,5	**1,10**			200	168,5	**0,97**
		120	–	–		7900	5	105,1	**1,06**
		200	–	–			60	155,0	**1,05**
	2900	5	90,6	**1,12**			200	188,0	**0,95**
		60	143,3	**1,07**					
		200	153,1	**1,06**	AW4	5900	KSP	144,9	**0,72**
	4900	5	109,8	**1,12**		1100	5	24,3	**1,33**
		60	170,6	**1,02**			60	46,7	**1,09**
		200	164,6	**1,09**			120	65,3	**0,96**
	6900	5	135,5	**1,01**			200	72,3	**0,93**
		60	183,0	**1,00**		4900	5	64,9	**1,03**
		200	179,1	**1,04**			60	118,4	**0,79**
							200	132,7	**0,79**
AW2	4900	KSP	167,6	**0,76**		7900	5	97,5	**0,81**
	800	5	39,9	**1,12**			60	151,8	**0,68**
		60	70,9	**0,99**			200	161,1	**0,68**
		120	79,3	**0,9**					
		200	79,6	**0,84**	AD1	3900	KSP	182,9	**0,91**
	2900	5	79,5	**1,05**		2900	5	73,2	**1,21**
		60	128,9	**0,88**			60	113,4	**1,14**
		200	137,2	**0,87**			200	132,9	**1,06**
	4900	5	97,1	**1,01**		4900	5	94,7	**1,19**
		60	152,0	**0,83**			60	144,2	**1,06**
		200	158,1	**0,83**			200	156,4	**1,02**
	6900	5	119,0	**0,90**		7900	5	109,0	**1,22**
		60	165,5	**0,80**			60	151,4	**1,10**
		200	147,8	**0,88**			200	160,8	**1,04**
AW3	5900	KSP	179,7	**1,03**	BW1	5900	KSP	166,3	**1,02**
	1100	5	26,6	**1,47**		2900	60	102,0	**1,12**
		60	47,0	**1,45**			200	137,7	**0,99**
		120	63,1	**1,25**		5900	5	91,5	**1,12**
		200	71,9	**1,17**			60	142,6	**1,07**
							200	168,2	**0,99**

Tabelle 6.3: Numerisch ermittelte reduzierte Knitterspannung mit inhomogen-orthotropem Kern gemäß Materialversuchen (IH_O), homogen-orthotropem Kern (H_O) und vereinfachter Orthotropie mit $E_C = E_{C,z}$ und $G_C = G_{C,xz}$ in allen Richtungen (H_O vereinfacht)

				←	FEM $\sigma_{w,red}$	→
	L	L_S	Kern:	IH_O	H_O	H_O vereinfacht
	mm	mm		N/mm²	N/mm²	N/mm²
AW2	800	60		69,9	66,9	67,3
	2900	5		83,6	76,2	–
		60		113,2	100,1	–
		200		119,0	102,8	–
	4900	5		98,5	87,2	–
		60		126,2	104,6	96,4
		200		130,6	103,9	–
	6900	5		107,7	92,7	–
		60		131,9	104,3	95,9
		200		130,7	103,0	–
AW3	4900	60		141,3	141,0	138,8

Möglicherweise ist die ausgeprägte Längsfugengeometrie bei Hersteller A für die gesteigerte Tragfähigkeit verantwortlich. Vergleichsrechnungen mit ganzer Elementbreite und Berücksichtigung der Fugen zeigten zwar eine bessere Übereinstimmung, insgesamt bleibt die Abweichung jedoch ungewöhnlich groß. Auffällig sind die gegenüber dem Versuch recht großen rechnerischen Knitterspannungen bei den kurzgespannten Bauteilen ($L = 1,1$ m) der Versuchsreihe AW3 im Schubbalkenformat. Es wird vermutet, dass sich die lokalen Spannungsspitzen im Schaum unterhalb der Linierungsstege im Zusammenspiel mit der ohnehin geringeren Schaumfedersteifigkeit aufgrund der Bauteildicke ($d = 140$ mm) in Realität ungünstiger auf die Tragfähigkeit auswirken, als dies durch das verwendete Materialmodell abgebildet werden kann. Bei den dünneren Elementen der Reihe AW1 ist dies nicht der Fall. Die geringe Ersatzträgerlänge liegt ohnehin außerhalb des praktischen Anwendungsbereichs, weswegen die Überschreitung in Kauf genommen wird.

Tabelle 6.3 stellt einen Vergleich der numerisch ermittelten reduzierten Knitterspannung für verschiedene Kernmodelle dar. Hierfür wurde eine Versuchsreihe mit ausgeprägter (AW2) sowie mit schwach ausgeprägter (AW3) Inhomogenität untersucht. Es zeigt sich, dass die Inhomogenität bei kurz gespannten Bauteilen keinen großen Einfluss auf das Ergebnis hat, bei langen Bauteilen (M/R groß), bei denen Stabilitätsversagen vorherrscht, jedoch nicht vernachlässigbar ist (Abweichung ca. 26 %). Bildet man den Kern nur unter Ansatz der Schaumkennwerte in x- bzw. xz-Richtung ab, vergrößert sich der Unterschied auf ca. 38 %. Bei schwach ausgeprägter Inhomogenität (AW3) liegen die Ergebnisse, wie zu erwarten war, dicht bei einander.

Zuletzt folgt ein exemplarischer Vergleich der gemessenen lokalen Eindrückungen w_L (Bild 6.3) sowie der gemessenen Deckschichtspannungen (Bild 6.4) mit den numerischen Ergebnissen. Die Verläufe der gemessenen Eindrückungen stimmen prinzipiell gut mit der Numerik überein. Wie in Kap. 4.4 (vgl. auch Bild 4.23) erläutert, liegen gewisse Unebenheiten der Elemente in Querrichtung vor, welche eine nicht völlig gleichmäßige Lasteinleitung zur Folge hatten und welche eine Begründung für die vorhandenen Abweichungen zur Numerik

liefern können. Es lässt sich nicht zweifelsfrei angeben, ob vorhandene Abweichungen darauf oder auf Ungenauigkeiten bzw. Vereinfachungen im verwendeten Kernmodell zurückzuführen sind. Ein Vergleich der Deckschichtspannungen zwischen optischer Messung (vgl. Bild 4.29b) und Numerik zeigt insgesamt eine hinreichende Übereinstimmung. Auch wenn durchaus Abweichungen hinsichtlich der Spannungsspitzen vorhanden sind, kann der prinzipielle Spannungsverlauf entlang des Linierungsquerschnitts durch das numerische Modell abgebildet werden.

Insgesamt zeigen die Nachrechnungen, dass das FE-Modell prinzipiell in der Lage ist, den Effekt der lokalen Eindrückung auf die Knitterspannung abzubilden, weswegen es für die weiteren Parameterstudien herangezogen wurde.

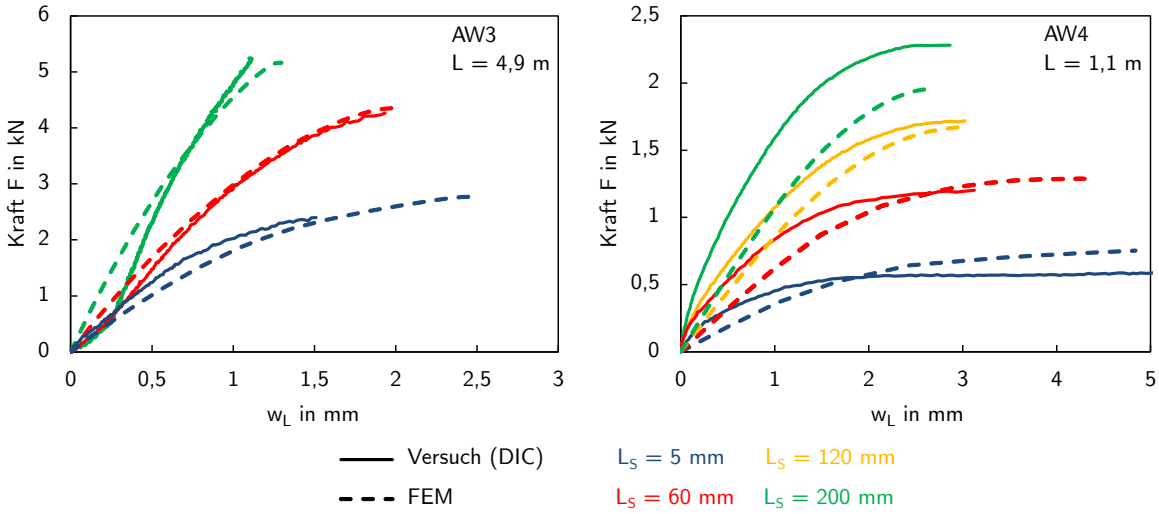


Bild 6.3: Vergleich der lokalen Eindrückung w_L unter der Lasteinleitung für Versuchsreihe AW3 mit $L = 4{,}9$ m und AW4 mit $L = 1{,}1$ m. Bei $L_S = 5$ mm im rechten Teilbild wurde der Versuch abgebrochen. Der dargestellte Maximalwert entspricht daher nicht der maximalen Eindrückung bei Versagen.

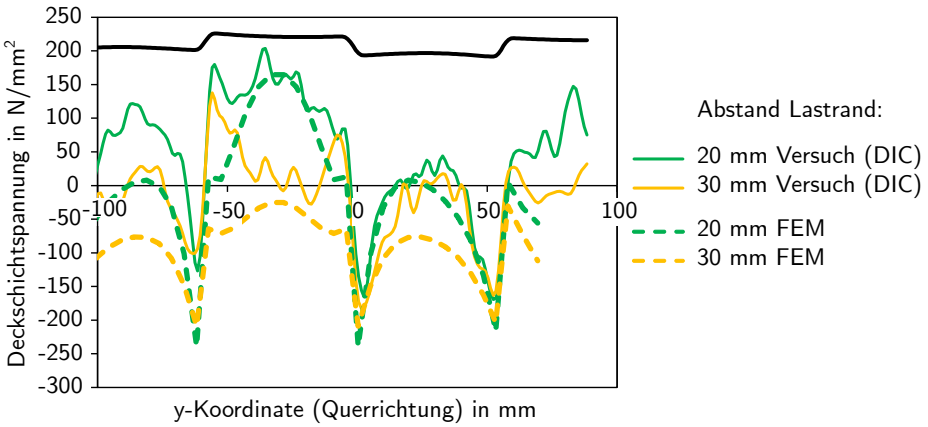


Bild 6.4: Vergleich der gemessenen Deckschichtspannung nach Bild 4.29b mit der numerisch ermittelten Spannung an der Deckschichtoberfläche bei F_{max}. Reihe AW1 mit $L = 2{,}9$ m und $L_S = 200$ mm. Zur Orientierung ist die gemessene Deckschichtgeometrie qualitativ in Schwarz dargestellt.

6.2 Numerische Parameterstudien zur lokalen Eindrückung

Die lokale Eindrückung unter der Lasteinleitung ist eine Kenngröße zur Quantifizierung der reduzierten Knitterspannung und kann für die Entwicklung eines analytischen Berechnungsansatzes relevant sein. Daher wurde mittels linearer Berechnungen an zwei- bzw. dreidimensionalen Balkenmodellen überprüft, welche Auswirkungen verschiedene geometrische Parameter und Materialparameter auf die Größe der lokalen Eindrückung haben (siehe Bild 6.5). Als Maß für die Eindrückung wurde die Federsteifigkeit K_L definiert zu

$$K_\mathrm{L} = \frac{F}{w_\mathrm{L}}, \tag{6.1}$$

mit w_L als Eindrückung am Rand der Lasteinleitung unter der Last F, aufgebracht als Zwangsverformung der gesamten Lastfläche. Aufgrund der globalen Balkendurchbiegung wird die Eindrückung w_L als Differenzverformung zwischen oberer und unterer Deckschicht definiert. Die Darstellung mittels K_L stellte sich gegenüber w_L als anschaulicher heraus. Eine Steifigkeitszunahme entspricht einer verringerten Eindrückung, eine Abnahme einer vergrößerten Eindrückung.

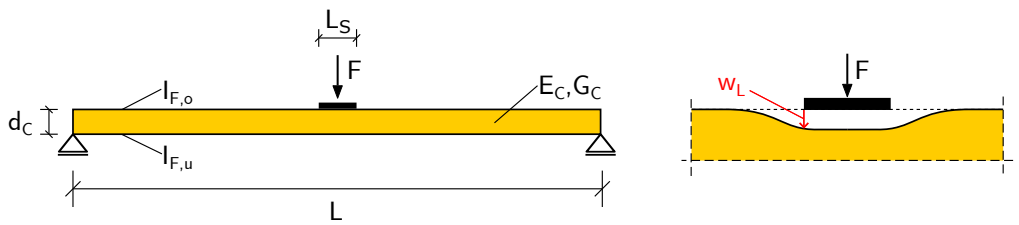


Bild 6.5: Prinzipskizze und Parameter der Eindrückungsberechnung

Balkenlänge, Dicke und Lastbreite Bild 6.6 stellt den Vergleich der Ergebnisse für verschiedene Balkenlängen, Dicken und Lastbreiten dar. Der Kern wurde orthotrop ($E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2 in alle Richtungen), die Deckschichten eben ($t_\mathrm{F} = 0,5$ mm) modelliert, beides linear-elastisch. Mit zunehmender Kerndicke sinkt der Einfluss der Kerndicke auf die Eindrückung und es findet ein Übergang hin zum Halbraum statt. Wie z. B. an den Verläufen mit $L_\mathrm{S} = 5$ mm erkennbar, ist K_L ab ca. 200 mm Kerndicke nahezu konstant. Der starke Anstieg bei geringer Kerndicke ist zum einen auf die wachsende Kernbettung ($\sim E_\mathrm{C}/d_\mathrm{C}$) zurückzuführen, zum anderen auf eine mögliche Aktivierung der Stützwirkung der unteren Deckschicht. Letzteres ist noch zu prüfen. Ebenfalls ist ersichtlich, dass K_L mit zunehmender Lastbreite ansteigt. Liegt ein Halbraum vor ($d_\mathrm{C} = 240$ mm), ist der Anstieg nahezu linear, was für eine relativ gleichmäßige Lastverteilung spricht. Ein Vergleich der Eindrückungen zwischen Lastrand und Lastmitte bestätigte dies.

Bei geringer Kerndicke und großer Lastbreite fällt die Federsteifigkeit K_L ab, da die gleichmäßige Spannungsverteilung unter L_S zunehmend in eine Randpressung an den Auflagerrändern übergeht. Auffällig ist die Längenabhängigkeit von diesem Effekt. Die Federsteifigkeit K_L sinkt hierbei zusätzlich mit zunehmender Bauteillänge. Dies ist auf den Anstieg der Bauteilkrümmung bei wachsender Bauteillänge zurückzuführen. Ist der Kern dünn und die Lastbreite groß, bewirkt eine größere Bauteilkrümmung unterhalb der starren Lastfläche eine verstärkte Lasteinleitung über deren Ränder.

Bild 6.7 verdeutlicht, dass sich die oben genannten Effekte mit Hilfe des Verhältnisses aus Lastbreite zu Kerndicke $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ verallgemeinern lassen. Anhand des nahezu linearen

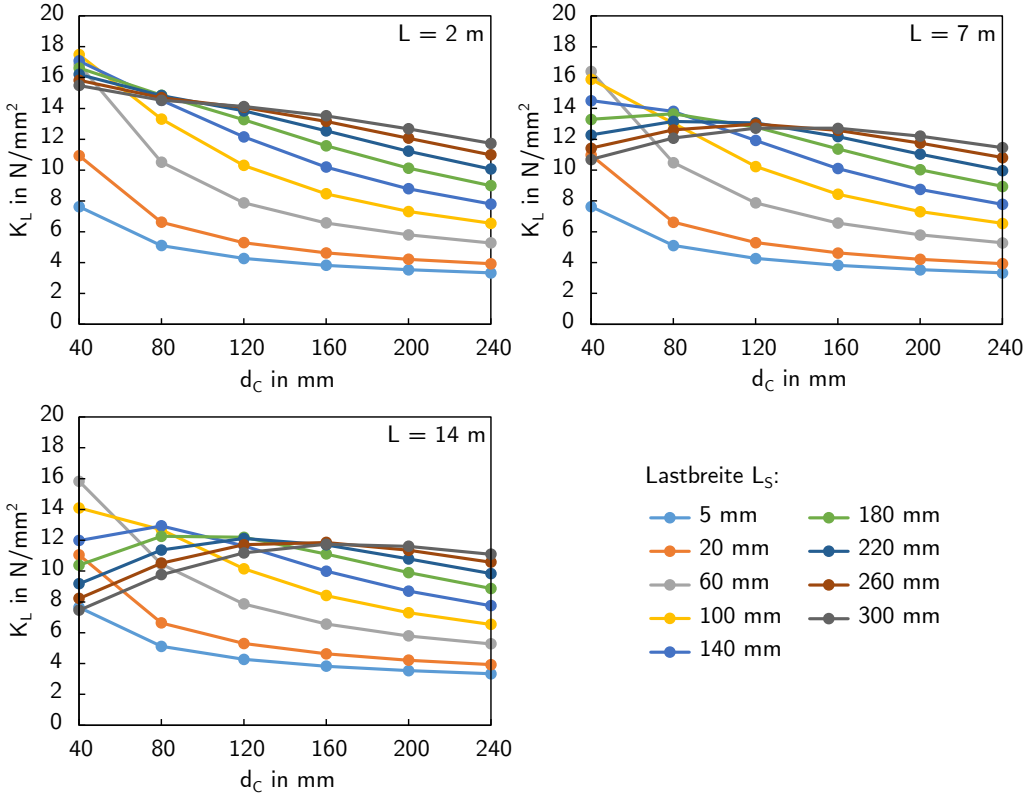


Bild 6.6: Verlauf von K_L in Abhängigkeit von der Kerndicke d_C und der Lastbreite L_S für verschiedene Trägerlängen

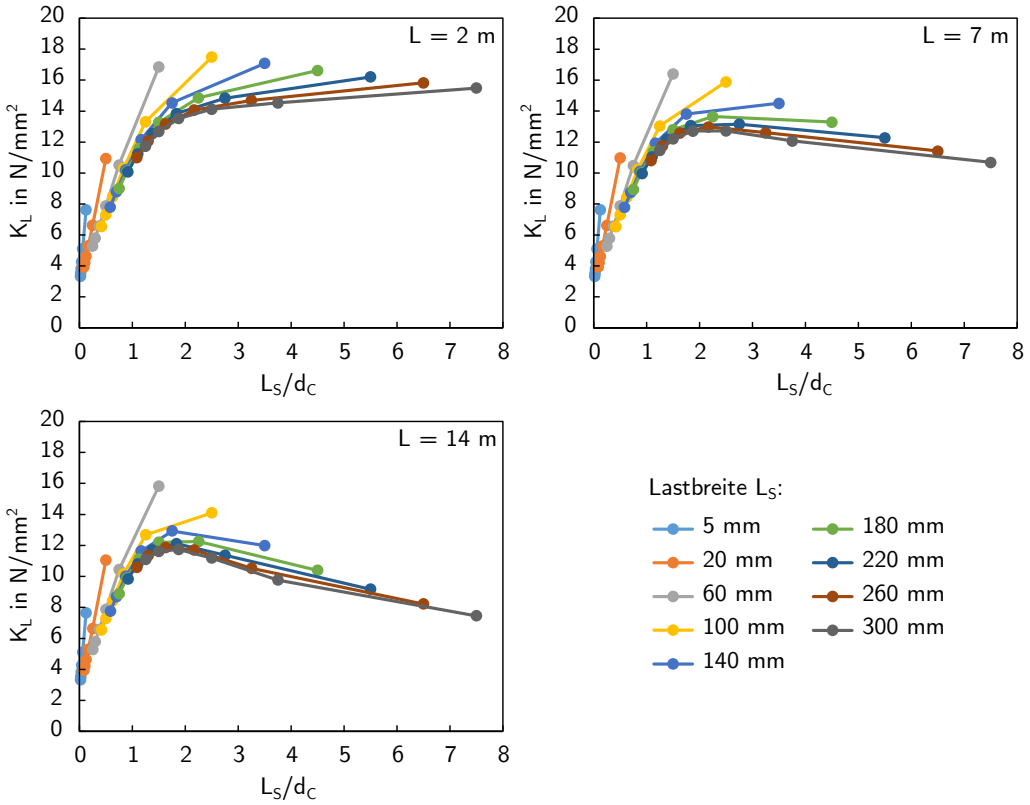


Bild 6.7: Verlauf von K_L über dem Verhältnis $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ für verschiedene Trägerlängen

Tabelle 6.4: Exemplarischer Vergleich der Federsteifigkeit K_L zwischen Lastrand und Lastmitte für $L = 7$ m

			Rand	Mitte	
L_S	d_C	$L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$	K_L	K_L	Rand/Mitte
mm	mm	–	N/mm^2	N/mm^2	–
60	40	1,5	16,4	37,1	**0,44**
	80	0,75	10,5	11,8	**0,89**
	120	0,5	7,9	8,1	**0,97**
	160	0,375	6,6	6,7	**0,99**
	200	0,3	5,8	5,8	**1,0**
	240	0,25	5,3	5,3	**1,0**
300	40	7,5	10,7	77,8	**0,14**
	80	3,75	12,1	128,4	**0,09**
	120	2,5	12,7	139,9	**0,09**
	160	1,875	12,7	39,4	**0,32**
	200	1,5	12,2	23,3	**0,52**
	240	1,25	11,5	17,1	**0,67**

Anstiegs von K_L für die Verläufe mit $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} < 1$ ist ersichtlich, dass dort eine relativ gleichmäßige Lasteinleitung über deren Breite vorliegen muss. Ebenso verschwindet dort der Einfluss der Bauteillänge L fast gänzlich. Ein Vergleich der Eindrückungen zwischen Lastrand und Lastmitte zeigte, dass für $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} \leq 0,6$ eine gleichmäßige Spannungsverteilung unter der Lasteinleitung unterstellt werden kann (Unterschied < 5 %). Für $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} \leq 0,9$ beträgt der Unterschied bereits maximal 20 %. Ab einem Verhältnis von ca. $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} = 1,5$ tritt eine deutliche Veränderung hinsichtlich der Verläufe ein. Deren Steigung verringert sich stark bzw. wird negativ (je nach Bauteillänge), was auf die Zunahme der Randpressungen zurückzuführen ist. Die Eindrückungen am Lastrand sind hier bereits ca. doppelt so groß wie in der Lastmitte. Um die negativen Effekte der Randpressung für die reduzierte Knitterspannung oder den Drucknachweis am Zwischenauflager zu begrenzen, sollte ein Verhältnis $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} \leq 1,5$ angestrebt werden.

Tabelle 6.4 stellt die Federsteifigkeit der Eindrückung im Vergleich zwischen Lastrand und Lastmitte dar. Es ist ersichtlich, dass bei großem $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ eine ausgeprägte Randpressung vorliegt, während bei kleinem $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ eine gleichmäßige Lastverteilung über die Kontaktfläche vorhanden ist.

Elastizitäts- und Schubmodul Der Einfluss von E_C und G_C auf die Federsteifigkeit K_L ist exemplarisch für die Bauteillänge $L = 5$ m in Bild 6.8 dargestellt. Die Variation des E-Moduls zwischen 2–6 N/mm^2 bei konstantem Schubmodul $G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2 ergab einen großen, linearen Einfluss auf K_L. Die Änderung des E-Moduls von 2 auf 6 N/mm^2 ging mit

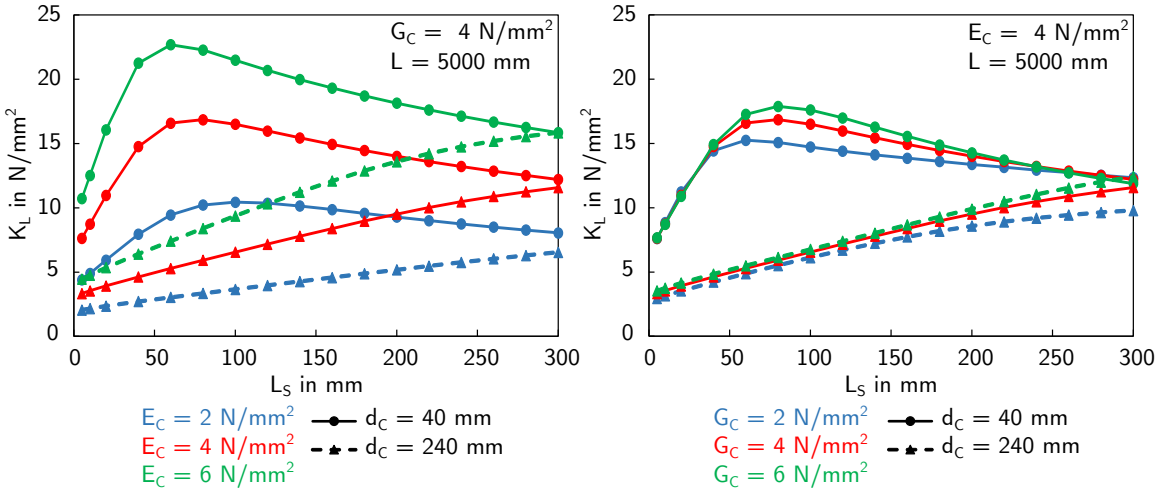


Bild 6.8: Verlauf von K_L für verschiedene Werkstoffkennwerte E_C (links) und G_C (rechts)

einem Anstieg der Steifigkeit von bis zu 170 % bei dünnen (40 mm) und 165 % bei dicken (240 mm) Bauteilen einher.

Der Einfluss des Schubmoduls auf die Eindrückung (Bild 6.8, rechts) ist deutlich geringer. Die Änderung des Schubmoduls von 2 auf 6 N/mm² ging mit einem Anstieg der Steifigkeit von max. 20 % bei dünnen (40 mm) und 27 % bei dicken (240 mm) Bauteilen einher. Der Steifigkeitsabfall bei dünnen Bauteilen und zunehmender Lastbreite ist in beiden Teilbildern auf das Auftreten der Randpressungen zurückzuführen.

Trägheitsmomente $I_{F,o}$ und $I_{F,u}$ der Deckschichten Die Eindrückungen für verschiedene Flächenträgheitsmomente der Deckschichten wurden an einem 2-D-Balkenmodell berechnet. Die Modellierung der Deckschichten erfolgte an äquivalenten Rechteckquerschnitten unter Vorgabe einer konstanten Fläche $A_F = 0,5$ mm und unter Vorgabe des jeweiligen I_F. Der Blechquerschnitt wurde jeweils an einer Elementseite variiert, die gegenüberliegende Seite blieb eben mit $t_F = 0,5$ mm. Ferner betrug $E_C = G_C = 4$ N/mm² und $L = 5$ m. Die obere Deckschicht bildet Linierungen bis ca. $a_v = 2,5$ mm ($I_{F,o} \approx 0,8$ mm³) ab, in der unteren Deckschicht wurden auch stark profilierte Querschnitte (Dachelemente) berücksichtigt.

Die Variation von $I_{F,o}$ an der Last zugewandten Seite (Bild 6.9, links) zeigt, dass die Federsteifigkeit K_L nichtlinear mit wachsendem Trägheitsmoment zunimmt, besonders im Bereich von Linierungstiefen $\leq 1,0$ mm ($I_{F,o} \leq 0,1$ mm³) und bei dünnen Bauteilen deutlich ausgeprägter als bei dicken. Bei dünnen Kernen bewirkt die auftretende Randpressung zudem, dass die Verläufe für $L_S = 200$ und 300 mm unterhalb derer von $L_S = 60$ mm liegen (vgl. Bild 6.6).

Die Variation von $I_{F,u}$ von 0,01 mm³ (eben) bis 100 mm³ (stark profiliert, Dach) an der Last abgewandten Seite aus Bild 6.9 (rechts) ergibt bei dicken Bauteilen einen nahezu konstanten Verlauf der Federsteifigkeit. Aufgrund des vorliegenden Halbraums wird die untere Deckschicht nicht oder nur geringfügig durch die lokale Lasteinleitung beeinflusst. Bei sehr dünnen Bauteilen nimmt die Federsteifigkeit im Bereich leicht profilierter Querschnitte ($\approx$ bis $I_{F,u} = 2$ mm³) zunächst ab und bleibt anschließend relativ konstant. Lediglich in der baupraktisch eher ungewöhnlichen Kombination aus dünnem Kern und sehr breitem Auflager tritt ein Steifigkeitszuwachs auf, weshalb nicht weiter darauf eingegangen wird. Der Grund für die anfängliche Abnahme von K_L konnte nicht abschließend geklärt werden.

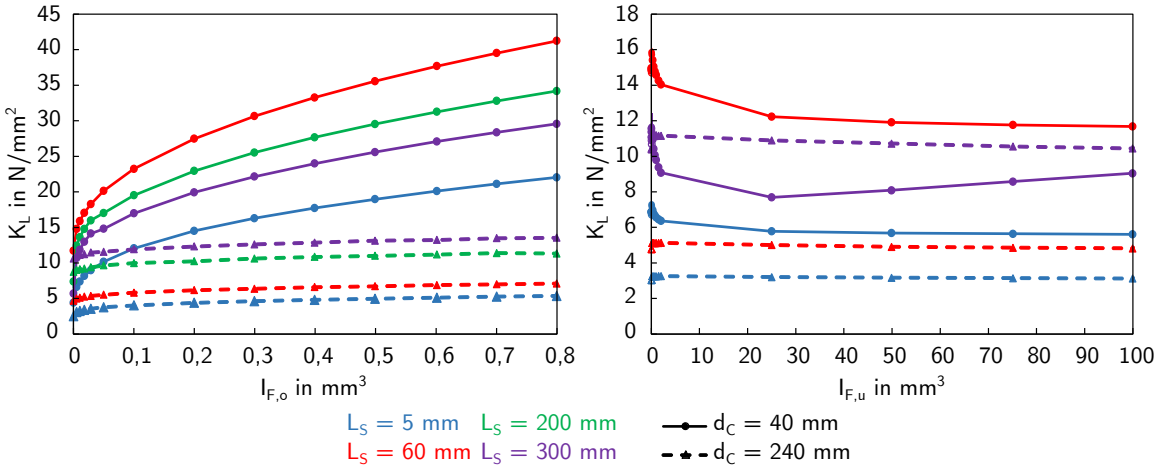


Bild 6.9: Verlauf von K_L für verschiedene Flächenträgheitsmomente der oberen (links) und unteren (rechts) Deckschicht, mit $L = 5$ m und $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2. Die jeweils gegenüberliegende Deckschichtseite ist eben mit $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm.

Es wird vermutet, dass sich das untere Blech bei geringer Biegesteifigkeit und dünnem Kern zusätzlich etwas – affin zur Verformung der oberen Deckschicht – mitverformt, was eine Reduktion der Eindrückung (bzw. Vergrößerung von K_L) zur Folge hat, da diese als Differenz der absoluten Verformung an der Elementoberseite und -unterseite bestimmt wurde. Je steifer die untere Deckschicht wird, desto stärker nimmt die dortige zusätzliche Verformung ab, was mit einer Vergrößerung der Eindrückung einhergeht. Ein Vergleich der Biegelinie der unteren Deckschicht mit der entsprechenden ungestörten Biegelinie aus einer Belastung mittels Linienlast untermauert die Vermutung. Bei kleinem $I_\mathrm{F,u}$ traten Unterschiede zur „idealen“ Biegelinie auf, welche sich mit Zunahme von $I_\mathrm{F,u}$ verringerten. Auf Basis der vorliegenden Ergebnisse hat die Vergrößerung der Biegesteifigkeit der unteren Deckschicht im Allgemeinen keinen reduzierenden Einfluss auf die lokalen Eindrückungen.

In Bild 6.10 sind die Verläufe der Federsteifigkeit über dem Verhältnis $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ für verschiedene Flächenträgheitsmomente $I_\mathrm{F,o}$ der oberen Deckschicht dargestellt. Sie repräsentieren ebene Querschnitte sowie Linierungstiefen von 1,5 und 2,5 mm. Alle Verläufe haben gemein, dass ab ca. $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} = 1,5$ eine aus der Randpressung bedinge, erkennbare Veränderung des Verlaufs auftritt. Bei den ebenen Blechen bewirkt dies eine Reduktion der Steifigkeit, bei den linierten lediglich eine Reduktion des Steifigkeitsanstiegs. Diese fällt um so geringer aus, je größer $I_\mathrm{F,o}$ wird, was sich vermutlich darauf zurückführen lässt, dass am Lastrand eine Aktivierung der Biegesteifigkeit der oberen Deckschicht stattfindet, welche die lokale Randlast mit zunehmender Biegesteifigkeit besser verteilt.

Inhomogenität des Kerns Zuletzt wird die Auswirkung eines inhomogenen Kerns auf die lokale Eindrückung untersucht. Hierfür wurden die Ansätze der Kerninhomogenität IH+ (versteifter Randbereich) und IH– (weicher Randbereich) nach Bild 5.8 herangezogen. Die zugehörigen homogenen Bezugswerte E_C und G_C betrugen 4 N/mm^2. Die Deckschichten sind eben, die Trägerlänge beträgt $L = 5$ m. Die Ergebnisse, als Verhältnis der Federsteifigkeit zwischen inhomogenem und homogenem Kern $K_\mathrm{L,IH}/K_\mathrm{L}$, aufgetragen über L_S bzw. $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$, sind in Bild 6.11 dargestellt. Man erkennt, dass die Inhomogenität nur bei großen Kerndicken im Zusammenspiel mit eher geringen Lastbreiten eine Rolle spielt. Bei $L_\mathrm{S} = 5$ mm und $d_\mathrm{C} = 240$ mm beträgt der Unterschied zum homogenen Kern bis zu 20 %, klingt

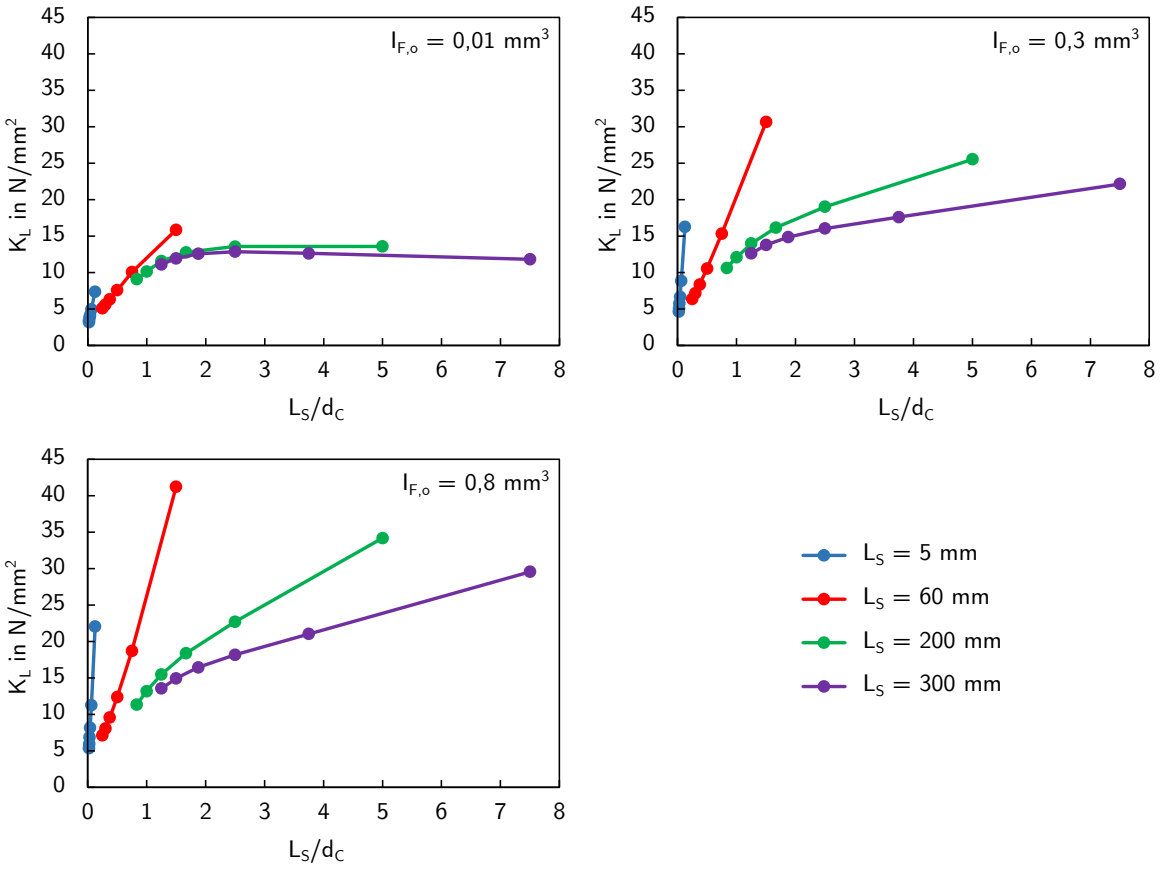


Bild 6.10: Verlauf von K_L über dem Verhältnis L_S/d_C für verschiedene Flächenträgheitsmomente $I_{F,o}$ der oberen Deckschicht, mit $L = 5$ m und $E_C = G_C = 4$ N/mm²

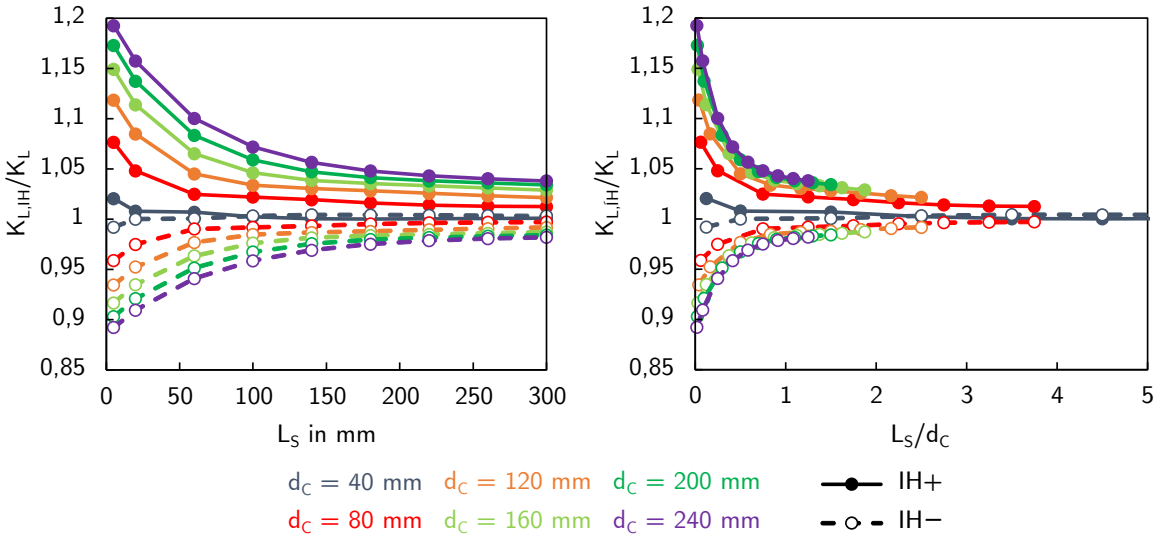


Bild 6.11: Verlauf von $K_{L,IH}/K_L$ für verschiedene Ansätze der Kerninhomogenität IH+ und IH– nach Bild 5.8, mit $L = 5$ m und $E_C = G_C = 4$ N/mm²

jedoch auf maximal 5 % ab[4]. Bei geringen Lastbreiten werden eher die deckschichtnahen Kernbereiche für den Lastabtrag aktiviert, sodass die Inhomogenität einen größeren Einfluss hat. Bei breiten Auflagern werden auch tiefere Kernschichten aktiviert, was eine teilweise Homogenisierung der Kerneigenschaften bewirkt und die Auswirkung der Inhomogenität verringert. Dies ist mit dem Effekt vergleichbar, der bei anwachsender Halbwellenlänge a_x beim Knittern auftritt (Bild 5.3). Im rechten Teilbild werden die Ergebnisse über dem Verhältnis $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ aufgetragen. Für $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} \leq 0,25$ beträgt der Unterschied weniger als 10 %, für $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} \leq 0,75$ weniger als 5 %. Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass die Inhomogenität nur eine begrenzte Auswirkung auf die Größe der lokalen Eindrückung hat, da die großen Unterschiede eher bei praxisfernen Parametern (dicker Kern und gleichzeitig sehr schmale Lasteinleitung) auftreten.

6.3 Numerische Parameterstudien zur reduzierten Knitterspannung

Mit Hilfe numerischer Modelle wurde die Auswirkung verschiedener Parameter, begrenzt auf für Sandwichelemente sinnvoll gewählte Bereiche, auf die reduzierte Knitterspannung bestimmt. Die Traglastberechnungen erfolgten an dem zuvor an den Bauteilversuchen überprüften 3D-Balkenmodell mit Berücksichtigung geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten in Deckschicht und Kern und unter Ausnutzung der Bauteilsymmetrie. Die Modellierung erfolgte gemäß Kap. 6.1.1 als Ersatzträger. Die Ergebnisdarstellung erfolgt in der Regel in Bezug auf die jeweilige ungestörten Knitterspannung σ_w. Diese wurde separat mit dem numerischen Modell eines Sechspunkt-Biegeversuchs (vgl. Bild 3.6) bestimmt, wobei die verwendeten Längen gemäß den Angaben der DIN EN 14509 (s. Tab. 3.1) festgelegt wurden. Sofern in der einzelnen Parameterstudie nicht anders angegeben, wurden folgende Kennwerte und Randbedingungen angesetzt:

- **Deckschicht:** $t_\mathrm{F} = t_\mathrm{F,o} = t_\mathrm{F,u} = 0,5$ mm, $f_\mathrm{y} = 350$ N/mm^2, $E_\mathrm{T} = 50$ N/mm^2 in Anlehnung an die Materialversuche (Tab. 4.7 und 4.11)
- **Kern:** homogen-orthotrop gemäß Tab. 6.5. Die Steifigkeitsverhältnisse wurden in Anlehnung an die Materialversuche aus Kap. 4.1 festgelegt. Der E-Modul in x-Richtung wurde, entgegen der Versuchsergebnisse, auf den dreifachen Wert der z-Richtung begrenzt, da das tatsächliche und vermutlich auf den Wechsel von PUR auf PIR zurückführbare Verhältnis zum Zeitpunkt der Berechnungen zu hoch erschien.
- Die Eigenlast wurde vernachlässigt.
- Die Ermittlung der reduzierten Knitterspannung erfolgte, wie in den Versuchen, mit dem Biegemoment am Lastrand unter Ansatz einer Doppellast $F_\mathrm{max}/2$ an den Rändern der Lasteinleitung nach Gl. (4.1) bzw. bei Dachelementen unter Verwendung des entsprechenden Sandwich-Biegemoments M_S (vgl. Stamm und Witte 1974, Kap. 3) an gleicher Stelle.
- Es wird eine Imperfektion als skalierte erste Knittereigenform mit dem Maximalwert e_0 aufgebracht. Diese wurde in drei Kategorien (klein, mittel und groß) eingestuft mit den Werten $e_0 = 0,03/0,15/0,3$ mm.

[4] Die Angaben beziehen sich auf die definierten Werte für IH+ sowie IH– und können sich bei einer anderen Ausprägung der Inhomogenität oder einem anderen Verlauf unterscheiden.

- Die untersuchten Ersatzträgerlängen betrugen 2–14 m (Dach: 1,5–12 m). Sie wurden in Abhängigkeit von der Kerndicke definiert und orientierten sich grob an Tab. 3.2. Die Bezugswerte σ_{w} wurden unter Verwendung der Längen nach Tab. 3.1 am FE-Modell des 6-Punkt-Biegeversuchs ermittelt.

Tabelle 6.5: Verwendete Kerneigenschaften für die numerischen Parameterstudien zur reduzierten Knitterspannung. Sofern nicht anders angegeben, sind die Werte in Druck- und Zugrichtung identisch.

$E_{\mathrm{C,x}}$ N/mm²	$E_{\mathrm{C,y}}$ N/mm²	$E_{\mathrm{C,z}}$ N/mm²	$G_{\mathrm{C,xy}}$ N/mm²	$G_{\mathrm{C,yz}}$ N/mm²	$G_{\mathrm{C,xz}}$ N/mm²
$= 3\,E_{\mathrm{C,z}}$	$= 1,5\,E_{\mathrm{C,z}}$		$= 0,9\,G_{\mathrm{C,xz}}$	$= 0,6\,G_{\mathrm{C,xz}}$	
12	6	4	3,6	2,4	4

Plastizität			Druck	Zug	Schub	
Richtung	f_{C} N/mm²	f_{yC} N/mm²	E_{TCc} N/mm²	E_{TCt} N/mm²	f_{Cv} N/mm²	E_{TCv} N/mm²
x	0,15	$= f_{\mathrm{C}}$	0,005	0,005	–	–
y	0,15	$= f_{\mathrm{C}}$	0,005	0,005	–	–
z	0,12	0,10 ($\approx 0,8\,f_{\mathrm{C}}$)	0,25	0,005	–	–
xy	–	–	–	–	0,15	0,005
yz	–	–	–	–	0,15	0,005
xz	–	–	–	–	0,12	0,005

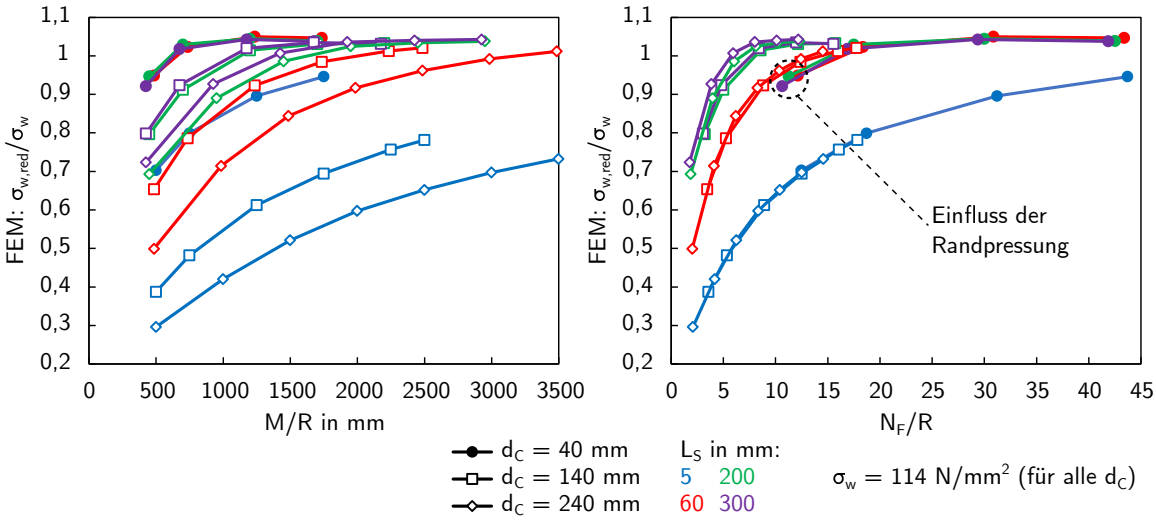


Bild 6.12: Bezogene reduzierte Knitterspannung aufgetragen über M/R (links) und N_{F}/R (rechts) mit ebenen Deckschichten und $e_0 = 0,03$ mm

6.3.1 Einfluss der Kerndicke und Lastbreite

Zunächst wurden die Parameter d_C (40–240 mm) und L_S (5, 60, 200, 300 mm) an Ersatzträgern mit ebenen Deckschichten untersucht, um deren Einfluss bei ansonsten konstanten Randbedingungen herauszufiltern. Die Größe der aufgebrachten Imperfektion betrug $e_0 = 0,03$ mm und orientierte sich an der Größe der gemessenen geometrischen Imperfektionen.

Bild 6.12 (links) führt die Ergebnisse der Parameterstudie unter Verwendung des Verhältnisses aus Biegemoment und Querlast M/R auf. Sie geben prinzipiell die aus den Versuchen gewonnenen Erkenntnisse wieder. Die reduzierte Knitterspannung steigt mit zunehmender Ersatzträgerlänge ($\sim M/R$) und zunehmender Lastbreite und geht allmählich in die ungestörte Knitterspannung über. Das Verhältnis $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ übersteigt den Wert 1,0 hierbei sogar geringfügig, was darauf zurückzuführen ist, dass die negative Auswirkung einer Querlast bei großen M/R-Verhältnissen (und großen Lastbreiten) im Dreipunkt-Biegeversuch geringer sein kann als im Sechspunkt-Biegeversuch unter Verwendung der empfohlenen Stützweiten und Lasteinleitungen. Ferner wurde festgestellt, dass die mittels Eigenwertberechnung bestimmte ideelle Knitterspannung am Ersatzträger etwas größer ist als diejenige ohne Querlast, z. B. über Eigenwertberechnungen am Modell des Sechspunkt-Biegeversuchs bzw. über analytische Berechnungen nach Gl. (3.27). Durch die starre Lasteinleitung in Feldmitte kann sich die Eigenform nur neben der Lasteinleitungsfläche ausbilden, was eine Erhöhung des Eigenwerts zur Folge haben kann.

Der Einfluss der Lasteinleitung ist begrenzt, zwischen $L_S = 200$ mm und 300 mm unterscheiden sich die Ergebnisse kaum. Weiterhin nimmt der Einfluss der Lasteinleitung mit verringerter Bauteildicke ab. Bei den dünnen Bauteilen sind zwischen $L_S = 60$–300 mm keine Unterschiede feststellbar. Die Ergebnisse lassen sich weiter verallgemeinern (Bild 6.12, rechts), wenn auf der Abszisse das Verhältnis zwischen Normalkraft der oberen Deckschicht und Querlast N_F/R aufgetragen wird mit:

$$N_F = \frac{M_S}{e} \tag{6.2}$$

N_F ergibt sich im Allgemeinen aus dem Sandwich-Biegemoment M_S, welches bei Wandelementen dem globalen Biegemoment M entspricht, und dem Abstand der Deckschicht-Schwerpunkte e. Bei ebenen Deckschichten entspricht e im FE-Modell (Deckschicht als Schale) der Kerndicke d_C. Es ist erkennbar, dass sich der Einfluss der Bauteildicke fast vollständig aus den Verläufen herausrechnen lässt. Es findet eine Translation auf der Abszisse statt, welche die Kurven gleicher Bauteildicke ineinander überführt. Sie unterscheiden sich nur noch hinsichtlich der Lastbreite. Das entscheidende Kriterium für die Größe der reduzierten Knitterspannung ist also weniger das Verhältnis aus Biegemoment und Querlast, sondern das aus einwirkender Deckschicht-Normalkraft und Querlast, was bei einem vorliegenden Stabilitätsproblem nicht weiter verwundert. Je größer die Normalkraft im Verhältnis zur Querlast ist, desto eher tritt ein Stabilitätsversagen in Form von Knittern auf. Je kleiner das Verhältnis, desto eher tritt ein Spannungsversagen der Deckschicht bzw. des Kerns (auf Querdruck) auf. Weiterhin wird der Einfluss des Verhältnisses L_S/d_C deutlich. Dort, wo es deutlich größer als 1,0 ist (siehe Markierung Bild 6.12, rechts), tritt eine verstärkte Randpressung auf, welche die Traglast zusätzlich reduziert. Im vorliegenden Fall werden die Lastbreiten von 200 und 300 mm bei den dünnen Bauteilen auf eine effektive Lastbreite von ca. 60 mm verringert. Der Effekt kommt jedoch nur bei kleinen Ersatzträgerlängen zum Vorschein, da dort die Querlast groß genug ist, um eine merkliche Auswirkung auf die

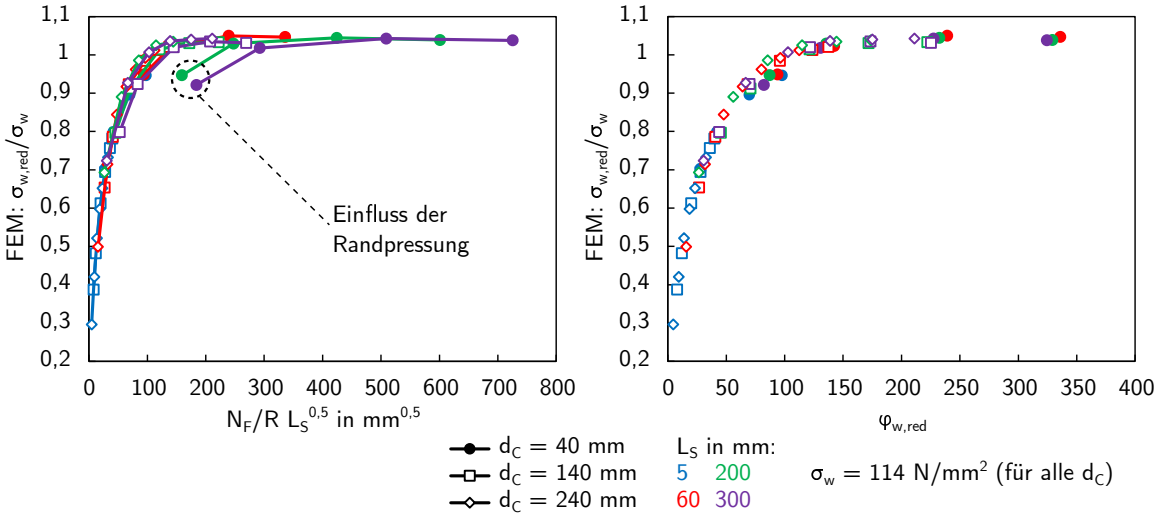


Bild 6.13: Bezogene reduzierte Knitterspannung aufgetragen über $N_\mathrm{F}/R\,L_\mathrm{S}^{0,5}$ (links) und $\varphi_\mathrm{w,red}$ (rechts) mit ebenen Deckschichten und $e_0 = 0,03$ mm

Traglast zu haben. Zwar ist die Lastverteilung auf die Lastränder, wie in Kap. 6.2 gezeigt, bei langen Bauteilen deutlich ausgeprägter, allerdings bleibt der Absolutwert der Querlast dort eher klein, sodass keine Reduktion der Traglast sichtbar wird.

Weitere Untersuchungen ergaben, dass die Verläufe – zumindest bei ebenen Deckschichten – eine Abhängigkeit von der Wurzel der Lastbreite zeigen. Durch die Modifikation der Abszisse mit

$$\frac{N_\mathrm{F}}{R}\sqrt{L_\mathrm{S}} \tag{6.3}$$

lassen sich die Ergebnisse weiter verallgemeinern (Bild 6.13, links). Um der negativen Auswirkung der Randpressung Rechnung zu tragen, wird $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$, in Übereinstimmung mit den Erkenntnissen des vorigen Kapitels, auf den Wert 1,5 begrenzt (Bild 6.13, rechts). Der dort verwendete Parameter (Einheiten: N und mm) wird definiert zu:

$$\varphi_\mathrm{w,red} = \frac{N_\mathrm{F}}{R}\sqrt{\frac{1}{L_\mathrm{S1}}\min\left\{\begin{array}{l} L_\mathrm{S} \\ 1,5\,d_\mathrm{C}\end{array}\right.} \qquad \text{mit } L_\mathrm{S1} = 1\,\mathrm{mm} \tag{6.4}$$

Aus dem exemplarischen Vergleich in Bild 6.14 ist ersichtlich, dass sich die Verläufe nicht vollständig verallgemeinern lassen. Beispielsweise bewirkt eine Vergrößerung der Imperfektion von 0,03 mm auf 0,15 mm einen horizontalen Versatz auf der Abszisse. Der Vorgriff auf die Ergebnisse mit linierten Deckschichten zeigt, dass dort ebenfalls ein Versatz auftritt. Auch wenn eine weitere Normierung hinsichtlich der Imperfektion möglich scheint, so ist deren Größe (geometrisch und strukturell) in der Regel unbekannt. Relevanter sind die vorhandenen Unterschiede zwischen den Deckschichtausführungen, welche darauf schließen lassen, dass sich die Ergebnisse nur innerhalb einer Versuchsreihe – genauer gesagt, wenn die Eigenschaften des Kerns und der Deckschicht konstant sind – normieren lassen.

6.3.2 Einfluss der Imperfektion e_0

Die Ergebnisse der Untersuchungen hinsichtlich der Größe der angesetzten Imperfektion sind in Bild 6.15 dargestellt. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Untersuchungen wurde

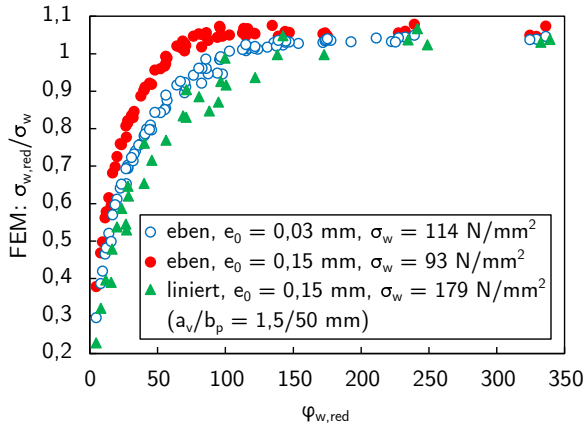


Bild 6.14: Vergleich der Verläufe für verschiedene Deckschichten und Imperfektionen

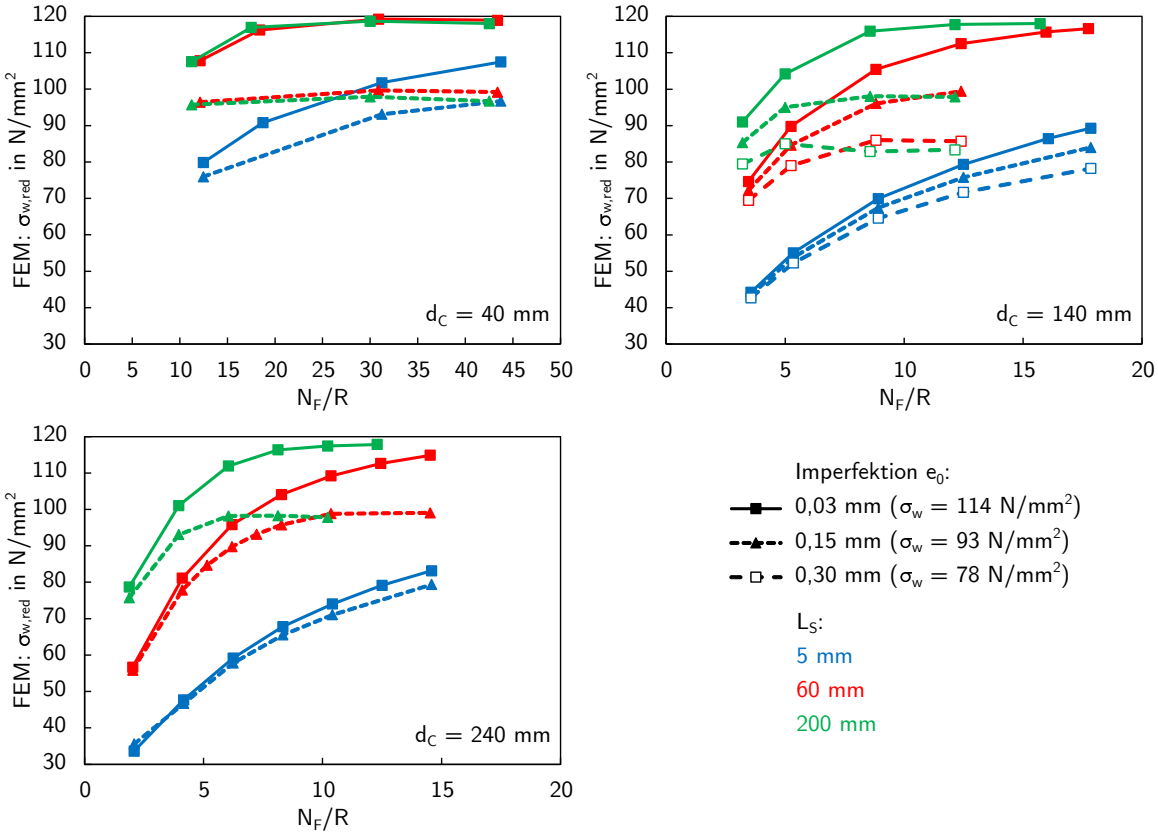


Bild 6.15: Verlauf der reduzierten Knitterspannung unter Ansatz verschiedener Imperfektionen e_0. Jedes Teilbild repräsentiert eine bestimmte Kerndicke.

der Betrag $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ anstelle des Verhältnisses $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ abgebildet, da die Auswirkung der Vorverformung auf diese Weise deutlicher zum Vorschein kommt. Es wurden ebene Deckschichten sowie konstante homogene Kerneigenschaften $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = 4$ N/mm^2 angesetzt. Für die Imperfektion wurden die drei vorab definierten Größenordnungen klein, mittel und groß ($e_0 = 0,03/0,15/0,3$ mm) verwendet, letztere nur für $d_{\mathrm{C}} = 140$ mm.

Die Ergebnisse lassen Rückschlüsse auf den auftretenden Versagensmechanismus ziehen und bestätigen die Erkenntnisse aus den Bauteilversuchen. Bei kleinen N_{F}/R-Verhältnissen hat die Vorverformung nur einen geringen Einfluss auf die Knitterspannung, da dort ein

Tabelle 6.6: Faktoren $E_{\mathrm{C},i}/E_{\mathrm{C}}$ bzw. $G_{\mathrm{C},i}/G_{\mathrm{C}}$ für die inhomogenen Verläufe über die Kerndicke IH+ und IH–

Schicht	relative Schichtdicke	H	IH+ $E_{\mathrm{C},i}/E_{\mathrm{C}}$ $G_{\mathrm{C},i}/G_{\mathrm{C}}$	IH–
–	%	–	–	–
1	6,25	1,0	1,85	0,68
2	6,25	1,0	1,55	0,83
3	6,25	1,0	1,25	0,98
4	6,25	1,0	0,95	1,13
5	50	1,0	0,8	1,2
6	6,25	1,0	0,95	1,13
7	6,25	1,0	1,25	0,98
8	6,25	1,0	1,55	0,83
9	6,25	1,0	1,85	0,68

Spannungsversagen des Kerns auf Druck in Dickenrichtung oder ein reines Spannungsversagen der Deckschicht auftritt. Genauer gesagt versagt der Kern nicht auf Druck, sondern er beginnt zu plastizieren, was mit einer Zunahme der lokalen Verformung der Deckschicht einhergeht, bis diese die Fließspannung erreicht. Die Auswirkung von e_0 wächst mit zunehmendem N_{F}/R an. Durch die gesteigerte Normalkraft setzen die Effekte nach Theorie II. Ordnung ein und das Versagen geht in ein reines Stabilitätsversagen der Deckschicht bzw. des Kerns über (s. Gl. (3.22) und (3.48)). Bei dünnen Kernen wirkt sich e_0 innerhalb der betrachteten Ersatzträgerlängen stets auf die Ergebnisse aus, da N_{F} aufgrund der geringeren statischen Höhe selbst bei kürzeren Bauteilen vergleichsweise groß ist, wodurch die Effekte nach Theorie II. Ordnung eine Rolle spielen.

6.3.3 Einfluss der Kerninhomogenität

Die nachfolgende Untersuchung stellt die Auswirkungen der Kerninhomogenität auf $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ dar (Bild 6.16). Deren Modellierung erfolgte unter Ansatz der bereits zuvor festgelegten Verteilungen IH+ und IH– nach Bild 5.8 (siehe auch Tab. 6.6). Da diese in Abhängigkeit von der Kerndicke definiert wurden, liegen je nach Kerndicke unterschiedliche Einzelschichtdicken und somit unterschiedliche Bettungseigenschaften des Kerns vor, weshalb sich die Verläufe nicht mit Hilfe des N_{F}/R-Verhältnisses ineinander überführen lassen und stattdessens das Verhältnis M/R auf der Abszisse verwendet wurde. Die Deckschichten sind eben, die Vorverformung beträgt $e_0 = 0,15$ mm und die Lastbreite konstante $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm. Als homogener Bezugswert wurde $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = 4$ N/mm^2 angesetzt. Die Inhomogenität bezieht sich nur auf die z- und xz-Richtung des Kerns.

Aus den Ergebnissen ist sichtbar, dass die Inhomogenität bei großem M/R (bzw. bei großem N_{F}/R) einen erheblichen Einfluss auf die Knitterspannung hat, da hier das Stabilitätsversagen dominiert, welches unmittelbar von den vorhandenen Bettungseigenschaften des Kerns

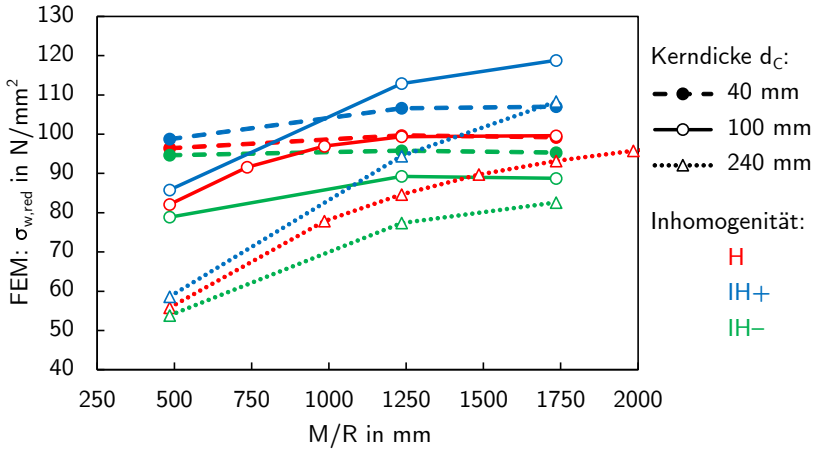


Bild 6.16: Reduzierte Knitterspannung für verschiedene Ansätze der Kerninhomogenität H (homogen), IH+ und IH– nach Tab. 6.6

beeinflusst wird. Bei kleinem M/R (bzw. N_F/R) treten nur vergleichsweise geringe Unterschiede auf, auch wenn die lokale Eindrückung gerade bei dicken Kernen durchaus von der Inhomogenität beeinflusst wird (vgl. Bild 6.11). Jedoch sind die Querlasten hier so groß, dass das Versagen vom Fließbeginn des Kerns oder der Deckschicht gesteuert wird. Die Inhomogenität spielt eine untergeordnete Rolle. Ferner ist die Auswirkung der Inhomogenität bei dünnen Kernen geringer als bei dicken, da die Bettungssteifigkeit aufgrund der geringen Kerndicke teilweise homogenisiert wird. Die für das Knittern aktivierbare Kerndicke d_grenz ist unter den gegebenen Voraussetzungen nach Gl. (5.4) konstant, sodass bei dickeren Elementen nur ein Teil und bei dünnen Elementen fast der gesamte Kern aktiviert wird (Homogenisierung). Die reduzierten Knitterspannungen im Verlauf IH+ liegen bei $d_\mathrm{C} = 100$ mm oberhalb derer bei $d_\mathrm{C} = 240$ mm, was auf die vorhandene Proportionalität der Bettungssteifigkeit zur Kerndicke ($\sim 1/d_\mathrm{C}$) und den einhergehenden größeren Eindrückungen bei $d_\mathrm{C} = 240$ mm zurückzuführen ist (vgl. Bild 6.6), trotz der Tatsache, dass die inhomogenen Einzelschichten bei $d_\mathrm{C} = 240$ mm per Definition (relative Schichtdicke 6,25 % gem. Tab. 6.6) größer sind als bei $d_\mathrm{C} = 100$ mm.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass die Inhomogenität für das reine Versagen aus Querlast eine eher untergeordnete Rolle spielt, wohingegen sie das Stabilitätsversagen deutlich beeinflusst.

6.3.4 Einfluss der Kernfestigkeiten f_C und f_Cv

Die Untersuchungen hinsichtlich der Kernfestigkeit wurden mit Ersatzträgerlängen von 2–7 m, einer konstanten Lastbreite von 60 mm, ebenen Deckschichten und einem homogenen Kernwerkstoff durchgeführt. Zum einen wurde der Einfluss der Kernfestigkeit in Dickenrichtung ($f_\mathrm{C} = 0,05/0,12/0,2$ N/mm^2, mit $f_\mathrm{yC} = 0,8\, f_\mathrm{C}$ und E_TC nach Tab. 6.5) bei konstanter Schubfestigkeit f_Cv untersucht (Bild 6.17, links). Zum anderen wurde verglichen, wie sich eine Änderung der Schubfestigkeit gegenüber einer Änderung der Kernfestigkeit in Dickenrichtung auf die Knitterspannung auswirkt (Bild 6.17, rechts).

Ersteres ergab, dass die Festigkeit in Dickenrichtung eine große Auswirkung auf die reduzierte Knitterspannung haben kann, sofern die Festigkeit klein ist. Hier wird das Versagen sowohl im Stabilitätsfall (N_F/R groß $\rightarrow$ Zugversagen des Kerns bzw. Delamination) als auch beim Spannungsversagen (N_F/R klein $\rightarrow$ Fließen des Kerns) durch die Kernfestigkeit

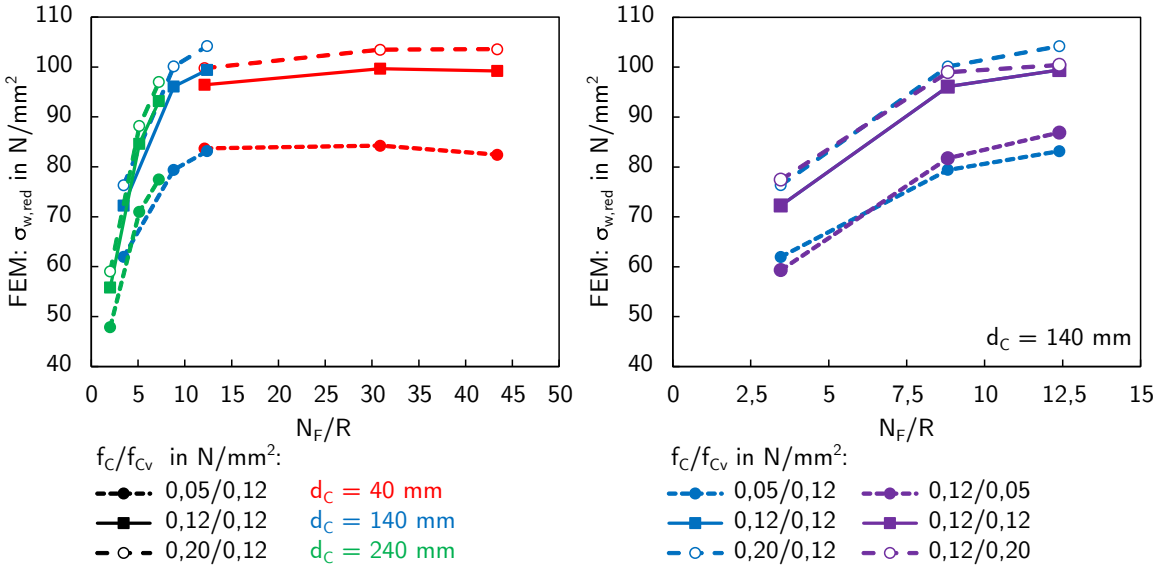


Bild 6.17: Reduzierte Knitterspannung für verschiedene Kernfestigkeiten f_C bei konstanter Schubfestigkeit $f_{Cv} = 0,12$ N/mm²(links), Variation der Schubfestigkeit f_{Cv} im Vergleich zur Variation der Kernfestigkeit f_C (rechts)

gesteuert. Bei größeren Festigkeiten (0,12–0,2 N/mm²) sind die Unterschiede gering. Die Tragfähigkeit wird hier durch das Fließen der Deckschicht (bei großem N_F/R nach Theorie II. Ordnung) begrenzt. Verwendet man statt dem Absolutwert die bezogene Darstellung $\sigma_{w,red}/\sigma_w$ (nicht dargestellt), verschwindet der Einfluss der Kernfestigkeit weitestgehend aus den Verläufen. Bei größeren Differenzen zwischen Druck- und Zugfestigkeit sind allerdings auch Unterschiede in der bezogenen Darstellung denkbar. Dieser Fälle konnten jedoch mit dem verwendeten Materialmodell nicht abgebildet werden. Das rechte Teilbild zeigt, dass die Schubfestigkeit eine nahezu identische Auswirkung auf die Knitterspannung hat, wie die Druck- und Zugfestigkeit. Dies lässt sich wohl darauf zurückführen, dass das Kernfließen im numerischen Modell, welches durch ein Fließkriterium im hinterlegten orthotropplastischen Materialgesetz gesteuert wird, auch durch eine lokale Überschreitung der angesetzten Schubfestigkeit – genauer gesagt der Schub-Fließspannung – ausgelöst werden kann, wie sie bspw. lokal unterhalb des Lastrands auftritt. Die Folge ist ein Steifigkeitsverlust des Kernmaterials, mit ähnlichen Auswirkungen auf die Traglast wie bei einer Überschreitung der Druck- oder Zugfestigkeit. Es sei angemerkt, dass mit Ausnahme eines kurz gespannten Dachelements (1500 mm) mit großer Lastbreite (200 mm) in keiner der numerischen Untersuchungen ein rechnerisches Schubversagen der Kerns nach Gl. (2.1) auftrat.

6.3.5 Einfluss der leichten Deckschichtprofilierung

Nachfolgend werden die Untersuchungen hinsichtlich der leichten Deckschichtprofilierung aufgeführt (Bezeichnungen gemäß Bild 3.4). Es wurden ausschließlich linierte Deckschichten mit verschiedenen Teilfeldbreiten b_p (25–75 mm) sowie verschiedenen Linierungstiefen a_v (1,0–2,5 mm) untersucht. Die Stegbreite war konstant ($b_s = 3,5$ mm). Sofern nicht anders angegeben, betrugen $E_C = G_C = 4$ N/mm² (homogen) und $e_0 = 0,15$ mm. Die Zugseite der Sandwichelemente bestand bei Wandelementen aus einer ebenen, bei Dachelementen aus einer stark profilierten Deckschicht.

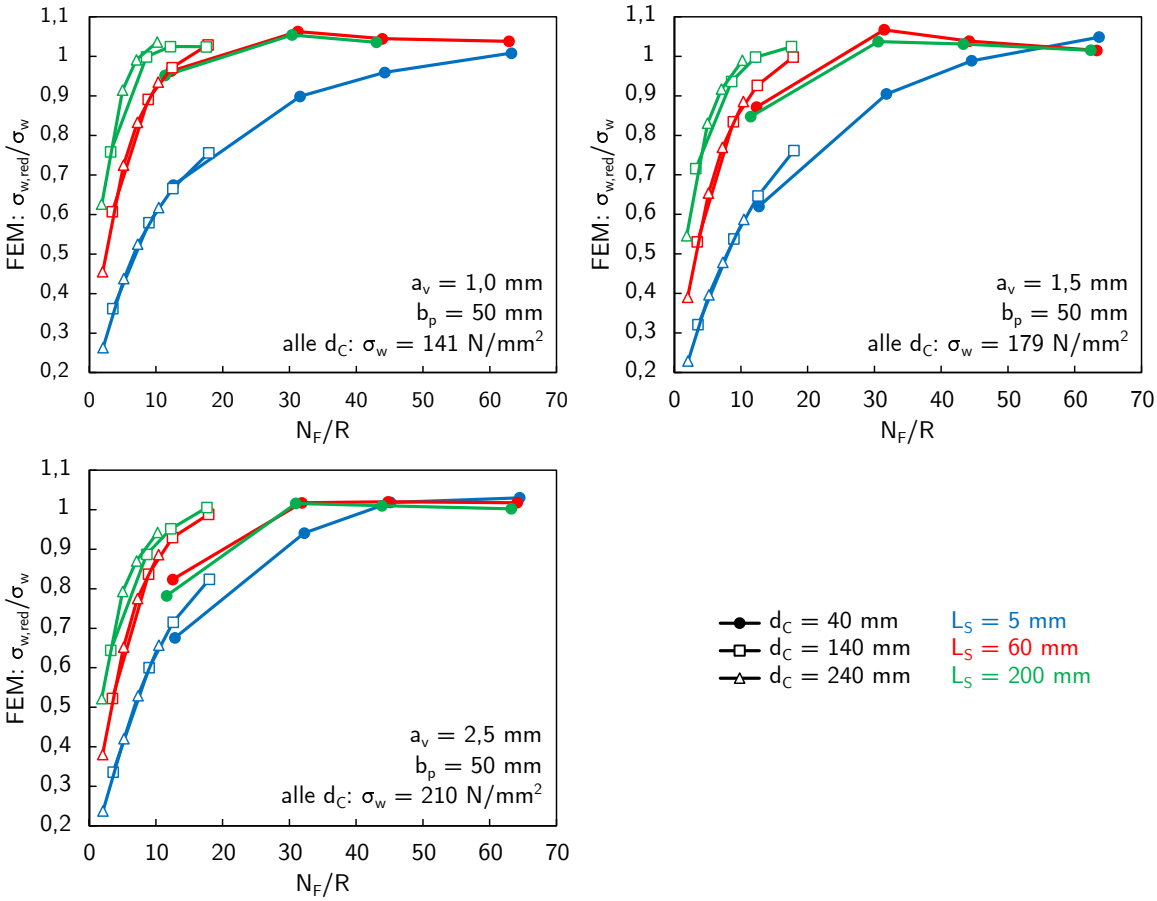


Bild 6.18: Bezogene reduzierte Knitterspannung für verschiedene Linierungstiefen a_v bei konstanter Teilfeldbreite $b_\mathrm{p} = 50$ mm.

Linierungstiefe bzw. Deckschicht-Biegesteifigkeit An Wandelementen wurde die Linierungstiefe $\mathrm{a_v}$ bei konstanter Teilfeldbreite $b_\mathrm{p} = 50$ mm variiert (Bild 6.18). Die Verläufe unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander. Die Kurven mit größerer Linierungstiefe liegen leicht unterhalb derer mit geringerer Linierungstiefe. Es fällt auf, dass sich der Verlauf mit 200 mm Lastbreite mit zunehmender Deckschicht-Biegesteifigkeit nach unten verschiebt und näher an den Verlauf mit 60 mm Lastbreite heranrückt.

Ferner ist erkennbar, dass die Traglast-Reduktion aufgrund der Randpressung bei dünnen Bauteilen und breiter Lastfläche ($d_\mathrm{C} = 40$ mm, $L_\mathrm{S} = 200$ mm, $N_\mathrm{F}/R \approx 10$) umso deutlicher auftritt, je größer die Linierungstiefe ist. Dies widerspricht nur scheinbar den Erkenntnissen aus dem Vergleich der lokalen Eindrückung nach Bild 6.10. Der Betrag $\sigma_\mathrm{w,red}$ nimmt von $a_\mathrm{v} = 1,0$ nach 2,5 mm zu, was in Übereinstimmung mit Bild 6.10 ($L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} = 5$) auf die Verringerung der Randpressungen mit zunehmender Deckschicht-Steifigkeit zurückzuführen ist. Beide Traglasten werden in diesem Fall durch das Erreichen der Kernfestigkeit begrenzt. Der Anstieg der Traglast aufgrund der verringerten Randpressungen ist lediglich geringer als der Anstieg der ungestörten Knitterspannung σ_w von $a_\mathrm{v} = 1,0$ zu 2,5 mm, weshalb das Verhältnis $\sigma_\mathrm{w,red}/\sigma_\mathrm{w}$ kleiner wird.

Teilfeldbreite An Wandelementen wurde die Teilfeldbreite b_p bei konstanter Linierungstiefe $\mathrm{a_v} = 1,5$ mm variiert (Bild 6.19). Auch hier unterscheiden sich die Verläufe nicht wesentlich voneinander. Die Kurven mit $b_\mathrm{p} = 50$ und 75 mm weichen nur geringfügig

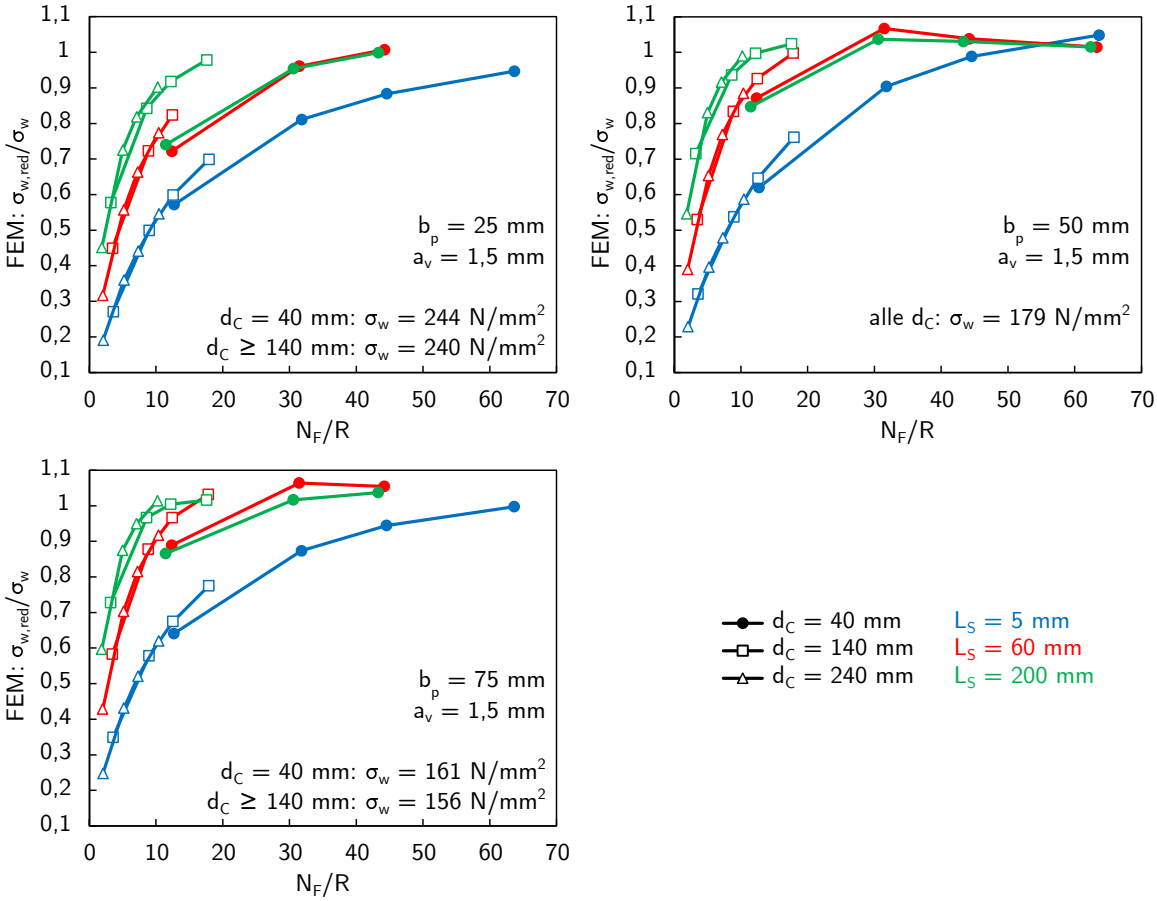


Bild 6.19: Bezogene reduzierte Knitterspannung für verschiedene Teilfeldbreiten b_p bei konstanter Linierungstiefe $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm

voneinander ab, liegen jedoch beide oberhalb derer mit $b_\mathrm{p} = 25$ mm. Dies kann damit begründet werden, dass der Querschnitt bei letzterem aufgrund der geringen Teilfeldbreite nahezu voll wirksam bleibt und der Bezugswert σ_w daher überproportional größer ist als bei den breiteren Teilfeldern mit wirksamen Deckschicht-Querschnitten, was mit einem vertikalen Versatz der Kurven einhergeht.

Kernmoduln E_C und G_C An Wandelementen wurden die Kernmoduln E_C und G_C (nur in z- bzw. xz-Richtung) bei konstanter Linierungstiefe $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm und Teilfeldbreite $b_\mathrm{p} = 25$ mm variiert (Bild 6.20). Die Verläufe mit den Moduln 2 und 4 N/mm^2 stimmen weitestgehend überein. Bei 6 N/mm^2 liegen die Verläufe mit 40 mm Kerndicke oberhalb der entsprechenden Verläufe der anderen Kernmoduln. Am deutlichsten tritt dies bei $L_\mathrm{S} = 5$ mm in Erscheinung. Der Unterschied ist möglicherweise erneut auf den Bezugswert σ_w zurückzuführen. An den dünnen Bauteilen trat bei 6 N/mm^2 ein Teilfeldbeulen auf, einhergehend mit einer geringeren ungestörten Knitterspannung als dies bei einem voll wirksamen Querschnitt der Fall wäre. Bei 2 und 4 N/mm^2, ebenso bei den dickeren Bauteilen, trat dies nicht auf. Hier knitterte der Deckschichtquerschnitt als Ganzes. Es konnte nicht abschließend geklärt werden, ob dies der alleinige Grund für die Abweichung ist, da sie bei $L_\mathrm{S} = 5$ mm zu groß erscheint, um sie allein auf den Bezugswert zurückzuführen.

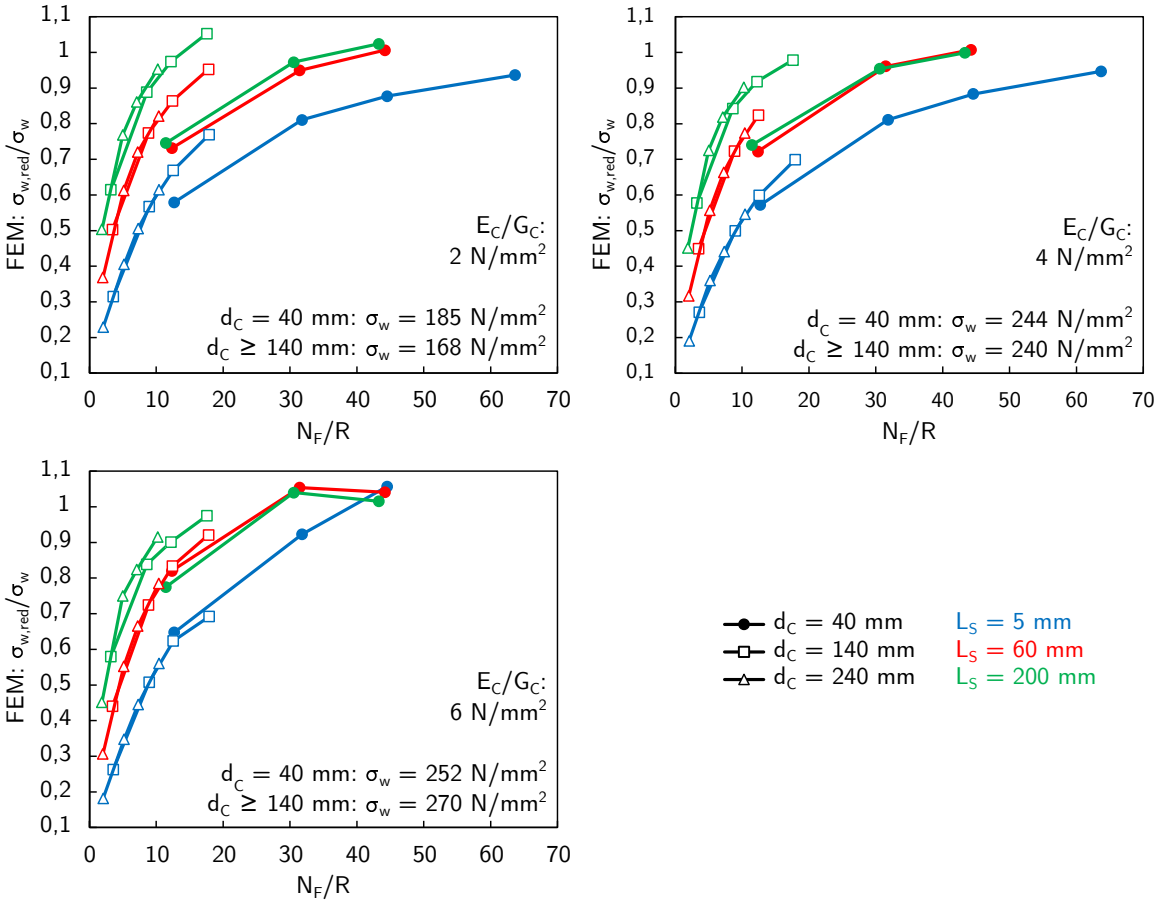


Bild 6.20: Bezogene reduzierte Knitterspannung für verschiedene Kernmoduln E_C und G_C bei konstanten $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm und $b_\mathrm{p} = 25$ mm

Dachelemente Die untersuchten Dachelemente hatten durchgehende Kerndicken von 30–140 mm. Die gedrückte Deckschicht war liniert ($a_\mathrm{v} = 1,0$ mm, $b_\mathrm{p} = 50$ mm), die Zugseite profiliert (vgl. Bild 6.21). Bild 6.22 stellt die Ergebnisse der Parameterstudie dar.

Hinsichtlich der reduzierten Knitterspannung sind keine großen Unterschiede zwischen Dach- und Wandelementen auszumachen. Lediglich die dünnen Bauteile zeigen bei geringem N_F/R-Verhältnis eine größere Reduktion der Traglast als dies bei Wandelementen der Fall war. Dies hat mehrere Gründe. Zum einen ist die kleinste verwendete Ersatzträgerlänge mit 1,5 m kürzer als bei den Wänden (2,0 m), zum anderen ist die durchgehende Kerndicke mit 30 mm ebenfalls kleiner. Letzteres bewirkt eine Verstärkung der Randpressungen. Zudem ist der Anteil der Deckschicht-Normalkraft bei dünnen Dachelementen viel kleiner als bei Wandelementen, da der Lastabtrag über die Sandwich-Tragwirkung im Verhältnis zum Lastabtrag über das Trapezprofil reduziert wird. Dadurch liegt auch bei dünnen, kurzgespannten Dachelementen eher ein Spannungsproblem statt eines Stabilitätsproblems vor.

Weiterhin trat insbesondere bei den kürzeren Dachelementen mit 60 und 200 mm Lastbreite eine rechnerische Überschreitung der Fließspannung an der Trapezprofil-Außenseite auf. Ebenso wurde in den numerischen Modellen die Fließspannung erreicht. Stichprobenartige numerische Vergleichsrechnungen mit linear-elastischem Materialgesetz für das Trapezprofil zeigten allerdings nur geringfügige Unterschiede hinsichtlich der Traglast, sodass davon ausgegangen werden kann, dass das Deckschichtfließen an der lastabgewandten Elementseite zwar als eigenständiger Versagensfall zu prüfen ist, dies hinsichtlich der reduzierten

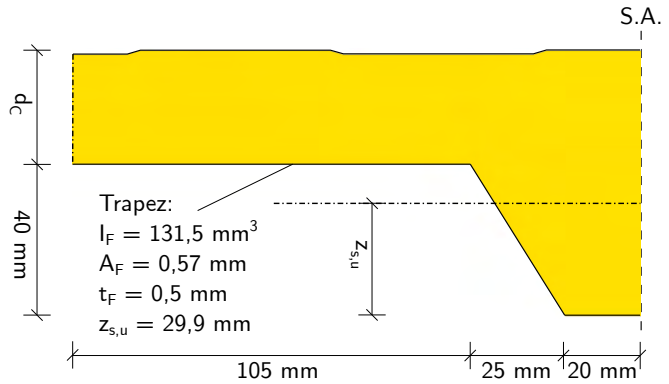


Bild 6.21: Abmessungen der starken Profilierung der Dachelemente

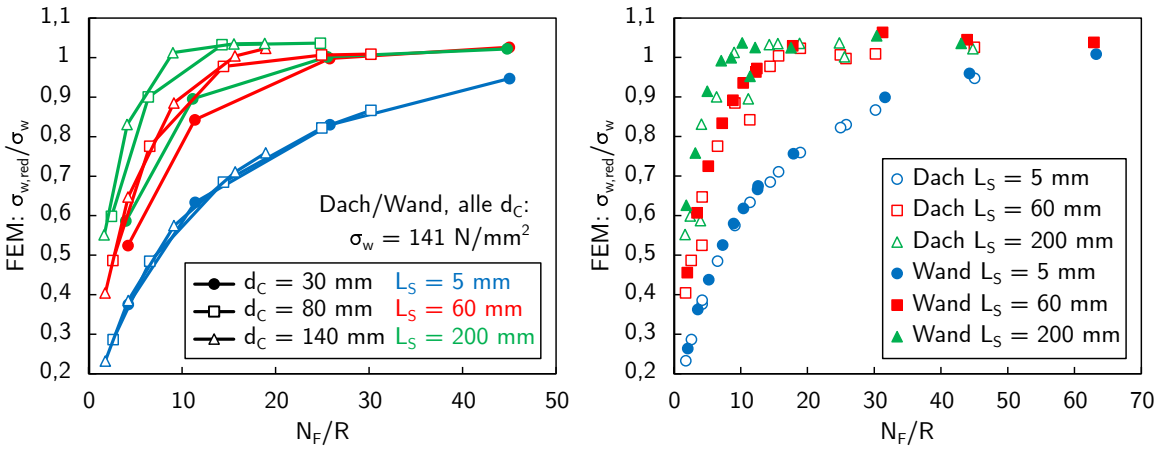
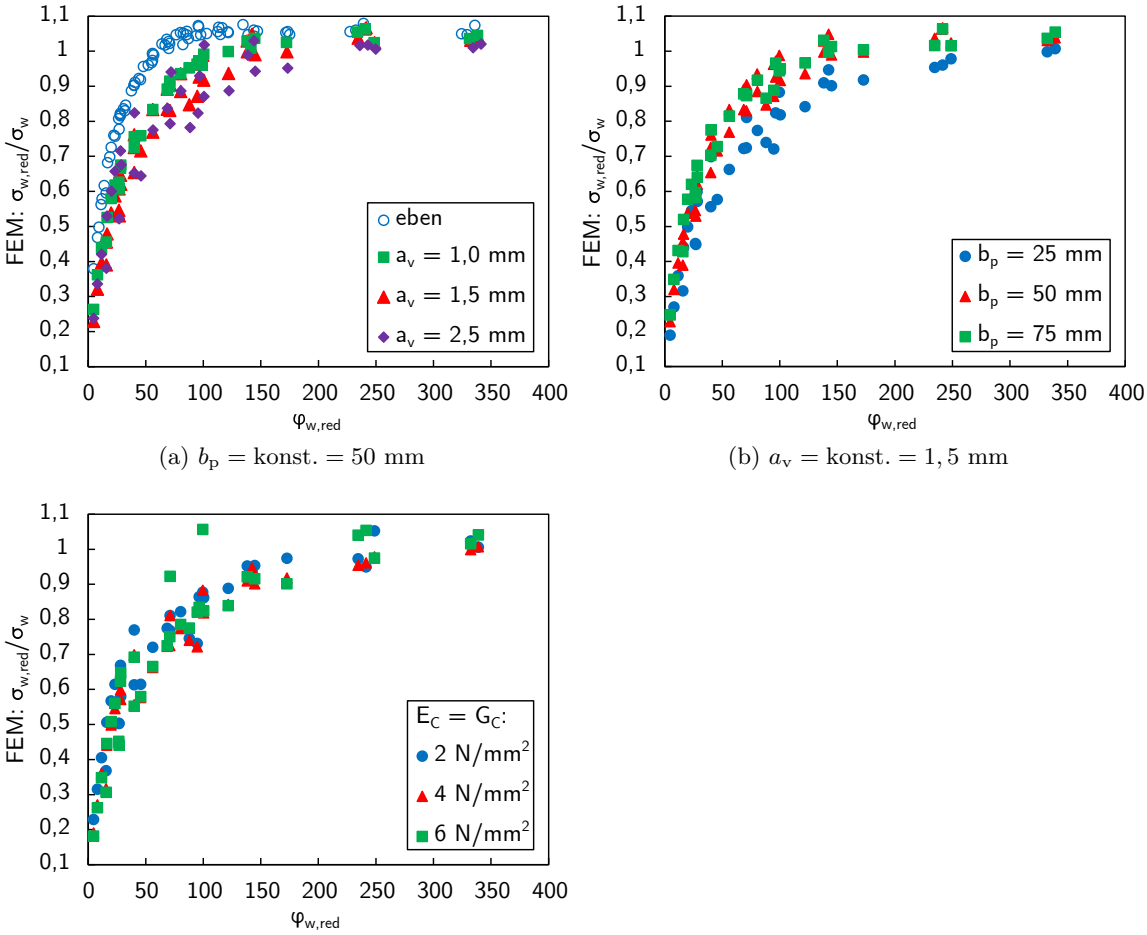


Bild 6.22: Bezogene reduzierte Knitterspannung der Dachelemente (links), Vergleich zwischen Dach- und Wandelement (rechts). Mit $b_\mathrm{p} = 50$ mm, $a_\mathrm{v} = 1,0$ mm und $e_0 = 0,15$ mm an der linierten Druckseite.

Knitterspannung jedoch von untergeordneter Bedeutung ist. Ein interessanter Nebenaspekt an den Ergebnissen ist, dass die ungestörten Knitterspannungen σ_w für die dicken und dünnen Dachbauteile gleicht groß sind und weiterhin mit den Knitterspannungen der Wandelemente übereinstimmen (unter Ansatz identischer Blechgeometrie und Werkstoffkennwerte). Demnach stellt sich der positive Effekt auf die Knitterspannung, den die Theorie bei einer steifen Deckschicht auf der Zugseite dünner Bauteile vorhersagt, überhaupt nicht ein. Betrachtet man den Querschnitt in Bild 6.21, so sieht man, dass der steife Bereich aus dem Trapezprofil nur an diskreten Stellen (üblicher Abstand ca. 330 mm) vorliegt und dort zur Unterstützung der Kernbettung beitragen kann. Im übrigen Bereich an der Zugseite liegt jedoch nur eine leicht profilierte oder ebene Deckschicht vor, welche keine Stützwirkung aufbringen kann. Folglich sollte vom Ansatz einer Stützwirkung aus der Zugseite in den analytischen Lösungsansätzen (vgl. Kap. 3.1.1, Dünne Bauteile mit endlicher Kerndicke) generell abgesehen werden, sofern diese keine kontinuierliche, große Steifigkeit über die gesamte Elementbreite besitzt.

Ergebnisvergleich im Hinblick auf $\varphi_\mathrm{w,red}$ Die Ergebnisse werden im Hinblick auf den in Gl. (6.4) eingeführten Parameter $\varphi_\mathrm{w,red}$ miteinander verglichen, um dessen Anwendbarkeit zur Normierung der Verläufe auch für leicht profilierte Querschnitte zu überprüfen. Man erkennt, dass die Streuung der Ergebnisse innerhalb einer Kurve mit steigender Linierungstiefe



(a) b_p = konst. = 50 mm

(b) a_v = konst. = 1,5 mm

(c) $a_\mathrm{v} = 2,5$ mm, $b_\mathrm{p} = 50$ mm

Bild 6.23: Vergleich der Ergebnisse im Hinblick auf den Parameter $\varphi_\mathrm{w,red}$. Bezugswerte σ_w gemäß den Angaben in Bild 6.12 ff.

zunimmt (Bild 6.23a) und dass ein Versatz der Kurven zueinander vorhanden ist. Hinsichtlich der untersuchten Teilfeldbreiten (Teilbild b) zeigt nur der Verlauf mit $b_\mathrm{p} = 25$ mm eine Abweichung, was vermutlich auf den bereits angesprochenen voll wirksamen Querschnitt zurückzuführen ist. Ebenso nimmt die Streuung der Ergebnisse etwas zu, je geringer die Teilfeldbreite wird. Der Vergleich der Kernmoduln (Teilbild c) ergibt, dass die drei Verläufe relativ gut übereinander liegen, jedoch in allen Verläufen gewisse Streuungen vorliegen. Die beiden Ausreißer bei 6 N/mm^2 wurden bereits zuvor diskutiert (Bild 6.20 unten, $L_\mathrm{S} = 5$ mm und $d_\mathrm{C} = 40$ mm). Es lässt sich also festhalten, dass der Parameter $\varphi_\mathrm{w,red}$ durchaus zur Normierung der Verläufe geeignet ist. Aufgrund der recht hohen Streuungen innerhalb der einzelnen Verläufe ist ggf. eine Modifikation des Parameters nötig.

6.3.6 Sonstiges

Einfluss von E_C und G_C Bild 6.24 zeigt die Ergebnisse an Wandelementen mit ebenen Deckschichten aus einer Variation der Moduln E_C und G_C des homogenen Kerns (in z- bzw. xz-Richtung). Die Kernmoduln haben in der absoluten Darstellung (linkes Teilbild) einen großen Einfluss auf die Größe der Knitterspannung. Wie am rechten Teilbild zu

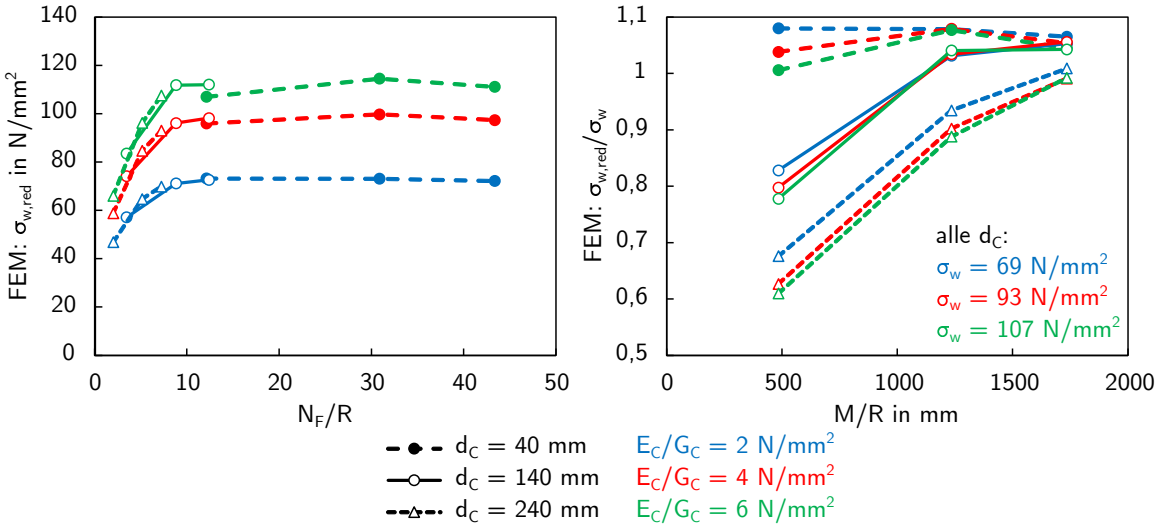
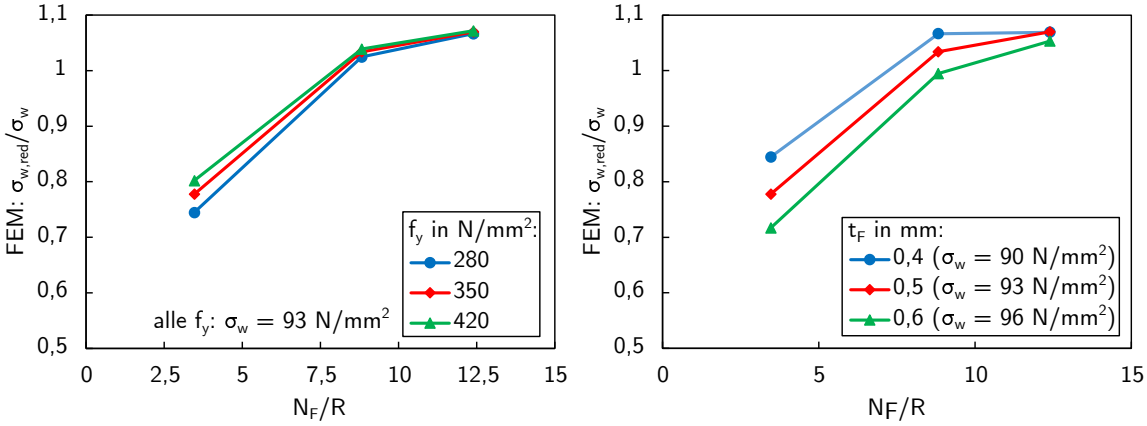


Bild 6.24: Reduzierte Knitterspannung für verschiedene Kernmoduln E_C und G_C, aufgetragen als $\sigma_\mathrm{w,red}$ über N_F/R (links) und $\sigma_\mathrm{w,red}/\sigma_\mathrm{w}$ über M/R (rechts). Alle Berechnungen mit $L_\mathrm{S} = 60$ mm und $e_0 = 0,15$ mm.



(a) eben, Fließspannung f_y (b) eben, Blechdicke t_F

Bild 6.25: Bezogene reduzierte Knitterspannung für verschiedene Fließspannungen und Blechdicken der Deckschicht, mit $d_\mathrm{C} = 140$ mm und $L_\mathrm{S} = 60$ mm

erkennen ist, das Verhältnis N_F/R wurde hier zur Verbesserung der Anschaulichkeit durch M/R ersetzt, lässt sich dieser durch den Bezug der Ergebnisse auf σ_w weitestgehend herausrechnen. Lediglich an den kürzeren Bauteilen, bei denen die lokale Eindrückung eine größere Rolle spielt, und an den dicken Kernen sind die Unterschiede größer. Von 2 auf 6 N/mm² betragen diese maximal 10 %.

Einfluss der Fließspannung f_y und der Blechdicke des Stahls Die Variation der Stahl-Fließspannung bei konstanter Kerndicke $d_\mathrm{C} = 140$ mm und Lastbreite $L_\mathrm{S} = 60$ mm zeigte bei kleinem N_F/R eine maximale Änderung von ca. 7 % bezüglich des Verhältnisses $\sigma_\mathrm{w,red}/\sigma_\mathrm{w}$, ebenso bezüglich des Werts $\sigma_\mathrm{w,red}$ selbst (Bild 6.25a). Der Einfluss der Blechdicke nimmt bei geringem N_F/R zu (Teilbild b). Der maximale Unterschied bei $N_\mathrm{F}/R = 3,5\,(L = 2\,\mathrm{m})$ liegt bei ca. 17 % und verschwindet mit großem N_F/R fast

vollständig. Die geringere reduzierte Knitterspannung bei dickeren Deckschichten ist auf die spannungsbasierte Auswertung zurückzuführen. Grundsätzlich steigt die Traglast $F_{\max}$ – ebenso auch die zu $F_{\max}$ proportionale Deckschicht-Normalkraft N_{F} – aufgrund der vergrößerten Biegesteifigkeit der Deckschicht[5] mit zunehmender Blechdicke an. Der Anstieg der Traglast wird im Falle größerer Querlasten (N_{F}/R klein) vermutlich durch die konstante Kernfestigkeit bzw. das Einsetzen des Kernfließens begrenzt und ist dadurch verhältnismäßig geringer als der zugehörige Anstieg der Blechdicke. Dadurch nimmt die Membranspannung ($\sigma_{\mathrm{w,red}} = N_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}$) insgesamt ab.

6.4 Zusammenfassung

Folgende Erkenntnisse wurden in diesem Kapitel gewonnen:

- Ein Vergleich mit Versuchsergebnissen zeigte die prinzipielle Eignung des FE-Modells, den Effekt der lokalen Eindrückung auf die Knitterspannung abzubilden. Die Imperfektion wurde jeweils durch eine Vorverformung der Deckschicht mit der auf den Wert e_0 hochskalierten ersten Knittereigenform aufgebracht, welche durch eine vorgeschaltete Eigenwertberechnung bestimmt wurde. Die zugehörigen Knitter-Halbwellenlängen betrugen ca. 30 mm, sowohl im Falle ebener Deckschichten als auch im Falle der ebenen Teilfelder von linierten Deckschichten. Der Ansatz der Gesamtimperfektion in der Größenordnung der gemessenen geometrischen Imperfektionen ($e_0 = 0,05$ mm) ergab gute Übereinstimmungen mit den Versuchen des Herstellers A. Bei Hersteller B mussten, vermutlich aufgrund der deutlich sichtbaren Lunker und Einschlüsse an der gedrückten Produktionsoberseite, größere Imperfektionen angesetzt werden ($e_0 = 0,15$ mm). Folglich kann nicht pauschalisiert werden, dass der alleinige Ansatz geometrischer Imperfektionen genügt, um die Traglasten korrekt zu bestimmen. Wie die Größe des strukturellen Imperfektionsanteils zu bestimmen ist, bleibt allerdings unklar.
- Untersuchungen zur lokalen Eindrückung unter der Lasteinleitung ergaben eine große Abhängigkeit von den Parametern L_{S}, d_{C}, E_{C} und $I_{\mathrm{F,o}}$. Die Kerninhomogenität spielt nur in Sonderfällen (dicke Bauteile bei gleichzeitig schmaler Lasteinleitung) eine Rolle.
- Für das Auftreten von Randpressungen an der Lasteinleitung, welche die lokalen Eindrückungen erhöhen, konnte das Verhältnis zwischen Lastbreite und Kerndicke $L_{\mathrm{S}}/d_{\mathrm{C}}$ als maßgebender Faktor bestimmt werden. Bei $L_{\mathrm{S}}/d_{\mathrm{C}} \leq 0,6$ ist die Eindrückung auch bei großen Lastbreiten bzw. Zwischenauflager-Breiten nahezu gleichmäßig verteilt, sodass deren positiver Effekt auf die reduzierte Knitterspannung in vollem Umfang angesetzt werden kann. Mit zunehmendem $L_{\mathrm{S}}/d_{\mathrm{C}}$-Verhältnis geht die gleichmäßige Einleitung in eine konzentrierte Lasteinleitung an den Lasträndern über. Ab einem Verhältnis von ca. $L_{\mathrm{S}}/d_{\mathrm{C}} = 1,5$ kann nicht mehr von einer vollen Wirksamkeit der Lasteinleitungsfläche bezüglich der lokalen Eindrückung ausgegangen werden. Die ansetzbare Lastbreite ist zu begrenzen.
- Untersuchungen zur Imperfektion e_0, zur Kerninhomogenität und zur Kernfestigkeit ließen Rückschlüsse auf den Versagensmechanismus zu. Bei großen N_{F}/R-Verhältnissen trat ein Stabilitätsversagen in Form eines Spannungsversagens in der Deckschicht nach Theorie II. Ordnung bzw. eines Zugversagens des Kerns (Delamination) auf.

[5] Diese bewirkt eine Reduktion der lokalen Eindrückung und vergrößert zudem den Widerstand der Deckschicht gegen die lokale Biegung.

Der Einfluss der genannten Parameter war groß. Bei kleinen N_F/R-Verhältnissen dominierte die lokale Eindrückung. Das Versagen wurde dort durch Fließen der Deckschicht, durch Druckversagen (Fließen) des Kerns oder einer Kombination aus beidem ausgelöst. Sowohl Imperfektion als auch Kerninhomogenität zeigten hier nur geringe Auswirkungen auf die reduzierte Knitterspannung. Welches Versagen (Kern oder Blech) beim jeweiligen N_F/R-Verhältnis maßgebend wird, lässt sich nicht pauschal beantworten, da dies von den Größenverhältnissen beider Widerstände zueinander abhängt.

- Mit Ausnahme eines kurz gespannten Dachelements (1500 mm) mit großer Lastbreite (200 mm) trat in keiner der numerischen Untersuchungen ein rechnerisches Schubversagen der Kerns nach Gl. (2.1) auf.
- Mit Hilfe des eingeführten Parameters $\varphi_\mathrm{w,red}$ konnten die einzelnen Verläufe innerhalb einer Parameterstudie hinsichtlich der Lastbreite und Kerndicke normiert und zu einer einzelnen Kurve zusammengefasst werden. Eine generelle Normierung, z. B. hinsichtlich der Imperfektion, der Kerneigenschaften sowie des Deckschichtquerschnitts, ist mit der gegenwärtigen Formulierung von $\varphi_\mathrm{w,red}$ nicht möglich. Bei linierten Deckschichten lagen zudem deutlich größere Streuungen im normierten Verlauf vor als bei ebenen Deckschichten, weshalb ggf. eine Modifikation von $\varphi_\mathrm{w,red}$ hinsichtlich der Deckschichtausführung nötig ist.

7 Analytische Bestimmung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck

Da die reduzierte Knitterspannung bei bestimmten Randbedingungen in die ungestörte Knitterspannung übergeht, muss ein analytischer Ansatz auch in der Lage sein, letztere abbilden zu können. Folglich wird zunächst ein Ansatz zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung (Traglast) unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus Kap. 5 überprüft. Im Anschluss erfolgt ein Versuch, die Ergebnisse zur lokalen Deckschicht-Eindrückung nach Kap. 6.2 auf Basis der DGL des elastisch gebetteten Balkens (Hetényi 1958) in einem analytischen Modell abzubilden. Zuletzt sollen die Ergebnisse in ein gemeinsames Modell überführt werden, welches den Querdruckeinfluss auf die Knitterspannung abbilden kann. Die Ergebnisse wurden bereits in Auszügen in Engel und Lange (2021, 2022) veröffentlicht.

7.1 Modell zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung

Grundlage des Modells, welches in gleicher oder ähnlicher Form bereits u. a. von Stamm und Witte (1974), Lübke (2014) oder Nelke (2018) angewendet wurde, bildet die DGL des elastisch gebetteten Balkens nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz einer sinusförmigen Vorverformung mit der Amplitude e_0 (vgl. Kap. 3.1.2 und 3.4.2). Als mögliche Versagensmechanismen werden die Überschreitung der Kernfestigkeit f_C (Minimum aus Zug- und Druckfestigkeit) sowie die Überschreitung der Fließspannung der Deckschicht f_y in Betracht gezogen. Die Knitterspannung σ_w1 ergibt sich aus dem Normalspannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung – $M_\mathrm{F,II}$ nach Gl. (3.49) – unter Ansatz der Vorverformung zu:

$$\sigma_\mathrm{F} = \frac{n_\mathrm{F}}{A_\mathrm{F}} + \frac{M_\mathrm{F,II}}{W_\mathrm{F}} = \frac{n_\mathrm{F}}{A_\mathrm{F,eff,QS}} + e_0 \, \frac{\dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr,eff}}}{1 - \dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr,eff}}} \, 0,5 \, \sqrt[3]{2\,K^2 B_\mathrm{F,eff,QS}} \, \frac{1}{W_\mathrm{F,eff,QS}} \stackrel{!}{=} f_\mathrm{y} \; \ldots$$

$$\ldots \; n_\mathrm{F} \rightarrow \sigma_\mathrm{w1} = \frac{n_\mathrm{F}}{A_\mathrm{F}} \tag{7.1a}$$

σ_w1 ergibt sich aus der Normalkraft n_F, bei welcher die Randfaser des Querschnitts gerade zu fließen beginnt, und wird auf den voll wirksamen Querschnitt A_F bezogen. Aus dem Gleichsetzen der Kernfestigkeit mit der Kernspannung in z-Richtung

$$\sigma_\mathrm{C,z} = k_\mathrm{w}\, w_0 = \frac{\dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr,eff}}}{1 - \dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr,eff}}} \, \frac{e_0}{a_\mathrm{x,eff,QS}} \, K\,\pi \stackrel{!}{=} f_\mathrm{C} \tag{7.1b}$$

kann die Knitterspannung bei Kernversagen σ_{w2} beschrieben werden durch:

$$\sigma_{\mathrm{w2}} = \frac{n_{\mathrm{F}}}{A_{\mathrm{F}}} = \frac{\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}}{1 + \pi \dfrac{e_0}{a_{\mathrm{x,eff,QS}}} K \dfrac{1}{f_{\mathrm{C}}}} \tag{7.1c}$$

Beide Gleichungen berücksichtigen die Anwendung für leicht profilierte, wirksame Querschnitte (Index „eff,QS“, vgl. Kap. 5.2.2, Gl. (5.18a) f.). Es sei angemerkt, dass im Doppelbruch in Gl. (7.1a) die voll wirksame bezogene Fläche A_{F} anzusetzen ist, da die ideelle Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ ebenfalls auf diese Fläche bezogen ist. Für den Bettungswert K ist je nach Anwendungsfall der vereinfachte Ansatz oder der orthotrope Wert K_{O} zu verwenden. Die maßgebende Traglast σ_{w} wird aus dem Minimum beider Versagensarten gebildet, wobei eine mögliche Interaktion der Versagensmechanismen vernachlässigt wird:

$$\sigma_{\mathrm{w}} = \min \begin{cases} \sigma_{\mathrm{w1}} \\ \sigma_{\mathrm{w2}} \end{cases} \tag{7.2}$$

7.1.1 Vergleich mit numerischen Ergebnissen

Linierte Deckschichten mit homogenem Kern Mit Hilfe des numerischen Halbraum-Modells aus Kap. 5.2 wurden Traglastberechnungen unter Ansatz verschiedener Imperfektionen durchgeführt. Das Deckschichtfließen ($f_{\mathrm{y}} = 350$ N/mm^2, $E_{\mathrm{T}} = 50$ N/mm^2) und das Kernversagen ($f_{\mathrm{C}} = 0,1$ N/mm^2, $E_{\mathrm{T}} = 0,005$ N/mm^2) wurden separat sowie in Kombination (f_{y}+f_{C}) untersucht. Die wirksamen Breiten, ideellen Knitterspannungen sowie die übrigen Kennwerte sind direkt der numerischen Parameterstudie aus Kap. 5.2.1 entnommen und wurden nicht mit Hilfe der dort entwickelten Näherungslösungen bestimmt.

Bild 7.1 stellt die Ergebnisse dar, Tab. 7.1 die zugrundeliegenden Kennwerte. Die Untersuchung beschränk sich auf Kernmoduln mit 4 N/mm^2 bei konstanter Teilfeldbreite $b_{\mathrm{p}} = 50$ mm. Eine detailliertere Auflistung ist Anhang B.2 zu entnehmen. Der analytische Ansatz ergibt insgesamt eine gute Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen.

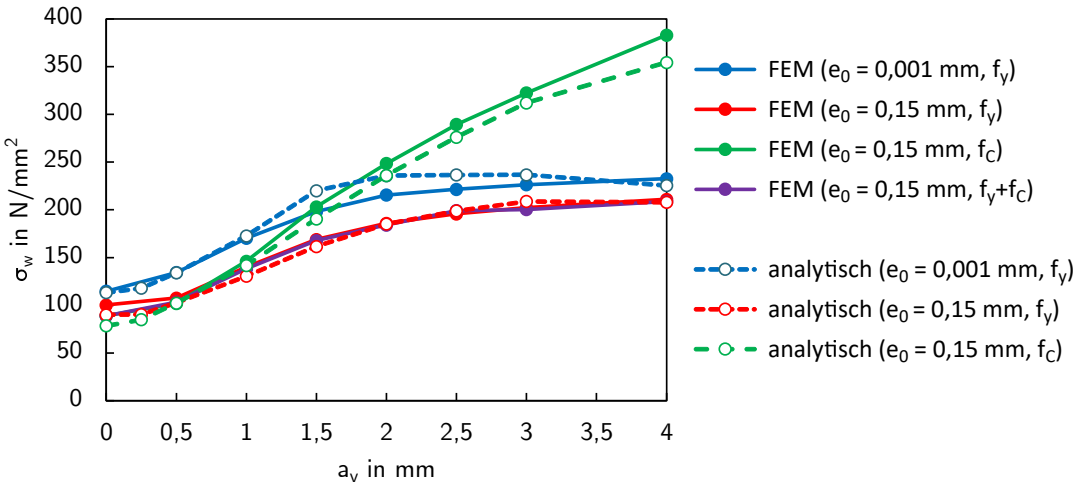


Bild 7.1: Vergleich der Knitterspannungen σ_{w} aus dem analytischen Ansatz und der FEM für verschiedene Linierungstiefen a_{v} und Versagensmechanismen (f_{y}, f_{C}, f_{y}+f_{C})

Tabelle 7.1: Kennwerte für die analytischen Ergebnisse aus Bild 7.1, mit $b_\mathrm{p} = 50$ mm, $b_\mathrm{s} = 3,5$ mm, $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm und K nach Gl. (5.8)

a_v mm	E_C, G_C N/mm^2	b_eff mm	K N/mm^2	$A_\mathrm{F,eff,QS}$ mm	$I_\mathrm{F,eff,QS}$ mm^3	$\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$ N/mm^2
0	4,0	50,0	3,36	0,5	0,010	113,5
0,5	4,0	37,0	3,36	0,38	0,030	134,4
1	4,0	32,1	3,36	0,33	0,085	173,3
1,5	4,0	32,2	3,36	0,34	0,183	223,3
2	4,0	32,5	3,36	0,34	0,323	269,8
2,5	4,0	32,5	3,36	0,34	0,502	310,0
3	4,0	32,4	3,36	0,35	0,720	346,0
4	4,0	30,3	3,36	0,33	1,207	387,0

Die Tatsache, dass die Verläufe mit sehr kleiner Imperfektion etwas größere Abweichungen zeigen[1], lässt darauf schließen, dass die Verwendung wirksamer Querschnittswerte nur eine Annäherung an das tatsächliche Tragverhalten darstellt. Der maximale Unterschied zur Numerik ist mit 11 % dennoch akzeptabel. Der Vergleich zwischen dem Einzelversagen und dem kombinierten Versagen f_y+f_C ergibt, dass bei zunehmender Blechsteifigkeit das Deckschicht-Fließen dominiert. Ein Kernversagen tritt eher bei geringer Profilierung bzw. bei ebenen Deckschichten auf. Die Grenze zwischen beiden Versagensarten verschiebt sich allerdings je nach Größe der jeweiligen Festigkeiten.

Weitere Untersuchungen, in welchen stichprobenartig die Teilfeldbreiten und Kernmoduln variiert wurden, sind in Tab. 7.2 dargestellt. Anders als in der vorigen Untersuchung, wurden die ideellen Knitterspannungen $\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$ sowie die wirksamen Querschnittswerte mit Hilfe der Näherungen nach Kap. 5.2.2 bestimmt. Ausnahme bilden die Ergebnisse mit $b_\mathrm{p} = 25$ mm, da die Näherung hierfür nicht anwendbar ist. Die analytisch berechneten Traglasten werden den entsprechenden numerischen Traglasten gegenübergestellt, wobei sich auf das Versagen „Deckschicht-Fließen“ unter Ansatz einer Imperfektion $e_0 = 0,15$ mm beschränkt wurde.

Es fällt auf, dass die analytische Berechnung bei ebenen Deckschichten im Schnitt ca. 10 % unterhalb der numerischen liegt. Dies verwundert, da gerade bei diesen Berechnungen einige potentielle Fehlerquellen entfallen und eine sehr gute Übereinstimmung erwartet wurde. Der Querschnitt ist voll wirksam, es findet keine Lastumlagerung statt und die analytische kritische Spannung $\sigma_\mathrm{w,cr}$ stimmt mit der numerischen Eigenwertberechnung überein. Möglicherweise lässt sich der Unterschied darauf zurückführen, dass das Versagen im numerischen Modell erst auftritt, wenn die ebene Deckschicht durchplastiziert ist. Eine Anwendung plastischer Querschnittswerte (unter Vernachlässigung der M-N-Interaktion) liefert eine geringere Abweichung von max. 5 %. Bei linierten Querschnitten vergrößert sich die Abweichung mit zunehmender Kernsteifigkeit. Auffällig ist, dass die analytischen Traglast-Spannungen ab ca. $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2 nahezu konstant bleiben (siehe $b_\mathrm{p} = 50$ mm), während sie im numerischen Modell fast linear ansteigen. Die Zunahme von $\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$ und K mit steigenden Kernmoduln in Gl. (7.1a) wird dabei zum Teil durch die Reduktion von b_eff

[1] Der Biegeanteil ist hier nahezu vernachässigbar. Die Traglast hängt hauptsächlich von der Größe der wirksamen Querschnittsfläche $A_\mathrm{F,eff,QS}$ ab.

Tabelle 7.2: Vergleich der Knitterspannungen σ_{w1} aus dem analytischen Ansatz (AL) und der FEM, mit $t_{\mathrm{F}} = 0,5$ mm, $b_s = 3,5$ mm, $e_0 = 0,15$ mm und K nach Gl. (5.8). Ein Kernversagen (σ_{w2}) wurde nicht berücksichtigt.

							AL	FEM	AL	
b_{p}	a_{v}	E_{C} G_{C}	b_{eff}	K	$A_{\mathrm{F,eff,QS}}$	$I_{\mathrm{F,eff,QS}}$	$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	σ_{w1}[a]	σ_{w1}	**AL/ FEM**
mm	mm	N/mm²	mm	N/mm²	mm	mm³	N/mm²			
eben		2	–	1,68	0,5	0,010	72,0	68,2	62,6	**0,92**
		4	–	3,36	0,5	0,010	114,7	101,7	90,9	**0,89**
		6	–	5,04	0,5	0,010	150,8	126,6	110,0	**0,87**
50	1,5	2	38,0	1,68	0,39	0,219	165,7	138,0	145,3	**1,05**
		3	34,4	2,52	0,36	0,200	198,6	155,8	158,9	**1,02**
		4	32,1	3,36	0,34	0,188	225,9	169,5	163,5	**0,97**
		5	30,4	4,20	0,32	0,179	249,7	181,4	163,5	**0,90**
		6	29,1	5,04	0,31	0,172	271,1	191,9	163,5	**0,85**
25	1,5	2	23,6	1,68	0,48	0,260	200,1	180,2	178,1	**0,99**
		4	23,6	3,36	0,48	0,260	317,4	250,0	239,9	**0,96**
		6	23,2	5,04	0,47	0,256	410,3	280,8	260,4	**0,93**

[a] Aufgrund der unterschiedlichen numerischen Modelle (Halbraum ↔ Balken) und Materialansätze unterscheiden sich die Werte etwas von den in Kap. 6.3 aufgeführten Bezugswerten σ_{w}. Für die hier dargestellten Ergebnisse wurde ein Halbraum-Modell verwendet und gleiche Kerneigenschaften in allen Richtungen angesetzt.

kompensiert. Die Rückrechnung der wirksamen Breiten aus der ideellen Knitterspannung nach Gl. (5.17) scheint bei großen Kernmoduln nur eingeschränkt anwendbar zu sein. Dagegen spricht, dass die Zunahme der Abweichungen, wenn auch weniger ausgeprägt, auch bei ebenen Deckschichten auftritt. Letztendlich konnte die genaue Ursache nicht abschließend geklärt werden. Zumindest liegen die analytischen Ergebnisse bei großen Kernmoduln auf der sicheren Seite.

Linierte Deckschichten mit inhomogenem Kern Die ideellen Knitterspannungen $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ sowie die wirksamen Breiten b_{eff} wurden gemäß dem Ablaufschema nach Tab. 5.3 bestimmt. Die Kerninhomogenität wurde mit Hilfe der bereits bekannten Verläufe IH+ und IH– für verschiedene Elementdicken abgebildet (Bild 5.8, Tab. 6.6). Für die numerischen Vergleichsrechnungen wurde wie in den vorigen Untersuchungen das Halbraum-Modell aus Kap. 5.2 unter Ansatz einer Vorverformung von $e_0 = 0,15$ mm verwendet und hinsichtlich der Inhomogenität erweitert. Lediglich für die dünnen Bauteile (40 mm) wurde auf ein Balkenmodell (6-P-Biegeversuch) zurückgegriffen, da das Halbraum-Modell bei dünnem Kern die ideelle Knitterspannung verfälschen würde (starre Lagerung in z-Richtung an der Unterseite). Alle Untersuchungen beschränken sich auf ein Versagen durch Fließen der Deckschicht.

Tabelle 7.3: Vergleich der Knitterspannungen mit inhomogenem Kern (IH+, IH–) aus dem analytischen Ansatz (AL) und der FEM, mit $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm, $b_s = 3,5$ mm, $e_0 = 0,15$ mm, $b_\mathrm{p} = 50$ mm, $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm und K nach Gl. (5.8). Ein Kernversagen (σ_w2) wurde nicht berücksichtigt.

				eben	liniert				FEM	AL	
d	E_C G_C	IH	b_eff	K	K	$A_\mathrm{F,eff,QS}$	$I_\mathrm{F,eff,QS}$	$\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$	σ_w1	σ_w1	**AL/ FEM**
mm	N/mm^2	–	mm	N/mm^2		mm	mm^3	N/mm^2			
40	4	IH+	32,0	3,83	3,69	0,33	0,187	239,7	177,3	167,8	**0,95**
	4	IH–	31,5	3,46	3,52	0,33	0,184	228,8	172,8	163,5	**0,95**
140	4	IH+	36	5,47	3,99	0,37	0,209	281,3	195,5	192,5	**0,98**
	4	IH–	28,4	2,64	3,37	0,30	0,168	202,8	156,3	145,1	**0,93**
240	2	IH+	40,8	2,88	2,19	0,42	0,234	211,0	160,2	177,5	**1,11**[a]
	3	IH+	36,3	4,40	3,42	0,37	0,210	255,2	181,5	185,8	**1,02**
	4	IH+	33,4	5,94	4,69	0,35	0,194	292,0	198,7	184,0	**0,93**
	5	IH+	31,2	7,47	6,00	0,33	0,183	324,0	212,8	180,3	**0,85**
	6	IH+	29,6	9,01	7,33	0,31	0,174	352,7	225,2	174,7	**0,78**
240	2	IH–	34,1	1,24	1,59	0,35	0,198	145,0	128,2	127,5	**0,99**
	3	IH–	31,2	1,83	2,32	0,33	0,183	172,0	142,7	139,4	**0,98**
	4	IH–	29,4	2,40	3,03	0,31	0,174	194,5	154,7	145,0	**0,94**
	5	IH–	28,1	2,98	3,71	0,30	0,167	214,1	165,1	146,8	**0,89**
	6	IH–	27,1	3,55	4,39	0,29	0,161	231,7	174,1	146,8	**0,84**

[a]Die Abweichung ist auf den Fehler in der Näherung für $\sigma_\mathrm{w,cr,eff}$ zurückzuführen. Verwendet man den numerisch bestimmten Wert, ist sie deutlich geringer.

Tabelle 7.3 stellt die Ergebnisse dar. Der Bettungswert K ist zum einen für den ebenen Fall aufgeführt (Ablaufschema Tab. 5.3, 1.–2.), zum anderen für den linierten Fall mit wirksamer Steifigkeit (Ablaufschema Tab. 5.3, 6.–7.). Letzterer wird auch in den Versagensgleichungen (7.1a) ff. verwendet. Die Ergebnisse mit inhomogenem Kern sind ähnlich zu den zuvor gezeigten Ergebnissen mit homogenem Kern. Je größer die Kernmoduln im Nahbereich der Deckschicht, desto größer ist die Abweichung zum numerischen Modell (max. 22 %). Ab ca. $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2 bleibt die analytische Knitterspannung, im Widerspruch zum numerischen Modell, konstant bzw. sinkt sogar geringfügig, beim Verlauf IH+ deutlicher als bei IH–. Bild 7.2 zeigt den Verlauf der Knitterspannung für $d = 240$ mm.

Der analytische Ansatz ist demnach für große Kernmoduln nahe der Deckschicht nur eingeschränkt anwendbar, aber zumindest auf der sicheren Seite liegend.

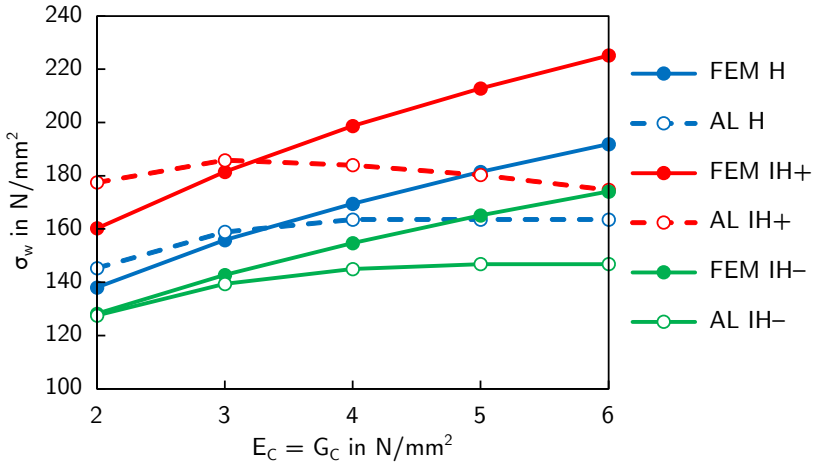


Bild 7.2: Vergleich der Knitterspannungen σ_{w1} aus dem analytischen Ansatz (AL) und der FEM für verschiedene Kernmoduln und Inhomogenitäten im Kern bei $d = 240$ mm und $a_{\mathrm{v}} = 1,5$ mm. Ein Kernversagen (σ_{w2}) wurde nicht berücksichtigt.

Tabelle 7.4: Vergleich der Knitterspannungen σ_{w} (PO) aus dem analytischen Ansatz (AL), der FEM und den Bauteilversuchen (V) von Wandelementen.

				AL			FEM		V	
	a_{v}	$a_{\mathrm{x,eff,QS}}$	$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	σ_{w1}	σ_{w2}	σ_{w}	σ_{w}	**AL/ FEM**	σ_{w}	**AL/ V**
	mm	mm	N/mm²				N/mm²		N/mm²	
AW1	1,0	65,6	212,3	183,3	191,2	**183,3**	182,6	**1,00**	184,5	**0,99**
AW2	–	30,5	135,2	122,4	108,2	**108,2**	126,9	**0,85**	167,6	**0,65**
AW3	1,2	74,3	217,7	183,0	199,4	**183,0**	185,2	**0,99**	179,7	**1,02**
AW4	–	32,3	120,6	110,5	104,9	**104,9**	104,3	**1,01**	144,9	**0,72**
BW1	1,5	88,7	246,5	166,5	201,7	**166,5**	169,5	**0,98**	166,3	**1,00**

7.1.2 Vergleich mit Versuchsergebnissen

Zuletzt folgt ein Vergleich des analytischen Ansatzes mit den Ergebnissen der Bauteilversuche. Die Werkstoffkennwerte und Abmessungen sind Kap. 4 entnommen, die numerischen Ergebnisse Kap. 6.1. Die benötigten Kennwerte wurden mit Hilfe der Näherungslösungen nach Kap. 5.2.2 und dem Prozedere nach Tab. 5.3 bestimmt und sind zusammen mit den übrigen Parametern und Ergebnissen in Anhang B.2 aufgeführt. Anhang B.3 zeigt eine exemplarische Beispielberechnung. Die angesetzte Imperfektion wurde entsprechend der numerischen Versuchsnachrechnung in Kap. 6.1.1 zu $e_0 = 0,05$ mm (Hersteller A) und 0,15 mm (Hersteller B) festgelegt. Für Hersteller A entspricht dies in etwa dem Wert der geometrischen Imperfektionsmessung. Die Inhomogenität wurde nur für die z- bzw. xz-Richtung berücksichtigt, die Zug- und Druckrichtung zudem gemittelt.

Wie Tabelle 7.4 zeigt, werden mit Ausnahme der Reihe AW2 sehr gute Übereinstimmungen zu den numerischen Berechnungen erzielt. Ebenso liegt eine gute Übereinstimmung zu den Versuchsergebnissen mit linierter Deckschicht vor. Die größere Diskrepanz zwischen Versuch

und Berechnung bei ebenen Deckschichten wurde bereits in Kap. 6.1.2 diskutiert. Weiterhin zeigt sich, dass bei linierten Deckschichten stets der Spannungsnachweis maßgebend wurde, während bei ebenen Deckschichten ein rechnerisches Versagen des Kerns auftrat. Insgesamt lässt sich festhalten, dass die gezeigten Ansätze in der Lage sind, die ungestörte Knitterspannung rechnerisch zu bestimmen, sofern die benötigten Kennwerte vorliegen und sofern man die Defizite bei größeren Kernmoduln in Kauf nimmt.

7.2 Modell zur Bestimmung der lokalen Deckschicht-Eindrückung

Die Reduktion der Knitterspannung wird maßgeblich durch die Größe der lokalen Eindrückung der Deckschicht unterhalb der Querlast beeinflusst. In Kap. 6.2 wurden bereits umfangreiche numerische Untersuchungen zur lokalen Eindrückung an Sandwichbalken vorgestellt. Im Folgenden soll ein Ansatz entwickelt werden, um die numerischen Ergebnisse analytisch abzubilden. Grundlage des Modells bildet die DGL des elastisch gebetteten Balkens (vgl. Hetényi 1958) unter Ansatz einer einparametrigen Bettung mit einem Winkler'schen Bettungsmodul $k_{\mathrm{w,L}}$. Anders als bei der Knitterspannung ist dieser unabhängig von der Halbwellenlänge a_{x}, weshalb er zur besseren Unterscheidung mit dem Index „L“ für Querlast versehen wird. Die Möglichkeit des Ansatzes einer zweiparametrigen Bettung mit dem zusätzlichen Parameter k_1 sei an dieser Stelle nur erwähnt (z. B. Martikainen und Hassinen 1996). Auf eine Anwendung wird verzichtet, da die sinnvolle Bestimmung des Parameters k_1 für Sandwichelemente weitestgehend unbekannt ist.

Die allgemeine Lösung der DGL nach Theorie II. Ordnung mit der auf die Einheitsbreite bezogenen Normalkraft n_{F} ergibt sich zu (vgl. Hetényi 1958):

$$w_{\mathrm{L}}(x) = (C_1\, e^{\beta x} + C_2\, e^{-\beta x})\, \cos(\alpha x) + (C_3\, e^{\beta x} + C_4\, e^{-\beta x})\, \sin(\alpha x) \tag{7.3a}$$

$$\text{mit} \qquad \alpha = \sqrt{\lambda^2 + \frac{n_{\mathrm{F}}}{4\, B_{\mathrm{F,o}}}}, \quad \beta = \sqrt{\lambda^2 - \frac{n_{\mathrm{F}}}{4\, B_{\mathrm{F,o}}}}, \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{k_{\mathrm{w,L}}}{4\, B_{\mathrm{F,o}}}} \tag{7.3b}$$

und mit der Biegesteifigkeit der gedrückten Deckschicht ($B_{\mathrm{F,o}}$). Bei Belastung mit einer punktuellen Einzellast F erhält man:

$$w_{\mathrm{L}}(x) = \frac{F}{2\, k_{\mathrm{w,L}}}\, \frac{\lambda^2}{\alpha\, \beta}\, e^{-\beta x}\, [\alpha\, \cos(\alpha x) + \beta\, \sin(\alpha x)] \tag{7.4}$$

Es sei angemerkt, dass sich aus den angegebenen Gleichungen nach Theorie II. Ordnung eine Verzweigungslast $N_{\mathrm{cr}} = 2\sqrt{k_{\mathrm{w,L}}\, B_{\mathrm{F}}}$ ergibt, welche aufgrund der fehlenden Abhängigkeit des Bettungsmoduls von der Halbwellenlänge nicht mit der ideellen Knitterlast bzw. Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,cr}}$ übereinstimmt.

7.2.1 Punktuelle Einzellast

Zunächst wird nur der einfachste Anwendungsfall einer punktuellen Einzellast betrachtet, da diese weder eine Randpressung an den Lasträndern noch – bei Betrachtung der Federsteifigkeit K_L nach Gl. (6.1) – eine Abhängigkeit von der absoluten Balkenlänge zeigt. Um einen direkten Vergleich mit der numerischen Berechnung zu ermöglichen, wird die Theorie

II. Ordnung vernachlässigt. Weiterhin wird die im numerischen Modell verwendete minimale Lastbreite von 5 mm vereinfacht mit Hilfe einer Doppellast $F/2$ an beiden Lasträndern im Abstand von $L_\mathrm{S} = 5$ mm erfasst. Die maximale Eindrückung am Lastrand ergibt sich dann zu:

$$w_\mathrm{L} = \frac{F\,\lambda}{4\,k_\mathrm{w,L}} \left[1 + e^{-\lambda\,L_\mathrm{S}} \left[\cos(\lambda\,L_\mathrm{S}) + \sin(\lambda\,L_\mathrm{S})\right]\right] \tag{7.5}$$

Verschiedene Ansätze für den Bettungsmodul $k_\mathrm{w,L}$ aus der Literatur wurden getestet, welche keine zufriedenstellenden Übereinstimmungen mit der linearen FE-Berechnung lieferten. Letztlich wurde ein durch Korrekturterme und -faktoren an die numerischen Ergebnisse angepasster, empirischer Bettungsmodul entwickelt. Unter Verwendung des Bettungswertes K (bzw. K_O) und der Biegesteifigkeit der lastzugewandten ($B_\mathrm{F,o}$) und lastabgewandten ($B_\mathrm{F,u}$) Deckschicht ergibt er sich zu:

$$k_\mathrm{w,L} = 0,15\,K \left(\frac{K}{B_\mathrm{F,o}}\right)^{1/3} + 1,9\,\frac{E_\mathrm{Cc,z}}{d_\mathrm{C}} + 0,5\,\frac{B_\mathrm{F,o}}{d_\mathrm{C}^4} - 0,3\,\frac{B_\mathrm{F,u}}{d_\mathrm{C}^4} \tag{7.6}$$

Mit Hilfe des modifizierten Bettungsmoduls können die maximalen numerischen Eindrückungen in guter Näherung abgebildet werden (Bild 7.3). Unter Ansatz unterschiedlicher homogener Kernmoduln und ebener Deckschichten wird eine maximale Differenz zur Numerik von 6 % erreicht (Teilbild a). Weiterhin wurden bei konstantem $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2 die bekannten inhomogenen Verläufe IH+ und IH– für die z- und xz-Richtung angesetzt. Die Deckschichten waren eben. Eine Berücksichtigung der Inhomogenität mit Hilfe der Grenzdicke d_grenz nach Gl. (5.4) ergibt eine maximale Abweichung zur Numerik von ca. 26 %. Eine deutliche Verbesserung wird erzielt, wenn die Grenzdicke zur Bestimmung der inhomogenen Ersatzmoduln mit $d_\mathrm{grenz} = d_\mathrm{C}/2$ bestimmt wird. Die maximale Abweichung reduziert sich auf ca. 8 % (Teilbild b). Die Variation der Biegesteifigkeit der oberen Deckschicht (Lastseite) unter Ansatz homogener Kernmoduln $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 2$–$6$ N/mm^2 und einer ebenen Deckschicht auf der gegenüber liegenden Seite ergibt eine maximale Differenz von 10 % (Teilbild c). Es wurden lediglich quasi-ebene Deckschichten bis $I_\mathrm{F,o} = 2$ mm^3 (a_v = ca. 4 mm) untersucht. Hinsichtlich der Biegesteifigkeit an der Element-Unterseite (Teilbild d) erhält man eine Abweichung von ca. 6 % ($E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2, obere Deckschicht eben), sofern nur quasi-ebene Deckschichten betrachtet werden. Eine Anwendung für profilierte Deckschichten ($I_\mathrm{F,u}$ bis 150 mm^3) ist eingeschränkt möglich, sofern das angesetzte Trägheitsmoment auf eine Linierungstiefe von 5 mm begrenzt wird durch $I_\mathrm{F,u} = \min\left[I_\mathrm{F,u}; I_\mathrm{F,u}(a_\mathrm{v} = 5\,\mathrm{mm})\right]$. Die max. Differenz zur FEM beträgt dann ca. 16 %.

7.2.2 Berücksichtigung der tatsächlichen Lastbreite

Verschiedene Ansätze zur Bestimmung der lokalen Eindrückung bei einer definierten Lastbreite zwischen 5 und 300 mm wurden getestet. So wurden beispielsweise Kombinationen aus Einzel- und Linienlasten – die Lösungen sind jeweils Hetényi (1958) entnommen – superponiert, um die numerisch bestimmten Eindrückungen abzubilden (Bild 7.4).

Der erste Ansatz in Form einer Doppellast erweist sich als nicht zweckmäßig, da die zugrunde liegende Exponentialfunktion relativ schnell abklingt und sich der Ansatz mit zunehmender Lastbreite wie zwei unabhängige Einzellasten verhält. Somit kann die Eindrückung bei voll wirksamer Lastfläche (keine Randpressungen) nicht korrekt abgebildet werden.

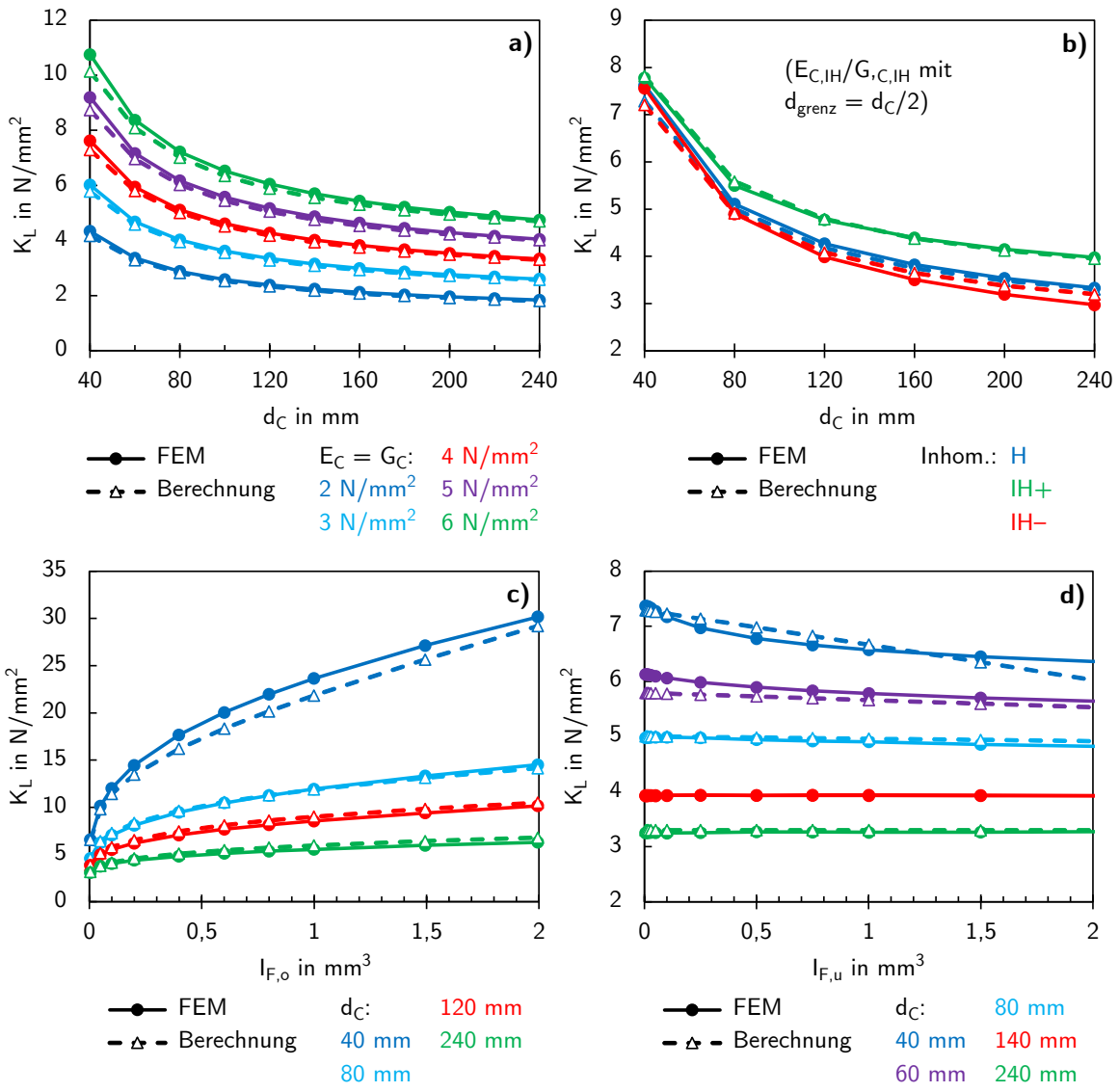


Bild 7.3: Vergleich der Federsteifigkeit K_L zwischen numerischer und analytischer Berechnung für verschiedene homogene Kernmoduln (a), unter Ansatz eines inhomogenen Kerns (b), für verschiedene Trägheitsmomente der Deckschichten (c und d). Teilbild c wurde exemplarisch nur unter Ansatz von $E_C = G_C = 4$ N/mm² dargestellt.

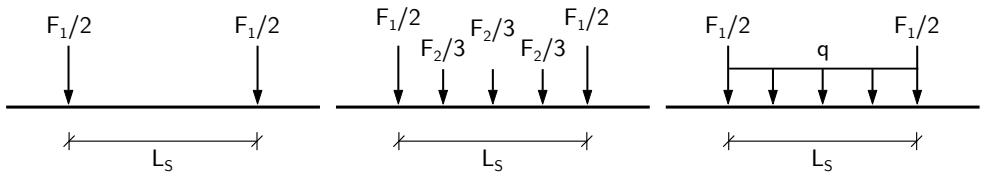
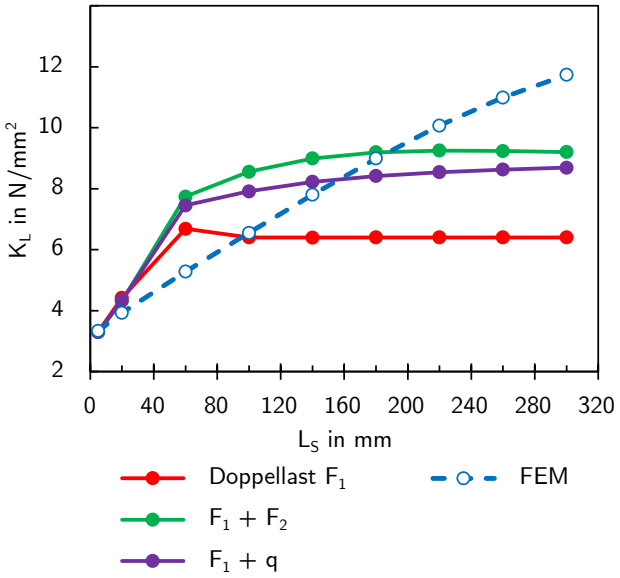


Bild 7.4: Lastansätze zur Bestimmung der lokalen Eindrückung



L_S	erf. $\frac{F_1}{(F_1+F_2)}$	erf. $\frac{F}{(F+q\,L_S)}$
mm	–	–
5	kein Einfluss	
20	-0,5	-1,1
60	1,6	1,8
100	0,99	0,98
140	0,81	0,77
180	0,71	0,64
220	0,65	0,56
260	0,59	0,51
300	0,55	0,48

Bild 7.5: Ergebnisse der Lastansätze zur Bestimmung der lokalen Eindrückung. Die Tabelle stellt die jeweils erforderliche Lastaufteilung zur möglichst exakten Abbildung der FE-Ergebnisse dar.

Die anderen beiden Ansätze zeigen vergleichbare Ergebnisse zueinander, die jedoch deutlich von der Numerik abweichen (Bild 7.5). In beiden Fällen wurde exemplarisch ein Verhältnis $F_1/(F_1 + F_2)$ bzw. $F_1/(F_1 + q\,L_S)$ von 0,7 angesetzt. Größere Verhältnisse bewirkten eine Annäherung an den Doppellast-Ansatz, kleinere Verhältnisse eine vertikale Verschiebung des Verlaufs nach oben. Um Randpressungseffekte in der FEM zu minimieren, betrug $d_C = 240$ mm und $L = 2000$ mm. Die Deckschichten waren eben, die Kernmoduln betrugen jeweils 4 N/mm^2. Wie in der zugehörigen Tabelle ersichtlich ist, welche die je nach Lastbreite erforderliche Lastaufteilung zur möglichst exakten Abbildung der FE-Ergebnisse darstellt, nimmt der Anteil der Randlasten mit zunehmender Lastbreite nichtlinear ab. Bei geringen Breiten treten zudem mechanisch wenig sinnvolle Faktoren auf ($> 1{,}0$ bzw. < 0).

Daher wurde ein neuer analytischer Ansatz entwickelt, welcher eine konstante Pressung bzw. Eindrückung unterhalb der Lasteinleitung voraussetzt. Die Herleitung basiert prinzipiell auf einem elastisch gebetteten Plattenstreifen unter Einzellast, wobei die konstante Pressung unter der Lasteinleitung durch die Gleichgewichtsbedingung

$$F \overset{!}{=} 2 \int_0^\infty p(x)\,dx + L_S\,p(x=0) \overset{!}{=} 2 \int_0^\infty k_{w,L}\,w_L(x)\,dx + L_S\,k_{w,L}\,w_L(x=0) \tag{7.7}$$

berücksichtigt wird. Eine detaillierte Herleitung ist in Anhang B.4 aufgeführt. Unter Berücksichtigung einer Lastbreiten-Begrenzung von $L_S/d_C \leq 1,5$ zur groben Erfassung der Randpressungen ergibt sich die maximale Eindrückung am Lastrand bzw. unterhalb der Lasteinleitung nach Theorie I. Ordnung zu

$$\max w_L = \frac{F}{k_{w,L}\left(\frac{2}{\lambda} + \min\left\{\begin{array}{l} L_S \\ 1,5\,d_C \end{array}\right.\right)} \tag{7.8}$$

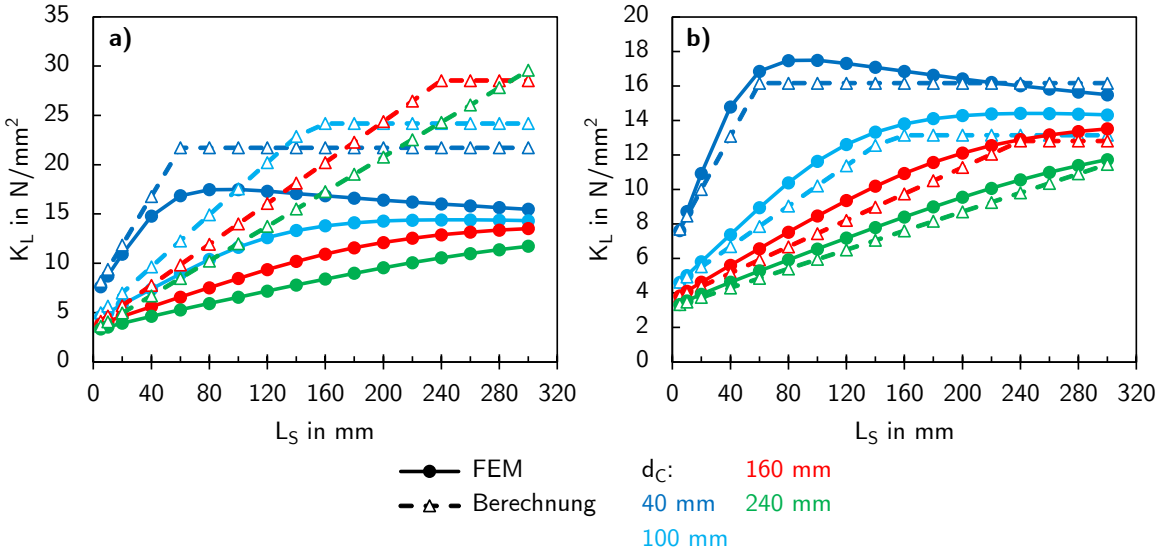


Bild 7.6: Vergleich der Federsteifigkeit K_L zwischen numerischer und analytischer Berechnung mit $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, $L = 2000$ mm und ebenen Deckschichten. Teilbild a unter Ansatz von Gl. (7.8), Teilbild b mit der zusätzlichen Anpassung nach Gl. (7.9)

Eine stichprobenartige Auswertung des Ansatzes zeigte gerade für dickere Kerne keine sonderlich gute Übereinstimmung mit dem numerischen Modell (Bild 7.6a). Es konnte zumindest erreicht werden, dass die Steifigkeit mit zunehmender Lastbreite linear ansteigt, sofern keine oder nur geringe Randpressungen vorliegen. Untersuchungen ergaben, dass die Abweichungen zur Numerik mit Hilfe einer modifizierten Lastbreite L_S^*, welche eine zusätzliche Abhängigkeit von der Kerndicke beinhaltet, deutlich reduziert werden können (Bild 7.6b). Der Lastbreiten-Term (min{....) in w_L ist zu ersetzen durch

$$\mathrm{L}_\mathrm{S}^* = \left(\min\left\{\begin{array}{l} L_\mathrm{S} \\ 1,5\,d_\mathrm{C} \end{array}\right.\right)(\lambda\,d_\mathrm{C})^{-0,45} \tag{7.9}$$

Die Überprüfung des Ansatzes fand anhand der in Bild 7.3 gezeigten Untersuchungen hinsichtlich der Kernmoduln, der Inhomogenität und der Deckschichtsteifigkeit statt, wobei die Lastbreite zusätzlich zwischen 5 und 300 mm variiert wurde. Es wurden ausschließlich Balkenlängen von $L = 2000$ mm berücksichtigt. Die maximalen Abweichungen zu den numerischen Berechnungen betrugen in den einzelnen Parameterstudien jeweils ca. ±20 %, was zu einem relevanten Fehler in den Traglastberechnungen führen kann.

Weiterhin ungelöst bleibt die zusätzliche Zunahme der Randpressungen mit steigender Bauteillänge (vgl. Bild 6.6). Zwar konnte festgestellt werden, dass ein linearer Zusammenhang zwischen beiden Größen vorliegt, was den Verdacht eines Zusammenhangs mit der globalen Bauteilkrümmung bestärkt, jedoch gelang es nicht, dies in der Berechnung zu berücksichtigen. Die Begrenzung $L_\mathrm{S} \leq 1,5\,d_\mathrm{C}$ bewirkt lediglich, dass die berechnete Eindrückung ab diesem Grenzwert konstant bleibt (vgl. Bild 7.6b, $d_\mathrm{C} = 40$ mm). Hinsichtlich der Traglastberechnungen ist dieser Umstand nicht allzu relevant, da Traglastreduktionen aufgrund von Randpressungen ohnehin nur bei kurzen Ersatztägern auftreten. Die Validierung des Ansatzes kann letztendlich nur anhand von Traglastberechnungen durchgeführt werden, worauf im folgenden Kapitel eingegangen wird.

7.3 Analytische Traglastberechnungen unter Berücksichtigung der Querlast

Es wird untersucht, ob das Modell zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung (Kap. 7.1) mit der zusätzlichen Beanspruchung aus der lokalen Eindrückung (Kap. 7.2.2) in der Lage ist, die reduzierte Knitterspannung zu bestimmen. Die Beanspruchung aus der Querlast nach Theorie II. Ordnung wird zum einen in Form eines zusätzlichen Biegemoments über die Beziehung $M_{\mathrm{F,L}} = -B_{\mathrm{F}}\, w_{\mathrm{L}}''(x)$, andererseits über eine zusätzliche Querdruckbeanspruchung $p(x) = k_{\mathrm{w,L}}\, w_{\mathrm{L}}(x)$ berücksichtigt (Herleitung siehe Anhang B.4):

$$\sigma_{\mathrm{C,z,L}} = k_{\mathrm{w,L}}\, w_{\mathrm{L}}(x) = \frac{F}{\left(\dfrac{2\,\alpha}{\lambda^2} + L_{\mathrm{S}}^{*}\,\dfrac{\alpha}{\beta}\right)} \left[\sin(\alpha x) + \frac{\alpha}{\beta}\cos(\alpha x)\right] e^{-\beta x} \tag{7.10}$$

$$\sigma_{\mathrm{F,L}} = -\frac{B_{\mathrm{F}}\, w_{\mathrm{L}}''(x)}{W_{\mathrm{F}}} = \frac{-\,B_{\mathrm{F}}\, F}{W_{\mathrm{F}}\, k_{\mathrm{w,L}} \left(\dfrac{2\,\alpha}{\lambda^2} + L_{\mathrm{S}}^{*}\,\dfrac{\alpha}{\beta}\right)} \left[\sin(\alpha x) - \frac{\alpha}{\beta}\cos(\alpha x)\right] 2\,\lambda^2\, e^{-\beta x} \tag{7.11}$$

Auf eine Einbindung wirksamer Querschnittswerte wird verzichtet, da die Validierung zunächst nur am einfachsten Fall mit ebenen Deckschichten durchgeführt wird, um zusätzliche Fehlerquellen zu reduzieren. Beide Funktionen erreichen ihren Maximalwert bei $x = 0$ am Lastrand. Dem reinen Knittern mit Vorverformung liegt eine sinusförmige Ansatzfunktion zugrunde (Gl. (3.17)). Betrachtungen der numerischen Eigenform bei Belastung mit einer starren Lasteinleitung am Ersatzträger zeigten, dass diese neben die Lasteinleitung verschoben wird, sodass die maximale Beanspruchung aus der Vorverformung bei ca. $x = 0,5\,a_{\mathrm{x}}$ liegt und unmittelbar am Lastrand Null ist (vgl. Bild 7.7). Daher werden beide Versagensmechanismen an zwei Orten ($x = 0$ und $x = 0,5\,a_{\mathrm{x}}$) untersucht. Die Gesamtbeanspruchung für das Stahlversagen ergibt sich aus der linearen Überlagerung des Normalkraftanteils (Index N) mit den Biegeanteilen aus Vorverformung (Index Imp) und Querlast (Index L):

$$\sigma_{\mathrm{F}} = |\sigma_{\mathrm{F,N}}| + |\sigma_{\mathrm{F,Imp}}| + |\sigma_{\mathrm{F,L}}| \overset{!}{=} f_{\mathrm{y}} \tag{7.12a}$$

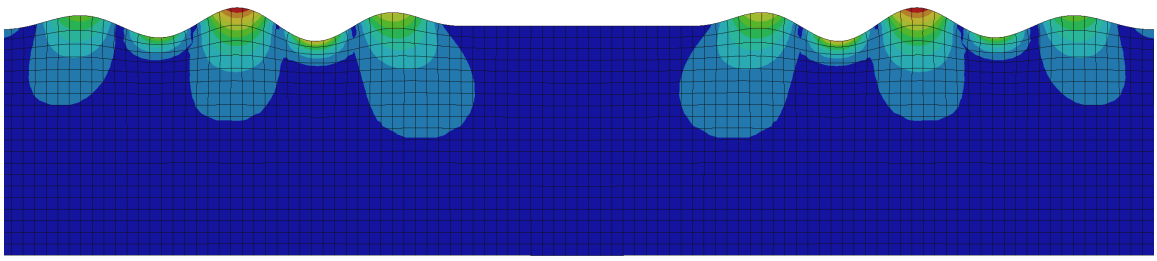


Bild 7.7: Exemplarische Knittereigenform aus dem numerischen Modell bei starrer Lasteinleitung (Mitte). Im vorliegenden Fall liegt bei $x = 0,5\,a_{\mathrm{x}}$ nur ein lokales Maximum vor, das globale Maximum liegt bei etwa $2,5\,a_{\mathrm{x}}$. Bei der analytischen Betrachtung wurde es vereinfacht im Abstand $0,5\,a_{\mathrm{x}}$ vom Lastrand angenommen.

$$\text{mit} \qquad \sigma_{\mathrm{F,N}} = \frac{n_{\mathrm{F}}}{A_{\mathrm{F}}}, \quad \sigma_{\mathrm{F,Imp}} = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ \dfrac{e_0}{W_{\mathrm{F}}} \dfrac{\dfrac{n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr}}}}{1 - \dfrac{n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr}}}} 0,5 \sqrt[3]{2\,K^2 B_{\mathrm{F}}} & x = 0,5\,a_{\mathrm{x}} \end{cases} \tag{7.12b}$$

und $\sigma_{\mathrm{F,L}}$ nach Gl. (7.11). Das Kernversagen erhält man aus der Überlagerung der Anteile aus Vorverformung und Querlast.

$$\sigma_{\mathrm{C,z}} = \left|\sigma_{\mathrm{C,z,Imp}}\right| + \left|\sigma_{\mathrm{C,z,L}}\right| \stackrel{!}{=} f_{\mathrm{C}} \tag{7.13a}$$

$$\text{mit} \qquad \sigma_{\mathrm{C,z,Imp}} = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ \dfrac{\dfrac{n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr}}}}{1 - \dfrac{n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr}}}} \dfrac{e_0}{a_{\mathrm{x}}} K\,\pi & x = 0,5\,a_{\mathrm{x}} \end{cases} \tag{7.13b}$$

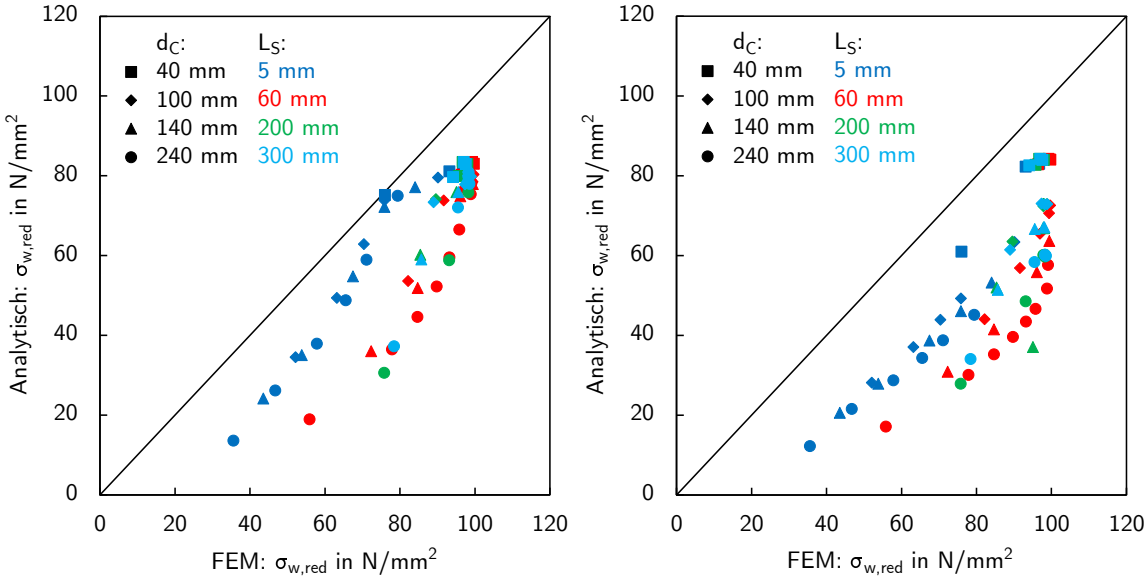
und $\sigma_{\mathrm{C,z,L}}$ nach Gl. (7.10). Die einwirkende Querlast F ist stets mit der Deckschichtnormalkraft n_{F} über den Zusammenhang $n_{\mathrm{F}} = M_{\mathrm{S}}/e$ gekoppelt, mit M_{S} als globales Sandwich-Biegemoment am Rand der Lasteinleitung. Die reduzierte Knitterspannung ergibt sich aus dem Minimum beider Versagensarten an beiden untersuchten Stellen zu

$$\sigma_{\mathrm{w,red}} = \frac{\min n_{\mathrm{F}}}{A_{\mathrm{F}}} \tag{7.14}$$

Die Vergleichswerte zur Validierung des Ansatzes entstammen der numerischen Parameterstudie zur reduzierten Knitterspannung mit ebenen Deckschichten und den dort genannten Parametern (Kap. 6.3). Die angesetzte Imperfektion beträgt $e_0 = 0,15$ mm, der Kern ist homogen und orthotrop (vgl. Tab. 6.5).

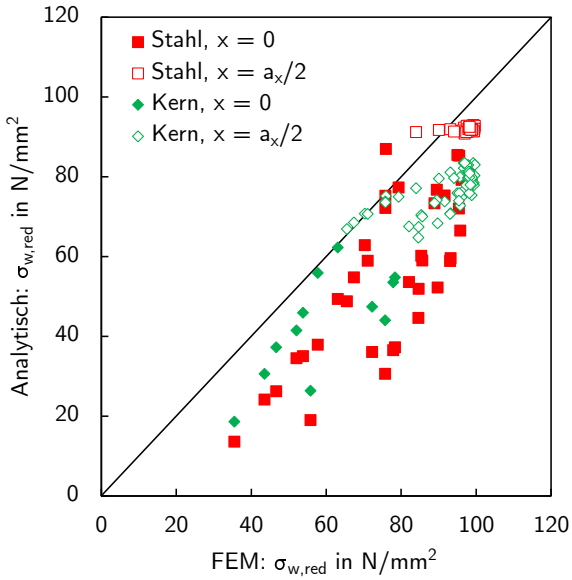
Bild 7.8 fasst die Ergebnisse zusammen (siehe auch Anhang B.5). Da die Verzweigungsspannung aus der Querlast-DGL ($\sigma_{\mathrm{cr}} = 2\sqrt{k_{\mathrm{w,L}}\,B_{\mathrm{F}}}/A_{\mathrm{F}}$) teilweise nur die Hälfte der ideellen Knitterspannung betrug und sie daher unter Ansatz Theorie II. Ordnung des Öfteren bestimmend für die Größe der Traglast war, wurden zusätzliche Vergleichsrechnungen mit dem Querlastanteil nach Theorie I. Ordnung durchgeführt. Insgesamt zeigt die analytische Berechnung keine gute Übereinstimmung zur Numerik. Mit dem Querlastanteil nach Theorie II. Ordnung liegt der Mittelwert (analytisch/FEM) bei 0,63 und der Variationskoeffizient bei 23 %. Nach Theorie I. Ordnung verbessert sich der Mittelwert auf 0,76 und der Variationskoeffizient auf 18 %. In beiden Fällen zeigen die Ergebnisse mit $L_{\mathrm{S}} = 5$ mm sowie die Ergebnisse nahe der ungestörten Knitterspannung ($\sigma_{\mathrm{w}} = 93\,\mathrm{N/mm^2}$) die beste Übereinstimmung zur den FE-Ergebnissen. Ersteres, da schon die berechnete Eindrückung bei geringer Lastbreite am besten mit den FE-Ergebnissen übereinstimmt (Kap. 7.2). Letzteres, da dort der Querlastanteil klein ist und der Lastanteil aus Imperfektion dominiert. Ein Vergleich der Versagensarten und -orte (Bild 7.8c) ergibt, dass nahe der ungestörten Knitterspannung eher das Kernversagen an der Nachweisstelle $x = a_{\mathrm{x}}/2$ maßgebend wird (Imperfektionsanteil maximal, Querlastanteil reduziert), wohingegen im übrigen Bereich in der Regel das Stahlversagen an der Stelle $x = 0$ (Querlastanteil maximal, Imperfektionsanteil null) dominiert.

Grund für die schlechte Übereinstimmung kann zum einen die Entkopplung des Querlastanteils vom Imperfektionsanteil sein. Beide Anteile werden mit voneinander unabhängigen mechanischen Modellen hergeleitet – so ist der Bettungsmodul $k_{\mathrm{w,L}}$ im Querlastanteil konstant, während er beim Knittern von der Halbwellenlänge abhängt – und linear überlagert. Sie beeinflussen sich in der Realität vermutlich gegenseitig. Zum anderen kann der Grund für die schlechte Übereinstimmung im Querlastanteil selbst liegen, da die vorgenommene Erweiterung für Lastbreiten bis 300 mm bereits Abweichungen bezüglich der lokalen Eindrückung von bis zu 20 % aufwies (Kap. 7.2.2).



(a) Querlastanteil nach Theorie I. Ordnung

(b) Querlastanteil nach Theorie II. Ordnung



(c) Separate Darstellung für Kern- und Stahlversagen mit jeweils maßgebender Nachweisstelle, Querlastanteil nach Theorie I. Ordnung

Bild 7.8: Vergleich der Traglastspannungen zwischen FEM und analytischem Modell unter Ansatz der Gleichungen (7.10)–(7.14)

Aufgrund der schlechten Übereinstimmung zwischen FEM und Analytik wird auf eine Untersuchung linierter Deckschichten – hier wäre zudem zu klären, inwieweit die wirksamen Querschnittswerte aus dem Knittern auch für den Querlastanteil anwendbar sind – verzichtet und der Ansatz verworfen.

Ansatz einer Ersatzimperfektion für die Querlast Das Modell zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung wurde um eine Ersatzimperfektion e_{L} aus der Querlast erweitert, indem die Imperfektion in den Gleichungen (7.1a) und (7.1b) durch die Gesamtimperfektion $e_{\mathrm{ges}} = e_0 + e_{\mathrm{L}}$ ersetzt wurde. Durch Gleichsetzen mit den „Sollwerten“ $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ aus der numerischen Parameterstudie konnte so die jeweils erforderliche Ersatzimperfektion e_{L} iterativ rückgerechnet werden, die benötigt wird, um $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ analytisch abzubilden. Das Ergebnis waren nichtlinear abklingende Verläufe zwischen $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ und e_{L}, die sich je nach Vorverformung e_0, Deckschichtausführung etc. unterschieden. Es gelang nicht, die Verläufe untereinander zu normieren oder einen Zusammenhang zu den Eingangsparametern (z. B. $L_{\mathrm{S}}, d_{\mathrm{C}}, L$ usw.) herzustellen, sodass daraus ein allgemeingültiger Imperfektionsverlauf für die Querlast-Beanspruchung abgeleitet werden konnte. Daher wird auch dieser Ansatz verworfen und sei hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

7.4 Zusammenfassung

Folgende Erkenntnisse wurden in diesem Kapitel gewonnen:

- Das analytische Modell zur Berechnung der ungestörten Knitterspannung σ_{w}, welches auf Spannungsnachweisen nach Theorie II. Ordnung der gebetteten, vorverformten Deckschicht beruht und sowohl das Kernversagen in Dickenrichtung als auch das Stahlversagen berücksichtigt, zeigte insgesamt eine gute Übereinstimmung mit numerischen Vergleichsrechnungen und vorhandenen Versuchsergebnissen. Bei ausgeprägter Inhomogenität mit großen Kernmoduln nahe der Deckschicht vergrößert sich der Fehler jedoch auf ca. 22 % (im betrachteten Parameterbereich) was die Anwendbarkeit des Ansatzes, wenn auch auf der sicheren Seite liegend, einschränkt.

- Ein analytisches Modell zur Berechnung der lokalen Deckschicht-Eindrückung, welches auf einem elastisch gebetteten Plattenstreifen sowie einem empirisch bestimmten Bettungsmodul $k_{\mathrm{w,L}}$ beruht, zeigte für kleine Lastbreiten (5 mm) eine gute Übereinstimmung zu numerischen Vergleichsrechnungen. Die Modifikation des Ansatzes zur Anwendung auf größere Lastbreiten (bis 300 mm) gelang nur teilweise. Der maximale Fehler zu den Vergleichsrechnungen betrug ca. ±20 %.

- Die Kombination des Ansatzes zur ungestörten Knitterspannung mit dem Ansatz zur lokalen Eindrückung zeigte schon im einfachsten Anwendungsfall mit ebenen Deckschichten und homogenem Kern keine gute Übereinstimmung mit Vergleichsrechnungen aus den Parameterstudien nach Kap. 6.3. Zwar konnten die Ergebnisse etwas verbessert werden, indem der Lastanteil aus der lokalen Eindrückung nach Theorie I. Ordnung angesetzt wird, dennoch ist der Fehler mit einem Mittelwert (analytisch/FEM) von 0,76 und einem Variationskoeffizienten von 18 % für eine sinnvolle Anwendung des Ansatzes zu groß. Da nur ebene Deckschichten betrachtet wurden, bleibt die Anwendbarkeit der wirksamen Querschnittwerte nach Kap. 5.2 hinsichtlich der Beanspruchung aus lokaler Querlast ungeklärt.

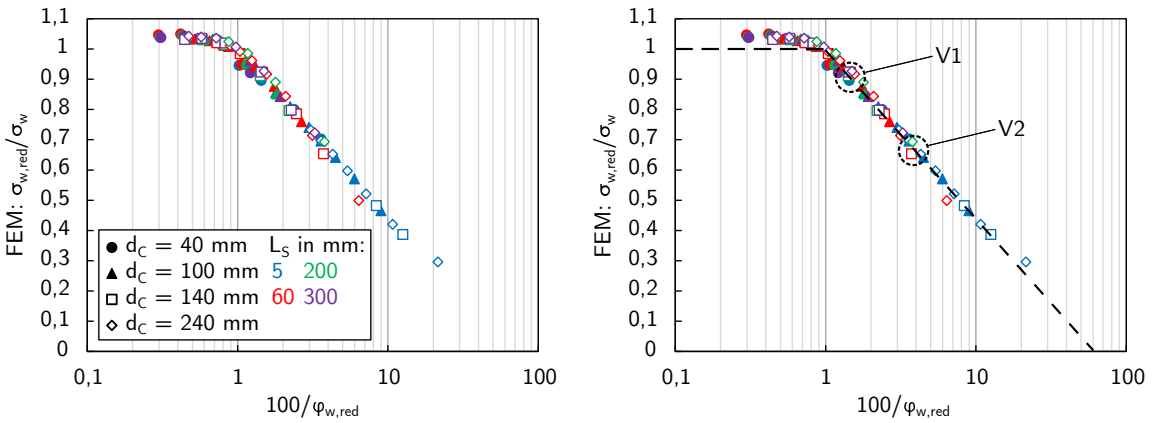
- Der analytische Ansatz zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung unter Querdruck wird verworfen, zum einen aufgrund der schlechten Übereinstimmung mit den numerischen Vergleichsrechnungen, zum anderen, da die Anwendung Kenntnis über die benötigten Eingangsparameter, wie z. B. die Imperfektion, die Materialkennwerte sowie die Inhomogenität des Kerns, voraussetzt. Deren Bestimmung ist aufwändig und nicht trivial.

8 Versuchsbasierte Momenten-Auflager-Interaktion

Da der untersuchte analytische Ansatz zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung keine zufriedenstellenden Ergebnisse lieferte, wird nachfolgend ein Interaktionsansatz beschrieben, welcher mit Hilfe von Ersatzträgerversuchen aufgestellt und beispielsweise in den Zulassungsprozess integriert werden kann. Kernpunkt des Ansatzes ist es, einen einfachen Zusammenhang zwischen der bezogenen reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ und der Normierungsfunktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ nach Gl. (6.4) herzustellen. Der Ansatz wird zunächst für ebene Deckschichten vorgestellt und im Anschluss zur Anwendung an quasi-ebenen Deckschichten modifiziert. Die Ergebnisse wurden bereits in Auszügen in Engel und Lange (2021, 2022) veröffentlicht.

Untersuchungen an den in Kap. 6.3 durchgeführten numerischen Parameterstudien zeigten, dass sich ein abschnittsweise linearer Zusammenhang zwischen $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ und dem Kehrwert der Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ herstellen lässt, wenn für letztere eine logarithmische Achsenskalierung vorgenommen wird. Wie üblich wird der Logarithmus zur Basis 10 verwendet, wobei andere Basen ebenfalls denkbar sind (z. B. zur Basis e). Bild 8.1a stellt dies an einer ausgewählten Parameterstudie mit ebenen Deckschichten dar. Die Abszisse wird zusätzlich mit dem frei gewählten Faktor 100 multipliziert, da die Zahlenwerte aufgrund der Kehrwertbildung ansonsten recht klein werden, was in der praktischen Anwendung zu Fehlern aufgrund vorgenommener Rundungen führen kann.

Der Verlauf kann durch eine linear abklingende Funktion $y = m\,x + n$, welche nach oben auf den Wert $1,0$ begrenzt ist, und mit der Substitution $x = \log_{10}(100/\varphi_{\mathrm{w,red}})$ beschrieben werden.



(a) Ergebnisdarstellung

(b) Schematische Darstellung der linearen Funktion mit den Stützpunkten V1 und V2 aus zwei ausgewählten numerischen Ergebnissen

Bild 8.1: Interaktion Wand; Deckschicht eben, Kern homogen, $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,03\,\mathrm{mm}$

$$\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}} = \min \begin{cases} m \cdot \log_{10}\left(\dfrac{100}{\varphi_{\mathrm{w,red}}}\right) + n \\ 1,0 \end{cases} \tag{8.1a}$$

Die Funktionswerte m und n können mit Hilfe von zwei ausgewählten Ergebnissen aus der FE-Berechnung (vgl. Bild 8.1b) – in der praktischen Anwendung mit zwei Ersatzträgerversuchen V1 und V2 – mit unterschiedlichen Spannweiten L_{ET} ermittelt werden:

$$m = \frac{\dfrac{\sigma_{\mathrm{w,red,V2}}}{\sigma_{\mathrm{w}}} - \dfrac{\sigma_{\mathrm{w,red,V1}}}{\sigma_{\mathrm{w}}}}{\log_{10}\left(\dfrac{\varphi_{\mathrm{w,red,V1}}}{\varphi_{\mathrm{w,red,V2}}}\right)} \tag{8.1b}$$

$$n = \frac{\dfrac{\sigma_{\mathrm{w,red,V1}}}{\sigma_{\mathrm{w}}} \log_{10}\left(\dfrac{100}{\varphi_{\mathrm{w,red,V2}}}\right) - \dfrac{\sigma_{\mathrm{w,red,V2}}}{\sigma_{\mathrm{w}}} \log_{10}\left(\dfrac{100}{\varphi_{\mathrm{w,red,V1}}}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{\varphi_{\mathrm{w,red,V1}}}{\varphi_{\mathrm{w,red,V2}}}\right)} \tag{8.1c}$$

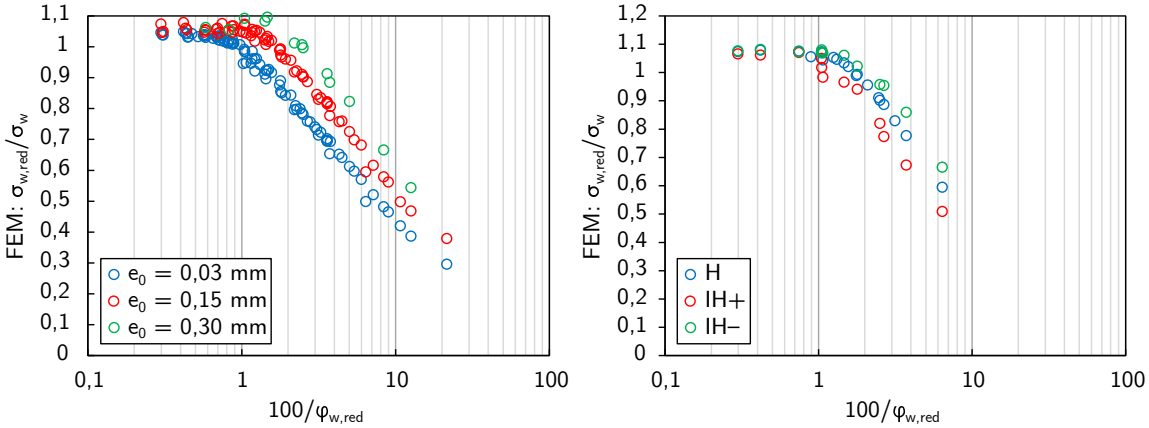
Die Wahl der Längen für die Versuche ist nicht trivial, weshalb diese zusammen mit weiteren Randbedingungen für die Versuchsdurchführung in Kap. 8.3 näher beschrieben werden. Mit Hilfe der dargestellten Interaktionsbeziehung kann die reduzierte Knitterspannung im relevanten Parameterbereich in guter Näherung abgebildet werden. Eine Generalisierung bzw. Erarbeitung einer allgemeingültigen Interaktion für beliebige Parameter und Hersteller ist nicht ohne weiteres möglich, da viele Einflussgrößen (Kerninhomogenität, Materialkennwerte, Festigkeiten, Imperfektionen) von Hersteller zu Hersteller oder gar bei verschiedenen Elementdicken eines Herstellers variieren. Eine zusätzliche Normierung dieser Kennwerte über die Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ ist zwar denkbar, jedoch aufwändig, zumal die Bestimmung einiger Parameter, wie die geometrische und strukturelle Gesamtimperfektion, ungewiss ist. Praktikabler erscheint die bisherige Vorgehensweise im Zulassungsprozess, für jeden Hersteller, Elementtyp und jede Elementdicke eigene Versuche durchzuführen und diese in eine herstellerspezifische abZ aufzunehmen.

Bild 8.2 soll den Einfluss globaler Parameter[1] auf die Interaktionsgerade am Beispiel der Ersatzimperfektion e_0 sowie der Kerninhomogenität verdeutlichen. Wie ersichtlich ist, treten in beiden Fällen Abweichungen zwischen den einzelnen Geraden in Form eines horizontalen Versatzes auf der Abszisse bzw. einer leichten Änderung der Steigung auf. Innerhalb einer (numerischen) Versuchsreihe sind die Ergebnisse in sich konsistent.

8.1 Anpassung für Sandwichelemente mit quasi-ebenen Deckschichten

Die Normierung der Ergebnisse mit Hilfe der Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ in Kap. 6.3.5 zeigte bereits, dass bei quasi-ebenen Deckschichten – es wurden überwiegend linierte Deckschichten untersucht – Abweichungen hinsichtlich eines einheitlichen Interaktionsverlaufs auftraten, welche

[1] Gemeint sind Parameter, die nicht bereits durch $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ (L_{ET}, L_{S}, d_{C}, e) normiert werden.



(a) Imperfektion e_0 (b) Inhomogenität, $L_S = 60$ mm

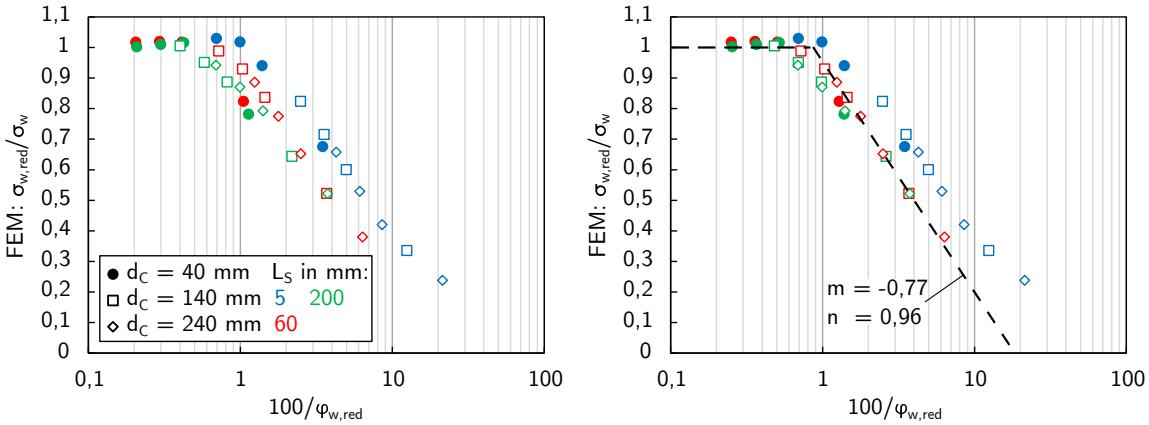
Bild 8.2: Vergleich der Interaktion an Wandelementen für verschiedene globale Parameter; Deckschicht eben, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$

sich mit zunehmender Ausprägung der Linierungsgeometrie verstärkten. Die Abweichungen ließen sich auf den in $\varphi_{w,red}$ eingeführten Quadratwurzelterm sowie auf die Begrenzung der Lastbreite (Faktor 1,5) zurückführen. Daher werden im Folgenden Modifikationen an der Funktion vorgenommen, um eine sinnvolle Anwendung der Interaktion auch für quasi-ebene Deckschichten zu gewährleisten. Variante 1 beschreibt eine auf der sicheren Seite liegende Anpassung, welche für alle Arten leicht profilierter Deckschichtgeometrien angewendet werden kann. In Variante 2 wird eine geometrieabhängige Anpassungsfunktion vorgestellt, welche speziell für linierte Querschnitte entwickelt wurde. Hierfür wird die Funktion $\varphi_{w,red}$ zunächst wie folgt mit den Parametern f_1 und f_2 verallgemeinert. Für die ursprüngliche Funktion ohne Modifikation gilt $f_1 = 1,5$ und $f_2 = 0,5$.

$$\varphi_{w,red} = \frac{N_F}{R}\left(\frac{1}{L_{S1}}\min\left\{\begin{array}{l} L_S \\ f_1\, d_C \end{array}\right.\right)^{f_2} \qquad \text{mit } L_{S1} = 1\,\text{mm} \tag{8.2}$$

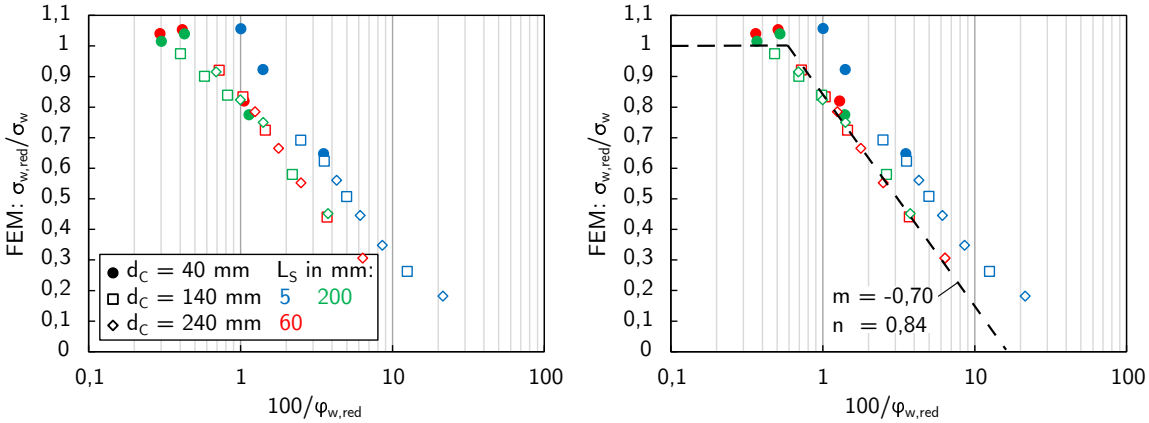
8.1.1 Variante 1 – quasi-ebene Deckschichten

Wie in Bild 8.3a zu sehen, tritt bei der Anwendung von $\varphi_{w,red}$ ohne Modifikation ein horizontaler Versatz der Verläufe mit unterschiedlicher Lastbreite L_S auf. Es stellte sich heraus, dass dieser bei quasi-ebenen Querschnitten zum Teil verringert werden kann, wenn $f_1 = 1,0$ gesetzt wird (Teilbild b). Wird festgelegt, dass die Interaktion, in Übereinstimmung mit der bisherigen Regelung in der DIN EN 14509, mit $L_S = 60$ mm ermittelt wird, liegt für größere Lastbreiten eine weitestgehend gute Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen vor. Für kleinere Lastbreiten als 60 mm liegt die Interaktionsgerade auf der sicheren Seite. Diese wurde exemplarisch anhand zweier Datenpunkte mit $L_S = 60$ mm festgelegt. Die maximale Abweichung zu $L_S = 200$ mm im oberen Traglastbereich beträgt hier ca. 9 % (unsichere Seite). Die Abweichung zu $L_S = 5$ mm ist durchgehend größer als 20 %, im unteren Traglastbereich sogar deutlich größer. Diese Lastbreite stellt jedoch einen Grenzfall dar, der in der Praxis nur in Ausnahmefällen zu erwarten ist. Die Abweichungen sind für andere Material- und Deckschichtkonstellationen, v. a. bei kleineren Linierungstiefen, geringer (s. Bild 8.4). Bild 8.5 verdeutlicht, dass die Anwendung auch für andere Querschnittstypen (hier mikrolin. mit $a_v = 1,0$ mm und $b_s = 5$ mm) möglich ist. Die Darstellung der Modifikationen für die übrigen numerischen Parameterstudien befindet sich in Anhang C.1.



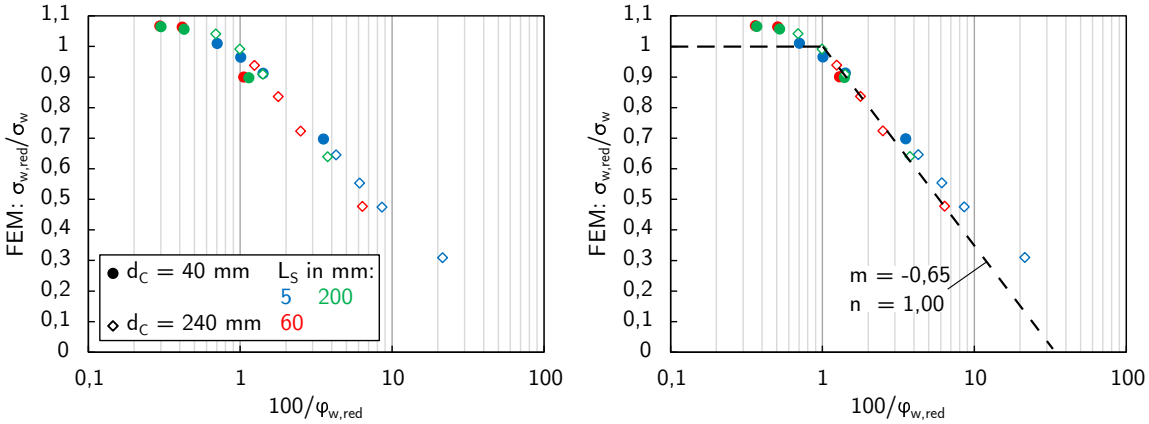
(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Variante 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

Bild 8.3: Gegenüberstellung Modifikation Variante 1; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 2,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 50\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$



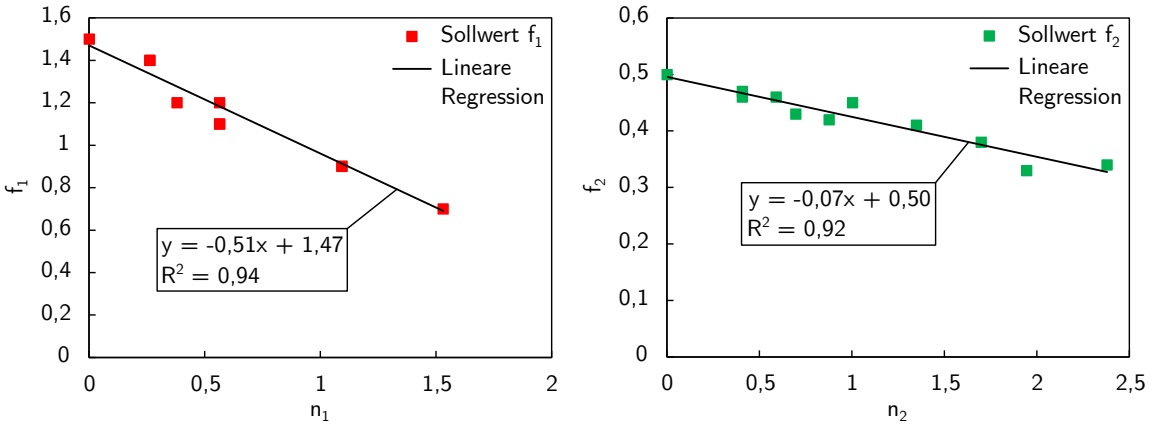
(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Variante 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

Bild 8.4: Gegenüberstellung Modifikation Variante 1; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 25\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 6\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Variante 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

Bild 8.5: Gegenüberstellung Modifikation Variante 1; Deckschicht mikrolin., $a_\mathrm{v} = 1,0\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{s} = 5\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$



(a) Regression f_1 (b) Regression f_2

Bild 8.6: Lineare Regression zwischen den Sollwerten f_1 und f_2 jeder Parameterstudie (mit linierten Deckschichten) und den Funktionen n_1 und n_2

8.1.2 Variante 2 – linierte Deckschichten

Linierungen gehören vor allem an der Bauteilinnenseite (Produktionsoberseite) zu den sehr häufig verwendeten Querschnittsgeometrien bei Sandwichelementen. Auch wenn bereits im vorigen Kapitel eine auf der sicheren Seite liegende Interaktionsgerade für quasi-ebene Querschnitte beschrieben wurde, wird es als sinnvoll erachtet, weitere Optimierungen für den speziellen Querschnittstyp „Linierung“ vorzunehmen. Ziel der Optimierung ist es, die zuvor gezeigten Abweichungen der Verläufe innerhalb eine Parameterstudie zu reduzieren.

Für jede der untersuchten Parameterstudien mit linierten Deckschichten wurden daher die Faktoren f_1 und f_2 variiert, sodass sämtliche Datenpunkte, ähnlich wie bei den ebenen Deckschichten in Bild 8.1, möglichst gut über eine einzelne Gerade abgebildet werden können. Die Anpassung erfolgte rein optisch, ohne die Verwendung eines Optimierungsalgorithmus, sodass durchaus ein gewisser Spielraum in der Festlegung des jeweiligen „Optimums“ vorliegt. Dennoch wird das Ziel einer Verbesserung der Ergebnisse gegenüber der Variante 1-Modifikation in jedem Fall erreicht, sodass die optische Festlegung der Funktionswerte f_1 und f_2 als hinreichend angesehen wird. Anschließend wurden die Werte mit den unterschiedlichen Eingangsparametern jeder Parameterstudie verknüpft (Gl. (8.3a) und (8.3b), Einheiten: N und mm), woraus wiederum Regressionsfunktionen zur Berechnung von f_1 und f_2 abgeleitet werden konnten. Der Prozess ist in Bild 8.6 dargestellt. Jeder Datenpunkt stellt eine der betrachteten Parameterstudien dar. Das Flächenträgheitsmoment I_F (je Breiteneinheit, in mm^3) der gedrückten Deckschicht wird vereinfacht am voll wirksamen Querschnitt bestimmt, der Bettungswert K, bzw. nach Bedarf K_O, mit den über die Kerndicke homogenisierten Werkstoffkennwerten – in der praktischen Anwendung z. B. mit den Werten aus den Zulassungsversuchen.

$$n_1 = \frac{100}{\mathrm{mm}^2} \frac{I_\mathrm{F}}{b_\mathrm{p}} \tag{8.3a}$$

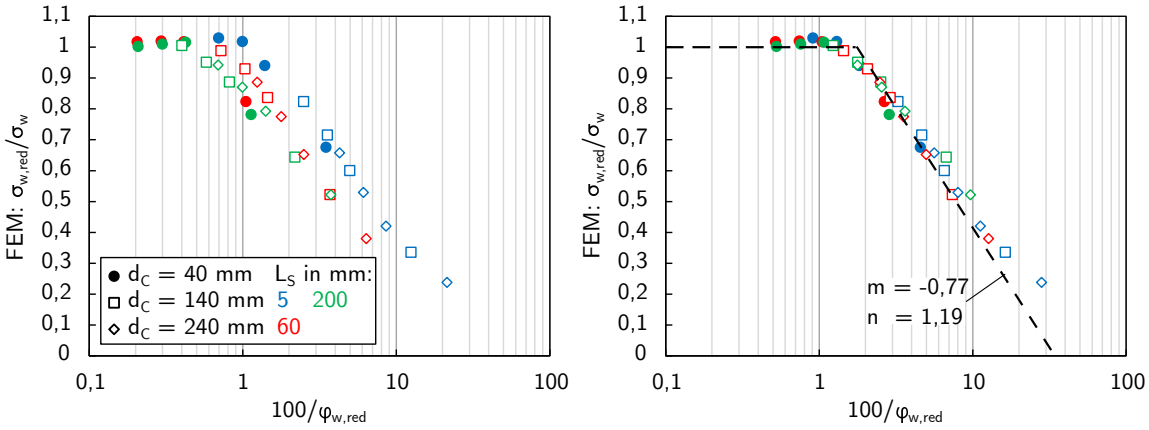
$$n_2 = n_1 \left(\frac{K}{K_1} \right)^{1/3} \quad \text{mit } K_1 = 1 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{8.3b}$$

Beide Funktionen wurden geringfügig modifiziert, um sicherzustellen, dass sie für n_1 und $n_2 \to 0$ ($b_\mathrm{p} \to \infty$ bzw. $a_\mathrm{v} \to 0$) in den Fall ebener Deckschichten übergehen ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$).

$$f_1 = -0,51\, n_1 + 1,5 \tag{8.4a}$$

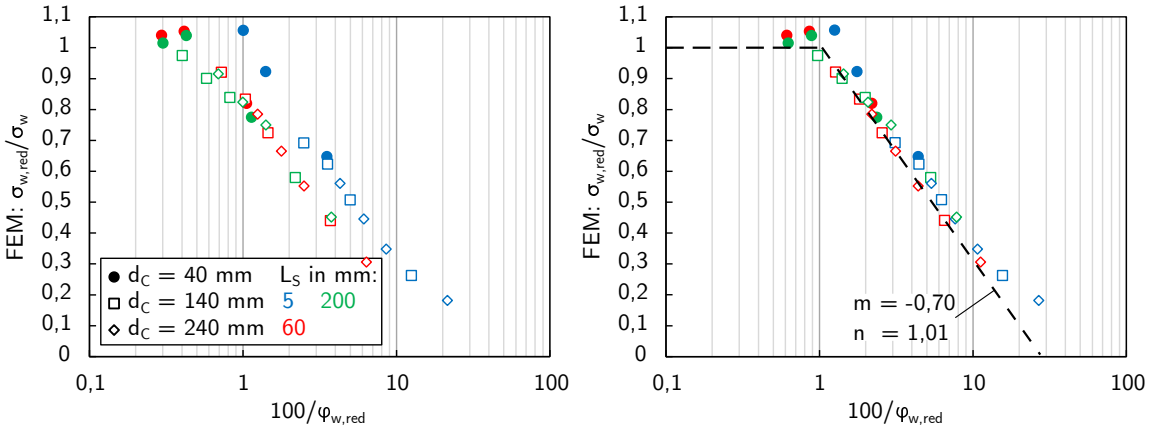
$$f_2 = -\frac{7,1}{100} n_2 + 0,5 \tag{8.4b}$$

Bilder 8.7 und 8.8 stellen die Ergebnisse der Variante 2-Modifikation an den zuvor gezeigten Beispielen (Bilder 8.3 und 8.4) dar. Eine deutliche Verbesserung gegenüber der Ursprungsvariante bzw. der Variante 1-Modifikation, vor allem bezüglich der geringen Lastbreiten < 60 mm, ist ersichtlich. Die Darstellung der Modifikationen für die übrigen numerischen Parameterstudien befindet sich in Anhang C.1, ebenso eine tabellarische Auflistung der berechneten Funktionswerte f_1 und f_2 (sowie m und n) für die Variante 2-Modifikation.



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Variante 2 ($f_1 = 0,72,\ f_2 = 0,33$)

Bild 8.7: Gegenüberstellung Modifikation Variante 2; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 2,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 50\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Variante 2 ($f_1 = 0,94,\ f_2 = 0,36$)

Bild 8.8: Gegenüberstellung Modifikation Variante 2; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 25\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 6\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$

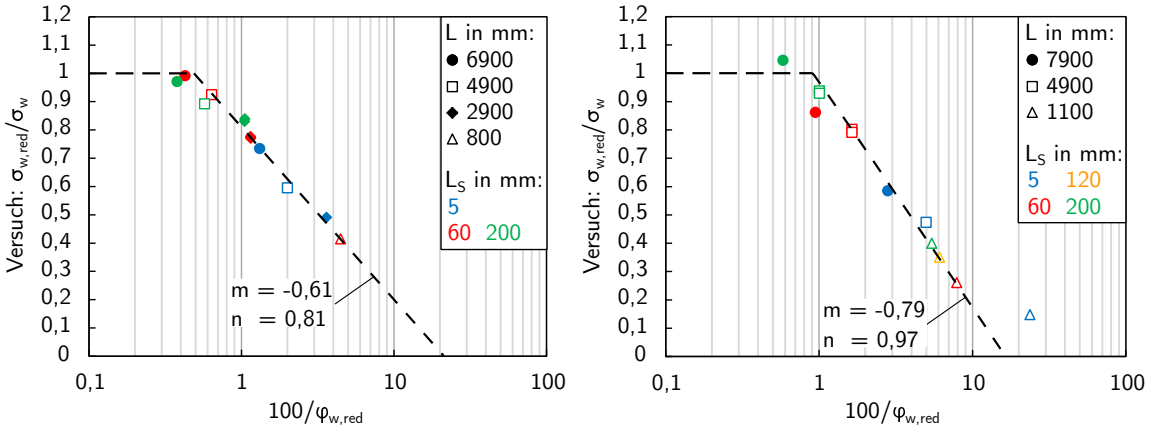
Es fällt auf, dass der Faktor f_1 zur Begrenzung der Randpressungen mit zunehmender Linierungstiefe bzw. Biegesteifigkeit der Deckschicht abnimmt. Die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen zur Eindrückung (Bild 6.10) zeigten in diesen Fällen eigentlich eine Verringerung des Randpressungs-Effekts, woraus eine Vergrößerung von f_1 folgen sollte. Der Grund für die dennoch vorhandene Verringerung des Faktors f_1 in der Variante 2-Modifikation liegt vermutlich in der Berücksichtigung der tatsächlichen Deckschichtgeometrie in Form eines dreidimensionalen numerischen Modells. Mit zunehmender Linierungstiefe werden die Querlasten konzentrierter im Bereich der steifen Stegbereiche eingeleitet, statt gleichmäßig über den Querschnitt verteilt, was eine Reduktion der ansetzbaren Lastfläche in Querrichtung zur Folge hat. Dies wurde in den einfachen Eindrückungsuntersuchungen in Kap. 6.2 nicht erfasst (2-D-Balkenmodelle mit Ersatzquerschnitten). In der Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ äußert sich dieser Effekt ersatzweise durch eine Reduktion der ansetzbaren Lastbreite in Bauteil-Längsrichtung, da die eigentliche Lastfläche nicht explizit berücksichtigt und stets von einer gleichmäßigen Lasteinleitung über die Elementbreite ausgegangen wird.

8.2 Anwendung auf Bauteilversuche

Die Herleitung der Interaktionsbeziehung erfolgte vollständig mittels der numerischen Parameterstudien aus Kap. 6.3. Im Folgenden soll sie anhand der durchgeführten Bauteilversuche verifiziert werden. Aufgrund der recht geringen Linierungstiefen in den Versuchsreihen sind die Unterschiede zwischen den Varianten mit und ohne Modifikation nur relativ gering, weswegen sich auf eine Darstellung der Variante 2-Modifikation beschränkt wird. Bild 8.9 zeigt diese beispielhaft für die Versuchsreihen AW1, AW3 und AD1. Die Interaktionsgerade wurde jeweils anhand von zwei Versuchsergebnissen mit $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm bestimmt. Die Darstellung der übrigen Versuchsreihen befinden sich in Anhang C.2, ebenso eine tabellarische Auflistung der Funktionswerte f_1 und f_2 (sowie m und n) der Variante 2-Modifikation. Die Ergebnisse zeigen, dass auch bei den Realversuchen ein linearer Zusammenhang zwischen $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ und der reduzierten Knitterspannung hergestellt werden kann und eine überwiegend gute Übereinstimmung mit der ermittelten Interaktionsgerade vorliegt. Lediglich bei den dünnen Dachelementen (Teilbild c) treten etwas größere Abweichungen auf, vor allem an den sehr langen Bauteilen. Diese können möglicherweise auf Streuungen im Zusammenspiel mit der geringen Versuchsanzahl zurückgeführt werden (nur ein Versuch je Lastbreite bei $L = 7,9$ m). Ebenso kann dies der Grund sein, weshalb die Dachbauteile mit geringem Wert $100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$ (oder großem M/R) scheinbar nicht gegen $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}} = 1,0$ konvergieren, sondern eher gegen den Wert 0,9. In den numerischen Berechnungen an Wandbauteilen, auch in der Nachrechnung der Versuchsreihe AD1, wurde das Verhalten nicht beobachtet. Eine abschließende Klärung dieses Sachverhalts gelang nicht.

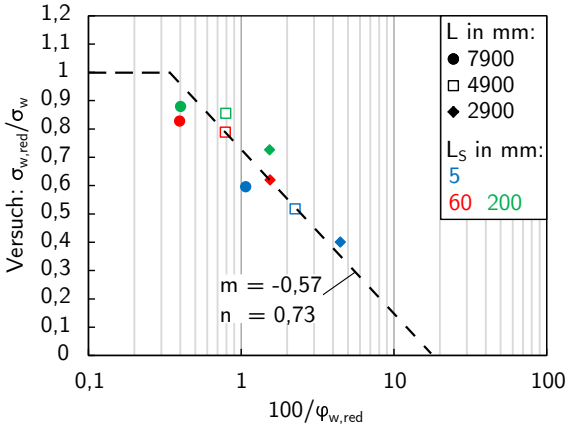
In Bild 8.10 sind die Ergebnisse aller Versuchsreihen überlagert dargestellt. Trotz gleichen Herstellers, abgesehen von Reihe BW1, treten Unterschiede in den linearen Verläufen auf, sowohl hinsichtlich deren Position zueinander als auch deren Neigung. Interessant ist, dass die Verläufe mit gleicher Kerndicke recht nahe bei einander liegen. Hier wurden größere Unterschiede aufgrund der unterschiedlichen Deckschichtgeometrien erwartet (z. B. zwischen AW1 und AW2 oder AW3 und AW4). Insgesamt bestätigt Bild 8.10 die bereits geäußerte Vermutung, dass die Interaktion nur innerhalb einer Versuchsreihe mit konstanten Werkstoffkennwerten, Inhomogenitätsverläufen und Imperfektionen anwendbar ist. Eine Übertragung der ermittelten Geradengleichung (8.1a) auf andere Bauteildicken, Deckschichtgeometrien und Hersteller ist nicht pauschal möglich.

Schließt man die praxisfernen Parameterkombinationen aus sehr kurzen, dicken Ersatzträgern und schmalen Lastbreiten (5 mm) bei $N_F/R \approx 20$ aus, ergibt sich über alle Versuchsreihen eine mittlere Übereinstimmung zwischen Versuch und jeweiliger Interaktionsfunktion von 98 % bei einem akzeptablen Variationskoeffizienten von 9 %.



(a) AW1 ($f_1 = 1,38,\ f_2 = 0,48$)

(b) AW3 ($f_1 = 1,34,\ f_2 = 0,46$)



(c) AD1 ($f_1 = 1,35,\ f_2 = 0,47$)

Bild 8.9: Interaktion (Modifikation 2) an ausgewählten Bauteilversuchsreihen, AW1 Wand $d = 60$ mm, AW3 Wand $d = 140$ mm, AD1 Dach $d = 40$ mm

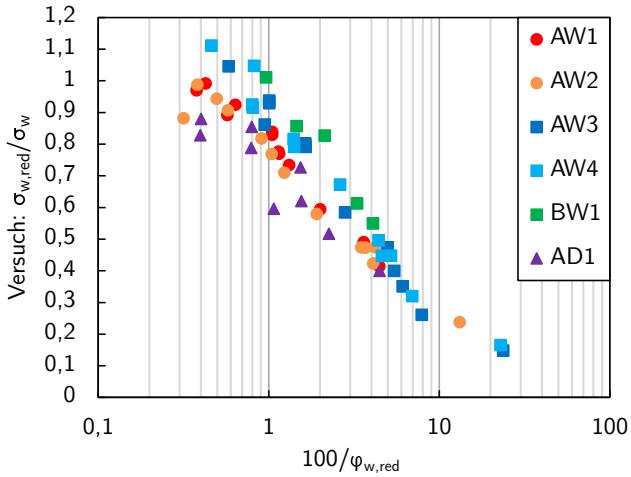


Bild 8.10: Interaktion (Modifikation 2) aller Bauteilversuchsreihen

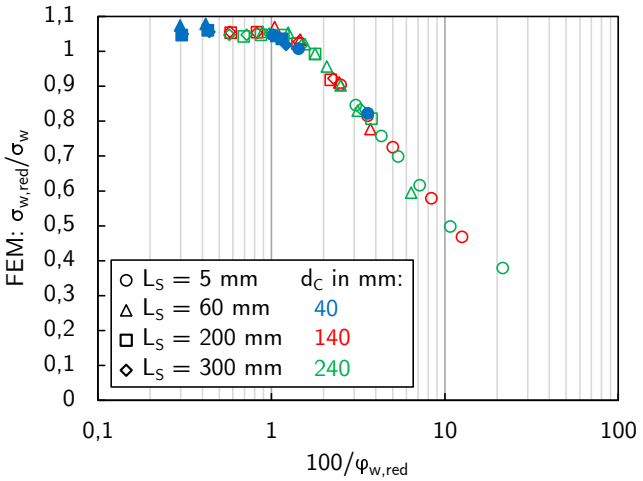


Bild 8.11: Dickenabhängigkeit von $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ bei Spannweiten von 2–14 m (Wand, Deckschicht eben, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$)

8.3 Ersatzträgerlängen und Versuchsdurchführung

Für die beiden erforderlichen Ersatzträgerversuche V1 und V2 zur Bestimmung des Interaktionsverlaufs sind sinnvolle Spannweiten festzulegen. Dabei ist sicherzustellen, dass beide Versuche im linearen Bereich des Interaktionsverlaufs liegen und ausreichend Abstand zueinander haben, um daraus die Geradengleichung bestimmen zu können.

Die numerischen Ergebnisse zeigen eine deutliche Abhängigkeit der reduzierten Knitterspannung von der Elementdicke (Bild 8.11). Variiert man die Kerndicke bei konstanten Spannweiten zwischen 2–14 m, sind die Ergebnisse der dünnen Bauteile im Interaktionsdiagramm eher auf den oberen Traglastbereich begrenzt, wohingegen die Ergebnisse der dicken Bauteile über den gesamten Traglastbereich verteilt sind. Die Definition der beiden Ersatzträgerlängen muss demnach eine Abhängigkeit von der Bauteildicke beinhalten. Um bei dünnen Bauteilen einen sinnvollen Interaktionsverlauf festlegen zu können, müssen kürzere Spannweiten als 2 m zur Reduktion der Traglast – zumindest für den zweiten Ersatzträgerversuch V2 – zugelassen werden. Die Bauteilversuche (Bild 8.9), bei denen auch kurzgespannte Versuche in Schubbalkenlänge getestet wurden, verdeutlichen dies (AW1, AW2, $L = 800$ mm).

Eine überschlägige Definition der Ersatzträgerlängen kann mit Hilfe der Funktion $100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$ und der vorhandenen Versuchsergebnisse bzw. numerischen Ergebnisse erfolgen. Zunächst wird der Term N_{F}/R unter Vernachlässigung des Bauteil-Eigengewichts und des Doppellast-Ansatzes aus Gl. (4.1) auf ein geometrisches Verhältnis zwischen Spannweite und Schwerpunktabstand der Deckschichten e reduziert:

$$\frac{N_{\mathrm{F}}}{R} \approx \frac{\dfrac{R\,L_{\mathrm{ET}}}{4}\left(1 - \dfrac{L_{\mathrm{S}}}{L_{\mathrm{ET}}}\right) + \dfrac{g_{\mathrm{k}}\,L_{\mathrm{ET}}^2}{8}}{e\,R} \approx \frac{L_{\mathrm{ET}}}{4\,e} \tag{8.5a}$$

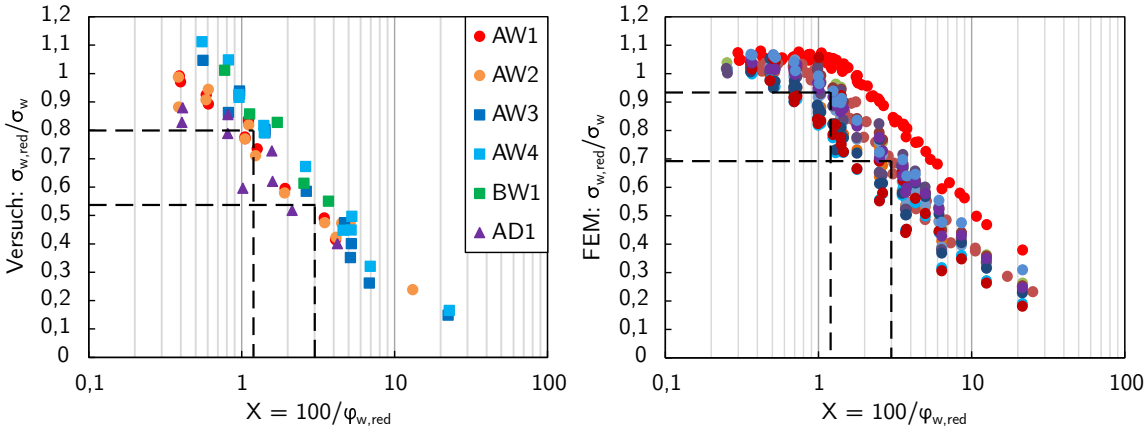
Somit kann $X = 100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$ in Abhängigkeit von der Spannweite, Elementdicke und Lastbreite ausgedrückt werden:

$$X = \frac{100}{\varphi_{\mathrm{w,red}}} \approx \frac{400\,e}{L_{\mathrm{ET}}\left(\frac{1}{L_{\mathrm{S1}}}\min\left\{\begin{array}{l} L_{\mathrm{S}} \\ f_1\,d_{\mathrm{C}} \end{array}\right.\right)^{f_2}} \tag{8.5b}$$

Im Sinne einer Überschlagsformel werden weitere Vereinfachungen getroffen. Die Kerndicke kann durch die Elementdicke d bzw. die Nenndicke des Herstellers – bei Dachelementen die durchgehende Querschnittsdicke – ersetzt werden. Zusätzlich gilt für Wandelemente die Näherung $e \approx d$. Die Lastbreite in der Versuchsdurchführung wird auf das übliche Maß $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm gesetzt. Ferner wird die vereinfachte, von Geometrie und Werkstoffkennwerten unabhängige Variante 1-Modifikation der Interaktion mit $f_1 = 1,0$ und $f_2 = 0,5$ verwendet. Nach Umformung der Gleichung ergeben sich die Ersatzträgerlängen der Versuche V1 und V2 in Abhängigkeit von zwei definierten Funktionswerten $X_{\mathrm{V}i} = 100/\varphi_{\mathrm{w,red,V}i}$:

$$L_{\mathrm{ET,V1/2}} \approx \frac{400\,e}{X_{\mathrm{V1/2}}\sqrt{\frac{1}{\mathrm{mm}}\cdot\min\left\{\begin{array}{l} 60\,\mathrm{mm} \\ d \end{array}\right.}} \tag{8.5c}$$

Die Werte sind in der Einheit Millimeter einzusetzen. Anhand der Versuchsergebnisse in Bild 8.12a wurden die Funktionswerte auf $X_{\mathrm{V1}} = 1,2$ und $X_{\mathrm{V2}} = 3$ festgelegt, welche ein mittleres Traglastniveau $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ von ca. 0,8 und 0,55 repräsentieren. Die Definition der Länge über X_{V1} und X_{V2} stellt zudem den ausreichenden Abstand beider Versuche zueinander sicher. Betrachtet man die Gesamtdarstellung der numerischen Berechnungen (Bild 8.12b), so zeigt sich insgesamt ein Versatz der Verläufe in positiver Richtung auf der Abszisse (vgl. auch Bild 8.2a), was u. a. darauf zurückzuführen ist, dass die Imperfektion in den FE-Berechnungen mit $e_0 = 0,15$ mm größer ist als in den Versuchen (Hersteller A: $e_0 \approx 0,05$ mm, B: $e_0 \approx 0,15$, vgl. Kap. 4.2 und 6.1.1).



(a) Versuche

(b) Numerische Parameterstudien (eben, liniert) mit $e_0 = 0,15$ mm

Bild 8.12: Bestimmung der Ersatzträgerlängen, Modifikation 1, $X_{\mathrm{V1}} = 1,2$, $X_{\mathrm{V2}} = 3,0$. In Teilbild b wurde auf eine Legende verzichtet, da in dieser Betrachtung nur die vorhandene Bandbreite der Ergebnisse von Relevanz ist.

Tabelle 8.1: Ersatzträgerlängen zur Bestimmung des Interaktionsverlaufs in Abhängigkeit von der Elementdicke d (Wand) bzw. vom Schwerpunktabstand der Deckschichten e (Dach). Zwischenwerte dürfen interpoliert oder es darf der nächstkleinere Wert d bzw. e verwendet werden.

d (Wand), e (Dach)	$L_{\mathrm{ET,V1}}$	$L_{\mathrm{ET,V2}}$
mm	m	m
30–50	2,0	1,0
60–80	3,0	1,5
90–100	4,0	1,5
110–130	5,0	2,0
140–150	6,0	2,5
160–180	7,0	3,0
190–210	7,5	3,5
220–300	8,0	4,0

Behält man die anhand der Versuchsergebnisse definierten Werte X_{V1} und X_{V2} bei, erhöht sich in Teilbild b lediglich das mittlere Traglastniveau auf ca. 0,92 bzw. 0,7. Lägen noch größere Imperfektionen vor, würde irgendwann der Wert $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}} = 1,0$ erreicht werden, sodass nicht mehr sichergestellt werden kann, dass der obere Versuch V1 tatsächlich im linearen Bereich der Interaktion liegt. Dies ist durch zusätzliche Einschränkungen zu verhindern, z. B. durch eine Begrenzung der Traglast im Versuch auf einen Wert $< 1{,}0$. Wird der Grenzwert im Ersatzträgerversuch überschritten, ist der Versuch zu verwerfen mit kürzerer Spannweite zu wiederholen.

Gleichung (8.5c) wurde für Bauteildicken d, bzw. bei Dachelementen für den Schwerpunktabstand e, von 30–300 mm ausgewertet (siehe Anhang C.3). Vereinfacht wurde auch bei den Dachelementen $d = e$ unterstellt. Der Ansatz konstanter Werte X_{V1} und X_{V2} für alle Bauteildicken geht mit gewissen Problemen einher. So wird die Länge $L_{\mathrm{ET,V2}}$ bei dünnen Bauteilen sehr klein ($< 1{,}0$ m), während die Länge $L_{\mathrm{ET,V1}}$ bei dicken Bauteilen ein Maß überschreitet ($> 8{,}0$ m), welches im Regelbetrieb einer Versuchshalle noch ohne deutlichen Mehraufwand handhabbar ist[2]. Wo es nötig ist, wird daher die Konstanz von X_{V1} und X_{V2} unter Berücksichtigung folgender Randbedingungen verworfen (siehe auch Anhang C.3):

- Um einen Mindestabstand zwischen den Ergebnissen beider Ersatzträgerversuche zu gewährleisten, soll die Bedingung $L_{\mathrm{ET,V1}} \geq 2\,L_{\mathrm{ET,V2}}$ bzw. $X_{\mathrm{V2}} \geq 2\,X_{\mathrm{V1}}$ erfüllt sein.
- Um eine zu geringe bzw. zu große Abminderung der Traglast im Versuch zu vermeiden, sollen die Bedingungen $X_{\mathrm{V1}} \geq 1,0$ und $X_{\mathrm{V2}} \leq 4,0$ eingehalten werden.
- Die Maximallänge der Ersatzträgerversuche soll $L_{\mathrm{ET}} = 8,0$ m betragen.

Damit lassen sich die Spannweiten für die Ersatzträgerversuche in Abhängigkeit von der Bauteildicke bestimmen (siehe Tab. 8.1). Für die Versuchsdurchführung und Auswertung wird Folgendes festgelegt bzw. vorgeschlagen:

- Die Lastbreite in den Versuchen beträgt $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm.
- Es sind mindestens drei Versuche je Ersatzträgerlänge $L_{\mathrm{ET,V1}}$ und $L_{\mathrm{ET,V2}}$ durchzuführen.

[2]Die Aussage bezieht sich auf die Versuchsanstalt des Fachgebiets Stahlbau an der TU Darmstadt.

- Um sicherzustellen, dass die Versuche tatsächlich im linearen Bereich des Interaktionsverlaufs liegen, sollte die reduzierte Knitterspannung jedes Einzelversuchs kleiner sein als 95 % des Mittelwerts der ungestörten Knitterspannung ($\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w,MW}} \leq 0,95$). Wird dies nicht erfüllt, sind die entsprechenden Versuche auszuschließen oder mit geringerer Spannweite zu wiederholen. Der Mindestabstand $L_{\mathrm{ET,V1}} \geq 2\,L_{\mathrm{ET,V2}}$ sollte dafür nach Möglichkeit nicht wesentlich unterschritten werden.

- Ein Schubversagen in den Versuchen, vor allem in denen mit geringerer Spannweite (V2), ist auszuschließen. Tritt Schubversagen auf, sind die entsprechenden Versuche auszuschließen oder mit vergrößerter Spannweite zu wiederholen. Der Mindestabstand $L_{\mathrm{ET,V1}} \geq 2\,L_{\mathrm{ET,V2}}$ sollte dafür nach Möglichkeit nicht wesentlich unterschritten werden.

- Die Bestimmung der Interaktionsfunktion erfolgt nach Gl. (8.1a). Zusätzlich zu den Parametern m und n der Geradengleichung sind die zu deren Bestimmung verwendeten Funktionswerte f_1 und f_2 in Gl. (8.2) in der Zulassung anzugeben, um eine Konsistenz zur späteren Anwendung sicherzustellen.

- Die Parameter m und n der Interaktionsgleichung (8.1a) sollten unter Ansatz der **Mittelwerte** der Versuchsergebnisse (auch für σ_{w}) bestimmt werden. Liegt bei einer der getesteten Versuchslängen V1 oder V2 eine größere Streuung vor als bei der anderen, kann der Ansatz von Fraktilwerten den Interaktionsverlauf verfälschen. Eine statistische Auswertung kann z. B. erfolgen, indem bei der Rückrechnung von $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ die ungestörte Knitterspannung σ_{w} als Bezugswert der Interaktionsfunktion durch das minimale Verhältnis zwischen 5%-Fraktile und Mittelwert aller Versuche (ungestört, V1, V2) abgemindert wird. Der Wert $\sigma_{\mathrm{w,5\%}}$ ist dann ebenfalls in der abZ anzugeben. Dies stellt sicher, dass die mittlere Steigung der Interaktionsfunktion beibehalten und dennoch eine Abminderung aufgrund der Versuchsstreuung berücksichtigt wird:

$$\sigma_{\mathrm{w,5\%}} = \sigma_{\mathrm{w,MW}} \cdot \min\left(\frac{\sigma_{\mathrm{w,5\%}}}{\sigma_{\mathrm{w,MW}}}, \frac{\sigma_{\mathrm{w,red,5\%,V1}}}{\sigma_{\mathrm{w,red,MW,V1}}}, \frac{\sigma_{\mathrm{w,red,5\%,V2}}}{\sigma_{\mathrm{w,red,MW,V2}}}\right) \tag{8.6}$$

$$\rightarrow \sigma_{\mathrm{w,red,5\%}} = \sigma_{\mathrm{w,5\%}} \cdot \min\begin{cases} m \cdot \log_{10}\left(\dfrac{100}{\varphi_{\mathrm{w,red}}}\right) + n \\ 1,0 \end{cases} \tag{8.7}$$

8.4 Zusammenfassung und Diskussion des Verfahrens

Nachfolgend werden die wichtigsten Erkenntnisse dieses Kapitels zusammengefasst und verschiedene Aspekte des Verfahrens zur Diskussion gestellt:

- Die numerischen Untersuchungen zeigten, dass ein abschnittsweise linearer Zusammenhang zwischen der Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$, mit Hilfe derer eine Normierung der Berechnungsergebnisse hinsichtlich der Spannweite, Lastbreite und Kerndicke gelang, und der bezogenen reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}}$ hergestellt werden kann. Da die Umsetzung eines analytischen Berechnungsansatzes keine zufriedenstellenden Resultate hervorbrachte, wurde dies zum Anlass genommen, ein versuchsbasiertes Interaktionskonzept zu gestalten, welches bspw. in den Zulassungsprozess für Sandwichelemente integriert werden kann.
- Die Gerade zur Abbildung des linearisierten Verlaufs kann mit Hilfe zweier Ersatzträgerversuche V1 und V2 mit unterschiedlichen Spannweiten bestimmt werden.
- Bei ebenen Deckschichtquerschnitten gelingt die Normierung mit der ursprünglich definierten Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ (Gl. (8.2) mit $f_1 = 1,5$, $f_2 = 0,5$) sehr gut. Bei quasi-ebenen Querschnitten treten hingegen Abweichungen zwischen den Verläufen mit unterschiedlicher Lastbreite auf, insbesondere bei $L_{\mathrm{S}} = 5$ mm. Es werden zwei Varianten an Modifikationen vorgeschlagen, um dies zu berücksichtigen und zu verbessern.
- **Variante 1** ist für alle Typen quasi-ebener Querschnitte anwendbar. Durch die Änderung des Parameters f_1 auf den Wert 1,0 und durch die Festlegung, dass die Ersatzträgerversuche mit $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm durchgeführt werden, zeigt die lineare Interaktionsfunktion eine gute Übereinstimmung für Lastbreiten ≥ 60 mm, wohingegen sie für kleinere Lastbreiten auf der sicheren Seite liegt.
- **Variante 2** wird speziell für den sehr häufig verwendeten Querschnittstyp „Linierung“ entwickelt. Mit Hilfe empirisch bestimmter Funktionen können die Parameter f_1 und f_2 in Abhängigkeit von der Linierungsgeometrie und den Werkstoffkennwerten des Kerns definiert werden, sodass auch die in Variante 1 vorhandene Abweichung bei kleinen Lastbreiten deutlich reduziert werden kann. Nachteilig ist die etwas kompliziertere Anwendung. Da die Werte f_1 und f_2 bereits im Rahmen des Zulassungsprozesses zu bestimmen wären, betrifft dies den späteren Anwender letztendlich nicht.
- Die Normierung konnte anhand der durchgeführten Bauteilversuche (AW1–AW4, AD1, BW1) validiert werden. In allen Fällen stellte sich der prognostizierte lineare Zusammenhang zur reduzierten Knitterspannung ein, welcher es ermöglicht, eine lineare Interaktion mit Hilfe zweier Ersatzträgerversuche zu definieren. Unter Ausschluss einer praxisfernen Parameterkombination aus dicken, kurzen Bauteilen mit sehr schmaler Lastbreite ergab sich über alle Versuchsreihen eine mittlere Übereinstimmung zwischen Versuch und jeweiliger Interaktionsfunktion von 98 % bei einem akzeptablen Variationskoeffizienten von 9 %. Ein Vergleich zwischen den einzelnen Versuchsreihen zeigt, dass für jede Versuchsreihe eine eigene Interaktionsbeziehung zu ermitteln ist, da sich die Verläufe hinsichtlich deren Position und Neigung unterscheiden. Dies ist auf die unterschiedlichen Werkstoffkennwerte, Inhomogenitäten und Imperfektionen in den einzelnen Versuchsreihen zurückzuführen.
- Mit Hilfe der Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ und der Festlegung mittlerer Traglastniveaus aus den Versuchsergebnissen und den numerischen Berechnungen gelang eine überschlägige Definition der benötigten Spannweiten für beide Ersatzträgerversuche in Abhängigkeit

von der Elementdicke d bzw. dem Schwerpunktabstand der Deckschichten e (Tab. 8.1). Konstante Traglastniveaus (bzw. Funktionswerte $X = 100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$) stellten sich als nicht zweckmäßig heraus (L_{ET} zu kurz bzw. zu lang), sodass diese unter Einhaltung gewisser Randbedingungen variabel gestaltet wurden.

- Die Randbedingungen für die Versuchsdurchführung wurden festgelegt, um sicherzustellen, dass sich beide Ersatzträgerversuche im linearen Bereich der Interaktion befinden und einen gewissen Mindestabstand zueinander einhalten. Da die Interaktion einen Übergang von einem reinen Spannungsversagen (Kerndruck bzw. Stahlfließen) zu einem reinen Stabilitätsversagen (Knittern) beschreibt, ist ein Schubversagen in den Ersatzträgerversuchen nicht zulässig:
  - Drei Versuche je Spannweite mit $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm
  - $\sigma_{\mathrm{w,red}}/\sigma_{\mathrm{w}} \leq 0,95$, sonst Wiederholung mit geringerer Spannweite
  - kein Schubversagen, sonst Wiederholung mit größerer Spannweite
- Die Parameter m und n aus der Interaktionsgleichung (8.1a) sowie die zu deren Bestimmung verwendeten Funktionswerte f_1 und f_2 in Gl. (8.2) sind dem späteren Anwender, z. B. in der bauaufsichtlichen Zulassung, anzugeben. Die Bestimmung von m und n sollte mit Mittelwerten für $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ und σ_{w} erfolgen. Eine statistische Betrachtung kann im Anschluss durch eine Abminderung des Bezugswerts σ_{w} ($\rightarrow \sigma_{\mathrm{w,5\%}}$) erfolgen.

Generalisierung der Interaktion Die Ergebnisse, sowohl der Versuche als auch der numerischen Berechnungen, zeigen, dass die Funktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ in ihrer gegenwärtigen Formulierung nach Gl. (8.2) nicht zu einer vollständigen Generalisierung des Interaktionsverlaufs imstande ist, sondern lediglich eine Normierung hinsichtlich der Parameter L_{ET}, d bzw. e und L_{S} darstellt. Nur, wenn alle anderen Parameter konstant bleiben, lässt sich der Verlauf der reduzierten Knitterspannung durch eine einzelne Gerade abbilden.

Variationen anderer Parameter bewirken einen mehr oder weniger ausgeprägten Versatz der Geraden zueinander bzw. eine Änderung in deren Steigung. Im Rahmen der Arbeit wurden die folgenden Parameter hinsichtlich deren Auswirkung auf die Lage der Interaktionsgerade kategorisiert:

großer Einfluss:	geringer Einfluss:
• Querschnittsgeometrie der gedrückten Deckschicht • Imperfektion e_0 • Verlauf der Inhomogenität über die Bauteildicke • Deckschichtdicke t_{F} • E_{C} und G_{C} (Deckschicht liniert)	• Kernfestigkeit f_{C} (wenn $f_{\mathrm{Cc}} \approx f_{\mathrm{Ct}}$) • E_{C} und G_{C} (Deckschicht eben) • Stahlfließspannung f_{y}

Eine visuelle Gegenüberstellung der genannten Parameter befindet sich in Anhang C.4. Theoretisch ist eine Generalisierung der Interaktion für diese Parameter denkbar. Deren Umsetzung in $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ ist, sofern aufgrund der Vielfältigkeit der Parameter überhaupt möglich, vermutlich sehr komplex. Hier stellt sich die Frage nach der Zweckmäßigkeit einer

Generalisierung. Diese setzt voraus, dass dem Anwender die benötigten Parameter bekannt sind. Beispielsweise müsste die Bestimmung des Inhomogenitätsverlaufs, was nur mit einem DIC-System sinnvoll durchführbar ist, für jeden Hersteller, jeden Schaumtyp und jede Elementdicke erfolgen. Die Bestimmung der Gesamtimperfektion (geometrisch + strukturell) ist ebenfalls nicht trivial und gerade aufgrund des strukturellen Anteils zum Teil auch an den verwendeten Kernwerkstoff gekoppelt (Haftimperfektionen). Aufgrund der Vielfältigkeit der Parameter, die in einem Sandwichelement vorliegen können und die sich oft von Hersteller zu Hersteller unterscheiden, wird eine vollständige Generalisierung nicht als zweckmäßig angesehen. Auch ist die in den numerischen Untersuchungen gezeigte Normierung der Ergebnisse für verschiedene Bauteildicken nur theoretisch umsetzbar, da sich die Kerneigenschaften in der Realität, trotz des gleichen Herstellers und des gleichen Deckschichttyps, je nach Bauteildicke deutlich voneinander unterscheiden können. Eine versuchstechnische Bestimmung der Interaktion, wie bisher üblich unter Berücksichtigung der verschiedenen Deckschichttypen, Schaumtypen und Elementdicken, ist nach Meinung des Autors zu bevorzugen.

Anwendung auf andere Kernwerkstoffe Je nach Anwendungszweck können verschiedene Kernwerkstoffe für Sandwichelemente zum Einsatz kommen. Die DIN EN 14509 deckt beispielsweise die Anwendung von PU-Hartschaum, Mineralwolle, XPS (extrudierter Polystyrol-Hartschaum), EPS (expandiertes Polystyrol) sowie Phenolharzschaum und Schaumglas ab. In Deutschland wird hauptsächlich PU-Schaum und, sofern Brandschutzanforderungen bestehen, Mineralwolle verwendet. Sämtliche Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit fanden an Sandwichelementen mit PU-Schaum (PIR) statt, da dies den Großteil aller Anwendungsfälle repräsentiert. Es stellt sich die Frage, ob die daraus entwickelte Interaktion auch für andere Kernwerkstoffe anwendbar ist und ob ggf. Einschränkungen vorzunehmen sind.

Die Interaktion stellt einen Zusammenhang zwischen reinem Stabilitätsversagen ($100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$ klein) und reinem querlastinduzierten Spannungsversagen im Kern oder in der Deckschicht her ($100/\varphi_{\mathrm{w,red}}$ groß). Die möglichen Versagensmechanismen ändern sich durch den verwendeten Kernwerkstoff prinzipiell nicht. Im Falle des reinen Knitterns kann ein Spannungsversagen der vorverformten Deckschicht nach Theorie II. Ordnung oder ein Kernzugversagen bzw. eine Ablösung zwischen Deckschicht und Kern auftreten. Bei großer Querlast und geringer Drucknormalkraft im Blech tritt ein Fließen des Blechs aufgrund der lokalen Eindrückung auf und/oder die Kerndruckfestigkeit unter der Lasteinleitung wird überschritten, was zum Fließen des Kerns (z. B. PU) bzw. zum Druckversagen (z. B. Mineralwolle) führt. Seltener kann auch eine Überschreitung der Zugfestigkeit neben der Lasteinleitung auftreten (vgl. Bild 4.22, Ausbildung einer Zugzone neben der Lastplatte bei $L_{\mathrm{S}} = 60$ mm).

Dies gilt jedoch für alle der genannten Kernwerkstoffe. Sie unterscheiden sich hauptsächlich in der Größenordnung der Steifigkeit und Festigkeit voneinander. Dies sind Eigenschaften, die automatisch durch den Bauteilversuch erfasst und in den Ergebnissen widergespiegelt werden. Auf die für die Interaktion erforderliche Linearisierung der reduzierten Knitterspannung über $\log_{10}(100/\varphi_{\mathrm{w,red}})$ sollte der verwendete Kernwerkstoff daher keinen Einfluss haben. Dennoch sind gewisse Unterschiede zwischen den Kernwerkstoffen nicht ausgeschlossen. So neigen z. B. kurzgespannte Bauteile mit Kern aus Mineralwolle eher zum Schubversagen als mit Kern aus PU-Schaum, sodass eine generelle Vergrößerung der Versuchslänge $L_{\mathrm{ET,V2}}$ für diesen Kernwerkstoff unter Umständen zweckmäßig sein kann. Dies hat jedoch keinen Einfluss auf die Interaktion selbst, lediglich auf die Versuchsdurchführung. Die Anwendung auf andere Kernmaterialien scheint möglich.

Gebrauchstauglichkeit und Kontaktpressung Der Biegenachweis am Zwischenauflager ist dem Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zugeordnet. Die DIN EN 14509 (2013) stellt in Kap A.7.4 die zusätzliche Anforderung an den Ersatzträgerversuch, dass die Kontaktpressung unter dem Auflager $F/(L_S\,B)$ kleiner als die Kerndruckfestigkeit f_{Cc} sein soll, was indirekt einer Mindestspannweite des Ersatzträgerversuchs entspricht. Unklar ist, aus welchem Grund eine Begrenzung der Kontaktpressung unter Gebrauchslast vorgegeben wird, zumal sie gemäß DIN EN 14509 2013, E.4.3, nicht vom Tragwerksplaner nachzuweisen, sondern lediglich in der Versuchsdurchführung mit der verwendeten Lastbreite von 60 mm einzuhalten ist. Der Tragwerksplaner hat den Nachweis lediglich im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu führen, wobei zudem eine Lastausbreitung in den Kern angesetzt werden darf (siehe Gl. (2.3)). Mehrere Gründe für die geforderte Begrenzung der Kontaktpressung auf f_{Cc} können in Betracht gezogen werden.

So ist denkbar, dass dadurch ein Auftreten von sichtbaren, plastischen Deformationen im Sinne der Gebrauchstauglichkeit vermieden werden soll. Dagegen spräche, dass dafür die Druckfestigkeit f_{Cc} herangezogen wird, ein Grenzwert, dessen Ermittlung im Falle von PU-Schaum am Würfelversuch unter 10 % Gesamtstauchung erfolgt, sodass bereits von einem Plastizieren des Kerns auszugehen ist. Im Gegensatz dazu werden die plastischen Deformationen im abhebenden Lastfall, bei dem die Lagerung des Elements bzw. die Einleitung der Querlast durch die Schraubenköpfe und Unterlegscheiben übernommen wird, nicht begrenzt. DIN EN 14509, Kap. A.7.4, gibt lediglich an, die Ersatzträgerlänge sei so zu wählen, dass die Kräfte in den Befestigungsmitteln beim Versagen des Ersatzträgers unterhalb der Bemessungswerte liegen.

Eine andere Begründung für die Begrenzung der Kontaktpressung bestünde darin, dass mit dem Ersatzträgerversuch ein reines Stabilitätsversagen in Form von Knittern abgebildet werden soll, dessen Traglastspannung lediglich in gewissem Maße durch eine zusätzliche Störlast reduziert wird. Die Begrenzung soll verhindern, dass die Traglast hauptsächlich von der plastischen Kerneindrückung bestimmt wird, da dies eher einem reinen Spannungsversagen bzw. einem kombinierten Versagen entspräche. Anmerkung 2 in Kapitel A.7.4 der Norm bestärkt dies zwar, relativiert jedoch gleichzeitig die Forderung hinsichtlich der Kontaktpressung, da eine mögliche Überschreitung lediglich einen geringeren Wert für die reduzierte Knitterspannung zur Folge hätte:

> *„Wird die Prüfung an einem kürzeren als dem beschriebenen Probekörper durchgeführt, ist es wahrscheinlich, dass die Versagensart durch das Eindrücken des Kerns bestimmt wird, und es ergibt sich ein geringer*[er] *Wert für die Knitterspannung.“*

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Interaktion stellt eine Verknüpfung zwischen reinem Stabilitätsversagen und reinem Spannungsversagen im Kern oder in der Deckschicht her. Um das volle Potential der Interaktion ausschöpfen zu können, sollte ein lokales Plastizieren des Kerns unter der Lasteinleitung zugelassen werden. Ansonsten hätte dies zur Folge, dass kleinere Auflagerbreiten (bzw. Lastbreiten) vollständig auszuschließen wären, auch wenn alle Ergebnisse zeigen, dass selbst mit sehr geringen Lastbreiten und einer vielfachen Überschreitung der Grenz-Kontaktpressung noch vergleichsweise große Tragfähigkeiten erzielt werden. Ebenso ließen sich die kurzen Ersatzträger, die nach den Untersuchungen von Nelke und Lange (2019) (vgl. Kap. 3.4.2) durchaus vorliegen können, unter Umständen nicht mehr durch die Interaktion abbilden, da diese kürzer als die indirekte Mindestspannweite aus der Kontaktpressungsbegrenzung sein können.

Hinsichtlich der Gebrauchstauglichkeit ist es fraglich, ob eine plastische Eindrückung unter dem Auflager überhaupt sichtbar ist, hinsichtlich der Tragfähigkeit wird ohnehin ein

separater Drucknachweis des Kerns am Zwischenauflager geführt. Insgesamt wird die Überschreitung der Kontaktpressung im Rahmen der Momenten-Auflager-Interaktion daher als eher unkritisch eingestuft. Mit zunehmender Querlast sinkt gleichzeitig auch der Biegewiderstand $\sigma_{\mathrm{w,red}}$, sodass die Querlast folglich keine beliebig hohen Werte annehmen kann. Sofern ein zusätzlicher Nachweis des Kerndrucks im GZG als nötig erachtet wird, sollte hierfür zumindest eine Lastausbreitung in den Kern berücksichtigt werden.

Anwendung bei inhomogenem Kernwerkstoff (Modifikation 2) In der Variante 2-Modifikation für linierte Deckschichten wird der Wert f_2 zur Bestimmung von $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ in Abhängigkeit vom Bettungswert K berechnet. Die Herleitung erfolgte am homogenen Kern. Liegt ein inhomogener Kern vor, müsste ein wirksamer Bettungsmodul verwendet werden, welcher den Verlauf der Inhomogenität sowie die Tiefe, in welcher der Kern noch beansprucht wird, berücksichtigt. Letztendlich dient die Einbeziehung der Kernmoduln E_{C} und G_{C} mittels K nur dazu, die Übereinstimmung der Interaktion mit den Ergebnissen unterschiedlicher Lastbreiten zu verbessern (vgl. Bild 8.7) und nicht dazu, die Inhomogenität und deren Auswirkungen auf die reduzierte Knitterspannung in ihrer Gesamtheit zu erfassen. Dies geschieht bereits durch die Bauteilversuche selbst. Daher wird es als ausreichend angesehen, K näherungsweise mit den homogenisierten Werkstoffkennwerten aus den Zulassungsversuchen zu bestimmen. Die Anwendung der Interaktion auf die Bauteilversuche spricht dafür (Bild 8.9 bzw. Anhang C.2), auch wenn anzumerken ist, dass die Linierung in den Versuchen nicht sonderlich ausgeprägt war und daher ohnehin keine großen Unterschiede in den Verläufen mit unterschiedlicher Lastbreite vorlagen.

Anwendung bei unterschiedlichen Teilfeldbreiten (Modifikation 2) Sowohl in den Versuchen als auch in den numerischen Untersuchungen zur reduzierten Knitterspannung wurden ausschließlich identische Teilfeldbreiten in den linierten Deckschichten betrachtet. In der Variante 2-Modifikation werden die Werte f_1 und f_2 zur Bestimmung von $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ in Abhängigkeit von der Teilfeldbreite b_{p} bestimmt. In der Näherungslösung zur ideellen Knitterspannung (Kap. 5.2.2, Tab. 5.2) wurde gezeigt, dass der Ansatz einer mittleren Teilfeldbreite für den Fall $b_{\mathrm{p,1}} \neq b_{\mathrm{p,2}}$ zielführend ist. Daher wird die Verwendung der mittleren Teilfeldbreite $b_{\mathrm{p,m}}$ ebenfalls für die Anwendung der Variante 2-Modifikation vorgeschlagen.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasste sich mit der Momenten-Auflager-Interaktion mehrfeldrig gespannter Sandwichelemente. Im Bauwesen eingesetzte, dämmende und raumabschließende Sandwichelemente versagen unter reiner Biegebeanspruchung meistens durch Knittern, ein kurzwelliges, lokales Stabilitätsversagen der gedrückten Deckschichtseite. Die zugehörige Traglast wird als Knitterspannung bezeichnet. Um die Vorteile der Sandwichbauweise hinsichtlich der Bau- und Montagezeit voll ausschöpfen zu können, werden sie meist in großer Länge gefertigt und als Mehrfeldträger verbaut. An den Zwischenauflagern dieser statisch unbestimmten Systeme tritt stets eine Interaktion zwischen der aus Biegung druckbeanspruchten Deckschicht und der Auflagerkraft orthogonal dazu auf. Die aus der Auflagerkraft resultierenden lokalen Eindrückungen in der Deckschicht bewirken eine Reduktion der dortigen aufnehmbaren Knitterspannung. Im Rahmen dieser Arbeit wurde sich auf den andrückenden Lastfall Querdruck beschränkt. Die Biegetragfähigkeit bei gleichzeitiger Einwirkung einer Querlast wird momentan mit Hilfe von Ersatzträgerversuchen nach DIN EN 14509 (2013) bestimmt, welche eine Approximation des Zwischenauflagerbereichs durch einen Einfeldträger ermöglichen, und für den Anwender in Form allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassungen aufbereitet. Forschungsergebnisse von Nelke (2018) bzw. Nelke und Lange (2019) zeigten Defizite im Zulassungsprozess auf. Zum einen werden keine unterschiedlichen Auflagerbreiten berücksichtigt, zum anderen wird die Tragfähigkeit mit einer konstanten, dickenabhängigen Ersatzträgerlänge bestimmt, welche die zahlreichen Varianten realer Mehrfeldsystemen nur bedingt und im Mittel abbildet. Dies hat zur Folge, dass die Tragfähigkeit im Versuch überschätzt werden kann oder ungenutzte Reserven vorhanden sind. Zwar existieren Ansätze zur rechnerischen Bestimmung der Tragfähigkeit, diese zeigen jedoch Verbesserungspotential hinsichtlich der darin getroffenen Vereinfachungen und Annahmen, des teilweise hohen numerischen Aufwands sowie hinsichtlich der Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen. Um den zeit- und kostenintensiven Versuchsaufwand zur Bestimmung der Tragfähigkeit zu reduzieren, ist ein analytisches Verfahren dennoch eine erstrebenswerte Alternative.

Übergeordnetes Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung einer Interaktionsbeziehung für die durch Querdruck reduzierte Knitterspannung. Zur Erfüllung der Zielsetzung wurde sowohl ein analytischer Berechnungsansatz auf Basis von Spannungsnachweisen nach Theorie II. Ordnung als auch ein versuchsbasierter Interaktionsansatz verfolgt. Grundlage bildete eine umfangreiche und breit aufgestellte Versuchsbasis an Sandwichelementen mit PU-Kern, welche anschließend durch analytische und numerische Untersuchungen ergänzt und erweitert wurde, um die relevanten Einflussfaktoren auf die reduzierte Knitterspannung zu quantifizieren. Unter anderem war zu klären, wie die relativen Verformungen infolge der Auflagerkraft zu bestimmen sind, welche Imperfektionen in der Deckschicht vorliegen, wie der Effekt einer leichten Deckschichtprofilierung berücksichtigt wird, welchen Einfluss die Orthotropie und Inhomogenität des Kernwerkstoffs besitzt und welcher Versagensmechanismus auftritt.

Zunächst erfolgte eine Zusammenfassung der mechanischen und versuchstechnischen Grundlagen zur Bestimmung der Knitterspannung mit und ohne Berücksichtigung des Einflusses

einer andrückenden Querlast. Der ideellen Knitterspannung galt besondere Aufmerksamkeit, da sie eine wichtige Kenngröße zur analytischen Bestimmung der Biegetragfähigkeit darstellt. Bezüglich der reduzierten Knitterspannung wurden die normativen Grundlagen zur Versuchsdurchführung nach DIN EN 14509 (2013) erläutert und ausgewählte Berechnungsansätze aus der Literatur angerissen. Der Fokus lag auf der Arbeit von Nelke (2018), da sie als zeitlich aktuellste Arbeit den Stand der Forschung repräsentiert. Nelke zeigte u. a. Defizite in der momentanen Zulassungspraxis bezüglich der konstanten Ersatzträgerlänge auf, welche nach seinen Erkenntnissen einen tatsächlichen Wertebereich von ca. 1,5–12 m annehmen kann. Sein semi-numerischer Ansatz zeigte eine gute Übereinstimmung zu Versuchsergebnissen mit vergleichsweise geringen Streuungen, ist jedoch in der Anwendung sehr aufwändig.

Anschließend folgte der versuchstechnische Teil der Arbeit. Materialversuche am Kernwerkstoff in allen Bauteilrichtungen bestätigten die ausgeprägte Orthotropie des PU-Schaums sowie eine ausgeprägte Inhomogenität hinsichtlich des E-Moduls und G-Moduls über die Bauteildicke, vor allem bei geringeren Kerndicken. Bezüglich der Messung geometrischer Imperfektionen ergab sich eine Abhängigkeit von der Elementdicke, jedoch nicht von der Deckschichtausführung. Die Größenordnung lag bei ca. $e_0 = 0{,}03$–$0{,}05$ mm bei zugehörigen Halbwellenlängen von ca. 75–100 mm. Optische Messungen an der Oberfläche der gedrückten Deckschicht bestätigten, dass beim Knittern leicht profilierter Deckschichten ein vorzeitiges Ausbeulen der ebenen Plattenbereiche mitsamt der Lastumlagerung in die Stegbereiche auftritt, welches wahrscheinlich im Ersatzträgerversuch durch die aus der Lasteinleitung resultierenden, lokalen Krümmungen begünstigt wird. Eine Verifizierung des analytischen Ansatzes nach Baehre und Kech war auf Grundlage dieser Ergebnisse allerdings nicht möglich. Die Ersatzträgerversuche an Dach- und Wandelementen mit unterschiedlicher Dicke, Länge und Querschnittsgeometrie zeigten, dass die reduzierte Knitterspannung maßgeblich von der Ersatzträgerlänge bzw. dem M/R-Verhältnis und der Lastbreite L_S beeinflusst wird. Im Verlauf der Arbeit stellte sich heraus, dass die alleinige Verwendung des M/R-Verhältnisses zur Beschreibung der reduzierten Knitterspannung nicht zielführend ist und stattdessen das Verhältnis aus Deckschicht-Normalkraft und Querlast N_F/R zu bevorzugen ist. Bei geringem N_F/R-Verhältnis dominiert die lokale Eindrückung, bei großem Verhältnis ist der Querlasteinfluss kaum vorhanden und es tritt reines Knittern auf. Eine zunehmende Lastbreite vergrößert die Traglast aufgrund der Reduktion der lokalen Eindrückung. Der positive Einfluss wird mit zunehmender Breite durch das Auftreten von Randpressungen an den Lasträndern begrenzt.

Im Hinblick auf ein analytisches Berechnungsverfahren lag der Fokus zunächst auf der Bestimmung der ideellen Knitterspannung. Basierend auf dem in der Anwendung recht aufwändigen Ansatz von Thermann (1989) zur Ermittlung von $\sigma_\mathrm{w,cr}$ mit inhomogenem Kern, wurde eine einfache Näherungslösung für die Handrechnung entwickelt, die eine gute Übereinstimmung mit numerischen Vergleichsrechnungen zeigte. Die Überprüfung des Ansatzes von Baehre (1989) und Kech (1991) für linierte Deckschichten anhand eines numerischen Modells offenbarte, dass dieser Defizite im Bereich häufig verwendeter Linierungstiefen ($\leq$ 1,5 mm) aufzeigt. Der Ansatz überschätzt die Stegsteifigkeit in diesem Wertebereich, was eine Überschätzung der ideellen Knitterspannung zur Folge hat. Aus den numerischen Ergebnissen wurde daher eine empirische Näherungslösung für linierte Deckschichten abgeleitet und für inhomogene Kerne sowie unterschiedliche Teilfeldbreiten erweitert. Aus dem Näherungsansatz ließen sich wirksame Querschnittswerte für die spätere Berechnung der (reduzierten) Knitterspannung ableiten.

Zur näheren Bestimmung der relevanten Einflussfaktoren auf die reduzierte Knitterspannung sowie zur Erweiterung des Parameterbereichs der Bauteilversuche, wurden umfangreiche numerische Untersuchungen durchgeführt. Lineare Berechnungen zur lokalen Deckschichteindrückung, welche als Verformungsdifferenz zwischen oberer und unterer Deckschicht definiert wurde, ergaben eine große Abhängigkeit von den Parametern L_S, d_C, E_C und $I_\mathrm{F,o}$. Die Kerninhomogenität spielt nur in Sonderfällen (dicke Bauteile bei gleichzeitig schmaler Lasteinleitung) eine Rolle. Das Auftreten von Randpressungen an der Lasteinleitung, welche die lokalen Eindrückungen erhöhen, hängt vor allem vom Verhältnis $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$ ab. Für $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} \leq 0,6$ kann eine gleichmäßige Lastverteilung unter der Lasteinleitung angenommen werden. Mit zunehmendem $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C}$-Verhältnis geht die gleichmäßige Einleitung in eine konzentrierte Lasteinleitung an den Lasträndern über. Ab einem Verhältnis von ca. $L_\mathrm{S}/d_\mathrm{C} = 1,5$ kann nicht mehr von einer vollen Wirksamkeit der Lasteinleitungsfläche bezüglich der lokalen Eindrückung ausgegangen werden. Die ansetzbare Lastbreite ist entsprechend zu begrenzen. Numerische Traglastberechnungen zur reduzierten Knitterspannung an Wand- und Dachelementen mit ebenen und linierten Deckschichten ließen Rückschlüsse auf den Versagensmechanismus zu. Bei großen N_F/R-Verhältnissen trat Stabilitätsversagen in Form eines Spannungsversagens in der Deckschicht nach Theorie II. Ordnung bzw. eines Zugversagens des Kerns neben der Lasteinleitung (Delamination) auf. Der Einfluss der Imperfektion und Kerninhomogenität war entsprechend groß. Bei kleinen N_F/R-Verhältnissen dominierte die lokale Eindrückung. Das Versagen wurde dort durch Fließen der Deckschicht, Druckversagen (Fließen) des Kerns oder durch eine Kombination aus beidem ausgelöst. Die Imperfektion und Kerninhomogenität hatten dort einen geringen Einfluss auf die Traglast. Welches Versagen (Kern oder Blech) beim jeweiligen N_F/R-Verhältnis maßgebend wird, lässt sich nicht pauschalisieren, da dies von den Größenverhältnissen beider Widerstände zueinander abhängt.

Mit den bisherigen Erkenntnissen wurde in mehreren Teilschritten ein analytisches Berechnungsmodell entwickelt, zunächst eines für die ungestörte Knitterspannung σ_w, welches auf Spannungsnachweisen nach Theorie II. Ordnung der gebetteten, sinusförmig vorverformten Deckschicht beruht und sowohl das Kernversagen in Dickenrichtung als auch das Stahlversagen berücksichtigt. Das Modell diente zugleich der Validierung der Näherungsansätze zur ideellen Knitterspannung und zu den wirksamen Querschnittswerten bei linierten Deckschichten. Insgesamt lag eine gute Übereinstimmung mit numerischen Traglastberechnungen und vorhandenen Versuchsergebnissen zur ungestörten Knitterspannung vor. Bei großen Kernmoduln und ausgeprägter Inhomogenität vergrößerte sich der Fehler im betrachteten Parameterbereich jedoch auf ca. 22 %. Weiterhin wurde ein analytisches Modell zur Berechnung der lokalen Deckschicht-Eindrückung entwickelt, welches auf einem elastisch gebetteten Plattenstreifen sowie einem empirisch bestimmten Bettungsmodul $k_\mathrm{w,L}$ beruht. Es zeigte für kleine Lastbreiten (5 mm) eine gute Übereinstimmung zu den numerisch bestimmten Eindrückungen. Die Modifikation des Ansatzes für größere Lastbreiten (bis 300 mm) gelang nur teilweise. Der maximale Fehler zu den Vergleichsrechnungen betrug ca. ±20 %. Der finale Berechnungsansatz bestand aus der linearen Überlagerung des Ansatzes zur ungestörten Knitterspannung mit dem Ansatz zur lokalen Eindrückung. Sowohl das Kernversagen als auch das Stahlversagen wurden an verschiedenen Nachweisstellen untersucht. Schon im einfachsten Anwendungsfall mit ebenen Deckschichten und homogenem Kern zeigte sich keine gute Übereinstimmung zu den numerischen Vergleichsrechnungen aus den Parameterstudien. Der Fehler ist mit einem Mittelwert (analytisch/FEM) von 0,76 und einem Variationskoeffizienten von 18,3 % für eine sinnvolle Anwendung des Ansatzes zu groß, weswegen auf eine Erweiterung für quasi-ebene Querschnitte verzichtet und der Ansatz letztendlich verworfen wurde.

Stattdessen wurde eine versuchsbasierte Interaktion entwickelt, welche sich in den Zulassungsprozess nach DIN EN 14509 integrieren lässt. Für verschiedene Spannweiten, Elementdicken und Lastbreiten konnte ein linearer Zusammenhang zwischen der entwickelten Normierungsfunktion $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ und der reduzierten Knitterspannung hergestellt werden, welcher durch eine Interaktionsfunktion abgebildet werden kann. Die Bestimmung der Funktion kann durch zwei Ersatzträgerversuche mit unterschiedlicher Spannweite erfolgen. In Abhängigkeit von der Elementdicke wurden Spannweiten definiert, welche zusammen mit weiteren Restriktionen sicherstellen sollen, dass beide Versuche im linearen Bereich der Interaktion liegen und genügend Abstand zueinander haben. Bei quasi-ebenen Querschnitten wurde eine Modifikation von $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ in Abhängigkeit von der Blechgeometrie vorgenommen, da dort Abweichungen zwischen den Verläufen mit unterschiedlicher Lastbreite auftraten. Die Validierung der Interaktion anhand der durchgeführten Versuche ergab eine mittlere Übereinstimmung zwischen Versuch und Interaktionsfunktion von 98 % bei einem Variationskoeffizienten von 9 %. Da sich der Interaktionsverlauf bei unterschiedlichen Materialparametern, Inhomogenitäten und Imperfektionen ändert (Neigung, Versatz), ist die Interaktion, in Übereinstimmung mit der bisherigen Zulassungspraxis, für jeden Sandwichtyp und Hersteller separat zu bestimmen bzw. in Produktfamilien zusammenzufassen. Eine Generalisierung der Interaktion ist zwar denkbar, aufgrund der Vielzahl an benötigten Parametern jedoch nicht zweckmäßig.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden wichtige Erkenntnisse über das Knittern von Sandwichelementen und über die Auswirkung einer Querdruckbelastung auf die Knitterspannung erlangt. Weiterhin wird mit dem versuchsbasierten Interaktionsansatz eine geeignete und vergleichsweise einfach umsetzbare Methode zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung zu Verfügung gestellt, welche zwar einen gewissen Mehraufwand gegenüber dem momentanen Zulassungsprozess zur Folge hat, jedoch aufgrund der genaueren Bestimmung der Tragfähigkeit auch einen deutlichen Mehrwert bietet.

Dennoch konnte in der vorliegenden Arbeit nicht jede Idee weiterverfolgt, jede Fragestellung abschließend geklärt und jeder Themenkomplex in Zusammenhang mit der reduzierten Knitterspannung bearbeitet werden. Auch in Zukunft besteht weiterer Forschungsbedarf:

- Der abhebende Lastfall (Querzug) wurde im Rahmen der Arbeit ausgeklammert. Damit ist die Formulierung der Momenten-Auflager-Interaktion unvollständig, weshalb eine Priorisierung dieses Lastfalls in weiteren Forschungsvorhaben wünschenswert wäre. Da die Querlasten konzentriert über die Unterlegscheiben der Sandwich-Schrauben eingeleitet werden, ist denkbar, dass sich die Traglast ähnlich verhält wie bei andrückender Last mit geringer Lastbreite (5 mm). Daher scheint es plausibel, dass das Prinzip der linearen Interaktion auch für den abhebenden Lastfall verwendet werden kann. Der Lastbreiten-Term im Parameter $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ wäre durch eine entsprechende Formulierung auszutauschen, die z. B. den Durchmesser der Unterlegscheibe sowie den Abstand der Schrauben zueinander beinhaltet. Hierfür benötigt es weitere Versuche und numerische Berechnungen. Im Idealfall ließe sich die Interaktionskurve für Querdruck auch für Querzug anwenden.
- Bisher wurde stets von einer symmetrischen Lasteinleitung in das Zwischenauflager ausgegangen, wie sie z. B. bei einem Zweifeldträger auftritt. Bei unterschiedlichen Einzelspannweiten des Mehrfeldsystems oder ungerader Feldzahl ist dies nicht unbedingt gegeben. Das einseitige Aufliegen am Zwischenauflager kann zu einer Lastkonzentration und zu einer Verringerung der ansetzbaren Auflagerbreite führen. Ob dies bereits durch den Randpressungs-Term ($L_{\mathrm{S}} \leq f_1 \cdot d_{\mathrm{C}}$) in $\varphi_{\mathrm{w,red}}$ abgedeckt ist, welcher ja genau aus dem Grund einer konzentrierten Lasteinleitung am Lastrand eingeführt

wurde, oder es einer weiteren Reduktion bedarf[1], ist noch zu erforschen. Der negative Effekt einer unsymmetrischen Lasteinleitung betrifft im Übrigen nicht nur die hier vorgestellte Interaktion, sondern auch den gegenwärtigen Zulassungsprozess mit $L_S = 60$ mm, auch wenn er bei größeren Lastbreiten sicher ausgeprägter ist.

- Die Anwendbarkeit der Interaktion auf Sandwichelemente mit anderen Kernwerkstoffen, wie z. B. Mineralwolle, wurde nur argumentativ begründet und sollte abschließend durch Bauteilversuche verifiziert werden.
- Die analytische Bestimmung der Biegetragfähigkeit bleibt langfristig gesehen ein erstrebenswertes Ziel, dem sich auch zukünftige Forschungsarbeiten annehmen sollten. Die in dieser Arbeit entwickelten oder aufgegriffenen Ansätze können dafür als Anhaltspunkt dienen. Beispielsweise wäre die Herleitung eines analytischen Ansatzes zur ideellen Knitterspannung mit quasi-ebenen Deckschichten, welche die Nachgiebigkeit der Stege bei geringer Linierungstiefe berücksichtigt, wünschenswert. Die empirisch abgeleitete Näherung ist per Definition nur mit Einschränkungen anwendbar. Die effektiven Querschnittswerte sind für die Traglastberechnung sowie ggf. zur Rückrechnung der erforderlichen Ersatzimperfektion aus den Versuchen zur ungestörten Knitterspannung essenziell. Ebenso sollten die getrennten Ansätze zur Bestimmung der Beanspruchung aus Imperfektion (ungestörtes Knittern) und aus Querdruck auf ein gemeinsames mechanisches Fundament zurückgeführt werden. Ob dies noch mit der linearen Sandwichtheorie möglich ist oder ob bereits auf eine Sandwichtheorie höherer Ordnung (HSAPT) zurückgegriffen werden muss, ist unklar.

[1] Beispielsweise könnte die ansetzbare Lastbreite in diesen Fällen pauschal halbiert werden.

Literaturverzeichnis

Allen, H. G. (1969). *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels.* Pergamon Press, Oxford u. a.

Baehre, R. (1989). "Teil II: Experimentelle Ermittlung der aufnehmbaren Knitterspannung von ebenen und leicht profilierten Stahldeckschichten". In "Knitterspannungen, Langzeitverhalten und Scheibenwirkung von Sandwich-Elementen aus Polyurethan-Hartschaum und Stahldeckschichten. Forschungsbericht Projekt P 139/05/84", .

Berner, K. (1994). *Erarbeitung vollständiger Bemessungsgrundlagen im Rahmen bautechnischer Zulassungen für Sandwichbauteile: Teil 1: Bemessungsgrundlagen in Form von Rechenhilfen für alle relevanten Lastfälle und statischen Systeme.* Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart.

Berner, K. (1995). *Erarbeitung vollständiger Bemessungsgrundlagen im Rahmen bautechnischer Zulassungen für Sandwichbauteile: Teil 2: Berücksichtigung zusätzlicher Beanspruchungen bei der Bemessung von durchlaufenden Sandwichplatten im Zwischenstützenbereich.* Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart.

Davies, J. M., Hg. (2001). *Lightweight Sandwich Construction.* Blackwell Science, Oxford u. a.

DIN 53294 (1982). *Schubversuch - Prüfung von Kernverbunden.* Deutsches Institut für Normung. Beuth Verlag, Berlin.

DIN EN 14509 (2013). *Selbsttragende Sandwich-Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten - Werkmäßig hergestellte Produkte - Spezifikationen.* Deutsches Institut für Normung. Beuth Verlag, Berlin.

Engel, A. und Lange, J. (2019). *Tragfähigkeit von direkt befestigten Sandwichelementen unter zyklischer Beanspruchung: Abschlussbericht zum Forschungsprojekt des DIBt und IFBS*, Band T 3365 von *Bauforschung.* Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart.

Engel, A. und Lange, J. (2021). "Momenten–Auflager–Interaktion von mehrfeldrig gespannten Sandwichelementen". *Stahlbau*, 90 (11 2021): S. 798–806.

Engel, A. und Lange, J. (2022). "Moment support interaction of multi-span sandwich panels". In Zingoni, A., Hg., "Current Perspectives and New Directions in Mechanics, Modelling and Design of Structural Systems. Proceedings of The Eighth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, 5-7 September 2022, Cape Town, South Africa", S. 483–488. CRC Press, Boca Raton u. a.

Frostig, Y. und Baruch, M. (1990). "Bending of sandwich beams with transversely flexible core". *AIAA Journal*, 28 (3 1990): S. 523–531.

Grimm, S. (2022). *Tragverhalten von Flächentragwerken aus gekrümmten Sandwichelementen.* Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.
URL `https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/21553/`

Hassinen, P. und Misiek, T. (2012). "Einfluss von Inhomogenitäten im Kernwerkstoff von Sandwichelementen auf die Tragfähigkeit". *Stahlbau*, 81 (12 2012): S. 935–943.

Hetényi, M. (1958). *Beams on Elastic Foundation. Theory with Applications in the Fields of Civil and Mechanical Engineering*, Band 16. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 5. Auflage.

Kapps, M. und Buschkamp, S. (2004). *Herstellung von Polyurethan (PUR)-Hartschaumstoff: Technische Information, Ausgabe 2004-06-14, Datei-Nr: PU21012-0406 de.* Bayer MaterialScience AG, Leverkusen.

Kech, J. (1991). "Druckbeanspruchbarkeit der biegeweichen Deckschicht eines Sandwichelements". *Stahlbau 60*, (7 1991): S. 203–210.

Kilian, K. (2017). *Befestigung von Sandwichelementen unter kombinierter Zug- und Querkraftbeanspruchung.* Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.

Kurpiela, A. (2013). *Optimierung von Sandwichwandbauteilen mit PUR-Kern und Stahldeckschichten.* Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.

Lange, J. und Berner, K. (2020). "Sandwichelemente im Hochbau". In Kuhlmann, U., Hg., "Stahlbau Kalender 2020", S. 905–971. Ernst & Sohn, Berlin.

Lübke, S. (2014). *Zur Tragfähigkeit von Sandwichelementen unter lokaler Beanspruchung.* Dissertation, Technische Universität Dortmund, Dortmund.

Martikainen, L. und Hassinen, P. (1996). *Load-bearing capacity of continuous sandwichpanels*, Band 135 von *Julkaisu / Teknillinen korkeakoulu, Talonrakennustekniikan Laboratorio.* Helsinki University of Technology Dep. of Structural Engineering, Espoo.

Misiek, T.; Saal, H. und Kathage, K. (2008). "Durchknöpftragfähigkeit der Befestigungsmittel von Sandwichelementen bei direkter Befestigung". *Stahlbau*, 77 (5 2008): S. 352–359.

Möller, R.; Pöter, H. und Schwarze, K. (2011). *Planen und Bauen mit Trapezprofilen und Sandwichelementen: Gestaltung, Planung, Ausführung.* Ernst & Sohn, Berlin.

Nelke, H. (2018). *Tragfähigkeit von Sandwichelementen unter Biegung und Querdruck.* Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.
URL `https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/7498/`

Nelke, H. und Lange, J. (2019). "Betrachtungen zur Interaktion von Biegung und Querdruck bei Sandwichelementen". *Stahlbau*, 88 (11 2019): S. 1060–1065.

Plantema, F. J. (1966). *Sandwich Construction: The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates, and Shells.* John Wiley & Sons, Inc., New York u. a.

Podleschny, R. (2020). "Korrosionsschutz im Metallleichtbau – neue IFBS–Fachregeln". *Stahlbau*, 89 (11 2020): S. 904–911.

Romakowski GmbH & Co. KG (2022a). *Lagerhalle huber Glas -und Fensterbau, Schongau.* (Besucht am: 03.01.2023).
URL `https://www.romakowski.com/de/daemmsysteme/referenzen`

Romakowski GmbH & Co. KG (2022b). *Sport und Gesundheitszentrum my PSA, Augsburg.* (Besucht am: 03.01.2023).
URL `https://www.romakowski.com/de/daemmsysteme/referenzen`

Stamm, K. und Witte, H. (1974). *Sandwichkonstruktionen: Berechnung, Fertigung, Ausführung*, Band 3 von *Ingenieurbauten, Theorie und Praxis.* Springer, Wien u. a.

Thermann, K. (1989). "Teil I: Einfluß einer orthotropen Kernschicht auf die Knitterspannung von Sandwich-Elementen unter reiner Biegebeanspruchung". In "Knitterspannungen, Langzeitverhalten und Scheibenwirkung von Sandwich-Elementen aus Polyurethan-Hartschaum und Stahldeckschichten. Forschungsbericht Projekt P 139/05/84", .

Wolters, M.; Banke, F.; Ewert, E. und Schulz, U. (2002). “Untersuchungen zum Knittern von imperfekten Sandwichelementen”. *Stahlbau*, 71 (4 2002): S. 253–262.

Anhang A

Zusatzinfomationen zu den Versuchsergebnissen

A.1 Materialkennwerte

Deckschichten

Tabelle A.1: Werkstoffkennwerte der Deckschichten. Sofern nur minimale Unterschiede zwischen PO und PU vorlagen, wurden die Kennwerte gemittelt. Der E-Modul wurde nicht versuchstechnisch bestimmt.

	Lage	E_F N/mm^2	f_y N/mm^2	f_u N/mm^2	ε_u %	E_T N/mm^2
AW1	PO/PU	210000	394	409	27,0	55
AW2	PO/PU	210000	398	410	25,1	46
AW3	PO/PU	210000	398	410	24,5	48
AW4	PO/PU	210000	391	404	22,8	57
AD1	PO	210000	408	409	24,2	6
	PU	210000	395	409	25,4	54
BW1	PO	210000	339	368	31,9	91
	PU	210000	384	408	26,5	91

Tabelle A.2: Abmessungen und Querschnittswerte. Die Bezeichnungen richten sich nach Bild 3. Die Linierungstiefen a_{v} wurden mit einem Messschieber in der Mitte der ebenen Teilfelder bestimmt, weswegen die Werte von den Ergebnissen der Lasermessung ($a_{\mathrm{v,a}}$, $a_{\mathrm{v,b}}$, $a_{\mathrm{v,m}}$) aus Tab. 4.7 und 4.11 abweichen können. Zusätzlich werden $I_{\mathrm{F,2}}$ und $A_{\mathrm{F,2}}$ unter Ansatz der Linierungstiefe $a_{\mathrm{v,a}}$ aus der Messung mittels Laserwegaufnehmer bestimmt.

		AW1	AW2	AW3	AW4	AD1	BW1
		Wand	Wand	Wand	Wand	Dach	Wand
Nenndicke in mm:		60	60	140	140	40	140
d	mm	59,8	59,8	140,4	140,5	40,4	138,8
d_{C}	mm	58,3	58,8	138,8	139,5	39,0	136,6
e	mm	58,8	59,3	139,3	140	48,5/(47,7[a])	137,1
$b_{\mathrm{p,11}}$	mm	53	–	53	–	–	48
$b_{\mathrm{p,12}}$	mm	53	–	53	–	–	48
$b_{\mathrm{s,1}}$	mm	4,7	–	4,5	–	–	3,8
$a_{\mathrm{v,1}}$	mm	0,39	eben	0,58	eben	–	1,21
$t_{\mathrm{F,1}}$	mm	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
$A_{\mathrm{F,1}}$	mm	0,470	0,470	0,470	0,470	0,581	0,472
$A_{\mathrm{F,1}}$[a]	mm	–	–	–	–	0,575	–
$I_{\mathrm{F,1}}$	mm^3	0,026	0,009	0,046	0,009	123,4	0,172
$I_{\mathrm{F,1}}$[a]	mm^3	–	–	–	–	110,5	–
$b_{\mathrm{p,21}}$	mm	53	–	53	–	51	48
$b_{\mathrm{p,22}}$	mm	53	–	53	–	51	48
$b_{\mathrm{s,2}}$	mm	4,7	–	4,5	–	4,3	3,8
$a_{\mathrm{v,2}}$	mm	0,68	eben	0,69	eben	0,84	1,32
$a_{\mathrm{v,a}}$	mm	1,0	eben	1,2	eben	1,1	1,5
$t_{\mathrm{F,2}}$	mm	0,47	0,47	0,47	0,47	0,49	0,49
$A_{\mathrm{F,2}}$	mm	0,470	0,470	0,470	0,470	0,491	0,492
$A_{\mathrm{F,2}}$[b]	mm	0,471	0,470	0,471	0,470	0,491	0,493
$I_{\mathrm{F,2}}$	mm^3	0,060	0,009	0,062	0,009	0,092	0,213
$I_{\mathrm{F,2}}$[b]	mm^3	0,120	–	0,169	–	0,150	0,272
a_1	mm					43	
a_{11}	mm					33,9 (34,8[a])	
a_{12}	mm					9,1 (8,2[a])	
a_3	mm					2	
a_4	mm					5,5	
b_1	mm					22	
b_2	mm					14	
b_3	mm					60	
b_4	mm					11	
b_5	mm					55	
b_6	mm					5	
b_7	mm					22	

[a]Dachbauteil mit einseitig abgetrennter Längsfuge (vgl. Bild 2).
[b]Mit $a_{\mathrm{v,a}}$ aus der Messung mittels Laserwegaufnehmer (vgl. Bild 4.14a).

Kernwerkstoff

Tabelle A.3: Elastizitäts- und Schubmoduln des Kerns; Versuchsanzahl (n), Mittelwert (MW) und Variationskoeffizient (VarK)

			AW1	AW2	AW3	AW4	AD1	BW1
		d in mm:	60	60	140	140	40	140
		ρ_C in kg/m^3:	–	40,6	39,2	38,8	40,4	38,1
$E_{Cc,x}$	MW	N/mm^2	–	**17,8**	**17,2**	**16,9**	**14,3**	**21,8**
	VarK	%		8	11	2	10	5
	n			5	3	5	3	3
$E_{Ct,x}$	MW	N/mm^2	–	**15,4**	–	**13,7**	**11,8**	–
	VarK	%		8,4		2	3	
	n			5		4	3	
$E_{C,x}$		N/mm^2	–	**16,6**	–	**15,3**	**13,0**	–
$E_{Cc,y}$	MW	N/mm^2	–	**5,0**	**4,4**	**4,4**	**4,1**	–
	VarK	%		5	8	1	25	
	n			5	3	5	3	
$E_{Ct,y}$	MW	N/mm^2	–	**6,2**	–	**5,2**	**7,7**	–
	VarK	%		17		3	2	
	n			5		4	3	
$E_{C,y}$		N/mm^2	–	**5,6**	–	**4,8**	**5,9**	–
$E_{Cc,z}$	MW	N/mm^2	**2,6**	**2,8**	**4,1**	**3,8**	**2,9**	**3,8**
	VarK	%	4	2	7	5	9	5
	n		6	6	6	6	6	6
$E_{Ct,z}$	MW	N/mm^2	**3,3**	**2,8**	**4,0**	**3,7**	**3,2**	**3,5**
	VarK	%	16	9	11	6	16	6
	n		6	6	6	6	6	6
$E_{C,z}$		N/mm^2	**3,0**	**2,8**	**4,0**	**3,7**	**3,0**	**3,6**
$G_{C,xy}$	MW	N/mm^2	–	**1,6**	–	**4,7**	–	–
	VarK	%		16		6		
	n			5		4		
$G_{C,yz}$	MW	N/mm^2	–	**2,4**	–	**2,1**	–	–
	VarK	%		2		2		
	n			5		5		
$G_{C,xz}$	MW	N/mm^2	**4,2**	**3,9**	**3,8**	**3,5**	**4,3**	**3,8**
	VarK	%	11	6	7	6	22	6
$G_{C,xz,DIC}$	MW	N/mm^2	**3,9**	**3,6**	**3,9**	**3,5**	**3,9**	**3,8**
	VarK	%	10	5	9	9	25	6
	n		6	6	6	6	6	6

Tabelle A.4: Festigkeiten, Fließspannungen und Verfestigungsmoduln des Kerns; Versuchsanzahl (n), Mittelwert (MW) und Variationskoeffizient (VarK)

			AW1	AW2	AW3	AW4	AD1	BW1
		d in mm:	60	60	140	140	40	140
$f_{\mathrm{Cc,x}}$	MW	N/mm²	–	**0,32**	**0,36**	**0,35**	**0,29**	**0,40**
	VarK	%		8	4	3	7	3
	n			5	3	5	3	3
$f_{\mathrm{Ct,x}}$	MW	N/mm²	–	**0,14**	–	**0,16**	**0,21**	–
	VarK	%		14		9	22	
	n			5		4	3	
$f_{\mathrm{Cc,y}}$	MW	N/mm²	–	**0,15**	**0,16**	**0,15**	**0,17**	–
	VarK	%		7	2	1	15	
	n			5	3	5	3	
$f_{\mathrm{Ct,y}}$	MW	N/mm²	–	**0,11**	–	**0,10**	**0,18**	–
	VarK	%		18		6	18	
	n			5		4	3	
$f_{\mathrm{Cc,z}}$	MW	N/mm²	**0,09**	**0,09**	**0,14**	**0,12**	**0,13**	**0,13**
	VarK	%	3	1	3	4	1	2
	n		6	6	6	6	6	6
f_{yCc}	MW	N/mm²	**0,08**	**0,07**	**0,13**	**0,10**	**0,10**	**0,11**
E_{TCc}	MW	N/mm²	**0,27**	**0,29**	**0,21**	**0,26**	**0,48**	**0,20**
	VarK	%	12	2	49	19	4	14
	n		6	6	6	6	6	6
$f_{\mathrm{Ct,z}}$	MW	N/mm²	**0,17**	**0,17**	**0,13**	**0,13**	**0,13**	**0,09**
	VarK	%	10	9	11	17	8	11
	n		6	6	6	6	6	6
$f_{\mathrm{Cv,xy}}$	MW	N/mm²	–	**0,12**	–	**0,15**	–	–
	VarK	%		11		6		
	n			5		4		
$f_{\mathrm{Cv,yz}}$	MW	N/mm²	–	**0,11**	–	**0,08**	–	–
	VarK	%		1		1		
	n			5		5		
$f_{\mathrm{Cv,xz}}$	MW	N/mm²	**0,15**	**0,13**	**0,13**	**0,11**	**0,17**	**0,13**
	VarK	%	11	6	7	4	10	3
	n		6	6	6	6	6	6

Anmerkung:
Die Verfestigungsmoduln E_{TC} und Fließspannungen f_{yC} werden nur für Druck in z-Richtung angegeben. In den übrigen Richtungen trat entweder sprödes Versagen auf (Schub) oder es stellte sich keine Verfestigung ein ($E_{\mathrm{TC}} \approx 0$ oder Lastabfall).

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵												⟶ PU	
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AW1	$E_{\mathrm{Cc,z}}$	V1		1,25	1,26	1,83	2,33	2,20	1,59	1,07	0,86	0,84	0,65	0,38	0,93		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,70	1,36	1,80	2,12	1,77	1,24	0,82	0,73	0,77	0,72	0,48	1,19		
		V3		2,08	1,42	1,49	1,83	1,68	1,26	0,75	0,77	0,83	0,65	0,47	1,61		
		V4		1,92	1,51	1,72	2,21	1,91	1,39	1,07	1,04	0,94	0,62	0,31	1,16		
		V5		2,71	1,96	1,64	1,58	1,66	1,39	0,97	0,99	0,97	0,67	0,35	0,83		
		V6		1,38	1,36	1,82	2,24	1,89	1,42	1,07	1,03	0,91	0,69	0,40	0,63		
		MW		**1,84**	**1,48**	**1,71**	**2,05**	**1,85**	**1,38**	**0,96**	**0,90**	**0,88**	**0,67**	**0,40**	**1,06**		
		VarK	%	29	17	8	14	11	9	15	15	9	5	17	32		
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$	V1		1,24	1,54	2,00	1,94	1,67	1,20	0,85	0,75	0,70	0,57	0,57	1,58		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,75	1,32	1,43	1,75	1,58	1,16	0,85	0,83	0,87	0,78	0,53	1,07		
		V3		1,90	1,21	1,28	1,65	1,60	1,23	1,00	1,03	1,02	0,80	0,41	1,16		
		V4		1,79	1,23	1,29	1,78	2,00	1,61	1,08	0,82	0,68	0,65	0,52	1,42		
		V5		1,76	1,66	1,96	2,43	1,83	1,28	1,00	0,74	0,76	0,69	0,45	0,87		
		V6		1,50	1,33	1,26	1,40	1,31	1,13	0,89	0,91	0,85	0,75	0,57	1,43		
		MW		**1,66**	**1,38**	**1,54**	**1,83**	**1,67**	**1,27**	**0,94**	**0,85**	**0,81**	**0,71**	**0,51**	**1,26**		
		VarK	%	15	13	23	19	14	14	10	13	16	12	13	21		
	$G_{\mathrm{C,xz}}$	V1		2,55	1,48	1,18	1,00	0,96	0,83	0,80	0,87	0,89	0,80	0,79	1,80		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		2,40	1,44	1,08	0,91	0,89	0,84	0,76	0,80	0,93	0,96	0,88	2,24		
		V3		2,34	1,68	1,20	1,00	0,87	0,75	0,79	0,76	0,77	0,80	0,97	2,66		
		V4		1,90	1,24	0,98	0,87	0,80	0,75	0,76	0,81	0,87	0,97	1,42	3,27		
		V5		2,68	1,45	1,04	0,93	0,91	0,87	0,77	0,80	0,93	0,90	0,87	2,01		
		V6		3,03	1,52	1,14	1,00	0,96	0,81	0,78	0,80	0,73	0,82	0,99	2,56		
		MW		**2,48**	**1,47**	**1,11**	**0,95**	**0,90**	**0,81**	**0,78**	**0,81**	**0,85**	**0,87**	**0,99**	**2,42**		
AW1		VarK	%	15	10	8	6	7	6	2	4	10	9	23	22		

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵												⟶ PU	
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AW2	$E_{\mathrm{Cc,z}}$	V1		1,60	1,48	1,48	1,62	1,51	1,22	0,94	0,73	0,74	0,59	0,50	2,23		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,79	1,38	1,38	1,46	1,37	0,95	0,75	0,83	0,89	0,70	0,50	2,80		
		V3		1,69	1,30	1,37	1,51	1,46	1,04	0,74	0,81	0,90	0,76	0,50	2,13		
		V4		1,82	1,46	1,32	1,45	1,34	1,02	0,80	0,85	0,83	0,64	0,52	2,45		
		V5		1,64	1,42	1,38	1,48	1,42	1,04	0,74	0,77	0,83	0,73	0,51	2,41		
		V6		1,71	1,37	1,29	1,45	1,37	1,04	0,81	0,86	0,84	0,67	0,51	2,36		
		MW		**1,71**	**1,40**	**1,37**	**1,49**	**1,41**	**1,05**	**0,80**	**0,81**	**0,84**	**0,68**	**0,51**	**2,40**		
		VarK	%	5	5	5	4	5	9	10	6	7	9	2	10		
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$	V1		1,57	1,19	1,06	1,16	1,23	1,16	0,97	0,76	0,84	0,83	0,60	1,94		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,97	1,27	1,13	1,24	1,23	1,09	0,91	0,87	0,95	0,74	0,52	2,12		
		V3		1,68	1,21	1,14	1,27	1,17	0,96	0,85	0,86	0,84	0,74	0,61	2,09		
		V4		1,93	1,21	1,20	1,61	1,60	1,21	0,89	0,81	0,81	0,71	0,50	1,89		
		V5		1,80	1,24	1,13	1,26	1,22	0,98	0,80	0,83	0,97	0,84	0,54	1,93		
		V6		1,62	1,27	1,55	2,05	1,97	1,51	1,04	0,77	0,79	0,64	0,45	1,07		
		MW		**1,76**	**1,23**	**1,20**	**1,43**	**1,40**	**1,15**	**0,91**	**0,82**	**0,87**	**0,75**	**0,54**	**1,84**		
		VarK	%	9	3	15	24	23	17	9	6	8	10	11	21		
	$G_{\mathrm{C,xz}}$	V1		2,37	1,40	0,99	0,87	0,84	0,81	0,80	0,85	0,91	0,95	0,93	2,14		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		2,21	1,45	0,99	0,83	0,86	0,85	0,82	0,82	0,90	0,85	1,02	2,54		
		V3		2,11	1,22	0,95	0,84	0,76	0,75	0,77	0,87	0,96	1,05	1,32	2,50		
		V4		2,23	1,59	1,08	0,85	0,85	0,81	0,82	0,84	0,88	0,84	0,99	2,94		
		V5		2,28	1,52	1,16	0,98	0,93	0,80	0,78	0,77	0,83	0,76	0,92	3,26		
		V6		2,78	1,67	1,22	0,99	0,92	0,81	0,77	0,79	0,84	0,86	0,79	2,39		
		MW		**2,33**	**1,47**	**1,07**	**0,89**	**0,86**	**0,81**	**0,79**	**0,82**	**0,89**	**0,88**	**0,99**	**2,63**		
AW2		VarK	%	10	11	10	8	7	4	3	5	6	11	18	15		

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵													⟶ PU
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AW3	$E_{\mathrm{Cc,z}}$	V1		0,99	0,98	0,99	1,00	0,99	0,95	0,93	0,93	0,94	0,95	0,99	1,08	1,09	1,29
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		1,00	0,97	0,90	0,90	0,94	0,94	0,97	0,99	1,02	1,02	0,91	1,07	1,26	1,23
		V3		1,34	1,08	0,98	0,98	1,00	0,98	0,97	0,97	0,95	0,92	0,83	1,04	1,12	0,94
		V4		0,86	0,94	0,92	0,96	1,01	1,03	1,06	1,09	1,11	1,00	0,90	1,11	1,17	0,91
		V5		1,21	1,12	0,98	0,96	0,93	0,93	0,92	0,93	0,96	0,98	0,95	0,99	1,12	1,11
		V6		0,80	0,96	0,94	0,98	1,01	0,99	0,97	0,99	1,01	0,97	0,97	1,05	1,10	1,44
		MW		**1,03**	**1,01**	**0,95**	**0,96**	**0,98**	**0,97**	**0,97**	**0,98**	**1,00**	**0,98**	**0,92**	**1,06**	**1,14**	**1,15**
		VarK	%	20	7	4	4	4	4	5	6	6	4	6	4	6	18
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$	V1		0,80	0,94	0,97	1,00	0,98	0,95	0,93	0,96	0,99	1,01	1,05	1,17	1,14	1,28
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		1,06	1,04	0,97	0,96	0,96	0,94	0,95	0,97	1,00	1,00	0,89	1,10	1,25	0,99
		V3		1,09	1,04	0,97	0,98	0,97	0,98	0,98	1,00	1,01	0,96	0,87	1,08	1,12	1,02
		V4		1,02	1,04	0,97	0,98	1,01	1,03	1,02	1,03	1,02	0,94	0,84	1,05	1,04	1,06
		V5		0,85	0,92	0,88	0,93	0,96	0,98	1,01	1,03	1,11	1,12	1,03	1,09	1,13	1,02
		V6		0,82	0,96	0,97	1,00	0,99	0,97	0,96	0,98	0,97	0,97	1,00	1,08	1,06	1,46
		MW		**0,94**	**0,99**	**0,95**	**0,97**	**0,98**	**0,97**	**0,98**	**1,00**	**1,02**	**1,00**	**0,95**	**1,10**	**1,12**	**1,14**
		VarK	%	14	5	4	3	2	3	4	3	5	6	10	4	7	17
	$G_{\mathrm{C,xz}}$	V1		1,32	0,98	0,94	0,93	0,94	0,92	0,89	0,90	0,96	0,99	1,01	1,04	1,03	1,84
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		1,68	1,18	0,97	0,85	0,81	0,80	0,82	0,83	0,85	0,94	1,06	1,30	1,25	1,70
		V3		1,68	1,19	0,96	0,83	0,79	0,80	0,81	0,81	0,85	0,96	1,05	1,25	1,29	1,80
		V4		1,55	1,16	0,97	0,85	0,81	0,79	0,79	0,81	0,82	0,94	1,11	1,29	1,37	1,81
		V5		1,42	1,17	0,97	0,86	0,81	0,76	0,79	0,83	0,84	0,95	1,14	1,24	1,29	1,82
		V6		1,12	0,95	0,84	0,82	0,81	0,79	0,82	0,88	0,97	1,12	1,21	1,30	1,30	1,94
		MW		**1,46**	**1,11**	**0,94**	**0,86**	**0,83**	**0,81**	**0,82**	**0,84**	**0,88**	**0,98**	**1,10**	**1,24**	**1,26**	**1,82**
AW3		VarK	%	15	10	5	5	7	7	4	5	7	7	7	8	9	4

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵													⟶ PU
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AW4	$E_{\mathrm{Cc,z}}$	V1		0,57	1,02	1,11	1,15	1,18	1,12	1,10	1,08	1,05	0,96	0,87	0,95	0,97	1,32
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		0,97	1,06	1,04	1,07	1,10	1,11	1,08	1,06	1,07	1,01	0,85	0,99	0,98	0,75
		V3		0,77	1,07	1,08	1,14	1,12	1,08	1,05	1,04	1,00	0,91	0,84	0,96	0,92	1,18
		V4		0,81	1,07	1,05	1,07	1,07	1,08	1,05	1,03	1,04	1,03	0,90	0,99	0,96	0,90
		V5		0,79	0,99	1,05	1,14	1,19	1,18	1,14	1,14	1,13	1,01	0,83	1,00	0,94	0,73
		V6		0,51	0,99	1,17	1,27	1,22	1,21	1,15	1,12	1,09	0,96	0,87	0,96	0,92	1,26
		MW		**0,74**	**1,03**	**1,08**	**1,14**	**1,15**	**1,13**	**1,09**	**1,08**	**1,06**	**0,98**	**0,86**	**0,98**	**0,95**	**1,02**
		VarK	%	23	4	4	7	5	5	4	4	4	5	3	2	3	26
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$	V1		0,84	0,96	0,98	1,02	1,09	1,07	1,05	1,03	1,06	1,00	0,89	1,00	0,99	1,03
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		0,71	0,84	0,95	1,05	1,07	1,09	1,14	1,14	1,10	0,97	0,89	0,99	1,01	1,42
		V3		0,64	0,85	0,97	1,10	1,15	1,14	1,15	1,14	1,09	0,95	0,85	0,96	1,03	1,42
		V4		0,95	0,98	0,97	1,00	1,05	1,07	1,05	1,07	1,09	1,02	0,86	0,94	1,03	0,95
		V5		0,93	0,96	0,97	1,05	1,11	1,10	1,09	1,11	1,08	1,00	0,84	0,89	1,04	0,94
		V6		0,89	0,96	0,95	1,00	1,09	1,02	1,10	1,09	1,12	1,06	0,84	0,96	1,01	0,97
		MW		**0,83**	**0,93**	**0,97**	**1,04**	**1,09**	**1,08**	**1,10**	**1,10**	**1,09**	**1,00**	**0,86**	**0,96**	**1,02**	**1,12**
		VarK	%	15	7	2	4	3	4	4	4	2	4	3	4	2	21
	$G_{\mathrm{C,xz}}$	V1		1,88	1,32	1,11	0,94	0,89	0,86	0,85	0,84	0,82	0,88	0,98	1,10	1,14	1,45
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		1,50	1,05	0,92	0,83	0,81	0,80	0,81	0,82	0,84	0,93	1,10	1,26	1,20	1,25
		V3		1,52	1,08	0,94	0,82	0,77	0,80	0,78	0,82	0,84	0,94	1,08	1,25	1,22	1,20
		V4		1,35	1,02	0,91	0,83	0,81	0,81	0,81	0,81	0,84	0,91	1,00	1,20	1,22	1,38
		V5		1,27	1,02	0,91	0,83	0,80	0,80	0,82	0,84	0,85	0,93	1,04	1,18	1,20	1,68
		V6		1,74	1,27	1,03	0,90	0,85	0,84	0,84	0,83	0,82	0,88	0,94	1,08	1,13	1,42
		MW		**1,54**	**1,13**	**0,97**	**0,86**	**0,82**	**0,82**	**0,82**	**0,83**	**0,84**	**0,91**	**1,02**	**1,18**	**1,19**	**1,40**
AW4		VarK	%	15	12	8	6	5	3	3	1	1	3	6	6	3	12

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵													⟶ PU
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AD1	$E_{\mathrm{Cc,z}}$	V1		0,98	1,43	2,06	2,05	1,39	0,59	0,82	0,64						
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,17	1,71	2,23	1,90	1,22	0,57	0,76	0,61						
		V3		1,77	2,76	4,19	6,09	2,68	1,46	0,18	5,83						
		V4		1,16	3,81	7,26	5,68	3,33	1,87	0,19	1,60						
		V5		1,63	2,89	5,38	4,81	3,00	1,75	0,20	1,35						
		V6		1,41	2,23	2,30	1,92	1,20	0,54	0,81	0,51						
		MW		**1,35**	**2,47**	**3,90**	**3,74**	**2,14**	**1,13**	**0,49**	**1,76**	Reihe: $\sum d_{\mathrm{C},i} / \sum (d_{\mathrm{C},i}/f_i) = 1,42 \neq 1$					
		VarK	%	22	35	54	53	46	56	68	116						
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$	V1		0,59	2,29	2,79	2,43	1,50	0,81	1,42	0,34						
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,72	1,52	1,37	1,38	1,39	1,28	0,53	0,50						
		V3		1,91	2,01	4,17	2,59	1,98	1,43	0,21	2,12						
		V4		1,96	2,54	4,38	5,00	2,77	1,85	0,22	0,69						
		V5		1,37	1,90	2,48	2,13	1,33	0,63	1,16	0,34						
		V6		1,19	1,69	2,05	1,86	1,35	0,60	0,71	0,58						
		MW		**1,46**	**1,99**	**2,87**	**2,56**	**1,72**	**1,10**	**0,71**	**0,76**	Reihe: $\sum d_{\mathrm{C},i} / \sum (d_{\mathrm{C},i}/f_i) = 1,30 \neq 1$					
		VarK	%	36	19	41	49	33	46	70	90						
	$G_{\mathrm{C,xz}}$	V1		1,78	1,16	0,88	0,76	0,76	0,88	1,25	1,17						
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		1,66	1,19	0,88	0,78	0,81	0,85	0,87	1,88						
		V3		1,69	1,47	1,51	1,17	1,04	0,86	0,45	1,03						
		V4		1,45	0,83	0,82	0,92	0,95	1,03	1,05	1,27						
		V5		1,91	1,23	1,02	0,93	0,88	0,88	1,14	0,71						
		V6		2,27	1,49	1,06	0,94	0,90	0,80	0,63	1,06						
		MW		**1,79**	**1,23**	**1,03**	**0,92**	**0,89**	**0,88**	**0,90**	**1,19**						
AD1		VarK	%	15	20	25	16	11	9	34	33						

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵													⟶ PU
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
BW1	$E_{\mathrm{Cc,z}}$ $d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V1		0,41	0,85	1,08	1,23	1,27	1,24	1,20	1,18	1,16	1,09	0,99	0,87	0,89	1,83
		V2		0,55	1,05	1,12	1,22	1,25	1,24	1,17	1,10	1,05	0,95	0,90	0,79	0,80	1,94
		V3		0,45	0,91	1,04	1,19	1,29	1,28	1,24	1,20	1,18	1,09	1,01	0,84	0,74	1,74
		V4		0,61	0,88	1,01	1,09	1,16	1,15	1,11	1,09	1,06	1,01	0,97	0,87	0,82	1,68
		V5		0,56	0,95	1,01	1,07	1,13	1,12	1,09	1,06	1,05	1,04	1,01	0,93	0,85	1,92
		V6		0,52	0,98	0,98	1,06	1,14	1,10	1,07	1,06	1,04	1,00	0,95	0,92	0,97	2,63
		MW		**0,52**	**0,94**	**1,04**	**1,14**	**1,20**	**1,19**	**1,15**	**1,11**	**1,09**	**1,03**	**0,97**	**0,87**	**0,84**	**1,96**
		VarK	%	14	8	5	7	6	6	6	5	6	5	4	6	9	18
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$ $d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V1		0,75	1,01	1,09	1,17	1,21	1,20	1,15	1,07	0,99	0,88	0,77	0,74	0,86	2,04
		V2		0,66	1,30	1,20	1,25	1,26	1,16	1,10	1,05	0,96	0,89	0,81	0,75	0,77	1,76
		V3		0,69	1,07	1,09	1,19	1,21	1,15	1,11	1,07	1,01	0,91	0,84	0,80	0,80	1,58
		V4		0,77	1,02	1,08	1,14	1,18	1,15	1,10	1,05	0,98	0,91	0,86	0,81	0,78	1,72
		V5		0,72	1,09	1,06	1,09	1,13	1,12	1,09	1,04	1,02	0,96	0,89	0,83	0,81	1,69
		V6		0,80	1,13	1,03	1,06	1,09	1,11	1,08	1,05	1,00	0,93	0,83	0,79	0,86	1,95
		MW		**0,73**	**1,11**	**1,09**	**1,15**	**1,18**	**1,15**	**1,11**	**1,06**	**0,99**	**0,91**	**0,83**	**0,79**	**0,81**	**1,79**
		VarK	%	7	9	5	6	5	3	2	1	2	3	5	4	5	10
	$G_{\mathrm{C,xz}}$ $d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V1		1,57	1,12	0,99	0,91	0,85	0,84	0,84	0,86	0,90	0,93	1,00	1,08	1,20	1,64
		V2		1,75	1,31	1,12	0,93	0,85	0,82	0,84	0,82	0,83	0,88	0,95	1,01	1,16	1,85
		V3		1,80	1,40	1,13	0,90	0,81	0,80	0,81	0,81	0,84	0,91	0,98	1,08	1,17	1,82
		V4		1,67	1,36	1,08	0,89	0,82	0,81	0,82	0,82	0,83	0,91	0,99	1,07	1,15	1,96
		V5		1,85	1,39	1,11	0,90	0,82	0,81	0,81	0,80	0,82	0,89	0,98	1,07	1,19	1,73
		V6		1,63	1,45	1,17	0,95	0,84	0,81	0,80	0,79	0,80	0,87	0,95	1,06	1,19	1,87
		MW		**1,71**	**1,34**	**1,10**	**0,91**	**0,83**	**0,82**	**0,82**	**0,82**	**0,84**	**0,90**	**0,98**	**1,06**	**1,18**	**1,81**
BW1		VarK	%	6	8	6	3	2	2	2	3	4	2	2	2	2	6

Tabelle A.5: Inhomogenität f_i über die Kerndicke in z- und xz-Richtung, mit $f_i = E_{\mathrm{C,DIC},i}/E_{\mathrm{C,DIC}}$ bzw. $G_{\mathrm{C,DIC},i}/G_{\mathrm{C,DIC}}$; Versuche V_j

				PO ⟵													⟶ PU
Reihe		Versuch j ↓ / Schicht i →		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AW2	$G_{\mathrm{C,yz}}$	V1		2,25	1,51	1,43	1,41	1,25	1,04	0,84	0,76	0,73	0,65	0,61	1,75		
	$d_{\mathrm{C},i} = 5$ mm	V2		2,20	1,50	1,40	1,48	1,21	1,02	0,82	0,75	0,76	0,69	0,59	1,79		
		V3		2,18	1,60	1,44	1,41	1,22	1,00	0,82	0,77	0,73	0,70	0,62	1,54		
		MW		**2,21**	**1,54**	**1,42**	**1,43**	**1,23**	**1,02**	**0,83**	**0,76**	**0,74**	**0,68**	**0,61**	**1,69**		
AW2		VarK	%	2	4	1	3	1	2	1	2	3	4	2	8		
AW4	$G_{\mathrm{C,yz}}$	V1		2,00	1,40	1,10	0,89	0,80	0,79	0,78	0,79	0,80	0,88	1,02	1,32	1,44	1,80
	$d_{\mathrm{C},i} = 10$ mm	V2		1,95	1,38	1,09	0,87	0,80	0,77	0,79	0,79	0,81	0,89	1,00	1,36	1,41	1,87
		V3		2,04	1,40	1,11	0,89	0,80	0,79	0,79	0,79	0,81	0,88	1,03	1,28	1,44	1,74
		MW		**2,00**	**1,39**	**1,10**	**0,88**	**0,80**	**0,78**	**0,79**	**0,79**	**0,81**	**0,88**	**1,02**	**1,32**	**1,43**	**1,80**
AW4		VarK	%	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	4

Bei Versuchsreihe AD1 ergab die Rückrechnung der homogenen E-Moduln aus der inhomogenen Verteilung mittels Reihenschaltung $\sum d_i / \sum (d_i / f_i)$ nicht den Sollwert 1,0, sodass die zurückgerechneten E-Moduln von den direkten Messergebnissen über die gesamte Bauteildicke abwichen. Daher wurden die Mittelwerte der inhomogenen Verteilung, z. B. für die Anwendung im numerischen Modell, pauschal mit dem jeweiligen Wert $\sum d_{\mathrm{C},i} / \sum (d_{\mathrm{C},i} / f_i)$ herunterskaliert:

- $E_{\mathrm{Cc,z}}$: $\sum d_{\mathrm{C},i} / \sum (d_{\mathrm{C},i} / f_i) = 1,42$
- $E_{\mathrm{Ct,z}}$: $\sum d_{\mathrm{C},i} / \sum (d_{\mathrm{C},i} / f_i) = 1,30$

			PO ⟵							⟶ PU
Reihe		Schicht $i \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8
AD1	$E_{\mathrm{Cc,z}}$	**MW/1,42**	**0,95**	**1,74**	**2,74**	**2,63**	**1,50**	**0,80**	**0,35**	**1,23**
	$E_{\mathrm{Ct,z}}$	**MW/1,30**	**1,12**	**1,53**	**2,21**	**1,97**	**1,32**	**0,84**	**0,54**	**0,58**

A.2 Bauteilversuche

Ungestörte Knitterspannung

Tabelle A.7: Ergebnisse der Bauteilversuche zur ungestörten Knitterspannung σ_w im Sechspunkt-Biegeversuch

Versuch	Druckseite	B mm	L mm	F_{max} kN	σ_w N/mm^2	VarK %
AW1_KSP_N1	PO	1130	4901	8,60	181	
AW1_KSP_N2	PO	1130	4901	8,58	180	
AW1_KSP_N3	PO	1130	4901	9,26	193	
AW1_KSP_N				**8,82**	**185**	**4**
AW2_KSP_N1	PO	1130	4901	7,88	164	
AW2_KSP_N2	PO	1130	4901	8,40	173	
AW2_KSP_N3	PO	1130	4901	7,98	166	
AW2_KSP_N				**8,09**	**168**	**3**
AW2_KSP_P1	PU	1130	4901	5,35	116	
AW2_KSP_P2	PU	1130	4901	5,39	116	
AW2_KSP_P				**5,37**	**116**	**0,3**
AW3_KSP_N1	PO	5899	1150	17,59	181	
AW3_KSP_N2	PO	5900	1150	17,21	177	
AW3_KSP_N3	PO	5899	1150	17,63	181	
AW3_KSP_N				**17,48**	**180**	**1**
AW4_KSP_N1	PO	1150	5901	13,43	140	
AW4_KSP_N2	PO	1150	5901	14,00	145	
AW4_KSP_N3	PO	1150	5900	14,55	150	
AW4_KSP_N				**13,99**	**145**	**4**
AW4_KSP_P1	PU	1150	5899	14,58	151	
AW4_KSP_P2	PU	1150	5900	14,81	153	
AW4_KSP_P3	PU	1150	5900	14,48	151	
AW4_KSP_P				**14,62**	**151**	**1**
AD1_KSP_N1	PO	1000	3901	10,97	184	
AD1_KSP_N2	PO	1000	3899	10,99	184	
AD1_KSP_N3	PO	1000	3901	10,76	180	
AD1_KSP_N				**10,91**	**183**	**1**
BW1_KSP_N1	PO	995	5898	13,97	163	
BW1_KSP_N2	PO	995	5898	14,27	166	
BW1_KSP_N3	PO	995	5898	14,65	170	
BW1_KSP_N				**14,30**	**166**	**2**
BW1_KSP_P1	PU	995	5899	19,29	232	
BW1_KSP_P2	PU	995	5898	18,67	224	
BW1_KSP_P3	PU	995	5899	19,64	235	
BW1_KSP_P				**19,20**	**230**	**3**

Reduzierte Knitterspannung

Das Sandwich-Biegemoment M_S wurde unter Berücksichtigung des Doppellast-Ansatzes nach Gl. (4.1) bestimmt, für Dachbauteile nach der Theorie dicker Deckschichten. Es beinhaltet bereits den Anteil aus Eigenlast.

Versagen:

a: Knittern unmittelbar an der Lasteinleitung
b: Knittern mit Delamination unmittelbar an der Lasteinleitung
c: Knittern/Delamination mit Abstand zur Lasteinleitung
d: Plastische Eindrückung am Rand der Lasteinleitung, Einknicken in den Kern
e: Schubversagen
f: Langsamer Lastabfall bei großer plastischer Eindrückung, kein plötzliches Versagen

Tabelle A.8: Ergebnisse der Ersatzträgerversuche zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{w,red}$

Versuch	B mm	L mm	L_S mm	F_{max} kN	M_S/R mm	$\sigma_{w,red}$ N/mm^2	Versagen
AW1_3_5_1	555	2900	5	1,84	759	91	d
AW1_3_5				**1,84**	**759**	**91**	
AW1_3_60_1	555	2900	60	2,89	732	138	a
AW1_3_60_2	570	2899	60	3,14	731	146	a
AW1_3_60_3	570	2899	60	3,15	731	146	a
AW1_3_60				**3,06**	**732**	**143**	**VarK: 3 %**
AW1_3_200_1	555	2899	200	3,41	694	153	b
AW1_3_200_2	566	2899	200	3,43	694	153	a
AW1_3_200				**3,42**	**694**	**153**	**VarK: 0,3 %**
AW1_3_60_F1	1130	2899	60	6,04	732	141	a
AW1_3_60_F2	1130	2900	60	6,15	732	143	a
AW1_3_60_F				**6,10**	**732**	**142**	**VarK: 1 %**
AW1_3_200_F1	1130	2900	200	6,96	694	154	a
AW1_3_200_F2	1130	2899	200	7,03	694	156	a
AW1_3_200_F				**7,00**	**694**	**155**	**VarK: 1 %**
AW1_5_5_1	556	4902	5	1,24	1368	110	d
AW1_5_5				**1,24**	**1368**	**110**	**VarK: –**
AW1_5_60_1	556	4899	60	2,00	1299	169	a
AW1_5_60_2	569	4900	60	2,11	1300	177	a
AW1_5_60_3	570	4900	60	1,97	1307	166	a
AW1_5_60				**2,03**	**1302**	**171**	**VarK: 3 %**
AW1_5_200_1	556	4901	200	2,13	1261	174	a
AW1_5_200_2	570	4899	200	1,90	1275	155	b
AW1_5_200				**2,01**	**1268**	**165**	**VarK: 8 %**
AW1_7_5_1	555	6902	5	1,00	2092	135	d
AW1_7_5				**1,00**	**2092**	**135**	**VarK: –**

Tabelle A.8: Ergebnisse der Ersatzträgerversuche zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$

Versuch	B mm	L mm	L_{S} mm	$F_{\max}$ kN	M_{S}/R mm	$\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2	Versagen
AW1_7_60_1	556	6902	60	1,40	1973	179	b
AW1_7_60_2	565	6900	60	1,45	1971	182	b
AW1_7_60_3	565	6900	60	1,50	1961	188	a
AW1_7_60				**1,45**	**1968**	**183**	**VarK: 2 %**
AW1_7_200_1	553	6900	200	1,42	1932	179	c
AW1_7_200				**1,42**	**1932**	**179**	**VarK: –**
AW1_SB_60_1	99	800	60	1,14	186	77	a/d
AW1_SB_60_2	99	801	60	1,12	186	77	a/d
AW1_SB_60_3	99	800	60	1,10	186	75	a/d
AW1_SB_60				**1,12**	**186**	**76**	**VarK: 1 %**
AW2_3_5_1	576	2900	5	1,68	764	80	d
AW2_3_5				**1,68**	**764**	**80**	**VarK: –**
AW2_3_60_1	553	2899	60	2,56	735	122	d
AW2_3_60_2	570	2900	60	2,91	733	134	d
AW2_3_60_3	550	2899	60	2,71	735	131	d
AW2_3_60				**2,73**	**734**	**129**	**VarK: 5 %**
AW2_3_200_1	552	2899	200	3,05	696	137	a/e
AW2_3_200_2	575	2900	200	3,16	697	137	a/e
AW2_3_200				**3,11**	**696**	**137**	**VarK: 0,2 %**
AW2_5_5_1	550	4900	5	1,07	1394	97	d
AW2_5_5				**1,07**	**1394**	**97**	**VarK: –**
AW2_5_60_1	551	4900	60	1,74	1315	148	a
AW2_5_60_2	574	4900	60	1,86	1314	155	b
AW2_5_60_3	574	4901	60	1,84	1315	153	b
AW2_5_60				**1,81**	**1315**	**152**	**VarK: 2 %**
AW2_5_200_1	551	4901	200	1,92	1270	158	b
AW2_5_200_2	574	4900	200	1,96	1274	158	b
AW2_5_200				**1,94**	**1272**	**158**	**VarK: 0,2 %**
AW2_5_60_P1	550	4900	60	1,29	1353	113	d
AW2_5_60_P2	573	4900	60	1,40	1348	119	d
AW2_5_60_P				**1,34**	**1350**	**116**	**VarK: 3 %**
AW2_7_5_1	552	6900	5	0,85	2150	119	d
AW2_7_5				**0,85**	**2150**	**119**	**VarK: –**
AW2_7_60_1	550	6901	60	1,20	2013	158	b
AW2_7_60_2	570	6901	60	1,36	1995	170	a
AW2_7_60_3	570	6900	60	1,34	1998	168	a
AW2_7_60				**1,30**	**2002**	**165**	**VarK: 4 %**

Tabelle A.8: Ergebnisse der Ersatzträgerversuche zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$

Versuch	B mm	L mm	L_{S} mm	F_{max} kN	M_{S}/R mm	$\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2	Versagen
AW2_7_200_1	550	6901	200	1,21	1976	155	c
AW2_7_200_2	570	6900	200	1,11	2018	140	c
AW2_7_200				**1,16**	**1997**	**148**	**VarK: 7 %**
AW2_SB_5_1	99	801	5	0,57	200	42	d
AW2_SB_5_2	100	802	5	0,53	201	38	d
AW2_SB_5				**0,55**	**201**	**40**	**VarK: 6 %**
AW2_SB_60_1	100	799	60	1,08	186	73	d
AW2_SB_60_2	100	801	60	1,05	186	71	d
AW2_SB_60_3	99	798	60	1,03	185	69	d
AW2_SB_60				**1,05**	**186**	**71**	**VarK: 2 %**
AW2_SB_120_1	100	801	120	1,29	171	79	d
AW2_SB_120_2	99	801	120	1,27	171	79	a/d
AW2_SB_120				**1,28**	**171**	**79**	**VarK: 0,0 %**
AW2_SB_200_1	99	801	200	1,39	151	75	d/e
AW2_SB_200_3	99	799	200	1,53	150	84	d/e
AW2_SB_200				**1,46**	**151**	**80**	**VarK: 8 %**
AW3_5_5_1	574	4901	5	2,40	1323	84	d
AW3_5_5_2	570	4901	5	2,43	1324	86	d
AW3_5_5				**2,41**	**1324**	**85**	**VarK: 2 %**
AW3_5_60_1	573	4900	60	4,28	1266	144	a
AW3_5_60_2	570	4900	60	4,10	1269	140	a
AW3_5_60_3	570	4900	60	4,42	1264	149	a
AW3_5_60				**4,27**	**1266**	**144**	**VarK: 3 %**
AW3_5_200_1	572	4900	200	5,25	1220	171	a
AW3_5_200_2	569	4901	200	5,12	1223	168	a
AW3_5_200_3	573	4900	200	5,15	1222	167	a
AW3_5_200				**5,17**	**1222**	**169**	**VarK: 1 %**
AW3_5_60_F1	1150	4900	60	8,57	1267	144	a
AW3_5_60_F2	1150	4901	60	8,39	1268	141	a
AW3_5_60_F3	1150	4899	60	8,46	1267	142	a
AW3_5_60_F				**8,47**	**1267**	**142**	**VarK: 1 %**
AW3_5_200_F1	1150	4900	200	10,53	1221	170	a
AW3_5_200_F2	1150	4900	200	10,26	1222	166	a
AW3_5_200_F3	1150	4901	200	10,15	1223	165	a
AW3_5_200_F				**10,31**	**1222**	**167**	**VarK: 2 %**
AW3_8_5_1	570	7900	5	1,66	2358	105	d
AW3_8_5_2	572	7897	5	1,68	2342	105	d
AW3_8_5				**1,67**	**2350**	**105**	**VarK: 0,2 %**

Tabelle A.8: Ergebnisse der Ersatzträgerversuche zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$

Versuch	B mm	L mm	L_{S} mm	F_{max} kN	M_{S}/R mm	$\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2	Versagen
AW3_8_60_1	573	7899	60	2,60	2205	153	a
AW3_8_60_2	574	7898	60	2,67	2191	155	a
AW3_8_60_3	576	7900	60	2,71	2188	157	a
AW3_8_60				**2,66**	**2195**	**155**	**VarK: 1 %**
AW3_8_200_1	574	7901	200	3,47	2110	195	a
AW3_8_200_2	574	7900	200	3,25	2115	182	a
AW3_8_200_3	575	7900	200	3,34	2117	187	a
AW3_8_200				**3,35**	**2114**	**188**	**VarK: 3 %**
AW3_SB_5_1	100	1099	5	0,66	277	28	f
AW3_SB_5_2	100	1100	5	0,64	277	27	f
AW3_SB_5_3	100	1100	5	0,59	277	25	f
AW3_SB_5				**0,63**	**277**	**27**	**VarK: 6 %**
AW3_SB_60_1	100	1100	60	1,18	262	47	f
AW3_SB_60_2	100	1100	60	1,15	262	46	f
AW3_SB_60_3	100	1101	60	1,18	262	48	f
AW3_SB_60				**1,17**	**262**	**47**	**VarK: 2 %**
AW3_SB_120_1	100	1099	120	1,64	246	62	d
AW3_SB_120_2	100	1099	120	1,81	246	68	d
AW3_SB_120_3	100	1099	120	1,58	246	59	d
AW3_SB_120				**1,68**	**246**	**63**	**VarK: 7 %**
AW3_SB_200_1	100	1100	200	2,06	226	71	d
AW3_SB_200_2	100	1100	200	2,13	226	73	b
AW3_SB_200_3	100	1100	200	2,07	226	71	d
AW3_SB_200				**2,08**	**226**	**72**	**VarK: 2 %**
AW4_5_5_1	573	4900	5	1,78	1362	64	d
AW4_5_5_2	571	4901	5	1,76	1359	63	d
AW4_5_5_3	570	4901	5	1,86	1355	67	d
AW4_5_5				**1,80**	**1359**	**65**	**VarK: 3 %**
AW4_5_60_1	574	4902	60	3,46	1279	117	a
AW4_5_60_2	569	4901	60	3,45	1281	119	b
AW4_5_60_3	569	4901	60	3,43	1279	119	b
AW4_5_60				**3,45**	**1280**	**118**	**VarK: 1 %**
AW4_5_200_1	571	4900	200	3,83	1239	125	b
AW4_5_200_2	574	4900	200	4,23	1231	137	b
AW4_5_200_3	575	4902	200	4,18	1233	136	b
AW4_5_200				**4,08**	**1234**	**133**	**VarK: 5 %**
AW4_5_60_P1	572	4900	60	3,24	1283	111	b
AW4_5_60_P2	572	4900	60	3,32	1284	114	b
AW4_5_60_P3	570	4901	60	3,45	1281	118	b
AW4_5_60_P				**3,33**	**1283**	**114**	**VarK: 3 %**

Tabelle A.8: Ergebnisse der Ersatzträgerversuche zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$

Versuch	B mm	L mm	L_{S} mm	$F_{\max}$ kN	M_{S}/R mm	$\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2	Versagen
AW4_5_60_F1	1150	4899	60	6,75	1282	114	a
AW4_5_60_F2	1150	4901	60	6,82	1281	115	a
AW4_5_60_F3	1150	4900	60	6,74	1282	114	a
AW4_5_60_F				**6,77**	**1282**	**115**	**VarK: 0,5 %**
AW4_5_200_F1	1150	4900	200	8,38	1233	136	a
AW4_5_200_F2	1151	4900	200	8,30	1233	135	a
AW4_5_200_F3	1150	4902	200	8,01	1236	131	a
AW4_5_200_F				**8,23**	**1234**	**134**	**VarK: 2 %**
AW4_8_5_1	571	7900	5	1,54	2376	98	d
AW4_8_5_2	570	7900	5	1,50	2399	96	d
AW4_8_5_3	573	7900	5	1,56	2385	99	d
AW4_8_5				**1,54**	**2387**	**97**	**VarK: 1 %**
AW4_8_60_1	574	7900	60	2,58	2207	151	b
AW4_8_60_2	574	7900	60	2,63	2197	153	b
AW4_8_60_3	571	7900	60	2,59	2199	151	b
AW4_8_60				**2,60**	**2201**	**152**	**VarK: 1 %**
AW4_8_200_1	577	7900	200	2,86	2149	162	b
AW4_8_200_2	566	7900	200	2,67	2155	155	b
AW4_8_200_3	569	7900	200	2,92	2136	167	b
AW4_8_200				**2,82**	**2147**	**161**	**VarK: 4 %**
AW4_SB_5_1	100	1099	5	0,57	274	24	d
AW4_SB_5_2	100	1100	5	0,58	274	24	d
AW4_SB_5_3	100	1100	5	0,58	274	24	d
AW4_SB_5				**0,57**	**274**	**24**	**VarK: 1 %**
AW4_SB_60_1	100	1099	60	1,19	260	47	d
AW4_SB_60_2	100	1099	60	1,17	260	46	d
AW4_SB_60_3	100	1099	60	1,16	260	46	d
AW4_SB_60				**1,17**	**260**	**46**	**VarK: 1 %**
AW4_SB_120_1	100	1099	120	1,72	245	64	d
AW4_SB_120_2	100	1099	120	1,77	245	66	d
AW4_SB_120_3	100	1099	120	1,76	245	65	d
AW4_SB_120				**1,75**	**245**	**65**	**VarK: 2 %**
AW4_SB_200_1	100	1100	200	2,28	225	78	d
AW4_SB_200_2	101	1099	200	2,09	225	71	b
AW4_SB_200_3	101	1100	200	1,97	225	67	b
AW4_SB_200				**2,11**	**225**	**72**	**VarK: 8 %**
AD1_3_5_1	915	2901	5	3,12	500	73	d
AD1_3_5				**3,12**	**500**	**73**	**VarK: –**

Tabelle A.8: Ergebnisse der Ersatzträgerversuche zur reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$

Versuch	B mm	L mm	L_{S} mm	$F_{\max}$ kN	M_{S}/R mm	$\sigma_{\mathrm{w,red}}$ N/mm^2	Versagen
AD1_3_60_1	920	2898	60	4,84	491	111	b
AD1_3_60_2	1000	2898	60	5,82	476	116	a
AD1_3_60				**5,33**	**483**	**113**	**VarK: 4 %**
AD1_3_200_1	920	2901	200	5,94	484	133	b
AD1_3_200				**5,94**	**484**	**133**	**VarK: –**
AD1_5_5_1	920	4900	5	1,99	1013	94	d
AD1_5_5_2	1000	4900	5	2,30	986	96	d
AD1_5_5				**2,14**	**999**	**95**	**VarK: 1 %**
AD1_5_60_1	926	4902	60	3,12	969	140	b
AD1_5_60_2	1000	4903	60	3,66	943	145	a
AD1_5_60_3	1000	4900	60	3,71	942	147	a
AD1_5_60				**3,50**	**951**	**144**	**VarK: 3 %**
AD1_5_200_1	921	4900	200	3,47	955	154	a
AD1_5_200_2	1000	4903	200	4,05	931	159	a
AD1_5_200				**3,76**	**943**	**156**	**VarK: 2 %**
AD1_8_5_1	920	7902	5	1,12	2087	109	b
AD1_8_5				**1,12**	**2087**	**109**	**VarK: –**
AD1_8_60_1	922	7903	60	1,75	1894	151	b
AD1_8_60				**1,75**	**1894**	**151**	**VarK: –**
AD1_8_200_1	924	7902	200	1,89	1858	161	b
AD1_8_200				**1,89**	**1858**	**161**	**VarK: –**
BW1_3_60_1	996	2901	60	10,17	691	104	b
BW1_3_60_2	995	2901	60	9,69	691	100	a
BW1_3_60_3	997	2905	60	9,88	692	102	a
BW1_3_60	**996**	**2902**	**60**	**9,91**	**691**	**102**	**VarK: 2 %**
BW1_3_200_1	994	2897	200	13,09	686	133	a
BW1_3_200_2	994	2898	200	13,63	686	139	a
BW1_3_200_3	994	2898	200	13,73	686	141	a
BW1_3_200	**994**	**2898**	**200**	**13,48**	**686**	**138**	**VarK: 3 %**
BW1_6_5_1	994	5899	5	3,71	1649	92	d
BW1_6_5	**994**	**5899**	**5**	**3,71**	**1649**	**92**	**VarK: –**
BW1_6_60_1	995	5898	60	6,03	1566	140	a
BW1_6_60_2	995	5899	60	6,15	1564	143	a
BW1_6_60_3	995	5899	60	6,18	1564	144	a
BW1_6_60	**995**	**5899**	**60**	**6,12**	**1564**	**143**	**VarK: 1 %**
BW1_6_200_1	994	5898	200	7,35	1513	166	a
BW1_6_200_2	993	5898	200	7,61	1510	172	a
BW1_6_200_3	992	5901	200	7,35	1514	167	a
BW1_6_200	**993**	**5899**	**200**	**7,44**	**1513**	**168**	**VarK: 2 %**

Anhang B

Zusatzinformationen zu den analytischen und numerischen Berechnungen

Es werden zusätzliche Informationen zu ausgewählten analytischen und numerischen Berechnungen aus den Kapiteln 5 und 7 aufgeführt sowie die Herleitung des analytischen Modells zur Berechnung der lokalen Beanspruchung aus Querdruck dargestellt. Die Anwendung der analytischen Modelle wird durch Berechnungsbeispiele verdeutlicht.

B.1 Ideelle Knitterspannung linierter Deckschichten

Tabelle B.1: Ergänzung zu Kap. 5.2.1. Ergebnisse der numerischen Parameterstudien zur ideellen Knitterspannung linierter Deckschichten $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ sowie der daraus zurückgerechneten wirksamen Breiten b_{eff} (Gl. (5.9)).

b_{p} in mm	25	25	25	35	35	35	50	50	50	75	75	75
$E_{\mathrm{C}}, G_{\mathrm{C}}$ in N/mm^2	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\downarrow a_{\mathrm{v}}$ in mm	$\longleftarrow$				$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ (FEM) in N/mm^2							$\longrightarrow$
0	72	114	149	72	114	149	72	114	149	72	114	149
0,25	80	128	161	78	121	158	76	118	154	74	118	153
0,5	104	161	192	98	141	180	90	134	172	82	127	164
1	156	236	296	149	204	244	122	173	217	104	158	194
1,5	198	315	397	195	266	317	156	223	269	133	187	236
2	237	376	475	231	312	382	186	270	335	160	225	282
2,5	274	433	520	262	348	441	211	310	385	183	261	324

b_{p} in mm	25	25	25	35	35	35	50	50	50	75	75	75
$E_{\mathrm{C}}, G_{\mathrm{C}}$ in N/mm^2	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\downarrow a_{\mathrm{v}}$ in mm	$\longleftarrow$				b_{eff} (FEM) in mm							$\longrightarrow$
0	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	50,0	50,0	75,0	75,0	75,0
0,25	23,3	23,5	22,5	31,7	31,0	30,7	43,8	43,1	42,8	64,5	64,6	63,9
0,5	23,2	22,6	20,3	30,2	27,2	26,5	39,7	37,0	36,1	54,1	52,4	51,6
1	23,9	22,5	21,5	31,6	26,8	24,2	36,3	32,1	30,6	45,9	43,9	41,0
1,5	23,6	23,6	22,6	32,2	27,2	24,6	36,0	32,2	29,3	45,7	40,1	38,6
2	23,6	23,6	22,6	31,7	26,7	24,7	35,8	32,5	30,6	45,7	40,3	38,3
2,5	23,8	23,6	21,5	31,3	25,8	24,9	35,2	32,5	30,6	45,4	40,7	38,4

Tabelle B.2: Ergänzung zu Kap. 5.2.1. Berechnung der ideellen Knitterspannung linierter Deckschichten $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ und der wirksamen Breiten b_{eff} nach Baehre und Kech (siehe Kap. 3.3), **ohne die Begrenzung auf f_{y}** aus Gl. (3.36).

b_{p} in mm	25	25	25	35	35	35	50	50	50	75	75	75
$E_{\mathrm{C}}, G_{\mathrm{C}}$ in N/mm^2	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\downarrow a_{\mathrm{v}}$ in mm	$\longleftarrow$				$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ (Baehre/Kech, ohne f_{y}) in N/mm^2							$\longrightarrow$
0	72	114	149	72	114	149	72	114	149	72	114	149
0,25	85	135	177	85	136	178	86	136	178	86	136	176
0,5	111	176	231	112	177	232	112	175	221	105	159	203
1	164	260	341	165	251	308	149	216	272	129	195	250
1,5	212	336	422	207	288	355	171	248	312	147	223	286
2	255	390	469	229	319	393	189	274	345	163	246	316
2,5	295	423	509	249	347	427	204	297	374	176	266	342

b_{p} in mm	25	25	25	35	35	35	50	50	50	75	75	75
$E_{\mathrm{C}}, G_{\mathrm{C}}$ in N/mm^2	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\downarrow a_{\mathrm{v}}$ in mm	$\longleftarrow$				b_{eff} (Baehre/Kech, ohne f_{y}) in mm							$\longrightarrow$
0	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	50,0	50,0	75,0	75,0	75,0
0,25	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	50,0	50,0	75,0	75,0	74,1
0,5	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	49,2	47,1	69,7	66,2	64,7
1	25,0	25,0	25,0	35,0	33,4	31,2	44,6	40,5	38,8	57,4	54,5	53,3
1,5	25,0	25,0	23,9	34,0	29,4	27,5	39,3	35,7	34,2	50,6	48,0	46,9
2	25,0	24,0	21,8	31,0	26,8	25,0	35,8	32,5	31,2	46,1	43,7	42,8
2,5	25,0	22,3	20,2	28,8	24,9	23,3	33,3	30,2	29,0	42,8	40,7	39,8

Tabelle B.3: Ergänzung zu Kap. 5.2.1. Berechnung der ideellen Knitterspannung linierter Deckschichten $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ und der wirksamen Breiten b_{eff} nach Baehre und Kech (siehe Kap. 3.3), **mit Berücksichtigung der Begrenzung auf f_{y}** aus Gl. (3.36).

b_{p} in mm	25	25	25	35	35	35	50	50	50	75	75	75
$E_{\mathrm{C}}, G_{\mathrm{C}}$ in N/mm^2	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\downarrow a_{\mathrm{v}}$ in mm	$\longleftarrow$				$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ (Baehre/Kech) in N/mm^2							$\longrightarrow$
0	72	114	149	72	114	149	72	114	149	72	114	149
0,25	85	135	177	85	136	178	86	136	178	86	136	176
0,5	111	176	231	112	177	232	112	175	221	105	159	203
1	164	260	341	165	251	308	149	216	272	129	195	250
1,5	212	336	350	207	288	312	171	248	274	147	223	252
2	255	350	350	229	294	312	189	252	274	163	226	252
2,5	295	350	350	249	294	312	204	252	274	176	226	252

b_{p} in mm	25	25	25	35	35	35	50	50	50	75	75	75
$E_{\mathrm{C}}, G_{\mathrm{C}}$ in N/mm^2	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\downarrow a_{\mathrm{v}}$ in mm	$\longleftarrow$				b_{eff} (Baehre/Kech) in mm							$\longrightarrow$
0	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	50,0	50,0	75,0	75,0	75,0
0,25	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	50,0	50,0	75,0	75,0	74,1
0,5	25,0	25,0	25,0	35,0	35,0	35,0	50,0	49,2	47,1	69,7	66,2	64,7
1	25,0	25,0	25,0	35,0	33,4	31,2	44,6	40,5	38,8	57,4	54,5	53,3
1,5	25,0	25,0	25,0	34,0	29,4	30,8	39,3	35,7	38,4	50,6	48,0	52,9
2	25,0	25,0	25,0	31,0	28,9	30,8	35,8	35,1	38,4	46,1	47,3	52,9
2,5	25,0	25,0	25,0	28,8	28,9	30,8	33,3	35,1	38,4	42,8	47,3	52,9

B.2 Berechnungen zur ungestörten Knitterspannung

Tabelle B.4: Ergänzung zu Tab. 7.4. Kennwerte und Knitterspannungen σ_w aus dem analytischen Ansatz (AL), der FEM und den Bauteilversuchen (V) von Wandelementen. Die Inhomogenität wurde nur für die z- bzw. xz-Richtung berücksichtigt, die Zug- und Druckrichtung gemittelt. Auf die Anwendung des Blechdicken-Korrekturfaktors k_t nach Gl. (5.12) wurde verzichtet.

							eben	liniert				
	d	t_F	a_v	b_p	b_s	b_{eff}	K	K	$A_{F,eff,QS}$	$I_{F,eff,QS}$	f_y	min f_C
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	N/mm²		mm	mm³	N/mm²	
AW1	60	0,47	1,0	53	4,7	34,2	5,12	4,15	0,32	0,082	394	0,09
AW2	60	0,47	–	–	–	–	4,36	–	0,47	0,009	398	0,09
AW3	140	0,47	1,2	53	4,5	32,1	4,33	3,80	0,30	0,109	398	0,13
AW4	140	0,47	–	–	–	–	3,67	–	0,47	0,009	391	0,12
BW1	140	0,49	1,5	48	3,8	30,7	3,86	3,76	0,33	0,183	339	0,09

			AL				FEM		V	
	e_0	$a_{x,eff,QS}$	$\sigma_{w,cr,eff}$	σ_{w1}	σ_{w2}	$\boldsymbol{\sigma_w}$	σ_w	**AL/ FEM**	σ_w	**AL/ V**
	mm	mm	N/mm²		N/mm²		N/mm²		N/mm²	
AW1	0,05	65,6	212,3	183,3	191,2	**183,3**	182,6	**1,00**	184,5	**0,99**
AW2	0,05	30,5	135,2	122,4	108,2	**108,2**	126,9	**0,85**	167,6	**0,65**
AW3	0,05	74,3	217,7	183,0	199,4	**183,0**	185,2	**0,99**	179,7	**1,02**
AW4	0,05	32,3	120,6	110,5	104,9	**104,9**	104,3	**1,01**	144,9	**0,72**
BW1	0,15	88,7	246,5	166,5	201,7	**166,5**	169,5	**0,98**	166,3	**1,00**

Hinweis: $b_{eff} = 0,5\, b_{eff,1} + 0,5\, b_{eff,2} = b_{eff,ges} - b_s$ (vgl. Bild 3.4)

Tabelle B.5: Ergänzung zu Kap. 7.1, Bild 7.1. Ergebnisse der Knitterspannungen σ_{w} aus dem analytischen Ansatz (AL) und der FEM für verschiedene Linierungstiefen und Versagensmechanismen (f_{y}, f_{C}, f_{y}+f_{C}), $t_{\mathrm{F}} = 0,5$ mm.

							$e_0 = 0,15$ mm:						$e_0 = 0,001$ mm:	
							FEM	FEM	FEM	FEM	AL		FEM	AL
							Versagen:	f_{y}	f_{C}	f_{y}+f_{C}	f_{y}	f_{C}	f_{y}	f_{y}
a_{v}	E_{C}, G_{C}	b_{eff}	$b_{\mathrm{eff,ges}}$	K	$A_{\mathrm{F,eff,QS}}$	$I_{\mathrm{F,eff,QS}}$	$\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$	σ_{w1}	σ_{w2}	σ_{w}[a]	σ_{w1}	σ_{w2}	σ_{w1}	σ_{w1}
mm	N/mm^2	mm	mm	N/mm^2	mm	mm^3	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2
0	4,0	50,0	53,5	3,36	0,5	0,010	113,5	100,3	88,9	**89,0**	90,1	**78,5**	114,7	113,3
0,5	4,0	37,0	40,5	3,36	0,38	0,030	134,4	107,5	102,0	**103,3**	102,7	**102,3**	134,3	134,0
1	4,0	32,1	35,6	3,36	0,33	0,085	173,3	140,0	146,2	**138,3**	**130,5**	141,8	170,2	172,7
1,5	4,0	32,2	35,7	3,36	0,34	0,183	223,3	169,5	203,1	**167,7**	**162,6**	190,5	198,2	220,4
2	4,0	32,5	36,0	3,36	0,34	0,323	269,8	185,8	248,6	**184,1**	**185,1**	236,2	215,6	235,9
2,5	4,0	32,5	36,0	3,36	0,34	0,502	310,0	195,8	289,4	**199,2**	**198,9**	276,1	221,5	236,6
3	4,0	32,4	35,9	3,36	0,35	0,720	346,0	202,3	322,4	**200,3**	**208,8**	312,1	226,4	236,8
4	4,0	30,3	33,8	3,36	0,33	1,207	387,0	211,0	383,1	**208,6**	**207,9**	354,5	232,7	225,5

[a] Aufgrund der unterschiedlichen numerischen Modelle (Halbraum ↔ Balken) und Materialansätze unterscheiden sich die Werte etwas von den in Kap. 6.3 aufgeführten Bezugswerten σ_{w}. Für die hier dargestellten Ergebnisse wurde ein Halbraum-Modell verwendet und gleiche Kerneigenschaften in allen Richtungen angesetzt.

B.3 Berechnungsbeispiel – ungestörte Knitterspannung

Es folgt ein Berechnungsbeispiel zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung σ_w. Hierfür wird Versuchsreihe AW1 herangezogen (vgl. Kap. 7.1 bzw. Anhang B.2). Folgende Kennwerte werden benötigt:

- $E_\mathrm{C} = 0,5\,(E_\mathrm{Cc,z} + E_\mathrm{Ct,z}) = 3$ N/mm^2, $G_\mathrm{C} = G_\mathrm{C,xz} = 3,9$ N/mm^2 (Wert aus DIC-Messung), $\nu_\mathrm{C} = 0,2$, $f_\mathrm{C} = \min\,(\mathrm{f_{Cc,z}}; \mathrm{f_{Ct,z}}) = 0,09$ N/mm^2
- Deckschicht PO: $a_\mathrm{v} = 1,0$ mm, $b_\mathrm{p} = 53$ mm, $b_\mathrm{s} = 4,7$ mm, $t_\mathrm{F} = 0{,}47$ mm, $f_\mathrm{y} = 394$ N/mm^2, $e_0 = 0,05$ mm, $b_\mathrm{ges} = 2\,b_\mathrm{p}/2 + b_\mathrm{s} = 57,7$ mm, $A_\mathrm{F} \approx 0,47\,\mathrm{mm}$

Das weitere Vorgehen orientiert sich an Tab. 5.3. Da $E_\mathrm{C,x} \geq 3\,E_\mathrm{C}$, wird K vereinfacht nach Gl. (3.10) bestimmt.

$$K = \frac{2\,(1-\nu_\mathrm{C})}{3-4\,\nu_\mathrm{C}}\sqrt{\frac{2\,E_\mathrm{C}\,G_\mathrm{C}}{1+\nu_\mathrm{C}}} = 3,21\,\mathrm{N/mm^2}$$

Zunächst werden die Grenzdicken nach Gl. (5.4) für den ebenen und linierten Querschnitt berechnet, letztere mit dem Flächenträgheitsmoment nach Gl. (5.16a).

$$\text{eben}: \quad I_\mathrm{F} = t_\mathrm{F}^3/12 = 0,0087\,\mathrm{mm^3}$$

$$d_\mathrm{grenz} = 3,5\left(\frac{K}{B_\mathrm{F}}\right)^{-\frac{1}{3}} = 3,5\left(\frac{3,21}{\dfrac{210000}{1-0,3^2}\cdot 0,0087}\right)^{-\frac{1}{3}} = 29,9\,\mathrm{mm}$$

$$\text{liniert}: \quad I_\mathrm{F} = \frac{t_\mathrm{F}^3}{12} + \frac{a_\mathrm{v}^2\,t_\mathrm{F}}{4}\,\frac{2\,b_\mathrm{p}}{2\,b_\mathrm{p}+b_\mathrm{s}} = 0,121\,\mathrm{mm^3}$$

$$d_\mathrm{grenz} = 3,5\left(\frac{3,21}{\dfrac{210000}{1-0,3^2}\cdot 0,121}\right)^{-\frac{1}{3}} = 72,0\,\mathrm{mm} > \mathrm{d_C} = 60\,\mathrm{mm}$$

Im Anschluss können die inhomogenen Ersatzmoduln für beide Fälle unter Ansatz von d_grenz bestimmt werden. Die inhomogene Verteilung des E-Moduls auf Zug und Druck (siehe Anhang A.1) wurde gemittelt, die Werte α_i und h_i wurden nach Bild 5.6 bestimmt. Im linierten Fall wird α_i trotz Überschreitung der Kerndicke auf d_grenz bezogen. Die inhomogenen Ersatzmoduln ergeben sich aus Gl. (5.5) f. zu:

$$\text{eben}: \quad E_\mathrm{C,IH} = \frac{\sum \alpha_i\,h_i\,E_{\mathrm{C},i}}{\sum \alpha_i\,h_i} = 5,0\,\mathrm{N/mm^2} \quad G_\mathrm{C,IH} = 6,1\,\mathrm{N/mm^2} \quad K = 5,2\,\mathrm{N/mm^2}$$

$$\text{lin.}: \quad E_\mathrm{C,IH} = \frac{\sum \alpha_i\,h_i\,E_{\mathrm{C},i}}{\sum \alpha_i\,h_i} = 4,1\,\mathrm{N/mm^2} \quad G_\mathrm{C,IH} = 4,8\,\mathrm{N/mm^2} \quad K = 4,2\,\mathrm{N/mm^2}$$

				eben		liniert	
Schicht	$d_{\mathrm{C},i}$ mm	E_{C} N/mm^2	G_{C}	α_{i} –	h_i mm	α_{i} –	h_i mm
1 (PO)	5	5,2	9,7	0,92	5	0,97	5
2	5	4,3	5,7	0,75	5	0,90	5
3	5	4,9	4,3	0,58	5	0,83	5
4	5	5,8	3,7	0,42	5	0,76	5
5	5	5,3	3,5	0,25	5	0,69	5
6	5	4,0	3,2	0,08	4,9	0,62	5
7	5	2,8	3,0			0,55	5
8	5	2,6	3,2			0,48	5
9	5	2,5	3,3			0,41	5
10	5	2,1	3,4			0,34	5
11	5	1,4	3,9			0,27	5
12 (PU)	5	3,5	9,4			0,20	5

Anschließend kann $\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}$ und $b_{\mathrm{eff,ges}}$ nach Gl. (5.10) ff. unter Ansatz der gerade ermittelten Kennwerte für ebene Deckschichten bestimmt werden.

$$\rho_{\mathrm{w}} = 100 \left(\frac{a_{\mathrm{v}}}{b_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{K_1}{K}\right)^{0,24} = 100 \left(\frac{1,0}{53}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{5,2}\right)^{0,24} = 4,77 < 5,5$$

$$\frac{\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr,eben}}} = 0,02\,\rho_{\mathrm{w}}^2 - 0,01\,\rho_{\mathrm{w}} + 1 = 1,41$$

$$\rightarrow \sigma_{\mathrm{w,cr,eff}} = 1,41 \cdot \sigma_{\mathrm{w,cr,eben}} = 1,41 \cdot \frac{1,5}{A_{\mathrm{F}}} \sqrt[3]{2\,K^2 B_{\mathrm{F}}} =$$

$$= 1,41 \cdot \frac{1,5}{0,47} \sqrt[3]{2 \cdot 5,2^2 \cdot \frac{210000}{1-0,3^2} \cdot 0,0087} = 214,7\,\mathrm{N/mm^2}$$

Auf eine Anwendung des Korrekturfaktors k_{t} nach Gl. (5.12) für von 0,5 mm abweichende Blechdicken wird verzichtet. Der Wert $b_{\mathrm{eff,ges}}$ nach Gl. (5.17) ergibt sich aus den Kennwerten für die linierte Deckschicht.

$$b_{\mathrm{eff,ges}} = \sigma_{\mathrm{w,cr,eff}} \frac{t_{\mathrm{F}}\, b_{\mathrm{ges}}}{1,5 \sqrt[3]{2\,K^2 B_{\mathrm{F}}}} = 214,7 \frac{0,47 \cdot 57,7}{1,5 \sqrt[3]{2 \cdot 4,2^2 \cdot \frac{210000}{1-0,3^2} \cdot 0,121}} = 39\,\mathrm{mm}$$

Die erforderlichen Querschnittswerte für die Nachweise können mit Gl. (5.18a) f. berechnet werden:

$$A_{\mathrm{F,eff,QS}} \approx A_{\mathrm{F}} \frac{b_{\mathrm{eff,ges}}}{b_{\mathrm{ges}}} = 0,47 \cdot \frac{39}{57,7} = 0,32\,\mathrm{mm}$$

$$I_{\mathrm{F,eff,QS}} \approx I_{\mathrm{F}} \frac{b_{\mathrm{eff,ges}}}{b_{\mathrm{ges}}} = 0,121 \cdot \frac{39}{57,7} = 0,082\,\mathrm{mm^3}$$

$$\rightarrow W_{\mathrm{F,eff,QS}} = \frac{I_{\mathrm{F,eff,QS}}}{0,5\,(a_{\mathrm{v}} + t_{\mathrm{F}})} = 0,112\,\mathrm{mm}^2$$

$$\rightarrow a_{\mathrm{x,eff,QS}} = \pi \sqrt[3]{\frac{2\,B_{\mathrm{F,eff,QS}}}{K}} = \pi \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \frac{210000}{1-0,3^2} \cdot 0,082}{4,2}} = 65,4\,\mathrm{mm}$$

Nun werden beide Versagensmechanismen zur Bestimmung von σ_{w} nach Gl. (7.1a) f. betrachtet, unter Berücksichtigung des inhomogenen Bettungswerts K für den linierten Querschnitt:

- Stahlversagen:

$$\sigma_{\mathrm{F}} = \frac{n_{\mathrm{F}}}{A_{\mathrm{F,eff,QS}}} + e_0 \frac{\frac{n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}}}{1 - \frac{n_{\mathrm{F}}/A_{\mathrm{F}}}{\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}}}\, 0,5 \sqrt[3]{2\,K^2 B_{\mathrm{F,eff,QS}}}\, \frac{1}{W_{\mathrm{F,eff,QS}}} \stackrel{!}{=} f_{\mathrm{y}}$$

$$\frac{n_{\mathrm{F}}}{0,32} + 0,05 \cdot \frac{\frac{n_{\mathrm{F}}/0,47}{214,7}}{1 - \frac{n_{\mathrm{F}}/0,47}{214,7}} \cdot 0,5 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 4,2^2 \cdot \frac{210000}{1-0,3^2} \cdot 0,082} \cdot \frac{1}{0,112} \stackrel{!}{=} 394$$

$$\rightarrow n_{\mathrm{F}} = 87\,\mathrm{N/mm} \rightarrow \sigma_{\mathrm{w1}} = \frac{\mathrm{n_F}}{\mathrm{A_F}} = \frac{87}{0,47} = 185,1\,\mathrm{N/mm}^2$$

- Kernversagen:

$$\sigma_{\mathrm{w2}} = \frac{\sigma_{\mathrm{w,cr,eff}}}{1 + \pi \frac{e_0}{a_{\mathrm{x,eff,QS}}} K \frac{1}{f_{\mathrm{C}}}} = \frac{214,7}{1 + \pi \cdot \frac{0,05}{65,4} \cdot 4,2 \cdot \frac{1}{0,09}} = 193,1\,\mathrm{N/mm}^2$$

Die Knitterspannung ergibt sich aus dem Minimum beider Versagensmechanismen. Die Ergebnisse weichen aufgrund von Rundungen bei der Handrechnung etwas von den Ergebnissen aus Tab. 7.4 bzw. Anhang B.2 ab ($\sigma_{\mathrm{w}} = 183,3\,\mathrm{N/mm}^2$).

$$\sigma_{\mathrm{w}} = \min\left(\sigma_{\mathrm{w1}}, \sigma_{\mathrm{w2}}\right) = 185,1\,\mathrm{N/mm}^2$$

B.4 Herleitung – Lokale Beanspruchung aus Querlast

Es folgt die Herleitung des in Kap. 7.2.2 vorgestellten Ansatzes zur analytischen Bestimmung der lokalen Eindrückung und Beanspruchung aus Querlast unter Berücksichtigung der vorhandenen Lastbreite. Der Ansatz beruht auf der DGL des elastisch gebetteten Balkens bzw. Plattenstreifens (Winkler'sche Bettung) nach Theorie II. Ordnung.

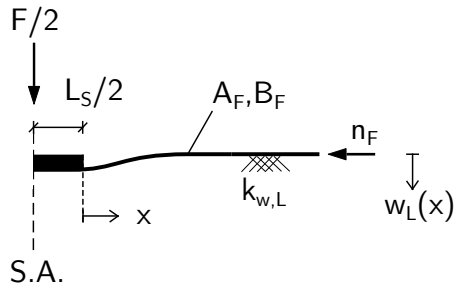


Bild B.1: Modell

Deren allgemeine Lösung ergibt sich unter Berücksichtigung der Randbedingungen $w_\mathrm{L}(x \to \infty) = 0$ und $w'_\mathrm{L}(x = 0) = 0$ (vgl. Hetényi 1958) zu:

$$w_\mathrm{L}(x) = C \left[\sin(\alpha x) + \frac{\alpha}{\beta} \cos(\alpha x) \right] e^{-\beta x} \tag{B.1}$$

$$w'_\mathrm{L}(x) = -C \left[\sin(\alpha x) \frac{1}{\beta} \right] 2\,\lambda^2\, e^{-\beta x} \tag{B.2}$$

$$w''_\mathrm{L}(x) = C \left[\sin(\alpha x) - \frac{\alpha}{\beta} \cos(\alpha x) \right] 2\,\lambda^2\, e^{-\beta x} \tag{B.3}$$

$$\alpha = \sqrt{\lambda^2 + \frac{n_\mathrm{F}}{4\,\mathrm{B_F}}}, \quad \beta = \sqrt{\lambda^2 - \frac{n_\mathrm{F}}{4\,B_\mathrm{F}}}, \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{k_\mathrm{w,L}}{4\,B_\mathrm{F}}} \tag{B.4}$$

Mit der Definition der Reaktionskraft $p(x) = k_\mathrm{w,L}\, w_\mathrm{L}(x)$ und unter Berücksichtigung, dass die Last F unterhalb der Lasteinleitung eine konstante Pressung $p = \text{konst.} = p(x = 0) = k_\mathrm{w,L}\, w(x = 0)$ hervorruft, lässt sich die Unbekannte C über eine Gleichgewichtsbedingung ermitteln, die besagt, dass die aufgebrachte Kraft F gleich der gesamten aufintegrierten Reaktionskraft $p(x)$ ist.

$$F \stackrel{!}{=} 2 \int_0^\infty p(x)\, dx + L_\mathrm{S}\, p(x = 0) \stackrel{!}{=} 2 \int_0^\infty k_\mathrm{w,L}\, w_\mathrm{L}(x)\, dx + L_\mathrm{S}\, k_\mathrm{w,L}\, w_\mathrm{L}(x = 0) \tag{B.5}$$

Durch Einsetzen von $w_\mathrm{L}(x)$ und Lösen des Integrals erhält man für $x \geq 0$:

$$C = \frac{F}{k_\mathrm{w,L} \left(\dfrac{2\,\alpha}{\lambda^2} + L_\mathrm{S}\, \dfrac{\alpha}{\beta} \right)} \tag{B.6}$$

$$w_{\mathrm{L}}(x) = \frac{F}{k_{\mathrm{w,L}}\left(\dfrac{2\,\alpha}{\lambda^2} + L_{\mathrm{S}}\,\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}\left[\sin(\alpha x) + \frac{\alpha}{\beta}\cos(\alpha x)\right] e^{-\beta x} \tag{B.7}$$

$$M_{\mathrm{L}}(x) = -B_{\mathrm{F}}\,w_{\mathrm{L}}''(x) = \frac{-\,B_{\mathrm{F}}\,F}{k_{\mathrm{w,L}}\left(\dfrac{2\,\alpha}{\lambda^2} + L_{\mathrm{S}}\,\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}\left[\sin(\alpha x) - \frac{\alpha}{\beta}\cos(\alpha x)\right] 2\,\lambda^2\,e^{-\beta x} \tag{B.8}$$

Nach Theorie I. Ordnung ($\alpha = \beta = \lambda$) ergibt sich:

$$w_{\mathrm{L}}(x) = \frac{F}{k_{\mathrm{w,L}}\left(\dfrac{2}{\lambda} + L_{\mathrm{S}}\right)}\left[\sin(\lambda x) + \cos(\lambda x)\right] e^{-\lambda x} \tag{B.9}$$

$$M_{\mathrm{L}}(x) = \frac{-\,B_{\mathrm{F}}\,F}{\dfrac{k_{\mathrm{w,L}}}{\lambda^2}\left(\dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{L_{\mathrm{S}}}{2}\right)}\left[\sin(\lambda x) - \cos(\lambda x)\right] e^{-\lambda x} \tag{B.10}$$

Die maximale Verformung und das maximale Moment entstehen am Lastrand bei $w(x = 0)$ bzw. gemäß Herleitung unterhalb der gesamten Lastbreite L_{S}. Effekte aus einer möglichen Randpressung sind nicht enthalten.

$$\max w_{\mathrm{L}} = w_{\mathrm{L}}(x = 0) = \frac{F}{k_{\mathrm{w,L}}\left(\dfrac{2\,\beta}{\lambda^2} + L_{\mathrm{S}}\right)} \tag{B.11}$$

$$\max M_{\mathrm{L}} = M_{\mathrm{L}}(x = 0) = \frac{B_{\mathrm{F}}\,F}{\dfrac{k_{\mathrm{w,L}}}{\lambda^4}\left(\beta + \dfrac{1}{2}\lambda^2\,L_{\mathrm{S}}\right)} \tag{B.12}$$

Nach Theorie I. Ordnung ergibt sich:

$$\max w_{\mathrm{L}} = \frac{F}{k_{\mathrm{w,L}}\left(\dfrac{2}{\lambda} + L_{\mathrm{S}}\right)} \tag{B.13}$$

$$\max M_{\mathrm{L}} = \frac{B_{\mathrm{F}}\,F}{\dfrac{k_{\mathrm{w,L}}}{\lambda^2}\left(\dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{L_{\mathrm{S}}}{2}\right)} \tag{B.14}$$

B.5 Berechnungen zu reduzierten Knitterspannung

Es folgt eine Gegenüberstellung der Ergebnisse des analytischen Ansatzes und des numerischen Modells für die reduzierte Knitterspannung (siehe. Kap. 7.3 und Bild 7.8). Folgende Kennwerte liegen zugrunde:

- Wandelement mit $d = d_\mathrm{C} = e$
- FE-Modell und Materialmodelle nach Kap. 6.3
- Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4$ N/mm^2, $f_\mathrm{C} = 0,12$ N/mm^2, $K = 3,64$ N/mm^2 nach Gl. (3.26) mit $\nu_\mathrm{C} = 0,2$ in allen Richtungen und $E_\mathrm{C,x} = 3\,E_\mathrm{C}$
- Deckschichten eben, beidseitig: $t_\mathrm{F} = A_\mathrm{F} = 0{,}5$ mm, $f_\mathrm{y} = 350$ N/mm^2, $B_\mathrm{F} = B_\mathrm{F,o} = B_\mathrm{F,u} = 2404$ Nmm, $W_\mathrm{F} = 0,0417$ mm^2
- $\sigma_\mathrm{w,cr} = 119,7$ N/mm^2, $a_\mathrm{x} = 34,5$ mm für alle Dicken
- Lastanteil aus Querlast nach Theorie I. Ordnung

Tabelle B.6: Gegenüberstellung der Ergebnisse $\sigma_\mathrm{w,red}$ zwischen analytischem Ansatz (AL) und FEM

					Versagen:	AL Stahl		AL Kern		FEM	
					Nachweisstelle x:	0	$\frac{a_\mathrm{x}}{2}$	0	$\frac{a_\mathrm{x}}{2}$		**min AL/ FEM**
d	L	L_S	$k_\mathrm{w,L}$	λ	L_S^*	$\sigma_\mathrm{w.red}$					
mm	mm	mm	N/mm^3	1/mm	mm	N/mm^2					
40	2000	5	0,253	0,072	3,1	87	89	93	**75**	76	**0,99**
40	2000	60	0,253	0,072	37,4	141	92	190	**80**	96	**0,83**
40	2000	200	0,253	0,072	37,4	135	91	176	**80**	96	**0,84**
40	2000	300	0,253	0,072	37,4	130	91	167	**80**	94	**0,85**
40	5000	5	0,253	0,072	3,1	159	92	233	**81**	93	**0,87**
40	5000	60	0,253	0,072	37,4	221	93	484	**83**	100	**0,83**
40	5000	200	0,253	0,072	37,4	219	93	470	**83**	98	**0,85**
40	5000	300	0,253	0,072	37,4	217	93	460	**83**	98	**0,85**
40	7000	5	0,253	0,072	3,1	188	92	326	**82**	97	**0,85**
40	7000	60	0,253	0,072	37,4	248	93	680	**83**	99	**0,84**
40	7000	200	0,253	0,072	37,4	246	93	666	**83**	97	**0,86**
40	7000	300	0,253	0,072	37,4	245	93	656	**83**	97	**0,86**
100	2000	5	0,139	0,062	2,2	**35**	83	41	56	52	**0,66**
100	2000	60	0,139	0,062	26,5	**54**	88	69	68	82	**0,65**
100	2000	200	0,139	0,062	66,2	77	90	107	**74**	90	**0,83**
100	2000	300	0,139	0,062	66,2	**73**	90	101	**73**	89	**0,83**
100	3000	5	0,139	0,062	2,2	**49**	87	62	66	63	**0,78**
100	3000	60	0,139	0,062	26,5	75	90	104	**74**	92	**0,81**
100	3000	200	0,139	0,062	66,2	106	91	166	**78**	98	**0,80**
100	3000	300	0,139	0,062	66,2	104	91	160	**78**	97	**0,80**

Tabelle B.6: Gegenüberstellung der Ergebnisse $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ zwischen analytischem Ansatz (AL) und FEM

					Versagen:	AL Stahl		AL Kern		FEM	
					Nachweisstelle x:	0	$\frac{a_x}{2}$	0	$\frac{a_x}{2}$		**min AL/ FEM**
d	L	L_S	$k_{w,L}$	λ	L_S^*			$\sigma_{w.red}$			
mm	mm	mm	N/mm^3	1/mm	mm			N/mm^2			
100	4000	5	0,139	0,062	2,2	**63**	89	83	71	70	**0,89**
100	4000	60	0,139	0,062	26,5	94	91	139	**77**	97	**0,79**
100	4000	200	0,139	0,062	66,2	130	92	225	**80**	99	**0,81**
100	4000	300	0,139	0,062	66,2	128	92	219	**80**	99	**0,81**
100	5000	5	0,139	0,062	2,2	75	90	104	**74**	76	**0,97**
100	5000	60	0,139	0,062	26,5	110	91	175	**79**	99	**0,79**
100	5000	200	0,139	0,062	66,2	150	92	284	**81**	98	**0,83**
100	5000	300	0,139	0,062	66,2	148	92	278	**81**	98	**0,82**
100	7000	60	0,139	0,062	26,5	137	92	245	**80**	100	**0,81**
100	10000	5	0,139	0,062	2,2	124	92	208	**80**	90	**0,88**
140	2000	5	0,117	0,059	1,9	**24**	80	31	46	44	**0,55**
140	2000	60	0,117	0,059	23,2	**36**	85	47	58	72	**0,50**
140	2000	200	0,117	0,059	77,3	**60**	89	86	70	85	**0,71**
140	2000	300	0,117	0,059	81,2	**59**	89	84	70	86	**0,69**
140	3000	5	0,117	0,059	1,9	**35**	85	46	57	54	**0,65**
140	3000	60	0,117	0,059	23,2	**52**	88	72	67	85	**0,61**
140	3000	200	0,117	0,059	77,3	85	91	133	**76**	95	**0,80**
140	3000	300	0,117	0,059	81,2	85	91	133	**76**	96	**0,79**
140	5000	5	0,117	0,059	1,9	**55**	89	77	69	67	**0,81**
140	5000	60	0,117	0,059	23,2	79	91	121	**75**	96	**0,78**
140	5000	200	0,117	0,059	77,3	125	92	229	**80**	98	**0,81**
140	5000	300	0,117	0,059	81,2	126	92	232	**80**	98	**0,82**
140	7000	5	0,117	0,059	1,9	**72**	90	107	74	76	**0,95**
140	7000	60	0,117	0,059	23,2	102	91	170	**78**	99	**0,78**
140	7000	200	0,117	0,059	77,3	154	92	324	**81**	98	**0,83**
140	7000	300	0,117	0,059	81,2	156	92	330	**81**	98	**0,83**
140	10000	5	0,117	0,059	1,9	95	91	153	**77**	84	**0,92**
240	2000	5	0,094	0,056	1,6	**14**	72	19	30	36	**0,38**
240	2000	60	0,094	0,056	18,6	**19**	79	26	40	56	**0,34**
240	2000	200	0,094	0,056	62,1	**31**	85	44	54	76	**0,40**
240	2000	300	0,094	0,056	93,2	**37**	87	55	60	78	**0,48**
240	4000	5	0,094	0,056	1,6	**26**	84	37	50	47	**0,56**
240	4000	60	0,094	0,056	18,6	**37**	87	54	60	78	**0,47**
240	4000	200	0,094	0,056	62,1	**59**	90	93	71	93	**0,63**
240	4000	300	0,094	0,056	93,2	**72**	91	119	74	95	**0,76**

Tabelle B.6: Gegenüberstellung der Ergebnisse $\sigma_{\mathrm{w,red}}$ zwischen analytischem Ansatz (AL) und FEM

					Versagen:	AL Stahl		AL Kern		FEM	
					Nachweisstelle x:	0	$\frac{a_x}{2}$	0	$\frac{a_x}{2}$		**min AL/ FEM**
d	L	L_S	$k_{w,L}$	λ	L_S^*			$\sigma_{w.red}$			
mm	mm	mm	N/mm^3	1/mm	mm			N/mm^2			
240	5000	60	0,094	0,056	18,6	**45**	88	67	65	85	**0,53**
240	6000	5	0,094	0,056	1,6	**38**	87	56	61	58	**0,66**
240	6000	60	0,094	0,056	18,6	**52**	89	81	68	90	**0,58**
240	6000	200	0,094	0,056	62,1	83	91	142	**76**	98	**0,77**
240	6000	300	0,094	0,056	93,2	100	92	184	**78**	99	**0,79**
240	7000	60	0,094	0,056	18,6	**60**	90	94	71	93	**0,64**
240	8000	5	0,094	0,056	1,6	**49**	89	75	67	66	**0,75**
240	8000	60	0,094	0,056	18,6	**67**	91	108	73	96	**0,69**
240	8000	200	0,094	0,056	62,1	103	92	191	**78**	98	**0,80**
240	8000	300	0,094	0,056	93,2	123	92	248	**80**	98	**0,81**
240	10000	5	0,094	0,056	1,6	**59**	90	93	71	71	**0,83**
240	10000	60	0,094	0,056	18,6	79	91	135	**75**	99	**0,76**
240	10000	200	0,094	0,056	62,1	120	92	240	**80**	98	**0,81**
240	10000	300	0,094	0,056	93,2	142	93	313	**81**	98	**0,82**
240	14000	5	0,094	0,056	1,6	77	91	130	**75**	79	**0,95**
240	14000	60	0,094	0,056	18,6	102	92	190	**78**	99	**0,79**

B.6 Berechnungsbeispiel – reduzierte Knitterspannung

Es folgt ein Berechnungsbeispiel zur Bestimmung der reduzierten Knitterspannung $\sigma_{\mathrm{w,red}}$. Hierfür wird eine ausgewählte Parameterkombination aus dem Vergleich zwischen analytischem Ansatz und numerischer Berechnung nach Kap. 7.3 herangezogen (s. Bild 7.8 bzw. Anhang B.5). Folgende Eingangswerte werden benötigt:

- Wandelement, $L = 5000$ mm, $d = d_{\mathrm{C}} = e = 140$ mm (gemäß numerischem Modell), $L_{\mathrm{S}} = 200$ mm, $e_0 = 0,15$ mm
- Kern homogen, $E_{\mathrm{C}} = G_{\mathrm{C}} = 4$ N/mm^2, $E_{\mathrm{C,x}} = 3\,E_{\mathrm{C}}$, $\nu_{\mathrm{C}} = 0,2$, $f_{\mathrm{C}} = 0,12$ N/mm^2
- Deckschichten eben, beidseitig: $t_{\mathrm{F}} = A_{\mathrm{F}} = 0{,}5$ mm, $f_{\mathrm{y}} = 350$ N/mm^2, $B_{\mathrm{F}} = B_{\mathrm{F,o}} = B_{\mathrm{F,u}} = 2404\,\mathrm{Nmm}$, $W_{\mathrm{F}} = 0,0417$ mm^2

Anders als im Beispiel zur ungestörten Knitterspannung, wird der Bettungswert K_{O} unter Ansatz der Orthotropie nach Gl. (3.26) mit $\nu_{\mathrm{C},i} = \nu_{\mathrm{C}} = 0,2$ berechnet:

$$K = K_{\mathrm{O}} = 0,98\,\frac{\sqrt{1 + 1,44\,\dfrac{G_{\mathrm{C}}}{\sqrt{E_{\mathrm{C}}\,E_{\mathrm{C,x}}}}}}{0,96 + 0,864\,\dfrac{G_{\mathrm{C}}}{\sqrt{E_{\mathrm{C}}\,E_{\mathrm{C,x}}}}}\,\sqrt{E_{\mathrm{C}}\,G_{\mathrm{C}}} = 3,64\,\mathrm{N/mm^2}$$

Die ideelle Knitterspannung und die Halbwellenlänge ergeben sich zu:

$$\sigma_{\mathrm{w,cr}} = \frac{1,5}{t_{\mathrm{F}}}\,\sqrt[3]{2\,K^2 B_{\mathrm{F}}} = \frac{1,5}{0,5}\,\sqrt[3]{2 \cdot 3,64^2 \cdot 2404} = 119,7\,\mathrm{N/mm^2}$$

$$a_{\mathrm{x}} = \pi\,\sqrt[3]{\frac{2\,B_{\mathrm{F}}}{K}} = 34,5\,\mathrm{mm}$$

Für die Beanspruchung aus Querlast werden der Parameter λ nach Gl. (7.3b), der Bettungsmodul $k_{\mathrm{w,L}}$ nach Gl. (7.6) sowie die modifizierte Lastbreite L_{S}^* nach Gl. (7.9) benötigt:

$$k_{\mathrm{w,L}} = 0,15\,K\left(\frac{K}{B_{\mathrm{F,o}}}\right)^{1/3} + 1,9\,\frac{E_{\mathrm{Cc,z}}}{d_{\mathrm{C}}} + 0,5\,\frac{B_{\mathrm{F,o}}}{d_{\mathrm{C}}^4} - 0,3\,\frac{B_{\mathrm{F,u}}}{d_{\mathrm{C}}^4}$$

$$= 0,15 \cdot 3,64 \cdot \left(\frac{3,64}{2404}\right)^{1/3} + 1,9 \cdot \frac{4}{140} + 0,5 \cdot \frac{2404}{140^4} - 0,3 \cdot \frac{2404}{140^4} = 0,117\,\mathrm{N/mm^3}$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_{\mathrm{w,L}}}{4\,B_{\mathrm{F,o}}}} = 0,059\,\frac{1}{\mathrm{mm}}$$

$$\mathrm{L}_{\mathrm{S}}^* = \left(\min\left\{\begin{array}{l} L_{\mathrm{S}} \\ 1,5\,d_{\mathrm{C}} \end{array}\right.\right)(\lambda\,d_{\mathrm{C}})^{-0,45} = \min\left\{\begin{array}{l} 200 \\ 210 \end{array}\right. \cdot (0,059 \cdot 140)^{-0,45} = 77,3\,\mathrm{mm}$$

Die einwirkende Normalkraft n_{F} am Lastrand ergibt sich aus der einwirkenden Querlast F und dem Doppellast-Ansatz:

$$n_{\mathrm{F}} = \frac{F\,L}{4\,e}\,(1 - \frac{L_{\mathrm{S}}}{L})$$

Entsprechend Kap. 7.3 werden zwei Versagensmodi (Stahlversagen und Kernversagen) an zwei unterschiedlichen Stellen (am Lastrand und im Abstand $0,5\,a_\mathrm{x}$ vom Lastrand) untersucht, indem F jeweils bis zum Erreichen der Grenzspannung gesteigert wird. Der Querlastanteil wird nach Theorie I. Ordnung angesetzt ($\alpha = \beta = \lambda = 0,059 \cdot 1/\mathrm{m}$).

- Stahlversagen, $x = 0$:

$$\sigma_\mathrm{F} = |\sigma_\mathrm{F,N}| + |\sigma_\mathrm{F,Imp}| + |\sigma_\mathrm{F,L}| \stackrel{!}{=} f_\mathrm{y}$$

$$\frac{n_\mathrm{F}}{A_\mathrm{F}} + 0 + \frac{B_\mathrm{F}\,F}{\dfrac{k_\mathrm{w,L}}{\lambda^2}\left(\dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{L_\mathrm{S}^*}{2}\right)}\,\frac{1}{W_\mathrm{F}} \stackrel{!}{=} f_\mathrm{y}$$

$$\rightarrow F = 7,29\,\mathrm{N/mm} \rightarrow n_\mathrm{F} = 62,5\,\mathrm{N/mm}$$

- Stahlversagen, $x = a_\mathrm{x}/2 = 17,25\,\mathrm{mm}$:

$$\sigma_\mathrm{F} = |\sigma_\mathrm{F,N}| + |\sigma_\mathrm{F,Imp}| + |\sigma_\mathrm{F,L}| \stackrel{!}{=} f_\mathrm{y}$$

$$\frac{n_\mathrm{F}}{A_\mathrm{F}} + \frac{e_0}{W_\mathrm{F}}\,\frac{\dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr}}}{1 - \dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr}}}\,0,5\,\sqrt[3]{2K^2 B_\mathrm{F}} +$$

$$+\frac{B_\mathrm{F}\,F}{W_\mathrm{F}\,\dfrac{k_\mathrm{w,L}}{\lambda^2}\left(\dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{L_\mathrm{S}^*}{2}\right)}\,[\sin(\lambda \cdot a_\mathrm{x}/2) - \cos(\lambda \cdot a_\mathrm{x}/2)]\,e^{-\lambda \cdot a_\mathrm{x}/2} \stackrel{!}{=} f_\mathrm{y}$$

$$\rightarrow F = 5,37\,\mathrm{N/mm} \rightarrow n_\mathrm{F} = 46,0\,\mathrm{N/mm}$$

- Kernversagen, $x = 0$:

$$\sigma_\mathrm{C,z} = \left|\sigma_\mathrm{C,z,Imp}\right| + \left|\sigma_\mathrm{C,z,L}\right| \stackrel{!}{=} f_\mathrm{C}$$

$$0 + \frac{F}{\left(\dfrac{2}{\lambda} + L_\mathrm{S}^*\right)} \stackrel{!}{=} f_\mathrm{C}$$

$$\rightarrow F = 13,34\,\mathrm{N/mm} \rightarrow n_\mathrm{F} = 114,4\,\mathrm{N/mm}$$

- Kernversagen, $x = a_\mathrm{x}/2 = 17,25\,\mathrm{mm}$:

$$\sigma_\mathrm{C,z} = \left|\sigma_\mathrm{C,z,Imp}\right| + \left|\sigma_\mathrm{C,z,L}\right| \stackrel{!}{=} f_\mathrm{C}$$

$$\frac{\dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr}}}{1 - \dfrac{n_\mathrm{F}/A_\mathrm{F}}{\sigma_\mathrm{w,cr}}}\,\frac{e_0}{a_\mathrm{x}}\,K\,\pi + \frac{F}{\left(\dfrac{2}{\lambda} + L_\mathrm{S}^*\right)}\,[\sin(\lambda \cdot a_\mathrm{x}/2) + \cos(\lambda \cdot a_\mathrm{x}/2)]\;e^{-\lambda \cdot a_\mathrm{x}/2} \stackrel{!}{=} f_\mathrm{C}$$

$$\rightarrow F = 4,65\,\mathrm{N/mm} \rightarrow n_\mathrm{F} = 39,9\,\mathrm{N/mm}$$

Die reduzierte Knitterspannung ergibt sich aus der minimalen Normalkraft aller betrachteten Szenarios (hier Kernversagen bei $x = a_\mathrm{x}/2$):

$$\sigma_\mathrm{w,red} = \frac{\min n_\mathrm{F}}{\mathrm{A_F}} = \frac{39,9}{0,5} = 79,8\,\mathrm{N/mm^2}$$

Anhang C

Zusatzinformationen zur Momenten-Auflager-Interaktion

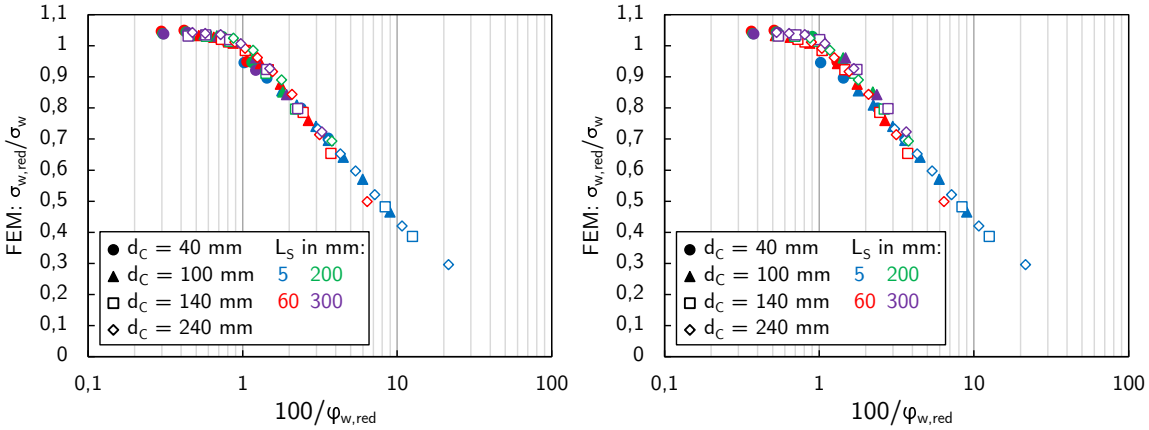
C.1 Interaktion – numerische Parameterstudien

Nachfolgend ist die in Kap. 8 vorgestellte Interaktion für die Ergebnisse der numerischen Parameterstudien mit ebenen und linierten Deckschichten (siehe Kap. 6.3.5) dargestellt. Kennwerte und Parameter, die nicht explizit unten aufgeführt sind, können Kap. 6.3 entnommen werden.

Tabelle C.1: Tabellarische Darstellung der Funktionswerte f_1 und f_2 nach Gl. (8.4a) f. sowie die zugrunde liegenden Parameter für die Variante 2-Modifikation an linierten Deckschichten. Da in den Parameterstudien $E_{\mathrm{C,x}} = 3\,E_{\mathrm{C}}$ angesetzt wurde, wird K vereinfacht mit Gl. (3.10) bestimmt. Die Interaktionsparameter m und n wurden exemplarisch anhand von zwei Ergebnissen ($L_{\mathrm{S}} = 60$ mm, $d_{\mathrm{C}} = 140$ mm) mit $L = 2$ und 5 m, bzw. $L = 3$ und 6 m bei Dachelementen, nach Gl. (8.1b) f. berechnet.

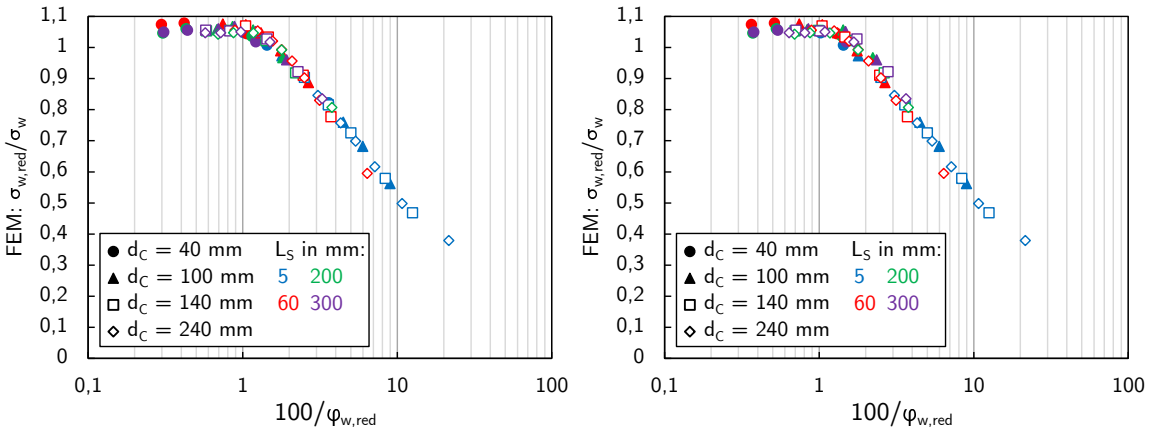
		Dach	Wand⟵								⟶Wand
e_0	mm	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
a_{v}	mm	**1**	**1**	**1,5**	**1,5**	**1,5**	**2,5**	**1,5**	**1,5**	**1,5**	**1,5**
b_{p}	mm	**50**	**50**	**50**	**50**	**50**	**50**	**25**	**25**	**25**	**75**
b_{s}	mm	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
I_{F}	mm^3	0,13	0,13	0,28	0,28	0,28	0,77	0,27	0,27	0,27	0,29
E_{C} G_{C}	N/mm^2	**4**	**4**	**2**	**4**	**6**	**4**	**2**	**4**	**6**	**4**
K	N/mm^2	3,76	3,76	1,88	3,76	5,63	3,76	1,88	3,76	5,63	3,76
Soll f_1		1,4	1,4	1,1	1,2	1,1	0,7	0,9	0,9	1,0	1,2
Soll f_2		0,46	0,47	0,43	0,42	0,45	0,34	0,41	0,38	0,33	0,46
n_1	–	0,26	0,26	0,56	0,56	0,56	1,53	1,09	1,09	1,09	0,38
n_2	–	0,41	0,41	0,70	0,88	1,00	2,38	1,35	1,70	1,94	0,59
f_1	–	**1,37**	**1,37**	**1,21**	**1,21**	**1,21**	**0,72**	**0,94**	**0,94**	**0,94**	**1,31**
f_2	–	**0,47**	**0,47**	**0,45**	**0,44**	**0,43**	**0,33**	**0,4**	**0,38**	**0,36**	**0,46**
m	–	**–0,71**	**–0,70**	**–0,62**	**–0,72**	**–0,74**	**–0,77**	**–0,67**	**–0,67**	**–0,70**	**–0,73**
n	–	**1,03**	**1,04**	**0,94**	**1,02**	**1,12**	**1,19**	**1,00**	**0,98**	**1,01**	**1,05**

Deckschicht eben



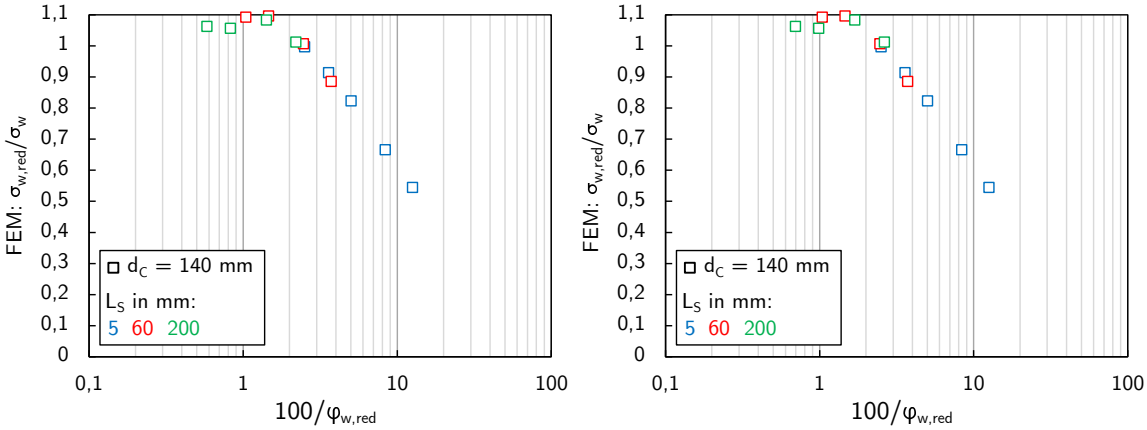
(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

Bild C.1: Interaktion Wand; Deckschicht eben, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,03\,\mathrm{mm}$, $\sigma_w = 114\,\mathrm{N/mm^2}$ für alle Dicken



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$) (b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

Bild C.2: Interaktion Wand; Deckschicht eben, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_w = 93\,\mathrm{N/mm^2}$ für alle Dicken

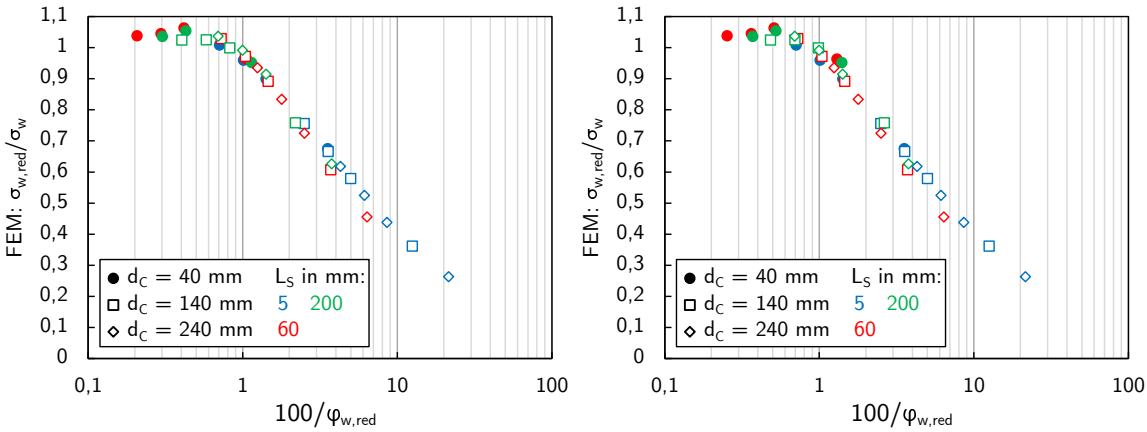


(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

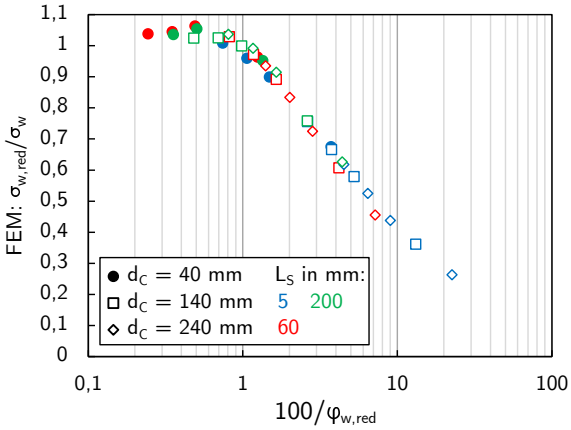
Bild C.3: Interaktion Wand; Deckschicht eben, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,3\,\mathrm{mm}$, $\sigma_w = 78\,\mathrm{N/mm^2}$

Deckschicht liniert, $a_v = 1,0$ mm, $b_p = 50$ mm



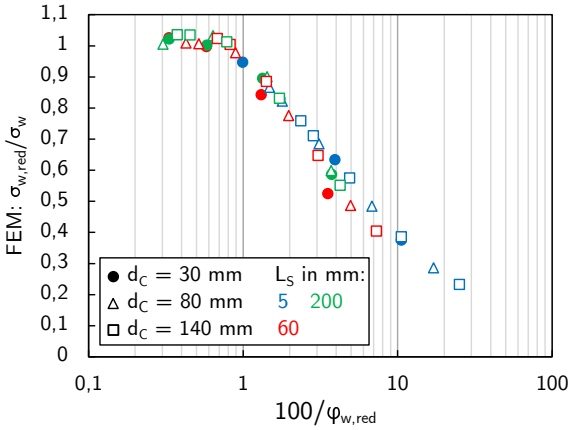
(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

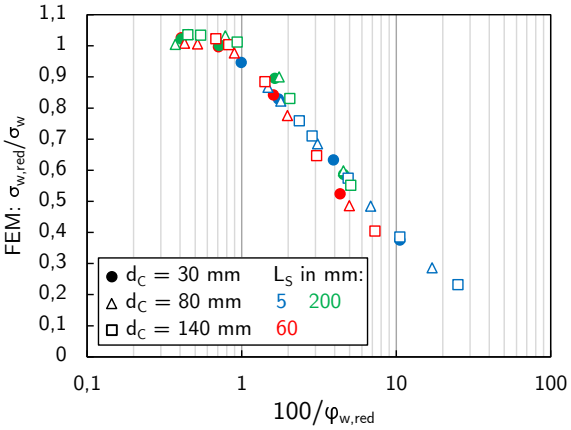


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,37,\ f_2 = 0,47$)

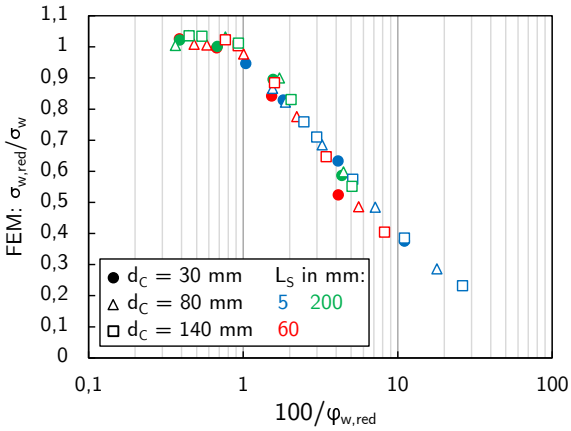
Bild C.4: Interaktion **Wand**; Deckschicht liniert, $a_v = 1,0\,\mathrm{mm}$, $b_p = 50\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_w = 141\,\mathrm{N/mm^2}$ für alle Dicken



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)



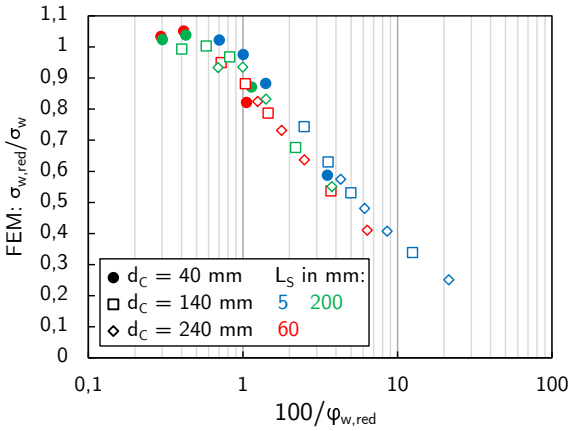
(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)



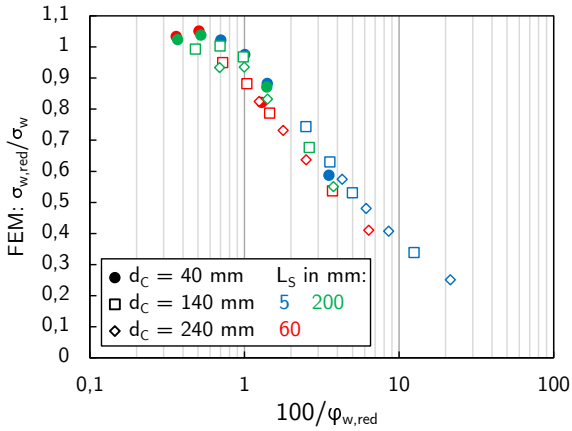
(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,37,\ f_2 = 0,47$)

Bild C.5: Interaktion **Dach**; Deckschicht liniert, $a_v = 1,0\,\text{mm}$, $b_p = 50\,\text{mm}$, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\text{N/mm}^2$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\text{mm}$, $\sigma_w = 141\,\text{N/mm}^2$ für alle Dicken

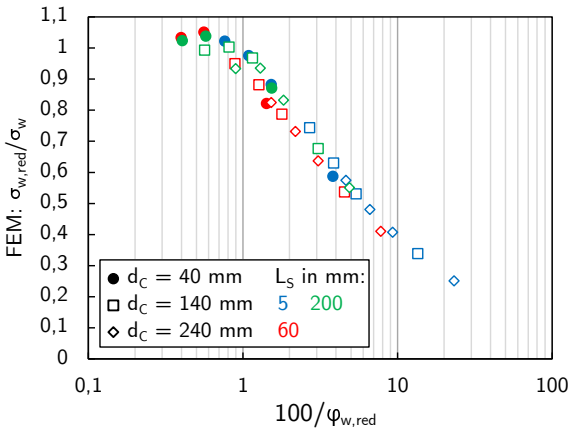
Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm, $b_\mathrm{p} = 50$ mm



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

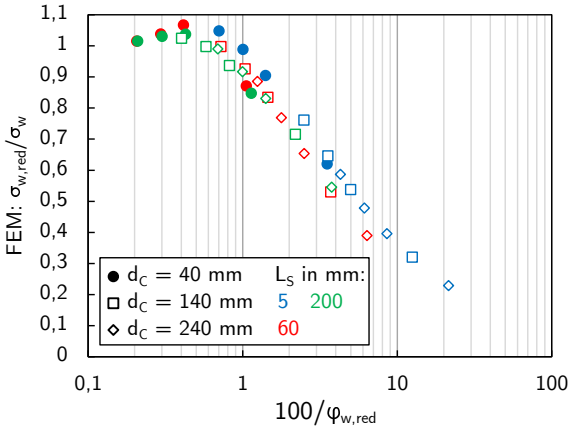


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

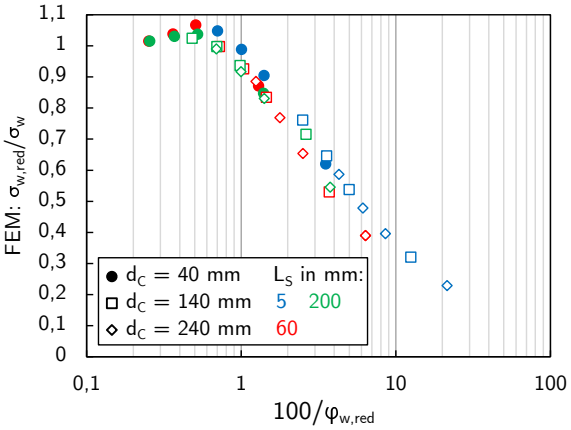


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,21,\ f_2 = 0,45$)

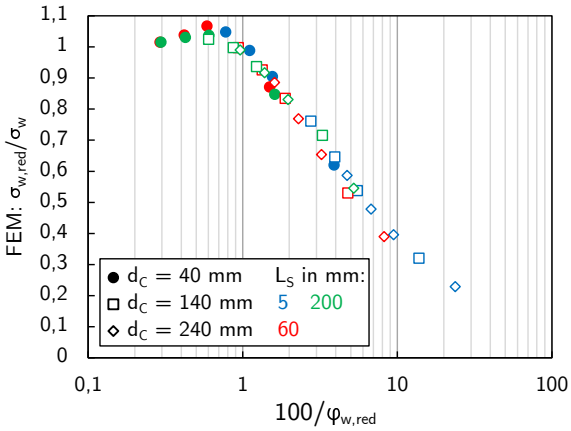
Bild C.6: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 50\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 2\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_\mathrm{w} = 145\,\mathrm{N/mm^2}$ für alle Dicken



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

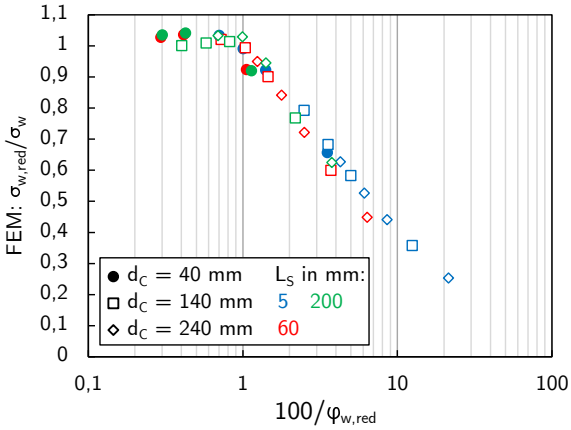


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

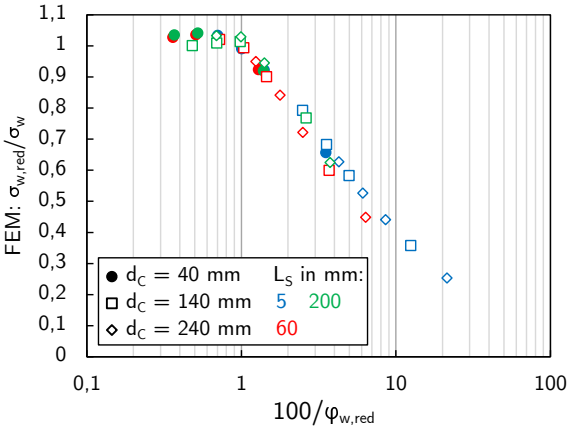


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,21,\ f_2 = 0,44$)

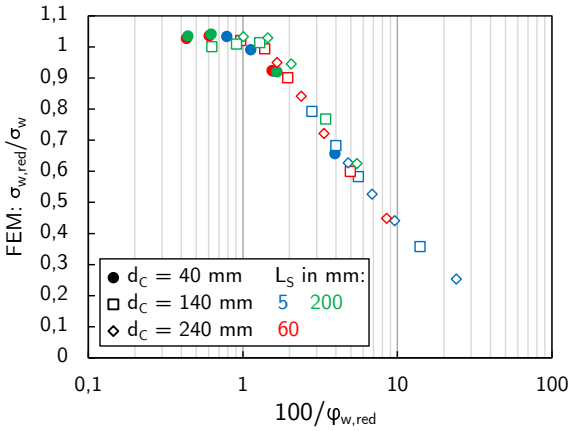
Bild C.7: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 50\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_\mathrm{w} = 179\,\mathrm{N/mm^2}$ für alle Dicken



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)



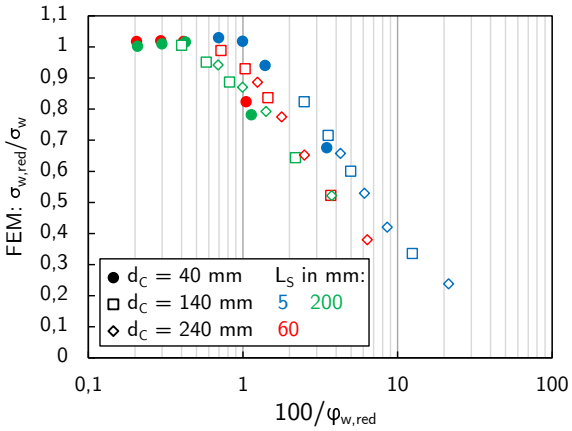
(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)



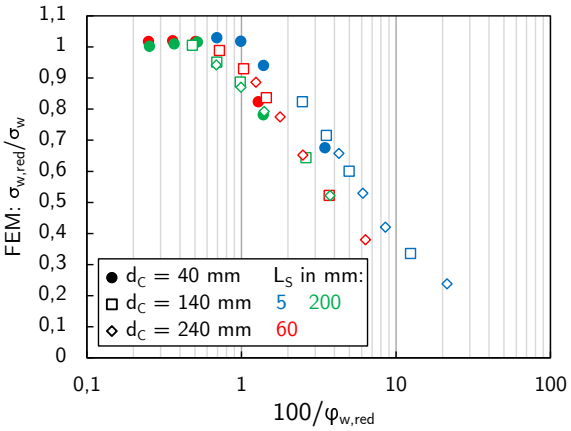
(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,21,\ f_2 = 0,43$)

Bild C.8: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 50\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 6\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_\mathrm{w} = 194\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} = 40$ mm, $\sigma_\mathrm{w} = 188\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} \geq 140$ mm

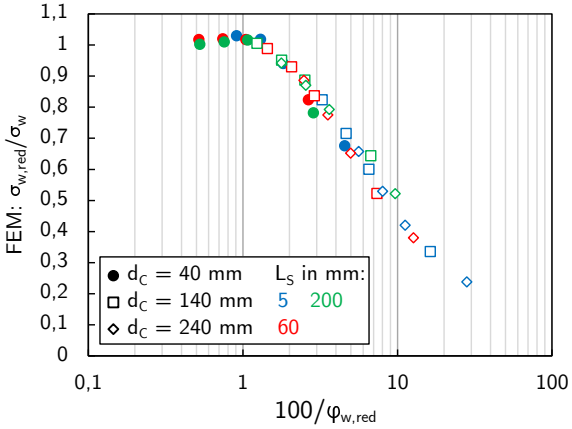
Deckschicht liniert, $a_v = 2,5$ mm, $b_p = 50$ mm



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5$, $f_2 = 0,5$)



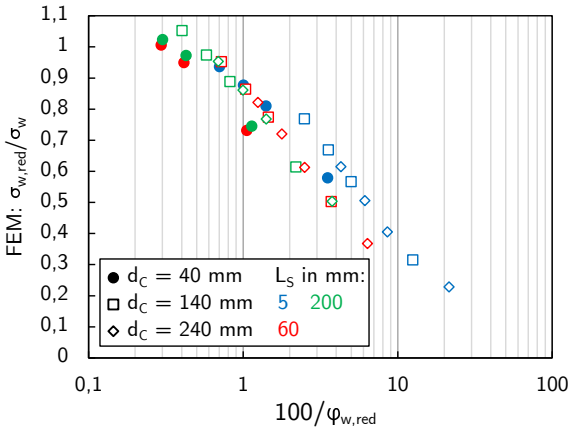
(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0$, $f_2 = 0,5$)



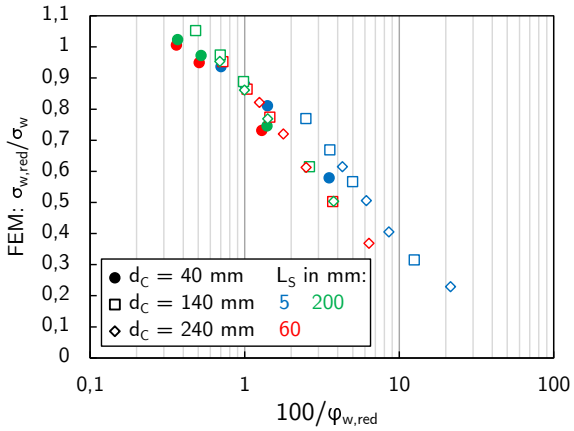
(c) Modifikation 2 ($f_1 = 0,72$, $f_2 = 0,33$)

Bild C.9: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_v = 2,5$ mm, $b_p = 50$ mm, Kern homogen, $E_C = G_C = 4$ N/mm^2, Imperfektion $e_0 = 0,15$ mm, $\sigma_w = 210$ N/mm^2 für alle Dicken

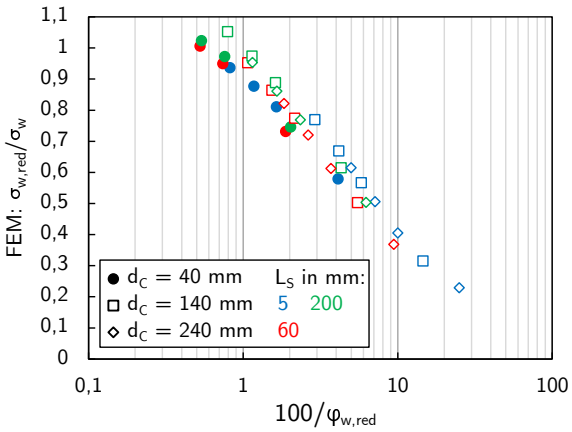
Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5$ mm, $b_\mathrm{p} = 25$ mm



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

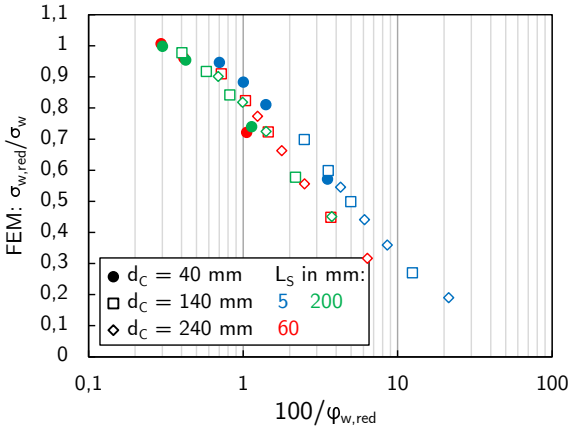


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

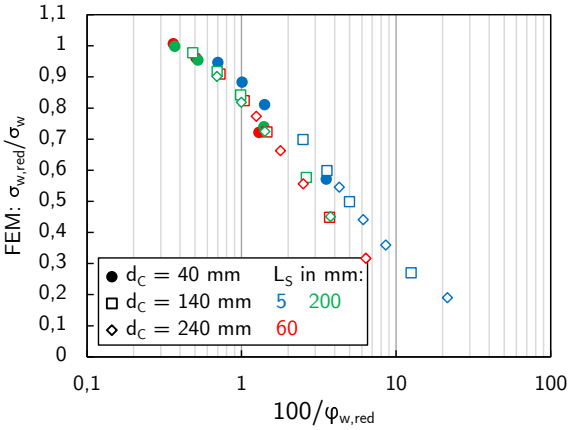


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 0,94,\ f_2 = 0,40$)

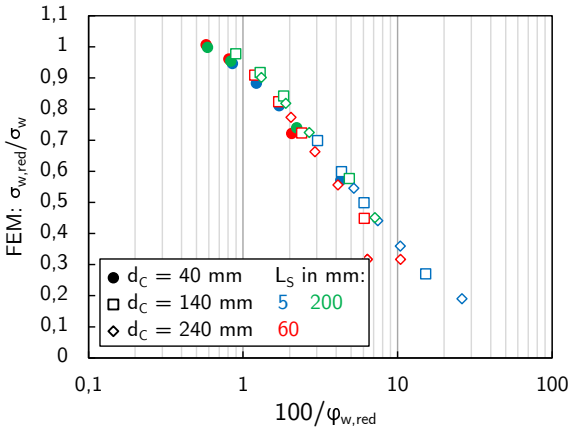
Bild C.10: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 25\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 2\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_\mathrm{w} = 185\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} = 40$ mm, $\sigma_\mathrm{w} = 168\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} \geq 140$ mm



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5$, $f_2 = 0,5$)

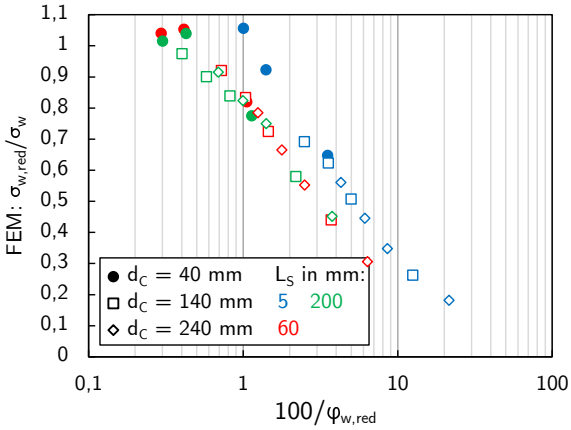


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0$, $f_2 = 0,5$)

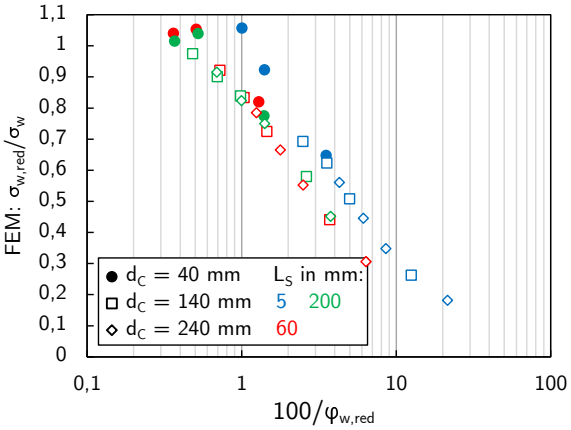


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 0,94$, $f_2 = 0,38$)

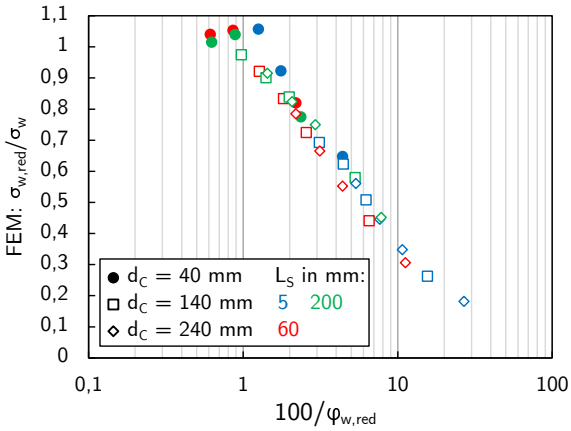
Bild C.11: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 25\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_\mathrm{w} = 244\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} = 40$ mm, $\sigma_\mathrm{w} = 240\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} \geq 140$ mm



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)



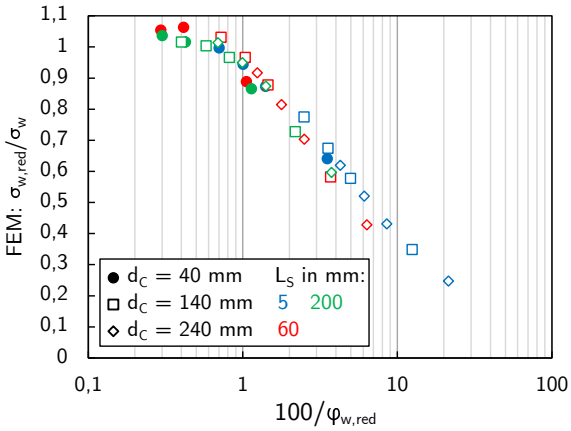
(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)



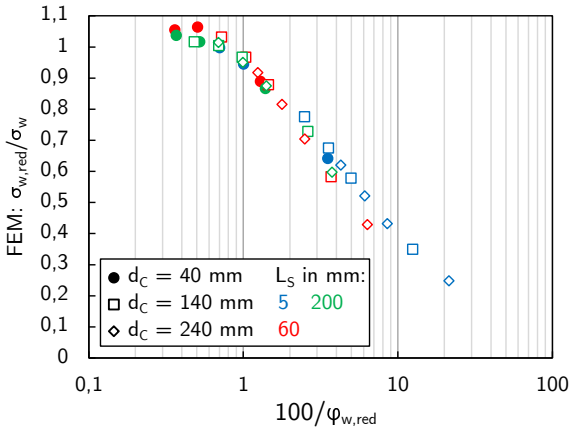
(c) Modifikation 2 ($f_1 = 0,94,\ f_2 = 0,36$)

Bild C.12: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_\mathrm{v} = 1,5\,\mathrm{mm}$, $b_\mathrm{p} = 25\,\mathrm{mm}$, Kern homogen, $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 6\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15\,\mathrm{mm}$, $\sigma_\mathrm{w} = 252\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} = 40$ mm, $\sigma_\mathrm{w} = 270\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_\mathrm{C} \geq 140$ mm

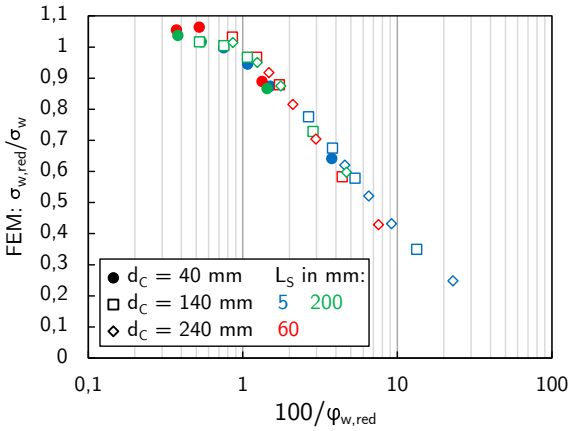
Deckschicht liniert ($a_v/b_p = 1,5/75$ mm oben); mikroliniert (unten)



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

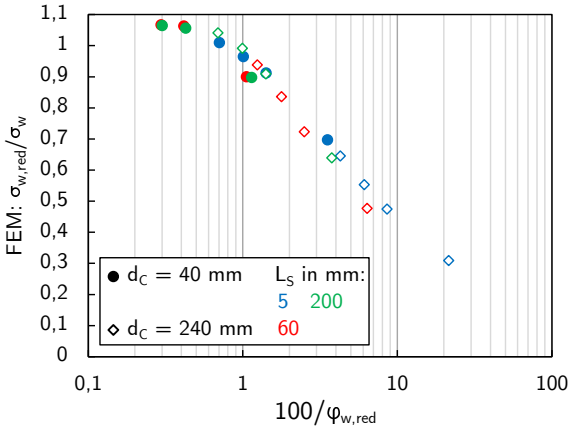


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

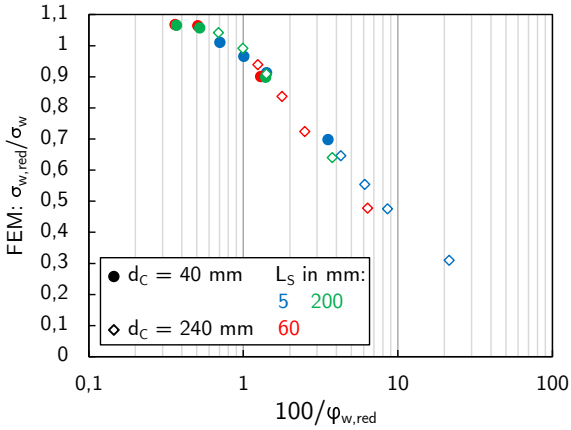


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,31,\ f_2 = 0,46$)

Bild C.13: Interaktion Wand; Deckschicht liniert, $a_v = 1,5$ mm, $b_p = 75$ mm, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15$ mm, $\sigma_w = 161\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_C = 40$ mm, $\sigma_w = 156\,\mathrm{N/mm^2}$ für $d_C \geq 140$ mm



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)



(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

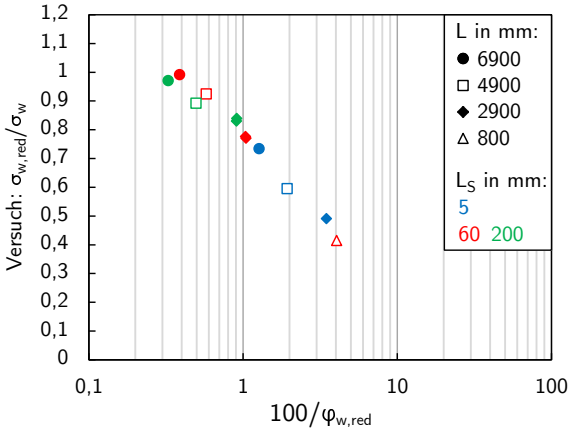
Bild C.14: Interaktion Wand; Deckschicht mikroliniert, $a_v = 1,0$ mm, $b_s = 5$ mm, Kern homogen, $E_C = G_C = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15$ mm, $\sigma_w = 163\,\mathrm{N/mm^2}$ für alle Dicken

C.2 Interaktion – Bauteilversuche

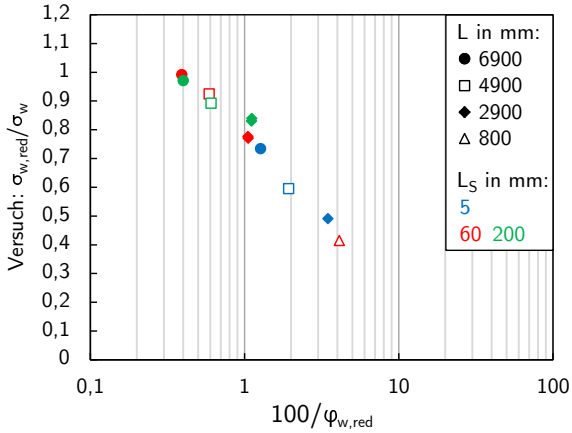
Nachfolgend ist die in Kap. 8 vorgestellte Interaktion für die Ergebnisse der Bauteilversuche dargestellt. Kennwerte und Parameter, die nicht explizit aufgeführt sind, können Kap. 4 bzw. Anhang A entnommen werden.

Tabelle C.2: Tabellarische Darstellung der Funktionswerte f_1 und f_2 nach Gl. (8.4a) f. sowie die zugrunde liegenden Parameter für die Variante 2-Modifikation an den Bauteilversuchen. Da in den Versuchen $E_{\mathrm{C,x}} > 3\,E_{\mathrm{C}}$ vorlag, wird K vereinfacht nach Gl. (3.10) bestimmt. Die Interaktionsparameter m und n wurden exemplarisch anhand von zwei Versuchsergebnissen ($L_{\mathrm{S}} = 60$ mm) nach Gl. (8.1b) f. berechnet (AW1/AW2: $L = 0,8$ und 2,9 m, AW3/AW4: $L = 1,1$ und 4,9 m, BW1: $L = 2,9$ und 5,9 m, AD1: $L = 2,9$ und 4,9 m)

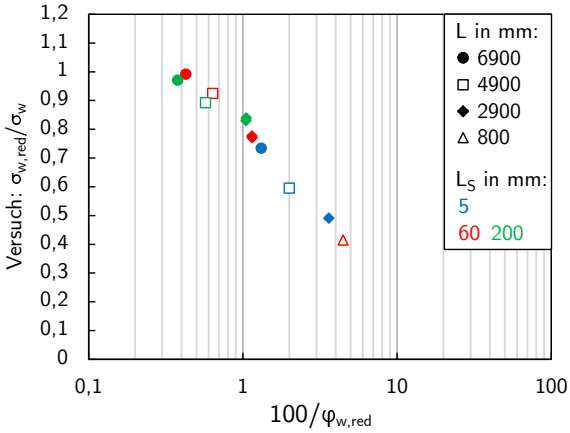
		AW1	AW2	AW3	AW4	AD1	BW1
t	mm	0,47	0,47	0,47	0,47	0,49	0,49
a_{v}	mm	1,0	–	1,2	–	1,1	1,5
b_{p}	mm	53	–	53	–	51	48
b_{s}	mm	4,7	–	4,5	–	4,3	3,8
I_{F}	mm^3	0,12	0,01	0,17	0,01	0,15	0,27
E_{C}	N/mm^2	3,0	2,8	4,0	3,7	3,0	3,6
G_{C}	N/mm^2	3,9	3,6	3,9	3,5	3,9	3,8
K	N/mm^2	3,2	3,0	3,7	3,4	3,2	3,5
n_1	–	0,23	0	0,32	0	0,30	0,57
n_2	–	0,34	0	0,5	0	0,44	0,87
f_1	–	**1,38**	**1,5**	**1,34**	**1,5**	**1,35**	**1,21**
f_2	–	**0,48**	**0,5**	**0,46**	**0,5**	**0,47**	**0,44**
m	–	**–0,61**	**–0,58**	**–0,79**	**–0,71**	**–0,57**	**–0,69**
n	–	**0,81**	**0,78**	**0,97**	**0,92**	**0,73**	**0,97**



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

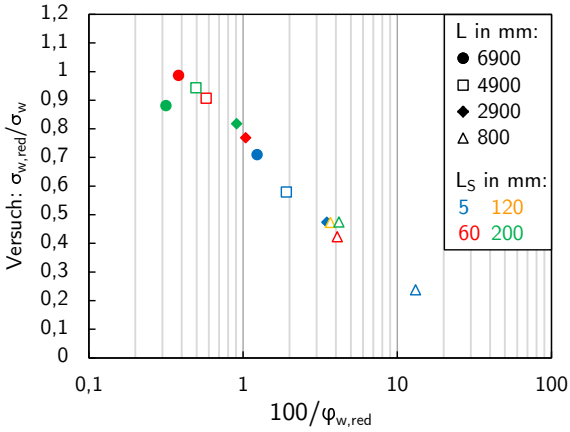


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

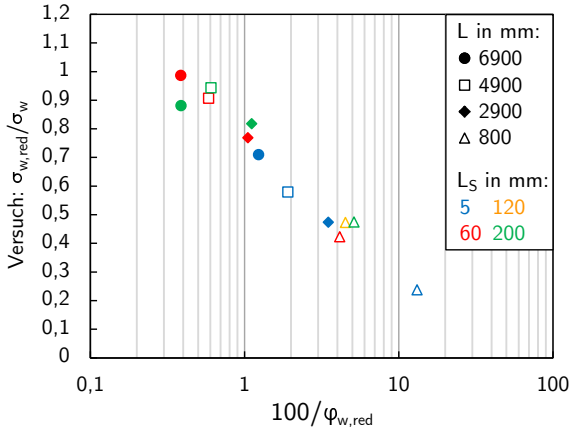


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,38,\ f_2 = 0,48$)

Bild C.15: Interaktion Wand **AW1**; Deckschicht liniert, $d_C = 60$ mm, $\sigma_w = 185\,\mathrm{N/mm^2}$

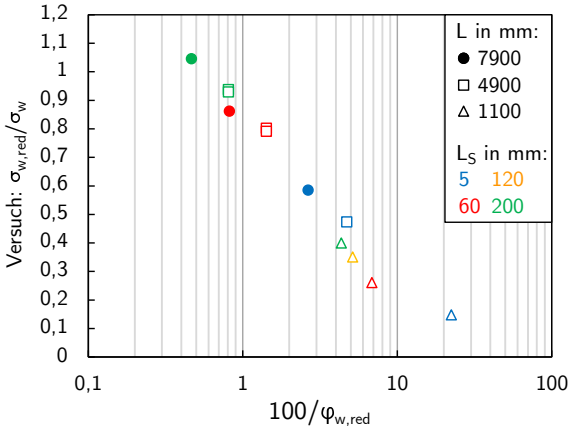


(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

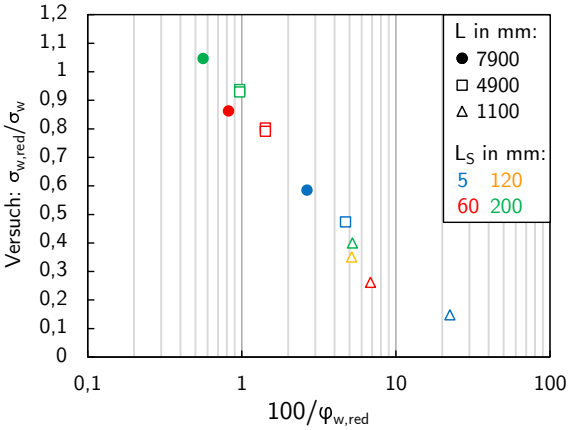


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

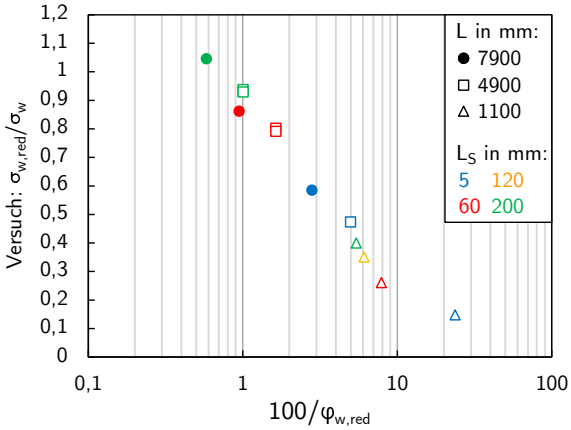
Bild C.16: Interaktion Wand **AW2**; Deckschicht eben, $d_C = 60$ mm, $\sigma_w = 168\,\mathrm{N/mm^2}$



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

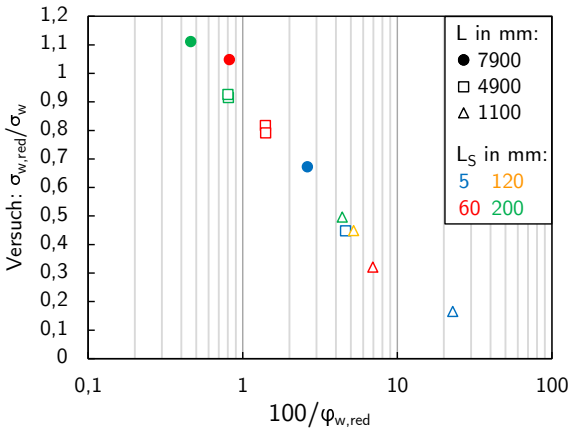


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

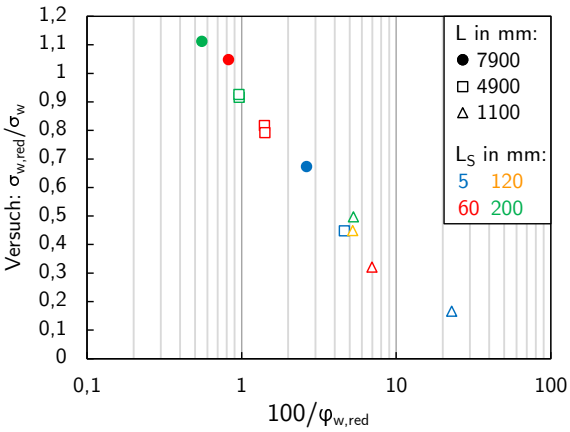


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,34,\ f_2 = 0,46$)

Bild C.17: Interaktion Wand **AW3**; Deckschicht liniert, $d_C = 140$ mm, $\sigma_w = 180\,\mathrm{N/mm^2}$

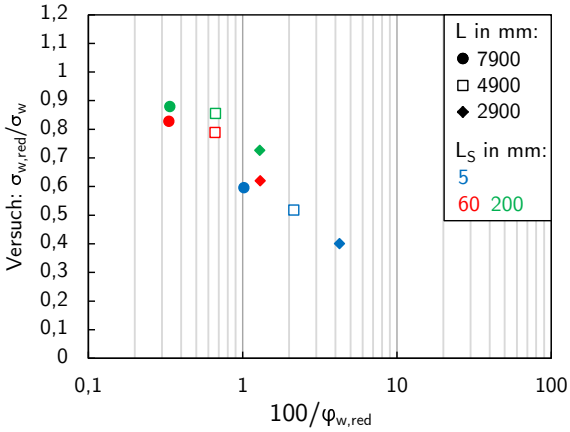


(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

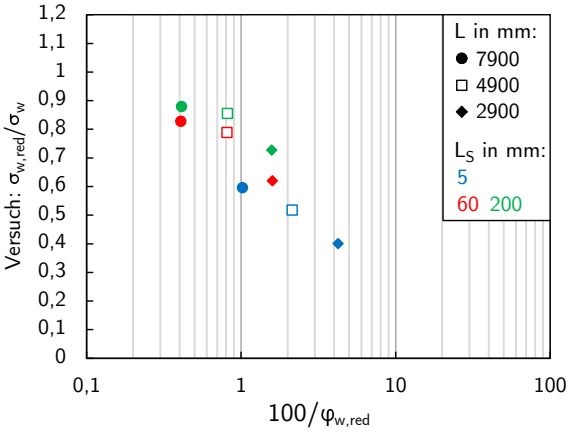


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

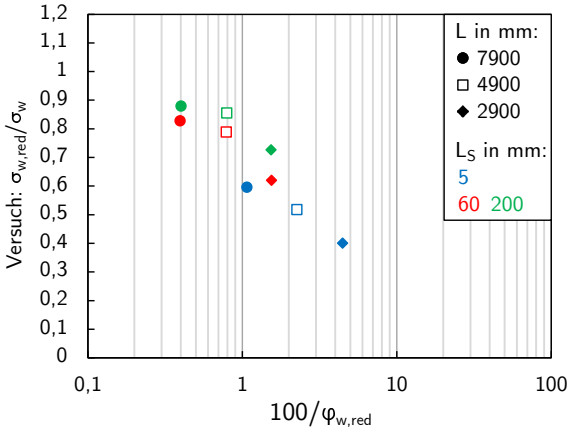
Bild C.18: Interaktion Wand **AW4**; Deckschicht eben, $d_C = 140$ mm, $\sigma_w = 145\,\mathrm{N/mm^2}$



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)

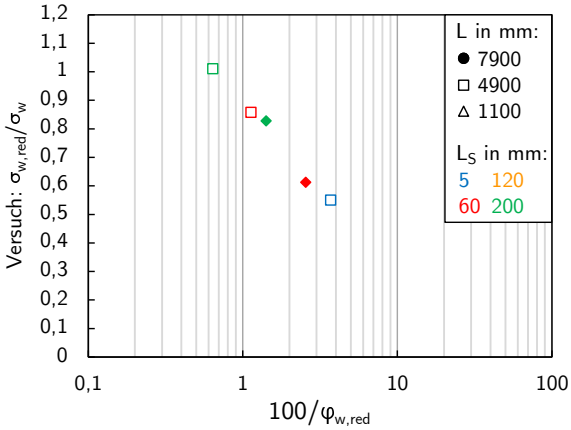


(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)

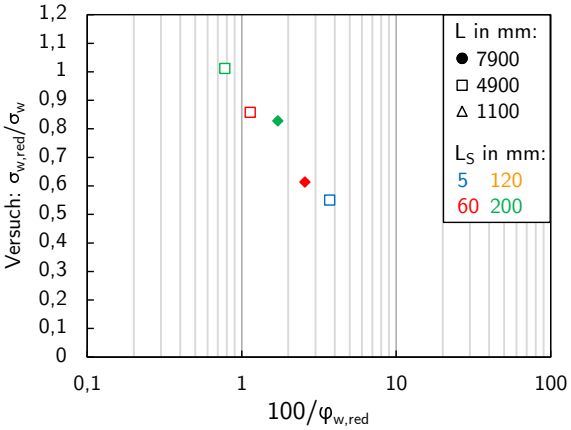


(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,35,\ f_2 = 0,47$)

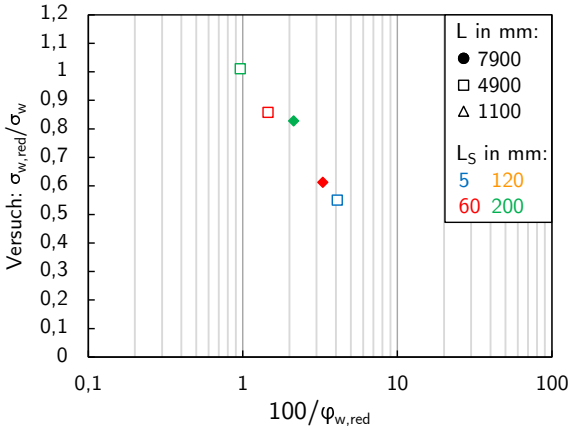
Bild C.19: Interaktion Dach **AD1**; Deckschicht liniert, $d_C = 40$ mm, $\sigma_w = 183\,\mathrm{N/mm^2}$



(a) Ohne Modifikation ($f_1 = 1,5,\ f_2 = 0,5$)



(b) Modifikation 1 ($f_1 = 1,0,\ f_2 = 0,5$)



(c) Modifikation 2 ($f_1 = 1,21,\ f_2 = 0,44$)

Bild C.20: Interaktion Wand **BW1**; Deckschicht liniert, $d_C = 140$ mm, $\sigma_w = 166\,\mathrm{N/mm^2}$

C.3 Interaktion – Ersatzträgerlängen

Tabelle C.3: Berechnung der Ersatzträgerlängen nach Gl. (8.5c) für konstante und variable Bezugswerte X_{V1} und X_{V2}

	X konst.				L_{ET} angepasst, X variabel			
d, e	X_{V1}	X_{V2}	$L_{ET,V1}$	$L_{ET,V2}$	X_{V1}	X_{V2}	$L_{ET,V1}$	$L_{ET,V2}$
mm	–	–	m	m	–	–	m	m
30	1,2	3	1,8	0,7	1,1	2,2	**2,0**	**1,0**
40	1,2	3	2,1	0,8	1,3	2,5	**2,0**	**1,0**
50	1,2	3	2,4	0,9	1,4	2,8	**2,0**	**1,0**
60	1,2	3	2,6	1,0	1,0	2,1	**3,0**	**1,5**
70	1,2	3	3,0	1,2	1,2	2,4	**3,0**	**1,5**
80	1,2	3	3,4	1,4	1,4	2,8	**3,0**	**1,5**
90	1,2	3	3,9	1,5	1,2	3,1	**4,0**	**1,5**
100	1,2	3	4,3	1,7	1,3	3,4	**4,0**	**1,5**
110	1,2	3	4,7	1,9	1,1	2,8	**5,0**	**2,0**
120	1,2	3	5,2	2,1	1,2	3,1	**5,0**	**2,0**
130	1,2	3	5,6	2,2	1,3	3,4	**5,0**	**2,0**
140	1,2	3	6,0	2,4	1,2	2,9	**6,0**	**2,5**
150	1,2	3	6,5	2,6	1,3	3,1	**6,0**	**2,5**
160	1,2	3	6,9	2,8	1,2	2,8	**7,0**	**3,0**
170	1,2	3	7,3	2,9	1,3	2,9	**7,0**	**3,0**
180	1,2	3	7,7	3,1	1,3	3,1	**7,0**	**3,0**
190	1,2	3	8,2	3,3	1,3	2,8	**7,5**	**3,5**
200	1,2	3	8,6	3,4	1,4	3,0	**7,5**	**3,5**
210	1,2	3	9,0	3,6	1,4	3,1	**7,5**	**3,5**
220	1,2	3	9,5	3,8	1,4	2,8	**8,0**	**4,0**
230	1,2	3	9,9	4,0	1,5	3,0	**8,0**	**4,0**
240	1,2	3	10,3	4,1	1,5	3,1	**8,0**	**4,0**
250	1,2	3	10,8	4,3	1,6	3,2	**8,0**	**4,0**
260	1,2	3	11,2	4,5	1,7	3,4	**8,0**	**4,0**
270	1,2	3	11,6	4,6	1,7	3,5	**8,0**	**4,0**
280	1,2	3	12,0	4,8	1,8	3,6	**8,0**	**4,0**
290	1,2	3	12,5	5,0	1,9	3,7	**8,0**	**4,0**
300	1,2	3	12,9	5,2	1,9	3,9	**8,0**	**4,0**

C.4 Interaktion – Einfluss globaler Parameter auf den Interaktionsverlauf

Im Folgenden wird der Einfluss globaler Parameter auf den Interaktionsverlauf anhand ausgewählter Beispiele dargestellt. Sofern nicht anders angegeben, gilt für die nachfolgenden Abbildungen:

- $E_\mathrm{C} = G_\mathrm{C} = 4\,\mathrm{N/mm^2}$, $f_\mathrm{C} = f_\mathrm{Cv} = 0,12\,\mathrm{N/mm^2}$, Kern homogen
- Deckschicht eben, $t_\mathrm{F} = 0,5$ mm, $f_\mathrm{y} = 350\,\mathrm{N/mm^2}$, Imperfektion $e_0 = 0,15$ mm
- f_1, f_2 nach Gl. (8.4a) f.
- Bezugswerte σ_w siehe Kap. 6.3 bzw. Anhang C.1, sofern nicht direkt im Bild angegeben

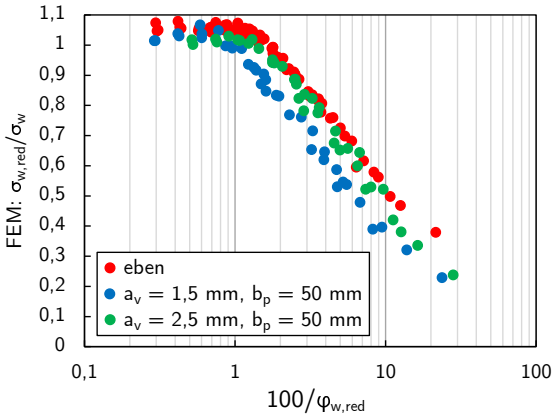


Bild C.21: Deckschichtgeometrie

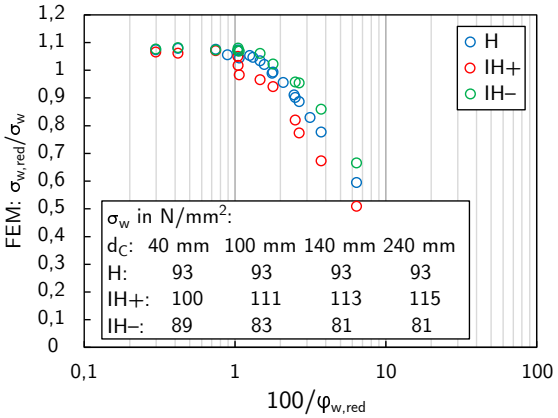


Bild C.22: Kerninhomogenität

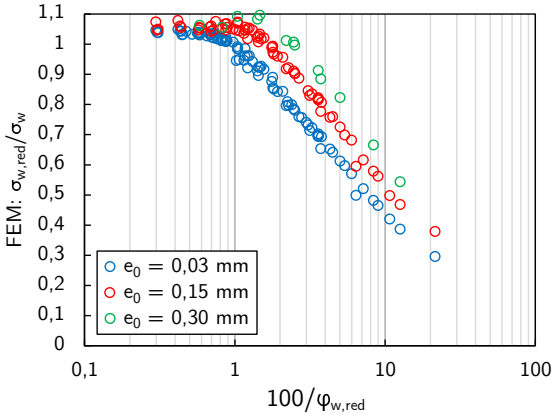


Bild C.23: Imperfektion

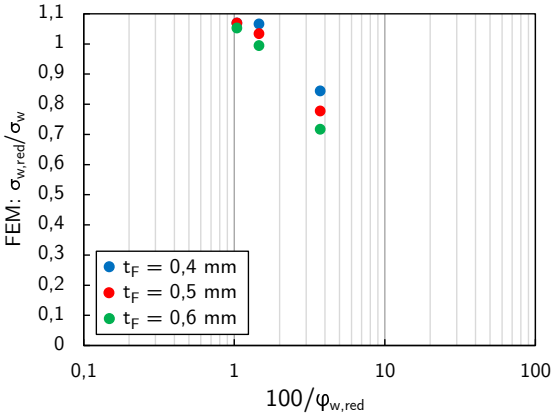


Bild C.24: Blechdicke

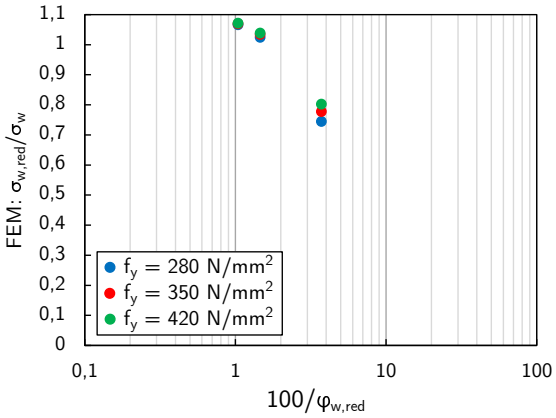


Bild C.25: Deckschicht f_y

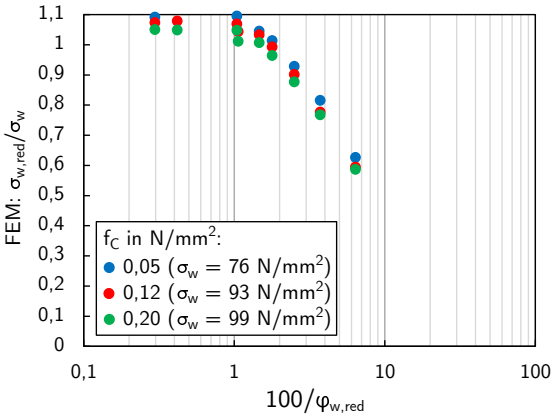


Bild C.26: Kernfestigkeit f_C

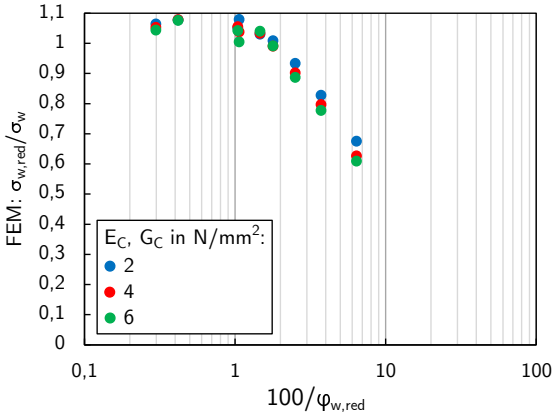


Bild C.27: Kernmoduln E_C und G_C, ebene Deckschicht

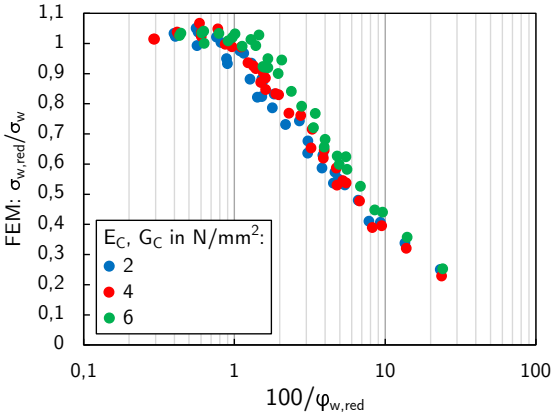


Bild C.28: Kernmoduln E_C und G_C, liniert $a_\mathrm{v}/b_\mathrm{p} = 1,5/50$ mm