



54

Dominik Hiesch

**Bemessung von Betonfertigteilen  
mit vorgespannter Bewehrung aus  
Faserverbundkunststoff**

Entwicklung eines Bemessungskonzeptes  
unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher  
Bauteilverformungen



# **Bemessung von Betonfertigteilen mit vorgespannter Bewehrung aus Faserverbundkunststoff**

Entwicklung eines Bemessungskonzeptes unter  
Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Bauteilverformungen

Vom Fachbereich Bau- und Umweltingenieurwissenschaften  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

DISSERTATION

von

**Dominik Hiesch M.Sc.**

aus  
Siegen

**D17**

**Darmstadt 2023**

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Jörg Lange
Tag der Einreichung:	13. Januar 2023
Tag der mündlichen Prüfung:	13. März 2023

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Anschrift:

Technische Universität Darmstadt  
Institut für Massivbau  
Franziska-Braun-Straße 3  
64287 Darmstadt

Hiesch, Dominik:

Bemessung von Betonfertigteilen mit vorgespannter Bewehrung aus Faserverbundkunststoff – Entwicklung eines Bemessungskonzeptes unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Bauteilverformungen

Dissertationsreihe des Instituts für Massivbau, Technische Universität Darmstadt; Heft 54

Online veröffentlicht bei TUprints

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUprints: 2023

Tag der mündlichen Prüfung: 13. März 2023

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-234081

URI: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/23408>

Veröffentlicht unter CC BY-NC-SA 4.0 International - Creative Commons, Namensnennung, Nicht-kommerziell, Weitergabe unter gleichen Bedingungen  
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>)

Dominik Hiesch M.Sc.

Geboren 1994 in Siegen. Von 2013 bis 2018 Studium des Bauingenieurwesens an der Technischen Universität Darmstadt (Master of Science). Von 2018 bis 2019 als Projektingenieur in einem Darmstädter Ingenieurbüro tätig. Von 2019 bis 2022 wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner am Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt. In dieser Zeit auch als freiberuflich selbstständig tätiger Ingenieur aktiv.



## VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt.

Besonderer Dank gebührt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner für das mir entgegengebrachte Vertrauen, die wertvollen fachlichen Diskussionen und Ratschläge sowie die zahlreichen Möglichkeiten, die er mir im Rahmen meiner Institutstätigkeit eröffnet hat.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Lange möchte ich herzlich für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Korreferates danken.

Für die kritische und sorgfältige Durchsicht der Entwurfsfassung dieser Arbeit sowie die zahlreichen wissenschaftlichen Diskussionen und wertvollen Anregungen bedanke ich mich sehr herzlich bei Herrn Dr.-Ing. Tilo Proske, Herrn Dr.-Ing. Redouan El Ghadioui, Frau Dr.-Ing. Larissa Krieger, Herrn Dr.-Ing. Maximilian Brinkmann, Herrn Lukas Bujotzek, M.Sc. und Herrn Jonas Klein, M.Sc.

Danken möchte ich zudem den Mitarbeitern des Forschungs- und Prüflabors des Instituts für Massivbau, ohne deren Unterstützung und Erfahrung die experimentellen Untersuchungen nicht möglich gewesen wären, sowie allen Studierenden, die mich im Rahmen ihrer Abschlussarbeiten bei der Forschung unterstützt haben.

Allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Massivbau danke ich für den freundschaftlichen und hilfsbereiten Umgang und das angenehme Miteinander. Die vielen gemeinsamen Aktivitäten und Erlebnisse sowie die spannenden Diskussionen werden mir in guter Erinnerung bleiben.

Von Herzen danke ich meinen Eltern Margarethe und Werner für ihren immer vorhandenen Rückhalt und ihre Unterstützung, welche mir den Weg zum erfolgreichen Abschluss meines Studiums und meiner Promotion erst eröffnet haben. Der größte Dank gilt meiner Partnerin Vanessa für ihr großes Verständnis, ihre endlose Geduld und ihr Vertrauen in mich und das Gelingen dieser Arbeit.

Darmstadt, März 2023

Dominik Hiesch



## **ZUSAMMENFASSUNG**

Vor dem Hintergrund des ressourcenschonenden und dauerhaften Bauens stellen Bewehrungen aus Faserverbundkunststoffen (FVK) aufgrund ihrer großen Zugfestigkeit und ausgeprägten Korrosionsresistenz eine Alternative gegenüber Betonstahl dar. Aufgrund der im Allgemeinen geringeren Steifigkeit und der Sprödhheit der FVK-Bewehrung wird die Bemessung dabei maßgeblich durch das Verformungsverhalten der Bauteile beeinflusst, da unter Gebrauchslasten größere Verformungen auftreten und bei Erreichen der Traglast die Gefahr eines unangekündigten Versagens bestehen kann. In diesem Kontext stellen das Vorspannen der FVK-Bewehrung sowie der explizite Nachweis der Bauteilverformungen in beiden Grenzzuständen vielversprechende Lösungsansätze dar.

In der vorliegenden Arbeit werden theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter Kurzzeit- und statischer Dauerbeanspruchung präsentiert. Auf Grundlage dessen wird ein nichtlineares Berechnungsmodell zur Ermittlung der wirklichkeitsnahen Bauteilverformungen hergeleitet und mithilfe einer umfangreichen Versuchsdatenbank validiert. Zudem wird ein Nachweiskonzept der Bauteilverformungen vorgestellt, welches neben der Verformungsbegrenzung unter Gebrauchslasten ebenfalls den Nachweis einer Mindestverformung im Grenzzustand der Tragfähigkeit vorsieht, um eine ausreichende Versagensvorankündigung sicherzustellen. Abschließend wird auf Grundlage aller Ergebnisse ein anwendungsorientiertes Bemessungskonzept entwickelt, welches eine zuverlässige Bemessung von Betonfertigteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung ermöglicht.

## **ABSTRACT**

By trying to design resource-efficient and durable structural concrete members, the use of reinforcements made of fibre-reinforced plastics (FRP) represents an alternative to reinforcing steel due to their high tensile strength and corrosion resistance. Due to the generally lower stiffness and the brittleness of the FRP reinforcement, the design is significantly influenced by the deformation behaviour, as greater deformations occur under service loads and it is possible that an unannounced failure occurs when the ultimate load is reached. In this context, the prestressing of the FRP reinforcement and the explicit verification of the member deflections in both limit states represent promising approaches.

In this dissertation, theoretical and experimental investigations of the load-bearing and deformation behaviour of structural concrete members with prestressed FRP reinforcement are presented and a non-linear calculation model for determining the realistic deflections is derived and validated with an extensive test database. Furthermore, a new design approach considering the deflections is presented. In addition to limiting the deflections under service loads, a minimum deflection in the ultimate limit state has to be guaranteed in order to ensure sufficient advance notice of failure. Finally, a design concept is developed on the basis of all previous results, which enables a reliable design of pre-tensioned concrete members with prestressed FRP reinforcement.



## INHALTSVERZEICHNIS

<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>I</b>
<b>Formelzeichen und Variablen.....</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation .....	1
1.2 Zielsetzung .....	3
1.3 Struktur und Vorgehensweise der Arbeit .....	3
<b>2 Materialeigenschaften und Verbundverhalten von Beton und Bewehrung .....</b>	<b>6</b>
2.1 Einführung .....	6
2.2 Beton.....	6
2.2.1 Allgemeines .....	6
2.2.2 Druckfestigkeit .....	7
2.2.3 Elastizitätsmodul .....	9
2.2.4 Zugfestigkeit.....	10
2.2.5 Zeitliche Entwicklung der Materialeigenschaften.....	12
2.2.6 Kriechen und Schwinden.....	13
2.3 Betonstahl und Spannstahl .....	18
2.4 Faserverbundkunststoffbewehrung.....	20
2.4.1 Allgemeines .....	20
2.4.2 Fasern.....	21
2.4.3 Kunststoffmatrices .....	24
2.4.4 FVK-Bewehrungen.....	26
2.5 Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrung .....	33
<b>3 Grundlagen zum Trag- und Verformungsverhalten vorgespannter Betonbauteile .....</b>	<b>37</b>
3.1 Allgemeines .....	37
3.2 Grundprinzip der Vorspannung von Betonbauteilen.....	37
3.3 Arten der Vorspannung .....	39
3.3.1 Überblick .....	39
3.3.2 Vorspannung mit sofortigem Verbund .....	41
3.3.3 Vorspanngrad.....	46
3.4 Spannkraftverluste .....	48
3.4.1 Allgemeines .....	48
3.4.2 Sofortige Spannkraftverluste .....	49
3.4.3 Zeitabhängige Spannkraftverluste .....	50

3.5	Rechenwerte der Vorspannkraft .....	53
3.5.1	Allgemeines .....	53
3.5.2	Mittelwert der Vorspannkraft .....	53
3.5.3	Charakteristischer Wert der Vorspannkraft .....	55
3.5.4	Bemessungswert der Vorspannkraft .....	55
3.6	Grenzzustand der Tragfähigkeit .....	56
3.6.1	Biegung mit Normalkraft.....	56
3.6.2	Querkrafttragverhalten vorgespannter Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung .....	57
3.7	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit .....	60
3.7.1	Verformungsverhalten .....	60
3.7.2	Spannungsbegrenzungen .....	68
3.7.3	Bauliche Durchbildung und Verankerung .....	71
3.7.4	Rissbildung .....	74
3.8	Grundlagen der Tragwerkszuverlässigkeit .....	75
3.8.1	Allgemeines .....	75
3.8.2	Stochastische Modellierung von Zufallsvariablen.....	76
3.8.3	Zuverlässigkeitsanalyse mittels Monte-Carlo Simulation .....	78
<b>4</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen.....</b>	<b>81</b>
4.1	Allgemeines .....	81
4.2	Materialparameter der Faserverbundkunststoffbewehrung .....	81
4.2.1	Ermittlung der Materialparameter unter statischer Kurzzeitbeanspruchung ..	81
4.2.2	Ermittlung der Materialparameter unter statischer Dauerbeanspruchung .....	84
4.3	Verbundverhalten der FVK-Bewehrung .....	90
4.4	Bauteilversuche mit vorgespannter Faserverbundkunststoffbewehrung unter Kurzzeitbeanspruchung .....	95
4.4.1	Allgemeines .....	95
4.4.2	Versuchsprogramm, Messtechnik und Werkstoffkennwerte.....	95
4.4.3	Auswertung des Trag- und Verformungsverhaltens.....	100
4.4.4	Zusammenfassung der Ergebnisse.....	108
4.5	Bauteilversuche mit vorgespannter Faserverbundkunststoffbewehrung unter Dauerbeanspruchung .....	109
4.5.1	Allgemeines .....	109
4.5.2	Versuchsprogramm, Messtechnik und Werkstoffkennwerte.....	109
4.5.3	Auswertung des zeitabhängigen Verformungsverhaltens .....	113
4.5.4	Resttragfähigkeitsuntersuchungen .....	115
4.5.5	Zusammenfassung der Ergebnisse.....	120

---

<b>5</b>	<b>Material- und Tragverhalten von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung</b> .....	<b>121</b>
5.1	Allgemeines .....	121
5.2	Ermittlung der Relaxationsverluste der vorgespannten FVK-Bewehrung .....	121
5.2.1	Allgemeines .....	121
5.2.2	Berechnungsansatz nach Shi et al. (2017) .....	122
5.2.3	Validierung des Ansatzes nach Trost (1987) für FVK-Bewehrung .....	123
5.2.4	Vorhersage der Endrelaxationsrate $\psi(t_\infty)$ .....	125
5.3	Ermittlung der Spannkraftverluste.....	128
5.4	Ermittlung der Bemessungswerte der Materialparameter der FVK-Bewehrung	132
5.4.1	Allgemeines .....	132
5.4.2	Eingangsgrößen der Monte-Carlo-Simulation.....	132
5.4.3	Monte-Carlo-Simulation.....	135
5.5	Ermittlung der Tragfähigkeit für Biegung mit Längskraft .....	139
5.6	Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit .....	145
<b>6</b>	<b>Numerisches Modell zur Ermittlung wirklichkeitsnaher Bauteilverformungen ....</b> .....	<b>148</b>
6.1	Allgemeines .....	148
6.2	Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ...	149
6.3	Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung.....	153
6.3.1	Genaueres, iteratives Berechnungsmodell zur Ermittlung der Momenten- Krümmungs-Beziehung .....	153
6.3.2	Vereinfachtes Berechnungsmodell zur direkten Ermittlung der Momenten- Krümmungs-Beziehung .....	157
6.4	Ermittlung der Kurzzeitverformungen .....	160
6.5	Ermittlung der zeitabhängigen Verformungen .....	163
6.6	Validierung des Berechnungsmodells .....	170
6.6.1	Allgemeines .....	170
6.6.2	Versuche im Rahmen dieser Arbeit.....	170
6.6.3	Versuche aus der Literatur .....	180
<b>7</b>	<b>Bemessungskonzept für Betonfertigteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung</b>	<b>184</b>
7.1	Allgemeines .....	184
7.2	Parameterstudie .....	184
7.2.1	Randbedingungen und Vorgehensweise.....	184
7.2.2	Ergebnisse.....	192
7.3	Bemessungshilfsmittel und Anwendungsgrenzen .....	207
7.3.1	Nomogramme .....	207

7.3.2 Tabellen .....	210
7.3.3 Anwendungsgrenzen der Bemessungshilfsmittel .....	211
7.4 Anwendungsbeispiele .....	212
7.4.1 Allgemeines .....	212
7.4.2 Beispiel 1 – Allgemeine Bemessung .....	214
7.4.3 Beispiel 2 – Einsparpotential durch verschiedene Vorspanngrade.....	217
<b>8 Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>220</b>
8.1 Zusammenfassung .....	220
8.2 Ausblick.....	223
<b>9 Literaturverzeichnis.....</b>	<b>225</b>
<b>Anhang.....</b>	<b>242</b>



## FORMELZEICHEN UND VARIABLEN

Die Bezeichnung der Formelzeichen und Variablen erfolgt in Anlehnung an die Bemessungsnorm DIN EN 1992-1-1 (2011). Nicht aufgeführte Formelzeichen und Variablen sind von untergeordneter Bedeutung und werden im Text erwähnt.

### Große lateinische Buchstaben:

$A_c, A_{ci}$	Betonquerschnittsfläche (brutto, ideell)
$A_{c,eff}$	Fläche der wirksame Betonzugzone
$A_p$	Spanngliedfläche
$A_{p,erf}$	Erforderliche Spanngliedquerschnittsfläche im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$A_{p,vorh}$	Vorhandene Spanngliedquerschnittsfläche
$A_s$	Querschnittsfläche der schlaffen Bewehrung
$A_{spz}$	Spaltzugbewehrung
$C_{Rd,c}, C_{Rd,min}$	Empirische Beiwerte bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit
$D_{lower}$	Kleinerer Wert der Korngruppe des Größtkorndurchmessers
$E$	Elastizitätsmodul Einwirkung
$E_c$	Elastizitätsmodul des Betons
$E_{c,eff}$	Effektives Elastizitätsmodul des Betons
$E_{ci}$	Elastizitätsmodul des Beton im Ursprung (Tangentenmodul)
$E_{cm}$	Mittlerer Elastizitätsmodul des Betons (Sekantenmodul)
$E_f$	Elastizitätsmodul der Fasern
$E_m$	Elastizitätsmodul der Kunststoffmatrix
$E_p$	Elastizitätsmodul der Spannstahlbewehrung Elastizitätsmodul der (vorgespannten) FVK-Bewehrung
$E_s$	Elastizitätsmodul der Betonstahlbewehrung
$E_A$	Dehnsteifigkeit
$EI$	Biegesteifigkeit
$EI_I, EI_{II}$	Biegesteifigkeit des Betonbauteils im Zustand I bzw. II
$F$	Äußere Einwirkung Kumulierte Verteilungsfunktion
$F_c$	Betondruckkraft
$F_{cd}$	Bemessungswert der Betondruckkraft

## Formelzeichen und Variablen

---

$F_{pd}$	Bemessungswert der Spanngliedzugkraft
$F_R$	Rippenaufstandsfläche
$F_S$	Mantelscherfläche der Betonkonsole
$F_{spz}$	Spaltzugkraft
$F_t$	Bewehrungszugkraft
$F_u$	Experimentelle Maximallast
$G$	Ständige Einwirkung
$I_c, I_{ci}$	Flächenträgheitsmoment des Querschnitts (brutto, ideell)
$M$	Moment
$M_{calc}$	Rechnerisch ermitteltes Moment
$M_{cr}$	Rissmoment
$M_{cs}$	Zusatzmoment infolge von Schwinden
$M_{d,perm}$	Einwirkendes Biegemoment der quasi-ständigen Einwirkungskombination
$M_{d,rare}$	Einwirkendes Biegemoment der seltenen Einwirkungskombination
$M_E$	Einwirkendes Moment
$M_{Ed}$	Bemessungswert des einwirkenden Moments
$M_{Edp}$	Bemessungswert des in die Spanngliedschwerachse transformierten, einwirkenden Moments
$M_{Ek}$	Charakteristischer Wert des einwirkenden Moments
$M_{exp}$	Experimentelles ermitteltes Moment
$M_{fl}, M_{fl,u}$	Biegetragfähigkeit
$M_g$	Moment infolge von ständigen Einwirkungen Moment infolge von Eigengewicht
$M_{max}$	Maximal aufnehmbares Moment
$M_p$	Moment infolge von Vorspannung
$M_{perm}$	Einwirkendes Moment in der quasi-ständigen Einwirkungskombination
$M_{Rd}$	Bemessungswert des maximal aufnehmbaren Moments
$M_u$	Bruchmoment
$M_{V,u}$	Moment bei Erreichen der Querkrafttragfähigkeit
$N_{cs}$	Zusatznormalkraft infolge von Schwinden
$N_{Ed}$	Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft
$N_g$	Normalkraft infolge von ständiger Last
$P$	Vorspannkraft Aufretenswahrscheinlichkeit

$P_{0,max}$	Maximale Vorspannkraft vor Einleitung der Vorspannkraft
$P_d$	Bemessungswert der Vorspannkraft
$P_{eff}$	Wirksame Vorspannkraft zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung
$P_f$	Versagenswahrscheinlichkeit
$P_{k,inf}, P_{k,sup}$	unterer und oberer Grenzwert des charakteristischen Wertes der Vorspannkraft
$P_{m0}$	Mittlere (wirksame) Vorspannkraft nach Einleitung der Vorspannkraft
$P_{m0,erf}$	Erforderliche wirksame Vorspannkraft nach der Spannkrafteinleitung
$P_{max,erf}$	Erforderliche Vorspannkraft im Spannbett vor der Spannkrafteinleitung
$P_{mt}$	Mittlere (wirksame) Vorspannkraft zum Zeitpunkt $t$
$\Delta P_{r0}$	Spannkraftverluste infolge von Kurzzeitrelaxation
$R$	Widerstand
$R^2$	Bestimmtheitsmaß
$RH$	Relative Umgebungsluftfeuchte
$RH_0$	Bezugsfeuchte
$T$	Schubkraft Temperatur
$U$	Umfang des Querschnitts der der Umgebung ausgesetzt ist
$V_c$	Querkrafttraganteil des ungerissenen Betonquerschnitts
$V_{calc}$	Rechnerisch ermittelte Querkraft
$V_{cr}$	Querkrafttraganteil infolge von Rissverzahnung bzw. Rissreibung
$V_d$	Querkrafttraganteil infolge von Dübelwirkung der Längsbewehrung
$V_E$	Einwirkende Querkraft
$V_{exp}$	Experimentell ermittelte Querkraft
$V_f$	Faservolumengehalt
$V_p$	Querkrafttraganteil infolge von Vorspannung
$V_{Rd,c}$	Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit des Betonbauteils ohne Querkraftbewehrung
$V_{Rdc,min}$	Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit des Betonbauteils ohne Querkraftbewehrung
$X$	Zufallsvariable

**Kleine lateinische Buchstaben:**

$a$	Abstand zwischen Last und Auflager im Vier-Punkt-Biegeversuch Verteilungsparameter der Gumbelverteilung
$a_g$	Größtkorndurchmesser der Gesteinskörnung

## Formelzeichen und Variablen

---

$a_{\log}$	Regressionsparameter zur Vorhersage der Endrelaxationsrate
$a_p$	Abstand von der Spanngliedoberkante zum Querschnittsrand
$a_R$	Abstand der Bewehrungsrippen
$a_x$	Rechnerische Hilfsgröße
$b$	Breite
$b_{\log}$	Regressionsparameter zur Vorhersage der Endrelaxationsrate
$b_w$	Kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone
$b_x$	Rechnerische Hilfsgröße
$c_x$	Rechnerische Hilfsgröße
$d$	Durchmesser
$d_{1p}$	Achsabstand des Spannglieds
$d_{dg}$	Maßstabsfaktor bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit
$d_p$	Statische Nutzhöhe des Spannglieds
$e_p$	Ausmitte des Spannglieds
$f$	Durchhang
$f_{bpt}$	Verbundspannung in der Übertragungslänge
$f_c$	Betondruckfestigkeit
$f_{cd}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
$f_{ck}$	Charakteristische Betondruckfestigkeit
$f_{cm}$	Mittelwert der Betondruckfestigkeit
$f_{cm0}$	Bezugswert der Betondruckfestigkeit
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit
$f_{ct,calc}$	Rechnerische Betonzugfestigkeit
$f_{ct,eff}$	Wirksame Betonzugfestigkeit
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons
$f_{ctd}$	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit
$f_{ctk,0,05}$	Charakteristischer Wert der Betonzugfestigkeit (5%-Quantilwert)
$f_{ctm}$	Mittlere Betonzugfestigkeit
$f_i$	Beiwert zur Berücksichtigung der exzentrischen Spanngliedlage
$f_p$	Zugfestigkeit der Spannstahlbewehrung
$f_p, f_{pu}$	Zugfestigkeit der (vorgespannten) FVK-Bewehrung
$f_{p0,1k}$	Spannung bei 0,1 % plastischer Dehnung
$f_{pd}$	Bemessungswert der Spanngliedzugfestigkeit
$f_{pk}$	Charakteristischer Wert der Spanngliedzugfestigkeit

---

$f_{pm}$	Mittelwert der Spanngliedzugfestigkeit
$f_R$	Bezogene Rippenfläche
$f_t$	Zugfestigkeit der Betonstahlbewehrung
$f_X$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
$f_y$	Streckgrenze der Betonstahlbewehrung
$f_{yd}$	Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
$g$	Ständige Einwirkung Eigengewicht Grenzzustandsfunktion
$g_k$	Charakteristischer Wert der Last infolge von Eigengewicht
$\Delta g$	Ausbaulast
$\Delta g_k$	Charakteristischer Wert der Ausbaulast
$h$	Höhe
$h_0$	Wirksame Bauteildicke
$h_{c,ef}$	Höhe der wirksamen Betonzugzone
$h_R$	Höhe der Bewehrungsrippen
$k$	Plastizitätszahl des Betons
$k_1$	Empirischer Parameter zur Abminderung der Vorspannwirkung bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit
$k_a$	Höhenbeiwert im Kontext der Betonarbeitslinie
$k_h$	Beiwert zur Berücksichtigung der wirksamen Bauteildicke
$k_\sigma$	Beiwert zur Berücksichtigung der Nichtlinearität des Kriechens
$l$	Länge Stützweite
$l_b$	Verbundlänge
$l_{bpd}$	Verankerungslänge
$l_{cr}$	Länge des gerissenen Bereichs
$l_{disp}$	Verteilungslänge der Spaltzugbewehrung
$l_p$	Freie Prüflänge der Zugproben
$l_{pt}$	Übertragungslänge der Vorspannkraft
$l_{pt1}, l_{pt2}$	Unterer und oberer Grenzwert der Übertragungslänge
$m$	Mittelwert
$n$	Anzahl Laufvariable
$n_{PR}$	Völligkeitsbeiwert des Verlaufs der Betonzugspannungen

## Formelzeichen und Variablen

---

$n_{\alpha}$	Beiwert zur Berücksichtigung der absinkenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei steigender Beanspruchung
$p$	Äußere Einwirkung Rechnerische Hilfsgröße
$p_{d,perm}$	Maßgebende Einwirkung der quasi-ständigen Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$p_{d,rare}$	Maßgebende Einwirkung der seltenen Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$p_{Ed}$	Maßgebende Einwirkung der ständigen und vorübergehenden Einwirkungskombination im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$p_k$	Charakteristischer Wert der ständigen und vorübergehenden Einwirkungskombination
$q$	Veränderliche Einwirkung Rechnerische Hilfsgröße
$q_k$	Charakteristischer Wert der veränderlichen Einwirkungen
$r_{inf}, r_{sup}$	Beiwerte zur Berücksichtigung der Streuung der Vorspannkraft
$s$	Beiwert zur Berücksichtigung der Zementart Schlupf Standardabweichung
$s_1$	Schlupf bei Erreichen der maximalen Verbundspannung
$s_2$	Schlupf bei Beginn der Zerstörung der Kontaktzone
$s_3$	Schlupf bei Erreichen des reinen Reibungsverbundes
$s_{r,m}$	Mittlerer Rissabstand
$s_{r,max}$	Maximaler Rissabstand
$t$	Zeit, Zeitpunkt
$t_0$	Belastungszeitpunkt
$t_{0,eff}$	Effektives Betonalter bei Belastungsbeginn
$t_{\infty}$	Ende der Bauteillebensdauer
$t_{exp}$	Zeitraum der experimentellen Dauerbelastung
$t_s$	Beginn des Trocknungsschwindens
$u$	Verteilungsparameter der Gumbelverteilung
$\ddot{u}$	Überhöhung
$w$	Verformung, Durchbiegung
$w_{calc}$	Berechnete Verformung
$w_{el}$	Elastische Verformung
$w_{exp}$	Experimentell ermittelte Verformung

$w_{GZG}$	Verformung unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$w_{GZG,zul}$	Zulässige Verformung unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$w_{GZT}$	Verformung unter der Bemessungsbeanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$w_{GZT,erf}$	Erforderliche Verformung unter der Bemessungsbeanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$w_t$	Verformung zum Zeitpunkt $t$
$\Delta w_\varphi$	Zeitabhängige Änderung der Verformung
$x$	Laufvariable, Koordinate Realisierung einer Zufallsvariable
	Länge des verbundfreien Bereichs im Kontext der Spannkrafteinleitung Betondruckzonenhöhe
$x_I, x_{II}$	Betondruckzonenhöhe im Zustand I bzw. im Zustand II
$z$	Hebelarm der inneren Kräfte
$z_c, z_{co}, z_{cio}$	Abstand der oberen Querschnittsrands von der Schwerachse des Querschnitts (brutto, ideell)
$z_{cp}, z_{cip}$	Abstand der Spanngliedschwerachse von der Schwerachse des Querschnitts (brutto, ideell)
$z_{cu}, z_{ciu}$	Abstand der unteren Querschnittsrands von der Schwerachse des Querschnitts (brutto, ideell)

**Griechische Buchstaben:**

$\alpha$	Beiwert zur Berücksichtigung der Zementart Steifigkeitszahl Empirischer Exponent der Verbund-Spannungs-Schlupf-Beziehung
$\alpha_1, \alpha_2$	Beiwerte zur Berücksichtigung der Verbundbedingungen und der Spannkrafteinleitung
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	Beiwerte zur Berücksichtigung der Betondruckfestigkeit
$\alpha_{csr}$	Parameter zur Berücksichtigung der Spannkraftverluste infolge von Kriechen, Schwinden und Relaxation
$\alpha_{ct}$	Dauerstandfaktor
$\alpha_{ds1}, \alpha_{ds2}$	Beiwerte zur Berücksichtigung der Zementart
$\alpha_E$	Beiwert zur Berücksichtigung der Gesteinskörnung bei der Berechnung des Elastizitätsmoduls des Betons
$\alpha_i$	Umrechnungsfaktor zwischen Tangenten- und Sekantenmodul des Betons

$\alpha_{Li}$	Parameter zur Berücksichtigung der Anteile einzelner Lasten an der Gesamtlast
$\alpha_p$	Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Spannglied und Beton
$\alpha_R$	Völligkeitsbeiwert im Kontext der Betonarbeitslinie
$\alpha_{sp}$	Umrechnungsfaktor zwischen Spaltzug- und zentrischer Zugfestigkeit des Betons
$\alpha_{TS}$	Abminderungsfaktor bei Berücksichtigung des Verlaufs der Betonzugfestigkeit
$\beta$	Beiwert zur Berücksichtigung der Betondruckfestigkeit Beiwert zur Berücksichtigung des Belastungszeitpunktes Zuverlässigkeitsindex, Zuverlässigkeitsniveau
$\beta_{as}$	Beiwert zur Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung des autogenen Schwindens
$\beta_c$	Kriechfunktion
$\beta_{cc}$	Beiwert zur Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung der Betoneigenschaften
$\beta_{ds}$	Beiwert zur Berücksichtigung des Zeitpunktes des Schwindbeginns und der wirksamen Bauteildicke
$\beta_{fct}$	Abminderungsfaktor zur Ermittlung der rechnerischen Betonzugfestigkeit
$\beta_H$	Beiwert zur Berücksichtigung der Umgebungsfeuchte und der wirksamen Bauteildicke
$\beta_{RH}$	Beiwert zur Berücksichtigung der Umgebungsfeuchte
$\beta_t$	Zielzuverlässigkeitsindex, Zielzuverlässigkeitsniveau Völligkeitsbeiwert bei der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen
$\gamma_c$	Teilsicherheitsbeiwert des Betons Wichte des Betons
$\gamma_E$	Teilsicherheitsbeiwert der Einwirkungen
$\gamma_g, \gamma_G$	Teilsicherheitsbeiwert der ständigen Einwirkungen
$\gamma_p$	Teilsicherheitsbeiwert der vorgespannten FVK-Bewehrung
$\gamma_P$	Teilsicherheitsbeiwert der Vorspannkraft
$\gamma_q, \gamma_Q$	Teilsicherheitsbeiwert der veränderlichen Einwirkungen
$\Delta$	Diskriminante
$\delta_i$	Gewichtungsfaktoren
$\varepsilon$	Dehnung
$\varepsilon_0$	Ausgangsdehnung zum Zeitpunkt $t_0$
$\varepsilon_\infty$	Dehnung zum Zeitpunkt $t_\infty$



$\varepsilon_c$	Betondehnung
$\varepsilon_{c1}$	Zum Maximalwert der Druckspannung gehörende Stauchung
$\varepsilon_{c2}$	Betondehnung beim Übergang zwischen Parabel und Rechteck im Parabel-Rechteck-Diagramm
$\varepsilon_{ca}$	Autogene Schwinddehnung
$\varepsilon_{cc}$	Kriechdehnung des Betons
$\varepsilon_{cd}$	Trocknungsschwinddehnung
$\varepsilon_{cd,0}$	Grundwert des Trocknungsschwindens
$\varepsilon_{ci}$	Elastische Dehnung
$\varepsilon_{cm}$	Mittlere Betondehnung
$\varepsilon_{cs}$	Schwinddehnung des Betons
$\varepsilon_{ct}, \varepsilon_{ct,cr}$	Betondehnung bei Erreichen der Betonzugfestigkeit
$\varepsilon_{ct,max}$	Maximale Betondehnung im Zugbereich
$\varepsilon_{ct,p}$	Betondehnung auf Höhe der Spanngliedschwerachse
$\varepsilon_{cu}$	Maximale Betonstauchung
$\varepsilon_{el}$	Elastische Dehnung
$\varepsilon_p$	Dehnung der (vorgespannten) FVK-Bewehrung
$\varepsilon_{pd}$	Bemessungswert der Spanngliedbruchdehnung
$\varepsilon_{pm}$	Mittlere Spannglieddehnung
$\varepsilon_{pmt(0)}$	Vordehnung des Spannglieds auf Grundlage der mittleren Vorspannkraft
$\varepsilon_{pu}$	Spanngliedbruchdehnung
$\varepsilon_u$	Bruchdehnung der (vorgespannten) FVK-Bewehrung
$\varepsilon_v$	viskoelastische Dehnung
$\Delta\varepsilon$	Dehnungsänderung
$\Delta\varepsilon_{cp,c+s}$	Änderung der Betondehnung infolge von Kriechen und Schwinden
$\Delta\varepsilon_{cp,s}$	Änderung der Betondehnung auf Höhe der Spanngliedschwerachse infolge von Schwinden
$\Delta\varepsilon_p$	Zusatzdehnung des Spannglieds infolge von äußeren Einwirkungen
$\Delta\varepsilon_{p,c+s}$	Änderung der Spannglieddehnung infolge von Kriechen und Schwinden
$\zeta$	Bezogener Hebelarm der inneren Kräfte
$\eta$	Verhältnis der Betondehnung zur Stauchung bei maximaler Betondruckspannung
	Anteil der veränderlichen Last an der Gesamtlast
$\eta_1, \eta_{pl}$	Beiwerte zur Berücksichtigung der Verbundbedingungen und des Spanngliedquerschnitts

## Formelzeichen und Variablen

---

$\eta_{wII}, \eta_{wu},$ $\eta_{wt,end}$	Verhältnisse der berechneten und der experimentellen Verformungen (Verlauf im Zustand II, Maximalverformung, Verformung am Ende des Dauerversuchs)
$\theta_E, \theta_R$	Modellunsicherheitsfaktoren der Einwirkung bzw. des Widerstands
$\kappa$	Krümmung
$\kappa_I, \kappa_{II}$	Krümmung im Zustand I bzw. im Zustand II
$\kappa_{cr}$	Krümmung bei Erreichen des Rissmoments
$\kappa_{cs}$	Zusatzkrümmung infolge von Schwinden
$\kappa_m$	Mittlere Krümmung
$\kappa_p$	Vorspanngrad
$\kappa_u$	Krümmung bei Erreichen des maximalen Moments
$\lambda$	Biegeschlankheit
$\lambda^*$	Modifizierte Biegeschlankheit
$\lambda_{gr,max}$	Oberer zulässiger Grenzwert der Biegeschlankheit
$\lambda_{gr,max,wGZG}$	Oberer zulässiger Grenzwert der Biegeschlankheit infolge von der Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
$\lambda_{gr,min}$	Unterer zulässiger Grenzwert der Biegeschlankheit
$\lambda_{gr,min,Schub}$	Unterer Grenzwert der Biegeschlankheit infolge von der Schubtragfähigkeit
$\lambda_{gr,min,wGZT}$	Unterer Grenzwert der Biegeschlankheit infolge von der Verformbarkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$\lambda_v$	Schub schlankheit
$\mu$	Bezogenes einwirkendes Moment Mittelwert
$\mu_{Edp}$	Bezogenes Wert des in die Spanngliedschwerachse transformierten, einwirkenden Moments im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$\mu_{Edp,max}$	Oberer Grenzwert des bezogenen einwirkenden Moments
$\mu_{Edp,min}$	Unterer Grenzwert des bezogenen einwirkenden Moments
$\nu_p$	Bezogenes Wert der wirksamen Vorspannkraft
$\nu_{p,max,P}$	Maximal zulässiger Wert der bezogenen Vorspannkraft
$\xi$	Bezogene Betondruckzonenhöhe
$\rho$	Relaxationsbeiwert (Alterungsbeiwert)
$\rho_p$	Geometrischer Bewehrungsgrad
$\rho_{pi}$	Verhältnis der Flächen von Spannglied und Beton (ideelle Querschnittswerte)
$\sigma$	Spannung Standardabweichung

$\sigma^2$	Varianz
$\sigma_0$	Ausgangsspannung zum Zeitpunkt $t_0$
$\sigma_c$	Betonspannung
$\sigma_{c,o,p}$	Betonspannung am oberen Querschnittsrand infolge von Vorspannung
$\sigma_{c,o,p+g}$	Betonspannung am oberen Querschnittsrand infolge von Vorspannung und Eigengewicht
$\sigma_{c,perm}$	Dauerhaft wirksame Betonspannung infolge von Vorspannung und äußeren Einwirkungen (quasi-ständige EWK)
$\sigma_{c,QP}$	Kriecherzeugende Betonspannung unter der quasi-ständigen EWK
$\sigma_{c,rare}$	Dauerhaft wirksame Betonspannung infolge von Vorspannung und äußeren Einwirkungen (seltene EWK)
$\sigma_{c,u}, \sigma_{c,o}$	Betonspannung am unteren bzw. oberen Querschnittsrand
$\sigma_{c1}, \sigma_{c2}$	Betonspannung am unteren bzw. oberen Querschnittsrand
$\sigma_{c1,p}$	Betondruckspannung am Querschnittsrand der vorgedrückten Zugzone infolge von Vorspannung
$\sigma_{c1,perm}$	Betonzugspannung am Querschnittsrand der vorgedrückten Zugzone infolge der äußeren Einwirkungen (quasi-ständige EWK)
$\sigma_{cim}$	Mittlere Betonspannung im Verankerungsbereich
$\sigma_{cp,g}$	Betonspannung auf Höhe der Spanngliedschwerachse infolge von ständiger Last
$\sigma_{cp,p+g}$	Betonspannung auf Höhe der Spanngliedschwerachse infolge von Vorspannung und ständiger Last
$\sigma_{ct}$	Betonzugspannung
$\sigma_g$	Spannung infolge von ständiger Last
$\sigma_p$	Spannung des Spannglieds
$\sigma_{p,M}$	Spannung infolge des Momentenanteils der Vorspannung
$\sigma_{p,max}$	Maximale Spanngliedspannung vor Einleitung der Vorspannkraft
$\sigma_{p,N}$	Spannung infolge des Normalkraftanteils der Vorspannung
$\sigma_{p,perm}$	Dauerhaft wirksame Spanngliedspannung infolge von Vorspannung und äußeren Einwirkungen (quasi-ständige EWK)
$\sigma_{p+g}$	Spannung infolge von Vorspannung und ständiger Last
$\sigma_{p+g+q}$	Spannung infolge von Vorspannung, ständiger Last und veränderlicher Last
$\sigma_{pd}$	Bemessungswert der Spanngliedspannung
$\sigma_{pm0}$	Mittlere (wirksame) Spanngliedspannung nach Einleitung der Vorspannkraft
$\sigma_{pm0,erf}$	Erforderliche wirksame Spanngliedspannung nach Einleitung der Vorspannkraft

## Formelzeichen und Variablen

---

$\sigma_{pm\infty}$	Verbleibende Vorspannung zum Zeitpunkt $t_{\infty}$ nach Abzug aller Verluste
$\sigma_{pt}$	Spanngliedspannung zum Zeitpunkt $t$
$\sigma_q$	Spannung infolge von veränderlicher Last
$\sigma_{st}$	Stirnzugspannung
$\Delta\sigma$	Spannungsänderung
$\Delta\sigma_{cp,c+s+r}$	Änderung der Betonspannung auf Höhe der Spanngliedschwerachse infolge von Kriechen, Schwinden und Relaxation
$\Delta\sigma_{p,c+s+r}$	Vorspannungsverluste infolge von Kriechen, Schwinden und Relaxation
$\Delta\sigma_{pr}$	Vorspannungsverluste infolge von Relaxation
$\Delta\sigma_{pr0}$	Vorspannungsverluste infolge von Kurzzeitrelaxation
$\tau_b$	Verbundspannung
$\tau_{b,max}$	maximale Verbundspannung
$\tau_{bm}$	Mittlere Verbundspannung
$\tau_{br}$	Unterer Grenzwert der Verbundspannung (Verbundspannung des reinen Reibungsverbundes)
$\nu$	Variationskoeffizient
$\varphi$	Kriechzahl
$\varphi_0$	Grundkriechzahl
$\varphi_{FVK}$	Kriechzahl der FVK-Bewehrung
$\varphi_{nl}$	Nichtlineare Kriechzahl
$\varphi_{RH}$	Beiwert zur Berücksichtigung der Umgebungsfeuchte
$\psi$	Relaxationsrate
$\psi_{1.000h}$	Relaxationsrate nach 1.000 Stunden
$\psi_{\infty}$	Endrelaxationsrate zum Zeitpunkt $t_{\infty}$
$\psi_0, \psi_1, \psi_2$	Kombinationsbeiwerte
$\omega_p$	Mechanischer Bewehrungsgrad

### **Symbole:**

$\emptyset_p$	Stabdurchmesser der (vorgespannten) Bewehrung
$\emptyset_{p,a}$	Äußerer Stabdurchmesser der (vorgespannten) Bewehrung
$\emptyset_{p,i}$	Innerer Stabdurchmesser der (vorgespannten) Bewehrung
$\emptyset_{p,m}$	Mittlerer Stabdurchmesser der (vorgespannten) Bewehrung

**Abkürzungen:**

ACI	American Concrete Institute
AFVK	Aramidfaserverbundkunststoff
AR-Glasfaser	Alkaliresistente Glasfaser
ASTM	American Society for Testing and Materials
BFVK	Basaltfaserverbundkunststoff
Bsp.	Beispiel
bspw.	beispielsweise
bzw.	beziehungsweise
CFVK	Carbonfaserverbundkunststoff
CO <sub>2</sub>	Kohlenstoffdioxid
CoV	Variationskoeffizient
CSA	Canadian Standards Association
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
det	deterministisch
DIN	Deutsches Institut für Normung
DMS	Dehnungsmessstreifen
ECR-Glasfaser	Elektrische korrosionsresistente Glasfaser
E-Glasfaser	Elektrische Glasfaser
Elast.	Elastisch
EP	Epoxidharz
et al.	et alii (und andere)
EWK	Einwirkungskombination
fib	Fédération internationale du béton
FVK	Faserverbundkunststoff
GFVK	Glasfaserverbundkunststoff
ggf.	gegebenenfalls
Gl.	Gleichung
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
GUM	Gumbelverteilung
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
HS	high strength
inkl.	inklusive

JCSS	Joint Committee on Structural Safety
JSCE	Japan Society of Civil Engineers
Kraftst.	Kraftsteuerung
L. Kr.	Lineares Kriechen
LN	Log-Normalverteilung
N	Normalverteilung
NL. Kr.	Nichtlineares Kriechen
PAN	Polyacrylnitril
PdvK	Prinzip der virtuellen Kräfte
QS	Querschnitt
sog.	sogenannt/e
SWA	Seilzugwegaufnehmer
u. A.	unter Anderem
UHM	ultra high modulus
UP	Ungesättigtes Polyesterharz
VE	Vinylesterharz
vgl.	vergleiche
Wegst.	Wegsteuerung
w/z-Wert	Wasser-Zement-Wert
zul.	zulässig

# 1 EINLEITUNG

## 1.1 Motivation

Mitte des 19. Jahrhunderts wurde erstmalig Eisen als Bewehrung zur Verstärkung von Beton eingesetzt und bereits seit über 100 Jahren stellt der daraus hervorgegangene Stahlbeton einen der wesentlichen Werkstoffe des Bauwesens dar. Durch die effiziente Ausnutzung der hohen Druckfestigkeit des Betons und der hohen Zugfestigkeit der Stahlbewehrung können leistungsstarke Bauteile hergestellt werden. Allerdings gehen mit dem Werkstoff Stahlbeton auch verschiedene Probleme einher, welche sowohl auf die Stahlbewehrung als auch auf den Beton zurückzuführen sind. Zur Herstellung der eingesetzten Stahlbewehrung muss ein energieintensiver Produktionsprozess durchlaufen werden und Stahl ist darüber hinaus ein korrosionsanfälliges Material, welches im Betonbauteil durch eine hinreichende Betondeckung vor eintretender Feuchtigkeit geschützt werden muss. Gemäß Zintel et al. (2014) stellt die Korrosion der Stahlbewehrung den primären Teil der Schäden an Betonbauteilen dar. Weiterhin geht mit der Betonproduktion aufgrund des enthaltenen Zements und Sandes ein signifikantes Umweltschädigungspotential einher. Andrew (2019) und Friedlingstein et al. (2022) zufolge sind rund 8 % der globalen CO<sub>2</sub>-Emissionen auf die Zementindustrie zurückzuführen, wobei die Tendenz weiterhin steigend ist. Abbildung 1-1 verdeutlicht dies anhand der zeitlichen Entwicklung der globalen Zementproduktion.

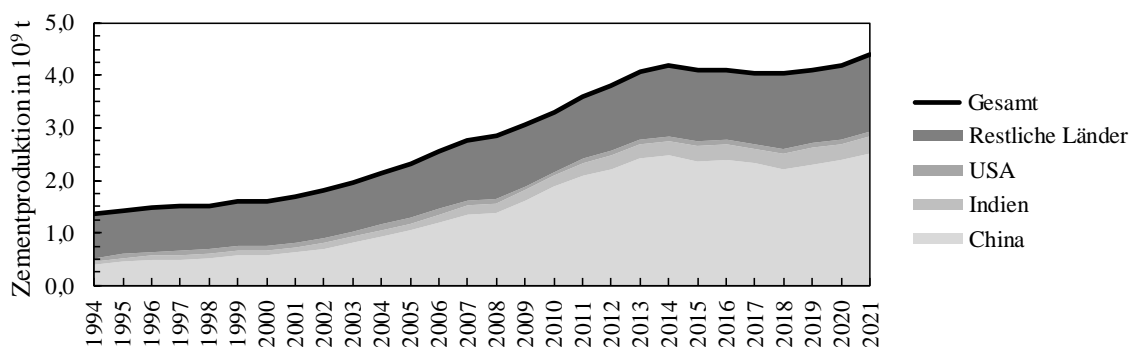


Abbildung 1-1 Entwicklung der globalen Zementproduktion gemäß U.S. Geological Survey (2022)

Zudem ist der globale Verbrauch von Sand und Kies gemäß UNEP (2019) eng mit der Zementproduktion korreliert. Ausgehend von aktuellen Schätzungen, vgl. UNEP (2019) und Sverdrup et al. (2017), ist bei unveränderten Bedingungen davon auszugehen, dass die Sandnachfrage das globale Angebot bereits in naher Zukunft überschreiten wird.

Vor dem Hintergrund des nachhaltigen, ressourcenschonenden und dauerhaften Bauens ergibt sich ein signifikantes Forschungsinteresse an alternativen Bewehrungsmaterialien. Der Fokus liegt dabei auf nichtmetallischen Bewehrungen in Form von Faserverbundkunst-

stoffen (FVK). Diese Materialien weisen große Zugfestigkeiten und eine ausgeprägte Korrosionsresistenz auf, sodass schlanke Bauteile realisiert und durch eine Reduktion der Betondeckung gegenüber konventionellen Stahlbetonbauteilen zusätzlich Beton eingespart werden kann. Intensive Forschungsarbeiten, vgl. Curbach und Ortlepp (2011) und Lieboldt et al. (2018), haben in diesem Zusammenhang dazu geführt, dass diese Art der Bewehrung bereits in der Baupraxis zum Einsatz kommen kann. Allerdings haben umfangreiche Untersuchungen, vgl. El Ghadioui (2020) und Schlaich et al. (2020), gezeigt, dass bei der Verwendung von Faserverbundkunststoffen das Verformungsverhalten der Bauteile die Bemessung maßgeblich beeinflusst. Dies ist auf die im Vergleich zu Stahlbewehrung üblicherweise geringeren Elastizitätsmoduln zurückzuführen, welche größere Verformungen von Bauteilen mit FVK-Bewehrung begünstigen. Um diesem Problem zu begegnen, stellt das Vorspannen dieser Bauteile einen vielversprechenden Lösungsansatz dar.

Auch bei der Verwendung von Stahlbewehrung stellt die Nutzung einer Vorspannwirkung eine vielfach angewandte Möglichkeit zur Effizienzsteigerung der Bauteile dar. Durch das Aufbringen eines den äußeren Einwirkungen entgegenwirkenden Spannungszustandes lässt sich die dabei eingesetzte Spannstahlbewehrung besser ausnutzen und die eintretende Rissbildung, vor allem unter Gebrauchslasten, vermeiden. Daraus resultieren insbesondere reduzierte Bauteilverformungen und ein erhöhter Widerstand gegenüber Umgebungsbedingungen wie eintretender Feuchtigkeit. Vor diesem Hintergrund fanden in der Vergangenheit, vorrangig in Nordamerika und Japan, bereits Spannglieder aus hochfestem Carbonfaserverbundkunststoff im Brückenbau Anwendung, vgl. Ushijima et al. (2016). Die in diesem Kontext hergestellten Bauwerke verdeutlichen, dass die Konstruktion von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung grundsätzlich realisierbar ist und dadurch schlanke, ressourceneffiziente Konstruktionen ermöglicht werden.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen und vor dem Hintergrund des signifikanten Treibhauspotentials von Beton kann die Verwendung vorgespannter FVK-Bewehrung in einem möglichst breiten Anwendungsspektrum einen sinnvollen Beitrag zur Reduktion des eingesetzten Betonvolumens und der ressourcenschonenden Herstellung der gebauten Umwelt liefern. Dabei ist von entscheidender Bedeutung, dass die eingesetzten Bewehrungen und Vorspannverfahren sowie das zugehörige Bemessungskonzept nicht nur produktspezifisch, sondern möglichst allgemeingültig anwendbar sind. In diesem Zusammenhang ist es erforderlich vertiefte Kenntnisse über das Trag- und Verformungsverhalten von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung sowohl unter Kurzzeit als auch unter Dauerbeanspruchung zu erlangen. Die Materialeigenschaften der FVK-Bewehrung weichen signifikant von konventioneller Betonstahl- und Spannstahlbewehrung ab. Die Faserverbundkunststoffe verhalten sich linear-elastisch bis zum Erreichen eines Sprödbruchs und weisen daher materialbedingt kein Fließvermögen auf. Weiterhin existieren Produkte mit ver-



schiedensten Oberflächenbeschaffenheiten, woraus ein verändertes Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton hervorgeht. Dementsprechend ist die Nutzung existierender Bemessungsmodelle aus dem Stahlbetonbau nicht ohne weiteres möglich.

Daher sind sowohl die Eigenschaften der FVK-Bewehrungen und des eingesetzten Betons sowie das Verbundverhalten zwischen der Bewehrung und dem Beton als auch das Verhalten auf Bauteilebene, insbesondere vor dem Hintergrund verschiedener möglicher Versagensmodi und des bemessungsbestimmenden Verformungsverhaltens zu charakterisieren.

## **1.2 Zielsetzung**

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, das Trag- und Verformungsverhalten von Betonfertigteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung zu charakterisieren und ein Bemessungskonzept zu entwickeln, welches eine praxisorientierte, wirtschaftliche und zuverlässige Bemessung derartiger Betonfertigteile ermöglichen soll. Aufgrund der Besonderheiten der Fertigteilbauweise liegen dabei im Allgemeinen statisch bestimmte Tragwerke mit einer Vorspannung mit sofortigem Verbund sowie mit einer geraden und exzentrischen Spanngliedführung vor. Basierend auf umfangreichen theoretischen und experimentellen Untersuchungen sind geeignete Ingenieurmodelle herzuleiten, die für eine möglichst große Bandbreite verschiedener FVK-Bewehrungen Gültigkeit besitzen. Dabei sind das Relaxationsverhalten der FVK-Bewehrungen, die auftretenden Spannkraftverluste, zulässige Spannungen bzw. Vorspanngrade, die Bauteiltragfähigkeit unter Biege- und unter Querkraftbeanspruchung sowie insbesondere die auftretenden Bauteilverformungen detailliert zu untersuchen.

Anders als bei zahlreichen anderen Arbeiten in diesem Forschungsgebiet, bei denen speziell gefertigte Faserverbundkunststoffe sowie hochfeste und ultrahochfeste Betone untersucht werden, soll im Rahmen dieser Arbeit bewusst auf eine solche Spezifizierung verzichtet werden. Stattdessen ist der Fokus auf normalfeste Betone sowie bereits etablierte Faserverbundkunststoffbewehrungen zu legen, deren Einsatzbereich um das Anwendungsgebiet der Vorspannung erweitert werden soll. Das übergeordnete Ziel eines ressourcenschonenden und dauerhaften Bauens bedarf eines möglichst ganzheitlichen Lösungsansatzes, zu welchem diese Arbeit einen Teil beitragen soll. Daher sollen die Ergebnisse dieser Arbeit für ein möglichst weitgefasstes Anwendungsgebiet Gültigkeit besitzen und keine erweiterten Markteintrittsbarrieren generieren.

## **1.3 Struktur und Vorgehensweise der Arbeit**

Nach der allgemeinen Einführung in Kapitel 1 folgt im zweiten Kapitel die Beschreibung der Werkstoffeigenschaften von Beton, Beton- und Spannstahl sowie von den Fasern, den

Kunststoffmatrices und den Faserverbundkunststoffen. Dabei werden wesentliche Eigenschaften wie Festigkeiten und Elastizitätsmoduln, die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und das zeitabhängige Materialverhalten erläutert.

Anschließend werden in Kapitel 3 die Grundlagen des Trag- und Verformungsverhaltens vorgespannter Betonbauteile dargestellt. Dabei werden die grundlegenden Prinzipien und Kenngrößen der Vorspannung erläutert sowie die wesentlichen Aspekte der Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit (GZT) und der Gebrauchstauglichkeit (GZG) dargestellt. Ein besonderer Fokus liegt dabei auf dem Nachweis der Vorformungen in beiden Grenzzuständen. Im GZG ist die Begrenzung der Verformungen auf die normativen Grenzwerte und im GZT die Überschreitung erforderlicher Mindestverformungen zur Sicherstellung einer ausreichenden Versagensvorankündigung nachzuweisen.

In Kapitel 4 erfolgt die Darstellung aller experimentell durchgeführten Untersuchungen. Konkret werden neben Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul insbesondere das Kriech- bzw. Relaxationsverhalten der FVK-Bewehrung, das Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton sowie anhand von großformatigen Bauteilversuchen das Trag- und Verformungsverhalten von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter Kurzzeit- und statischer Dauerbeanspruchung analysiert.

Aufbauend auf den vorangegangenen experimentellen Untersuchungen folgt in Kapitel 5 die Herleitung von Ingenieurmodellen zur Beschreibung des Materialverhaltens der FVK-Bewehrung und zur Berechnung der Bauteiltragfähigkeit. Im Bereich des Materialverhaltens werden Modelle zur Ermittlung der zeitabhängigen Relaxationsrate  $\psi(t, t_0)$ , der Spannkraftverluste bei der Verwendung von FVK-Spanngliedern in Abhängigkeit vom vorliegenden Vorspanngrad sowie eine Zuverlässigkeitsanalyse zur Ermittlung des Materialteil sicherheitsbeiwertes der FVK-Bewehrung  $\gamma_p$  vorgestellt. Bezogen auf die Bauteiltragfähigkeit werden ein allgemeines und ein vereinfachtes Modell zur Ermittlung der Biegetragfähigkeit und ein Ansatz zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit vorgestellt.

In Ergänzung zu Kapitel 5 folgt in Kapitel 6 die Herleitung und Darstellung eines numerischen Modells zur Ermittlung der wirklichkeitsnahen Bauteilverformung, welche die entscheidende Größe für die Bewertung der Gebrauchstauglichkeit und der ausreichenden Versagensvorankündigung darstellt. Das Modell umfasst insbesondere die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, die genaue Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung sowie der Last-Verformungs-Beziehung unter Kurzzeitbeanspruchung und der Verformungs-Zeit-Beziehung unter Dauerbeanspruchung. Die Validierung des Gesamtmodells erfolgt schließlich auf Grundlage einer umfangreichen Versuchsdatenbank aus den Bauteilversuchen dieser Arbeit und weiteren Versuchen aus der Literatur.

In Kapitel 7 wird schließlich auf Grundlage aller vorangegangenen Untersuchungen mit Hilfe einer umfangreichen Parameterstudie ein Bemessungskonzept für Betonfertigteile

mit vorgespannter FVK-Bewehrung hergeleitet. Dieses Konzept umfasst ein möglichst breites Anwendungsspektrum und ermöglicht durch die Entwicklung zugehöriger Nomo-gramme und Tabellen eine praxisorientierte Bauteilbemessung.

Die vorliegende Arbeit und alle erarbeiteten Ergebnisse werden in Kapitel 8 zusammengefasst und es wird ein Ausblick auf weitere erforderliche Forschungsbereiche gegeben.

## **2 MATERIALEIGENSCHAFTEN UND VERBUNDVERHALTEN VON BETON UND BEWEHRUNG**

### **2.1 Einführung**

In diesem Kapitel werden die Eigenschaften von Beton, von Beton- und Spannstahl sowie von verschiedenen Faserverbundkunststoffbewehrungen beschrieben. Die Materialeigenschaften beeinflussen das Trag- und Verformungsverhalten bewehrter und vorgespannter Betonbauteile maßgebend. Während Betonstahl und Spannstahl durch ein ausgeprägt plastisches Verformungsverhalten nach Erreichen der Streckgrenze charakterisiert werden, weist FVK-Bewehrung ein linear-elastisches Materialverhalten bis zum Bruch auf. Darüber hinaus werden die Materialeigenschaften auch durch zeitabhängige Phänomene geprägt, welche detailliert zu behandeln sind. Dazu zählen insbesondere das Kriechen und Schwinden von Beton und die Relaxation der Bewehrung, welche bei FVK-Bewehrung auf andere Prozesse zurückzuführen ist, als bei Stahlbewehrung.

### **2.2 Beton**

#### **2.2.1 Allgemeines**

Beton ist gemäß Grübl et al. (2001) ein Verbundwerkstoff, welcher sich im Wesentlichen aus Gesteinskörnung, Wasser und Zement zusammensetzt. Neben diesen Grundbestandteilen können zudem ergänzend Zusatzmittel, wie Fließmittel oder Verzögerer, und Zusatzstoffe, wie Flugasche oder Silikastaub, zugegeben werden. Auf diese Weise können die Eigenschaften des Frisch- und Festbetons gezielt beeinflusst werden. Im Zuge der Hydratation, einer chemischen Reaktion bei der Zementklinker mit Wasser reagiert, erhärtet der Zementleim und verbindet sich mit der Gesteinskörnung. Gemäß Müller und Wiens (2018) kann der Beton somit vereinfacht als Zweiphasensystem betrachtet werden, welches sich aus Gesteinskörnung und dem erhärteten Zementstein zusammensetzt. Somit werden die Eigenschaften des Betons überwiegend durch die Eigenschaften des Zementsteins, die Eigenschaften der Gesteinskörnung, und dem Verbund zwischen Gesteinskörnung und Zementstein in deren Kontaktzone beeinflusst.

Die Eigenschaften des Zementsteins werden neben der Zementfestigkeitsklasse vor allem durch das Verhältnis von Wasser und Zement, auch  $w/z$ -Wert genannt, beeinflusst. Laut Grübl et al. (2001) beträgt die erforderliche Menge Wasser für eine vollständige Hydratation rund 40 % der Zementmasse, was einem  $w/z$ -Wert von 0,4 entspricht. Wird dieser Wert unterschritten so verbleiben nicht hydratisierte Teile des Zements zurück, während bei einer Überschreitung das überschüssige Wasser zu Kapillarporen innerhalb der Betonmatrix führt. Die Wahl des  $w/z$ -Wertes beeinflusst somit die Porenstruktur und den Hydratationsgrad des Zementsteins und damit die Festigkeit und die Dauerhaftigkeit des Betons.

Die Gesteinskörnung nimmt laut Müller und Wiens (2018) üblicherweise rund 70 % des Betonvolumens ein und beeinflusst insbesondere die Steifigkeit sowie die Rohdichte des Betons. Begründen lässt sich dies durch die höhere Steifigkeit und die größere Dichte der Gesteinskörnung gegenüber dem Zementstein. Obwohl die Materialeigenschaften der Gesteinskörnung selbst nicht anpassbar sind, kann die Korngrößenverteilung je nach erforderlichem Anwendungsfall verändert werden, um die Betoneigenschaften gezielt zu beeinflussen. Die Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung, häufig auch ITZ (Interfacial Transition Zone) genannt, ist gemäß Maso (1996) ebenfalls von entscheidender Bedeutung für das Materialverhalten des Betons, da sie die Mikrorissbildung und den Risswachstumsprozess maßgeblich beeinflusst.

Eine Klassifikation verschiedener Betone kann laut Müller und Wiens (2018) anhand unterschiedlicher Eigenschaften durchgeführt werden. Dazu zählen beispielsweise die Rohdichte (Leicht-, Normal- oder Schwerbeton) oder die Konsistenzklasse (steif F1 bis selbstverdichtend F6) und aus baupraktischer Sicht häufig die Betondruckfestigkeitsklasse gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011). Zudem müssen alle in der Baupraxis verwendeten Betone den in DIN EN 206 (2021) festgelegten Anforderungskriterien entsprechen, die die Materialeigenschaften der Ausgangsstoffe und des Betons sowie dessen Herstellung und Konformitätskriterien umfassen.

### 2.2.2 Druckfestigkeit

Wie im vorangegangenen Abschnitt bereits angeführt, ist die Betondruckfestigkeitsklasse und die damit einhergehende einachsige Betondruckfestigkeit von entscheidender Bedeutung. Gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) wird zwischen normalfesten (bis C50/60) und hochfesten (C55/67 bis C100/115) Betonen unterschieden. Neben der Druckfestigkeit unterscheiden sich die Betone dabei jedoch auch in Bezug auf den Verlauf ihrer Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Wie Wischers und Lusche (1972) erläutern, liegen die Festigkeit und die Steifigkeit der Gesteinskörnung bei normalfesten Betonen über denen des Zementsteins, wodurch äußere Beanspruchungen überwiegend entlang des Korngerüsts abgetragen werden. Der Zementstein zwischen der Gesteinskörnung wird dabei in Querrichtung beansprucht, was zunächst zu Mikrorissbildung und einer Abnahme der Steifigkeit und schließlich zum Versagen des Betons führt. Bei hochfesten Betonen, welche laut Zilch und Zehetmaier (2010) höhere Zementfestigkeitsklassen und geringere  $w/z$ -Werte aufweisen, liegen die Festigkeiten und die Steifigkeiten von Zementstein und Gesteinskörnung näher beieinander. Das Versagen geht demzufolge nicht nur vom Zementstein, sondern auch von gerissener Gesteinskörnung aus. Aufgrund dessen findet eine weniger stark ausgeprägte Rissbildung in der Zementmatrix statt, was mit einer geringeren Abnahme der Steifigkeit und dadurch mit einem lineareren Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie einem spröderen Materialversagen einhergeht. In Abbildung 2-1

sind Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ausgewählter Festigkeitsklassen gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) in absoluter und in bezogener Form dargestellt und die angesprochenen Unterschiede werden anhand der Völligkeit der Kurven illustriert.

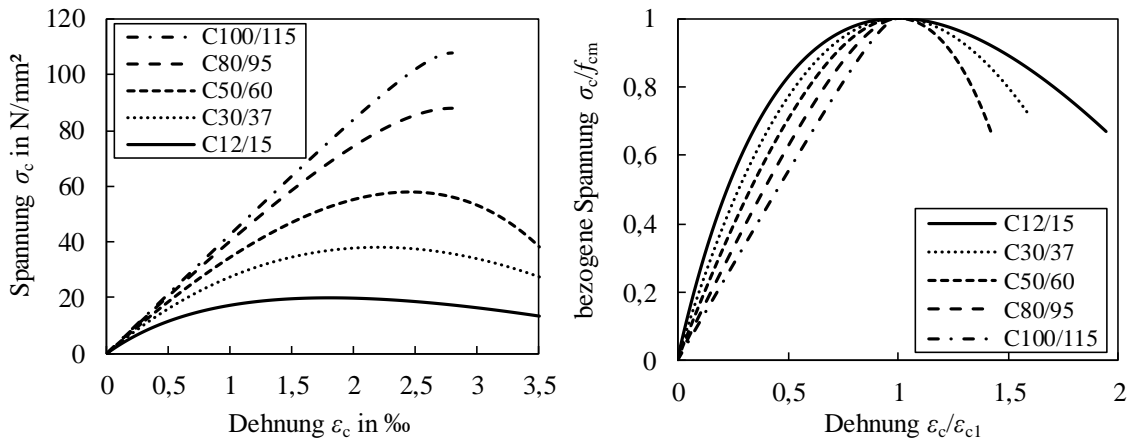


Abbildung 2-1 Links: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen unter einaxialer Druckbeanspruchung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und fib Model Code 2010 (2013)  
 Rechts: Bezogene Spannungs-Dehnungs-Beziehungen unter einaxialer Druckbeanspruchung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und fib Model Code 2010 (2013)

Die in Abbildung 2-1 verwendete, nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons kann gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) folgendermaßen formuliert werden:

$$\sigma_c = f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \quad \text{Gl. 2-1}$$

Dabei ist:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{Gl. 2-2}$$

$\varepsilon_{c1}$  Zum Maximalwert der Druckspannung gehörende Stauchung

$k$  Plastizitätszahl des Betons

$$k = E_{ci} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad \text{Gl. 2-3}$$

$E_{ci}$  Tangentenmodul gemäß fib Model Code 2010 (2013)

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 21.500 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad \text{Gl. 2-4}$$

$\alpha_E$  Beiwert zur Berücksichtigung der Gesteinskörnung

$\alpha_E = 0,7$  (Sandstein);  $0,9$  (Kalkstein);  $1,0$  (Quarz);  $1,2$  (Basalt)

Mit Hilfe der Plastizitätszahl  $k$  wird der Grad der Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons beschrieben. Eine größere Plastizitätszahl  $k$  geht dabei mit einem

stärker nichtlineareren Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung einher. In diesem Zusammenhang ist laut fib Model Code 2010 (2013) der Tangentenmodul  $E_{ci}$  nach Gl. 2-4 zu verwenden. Aufgrund der großen Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der eingesetzten Gesteinskörnung wird an dieser Stelle der Anpassungsfaktor  $\alpha_E$  eingeführt, mit dem die Steifigkeiten unterschiedlicher Gesteinstypen erfasst werden. Weitere Ausführungen zum Elastizitätsmodul des Betons folgen in Abschnitt 2.2.3.

Wird die Druckfestigkeit experimentell ermittelt, so ist sie laut Gröbl et al. (2001) von der Größe und der Schlankheit des Probekörpers abhängig. Demzufolge ergeben sich bei gleicher Schlankheit geringere Festigkeiten je größer der Probekörper ist, da hierbei die Auftretenswahrscheinlichkeit versagensbegünstigender Schwachstellen zunimmt. Dies wird auch als statistischer Maßstabeffekt bezeichnet. Weiterhin liefern Prüfungen an Betonzylindern geringere Festigkeiten als Prüfungen an gedrungeneren Betonwürfeln. Dies ist auf die Behinderung der Querdehnung bei Verwendung starrer Druckplatten zurückzuführen, welche einen mehraxialen Druckspannungszustand erzeugen, der bei gedrungeneren Probekörpern einen größeren Anteil der Höhe des Probekörpers umfasst. Weitere Auswirkungen auf die experimentell ermittelte Druckfestigkeit ergeben sich durch die Belastungsgeschwindigkeit, siehe Rasch (1962), und durch die Umgebungsbedingungen wie Feuchtigkeit und Temperatur während der Lagerung sowie während der Prüfung.

### 2.2.3 Elastizitätsmodul

Das Verhalten des Betons kann neben der Festigkeit mit Hilfe des Elastizitätsmoduls charakterisiert werden. Dabei ist zu unterscheiden, ob es sich um den Sekantenmodul  $E_{cm}$  oder den Tangentenmodul  $E_{ci}$  handelt. Der Sekantenmodul  $E_{cm}$  wird entsprechend DIN EN 1992-1-1 (2011) anhand einer Linearisierung der Spannungs-Dehnungs-Linie im Bereich  $0 \leq \sigma_c \leq 0,4 \cdot f_{cm}$  definiert. Dieser Definition liegt die Annahme zugrunde, dass die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons für Beanspruchungen in diesem Spannungsbereich näherungsweise linear verläuft. Der Tangentenmodul  $E_{ci}$  wird gemäß fib Model Code 2010 (2013) durch eine Ursprungstangente an der Spannungs-Dehnungs-Beziehung definiert. Eine Umrechnung der beiden Werte kann gemäß fib Model Code 2010 (2013) mittels Gl. 2-5 erfolgen. Abbildung 2-2 verdeutlicht beide Größen ebenso wie das Verhältnis der Druckfestigkeit  $f_{cm}$  zur zugehörigen Stauchung  $\varepsilon_{c1}$ , welches die Grundlage für die Definition der in Abschnitt 2.2.2 eingeführten Plastizitätszahl  $k$  ist.

$$E_{cm} = \alpha_1 \cdot E_{ci} = \left( 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \right) \cdot E_{ci} \leq 1,0 \cdot E_{ci} \quad \text{Gl. 2-5}$$

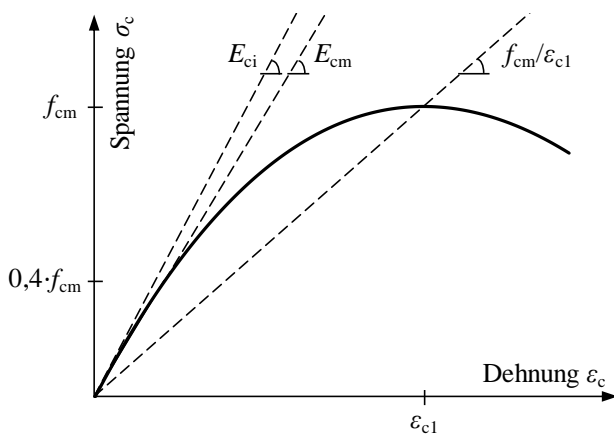


Abbildung 2-2 Vergleich verschiedener Definitionen des Beton-Elastizitätsmoduls gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und fib Model Code 2010 (2013)

### 2.2.4 Zugfestigkeit

Während die Betonzugfestigkeit bei der Bemessung von Betonbauteilen im GZT meist nicht angesetzt wird, ist sie für das Verformungsverhalten von großer Bedeutung. Insbesondere im Fall vorgespannter Betonbauteile ist eine Berücksichtigung der Zugfestigkeit im Rahmen der Spannungsnachweise sowie der Verformungsermittlung erforderlich.

Die Zugfestigkeit des Betons ist deutlich kleiner als die Betondruckfestigkeit. Laut Zilch und Zehetmaier (2010) erreicht sie üblicherweise Werte im Bereich von 5 - 15 % der Druckfestigkeit. Weiterhin unterliegt die Betonzugfestigkeit erheblich größeren Streuungen als die Betondruckfestigkeit. Im JCSS Probabilistic Model Code (2002) wird für die Betonzugfestigkeit ein Variationskoeffizient von 30 % angegeben, während der entsprechende Wert für die Betondruckfestigkeit nur 6 % beträgt. Beide Faktoren können auf die Gefügestruktur des Betons zurückgeführt werden. Die Zugfestigkeit ist, insbesondere bei normalfesten Betonen, stark vom Verbund zwischen Zementstein und Gesteinskörnung abhängig, da sich der Riss und damit das Versagen laut Duda (1991) entlang der Kontaktfläche einstellt. Durch den Herstellprozess des Betons und damit einhergehenden Zwangsprozessen wie dem Abfließen der Hydratationswärme oder unvermeidbaren Schwindvorgängen des Zementsteins liegen laut Kustermann (2005) Gefügespannungen in der Kontaktzone vor, die oftmals Mikrorisse hervorrufen, vgl. auch Leonhardt (1978). Bei steigender Zugbeanspruchung vergrößern sich diese Mikrorisse und es bilden sich weitere, lastinduzierte Mikrorisse. Bei Erreichen der Zugfestigkeit verbinden sich schließlich die vorhandenen Mikrorisse zu einem Trennriss.

Die Ermittlung der Zugfestigkeit kann auf verschiedene Weisen erfolgen. Eine im baupraktischen Kontext häufig verwendete Methode ist die rechnerische Ableitung der zentrischen Zugfestigkeit  $f_{ct}$  aus der Druckfestigkeit  $f_c$ . Gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) kann der Mittelwert der Betonzugfestigkeit in diesem Fall mittels Gl. 2-6 berechnet werden.



$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} & \leq C50/60 \\ 2,12 \cdot \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right) & > C50/60 \end{cases} \quad \text{Gl. 2-6}$$

Neben der rein rechnerischen Ermittlung der Zugfestigkeit besteht zudem die Möglichkeit der experimentellen Ermittlung der Zugfestigkeit. Hierbei werden üblicherweise drei verschiedene Verfahren unterschieden. Neben der direkten Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit, was im Allgemeinen mit großem experimentellen Aufwand einhergeht, kann alternativ die Biegezugfestigkeit  $f_{ct,fl}$  und die Spaltzugfestigkeit  $f_{ct,sp}$  gemäß DIN EN 12390-5 (2019) bzw. DIN EN 12390-6 (2010) ermittelt werden. Die zugehörigen Randbedingungen der Versuchsaufbauten und der Probekörper sind in Abbildung 2-3 und die Gleichungen zur Ermittlung der jeweiligen Festigkeiten in Gl. 2-7 bis Gl. 2-9 dargestellt.

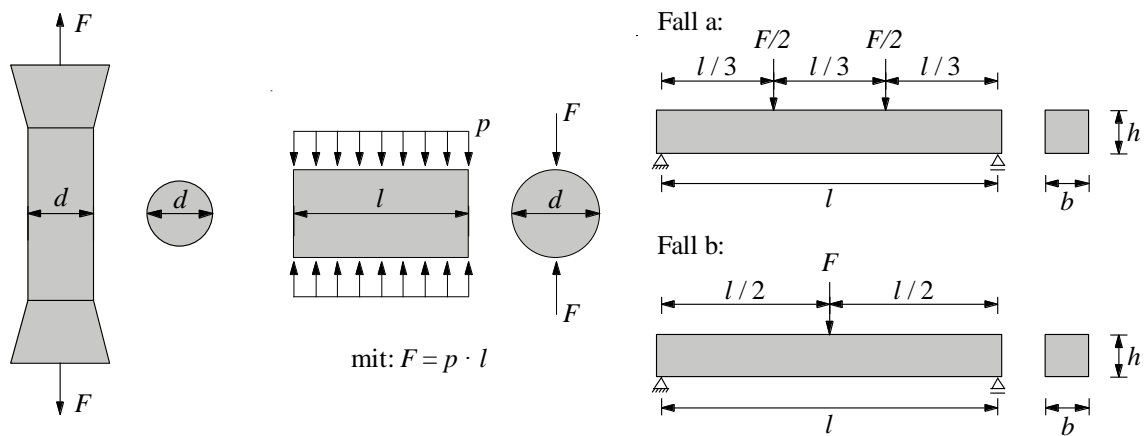


Abbildung 2-3 Schematische Darstellungen der Ermittlung der Betonzugfestigkeit nach Grübl et al. (2001); Links: Zentrische Zugfestigkeit; Mitte: Spaltzugfestigkeit; Rechts: Biegezugfestigkeit

Zentrische Zugfestigkeit:  $f_{ct} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$  Gl. 2-7

Spaltzugfestigkeit:  $f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l}$  Gl. 2-8

Biegezugfestigkeit:  $f_{ct,fl} = \begin{cases} \frac{F \cdot l}{b \cdot h^2} & \text{für Fall a} \\ \frac{1,5 \cdot F \cdot l}{b \cdot h^2} & \text{für Fall b} \end{cases}$  Gl. 2-9

Da den verschiedenen Typen der Zugfestigkeit unterschiedliche Randbedingungen und Spannungsverteilungen zugrunde liegen, können sich die drei Werte erheblich unterscheiden. Bei der Ermittlung der Biegezugfestigkeit wird eine lineare Verteilung der Spannungen

gen über die Querschnittshöhe vorausgesetzt, was jedoch nicht mit den tatsächlichen Spannungsverhältnissen im Biegezugversuch übereinstimmt. Laut Gröbl et al. (2001) stellt sich stattdessen eine ausgeprägt nichtlineare Spannungsverteilung in der Zugzone ein, bei der die Spannungen zum zugbeanspruchten Rand deutlich abnehmen. Dies hat zur Folge, dass die Werte der Biegezugfestigkeit üblicherweise deutlich größer sind, als die der zentrischen Zugfestigkeit. Der Unterschied zwischen der zentrischen Zugfestigkeit und der Spaltzugfestigkeit kann unter anderem damit begründet werden, dass die beiden Festigkeiten in zueinander orthogonalen Richtungen (die zentrische Zugfestigkeit in Betonierrichtung, die Spaltzugfestigkeit senkrecht zur Betonierrichtung) ermittelt werden. Zur Umrechnung der Spalt- und Biegezugfestigkeit in die zentrische Zugfestigkeit können Gl. 2-10 und Gl. 2-11 gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und fib Model Code 2010 (2013) angewendet werden.

$$f_{ct} = \alpha_{sp} \cdot f_{ct,sp} \quad \text{mit } \alpha_{sp} = \begin{cases} 0,9 & \text{gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011)} \\ 1,0 & \text{gemäß fib Model Code 2010 (2013)} \end{cases} \quad \text{Gl. 2-10}$$

$$f_{ct} = \frac{0,06 \cdot h^{0,7}}{1 + 0,06 \cdot h^{0,7}} \cdot f_{ct,fl} \quad \text{Gl. 2-11}$$

### 2.2.5 Zeitliche Entwicklung der Materialeigenschaften

Die in den vorigen Abschnitten beschriebenen Materialeigenschaften des Betons, deren normative Werte üblicherweise auf ein Betonalter von  $t = 28$  d bezogen sind, unterliegen aufgrund der fortschreitenden Zementhydratation einer zeitlichen Entwicklung. Dieser Prozess kann gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) mit Hilfe des Beiwerts  $\beta_{cc}(t)$  nach Gl. 2-12 rechnerisch erfasst werden.

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \left( 1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right)} \quad \text{Gl. 2-12}$$

Dabei ist:

$t$	Alter des Betons in Tagen	
$s = \begin{cases} 0,38 \\ 0,25 \\ 0,20 \end{cases}$	$\begin{cases} \text{Zementklasse S (32,5 N)} \\ \text{Zementklasse N (32,5 R; 42,5 N)} \\ \text{Zementklasse R (42,5 R; 52,5 N; 52,5 R)} \end{cases}$	Gl. 2-13

Die Betondruck- und Betonzugfestigkeit sowie der Elastizitätsmodul zum Zeitpunkt  $t$  können mit Hilfe von Gl. 2-14 bis Gl. 2-16 gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) berechnet werden.

$$f_{cm}(t) = f_{cm} \cdot \beta_{cc}(t) \quad \text{Gl. 2-14}$$

$$f_{ctm}(t) = \begin{cases} f_{ctm} \cdot \beta_{cc}(t) & \text{für } t < 28 \text{ d} \\ f_{ctm} \cdot \beta_{cc}(t)^{2/3} & \text{für } t \geq 28 \text{ d} \end{cases} \quad \text{Gl. 2-15}$$

$$E_{cm}(t) = E_{cm} \cdot \beta_{cc}(t)^{0,3} \quad \text{Gl. 2-16}$$

### 2.2.6 Kriechen und Schwinden

#### 2.2.6.1 Allgemeines

Das zeitabhängige Verformungsverhalten des Werkstoffs Beton ist hinsichtlich der Betrachtung von Bauteilen über deren gesamte Lebensdauer von entscheidender Bedeutung. Gemäß Trost (1967) kann dieses Verhalten durch die getrennte Betrachtung der zeitabhängigen Verformungsanteile charakterisiert werden. Dabei wird zwischen lastabhängigen Verformungen infolge von Kriechen und lastunabhängigen Verformungen infolge von Schwinden unterschieden. Die Gesamtverformung eines Betonkörpers unter Druckbeanspruchung setzt sich demnach aus der elastischen Verformung  $\varepsilon_{ci}(t_0)$ , der von der Belastungsdauer abhängigen Kriechverformung  $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$  und der von der Dauer des Trocknungsschwindens abhängigen Schwindverformung  $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  zusammen. In den nachfolgenden Kapiteln 2.2.6.2 und 2.2.6.3 werden die Kriech- und Schwindphänomene genauer beleuchtet.

#### 2.2.6.2 Kriechen

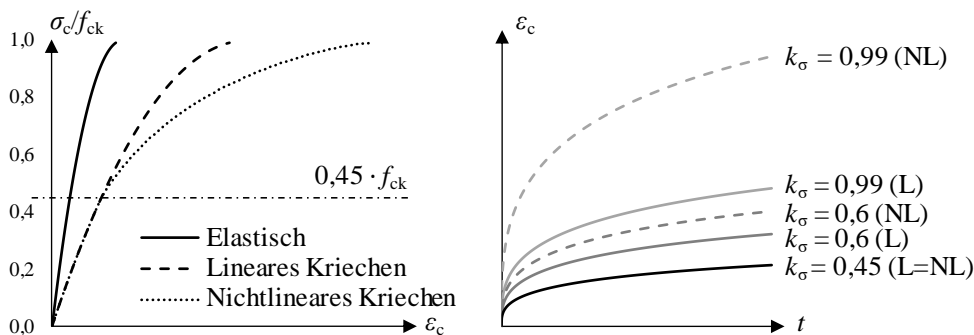
Als Kriechen wird im Allgemeinen die zeitabhängige Zunahme der Dehnung bei einer konstanten Spannung verstanden. Obwohl die wissenschaftlichen Erkenntnisse zum Betonkriechen bereits weit zurückreichen, vgl. bspw. Dischinger (1939), sind die genauen Ursachen noch nicht vollständig ergründet. Laut Müller und Wiens (2018) lässt sich das Betonkriechen primär auf Vorgänge in der Zementmatrix zurückführen, da eine äußere Belastung die Anordnung der im Zementstein enthaltenen Wassermoleküle verändert und die Matrix zunehmend verdichtet. Diese Vorgänge werden unter dem Begriff des Grundkriechens zusammengefasst. Neben dem Grundkriechen tritt zudem das Trocknungskriechen auf. Dies wird insbesondere von der vorliegenden Luftfeuchte beeinflusst, da Austrocknungsvorgänge der Betonprobe den Kriechprozess verstärken.

Die auftretende Kriechdehnung setzt sich aus einer irreversiblen, plastischen Dehnung und einer reversiblen, viskos-elastischen Dehnung, welche bei Entlastung des Betons im Verlauf der Zeit vollständig zurückgeht, zusammen. Die irreversible Dehnungskomponente ist auf die zuvor beschriebene Veränderung der Anordnung der Wassermoleküle im Zementstein zurückzuführen, während die viskos-elastische Dehnungskomponente gemäß Grübl et al. (2001) auf der Wechselwirkung zwischen Zementstein (überwiegend viskos) und Gesteinskörnung (überwiegend elastisch) beruht.

Die Größe und der zeitliche Verlauf der Kriechverformungen sind von vielfältigen Parametern abhängig. Dazu zählen laut Müller und Wiens (2018) einerseits interne Einflussgrößen der Betonzusammensetzung wie etwa das Zementvolumen ( $w/z$ -Wert bzw.  $a/z$ -Wert), die Zementart, oder die verwendete Gesteinskörnung. Obwohl die Gesteinskörnung selbst keinen wesentlichen Kriechverformungen unterliegt, wirkt sich die Kornsteifigkeit auf die Lastverteilung in der Probe und auf das Belastungsniveau des Zementsteins aus.

Andererseits wird das Kriechen durch die Umgebungsbedingungen beeinflusst, darunter die Umgebungsfeuchte und Temperatur, welche Auswirkungen auf das Trocknungskriechen haben.

Neben den zuvor genannten Parametern wird das Kriechen zudem maßgeblich von der Belastung beeinflusst. Dabei sind sowohl der Belastungszeitpunkt  $t_0$  und die Belastungsdauer ( $t-t_0$ ), aufgrund des Hydratationsfortschrittes der Zementmatrix, als auch das Belastungsniveau von Bedeutung. Diesbezüglich ist zu unterscheiden, ob von linearem Kriechen ausgegangen werden kann, oder die Nichtlinearität des Kriechens zu berücksichtigen ist. Gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) sind nichtlineare Effekte ab einem Belastungsniveau von  $\sigma_c > 0,45 \cdot f_{ck}$  zu erfassen. Gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) ist der Übergang vom linearen in nichtlineares Kriechen durch ein vermehrtes Auftreten und verstärktes Wachstum von Mikrorissen im Beton zu begründen. Abbildung 2-4 zeigt qualitativ die Auswirkung auf die Spannungs-Dehnungs-Beziehung und auf das rechnerische Maß der Nichtlinearität des Kriechens in Abhängigkeit vom Belastungsniveau  $k_\sigma$ , vgl. Gl. 2-29, nach DIN EN 1992-1-1 (2011) am Beispiel eines Betons der Festigkeitsklasse C30/37.



**Abbildung 2-4** Links: Anpassung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons bei linearem und nichtlinearem Kriechen nach Zilch und Zehetmaier (2010)  
Rechts: Rechnerisches Maß der Nichtlinearität des Kriechens in Abhängigkeit vom Belastungsniveau  $k_\sigma$  nach DIN EN 1992-1-1 (2011)

Zur rechnerischen Ermittlung der Kriechverformungen von Beton finden sich in der Literatur verschiedene Ansätze. Zum einen existieren Summationsansätze, vgl. Bazant (1988), fib Model Code 2010 (2013), Bazant (2015), bei denen die Anteile des Grund- und des Trocknungskriechens bzw. des irreversiblen und reversiblen Kriechens getrennt voneinander ermittelt und addiert werden. Zum anderen können Produktansätze gewählt werden, bei denen die Kriechzahl durch Multiplikation mehrerer Komponenten ermittelt wird und mit Hilfe derer die elastischen Verformungen rechnerisch vergrößert werden. Ein solcher Ansatz, der unter anderem in DIN EN 1992-1-1 (2011) bzw. DIN EN 1992-1-1/NA (2013) vorgeschlagen wird, wird nachfolgend erläutert und im Rahmen dieser Arbeit verwendet.

Die Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  kann gemäß Gl. 2-17 ermittelt werden und setzt sich aus der Grundkriechzahl  $\varphi_0$  gemäß Gl. 2-18 und der Kriechfunktion  $\beta_c(t, t_0)$  gemäß Gl. 2-26, welche den zeitlichen Verlauf des Kriechen abbildet, zusammen.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad \text{Gl. 2-17}$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad \text{Gl. 2-18}$$

Die Grundkriechzahl  $\varphi_0$  setzt sich aus den drei Beiwerten  $\varphi_{RH}$ ,  $\beta(f_{cm})$  und  $\beta(t_0)$  zusammen, welche jeweils Funktionen zur Berücksichtigung der Umgebungsfeuchte, der Betondruckfestigkeit und des Betonalters bei Belastungsbeginn sind und mit Hilfe von Gl. 2-19, Gl. 2-22 und Gl. 2-23 ermittelt werden können.

$$\varphi_{RH} = \left( 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad \text{Gl. 2-19}$$

Dabei ist:

$RH$  Relative Umgebungsluftfeuchte in %

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{U} \quad \text{Wirksame Bauteildicke in mm} \quad \text{Gl. 2-20}$$

$A_c$  Gesamtfläche des Betonquerschnitts

$U$  Umfang des Querschnitts, welcher der Umgebung ausgesetzt ist

$\alpha_{1;2;3}$  Beiwerte zur Berücksichtigung des Einflusses der Betondruckfestigkeit

$$\alpha_1 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \leq 1,0 \quad \alpha_2 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \leq 1,0 \quad \alpha_3 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \leq 1,0 \quad \text{Gl. 2-21}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad \text{Gl. 2-22}$$

Dabei ist:

$f_{cm}$  Mittlere Betondruckfestigkeit am Zylinder nach 28 Tagen in N/mm<sup>2</sup>

$$\beta(t_{0,eff}) = \frac{1}{(0,1 + t_{0,eff}^{0,2})} \quad \text{Gl. 2-23}$$

Aufgrund unterschiedlicher Hydratationsgeschwindigkeiten und Festigkeitsentwicklungen ist bei der Berechnung von  $\beta(t_{0,eff})$  die Auswirkung der verwendeten Zementart gemäß Gl. 2-24 mit einzubeziehen, indem das Betonalter bei Belastungsbeginn  $t_0$  zu einem effektiven Betonalter  $t_{0,eff}$  umgerechnet wird. In diesem Zusammenhang ist es ebenfalls möglich die Umgebungstemperaturen zu berücksichtigen, was insbesondere bei stark erhöhten und sehr niedrigen Temperaturen Auswirkungen auf das Kriechvermögen des Betons hat. Hierzu wird auf DIN EN 1992-1-1 (2011) verwiesen.

$$t_{0,\text{eff}} = t_0 \cdot \left( \frac{9}{2+t_0^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad \text{Gl. 2-24}$$

Dabei ist:

$$\alpha = \begin{cases} -1 & \text{Zementklasse S (32,5 N)} \\ 0 & \text{Zementklasse N (32,5 R; 42,5 N)} \\ 1 & \text{Zementklasse R (42,5 R; 52,5 N; 52,5 R)} \end{cases} \quad \text{Gl. 2-25}$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t-t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} \quad \text{Gl. 2-26}$$

Dabei ist:

- $t$                       Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen
- $t_0$                      Tatsächliches Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen
- $t-t_0$                   Tatsächliche Belastungsdauer in Tagen
- $\beta_H$                     Beiwert zur Berücksichtigung der relativen Luftfeuchte  $RH$  und der wirksamen Bauteildicke  $h_0$

$$\beta_H = 1,5 \cdot \left[ 1 + (0,012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad \text{Gl. 2-27}$$

Die im Zusammenhang mit Abbildung 2-4 beschriebene Nichtlinearität des Kriechens kann näherungsweise durch die rechnerische Anpassung mithilfe einer Exponentialfunktion nach Gl. 2-28 erfolgen, woraus die nichtlineare Kriechzahl  $\varphi_{nl}(t, t_0)$  hervorgeht. Gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) ist diese Anpassung zu verwenden, wenn die Betondruckspannung bei Belastungsbeginn 45 % der charakteristischen Betondruckfestigkeit übersteigt.

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{1,5(k_\sigma - 0,45)} \quad \text{Gl. 2-28}$$

Dabei ist:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c}{f_{ck}(t_0)} \quad \text{Gl. 2-29}$$

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Spannungsniveaus oberhalb von der Linearitätsgrenze des Kriechens durch die explizite Berechnung der auftretenden Betonspannungen gezielt ausgeschlossen. Daher wird diese Thematik nicht genauer thematisiert. Für weitergehende Informationen zu nichtlinearen Effekten im Rahmen des Betonkriechens sei auf Shen (1992) verwiesen. Darin werden numerische Modelle vorgestellt, die explizit für Spannungsniveaus oberhalb der Linearitätsgrenze konzipiert wurden.

### 2.2.6.3 Schwinden

Anders als das lastabhängige Kriechen des Betons ist das Schwinden ein lastunabhängiger Prozess, welcher eine Volumenverringerng des Betons durch interne und externe Austrocknung zur Folge hat. Gemäß Hilsdorf (1969) und Grube (1991) setzt sich das Schwinden primär aus den beiden Anteilen Trocknungsschwinden und autogenes Schwinden zusammen. Das Trocknungsschwinden beschreibt Hilsdorf (1969) zufolge die äußere Austrocknung des Betonbauteils infolge eines Feuchtgradienten zwischen Bauteil und Umgebung. Das autogene Schwinden, welches auch unter dem Begriff des chemischen Schwindens bekannt ist, beschreibt Powers und Brownyard (1947) zufolge die Volumendifferenz zwischen den Ausgangsstoffen (Wasser und Zement) gegenüber den Reaktionsprodukten (Zementhydrate) des Hydratationsprozesses.

Für die Ermittlung der Schwinddehnung  $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  wird in DIN EN 1992-1-1 (2011) der Ansatz gemäß Gl. 2-30 vorgeschlagen. Hierbei werden das Trocknungsschwinden  $\varepsilon_{cd}(t, t_s)$  (Gl. 2-31) und das autogene Schwinden  $\varepsilon_{ca}(t)$  (Gl. 2-37) getrennt voneinander ermittelt und abschließend addiert.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cd}(t, t_s) + \varepsilon_{ca}(t, t_s) \quad \text{Gl. 2-30}$$

$$\varepsilon_{cd}(t, t_s) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad \text{Gl. 2-31}$$

Dabei ist:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} \quad \text{Gl. 2-32}$$

$t_s$                       Betonalter zu Beginn des Trocknungsschwindens  
(Ende der Nachbehandlung) in Tagen

$$k_h = \begin{cases} 1,00 & \text{für } h_0 = 100 \text{ mm} \\ 0,85 & \text{für } h_0 = 200 \text{ mm} \\ 0,75 & \text{für } h_0 = 300 \text{ mm} \\ 0,70 & \text{für } h_0 \geq 500 \text{ mm} \end{cases}$$

$\varepsilon_{cd,0}$                       Grundwert des Trocknungsschwindens

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}} \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad \text{Gl. 2-33}$$

$f_{cm0}$                       = 10 N/mm<sup>2</sup> (Bezugswert der Betondruckfestigkeit)

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad \text{Gl. 2-34}$$

$RH_0$                       = 100 % (Bezugsfeuchte)

$$\alpha_{ds1} = \begin{cases} 3 & \text{Zementklasse S (32,5 N)} \\ 4 & \text{Zementklasse N (32,5 R; 42,5 N)} \\ 6 & \text{Zementklasse R (42,5 R; 52,5 N; 52,5 R)} \end{cases} \quad \text{Gl. 2-35}$$

$$\alpha_{ds2} = \begin{cases} 0,13 & \text{Zementklasse S (32,5 N)} \\ 0,12 & \text{Zementklasse N (32,5 R; 42,5 N)} \\ 0,11 & \text{Zementklasse R (42,5 R; 52,5 N; 52,5 R)} \end{cases} \quad \text{Gl. 2-36}$$

Für die autogenen Schwindverformungen gilt:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad \text{Gl. 2-37}$$

Dabei ist:

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0,2\sqrt{t}} \quad \text{Gl. 2-38}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^6 \quad \text{Gl. 2-39}$$

### 2.3 Betonstahl und Spannstahl

Die Bewehrung konventioneller Stahl- und Spannbetonbauteile erfolgt nach DIN EN 1992-1-1 (2011) unter Verwendung von Betonstahl bzw. Spannstahl. Während Betonstahl gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) üblicherweise in Form von Stabstahl oder Matten eingesetzt wird, erfolgt der Einsatz von Spannstahl in Form von Drähten (glatt oder profiliert), Litzen, welche aus Drahtbündeln bestehen, oder profilierten Stäben. Der Herstellprozess bestimmt bei Betonstahl und Spannstahl gleichermaßen das Materialverhalten. Bei warmgewalzten Stählen stellt sich ein ausgeprägtes Fließplateau bei Erreichen der Streckgrenze  $f_y$  ein, gefolgt von einem Verfestigungsbereich bis zum Erreichen der Zugfestigkeit  $f_t$ . Kaltverformte Stähle weisen Leonhardt (1984) zufolge hingegen einen kontinuierlichen Übergang aus dem elastischen in den plastischen Bereich mit einem weniger stark ausgeprägten Verfestigungsbereich auf. In diesem Fall wird nach DIN EN 1992-1-1 (2011) die Spannung bei 0,1 % plastischer Dehnung  $f_{p0,1}$  als rechnerisches Äquivalent zur Streckgrenze  $f_y$  verwendet. Die verschiedenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sind in Abbildung 2-5 exemplarisch für kaltgezogenen Betonstahl (B500A), warmgewalzten Betonstahl (B500B) und Litzen aus kaltgezogenem Spannstahl (St 1570/1770) dargestellt.

Der Vergleich der beiden Betonstahlsorten zeigt, dass sich wärmebehandelte Stähle, neben der definierten Streckgrenze und dem ausgeprägten Verfestigungsbereich zwischen Streckgrenze und Zugfestigkeit, zudem durch eine größere Verformungsfähigkeit auszeichnen. Nach DIN 488-1 (2009) wird dies durch die Duktilitätsklasse erfasst. Im Allgemeinen handelt es sich bei Material der Duktilitätsklasse A um kaltverformten und bei Material der Duktilitätsklasse B um wärmebehandelten Stahl, vgl. Abbildung 2-5. Trotz des unterschiedlichen Verformungsverhaltens weisen die verschiedenen Betonstähle näherungsweise identische Elastizitätsmoduln auf. Nach DIN EN 1992-1-1 (2011) beträgt dieser für



Betonstahl übereinstimmend  $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ . Für Spannstahl werden in DIN EN 1992-1-1 (2011) je nach Erzeugnisform etwas höhere ( $E_p = 205.000 \text{ N/mm}^2$  bei Einzeldrähten) oder etwas niedrigere Elastizitätsmoduln ( $E_p = 195.000 \text{ N/mm}^2$  bei Litzen) benannt.

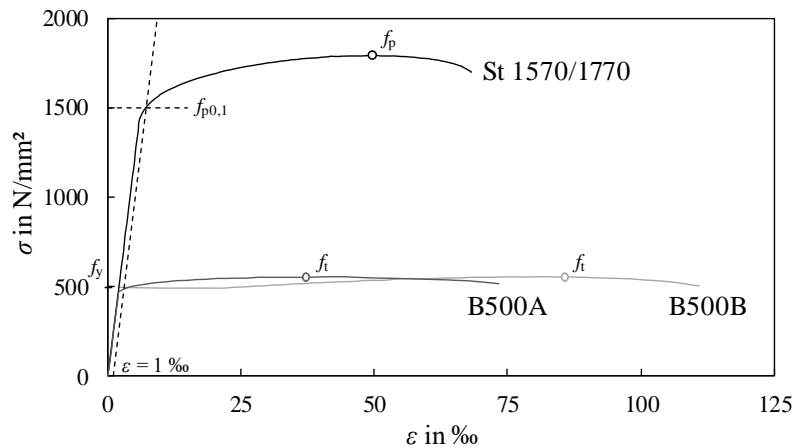


Abbildung 2-5 Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Betonstahl und Spannstahl nach Zilch und Zehetmaier (2010)

Während das Materialverhalten der Stahlbewehrung bei Stahlbetonbauteilen als zeitinvariant angesehen werden kann, ist bei Spannbetonbauteilen, bei denen der Spannstahl dauerhaft hohen Spannungsniveaus ausgesetzt ist, nach Leonhardt (1980) die Relaxation der Spannglieder (Rückgang der Vorspannung) zu berücksichtigen. Leonhardt (1980) führt an, dass die Relaxation des Spannstahls mit Relativverschiebungen der Kristallgitterstruktur zu begründen ist, dessen Maß neben dem vorliegenden Spannungsniveau auch durch die Stahlgüte, das Herstellverfahren und die Umgebungstemperatur beeinflusst wird. Die Relaxation wird in DIN EN 1992-1-1 (2011) durch die Einordnung von Spannstahl in eine von drei Relaxationsklassen berücksichtigt. Eine genauere Betrachtung der Relaxation und der Berücksichtigung der daraus folgenden Spannkraftverluste im Rahmen der Bemessung erfolgt in Abschnitt 3.4.

### 2.4 Faserverbundkunststoffbewehrung

#### 2.4.1 Allgemeines

Gemäß Ehrenstein (2006) sind Faserverbundkunststoffe (FVK) Verbundwerkstoffe, die sich aus Fasern und einer umgebenden Kunststoffmatrix zusammensetzen. Bewehrungen aus Faserverbundkunststoff für die Anwendung im Betonbau können aus verschiedenen Materialkombinationen hergestellt werden und durch verschiedene Arten der Nachbehandlung unterschiedlichste Oberflächenbeschaffenheiten aufweisen.

Der Einsatz von Faserverbundkunststoffen in Branchen wie etwa der Luft- und Raumfahrt oder der Automobilindustrie sorgte laut Meier (2012) für einen deutlichen Anstieg des weltweiten Verbrauchs von Fasermaterialien bei zeitgleich deutlicher Reduktion des Materialpreises. Gemäß Rose (1981) stieg beispielsweise der weltweite Gebrauch von Carbonfasern in den 1970er Jahren jährlich um rund 40 % von ca. 17 t/a (1970) auf ca. 490 t/a (1980), während der Preis in diesem Zeitraum um 80 % sank. Die Perspektive von wartungsärmeren Bauwerken infolge einer, im Vergleich zu Betonstahl, geringeren Korrosionsgefahr in Verbindung mit guten mechanischen Eigenschaften sorgte laut Meier (2012) auch für einen zunehmenden Einsatz von Faserverbundkunststoffen in der Baubranche. Neben umfangreichen Untersuchungen zum Materialverhalten möglicher Faserverbundkunststoffbewehrungen, vgl. bspw. Franke und Rehm (1974), wurden erste Bauwerke realisiert, darunter laut Meier (1992) die erste europäische auf Schwerverkehr bemessene Brücke mit vorgespannten Bewehrungsstäben aus Glasfaserverbundkunststoff in Düsseldorf, siehe hierzu auch Wolff und Mießeler (1989). Zudem wurden im internationalen Raum seither verschiedene Richtlinien, bspw. in Japan JSCE 1997 (1997), den USA ACI-440.1R-15 (2015), ACI 440.4R-04 (2004) und Kanada CSA S806-12 (2012) entwickelt, welche eine zuverlässige Bemessung von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung ermöglichen.

Die zunehmende Bedeutung von Faserverbundkunststoffbewehrung geht auch aus einem aktuellen Marktbericht der Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe, vgl. Witten und Schuster (2022), hervor. Darin wird gezeigt, dass die Baubranche im gesamten Markt der Faserverbundwerkstoffe hinter der Automobilbranche der zweitgrößte Sektor ist, während im Bereich duroplastischer Kompositwerkstoffe sogar der größte Marktanteil auf die Baubranche entfällt. Dies verdeutlicht sowohl das Potential von Faserverbundkunststoffen als Bewehrung von Betonbauteilen als auch die Notwendigkeit weiterer wissenschaftlicher Untersuchungen zur bestmöglichen Nutzung dieses Potentials.

Im Zusammenhang mit Fasermaterialien spielt zudem die Gesundheitsverträglichkeit eine bedeutende Rolle. Während in der Vergangenheit in der Baubranche gelegentlich gesundheitsschädliche Fasermaterialien wie Asbest oder sog. alte Glaswolle zum Einsatz kamen, ist ein kanzerogenes Potential der in Faserverbundkunststoffen enthaltenen Materialien zukünftig auszuschließen. Gemäß Teschner (2013) können Fasern potentiell kanzerogen sein,

wenn ein Durchmesser von  $d < 3 \mu\text{m}$ , eine Länge von  $l < 5 \mu\text{m}$  und ein Verhältnis von  $l/d > 3$  vorliegt. Wie in Abschnitt 2.4.2 gezeigt wird, werden für die Herstellung von Faserverbundkunststoffen Endlosfasern verwendet, deren Durchmesser zudem größer als der Grenzwert von  $3 \mu\text{m}$  ist. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die Fasern nicht in die tieferen Atemwege gelangen und sie kein kanzerogenes Potential entwickeln.

### 2.4.2 Fasern

Das verwendete Fasermaterial ist von entscheidender Bedeutung für die mechanischen Eigenschaften der Faserverbundkunststoffbewehrung. Aufgrund der unidirektionalen Ausrichtung der Fasern im Bewehrungsstab bestimmen die Fasern maßgeblich die Festigkeitseigenschaften der resultierenden Bewehrungselemente in Längsrichtung. Die in der Baubranche am häufigsten eingesetzten Fasermaterialien sind Kohlenstoff, Glas und Basalt, deren Eigenschaften nachfolgend beschrieben werden. Insbesondere die Eigenschaften und das Herstellungsverfahren von Glasfasern wird genauer beleuchtet, da im Rahmen der experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit Glasfaserverbundkunststoffbewehrung zum Einsatz kommt. Darüber hinaus wurden im Rahmen früherer Forschung auch häufig Aramidfasern untersucht. Aufgrund zahlreicher problematischer Materialeigenschaften haben diese jedoch beinahe keine Bedeutung in der Baubranche und werden im Rahmen dieser Arbeit nicht detaillierter betrachtet. Abschließend wird eine Bandbreite möglicher Materialkenngrößen der verschiedenen Fasermaterialien tabellarisch dargestellt.

#### Carbonfasern (Kohlenstofffasern)

Bei Carbonfasern handelt es sich um synthetisch hergestellte Fasern, deren Eigenschaften vom verwendeten Ausgangsmaterial (Precursor) und den gewählten Veredelungsprozessen abhängen. Park (2018) zufolge basieren die gängigsten Ausgangsmaterialien auf der Acrylverbindung Polyacrylnitril (PAN), Cellulose und Pech, wobei Witten (2014) anführt, dass über 85 % der verfügbaren Carbonfasern mithilfe des Precursors PAN erzeugt werden. Die Herstellung PAN-basierter Carbonfasern ist gemäß Ehrenstein (2006) ein mehrstufiger Prozess, bei dem die zuvor gestreckten PAN-Fäden zunächst im Niedrigtemperaturbereich ( $200 - 220 \text{ }^\circ\text{C}$ ) oxidiert werden. Es folgt die Carbonisierung (Pyrolyse) der Fäden bei einer Temperatur von rund  $1.300 \text{ }^\circ\text{C}$ , ehe daran anschließend eine Graphitierung im Hochtemperaturbereich ( $2.000 - 3.000 \text{ }^\circ\text{C}$ ) erfolgen kann. Bei der Herstellung hochfester Fasern (HS) wird üblicherweise auf die Graphitierung verzichtet, da bereits die Carbonisierung die Festigkeitseigenschaften der Fasern bestimmt. Durch die Graphitierung wird vorrangig die Steifigkeit des Materials gesteigert, sodass diese Produktionsstufe insbesondere bei der Herstellung von Fasern mit einer sehr hohen Anforderung an den Elastizitätsmodul (HM / UHM) durchgeführt wird. Nach dieser Temperaturbehandlung folgt das Avivieren,

bei dem ein flüssiges Stoffgemisch auf die Fasern aufgebracht wird, was Faserbrüchen vorbeugt und eine bessere Weiterverarbeitung ermöglicht. Abschließend werden die Fasern auf Spulen aufgewickelt.

### Basaltfasern

Anders als Carbonfasern werden Basaltfasern nicht synthetisch hergestellt, sondern aus dem namensgebenden Vulkangestein Basalt erzeugt. Die chemische Zusammensetzung von Basaltgestein weist Liu (2008) zufolge regionale Unterschiede auf, die durch die unterschiedlichen geologischen Bedingungen begründet werden können. Die beiden Hauptbestandteile des Basaltgesteins sind Silizium- und Aluminiumoxid ( $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Laut Militky und Kovacic (1996) muss insbesondere der Anteil des Siliziumoxids mindestens 46 % betragen, um geeignetes Fasermaterial erzeugen zu können. Weitere Bedingungen hierfür sind rückstandslose Schmelzbarkeit, hohe Viskosität und eine kristallisationsfreie Erhärtung. Die Herstellung der Fasern erfolgt im Düsenziehverfahren. Dabei wird das Basaltgestein mit geeigneter chemischer Zusammensetzung auf etwa  $1.400\text{ }^\circ\text{C}$  erhitzt, wobei eine flüssige Schmelze entsteht, vgl. Liu (2008). Diese Schmelze fließt durch kleine Düsen, wodurch die Filamente entstehen. Die Filamente werden schließlich durch eine Spinnvorrichtung mit hoher Geschwindigkeit kontinuierlich abgezogen, dabei gestreckt und mit einer Schlichte überzogen. Laut Ehrenstein (2006) dient dieser Vorgang, ähnlich wie das Avivieren der Carbonfasern, dem Schutz der Fasern vor Brüchen sowie einer besseren Weiterverarbeitbarkeit. Abschließend werden die Einzelfilamente gebündelt und auf eine Spule gewickelt.

### Glasfasern

Die Herstellung von Glasfasern erfolgt laut Ehrenstein (2006), ähnlich wie die Herstellung von Basaltfasern, im Düsenziehverfahren, das in Abbildung 2-6 schematisch dargestellt ist.

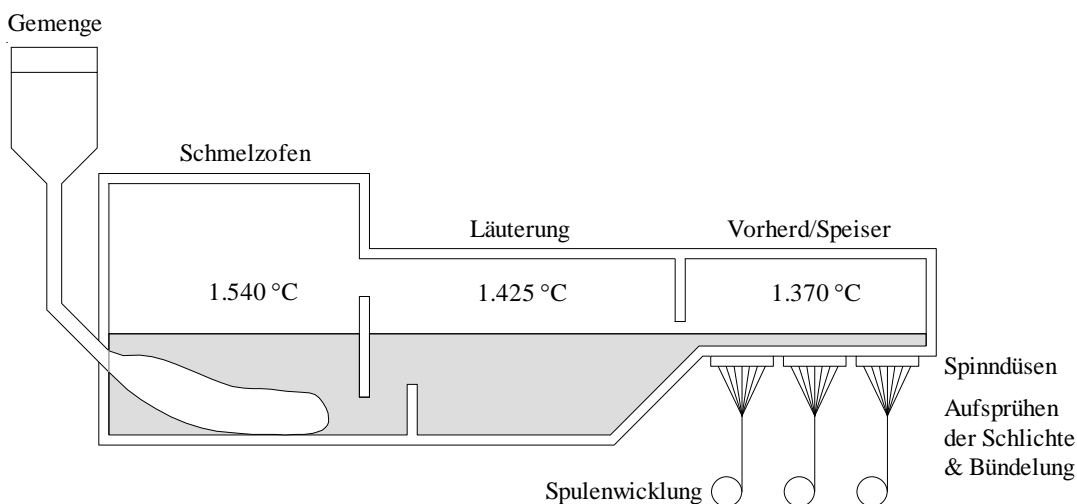


Abbildung 2-6 Schematische Glasfaserherstellung mittels Düsenziehverfahren nach Ehrenstein (2006)

Anders als Basaltfasern, deren einziger Ausgangsstoff Basaltgestein ist, setzen sich Glasfasern aus einem sog. Gemenge aus Quarzsand, Kalkstein, Kaolin, Dolomit, Flussspat und gegebenenfalls Borsäure zusammen. Diese Mischung wird nach Witten (2014) auf eine Partikelgröße von maximal 2 mm gemahlen und auf bis zu 1.540 °C erhitzt. Die entstehende Schmelze wird gemäß Ehrenstein (2006) über mehrere Tage geläutert, wobei die Schlacke und eingeschlossene Gasblasen aus der Schmelze entfernt werden. Die geläuterte Glasschmelze wird anschließend zu den rund 1.370 °C heißen, platinlegierten Spinnndüsen geführt, aus denen etwa 2 mm dicke Glasfäden austreten. Ähnlich wie bei den Basaltfasern werden die Fäden durch eine schnell rotierende Spinnvorrichtung abgezogen und dabei durch die starke Streckung auf einen Durchmesser im Bereich weniger Mikrometer verjüngt. Auch die Glasfasern werden dabei mit einer Schlichte benetzt. Diese sorgt neben dem bereits beschriebenen Schutz vor Faserbrüchen laut Ehrenstein (2006) zudem für eine bessere Bündelung der Fasern und einer Optimierung der Faseroberfläche für bessere Haftung im Rahmen der späteren Anwendungen in Kombination mit Kunststoffmatrices. Abschließend werden die nachbehandelten Einzelfilamente zu einem Spinnfaden gebündelt und zur weiteren Verarbeitung ebenfalls auf Spulen aufgewickelt. Je nach Zusammensetzung des Gemenges können auf diese Weise verschiedene Arten von Glasfasern hergestellt werden. Für die Anwendung in der Baubranche sind insbesondere AR-Glasfasern (**alkali resistant**) und E- bzw. ECR-Glasfasern (**electric bzw. electric, corrosion resistant**) von Interesse.

### **Materialeigenschaften verschiedener Faserarten**

Alle zuvor beschriebenen Fasermaterialien weisen ein linear-elastisches Materialverhalten auf, vgl. Wulfhorst et al. (1998). Die zugehörigen Materialparameter, wie etwa Festigkeit und Elastizitätsmodul, liegen jedoch aufgrund der verschiedenen Herstellungsverfahren und Ausgangsstoffe, welche zudem unterschiedliche Reinheitsgrade aufweisen, in einer großen Bandbreite vor. Ein weiterer Aspekt, der insbesondere die Festigkeit der Fasern beeinflusst, ist laut Schürmann (2007) der statistische Größen- oder Maßstabeffekt. Dieser ist auf die von Weibull (1951) geprägte Spröbruchtheorie zurückzuführen. Systeme mit in Reihe geschalteten (seriellen) Elementen mit sprödem Materialverhalten versagen demnach, sobald das schwächste Element innerhalb des Systems versagt (*weakest link theory*). Aus einer statistischen Betrachtung folgt, dass die Anzahl festigkeitsdeterminierender Fehlstellen in einem großen Werkstoffvolumen größer ist, als in einem kleinen Werkstoffvolumen. Folglich sind die Festigkeiten von Fasern mit geringerem Durchmesser größer als bei Fasern mit größerem Durchmesser, bei ansonsten gleichen Randbedingungen. Dieser Sachverhalt wird am Beispiel von Glasfasern in Abbildung 2-7 verdeutlicht. Infolge der Materialunabhängigkeit dieses Effektes gilt nach Rose (1981) selbiges auch für Carbonfasern und es kann ebenfalls auf Basaltfasern übertragen werden.

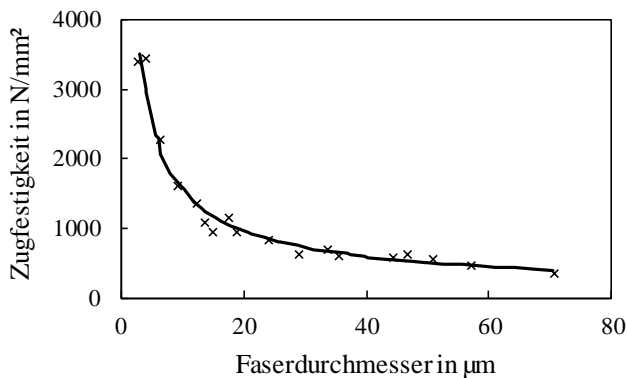


Abbildung 2-7 Statistischer Maßstabeffekt: Einfluss des Faserdurchmessers auf die Zugfestigkeit am Beispiel von Glasfasern nach Schürmann (2007)

Mögliche Bandbreiten der Eigenschaften verschiedener Fasermaterialien sind in Tabelle 2-1 zusammengestellt.

Tabelle 2-1 Eigenschaften verschiedener Fasermaterialien

Kennwert	Durchmesser	Rohdichte	Elastizitätsmodul	Zugfestigkeit	Bruchdehnung	Quellen
Einheit	µm	g/cm³	N/mm²	N/mm²	‰	-
Basalt	5 – 16,1	2,60 – 2,80	76.000 – 110.000	990 – 4.840	13 – 32	Liu (2008) Mozorov et al. (2001) Sim et al. (2005) Park et al. (1999) Greco et al. (2014) Schürmann (2007)
Carbon (PAN)	6 – 18	1,60 – 2,00	180.000 – 650.000 (HS) – (UHM)	1.500 – 7.060	3,5 – 21	Liu (2008) Wulfhorst et al. (1998) Ehrenstein (2006) Park (2018) Lavin (2001)
AR-Glas	3,5 – 28,8	2,68 – 2,74	21.000 – 80.000	1.320 – 3.500	20 – 44	Liu (2008) Wulfhorst et al. (1998) Banholzer (2004) Ehrenstein (2006)
E-/ECR-Glas	3,5 – 26,6	2,50 – 2,72	72.000 – 80.500	1.500 – 3.700	18 – 48	Liu (2008) Jones (2001) Wulfhorst et al. (1998) Ehrenstein (2006) Zinck et al. (1999) fib Bulletin 40 (2007)

### 2.4.3 Kunststoffmatrices

Der zweite Bestandteil der Faserverbundkunststoffbewehrung neben den Fasern ist die Kunststoffmatrix. Deren hauptsächliche Aufgaben bestehen gemäß Ehrenstein (2006) in der Kraftübertragung, in der Lagesicherung der Fasern im Bewehrungsstab und im Schutz gegenüber äußeren Einflüssen wie Feuchtigkeit, chemischen Substanzen oder mechanischen Einwirkungen. Im Allgemeinen sind hierfür laut Teschner (2013) Thermoplaste und Duroplaste geeignet. Um die eingebetteten Fasern optimal vor Feuchtigkeit zu schützen, sollte in Anlehnung an Karbhari et al. (2003) eine diffusionsdichte Matrix verwendet werden. Diese bietet einen guten Schutz gegenüber einwirkender Feuchtigkeit sowie der vom umliegenden Beton ausgehenden Alkalibbeanspruchung. Diese Anforderungen erfüllen gemäß Domininghaus et al. (2012) insbesondere Duroplaste. Laut Ehrenstein (2006) werden

bei der Herstellung von Faserverbundkunststoffbewehrung fast ausschließlich Duroplaste aus der Gruppe der Reaktionsharze verwendet, da aufgrund ihrer geringeren Viskosität eine bessere Tränkung der Fasern möglich ist und sie eine gegenüber anderen Kunststoffen größere Wärme- und Chemikalienbeständigkeit aufweisen. Zu den im Rahmen der Herstellung von FVK-Bewehrung meistverwendeten Reaktionsharzen zählen ungesättigte Polyesterharze (UP), Vinylesterharze (VE) und Epoxidharze (EP). Eine Übersicht der Materialparameter dieser Kunststoffmatrixes ist in Tabelle 2-2 dargestellt.

Tabelle 2-2 *Eigenschaften verschiedener Kunststoffmatrixes*

Kennwert Einheit	Rohdichte g/cm <sup>3</sup>	Elastizitätsmodul N/mm <sup>2</sup>	Zugfestigkeit N/mm <sup>2</sup>	Bruchdehnung ‰	Quellen -
Ungesättigtes Polyesterharz (UP)	1,2 – 1,3	3.000 – 4.800	40 – 85	15 – 42	Ehrenstein (2006) Schürmann (2007) Moser (1992)
Vinylesterharz (VE)	1,04 – 1,35	3.000 – 4.000	68 – 95	26 – 61	Ehrenstein (2006) fib Bulletin 40 (2007) Park (2018) Schürmann (2007)
Epoxidharz (EP)	1,1 – 1,4	2.500 – 6.000	3,8 – 176	10 – 130	Ehrenstein (2006) Park (2018) Schürmann (2007) Moser (1992)

Ähnlich wie bei den Fasermaterialien lassen sich auch bei den Kunststoffmatrixes große Bandbreiten der Materialeigenschaften erkennen. Dies liegt hierbei in erster Linie an den möglichen chemischen Zusammensetzungen der Reaktionsharze, welche in Abhängigkeit des Anwendungsfalls individuell eingestellt werden können. Die in Tabelle 2-2 aufgeführten Werte dienen als Übersicht gängiger Produkte. Sie stellen nicht die absoluten Grenzwerte erzielbarer Materialparameter dar, vgl. Dominghaus et al. (2012).

Bei der Verwendung für Faserverbundkunststoffbewehrungen ist ein Hauptaugenmerk auf die Bruchdehnung des Harzes zu legen. Da die Kunststoffmatrix aus mechanischer Sicht primär der Lastverteilung im Bewehrungsquerschnitt dient, sollte die Bruchdehnung der gewählten Matrix deutlich größer sein als die Bruchdehnung der verwendeten Fasern. Auf diese Weise bleibt die Matrix auch bei großen Belastungsniveaus theoretisch unbeschädigt, wodurch der Schutz der Fasern sichergestellt ist, vgl. Knippers et al. (2020). Weiterhin sollte der Elastizitätsmodul der Matrix deutlich geringer sein als der Elastizitätsmodul der Fasern. Dadurch erfolgt die Lastübertragung primär über die Fasern und der elastische Lastanteil, welcher zunächst von der Matrix übertragen und im Verlauf der Zeit auf die Fasern umgelagert wird, verbleibt möglichst gering. Auf dieses Phänomen wird in den Abschnitten 2.4.4.2, 3.4, 4.2.2 und 5.2 genauer eingegangen.

### 2.4.4 FVK-Bewehrungen

#### 2.4.4.1 Allgemeines

Die Herstellung der FVK-Bewehrungselemente erfolgt im Pultrusionsverfahren (auch Strangzieh- oder Profilziehverfahren genannt), bei dem die Fasern und die Kunststoffmatrix vereint werden. Hierbei werden die auf Spulen aufgewickelten Filamente zunächst abgerollt, gebündelt und durch ein Bad der Kunststoffmatrix geführt. Es folgt die Formgebung der imprägnierten Faserstränge an einer Profildüse und die anschließende wärmegezielte Erhärtung. Zur Steigerung des Tränkungsgrades kann hierbei optional eine zusätzliche Reaktionsharzinjektion vorgenommen werden. Letztlich wird das gehärtete Bewehrungselement aus dem Härtungswerkzeug kontinuierlich abgezogen und abgelängt. Der Verfahrensablauf des Pultrusionsprozesses ist in Abbildung 2-8 schematisch dargestellt.

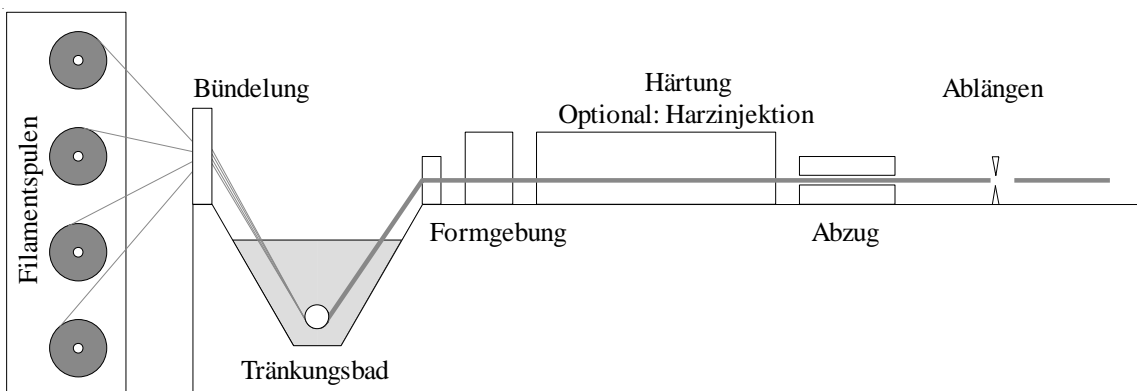


Abbildung 2-8 Schematische Darstellung der Herstellung von FVK-Bewehrung mittels Pultrusionsverfahren nach Ehrenstein (2006) und Witten (2014)

Die Güte des Tränkungsprozesses im Rahmen der Pultrusion ist für die mechanischen Eigenschaften der FVK-Bewehrung von besonderer Bedeutung. Um alle Fasern des Bewehrungsstabes am Lastabtrag zu beteiligen, ist eine möglichst homogene Spannungsverteilung über den Querschnitt erforderlich. Gemäß Cherif (2011) stellen sich im Falle von Bewehrungsstäben ohne Tränkung ausgeprägte Spannungsspitzen am Querschnittsrand ein. Da nur die Randfilamente direkten Kontakt mit dem umliegenden Beton aufweisen, werden diese im Vergleich zu den Kernfilamenten überproportional stark belastet und versagen frühzeitig. Cherif (2011) und Lorenz (2014) zeigen, dass ein zunehmender Grad der Tränkung zu einer verstärkten Aktivierung des Kernbereiches der Bewehrung und somit zu einer gleichmäßigeren Spannungsverteilung im Querschnitt führen, woraus unmittelbar größere Traglasten der Bewehrung folgen. Abbildung 2-9 verdeutlicht diesen Sachverhalt.



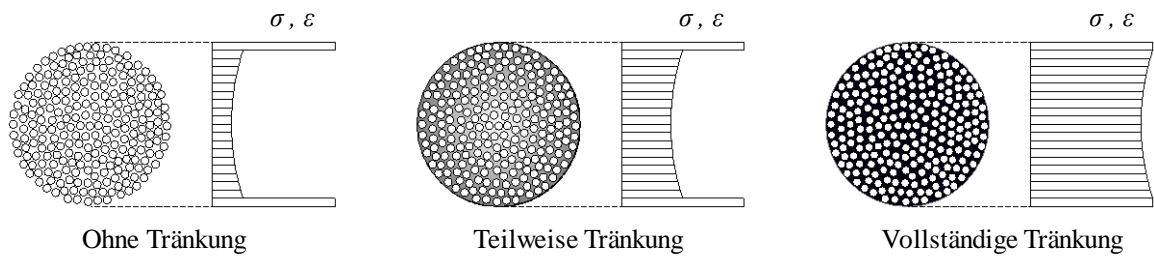


Abbildung 2-9 Spannungs- bzw. Dehnungsverteilung in der FVK-Bewehrung in Abhängigkeit vom Tränkungsgrad nach Cherif (2011)

Ein weiterer entscheidender Aspekt, der im Rahmen der Herstellung von FVK-Bewehrungsstäben zu berücksichtigen ist, ist die Oberflächenbeschaffenheit der Bewehrungsstäbe. Um die übertragbaren Verbundspannungen zwischen Beton und Bewehrung zu steigern, werden verschiedene Arten der Oberflächenbehandlung angewandt. Darunter etwa die Steigerung der Rauigkeit durch Zugabe von Sand auf die Staboberfläche im Rahmen der Härtung, die straffe Umflechtung oder Umwicklung des Stabes mit einem Faserstrang oder die nachträgliche Profilierung des Stabes mittels Fräsung. Die nachträgliche Bearbeitung ist dabei aufgrund der leichten Zerspanbarkeit der FVK-Bewehrungen möglich. Abbildung 2-10 zeigt eine Auswahl verschiedener Oberflächenbeschaffenheiten von FVK-Bewehrungsstäben. Darüber hinaus sind auch Kombinationen verschiedener Oberflächenbehandlungen möglich, wie bspw. eine straffe Umflechtung mit zusätzlicher Besandung.

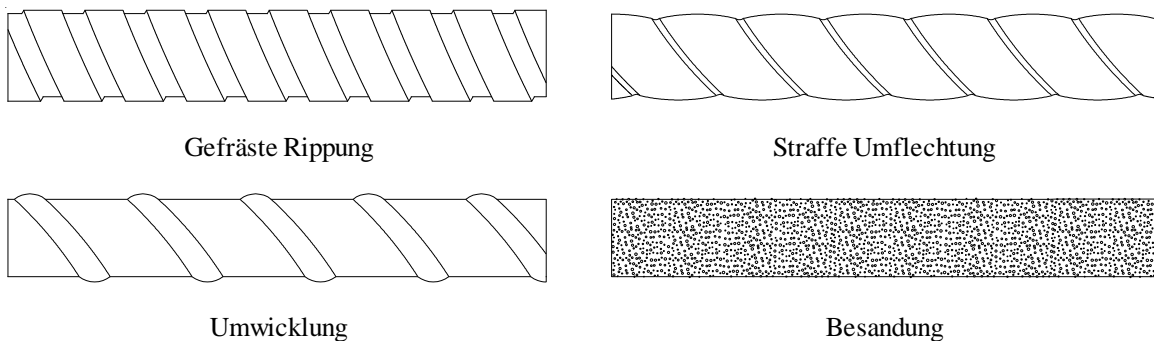


Abbildung 2-10 Verschiedene Oberflächenbeschaffenheiten von FVK-Bewehrungsstäben

Aufgrund der unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheiten und damit verschiedenen Querschnittsformen sind an dieser Stelle auch die drei unterschiedlichen Varianten der Angabe von Materialparametern zu nennen. Die erste Möglichkeit ist die Angabe der Materialkennwerte mit Bezug auf den reinen Faserquerschnitt, was zu vergleichsweise großen Zugfestigkeiten führt und insbesondere bei Fasersträngen von textilen Gelegen gängig ist. Die zweite Möglichkeit ist die Angabe der Materialkennwerte bezogen auf den nominellen (zumeist inneren) Stabquerschnitt, inkl. der Matrix, woraus eher geringe Zugfestigkeiten folgen. Die dritte Möglichkeit ist die Angabe der Materialkennwerte in Bezug auf eine effektive Querschnittsfläche, welche durch Tauchwägung ermittelt werden kann, vgl. ASTM D7205/D7205M-06 (2006). Dabei findet die spezifische Oberflächenbeschaffenheit, wie

bspw. die Profilierungstiefe, Berücksichtigung und die resultierenden Zugfestigkeiten liegen in ihrer Größenordnung üblicherweise zwischen den Varianten 1 und 2. Aus Gründen der Vergleichbarkeit mit zahlreichen Ergebnissen aus der Literatur, vgl. Abschnitte 5.2.3 und 6.6.3, und in Anlehnung an die bestehende Konvention bei Betonstahl wird im Rahmen dieser Arbeit die zweite Variante verwendet und die Zugfestigkeit mit Bezug auf den nominellen (inneren) Querschnitt des Bewehrungsstabes angegeben.

Neben den Materialkenngrößen der Fasern und der Kunststoffmatrices werden die mechanischen Eigenschaften der FVK-Bewehrungsstäbe weiterhin durch den vorliegenden Faservolumengehalt  $V_f$  beeinflusst. In Abhängigkeit vom Herstellungsverfahren und von der verwendeten Materialkombination liegen bei den am Markt üblichen FVK-Bewehrungsstäben gemäß Niewels (2008), Youssef (2010) und Schumann et al. (2018) Faservolumenanteile von  $V_f = 40 - 75 \%$  vor. Gl. 2-40 verdeutlicht die Bedeutung des Faservolumenanteils  $V_f$  am Beispiel des Elastizitätsmoduls der FVK-Bewehrung. Die resultierende Steifigkeit des Bewehrungselements setzt sich dabei aus den Steifigkeiten der Komponenten Fasern  $E_f$  und Matrix  $E_m$  in Verbindung mit den jeweiligen Volumenanteilen (Faservolumenanteil  $V_f$ ; Matrixvolumenanteil  $V_m$ ) zusammen.

$$E_{FVK} = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m = E_f \cdot V_f + E_m \cdot (1 - V_f) \quad \text{Gl. 2-40}$$

Auf Basis der zum Teil stark variierenden Materialparameter der Ausgangsmaterialien, vgl. Tabelle 2-1 und Tabelle 2-2, des Einflusses des Herstellungsprozesses und der verschiedenen Faservolumenanteile ergeben sich auch für die Kompositwerkstoffe große Bandbreiten möglicher Materialeigenschaften, welche in Tabelle 2-3 aufgeführt sind.

Tabelle 2-3 *Eigenschaften verschiedener Faserverbundkunststoffbewehrungen*

Kennwert	Rohdichte	Elastizitätsmodul	Zugfestigkeit	Bruchdehnung	Quellen
Einheit	g/cm <sup>3</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	%	-
Carbonfaserverbundkunststoff (CFVK)	1,43 – 1,67	100.000 – 580.000	600 – 3.690	5 – 17	ACI-440.1R-15 (2015) fib Bulletin 40 (2007) Nanni et al. (2014)
Glasfaserverbundkunststoff (GFVK)	1,25 – 2,18	35.000 – 60.000	450 – 1.600	12 – 37	ACI-440.1R-15 (2015) fib Bulletin 40 (2007) Nanni et al. (2014)
Basaltfaserverbundkunststoff (BFVK)	1,61 – 2,75	45.000 – 65.000	1.000 – 1.700	20 – 35	Aydin (2018) Hofmann et al. (2019) Wolf et al. (2019)

Trotz der unterschiedlichen Größenordnungen möglicher Festigkeiten, Bruchdehnungen und Elastizitätsmoduln weisen alle FVK-Bewehrungen ein linear-elastisches Materialverhalten auf, welches in einem spröden Versagen des Bewehrungsstabes mündet und mit dem Hookeschen Gesetz nach Gl. 2-41 beschrieben werden kann. In Abbildung 2-11 sind exemplarische Spannungs-Dehnungs-Linien verschiedener Faserverbundkunststoffe sowie von Beton- und Spannstahl vergleichend dargestellt.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Gl. 2-41}$$

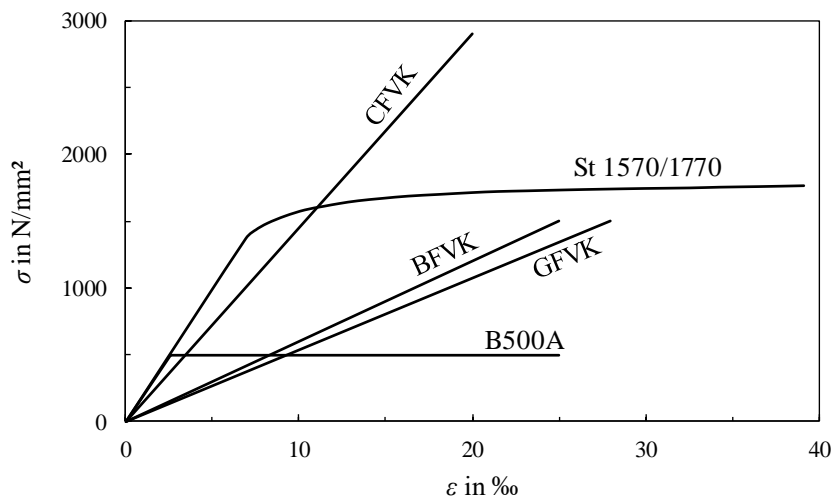


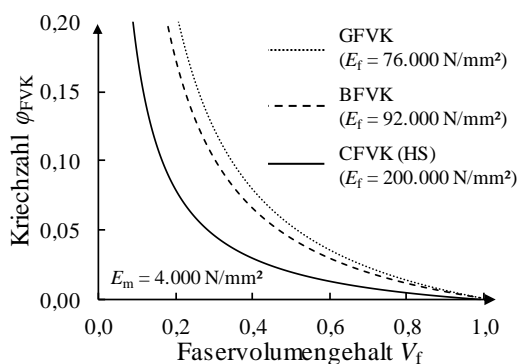
Abbildung 2-11 Exemplarische Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von FVK-Bewehrungen, Beton- und Spannstahl

#### 2.4.4.2 Kriech- und Relaxationsverhalten

Faserverbundkunststoffbewehrung weist, ebenso wie Beton, ein zeitabhängiges Materialverhalten auf. Dies liegt insbesondere im ausgeprägt viskoelastischen Verhalten der Kunststoffmatrix begründet, vgl. Dominghaus et al. (2012). Gemäß Gl. 2-40 werden auftretende Spannungen anteilig auf den Faser- und den Matrixquerschnitt verteilt, woraus eine gewichtete, elastische Dehnung des Bewehrungsquerschnitts resultiert, vgl. Gl. 2-42. Das Kriechen der Kunststoffmatrix unter Last führt anschließend dazu, dass die Beanspruchung im Verlauf der Zeit annähernd vollständig auf die steiferen Fasern umgelagert wird. Hull und Clyne (1996) weisen zudem auf die Temperaturabhängigkeit dieses Prozesses hin, da höhere Temperaturen das Kriechen der Kunststoffmatrix beschleunigen. Allerdings ändert sich dadurch lediglich der zeitliche Verlauf und nicht das absolute Maß der Umlagerung, da das Matrixkriechen nach vollständiger Umlagerung der Beanspruchung auf die Fasern beendet ist. Eine weitere Komponente des Kriechens der FVK-Bewehrung ist das Kriechen der Fasern selbst. Das Faserkriechen weist laut Dolan et al. (2001a) eine starke Abhängigkeit vom Material der Fasern auf. So wird angeführt, dass Carbon keine Kriechneigung aufweist. Diese Aussage wird von Ehrenstein (2006) und Ascione et al. (2012) auf Glasfasern erweitert. Es tritt nur ein geringes Kriechen der Glasfasern auf, welches in vernachlässigbarem Umfang verbleibt. Aufgrund der ähnlichen molekularen Zusammensetzung von Basalt- und Glasfasern ist davon auszugehen, dass auch für Basaltfasern von einer vernachlässigbaren Kriechneigung auszugehen ist. Anzumerken ist jedoch, dass das Faserkriechen laut Dolan et al. (2001a) bei der Verwendung von Aramidfasern berücksichtigt werden muss. Aufgrund der fehlenden Bedeutung von Aramidfasern in der Baubranche, kann das Faserkriechen im allgemeinen Anwendungsfall, welcher Carbon-, Glas- oder Basaltfaserverbundkunststoffbewehrung umfasst, vernachlässigt werden.

Bei dem Einsatz vorgespannter FVK-Bewehrung ist nicht primär das Kriechverhalten, sondern stattdessen vorrangig das Relaxationsverhalten der Bewehrung von Bedeutung, da dies die im Rahmen der Bauteilbemessung zu berücksichtigenden Spannkraftverluste beeinflusst. Aus dem Verbund der vorgespannten Bewehrung mit dem Beton ergibt sich eine Verformungsbehinderung für die Bewehrung. Dadurch können sich die bei freier Verformbarkeit einstellenden Kriechverformungen unter Last nicht einstellen. Stattdessen treten korrespondierende, der eingepprägten Vorspannkraft entgegenwirkende Spannungen auf, welche die Vorspannwirkung reduzieren (Relaxation). Die Herleitungen von Trost (1967) über die Spannkraftverluste bei vorgespannten Betonbauteilen zeigen einen direkten Zusammenhang der Kriech- und Relaxationsphänomene. Experimentell ermittelte Kriechzahlen können somit unmittelbar in die komplementären Relaxationsraten umgerechnet werden und umgekehrt. Im Rahmen von experimentellen Untersuchungen sind daher entweder die Kriech- oder die Relaxationseigenschaften der FVK-Bewehrung zu quantifizieren, um deren zeitabhängiges Materialverhalten hinreichend genau beschreiben zu können.

Basierend auf der direkten Verbindung von Kriechen und Relaxation ist festzustellen, dass vorrangig das Kriechen der Kunststoffmatrix und die damit verbundene Spannungsumlagerung von der Matrix auf die Fasern eine Relaxation der vorgespannten, im Verbund liegenden Bewehrung hervorruft. Eine Größenordnung üblicher Kriechzahlen von FVK-Bewehrungen liefert die Auswertung der folgenden Gleichungen nach Ehrenstein (2006).



$$\varepsilon_{el} = \frac{\sigma_0}{V_f \cdot E_f + (1 - V_f) \cdot E_m} \quad \text{Gl. 2-42}$$

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{\sigma_0}{V_f \cdot E_f} \quad \text{Gl. 2-43}$$

$$\varphi_{FVK} = \frac{\varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_{el}} - 1 = \frac{(1 - V_f) \cdot E_m}{V_f \cdot E_f} \quad \text{Gl. 2-44}$$

Abbildung 2-12 Bandbreite üblicher Kriechzahlen von FVK-Bewehrungen in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Fasern  $E_f$  und der Kunststoffmatrix  $E_m$  in Anlehnung an El Ghadioui (2020)

Mit Gl. 2-42 kann die elastische Dehnung eines Kompositquerschnitts ermittelt werden. Dabei wird die initiale Beanspruchung  $\sigma_0$  gemäß des Faservolumengehalts  $V_f$  und der Steifigkeiten der Teilquerschnitte aufgeteilt. Gl. 2-43 zeigt den Grenzfall der vollständig auf die Fasern umgelagerten Beanspruchung. Durch den Bezug dieses Grenzfalls auf den Ausgangszustand kann mit Gl. 2-44 die zu erwartende Kriechzahl  $\varphi_{FVK}$  ermittelt werden. Basierend auf den Ausführungen in El Ghadioui (2020) sind in Abbildung 2-12 die zu erwartenden Kriechzahlen in Abhängigkeit vom Faservolumengehalt für übliche Materialkombinationen dargestellt. Zu beachten ist, dass die Verwendung dieser Gleichungen nur eine

Näherung darstellt, die den Kriechprozess ausschließlich auf die Umlagerung der Beanspruchung von der Kunststoffmatrix auf die Fasern zurückführt. Folglich wird hierbei davon ausgegangen, dass das Kriechen des Fasermaterials vollständig ausgeschlossen wird, keine Sekundäreffekte wie Faserstreckungen oder Faserbrüche auftreten und dass eine vollständige Tränkung ohne Lufteinschlüsse vorliegt. Somit liefert dieser Ansatz nur eine Größenordnung der zu erwartenden Kriechzahlen. Eine genaue Analyse inklusive der Quantifizierung des Kriech- bzw. Relaxationsverhaltens von Faserverbundkunststoffbewehrung unter Anwendung dieser mechanischen Grundlagen folgt in den Abschnitten 4.2.2 und 5.2.

### 2.4.4.3 Kriechbruchversagen

Ein weiterer Aspekt der bei der Verwendung von FVK-Bewehrung, welcher insbesondere bei Vorspannung der Bewehrung zu berücksichtigen ist, ist die Gefahr bzw. die Vermeidung eines Kriechbruchversagens der Bewehrung. Bei dauerhaft hohen Spannungsniveaus besteht die Gefahr eines überproportionalen Zuwachses der Kriechverformungen, welcher zu einem frühzeitigen Versagen führt, vgl. Abbildung 2-13 (links). Die Spannung am Übergang zwischen dem Versagensbereich unter Dauerlast und dem Dauerstandbereich wird durch die Dauerstandfestigkeit beschrieben. Die Ergebnisse von Karbhari et al. (2003) zeigen jedoch, dass diese Kenngröße neben dem rein mechanischen Beanspruchungsniveau auch von Umgebungsbedingungen wie Feuchtigkeit, Alkalität und Temperatur beeinflusst wird. Eine geeignete Methodik zur Ermittlung der Dauerstandfestigkeit stellt die Durchführung von Dauerzugversuchen mit verschiedenen Belastungsniveaus bei unterschiedlichen Temperaturen und ggf. unter Einbezug weiterer Umgebungsbedingungen dar. Erhöhte Temperaturen gehen dabei laut Wiederhorn und Bolz (1970) mit einer verstärkten Degradation einher, da die schädigenden chemischen und alkalischen Reaktionen unter höheren Temperaturen beschleunigt werden.

Die daraus resultierenden Zeitspannen bis zum Versagen werden schließlich, wie in Abbildung 2-13 (rechts) qualitativ zu sehen, auf die gesamte Nutzungsdauer, welche nach DIN EN 1990 (2010) bzw. DIN EN 1990/NA (2010) bis zu 100 Jahre beträgt, extrapoliert. Dabei ist zu beachten, dass die Güte der Extrapolation und damit die Vorhersagegenauigkeit der Dauerstandfestigkeit stark vom Verhältnis der untersuchten Zeitspanne zur extrapolierten Zeitspanne beeinflusst wird und laut Weber (2018) auf zwei logarithmische Dekaden zu begrenzen ist. Eine in der Praxis angewandte Methode zur indirekten Absicherung gegen Vorhersageungenauigkeiten ist die Prüfung des Materialverhaltens bei erhöhten Temperaturen. Dies fand beispielsweise im Rahmen der Zulassung der in dieser Arbeit verwendeten Bewehrung Anwendung, vgl. Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019) und Weber (2018). Dabei basiert die Ermittlung der Dauerstandfestigkeit der GFVK-Bewehrung auf Versuchsergebnissen bei 40 °C und 60 °C.

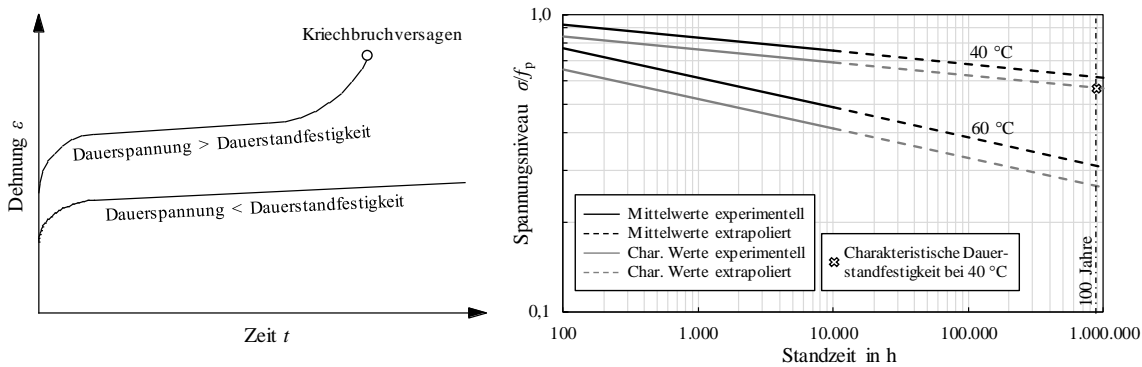


Abbildung 2-13 Links: Gefahr des Kriechbruchversagens bei erhöhten Spannungsniveaus in Anlehnung *fib Bulletin 40* (2007)  
Rechts: Qualitative doppellogarithmische Darstellung der rechnerischen Ermittlung der charakteristischen Dauerstandfestigkeit von FVK-Bewehrung nach Weber (2018)

### 2.4.4.4 Dauerhaftigkeit

Neben der zuvor beschriebenen Beständigkeit gegenüber hohen mechanischen Beanspruchungen ist auch die Dauerhaftigkeit von FVK-Bewehrung genauer zu betrachten, da die Bewehrung durch den umliegenden Beton einer signifikanten Alkalibeanspruchung ausgesetzt ist. Sowohl im Frischbeton als auch im Festbeton liegen üblicherweise pH-Werte im Bereich von 12 bis 13 vor, was für FVK-Bewehrung laut Scheffler et al. (2009) einer korrosiven Umgebung entspricht. Der Schädigungsprozess wird dabei durch die Reaktion der im Beton bzw. im Porenwasser vorhandenen Hydroxidionen mit den atomaren Verbindungen der Fasern charakterisiert, infolge derer die Reaktionsprodukte von der Faseroberfläche abgelöst und die atomare Struktur der Fasern geschwächt werden.

Die Dauerhaftigkeit der eingesetzten FVK-Bewehrung hängt stark von den verwendeten Materialien ab. Kulas (2013) führt an, dass die Kunststoffmatrix die Fasern vor direktem Alkalikontakt abschirmt. Dies sorgt zunächst für eine Dämpfung der Alkalibeanspruchung der Fasern. Da es sich bei den verwendeten Harzen jedoch nicht um Diffusionssperren handelt, erfolgt dennoch ein Kontakt zwischen den Fasern und den im Porenwasser enthaltenen reaktiven Hydroxidionen.

Während Carbonfasern Ehrenstein (2006) zufolge eine sehr gute Korrosionsbeständigkeit aufweisen, können laut Lipatov et al. (2015) und Scheffler et al. (2009) bei Basalt- und Glasfasern unter Alkalibeanspruchung erhebliche Festigkeits- und Faservolumenverluste auftreten. Diese Problematik wird laut Wiederhorn und Bolz (1970) insbesondere in Verbindung mit hohen Spannungen und sehr feuchten Umgebungen verstärkt.

Bei der Nutzung von Glasfasern bietet sich laut Gooranorimi und Nanni (2017) und Wallenberger et al. (2001) die Verwendung von ECR-Glasfasern zur Steigerung der Korrosionsbeständigkeit der resultierenden GFVK-Bewehrung an. Aufgrund einer Reduktion der

Boranteile und einer Zugabe von Zirconiumoxid weisen ECR-Glasfasern einen gegenüber gewöhnlichen E-Glasfasern deutlich gesteigerten Widerstand gegen alkalische Beanspruchung auf. Bei der Herstellung von Basaltfasern bietet sich laut Lipatov et al. (2015) ebenfalls die Zugabe von Zirconium (in Form von Zirconiumsilicat  $ZrSiO_4$ ) zum Gemenge an. Daraus folgt nach dem Schmelzen ein größerer Anteil an Zirconiumoxid in der Basaltfaserkomposition, woraus Lipatov et al. (2015) eine geringere Reaktivität gegenüber den Alkalien des Porenwasser ableiten.

Somit ist durch die Kombination alkalibeständiger Fasermaterialien und einer vollständigen Tränkung mit einer Kunststoffmatrix, die einer zusätzlichen Barriere vor den schädlichen Alkalien gleichkommt, die Herstellung dauerhafter FVK-Bewehrung möglich. Allerdings sind weitere Untersuchungen erforderlich, vgl. auch Benmokrane et al. (2015), um die Dauerhaftigkeit verschiedenster FVK-Bewehrungen im Hinblick auf Lebensdauern von bis zu 100 Jahren, vgl. Abschnitt 2.4.4.3, genauer quantifizieren zu können.

## 2.5 Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrung

Das Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrung bestimmt den Lastabtrag bewehrter Betonbauteile maßgeblich. Die grundlegenden Untersuchungen des Verbunds zwischen Beton und Stahlbewehrung von Rehm (1961) zeigen, dass das Verbundverhalten durch Verbundspannungen  $\tau_b$  in der Kontaktzone zwischen Beton und Bewehrung und Relativverschiebungen der beiden Grenzflächen zueinander beschrieben werden kann. Basierend auf der Arbeit von Eligehausen et al. (1983), im Rahmen welcher sowohl experimentelle als auch analytische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen ermittelt wurden, können drei grundlegende Mechanismen zur Übertragung von Verbundspannungen zwischen Beton und Bewehrung charakterisiert werden. Dies sind die Haftung, die Verzahnung (auch Scherverbund genannt) und die Reibung, welche in Abbildung 2-14 am Beispiel einer qualitativen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung dargestellt sind.

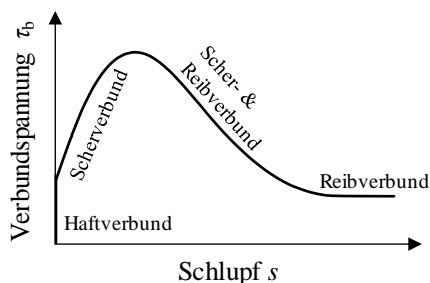


Abbildung 2-14 Qualitative Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung profilierter Bewehrung in Anlehnung an Eligehausen et al. (1983)

Bei geringen Belastungen werden Verbundspannungen zunächst durch den Haftverbund zwischen Beton und Bewehrung bestimmt, wobei keine Relativverschiebungen auftreten. Nach Überschreiten des Haftverbundes, werden die übertragbaren Verbundspannungen

durch den Scher- und den Reibverbund bestimmt. Laut Zilch und Zehetmaier (2010) stellt bei profilierten Bewehrungsstäben der Scherverbund den Hauptverbundmechanismus dar. Durch die Verzahnung der Bewehrungsrippen und der Betonkonsolen, vgl. Abbildung 2-15, erfolgt eine zunehmende Schädigung der Kontaktfläche, wodurch die maximal erzielbare Verbundspannung begrenzt wird. Nach Erreichen der maximalen Verbundspannung infolge des Versagens der Grenzfläche tritt der Reibverbund ein. Hieraus folgen Verbundspannungen infolge der Reibung der beiden Grenzflächen bei Zunahme der Relativverschiebungen. Bei nicht profilierten Bewehrungsstäben ist der überwiegende Anteil der Verbundspannungen laut Zilch und Zehetmaier (2010) auf den Reibverbund zurückzuführen, da dabei keine, oder nur eine unwesentliche Verzahnung zwischen Beton und Bewehrung vorliegt.

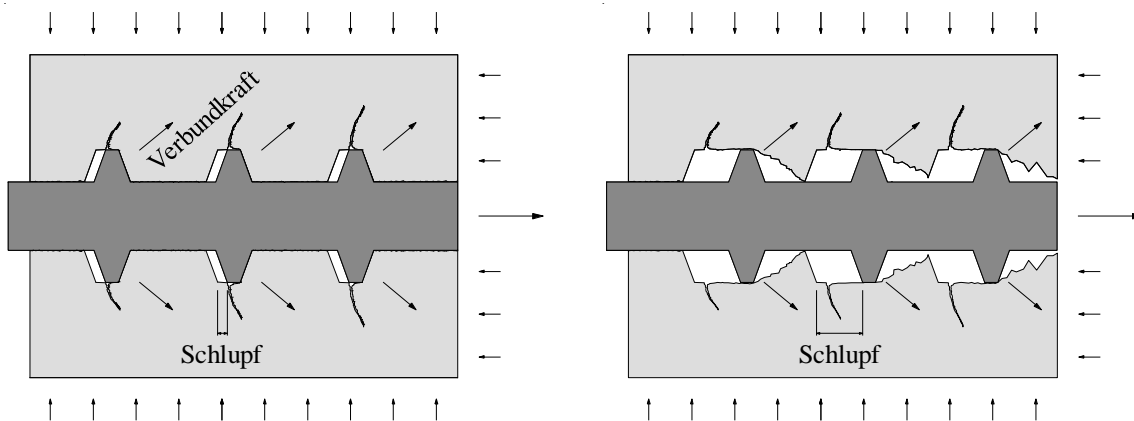
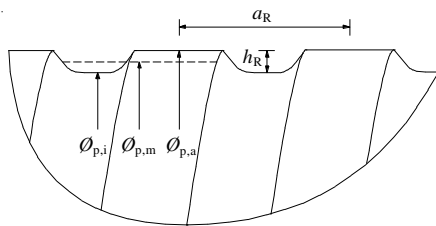


Abbildung 2-15 Progressive Verbundschädigung nach Zilch und Zehetmaier (2010)

Die Verwendung von FVK-Bewehrung ist im Hinblick auf die Erfassung des Verbundverhaltens eine Herausforderung. Wie in Abschnitt 2.4.4.1 beschrieben, können FVK-Bewehrungen unterschiedlichste Oberflächenbeschaffenheiten aufweisen. Dadurch ergeben sich unmittelbar verschiedene Verbundeigenschaften, sodass eine allgemeingültige Abbildung des Verbundverhaltens in analytischer Form nicht möglich ist. Eine weitere Herausforderung besteht darin, dass die maximal erzielbare Verbundspannung bei FVK-Bewehrungen nicht immer durch die Scherfestigkeit des umliegenden Betons bestimmt wird. Bei der Verwendung von Betonstahl wird das Maximum der Verbundspannung hingegen aufgrund der isotropen Festigkeitseigenschaften des Betonstahls immer durch das Abscheren der Betonkonsolen determiniert, vgl. Abbildung 2-15. Zur Quantifizierung des Scherwiderstandes der Betonkonsolen bietet sich die bezogene Rippenfläche  $f_R$  nach Rehm (1961) an, bei der die Rippenaufstandsfläche  $F_R$  (Rippenquerschnitt auf dem sich die Betonkonsole abstützt) zur Mantelscherfläche der Betonkonsole  $F_S$  ins Verhältnis gesetzt wird. Die bezogene Rippenfläche lässt sich nach Zilch und Zehetmaier (2010) näherungsweise mit Gl. 2-45 erfassen, wobei der mittlere Stabdurchmesser  $\varnothing_{p,m}$ , der Stabaußendurchmesser  $\varnothing_{p,a}$ , die Rippenhöhe  $h_R$  und der Rippenabstand  $a_R$  eingehen. Abbildung 2-16 verdeutlicht die entsprechenden geometrischen Verhältnisse. Insbesondere im Fall von FVK-Bewehrungen mit einer



umlaufend spiralförmig gefrästen Rippenstruktur stellt dies eine geeignete Art der Einschätzung des Verbundverhaltens dar.



$$f_R = \frac{F_R}{F_S} \approx \frac{\phi_{p,m} \cdot h_R}{\phi_{p,a} \cdot a_R} \quad \text{Gl. 2-45}$$

Abbildung 2-16 Definition der bezogenen Rippenfläche nach Zilch und Zehetmaier (2010)

Weiterhin kann die maximale Verbundspannung bei FVK-Bewehrung nach fib Bulletin 40 (2007) auch durch das Abscheren der Oberflächenprofilierung der Bewehrung oder das Durchziehen der Bewehrung durch den Bewehrungskanal infolge von einer geringen radialen Steifigkeit der Bewehrung begrenzt sein. Da das Verbundverhalten in diesen Fällen primär von den Eigenschaften der FVK-Bewehrung bestimmt wird, ist die Festigkeit des Betons und damit auch die bezogene Rippenfläche  $f_R$  als Maß für die Verbundeigenschaften, anders als bei Betonstahl, nur noch von untergeordneter Bedeutung.

Eine Möglichkeit der Quantifizierung des Verbundverhaltens der FVK-Bewehrung ist die Nutzung einer analytischen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung unter Verwendung experimentell ermittelter Koeffizienten. Eine geeignete, analytische Verbund-Spannungs-Schlupf-Beziehung für Betonstahlbewehrung wurde von Eligehausen et al. (1983) entwickelt. Gemäß Abbildung 2-17 und Gl. 2-46 bis Gl. 2-49 liegen für Betonstahl dabei vier verschiedene Phasen vor. Ein nichtlinear ansteigender Ast (Scherverbund), gefolgt von einem Plateau auf Höhe der maximal erzielbaren Verbundspannung  $\tau_{b,max}$ , einem linear abfallenden Ast (Scher- und Reibverbund) und einem weiteren Plateau auf Höhe des ausschließlich vom Reibverbund bestimmten, unteren Grenzwertes der Verbundspannung  $\tau_{br}$ . Cosenza et al. (1995) konnten zeigen, dass insbesondere der ansteigende Ast zu Beginn neben Betonstahl auch für FVK-Bewehrung gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen liefert. Anders als bei Betonstahl fanden sie bei FVK-Bewehrung jedoch kein Plateau auf Höhe der maximalen Verbundspannung  $\tau_{b,max}$  vor, woraufhin das bestehende Modell von Eligehausen et al. (1983) für FVK-Bewehrung angepasst wurde, vgl. Cosenza et al. (1997). Nach Erreichen des Maximalwertes  $\tau_{b,max}$  entfällt der konstante Bereich der Verbundspannung und es folgen unmittelbar ein abfallender Ast und das Plateau auf Höhe der reinen Reibverbundspannung  $\tau_{br}$ . Die resultierende Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung ist in Abbildung 2-18 dargestellt und die zugehörigen mathematischen Beziehungen finden sich in Gl. 2-50 bis Gl. 2-52. Die hierbei erforderlichen Koeffizienten sind im Rahmen von experimentellen Auszugsversuchen nach DIN EN 10080 (2005) für FVK-Bewehrungsstäbe unterschiedlicher Oberflächenbeschaffenheiten zu ermitteln. Entsprechende Untersuchungen für die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Bewehrung folgen in Abschnitt 4.3.

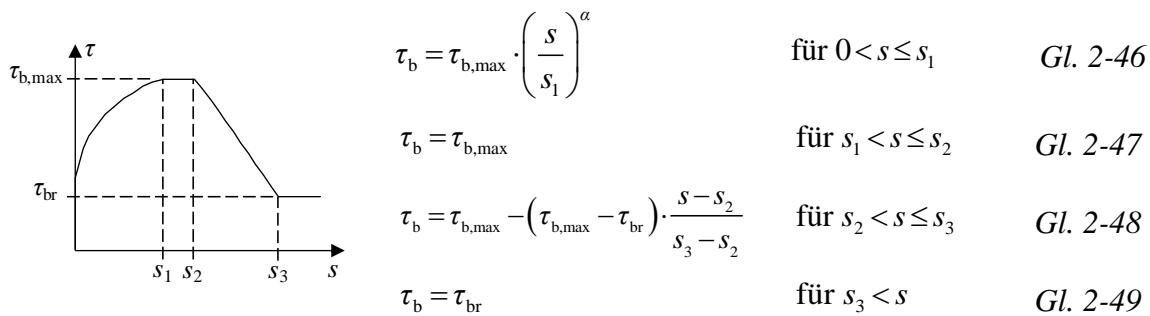


Abbildung 2-17 Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für Betonstahl nach Eligehausen et al. (1983)

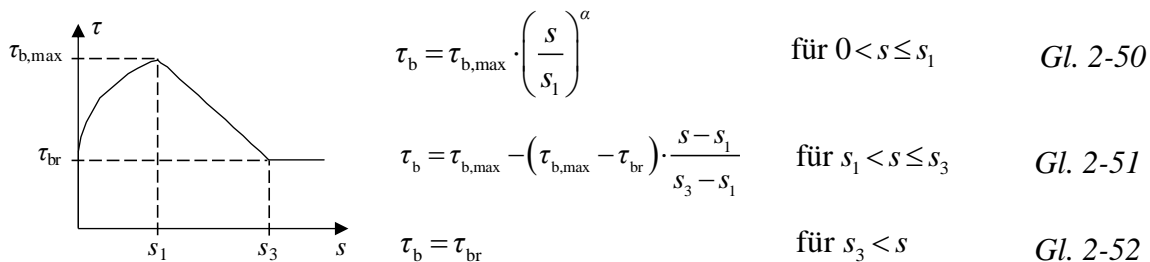


Abbildung 2-18 Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für FVK-Bewehrung in Anlehnung an Cosenza et al. (1997)

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass neben dem Materialverhalten auch das Verbundverhalten eine Abhängigkeit von zeitlichen Effekten, wie dem Kriechen und Schwinden des Betons, aufweist. Dieser Effekt äußert sich durch eine Zunahme des Schlupfs unter Dauerbeanspruchung im Verlauf der Zeit. Die grundlegenden wissenschaftlichen Erkenntnisse zu diesem als Verbundkriechen bezeichneten Phänomen lieferten Franke (1976) sowie Rehm und Eligehausen (1977). Sie zeigten für gerippten Betonstahl, dass das Verbundkriechen in einem proportionalen Zusammenhang zur aktivierten Verbundspannung steht und es gelang eine Quantifizierung des Verbundkriechmaßes für ruhende, nichtruhende und wechselnde Beanspruchungen. Weiterhin wurden die Betonfestigkeit bzw. das damit einhergehende Kriechen und Schwinden des Betons als maßgebende Einflussgrößen identifiziert. Franke (1976) zufolge führen höhere Betongüten zu geringeren Kriech- und Schwindverformungen und damit auch zu geringen zeitlichen Schlupfzunahmen.

Darüber hinaus konnten Vilanova et al. (2015) anhand von Auszugversuchen an GFVK-Bewehrungsstäben unter Dauerlast zeigen, dass das Verbundkriechen in analoger Form auch bei Faserverbundkunststoffbewehrungen auftritt. Ferner wurde hierbei gezeigt, dass die Betongüte die Größe des Verbundkriechens maßgebend steuert. Daraus kann abgeleitet werden, dass ein Verbundkriechen auch bei anderen FVK-Bewehrungen zu beobachten sein wird. Eine allgemeine Quantifizierung dessen ist jedoch voraussichtlich nicht möglich, da neben den Betoneigenschaften auch die Beschaffenheit und die Eigenschaften der FVK-Bewehrung Einfluss auf das Verbundkriechen haben, wie die Untersuchungen von Shahidi (2003) zeigen.

### **3 GRUNDLAGEN ZUM TRAG- UND VERFORMUNGSVERHALTEN VORGESPANNTER BETONBAUTEILE**

#### **3.1 Allgemeines**

Im folgenden Kapitel werden die wesentlichen Grundlagen des Trag- und Verformungsverhaltens statisch bestimmt gelagerter, vorgespannter Betonbauteile beschrieben. Dabei werden zunächst das grundlegende Prinzip der Vorspannung und die verschiedenen Arten der Vorspannung dargestellt. Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf Bauteilen mit Vorspannung mit sofortigem Verbund, sodass die Beschreibung des Prinzips der Spannbettvorspannung sowie der zugehörigen Querschnittsgrößen und der Spannkrafteinleitung folgt. Im Anschluss werden die Wahl des Vorspanngrades, die zu berücksichtigenden Spannkraftverluste sowie die Rechenwerte der Vorspannkraft thematisiert, bevor die Grundlagen des Grenzzustands der Tragfähigkeit (Biegung mit Längskraft und Querkraft) und des Grenzzustands der Gebrauchstauglichkeit (Verformungsverhalten, Spannungsbegrenzungen, Rissverhalten und bauliche Durchbildung) auf mechanischer und normativer Grundlage beschrieben werden.

#### **3.2 Grundprinzip der Vorspannung von Betonbauteilen**

Bewehrte Betonbauteile weisen unter Belastung im Allgemeinen jeweils eine definierte Druck- und eine Zugzone auf. In der Druckzone wird die Beanspruchung vorrangig über den Beton abgetragen. In der Zugzone liegt üblicherweise ein gerissener Betonquerschnitt vor, sodass dort primär die Bewehrung die Beanspruchung abträgt. Leonhardt (1980) definiert diesbezüglich, dass das Ziel der Vorspannung sein muss, die Zugzone des Querschnitts durch eine interne Normalkraft unter Druckspannungen zu setzen. Links in Abbildung 3-1 ist das Grundprinzip der Vorspannung am Beispiel eines Einfeldträgers mit gerader Spanngliedführung nach Leonhardt (1980) und Graubner und Six (2011) dargestellt.

Folglich müssen die durch Vorspannung aufgebrauchten Druckspannungen zunächst durch die äußere Beanspruchung abgebaut werden, bevor Zugspannungen und in der Folge Risse auftreten können. Dieser durch die Vorspannung eingeprägte Eigenspannungszustand des Querschnitts kann laut Geßner et al. (2017) zudem dazu führen, dass bereits aufgetretene Risse infolge hoher Beanspruchungen bei einer Entlastung wieder geschlossen werden.

Aus den vorherigen Betrachtungen folgt, dass vorgespannte im Vergleich zu nicht vorgespannten Betonbauteilen über eine größere Belastungsspanne im ungerissenen Zustand I verbleiben. Das Ziel bei konventionellen Spannbetonbauteilen ist üblicherweise eine Bauteilkonzeption, bei der das vorgespannte Bauteil unter Gebrauchslasten ungerissen bleibt. Das Diagramme in Abbildung 3-1 (rechts) verdeutlicht diesen Sachverhalt qualitativ am

Beispiel der Last-Verformungs-Beziehungen je eines konventionellen Stahlbeton- und Spannbetonbauteils mit der gleichen Versagenslast.

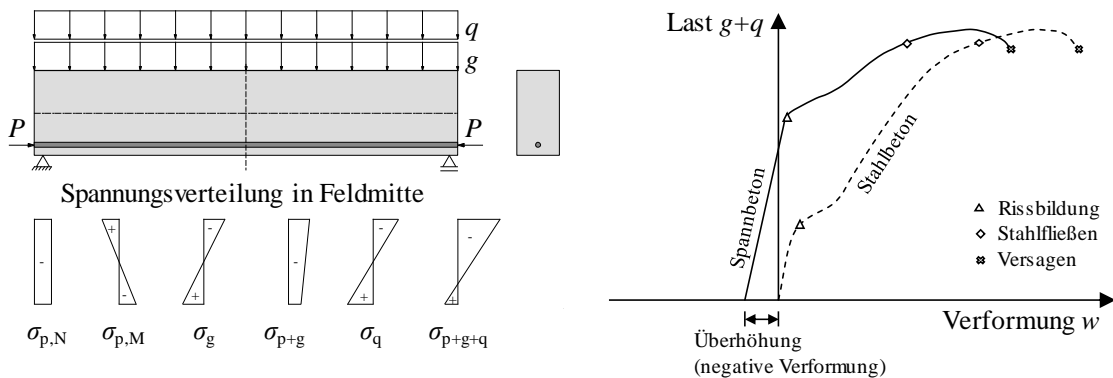


Abbildung 3-1 Links: Spannungsverteilung eines Spannbetonbauteils nach Leonhardt (1980)  
Rechts: Last-Verformungs-Beziehungen von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen nach Geßner et al. (2017)

Weiterhin zeigt das rechte Diagramm in Abbildung 3-1 die aus der Vorspannung resultierende, negative Verformung (Überhöhung) des Betonbauteils. Neben den Abmessungen und der Steifigkeit des Bauteils wird das Maß der Überhöhung dabei auch durch die Größe der Vorspannkraft und die Exzentrizität des Spannglieds gesteuert. Aus der exzentrischen Wirkung der Vorspannkraft im Querschnitt folgt ein Moment, welches den äußeren Einwirkungen entgegenwirkt. Aus der Superposition der Lastfälle Vorspannung  $P$  und ständige Einwirkung  $g$  folgt dann die Durchbiegung bzw. Überhöhung des Bauteils. Übersteigt das aus der Vorspannung resultierende Moment das Moment aus ständigen Einwirkungen, folgt eine negative Verformung (Überhöhung) des Querschnitts. Im Allgemeinen lässt sich das Verformungsverhalten der Bauteile durch die Größe der Vorspannwirkung gezielt einstellen. Ist beispielsweise eine genau horizontale Trägerlage gewünscht, können die Lage des Spannglieds und die Größe der Vorspannkraft derart eingestellt werden, dass sich die Spannungen aus Eigengewicht sowie äußeren Einwirkungen und die Spannungen aus Vorspannung aufheben. Dazu muss der Spanngliedverlauf exakt an den Momentenverlauf der äußeren Einwirkungen angepasst werden, damit sich alle Einwirkungen an jeder Bauteilstelle gerade ausgleichen. Dies wird nach Graubner und Six (2011) als formtreue Vorspannung bezeichnet.

Darüber hinaus verdeutlicht der Vergleich der Last-Verformungs-Beziehungen in Abbildung 3-1 (rechts), dass die maximale Traglast des Bauteils durch die Vorspannung nicht gesteigert wird. Die maximal aufnehmbare Spannung der Bewehrung und des Betons bleiben unverändert und die Versagensmechanismen sind gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) ebenfalls identisch. Es wird lediglich der zeitliche Verlauf der Spannungsentwicklung verändert, indem ein Teil der auftretenden Dehnung der Bewehrung bereits im Vorspannprozess vorweggenommen wird.

Das grundlegende Verhalten konventioneller Spannbetonbauteile kann laut Schlaich et al. (2020) auch auf Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung übertragen werden. Allerdings entfällt in diesem Fall der letzte Abschnitt der Last-Verformungs-Beziehung, welcher auf dem Fließen der Stahlbewehrung beruht. Stattdessen tritt bei Erreichen der Traglast unmittelbar das schlagartige Versagen des Bauteils ein. Um dennoch ein ausreichendes Maß der Versagensvorankündigung zu gewährleisten, ist eine genaue Untersuchung des Verformungsverhaltens der Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung erforderlich. Da die ausreichende Verformbarkeit bei Bauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung, anders als bei Stahlbewehrung, nicht bereits durch die Duktilität der Bewehrung automatisch gewährleistet ist, muss die Verformbarkeit stattdessen auf Bauteilebene überprüft und nachgewiesen werden. Eine detaillierte Analyse dieser Thematik und den sich daraus ergebenden Bemessungskriterien folgt in Abschnitt 3.7.1.6.

### 3.3 Arten der Vorspannung

#### 3.3.1 Überblick

Die Erzeugung der Vorspannwirkung kann auf unterschiedliche Arten erfolgen. Die gebräuchlichste und zugleich einzige in DIN EN 1992-1-1 (2011) geregelte Form ist die Aufbringung der Vorspannung durch Spannglieder. Andere Vorspannmethoden, darunter die thermische Vorspannung, welche unter anderem im Glasbau bei der Herstellung von Einscheibensicherheitsglas (ESG) Anwendung findet, vgl. Schneider et al. (2016), oder die Modifizierung der Lagerungsbedingungen sind laut Geßner et al. (2017) im Kontext von Hoch- und Ingenieurbauwerken nicht üblich, da die Größe und der zeitliche Verlauf der Vorspannung nicht genau genug quantifizierbar sind. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit ausschließlich die Spanngliedvorspannung betrachtet.

Die Spanngliedvorspannung lässt sich im Allgemeinen in Abhängigkeit der Verbundwirkung, dem Zeitpunkt des Aufbringens der Vorspannung und der Spanngliedlage im Querschnitt klassifizieren. Im Rahmen der Bemessung von Ingenieurbauwerken ergeben sich daraus gemäß Geßner et al. (2017) vier verschiedene Vorspannkonzepte, welche in Bezug auf die oben genannten Klassifikationsmerkmale in Tabelle 3-1 zusammengefasst sind.

Tabelle 3-1 Gängige Arten der Spanngliedvorspannung nach Geßner et al. (2017)

Bezeichnung	Vorspannung mit sofortigem Verbund (Spannbettvorspannung)	Vorspannung mit nachträglichem Verbund	Interne verbundlose Vorspannung	Externe Vorspannung
Verbundwirkung	mit Verbund		ohne Verbund	
Zeitpunkt der Aufbringung der Vorspannung	sofort	nachträglich		
Spanngliedlage im Querschnitt	intern			extern

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird vorrangig die Vorspannung mit sofortigem Verbund, also die Vorspannung der Bauteile im Spannbett, behandelt. Bei der Spannbettvorspannung können die günstigen Gegebenheiten eines Fertigteilwerkes genutzt werden, was insbesondere bei der Vorspannung von Faserverbundkunststoffbewehrung vorteilhaft ist. Basierend auf den in Abschnitt 2.4.4 beschriebenen Eigenschaften der FVK-Bewehrung, insbesondere aufgrund der leichten Zerspanbarkeit und der Querdruckempfindlichkeit, ist die Verankerung von FVK-Spanngliedern eine komplexe Aufgabe. Die Verwendung von konventionellen Keilverankerungen ist nur eingeschränkt möglich, da die Oberfläche der FVK-Spannglieder bei dieser mechanischen Klemmung durch den Klemmkonus beschädigt werden kann. Schlaich et al. (2012) zeigen auf, dass eine derartige Klemmverankerung nur unter zusätzlicher Verwendung einer Pufferschicht aus weicheren Materialien möglich ist. Die Mehrheit der von Schlaich et al. (2012) beschriebenen Verankerungsarten für FVK-Bewehrungsstäbe sieht die Nutzung einer Klemmvorrichtung, bspw. mittels vorgespannter Schrauben, oder eines Vergusskörpers, bspw. aus mineralischem Mörtel in einer Stahlhülse, vor. Die Eignung derartiger Vergusskörper wurde in der Vergangenheit bereits im Rahmen von Zugprüfungen von Faserverbundkunststoffbewehrung nachgewiesen. So finden derartige Verankerungen unter anderem in der amerikanischen (ASTM D7205/D7205M-06 (2006)) und der kanadischen (CSA S806-12 (2012)) Normung von Faserverbundkunststoffbewehrung Anwendung. Einen Überblick über verschiedene grundsätzlich geeignete Verankerungsarten von FVK-Spanngliedern gibt Abbildung 3-2.

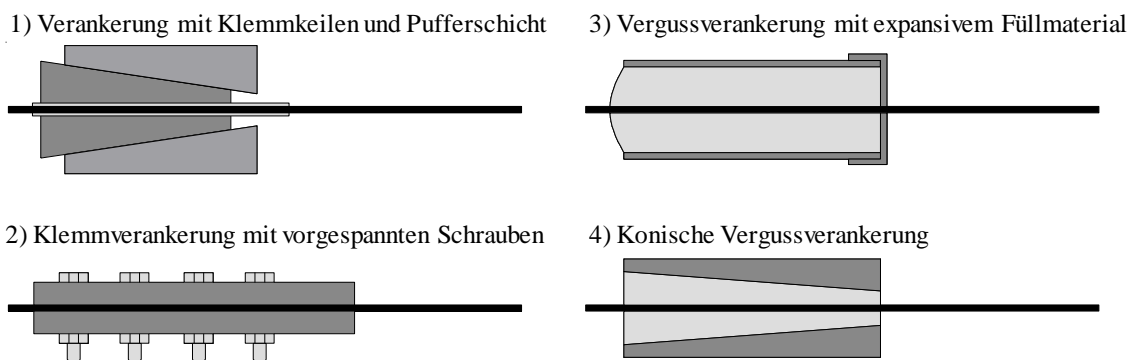


Abbildung 3-2 Auswahl möglicher Verankerungsarten für Spannglieder aus Faserverbundkunststoff. 1) & 2) nach Schlaich et al. (2012), 3) nach ASTM D7205/D7205M-06 (2006) und 4) nach Horvatits et al. (2004)

Ausgehend von den in Abbildung 3-2 dargestellten Verankerungsarten wird deutlich, dass mit der Verankerung der FVK-Spannglieder ein nicht unerheblicher Aufwand einhergeht. Dadurch ergeben sich für die Verwendung von FVK-Spanngliedern im nachträglichen Verbund sowohl im Hinblick auf eine ausreichende Herstellqualität der Verankerungseinrichtungen als auch in Bezug auf einen reibungslosen und schnellen Bauablauf auf der Baustelle Probleme. Daher erscheint es zweckmäßig, den Fokus auf Bauteile mit Vorspannung

mit sofortigem Verbund zu legen, die unter qualitätsgesicherten Bedingungen im Fertigteilwerk hergestellt werden können. Im folgenden Kapitel 3.3.2 werden dementsprechend die Grundlagen und Besonderheiten der Vorspannung mit sofortigem Verbund erläutert.

### 3.3.2 Vorspannung mit sofortigem Verbund

#### 3.3.2.1 Prinzip der Spannbettvorspannung

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 angedeutet, erfolgt die Herstellung von Betonbauteilen mit sofortigem Verbund nach Graubner und Six (2011) in ortsgebundenen Fertigungseinrichtungen (Spannbett) im Fertigteilwerk. Der gesamte Herstellvorgang eines solchen Spannbetonfertigteils ist schematisch in Abbildung 3-3 gezeigt.

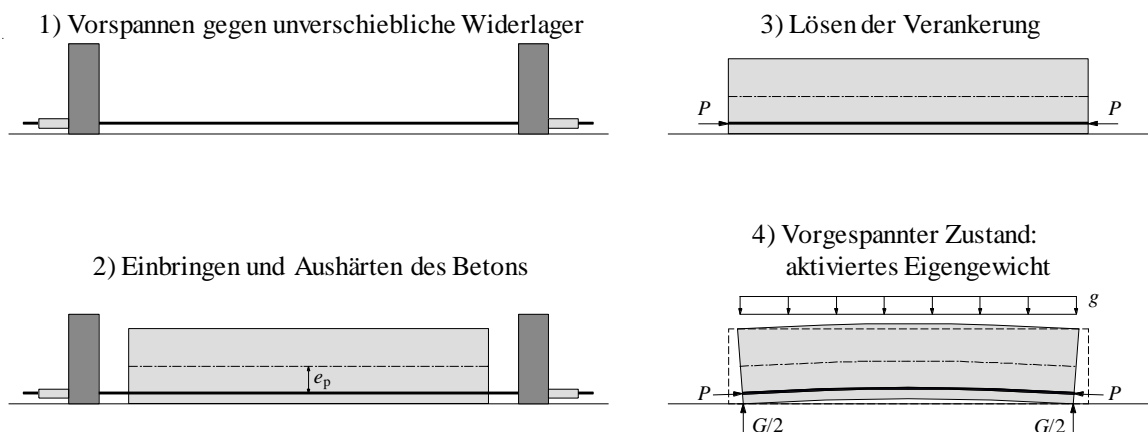


Abbildung 3-3 Prinzip der Vorspannung mit sofortigem Verbund nach Zilch und Zehetmaier (2010)

Zunächst werden die Spannglieder im Spannbett, meist unter Verwendung hydraulischer Pressen, gegen unverschiebliche Widerlager angespannt und verankert. Anschließend wird der Beton eingebracht. Nach Aushärten des Betons werden die Verankerungen an den Widerlagern gelöst. Dadurch wird die Vorspannkraft über Verbundspannungen auf den Betonquerschnitt übertragen. In Abschnitt 3.3.2.2 wird dieser Prozess der Spannkrafteinleitung detailliert beschrieben. Durch die Einleitung der Spannkraft erfährt das Bauteil eine elastische Verkürzung und bei exzentrischer Spanngliedlage ein zusätzliches Moment. Im allgemeinen Fall der Spannbettvorspannung liegt eine gerade Spanngliedführung vor, bei der die Spannglieder exzentrisch, nahe der Bauteilunterseite, positioniert werden. Bei der Übertragung der Vorspannkraft resultiert daraus eine negative Biegebeanspruchung, woraus eine Hebung des Bauteils aus der Schalung und somit die Aktivierung des Bauteileigengewichtes folgen.

Polygonzugartige Spanngliedführungen durch punktuelle Umlenkungen sind bei der Vorspannung mit sofortigem Verbund generell möglich, gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) jedoch sehr aufwändig und daher unüblich. Demnach ist eine formtreue Vorspannung,

siehe Abschnitt 3.2, bei Bauteilen mit Vorspannung mit sofortigem Verbund im Allgemeinen nicht möglich. Eine bessere Anpassung des Spanngliedverlaufes an die äußeren Einwirkungen ist hingegen bei der Vorspannung mit nachträglichem Verbund möglich, weshalb bei statisch unbestimmt gelagerten Systemen mit ausgeprägten Bereichen positiver und negativer Momente üblicherweise Vorspannung mit nachträglichem Verbund angewendet wird. Daraus folgt, dass die im Spannbett hergestellten, vorgespannten Betonfertigteile mit gerader Spanngliedführung vorrangig als statisch bestimmt gelagerte Tragwerke, insbesondere Einfeldträger bzw. einachsig abtragende Platten, verwendet werden. Da dies den praxisrelevanten Anwendungsfall darstellt, wird der Fokus dieser Arbeit ebenfalls auf statisch bestimmt gelagerte Einfeldtragwerke gelegt. Für eine detaillierte Beschreibung der Besonderheiten von Vorspannung mit nachträglichem Verbund und von vorgespannten, statisch unbestimmt gelagerten Tragwerken wird auf Kupfer (1985) und Geßner et al. (2017) verwiesen.

#### 3.3.2.2 Spannkrafteinleitung

Wie bereits im vorigen Kapitel 3.3.2.1 angedeutet, erfolgt die Eintragung der Vorspannkraft bei Bauteilen mit Vorspannung mit sofortigem Verbund über den Verbund zwischen dem Beton und den Spanngliedern. Die Spannkraft wird dabei über eine definierte Übertragungslänge  $l_{pt}$ , welche durch die Verbundbedingungen, die Oberflächenbeschaffenheit des Spanngliedes und die Höhe der Vorspannung beeinflusst wird, in den Betonquerschnitt eingeleitet. Gemäß Nitsch (2001) lassen sich die wirksamen Verbundspannung in bis zu drei Anteile gliedern. Zum einen in einen konstanten Grundwert  $\tau_{b,G}$ , der auf der Haftung und Reibung infolge der Oberflächenbeschaffenheit der Spannglieder beruht. Zum anderen in einen spannungsabhängigen Anteil  $\tau_{b,\sigma\perp}$ , der auf den in Abbildung 3-4 schematisch gezeigten Hoyer-Effekt nach Hoyer (1939) zurückzuführen ist. Die Vorspannung der Spannglieder hat neben einer Dehnung in Längsrichtung auch eine Verjüngung des Querschnitts zur Folge. Das Ablassen der Spannglieder nach dem Erhärten des Betons führt schließlich dazu, dass sich die Spannglieder wieder verkürzen und sich daher im Randbereich in Querrichtung ausdehnen. Die daraus resultierende Querpressung verursacht Nitsch (2001) zufolge eine verstärkte Reibung zwischen Beton und Spannglied, wodurch die wirksame Verbundspannung ansteigt. Die aus dem Hoyer-Effekt resultierenden Zugspannungen sind im Rahmen der Bemessung zu berücksichtigen und falls erforderlich ist eine geeignete Bewehrung vorzusehen.



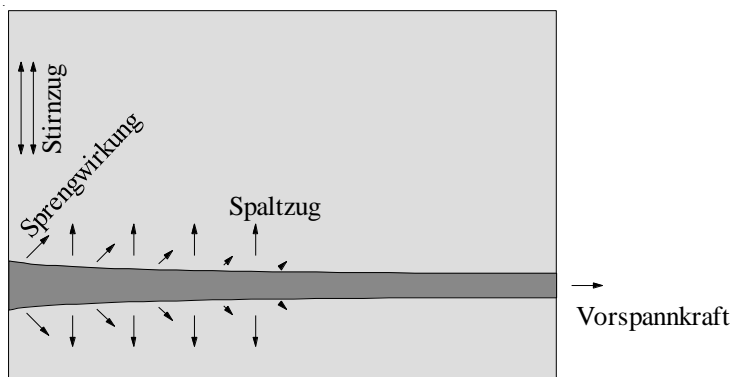


Abbildung 3-4 Schematische Darstellung des Hoyer-Effektes durch die Spannkrafteinleitung bei Vorspannung mit sofortigem Verbund nach Ruhнау und Kupfer (1977) und Bülte (2008)

Der dritte Anteil der wirksamen Verbundspannungen  $\tau_{b,s}$  ist gemäß Nitsch (2001) von den Verschiebungen bzw. vom Schlupf abhängig. Diese dritte Komponente der Verbundspannung im Spannkrafteinleitungsbereich tritt laut Nitsch (2001) nur bei gerippten Spanngliedern und Litzen auf, da sie auf die Verformungsbehinderung des schraubenförmigen Spannglieds im Betonkanal zurückzuführen ist. Ausgehend von den in Abschnitt 2.4.4.1 beschriebenen Oberflächenbeschaffenheiten ist dieser verschiebungsabhängige Anteil auch bei vorgespannter FVK-Bewehrung, insbesondere bei FVK-Litzen und in etwas geringerem Ausmaß auch bei spiralförmig gefrästen Bewehrungsstäben, zu erwarten.

Qualitative Verläufe der Verbundspannungen und der übertragenen Vorspannung entlang der Übertragungslänge  $l_{pt}$  sind in Abbildung 3-5 dargestellt. Entsprechend der Ausführungen von Bülte (2008) kann der Spannkrafteinleitungsbereich in verschiedene Bereiche gegliedert werden. Im Randbereich liegen der maximale Schlupf und die größtmögliche Spannungsdifferenz zwischen Beton und Spannglied vor, woraus die maximal möglichen Querpressungen und somit die maximal übertragbare Verbundspannung resultiert. Durch den zunehmenden Anstieg der bereits übertragenen Vorspannkraft, sinken die für das Kräftegleichgewicht zwischen Spannglied und Beton erforderlichen Querpressungen und der Schlupf über den Verlauf der Übertragungslänge, woraus geringere wirksame Verbundspannungen folgen. Außerhalb der Übertragungslänge, nach vollständiger Einleitung der Vorspannkraft, stehen die Kraftkomponenten des Betons und des Spannglieds im Gleichgewicht. Folglich beträgt der Schlupf  $s = 0$  und eine weitere Kraftübertragung ist ohne äußere Einwirkung nicht möglich. Der normative Umgang mit der Thematik der Spannkrafteinleitung wird in Abschnitt 3.7.3 behandelt.

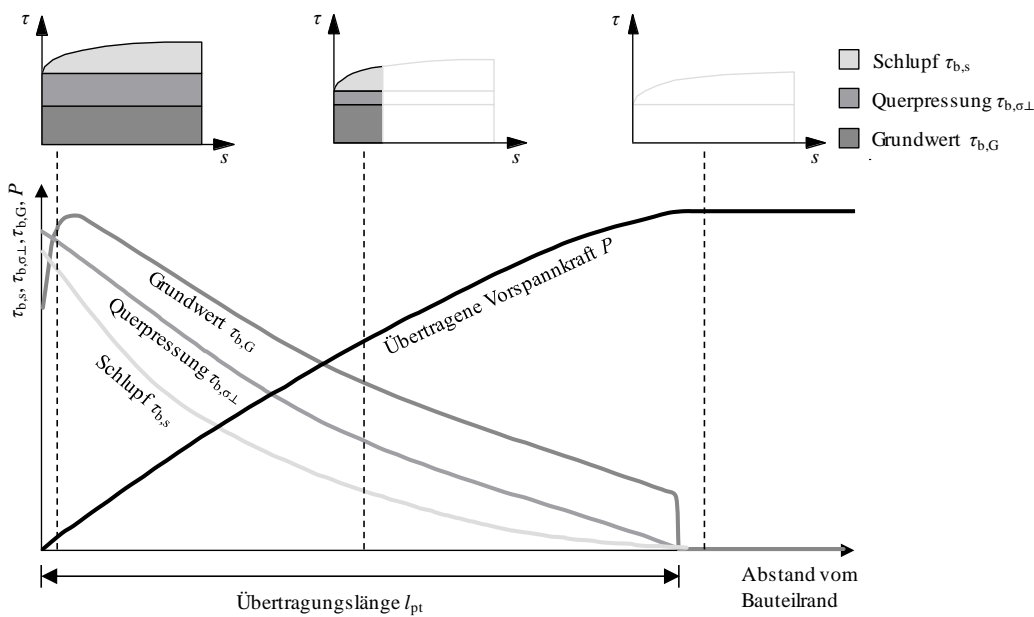


Abbildung 3-5 Qualitative Verläufe der übertragenen Vorspannkraft sowie Verbundspannung inklusive der Teilkomponenten entlang der Übertragungslänge nach Bülte (2008)

#### 3.3.2.3 Querschnittswerte

Aufgrund von erhöhter Empfindlichkeit gegenüber Ungenauigkeiten werden bei Spannbetontragwerken gemäß Geßner et al. (2017) höhere Anforderungen an die statische Berechnung und deren Genauigkeit gestellt. Eine gängige Folge ist die Verwendung wirklichkeitsnaher Querschnittswerte im Rahmen der Spannungsermittlung. So werden laut Avak und Meiss (2015) üblicherweise die drei Fälle Bruttoquerschnitt, Nettoquerschnitt und ideeller Querschnitt unterschieden. Die Bruttoquerschnittswerte werden nur unter Berücksichtigung des reinen Betonquerschnitts ohne Beachtung der vorhandenen Bewehrung ermittelt. Bei der Ermittlung der Nettoquerschnittswerte werden Schwächungen des Querschnitts berücksichtigt und planmäßige Hohlräume abgezogen. Ein gängiges Beispiel hierfür ist die Berücksichtigung des Hüllrohrquerschnitts bei Vorspannung mit nachträglichem Verbund. Für Vorspannung mit sofortigem Verbund sind die Nettoquerschnittswerte jedoch nicht von Bedeutung. Da der Verbund zwischen Beton und Spannglied bereits beim Einleiten der Vorspannkraft vorliegt und keine Hüllrohre verwendet werden, tritt der Fall des geschwächten Betonquerschnitts hierbei nicht auf. Bei der Berechnung der ideellen Querschnittswerte werden die im Querschnitt liegenden Spannglieder explizit mit der zugehörigen Steifigkeit berücksichtigt. Die ideellen Querschnittswerte können somit als steifigkeitsgewichtete Größen verstanden werden. Diese beschreiben die Eigenschaften des Gesamtquerschnitts nach Herstellung des Verbundes und sind daher bei Vorspannung mit sofortigem Verbund für alle Einwirkungen (Vorspannung, ständige und veränderliche Lasten) zu verwenden. Gemäß Avak und Meiss (2015) kann die ggf. zusätzlich vorhandene schlaffe

Bewehrung bei dieser Berechnung entfallen. Abbildung 3-6 visualisiert die für den vorliegenden Anwendungsfall nötigen Bruttoquerschnittswerte (Vordimensionierung) und idealen Querschnittswerte (Bemessung) am Beispiel eines Rechteckquerschnitts. Die Ermittlung der Querschnittswerte in allgemeiner Form kann unter Verwendung von Gl. 3-1 bis Gl. 3-10 nach Graubner und Six (2011) erfolgen.

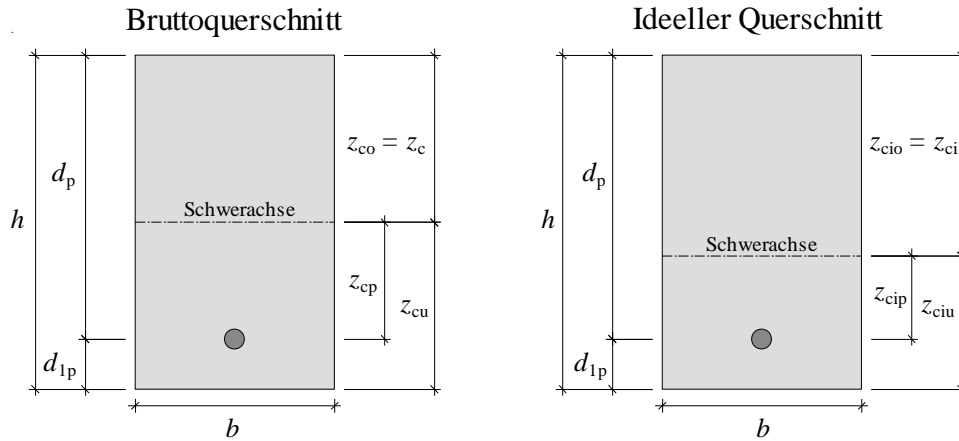


Abbildung 3-6 Brutto- und ideale Querschnittswerte eines Rechteckquerschnitts

$A_c = \sum_{j=1}^n A_{c,j}$	Gl. 3-1	$A_{ci} = A_c + (\alpha_p - 1) \cdot A_p$	Gl. 3-2
$z_{co} = z_c = \frac{\sum_{j=1}^n A_{c,j} \cdot z_{c,j}}{A_c}$	Gl. 3-3	$z_{cio} = z_{ci} = d_p - z_{cip}$	Gl. 3-4
$z_{cp} = d_p - z_{co}$	Gl. 3-5	$z_{cip} = z_{cp} \cdot \frac{A_c}{A_{ci}}$	Gl. 3-6
$z_{cu} = h - z_{co}$	Gl. 3-7	$z_{ciu} = h - z_{cio}$	Gl. 3-8
$I_c = \sum_{j=1}^n (I_{c,j} + e_j^2 \cdot A_{c,j})$	Gl. 3-9	$I_{ci} = I_c + A_c \cdot (z_{cip} - z_{cp})^2 + (\alpha_p - 1) \cdot A_p \cdot z_{cip}^2$	Gl. 3-10

Dabei beschreibt  $e_j$  den Abstand des Schwerpunktes des Teilquerschnittes  $A_{c,j}$  zum Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts  $A_c$  (Steineranteil) und  $\alpha_p$  das Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Spannglied und Beton nach Gl. 3-11. Die Definition aller weiteren Größen kann Abbildung 3-6 entnommen werden.

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cm}} \tag{Gl. 3-11}$$

### 3.3.3 Vorspanngrad

Eine weitere Möglichkeit die Vorspannwirkung zu charakterisieren ist die Angabe des Vorspanngrads. Die gängige Form einer solchen Unterscheidung basiert auf den ehemals gültigen Normen DIN 4227-1 (1988) und DIN 4227-2 (1984), nach denen zwischen einer vollen Vorspannung, einer beschränkten Vorspannung und einer teilweisen Vorspannung unterschieden wurde. Bei Bauteilen mit voller Vorspannung verbleibt der Querschnitt im Gebrauchszustand vollständig unter Druck. Es treten planmäßig keine Risse auf. Bei Tragwerken mit beschränkter Vorspannung sind Zugspannungen im Gebrauchszustand zulässig. Deren Größe ist jedoch auf die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  begrenzt, sodass auch bei beschränkter Vorspannung unter Gebrauchslasten planmäßig keine Risse auftreten. Bei teilweise vorgespannten Bauteilen sind die Zugspannungen im Gebrauchszustand hingegen nicht begrenzt. Demnach geht das Tragwerk unter Gebrauchslasten planmäßig in Zustand II über. Einen Überblick über die verschiedenen Vorspanngrade liefert Abbildung 3-7.

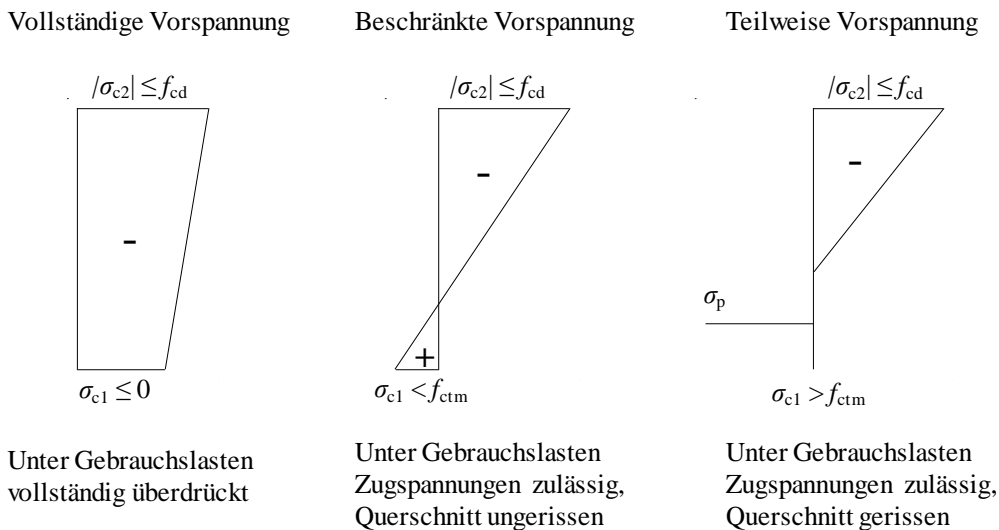


Abbildung 3-7 Überblick der verschiedenen Vorspanngrade nach Avak und Meiss (2015)

Eine Quantifizierung des Vorspanngrades  $\kappa_p$  kann nach Avak und Meiss (2015) durch die Verwendung von Gl. 3-12 erfolgen. Dabei werden die aus der Vorspannung resultierenden Betondruckspannungen am Rand der vorgeprägten Zugzone auf die aus den äußeren Einwirkungen resultierenden Betonzugspannungen am selben Querschnittsrand bezogen. Ein Vorspanngrad von  $\kappa_p = 0$  entspricht dabei einem nicht vorgespannten Bauteil, während ein Vorspanngrad von  $\kappa_p \geq 1$  einem Bauteil mit voller Vorspannung entspricht. Bauteile mit beschränkter bzw. teilweiser Vorspannung weisen einen Vorspanngrad von  $0 < \kappa_p < 1$  auf, wobei gilt:  $\kappa_{p,teilweise} < \kappa_{p,beschränkt}$ .

$$\kappa_p = \frac{|\sigma_{c1,p}|}{\sigma_{c1,perm}} \tag{Gl. 3-12}$$

Dabei ist:

$\sigma_{c1,p}$	Betondruckspannungen am Querschnittsrand der vorgedrückten Zugzone infolge von Vorspannung
$\sigma_{c1,perm}$	Betonzugspannungen am Querschnittsrand der vorgedrückten Zugzone infolge von äußeren Einwirkungen (quasi-ständige EWK)

Geßner et al. (2017) führen an, dass diese Form der Unterscheidung nach aktueller Normung bei Spannbetonbauteilen mit konventionellen Stahlspanngliedern nicht mehr gebräuchlich ist. Stattdessen wird nach DIN EN 1992-1-1 (2011) der Dekompressionsnachweis (= volle Vorspannung) und der Nachweises der Rissbreitenbeschränkung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit geführt, was laut Graubner und Six (2011) erhöhten Dauerhaftigkeitsanforderungen gleichkommt. Allerdings ist zu beachten, dass der Dekompressionsnachweis bei der Verwendung von Spanngliedern aus Faserverbundkunststoffen durch den größeren Korrosionswiderstand der FVK-Spannglieder gegenüber Stahlspanngliedern nur eine geringe Bedeutung hat und gemäß den Ausführungen von Aplitz (2020) und Schlaich et al. (2020) entfallen kann. Das Auftreten von Rissen im Beton stellt für die vorgespannten FVK-Spannglieder ein geringeres Risiko dar, vgl. Abschnitt 2.4.4.4, insbesondere wenn die strengen Spannungsbegrenzungen, vgl. Abschnitte 3.5.2 und 3.7.2.2, mit berücksichtigt werden. Gemäß DAfStb Heft 600 (2012) wird die Bemessung konventioneller Spannbetontragwerke maßgeblich durch Aspekte der Dauerhaftigkeit, insbesondere die Vermeidung einer Korrosion der Spannglieder, beeinflusst. Bei Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung stellt demgegenüber insbesondere die Verformung im Gebrauchszustand ein entscheidendes Problem dar, vgl. El Ghadioui (2020), zu dessen Lösung die Vorspannung der FVK-Bewehrung beitragen soll. Dies kann beispielsweise dadurch gewährleistet werden, dass das Auftreten von Rissen unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination, welche auch zur Ermittlung der Verformungen in Ansatz gebracht wird, ausgeschlossen wird. Das Auftreten von Zugspannungen (beschränkte Vorspannung) ist dabei ebenso zulässig wie das Auftreten von Rissen unter häufiger bzw. seltener Einwirkungskombination, da diese nach der Entlastung durch die Vorspannwirkung wieder geschlossen werden können. Auch unter Berücksichtigung von Wirtschaftlichkeitsaspekten stellt dies einen Vorteil dar. Aplitz (2020) zeigt, dass der Entfall des Dekompressionsnachweises zu geringeren erforderlichen Spanngliedermengen führt, was bei Berücksichtigung der Materialkosten von FVK-Bewehrung eine unmittelbare Kostenersparnis darstellt. Dies bestätigen auch die Ausführungen von Bachmann (1980) am Beispiel eines Spannbetonbauteils mit Stahlspanngliedern und schlaffer Betonstahlzusatzbewehrung. Wie in Abbildung 3-8 dargestellt, kann ein Minimum der erforderlichen Stahlmenge bei einem Vorspanngrad von  $\kappa_p \approx 0,6$  erzielt werden. Dies verdeutlicht, dass die Anwendung einer beschränkten bzw. einer teilweisen Vorspannung einen wirtschaftlichen Vorteil bieten kann. Der Umgang mit dem Dekompressionsnachweis wird daher in Abschnitt 3.7.2.1 im Detail diskutiert.

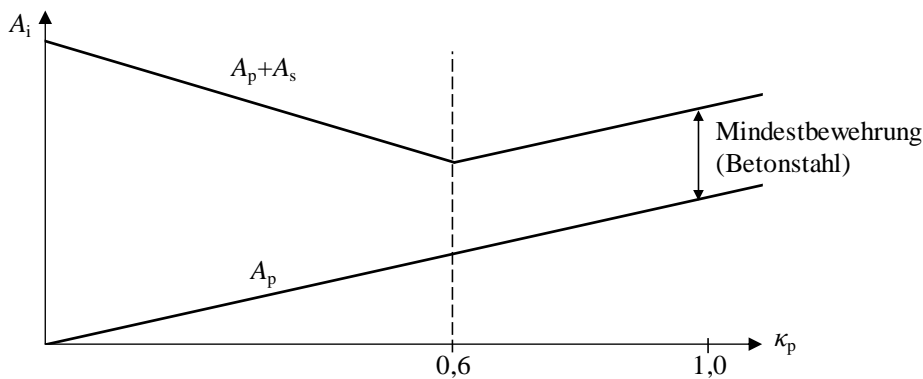


Abbildung 3-8 Einfluss des Vorspanngrades auf die erforderliche Stahlmenge bei konventionellen Spannbetontragwerken nach Bachmann (1980)

## 3.4 Spannkraftverluste

### 3.4.1 Allgemeines

Spannkraftverluste lassen sich nach Geßner et al. (2017) in sofortige und zeitabhängige Spannkraftverluste gliedern. Sofortige Spannkraftverluste treten während des Vorspannprozesses bzw. der Spannkrafteinleitung zum Zeitpunkt  $t = 0$  auf. Nach Zilch und Zehetmaier (2010) zählen hierzu folgende Mechanismen:

- Verluste infolge von elastischer Bauteilverkürzung
- Verluste infolge von Kurzzeitrelaxation des Spannglieds
- Verluste infolge von Reibung
- Verluste infolge von Keilschlupf

Die Verluste aus Reibung sind auf die Kontaktstellen zwischen Spannglied und Hüllrohr zurückzuführen und treten daher ausschließlich bei Vorspannung mit nachträglichem Verbund oder bei verbundloser Vorspannung auf, wenn ein gekrümmter oder polygonzugartiger Spanngliedverlauf vorliegt. Verluste infolge von Keilschlupf müssen ebenfalls nur dann berücksichtigt werden, wenn eine Spanngliedverankerung mittels Keilen vorgesehen wird. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus auf Bauteilen mit Vorspannung mit sofortigem Verbund und einer geraden Spanngliedführung, deren Vorspannkraft über Verbund eingeleitet wird. Demzufolge werden im nachfolgenden Abschnitt 3.4.2 lediglich die Verluste infolge von elastischer Bauteilverkürzung und Kurzzeitrelaxation näher erläutert.

Zeitabhängige Spannkraftverluste sind auf das zeitabhängige Materialverhalten des Betons und der Spannglieder zurückzuführen. Dabei verursachen das Kriechen und Schwinden des Betons, die Relaxation der Spannglieder und die gegenseitige Beeinflussung dieser Prozesse eine Reduktion der Vorspannwirkung über die Zeit. Eine detaillierte Erläuterung dieses Phänomens und die Darstellung eines zugehörigen normativen Berechnungsmodells folgen in den Abschnitten 3.4.3 und 5.3.

### 3.4.2 Sofortige Spannkraftverluste

Wie in Kapitel 3.3.2 beschrieben, erfolgt die Einleitung der Vorspannkraft über den Verbund zwischen den Spanngliedern und dem erhärteten Beton. Die daraus folgende Verformungsbehinderung der Spannglieder beim Ablassen der Spannpressen kann laut Kupfer (1985) durch die Steifigkeitszahl  $\alpha$  unter Verwendung der ideellen Querschnittswerte nach Gl. 3-13 beschrieben werden. Die Steifigkeitszahl  $\alpha$  setzt sich aus dem Steifigkeitsverhältnis  $\alpha_p$  (nach Gl. 3-11), dem Flächenverhältnis  $\rho_{pi}$  (nach Gl. 3-14) und einem Faktor zur Berücksichtigung der exzentrischen Spanngliedlage  $f_i$  (nach Gl. 3-15) zusammen.

$$\alpha = \alpha_p \cdot \rho_{pi} \cdot f_i \quad \text{Gl. 3-13}$$

Dabei ist:

$$\rho_{pi} = \frac{A_p}{A_{ci}} \quad \text{Gl. 3-14}$$

$$f_i = \left( 1 + \frac{A_{ci}}{I_{ci}} \cdot z_{cip}^2 \right) \quad \text{Gl. 3-15}$$

Basierend auf Geßner et al. (2017) kann mit Gl. 3-16 unter Verwendung der bekannten Spannbettspannung  $\sigma_{p,max}$  und der Steifigkeitszahl  $\alpha$  unmittelbar die verbleibende Spannstahlspannung nach der Kraftübertragung  $\sigma_{pm0}$  ermittelt werden.

$$\sigma_{pm0} = \sigma_{p,max} \cdot (1 - \alpha_p \cdot \rho_{pi} \cdot f_i) = \sigma_{p,max} \cdot (1 - \alpha) \quad \text{Gl. 3-16}$$

Der nach Gl. 3-16 ermittelte Wert für  $\sigma_{pm0}$  stellt jedoch keine reale Größe dar, weil die Einleitung der Vorspannkraft bei Vorspannung mit sofortigem Verbund immer mit einer (Teil-)Aktivierung des Eigengewichts einhergeht. Demnach ergibt sich die nach der Kraftübertragung vorliegende Spannstahlspannung unter Berücksichtigung des Bauteileigengewichts nach Gl. 3-17.

$$\begin{aligned} \sigma_{pm0} &= \sigma_{p,max} \cdot (1 - \alpha_p \cdot \rho_{pi} \cdot f_i) + \alpha_p \cdot \left( \frac{N_g}{A_{ci}} + \frac{M_g}{I_{ci}} \cdot z_{cip} \right) \\ &= \sigma_{p,max} \cdot (1 - \alpha) + \alpha_p \cdot \sigma_{cp,g} \end{aligned} \quad \text{Gl. 3-17}$$

Weiterhin wird von Geßner et al. (2017) angeführt, dass mit Hilfe der Steifigkeitszahl  $\alpha$ , neben der Berechnung der verbleibenden Vorspannung  $\sigma_{pm0}$ , auch eine direkte Berechnung der korrespondierenden Betonspannungen in Höhe der Spanngliedlage möglich ist, siehe Gl. 3-18.

$$\sigma_{cp,p+g} = \sigma_{pm0} \cdot \frac{\alpha}{\alpha_p} = \sigma_{pm0} \cdot \rho_{pi} \cdot f_i = \sigma_{pm0} \cdot \left( \frac{A_p}{A_{ci}} + \frac{A_p}{I_{ci}} \cdot z_{cip}^2 \right) \quad \text{Gl. 3-18}$$

Die obige Berechnung der Spannkraftverluste infolge elastischer Bauteilverkürzung gilt streng genommen nur für die Betrachtung eines Querschnitts mit einsträngiger Vorspannung. Da die Exzentrizität des Spannglieds (bzw. Spannstrangs) in Gl. 3-15 jedoch explizit

berücksichtigt wird, kann der Ansatz nach Gl. 3-17 gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) zudem auch als sehr gute Approximation für einen Querschnitt mit mehrsträngiger Vorspannung angesehen werden, wenn für  $z_{cip}$  die mittlere Höhe der Spannglieder angesetzt wird. Für ein genaueres Modell zur Erfassung der sofortigen Spannkraftverluste bei mehrsträngiger Vorspannung mit sofortigem Verbund sei auf Kupfer (1985) und Rombach (2010) verwiesen.

Weiterhin ist im Rahmen der sofortigen Spannkraftverluste bei Vorspannung mit sofortigem Verbund die Auswirkung der Kurzzeitrelaxation des Spanngliedes zu berücksichtigen. Dabei handelt es sich um Relaxationsverluste des Spannglieds im Zeitraum zwischen dem Anspannen des Spannglieds und dem Einleiten der Vorspannkraft. Dies ist insbesondere bei Spanngliedern aus Faserverbundkunststoff von gesteigerter Bedeutung, da die Relaxation dieser Spannglieder überwiegend durch die Spannungsumlagerung von der Kunststoffmatrix auf die Fasern bestimmt wird. Dieser Prozess beginnt unmittelbar nach dem Anspannen des Spannglieds und führt bereits in den ersten Tagen nach der Belastung zu einer Spannungsumlagerung. Unter Berücksichtigung der Kurzzeitrelaxation folgt auf Basis von Gl. 3-17 letztlich die mittlere Vorspannung  $\sigma_{pm0}$  nach Gl. 3-19. Eine Möglichkeit zur Ermittlung der Kurzzeitrelaxationsverluste  $\Delta\sigma_{pr0}$  kann aus Abschnitt 5.2.4 abgeleitet werden.

$$\sigma_{pm0} = \sigma_{p,max} \cdot (1 - \alpha) + \alpha_p \cdot \sigma_{cp,g} - \Delta\sigma_{pr0} \quad \text{Gl. 3-19}$$

#### 3.4.3 Zeitabhängige Spannkraftverluste

Neben den sofortigen Spannkraftverlusten bedingt das zeitabhängige Materialverhalten des Betons (Kriechen & Schwinden) und der Spannglieder (Relaxation) weitere Spannkraftverluste. Die allgemeine Herleitung der Spannkraftverluste aus Kriechen, Schwinden und Relaxation unter expliziter Berücksichtigung der gegenseitigen Beeinflussung dieser Effekte setzt die Lösung einer Differentialgleichung voraus. Dies geht aus der rheologischen Beschreibung des zeitabhängigen Materialverhaltens und der Verträglichkeitsbedingung zwischen Beton und Spannglied hervor und wird unter anderem von Kupfer (1985) und Mehlhorn (1998) detailliert beschrieben. Nachfolgend wird eine auf dieser allgemeinen Lösung basierende Näherung zur Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste basierend auf Trost (1967) sowie Rüschi und Jungwirth (1976) (und vereinheitlicht zusammengestellt in Zilch und Zehetmaier (2010)) dargestellt.

Die Berechnung der zeitabhängigen Spannkraftverluste basiert zum einen auf der Annahme eines starren Verbundes zwischen Spannglied und Beton. Daraus ergibt sich die Kompatibilitätsbedingung der Verformungen, wonach die Dehnungsänderungen des Spannglieds mit denen des Betons übereinstimmen müssen. Zum anderen basiert die Berechnung auf der Voraussetzung des Kräftegleichgewichts auf Querschnittsebene. Dadurch besteht ein



direkter Zusammenhang zwischen der Vorspannkraft sowie dem zugehörigen Vorspannmoment und den komplementären Schnittgrößen des Betons. Basierend auf diesen beiden Grundannahmen und unter Verwendung der in Gl. 3-18 eingeführten Beziehung zwischen der Spanngliedspannung und der Betonspannung auf Höhe des Spanngliedes folgt:

$$\Delta\sigma_{cp,c+s+r} = \Delta\sigma_{p,c+s+r} \cdot \rho_{pi} \cdot f_i \quad \text{Gl. 3-20}$$

Der Spannungsverlust des Spanngliedes  $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$  setzt sich dabei aus dem Anteil der Betonverkürzungen infolge von Kriechen und Schwinden  $\Delta\varepsilon_{cp,c+s} = \Delta\varepsilon_{p,c+s}$  und dem Anteil der Spanngliedrelaxation  $\Delta\sigma_{pr}$ , welche ohne Dehnungsänderung auftritt, zusammen. Daraus lässt sich ebenfalls die Dehnungsänderung des Spanngliedes ableiten, siehe Gl. 3-22.

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \Delta\varepsilon_{p,c+s} \cdot E_p + \Delta\sigma_{pr} \quad \text{Gl. 3-21}$$

$$\Delta\varepsilon_{p,c+s} = \frac{1}{E_p} \cdot (\Delta\sigma_{p,c+s+r} - \Delta\sigma_{pr}) \quad \text{Gl. 3-22}$$

Die Berechnung der Betonverkürzung infolge von Kriechen und Schwinden kann gemäß Trost (1967) in Abhängigkeit von der Zeit aus drei additiven Komponenten mit Hilfe von Gl. 3-23 berechnet werden. Dabei sind das Kriechen infolge von der Ausgangsspannung  $\sigma_{cp,p+g}$ , siehe Gl. 3-18, das Kriechen infolge von der zeitabhängigen Betonspannungsänderung  $\Delta\sigma_{cp,c+s+r}$ , siehe Gl. 3-20, und das Schwinden des Betons  $\Delta\varepsilon_{cp,s}$  zu berücksichtigen.

$$\Delta\varepsilon_{cp,c+s}(t, t_0) = \frac{\sigma_{cp,p+g}}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) + \frac{\Delta\sigma_{cp,c+s+r}}{E_{cm}} \cdot [1 + \rho \cdot \varphi(t, t_0)] + \Delta\varepsilon_{cp,s} \quad \text{Gl. 3-23}$$

Dabei ist  $\varphi(t, t_0)$  die Kriechzahl des Betons in Abhängigkeit des Belastungszeitpunktes  $t_0$  und des aktuellen Betonalters  $t$  und  $\rho$  ist der Relaxationsbeiwert (Alterungsbeiwert) nach Trost (1967). Durch die vorausgesetzte Dehnungskompatibilität zwischen Spannglied und Beton folgt durch das Gleichsetzen der Gleichungen Gl. 3-22 und Gl. 3-23:

$$\frac{1}{E_p} \cdot (\Delta\sigma_{p,c+s+r} - \Delta\sigma_{pr}) = \frac{\sigma_{cp,p+g}}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) + \frac{\Delta\sigma_{cp,c+s+r}}{E_{cm}} \cdot [1 + \rho \cdot \varphi(t, t_0)] + \Delta\varepsilon_{cp,s} \quad \text{Gl. 3-24}$$

Das Einsetzen von Gl. 3-20 sowie Gl. 3-13 und Umstellen liefert schließlich die gesuchten zeitabhängigen Spannkraftverluste:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\Delta\varepsilon_{cp,s} \cdot E_p + \Delta\sigma_{pr} + \alpha_p \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{cp,p+g}}{1 + \alpha \cdot [1 + \rho \cdot \varphi(t, t_0)]} \quad \text{Gl. 3-25}$$

Die in Gl. 3-25 angegebene Beziehung stellt die Grundlage der normativen Berechnung der zeitabhängigen Spannkraftverluste nach DIN EN 1992-1-1 (2011) dar, welche in Gl. 3-26 gezeigt ist.

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \left(1 + \frac{A_{ci}}{I_{ci}} \cdot z_{cip}^2\right)} \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)] \quad \text{Gl. 3-26}$$

Im Unterschied zur Näherungslösung nach Trost (1967) wurde der Relaxationsbeiwert  $\rho$ , basierend auf der von Trost (1967) eigens durchgeführten Studie, vereinfachend zu  $\rho = 0,8$  gesetzt. Die gegenseitige Beeinflussung der Spanngliedrelaxation und der zeitabhängigen Betonverformung wurde laut DAfStb Heft 600 (2012) durch Abminderung der Spannungsänderung infolge von Relaxation  $\Delta\sigma_{pr}$  mit dem Faktor 0,8 berücksichtigt. Weiterhin erfolgte eine Anpassung der kriecherzeugenden Betonspannung  $\sigma_{cp,p+g}$  bzw.  $\sigma_{c,QP}$ . Während die in Gl. 3-18 beschriebene Spannung  $\sigma_{cp,p+g}$  lediglich die Anteile aus Vorspannung und aus Eigengewicht enthält, umfasst die von DIN EN 1992-1-1 (2011) vorgesehene kriecherzeugende Spannung  $\sigma_{c,QP}$  alle Anteile der quasi-ständigen Einwirkungskombination (quasi-permanent = QP), also neben der Vorspannung und dem Eigengewicht auch weitere ständige Lasten und mit dem Kombinationsbeiwert  $\psi_2$  abgeminderte veränderliche Lasten. Zuletzt ist auf einen Unterschied in der Bezeichnung hinzuweisen. Während die Herleitung nach Trost (1967) bei allen Spannungs- und Dehnungsgrößen die Höhenlage beinhaltet („p“ für die Höhenlage des Spanngliedes), vgl. bspw. Gl. 3-18 und Gl. 3-22, entfällt diese ergänzende Bezeichnung in Gl. 3-26 nach DIN EN 1992-1-1 (2011).

Wie bereits bei der in Kapitel 3.4.2 vorgestellten Ermittlung der sofortigen Spannkraftverluste setzt auch die vorangehend dargestellte Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste eine einsträngige Vorspannung voraus, vgl. DAfStb Heft 600 (2012). Für die Berechnung der zeitabhängigen Verluste unterschiedlicher Spannstränge eines Querschnitts mit mehrsträngiger Vorspannung wird auf die Arbeiten von Krüger et al. (1999) und Mehlhorn (1998) verwiesen.

Weiterhin ist darauf hinzuweisen, dass die von DIN EN 1992-1-1 (2011) vorgeschlagene Berechnungsformel (Gl. 3-26) laut DAfStb Heft 600 (2012) nur dann gilt, wenn unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination Druckspannungen in der Betonfaser auf Höhe der Spannglieder wirken. Bei geringeren Vorspanngraden, vor allem im Fall von teilweiser Vorspannung, ist Gl. 3-26 nicht anwendbar. Da bei der Verwendung von Spanngliedern aus Faserverbundkunststoff insbesondere durch die Planung einer teilweisen oder beschränkten Vorspannung wirtschaftliche und mechanisch sinnvolle Vorteile erzielt werden können, vgl. Abschnitt 3.3.3, sind geeignete Anpassung von Gl. 3-26 vorzunehmen, um die Nutzung im Rahmen des Anwendungsfalles der teilweisen Vorspannung zu ermöglichen. Eine entsprechende Analyse der Berechnungsmethodik zur Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste unter expliziter Betrachtung des Falles von Betonzugspannungen in Höhe der Spannglieder folgt in Abschnitt 5.3.

### 3.5 Rechenwerte der Vorspannkraft

#### 3.5.1 Allgemeines

Die Bemessung von Spannbetonbauteilen nach DIN EN 1992-1-1 (2011) sieht abhängig von den zu führenden Nachweisen verschiedene Rechenwerte der Vorspannkraft vor. Im Wesentlichen werden hierunter der Mittelwert der Vorspannkraft, der charakteristische Wert der Vorspannkraft und der Bemessungswert der Vorspannkraft verstanden, welche nachfolgend dargestellt werden.

#### 3.5.2 Mittelwert der Vorspannkraft

Der Ausgangswert für die Berechnung aller Werte der Vorspannkraft ist gemäß Graubner und Six (2011) der Mittelwert der Vorspannkraft. Der Mittelwert der Vorspannung wird dabei gesondert für den Zeitpunkt  $t = 0$  vor der Spannkrafteinleitung ( $P_{0,max}$ ), den Zeitpunkt  $t = 0$  nach der Spannkrafteinleitung ( $P_{m0}$ ) und zum Zeitpunkt  $t$  ( $P_{mt}$ ) ausgewiesen. Der Wert vor der Spannkrafteinleitung basiert auf der während des Spannvorgangs maximal aufgebrauchten Spannung  $\sigma_{p,max}$  und der Wert nach der Spannkrafteinleitung auf der verbleibenden Spannung im Spannglied  $\sigma_{pm0}$  nach Abzug sofortiger Spannkraftverluste gemäß Gl. 3-19. Für den Mittelwert der Vorspannkraft zum Zeitpunkt  $t$  sind schließlich die zeitabhängigen Spannkraftverluste bis zum Zeitpunkt  $t$  mit zu berücksichtigen.

$$P_{0,max} = \sigma_{p,max} \cdot A_p \quad \text{Gl. 3-27}$$

$$P_{m0} = (\sigma_{p,max} \cdot (1-\alpha) + \alpha_p \cdot \sigma_{cp,g} - \Delta\sigma_{pr0}) \cdot A_p = \sigma_{pm0} \cdot A_p \quad \text{Gl. 3-28}$$

$$P_{mt} = (\sigma_{pm0} - \Delta\sigma_{p,c+s+r}) \cdot A_p \quad \text{Gl. 3-29}$$

Bei den vorliegenden Mittelwerten der Vorspannkraft werden bei Spannbetonbauteilen mit Stahlspanngliedern von DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) Spannungsbegrenzungen vorgegeben. Da es sich um Obergrenzen der Vorspannung handelt, sind die beiden Werte zum Zeitpunkt  $t = 0$  genauer zu betrachten. Bei der Verwendung von Stahlspanngliedern sind die zugehörigen Spannungen  $\sigma_{p,max}$  und  $\sigma_{pm0}$  bei Vorspannung mit sofortigem Verbund auf die Grenzwerte nach Gl. 3-30 und Gl. 3-31 zu beschränken.

$$\text{zul. } \sigma_{p,max} = \min \begin{cases} 0,8 \cdot f_{pk} \\ 0,9 \cdot f_{p0,1k} \end{cases} \quad \text{Gl. 3-30}$$

$$\text{zul. } \sigma_{pm0} = \min \begin{cases} 0,75 \cdot f_{pk} \\ 0,85 \cdot f_{p0,1k} \end{cases} \quad \text{Gl. 3-31}$$

Am Beispiel gängiger Spannstahlitzen der Spannstähle St 1570/1770 und St 1660/1860 und unter Annahme eines Elastizitätsmoduls von  $E_p = 195.000 \text{ N/mm}^2$  zeigt sich, dass ausgehend von diesen Spannungsgrenzen Vordehnungen im Bereich von rund  $\varepsilon_{pmt(0)} = 6,5$  bis  $7,0 \%$  erzielt werden.

$$\varepsilon_{\text{pmt}(0)} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,75 \cdot f_{\text{pk}} \\ 0,85 \cdot f_{\text{p}0,1\text{k}} \end{array} \cdot \frac{1}{E_{\text{p}}} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,75 \cdot 1.770 \text{ N/mm}^2 \\ 0,85 \cdot 1.500 \text{ N/mm}^2 \end{array} \cdot \frac{1}{195.000 \text{ N/mm}^2} \right\} = 6,53\%_0$$

$$\varepsilon_{\text{pmt}(0)} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,75 \cdot f_{\text{pk}} \\ 0,85 \cdot f_{\text{p}0,1\text{k}} \end{array} \cdot \frac{1}{E_{\text{p}}} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,75 \cdot 1.860 \text{ N/mm}^2 \\ 0,85 \cdot 1.600 \text{ N/mm}^2 \end{array} \cdot \frac{1}{195.000 \text{ N/mm}^2} \right\} = 6,97\%_0$$

Bei der Verwendung von Spanngliedern aus Faserverbundkunststoffen sind aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens andere Spannungsbegrenzungen zu definieren. Einerseits entfällt die Möglichkeit die Spannungsbegrenzung an die Streckgrenze bzw. die Spannung bei 0,1 % bleibender Dehnung  $f_{\text{p}0,1\text{k}}$  zu koppeln. Andererseits liegt gemäß Burke und Dolan (2001) das Erfordernis einer Dehnungsreserve vor, um die hinreichende Verformbarkeit und Versagensvorankündigung des Tragwerks gewährleisten zu können. Auf diese Thematik wird in Abschnitt 3.7.1.6 detailliert eingegangen. Durch die einzuplanende Dehnungsreserve ergeben sich unmittelbar strengere Begrenzungen des Vorspannniveaus. In Tabelle 3-2 sind die Grenzwerte der Vorspannung im Spannbett (zul.  $\sigma_{\text{p,max}}$ ) und nach der Spannkrafteinleitung (zul.  $\sigma_{\text{pm}0}$ ) bezogen auf die Bewehrungszugfestigkeit  $f_{\text{p}}$  für CFVK- und GFVK-Spannglieder auf Grundlage internationaler Normen bzw. Richtlinien zusammengestellt.

Tabelle 3-2 Zulässige Grenzwerte der Vorspannung nach internationalen Normen und Richtlinien

Spannglied	zul. $\sigma_{\text{p,max}}$	zul. $\sigma_{\text{pm}0}$	Literatur
CFVK	$0,65 - 0,70 \cdot f_{\text{p}}$	$0,60 - 0,65 \cdot f_{\text{p}}$	ACI 440.4R-04 (2004) CSA S806-12 (2012) CSA-S6-14 (2014) ISIS Design Manual No. 5 (2008)
GFVK	$0,30 \cdot f_{\text{p}}$	$0,25 \cdot f_{\text{p}}$	CSA-S6-14 (2014) ISIS Design Manual No. 5 (2008)

Basierend auf den Grenzen in Tabelle 3-2 in Verbindung mit den Bruchdehnungen der FVK-Bewehrungen nach Tabelle 2-3 können für die Vorspannung von CFVK- bzw. GFVK-Spanngliedern Vordehnungen von  $\varepsilon_{\text{pmt}(0),\text{CFVK}} \approx 3$  bis 11 %\_0 respektive  $\varepsilon_{\text{pmt}(0),\text{GFVK}} \approx 3$  bis 9 %\_0 erzielt werden. Dies liegt im gleichen Bereich wie die Vordehnungen konventioneller Stahlspannglieder und bestätigt somit eine ausreichende Vordehnkapazität zur hinreichenden Kompensation der zeitabhängigen Spannkraftverluste infolge von Kriechen, Schwinden und Relaxation. Somit ist nicht davon auszugehen, dass die Vorspannung durch die zeitabhängigen Verluste in überproportionalem Maß abgebaut wird, wie es bspw. bei vorgespannter Betonstahlbewehrung der Fall wäre, vgl. Leonhardt (1980). Dies spricht für eine grundsätzliche Eignung der Vorspannung mit FVK-Bewehrung.

Die in Tabelle 3-2 enthaltenen Vorspanngrenzen orientieren sich im Allgemeinen an den Kriechbrucheigenschaften der FVK-Spannglieder, vgl. Abschnitt 2.4.4.3 und ACI 440.4R-

04 (2004). Durch die Begrenzung der Vorspannung soll ein Kriechbruchversagen ausgeschlossen werden. Die Betrachtung der Spannungsbegrenzung unter zusätzlicher Berücksichtigung der Spannungskomponenten aus äußeren Einwirkungen wird in Kapitel 3.7.2.2 diskutiert.

### 3.5.3 Charakteristischer Wert der Vorspannkraft

Ausgehend vom Mittelwert der Vorspannkraft gemäß Gl. 3-29 sind nach DIN EN 1992-1-1 (2011) mögliche Streuungen der Vorspannkraft im Rahmen von Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und im Rahmen von Ermüdungsnachweisen zu berücksichtigen. Bei Vorspannung mit sofortigem Verbund beziehen sich die möglichen Streuungen primär auf das streuende zeitabhängige Materialverhalten der verwendeten Werkstoffe, insbesondere des Betons. Die Berechnung erfolgt gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) nach Gl. 3-32 und Gl. 3-33 und wird sowohl für einen oberen als auch für einen unteren Grenzwert der Vorspannkraft durchgeführt. Da die Streuung der Vorspannkraft primär auf die Streuung der zeitabhängigen Betoneigenschaften zurückgeht, können für die der Berechnung zugrundeliegenden Streubeiwerte  $r_{\text{sup}}$  (oberer Grenzwert) und  $r_{\text{inf}}$  (unterer Grenzwert) bei der Verwendung von FVK-Spanngliedern die gleichen Werte angenommen werden wie bei Stahlspanngliedern.

$$P_{k,\text{sup}} = r_{\text{sup}} \cdot P_{\text{mt}} \quad \text{Gl. 3-32}$$

$$P_{k,\text{inf}} = r_{\text{inf}} \cdot P_{\text{mt}} \quad \text{Gl. 3-33}$$

für Vorspannung mit sofortigem Verbund:  $r_{\text{sup}}=1,05$   $r_{\text{inf}}=0,95$

Graubner und Six (2011) zufolge ist die Berücksichtigung der Streuung der Vorspannkraft insbesondere bei solchen Nachweisen sinnvoll, die sensibel auf geringe Änderungen der Eingangsgrößen reagieren, wie etwa Spannungsnachweise, vgl. Abschnitt 3.7.2.

### 3.5.4 Bemessungswert der Vorspannkraft

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird nach DIN EN 1992-1-1 (2011) auf eine Berücksichtigung einer möglichen Streuung der Vorspannkraft verzichtet. Demnach basiert auch die Ermittlung des Bemessungswertes der Vorspannkraft auf dem Mittelwert der Vorspannkraft nach Gl. 3-29. Ferner wird im Rahmen von DIN EN 1992-1-1 (2011) ein Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_p = 1,0$  vorgeschlagen. Analog zu den Streubeiwerten bei der Ermittlung des charakteristischen Wertes der Vorspannkraft kann dieser Wert übernommen werden, wenn FVK-Spannglieder anstelle von Stahlspanngliedern verwendet werden.

$$P_d = \gamma_p \cdot P_{\text{mt}} \quad \text{Gl. 3-34}$$

### 3.6 Grenzzustand der Tragfähigkeit

#### 3.6.1 Biegung mit Normalkraft

Die Bemessung von Bauteilen für Biegung mit Normalkraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit basiert auf den Grundannahmen nach DIN EN 1992-1-1 (2011), welche entsprechend internationaler Richtlinien auch für die Verwendung von FVK-Bewehrung Gültigkeit besitzen, vgl. u. A. ACI 440.4R-04 (2004), ACI-440.1R-15 (2015) und fib Bulletin 40 (2007):

- Ebenbleiben der Querschnitte
- Starrer Verbund zwischen Beton und Bewehrung
- Vernachlässigung des Betonzugtraganteils
- Berücksichtigung der Spanngliedvordehnung

Darüber hinaus ist von einem vollständig linear-elastischen Materialverhalten der FVK-Bewehrung auszugehen, was sich auch auf die Berücksichtigung der Vorspannwirkung auswirkt, wie bei der Ermittlung der Vordehnung erläutert wird.

Letztlich wird aufgrund der Ausführungen in fib Bulletin 40 (2007) auf eine Verwendung von FVK-Bewehrung in der Druckzone verzichtet. Die resultierenden Bemessungskonzepte beruhen demnach auf einem einseitig bewehrten Querschnitt mit einer einsträngigen Vorspannung in der Zugzone.

Die statisch bestimmte Wirkung der Vorspannung lässt sich für konventionelle Spannbetonbauteile nach Grasser et al. (1996) mit drei verschiedenen, jedoch äquivalenten Ansätzen erfassen.

- a) Ansatz der Vordehnung  $\varepsilon_{\text{pmt}(0)}$  bei der Berechnung des Dehnungszustandes des Querschnitts
- b) Ansatz einer auf der Vordehnung  $\varepsilon_{\text{pmt}(0)}$  basierenden Spanngliedkraft als fiktive Einwirkung
- c) Ansatz der Gesamtspanngliedkraft (Vordehnung  $\varepsilon_{\text{pmt}(0)}$  + Zusatzdehnung  $\Delta\varepsilon_p$ ) als zusätzliche Einwirkung

Wie von Graubner und Six (2011) beschrieben, eignen sich die verschiedenen Ansätze je nach Anwendungsfall aufgrund des unterschiedlichen Rechenaufwandes nicht immer gleich gut. Demnach eignet sich für die Ermittlung der erforderlichen Bewehrung im Rahmen der Biegebemessung insbesondere Ansatz a). Dabei ist der Rechenaufwand geringer als bei Ansatz b) und es ist keine Iteration erforderlich, welche bei Verwendung von Ansatz c) auftreten kann, falls die Fließspannung des Spannstahls nicht erreicht wird. Demnach ist Ansatz a) insbesondere auch bei der Verwendung von FVK-Bewehrung geeignet, da hierbei aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens keine Fließspannung in Ansatz ge-

bracht werden kann. In Abbildung 3-9 ist die Berücksichtigung der Vorspannwirkung mittels Ansatz a) anhand der Dehnungsebene eines vorgespannten Querschnitts dargestellt. Die Vordehnung  $\varepsilon_{\text{pmt}(0)}$  kann mit Hilfe von Gl. 3-35 und unter Verwendung der zum Zeitpunkt  $t$  verbleibenden Vorspannkraft  $P_{\text{mt}}$  nach Gl. 3-29 berechnet werden.

Zudem ist zu beachten, dass bei statisch unbestimmt gelagerten Systemen zusätzlich eine statisch unbestimmte Vorspannwirkung auftritt, die vom Gesamtsystem abhängt und somit gemäß Graubner und Six (2011) immer auf der Einwirkungsseite zu berücksichtigen ist.

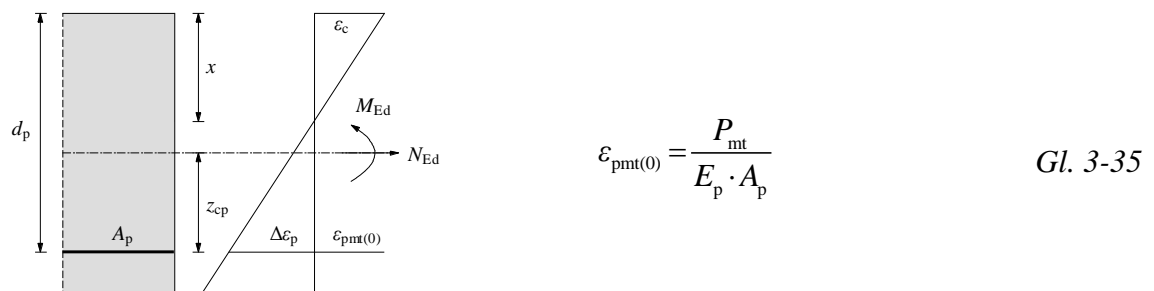


Abbildung 3-9 Berücksichtigung der Vorspannwirkung unter Ansatz der Vordehnung in der Dehnungsebene des Querschnitts nach Grasser et al. (1996)

Die Bemessungsgleichungen zur Ermittlung der erforderlichen Bewehrungsmenge im Grenzzustand der Tragfähigkeit für Biegung mit Längskraft folgen in Abschnitt 5.5 in Verbindung mit zugehörigen Bemessungshilfsmitteln.

### 3.6.2 Querkrafttragverhalten vorgespannter Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung

#### 3.6.2.1 Allgemeines

Das Querkrafttragverhalten vorgespannter Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung setzt sich nach Zink (2000) aus einer Kombination verschiedener Tragmechanismen zusammen. Der Hauptanteil geht demnach auf den ungerissenen Betonquerschnitt  $V_c$  zurück, worüber im Zustand I die vollständige Querkraftabtragung erfolgt. Im gerissenen Zustand II kommen die Traganteile infolge von Rissverzahnung bzw. Rissreibung  $V_{cr}$ , Dübelwirkung  $V_d$  und Vorspannung  $V_p$  hinzu. Die verschiedenen Tragmechanismen nach Zink (2000) sind in Abbildung 3-10 (links) schematisch dargestellt.

Die Vorspannwirkung setzt sich dabei aus einem indirekten Anteil durch ein verstärktes Überdrücken des Querschnitts (in Abbildung 3-10 nicht dargestellt) und sofern vorhanden aus einem vertikalen Anteil geneigter Spannglieder  $V_p$  zusammen. Im vorliegenden Anwendungsfall von Bauteilen mit geraden Spanngliedern ist der erste Teil der Vorspannwirkung entscheidend. Durch die Vorspannung wird der gerissene Zustand II erst später erreicht. Da das Schubversagen im Allgemeinen auf Schubrissbildung zurückzuführen ist, vgl. Leonhardt (1984), folgt unmittelbar eine Steigerung der Schubtragfähigkeit. Für einen

Überblick über die mechanischen Hintergründe und Berechnungsgleichungen der einzelnen Tragmechanismen sowie einen Ansatz zur Quantifizierung der Zusammensetzung der Gesamtquerkrafttragfähigkeit wird auf Zink (2000) und El Ghadioui (2020) verwiesen.

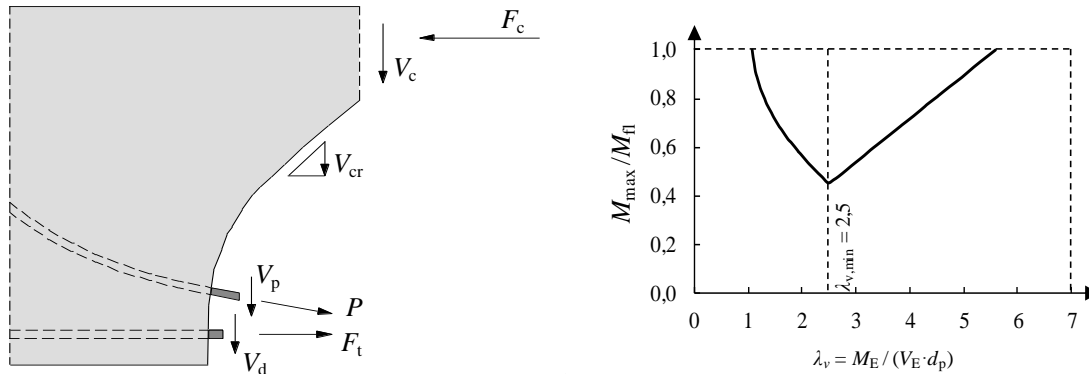


Abbildung 3-10 Links: Querkrafttragmechanismen in Anlehnung an Zink (2000)  
Rechts: Schubtal nach Kani (1964)

Im Rahmen des vorliegenden Anwendungsfalles wird die Querkrafttragfähigkeit insbesondere dann maßgebend, wenn die Biegetragfähigkeit des Bauteils infolge eines frühzeitigen Schubversagens nicht vollständig ausgenutzt werden kann. Eine Möglichkeit zur Quantifizierung dieses Sachverhalts ist die Betrachtung des Schubtals nach Kani (1964), vgl. Abbildung 3-10 (rechts). Die hierbei maßgebende Eingangsgröße ist die Schubschlankheit  $\lambda_v$  gemäß Gl. 3-36, welche das Verhältnis von maximal einwirkendem Moment  $M_E$  zu maximal einwirkender Querkraft  $V_E$  und statischer Nutzhöhe  $d_p$  beschreibt.

$$\lambda_v = \frac{M_E}{V_E \cdot d_p} \quad \text{Gl. 3-36}$$

Wie in Abbildung 3-10 (rechts) dargestellt, konnte Kani (1964) zeigen, dass es für Stahlbetonbauteile einen kritischen Bereich der Schubschlankheit von etwa  $1,0 < \lambda_v < 5,5$  gibt, bei dem die Biegetragfähigkeit  $M_{fl}$  nicht voll ausgenutzt werden kann. Eine Übertragung dieses Sachverhalts auf die Verwendung von FVK-Bewehrung und unter Berücksichtigung der Vorspannung folgt in Abschnitt 5.6.

Da der Fokus dieser Arbeit auf vorgespannten Betonbauteilen ohne rechnerischer Schubbewehrung liegt, wird das Tragverhalten von Betonbauteilen mit Schubbewehrung nicht thematisiert. Ein Überblick zugehöriger Tragmechanismen findet sich in Zink (2000) und ein Modell zur Ermittlung dieser Querkrafttragfähigkeit in ACI 440.4R-04 (2004).

### 3.6.2.2 Bemessungsgleichungen für die Querkrafttragfähigkeit

Die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit kann auf Basis verschiedenster Modelle und Ansätze erfolgen. Das für die vorliegende Arbeit aus mehreren Gründen bevorzugte Modell basiert auf der Critical Shear Crack Theory (CSCT) nach Muttoni und Fernandez Ruiz (2008) und Muttoni et al. (2018). Die Untersuchungen von Cavagnis (2017) und El



Ghadioui und Graubner (2019) zeigen, dass dieses Modell eine sehr gute Vorhersagegenauigkeit für die Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen mit Stahlbewehrung liefert. Darüber hinaus zeigen unter anderem Hofmann et al. (2019) und El Ghadioui (2020), dass eine Übertragbarkeit des Modells auf Betonbauteile mit FVK-Bewehrung möglich ist und die Querkrafttragfähigkeit solcher Bauteile ebenfalls sehr gut vorhersagt werden kann. Weiterhin zeigte Cavagnis (2017), dass auch die Vorspannwirkung treffend berücksichtigt wird, indem er eine gute Übereinstimmung der rechnerischen Querkrafttragfähigkeit mit der experimentellen Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Träger nachgewiesen hat.

Neben der Eignung des Modells anhand der oben beschriebenen Ergebnisse stellt dieses Modell zudem die Grundlage für die Querkraftbemessung der Neuauflage des Eurocodes 2 prEN 1992-1-1 (2021) dar. Die Nachweisführung sieht dabei einen Vergleich der einwirkenden und aufnehmbaren Schubspannung vor. Die Umrechnung zwischen Querkraft und Schubspannung erfolgt unter Verwendung der maßgebenden Breite  $b_w$  und des Hebelarms der inneren Kräfte  $z$  (im Rahmen der Querkraftbemessung vereinfachend mit  $z = 0,9 \cdot d_p$  zu approximieren). Die Darstellung der Bemessungsgleichungen in Anlehnung an prEN 1992-1-1 (2021) erfolgt nachfolgend jedoch in Form von aufnehmbaren Querkraften, wie es in der aktuellen Normengeneration üblich ist, vgl. DIN EN 1992-1-1 (2011).

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot \left( 100 \cdot \rho_p \cdot f_{ck} \cdot \frac{E_p}{E_s} \cdot \frac{d_{dg}}{d_p} \right)^{\frac{1}{3}} - k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot z \geq V_{Rd,c,min} \quad Gl. 3-37$$

$$V_{Rd,c,min} = C_{Rd,c,min} \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{pd} - \sigma_{pm\infty}} \cdot \frac{E_p}{E_s} \cdot \frac{d_{dg}}{d_p}} \cdot b_w \cdot z \quad Gl. 3-38$$

Dabei ist:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,66}{\gamma_c} = \frac{0,66}{1,5} = 0,44 \quad C_{Rd,c,min} = \frac{11}{\gamma_c} = \frac{11}{1,5} = 7,33$$

$d_{dg}$  Maßstabsfaktor

$$d_{dg} = \begin{cases} 16 \text{ mm} + D_{lower} \leq 40 \text{ mm} & \text{für } f_{ck} \leq 60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ 16 \text{ mm} + D_{lower} \cdot \left( \frac{60}{f_{cm}} \right)^4 \leq 40 \text{ mm} & \text{für } f_{ck} > 60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{cases} \quad Gl. 3-39$$

$D_{lower}$  Kleinerer Wert der Korngruppe des Größtkorndurchmessers

$d_p$  Statische Nutzhöhe (bei Schubschlankheiten von  $\lambda_v < 4$  zu ersetzen durch  $a_v$ )

$$a_v = \sqrt{\frac{\lambda_v}{4} \cdot d_p^2} \quad Gl. 3-40$$

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \frac{1,4}{\gamma_c} \cdot \left( 0,07 + \frac{z_{cp}}{4 \cdot d_p} \right) \leq \frac{1,4}{\gamma_c} \cdot 0,15 \\
 &= \frac{1,4}{1,5} \cdot \left( 0,07 + \frac{z_{cp}}{4 \cdot d_p} \right) \leq \frac{1,4}{1,5} \cdot 0,15 \\
 &= 0,933 \cdot \left( 0,07 + \frac{z_{cp}}{4 \cdot d_p} \right) \leq 0,14 \\
 \sigma_{cp} &= \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0,2 \cdot f_{cd}
 \end{aligned}
 \tag{Gl. 3-41}$$

$N_{Ed}$  Drucknormalkraft infolge von äußerer Belastung oder Vorspannung

Die Berücksichtigung des von konventioneller Stahlbewehrung abweichenden Materialverhaltens der FVK-Bewehrung erfolgt durch die Einführung des Verhältnisses der Elastizitätsmoduln von FVK-Bewehrung  $E_p$  und Stahlbewehrung  $E_s$  in Gl. 3-37 und Gl. 3-38 sowie dem Ersatz der Zugfestigkeit des Spannstahls durch die Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung. Gemäß prEN 1992-1-1 (2021) ist hierfür der Bemessungswert  $f_{pd}$  zu verwenden, die Nutzung des Mittelwertes  $f_{pm}$  liegt jedoch auf der sicheren Seite, vgl. El Ghadioui (2020). Der Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit geht auf die Tragfähigkeit des ungerissenen Betons zurück, sodass die Zugfestigkeit  $f_{pd}$  in Gl. 3-38 um die nach Abzug der Spannkraftverluste verbleibende Vorspannung  $\sigma_{pm\infty}$  zu reduzieren ist.

### 3.7 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

#### 3.7.1 Verformungsverhalten

##### 3.7.1.1 Allgemeines

Die Bemessung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit basiert, anders als im Grenzzustand der Tragfähigkeit, auf Einwirkungskombinationen, welche die tatsächlich auftretenden Belastungssituationen abbilden. Das Verformungsverhalten ist hierbei von besonderer Bedeutung, da eine planmäßige Nutzung des Tragwerks nur unter Einhaltung vorgegebener Verformungsgrenzwerte sichergestellt werden kann. Die auftretenden Verformungen und deren zeitliche Entwicklung hängen von zahlreichen Parametern ab, vgl. Geßner et al. (2017). Dazu zählen die geometrischen Randbedingungen (Querschnittsmaße, Lage der Bewehrung / Spannglieder, Lagerungsbedingungen), die Materialeigenschaften (Festigkeiten, Steifigkeiten), zeitabhängige Materialparameter (Kriechen, Schwinden, Relaxation) und die auftretende Beanspruchung. Zur Beschreibung des Verformungsverhaltens und zur Quantifizierung der auftretenden Verformungen ist es erforderlich das Tragwerk in ungerissene Bereiche (Zustand I) und gerissene Bereiche (Zustand II) einzuteilen. Eine

daraus resultierende Gliederung des Tragwerks ist exemplarisch in Abbildung 3-11 dargestellt.

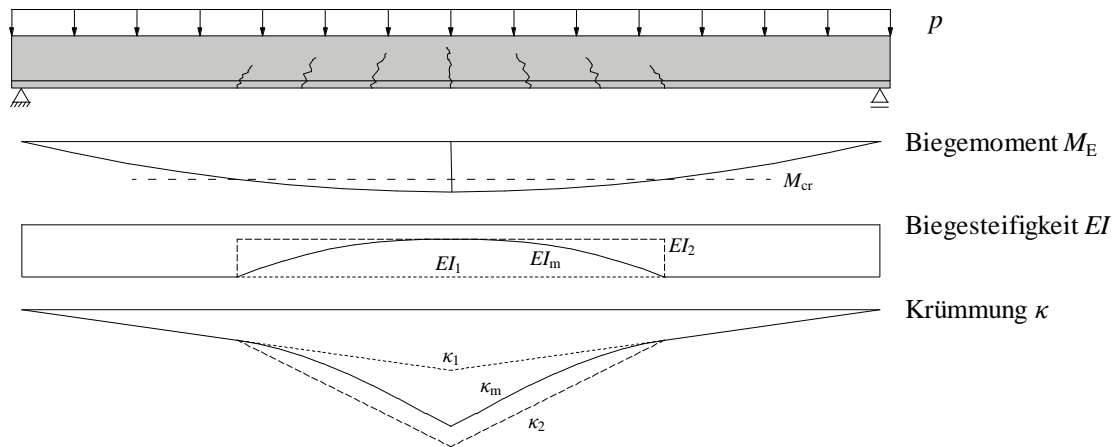
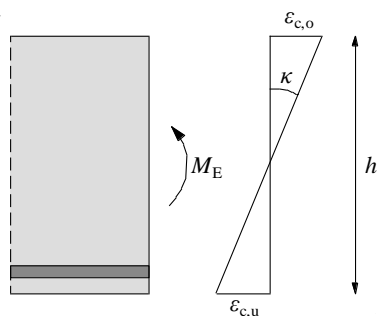


Abbildung 3-11 Gliederung eines Einfeldträgers in gerissene und ungerissene Bereiche am Beispiel der Biegesteifigkeit und der Krümmung in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010)

Für die Bereiche des Bauteils, in denen das Moment infolge von äußeren Einwirkungen geringer ist als das Rissmoment, kann vom ungerissenen Zustand I ausgegangen werden. In dem Bereich in dem das Moment aus äußeren Einwirkungen das Rissmoment übersteigt, ist der gerissene Zustand II anzusetzen. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Lastabtrag im gerissenen Bereich nicht ausschließlich von der Bewehrung bzw. den Spanngliedern bestimmt wird. Unmittelbar im Rissquerschnitt wird die Zugbeanspruchung ausschließlich über die Bewehrung abgetragen, aber durch die Übertragung der auftretenden Kräfte zwischen Beton und Bewehrung über Verbundspannungen im Bereich zwischen den Rissen, ergibt sich unter Berücksichtigung dieser Mitwirkung des Betons im Zugbereich eine größere Steifigkeit als im reinen, vollständig gerissenen Zustand II. Dieser Sachverhalt wird im nachfolgenden Abschnitt 3.7.1.2 ausführlich thematisiert.



$$\kappa = \frac{|\varepsilon_{c,o}| + |\varepsilon_{c,u}|}{h} \quad \text{Gl. 3-42}$$

$$\kappa = \frac{M_E}{EI} \quad \text{Gl. 3-43}$$

Abbildung 3-12 Definition der Querschnittskrümmung

Die Krümmung eines Querschnitts kann im Allgemeinen auf Grundlage der vorliegenden Dehnungsebene gemäß Abbildung 3-12 und Gl. 3-42 ermittelt werden. Daraus kann unmittelbar eine alternative Definition der Krümmung gemäß Gl. 3-43 hergeleitet werden. Dabei

kann die Krümmung direkt in Abhängigkeit vom einwirkenden Moment charakterisiert werden, wobei für die Biegesteifigkeit  $EI$  in Abhängigkeit des Bereiches der Wert für Zustand I bzw. für Zustand II einzusetzen ist. Nach Eibl und Ivanyi (1976) ist diese querschnittsbezogene Momenten-Krümmungs-Beziehung maßgebend für das Verformungsverhalten von Biegebauteilen, was in Abschnitt 3.7.1.3 genauer ausgeführt wird. Die aus dem Querkrafteinfluss resultierenden Schubverzerrungen können durch die Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte vernachlässigt werden. Nach König et al. (1999) und DAfStb Heft 630 (2018) folgt auf Basis der klassischen Biegetheorie, dass die Bauteilverformungen durch zweifache Integration der beanspruchungsabhängigen Krümmungen ermittelt werden können. Die genaue Betrachtung des Last-Verformungsverhaltens sowie der zugehörigen Nachweisführung unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens folgt in den Abschnitten 3.7.1.4 bis 3.7.1.6.

### 3.7.1.2 Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (Tension Stiffening)

Für die Modellierung des Verformungsverhaltens bewehrter Betonbauteile unter Biegebeanspruchung ist die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (auch Zugversteifung bzw. Tension Stiffening genannt) unerlässlich. Während in den gerissenen Querschnitten der Abtrag der Zugkräfte durch die Bewehrung gewährleistet wird, bauen sich durch die Kraftübertragung infolge von Verbundspannungen zwischen Beton und Bewehrung in den Bereichen zwischen den Rissen Dehnungen im Beton auf. Die dadurch aktivierte Zugzone trägt zum Lastabtrag bei und die Steifigkeit des Trägers wird gegenüber dem vollständig gerissenen Zustand II gesteigert. In Abbildung 3-13 sind Dehnungsverteilungen entlang eines Trägers (vereinfachend zunächst ohne Vorspannung) für die beiden Fälle des Einzelrisses und des abgeschlossenen Rissbildes dargestellt. Im Falle des Einzelrisses bauen sich außerhalb des Risses Betondehnungen  $\varepsilon_c$  auf, welche die gleiche Größe annehmen wie die Bewehrungsdehnung  $\varepsilon_p$  und die Rissdehnung  $\varepsilon_{ct}$  überschreiten. Dadurch entstehen in der Folge weitere Risse. Im Fall des abgeschlossenen Rissbildes erreichen die Betondehnungen  $\varepsilon_c$  zwischen den Rissen diesen Grenzwert hingegen nicht mehr, sodass keine weiteren Risse auftreten.

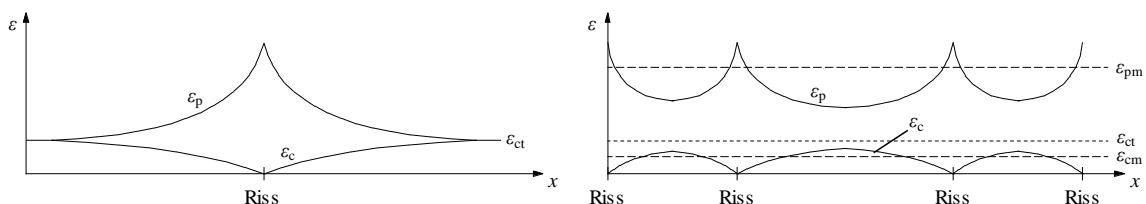


Abbildung 3-13 Dehnungsverläufe bei verschiedenen Rissbildungsstadien in Anlehnung an König und Tue (1996)

Basierend auf den aus Abbildung 3-13 resultierenden mittleren Dehnungen ergeben sich die nachfolgend in Abbildung 3-14 dargestellten Dehnungsebenen für den reinen Zustand II und für das mittlere Bauteilverhalten. Die mitwirkende Betonfläche  $A_{c,eff}$  kann dabei mit Gl. 3-44 gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) berechnet werden. Für die rechnerische Ermittlung der Betondehnung und damit die Quantifizierung des Ausmaßes des Zugversteifungseffektes existieren zahlreiche Modelle, wie etwa nach CEB-FIP Model Code 1990 (1993), DIN EN 1992-1-1 (2011), Espion et al. (1985) oder Quast (1981), Quast und Busjaeger (1990) bzw. Pfeiffer (2004). Die Wahl eines geeigneten Modells zur Erfassung des Zugversteifungseffektes bei Betonbauteilen mit vorgespannten FVK-Spanngliedern folgt unter Angabe des zugehörigen Formelapparats in Abschnitt 6.2.

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,ef} \begin{cases} 2,5 \cdot (h - d_p) \\ (h - x) / 3 \\ h / 2 \end{cases} \quad \text{Gl. 3-44}$$

Abbildung 3-14 Dehnungsebenen des reinen Zustands II und des mittleren Bauteilverhaltens sowie mitwirkende Betonfläche  $A_{c,eff}$  nach Zilch und Zehetmaier (2010) und DIN EN 1992-1-1 (2011)

### 3.7.1.3 Momenten-Krümmungs-Beziehung

Ebenso wie für die Dehnungsebenen des reinen Zustands I und des reinen Zustands II kann aufbauend auf der im vorigen Kapitel 3.7.1.2 beschriebenen Dehnungsebene des mittleren Bauteilverhaltens eine mittlere Krümmung  $\kappa_m$  abgeleitet werden, vgl.  $\kappa_{II,m}$  in Abbildung 3-14. Diese Dehnungsebene ist unmittelbar mit einem einwirkenden Moment verknüpft, vgl. Gl. 3-43. Die Berechnung kann durch eine Iteration der Dehnungsebene unter Beachtung der Gleichgewichtsbedingungen am Querschnitt erfolgen. Wird dieses Vorgehen für die gesamte Belastungsspanne des Querschnitts durchgeführt, wird also jedem Wert des einwirkenden Moments eine zugehörige Krümmung zugewiesen. Daraus resultiert die Momenten-Krümmungs-Beziehung des Querschnitts, wie links in Abbildung 3-15 exemplarisch dargestellt.

Die in Abbildung 3-15 (links) dargestellte Momenten-Krümmungs-Beziehung verdeutlicht die vorangehend beschriebenen Zusammenhänge. Bei geringen Beanspruchungen ist der gesamte Träger im ungerissenen Zustand I, was mit der größten Biegesteifigkeit  $EI_I$  einhergeht. Nach Erreichen des Rissmoments  $M_{cr}$  nimmt die mittlere Biegesteifigkeit infolge von Rissbildung ab, ehe sie sich nach Abschluss der Rissbildung und entsprechender Aktivierung der Betonzugzone zwischen den Rissen wieder stabilisiert. Bei weiter steigender Beanspruchung tritt eine zunehmende Schädigung des Verbundes zwischen Beton und Bewehrung infolge großer Dehnungen bzw. Relativverschiebungen ein. Dadurch nähert sich

die Kurve des mittleren Bauteilverhaltens zunehmend an die Kurve des reinen Zustands II an oder ist mit ihr deckungsgleich. Dies verdeutlicht die ausgeprägte Belastungsabhängigkeit des Zugversteifungseffektes, was nicht jeder Berechnungsansatz berücksichtigt, vgl. Zilch und Zehetmaier (2010).

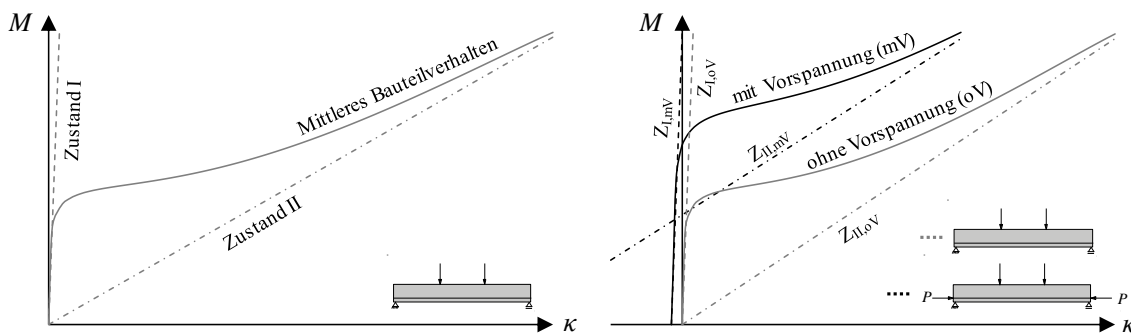


Abbildung 3-15 Links: Momenten-Krümmungs-Beziehung eines nicht vorgespannten Querschnitts  
 Rechts: Auswirkung der Vorspannung auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung eines Querschnitts

Des Weiteren ist in Abbildung 3-15 (rechts) die Auswirkung der Vorspannung auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung des Querschnitts schematisch dargestellt, wobei zwei entscheidende Aspekte deutlich werden. Zum einen verursacht die Vorspannung einen horizontalen Versatz der Kurve in negativer Richtung. Durch die üblicherweise exzentrische Lage der Spannglieder wird ein negatives Moment induziert, was sich in einer negativen Krümmung widerspiegelt. Dabei ist anzumerken, dass auf der y-Achse ausschließlich das einwirkende Moment aus äußeren Einwirkungen aufgetragen ist, sodass in dieser Darstellungsweise ausschließlich ein horizontaler und kein vertikaler Versatz in negativer Richtung auftritt. Zum anderen sorgt die Vorspannung dafür, dass der Querschnitt für einen größeren Bereich der auftretenden Beanspruchung im ungerissenen Zustand verbleibt. Die aufgebrachte Druckspannung in der vorgedrückten Zugzone muss zunächst abgebaut werden, bevor im Anschluss daran die Zugfestigkeit des Beton erreicht wird und der Querschnitt aufreißt, vgl. Abbildung 3-1.

#### 3.7.1.4 Last-Verformungs-Beziehung

Nachdem im vorigen Abschnitt 3.7.1.3 die Momenten-Krümmungs-Beziehung erläutert wurde, welche für einen gegebenen bewehrten Querschnitt gültig ist, ist in diesem Schritt die Bauteilebene zu betrachten, um die auftretenden Verformungen quantifizieren zu können. Da bei Bauteilen mit Vorspannung mit sofortigem Verbund gerade verlaufende Spannglieder vorliegen, ist die ermittelte  $M$ - $\kappa$ -Beziehung für jede Stelle des Trägers gültig. Folglich ist durch die Kenntnis der  $M$ - $\kappa$ -Beziehung bei einer gegebenen Belastungssituation der

Krümmungsverlauf (und damit nach Gl. 3-43 auch der Steifigkeitsverlauf) über die Trägelänge bekannt. Somit kann die Bauteildurchbiegung laut DAfStb Heft 630 (2018) mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte (PdvK) nach Gl. 3-45 berechnet werden.

$$w = \int_0^l \kappa(x) \cdot \bar{M}(x) dx = \int_0^l \frac{M_E(x)}{EI(x)} \cdot \bar{M}(x) dx \quad \text{Gl. 3-45}$$

Das zweckmäßigste Verfahren ist in diesem Zusammenhang gemäß DAfStb Heft 630 (2018) die numerische Integration entlang eines diskretisierten Trägers. Der Träger wird in  $n$  Stababschnitte geteilt. Für jeden Abschnitt wird mit Gl. 3-45 die lokale Verformung des Stababschnitts ermittelt. Wie in Abbildung 3-16 (links) dargestellt, werden die lokalen Krümmungen abschließend numerisch zum Beispiel mit Hilfe der quadratischen Newton-Cotes-Formel (Simpson-Regel) integriert. Dies liefert für jeden Stababschnitt den Anteil an der Gesamtverformung des Trägers, welche sich abschließend aus einer Summation aller numerisch integrierten Anteile ergibt. Für eine genauere Darstellung dieses Verfahrens sowie ein zugehöriges Anwendungsbeispiel wird auf Zilch und Zehetmaier (2010) verwiesen.

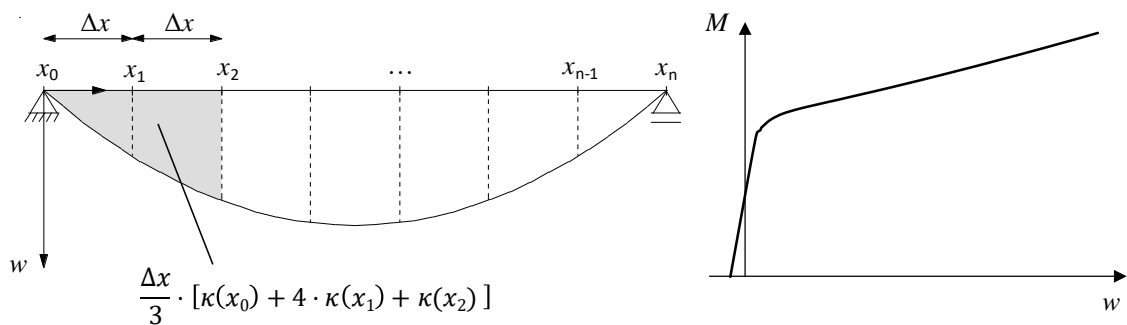


Abbildung 3-16 Links: Prinzip der numerischen Integration mit der Simpson-Regel nach Zilch und Zehetmaier (2010)  
Rechts: Schematische Darstellung einer Momenten-Verformungs-Linie

Wird das oben beschriebene Vorgehen schließlich für verschiedene Belastungsstufen wiederholt, kann das belastungsabhängige Verformungsverhalten des Trägers in Form eines Last-Verformungs-Diagramms angegeben werden, vgl. Abbildung 3-16 (rechts). Auf der y-Achse können dabei je nach Bedarf bzw. Randbedingungen bspw. eine einwirkende Streckenlast  $p$ , eine Einzellast  $F$  oder das resultierende Moment infolge äußerer Einwirkungen  $M_E$  aufgetragen sein. Abschließend ist anzumerken, dass dieses Verfahren nur die Verformung an einer definierten Stelle (abhängig von der Definition der virtuellen Belastung im Rahmen des PdvK), üblicherweise die Verformung in Feldmitte, ergibt. Die Berechnung der genauen Verformungsfigur des Trägers kann jedoch durch mehrfache Anwendung des Verfahrens unter Variation der Zielstelle erfolgen, vgl. Abschnitte 6.4 und 6.6.2.3.

### 3.7.1.5 Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens

Das zeitabhängige Materialverhalten und die auftretenden Spannkraftverluste sorgen für eine Vergrößerung der Krümmung über die Zeit, was unmittelbar einer Vergrößerung der Bauteilverformungen gleichkommt. Die Berücksichtigung des Betonkriechens kann dabei durch die Verwendung eines abgeminderten, effektiven Betonelastizitätsmoduls  $E_{c,eff}$  erfolgen. Dabei ist nach ungerissenen und gerissenen Bereichen zu unterscheiden, da im ungerissenen Bereich sowohl der Beton in der Druck- als auch in der Zugzone kriecht, während im gerissenen Bereich lediglich der Beton in der Druckzone kriecht. Dadurch folgen geringere Krümmungszunahmen im Zustand II, vgl. bspw. Abbildung 5-3 in Abschnitt 5.3. Demzufolge sind verschiedene Formeln zur Ermittlung der Abminderung der Biegesteifigkeit zu verwenden. Eine ausführliche Betrachtung dieses Sachverhalts mit Diskussion geeigneter Berechnungsformeln folgt im Rahmen von Abschnitt 6.5.

Die Berücksichtigung der Relaxationsverluste kann direkt durch eine Anpassung der wirksamen Vorspannkraft über die Zeit erfolgen. Die Größe der Spannkraftverluste kann dabei mit Hilfe der in Abschnitt 5.3 vorgestellten modifizierten Berechnungsgleichung in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 (2011) ermittelt werden. Da es sich im vorliegenden Anwendungsfall um statisch bestimmt gelagerte Systeme handelt, bei denen keine statisch unbestimmte Wirkung der Vorspannung auftritt, liefert eine solche Reduktion der wirksamen Vorspannkraft hinreichend genaue Ergebnisse.

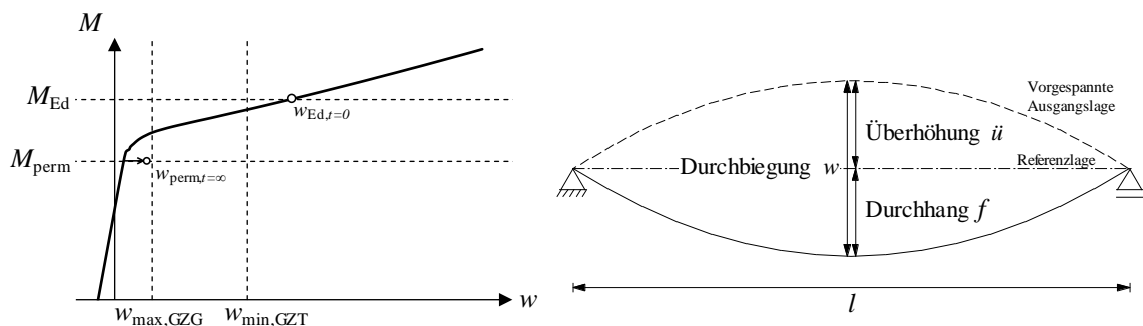
### 3.7.1.6 Nachweise der Verformungen

Der Nachweis der Begrenzung der Verformungen erfolgt bei der Bemessung von Stahlbetonbauteilen üblicherweise durch Näherungslösungen ohne direkte Berechnung. Die verschiedenen Näherungsverfahren, darunter bspw. die Ansätze nach Zilch und Donaubauer (2006), Krüger und Mertzsch (2006) oder nach DIN EN 1992-1-1 (2011), basieren auf einer Begrenzung der Biegeschlankheit, wodurch indirekt eine ausreichende Bauteilsteifigkeit und damit eine hinreichend geringe Bauteilverformung nachgewiesen werden. Gemäß DAfStb Heft 630 (2018) ist die Verwendung solcher Näherungsverfahren ohne direkte Berechnung der Verformungen für vorgespannte Bauteile nicht anwendbar, da die günstige Wirkung der Vorspannung keine oder keine ausreichende Berücksichtigung findet. Daher wird im Rahmen von DAfStb Heft 630 (2018) für vorgespannte Bauteile immer ein Verformungsnachweis auf Grundlage einer direkten Berechnung der Verformungen empfohlen.

Ein weiterer Grund für die direkte Berechnung der Verformungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist das von Stahl abweichende Materialverhalten der FVK-Bewehrung. Die erste Problematik besteht darin, dass die Herleitungen der oben genannten Biegeschlankheitsnäherungen auf den Materialeigenschaften von Stahlbewehrung basieren. Dies kann



durch eine modifizierte Herleitung neuer Biegeschlankheitskriterien unter expliziter Erfassung der Materialeigenschaften der FVK-Bewehrung berücksichtigt werden, vgl. El Ghadioui (2020). Die zweite, von diesen modifizierten Biegeschlankheitskriterien jedoch unberührte Problematik liegt in der linear-elastischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung der FVK-Bewehrung mit sprödem Versagen begründet. Wie bereits in Abschnitt 3.2 beschrieben, ist eine hinreichende Verformbarkeit vor dem Hintergrund einer ausreichenden Versagensvorankündigung nicht durch die Duktilität der Bewehrung selbst automatisch gewährleistet. Daraus folgt die Notwendigkeit eines zusätzlichen Nachweises der Verformungen unter der Einwirkungssituation des Grenzzustands der Tragfähigkeit. Nur wenn unter dieser Einwirkungskombination ein definierter Mindestwert der Verformungen überschritten wird, also entsprechend große, erkennbare Bauteilverformungen auftreten, kann eine hinreichende Versagensvorankündigung als gegeben angesehen werden, vgl. Apitz (2020) und Osman-Letelier et al. (2021). Die Verformungsgrenzen für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (maximal zulässige Verformungen) und für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (mindestens erforderliche Verformungen) sind in Abbildung 3-17 (links) exemplarisch am Beispiel einer Momenten-Verformungs-Beziehung dargestellt.



*Abbildung 3-17 Links: Verformungsgrenzen in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit in Anlehnung an Osman-Letelier et al. (2021) Rechts: Definitionen unterschiedlicher Verformungsgrößen nach DAfStb Heft 630 (2018)*

Die Begrenzung der Verformungen unter Gebrauchslasten erfolgt gemäß DAfStb Heft 600 (2012) unter anderem zum Erhalt der Bauteilfunktionalität und des Erscheinungsbildes sowie zur Vermeidung von Schäden in angrenzenden Bauteilen. Für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bedeutet das im allgemeinen Anwendungsfall gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011), dass der Durchhang  $f$  unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination auf  $1/250$  der Stützweite  $l$  zu begrenzen ist. Für besonders verformungsempfindliche Bauteile gilt die strengere Anforderung der Begrenzung der Durchbiegung  $w$  auf  $1/500$  der Stützweite  $l$ . Die zugehörigen Definitionen der unterschiedlichen Verformungsgrößen sind in Abbildung 3-17 (rechts) dargestellt.

Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit gilt es, einen Mindestdurchhang  $f$  nachzuweisen, damit die Verformungen bei Erreichen der Bemessungslast augenscheinlich erkennbar werden. Hierbei wird von Osman-Letelier et al. (2021) ein unterer Grenzwert des Durchhangs von  $1/100$  der Stützweite  $l$  vorgeschlagen. Im Fall von kritischeren Anforderungen ist alternativ auch ein strengerer Mindestwert von bspw.  $1/50$  der Stützweite  $l$  denkbar.

Weiterhin ist zu beachten, dass bei dieser Form der Nachweisführung unterschiedliche Bemessungszeitpunkte maßgebend sind. Beim Nachweis der Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist die Verformung zum Zeitpunkt  $t_\infty$  maßgebend, da die Verformungen über die Zeit zunehmen und im GZG die maximal auftretende Verformung den bemessungsrelevanten Fall darstellt. Dementsprechend sind hierbei das zeitabhängige Materialverhalten und die Spannkraftverluste in die Berechnung mit einzubeziehen. Beim Verformungsnachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist hingegen der Zeitpunkt  $t_0$  maßgebend. Hierbei stellt der minimal auftretende Durchhang den bemessungsrelevanten Fall dar, sodass die Berechnung der Verformung ohne Berücksichtigung von Kriechen, Schwinden und Relaxation den kritischen Fall darstellt.

Zusammengefasst bedeutet das für den Nachweis der Verformungen, dass eine direkte Berechnung der Verformungen erforderlich ist, da bei den im Stahlbetonbau gängigen Näherungslösungen durch Begrenzung der Biegeschlankheit zum einen die Vorspannwirkung nicht berücksichtigt und zum anderen nur die Verformungsbegrenzung im GZG sichergestellt wird. Bei Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung muss jedoch neben der Begrenzung der Verformung im GZG auch das zusätzliche Mindestmaß des Durchhangs im GZT nachgewiesen werden, um der Anforderung einer hinreichenden Versagensvorkündigung gerecht zu werden.

### **3.7.2 Spannungsbegrenzungen**

#### **3.7.2.1 Dekompressionsnachweis**

Bei der Verwendung von Stahlspanngliedern wird nach DIN EN 1992-1-1 (2011) ein unter Gebrauchslasten (quasi-ständige Einwirkungskombination) überdrückter Querschnitt gefordert, sodass am spanngliednahen Querschnittsrand keine Zugspannungen auftreten. Wie bereits in Abschnitt 3.3.3 angedeutet, zielt dieser Dekompressionsnachweis bei konventionellen Spannbetonbauteilen mit Stahlspanngliedern und voller Vorspannung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) primär auf die Sicherstellung erhöhter Dauerhaftigkeitsanforderungen ab. Diese Anforderung geht aus der erhöhten Korrosionsempfindlichkeit der Spannglieder hervor. Apitz (2020) und Schlaich et al. (2020) führen am Beispiel von Carbonspanngliedern an, dass eine deutlich geringere Korrosionsempfindlichkeit vorliegt und dementsprechend eine Begrenzung der Randzugspannungen dabei nicht erforderlich ist. Sofern auf den Dekompressionsnachweis verzichtet wird und Zugspannungen am Querschnittsrand zulässig

sind, ist die Planung einer beschränkten bzw. teilweisen Vorspannung möglich, vgl. Abschnitt 3.3.3. Unter Berufung auf die Ergebnisse von Bachmann (1980) zeigt sich, dass durch beschränkte bzw. teilweise Vorspannung ein wirtschaftlicher Vorteil erzielt werden kann, was gemäß Schlaich et al. (2020) für die Verwendung vorgespannter FVK-Bewehrung eine beachtliche Chance sein kann.

Dieser Sachverhalt kann aufgrund der sehr guten Dauerhaftigkeitseigenschaften, vgl. Kapitel 2.4, vor allem für CFVK-Bewehrung angeführt werden. Allerdings ist der Verzicht des Dekompressionsnachweises aus mehreren Gründen auch für andere FVK-Bewehrungen (vorrangig Glas oder auch Basalt) sinnvoll. Am Beispiel von Glasfaserverbundkunststoffbewehrungen zeigt sich zum einen, dass durch den Fortschritt in Forschung und Entwicklung in den vergangenen Jahren durch chemische Zusatzstoffe und geeignete Kunststoffmatrices ausgeprägt dauerhafte Fasern bzw. Bewehrungselemente hergestellt werden können. Zum anderen unterliegt die Verwendung von FVK-Bewehrung strengen Begrenzungen der Bewehrungsspannung, vgl. Tabelle 3-2 und Abschnitt 3.7.2.2, mit dem Ziel der dauerhaften Sicherstellung der Tragfähigkeit. Letztlich ist zudem auf die ansetzbaren Bemessungsfestigkeiten der Bewehrung zu verweisen. Die Dauerstandfestigkeit von FVK-Bewehrung wird in vielen Fällen, vgl. bspw. Weber (2018) und Nkurunziza et al. (2005), unter expliziter Berücksichtigung der Umgebungsbedingungen ermittelt. Dementsprechend wird die Dauerhaftigkeit der Bewehrung sowohl bei der Ermittlung der Bemessungsfestigkeit und bei der Spannungsbegrenzung unter Dauerlasten berücksichtigt, als auch bei der Herstellung der Fasern bzw. Bewehrungselementen gezielt gesteigert. Somit erscheint es für den vorliegenden Anwendungsfall nicht nur für CFVK-Bewehrungen, sondern auch für weitere FVK-Bewehrungen insbesondere aus Glasfasern sinnvoll, auf den Dekompressionsnachweis zu verzichten und die Nutzung einer beschränkten bzw. teilweisen Vorspannung zu ermöglichen.

#### **3.7.2.2 Spanngliedspannungen**

Bei Stahlspanngliedern gilt es neben der Begrenzung der Spannung im Vorspannprozess, vgl. Kapitel 3.5.2, ergänzend die Zugspannungen unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination inklusive Vorspannung auf 65 % der charakteristischen Zugfestigkeit zu begrenzen. In den Richtlinien CSA S806-12 (2012), CSA-S6-14 (2014) bzw. ISIS Design Manual No. 5 (2008) werden für FVK-Spannglieder keine zusätzlichen Spannungsbegrenzungen aufgeführt, die über die Spannungsbegrenzung während des Vorspannprozesses hinausgehen, vgl. Tabelle 3-2. Lediglich ACI-440.1R-15 (2015) spezifiziert die Spannungsbegrenzung unter Dauerlasten vor dem Hintergrund der Vermeidung eines Kriechbruchversagens. Eine dementsprechend angepasste Zusammenstellung zulässiger Dauerspannungen  $\sigma_{p,perm}$  in den FVK-Spanngliedern bezogen auf die mittlere Zugfestigkeit ist Tabelle 3-3 zu entnehmen.

Tabelle 3-3 Zulässige Dauerspannungen in FVK-Spanngliedern gemäß internationaler Richtlinien

Spannglied	CFVK	GFVK
maximal zulässige Dauerspannung $\sigma_{p,perm}$	$0,55 - 0,65 \cdot f_p$	$0,20 - 0,25 \cdot f_p$
Literatur	ACI 440.4R-04 (2004) ACI-440.1R-15 (2015) CSA S806-12 (2012) CSA-S6-14 (2014) ISIS Design Manual No. 5 (2008)	ACI-440.1R-15 (2015) CSA-S6-14 (2014) ISIS Design Manual No. 5 (2008)

Diese Spannungsgrenzen umfassen die Vorspannwirkung sowie die zusätzlich auftretenden Spannungen infolge äußerer Einwirkungen. Sofern der Querschnitt im ungerissenen Zustand I verbleibt, ist der Anteil der Spannungen infolge äußerer Einwirkungen gegenüber der Vorspannung vernachlässigbar gering. Lediglich im Falle eines unter Gebrauchslasten gerissenen Querschnitts ergeben sich größere Spannungszunahmen, die in jedem Fall berücksichtigt werden müssen. Letzteres bezieht sich explizit auf die quasi-ständige Einwirkungskombination, da ein durch eine selten auftretende Lastkombination temporär aufgerissener Querschnitt bei Entlastung durch die Vorspannung wieder überdrückt werden kann.

Letztlich ist anzumerken, dass die aufgeführten Spannungsgrenzen für GFVK-Bewehrungsstäbe laut Rossini et al. (2019) konservativ gewählt sind. Im Rahmen umfangreicher Untersuchungen zeigte sich, dass die Kriechbruchgrenze von GFVK-Bewehrungsstäben deutlich höher liegt, als durch die vorgegebenen Spannungsgrenzen angedeutet wird. Selbst unter Bezug auf den 0,1 %-Quantilwert der Kurzzeitzugfestigkeit ergaben sich Kriechbruchgrenzen von rund 45 % der mittleren Kurzzeitzugfestigkeit. Diese Grenze wird für die in dieser Arbeit verwendete GFVK-Bewehrung aufgrund eines in der Zulassung festgelegten Verhältnisses von  $f_{pd}/f_{pk} \leq 0,445$  nicht überschritten, vgl. Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019).

### 3.7.2.3 Betondruckspannungen

Die Begrenzung der Betondruckspannungen kann als unabhängig vom Material der Spannglieder angenommen werden. Demnach gelten für vorgespannte Betonbauteile gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) die in Gl. 3-46 und Gl. 3-47 dargestellten Spannungsbegrenzungen. Die Begrenzung der Betondruckspannung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination nach Gl. 3-46 basiert auf der angenommenen Linearität des Kriechens bis zu diesem Lastniveau. Nichtlineares Kriechen sollte vermieden werden, da insbesondere bei vorgespannten Bauteilen die korrekte Erfassung der Spannkraftverluste im Falle nichtlinearen Kriechens erschwert wird. Die Begrenzung der Betondruckspannung unter der seltenen Einwirkungskombination nach Gl. 3-47 dient der Vermeidung von Längsrissen im Bauteil. Dies kann somit als Verbundsicherung verstanden werden.

$$\sigma_{c,perm} \leq 0,45 \cdot f_{ck} \quad \text{Gl. 3-46}$$

$$\sigma_{c,rare} \leq 0,60 \cdot f_{ck} \quad \text{Gl. 3-47}$$

### 3.7.3 Bauliche Durchbildung und Verankerung

#### 3.7.3.1 Berechnung der Übertragungslänge

Im Rahmen der Verankerung von Spanngliedern im sofortigen Verbund ist vor der Ermittlung der Verankerungslänge  $l_{bpd}$  zunächst die Übertragungslänge  $l_{pt}$  zu ermitteln. Die Übertragungslänge  $l_{pt}$  charakterisiert die Länge, über die eine vollständige Einleitung der Vorspannkraft  $P_0$  erfolgt, vgl. Kapitel 3.3.2.2. Gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) lässt sich der Grundwert der Übertragungslänge  $l_{pt}$  nach Gl. 3-48 ermitteln.

$$l_{pt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \varnothing_p \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}} \quad \text{Gl. 3-48}$$

Dabei ist:

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1,00 & \text{Spannkrafteintragung schrittweise} \\ 1,25 & \text{Spannkrafteintragung schlagartig} \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 0,25 & \text{runder Stabquerschnitt} \\ 0,19 & \text{Litze} \end{cases}$$

$\varnothing_p$  Durchmesser des Spannglieds

$\sigma_{pm0}$  mittlere Vorspannung im Spannglied nach Gl. 3-19

$f_{bpt}$  Verbundspannung in der Übertragungslänge

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}(t) = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot \alpha_{ct} \cdot 0,7 \cdot f_{ctm}(t) \quad \text{Gl. 3-49}$$

$$\eta_{p1} = \begin{cases} 2,7 & \text{profilierter Querschnitt} \\ 3,2 & \text{Litze} \end{cases} \quad \text{nach DIN EN 1992-1-1 (2011)}$$

bzw.  $\eta_{p1} = 2,85$  für beide obigen Fälle nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013)

$$\eta_1 = \begin{cases} 0,7 & \text{mäßige Verbundbedingungen} \\ 1,0 & \text{gute Verbundbedingungen} \end{cases}$$

$\alpha_{ct} = 0,85$  (Dauerstandfaktor nach DIN EN 1992-1-1 (2011))

$f_{ctm}(t)$  Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt  $t$  nach Gl. 2-15

Bei der Ermittlung der Verbundspannung ist zu beachten, dass der oben beschriebene Ansatz auf Basis der Betonzugfestigkeit nur im Bereich niedriger Betonfestigkeitsklassen uneingeschränkte Gültigkeit besitzt. Wie in den Abschnitten 2.5 und 4.3 beschrieben, kann bei höheren Betonfestigkeitsklassen auch ein Versagen der FVK-Oberfläche den Wert der Verbundspannung bestimmen. In diesem Fall sollte die Verbundspannung für die vorliegende Situation entweder experimentell abgesichert oder mit speziell angepassten Berechnungsmodellen, vgl. bspw. Hofmann (2021), ermittelt werden.

Ausgehend vom Grundwert der Übertragungslänge  $l_{pt}$  werden der obere und untere Bemessungswert der Übertragungslänge  $l_{pt1}$  und  $l_{pt2}$  gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) nach Gl. 3-50 und Gl. 3-51 ermittelt.

$$l_{pt1} = 0,8 \cdot l_{pt} \quad \text{Gl. 3-50}$$

$$l_{pt2} = 1,2 \cdot l_{pt} \quad \text{Gl. 3-51}$$

#### 3.7.3.2 Nachweis der Endverankerung

Im Rahmen des Nachweises der Endverankerung von Spanngliedern mit sofortigem Verbund ist nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013) zu unterscheiden, ob unter der Bemessungslast Risse in der Übertragungslänge auftreten oder nicht. Die beiden Fälle der ungerissenen und gerissenen Übertragungslänge  $l_{pt}$  verdeutlicht Abbildung 3-18.

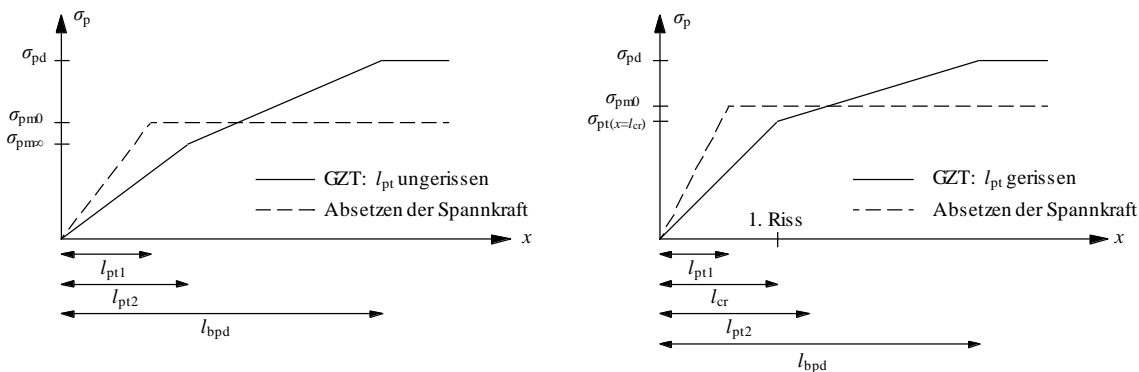


Abbildung 3-18 Spanngliedspannung im Verankerungsbereich bei ungerissener Übertragungslänge (links) und gerissener Übertragungslänge (rechts) nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013)

Ausgehend von den beiden Fällen in Abbildung 3-18 kann die Verankerungslänge nach Gl. 3-52 ermittelt werden.

$$l_{bpd} = \eta_{p2} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd} = 1,4 \cdot \eta_1 \cdot \alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05} / \gamma_c \quad \text{Gl. 3-52}$$

Dabei ist:

$\eta_1$  und  $\alpha_{ct}$  nach Abschnitt 3.7.3.1

$f_{ctk,0,05}$  5 %-Quantilwert der charakteristischen Betonzugfestigkeit nach DIN EN 1992-1-1 (2011)

$\gamma_c = 1,5$  (Teilsicherheitsbeiwert für Beton)

Sofern die auftretenden Biegezugspannungen unter der Bemessungslast des Grenzzustands der Tragfähigkeit den 5 %-Quantilwert der charakteristischen Betonzugfestigkeit  $f_{ctk,0,05}$  überschreiten, ist eine Zugkraftdeckung nachzuweisen. Für eine detaillierte Beschreibung des Nachweises der Zugkraftdeckungslinie unter Berücksichtigung des Versatzmaßes nach

der Fachwerkanalogie und unter Berücksichtigung der ungerissenen bzw. gerissenen Bereiche wird auf Geßner et al. (2017) verwiesen.

### 3.7.3.3 Nachweis der Spaltzugkräfte

Gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) ist bei der Verankerung von Spanngliedern mit sofortigem Verbund eine Querbewehrung zur Aufnahme der durch die Verankerungskräfte hervorgerufenen Spaltzugkräfte vorzusehen. Gemäß DIN EN 1168 (2011) kann in Anlehnung an das Vorgehen bei vorgespannten Hohlplatten auf eine solche Bewehrung verzichtet werden, wenn die auftretenden Stirnzugspannungen  $\sigma_{st}$  gemäß Gl. 3-53 den Bemessungswert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctd}(t)$  nicht überschreiten.

$$\sigma_{st} = \frac{P_{m0}}{b \cdot e_p} \cdot \frac{15 \cdot \left(\frac{e_p}{h}\right)^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{l_{pt1}}{e_p}\right)^{1,5} \cdot \left(1,3 \cdot \frac{e_p}{h} + 0,1\right)} \quad \text{Gl. 3-53}$$

Sofern die auftretenden Stirnzugspannungen  $\sigma_{st}$  den Bemessungswert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctd}(t)$  überschreiten, kann die Ermittlung der Spaltzugkräfte entsprechend den Ausführungen von Kupfer (1994) erfolgen.

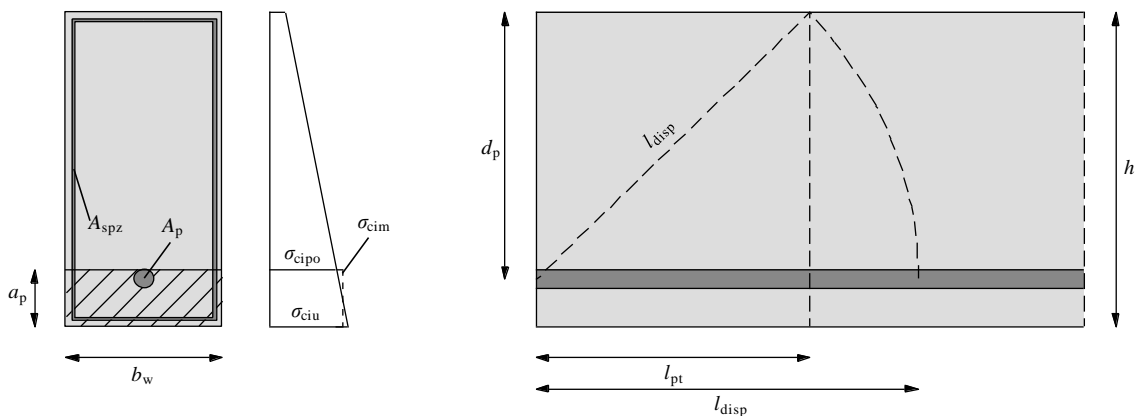


Abbildung 3-19 Links: Grundlage zur Ermittlung der Schubkraft im Verankerungsbereich in Anlehnung an Geßner et al. (2017)  
Rechts: Eintragungslänge  $l_{disp}$  nach DIN EN 1992-1-1 (2011)

Wie in Abbildung 3-19 (links) dargestellt, wird die auftretende Schubkraft  $T$  in einem gedachten Schnitt am oberen Spanngliedrand nach Gl. 3-54 ermittelt. Daraus ergibt sich gemäß Gl. 3-56 die vertikale Spaltzugkraft  $F_{spz}$  für exzentrisch liegende Spannglieder und gemäß Gl. 3-57 die erforderliche Spaltzugbewehrung  $A_{spz}$ . Diese Bewehrung ist in Form von Bügeln über die Länge  $0,75 \cdot l_{disp}$  einzulegen, wobei  $l_{disp}$  gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) die Länge beschreibt, über die die Betonspannungen in einen linearen Verlauf übergehen, vgl. Abbildung 3-19 (rechts).

$$T = P_{m0} - |\sigma_{cim}| \cdot A_{c,sp} = P_{m0} - |\sigma_{cim}| \cdot a_p \cdot b_w \quad \text{Gl. 3-54}$$

Dabei ist:

$\sigma_{cim}$  Mittelwert der Betonspannung im Verankerungsbereich nach Abbildung 3-19

$$\sigma_{cim} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{ciu} - \sigma_{cip0}) = -\frac{P_{m0}}{A_{ci}} - \frac{M_{pm0}}{I_{ci}} \cdot \left( z_{ciu} - \frac{a_p}{2} \right) \quad \text{Gl. 3-55}$$

$$F_{spz} \approx \frac{1}{3} \cdot T \quad \text{Gl. 3-56}$$

$$A_{spz} = \frac{F_{spz}}{f_{pd}} \quad \text{Gl. 3-57}$$

$$l_{disp} = \sqrt{l_{pt}^2 + d_p^2} \quad \text{Gl. 3-58}$$

### 3.7.4 Rissbildung

Die mechanischen und normativen Grundlagen der Rissbildung werden im Rahmen dieser Arbeit nicht in detaillierter Form erläutert. Bei der Verwendung von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung ist die Rissbreitenbeschränkung aufgrund der höheren Korrosionsbeständigkeit der Bewehrung von untergeordneter Bedeutung, vgl. Abschnitt 3.7.2.1. Darüber hinaus kann gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) Abschnitt 7.3.1 (4) auf eine Begrenzung der Rissbreite verzichtet werden, sofern die bestimmungsgemäße Nutzung des Tragwerks sichergestellt ist. Diese Sicherstellung erfolgt im Rahmen der vorliegenden Arbeit mithilfe umfangreicher Verformungsnachweise gemäß Abschnitt 3.7.1.6. Neben der Begrenzung der Verformungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird dabei ebenfalls eine Mindestverformung zur Sicherstellung ausreichender Versagensvorankündigung nachgewiesen, für die in der Regel eine ausgewogene Rissverteilung erforderlich ist. Dazu können die maximalen Rissabstände gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) nach Gl. 3-59 untersucht werden.

$$s_{r,max} = \frac{\sigma_s \cdot \emptyset}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \quad \text{Gl. 3-59}$$

Dabei ist:

$\sigma_s$  Spannung in der Bewehrung bzw. Zusatzspannung in den Spanngliedern ( $\Delta\sigma_p$ )  
 $\emptyset$  Stabdurchmesser  
 $f_{ct,eff}$  Wirksame Betonzugfestigkeit



Sofern die Verwendung dieses normativen Berechnungsansatzes, welcher anhand von Betonbauteilen mit Stahlbewehrung hergeleitet wurde, eine präzise Vorhersage der auftretenden Rissabstände der Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung ermöglicht, kann für diese Bauteile, in Anlehnung an Stahl- und Spannbetonbauteile, von einem ausgewogenen Rissbild ausgegangen werden. Dies wird anhand der experimentellen Untersuchungen in den Abschnitten 4.4.3.2 und 4.5.4.2 überprüft.

### 3.8 Grundlagen der Tragwerkszuverlässigkeit

#### 3.8.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Zuverlässigkeitsanalyse dargestellt. Die Ausführungen fokussieren sich auf die Bereiche der stochastischen Modellierung von Zufallsvariablen, der Monte-Carlo-Simulation und der Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten, da insbesondere diese Themen im weiteren Verlauf der Arbeit behandelt werden. Für darüber hinausgehende Informationen sowie die Grundlagen weiterer Bereiche der Zuverlässigkeitstheorie wird auf die Werke von Spaethe (1992), Melchers und Beck (2018) oder fib Bulletin 80 (2018) verwiesen.

Die Motivation der in dieser Arbeit durchgeführten Zuverlässigkeitsanalyse liegt in der Kalibrierung eines Teilsicherheitsbeiwertes für die im Rahmen der großformatigen Bauteilversuche verwendete Faserverbundkunststoffbewehrung begründet. Der Hersteller der Bewehrung gibt in der produktbezogenen Zulassung (vgl. Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019)) einen Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_f = 1,3$  an (nachfolgend aus Gründen der Einheitlichkeit wegen der Vorspannwirkung mit  $\gamma_p$  bezeichnet). Dieser Wert ist mithilfe der in Kapitel 5.4 folgenden Zuverlässigkeitsanalyse zu validieren.

Die Bemessung von Bauteilen und Bauwerken in der Ingenieurpraxis basiert aufgrund der Festlegungen im Rahmen der Eurocodes auf einem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept. Dabei werden zur Ermittlung der Bemessungswerte sowohl auf der Einwirkungs- als auch auf der Widerstandsseite Teilsicherheitsbeiwerte angesetzt. Diese wurden derart kalibriert, dass sich für einen weiten Bereich der üblichen Ingenieurpraxis hinreichend geringe Versagenswahrscheinlichkeiten ergeben. Um eine solche Bemessung auch für normativ noch weitestgehend unregelte Materialien durchführen zu können, kann ein zugehöriger Teilsicherheitsbeiwert des Materials unter Beachtung der relevanten Unsicherheiten kalibriert werden. Gemäß Der Kiureghian und Ditlevsen (2009) empfiehlt es sich die zu berücksichtigenden Unsicherheiten im Rahmen solcher Untersuchungen jeweils in die Gruppe der aleatorischen oder der epistemischen Unsicherheiten einzuordnen. Bei aleatorischen Unsicherheiten handelt es sich um materialbedingte oder phänomenologische, nicht beeinflussbare Unsicherheiten. Dazu zählen im vorliegenden Kontext beispielsweise Materialeigen-

schaften und Einwirkungen, welche einer natürlichen Streuung unterliegen. Die Berücksichtigung aleatorischer Unsicherheiten erfolgt durch die Modellierung der entsprechenden Eingangsgrößen als Zufallsvariablen, deren stochastische Modellierung in Abschnitt 3.8.2 dargestellt wird. Epistemische Unsicherheiten hingegen basieren auf der unvollständigen Kenntnis über die Genauigkeit beziehungsweise Güte der verwendeten Methoden oder Daten. Als Beispiel hierfür können Unsicherheiten durch die ingenieurtechnische Modellbildung genannt werden, welche untrennbar mit einer Vereinfachung der Realität verknüpft ist und somit eine Modellunsicherheit hervorruft. Zur Berücksichtigung der epistemischen Unsicherheiten können gemäß Der Kiureghian und Ditlevsen (2009) und Meinen und Steenbergen (2018) Modellunsicherheitsbeiwerte  $\theta$  auf der Systemebene verwendet werden. Dadurch können auf der Einwirkungsseite Unsicherheiten der Lastmodelle ( $\theta_E$ ) und auf der Widerstandsseite Unsicherheiten des Traglastmodells ( $\theta_R$ ) erfasst werden.

#### 3.8.2 Stochastische Modellierung von Zufallsvariablen

Wie bereits in Abschnitt 3.8.1 beschrieben, unterliegen Materialeigenschaften und Einwirkungen natürlichen Streuungen, sodass die jeweiligen Größen nicht mit deterministischen Werten belegbar sind. Um diese Streuung im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalyse zu berücksichtigen, werden die Materialfestigkeit  $f$ , geometrische Größen wie der Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  und ständige sowie veränderliche Einwirkungen als Zufallsvariablen modelliert. Gemäß Papoulis und Pillai (2002) ist eine Zufallsvariable  $X$  eine Funktion, die den gesamten real erzielbaren Wertebereich der zugehörigen Größe umfasst. Ein konkreter, zugeordneter Wert der Zufallsvariable (auch Realisierung genannt) wird mit  $x$  bezeichnet. Zu jeder möglichen Realisierung gehört dabei eine zugehörige Auftretenswahrscheinlichkeit  $P(X = x)$ .

Die Beschreibung der Zufallsvariable  $X$  kann mithilfe der in Gl. 3-60 dargestellten kumulierten Verteilungsfunktion  $F(x)$  erfolgen, welche laut Melchers und Beck (2018) die Wahrscheinlichkeit liefert, dass die Zufallsvariable  $X$  einen Wert annimmt, der kleiner oder gleich der Realisierung  $x$  ist. Demnach können Quantilwerte einer Zufallsvariable, also die Realisierungen  $x_p$ , welche mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p$  nicht überschritten werden, direkt aus der inversen kumulierten Verteilungsfunktion  $F^{-1}(p)$  ermittelt werden. Weiterhin kann die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable  $X$  genau den Wert  $x$  annimmt, mithilfe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f(x)$  gemäß Gl. 3-61 beschrieben werden.

$$F(x) = P(X \leq x) \quad \text{Gl. 3-60}$$

$$f_x(x) = F'_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} \quad \text{Gl. 3-61}$$

Die Modellierung der Zufallsvariablen erfolgt schließlich auf Basis geeigneter Verteilungsfunktionen sowie deren zugehöriger stochastischer Momente. Im Rahmen der in dieser Ar-

beit durchgeführten Zuverlässigkeitsanalyse werden die ersten beiden stochastischen Momente, der Mittelwert  $\mu_X$  (bzw.  $m_X$  in Bezug auf eine Stichprobe) und die Varianz  $\sigma_X^2$  bzw. die Standardabweichung  $\sigma_X$  (bzw.  $s_X^2$  und  $s_X$  in Bezug auf eine Stichprobe) verwendet. Laut Melchers und Beck (2018) beschreibt das erste stochastische Moment, der Mittelwert  $\mu_X$ , das gewichtete Mittel aller möglichen Realisierungen, die eine Zufallsvariable  $X$  annehmen kann. Das zweite stochastische Moment, die Varianz  $\sigma_X^2$ , ist hingegen ein Maß für die Neigung zur Abweichung vom Mittelwert, welches auch durch die Standardabweichung  $\sigma_X$  ausgedrückt werden kann. Wird die Standardabweichung schließlich auf den zugehörigen Mittelwert bezogen, ergibt sich der Variationskoeffizient  $\nu_X$ , welcher die Streuung um den Mittelwert in dimensionsloser Form angibt. Die oben beschriebenen Bezüge sind in Gl. 3-62 bis Gl. 3-64 dargestellt.

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad \text{Gl. 3-62}$$

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 \cdot f_X(x) dx \quad \text{Gl. 3-63}$$

$$\nu_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad \text{Gl. 3-64}$$

Die im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalyse betrachteten Zufallsvariablen können zudem mithilfe verschiedener Verteilungsfunktionen, darunter die Normalverteilung, die Log-Normalverteilung oder unterschiedliche Extremwertverteilungen, beschrieben werden. Eine Normalverteilung stellt gemäß Melchers und Beck (2018) eine im Allgemeinen geeignete Beschreibung physikalischer Prozesse oder Eigenschaften dar. Dies liegt im zentralen Grenzwertsatz begründet, welcher unter anderem auf die Arbeit von Laplace (1812) zurückgeht und besagt, dass das Ergebnis der Addition unabhängiger Zufallsvariablen normalverteilt ist. Die Normalverteilung weist keine Begrenzungen der Realisierungen auf, sodass in Abhängigkeit von den stochastischen Momenten auch negative Werte für physikalisch positiv definierte Größen, wie etwa Materialfestigkeiten, auftreten können. In diesem Fall bietet sich laut Müller (2021) die Verwendung einer Log-Normalverteilung an, da hierbei die möglichen Realisierungen lediglich nicht-negative Werte annehmen können. Die Beschreibung einer log-normalverteilten Zufallsvariable  $X$  kann unter Verwendung einer normalverteilten Zufallsvariable  $Y = \ln(X)$  erfolgen. Zur Modellierung der Extremwertverteilungen wird im Rahmen dieser Arbeit die Gumbelverteilung (auch Extremwertverteilung Typ I genannt) verwendet. Der Extremwert für verschiedene normalverteilte Zufallsvariablen kann mit Hilfe einer Gumbelverteilung angenähert werden. Dies trifft in der Ingenieurpraxis laut JCSS (2001) und Müller (2021) auf veränderliche Einwirkungen zu, deren Extremwerte von einem Referenzzeitraum abhängen, wie etwa Nutz-, Schnee- oder Windlasten. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen und die Verteilungsparameter der genannten Verteilungstypen sind in Tabelle 3-4 sowie exemplarisch in Abbildung 3-20 zusammengefasst.

Tabelle 3-4 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen und Verteilungsparameter ausgewählter Verteilungsfunktionen

Verteilung	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$	Verteilungsparameter	
Normal (N)	$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right]$	$\mu_x$	$\sigma_x^2$
Log-Normal (LN)	$\frac{1}{\sigma_y \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\ln(x) - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right]$	$\mu_y = \ln(\mu_x) - \frac{1}{2} \cdot \sigma_x^2$	$\sigma_y^2 = \ln \left( 1 + \frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2} \right)$
Gumbel (GUM)	$\alpha \cdot \exp \left[ -\alpha \cdot (x - u) - \exp(-\alpha \cdot (x - u)) \right]$	$\alpha = \frac{\pi}{\sigma_x \cdot \sqrt{6}}$	$u = \mu_x - \frac{0,5772}{\alpha}$

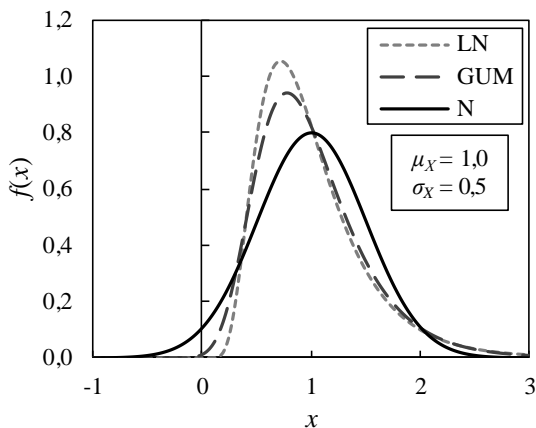


Abbildung 3-20 Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen verschiedener Verteilungstypen

Für weitergehende Informationen zu stochastischen Momenten sowie Verteilungstypen sei auf Melchers und Beck (2018), Papoulis und Pillai (2002) und JCSS (2001) verwiesen.

### 3.8.3 Zuverlässigkeitsanalyse mittels Monte-Carlo Simulation

Die Zuverlässigkeit von Bauteilen oder Bauwerken lässt sich mithilfe von Versagenswahrscheinlichkeiten  $P_f$  quantifizieren. Ein Versagen äußert sich gemäß DIN EN 1990 (2010) dadurch, dass das Tragwerks die im Vorfeld definierten Anforderungen im Rahmen der geplanten Nutzungsdauer nicht mehr erfüllt. Dabei kann es sich neben der Tragfähigkeit auch um Aspekte der Gebrauchstauglichkeit oder der Dauerhaftigkeit handeln, aufgrund derer die Zuverlässigkeit des Tragwerks nicht mehr gewährleistet ist. Die rechnerische Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. des Zuverlässigkeitsniveaus erfolgt durch eine Zuverlässigkeitsanalyse. Im Rahmen dieser Arbeit wird hierfür die probabilistische Monte-Carlo-Simulation verwendet, deren Grundzüge nachfolgend dargestellt werden. Einen Überblick über weitere Zuverlässigkeitsmethoden, deren Vor- und Nachteile sowie Anwendungsgrenzen liefern Melchers und Beck (2018) und DIN EN 1990 (2010).

Bei der Anwendung der Monte-Carlo-Simulation werden Funktionen der Einwirkung  $E(X)$  und des Widerstands  $R(X)$  festgelegt, wobei alle Einflussgrößen mithilfe geeigneter Verteilungsfunktionen als Zufallsvariablen  $X_i$  definiert werden können. Weiterhin wird eine (im vorliegenden Fall lineare) Grenzzustandsfunktion  $g(R, E) = R - E$  definiert, welche die Grenze des Versagensbereiches beschreibt. Anschließend werden in  $n$  Simulationen jeweils Realisierungen  $x_i$  aller Zufallsvariablen  $X_i$  auf Basis gleichverteilter Zufallszahlen generiert und der Wert der Grenzzustandsfunktion ermittelt. Eine Simulation wird als Versagen charakterisiert, wenn die Einwirkung dem Widerstand gleicht oder ihn übersteigt. Somit gilt:

$$\begin{aligned} g(R, E) = R - E \leq 0 & \quad \text{Versagen} \\ g(R, E) = R - E > 0 & \quad \text{kein Versagen} \end{aligned} \qquad \text{Gl. 3-65}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit wird schließlich ermittelt, indem die Anzahl der Versagensfälle durch die Anzahl aller Simulationen geteilt wird, siehe Gl. 3-66.

$$P_{f,MC} = \frac{n_{\text{Versagen}}}{n_{\text{Simulation}}} \qquad \text{Gl. 3-66}$$

Ausgehend von der Versagenswahrscheinlichkeit wird der Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{MC}$  schließlich mithilfe der inversen Standardnormalverteilung gemäß Gl. 3-67 ermittelt.

$$\beta_{MC} = \Phi^{-1}(1 - P_{f,MC}) \qquad \text{Gl. 3-67}$$

Ausgehend von dem mit Gl. 3-67 ermittelten Zuverlässigkeitsindex für eine vorgegebene Situation ist zu überprüfen, ob das in DIN EN 1990 (2010) bzw. DIN EN 1990/NA (2010) festgelegte Zielzuverlässigkeitsniveau erreicht wird. Darin werden für die drei verschiedenen Schadensfolgeklassen CC1 (geringe Schadensfolgen), CC2 (mittlere Schadensfolgen) und CC3 (hohe Schadensfolgen) Zielzuverlässigkeitsindizes für verschiedene Grenzzustände und Nutzungszeiträume definiert. Für die Bemessung eines Tragwerks des allgemeinen Hochbaus im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit einer geplanten Nutzungsdauer von 50 Jahren und mittleren Schadensfolgen (CC2) ergibt sich ein normativer Zielzuverlässigkeitsindex von  $\beta_t = 3,8$ , was einer Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 7,2 \cdot 10^{-5}$  entspricht. Sofern das Zielzuverlässigkeitsniveau nicht erreicht wird, ist die Ausgangssituation anzupassen. Eine solche iterative Anpassung wird in Abschnitt 5.4 zur Kalibrierung des erforderlichen Teilsicherheitsbeiwertes durchgeführt.

Die Güte der Monte-Carlo Simulation lässt sich gemäß Lemaire (2009) mit Hilfe des Variationskoeffizienten  $v_{MCS}$  nach Gl. 3-68 bewerten. Gemäß Müller (2021) sollte der Variationskoeffizient der Monte-Carlo Simulation weniger als 10 % betragen, was bei einer Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 7,2 \cdot 10^{-5}$  eine erforderliche Mindestsimulationsanzahl von  $n_{\text{Sim}} \approx 1,4 \cdot 10^6$  ergibt.

$$v_{\text{MCS}} \approx \frac{1}{\sqrt{P_f \cdot n_{\text{Sim}}}} \quad \text{Gl. 3-68}$$

Die Grenzzustandsfunktion liegt im vorliegenden Anwendungsfall explizit vor und erfordert keine rechenintensiven Operationen wie Finite-Elemente-Simulationen, sodass die erforderliche Simulationsanzahl problemlos durchgeführt werden kann. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit auf Optimierungen der klassischen Monte-Carlo-Simulation verzichtet.

## 4 EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

### 4.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen vorgestellt und deren Ergebnisse ausgewertet. Zunächst erfolgt die Untersuchung der Materialparameter der verwendeten Faserverbundkunststoffbewehrung unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung, deren Ergebnisse bereits teilweise veröffentlicht wurden, vgl. Hiesch et al. (2023). Anschließend werden die Versuche zum Verbundverhalten analysiert ehe abschließend die Bauteilversuche unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung thematisiert werden. Die Ergebnisse dieser experimentellen Untersuchungen liefern die Grundlage für die Validierung der im Anschluss folgenden numerischen Modellierung.

### 4.2 Materialparameter der Faserverbundkunststoffbewehrung

#### 4.2.1 Ermittlung der Materialparameter unter statischer Kurzzeitbeanspruchung

Im Rahmen der Bauteilversuche, siehe Kapitel 4.4 und 4.5 wurden GFVK-Bewehrungsstäbe der Bezeichnung Combar<sup>®</sup> von der Firma Schöck Bauteile GmbH verwendet. Dabei wurden Bewehrungsstäbe mit den nominellen (inneren) Durchmesser  $\varnothing_p = 8$  mm,  $\varnothing_p = 12$  mm und  $\varnothing_p = 16$  mm eingesetzt. Gemäß Schöck Bauteile GmbH (2019) setzt sich der Schöck Combar<sup>®</sup> aus ECR-Glasfasern sowie einer Vinylesterharzmatrix zusammen und weist näherungsweise unabhängig vom Durchmesser einen Faservolumengehalt von  $V_f = 75$  % auf. Da die charakteristische Kurzzeitzugfestigkeit in den technischen Informationen der Schöck Bauteile GmbH (2019) lediglich mit einem unteren Grenzwert von  $f_{tk0} > 1000$  N/mm<sup>2</sup> angegeben wird, wurden Kurzzeitzugversuche an den Bewehrungsstäben durchgeführt, um den Mittelwert der Kurzzeitzugfestigkeit genauer zu quantifizieren. Zum einen konnte nur auf diese Weise eine genaue Aussage über das Belastungsniveau in der FVK-Bewehrung bei der Ermittlung der Relaxationsverluste getroffen werden. Zum anderen galt es im Rahmen der Bauteilversuche die Versagenslast der Träger im Vorfeld näherungsweise zu bestimmen, um die Versuchsdurchführung entsprechend planen zu können. Hierfür war eine gesicherte Aussage über die Zugfestigkeit und die Steifigkeit der Bewehrung erforderlich.

Die Ermittlung der Zugfestigkeit erfolgte unter statischer Kurzzeitbeanspruchung in einer Zugprüfmaschine. Die Kraft im Stab wurde hierbei von der systeminternen, kalibrierten Kraftmessdose der Prüfmaschine und die Dehnung des Stabs von zwei gegenüberliegenden Dehnungsaufnehmern (Typ: DD1, HBM<sup>®</sup>) aufgezeichnet. Der Versuchsaufbau inklusive verwendeter Messtechnik ist in Abbildung 4-1 dargestellt (die zusätzliche, analoge Messapparatur mit analogen Messuhren wird in Abschnitt 4.2.2 genauer erläutert). Bei der Darstellung des Versuchsaufbaus in Abbildung 4-1 ist zudem die Probekörperaufnahme der

Prüfmaschine in Form der keilförmigen Klemmböcken zu erkennen. Mit zunehmender Zugkraft im Probekörper wird dadurch der Anpressdruck der Klemmung gesteigert. Dieser hohe Anpressdruck in Verbindung mit der hohen Empfindlichkeit der FVK-Bewehrung gegenüber Querdruck sorgt dafür, dass die Stäbe nicht ohne weiteres in die Prüfmaschine eingespannt werden können. Diese Problematik ist direkt verwandt mit den erforderlichen Verankerungskonstruktionen im Rahmen des Vorspannprozesses nach Abbildung 3-2.

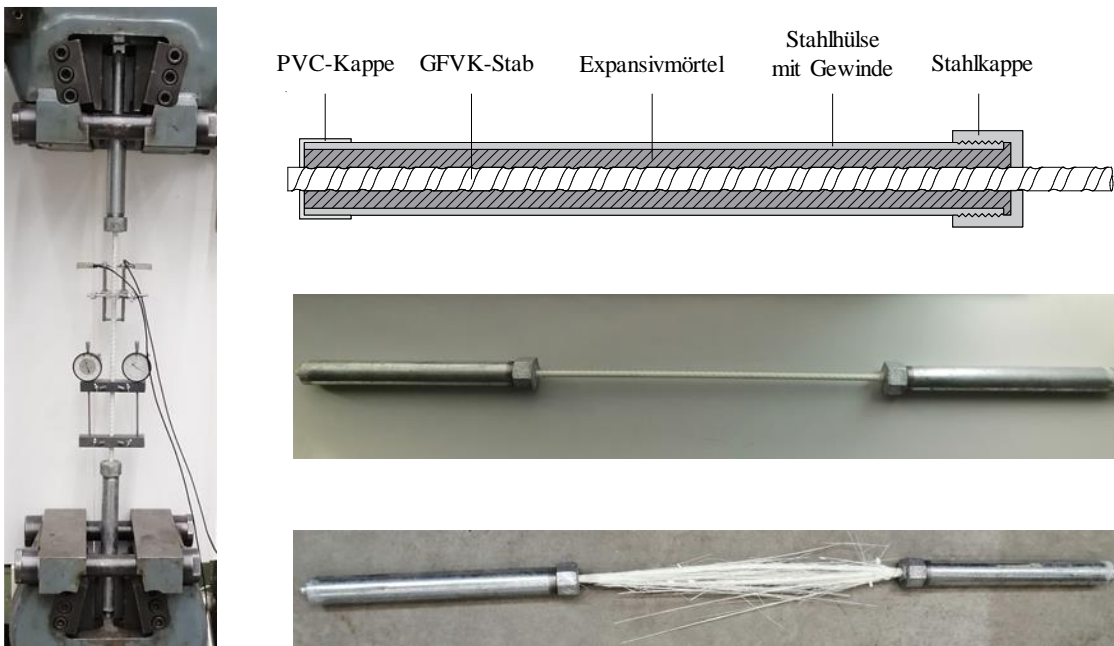


Abbildung 4-1 Versuchsaufbau und Probekörper der Kurzzeitzugversuche

Entsprechend der internationalen Prüfnormen ASTM D7205/D7205M-06 (2006) und CSA S806-12 (2012) eignen sich hierfür Verankerungselemente in Form von Stahlhülsen mit einer Verfüllung. Als Füllmaterial wurde ein Expansivmörtel (V1/10 Pagel-Verguss, Pagel Spezial-Beton GmbH & Co. KG ©) gewählt, der nach einem Tag Druckfestigkeiten von  $f_c(t=1d) > 40 \text{ N/mm}^2$  aufweist und durch kontrollierte Quelleigenschaften einen kraftschlüssigen Verbund zwischen der FVK-Bewehrung und der Stahlhülse erzeugt. Weiterhin wurde die Vorderseite der Stahlhülsen mit einer Stahlkappe verschraubt. Durch mittige Bohrlöcher in dieser Stahlkappe und einer Kunststoffkappe auf der abliegenden Seite konnte die Zentrierung des FVK-Stabes während der Aushärtephase des Mörtels sichergestellt werden. Die Verankerungshülse ist in Abbildung 4-1 schematisch dargestellt.

Die freie Prüflänge der Probekörper  $l_p$  wurde ebenfalls in Anlehnung an ASTM D7205/D7205M-06 (2006) gewählt, deren Referenzwert mit Gl. 4-1 ermittelt werden kann.

$$l_p = \max \left\{ \begin{array}{l} 380 \text{ mm} \\ 40 \cdot \varnothing_p \end{array} \right. \quad \text{Gl. 4-1}$$

Ausgehend von dieser Empfehlung wurden für die GFVK-Stäbe mit einem Stabdurchmesser von  $\varnothing_p = 8 \text{ mm}$ ,  $\varnothing_p = 12 \text{ mm}$  und  $\varnothing_p = 16 \text{ mm}$  jeweils freie Prüflängen von



$l_{p\phi 8} = 380$  mm,  $l_{p\phi 12} = 480$  mm und  $l_{p\phi 16} = 640$  mm gewählt. Ein vorbereiteter Probekörper ist exemplarisch in Abbildung 4-1 dargestellt.

Tabelle 4-1 Experimentelle Materialkenngrößen der eingesetzten GFVK-Bewehrung

Kennwert	Bezeichnung	$V_f$	$\phi_p$	$A_p$	$F_{p,m}$	$f_{p,m}$	$E_{p,m}$	$\varepsilon_{u,m}$	$n$
Einheit	-	%	mm	mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	‰	-
GFVK Stab	Schöck Combar®	75	8	50,27	70,8 ( $\pm 3,3$ )	1.408 ( $\pm 65$ )	58.715 ( $\pm 2.290$ )	24,03 ( $\pm 1,67$ )	10
			12	113,10	163,9 ( $\pm 5,1$ )	1.449 ( $\pm 45$ )	60.324 ( $\pm 662$ )	24,02 ( $\pm 0,62$ )	3
			16	201,06	257,7 ( $\pm 3,8$ )	1.282 ( $\pm 19$ )	61.301 ( $\pm 1.138$ )	20,91 ( $\pm 0,10$ )	3

Werte in Klammern entsprechen der Standardabweichung

Die Ergebnisse der Zugprüfungen sind in Tabelle 4-1 und Abbildung 4-2 in Form von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zusammengestellt. Bei den dargestellten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ist anzumerken, dass die Dehnungsaufnehmer im Verlauf des Versuches entfernt wurden, um Beschädigungen an der Messtechnik durch das spröde Materialversagen zu vermeiden. Hierbei wurde darauf geachtet, dass das Belastungsniveau rund 50 % der erwarteten Bruchlast betrug, damit die Ermittlung des Elastizitätsmoduls über einen hinreichend großen Bereich erfolgen kann, vgl. CSA S806-12 (2012), ISO 10406-1 (2015) und ASTM D7205/D7205M-06 (2006). Ausgehend von einem linearen Kurvenverlauf bis zum Bruch wurde die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Entfernen der Dehnungsaufnehmer bis zum Versagen linear extrapoliert, was in Abbildung 4-2 mit gestrichelten Linienabschnitten dargestellt wird.

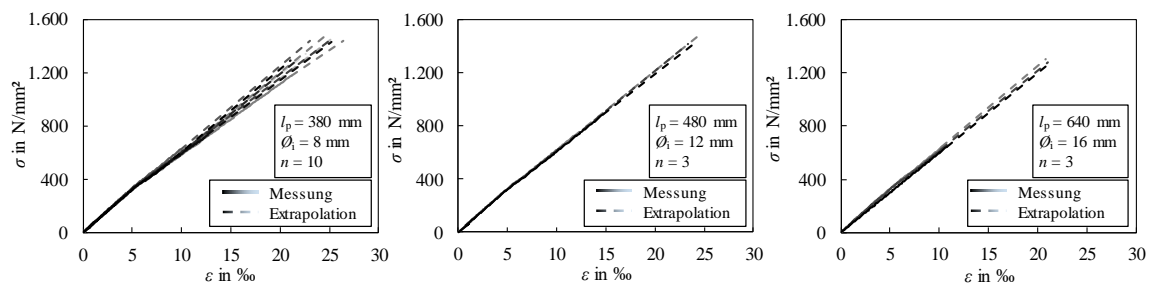


Abbildung 4-2 Experimentelle Spannungs-Dehnungs-Linien der GFVK-Bewehrung

Das Versagen aller untersuchten Proben trat, wie zu erwarten, schlagartig mit einem vollständigen Sprödbbruch ein. Ein typisches Versagensbild ist anhand eines untersuchten Probekörpers in Abbildung 4-1 zu sehen. Ein solches Versagensbild mit einem Bruch auf der freien Länge unter starkem Auffasern und Splintern des Stabes war bei allen untersuchten Probekörpern zu beobachten. Dies bestätigte die gute Eignung der gewählten Verankerungskonstruktion in Form von Stahlhülsen mit Mörtelverguss, da kein unplanmäßiges Abscheren der Stabrippen bzw. Herausziehen der Stäbe aus dem Verankerungsbereich oder Versagen der Stäbe in der Einspannung auftrat.

Die Materialparameter aller untersuchten FVK-Bewehrungsstäbe weisen nur geringe Streuungen auf, was durch die Variationskoeffizienten der Festigkeit von  $v_{f,fp} < 4,6$  % und

des E-Moduls von  $v_{f,E_p} < 3,9 \%$  bestätigt wird. Weiterhin zeigen die Ergebnisse, dass die Zugfestigkeiten der verschiedenen Stabdurchmesser in vergleichbaren Größenordnungen liegen. Lediglich die Zugfestigkeit des größten untersuchten Durchmessers ( $\varnothing_p = 16 \text{ mm}$ ) weicht geringfügig nach unten ab. Darüber hinaus bestätigen die Ergebnisse die Herstellerangabe in Bezug auf die Steifigkeit der GFVK-Bewehrung. Der vom Hersteller angegebene Wert  $E_{p,nom} = 60.000 \text{ N/mm}^2$  liegt innerhalb einer einfachen Standardabweichung der experimentell ermittelten Mittelwerte des E-Moduls.

### 4.2.2 Ermittlung der Materialparameter unter statischer Dauerbeanspruchung

#### 4.2.2.1 Zusammenhang zwischen Kriech- und Relaxationsverhalten

Nach der Ermittlung der Materialparameter unter statischer Kurzzeitbeanspruchung wurde im Rahmen von Versuchen unter statischer Dauerbeanspruchung das zeitabhängige Materialverhalten der gleichen GFVK-Bewehrung charakterisiert. Von besonderer Bedeutung ist das Relaxationsverhalten der Bewehrung, welches entscheidend für die Ermittlung der auftretenden Spannkraftverluste bei vorgespannter FVK-Bewehrung ist. Die Größe und der zeitliche Verlauf der Relaxation von FVK-Bewehrung können sich je nach Materialkombination stark unterscheiden, vgl. fib Bulletin 40 (2007). Per grundsätzlicher Definition gemäß Trost (1967) beschreibt das Relaxationsphänomen die Reduktion der Spannung unter konstanter Dehnung im Verlauf der Zeit, was mithilfe der Relaxationsrate  $\psi(t, t_0)$  nach Gl. 4-2 erfasst werden kann.

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma(t, t_0)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma(t)}{\sigma_0} \quad \text{Gl. 4-2}$$

Dabei ist:

$\Delta\sigma(t, t_0)$	Spannungsverlust vom Belastungszeitpunkt $t_0$ bis zum Zeitpunkt $t$
$\sigma(t)$	Spannung zum Zeitpunkt $t$
$\sigma_0$	Ausgangsspannung zum Zeitpunkt $t_0$

Um diese Relaxationsrate experimentell zu bestimmen, muss eine Dehnung aufgebracht und während des gesamten Versuchszeitraums konstant gehalten werden. Weiterhin muss ein kontinuierliches Monitoring der Spannung im Probekörper erfolgen. Derartige Relaxationsversuche sind in der Praxis schwierig einzurichten und über einen längeren Zeitraum aufrechtzuerhalten. Gründe hierfür sind unplanmäßige und schwer quantifizierbare Verformungen zum Beispiel infolge von Ankerschlupf oder unerwarteten Temperaturänderungen. Basierend auf den Untersuchungen von Trost (1967), wonach die Kriech- und Relaxationsprozesse unmittelbar miteinander verknüpft sind, vgl. Abschnitt 2.4.4.2, werden im Rahmen experimenteller Untersuchungen stattdessen oftmals Kriechversuche durchgeführt. Dabei wird dementsprechend der zeitliche Verlauf der Dehnungen aufgezeichnet und die

aufgebrachte Spannung konstant gehalten. Etwaige unplanmäßige Effekte wie Zusatzdehnungen infolge von Temperaturänderungen können parallel bspw. mit Hilfe von unbelasteten Referenzproben erfasst und bei der Ermittlung der Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  direkt berücksichtigt werden. Im allgemeinen Fall kann die Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  nach Gl. 4-3 berechnet werden.

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\Delta\varepsilon(t, t_0)}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \quad \text{Gl. 4-3}$$

Dabei ist:

$\Delta\varepsilon(t, t_0)$	Dehnungszunahme vom Belastungszeitpunkt $t_0$ bis zum Zeitpunkt $t$
$\varepsilon(t)$	Dehnung zum Zeitpunkt $t$
$\varepsilon_0$	Ausgangsdehnung zum Zeitpunkt $t_0$

Die Umrechnung der experimentell ermittelten Kriechzahlen  $\varphi(t, t_0)$  in die korrespondierenden Relaxationsraten  $\psi(t, t_0)$  erfolgt unter Verwendung von Gl. 4-4 nach Trost (1987). Darin sind beide Kenngrößen miteinander verbunden und es erfolgt die Berücksichtigung der Abnahme der Relaxationsintensität über die Zeit mit Hilfe des Alterungsbeiwertes  $\rho$ . Dieser Alterungsbeiwert  $\rho$  wurde von Trost (1967) bzw. Trost (1987) unter Auswertung der Differentialgleichung der zeitveränderlichen Dehnungen für Beton hergeleitet, aber die Tendenz der abnehmenden Relaxationsintensität mit fortschreitender Zeit wird auch von Faserverbundkunststoffen erwartet, vgl. Abschnitt 2.4.4.2.

$$\psi(t, t_0) = \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \rho \cdot \varphi(t, t_0)} \quad \text{Gl. 4-4}$$

Der Alterungsbeiwert  $\rho$  kann gemäß Trost (1967) für eine Belastungsstufe theoretisch zwischen  $\rho_{\min} = 0,5$  (linearer Anstieg der Relaxationsverluste über die Zeit) und  $\rho_{\max} = 1,0$  (ein konstanter Wert der Relaxationsverluste über die Zeit, wobei alle Verluste unmittelbar nach der Belastung auftreten) liegen. Für Beton stellte Trost (1967) anhand einer umfangreichen empirischen Studie an Proben unter verschiedenen Randbedingungen fest, dass ein konstanter Wert von  $\rho = 0,8$  geeignet ist, um das Relaxationsverhalten hinreichend genau zu beschreiben. Dieser empirisch begründete Wert wird im Rahmen der in Kapitel 4.2.2.2 folgenden Auswertung der durchgeführten Dauerversuche zunächst auch für die vorliegende GFVK-Bewehrung verwendet. Die Gültigkeit dieser Annahme wird schließlich anhand eines alternativen Berechnungsmodells und unter Auswertung einer umfangreichen Relaxationsversuchsdatenbank in Abschnitt 5.2.3 validiert. Des Weiteren basiert der dargestellte Formelapparat nach Trost (1967) bzw. Trost (1987) auf der Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls über die Zeit. Die Gültigkeit dieser Annahme konnte Trost (1967) für Beton bestätigen. Im Rahmen der Resttragfähigkeitsversuche in Kapitel 4.2.2.3 wird die Gültigkeit der Annahme eines zeitkonstanten Elastizitätsmoduls auch für FVK-Bewehrung überprüft.

#### 4.2.2.2 Versuchsaufbau, Durchführung und Auswertung der Dauerversuche

Basierend auf den Ausführungen in Kapitel 4.2.2.1 wurden im Rahmen dieser Arbeit die Kriechzahlen der eingesetzten GFVK-Bewehrung über einen Zeitraum von 1.000 h ermittelt und anschließend unter Verwendung von Gl. 4-4 in die zugehörigen Relaxationsraten überführt. Hierzu wurden die in Abbildung 4-3 (links und mittig) dargestellten Prüfrahmen hergestellt. Die Probekörper wurden in die U-förmigen Laschen eingehängt und mit Stahlplatten kraftgesteuert belastet. Auf diese Weise konnte die für einen Kriechversuch notwendige Kraftkonstanz sichergestellt werden. Die aufgebrachte Beanspruchung wurde je nach genauer Positionierung durch das Hebelprinzip um den Faktor 10 bis 12 vergrößert. Um eine axiale Lasteinleitung in die Probekörper zu gewährleisten, wurden die U-förmigen Laschen gelenkig am Rahmen befestigt. Dadurch erfolgte bei steigender Belastung automatisch eine senkrechte Ausrichtung der Laschen und damit auch der Probekörper, sodass die Beanspruchung mit der kleinstmöglichen Exzentrizität eingeleitet werden konnte.

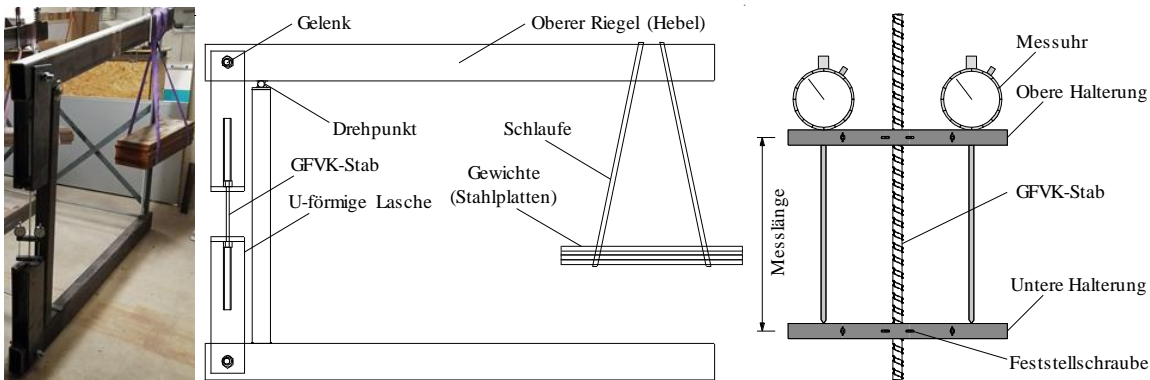


Abbildung 4-3 Links: Foto des Dauerversuchsstandes während des Versuchs  
Mitte: Schematische Darstellung des Dauerversuchsstandes  
Rechts: Schematische Darstellung der eingesetzten Messtechnik

Bevor der Probekörper der Dauerbeanspruchung ausgesetzt wurde, erfolgte eine zweifache Vorbelastung (unter Verwendung der Prüfmaschine in Abbildung 4-1) bis zum geplanten Beanspruchungsniveau unter Dauerlast. Dabei wurden jeweils die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen jedes Probekörpers für die Erstbelastung und die Wiederbelastung ermittelt. Dadurch konnten etwaige Abweichungen zwischen der Steifigkeit bei Erst- und Wiederbelastung, beispielsweise durch eine Ausrichtung der Fasern in Belastungsrichtung, vorweggenommen werden und der Belastungsvorgang des Dauerversuchs folgte der bekannten Spannungs-Dehnungs-Beziehung der im Vorfeld durchgeführten Wiederbelastung. Die Kenntnis des Elastizitätsmoduls bei Wiederbelastung ermöglichte somit eine sichere Vorhersage des Spannungsniveaus in der FVK-Bewehrung unter Dauerlast. Zudem konnte in Verbindung mit Resttragfähigkeitsversuchen im Anschluss an die Dauerversuche direkt die Auswirkung der Dauerlast auf den Elastizitätsmodul bewertet werden, indem die Werte der Vorbelastung mit denen der Resttragfähigkeitsversuche verglichen wurden.

Das Monitoring der Dehnungen über die Zeit wurde mit Hilfe eines eigens für die Dauerversuche konzipierten Messgeräts durchgeführt, welches in Abbildung 4-3 (rechts) schematisch zu sehen ist. Die Dehnungen wurden dabei durch zwei analoge Messuhren (Genauigkeit: 0,01 mm) aufgezeichnet. Die Messuhren wurden mit Hilfe einer Halterung am Probekörper befestigt und zeichneten die Relativverschiebung zu einer weiteren, identisch angebrachten Halterung auf. Die Dehnung resultierte schließlich über den Bezug der gemessenen Relativverschiebung zur Messlänge. Um die Präzision dieser Messtechnik zu beurteilen und um den Dehnungsverlauf zu Beginn des Dauerversuches kontinuierlich aufzuzeichnen, wurden alle Probekörper während der Anfangszeit (bis zu 24 h) ergänzend mit zwei gegenüberliegenden Dehnungsaufnehmern (Typ: DD1, HBM®), vgl. Abschnitt 4.2.1, ausgestattet. Der Vergleich der beiden Messsysteme zeigte eine Abweichung der Werte von weniger als 1,5 %, was die Eignung und hinreichende Genauigkeit des in Abbildung 4-3 dargestellten Messgerätes bestätigt. Im Verlauf der Kriechversuche wurden die Werte der Messuhren regelmäßig abgelesen und dokumentiert. Dabei erfolgten zu Beginn der Versuche eng gestaffelte Ablesungen im Abstand von maximal einer Stunde, ehe die Intervalle zwischen den Messungen schrittweise vergrößert wurden. Als Orientierung diente dabei die empfohlene zeitliche Staffelung gemäß CSA S806-12 (2012).

Tabelle 4-2 Experimentelle Kriech- und Relaxationsraten der eingesetzten GFVK-Bewehrung

Kennwert	Probekörper	$\varnothing_p$	$\sigma_0/f_p$	$t$	$\varphi_{1.000h}$	$\psi_{1.000h}$	$\psi_{100h}$	$\psi_{100h}/\psi_{1.000h}$	
Einheit	-	mm	%	h	-	-	-	-	
GFVK-Stab	V1	8	25	1.000	0,0250	0,0245	0,0186	75,9	
	V2				0,0282	0,0276	0,0223	80,8	
	V3				0,0309	0,0301	0,0177	58,8	
	V4				0,0348	0,0339	0,0192	56,6	
	V5				0,0157	0,0155	0,0090	58,1	
	V6	45	0,0393		0,0381	0,0265	69,6		
	V7		0,0410		0,0397	0,0241	60,7		
	V8		0,0226		0,0222	0,0128	57,7		
	V9		0,0266		0,0260	0,0151	58,1		
	V10		12		20	0,0367	0,0357	0,0229	64,1
	V11					0,0265	0,0260	0,0138	53,1
Kennwert						$\psi_{1.000,m}$	$\sigma_{\psi 1.000,m}$	$\nu_{f\psi 1.000,m}$	
Einheit						-	-	-	
GFVK Ø8 25% - Mittel						0,0263	0,0070	0,2644	
GFVK Ø8 45% - Mittel						0,0315	0,0087	0,2765	
GFVK Ø12 20% - Mittel						0,0309	0,0069	0,2223	

In Tabelle 4-2 sind die experimentell ermittelten Kriech- und Relaxationsraten der Probekörper nach 100 Stunden und am Ende des Versuchszeitraumes sowie in Abbildung 4-4 der zeitliche Verlauf der Relaxationsraten dargestellt. Die Ermittlung der Relaxationsraten

erfolgte dabei unter Verwendung von Gl. 4-4 und unter Ansatz eines konstanten Alterungsbeiwertes von  $\rho = 0,8$ . Alle Versuche wurden über einen Zeitraum von 1.000 h durchgeführt und in diesem Zeitraum wurde kein frühzeitiges Versagen beobachtet.

Die Darstellung der Kriechzahlen und Relaxationsraten erfolgt aus Gründen der Einheitlichkeit in dimensionsloser Schreibweise. Dabei wird der Unterschied zwischen dem zeitabhängigen Materialverhalten der GFVK-Bewehrung und des Betons deutlich. Während Beton Kriechzahlen im Bereich von ca.  $1 < \varphi_c(t_\infty, t_0) < 5$  aufweist, liegen die Kriechzahlen (und Relaxationsraten) der untersuchten FVK-Bewehrung im Bereich von ca.  $0,01 < \varphi_{GFVK}(t_\infty, t_0) < 0,05$ , also rund 100-fach geringer.

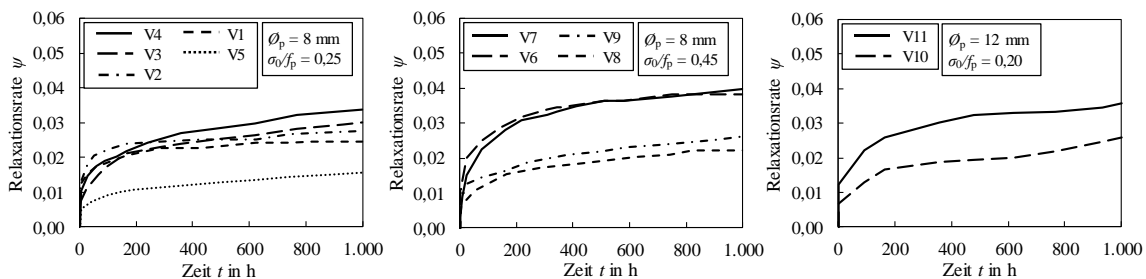


Abbildung 4-4 Experimentelle Relaxationsraten  $\psi$  über die Zeit

Die Relaxationsraten aller untersuchten GFVK-Bewehrungsstäbe betragen zum Ende des Versuchszeitraumes  $\psi(1.000h) < 0,04$ . Bei Betrachtung der Ergebnisse der Versuche V1-V9 fällt auf, dass ein erhöhtes Lastniveau nur eine geringfügige Erhöhung der Relaxationsraten nach 1.000 h zur Folge hat. Die Versuche V1-V5 weisen bei einem Spannungsniveau von  $\sigma_0/f_p = 0,25$  eine mittlere Relaxationsrate von  $\psi_m = 0,0263$  auf, während die Versuche V6-V9 bei einem Spannungsniveau von  $\sigma_0/f_p = 0,45$  eine mittlere Relaxationsrate von  $\psi_m = 0,0315$  liefern. Dies kann mit der mechanischen Ursache der Relaxation bei Glasfaserverbundkunststoffen begründet werden. Wie in Kapitel 2.4.4.2 beschrieben, geht der Großteil des Relaxationsprozesses bei GFVK auf die Umlagerung der Spannungen von der Matrix auf die Fasern zurück, da die Relaxation der Glasfasern selbst vernachlässigbar gering ist. Wie Dolan et al. (2001a) anführen, tritt ein Großteil dieser Spannungsumlagerung von der Matrix auf die Fasern bei Raumtemperatur in den ersten 100 Stunden nach Belastung auf. Dies bestätigt der Vergleich der Relaxationsraten nach 100 Stunden gegenüber dem Wert nach 1.000 Stunden. Im Mittel sind bereits etwa zwei Drittel der Spannungsverluste in den ersten 100 Stunden aufgezeichnet worden. Zudem ist jedoch auch anzumerken, dass die experimentell ermittelten Relaxationsraten großen Streuungen unterliegen, wie die Variationskoeffizienten von  $v_{f,\psi} \approx 20 - 30 \%$  bestätigen. Dies sollte bei der Bewertung der Ergebnisse beachtet werden.

Weiterhin kann beobachtet werden, dass die Relaxationsraten von Stäben unterschiedlicher Durchmesser und ähnlichen Spannungsniveaus ebenfalls in der gleichen Größenordnung

liegen. Gegenüber den Probekörpern mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_p = 8$  mm und dem Spannungsniveau  $\sigma_0/f_p = 0,25$  (V1-V5,  $\psi_m = 0,0263$ ) liefern die Probekörper mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_p = 12$  mm bei einem geringfügig niedrigeren Spannungsniveau von  $\sigma_0/f_p = 0,20$  eine mittlere Relaxationsrate von  $\psi_m = 0,0309$ . Da die vorliegende GFVK-Bewehrung einem qualitätsgesicherten Herstellprozess unterliegt, ist davon auszugehen, dass die Faservolumengehalte bei verschiedenen Durchmessern näherungsweise identisch sind. Somit kann bei gleichem Lastniveau auch vom gleichen Umlagerungsverhalten der Spannungen von der Matrix auf die Fasern ausgegangen werden. Aufgrund der geringen Anzahl durchgeführter Versuche (insbesondere nur zwei Versuche mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_p = 12$  mm) und der dem Kriech- bzw. Relaxationsprozess inhärenten Streuung, gilt es jedoch auch diese Werte im Rahmen weiterer umfangreicherer experimenteller Untersuchungen zu bestätigen.

#### 4.2.2.3 Resttragfähigkeitsversuche

Nach Abschluss der Versuche unter Dauerbelastung wurde die Resttragfähigkeit und die zugehörige Steifigkeit mit dem gleichen Versuchsaufbau wie in Abschnitt 4.2.1 ermittelt. Die beobachteten Materialparameter der Resttragfähigkeitsversuche nach Abschluss der Dauerversuche (Index ‚rest‘) und die Eigenschaften aus den zugehörigen Vorversuchen (Index ‚vor‘) sind in Tabelle 4-3 zusammengestellt.

Tabelle 4-3 Experimentelle Materialparameter aus den Vorbelastungen und den Resttragfähigkeitsversuchen

Kennwert	Probekörper	$\varnothing_p$	$\sigma_0/f_p$	$t$	$E_{p,vor}$	$E_{p,rest}$	$E_{p,rest}/E_{p,vor}$	$f_{p,rest}$	$f_{p,rest}/f_{p,m}$
Einheit	-	mm	%	h	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-	N/mm <sup>2</sup>	-
GFVK-Stab	V1	8	25	1.000	57.361	56.318	0,98	1.448	1,03
	V2				57.851	56.016	0,97	1.369	0,97
	V3				62.773	62.198	0,99	1.445	1,03
	V4				61.443	60.730	0,99	1.373	0,98
	V5				57.342	57.797	1,01	1.376	0,98
	V6	45	60.007		59.735	1,00	1.469	1,04	
	V7		54.339		55.561	1,02	1.424	1,01	
	V8		57.798		57.773	1,00	1.161	0,82	
	V9		56.974		57.825	1,01	1.408	1,00	
	V10		12		20	61.624	61.309	0,99	1.468
	V11	61.376				61.123	1,00	1.385	0,96
Mittelwert					58.990	58.762	1,00	1.393	0,98
Standardabweichung					2.603	2.350	0,015	86	0,060
Variationskoeffizient					0,044	0,040	0,015	0,062	0,061

Die Werte des Elastizitätsmoduls der untersuchten GFVK-Bewehrung in den Resttragfähigkeitsversuchen sind näherungsweise identisch mit den zugehörigen Referenzwerten. Dies zeigt, dass die Dauerbelastung über 1.000 h und mit einer Beanspruchung von bis zu

45 % der Zugfestigkeit die Steifigkeit der Bewehrung nicht verringert. Somit kann bestätigt werden, dass die der Umrechnung von Kriechzahlen in Relaxationsraten zugrundeliegende Annahme eines zeitkonstanten Elastizitätsmoduls unter Dauerbelastung, vgl. Abschnitt 4.2.2.1, auch für FVK-Bewehrungsstäbe Gültigkeit besitzt.

Auch der Vergleich der Restzugfestigkeit der Proben mit der mittleren Zugfestigkeit von Kurzzeit-Referenzversuchen, vgl. Abschnitt 4.2.1, zeigt, dass die Dauerlast im Rahmen der untersuchten Randbedingungen keine signifikante Reduktion der Zugfestigkeit der Bewehrung verursacht. Die Resttragfähigkeit beträgt im Mittel  $f_{p,rest} \approx 0,98 \cdot f_{p,m}$ . Die Ausnahme stellt der Bewehrungsstab V8 mit einer Resttragfähigkeit von  $f_{p,rest} \approx 0,82 \cdot f_{p,m}$  dar. Eine mögliche Erklärung hierfür stellt die Beobachtung einiger, geringfügiger Schädigungen an der Staboberfläche dar, sodass bei diesem Bewehrungsstab auch eine geringere Referenzzugfestigkeit zu erwarten gewesen wäre.

### 4.3 Verbundverhalten der FVK-Bewehrung

Die Bewertung des Verbundverhaltens der verwendeten GFVK-Bewehrungsstäbe basiert auf Auszugversuchen. Die Konzeption der Versuche erfolgte weitgehend in Anlehnung an Anhang D aus DIN EN 10080 (2005). Lediglich die Verbundlänge wurde abweichend zu dem in DIN EN 10080 (2005) vorgeschlagenen Wert des fünffachen Stabdurchmessers  $\varnothing_p$  auf den zweifachen Stabdurchmesser  $\varnothing_p$  reduziert. Dies erfolgte basierend auf dem in Hofmann (2021) beschriebenen Unterschied der Verbundspannungsverteilung über die Verbundlänge in Abhängigkeit von der Größe der Verbundlänge. Dieser Unterschied der Verbundspannungsverteilung bei kleinen Verbundlängen ( $2 \cdot \varnothing_p$ ) gegenüber größeren Verbundlängen ist in Abbildung 4-5 dargestellt.

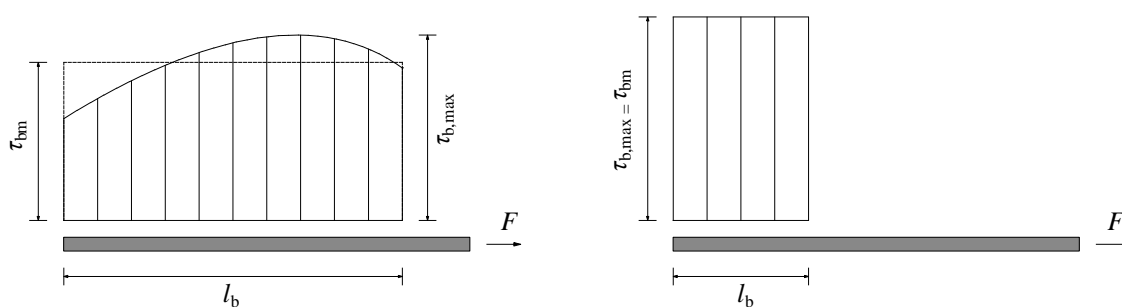


Abbildung 4-5 Verbundspannungsverteilung bei großen (links) und kleinen (rechts) Verbundlängen nach Hofmann (2021)

Die Verwendung einer kurzen Verbundlänge bietet den Vorteil, dass sich eine konstante Verbundspannungsverteilung über die Verbundlänge einstellen kann. Der Mittelwert  $\tau_{bm}$  entspricht somit unmittelbar dem Höchstwert  $\tau_{b,max}$  der erzielbaren Verbundspannung. Dieser Wert kann direkt für die analytische Modellierung gemäß Gl. 2-50 bis Gl. 2-52 heran-



gezogen werden, ohne dass weitere Annahmen über den genauen Verlauf der Verbundspannungen und damit über den Zusammenhang zwischen Mittelwert und Höchstwert der Verbundspannung getroffen werden müssen. Es ist lediglich zu beachten, dass die Größenordnung dieses Wertes den Mittelwert der Verbundspannungen bei größeren Verbundlängen übersteigt.

Die Auszugversuche wurden für die drei verschiedenen Stabdurchmesser  $\varnothing_p = 8 \text{ mm}$ ,  $\varnothing_p = 12 \text{ mm}$  und  $\varnothing_p = 16 \text{ mm}$  der GFVK-Bewehrung durchgeführt, welche ebenfalls im Rahmen der Bauteilversuche, siehe Abschnitte 4.4 und 4.5, verwendet wurden. Weiterhin wurden zwei Serien mit unterschiedlichen Betonfestigkeiten durchgeführt (Serie 1:  $f_{cm} = 29,7 \text{ N/mm}^2$  und Serie 2:  $f_{cm} = 45,7 \text{ N/mm}^2$ ), welche ebenfalls an den Betonfestigkeiten der Bauteilversuche angelehnt waren. Alle Versuche wurden mit einer einheitlichen Verbundlänge von  $l_b = 2 \cdot \varnothing_{p,m}$  (mit dem mittleren Stabdurchmesser gemäß Abbildung 2-16 und Tabelle 4-5) hergestellt. Für jeden Versuchstyp wurden drei Prüfungen durchgeführt, was eine Gesamtanzahl von 18 Versuchen ergab. Die Ergebnisse aller Versuche sind in Tabelle 4-4 zusammengestellt.

Tabelle 4-4 Versuchsergebnisse und kalibrierte Modellierungsparameter der Verbundversuche

Prüfkörper	$\varnothing_{p,m}$	$l_b/\varnothing$	$f_{cm}$	$f_{ctm}$	$\tau_{b,max}$	$\tau_{br}$	$s_1$	$s_3$	$\alpha$
-	mm	-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	mm	mm	-
S1-G8-1	8,5	2	29,7	2,7	6,25	2,27	0,44	8,08	0,294
S1-G8-2					8,15	1,98	0,52	7,67	0,175
S1-G8-3					9,62	2,02	0,29	8,05	0,388
S1-G12-1	12,75				13,73	2,91	0,51	6,50	0,309
S1-G12-2					15,50	3,77	0,48	6,74	0,309
S1-G12-3					13,60	2,57	0,43	7,41	0,329
S1-G16-1	17				13,93	3,28	0,30	7,37	0,331
S1-G16-2					15,87	4,86	0,35	7,87	0,255
S1-G16-3					17,89	4,54	0,35	8,00	0,244
S2-G8-1	8,5		45,7	3,6	18,08	4,17	0,39	7,81	0,229
S2-G8-2					16,80	5,40	0,31	8,22	0,228
S2-G8-3					16,05	5,93	0,26	8,21	0,318
S2-G12-1	12,75				17,77	2,69	0,49	6,99	0,417
S2-G12-2					16,17	2,82	0,41	6,52	0,196
S2-G12-3					15,51	3,48	0,25	7,02	0,225
S2-G16-1	17				20,07	5,77	0,39	7,79	0,245
S2-G16-2					21,92	7,04	0,38	8,16	0,281
S2-G16-3					20,26	6,11	0,34	7,66	0,240

In Abbildung 4-6 sind die experimentell ermittelten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen in Abhängigkeit vom Durchmesser der FVK-Bewehrung (8mm, 12mm, 16mm) und

## 4 Experimentelle Untersuchungen

von der Betonfestigkeit jeweils am Beispiel eines Probekörpers dargestellt. Die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen aller weiteren Auszugversuche können Anhang C-3 entnommen werden.

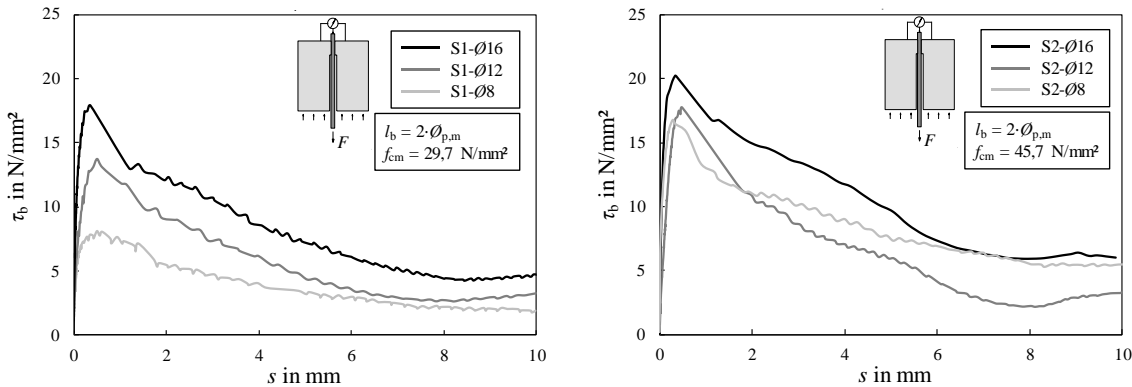


Abbildung 4-6 Experimentelle Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen bei geringerer (links) und höherer (rechts) Betondruckfestigkeit

Der Vergleich der beiden Serien mit unterschiedlicher Betondruckfestigkeit zeigt erwartungsgemäß, dass die maximale Verbundspannung von der Betondruckfestigkeit abhängt. So steigen die Verbundspannungen bei Erhöhung der Betondruckfestigkeit für alle untersuchten Durchmesser an. Weiterhin ist erkennbar, dass die erzielten Verbundspannungen mit zunehmendem Durchmesser ansteigen. Dies ist auf die mit zunehmendem Durchmesser ansteigende bezogene Rippenfläche der GFVK-Stäbe, vgl. Tabelle 4-5 zurückzuführen. Die vorliegenden Werte der bezogenen Rippenfläche sind jedoch alle als grundlegend geeignet anzusehen, da kein Spalten des Betonkörpers zu beobachten war.

Tabelle 4-5 Geometrische Parameter der verwendeten GFVK-Bewehrung gemäß Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019)

Kenngröße	Einheit	Bezeichnung		
		G8	G12	G16
Stabnenn- bzw. Stabinnendurchmesser $\varnothing_{p,i}$	mm	8,0	12,0	16,0
Stabaußendurchmesser $\varnothing_{p,a}$	mm	9,0	13,5	18,0
mittlerer Stabdurchmesser $\varnothing_{p,m}$	mm	8,5	12,75	17,0
Rippenhöhe $h_R$	mm	0,45	0,65	0,9
Rippenabstand $a_R$	mm	8,5		
Bezogene Rippenfläche $f_R$ nach Gl. 2-45	-	0,050	0,072	0,100

Es ist ebenfalls zu erkennen, dass die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen der verschiedenen Durchmesser bei der höheren Betonfestigkeit enger zusammenliegen. Dies kann unter anderem mit einem möglichen Wechsel des Versagensmodus begründet werden. In Abbildung 4-7 sind am Beispiel zweier Versuche (S1-G16-3 und S2-G16-3) die generell beobachteten Versagensmechanismen dargestellt.



Abbildung 4-7 Beispielhafte Versagensmodi an den gespaltenen Versuchskörpern S1-G16-3 (links) und S2-G16-3 (rechts)

Bei allen neun Versuchen der 1. Serie mit der geringeren Betonfestigkeit haben ausschließlich die Betonkonsolen versagt, ohne dass eine Schädigung der GFVK-Staboberfläche zu erkennen war. Bei der 2. Serie mit der höheren Betonfestigkeit konnte hingegen bei sieben der neun Versuche ein kombiniertes Versagen der Betonkonsolen bei gleichzeitiger Schädigung der GFVK-Stabrippen beobachtet werden. Bei einer weiteren Steigerung der Betonfestigkeit, insbesondere bei Verwendung von hoch- oder ultrahochfesten Betonen, ist davon auszugehen, dass der kritische Versagensschnitt innerhalb der GFVK-Stabrippen liegt, diese vollständig abgeschert werden und die Betonkonsolen nahezu unbeschädigt bleiben. Der Vorteil gesteigerter Verbundspannungen infolge von größeren bezogenen Rippenflächen bei größeren Stabdurchmessern verliert damit an Bedeutung. Weiterhin ist zu erwarten, dass kein signifikanter Anstieg der dabei maximal erreichbaren Verbundspannungen auftritt, da die Schädigung der Stabrippen bereits bei der zweiten Versuchsserie bei einer Betonfestigkeit von  $f_{cm} = 45,7 \text{ N/mm}^2$  erkennbar zum Versagen beitrug.

Die Nachrechnung der Versuche erfolgt unter Verwendung von Gl. 2-50 bis Gl. 2-52, wobei die Abschnittsgrenzen, die Schlupfwerte  $s_1$  und  $s_3$ , ebenso wie die maximale Verbundspannung  $\tau_{b,max}$  und die reine Reibverbundspannung  $\tau_{br}$  direkt aus den Versuchsergebnissen abgeleitet werden. Die Kalibrierung der analytischen Kurven erfolgt für den vorderen, ansteigenden Bereich der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung durch eine Optimierung des Exponenten  $\alpha$ . Die Optimierung von  $\alpha$  unterliegt zum einen der Randbedingung, dass die Summe der Fehlerquadrate zwischen der analytischen und der experimentellen Kurve minimiert wird. Zum anderen wurde die Bedingung berücksichtigt, dass eine Flächenäquivalenz unter den Kurven bis zum Erreichen der maximalen Verbundspannung vorliegt.

In Abbildung 4-8 sind am Beispiel der drei Versuche S1-G8-1, S1-G12-1 und S1-G16-1 exemplarisch die experimentellen Ergebnisse und die rechnerischen Kurven mit dem optimierten Exponenten  $\alpha$  dargestellt. In den oberen Diagrammen ist jeweils der gesamte Verlauf der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung bis zu einem maximalen Schlupf von  $s_{max} = 10 \text{ mm}$  abgebildet, während in den unteren Diagrammen jeweils der erste Abschnitt der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung bis zum Erreichen der maximalen Verbundspannung  $\tau_{b,max}$  dargestellt ist.

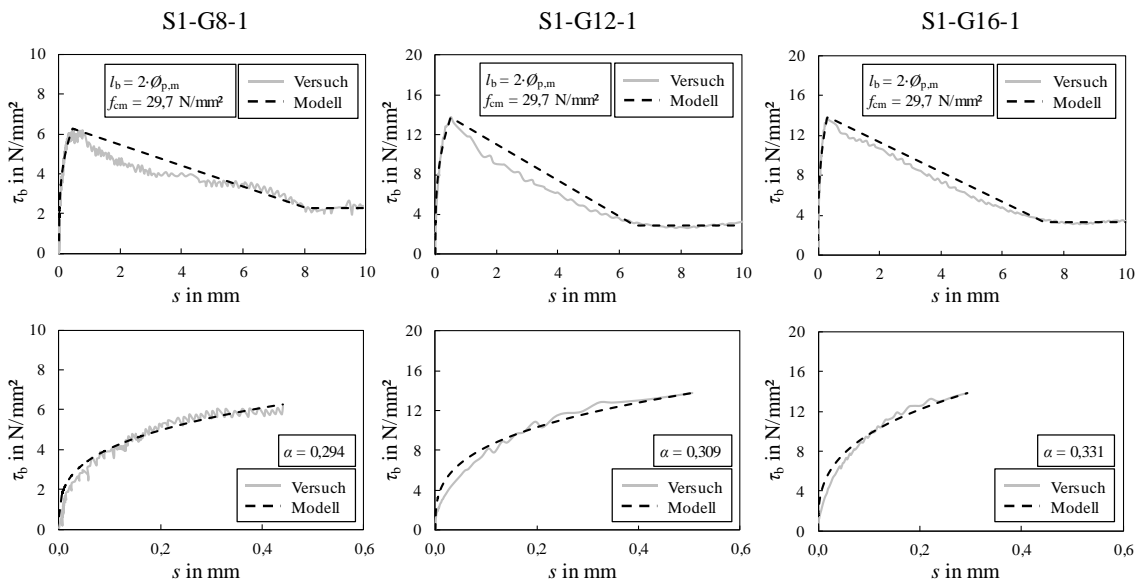


Abbildung 4-8 Exemplarischer Vergleich von experimentell und analytisch ermittelten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen

Der Vergleich der Kurven in Abbildung 4-8 zeigt, dass die Potenzfunktion nach Cosenza et al. (1997) mit optimiertem Exponenten  $\alpha$  für den ersten, ansteigenden Abschnitt der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung eine gute Approximation der Versuchsergebnisse liefert. Ein geringer Unterschied in der Völligkeit der Kurven ist jedoch erkennbar, da die analytische Kurve die experimentellen Ergebnisse zu Beginn leicht über- und vor Erreichen der maximalen Verbundspannung etwas unterschätzt. Im zweiten Abschnitt kann eine systematische Überschätzung der Versuchsergebnisse durch den analytischen Ansatz beobachtet werden. Der abfallende Ast wird als linear angenommen, während sich in den Versuchen ein zunächst etwas stärkerer Abfall der Verbundspannung nach Überschreiten des Maximalwertes einstellt. Dies kann durch die geringe Anzahl von Betonkonsolen infolge von der kurzen Verbundlänge von  $l_b = 2 \cdot \varnothing_p$  begründet werden. Nach Überschreiten der maximal erzielbaren Verbundspannung und der damit einhergehenden Schädigung der Betonkonsolen bzw. der Staboberfläche wird durch die kurze Verbundlänge unmittelbar ein großer Anteil des Scherwiderstandes schlagartig abgebaut. Der dritte Abschnitt des Mindestwertes der Verbundspannungen, der nur durch den Reibverbund gesteuert wird, kann in den Versuchen eindeutig beobachtet und durch einen konstanten Wert gut approximiert werden. Trotz der geringfügig unterschiedlichen Völligkeiten der Kurven im ansteigenden Ast und der Überschätzung der verbleibenden Verbundspannung im abfallenden Ast, liefert das analytische Modell nach Cosenza et al. (1997) eine ausreichend gute Approximation der experimentellen Untersuchungen. Daher können die mithilfe des analytischen Modells ermittelten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung im Rahmen weiterer Modelle, bspw. im Rahmen der Spannkrafteinleitung, Anwendung finden. Hierfür stellen die Mittelwerte der empirisch kalibrierten Exponenten  $\alpha_m$  sowie der Verbundspannung ( $\tau_{b,max,m}$ ,  $\tau_{b,m,m}$ ) und des

Schlupfes ( $s_{1,m}$  und  $s_{3,m}$ ) jeweils in Abhängigkeit der verschiedenen Bewehrungsdurchmesser bzw. der Betonfestigkeiten geeignete Ausgangsgrößen dar. Weiterhin zeigten die Auszugversuche, dass bei keinem der untersuchten Stäbe der vorliegenden GFVK-Bewehrung eine gesteigerte Neigung zu Betonspalten vorliegt. Dies deutet auf eine grundsätzliche Eignung der vorliegenden Bewehrung für die Nutzung als Spannglied hin.

#### **4.4 Bauteilversuche mit vorgespannter Faserverbundkunststoffbewehrung unter Kurzzeitbeanspruchung**

##### **4.4.1 Allgemeines**

In diesem Kapitel werden die Bauteilversuche mit vorgespannter FVK-Bewehrung vorgestellt und deren Ergebnisse, insbesondere im Hinblick des Trag- und Verformungsverhaltens, ausgewertet. Zunächst werden das Versuchsprogramm, die eingesetzte Messtechnik und die Werkstoffkennwerte der verwendeten Materialien beschrieben. Im Anschluss werden die Ergebnisse dargestellt und mit Fokus auf das Trag- und Verformungsverhalten ausgewertet. Abschließend werden die gewonnenen Erkenntnisse zusammengefasst.

##### **4.4.2 Versuchsprogramm, Messtechnik und Werkstoffkennwerte**

In der nachfolgenden Abbildung 4-9 sind die Längssysteme und Querschnitte der Probekörper sowie die Belastungssituation dargestellt. Zudem sind in Tabelle 4-6 alle Randbedingungen der Kurzzeitversuche zusammengestellt.

Die geometrischen Größen des Querschnitts, darunter die Breite  $b$ , die Höhe  $h$  und die statische Nutzhöhe  $d_p$  wurden jeweils am Trägerende sowie nach Versagen an dem/den Bruchquerschnitt/en gemessen und abschließend gemittelt. Die Exzentrizität des Spannglieds  $e_p$  wurde basierend auf den Messungen der Höhe und der statischen Nutzhöhe rechnerisch ermittelt. Der Bewehrungsgrad  $\rho_p$  ergibt sich in bekannter Form durch Bezug der vorhandenen Fläche der vorgespannten FVK-Bewehrung  $A_p$  auf die Querschnittsbreite  $b$  und die statische Nutzhöhe  $d_p$ . Die in Tabelle 4-6 aufgeführte Vorspannkraft  $P_{m0}$  beschreibt die mittlere wirksame Vorspannkraft nach Einleitung der Spannkraft unter Berücksichtigung der sofortigen Spannkraftverluste, vgl. auch Tabelle 4-7. Die zeitabhängigen Spannkraftverluste werden in Abschnitt 6.6.2 im Rahmen der Nachrechnung der experimentellen Untersuchungen berücksichtigt. Bei allen Versuchen handelte es sich um Vier-Punkt-Biegeversuche, deren Schnittgrößenverläufe durch den Parameter  $a$ , der den Abstand der Last zum Auflager beschreibt, bestimmt werden können. Weiterhin wurden alle Probekörper weggesteuert belastet. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug zu Beginn des Versuchs bis zum Auftreten der ersten Risse 0,5 mm/min und wurde im Verlauf des Versuchs aufgrund der großen Verformbarkeit der Probekörper auf bis zu 20 mm/min erhöht.

## 4 Experimentelle Untersuchungen

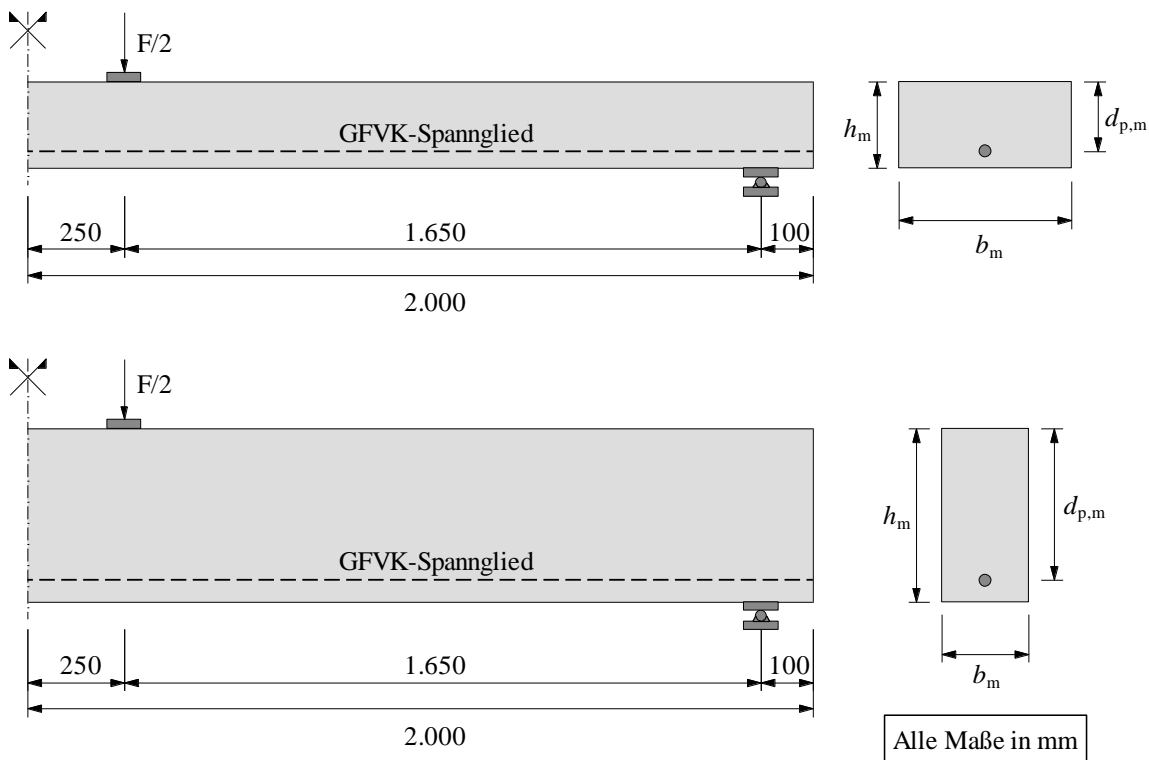


Abbildung 4-9 Statische Systeme und Querschnitte der Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung (oben: Biegeversagen, unten: Schubversagen)

Tabelle 4-6 Randbedingungen der Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung

Bezeichnung	Bewehrung	$\varnothing_p$	Beton	$l$	$a$	$b_m$	$h_m$	$d_{p,m}$	$e_p$	$P_{m0}$	$M_P$	$\lambda_v$	$\rho_p$	$F_{max}$
-	-	mm	-	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kN	kNm	-	%	kN
G-8-C25-M-K	GFVK Stab	8	C25/30	3.800	1.650	299	153	103,6	26,9	18,5	0,50	15,9	0,11	6,9
G-12-C25-M-K		12				300	154	97,1	20,2	36,9	0,75	17,0	0,24	13,3
G-16-C25-M-K		16				300	153	98,6	22,2	35,3	0,80	16,7	0,44	15,7
G-8-C50-M-K		8	C50/60			302	153	108,9	32,6	24,7	0,81	15,2	0,11	7,6
G-12-C50-M-K		12				303	154	106,6	29,4	32,8	0,97	15,5	0,24	17,7
G-16-C50-M-K		16				301	152	101,3	25,3	31,9	0,82	16,3	0,44	19,4
G-8-C25-V-K-1		8	C25/30			152	301	232,0	81,6	24,1	1,97	7,1	0,11	20,0
G-8-C25-V-K-2						153	303	252,3	101,0	24,7	2,50	6,5	0,11	21,8
G-8-C25-V-K-3						152	301	268,3	117,9	23,8	2,82	6,2	0,11	23,6

Die Bezeichnung der Probekörper setzt sich aus dem Bewehrungsmaterial und Bewehrungsdurchmesser, der Betongüte, der Versagensart und der Belastung zusammen. Als Bewehrungsmaterial wurde immer GFVK (**G**) verwendet, in den Durchmessern 8 mm (**8**), 12 mm (**12**) und 16 mm (**16**). Es kamen die Betongüten C25/30 (**C25**) und C50/60 (**C50**) zum Einsatz. Weiterhin sind die Versagensarten Biegung (**M**) und Querkraft (**V**) zu unterscheiden. Die Art der Belastung unterscheidet Kurzzeit- (**K**) und Dauerbeanspruchung (**D**), wobei in diesem Abschnitt zunächst nur die Versuche unter Kurzzeitbeanspruchung betrachtet werden. Die Versuche unter Dauerbeanspruchung folgen in Kapitel 4.5. Zudem ist

zu beachten, dass die Spanngliedexzentrizität  $e_p$  bei den Versuchen mit Querkraftversagen (G-8-C25-V-K-1, G-8-C25-V-K-2 und G-8-C25-V-K-3) variiert wurde, während alle weiteren Randbedingungen näherungsweise identisch waren.

Alle Versuche wurden messtechnisch begleitet. Die eingesetzte Messtechnik ist in Abbildung 4-10 dargestellt. Die vertikale Bauteilverformung wurde in Feldmitte durch zwei Seilzugwegaufnehmer (SWA, Typ: MSZ-P, Messotron<sup>®</sup>) aufgezeichnet. Weiterhin wurden die Stauchungen des Betons auf der Oberseite der Bauteile durch zwei Dehnungsmesstreifen (DMS, Typ: LY-41, HBM<sup>®</sup>) erfasst. Auf der Unterseite des Bauteils erfolgte zudem die Aufzeichnung der Dehnung mithilfe eines horizontal angebrachten Seilzugwegaufnehmers (SWA, Typ: MSZ-P, Messotron<sup>®</sup>). Hierbei ist zu beachten, dass die unterseitige Messung konstruktionsbedingt im Abstand von 2,5 cm vom Bauteilrand erfolgte. Die gemessenen Dehnungen sind daher rechnerisch auf den Querschnittsrand zurückzuführen. Des Weiteren enthielt diese Messung systembedingt sowohl die Anteile der Rissbildung, als auch die Anteile der Betondehnung zwischen den Rissen. Allerdings verblieb das Seil in horizontaler Ausrichtung und sodass der Krümmungsanteil der Dehnung nicht explizit erfasst wurde. Alle Messwerte wurden kontinuierlich mit einer Messfrequenz von  $f_{\text{Mess}} = 10 \text{ Hz}$  aufgezeichnet.

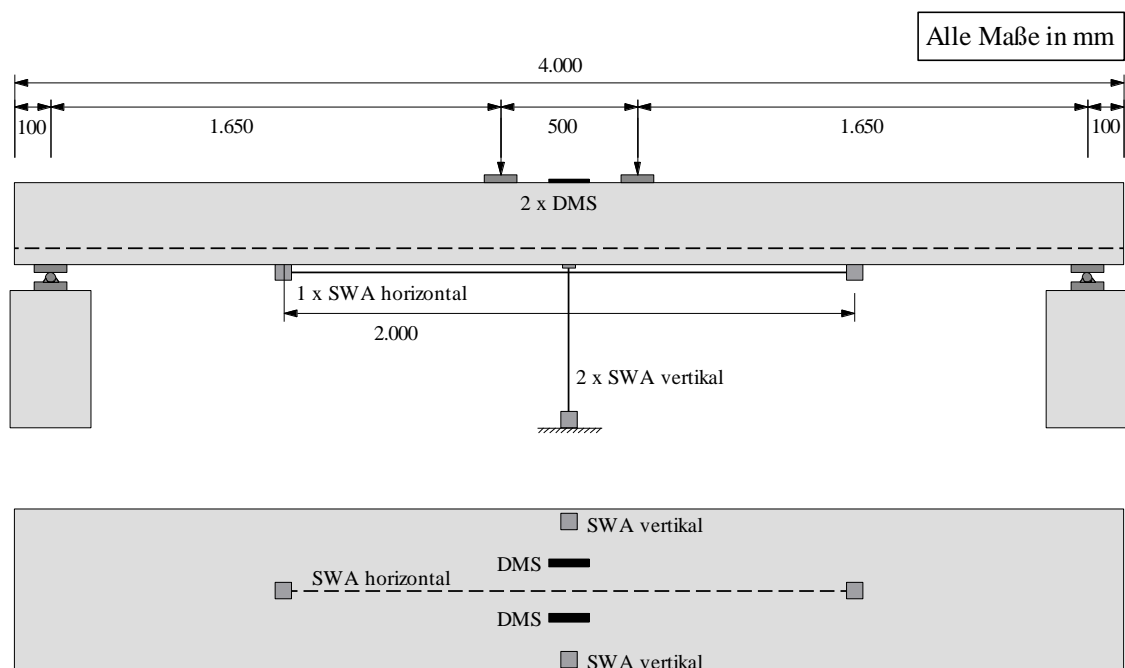


Abbildung 4-10 Eingesetzte Messtechnik im Rahmen der Bauteilversuche

Das eingesetzte Spannbett und der beschriebene Ablauf des Vorspannprozesses sind in Abbildung 4-11 beispielhaft für das mittlere der dargestellten Spannglieder dargestellt. Der Vorgang lief bei den benachbarten Spanngliedern analog ab. Zur Aufbringung der Vorspannkraft wurden an den Enden der Spannglieder vorbereitend Stahlhülsen zur Verankerung angebracht, die mit einem Expansivmörtel vergossen wurden, vgl. Abbildung 4-1.

Nach der Einbringung in die Schalung wurden die Spannglieder am Festanker mithilfe von geschlitzten Stahlplatten verankert und am Spannanker in Stahllaschen positioniert. Diese Stahllaschen waren durch Gewindestangen mit einem Hydraulikzylinder (Typ: LZMH 25/100, LUKAS Hydraulik ©) verbunden (Schritt 1 in Abbildung 4-11). Aufgrund dieser kraftschlüssigen Verbindung bewirkte der Hub des Hydraulikzylinders einen Auszug der Gewindestange und damit der Stahllaschen, was die Spannglieder aufgrund ihrer rückseitigen Verankerung unmittelbar unter Spannung setzte (Schritt 2 in Abbildung 4-11). Die Vorspannkraften der Spannglieder wurden dabei mithilfe von Kraftmesszellen (Typ: Serie K - 200kN, GTM<sup>®</sup>) aufgezeichnet. Bei Erreichen der gewünschten Vorspannkraft, wurde das System über das Festdrehen der zwischengeschalteten Mutter geschlossen (Schritt 3 in Abbildung 4-11). Durch das anschließende Ablassen des Hydraulikzylinders, wurde die Kraft auf die Mutter übertragen und das Spannglied verblieb im vorgespannten Zustand. Im Anschluss wurde der gleiche Vorgang für die benachbarten Spannglieder durchgeführt. Da die Querträger des verwendeten Vorspannrahmens, gegen welche die Spannglieder verankert werden, keine unbegrenzte Biegesteifigkeit aufwiesen, gab es eine geringfügige Beeinflussung der Spanngliedkräfte im Zuge der Vorspannung benachbarter Spannglieder. Zur Kompensation dieser konstruktionsbedingten, geringen Spannkraftverluste erfolgte entweder ein leichtes Überspannen der zuerst vorgespannten Spannglieder oder ein Nachspannen nach Abschluss der Erstvorspannung aller Spannglieder. Unmittelbar nach Abschluss des Vorspannprozesses erfolgte das Betonieren der Bauteile. Die Vorspannkraften wurden während des gesamten Herstellprozesses bis zur Einleitung der Spannkraft in den erhärteten Beton kontinuierlich aufgezeichnet.

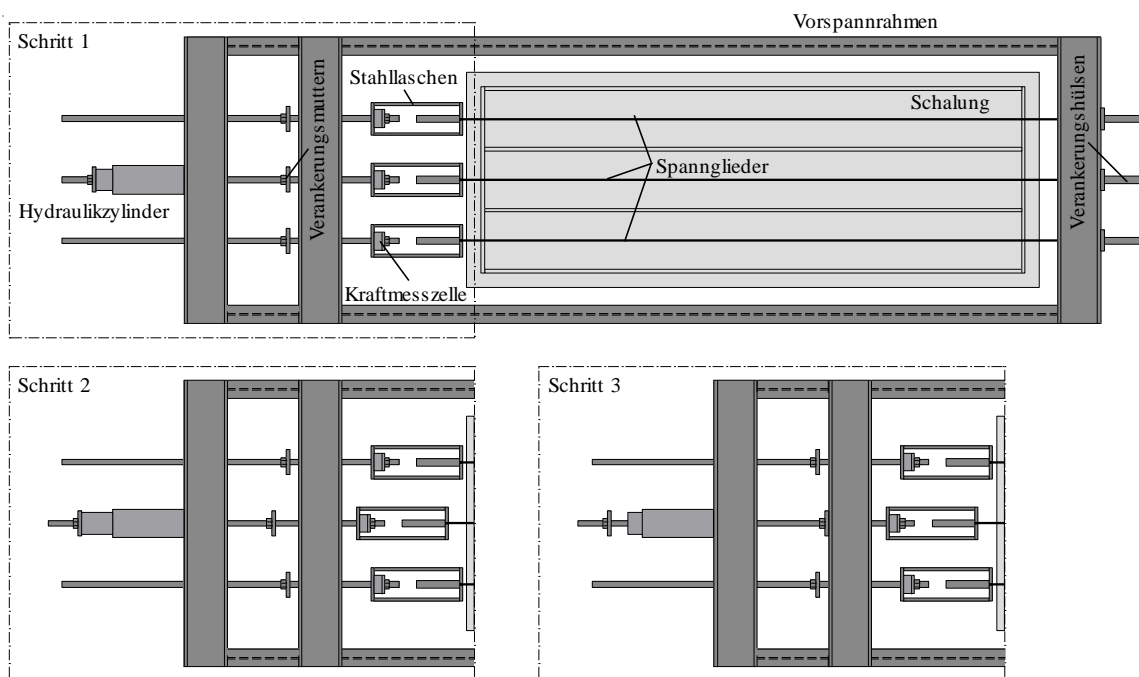


Abbildung 4-11 Spannbett und schematischer Ablauf des Vorspannprozesses



Durch die kontinuierliche Aufzeichnung der Spanngliedkräfte während des Herstellprozesses war es möglich, die sofortigen Spannkraftverluste infolge von Kurzzeitrelaxation der Spannglieder  $\Delta P_{r0}$  zu erfassen. In Tabelle 4-7 sind die Vorspannkraften jeweils am Anfang ( $P_{\max,A}$ ) und am Ende ( $P_{\max,0}$ ) des Vorspann- / Herstellprozesses sowie die prozentualen Spannkraftverluste infolge von Kurzzeitrelaxation zusammengestellt. Des Weiteren sind die Reduktionsfaktoren  $(1-\alpha)$  infolge von elastischer Bauteilverkürzung gemäß Abschnitt 3.4.2 in Tabelle 4-7 enthalten, ebenso wie die daraus hervorgehende mittlere wirksame Vorspannkraft  $P_{m0}$ , welche darüber hinaus auch in Tabelle 4-6 enthalten ist. Die Berücksichtigung der zeitabhängigen Spannkraftverluste infolge von Kriechen, Schwinden und Relaxation, welche im Rahmen der Nachrechnung der Bauteilverformungen ebenfalls erfasst werden, erfolgt in Abschnitt 6.6.2.

*Tabelle 4-7 Relevante Größen der Vorspannkraft bei den Bauteilversuchen unter Kurzzeitbeanspruchung*

Bezeichnung	$n_p$	$P_{\max,A}$	$P_{\max,0}$	$\Delta P_{r0} / P_{\max,A}$	$(1-\alpha)$	$P_{m0}$
-	-	kN	kN	%	-	kN
G-8-C25-M-K	1	18,87	18,56	1,62	0,9956	18,48
G-12-C25-M-K		38,42	37,30	2,91	0,9895	36,91
G-16-C25-M-K		36,25	35,97	0,78	0,9815	35,31
G-8-C50-M-K		25,56	24,81	2,92	0,9967	24,73
G-12-C50-M-K		33,91	33,03	2,62	0,9926	32,78
G-16-C50-M-K		33,04	32,35	2,09	0,9860	31,90
G-8-C25-V-K-1		24,98	24,18	3,20	0,9952	24,06
G-8-C25-V-K-2		25,37	24,82	2,14	0,9956	24,71
G-8-C25-V-K-3		24,79	23,94	3,44	0,9958	23,84

Der verwendete Beton wurde von einem Transportbetonwerk bezogen. Es handelte sich in allen Fällen um Normalbeton wobei die Festigkeitsklassen C25/30 und C50/60 zum Einsatz kamen. Wie in Abbildung 4-11 zu erkennen, konnten aufgrund der Dimensionen des Spannbetts je Serie maximal drei Bauteile zeitgleich hergestellt werden. Somit wichen die Betoneigenschaften der unterschiedlichen Versuche etwas voneinander ab, da die Betone unterschiedlichen Chargen entstammten und die Probekörper zum Prüfzeitpunkt ein unterschiedliches Bauteilalter aufwiesen. Die genauen Materialparameter des Betons aller Versuche zum Zeitpunkt der Prüfung sind in Tabelle 4-8 zusammengestellt.

Tabelle 4-8 Betonkennwerte der Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung

Bezeichnung	Beton	Zuschlag	$a_g$	$f_{cm}$	$f_{ct,fl}$	$f_{ctm}$	$E_{cm}$
-	-	-	mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
G-8-C25-M-K	C25/30	Sand 0-2 Kies 2-8 Kies 8-16	16,0	29,1	5,7	2,5	22.299
G-12-C25-M-K							
G-16-C25-M-K							
G-8-C50-M-K	C50/60			52,2	9,9	4,4	28.611
G-12-C50-M-K							
G-16-C50-M-K							
G-8-C25-V-K-1	C25/30			26,3	6,5	2,9	17.985
G-8-C25-V-K-2							
G-8-C25-V-K-3							

Alle Kennwerte wurden an begleitend hergestellten Kleinkörpern ermittelt, die den identischen Lagerungsbedingungen wie die großformatigen Bauteile unterlagen. Die Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  und der Elastizitätsmodul  $E_{cm}$  wurden an Betonzyindern ( $d_{cyl} = 150$  mm,  $h_{cyl} = 300$  mm) ermittelt. Die Biegezugfestigkeit des Betons  $f_{ct,fl}$  wurde an Prismen ( $b_{pr} = h_{pr} = 40$  mm,  $l_{pr} = 160$  mm) ermittelt und anschließend mit Gl. 2-11 in die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  umgerechnet. Hierbei ist zu beachten, dass die Betondruckfestigkeiten etwas unterhalb der normativen 28-Tage-Festigkeit lagen. Dies ist damit zu begründen, dass das Betonalter zum Prüfzeitpunkt noch weniger als 28 Tage betrug. Weiterhin ist auffällig, dass die Elastizitätsmoduln, insbesondere des Betons der Festigkeitsklasse C25/30, deutlich geringer waren als die zugehörigen Normwerte. Das Ausmaß der Unterschreitung der normativen Referenzwerte ist nicht ausschließlich mit dem etwas geringeren Betonalter zu begründen. Es wird vermutet, dass die verwendete Gesteinskörnung, welche die Steifigkeit des Betons maßgeblich beeinflusst, im vorliegenden Fall eine ungewöhnlich geringe Steifigkeit aufwies.

Die neben den Betonkennwerten erforderlichen Materialparameter der verwendeten vorgespannten GFVK-Bewehrung können Tabelle 4-1 in Abschnitt 4.2.1 entnommen werden.

#### 4.4.3 Auswertung des Trag- und Verformungsverhaltens

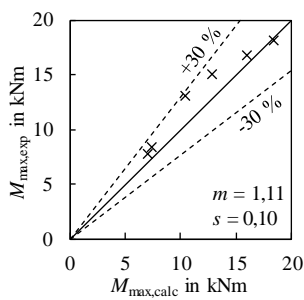
##### 4.4.3.1 Versagensmechanismen

###### Biegung

Zunächst werden die experimentell ermittelten, maximalen Biegemomente  $M_{max,exp}$  mit den rechnerisch ermittelten, maximalen Biegemomenten  $M_{max,calc}$  verglichen. Ausgehend von den Materialparametern gemäß Tabelle 4-1 und Tabelle 4-8 können die Traglasten rechnerisch durch ein Kräfte- und Momentengleichgewicht am gerissenen Querschnitt ermittelt werden. Dabei ist davon auszugehen, dass der Beton im Zugbereich nicht am Lastabtrag beteiligt ist, da ausschließlich der vollständig gerissene Querschnitt betrachtet wird. Unter

Ansatz der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons nach Gl. 2-1 ergeben sich die in Tabelle 4-9 aufgeführten, rechnerisch ermittelten, maximal aufnehmbaren Biegemomente  $M_{\max,\text{calc}}$ . Die experimentell ermittelten, maximalen Biegemomente  $M_{\max,\text{exp}}$  setzen sich aus den Anteilen des Bauteileigengewichtes  $M_{\text{g,exp}}$  und aus der Zusatzbeanspruchung  $M_{\text{F,exp}}$  zusammen.

Tabelle 4-9 Experimentell und rechnerisch ermittelte Biegemomente



Bezeichnung	$M_{\text{g,exp}}$	$M_{\text{F,exp}}$	$M_{\max,\text{exp}}$	$M_{\max,\text{calc}}$	$M_{\max,\text{exp}}/M_{\max,\text{calc}}$	Versagen
-	kNm	kNm	kNm	kNm	-	-
G-8-C25-M-K	2,07	5,69	7,76	7,02	1,11	P
G-12-C25-M-K	2,08	10,97	13,06	10,40	1,26	C
G-16-C25-M-K	2,07	12,95	15,02	12,91	1,16	C
G-8-C50-M-K	2,08	6,27	8,35	7,46	1,12	P
G-12-C50-M-K	2,11	14,60	16,71	16,04	1,04	P
G-16-C50-M-K	2,06	16,01	18,07	18,47	0,98	C

Der Vergleich der Verhältnisse der experimentellen und rechnerischen Werte der maximalen Biegemomente zeigt, dass das Tragverhalten der Bauteile mit Biegeversagen gut vorhergesagt werden kann. Bei den sechs Versuchen mit ausgeprägtem Biegeversagen liegt das Verhältnis der Traglasten im Mittel bei  $M_{\max,\text{exp}} / M_{\max,\text{calc}} = 1,11$ . Weiterhin zeigt sich, dass die Vorhersage auch bei verschiedenen versagensbestimmenden Querschnittsteilen (Versagen der Betondruckzone ‚C‘ oder Versagen der vorgespannten Bewehrung ‚P‘), eine ähnliche Güte zeigt. Allerdings ist anzumerken, dass die Versuche mit Betondruckversagen etwas größeren Streuungen unterliegen und dabei auch der einzige Fall auftrat, bei dem das maximale Moment des Versuchs den berechneten Wert unterschreitet (G-16-C50-M-K). Dies ist auf die größere Streuung der Materialparameter des Betons gegenüber der FVK-Bewehrung zurückzuführen und wurde von Stauchungsmessungen an der Bauteiloberseite bestätigt. Insbesondere bei den beiden Versuchen G-12-C25-M-K und G-16-C25-M-K wurden unmittelbar vor dem Eintritt des Versagens in Feldmitte am oberen Querschnittsrand Betonstauchungen von  $\varepsilon_{\text{co,max,exp}} = 4,3 \text{ ‰}$  und  $5,2 \text{ ‰}$  gemessen. Dies erklärt die gesteigerten maximalen Biegemomente gegenüber den mit dem Normwert  $\varepsilon_{\text{cu,EC2}} = 3,5 \text{ ‰}$  ermittelten Rechenwerten.

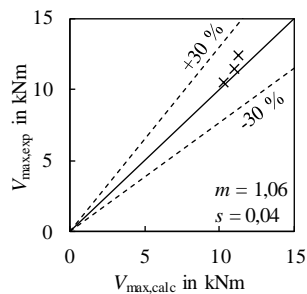
### Querkraft

Bei den Bauteilen mit Schubversagen (G-8-C25-V-K-1, G-8-C25-V-K-2 und G-8-C25-V-K-3) wird die volle Momententragfähigkeit erwartungsgemäß nicht erreicht, was auf die gegenüber den anderen Versuchen geringere Schubschlankheit  $\lambda_v$  zurückgeführt werden kann. Die vorliegenden Schubschlankheiten dieser drei Versuche von  $\lambda_v \approx 6$  bis 7 entsprechen laut dem ursprünglichen Schubtal nach Kani, vgl. Abschnitt 3.6.2.1, dem Randbereich des Schubtals, gemäß dem die volle Biegetragfähigkeit gerade erreicht wird. Aber insbesondere durch den Einsatz von Bewehrung mit deutlich geringerer Steifigkeit als Stahl kann dennoch ein verfrühtes Querkraftversagen eintreten. Daher wird die Querkrafttragfähigkeit

## 4 Experimentelle Untersuchungen

dieser drei Versuche mit Hilfe der Gleichungen aus Abschnitt 3.6.2.2 ermittelt, um die erreichten Traglasten genauer einordnen zu können. Die zugehörigen Ergebnisse sind in Tabelle 4-10 zusammengestellt.

Tabelle 4-10 Experimentell und rechnerisch ermittelte Querkräfte



Bezeichnung	$V_{g,exp}$	$V_{F,exp}$	$V_{max,exp}$	$V_{max,calc}$	$V_{max,exp}/V_{max,calc}$
-	kN	kN	kN	kN	-
G-8-C25-V-K-1	0,55	10,00	10,55	10,28	1,03
G-8-C25-V-K-2	0,58	10,90	11,48	10,97	1,05
G-8-C25-V-K-3	0,59	11,80	12,39	11,26	1,10

Ebenso wie bei den maximalen Biegemomenten setzt sich auch die maximale Querkraft des Versuchs aus den Anteilen aus Eigengewicht  $V_{g,exp}$  und aus der Zusatzkraft  $V_{F,exp}$  zusammen. Während es sich bei der maßgebenden Nachweisstelle bei Biegeversagen um den Querschnitt in Feldmitte handelt, wird bei der Ermittlung der maximalen Querkrafttragfähigkeit unter Einzellasten der Querschnitt im Abstand  $d_p$  von der Lasteinleitung betrachtet. Der Mittelwert des Verhältnisses der maximalen Querkräfte beträgt bei den drei vorliegenden Versuchen mit Schubversagen  $V_{max,exp} / V_{max,calc} = 1,06$ . Dies zeigt, dass das Querkraftmodell gemäß prEN 1992-1-1 (2021), welches in Abschnitt 3.6.2.2 vorgestellt wurde, unter Berücksichtigung der abweichenden Materialparameter der FVK-Bewehrung und der Vorspannwirkung eine gute Vorhersage der Querkrafttragfähigkeit der Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung ermöglicht. Die geringfügige rechnerische Unterschätzung ist dabei konform mit den umfangreichen Untersuchungsergebnissen von Cavagnis (2017) und liegt auf der sicheren Seite.

Eine detaillierte Untersuchung der zuvor benannten Thematik eines gegenüber den Ausführungen von Kani (1964) angepassten Bereiches frühzeitigen Schubversagens infolge der Vorspannwirkung und der Nutzung von Bewehrungsmaterialien mit geringen Elastizitätsmoduln folgt in Abschnitt 5.6.

### 4.4.3.2 Rissverhalten

Wie bereits in Kapitel 3.7.4 beschrieben, ist die Begrenzung der Rissbreiten bei Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung gegenüber konventionellen Spannbetonbauteilen mit Stahlspanngliedern nur von geringer Bedeutung. Zur Sicherstellung der ausreichenden Verformbarkeit ist jedoch das auftretende Rissbild zu untersuchen. Daher werden die Rissabstände mit Hilfe der Berechnungsformel aus DIN EN 1992-1-1/NA (2013) nach Gl. 3-59 berechnet und mit den experimentellen Rissabständen verglichen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4-11 zusammengestellt.

Tabelle 4-11 Experimentell und rechnerisch ermittelte Rissabstände

Bezeichnung	Versuch 'exp'					Berechnung 'calc'		Verhältnisse	
	$n_{cr}$	$s_{r,min}$	$s_{r,max}$	$s_{r,m}$	$s_{r,m} / s_{r,max}$	$s_{r,max}$	$s_{r,m}$	$s_{r,max,exp} / s_{r,max,calc}$	$s_{r,m,exp} / s_{r,m,calc}$
-	-	mm	mm	mm	-	mm	mm	-	-
G-8-C25-M-K	10	135	242	174	0,72	419	302	0,58	0,58
G-12-C25-M-K	13	69	286	143	0,50	239	172	1,19	0,83
G-16-C25-M-K	13	129	232	171	0,74	194	139	1,20	1,23
G-8-C50-M-K	5	209	292	262	0,90	389	280	0,75	0,94
G-12-C50-M-K	13	70	267	162	0,61	247	178	1,08	0,91
G-16-C50-M-K	14	89	214	145	0,68	191	137	1,12	1,06
G-8-C25-V-K-1	8	229	394	300	0,76	309	223	1,27	1,35
G-8-C25-V-K-2	8	159	338	270	0,80	315	226	1,07	1,19
G-8-C25-V-K-3	8	184	354	239	0,68	276	199	1,28	1,20

Die als Eingangsparameter für Gl. 3-59 erforderliche Spanngliedspannung  $\sigma_s$ , welche bei Spannbetonbauteilen mit sofortigem Verbund laut DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) als Spannungszuwachs  $\Delta\sigma_p$  zwischen dem Ausgangszustand und dem gerissenen Querschnitt angenommen werden darf, wurde rechnerisch aus dem inneren Gleichgewicht am vollständig gerissenen Querschnitt ermittelt. Für die wirksame Betonzugfestigkeit  $f_{ct,eff}$  wurde im vorliegenden Fall der an Begleitversuchen ermittelte Wert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  angesetzt. Daraus folgt ein mittleres Verhältnis des experimentellen, maximalen Rissabstandes zum rechnerischen, maximalen Rissabstand von  $s_{r,max,exp} / s_{r,max,calc} = 1,06$  mit einer Standardabweichung von  $s_{s_{r,max}(exp/calc)} = 0,24$ .

Ausgehend von den Untersuchungen von König und Tue (1996) lässt sich der mittlere Rissabstand bei großformatigen Bauteilversuchen mit Gl. 4-5 annähern. Das dort beschriebene Verhältnis von  $s_{r,m} / s_{r,max} = 0,72$  stimmt sehr gut mit den experimentellen Untersuchungen überein, aus denen ein mittleres Verhältnis von 0,71 hervorgeht.

$$s_{r,m} = 0,72 \cdot s_{r,max} \quad \text{Gl. 4-5}$$

Der Vergleich der auf diese Weise rechnerisch ermittelten, mittleren Rissabstände mit den zugehörigen experimentell ermittelten, mittleren Rissabständen liefert ein Verhältnis von  $s_{r,m,exp} / s_{r,m,calc} = 1,03$  mit einer Standardabweichung von  $s_{s_{r,m}(exp/calc)} = 0,24$ . Die Ergebnisse der rechnerischen Vorhersage der mittleren und maximalen Rissabstände nach DIN EN 1992-1-1 (2011) bzw. DIN EN 1992-1-1/NA (2013) deuten darauf hin, dass das vorliegende Rissverhaltensverhalten dem eines vorgespannten Betonbauteils mit Stahlbewehrung ähnelt. Darüber hinaus konnten im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen keine Problematiken wie Längsrissbildung oder Betonspalten beobachtet werden. Somit kann die in Abschnitt 4.3 festgestellte grundsätzliche Eignung der FVK-Bewehrung auch durch die Auswertung des Rissverhaltens der Bauteilversuche bestätigt werden.

### 4.4.3.3 Momenten-Krümmungs-Beziehung

In Abbildung 4-12 sind die experimentell ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die aufgezeichneten Dehnungen an der Oberseite näherungsweise den Wert des Rissquerschnittes angeben, da die Randdehnung in der Betondruckzone im Bereich des maximalen Moments nur geringfügig variiert und die Dehnmessstreifen in der Regel direkt über oder angrenzend zu einem Riss positioniert waren. Die an der Unterseite (2,5 cm außerhalb des Querschnitts, vgl. Abschnitt 4.4.2) mittels Seilzugwegaufnehmer aufgezeichneten Dehnungen spiegeln hingegen die Werte der mittleren Dehnung über die Messlänge von 2 m wider. Darin sind sowohl die Dehnung des Betons zwischen den Rissen als auch alle Dehnungen infolge der Risse enthalten. Die gemessene untere Dehnung wird rechnerisch in die Dehnung direkt an der Bauteilunterkante überführt, vgl. Abbildung 3-12. Weiterhin ist zu beachten, dass die sich daraus ergebende experimentell aufgezeichnete Krümmung nur auf dem Moment infolge der Zusatzbelastung  $F$  basiert, da die Messtechnik erst nach dem Einbau der Bauteile in den Versuchsstand angebracht wurde. Die Momentenwirkung infolge von Eigengewicht bzw. Vorspannung wird im Rahmen der Nachrechnung der Versuche im Abschnitt 6.6.2 rechnerisch ergänzt. Aufgrund der geringen Vorspannkraft, überstieg das Moment infolge von Eigengewicht erwartungsgemäß bei allen Probekörpern das Moment infolge von Vorspannung. Daher war im Rahmen der experimentellen Untersuchungen bei der Einleitung der Vorspannkraft keine Überhöhung der Bauteile zu beobachten.

Anhand der in Abbildung 4-12 dargestellten Momenten-Krümmungs-Beziehungen wird deutlich, dass die untersuchten Bauteile das charakteristische Bauteilverhalten bewehrter bzw. vorgespannter Betonbauteile aufwiesen. Der vordere Bereich der Kurven wird bis zum Erreichen des Rissmoments  $M_{cr}$  durch die Steifigkeit im Zustand I bestimmt. Das Rissmoment ist dabei durch die Vorspannwirkung etwas größer als bei einem schlaff bewehrten Betonbauteil unter ansonsten gleichen Randbedingungen. Im Anschluss sinkt die Steifigkeit durch die Rissbildung zunehmend ab und der Träger geht in den vollständig gerissenen Zustand II über. Zudem zeigen die Kurven das erwartete Verhalten bei einer verformungs-gesteuerten Versuchsdurchführung. Während die Versuche bei Kraftsteuerung infolge von Rissbildung unter konstanter Belastung Verformungszunahmen unterliegen, erfolgt bei Wegsteuerung ein Kraftabfall unter konstanter Verformung beim Auftreten jedes Risses. Dieses Verhalten ist in Abbildung 4-12 bei allen Versuchen zu erkennen.

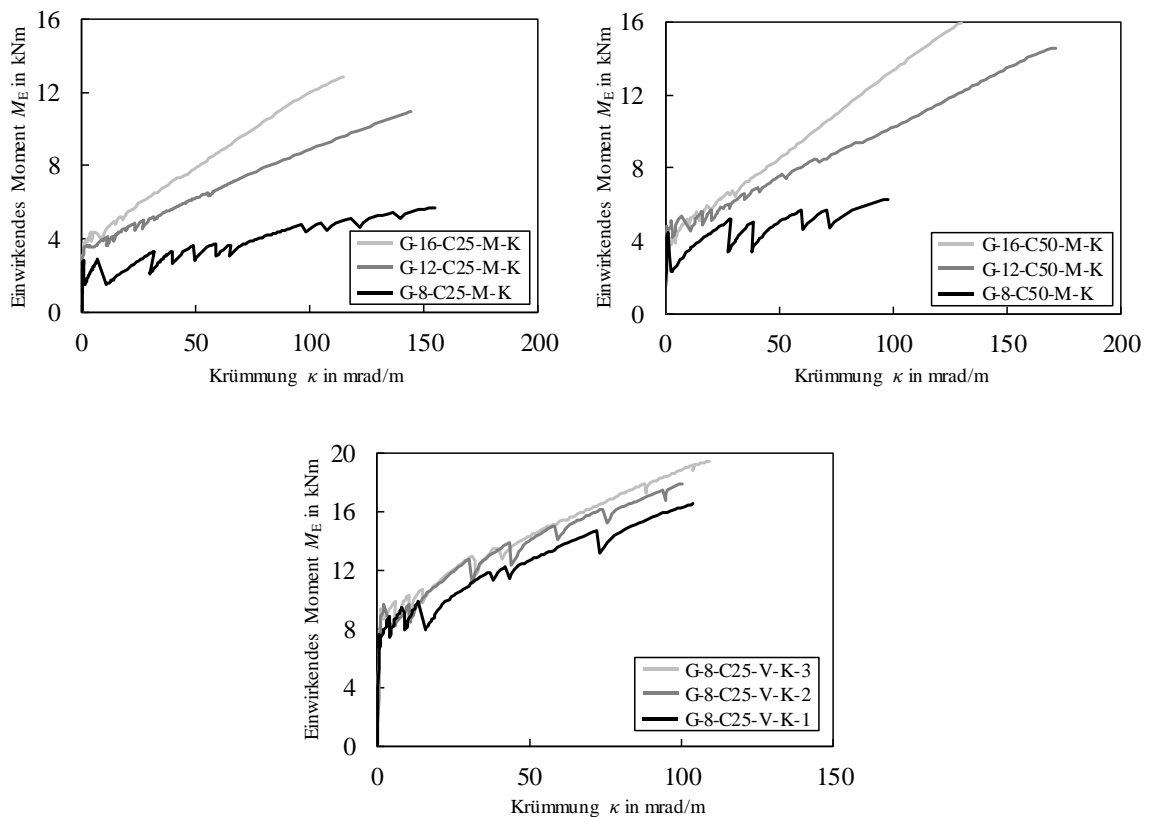


Abbildung 4-12 Experimentelle Momenten-Krümmungs-Beziehungen der Bauteilversuche unter statischer Kurzzeitbeanspruchung

Der Vergleich der Bauteile mit Biegeversagen (oben links bzw. oben rechts) in Abbildung 4-12 zeigt die Auswirkung eines erhöhten Bewehrungsgrades. Je größer der verwendete Stabdurchmesser und damit die vorhandene Bewehrungsfläche, desto steiler verläuft die Momenten-Krümmungs-Beziehung im Zustand II. Weiterhin wird sichtbar, dass die Kraftabfälle bei Auftreten eines Risses mit sinkendem Bewehrungsgrad zunehmen. Bei den Bauteilen mit einem Stabdurchmesser von  $\varnothing_p = 8$  mm verursacht die freiwerdende Kraft einen größeren Spannungszuwachs im Spannglied, was wiederum zu einer größeren Verformung des Querschnittes führt. Da die Verformung jedoch experimentell näherungsweise konstant gehalten wird (Verformungssteuerung entspricht einer Zwangsbeanspruchung), wird ein Teil der Prüfkraft abgebaut. Je größer der Spannungszuwachs im Spannglied infolge von Rissbildung ist, desto größer fällt dieser Kraftabfall aus.

Darüber hinaus zeigt Abbildung 4-12 die Auswirkung einer Erhöhung der Betonfestigkeitsklasse. Bei den Bauteilen G-12-C25-M-K und G-16-C25-M-K wurde Betondruckversagen beobachtet, sodass die Steigerung der Betonfestigkeitsklasse zu einer Steigerung des Bruchmomentes und ggf. zu einem Wechsel des Versagensmodus führen sollte. Die Ergebnisse der Versuche G-12-C50-M-K und G-16-C50-M-K bestätigen diese Annahme. In beiden Fällen konnte eine deutliche Steigerung des Bruchmomentes von 28 bzw. 20 %, vgl.  $M_{\max, \text{exp}}$  (inkl. Moment infolge Eigengewicht  $M_g$ ) in Tabelle 4-9, beobachtet werden. Im Falle von Versuch G-12-C50-M-K ergab sich zudem infolge der gesteigerten Tragfähigkeit

der Betondruckzone ein Wechsel des Versagensmodus hin zum Versagen des Spannglieds, während bei Versuch G-12-C50-M-K aufgrund von der großen Tragfähigkeit des Spannglieds mit einem Durchmesser von  $\varnothing_p = 16\text{mm}$  erneut Betondruckversagen auftrat. Bei den Versuchen G-8-C25-M-K und G-8-C50-M-K trat eine solche Veränderung erwartungsgemäß nicht auf, da das Versagen bereits bei der geringeren Betonfestigkeitsklasse durch das Versagen des Spannglieds determiniert wurde.

Bei den Versuchen mit Querkraftversagen (unten mittig in Abbildung 4-12), welche die gleiche Betongüte und den gleichen Bewehrungsgrad aufwiesen, wurde die Exzentrizität des Spannglieds  $e_p$  variiert und die Vorspannkraft näherungsweise konstant belassen. Je größer die Spanngliedausmitte, desto größer ist auch die Vorspannwirkung, die den äußeren Einwirkungen entgegenwirkt. Somit ist ein größeres äußeres Moment erforderlich, um das Versagen des Bauteils auszulösen. Zeitgleich wird die aufnehmbare Querkraft durch die vergrößerte statische Nutzhöhe  $d_p$  erhöht, woraus sich die in Abbildung 4-12 erkennbare Staffelung der Kurven ergibt. Die Steigerung der maximalen Tragfähigkeit, welche bei diesen Bauteilen durch die Querkrafttragfähigkeit begrenzt wurde, vgl.  $V_{\max, \text{exp}}$  in Tabelle 4-10, betrug 8,8 % (G-8-C25-V-K-2 zu G-8-C25-V-K-1) und 7,9 % (G-8-C25-V-K-3 zu G-8-C25-V-K-2). Dies liegt im gleichen Bereich der Steigerung der statischen Nutzhöhe von 8,8 % (G-8-C25-V-K-2 zu G-8-C25-V-K-1) und 6,3 % (G-8-C25-V-K-3 zu G-8-C25-V-K-2).

Die Nachrechnung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen der experimentellen Untersuchungen folgt in Abschnitt 6.6.2 auf Basis einer detaillierten numerischen Modellierung.

### 4.4.3.4 Last-Verformungs-Beziehung

Neben den Dehnungen, aus welchen sich die Momenten-Krümmungs-Beziehungen ergeben, wurden auch die vertikalen Verformungen in Feldmitte aufgezeichnet. In Abbildung 4-13 sind die Last-Verformungs-Diagramme der durchgeführten Versuche unter statischer Kurzzeitbeanspruchung für die Verformung in Feldmitte aufgetragen.



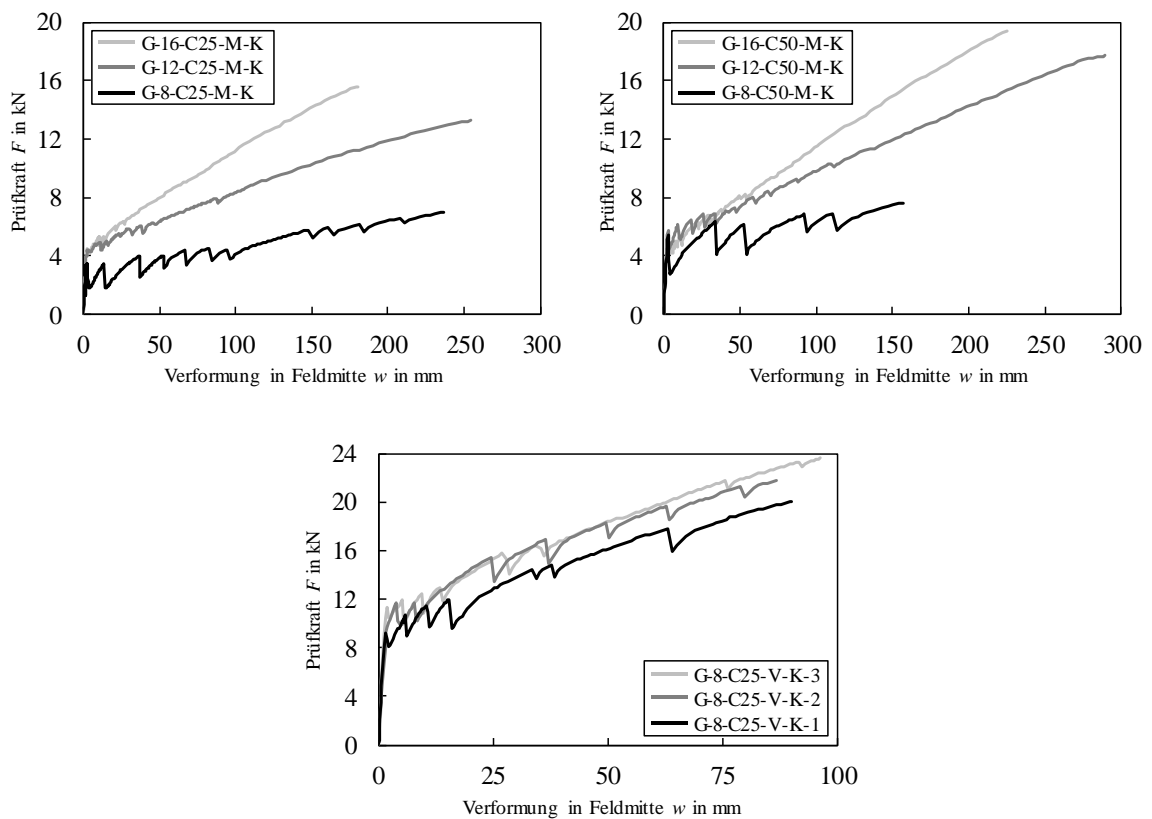


Abbildung 4-13 Experimentelle Last-Verformungs-Diagramme der Bauteilversuche unter statischer Kurzzeitbeanspruchung

Wie bereits in Abschnitt 3.7.1.4 beschrieben, kann auf der Ordinatenachse bspw. die einwirkende Zusatzkraft  $F$  oder das einwirkende Moment  $M_E$  aufgetragen werden. Basierend auf den Versuchsergebnissen wurde in Abbildung 4-13 die einwirkende Zusatzkraft  $F$  über die gemessene Vertikalverformung  $w$  in Feldmitte aufgetragen.

Der grundsätzliche Verlauf der Last-Verformungs-Kurven ist ähnlich zu den in Abschnitt 4.4.3.3 dargestellten Momenten-Krümmungs-Beziehungen. Die Staffelung der Kurven und generellen Erkenntnisse in Bezug auf den Bewehrungsgrad, die Auswirkung der erhöhten Betonfestigkeitsklasse und der zunehmenden Exzentrizität stimmen überein. Darüber hinaus ist jedoch am Beispiel der Versuche G-12-C50-M-K und G-16-C50-M-K gegenüber dem Versuch G-8-C50-M-K (oben rechts in Abbildung 4-13) die Systemabhängigkeit der Last-Verformungs-Beziehung gegenüber der Momenten-Krümmungs-Beziehung zu erkennen. Die bei den beiden Versuchen G-12 und G-16 aufgetretenen Maximalverformungen in Feldmitte sind im Verhältnis zu der aufgetretenen Maximalverformung von Versuch G-8 etwas größer als das zugehörige Verhältnis der maximalen Krümmungen, vgl. Abbildung 4-12. Dies ist auf das unterschiedliche Rissbildungsverhalten der Versuche, vgl. Tabelle 4-11, zurückzuführen. Während bei Versuch G-8 nur 5 Risse auftraten, wiesen die Versuche G-12 und G-16 13 bzw. 14 Risse auf. Daraus folgt, dass ein größerer Teil des Trägers in den Zustand II überging, bzw. die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

aufgrund geringerer Rissabstände reduziert wurde, woraus unmittelbar eine verstärkte Zunahme der Verformungen resultierte.

Das gleiche Verhalten konnte auch bei einem derartigen Vergleich für die Versuche mit der Betonfestigkeitsklasse C25/30 (oben links in Abbildung 4-13) beobachtet werden. Während der Versuch G-8-C25-M-K 10 Risse aufwies, traten bei den Versuchen G-12-C25-M-K und G-16-C25-M-K je 13 Risse auf. Auch hier folgte eine etwas verstärkte Zunahme der Verformungen gegenüber dem Versuch mit einem kleineren gerissenen Bereich.

Die über die messtechnisch erfassten Größen hinausgehende Berücksichtigung der Auswirkung des Eigengewichtes und der Vorspannwirkung, die der Aufzeichnung der Messwerte vorausgingen, erfolgt im Rahmen der Nachrechnung der experimentellen Ergebnisse auf Grundlage der numerisch modellierten Momenten-Krümmungs-Beziehung und einer Integration des Krümmungsverlaufes über die Trägerlänge, vgl. Abschnitt 3.7.1.4, in Abschnitt 6.6.2.

### **4.4.4 Zusammenfassung der Ergebnisse**

In Abschnitt 4.4 wurden die durchgeführten experimentellen Untersuchungen an Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter statischer Kurzzeitbeanspruchung vorgestellt. Nachdem zunächst das Versuchsprogramm und die eingesetzte Messtechnik erläutert, die Materialkennwerte der verwendeten Werkstoffe dargestellt und der Ablauf des Vorspannprozesses detailliert wurden, folgten die Beschreibung und Auswertung der Versuchsergebnisse. Dabei wurden zunächst die Biege- und Querkrafttragfähigkeiten der Probekörper dargestellt und jeweils einer Prognose auf Basis einer Iteration der Dehnungsebene bzw. einem Ingenieurmodell nach prEN 1992-1-1 (2021) gegenübergestellt. Dabei zeigte sich, dass die Vorhersage der Biege- und Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 10\%$  möglich ist. Anschließend wurde das Rissverhalten anhand der experimentellen Rissabstände untersucht und einer Berechnung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) bzw. DIN EN 1992-1-1/NA (2013) gegenübergestellt. Hieraus ging hervor, dass sowohl die maximalen als auch die mittleren Rissabstände der vorliegenden Bauteile im Allgemeinen präzise vorhergesagt werden können. Daraus wurde gefolgert, dass das vorliegende Rissbild bei Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung gut mit konventionellen Stahl- bzw. Spannbetonbauteilen vergleichbar ist. Daraufhin wurden die Momenten-Krümmungs-Beziehungen der vorliegenden Bauteilversuche dargestellt, die maßgebenden Parameter identifiziert und die Ergebnisse eingeordnet. Dabei zeigten sich insbesondere die Auswirkungen des Bewehrungsgrades, der verwendeten Betongüte sowie der vorliegenden Spanngliedexzentrizität. Abschließend wurden die Last-Verformungs-Beziehungen untersucht und insbesondere die Auswirkung des Rissbildungsverhalten auf das Verformungsverhalten genauer thematisiert. Die numerische Modellierung eines geeigneten, detaillierten Modells zur Prognose

des Verformungsverhaltens folgt in Kapitel 6. Dabei wird zudem eine Validierung des Modells durch die Nachrechnung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen und der Last-Verformungs-Beziehungen der vorliegenden und zahlreichen weiteren Versuchen aus der Literatur durchgeführt.

Die vollständige Übersicht aller durchgeführten Bauteilversuche unter statischer Kurzzeitbeanspruchung, inklusive der Darstellung aller erfassten Messwerte, kann Anhang C-4 entnommen werden.

#### **4.5 Bauteilversuche mit vorgespannter Faserverbundkunststoffbewehrung unter Dauerbeanspruchung**

##### **4.5.1 Allgemeines**

Ergänzend zu den Versuchen unter Kurzzeitbeanspruchung werden in diesem Kapitel die Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung über einen Zeitraum von  $t = 1.000$  h vorgestellt und deren Ergebnisse ausgewertet. Zunächst wird erneut das Versuchsprogramm inklusive der Materialkennwerte und der wirksamen Vorspannkkräfte beschrieben. Anschließend wird das zeitabhängige Verformungsverhalten der untersuchten Bauteile anhand der erfassten Messwerte ausgewertet. Darauf aufbauend erfolgt die Darstellung und Auswertung der im Anschluss an die Dauerversuche durchgeführten Resttragfähigkeitsuntersuchungen bevor die Ergebnisse zusammengefasst werden.

##### **4.5.2 Versuchsprogramm, Messtechnik und Werkstoffkennwerte**

Alle im Folgenden vorgestellten Bauteilversuche wurden über einen Zeitraum von  $t = 1.000$  h kraftgesteuert mit Hilfe von Stahlplatten unter statische Dauerbeanspruchung gesetzt. Die Größe der Belastung wurde dabei aus der rechnerischen Beanspruchung im Gebrauchslastniveau (quasi-ständige Einwirkungskombination,  $\gamma_g = \gamma_q = 1,0$ ) abgeleitet. Dabei wurden die vorliegenden Bauteile als Plattenstreifen des üblichen Hochbaus (Nutzlastkategorie A3 bzw. B1) angesehen. Durch die bereits vorhandene Wirkung des Eigengewichts ergab sich die erforderliche Zusatzlast aus der Ausbaulast, welche zu  $\Delta g_k = 1,5$  kN/m<sup>2</sup> festgelegt wurde, und der Nutzlast, welche gemäß obigen Kategorien  $q_k = 2$  kN/m<sup>2</sup> beträgt und mit einem Kombinationsbeiwert von  $\psi_2 = 0,3$  einhergeht. Diese Flächenlasten wurden in Abhängigkeit von der Bauteilbreite zunächst auf Linienlasten und durch Annahme des gleichen Maximalmomentes  $M_{d,perm,max}$  schließlich in die Einzellasten des Vier-Punkt-Biegeversuches umgerechnet. Das folgende Beispiel des Bauteils G-8-C25-M-D-1 zeigt das Vorgehen bei der Ermittlung der zusätzlich aufzubringenden Dauerlast:

#### 4 Experimentelle Untersuchungen

$$M_{\Delta gk} = \left(1,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,3 \text{ m}\right) \cdot \frac{(3,8 \text{ m})^2}{8} = 0,812 \text{ kNm}$$

$$M_{qk} = \left(2,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 0,3\right) \cdot \frac{(3,8 \text{ m})^2}{8} = 0,325 \text{ kNm}$$

$$\Delta F = \frac{M_{\Delta gk} + M_{qk}}{a} \cdot 2 = \frac{1,137 \text{ kNm}}{1,65 \text{ m}} \cdot 2 = 1,38 \text{ kN} \approx 140,7 \text{ kg}$$

In der nachfolgenden Tabelle 4-12 sind die Randbedingungen der Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung zusammengefasst. Die Bezeichnung der Probekörper ist analog zu den Bezeichnungen der Kurzzeitversuche aufgebaut. Der einzige Unterschied ist die Art der Belastung, welche im Rahmen der Dauerversuche mit **D** geführt wird.

Tabelle 4-12 Randbedingungen der Bauteilversuche unter Dauerbeanspruchung

Bezeichnung	Bewehrung	$\varnothing_p$	Beton	$l$	$a$	$b_m$	$h_m$	$d_{p,m}$	$e_p$	$P_{m0}$	$M_P$	$\lambda_v$	$\rho_p$	$\Delta F$
-	-	mm	-	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kN	kNm	-	%	kN
G-8-C25-M-D-1	GFVK Stab	8	C25/30	3.800	1.650	300	154	104,5	27,8	24,7	0,69	15,8	0,11	1,38
G-8-C25-M-D-2						600	156	107,6	29,5	50,1	1,49	15,3	0,11	2,76
G-8-C25-M-D-3						900	154	106,0	29,1	74,6	2,18	15,6	0,11	4,14
G-8-C25-M-D-4*						302	153	106,3	29,9	25,8	0,78	15,5	0,11	1,38
G-12-C25-M-D		12				300	153	103,8	27,3	25,6	0,71	15,9	0,25	
G-16-C25-M-D		16				298	152	102,5	26,4	26,1	0,71	16,1	0,44	

\*Versuch wurde durch Vorbelastung vor Aufbringen der Dauerlast in den Zustand II versetzt

Die Messung der geometrischen Größen erfolgte analog zu Abschnitt 4.4.2. Die statischen Systeme waren identisch zu denen der Kurzzeitversuche und entsprechen damit Abbildung 4-9 (oben). In Bezug auf die Querschnitte wurden jedoch bei den beiden Versuchen G-8-C25-M-D-2 und G-8-C25-M-D-3 Änderungen vorgenommen. Bei dem Versuch G-8-C25-M-D-2 wurde die Querschnittsbreite von  $b_m = 300 \text{ mm}$  auf  $b_m = 600 \text{ mm}$  und bei dem Versuch G-8-C25-M-D-3 auf  $b_m = 900 \text{ mm}$  vergrößert. Dabei wurde der geometrische Bewehrungsgrad  $\rho_p$  konstant gehalten, sodass bei dem Versuch G-8-C25-M-D-2 zwei Spannglieder und bei dem Versuch G-8-C25-M-D-3 drei Spannglieder eingebaut wurden. Die Querschnitte aller Dauerversuche sind in Abbildung 4-14 dargestellt.

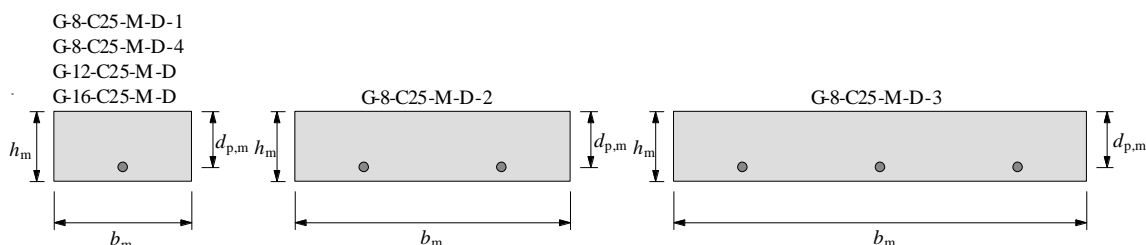


Abbildung 4-14 Querschnitte der Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung

In Abbildung 4-15 sind die Belastungssituationen exemplarisch für die Versuche G-8-C25-M-D-1, -2 und -3 dargestellt. Die als Gewichte verwendeten Stahlplatten wurden mit Hilfe

eines Krans mit Magnetaufnahme sukzessive auf die Bauteile aufgebracht. Bei den in Abbildung 4-15 zu sehenden Bauteilen, mit Hilfe derer die Skalierbarkeit der vorliegenden Bauteilkonzeption überprüft werden sollte, lässt sich die Skalierung sowohl anhand der gesteigerten Bauteilbreiten als auch anhand der dementsprechend proportional gesteigerten Dauerlast erkennen.



*Abbildung 4-15 Exemplarische Belastungssituation der Bauteilversuche unter Dauerlast*

Zur Erzielung eines konstanten Vorspannniveaus wurde die im Referenzversuch G-8-C25-M-D-1 wirkende Vorspannkraft auf alle Spannglieder aufgebracht, sodass ein identisches Verhältnis des Vorspannmomentes  $M_p$  zum Moment infolge von Eigengewicht  $M_g$  vorlag. Mit den Bauteilen G-8-C25-M-D-2 und -3 wurde untersucht, ob eine Skalierbarkeit der vorliegenden Bauteilkonzeption möglich ist, oder ob eine etwaige gegenseitige Wechselwirkung der Vorspannkraft das Last-Verformungs-Verhalten der Bauteile beeinflusst.

Wie in Tabelle 4-12 aufgeführt, wurde der Versuch G-8-C25-M-D-4 durch eine Vorbelastung vor Aufbringen der Dauerlast in den Zustand II versetzt. Anschließend wurde die gleiche Dauerlast wie bei Versuch G-8-C25-M-D-1 aufgebracht, um das zeitabhängige Verformungsverhalten im Zustand I und im Zustand II direkt vergleichen zu können. Bei den Versuchen G-12-C25-M-D und G-16-C25-M-D wurde gegenüber dem Ausgangsversuch G-8-C25-M-D-1 der Spannglieddurchmesser und damit der geometrische Bewehrungsgrad  $\rho_p$  vergrößert. Während hierbei im ungerissenen Zustand I unter Dauerlast keine signifikanten Unterschiede zum Ausgangsversuch zu erwarten waren, ermöglichten diese Versuche die Untersuchung der Auswirkung der Dauerlast in Abhängigkeit vom geometrischen Bewehrungsgrad im Rahmen der Resttragfähigkeitsversuche.

Die messtechnische Begleitung der Bauteilversuche unter Dauerbeanspruchung war im Allgemeinen identisch zu den Kurzzeitversuchen. Kleine Änderungen ergaben sich lediglich bei den Versuchen G-8-C25-M-D-2 und G-8-C25-M-D-3, aufgrund ihrer größeren Bauteilbreite bzw. der größeren Anzahl an Spanngliedern. Während im Allgemeinen zwei Dehnmessstreifen in den Drittelpunkten der Bauteilbreite angebracht wurden (vgl. Abbildung 4-10), wurde bei den beiden breiteren Versuchen jeweils ein DMS oberhalb von je-

## 4 Experimentelle Untersuchungen

dem Spannglied angebracht. Darüber hinaus wurden bei diesen beiden Versuchen die horizontalen Verformungen an der Bauteilunterseite von jeweils zwei Seilzugwegaufnehmern aufgezeichnet.

Die Erfassung der Messwerte erfolgte während der Belastungsphase und während den Resttragfähigkeitsuntersuchungen analog zu den Kurzzeitversuchen kontinuierlich mit einer Messfrequenz von  $f_{\text{Mess}} = 10$  Hz. Während der Phase der konstanten Belastung wurde davon abweichend eine Intervallmessung durchgeführt, bei der jeweils die Extremwerte in einem Zeitraum von  $\Delta t_{\text{Mess}} = 5$  min aufgezeichnet und anschließend gemittelt wurden.

Der Vorspannprozess sowie die Erfassung der wirksamen Spannkkräfte erfolgte analog zu den Kurzzeitversuchen. Die daraus resultierenden relevanten Größen der Vorspannkraft der Dauerversuche sind in Tabelle 4-13 zusammengestellt.

*Tabelle 4-13 Relevante Größen der Vorspannkraft bei den Bauteilversuchen unter statischer Dauerbeanspruchung*

Bezeichnung	$n_p$	$P_{\text{max,A}}$	$P_{\text{max,0}}$	$\Delta P_{r0} / P_{\text{max,A}}$	$(1-\alpha)$	$P_{m0}$
-	-	kN	kN	%	-	kN
G-8-C25-M-D-1	1	25,34	24,83	2,02	0,9958	24,73
G-8-C25-M-D-2	2	51,02*	50,34*	1,33	0,9959	50,14
G-8-C25-M-D-3	3	75,54*	74,83*	0,94	0,9965	74,57
G-8-C25-M-D-4	1	26,18	25,90	1,06	0,9942	25,75
G-12-C25-M-D		26,73	25,90	3,09	0,9866	25,55
G-16-C25-M-D		27,66	26,77	3,21	0,9758	26,12

\* Summe der Vorspannkkräfte aller Spannglieder

Wie auch bei den Kurzzeitversuchen wurde der Beton von einem Transportbetonwerk bezogen, wobei für die Dauerversuche die Betonfestigkeitsklasse C25/30 zum Einsatz kam. Die Materialparameter des Betons sind in Tabelle 4-14 zusammengestellt. Dabei sind sowohl die Kennwerte nach 7 Tagen (Index ,7d'), was dem Zeitpunkt der Spannkrafteinleitung und dem Beginn der Dauerbeanspruchung entspricht, als auch für den Zeitpunkt der jeweiligen Resttragfähigkeitsversuche (Index ,RT') aufgeführt.

*Tabelle 4-14 Betonkennwerte der Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung*

Bezeichnung	Beton	Zuschlag	$a_g$	$f_{cm,7d}$	$f_{ct,fl,7d}$	$f_{ctm,7d}$	$E_{cm,7d}$	$f_{cm,RT}$	$f_{ct,fl,RT}$	$f_{ctm,RT}$	$E_{cm,RT}$
-	-	-	mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
G-8-C25-M-D-1	C25/30	Sand 0-2 Kies 2-8 Kies 8-16	16,0	25,3	5,5	2,4	23.348	43,2	6,5	2,9	29.429
G-8-C25-M-D-2				45,0	6,7	3,0	29.530				
G-8-C25-M-D-3				23,8	5,7	2,5	27.208	34,1	6,7	3,0	31.098
G-8-C25-M-D-4				19,4	5,9	2,6	16.527	35,5	6,8	3,0	22.879
G-12-C25-M-D											
G-16-C25-M-D											

Das Kriechen und Schwinden des Betons wurde im Rahmen der Nachrechnung der Bauteilversuche in Abschnitt 6.6.2 durch die normativen Modelle gemäß DIN EN 1992-1-

1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) abgebildet. Dieses Vorgehen wird ebenfalls bei der in Abschnitt 6.6.3 folgenden, weitergehenden Validierung des numerischen Modells mit Hilfe von Versuchen aus der Literatur gewählt.

#### 4.5.3 Auswertung des zeitabhängigen Verformungsverhaltens

Der Fokus der Versuche unter statischer Dauerbeanspruchung lag auf dem Verformungsverhalten der Bauteile unter Gebrauchslast über die Zeit. Dazu wurden die sechs in Abschnitt 4.5.2 vorgestellten Bauteile mit den in Tabelle 4-12 angegebenen Dauerlasten über einen Zeitraum von  $t = 1.000$  h belastet. Die experimentellen Verläufe der vertikalen Verformung über die Zeit ebenso wie eine Zusammenstellung der Werte der elastischen Ausgangsverformung  $w_{el}$ , der Verformung am Ende des Versuchszeitraumes  $w_{1.000h}$  und das Verhältnis der Verformungszunahme können Abbildung 4-16 entnommen werden.

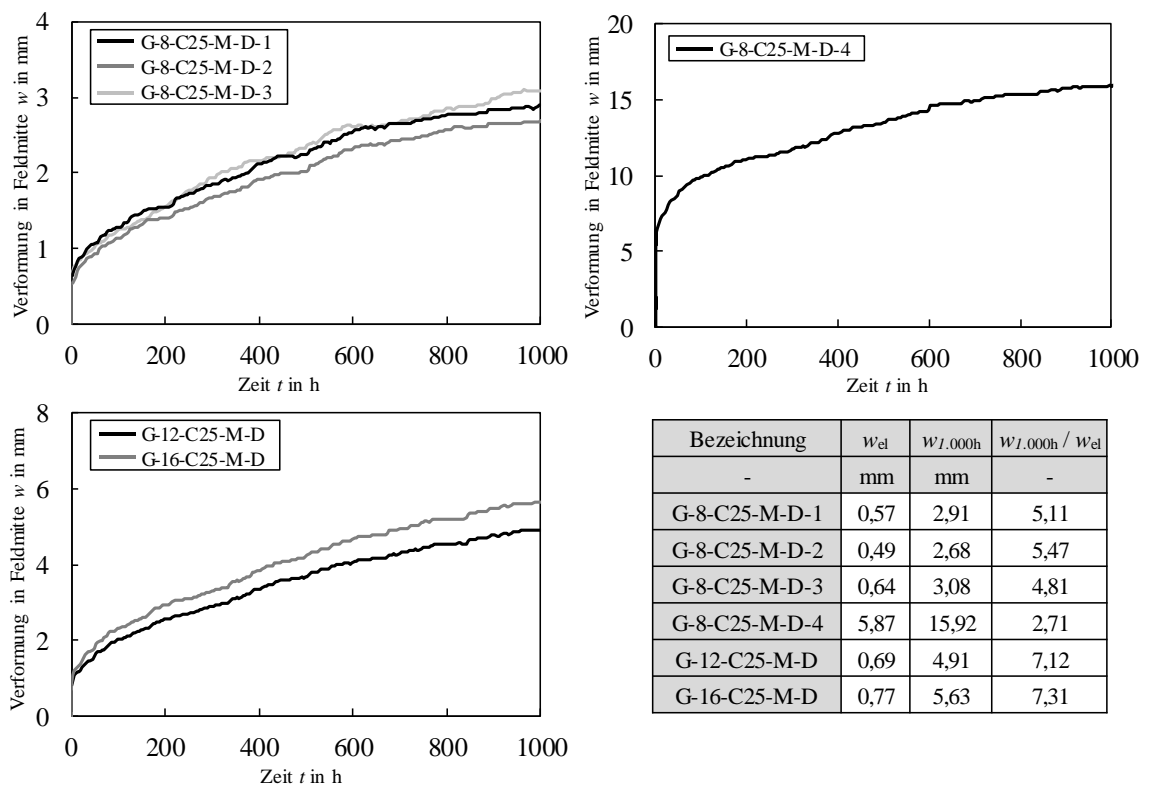


Abbildung 4-16 Experimentelle Verformungs-Zeit-Diagramme der Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung

Die Ergebnisse der Versuche G-8-C25-M-D-1, -2 und -3 (oben links in Abbildung 4-16) zeigen, dass die Skalierbarkeit der vorliegenden Bauteilkonzeption ohne weitere Probleme möglich ist. Die auftretenden Verformungen der drei Bauteile sind sowohl in ihrer Größe als auch in ihrer zeitlichen Entwicklung näherungsweise identisch. Während die Verwendung mehrerer Spannglieder und die daraus resultierende sequentielle Einleitung der Vorspannkraft grundsätzlich erhöhte Spannkraftverluste hervorrufen kann, zeigen die vorlie-

genden Ergebnisse jedoch, dass derartige, unplanmäßige Spannkraftverluste bei den vorliegenden Vorspanngraden von vernachlässigbarer Dimension sind. Dies ist eine entscheidende Feststellung, welche im Rahmen des Bemessungskonzeptes bei der Festlegung zulässiger Vorspanngrade, siehe Kapitel 7, zugrunde gelegt werden kann. Eine erweiterte Überprüfung der Skalierbarkeit erfolgt zudem im Anschluss bei der Auswertung der Resttragfähigkeitsversuche.

Weiterhin bestätigt der Versuch G-8-C25-M-D-4 die Erwartung des Verformungs- bzw. Kriechverhaltens im gerissenen Zustand II. Verglichen mit den Bauteilen im Zustand I war bei dem vor Beginn der Dauerbelastung in den Zustand II versetzten Bauteil G-8-C25-M-D-4 etwa die zehnfache elastische Verformung (5,87 mm gegenüber durchschnittlich 0,57 mm) zu beobachten. Dieser signifikante, auf dem Unterschied der Biegesteifigkeiten der Zustände I und II basierende Anstieg der Verformungen wird dabei insbesondere durch das verhältnismäßig geringe Elastizitätsmodul der GFVK-Bewehrung und die sehr geringen Bewehrungsgrade begünstigt. Darüber hinaus verdeutlichen die Ergebnisse jedoch auch die in Abschnitt 3.7.1.5 angesprochene Notwendigkeit einer Unterscheidung zwischen dem gerissenen und ungerissenen Zustand bei der Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhalten im Rahmen der numerischen Modellierung des Verformungsverhaltens. Die Betrachtung des Verhältnisses der Ausgangsverformung  $w_{el}$  zur Verformung am Ende des Versuchszeitraumes  $w_{1.000h}$  verdeutlicht, dass die Intensität des Betonkriechens im Zustand II deutlich geringer ist, als im ungerissenen Zustand I. Während die Verformungen der Bauteile G-8-C25-M-D-1, -2 und -3 im Mittel auf den 5,1-fachen Wert der Ausgangsverformung anstiegen, betrug die Endverformung bei Versuch G-8-C25-M-D-4 nur das 2,7-fache der Ausgangsverformung. Dies ist auf den geringeren Anteil des Querschnitts, der Kriechverformungen unterliegt, zurückzuführen. Zum einen entfällt bei gerissenen Querschnitten das Betonkriechen der Zugzone und zum anderen ist die Betondruckzone, welche die Kriechverformungen maßgeblich beeinflusst, bei gerissenen Bauteilen deutlich kleiner als bei ungerissenen Bauteilen. Somit stellen sich auch unter den im gerissenen Zustand erhöhten Spannungsniveaus in der Betondruckzone geringere Krümmungs- bzw. Verformungszunahmen ein.

Die Versuche G-12-C25-M-D und G-16-C25-M-D (unten links in Abbildung 4-16) zeigten ein Verhalten, welches den Versuchen G-8-C25-M-D-1, -2 und -3 ähnelt. Die Ausgangsverformungen und die Verformungszunahmen waren jedoch im Mittel etwas größer (0,73 mm gegenüber 0,57 mm und Faktor 7,2 gegenüber Faktor 5,1). Diese Sachverhalte sind insbesondere auf den geringeren Elastizitätsmodul des Betons dieser beiden Versuche zurückzuführen, vgl. Tabelle 4-14 (16.527 N/mm<sup>2</sup> gegenüber 23.348 N/mm<sup>2</sup>). Weitere Unterschiede infolge der erhöhten Bewehrungsgrade werden im Rahmen der Resttragfähigkeitsversuche beleuchtet.

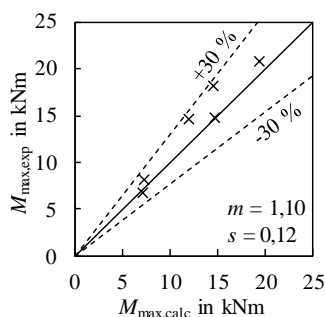


## 4.5.4 Resttragfähigkeitsuntersuchungen

### 4.5.4.1 Versagensmechanismus

Im Rahmen der Resttragfähigkeitsuntersuchungen konnte bei allen Bauteilen ein Biegever-sagen festgestellt werden. Dies war aufgrund der Querschnittskonzeption zu erwarten und ist im Einklang mit den Kurzzeitversuchen in Abschnitt 4.4.3.1. In Tabelle 4-15 sind die rechnerisch ermittelten, maximal aufnehmbaren Biegemomente  $M_{\max,calc}$  sowie die experi-mentell ermittelten, maximalen Biegemomente  $M_{\max,exp}$  zusammengestellt. Diese setzen sich, wie bei den Kurzzeitversuchen, aus den Anteilen des Bauteileigengewichtes  $M_{g,exp}$  und der Zusatzbeanspruchung  $M_{F,exp}$  zusammen.

Tabelle 4-15 Experimentell und rechnerisch ermittelte Biegemomente der Resttragfä-higkeitsversuche



Bezeichnung	$M_{g,exp}$	$M_{F,exp}$	$M_{\max,exp}$	$M_{\max,calc}$	$M_{\max,exp}/M_{\max,calc}$	Versagen
-	kNm	kNm	kNm	kNm	-	-
G-8-C25-M-D-1 (RT)	2,08	4,67	6,74	7,14	0,94	P
G-8-C25-M-D-2 (RT)	4,23	10,52	14,75	14,71	1,00	P
G-8-C25-M-D-3 (RT)	6,24	14,58	20,82	19,36	1,08	P
G-8-C25-M-D-4 (RT)	2,08	6,05	8,14	7,23	1,13	P
G-12-C25-M-D (RT)	2,07	12,57	14,63	11,95	1,22	C
G-16-C25-M-D (RT)	2,05	16,07	18,11	14,59	1,24	C

Das Verhältnis der experimentellen und rechnerischen Traglasten liegt bei den sechs vor-liegenden Resttragfähigkeitsversuchen im Mittel bei  $M_{\max,exp} / M_{\max,calc} = 1,10$ . Dies stimmt sehr gut mit dem Verhältnis der Kurzzeitversuche ( $M_{\max,exp} / M_{\max,calc} = 1,11$ ) überein. So-mit kann festgestellt werden, dass die Auswirkung der untersuchten Dauerbelastung auf die Biegetragfähigkeit vernachlässigbar gering ist. Dies gilt sowohl für die Versuche, welche im ungerissenen Zustand über 1.000 h belastet wurden, als auch für den Versuch G-8-C25-M-D-4 (RT), welcher im gerissenen Zustand dauerhaft belastet wurde.

### 4.5.4.2 Rissverhalten

Analog zu den Kurzzeitversuchen werden auch im Rahmen der Resttragfähigkeitsversuche die maximalen und mittleren, experimentell erfassten Rissabstände mit den zugehörigen, rechnerisch ermittelten Rissabständen nach DIN EN 1992-1-1 (2011) bzw. DIN EN 1992-1-1/NA (2013), vgl. Gl. 3-59 und Gl. 4-5, verglichen. Eine Zusammenstellung der Ergeb-nisse liefert Tabelle 4-16.

Tabelle 4-16 Experimentell und rechnerisch ermittelte Rissabstände der Resttragfähigkeitsversuche

Bezeichnung	Versuch 'exp'					Berechnung 'calc'		$s_{r,max,exp} / s_{r,max,calc}$	$s_{r,m,exp} / s_{r,m,calc}$
	$n_{cr}$	$s_{r,min}$	$s_{r,max}$	$s_{r,m}$	$s_{r,m} / s_{r,max}$	$s_{r,max}$	$s_{r,m}$		
-	-	mm	mm	mm	-	mm	mm	-	-
G-8-C25-M-D-1 (RT)	8	72	273	152	0,56	360	260	0,76	0,59
G-8-C25-M-D-2 (RT)	9	116	312	184	0,59	379	273	0,82	0,67
G-8-C25-M-D-3 (RT)	5	124	400	251	0,63	348	250	1,15	1,00
G-8-C25-M-D-4 (RT)	11	75	296	171	0,58	336	242	0,88	0,71
G-12-C25-M-D (RT)	18	67	223	131	0,59	245	176	0,91	0,74
G-16-C25-M-D (RT)	15	86	225	164	0,73	190	136	1,19	1,20

Der Vergleich der maximalen Rissabstände liefert ein Verhältnis von  $s_{r,max,exp} / s_{r,max,calc} = 0,95$  mit einer Standardabweichung von  $s_{s_{r,max}(exp/calc)} = 0,18$ . Die experimentellen Rissabstände ebenso wie die zugehörige Standardabweichung waren dabei etwas geringer als bei den Kurzzeitversuchen ( $s_{r,max,exp} / s_{r,max,calc} = 1,06$  und  $s_{s_{r,max}(exp/calc)} = 0,24$ ). Basierend auf diesen geringfügigen Unterschieden kann auch in Bezug auf die Rissabstände keine signifikante Auswirkung der Dauerbeanspruchung festgestellt werden. Sofern die Dauerbeanspruchung jedoch systematisch geringere Rissabstände hervorruft, wirkt sich dies positiv auf die betrachteten Bauteilverformungen aus. Geringere Rissabstände gehen im Allgemeinen mit einer größeren Rissanzahl und einem insgesamt größeren gerissenen Bereich einher, vgl. Abschnitt 4.4.3.4. Dies vergrößert die auftretenden Bauteilverformungen und wirkt sich somit günstig auf den Nachweis der ausreichenden Versagensvorankündigung unter der Beanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit aus. Die Verformungsbegrenzung im Rahmen des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit wird hingegen nicht signifikant negativ beeinflusst, da der Querschnitt hierbei entweder noch im ungerissenen Zustand I verbleibt (beschränkte Vorspannung) oder er sich noch im Anfangsstadium der Rissbildung befindet (teilweise Vorspannung).

#### 4.5.4.3 Momenten-Krümmungs-Beziehung und Last-Verformungs-Beziehung

Der Zusammenhang zwischen der Momenten-Krümmungs-Beziehung des Querschnitts und der Last-Verformungs-Beziehung des Gesamtsystems wurde im Rahmen der Kurzzeitversuche erläutert. Daher erfolgt in diesem Kapitel die gemeinsame Auswertung beider Beziehungen, da die Schlussfolgerungen übereinstimmen. In Abbildung 4-17 sind die Momenten-Krümmungs-Beziehungen und die Last-Verformungs-Beziehungen der Versuche G-8-C25-M-D-1 (RT), -2 (RT) und -3 (RT) in absoluter und in dimensionsloser, bezogener Weise dargestellt. Die einwirkende Kraft  $F$  bzw. das einwirkende Moment  $M_E$  werden dabei auf die Querschnittsbreite  $b$ , die statische Nutzhöhe  $d_p$  (bzw.  $d_p^2$ ) und die mittlere Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  bezogen. Bei dem Versuch G-8-C25-M-D-2 (RT) konnte die lastab-

hängige Krümmung aufgrund einer Beschädigung der Dehnungsmessstreifen nicht ermittelt werden. Für dieses Bauteil sind daher nur die Last-Verformungs-Beziehungen angegeben.

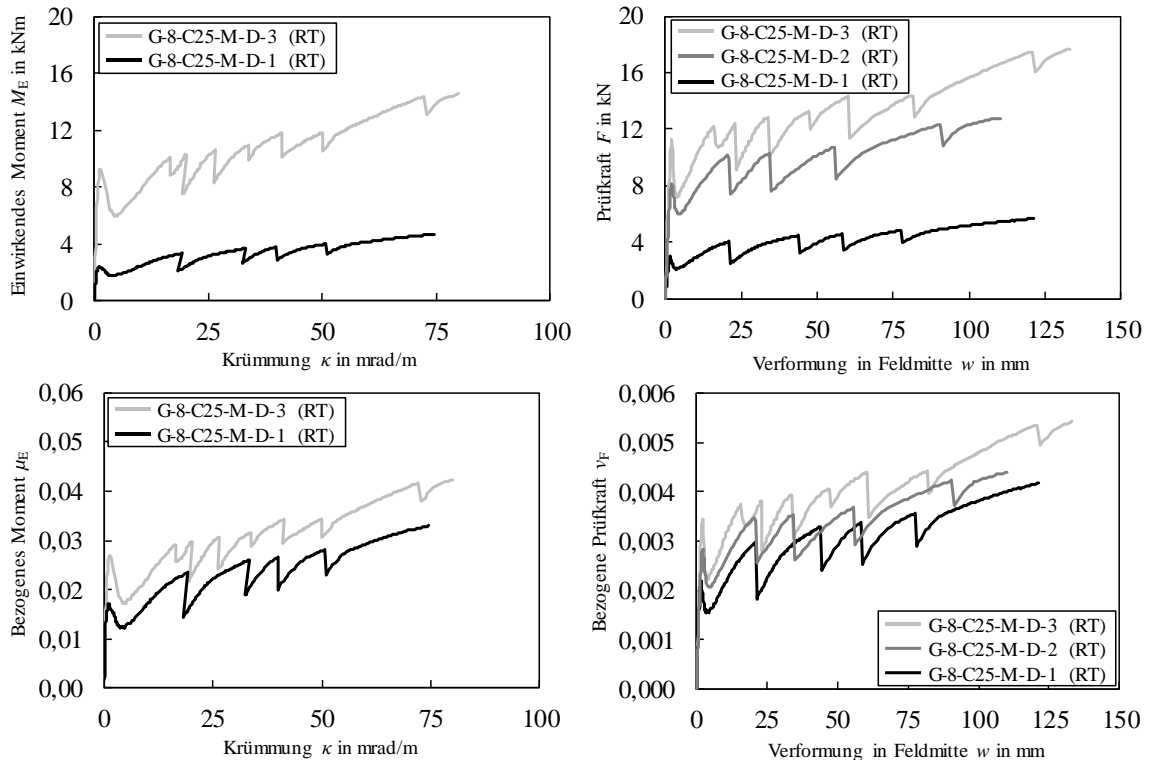


Abbildung 4-17 Absolute und bezogene, experimentelle Momenten-Krümmungs- und Last-Verformungs-Beziehungen der Resttragfähigkeitsversuche Teil 1

Die Ergebnisse zeigen, dass die Skalierung des Bauteils erwartungsgemäß zu höheren absoluten Riss- und Bruchmomenten bzw. Riss- und Bruchlasten geführt hat. Da die Betone aus verschiedenen Chargen stammten, liegt keine vollständig äquidistante Staffelung der Kurven vor (vgl. oben rechts in Abbildung 4-17). Diese Unterschiede im Bereich des Rissmomentes können auf die Streuung der Betoneigenschaften, insbesondere der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  und geringfügige Unterschiede der wirksamen Vorspannkraft  $P_{m0}$  zurückgeführt werden. Das allgemeine Verhalten der Bauteile unter Belastung, insbesondere auch im Zustand II, ist jedoch näherungsweise identisch, wie die Kurven der Diagramme mit dimensionslosen Bezugsgrößen verdeutlichen. Die geringfügigen Unterschiede der Kurven im Hinblick auf die Steigung im Zustand II und damit die Steifigkeit im gerissenen Zustand können dabei ebenfalls anhand der Streuungen des verwendeten Betons begründet werden. Je nach genauer Zusammensetzung und Hydratationsgrad ergeben sich geringfügig verschiedene Betondruckzonenhöhen, Steifigkeiten und Grade der Zugversteifung. Da dies jedoch bauartbedingte Streuungen sind und darüber hinaus keine signifikanten Unterschiede zwischen den skalierten Bauteilen festgestellt wurden, kann davon ausgegangen werden,

dass keine signifikante gegenseitige Beeinflussung der Spannglieder bzw. der Vorspannwirkung vorliegt. Aus diesem Grund wurde im Rahmen der zuvor in Abschnitt 4.4 dargestellten Kurzzeitversuche auf eine Überprüfung dieses Sachverhaltes verzichtet.

Basierend auf dieser Erkenntnis ergeben sich somit für die vorliegende Bauteilkonzeption und das darauf aufbauende Bemessungskonzept keine Anwendungsbegrenzungen hinsichtlich der Bauteilbreite und der Anzahl der eingesetzten Spannglieder, sofern ein geeigneter Einbau unter Sicherstellung des Verbundes zwischen Beton und Spannglied gewährleistet ist. Bei sehr dicht gestaffelt angeordneten Spanngliedern wird Längsrissbildung respektive Betonspalten begünstigt, was konstruktiv auszuschließen ist. Hierzu ist eine weitergehende experimentelle Untersuchung zu empfehlen, um den unteren Grenzwert zulässiger Spanngliedabstände experimentell abzusichern.

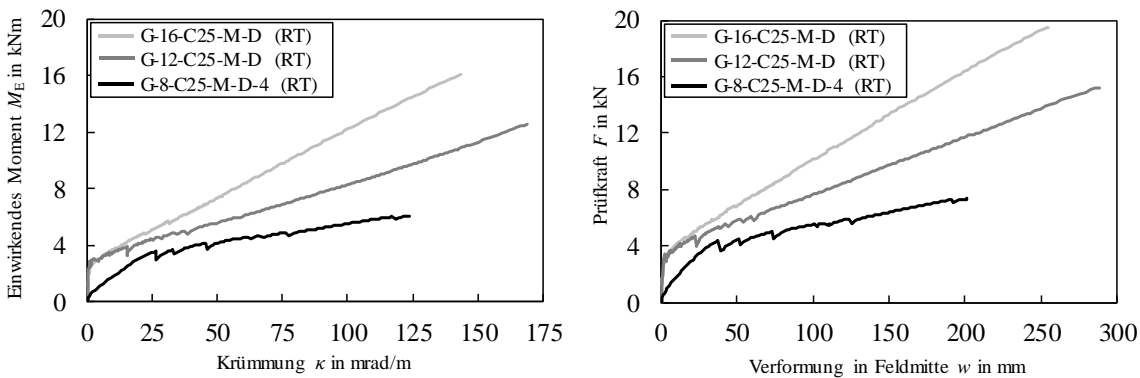


Abbildung 4-18 Experimentelle Momenten-Krümmungs- und Last-Verformungs-Beziehungen der Resttragfähigkeitsversuche Teil 2

Der Vergleich der Momenten-Krümmungs-Beziehungen und der Last-Verformungs-Beziehungen der Versuche G-8-C25-M-D-4 (RT), G-12-C25-M-D (RT) und G-16-C25-M-D (RT) in Abbildung 4-18 verdeutlicht analog zu den Kurzzeitversuchen die Auswirkung des zunehmenden Bewehrungsgrades  $\rho_p$ . Es ist zu beachten, dass der Versuch G-8-C25-M-D-4 (RT) vor Beginn des Dauerversuches bereits in den gerissenen Zustand versetzt wurde. Die in Abbildung 4-18 dargestellten  $M-\kappa$ - und  $F-w$ -Beziehungen weisen im vorderen Bereich eine vergleichsweise geringe Steigung auf, da sich der Träger bereits im Zustand II befand. Es ist jedoch auch erkennbar, dass die Vorbelastung noch nicht zum Abschluss der Rissbildung geführt hat, da im Verlauf des Resttragfähigkeitsversuches weitere Risse auftraten.

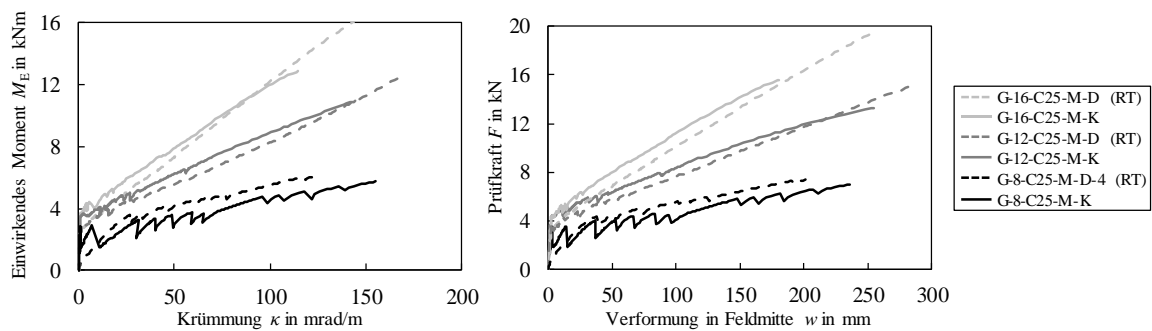


Abbildung 4-19 Vergleich der experimentellen Momenten-Krümmungs- und Last-Verformungsbeziehungen der Kurzzeitversuche und der Resttragfähigkeitsversuche

Abbildung 4-19 zeigt darüber hinaus einen Vergleich der Kurzzeitversuche G-8-C25-M-K, G-12-C25-M-K und G-16-C25-M-K mit den vergleichbaren Resttragfähigkeitsversuchen G-8-C25-M-D-4 (RT), G-12-C25-M-D (RT) und G-16-C25-M-D (RT). Dies verdeutlicht, dass die aufgebrachte Dauerbelastung über 1.000 h nur eine geringe Auswirkung auf das Last-Verformungs-Verhalten der untersuchten Bauteile hat. Dies gilt sowohl bei Dauerbelastung im Zustand I als auch im Zustand II. Die Resttragfähigkeitsversuche (gestrichelte Linien in Abbildung 4-19) weisen rund 20 % größere Betondruckfestigkeiten auf. Bei den Versuchen mit einem Spannglieddurchmesser von  $\varnothing_p = 12$  mm und  $\varnothing_p = 16$  mm, deren maximale Traglasten durch das Versagen der Betondruckzone bestimmt werden, konnten dadurch größere Maximallasten beobachtet werden. Zudem weisen die Last-Verformungs-Beziehungen eine weniger stark ausgeprägte Steifigkeitsabminderung infolge von der Nichtlinearität der Betonarbeitslinie kurz vor dem Eintritt des Versagens auf. Bei den Versuchen mit einem Spannglieddurchmesser von  $\varnothing_p = 8$  mm liegen die erreichten Traglasten sehr nah beieinander, was auf das Bauteilversagen infolge des Spanngliedbruchs zurückzuführen ist. Der Unterschied der auftretenden Verformung unter Maximallast ist mit dem leicht unterschiedlichen Rissbildungsverhalten, welches deutlicher Streuung unterliegt, zu begründen. Insgesamt lässt sich schlussfolgern, dass die Unterschiede zwischen den Kurzzeitversuchen und den Resttragfähigkeitsversuchen nach einer Dauerbelastung über 1.000 h in erster Linie auf die Streuungen der Materialeigenschaften und des Rissbildungsverhaltens zurückzuführen sind. Eine negative Auswirkung der Dauerbeanspruchung auf das Last-Verformungs-Verhalten kann im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen nicht festgestellt werden.

### 4.5.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

In Abschnitt 4.5 wurden die durchgeführten Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung und die daran anschließenden Resttragfähigkeitsuntersuchungen vorgestellt und ausgewertet. Zu Beginn wurden das Versuchsprogramm mit den zugehörigen Untersuchungszielen und die eingesetzte Messtechnik erläutert, ebenso wie die wirksamen Vorspannkkräfte und die Materialeigenschaften. Im Anschluss wurde das zeitabhängige Verformungsverhalten der Bauteilversuche dargestellt und ausgewertet. Die Ergebnisse haben gezeigt, dass die gewählte Versuchskonzeption grundsätzlich skalierbar ist und die Verwendung mehrerer Spannglieder bzw. die daraus resultierende sukzessive Einleitung der Vorspannkkräfte keine negativen Auswirkungen auf das zeitabhängige Verformungsverhalten hat. Weiterhin wurde gezeigt, dass die relativen Verformungszunahmen jener Bauteile, die während der Dauerbelastung im Zustand I verblieben, deutlich größer waren als bei einem im Dauerversuch bereits gerissenen Bauteil.

Im Rahmen der Resttragfähigkeitsversuche konnte schließlich gezeigt werden, dass die Dauerbeanspruchung über den untersuchten Zeitraum von 1.000 h keine negativen Auswirkungen auf das Trag- und Verformungsverhalten der Bauteile hat. Die aufgetretenen, geringfügigen Unterschiede im Rissverhalten sowie den Momenten-Krümmungs- bzw. Last-Verformungs-Beziehungen lagen dabei im Streubereich der Ergebnisse der Kurzzeitversuche.

Die numerische Modellierung zur Prognose des zeitabhängigen Verformungsverhaltens folgt in Abschnitt 6.5, wobei die Eignung der Modellierung durch die Nachrechnung der Verformungs-Zeit-Beziehungen der vorliegenden Versuche sowie zahlreicher weiterer Versuche aus der Literatur überprüft wird. Die vollständige Übersicht aller durchgeführten Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung inklusive der Darstellung aller erfassten Messwerte kann Anhang C-5 entnommen werden.

## **5 MATERIAL- UND TRAGVERHALTEN VON BETONBAUTEILEN MIT VORGESPANNTER FVK-BEWEHRUNG**

### **5.1 Allgemeines**

In diesem Kapitel werden Modelle zum Materialverhalten der vorgespannten FVK-Bewehrung sowie zum Tragverhalten von Betonbauteilen mit derartiger Bewehrung vorgestellt. Dabei werden zunächst Ansätze zur Ermittlung der zeitabhängigen Relaxationsverluste der vorgespannten FVK-Bewehrung und zur Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste unter Betrachtung der Sonderfälle der beschränkten und teilweisen Vorspannung hergeleitet. Anschließend wird auf dieser Grundlage ein geeigneter Teilsicherheitsbeiwert der FVK-Bewehrung unter Verwendung einer Monte-Carlo-Simulation ermittelt. Darauf aufbauend wird ein Modell zur Ermittlung der Tragfähigkeit infolge von Biegung und Längskraft vorgestellt, welches die Bemessung mit Hilfe eines allgemeingültigen Bemessungsdiagramms ermöglicht. Abschließend folgen die Analyse und Bewertung des in Abschnitt 3.6.2 vorgestellten Modells zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit unter Berücksichtigung der geringeren Elastizitätsmoduln der FVK-Bewehrung und der Vorspannwirkung.

### **5.2 Ermittlung der Relaxationsverluste der vorgespannten FVK-Bewehrung**

#### **5.2.1 Allgemeines**

In Abschnitt 4.2.2.1 wurde im Rahmen der Ermittlung der Materialparameter der FVK-Bewehrung unter Dauerbeanspruchung der grundlegende Zusammenhang zwischen Kriechen und Relaxation dargestellt. Die Umrechnung zwischen der Kriechzahl und der Relaxationsrate kann dabei nach Gl. 4-4 gemäß Trost (1987) unter Annahme eines konstanten Alterungsbeiwertes von  $\rho = 0,8$  erfolgen. Mithilfe dieses Wertes, welcher auf einer umfangreichen empirischen Studie von Trost (1967) an druckbeanspruchten Betonproben unter verschiedenen Randbedingungen basiert und die Abnahme der Relaxationsintensität über die Zeit berücksichtigt, kann das Relaxationsverhalten von Beton hinreichend genau beschrieben werden. In einem ersten Ansatz wurde dieser konstante Wert von  $\rho = 0,8$  bei der Auswertung der Versuche in Abschnitt 4.2.2 auch für die untersuchte FVK-Bewehrung angenommen, da die Tendenz der abnehmenden Relaxationsintensität mit fortschreitender Zeit auch von Faserverbundkunststoffen erwartet wird. Nachfolgend wird diese Annahme mithilfe eines weiteren Berechnungsansatzes nach Shi et al. (2017) und anhand einer umfangreichen Versuchsdatenbank überprüft. Einige der vorliegenden Ergebnisse wurden bereits teilweise vorveröffentlicht, vgl. Hiesch et al. (2023).

### 5.2.2 Berechnungsansatz nach Shi et al. (2017)

Der Berechnungsansatz nach Shi et al. (2017) basiert ebenfalls darauf anhand von Kriechversuchen experimentell ermittelte, zeitabhängige Verformungszuwächse in korrespondierende zeitabhängige Spannungsverluste umzurechnen. Im Rahmen der Herleitung dieses Berechnungsansatzes wurden von Wang et al. (2014) umfangreiche Kriechversuche an FVK-Bewehrungsstäben durchgeführt, aus denen unter Verwendung des genannten Berechnungsmodells die Relaxationsraten abgeleitet wurden. Ergänzend wurden von Shi et al. (2017) unter näherungsweise identischen Umgebungsbedingungen zahlreiche Relaxationsversuche an der gleichen FVK-Bewehrung durchgeführt, welche als Datengrundlage zur Validierung des Modells bzw. der Umrechnung dienen.

Die durchgeführten Untersuchungen basieren auf der Annahme eines quadratischen Zusammenhangs zwischen der viskoelastischen Dehnung  $\varepsilon_v$  und dem Beanspruchungsniveau. Dies lässt sich mit dem proportionalen Zusammenhang von Spannung und Dehnung (linear-elastisches Materialverhalten der FVK-Bewehrung) und einem von Shi et al. (2017) beobachteten proportionalen Zusammenhang des Spannungsniveaus und der Relaxationsrate  $\psi$  begründen. Basierend auf dieser Beobachtung leiten Shi et al. (2017) Gl. 5-1 her, um die verbleibende zeitabhängige Spannung in der FVK-Bewehrung auf der Grundlage von Kriechversuchen iterativ zu bestimmen. Zur Berücksichtigung der beschriebenen Proportionalität wird das im Kriechversuch erfasste Dehnungsinkrement  $\Delta\varepsilon_{v,exp}$  dabei unter Verwendung des Quadrates des Beanspruchungsniveaus modifiziert. Wie auch im Berechnungsansatz nach Trost (1987) wird der Berechnung ein zeitinvarianter Elastizitätsmodul  $E_p(t) = E_p$  zugrunde gelegt. Die Gültigkeit dieser Annahme konnte anhand der Resttragfähigkeitsversuche in Abschnitt 4.2.2.3 für die im Rahmen dieser Arbeit verwendete FVK-Bewehrung bestätigt werden.

$$\sigma_n = \sigma_{n-1} - E_p \cdot \Delta\varepsilon_{v,exp} \cdot \left( \frac{\sigma_{n-1}}{\sigma_0} \right)^2 \quad \text{Gl. 5-1}$$

Dabei ist:

$\sigma_n$	Spannung im Iterationsschritt $n$
$\sigma_{n-1}$	Spannung im Iterationsschritt $n-1$
$\sigma_0$	Ausgangsspannung zum Zeitpunkt $t_0$
$\Delta\varepsilon_{v,exp}$	gemessene Dehnungsänderung im Zeitraum von $t_{n-1}$ bis $t_n$

Die Relaxationsrate  $\psi(t, t_0)$  wird schließlich unter Verwendung von Gl. 4-2 ermittelt, wobei die Spannung  $\sigma(t)$  zum Zeitpunkt  $t$  der berechneten verbleibenden Spannung  $\sigma_n$  nach dem letzten Iterationsschritt gemäß Gl. 5-1 entspricht. Der von Shi et al. (2017) durchgeführte Vergleich der auf diese Weise aus den Kriechversuchen abgeleiteten Relaxationsraten und den experimentell an der gleichen Bewehrung ermittelten Relaxationsraten zeigt eine gute



Übereinstimmung mit geringen Abweichungen von nur rund 6 %. Demzufolge stellt der Berechnungsansatz von Shi et al. (2017) eine valide Berechnungsmethodik dar, mithilfe derer der Ansatz des konstanten Alterungsbeiwertes  $\rho$  im Rahmen des Berechnungsansatzes nach Trost (1987) überprüft werden kann.

### 5.2.3 Validierung des Ansatzes nach Trost (1987) für FVK-Bewehrung

Während die beiden Ansätze nach Trost (1987) und Shi et al. (2017) auf den gleichen mechanischen Grundprinzipien beruhen, vgl. Gl. 4-2, ist ersterer aufgrund des empirisch ermittelten Alterungsbeiwertes  $\rho = 0,8$  deutlich einfacher in der Anwendung. Im Gegensatz dazu ist für die Nutzung des Modells nach Shi et al. (2017) eine umfangreiche iterative Berechnung durchzuführen. Daher liegt der Fokus in der numerischen Modellierung dieser Arbeit auf der Verwendung des Ansatzes nach Trost (1987).

Um die Anwendbarkeit dieses Berechnungsansatzes zu überprüfen, wurde eine Datenbank mit insgesamt 81 Kriechversuchen an FVK-Bewehrungsstäben unterschiedlichster Materialkombinationen zusammengestellt. Tabelle 5-1 gibt einen Überblick über alle untersuchten Versuchsreihen. Für alle Versuche wurden die Relaxationsraten mit den Ansätzen nach Trost (1987) unter Ansatz eines konstanten Alterungsbeiwerts von  $\rho = 0,8$  und nach Shi et al. (2017) rechnerisch ermittelt und miteinander verglichen. Dieser Vergleich ist in Abbildung 5-1 anhand eines absoluten Wertevergleichs und anhand des Verhältnisses in Abhängigkeit der Versuchsreihen zusammengestellt. Die Details zu jedem einzelnen untersuchten Versuch können darüber hinaus Anhang B-1 entnommen werden.

Tabelle 5-1 *Überblick der untersuchten Versuchsreihen mit Kriechversuchen an FVK-Bewehrungsstäben*

Literatur	n	Material	$V_f$	$\phi_p$	$\sigma/f_{p,m}$	$t_{exp}$	$\varphi_{exp}$	$\psi_{Trost}$	$\psi_{Shi}$	$\psi_{Trost}/\psi_{Shi}$
-	-	-	%	mm	%	h	-	-	-	-
Youssef und Benmokrane (2011)	41	Glas, Vinylester	57 – 75	9,5 – 15,9	10 – 49	i.A. 10.000	0,0121 – 0,1568	0,0120 – 0,1393	0,0121 – 0,1477	0,940 – 1,000
Sayed-Ahmed et al. (2017)	6	Glas, Vinylester	-	10	20 – 41	1.670	0,0390 – 0,1117	0,0378 – 0,1025	0,0378 – 0,1023	0,995 – 1,002
Shi et al. (2017) & Wang et al. (2014)	6	Basalt, Vinylester	60	6	50 – 60	1.000	0,0204 – 0,0515	0,0201 – 0,0495	0,0202 – 0,0506	0,978 – 0,995
Yang et al. (2018)	9	Carbon, Epoxid	65	8	69 – 85		0,0103 – 0,0119	0,0102 – 0,0118	0,0102 – 0,0118	1,000
Versuche der vorliegenden Arbeit	11	Glas, Vinylester	75	8 – 12	20 – 45		0,0157 – 0,0410	0,0155 – 0,0397	0,0155 – 0,0397	1,000 – 1,005
	8	Basalt, Epoxid	77	8 – 10	40 – 70		0,0270 – 0,0610	0,0264 – 0,0582	0,0264 – 0,0580	1,000 – 1,010
Mittelwert (n = 81)									0,99	
Standardabweichung (n = 81)									0,015	

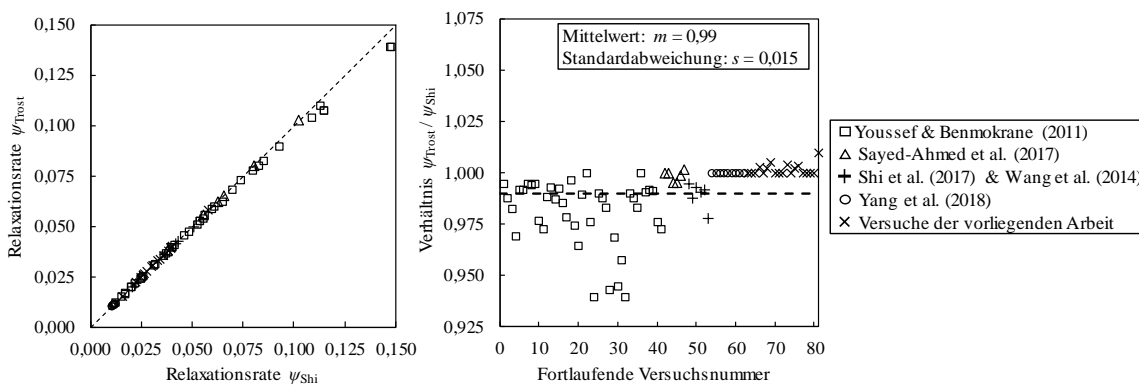


Abbildung 5-1 Vergleich der Berechnungsmodelle nach Trost (1987) und nach Shi et al. (2017)

Der Vergleich der beiden Berechnungsmodelle liefert ein mittleres Verhältnis der Relaxationsraten von  $\psi_{Trost} / \psi_{Shi} \approx 0,99$ , was eine sehr gute Eignung des konstanten Alterungsbeiwertes  $\rho = 0,8$  bestätigt. Die Aufschlüsselung der Versuche nach Versuchsreihen in Abbildung 5-1 (rechts) zeigt jedoch, dass die Übereinstimmung der Modelle und damit die Eignung der Berechnung nach Trost (1987) auch von der Datengrundlage abhängt. Die Abweichungen sind im Allgemeinen sehr klein ( $< 2\%$ ), wobei im Rahmen der Versuchsreihe von Youssef und Benmokrane (2011) größere Abweichungen von bis zu  $6\%$  auftreten. Durch den Vergleich dieser Versuchsreihe mit den übrigen Serien kann kein Zusammenhang zwischen der Güte des Berechnungsansatzes und der Materialkombination, dem Stabdurchmesser oder dem Belastungsniveau festgestellt werden. Allerdings fällt auf, dass sich die messtechnische Auflösung der zugrundeliegenden Kriechversuche bei den untersuchten Versuchsreihen stark unterscheidet. Das iterative Berechnungsmodell nach Shi et al. (2017) hängt von der gemessenen Dehnungsänderung über die Zeit  $\Delta\varepsilon_{v,exp}$  ab, sodass die Modellgüte durch die zeitliche Auflösung der Messdaten aus den Kriechversuchen beeinflusst wird. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen, oder den Versuchen von Shi et al. (2017) bzw. Wang et al. (2014) und Yang et al. (2018), liegen genaue und zeitlich fein aufgelöste Messdaten der Kriechdehnungen vor, sodass von einer geeigneten Datengrundlage der iterativen Berechnung ausgegangen werden kann. Demgegenüber liegen von den Versuchen von Youssef und Benmokrane (2011) lediglich drei Messwerte vor (nach 1.000 h, nach 3.000 h und nach 10.000 h). Dabei fehlt die für die Beschreibung des Kriechverlaufs entscheidende Phase des anfänglichen Kriechens innerhalb der ersten 1.000 h vollständig. Demnach sinkt die Genauigkeit der iterativen Berechnung und es resultieren die beobachteten Abweichungen zwischen dem iterativen Ansatz nach Shi et al. (2017) und dem vereinfachten Ansatz nach Trost (1987). Aufgrund der grundsätzlich geringen Abweichungen zwischen beiden Ansätzen erscheint es jedoch angemessen, den vereinfachten Ansatz nach Trost (1987) mit einem konstanten Alterungsbeiwert  $\rho$  zu verwenden.

Abschließend wurde überprüft, welcher Wert des Alterungsbeiwertes  $\rho$  zu einer genauen Übereinstimmung beider Berechnungsmodelle führt. Die Variation des Alterungsbeiwertes  $\rho$  bis zum Erreichen eines Verhältnisses von  $\psi_{\text{Trost}} / \psi_{\text{Shi}} = 1,00$  liefert einen optimierten Alterungsbeiwert von  $\rho_{\text{opt}} = 0,777$ . Dieser optimierte Wert weicht nur um rund 3 % vom empirisch kalibrierten Wert  $\rho = 0,8$  ab, den Trost (1967) für Beton ermittelt hat. Aufgrund möglicher Unsicherheiten im Rahmen der iterativen Spannungsermittlung nach Shi et al. (2017), welche zur Bewertung herangezogen wurde, kann diese Abweichung zwischen  $\rho$  und  $\rho_{\text{opt}}$  vernachlässigt werden. Somit können die Relaxationsraten  $\psi(t, t_0)$  von FVK-Bewehrung mit Hilfe von Gl. 4-4 auf Basis von Kriechversuchen und unter Ansatz des von Beton bekannten, konstanten Alterungsbeiwertes  $\rho = 0,8$  zutreffend ermittelt werden.

### 5.2.4 Vorhersage der Endrelaxationsrate $\psi(t_\infty)$

Nachdem in den vorigen Abschnitten die Anwendbarkeit des Berechnungsmodells nach Trost (1987) bestätigt wurde, wird nun die Berechnung der Relaxationsrate am Ende der angenommenen Nutzungsdauer  $\psi(t_\infty)$ , im Folgenden Endrelaxationsrate genannt, thematisiert. Nach der gültigen Normengrundlage, vgl. DIN EN 1990 (2010), wird für Gebäude eine Nutzungsdauer von  $t_{\text{max}} = 50$  Jahren und für Brücken sowie Ingenieurbauwerke eine Nutzungsdauer von  $t_{\text{max}} = 100$  Jahren vorgesehen. Da Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung grundsätzlich in beiden Bereichen eingesetzt werden können, ist es sinnvoll, die Vorhersage der Relaxationsraten auf einen Zeitraum von 100 Jahren auszulegen. Die experimentellen Untersuchungen, welche der Vorhersage zugrunde liegen, werden üblicherweise in der Größenordnung von Stunden dokumentiert, vgl. Abschnitt 4.2.2.2. Der Zeitraum von 100 Jahren entspricht dabei 876.600 h. Aus Gründen der einfacheren Handhabung, wird für diesen Endzeitpunkt der Wert von  $t_{\text{max}} = 1.000.000$  h ( $= 10^6$  h  $\approx 114$  Jahre) festgelegt. Damit liegt die Vorhersage der Endrelaxationsraten und damit die darauf aufbauende Ermittlung der Spannkraftverluste infolge von Spanngliedrelaxation geringfügig auf der sicheren Seite.

Wie bereits in den Kapiteln 2.4.4.2 und 4.2.2.2 beschrieben, tritt der größte Anteil der zu beobachtenden Relaxation von FVK-Spanngliedern zu Beginn der Lebensdauer auf, da der maßgebende Anteil der Relaxation auf die Spannungsumlagerung von der Kunststoffmatrix auf die Fasern zurückzuführen ist. Daraus folgt unmittelbar, dass die Relaxationsintensität im Verlauf der Zeit abnimmt. Dieser Grundsatz wird bei der Vorhersage der Relaxationsraten durch die Verwendung einer logarithmischen Funktion gemäß Gl. 5-2 berücksichtigt. Dieses Vorgehen stimmt grundsätzlich mit verschiedenen Untersuchungen in der Literatur überein, vgl. bspw. Shi et al. (2017) und Yang et al. (2018).

$$\psi(t) = a_{\log} + b_{\log} \cdot \log(t) \quad \text{Gl. 5-2}$$

Dabei ist:

- $\psi(t)$  Relaxationsrate zum Zeitpunkt  $t$
- $a_{\log}, b_{\log}$  Regressionsparameter

Basierend auf den Versuchsergebnissen in Abbildung 4-4 werden die empirischen Regressionsparameter  $a_{\log}$  und  $b_{\log}$  für jeden einzelnen Versuch, unter Minimierung der Fehlerquadrate, bestimmt. Die Nachrechnung der Versuche und das Vorgehen der Extrapolation sind in Abbildung 5-2 exemplarisch für Versuch V1 dargestellt und die Ergebnisse aller Regressionsanalysen sind in Tabelle 5-2 zusammengestellt. Die Berechnungsergebnisse sowie die zugehörigen Diagramme aller Versuche können Anhang C-2 entnommen werden.

Tabelle 5-2 Rechnerische Endrelaxationsraten der Dauerzugversuche aus Abschnitt 4.2.2

Kennwert	Probekörper	$\varnothing_p$	$\sigma_0 / f_p$	$t$	$\psi_{1.000h,calc}$	Regressionsparameter			$\psi_{\infty,calc}$ nach Gl. 5-2	$\psi_{\infty,calc} / \psi_{1.000h,calc}$
						$a_{\log}$	$b_{\log}$	$R^2$		
Einheit	-	mm	%	h	-	-	-	-	-	-
GFVK-Stab	V1	8	25	1.000	0,0246	$9,545 \cdot 10^{-3}$	$5,005 \cdot 10^{-3}$	0,982	0,0396	1,61
	V2				0,0271	$1,154 \cdot 10^{-2}$	$5,180 \cdot 10^{-3}$	0,988	0,0426	1,57
	V3				0,0279	$2,744 \cdot 10^{-3}$	$8,397 \cdot 10^{-3}$	0,951	0,0531	1,90
	V4				0,0307	$3,045 \cdot 10^{-3}$	$9,225 \cdot 10^{-3}$	0,972	0,0584	1,90
	V5				0,0144	$1,644 \cdot 10^{-3}$	$4,239 \cdot 10^{-3}$	0,978	0,0271	1,89
	V6	45	0,0384		$7,689 \cdot 10^{-3}$	$1,024 \cdot 10^{-2}$	0,990	0,0691	1,80	
	V7		0,0387		$1,332 \cdot 10^{-3}$	$1,246 \cdot 10^{-2}$	0,991	0,0761	1,97	
	V8		0,0211		$3,265 \cdot 10^{-3}$	$5,943 \cdot 10^{-3}$	0,974	0,0389	1,85	
	V9		0,0238		$6,548 \cdot 10^{-3}$	$5,755 \cdot 10^{-3}$	0,940	0,0411	1,73	
	V10		0,0335		$1,387 \cdot 10^{-2}$	$6,555 \cdot 10^{-3}$	0,967	0,0532	1,59	
	V11		0,0227		$2,881 \cdot 10^{-3}$	$6,615 \cdot 10^{-3}$	0,947	0,0426	1,87	
Mittelwert					0,0275	$5,828 \cdot 10^{-3}$	$7,238 \cdot 10^{-3}$	0,971	0,0493	1,79

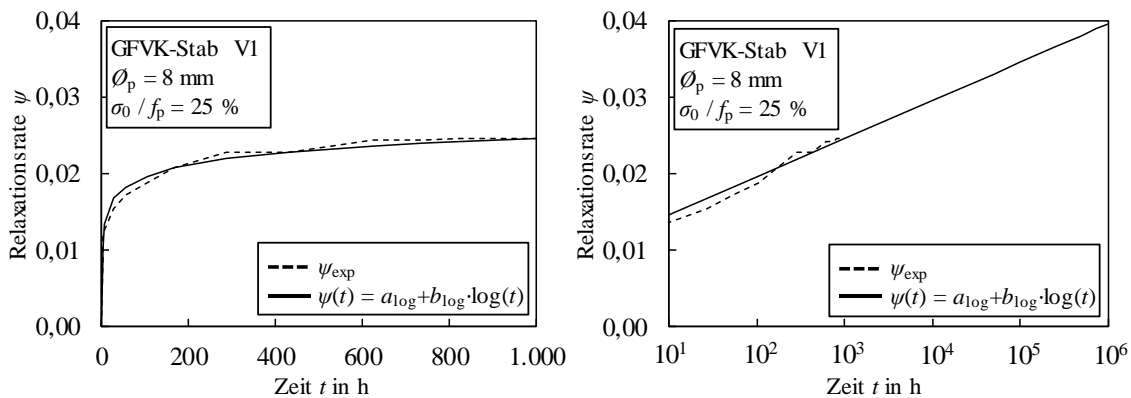


Abbildung 5-2 Vergleich der experimentellen und rechnerischen Entwicklung der Relaxationsrate über die Zeit am Beispiel von GFVK-Stab V1. Links: Versuchszeitraum. Rechts: Extrapolation auf die gesamte Lebensdauer (logarithmische Zeitachse)

Die rechnerischen Näherungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen, was durch die resultierenden Bestimmtheitsmaße  $R^2$  bestätigt wird. Die Bestimmtheitsmaße liegen mehrheitlich im Bereich von  $R^2 \geq 0,95$  und weisen einen Mittelwert von  $R^2 = 0,97$  auf. Ein Wert von  $R^2 = 1$  entspricht hierbei einer perfekten Übereinstimmung zwischen experimentellen und rechnerischen Werten.

Der Vergleich der rechnerischen Endrelaxationsraten  $\psi(t_\infty)_{\text{calc}}$  mit dem Referenzwert  $\psi(t_{1.000\text{h}})_{\text{calc}}$  liefert Verhältnisse im Bereich von  $1,57 < \psi(t_\infty)_{\text{calc}} / \psi(t_{1.000\text{h}})_{\text{calc}} < 1,97$ . Dabei lässt sich ein Grenzwert der Regression auf Basis der Regressionsparameter  $a_{\log}$  und  $b_{\log}$  ermitteln. Der Parameter  $b_{\log}$ , der die Steigung der log-Funktion bestimmt, muss immer einen positiven Wert annehmen, da die Relaxationsraten über die Zeit nicht absinken. Der Parameter  $a_{\log}$ , der die Position der Kurve in y-Richtung bestimmt, sollte sinngemäß ebenfalls immer einen nicht negativen Wert annehmen, da hieraus im Bereich der frühen Relaxation negative Relaxationsraten hervorgehen könnten. Die Grenzwertbetrachtung mit  $a_{\min} = 0$  führt demnach zu folgendem maximalen Verhältnis:

$$\left( \frac{\psi(t_\infty)_{\text{calc}}}{\psi(t_{1.000\text{h}})_{\text{calc}}} \right) = \frac{a_{\min} + b \cdot \log(1.000.000\text{h})}{a_{\min} + b \cdot \log(1.000\text{h})} = \frac{b \cdot \log(1.000.000\text{h})}{b \cdot \log(1.000\text{h})} = \frac{\log(1.000.000\text{h})}{\log(1.000\text{h})} = 2$$

Somit lässt sich schlussfolgern, dass die Relaxationsrate zum Zeitpunkt  $t_\infty$  bspw. im Rahmen von Vorbemessungen auf Basis einer tausendstündigen experimentellen Untersuchung auf der sicheren Seite liegend zu  $\psi(t_\infty) \approx 2 \cdot \psi(t_{1.000\text{h}})$  angenommen werden kann.

Ein weiterer Ansatz, welcher im Rahmen der Nachrechnung der Bauteilversuche in Abschnitt 6.6.2 verwendet wird, ist die Nutzung der mittleren Regressionsparameter  $a_{\log,m}$  und  $b_{\log,m}$  auf Basis der vorangegangenen Ergebnisse. Eine Berechnung der Endrelaxationsraten aller Versuche in Tabelle 5-2 mit den dort genannten Parametern  $a_{\log,m} = 5,828 \cdot 10^{-3}$  und  $b_{\log,m} = 7,238 \cdot 10^{-3}$  liefert ein mittleres Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,96$ . Dies stellt ebenfalls eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und den Versuchsergebnissen dar und rechtfertigt die Verwendung der vom Stabdurchmesser und Belastungsniveau unabhängigen mittleren Regressionsparameter im Rahmen der Spannkraftverlustberechnung für die vorliegende Bewehrung.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen, welche die Basis für die Vorhersage der Endrelaxationsraten bilden, wurden in Anlehnung an die Ermittlung der Relaxationsverluste von Spannstahl gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) über einen Zeitraum von  $t = 1.000\text{h}$  durchgeführt. Zur Reduktion der Vorhersageunsicherheit kann der Versuchszeitraum jedoch erweitert werden, beispielsweise auf  $t = 10.000\text{h}$ , sodass lediglich über einen Zeitraum von zwei logarithmischen Dekaden extrapoliert werden muss. Das grundlegende Vorgehen ändert sich dabei nicht und kann analog auch für längere

Versuchszeiträume verwendet werden. Die Anwendbarkeit des zugrundeliegenden Berechnungsansatzes nach Trost (1987) wurde ebenfalls bereits für Versuchszeiträume bis zu  $t = 10.000$  h überprüft, vgl. Abschnitt 5.2.3 und Anhang B-1.

### 5.3 Ermittlung der Spannkraftverluste

Die Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste bei konventionellen Spannbetonbauteilen erfolgt, wie in Abschnitt 3.4.3 dargestellt, nach DIN EN 1992-1-1 (2011) unter Verwendung von Gl. 3-26. Basierend auf den Erläuterungen in DAfStb Heft 600 (2012) ist die Verwendung dieser Berechnungsgleichung nur für Bauteile zulässig, deren Querschnitt unter Gebrauchslasten vollständig überdrückt ist. Diese Bedingung entspricht einer vollen Vorspannung nach Abschnitt 3.3.3 und ist durch das Erfordernis des Dekompressionsnachweises bei konventionellen Spannbetonbauteilen mit Stahlspanngliedern immer gegeben, sodass die Anwendung von Gl. 3-26 immer möglich ist.

Wie in Kapitel 3.3.3 dargestellt, kann bei der Nutzung vorgespannter Faserverbundkunststoffbewehrung jedoch insbesondere die Anwendung einer teilweisen oder beschränkten Vorspannung wirtschaftliche Vorteile bieten. Die Planung solch moderater Vorspanngrade kann zudem unter Berücksichtigung des spröden, linear-elastischen Materialverhaltens und den damit einhergehenden Spannungsbegrenzungen, vgl. Abschnitte 3.5.2 und 3.7.2.2, ein sinnvoller Ansatz sein. Nachfolgend wird der Hintergrund der Anwendungsbeschränkung von Gl. 3-26 erläutert und darauf aufbauend ein Vorschlag für eine geeignete Anpassung der Gleichung zur Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste vorgeschlagen.

Das Konzept von Gl. 3-26 sieht vor, dass die Wirkung der Komponenten Schwinden, Relaxation und Kriechen addiert und deren gegenseitige Beeinflussung unter Berücksichtigung der Steifigkeitsverhältnisse und der Querschnittsgeometrie (Steifigkeitszahl  $\alpha$ ) sowie der Kriechzahl  $\varphi$  erfasst wird. Die Anwendbarkeit der Gleichung beruht auf der Annahme, dass die Relaxation ebenso wie das Schwinden und das Kriechen die gleiche Wirkungsrichtung aufweisen. Die Relaxation bedingt per Definition eine Reduktion der Vorspannkraft. Die Schwindverformungen, welche im allgemeinen baupraktischen Fall immer als Betonverkürzung zu verstehen sind, sorgen demnach durch ihre Wirkungsrichtung für einen Abbau der Vordehnung im Spannglied und somit ebenfalls für eine Reduktion der Vorspannkraft. Die Größe und Richtung der Kriechverformungen hängen jedoch vom Vorspanngrad und der äußeren Belastungssituation ab. Im Falle einer vollen Vorspannung ist der Querschnitt unter Gebrauchslasten vollständig überdrückt. Die kriechinduzierenden Spannungen sind somit ebenfalls negativ, woraus negative Betondehnungen (Betonstauchungen) im gesamten Querschnitt folgen, die in ihrer Wirkungsrichtung der Vordehnung des Spannglieds entgegengerichtet sind. Durch das Kriechen des Betons vergrößern sich die Betonstauchungen über die Zeit und die Vordehnung des Spanngliedes wird fortschreitend reduziert.

Liegt demgegenüber jedoch eine teilweise bzw. eine beschränkte Vorspannung vor, bei welcher der Querschnitt nicht vollständig überdrückt ist, wird die Bedingung der gleichen Wirkungsrichtung von Relaxation, Schwinden und Kriechen nicht länger automatisch eingehalten, da sich die Spanngliedschwerachse innerhalb der Zugzone befindet und der umliegende Beton zugbeansprucht oder bereits gerissen ist. Diese positive Betondehnung, welche durch den Kriechprozess über die Zeit anwächst, wirkt der Relaxation und dem Schwinden entgegen. Gemäß Gl. 3-26 würde demnach die Größe der Spannkraftverluste infolge von Schwinden und Relaxation fälschlicherweise durch den Kriechanteil reduziert, was eine Unterschätzung der real auftretenden Spannkraftverluste zur Folge hat. Zur Verdeutlichung dient das nachfolgende Beispiel. Dabei wird einerseits der Fall der beschränkten Vorspannung (Zugspannungen zulässig, Querschnitt ungerissen) und andererseits der Fall der teilweisen Vorspannung (Querschnitt trotz Vorspannung gerissen) untersucht. In beiden Fällen sind die äußeren Einwirkungen gegenüber der Vorspannung maßgebend für den Spannungsverlauf des Querschnitts. Die Zug- und Druckzone stellt sich unter der gesamten Lastkombination jeweils an dem Querschnittsrand ein, an dem es auch unter reiner Betrachtung der äußeren Einwirkungen der Fall wäre. Demnach kann der Grenzfall eines nicht vorgespannten Querschnitts herangezogen werden, um die Auswirkungen des Kriechens bei einem nicht überdrückten Querschnitt zu bewerten. Hierbei kann zudem festgestellt werden, dass eine Betrachtung des nicht vorgespannten Querschnitts im Zustand I analog zum Fall der beschränkten Vorspannung (Betonzugspannungen treten auf, der Querschnitt verbleibt jedoch im ungerissenen Zustand) und eine Betrachtung im Zustand II analog zum Fall der teilweisen Vorspannung (Betonzugspannungen treten auf, der Querschnitt geht in den gerissenen Zustand über) ist. Die Betrachtung des nicht vorgespannten Querschnittes eignet sich im vorliegenden Fall besonders, da auf diese Weise eine vom Absolutwert der Vorspannkraft unabhängige Betrachtung möglich ist. Weiterhin würde eine moderate Vorspannkraft lediglich zu einer Verschiebung der Dehnungsnulllinie im Querschnitt führen, während die generellen Dehnungs- und Spannungsbereiche aufgrund der Definition der teilweisen bzw. beschränkten Vorspannung gleich bleiben.

In Abbildung 5-3 sind die Dehnungs- und Spannungsverhältnisse eines exemplarischen Querschnittes sowohl für den Zustand I als auch für den Zustand II für die Zeitpunkte  $t_0$  und  $t_\infty$  dargestellt.

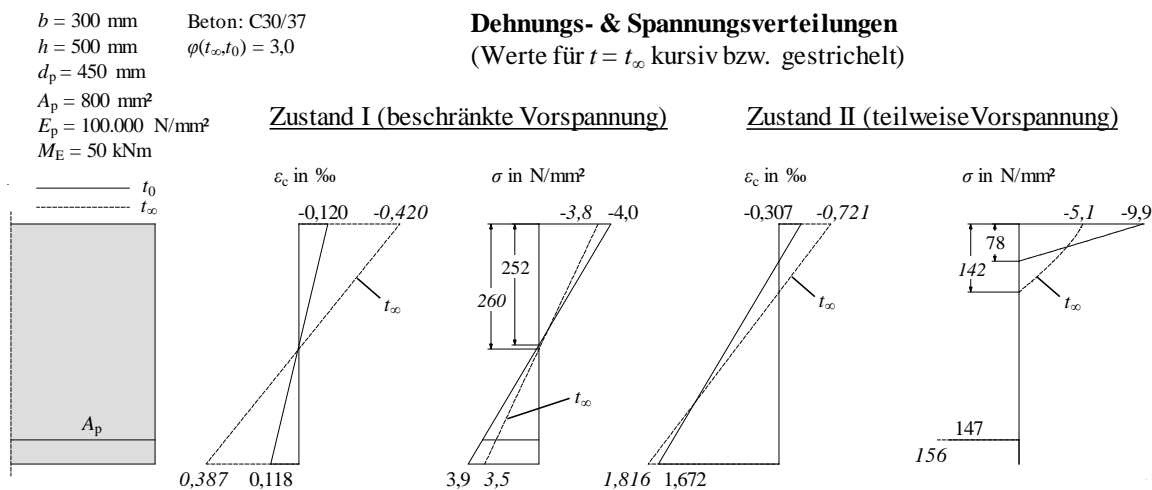


Abbildung 5-3 Auswirkung des Kriechens auf die zeitabhängige Dehnungsänderung eines nicht vollständig überdrückten Querschnitts in Anlehnung an El Ghadioui (2020)

Die Ergebnisse der Berechnung zeigen, dass sowohl im ungerissenen als auch im gerissenen Fall ein Zuwachs der positiven Betondehnung auf Höhe der Spannglieder auftritt. Da das Betonkriechen unter Zugbeanspruchung durch das Spannglied einer geringfügigen Behinderung unterliegt, können in beiden Fällen etwas größere Dehnungszunahmen in der Druckzone und demzufolge eine Vergrößerung der Betondruckzonenhöhe infolge von Kriechen beobachtet werden. Folglich reduziert sich die Spannung am oberen Querschnittsrand und die Lage der Betondruckkraft wird zur Querschnittsmitte hin verschoben. Durch das zeitgleich ablaufende Kriechen der Betonzugzone, welches seinerseits eine Reduktion der Betonzugspannung zur Folge hat, ergibt sich unmittelbar ein Spannungszuwachs im Spannglied. Im gerissenen Zustand ist ein noch größerer Spannungszuwachs zu beobachten, da statt der anteiligen Umlagerung der Spannungen aus der Betonzugzone im Zustand II durch die Rissbildung die gesamte Beanspruchung der Betonzugzone vom Spannglied aufgenommen wird. Da im vorliegenden Fall ein nicht vorgespannter Querschnitt betrachtet wurde, wird deutlich, dass es sich in beiden Fällen nicht um einen Spannungszuwachs handelt, der eine Vorspannwirkung erzeugt. Stattdessen ist der Spannungszuwachs lediglich auf die Spannungsumlagerung infolge von Kriechen bzw. infolge von Kriechen und Rissbildung zurückzuführen. Zeitgleich geht aus beiden Situationen ein Anstieg der positiven Betondehnungen hervor. Dies würde bei Verwendung von Gl. 3-26 zu einer nicht berechtigten Reduktion der zu erwartenden Spannkraftverluste infolge von Schwinden und Relaxation führen, obwohl die vorliegenden Kriecheauswirkungen nicht vorspannwirksam sind.

Daher wird vorgeschlagen, die Berechnungsformel nach DIN EN 1992-1-1 (2011) anzupassen und den Anteil der Spannkraftverluste infolge von Kriechen (dritter Summand im Zähler von Gl. 3-26) ausschließlich im Falle von voller Vorspannung anzusetzen ist. Sofern



Zugspannungen auf Höhe des Spanngliedes vorliegen, sind die fälschlicherweise kompensierend wirkenden Kriechauswirkungen gemäß obiger Betrachtung zu Null zu setzen. Dies gilt unabhängig von der Größe der auftretenden Zugspannungen, also sowohl für beschränkte Vorspannung als auch für teilweise Vorspannung. Bei Verwendung der Steifigkeitszahl  $\alpha$  nach Gl. 3-13 resultieren daraus die in Gl. 5-3 und Gl. 5-4 dargestellten Gleichungen zur Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste  $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$  in Abhängigkeit vom vorliegenden Vorspanngrad.

für volle Vorspannung:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \left(1 + \frac{A_{ci}}{I_{ci}} \cdot z_{cip}^2\right) \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]} \quad \text{Gl. 5-3}$$

$$= \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \alpha_p \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \alpha \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]}$$

für beschränkte und teilweise Vorspannung:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \left(1 + \frac{A_{ci}}{I_{ci}} \cdot z_{cip}^2\right) \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]} \quad \text{Gl. 5-4}$$

$$= \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr}}{1 + \alpha \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]}$$

Dabei ist:

$\varepsilon_{cs}$	Schwinddehnung nach Gl. 2-31
$E_p$	Elastizitätsmodul des Spannglieds
$E_{cm}$	Elastizitätsmodul des Betons (Sekantenmodul)
$\varphi(t, t_0)$	Betonkriechzahl zum Zeitpunkt $t$ bezogen auf eine Lastaufbringung zum Zeitpunkt $t_0$ nach Gl. 2-17
$\sigma_{c,QP}$	Betonspannung in Höhe des Spannglieds infolge von Vorspannung und äußerer Einwirkung in der quasi-ständigen EWK
$A_p$	Spanngliedfläche
$A_{ci}$	ideelle Betonquerschnittsfläche nach Gl. 3-2
$I_{ci}$	ideelles Flächenträgheitsmoment des Betons nach Gl. 3-10

$z_{cip}$  Exzentrizität des Spannglieds bezogen auf den ideellen Querschnittsschwerpunkt nach Gl. 3-6

$\Delta\sigma_{pr}$  Spannungsverlust infolge von Relaxation des Spannglieds, vgl. Abschnitt 5.2.4

$$\Delta\sigma_{pr} = \psi(t) \cdot \sigma_{pm0} = (a_{\log} + b_{\log} \cdot \log(t)) \cdot \sigma_{pm0} \quad \text{Gl. 5-5}$$

Abschließend ist anzumerken, dass bei der obigen Betrachtung, vgl. Abbildung 5-3, die Berücksichtigung eines Verbundkriechens und eines Kriechens der FVK-Bewehrung sowie die Auswirkungen des Zugversteifungseffektes vereinfachend vernachlässigt wurden. Betrachtungen von El Ghadioui (2020) vor dem Hintergrund der Steifigkeitsentwicklung über die Zeit zeigen jedoch, dass eine Betrachtung dieser Effekte lediglich zu einer geringfügigen Änderung der absoluten Spannungs- und Dehnungswerte, nicht aber zu einer grundsätzlichen Änderung des Verhaltens führt. Daher ist die durchgeführte vereinfachte Betrachtung der Kriechauswirkungen an dieser Stelle ausreichend.

### 5.4 Ermittlung der Bemessungswerte der Materialparameter der FVK-Bewehrung

#### 5.4.1 Allgemeines

Nachfolgend wird die Zuverlässigkeit des Tragverhaltens biegebeanspruchter Betonbauteile mit der Faserverbundkunststoffbewehrung, welche im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersucht wurde, bewertet. Hierzu wird der Einfluss unterschiedlicher Teilsicherheitsbeiwerte der Bewehrung  $\gamma_p$  auf den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  (vgl. DIN EN 1990 (2010)) analysiert. Diese Untersuchung erfolgt auf Basis einer Monte-Carlo Simulation.

#### 5.4.2 Eingangsgrößen der Monte-Carlo-Simulation

Als exemplarisches System wird ein schlaff bewehrter Einfeldträger mit der Stützweite  $l$  zugrunde gelegt, welcher durch eine ständige ( $g$ ) und eine veränderliche ( $q$ ) Streckenlast belastet wird. Es handelt sich um einen Rechteckquerschnitt, welcher durch die Breite  $b$ , die Höhe  $h$ , die statische Nutzhöhe  $d_p$  sowie den Bewehrungsquerschnitt  $A_p$  und die Zugfestigkeit der Bewehrung  $f_p$  definiert ist. Dabei basiert die hier vorgestellte Monte-Carlo-Simulation exemplarisch auf den Kennwerten des GFVK-Bewehrungsstabs mit dem Durchmesser  $\varnothing_p = 8$  mm aus Abschnitt 4.2.1. Das statische System und die geometrischen Kenngrößen sind in Abbildung 5-4 zusammenfassend dargestellt.

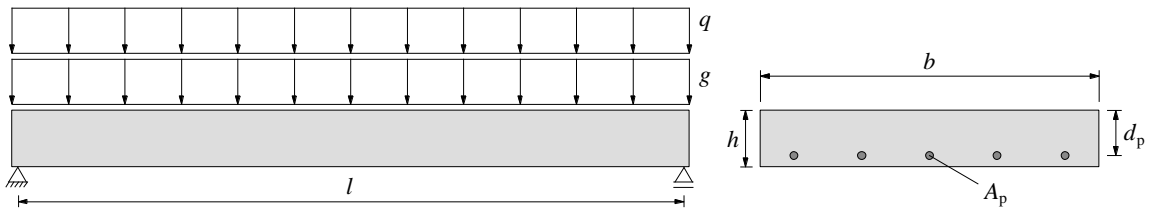


Abbildung 5-4 Statisches System und geometrische Parameter der Zuverlässigkeitsanalyse

Zu Beginn der Untersuchungen wird das maximal aufnehmbare Moment auf Basis eines festgelegten Bewehrungsquerschnitts unter Verwendung von Mittelwerten gemäß Gl. 5-6 bestimmt. Die hierbei verwendete Bemessungsfestigkeit der Bewehrung  $f_{pd}$  basiert auf einem Teilsicherheitsbeiwert der Bewehrung  $\gamma_p$ , welcher zu Beginn festgelegt wird und dessen Auswirkung auf den resultierenden Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  am Ende der Simulation überprüft wird. Die zugrundeliegende Bewehrungsmenge ( $\rho_p = 0,3\%$ ) wurde so dimensioniert, dass immer Bewehrungszugversagen maßgebend wird, vgl. Rempel et al. (2020). Betonversagen und die damit einhergehende Beeinflussung der resultierenden Zuverlässigkeitsniveaus durch Unsicherheiten der Betonkenngrößen werden damit ausgeschlossen. Die Ermittlung des erforderlichen materialeitigen Teilsicherheitsbeiwerts der Bewehrung  $\gamma_p$  kann somit in direkter Abhängigkeit der Bewehrungseigenschaften und deren Unsicherheiten erfolgen.

$$M_{Ed} = M_{Rd} = A_p \cdot z \cdot f_{pd} \quad \text{Gl. 5-6}$$

Das resultierende maximale Moment  $M_{Ed}$  wird anschließend auf die beiden Teilmomente  $M_{Ed,g}$  und  $M_{Ed,q}$  aufgeteilt. Die Aufteilung erfolgt gemäß Gl. 5-7 unter Verwendung des variablen Parameters  $\eta$ , der den Anteil der Nutzlast an der Gesamtlast beschreibt.

$$\eta = \frac{M_{Ed,q}}{M_{Ed}} = \frac{M_{Ed,q}}{M_{Ed,g} + M_{Ed,q}} = \frac{q}{g + q} \quad \text{Gl. 5-7}$$

Da die beiden Einwirkungen  $g$  und  $q$  Zufallsvariablen der Analyse darstellen, müssen die Bemessungswerte in Mittelwerte umgerechnet werden. Die ständige Einwirkung  $g$  wird dabei gemäß JCSS (2001) als normalverteilt (NV) und die veränderliche Einwirkung  $q$ , wie bereits in Abschnitt 3.8.2 beschrieben, mithilfe einer Gumbelverteilung (GUM) beschrieben. Mithilfe der bestehenden Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,5$  aus DIN EN 1990 (2010) bzw. DIN EN 1990/NA (2010) werden die Bemessungswerte zunächst in die charakteristischen Werte  $M_{Ek,G}$  und  $M_{Ek,Q}$  und anschließend mithilfe von Gl. 5-8 bis Gl. 5-11 in die Mittelwerte  $m_{ME,G}$  und  $m_{ME,Q}$  umgerechnet und deren Standardabweichungen  $s_{ME,G}$  und  $s_{ME,Q}$  ermittelt.

$$m_{ME,G} = \frac{M_{Ek,G}}{1 + \Phi(0,5) \cdot v_G} \quad \text{Gl. 5-8}$$

$$m_{ME,Q} = M_{Ek,Q} \cdot 0,7 \quad \text{gemäß Rempel et al. (2020)} \quad \text{Gl. 5-9}$$

$$s_{ME,G} = m_{ME,G} \cdot v_G \quad \text{Gl. 5-10}$$

$$s_{ME,Q} = m_{ME,Q} \cdot v_Q \quad \text{Gl. 5-11}$$

Der hierbei verwendete Variationskoeffizient der ständigen Einwirkung  $v_G$  wird in Anlehnung an die Ausführungen in fib Bulletin 80 (2018) zu  $v_G = 0,1$  gewählt, was neben dem Eigengewicht des Bauteils auch die demgegenüber etwas größeren Variationen der Ausbaulasten mit abdeckt, vgl. Meinen und Steenbergen (2018). Der Variationskoeffizient der veränderlichen Einwirkungen  $v_Q$  wird hingegen nach Rempel et al. (2020) und Rackwitz (1997) zu  $v_Q = 0,2$  gewählt. Aufgrund der gumbelverteilt modellierten Nutzlast sind hierfür weiterhin die Verteilungsparameter  $a$  und  $u$  gemäß Tabelle 3-4 zu ermitteln.

Ein weiterer Parameter der als Zufallsvariable implementiert wird, ist der Hebelarm der inneren Kräfte  $z$ . Ebenso wie die ständige Einwirkung wird eine Normalverteilung gewählt deren Mittelwert näherungsweise durch den Wert  $z = 0,9 \cdot d_p$  definiert ist. Der zugehörige Variationskoeffizient  $v_z$  wird in Anlehnung an die Untersuchungen von Rempel et al. (2020) in Verbindung mit den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauteilhöhen zu  $v_z = 0,075$  gewählt.

Die Bewehrungszugfestigkeit wird nach fib Bulletin 80 (2018) und Meinen und Steenbergen (2018) als lognormalverteilte Zufallsvariable modelliert, da sie ausschließlich nicht-negative Werte annimmt. Der Mittelwert  $m_{fp}$  und der zugehörige Variationskoeffizient  $v_{fp}$  folgen aus den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen an der Bewehrung, welche in Kapitel 4.2.1 dargestellt wurden. Mithilfe der Formeln in Tabelle 3-4 können die zugehörigen Verteilungsparameter der Lognormalverteilung berechnet und unter Verwendung von Gl. 5-12 der charakteristische Wert der Bewehrungszugfestigkeit  $f_{pk}$ , bezogen auf den 5 %-Quantilwert, ermittelt werden. Schließlich ergibt sich der Bemessungswert der Bewehrungszugfestigkeit durch Division des charakteristischen Wertes durch den zu Beginn festgelegten Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_p$ .

$$f_{pk} = e^{\mu_{\ln,fp} - 1,645 \cdot \sigma_{\ln,fp}} \quad \text{Gl. 5-12}$$

$$f_{pd} = \frac{f_{pk}}{\gamma_p} \quad \text{Gl. 5-13}$$

Abschließend werden die Modellunsicherheiten der Einwirkungen  $\theta_E$  und des Widerstandsmodells  $\theta_R$ , bei dem das Bewehrungsversagen das Querschnittsversagen determiniert, gemäß fib Bulletin 80 (2018) als lognormalverteilte Zufallsvariablen mit den Mittelwerten  $m_{\theta E} = m_{\theta R} = 1,0$  und den Variationskoeffizienten  $v_{\theta E} = 0,1$  und  $v_{\theta R} = 0,06$  definiert. Die

Verteilungsparameter dieser beiden Zufallsvariablen lassen sich ebenfalls unter Verwendung der Formeln in Tabelle 3-4 ermitteln.

Aus der gewählten Vorgehensweise gemäß Gl. 5-6 und Gl. 5-7 folgt, dass die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse nicht direkt vom gewählten Bewehrungsgrad, von den Abmessungen des Querschnitts und von der Stützweite abhängen, solange sichergestellt wird, dass das Querschnittsversagen durch ein Versagen der Bewehrung bestimmt wird. Dementsprechend werden die Spannweite  $l$ , die Querschnittsbreite  $b$  und –höhe  $h$  und die Bewehrungsmenge  $A_p$  als deterministische Größen definiert. Der dabei resultierende Bewehrungsgrad von  $\rho_p = 0,3 \%$  garantiert im vorliegend untersuchten Fall ein vom Bewehrungsversagen determiniertes Querschnittsversagen.

In Tabelle 5-3 sind alle Variablen der Monte-Carlo-Simulation inklusive der zugehörigen stochastischen Eigenschaften zusammenfassend dargestellt.

Tabelle 5-3 Übersicht aller Variablen der Monte-Carlo-Simulation

Variable	Bezeichnung	VT	Einheit	MW $m_i$	CoV $v_i$
$b$	Breite	det	m	1,0	-
$h$	Höhe	det	m	0,2	-
$d_p$	statische Nutzhöhe	det	m	0,17	-
$l$	Stützweite	det	m	5	-
$A_p$	Bewehrungsfläche	det	cm <sup>2</sup>	5	-
$f_p$	Bewehrungszugfestigkeit ( $\varnothing_p = 8$ mm)	LN	N/mm <sup>2</sup>	1.408	0,046
$z$	Hebelarm der inneren Kräfte	N	m	0,153	0,075
$M_{Ed,G}$	Moment aus ständiger Last	N	kNm	variiert	0,1
$M_{Ed,Q}$	Moment aus veränderlicher Last	GUM	kNm	variiert	0,2
$\theta_E$	Modellunsicherheitsfaktor Einwirkung	LN	-	1	0,1
$\theta_R$	Modellunsicherheitsfaktor Widerstand	LN	-	1	0,06

VT: Verteilungstyp, MW: Mittelwert, CoV: Variationskoeffizient, det: deterministisch, N: Normalverteilung, LN: Lognormal-Verteilung, GUM: Gumbelverteilung

### 5.4.3 Monte-Carlo-Simulation

Ausgehend von den in Abschnitt 5.4.2 definierten Zufallsvariablen kann die folgende lineare Grenzzustandsfunktion  $g(X_i)$  definiert werden:

$$g(X_i) = M_R - M_E = A_p \cdot X_{f_p} \cdot X_z \cdot X_{\theta_R} - (X_{M_{E,G}} + X_{M_{E,Q}}) \cdot X_{\theta_E} \quad \text{Gl. 5-14}$$

Entsprechend der Definition in Gl. 3-65 in Abschnitt 3.8.3 entspricht ein Wert von  $g(X_i) \leq 0$  einem Versagen des Bauteils. Bei der Ermittlung des erforderlichen Teilsicherheitsbeiw-

tes wird in Anlehnung an die in Abschnitt 3.8.3 beschriebene Normengrundlage der Zielzuverlässigkeitsindex  $\beta_t = 3,8$  gewählt, der einem Referenzzeitraum von 50 Jahren und mittleren Schadensfolgen (CC2) entspricht. Weiterhin wurde für jede zu untersuchende Situation eine Simulationsanzahl von  $n_{\text{sim}} = 1 \cdot 10^8$  gewählt, was bei der geforderten Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 7,2 \cdot 10^{-5}$  einem Variationskoeffizienten der Monte-Carlo-Simulation von  $v_{\text{MCS}} \approx 1,2 \%$  entspricht. Dies liegt deutlich unter dem von Müller (2021) vorgeschlagenen Höchstwert von 10 % . Das allgemeine Vorgehen im Rahmen der Monte-Carlo-Simulation ist in Form eines Flussdiagramms in Abbildung 5-5 zusammengefasst.

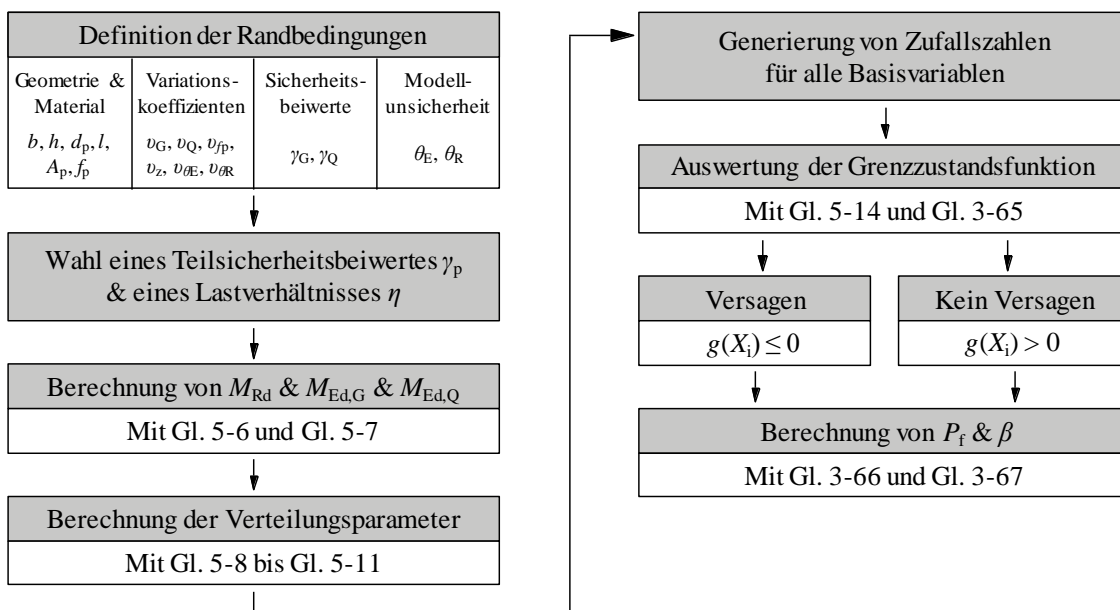


Abbildung 5-5 Flussdiagramm der Monte-Carlo-Simulation

Das vorangehend beschriebene Verfahren wurde für alle Teilsicherheitsbeiwerte im Bereich von  $1,0 \leq \gamma_p \leq 1,5$  (Schrittweite  $\Delta\gamma_p = 0,05$ ) und dabei jeweils für alle Lastverhältnisse im Bereich von  $0 \leq \eta \leq 1,0$  (Schrittweite  $\Delta\eta = 0,1$ ) durchgeführt. Die Grenzzustandsfunktion  $g(X_i)$  wurde für jede Kombination von  $\gamma_p$  und  $\eta$   $n = 1 \cdot 10^8$  Mal ausgewertet. Anschließend wurden jeweils die Versagensfälle ( $g(X_i) \leq 0$ ) summiert und durch die Anzahl der Simulationen geteilt. Die daraus resultierende Versagenswahrscheinlichkeit  $P_{f,MC}$  wurde schließlich mit Hilfe von Gl. 3-67 in das zugehörige Zuverlässigkeitsniveau umgerechnet. Die resultierenden Zuverlässigkeitsniveaus in Abhängigkeit des gewählten Teilsicherheitsbeiwertes der Bewehrung  $\gamma_p$  und der Belastungssituation  $\eta$  sind in Abbildung 5-6 dargestellt.

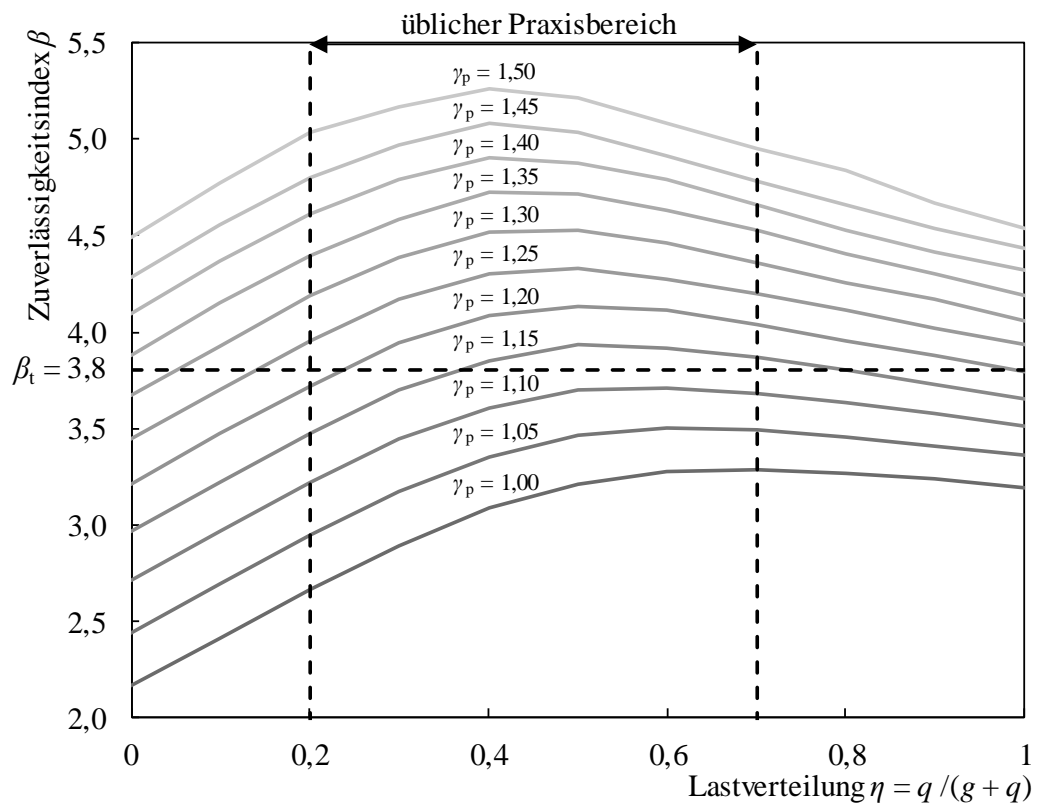


Abbildung 5-6 Resultierende Zuverlässigkeitsniveaus der Monte-Carlo-Simulation

Die dargestellten Kurven der resultierenden Zuverlässigkeitsniveaus zeigen systematisch über alle Teilsicherheitsbeiwerte hinweg geringere Werte bei sehr geringen Nutzlastniveaus verglichen mit sehr hohen Nutzlastniveaus. Dieses Ergebnis lässt sich auf mehrere Effekte zurückführen. Hierbei ist zunächst die Berücksichtigung der normativen Teilsicherheitsbeiwerte der ständigen und der veränderlichen Lasten von  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,5$  zu nennen. Demnach wird die Summe der betrachteten Einwirkungen im Falle von sehr geringen Nutzlastniveaus mit einem geringeren Sicherheitsbeiwert faktorisiert als dies bei sehr hohen Nutzlastniveaus der Fall ist. Dies lässt sich am Beispiel der beiden Extremwerte  $\eta = 0$  und  $\eta = 1$  veranschaulichen. Für das Nutzlastniveau  $\eta = 0$ , bei dem die Einwirkungen nur aus ständigen Lasten bestehen, folgt ein kombinierter Sicherheitsbeiwert der Einwirkungsseite von  $\gamma_E = \gamma_G = 1,35$ . Bei dem Nutzlastniveau von  $\eta = 1$ , bei dem die Einwirkungen nur aus veränderlichen Lasten bestehen, folgt hingegen ein kombinierter Sicherheitsbeiwert von  $\gamma_E = \gamma_Q = 1,5$ . Dies begünstigt trotz des höheren Variationskoeffizienten der veränderlichen Lasten das Auftreten höherer Zuverlässigkeitsniveaus bei hohen Nutzlastniveaus. Ein weiterer Grund für die geringeren Zuverlässigkeitsniveaus bei geringen Nutzlastanteilen ist laut fib Bulletin 80 (2018) der zunehmend größere Einfluss des Modellunsicherheitsfaktor der Einwirkungen  $\theta_E$ . Demnach werden die Modellunsicherheiten bei Werten im Bereich von  $\eta < 0,25$  zu einem dominanten Faktor. Hierbei sinkt der Einfluss der stärker streuenden Nutzlast und der Einfluss der weniger stark streuenden ständigen Last steigt an, sodass der Einfluss der Modellunsicherheiten gegenüber den Einwirkungen

zunimmt. Allerdings ist zu beachten, dass diese Randbereiche ( $\eta < 0,2$  und  $\eta > 0,7$ ) für die Ingenieurpraxis nur von geringerer Bedeutung sind.

Für den üblichen Praxisbereich, bei dem der Anteil der Nutzlast zwischen 20 % und 70 % der Gesamtlast beträgt, kann mit Hilfe der in Abbildung 5-6 dargestellten Kurvenschar gezeigt werden, dass das normativ geforderte Zuverlässigkeitsniveau von  $\beta_t = 3,8$  immer mit einem Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_p \geq 1,22$  erzielt werden kann. Diese Beobachtung deckt sich mit den Ausführungen aus fib Bulletin 40 (2007), worin ein Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_p = 1,25$  für GFVK- und CFVK-Bewehrung vorgeschlagen wird. Die Nutzung eines identischen Teilsicherheitsbeiwertes lässt sich auch vor dem Hintergrund vorliegender Versuchsergebnisse an CFVK-Bewehrungsstäben, vgl. El Ghadioui (2020), bestätigen, da die Variationskoeffizienten der dort experimentell ermittelten Materialfestigkeiten in einer ähnlichen Größenordnung liegen ( $v \approx 0,07$ ) wie die im Rahmen dieser Arbeit experimentell ermittelten Materialfestigkeiten der GFVK-Bewehrung ( $v \approx 0,05$ ), vgl. Abschnitt 4.2.1.

Bezogen auf die in Abschnitt 3.8.1 vorgestellte Forschungsfrage kann zudem festgestellt werden, dass der Ansatz eines Teilsicherheitsbeiwertes von  $\gamma_p = 1,3$ , wie er vom Hersteller in der produktbezogenen Zulassung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Bewehrung, vgl. Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019), angegeben wird, geringfügig auf der sicheren Seite liegt. Die dabei resultierenden Zuverlässigkeitsniveaus sind gegenüber der Berechnung mit dem erforderlichen Mindestwert von  $\gamma_p = 1,22$  um etwa  $\Delta\beta = 0,25$  bis  $0,40$  größer.

Abschließend ist festzustellen, dass der vor dem Hintergrund des üblichen Praxisbereiches von  $0,2 \leq \eta \leq 0,7$  ermittelte erforderliche Mindestteilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_p = 1,22$  gewisse Sicherheitsreserven beinhaltet, wenn davon ausgegangen wird, dass die Bemessung von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung vorwiegend auf schlanke Bauteilkonzeptionen abzielt. Bei entsprechend dünnen Bauteilen nimmt der Anteil des Eigengewichtes gegenüber der Nutzlast ab. Das Zielzuverlässigkeitsniveau von  $\beta_t = 3,8$  kann somit bereits bei der Verwendung geringerer Teilsicherheitsbeiwerte erzielt werden. Hierfür sei beispielhaft der Bereich  $0,4 \leq \eta \leq 0,7$  genannt. Dort liefern die Simulationsergebnisse bereits ein hinreichend großes Zuverlässigkeitsniveau bei der Verwendung eines Teilsicherheitsbeiwertes von  $\gamma_p = 1,15$ . Unter Berücksichtigung eines möglichst breiten Anwendungsgebietes und der allgemeinen Anwendbarkeit für verschiedenen Faserverbundkunststoffe mit etwaig größeren materialbedingten Streuungen wird jedoch in der Folge der Wert  $\gamma_p = 1,25$  für die Ermittlung der Kurzzeitbemessungsfestigkeit von FVK-Bewehrungsstäben vorgeschlagen. Durch die Berücksichtigung der Modellunsicherheiten als Basisvariablen der Zuverlässigkeitsanalyse kann zudem auf einen weiteren Teilsicherheitsbeiwert zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten, üblicherweise durch den Wert  $\gamma_{Rd}$  beschrieben, verzichtet werden.



### 5.5 Ermittlung der Tragfähigkeit für Biegung mit Längskraft

Die Ermittlung der Tragfähigkeit von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung für Biegung mit Längskraft kann grundsätzlich analog zu nicht vorgespannten Betonbauteilen auf Querschnittsebene unter Auswertung des Gleichgewichtes der inneren Kräfte erfolgen. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zeigen, dass die auf diese Weise ermittelte Traglast das reale Bauteilverhalten gut abbildet, vgl. Tabelle 4-9 und Tabelle 4-15. Da der Fokus dieser Arbeit auf statisch bestimmten Einfeldsysteme und somit auf Systemen ohne statisch unbestimmter Vorspannwirkung liegt, stellt die Berücksichtigung der Vorspannung bei der Berechnung des Dehnungszustandes gemäß Ansatz a) in Abschnitt 3.6.1 die zweckmäßigste Vorgehensweise dar. Dabei sind die einwirkenden Schnittgrößen zunächst gemäß Gl. 5-15 auf die Schwerachse der Spannglieder (Index ,p‘) zu beziehen. Der Vorteil hierbei ist, dass das Vorgehen unverändert durchgeführt werden kann, auch für den Fall, dass etwaige schlaaffe Zulagebewehrung im Querschnitt vorliegt.

$$M_{Edp} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_{cp} \quad \text{Gl. 5-15}$$

Entsprechend der Definition des gewählte Ansatzes a) beschreibt  $N_{Ed}$  dabei nur eine etwaig vorhandene äußere Normalkraft, nicht die Vorspannkraft. Für den gängigen Fall der vorgespannten, statisch bestimmt gelagerten Betonfertigteile ohne zusätzliche äußere Normalkraft vereinfacht sich Gl. 5-15 zu:

$$M_{Edp} = M_{Ed} \quad \text{Gl. 5-16}$$

Unter Verwendung des einwirkenden Moments  $M_{Edp}$ , der Bauteilbreite  $b$ , der statischen Nutzhöhe  $d_p$  und dem Bemessungswert der Betondruckfestigkeit  $f_{cd}$  kann anschließend mit Gl. 5-17 das bezogene Moment  $\mu_{Edp}$  ermittelt werden.

$$\mu_{Edp} = \frac{M_{Edp}}{b \cdot d_p^2 \cdot f_{cd}} \quad \text{Gl. 5-17}$$

Dieser Ansatz führt zu den in Abbildung 5-7 dargestellten Dehnungs- und Spannungsverteilungen sowie zu den zugehörigen Kräften und Momenten. Diesen Zusammenhängen liegen eine linear-elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung der FVK-Spannglieder und eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons in Form eines Parabel-Rechteck-Diagrammes zugrunde. Alternativ kann eine Berechnung unter Verwendung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung erfolgen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die nichtlineare Arbeitslinie direkt von der Stauchung bei Erreichen der maximalen Betonspannung abhängt. Diese Stauchung nimmt gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) für jede Betongüte einen anderen Wert an, sodass das Gleichgewicht auf Querschnittsebene für jede Betonfestigkeitsklasse und damit für jede mögliche Materialkombination gesondert mittels Iteration der Dehnungsebene zu ermitteln ist. Die Verwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms bietet demgegenüber den Vorteil, dass die Gleichgewichtsbetrachtung bei der Verwendung

von normalfesten Betonen (bis C50/60) unabhängig von der verwendeten Betongüte erfolgen kann, ohne die Genauigkeit der Ergebnisse signifikant zu reduzieren. Somit ist das Gleichgewicht auf Querschnittsebene primär von der Bruchdehnung der Bewehrung  $\varepsilon_{pd}$ , bzw. der zulässigen Zusatzdehnung  $\Delta\varepsilon_p$  abhängig.

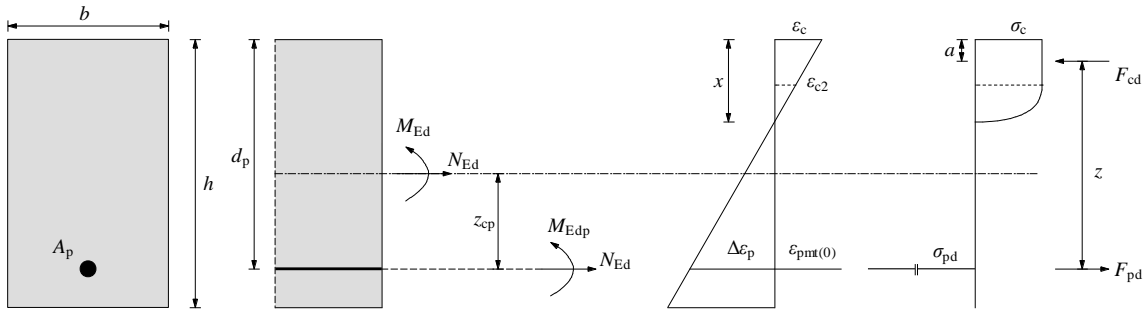


Abbildung 5-7 Beziehungen auf Querschnittsebene bei der Bemessung für Biegung mit Längskraft

Die auftretende Betonspannung wird durch den in Gl. 5-21 beschriebenen Zusammenhang ermittelt. Die daraus resultierenden Ermittlungen der Größe und Lage der Betondruckkraft  $F_{cd}$  gemäß Gl. 5-18 und Gl. 5-19 erfolgen unter Verwendung der dimensionslosen Größen  $\alpha_R$  (Völligkeitsbeiwert) und  $k_a$  (Höhenbeiwert) nach Gl. 5-22 und Gl. 5-23, mit Hilfe derer die Form der Spannungsverteilung erfasst wird. Die für  $\alpha_R$  und  $k_a$  verwendeten, vereinfachten Zusammenhänge gelten in dieser Form nur für normalfeste Betone bis zur Festigkeitsklasse C50/60, bei denen die Werte  $n = 2$ ,  $\varepsilon_{c2} = - 2,0 \text{ ‰}$  und  $\varepsilon_{c2u} = - 3,5 \text{ ‰}$  gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) als konstant angenommen werden können.

$$F_{cd} = \alpha_R \cdot b \cdot x \cdot \sigma_c = \alpha_R \cdot b \cdot \zeta \cdot d_p \cdot \sigma_c \quad \text{Gl. 5-18}$$

$$a = k_a \cdot x \quad \text{Gl. 5-19}$$

Dabei ist:

$$\zeta = \frac{x}{d_p} \quad \text{Gl. 5-20}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n & \text{für } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2} \\ 1 & \text{für } \varepsilon_{c2} > \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2u} \end{cases} \quad \text{Gl. 5-21}$$

$$\alpha_R = \begin{cases} \frac{-\varepsilon_c}{2} - \frac{\varepsilon_c^2}{12} & \text{für } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2} \\ 1 + \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_c} & \text{für } \varepsilon_{c2} > \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2u} \end{cases} \quad \text{Gl. 5-22}$$

$$k_a = \begin{cases} \frac{8 + \varepsilon_c}{24 + 4 \cdot \varepsilon_c} & \text{für } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2} \\ \frac{3 \cdot \varepsilon_c^2 + 4 \cdot \varepsilon_c + 2}{6 \cdot \varepsilon_c^2 + 4 \cdot \varepsilon_c} & \text{für } \varepsilon_{c2} > \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2u} \end{cases} \quad \text{Gl. 5-23}$$

Darauf aufbauend kann für jeden Wert des einwirkenden Momentes  $\mu_{Edp}$  in Abhängigkeit des Bemessungswertes der Bruchdehnung der Spannglieder  $\varepsilon_{pd}$  und der Vordehnung infolge von Vorspannung  $\varepsilon_{pmt(0)}$  durch Iteration der Dehnungsebene ein eindeutiger Gleichgewichtszustand ermittelt werden. Daraus lassen sich allgemeine Bemessungsdiagramme bestimmen, welche in Abbildung 5-8 exemplarisch für die Spanngliedbruchdehnungen  $\varepsilon_{pd} = 10 \text{ ‰}$  und  $\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$  dargestellt sind. Alle Varianten dieser Diagramme sind in Anhang A-1 in größerer Darstellung enthalten.

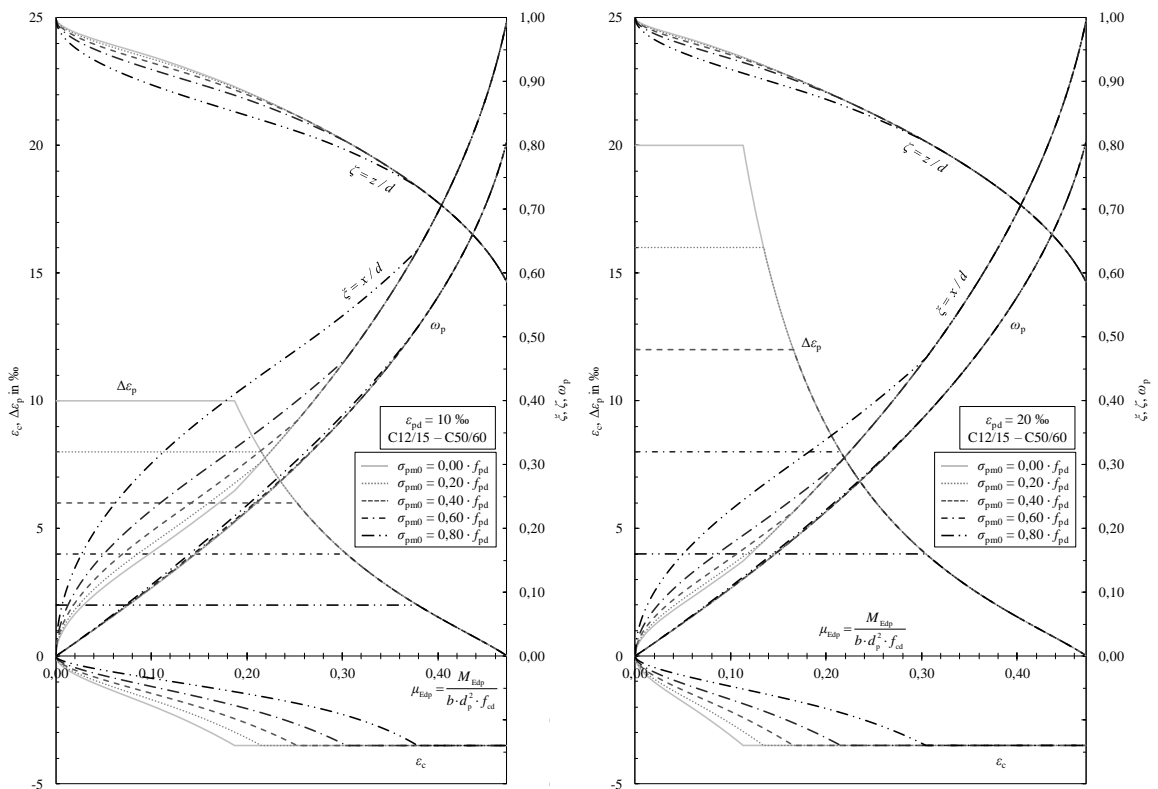


Abbildung 5-8 Bemessungsdiagramme für Rechteckquerschnitte ohne Druckbewehrung, die Betondruckfestigkeitsklassen C12/15 – C50/60 und die Spanngliedbruchdehnungen  $\varepsilon_{pd} = 10 \text{ ‰}$  (links) und  $\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$  (rechts)

Die Kurvenscharen ergeben sich dabei jeweils in Abhängigkeit von der gewählten Vorspannung, bzw. der dementsprechend verbleibenden zulässigen Zusatzdehnung  $\Delta\varepsilon_p$ . Beispielsweise verbleibt bei einer Bruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 10 \text{ ‰}$  und einer Vorspannung von  $\sigma_{pmt0} = 0,40 \cdot f_{pd}$  ( $\varepsilon_{pmt(0)} = 4 \text{ ‰}$ ) somit noch eine maximal zulässige Zusatzdehnung von  $\Delta\varepsilon_p = 6 \text{ ‰}$ . Der zugehörige erforderliche mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_p$  ergibt sich dabei aus dem Verhältnis des bezogenen einwirkenden Momentes  $\mu_{Edp}$  und dem bezogenen Hebelarm der inneren Kräfte  $\zeta$ .

$$\omega_p = \frac{\mu_{Edp}}{\zeta} \quad \text{Gl. 5-24}$$

$$\zeta = \frac{z}{d_p} \quad \text{Gl. 5-25}$$

Hierbei ist zu überprüfen, ob die Verwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms zur Modellierung der Spannungsverteilung in der Betondruckzone eine geeignete Genauigkeit gegenüber der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung aufweist. In Abbildung 5-9 sind dafür exemplarisch für die Betonfestigkeitsklasse C40/50, eine Spanngliedbruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$  und eine Vorspannung von  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  die resultierenden bezogenen Hebelarme der inneren Kräfte  $\zeta$  und die mechanischen Bewehrungsgrade  $\omega_p$  gegenübergestellt.

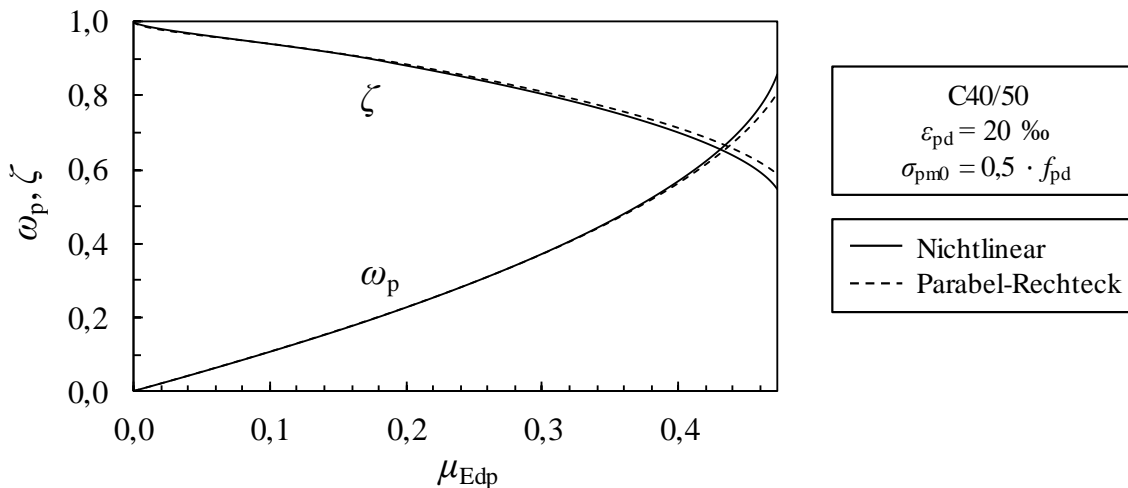


Abbildung 5-9 Vergleich der bezogenen Hebelarme der inneren Kräfte  $\zeta$  und der mechanischen Bewehrungsgrade  $\omega_p$  bei der Verwendung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons und des Parabel-Rechteck-Diagramms

Am Beispiel des in Abbildung 5-9 dargestellten Vergleichs wird deutlich, dass sich die Berechnungsergebnisse zwischen dem Ansatz des Parabel-Rechteck-Diagramms und der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons nur geringfügig unterscheiden. Insbesondere im Bereich von  $0,0 \leq \mu_{Edp} \leq 0,42$  betragen die maximalen Abweichungen zwischen den Kurven weniger als 2 %. Selbst im Bereich besonders hoher Belastungen von  $\mu_{Edp} > 0,42$  ergeben sich maximale Abweichungen von rund 5 %. Derart hoch belastete Querschnitte sind in der Ingenieurpraxis jedoch ohnehin unüblich, da die auftretenden Zusatzdehnungen in der Bewehrung dabei sehr gering bleiben und deren Festigkeit nicht ausgenutzt werden kann. Insgesamt kann somit festgestellt werden, dass die Verwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms im Rahmen der Biegebemessung hinreichend genaue Ergebnisse liefert und für die Erstellung der Bemessungshilfen geeignet ist. Die dementsprechend

unter Anwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms hergeleiteten allgemeinen Bemessungsdiagramme für alle untersuchten Bruchdehnungen ( $\epsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$  bis  $25 \text{ ‰}$ ) sowie die zugehörigen Bemessungstabellen können Anhang A-1 bzw. Anhang A-2 entnommen werden.

Alternativ zu der Verwendung der Bemessungsdiagramme bzw. Bemessungstabellen kann der erforderliche mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_p$  für überschlägige Bemessungen wie etwa Vordimensionierungen auch in vereinfachter Form unter Ansatz eines Spannungsblocks (starr-plastisches Werkstoffverhalten) in der Betondruckzone erfolgen, vgl. Abbildung 5-10.

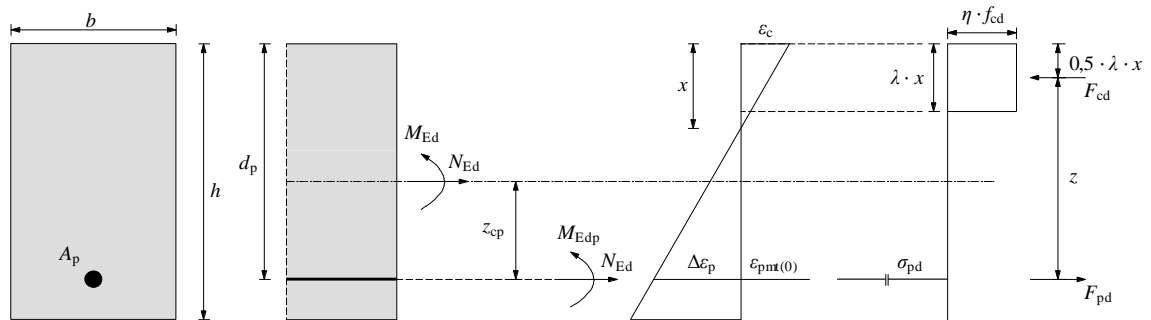


Abbildung 5-10 Beziehungen auf Querschnittsebene bei Verwendung des Spannungsblocks nach DIN EN 1992-1-1 (2011)

Die Gestalt des Spannungsblocks wird dabei durch die Beiwerte  $\lambda$  und  $\eta$  gesteuert. Für normalfeste Betone wird in DIN EN 1992-1-1 (2011) vorgeschlagen die Höhe des Spannungsblocks zu reduzieren ( $\lambda = 0,8$ ,  $k_a = 0,4$ ) und dabei die Spannung vollständig auszunutzen ( $\eta = 1,0$ ). Eine alternative Methode, welche insbesondere im Rahmen der Bemessung von Mauerwerksbauteilen verwendet wird, ist hingegen die Reduktion der wirksamen Spannung ( $\eta < 1,0$ ) bei Ansatz der vollständigen Druckzonenhöhe ( $\lambda = 1,0$ ,  $k_a = 0,5$ ).

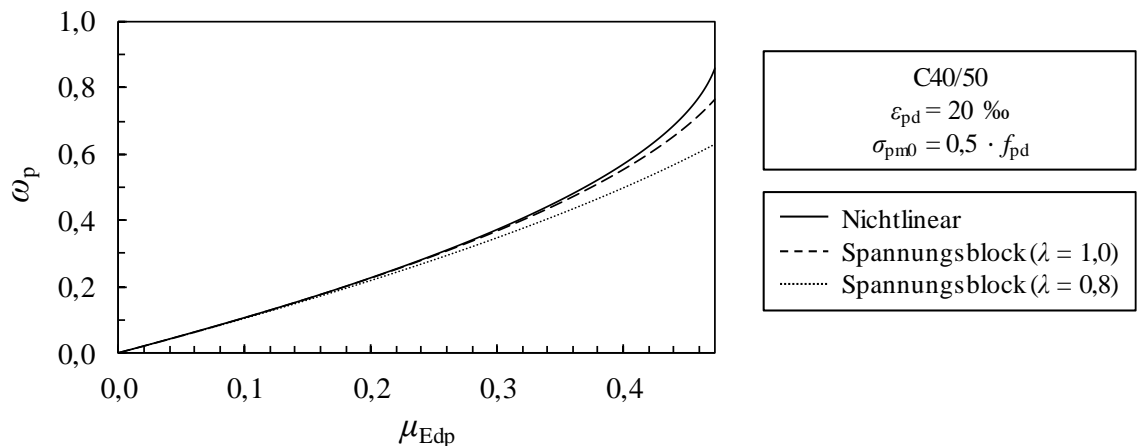


Abbildung 5-11 Vergleich der mechanischen Bewehrungsgrade  $\omega_p$  bei der Verwendung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons und verschiedener Ansätze des Spannungsblocks

Abbildung 5-11 zeigt die Ergebnisse beider Methoden anhand des erforderlichen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_p$  im Vergleich mit dem Ansatz der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons für die gleiche exemplarische Bauteilkonzeption wie zuvor (Betonfestigkeitsklasse C40/50, Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$ , Vorspannung  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$ ). Dabei zeigt sich, dass die Methode des Ansatzes einer vollständigen Betondruckzonenhöhe ( $\lambda = 1,0$ ,  $k_a = 0,5$ ) die Ergebnisse der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung besser approximiert. Die Abweichungen zwischen diesem starr-plastischen Ansatz betragen bis zu einem bezogenen einwirkenden Moment von  $\mu_{Edp} = 0,35$  weniger als 2 % und eine Abweichung von mehr als 5 % ergibt sich erst bei einem Wert von  $\mu_{Edp} > 0,43$ . Der normative Ansatz einer reduzierten Betondruckzonenhöhe ( $\lambda = 0,8$ ,  $k_a = 0,4$ ) weist im Vergleich mit den Ergebnissen des nichtlinearen Ansatzes hingegen größere Abweichungen auf. Hierbei liegen bereits bei Werten von  $\mu_{Edp} > 0,10$  Abweichungen von mehr als 2 % und bei Werten von  $\mu_{Edp} > 0,25$  Abweichungen von über 5 % vor. Insgesamt stellt daher der Ansatz der vollständigen Betondruckzonenhöhe, bei gleichzeitiger Abminderung der wirksamen Spannung für den vorliegenden Anwendungsfall die geeignetere Approximation dar.

Ausgehend von der in Abbildung 5-10 dargestellten Spannungsverteilung und der aus dem zugehörigen Kräftegleichgewicht folgenden Beziehung nach Gl. 5-26 kann mit Gl. 5-24 eine geschlossene Lösung für den erforderlichen mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_{p,SB}$  hergeleitet werden, welche in Gl. 5-27 dargestellt ist. Der Index ‚SB‘ steht dabei für den Spannungsblock in der Betondruckzone.

$$\mu_{Edp} = \alpha_R \cdot \xi \cdot \zeta \quad \text{Gl. 5-26}$$

$$\omega_{p,SB} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{Edp}} \quad \text{Gl. 5-27}$$

Nach der Ermittlung des mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_p$  (bzw.  $\omega_{p,SB}$ ) ergibt sich unter Verwendung von Gl. 5-28 schließlich die erforderliche Spanngliedfläche  $A_{p,erf}$ . Sofern keine äußere Normalkraft  $N_{Ed}$  vorliegt, kann stattdessen die vereinfachte Form nach Gl. 5-29 verwendet werden.

$$A_{p,erf} = \frac{1}{\sigma_{pd}} \cdot (\omega_p \cdot b \cdot d_p \cdot f_{cd} + N_{Ed}) \quad \text{Gl. 5-28}$$

$$A_{p,erf} = \frac{\omega_p \cdot b \cdot d_p \cdot f_{cd}}{\sigma_{pd}} \quad \text{für } N_{Ed} = 0 \quad \text{Gl. 5-29}$$

Die Spanngliedspannung  $\sigma_{pd}$  setzt sich gemäß Gl. 5-30 aus dem Elastizitätsmodul der Bewehrung  $E_p$  und aus der Vordehnung  $\varepsilon_{pmt(0)}$  nach Gl. 3-35 sowie der Zusatzdehnung  $\Delta\varepsilon_p$  zusammen und ist durch den Bemessungswert der Zugfestigkeit der FVK-Bewehrung begrenzt. Die Zusatzdehnung  $\Delta\varepsilon_p$ , welche ebenso wie der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_p$  von  $\mu_{Edp}$  abhängt, kann unter Verwendung der Bemessungsdiagramme und Bemessungstabellen in Abbildung 5-8 bzw. in Anhang A-1 und Anhang A-2 ermittelt werden.

$$\sigma_{pd} = E_p \cdot \varepsilon_{pd} = E_p \cdot (\varepsilon_{pmt(0)} + \Delta\varepsilon_p) \leq f_{pd} \quad \text{Gl. 5-30}$$

Eine anschließende Ermittlung der Mindestbewehrung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens, wie es bei konventionellen Stahl- und Spannbetonbauteilen notwendig ist, entfällt an dieser Stelle, da eine solche Mindestbewehrung eine negative Auswirkung auf das Last-Verformungs-Verhalten der Bauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung haben kann. Stattdessen erfolgt die Sicherstellung der ausreichenden Versagensvorankündigung durch einen expliziten Nachweis der Verformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Aus diesem Grund kann ebenfalls die normativ in DIN EN 1992-1-1/NA (2013) empfohlene Begrenzung der bezogenen Betondruckzonenhöhe auf  $x / d_p < 0,45$  (bis C50/60) entfallen. Während diese Begrenzung bei konventionellen Stahlbetonbauteilen die Sicherstellung der Duktilität gewährleisten soll, wird diese Anforderung im vorliegenden Fall über den expliziten Nachweis der Versagensvorankündigung berücksichtigt.

### 5.6 Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit

Die Auswertung der durchgeführten Versuche mit einem Versagen infolge von Querkraft in Abschnitt 4.4.3.1 hat gezeigt, dass das in Kapitel 3.6.2.2 vorgestellte Modell zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit gemäß prEN 1992-1-1 (2021) eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen liefert. Allerdings kann die Verwendung von Faserverbundkunststoffbewehrung, durch das gegenüber Stahl verringerte Elastizitätsmodul, dazu führen, dass die Wahrscheinlichkeit eines Schubversagens gegenüber dem Biegeversagen zunimmt. Aufgrund der geringeren Dehnsteifigkeit der Bewehrung treten im Bereich der Risse größere Verschiebungen der Rissufer auf, wodurch der Traganteil infolge von Rissreibung bzw. Rissverzahnung verringert wird. Außerdem verursachen die geringeren Elastizitätsmoduln sowie die schlechteren mechanischen Eigenschaften in radialer Richtung des Bewehrungsstabs eine Abminderung des Traganteils infolge der Dübelwirkung. Die Auswertung der Querkrafttraganteile von El Ghadioui (2020) zeigte, dass die Anteile aus Dübelwirkung und Rissverzahnung bei Bauteilen mit FVK-Bewehrung einen Gesamtanteil von ca. 30 % der Querkrafttragfähigkeit umfassen. Die Auswirkung dessen kann am Beispiel der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten GFVK-Bewehrung verdeutlicht werden. Durch die dem Betonstahl ähnliche Bemessungsfestigkeit von  $f_{pd} = 445 \text{ N/mm}^2$ , vgl. Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019), lässt sich die Biegetragfähigkeit näherungsweise mit dem gleichen Bewehrungsgrad erzielen. Der Elastizitätsmodul beträgt jedoch nur  $E_p = 60.000 \text{ N/mm}^2$ , also nur etwa 30 % des Elastizitätsmoduls von Betonstahl  $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$  bzw. von Spannstahl  $E_p = 195.000 \text{ N/mm}^2$ , sodass die Querkrafttragfähigkeit gegenüber der Biegetragfähigkeit deutlich herabgesetzt wird. Dieses Problem der verringerten Tragfähigkeit infolge eines frühzeitigen Schubversagens wurde am Beispiel des Schubtals nach Kani (1964) in Ab-

schnitt 3.6.2.1 dargestellt. Die Untersuchungen von Kani (1964) basieren auf experimentellen Untersuchungen, bei denen es sich im Regelfall um 4-Punkt-Biegeversuche handelte und die durch die Schubslankheit  $\lambda_v = a / d_p$  klassifiziert wurden. Die üblichen Bemessungsaufgaben im Bereich des Stahl- und Spannbetonbaus beruhen jedoch auf Flächen- bzw. Streckenlasten. Bei dieser Beanspruchungsart und dem resultierenden parabelförmigen Momenten- und linearen Querkraftverlauf gilt das Verhältnis  $a = l / 4$ . Somit kann der Sachverhalt direkt in Abhängigkeit der Biegeschlankheit  $\lambda = 4 \cdot \lambda_v$  ausgewertet werden. In Anlehnung an die von Schacht et al. (2013) durchgeführten Untersuchungen wurden die maximalen Tragfähigkeiten infolge von Biegung (vgl. Abschnitt 5.5) und infolge von Querkraft (vgl. Abschnitt 3.6.2.2) eines Einfeldträgers unter Streckenlasten in Abhängigkeit von der Biegeschlankheit  $\lambda$  und dem Längsbewehrungsgrad  $\rho_p$  ausgewertet. Die Randbedingungen ebenso wie die Ergebnisse sind in Abbildung 5-12 zusammengestellt.

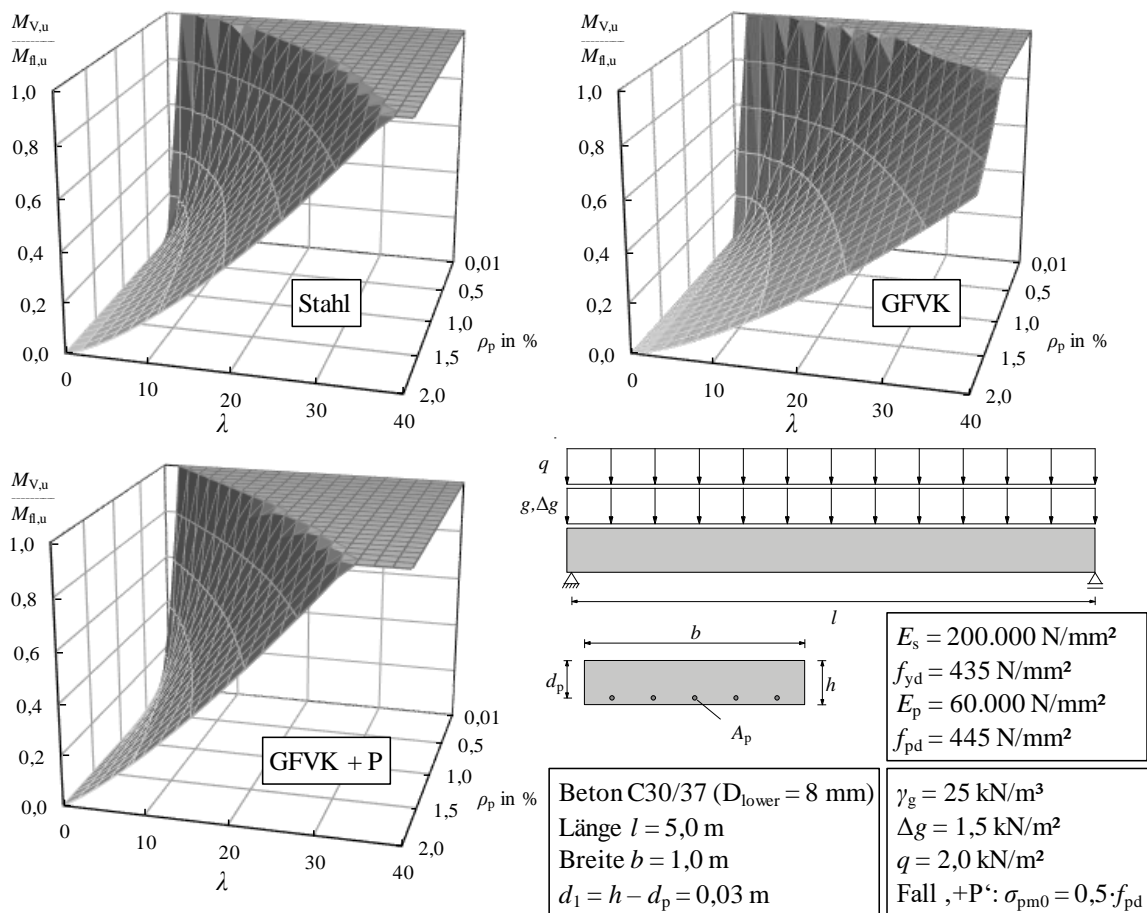


Abbildung 5-12 Modifizierte Schubtäger für Stahlbewehrung, GFVK-Bewehrung sowie vorgespannte GFVK-Bewehrung in Anlehnung an Schacht et al. (2013)

Die Untersuchung basiert auf einem Bauteil mit einer Stützweite von  $l = 5,0 \text{ m}$ , einem Beton der Festigkeitsklasse C30/37 und der Belastungssituation eines Bauteils des üblichen Hochbaus, welche bereits den Versuchen unter statischer Dauerbeanspruchung in Kapitel 4.5.2 zugrunde gelegt wurde. Auf der Hochachse ist in allen Diagrammen das Verhältnis



zwischen dem rechnerisch ermittelten Moment bei Schubbruchversagen  $M_{V,u}$  und dem rechnerisch ermittelten Moment bei Biegeversagen  $M_{fl,u}$  dargestellt. Im Plateaubereich bei einem Verhältnis von  $M_{V,u} / M_{fl,u} \geq 1,0$  liegt die Schubtragfähigkeit oberhalb der Biegetragfähigkeit sodass rechnerisch nicht von Schubbruchgefahr auszugehen ist. Im Bereich  $M_{V,u} / M_{fl,u} < 1,0$  unterschreitet die Schubtragfähigkeit die Biegetragfähigkeit, sodass rechnerisch Schubversagen zu erwarten ist. Der Vergleich der Diagramme bei Verwendung von Stahlbewehrung und bei Verwendung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten GFVK-Bewehrung zeigt, dass der Bereich des frühzeitigen Schubversagens aufgrund der oben beschriebenen Gründe deutlich zunimmt. Das bedeutet, dass bei Verwendung von FVK-Bewehrung mit einer gegenüber Stahl vielfach geringeren Steifigkeit sowohl bei geringeren Bewehrungsgraden  $\rho_p$  als auch bei größeren Biegeschlankheiten  $\lambda$  die volle Biegetragfähigkeit des Querschnitts nicht ausgenutzt werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit werden jedoch Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung betrachtet. Durch die Vorspannwirkung wird die Druckzonenhöhe vergrößert, was mit einer Steigerung des Querkrafttraganteils der ungerissenen Betondruckzone einhergeht. Wie die Untersuchungen von El Ghadioui (2020) zeigen, ist der Lastabtrag über die ungerissene Betondruckzone mit rund 50 % der gesamten Querkrafttragfähigkeit der maßgebende Anteil. Dadurch kann das Schubdefizit, welches durch die geringere Steifigkeit der Spannglieder  $E_p$  induziert wird, mit Hilfe einer Vorspannung der Spannglieder wieder ausgeglichen werden, was die Größe des Plateaubereichs im Fall ‚GFVK + P‘ in Abbildung 5-12 verdeutlicht. In diesem Berechnungsbeispiel wird dabei von einer Vorspannung von  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  ausgegangen. Dies stellt unter Beachtung der Sicherheitsbeiwerte und Abminderungsfaktoren zur Berücksichtigung der Dauerhaftigkeit bzw. Dauerstandfestigkeit, welche der Festigkeit  $f_{pd}$  zugrunde liegen, einen konformen Ansatz bezüglich der einzuhaltenen Spannungsbegrenzungen gemäß Abschnitt 3.7.2.2 dar. Eine weitergehende, detaillierte Erläuterung zu den zulässigen Vorspannniveaus wird im Rahmen des Bemessungskonzeptes in Kapitel 7 erfolgen.

Insgesamt zeigt diese Untersuchung der Schubtragfähigkeit, dass bei der Verwendung von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung keine signifikant erhöhte Gefahr eines Schubversagens gegenüber Stahlbetonbauteilen besteht, sofern die FVK-Bewehrung in geeignetem Maße vorgespannt wird. Trotz der zunächst herabgesetzten Querkrafttragfähigkeit infolge der geringeren Steifigkeit der Faserverbundkunststoffe gegenüber Stahl, reicht die Vorspannung im Bereich der von internationalen Richtlinien für FVK-Spannglieder vorgegebenen Spannungsgrenzen aus, um dieses Defizit zu kompensieren.

## 6 NUMERISCHES MODELL ZUR ERMITTLUNG WIRKLICHKEITSNAHER BAUTEILVERFORMUNGEN

### 6.1 Allgemeines

In diesem Abschnitt wird die numerische Modellierung des Verformungsverhaltens von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung detailliert dargestellt. Zunächst werden die allgemeinen Eingangsgrößen und Annahmen der Modellierung beschrieben. Anschließend erfolgt eine Darstellung der geeigneten Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen gemäß Quast (1981), was der folgenden Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung zugrunde gelegt wird. Ausgehend von der  $M$ - $\kappa$ -Beziehung wird die Ermittlung der Verformungen unter Kurzzeitbeanspruchung vorgestellt. Daran schließen die modelltechnische Erfassung des zeitabhängigen Materialverhaltens und die Beschreibung der zugehörigen Ermittlung der zeitabhängigen Bauteilverformungen an. Abschließend wird das numerische Modell mit Hilfe einer umfangreichen Versuchsdatenbank validiert. Diese Datenbank umfasst neben den 15 im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten und in Kapitel 4 vorgestellten Bauteilversuche zudem weitere 111 Bauteilversuche aus der Literatur.

Zu Beginn der Modellierung werden die geometrischen und mechanischen Eingangsgrößen festgelegt. Dazu sind die Querschnittsgeometrie anhand der Höhe und Breite sowie etwaige Zug- bzw. Druckgurte, die Menge und Lage der Spannglieder und ggf. zusätzlich vorhandene schlaaffe Bewehrung zu erfassen. Basierend auf diesen geometrischen Eingangsgrößen werden die Bruttoquerschnittswerte sowie die ideellen Querschnittswerte nach Abschnitt 3.3.2.3 ermittelt.

Als mechanische Eingangsgrößen sind die Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte der FVK-Bewehrung zu berücksichtigen, ebenso wie die Kennwerte des verwendeten Betons. Hierbei wird von DIN EN 1992-1-1 (2011) implizit gefordert, dass das Materialverhalten des Betons wirklichkeitsnah abgebildet wird. Daraus folgt, dass für die Verformungsberechnung die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons nach Gl. 2-1 verwendet wird. Zudem folgt, dass abweichend von der Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit, wobei die Betonzugfestigkeit üblicherweise vernachlässigt wird, bei der Ermittlung der Verformungen eine explizite Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons erfolgt, um das Rissmoment des Querschnitts sowie die Zugversteifung zwischen den Rissen wirklichkeitsnah abzubilden.

Weiterhin sind die Stützweite  $l$  sowie die Art der Belastung festzulegen. Im Falle von Einzellasten sind die Lastposition (Bsp.: 3-Punkt-Biegeversuch) bzw. Lastpositionen (Bsp.: 4-Punkt-Biegeversuch) und im Falle von Streckenlasten die Form (bspw. konstante, dreiecks-

förmige oder trapezförmige Streckenlast) zu erfassen. Die Beanspruchung aus dem Bauteileigengewicht ergibt sich dabei nach Festlegung der Betonwichte zu  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$  als konstante Streckenlast unmittelbar aus den Bauteilabmessungen, während die Größen aller weiteren Beanspruchungen zu definieren sind.

### 6.2 Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen

In Abschnitt 3.7.1.2 wurde die Bedeutung der Mitwirkung des Betons am Lastabtrag auf Zug zwischen den Rissen bereits beleuchtet. Auf Querschnittsebene geht das Auftreten eines Risses mit dem Absinken der Steifigkeit einher, da die Höhe des wirksamen Querschnitts durch den Riss stark verringert wird. Die Betondruckzonenhöhe wird deutlich kleiner und der Anteil des Betonzugkeils an der Steifigkeit entfällt. Dieser Effekt ist jedoch lokal auf den Rissquerschnitt beschränkt. In den angrenzenden Bereichen wird der Beton über den dort wirksamen Verbund zwischen Beton und Bewehrung wieder aktiviert, vgl. Abbildung 3-13. Dementsprechend liegt in den Bereichen neben den Rissen eine größere Steifigkeit vor, welche bei Einfeldträgern in Auflagernähe wieder die Steifigkeit des ungerissenen Zustands I annimmt, vgl. Abbildung 3-11. Diese Reaktivierung des Betons bzw. die daraus resultierende Mitwirkung des Betons in der Zugzone in den Bereichen zwischen den Rissen wird Zugversteifung oder Tension Stiffening genannt.

Ein häufig verwendeter Ansatz zur Berücksichtigung dieses Sachverhalts wird in CEB-FIP Model Code 1990 (1993) in Form einer konstanten Abminderung der auftretenden Verformungsgrößen vorgeschlagen. Dies ist in Abbildung 6-1 (links) am Beispiel einer vereinfachten Momenten-Krümmungs-Beziehung dargestellt. Dabei wird die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen durch eine Krümmungsdifferenz zwischen den Zuständen I und II erfasst. Dadurch wird die eigentliche  $M$ - $\kappa$ -Beziehung rechnerisch zu einer mittleren  $M$ - $\kappa_m$ -Beziehung umgeformt. Durch den Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$  wird dabei der Verlauf der Spannungszunahme des Betons außerhalb der Rissquerschnitte, vgl. Abbildung 3-13, und damit die Intensität der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berücksichtigt.

Bei diesem Ansatz wird die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen über den gesamten Bereich der abgeschlossenen Rissbildung lastunabhängig mit dem gleichen konstanten Wert erfasst. Leonhardt (1984) und Quast (1981) zeigten jedoch bereits, dass die Verbundwirkung, welche das Tension Stiffening maßgeblich beeinflusst, vom vorliegenden Belastungsniveau abhängt. Durch die progressive Schädigung des Verbundes bei steigendem Beanspruchungsniveau kann der Beton zwischen den Rissen zunehmend weniger stark aktiviert werden. Die Zugversteifung nimmt sukzessive ab bis sie bei Eintritt des Biegeversagens schließlich vollständig abgebaut ist. In Abbildung 6-1 (rechts) wird dieser Sachverhalt ebenfalls am Beispiel einer vereinfachten Momenten-Krümmungs-Beziehung qualitativ verdeutlicht.

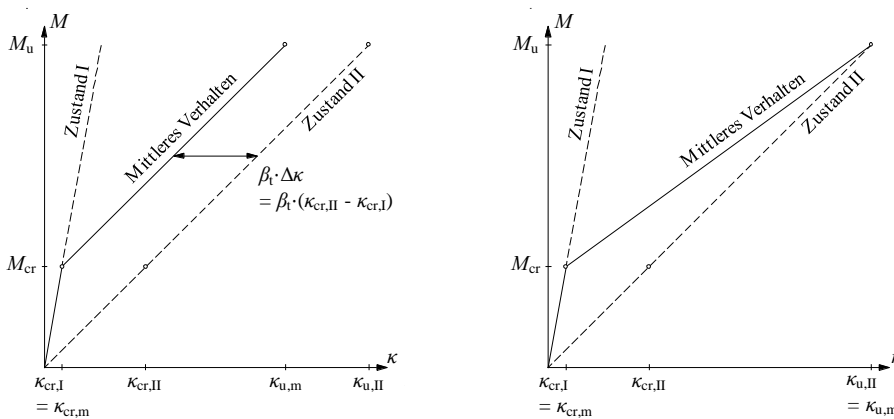


Abbildung 6-1 Rechnerische Ansätze zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen am Beispiel von linearisierten Momenten-Krümmungs-Beziehungen nach CEB-FIP Model Code 1990 (1993) (links) und nach Quast (1981) (rechts)

Diese Abhängigkeit des Zugversteifungseffektes vom Belastungsniveau wird in DIN EN 1992-1-1 (2011) mit Hilfe von Verteilungsbeiwerten erfasst. Dabei wird das mittlere Bauteilverhalten ermittelt, indem die Krümmungen der Zustände I und II berechnet und mithilfe der lastabhängigen Verteilungsbeiwerte gewichtet werden. Dieser Ansatz ist jedoch nicht ohne weiteres auf vorgespannte Betonbauteile übertragbar. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit anstelle des Modells nach DIN EN 1992-1-1 (2011) das belastungsabhängige Modell nach Quast (1981) mit den zugehörigen Optimierungen nach Pfeiffer (2004) verwendet, welches nachfolgend vorgestellt wird.

Der Berechnungsansatz von Quast (1981) basiert auf der expliziten Berücksichtigung des Verlaufes der Betonzugspannungen. Dieser Methodik liegen drei Annahmen zugrunde: Erstens wird von einer vollen Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bis zum Erreichen der Rissdehnung  $\epsilon_{ct,cr}$  bzw. der rechnerischen Zugfestigkeit des Betons  $f_{ct,calc}$  ausgegangen. Zweitens wird die Mitwirkung des Betons in Abhängigkeit der vorliegenden Betondehnung auf Höhe der Bewehrung, bzw. im vorliegenden Fall auf Höhe der Spannglieder  $\epsilon_{ct,p}$  abgemindert. Drittens wird angenommen, dass die versteifende Wirkung des Betons bei Erreichen der Spanngliedzugfestigkeit  $f_p$  gerade auf null absinkt.

Diese Annahmen werden mithilfe der in Abbildung 6-2 dargestellten Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons im Zugbereich abgebildet. Der ansteigende Bereich der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird dabei durch die parabelförmige Beziehung nach Gl. 6-1 beschrieben. Die Rissdehnung  $\epsilon_{ct,cr}$  ist gegenüber einem nicht vorgespannten Betonbauteil etwas größer, da die Zugzone durch die Vorspannwirkung vorge drückt ist. Nach Überschreiten der Rissdehnung  $\epsilon_{ct,cr}$  wird ein konstanter Verlauf bis zum Erreichen des Endwertes  $\epsilon_{ct,max}$  angenommen, vgl. Gl. 6-1. Auf Basis der Annahme, dass die Mitwirkung des Betons bei Erreichen der Bruchspannung der Spannglieder gerade auf null absinkt, wird für die maximale Betondehnung der Wert der Spanngliedbruchdehnung angesetzt  $\epsilon_{ct,max} = \epsilon_{pu}$ .

Diese Annahme wird durch umfangreiche Untersuchungen von Bischoff und Paixao (2004) und Kharal und Sheikh (2017) bestätigt. Dabei wurde für Betonkörper mit verschiedenen FVK-Bewehrungen beobachtet, dass die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen unter sukzessiver Abnahme ihrer Intensität bis zum Erreichen der Bruchdehnung der FVK-Bewehrung vorhanden ist.

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} \alpha_{TS} \cdot f_{ct,calc} \cdot \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{ct,p}}{\varepsilon_{ct,cr}} \right)^{n_{PR}} \right) & \text{für } \varepsilon_{ct,p} < \varepsilon_{ct,cr} \\ \alpha_{TS} \cdot f_{ct,calc} & \text{für } \varepsilon_{ct,cr} \leq \varepsilon_{ct,p} \leq \varepsilon_{ct,max} \end{cases} \quad \text{Gl. 6-1}$$

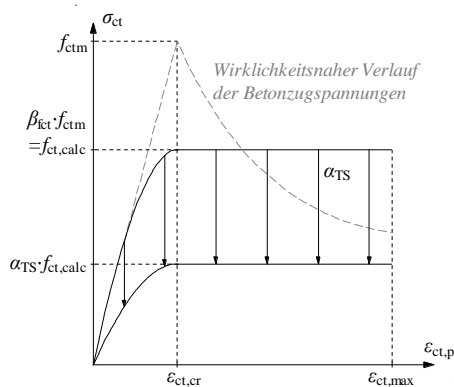


Abbildung 6-2 Wirklichkeitsnaher Verlauf der Betonzugspannungen nach Gilbert und Warner (1978) und Malárics (2010) sowie rechnerische Verläufe nach Quast (1981)

Der rechnerische Wert der Betonzugfestigkeit  $f_{ct,calc}$  basiert dabei auf dem Mittelwert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$ , welcher mit dem Faktor  $\beta_{fct}$  abgemindert wird. Diese Abminderung geht auf den wirklichkeitsnahen Verlauf der Betonzugspannung zurück, vgl. Gilbert und Warner (1978) sowie Malárics (2010), welcher ebenfalls in Abbildung 6-2 hinterlegt ist. Bei Verwendung der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  über den gesamten Verlauf der Dehnung, würde die Mitwirkung des Betons überschätzt. Der Faktor  $\beta_{fct}$  kann anhand von Bauteilversuchen kalibriert werden. Dies wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit anhand der in Abschnitt 6.6.3 bzw. Anhang B-2 dargestellten Versuchsdatenbank durchgeführt und die besten Übereinstimmungen resultierten für einen Wert von  $\beta_{fct} = 0,8$ . Die Völligkeit der Kurve im ansteigenden Bereich kann mit Hilfe des Exponenten  $n_{PR}$  gesteuert werden. In Anlehnung an die Werte aus DIN EN 1992-1-1 (2011) für den Druckbereich des Parabel-Rechteck-Diagramms normalfester Betone ( $\leq C50/60$ ) wird der Exponent  $n_{PR} = 2,0$  gewählt, was den Empfehlungen von Quast (1981) und Pfeiffer (2004) entspricht.

Der letzte Parameter ist der Abminderungsfaktor  $\alpha_{TS}$  gemäß Gl. 6-2. Darüber werden die lastabhängige Verbundschädigung und die damit einhergehende Abnahme der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen erfasst. Im Zustand I ist keine Abminderung vorzusehen, da die gesamte Betonzugzone am Lastabtrag beteiligt ist. Im Verlauf des Zustands II wird

die Abminderung hingegen durch den Exponenten  $n_\alpha$  gesteuert. Der Verlauf des Abminderungsfaktors  $\alpha_{TS}$  in Abhängigkeit des Exponenten  $n_\alpha$  ist in Abbildung 6-3 (links) für verschiedene Werte von  $n_\alpha$  dargestellt.

$$\alpha_{TS} = \left( \frac{\epsilon_{ct,max} - \epsilon_{ct}}{\epsilon_{ct,max} - \epsilon_{ct,cr}} \right)^{n_\alpha} \quad \text{Gl. 6-2}$$

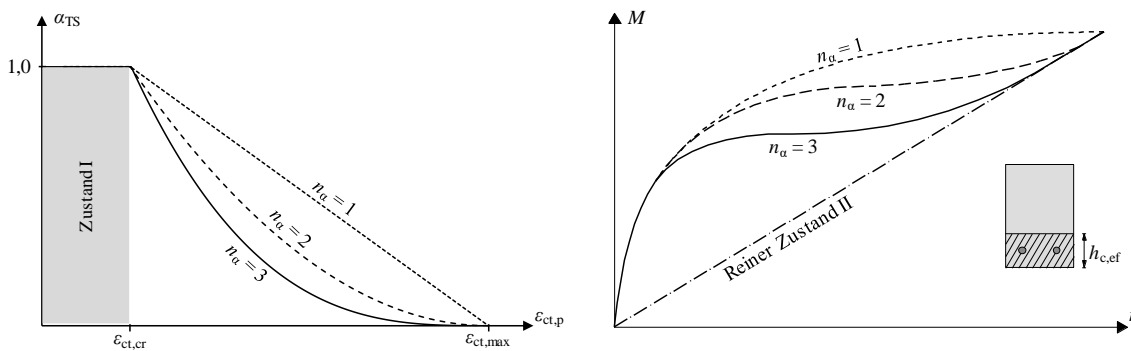


Abbildung 6-3 Verlauf des Abminderungsfaktor  $\alpha_{TS}$  und qualitative Auswirkung auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung in Abhängigkeit des Exponenten  $n_\alpha$

Der hierbei gewählte Exponent  $n_\alpha$  kann unter Berücksichtigung der Verbundeigenschaften und der Querschnittskonzeption gewählt werden. Die Untersuchungen von Pfeiffer (2004) zeigen, dass insbesondere bei gering bewehrten Querschnitten ein Exponent von  $n_\alpha > 2$  erforderlich wird, da die Mitwirkung des Betons sonst überschätzt würde. In Abbildung 6-3 (rechts) sind die Auswirkungen verschiedener Werte von  $n_\alpha$  in Anlehnung an die Untersuchungen von Pfeiffer (2004) am Beispiel von Momenten-Krümmungs-Beziehungen qualitativ dargestellt.

Dabei fällt zum einen auf, dass erhöhte Exponenten zu einer frühzeitigeren Abminderung der Mitwirkung des Betons führen, was auch aus Abbildung 6-3 (links) hervorgeht. Weiterhin ist anzumerken, dass zudem eine Berechnung der tatsächlich wirksamen mitwirkenden Betonfläche auf Basis der effektiven Höhe der Betonzugzone gemäß Gl. 3-44 erfolgt, da der Beton primär im Bereich unmittelbar um die Spannglieder herum aktiviert wird. Daraus folgen die in Abbildung 6-4 dargestellten Verläufe der Spannungen im Querschnitt bei steigender Belastung.

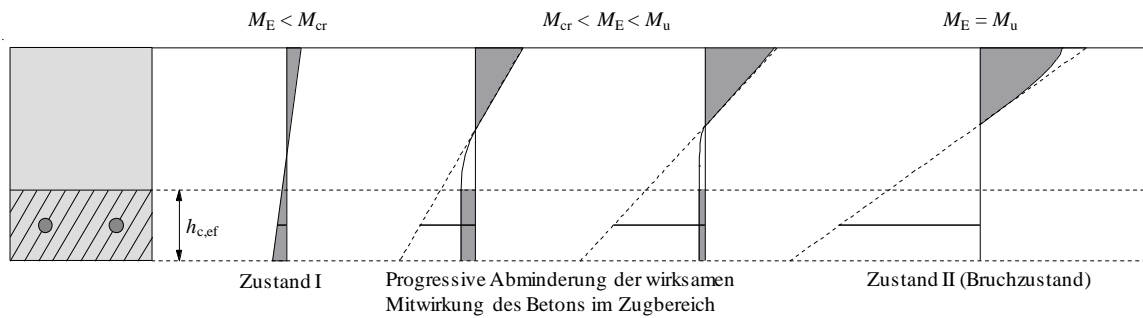


Abbildung 6-4 Wirksame Spannungen bei steigendem Beanspruchungsniveau in Anlehnung an Pfeiffer (2004)

Für die vorliegenden Anwendungsfälle, darunter die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Bauteilversuche und die Versuche aus der Literatur, vgl. Tabelle 6-7 und Tabelle 6-8 bzw. Anhang B-2 und Anhang B-3, hat sich die Verwendung des Exponenten  $n_\alpha = 3$  als am besten geeignet erwiesen. Da das modellierte Steifigkeitsverhalten der Bauteile die realen Verhältnisse auf diese Weise gut abbildet, ist das Berechnungsmodell auf Basis von Quast (1981) mit den Optimierungen von Pfeiffer (2004) für die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen bei Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung als geeignet anzusehen. In Abbildung 6-5 ist der direkte Zusammenhang zwischen der rechnerischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons unter Zugbeanspruchung und dem gewählten Verlauf des Abminderungsfaktors  $\alpha_{TS}$  auf Basis eines Exponenten von  $n_\alpha = 3$  zusammenfassend dargestellt.

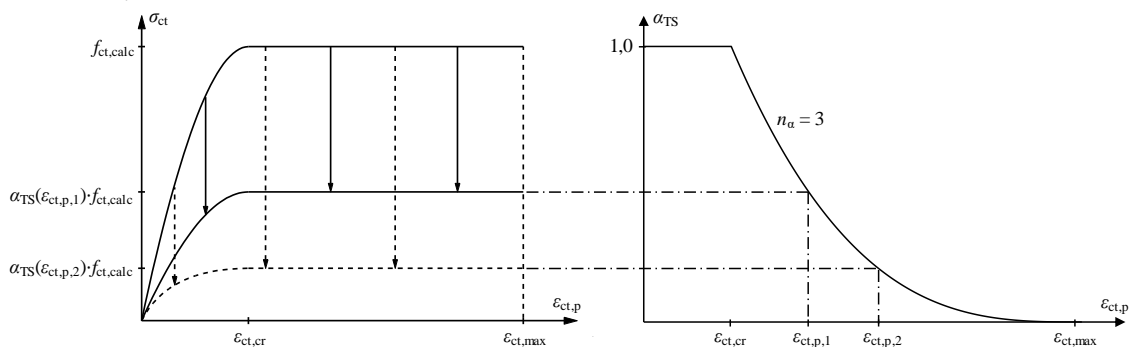


Abbildung 6-5 Zusammenhang zwischen der rechnerischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons unter Zugbeanspruchung und dem Abminderungsfaktor  $\alpha_{TS}$  in Anlehnung an Quast (1981) und Pfeiffer (2004)

### 6.3 Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung

#### 6.3.1 Genaues, iteratives Berechnungsmodell zur Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung

Unter Beachtung der in Abschnitt 3.7.1.3 dargestellten Grundlagen und der in Abschnitt 6.2 gezeigten Form der Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen

den Rissen wird die Momenten-Krümmungs-Beziehung numerisch abgebildet. Dabei werden die Zustände I und II getrennt voneinander behandelt. Das innere Kräftegleichgewicht ist im Zustand I geschlossen lösbar, da die Spannungsverteilungen im Zug- und im Druckbereich dabei als über die Querschnittshöhe linear verteilt angenommen werden können. In Abhängigkeit der vorliegenden ideellen Querschnittswerte, vgl. Abschnitt 3.3.2.3, der wirksamen Vorspannkraft  $P_{m0}$  und dem einwirkenden äußeren Moment  $M_E$  können die Betonrandspannungen nach Gl. 6-3 sowie auf Grundlage der linearen Spannungsverteilung die Betonranddehnungen mit Gl. 6-4 ermittelt werden, aus denen sich unter Betrachtung der Bauteilhöhe  $h$  unmittelbar die Krümmung nach Gl. 6-5 ergibt.

$$\sigma_{c,o/u} = -\frac{P_{m0}}{A_{ci}} + \frac{-P_{m0} \cdot e_p + M_E}{W_{cio/ciu}} \quad \text{Gl. 6-3}$$

$$\varepsilon_{c,o/u} = \frac{\sigma_{c,o/u}}{E_c} \quad \text{Gl. 6-4}$$

$$\kappa_1 = \frac{|\varepsilon_{c,u}| + |\varepsilon_{c,o}|}{h} = \frac{|\sigma_{c,u}| + |\sigma_{c,o}|}{E_c \cdot h} \quad \text{Gl. 6-5}$$

$$= \frac{\left| -\frac{P_{m0}}{A_{ci}} + \frac{-P_{m0} \cdot e_p + M_E}{W_{cio}} \right| + \left| -\frac{P_{m0}}{A_{ci}} + \frac{-P_{m0} \cdot e_p + M_E}{W_{ciu}} \right|}{E_c \cdot h}$$

Auf diese Weise wird die Krümmung für die beiden Grenzwerte des Zustands I  $M_E = 0$  und  $M_E = M_{cr}$  ermittelt. Dabei ist zu beachten, dass bei vorgespannten Bauteilen für den Zustand  $M_E = 0$  eine negative Krümmung vorliegt und dass das Moment  $M_{cr}$  durch die Vorspannwirkung gegenüber einem schlaff bewehrten Bauteil vergrößert ist, vgl. Abbildung 3-15.

Anders als im Zustand I, kann die Krümmung im Zustand II nicht länger geschlossen gelöst werden, da infolge von Rissbildung und durch die erhöhten Spannungsniveaus nicht länger von einer linearen Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe ausgegangen werden kann. Vor dem Ziel einer möglichst wirklichkeitsnahen Modellierung des Material- und Bauteilverhaltens wird der Beton im Druckbereich durch die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Gl. 2-1 gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und im Zugbereich durch die in Abschnitt 6.2 vorgestellte Parabel-Rechteck-Beziehung nach Gl. 6-1 gemäß Quast (1981) bzw. Pfeiffer (2004) beschrieben. Für die vorgespannte FVK-Bewehrung wird eine linear-elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Gl. 2-41 angesetzt. Basierend auf diesen Arbeitslinien und den zugehörigen Wirkungsbereichen nach Abbildung 6-4 folgt eine Iteration der Dehnungsebene. Hierbei wird die Krümmung vorgegeben und die Betondruckzonenhöhe iteriert, bis ein Gleichgewichtszustand erreicht ist. Die Querschnittsform, also ein rechteckförmiger Grundquerschnitt inklusive etwaiger Zug- bzw. Druckgurte, wird explizit berücksichtigt, indem das Kräftegleichgewicht anhand der Span-



nungsergebnissen der Teilquerschnitte gebildet wird. Aus dieser Berechnung geht unmittelbar das zur vorgegebenen Krümmung gehörende Moment hervor. Diese Iteration der Dehnungsebene wird für eine entsprechend große Anzahl verschiedener Krümmungen durchgeführt, um die Momenten-Krümmungs-Beziehung hinreichend genau abbilden zu können. Die betrachteten Werte möglicher Krümmungen liegen dabei zwischen zwei Grenzwerten. Der obere Grenzwert  $\kappa_{m,max,II}$  beschreibt die maximal mögliche Krümmung bei Erreichen des Querschnittsversagens, wobei das Querschnittsversagen entweder durch das Erreichen der Bruchspannung der Spannglieder  $f_p$  oder durch das Erreichen der Betondruckfestigkeit  $f_c$  initiiert wird. Der untere Grenzwert  $\kappa_{m,min,II}$  entspricht hingegen dem Wert  $\kappa_{cr,I}$  welcher nach Gl. 6-5 im Zustand I für das Rissmoment  $M_{cr}$  ermittelt wurde. Hierbei ist festzustellen, dass das für den Wert  $\kappa_{m,min,II} = \kappa_{cr,I}$  ermittelte Moment  $M_{cr,II}$  einen geringeren Wert annimmt, als das eigentliche Rissmoment  $M_{cr}$  ( $= M_{cr,I}$ ). Dies ist auf die modellspezifische Definition der Einwirkung zurückzuführen. Da die Krümmung vorgegeben und damit fixiert ist, liegt eine verformungsgesteuerte Beanspruchung vor, vergleichbar mit den experimentellen Untersuchungen in Abschnitt 4.4. Bei Erreichen des gerissenen Zustandes sinkt die Biegesteifigkeit  $EI$  gegenüber dem ungerissenen Zustand deutlich ab. Folglich muss sich, gemäß Gl. 3-43, bei konstanter Krümmung  $\kappa$  und verringerter Biegesteifigkeit  $EI$  auch das Moment  $M_E$  reduzieren, damit ein Gleichgewichtszustand resultiert. Dieses Verhalten ist beispielhaft in Abbildung 4-12 anhand der Momenten-Krümmungs-Beziehungen der Bauteilversuche zu erkennen. Umgekehrt würde bei einer kraftgesteuerten Beanspruchung, bei der das einwirkende Moment  $M_E$  beim Übergang in den gerissenen Zustand konstant bleibt, das Absinken der Biegesteifigkeit  $EI$  gemäß Gl. 3-43 einen Anstieg der Krümmung  $\kappa$  bewirken. Die jeweils resultierenden real beobachtbaren Momenten-Krümmungs-Beziehungen weisen zwar unterschiedliche Verläufe auf, aber die einzelnen Risspunkte und damit auch die Momenten-Krümmungs-Beziehung unter Ansatz des mittleren Bauteilverhaltens (Einhüllende) sind identisch. Abbildung 6-6 (links) verdeutlicht diesen Sachverhalt und bestätigt, dass die gewählte Vorgehensweise der verformungsgesteuerten Iteration der Dehnungsebene zur Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung unter Ansatz des mittleren Bauteilverhaltens geeignet ist, um beide Beanspruchungstypen geeignet abzubilden. Die verformungsgesteuerte Iteration der Dehnungsebene hat dabei zwei Vorteile gegenüber der kraftgesteuerten Variante. Zum einen kann der Bereich der  $M$ - $\kappa$ -Beziehung im gerissenen Zustand unterhalb des Rissmomentes ermittelt werden, welcher insbesondere für die Verformungsberechnung im Rahmen einer Wiederbelastung von Bedeutung ist. Zudem kann auf diese Weise der Bereich der  $M$ - $\kappa$ -Beziehung nach Überschreiten des maximalen Moments (Entfestigungsbereich) rechnerisch erfasst werden.

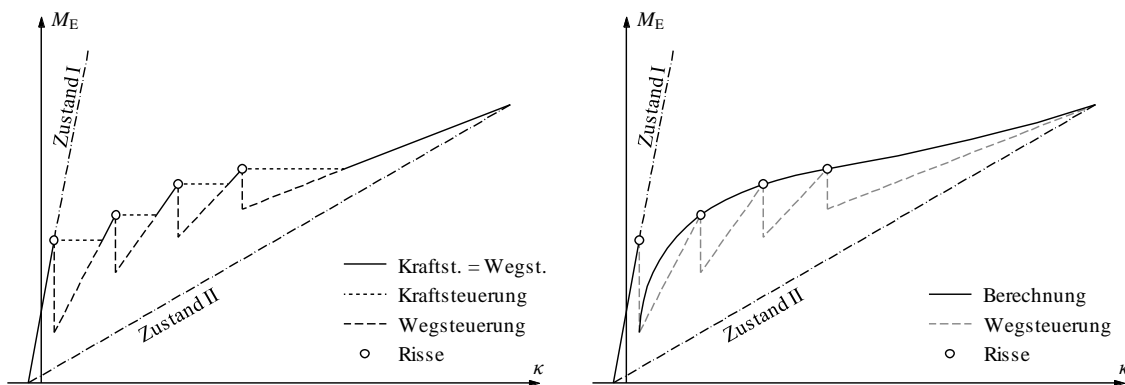


Abbildung 6-6 Links: Auswirkung des Beanspruchungstyps auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung in Anlehnung an Zilch und Zehetmaier (2010) Rechts: Rechnerische Momenten-Krümmungs-Beziehung auf Grundlage des mittleren Bauteilverhaltens

Zwischen den beiden Grenzwerten  $\kappa_{m,\min,II}$  und  $\kappa_{m,\max,II}$  wird eine äquidistante Verteilung der weiteren Stützstellen definiert, aus der sich eine Gesamtanzahl von  $n_{\text{Iter}} = 50$  Iterationen der Dehnungsebene ergibt. Basierend auf diesen 50 Stützstellen ergibt sich letztlich die rechnerische Momenten-Krümmungs-Beziehung unter Ansatz des mittleren Bauteilverhaltens, welche der schwarzen Linie in Abbildung 6-6 (rechts) entspricht.

Aufgrund der Übergangsbedingung  $M_E(x_i) \leq M_{cr}$  bzw.  $M_E(x_i) > M_{cr}$  zwischen den beiden Varianten folgt, dass der Bereich  $M_E(x_i) \leq M_{cr}$  der  $M_E$ - $\kappa_{II,m}$ -Beziehung für den Fall einer Erstbelastung keine Anwendung findet. Im Falle einer Wiederbelastung kann auch im Bereich  $M_E(x_i) \leq M_{cr}$  die  $M_E$ - $\kappa_{II,m}$ -Beziehung angewandt werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird nachfolgend allgemein der Fall der Erstbelastung behandelt. Die für das Auslesen der maßgebenden Krümmung erforderliche, resultierende Momenten-Krümmungs-Beziehung ergibt sich somit gemäß Abbildung 6-7. Die Unterschiede der zu den Rissmomenten  $M_{cr,I}$  und  $M_{cr,II}$  gehörenden Krümmungen  $\kappa_{cr,I}$  und  $\kappa_{cr,II}$  sind üblicherweise gering, sodass die Auswirkungen auf die sich abschließend ergebende Last-Verformungs-Beziehung vernachlässigt werden können.

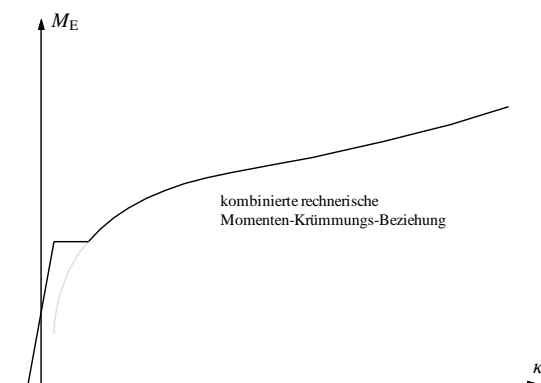


Abbildung 6-7 Resultierende rechnerische Momenten-Krümmungs-Beziehung

### 6.3.2 Vereinfachtes Berechnungsmodell zur direkten Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung

Alternativ zur Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung auf Basis der Iteration der Dehnungsebene kann die Momenten-Krümmungs-Beziehung eines vorgespannten Querschnitts ohne Druckbewehrung auch mit Hilfe der in diesem Abschnitt vorgestellten Gleichungen ermittelt werden. Dieser Ansatz kann insbesondere dann gewählt werden, wenn der vorliegende Anwendungsfall außerhalb der Anwendungsgrenzen des in Kapitel 7 vorgestellten Bemessungskonzeptes liegt. Zunächst wird die Berechnung der Krümmung in Abhängigkeit des einwirkenden Moments im reinen Zustand II ohne Tension Stiffening berechnet. Während der Iteration der Dehnungsebene die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons zugrunde gelegt werden kann, ist zur Herleitung einer geschlossenen Lösung der Momenten-Krümmungs-Beziehung im Zustand II vereinfachend anzunehmen, dass in der Betondruckzone eine lineare Spannungsverteilung vorliegt. Dies ist im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit eine grundsätzlich zulässige Annahme und auch für höhere Spannungsniveaus bleiben die Unterschiede der beiden Ansätze in einem verträglichen Rahmen, sofern das bezogene Moment  $\mu_{Edp}$  so gering ist, dass das Versagen der Spannglieder das Bauteilversagen determiniert. Basierend auf der Annahme einer linearen Spannungsverteilung in der Druckzone kann ferner davon ausgegangen werden, dass die resultierende Betondruckkraft im oberen Drittelpunkt der Druckzone angreift, woraus ein Hebelarm der inneren Kräfte von  $z = d_p - x/3$  folgt. Daraus resultieren die Betondruckkraft und die Spanngliedzugkraft in Abhängigkeit der Krümmung  $\kappa$  und der Vordehnung  $\varepsilon_{pmt(0)}$  gemäß Gl. 6-6 und Gl. 6-7.

$$F_c = \frac{x^2}{2} \cdot b \cdot E_c \cdot \kappa \quad \text{Gl. 6-6}$$

$$F_p = A_p \cdot E_p \cdot \left( \kappa \cdot (d_p - x) + \varepsilon_{pmt(0)} \right) \quad \text{Gl. 6-7}$$

Mit dem Steifigkeitsverhältnis  $\alpha_p$  nach Gl. 3-11 folgt aus dem inneren Kräftegleichgewicht  $\Sigma F_i = 0$  bzw.  $F_c = F_p$  für die Betondruckzonenhöhe in Abhängigkeit von der Krümmung:

$$x(\kappa) = -\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} + \sqrt{\left( \frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} \right)^2 + \frac{2 \cdot A_p \cdot \alpha_p}{b} \cdot \left( d_p + \frac{\varepsilon_{pmt(0)}}{\kappa} \right)} \quad \text{Gl. 6-8}$$

Für das Momentengleichgewicht  $\Sigma M_i = 0$  folgt:

$$M(\kappa) = -\frac{b \cdot E_c \cdot \kappa}{6} \cdot \left( -\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} + \sqrt{\left( \frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} \right)^2 + \frac{2 \cdot A_p \cdot \alpha_p}{b} \cdot \left( d_p + \frac{\varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{\kappa} \right)} \right)^3$$

$$+ \frac{b \cdot E_c \cdot d_p \cdot \kappa}{2} \cdot \left( -\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} + \sqrt{\left( \frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} \right)^2 + \frac{2 \cdot A_p \cdot \alpha_p}{b} \cdot \left( d_p + \frac{\varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{\kappa} \right)} \right)^2$$

Gl. 6-9

Das Ausmultiplizieren der Klammerausdrücke, Umstellen der Terme und Ausklammern der Variable  $\kappa$  führt schließlich zu dem Polynom dritter Ordnung nach Gl. 6-10.

$$\kappa^3 \cdot \left( \frac{4}{9} \cdot \frac{E_c^2}{b} \cdot d_p^3 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 + E_c^2 \cdot d_p^4 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \right)$$

$$+ \kappa^2 \cdot \left( \begin{aligned} & -\frac{4}{3} \cdot M \cdot \frac{E_c}{b^2} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 - 4 \cdot M \cdot \frac{E_c}{b} \cdot d_p \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \\ & -2 \cdot M \cdot E_c \cdot d_p^2 \cdot (A_p \cdot \alpha_p) + \frac{2}{3} \cdot \frac{E_c^2}{b} \cdot d_p^2 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 \\ & + 2 \cdot E_c^2 \cdot d_p^3 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \end{aligned} \right)$$

$$+ \kappa \cdot \left( \begin{aligned} & M^2 - 2 \cdot M \cdot \frac{E_c}{b} \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \\ & -2 \cdot M \cdot E_c \cdot d_p \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p) + E_c^2 \cdot d_p^2 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}^2 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \end{aligned} \right)$$

$$- \frac{2}{9} \cdot \frac{E_c^2}{b} \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}^3 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 = 0$$

Gl. 6-10

Dabei handelt es sich um die allgemeine Form eines Polynoms dritten Grades in der Form  $A \cdot \kappa^3 + B \cdot \kappa^2 + C \cdot \kappa + D = 0$ . Für die Lösung wird die Gleichung zunächst aus der allgemeinen Form in die Normalform  $\kappa^3 + a_x \cdot \kappa^2 + b_x \cdot \kappa + c_x = 0$  überführt. Dabei gelten die Beziehungen gemäß Gl. 6-11 bis Gl. 6-17.

$$A = \frac{4}{9} \cdot \frac{E_c^2}{b} \cdot d_p^3 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 + E_c^2 \cdot d_p^4 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2$$

$$= E_c^2 \cdot d_p^3 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \cdot \left( \frac{4}{9} \cdot \left( \frac{A_p \cdot \alpha_p}{b} \right) + d_p \right)$$

Gl. 6-11

$$B = -\frac{4}{3} \cdot M \cdot \frac{E_c}{b^2} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 - 4 \cdot M \cdot \frac{E_c}{b} \cdot d_p \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2$$

$$- 2 \cdot M \cdot E_c \cdot d_p^2 \cdot (A_p \cdot \alpha_p) + \frac{2}{3} \cdot \frac{E_c^2}{b} \cdot d_p^2 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3$$

$$+ 2 \cdot E_c^2 \cdot d_p^3 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2$$

Gl. 6-12

$$C = M^2 - 2 \cdot M \cdot \frac{E_c}{b} \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 - 2 \cdot M \cdot E_c \cdot d_p \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)} \cdot (A_p \cdot \alpha_p) + E_c^2 \cdot d_p^2 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}^2 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2 \quad \text{Gl. 6-13}$$

$$D = -\frac{2}{9} \cdot \frac{E_c^2}{b} \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}^3 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^3 \quad \text{Gl. 6-14}$$

$$a_x = \frac{B}{A} = \frac{-\frac{4}{3} \cdot \frac{M \cdot (A_p \cdot \alpha_p)}{E_c \cdot b^2 \cdot d_p^3} - 4 \cdot \frac{M}{E_c \cdot b \cdot d_p^2} - 2 \cdot \frac{M}{E_c \cdot d_p \cdot (A_p \cdot \alpha_p)} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{d_p} \cdot \left(\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b}\right) + 2 \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{\left(\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b}\right) + d_p\right)} \quad \text{Gl. 6-15}$$

$$b_x = \frac{C}{A} = \frac{\frac{M^2}{E_c^2 \cdot d_p^3 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)^2} - 2 \cdot \frac{M \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{E_c \cdot b \cdot d_p^3} - 2 \cdot \frac{M \cdot \varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{E_c \cdot d_p^2 \cdot (A_p \cdot \alpha_p)} + \frac{\varepsilon_{\text{pmt}(0)}^2}{d_p}}{\left(\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b}\right) + d_p\right)} \quad \text{Gl. 6-16}$$

$$c_x = \frac{D}{A} = \frac{-\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{\text{pmt}(0)}}{d_p}\right)^3 \cdot \left(\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b}\right)}{\left(\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{A_p \cdot \alpha_p}{b}\right) + d_p\right)} \quad \text{Gl. 6-17}$$

Basierend auf den drei Größen  $a_x$ ,  $b_x$  und  $c_x$  werden im nächsten Schritt die zwei Hilfsgrößen  $p$  und  $q$  sowie die Diskriminante  $\Delta$  nach Gl. 6-18 bis Gl. 6-20 eingeführt.

$$p = b_x - \frac{a_x^2}{3} \quad \text{Gl. 6-18}$$

$$q = \frac{2}{27} \cdot a_x^3 - \frac{1}{3} \cdot a_x \cdot b_x + c_x \quad \text{Gl. 6-19}$$

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} \quad \text{Gl. 6-20}$$

Die Lösung der Gleichung erfolgt schließlich auf Basis einer Unterscheidung von vier Fällen. Fall 1 ( $\Delta = 0$  und  $p = 0$ ) und Fall 2 ( $\Delta > 0$ ) liefern jeweils eine eindeutige Lösung. Für Fall 3 ( $\Delta = 0$  und  $p \neq 0$ ) existieren zwei und für Fall 4 ( $\Delta < 0$ ) drei Lösungen.

Die Fälle 1 und 3 sind im Rahmen des Anwendungsfalls von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung jeweils Triviallösungen. Basierend auf den vorliegenden mechanischen und geometrischen Eingangsgrößen sowie deren Größenordnungen und Vorzeichen kann die Diskriminante  $\Delta$  positive (Fall 2) und negative (Fall 4) Werte annehmen. Mit Fall 2 geht dabei unmittelbar eine eindeutige Lösung einher, während sich für Fall 4 mathematisch gesehen drei mögliche Lösungen ermitteln lassen. Unter Berücksichtigung

der möglichen Wertebereiche der vorliegenden Eingangsgrößen resultiert jedoch eine eindeutige Lösung für den vorliegenden Anwendungsfall von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung. Die Krümmung im vollständig gerissenen Zustand II kann somit gemäß Gl. 6-21 in Abhängigkeit des einwirkenden Momentes unmittelbar berechnet werden.

$$\kappa_{II} = \begin{cases} \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}} - \frac{a_x}{3} & \text{für } \Delta > 0 \text{ (Fall 2)} \\ \sqrt{-\frac{4}{3} \cdot p} \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \arccos\left(-\frac{q}{2} \cdot \sqrt{-\frac{27}{p^3}}\right)\right) - \frac{a_x}{3} & \text{für } \Delta < 0 \text{ (Fall 4)} \end{cases} \quad \text{Gl. 6-21}$$

Nach dieser Berechnung der Krümmung im reinen Zustand II kann ergänzend eine vereinfachende Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen erfolgen. Ausgehend von der Annahme, dass der Beton bei Erreichen der maximalen Belastung zwischen den Rissen auf Zug nicht mehr mitwirkt, wird das Tension Stiffening mit Hilfe eines belastungsabhängigen Abminderungsfaktors  $\alpha_{TS,v}$ , analog zu Gl. 6-2, erfasst. Der Abminderungsfaktor  $\alpha_{TS,v}$  ist dabei vereinfachend nicht von der wirksamen Dehnung auf Höhe des Spannglieds, sondern gemäß Gl. 6-22 unmittelbar vom einwirkenden Moment  $M_E$ , dem Bruchmoment  $M_u$  und dem Rissmoment  $M_{cr}$  abhängig. Der Exponent  $n_{\alpha,v}$  wird entsprechend der Definitionen in Abschnitt 6.2 ebenfalls zu  $n_{\alpha,v} = 3$  festgelegt.

$$\alpha_{TS,v} = \left( \frac{M_u - M_E}{M_u - M_{cr}} \right)^{n_{\alpha,v}} \quad \text{Gl. 6-22}$$

Das mittlere Momenten-Krümmungsverhalten unter Anwendung des vereinfachten Berechnungsverfahrens folgt schließlich gemäß Gl. 6-23. Die beiden Größen  $\kappa_{cr,I}$  und  $\kappa_{cr,II}$  sind dabei die zum Rissmoment gehörende Krümmungen in den Zuständen I und II gemäß Gl. 6-5 und Gl. 6-21.

$$\kappa_m = \kappa_{II} - \Delta \kappa_{cr} \cdot \alpha_{TS,v} = \kappa_{II} - (\kappa_{cr,II} - \kappa_{cr,I}) \cdot \left( \frac{M_u - M_E}{M_u - M_{cr}} \right)^{n_{\alpha,v}} \quad \text{Gl. 6-23}$$

#### 6.4 Ermittlung der Kurzzeitverformungen

Nach der Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung gemäß dem vorangegangenen Abschnitt 6.3 kann die Verformung unter Vorgabe der Einwirkung mit Hilfe des Verfahrens in Abschnitt 3.7.1.4 ermittelt werden. Dazu ist zunächst die Belastung in Form von Strecken- bzw. Einzellasten oder einer beliebigen Kombination daraus vorzugeben. Da im vorliegenden Anwendungsfall statisch bestimmte Systeme betrachtet werden, ergibt sich der Momentenverlauf unmittelbar aus der Belastung. Für das gemäß Abbildung 3-16 (links) diskretisierte Bauteil ist somit jeder Stelle  $x_i$  ein eindeutiges einwirkendes Moment zugewiesen. An jeder Stelle, an der das einwirkende Moment  $M_E(x_i)$  kleiner als bzw.

gleich dem Rissmoment  $M_{cr}$  ist, wird die zugehörige Krümmung des ungerissenen Zustands I direkt mittels Gl. 6-3 bis Gl. 6-5 berechnet, oder aus dem vorderen Abschnitt der Momenten-Krümmungs-Beziehung ( $M_E$ - $\kappa_I$ -Beziehung) abgelesen. An allen weiteren Stellen, an denen das einwirkende Moment  $M_E(x_i)$  größer als das Rissmoment  $M_{cr}$  ist, kann die zugehörige Krümmung aus der für den gerissenen Zustand berechneten Momenten-Krümmungs-Beziehung auf Grundlage des mittleren Bauteilverhaltens ( $M_E$ - $\kappa_{II,m}$ -Beziehung) ausgelesen werden. Diese Zuordnung der Krümmungen zu den einwirkenden Momenten ist in Abbildung 6-8 exemplarisch dargestellt.

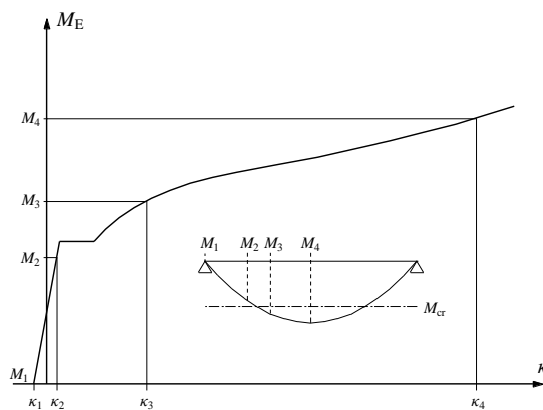


Abbildung 6-8 Exemplarische Zuordnung der Krümmungen zu den einwirkenden Momenten für eine definierte Laststufe

Nachdem jedem einwirkenden Moment die zugehörige Krümmung zugeordnet wurde, kann mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte (PdvK) nach Gl. 3-45 und der Integration der Krümmung nach Abbildung 3-16 (links) der Verformungsanteil jedes Abschnittes  $x_i$  bis  $x_{i+1}$  an der Gesamtverformung ermittelt werden. Die Summe aller Verformungsanteile ergibt schließlich die Gesamtverformung an der im PdvK definierten Stelle. Die Stelle, an der die Verformung berechnet wird, wird durch den virtuellen Momentenverlauf, vgl. Gl. 3-45, gesteuert. Üblicherweise wird die virtuelle Last im PdvK exakt in Bauteilmitte angesetzt, woraus die vertikale Verformung an genau dieser Stelle hervorgeht. Dieses gesamte Vorgehen liefert somit ein Wertepaar aus Einwirkung und Verformung. Dementsprechend wird im nächsten Schritt die Belastung inkrementell gesteigert und die Ermittlung des Verlaufs des einwirkenden Momentes, die Zuordnung der Krümmung an jeder Stelle des Trägers und die abschließende Integration zur Ermittlung der Verformung erneut durchgeführt. Beginnend bei einem maximal einwirkenden Moment von  $M_E = 0$  wird dieses Vorgehen bis zum Erreichen des Bruchmomentes  $M_E = M_u$  wiederholt, woraus letztlich die Last-Verformungs-Beziehung des Bauteils hervorgeht.

Wie in Abbildung 6-9 gezeigt, kann die Darstellung des Last-Verformungs-Diagramms dabei in Abhängigkeit von der Art der Belastung variieren. Bei der Beanspruchung mit Einzellasten ist es sinnvoll, den Wert der wirkenden Einzellast  $F$  über die Verformung  $w$  auf-

zutragen. Bei der Beanspruchung in Form von Flächen- bzw. Streckenlasten  $p$ , kann stattdessen der Wert dieser Belastung über die Verformung aufgetragen werden. Im Falle einer kombinierten Beanspruchung aus Einzel- und Flächen- bzw. Streckenlasten ist es hingegen zweckmäßig das bei der betrachteten Laststufe maximal einwirkende Moment des Trägers  $M_E$  über die Verformungen aufzutragen. Trotz dieses unterschiedlichen Ursprungs der Werte auf der Ordinatenachse werden die resultierenden Kurven im Rahmen dieser Arbeit vereinfachend synonym als Last-Verformungs-Beziehungen bezeichnet.

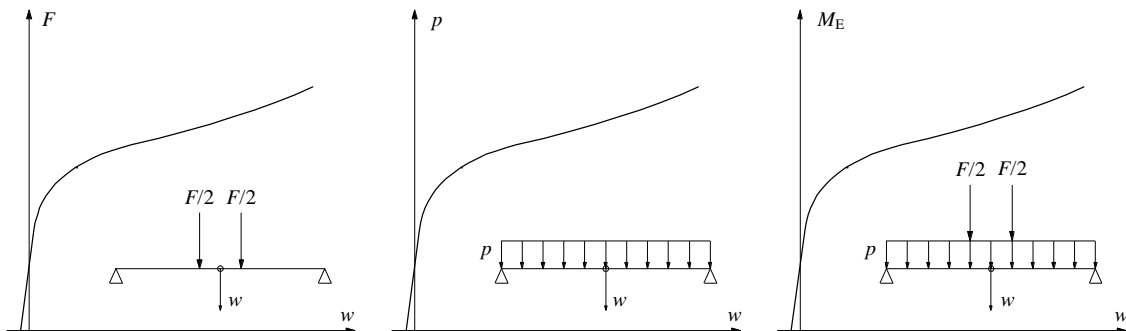


Abbildung 6-9 Verschiedene Arten der Last-Verformungs-Diagramme

Alternativ zur Ermittlung der Last-Verformungs-Beziehung für eine Stelle des Bauteils kann auch der Verformungsverlauf über die Bauteillänge bei einem vorgegebenen Belastungsniveau ermittelt werden, vgl. Abbildung 6-10. Das Vorgehen ist dabei zunächst identisch, allerdings kann auf die vielfache Anpassung des Belastungsniveaus verzichtet werden, da bei vorgegebener Belastung lediglich eine Berechnung je Bauteilstelle erforderlich ist. Stattdessen ist der Verlauf des virtuellen Moments anzupassen, indem die Position der virtuellen Last verändert wird. Auf Basis der Einflusslinie der virtuellen Last kann ein Last-Verformungs-Wertepaar für jede Stelle  $x_i$  des Bauteils berechnet werden. Daraus resultiert der zum definierten Belastungsniveau zugehörige Verformungsverlauf über die Bauteillänge.

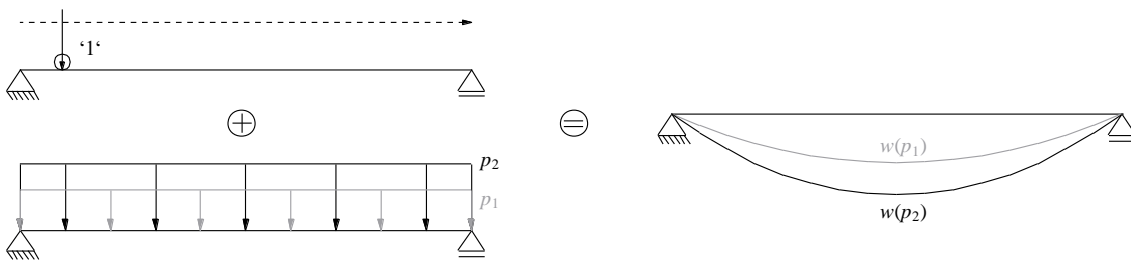


Abbildung 6-10 Ermittlung des Verformungsverlaufes über die Bauteillänge

Das gesamte Vorgehen zur Ermittlung der Bauteilverformungen unter Kurzzeitbeanspruchung ist abschließend im Flussdiagramm in Abbildung 6-11 zusammenfassend dargestellt.



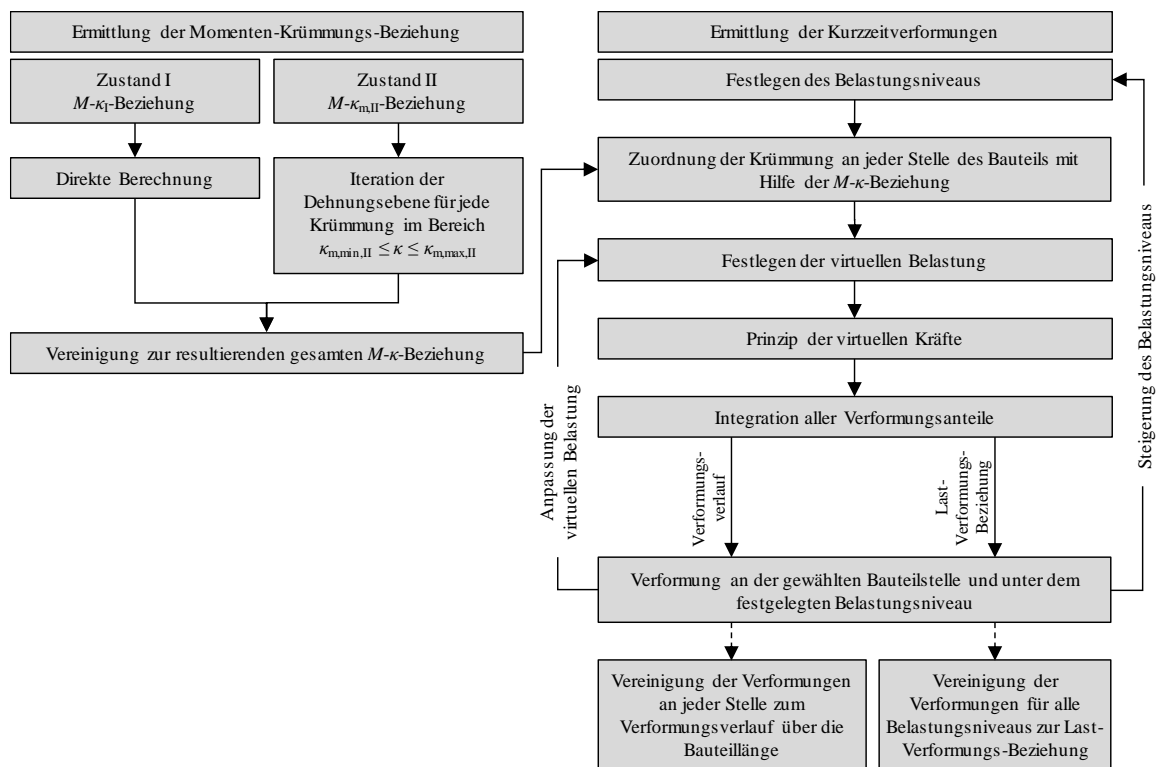


Abbildung 6-11 Flussdiagramm zur Vorgehensweise der rechnerischen Ermittlung der Bauteilverformungen unter Kurzzeitbeanspruchung

### 6.5 Ermittlung der zeitabhängigen Verformungen

Nach der Ermittlung der Bauteilverformungen unter Kurzzeitbeanspruchung ist die Modellierung des zeitabhängigen Materialverhaltens notwendig, um die Bauteilverformungen unter Dauerbeanspruchung für den Nachweis der Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bestimmen zu können. Dies kann unter Verwendung einer effektiver Biegesteifigkeit  $EI_{\text{eff}}$  erfolgen. Unter Verwendung des ideellen Flächenträgheitsmoments  $I_{\text{ci}}$  kann bei einem ungerissenen Bauteil die effektive Biegesteifigkeit gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) näherungsweise direkt mit Hilfe des effektiven E-Moduls  $E_{\text{c,eff}}$  erfasst werden. Daraus folgt für Bauteile im Zustand I die in Gl. 6-24 dargestellte Formel zur Ermittlung der Abminderung der Biegesteifigkeit aufgrund des zeitabhängigen Materialverhaltens.

$$\frac{EI_1(t)}{EI_1(t_0)} = \frac{E_{\text{c,eff}}(t)}{E_{\text{cm}}(t_0)} \cdot I_{\text{ci}} = \frac{1}{1 + \alpha_1 \cdot \rho \cdot \varphi(t, t_0)} \quad \text{Gl. 6-24}$$

Die Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  wird dabei gemäß Abschnitt 2.2.6.2 in Abhängigkeit des Belastungszeitpunktes  $t_0$  ermittelt. Weiterhin ist zu beachten, dass die auf diese Weise errechneten Kriechzahlen auf dem Tangentenmodul  $E_{\text{ci}}$  beruhen und mithilfe des Faktors  $\alpha_1$  nach Gl. 2-5 angepasst werden müssen, da bei der Berechnung der Bauteilverformungen das mittlere

Bauteilverhalten zugrunde gelegt wird. Eine Modifikation der Kriechzahl mit dem Alterungsbeiwert  $\rho$ , vgl. Abschnitt 5.2, ist in Gl. 6-24 nur dann erforderlich, wenn der Anteil der veränderlichen Lasten gegenüber den ständigen Lasten überwiegt.

Gemäß Zilch und Zehetmaier (2010) sind die in Abhängigkeit des vorhandenen Bewehrungsgrades resultierenden Abweichungen gegenüber der Näherung nach Gl. 6-24 gering. Zudem liegt diese Näherungslösung für die Berechnung der Verformungen auf der sicheren Seite, da die größte rechnerische Abminderung der Steifigkeit und damit die größte rechnerische Zunahme der Bauteilverformung für den Fall  $\rho_p = 0$  resultiert.

Im gerissenen Zustand ist die Kriechverformungsbehinderung durch die Bewehrung von größerer Bedeutung und eine entsprechende Näherungsgleichung liegt für die Ermittlung der Bauteilverformungen unter Dauerbeanspruchung nicht länger auf der sicheren Seite, vgl. Zilch und Zehetmaier (2010). Somit kann die Abminderung der Steifigkeit im Zustand II nicht länger unter Annahme eines näherungsweise konstanten Flächenträgheitsmomentes, wie etwa im Zustand I nach Gl. 6-24, modelliert werden. Durch die auftretenden Kriechdehnungen verschiebt sich die Dehnungsnulllinie in Richtung der Bewehrung, wodurch die Betondruckzonenhöhe vergrößert wird, vgl. Abbildung 5-3. Um diesen Sachverhalt zu berücksichtigen, wird die Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand nach Gl. 6-25 ermittelt.

$$EI_{II}(t) = \alpha_p \cdot A_p \cdot z \cdot (d_p - x) = \alpha_p \cdot A_p \cdot d_p \left(1 - \frac{\zeta(t)}{3}\right) \cdot d_p \cdot (1 - \zeta(t))$$

$$= \frac{\alpha_p \cdot A_p \cdot d_p^2}{3} \cdot (\zeta(t)^2 - 4 \cdot \zeta(t) + 3)$$

Gl. 6-25

Die Ermittlung erfolgt dabei direkt in Abhängigkeit der bezogenen Betondruckzonenhöhe  $\zeta$  und basiert auf der Annahme, dass die resultierende Betondruckkraft im oberen Drittelpunkt der Druckzone angreift (vereinfachende Annahme für eine lineare Spannungsverteilung Druckzonenhöhe), woraus die Beziehung  $z \approx d_p - x / 3 = d_p \cdot (1 - \zeta / 3)$  folgt.

Die zeitliche Änderung der Biegesteifigkeit kann schließlich mit Hilfe von Gl. 6-26 ermittelt werden, wobei nur die bezogenen Betondruckzonenhöhen zu den Zeitpunkten  $t$  und  $t_0$  einzusetzen sind.

$$\frac{EI_{II}(t)}{EI_{II}(t_0)} = \frac{\zeta(t)^2 - 4 \cdot \zeta(t) + 3}{\zeta(t_0)^2 - 4 \cdot \zeta(t_0) + 3}$$

Gl. 6-26

Die bezogene Betondruckzonenhöhe hängt dabei von einer Vielzahl unterschiedlicher Parameter ab. Dazu zählen der Bewehrungsgrad  $\rho_p$ , das Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Spannglied und Beton  $\alpha_p$ , die Betondruckfestigkeit  $f_c$ , die Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  und der vorliegende Vorspanngrad  $\kappa_p$ . Insbesondere bei Berücksichtigung der vorliegenden Wirkung der Vorspannung folgt eine dementsprechend komplexe Berechnung der bezogenen Betondruckzonenhöhe. Um jedoch eine einfache Anwendbarkeit von Gl. 6-26 zu ermöglichen,

was vor dem Hintergrund der Berechnung der Bauteilverformungen unter Dauerbeanspruchung unerlässlich ist, wurde die Ermittlung der bezogenen Druckzonenhöhe mithilfe der Iteration der Dehnungsebene für einen weiten Bereich möglicher Anwendungsfälle durchgeführt. Diesen Ermittlungen wurde ein einfach bewehrter Rechteckquerschnitt mit einer statischen Nutzhöhe von  $d_p = 0,9 \cdot h$  zugrunde gelegt. Eine Vergleichsrechnung zeigte zudem, dass die Ergebnisse näherungsweise auch für abweichende Nutzhöhenverhältnisse von  $0,85 \leq d_p / h \leq 0,95$  gültig sind. Die resultierenden Ergebnisse sind in Abbildung 6-12 exemplarisch in Form zweier Diagramme (Vorspanngrad  $\kappa_p = 0,3$  bzw.  $\alpha_p \cdot \rho_p = 0,1$ ) dargestellt. Alle weiteren Varianten dieser Auswertung, welche die Bereiche  $0 \leq \kappa_p \leq 1,0$  bzw.  $0,0025 \leq \alpha_p \cdot \rho_p \leq 0,250$  umfassen, liegen in Form von Diagrammen sowie in tabellarischer Form vor und können Anhang A-5 entnommen werden.

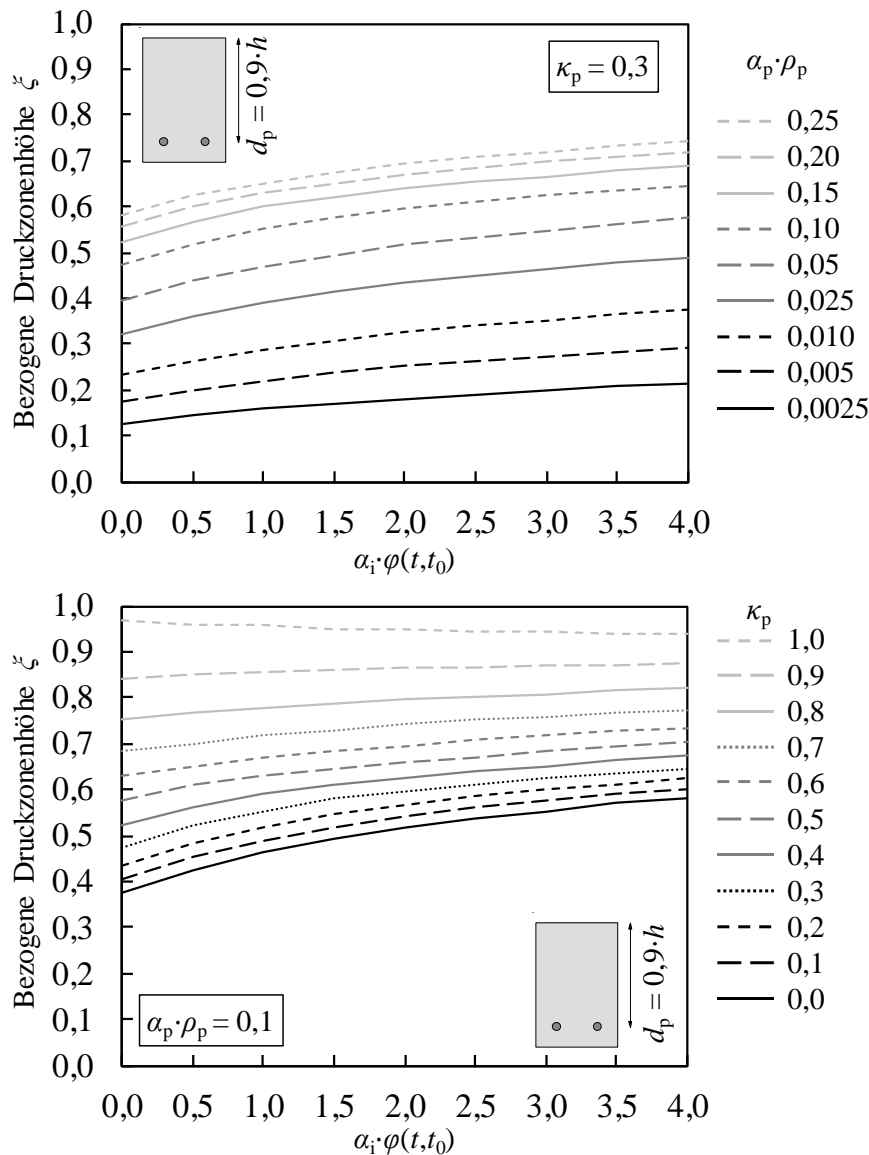


Abbildung 6-12 Diagramme zur Ermittlung der bezogenen Druckzonenhöhe  $\xi$  im Zustand II

Die Diagramme des in Abbildung 6-12 (oben) dargestellten Typs gelten jeweils für einen definierten Vorspanngrad  $\kappa_p$  nach Gl. 3-12. Die Ermittlung der bezogenen Betondruckzonenhöhe  $\zeta$  erfolgt dabei auf Basis der mittels Gl. 2-5 angepassten Kriechzahl  $\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$  und dem Scharparameter  $\alpha_p \cdot \rho_p$ . Der in Abbildung 6-12 (unten) dargestellte Diagrammtyp gilt dagegen für einen definierten Wert von  $\alpha_p \cdot \rho_p$  und die Ablesung erfolgt ebenfalls in Abhängigkeit von  $\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$  sowie dem Scharparameter  $\kappa_p$ . Ausgehend von den auf diese Weise berechneten Werten der bezogenen Betondruckzonenhöhe kann der zeitliche Verlauf der Steifigkeit mit Gl. 6-26 ermittelt werden.

Weitere Auswirkungen des zeitabhängigen Materialverhaltens sind das schwindbedingte Zusatzmoment  $M_{cs}$  sowie die zugehörige Zusatzkrümmung  $\kappa_{cs}$ , welche nach Zilch und Zehetmaier (2010) auf die Schwindbehinderung durch die im Verbund liegenden Spannglieder zurückgehen. Fallen die Schwerpunkte des ideellen Querschnitts und der Spannglieder zusammen (zentrische Vorspannung), tritt lediglich eine zusätzliche Normalkraft  $N_{cs}$  auf. Weichen die Schwerpunkte hingegen voneinander ab, wie es insbesondere bei einseitig bewehrten bzw. einsträngig exzentrisch vorgespannten Querschnitten der Fall ist, resultiert zudem das Zusatzmoment  $M_{cs}$  nach Gl. 6-27. Die zugehörige Krümmung  $\kappa_{cs}$  folgt schließlich nach Gl. 6-28. Die Ermittlung von  $M_{cs}$  und  $\kappa_{cs}$  kann dabei sowohl im Zustand I als auch im Zustand II mit Hilfe von Gl. 6-27 und Gl. 6-28 erfolgen, sofern für den Hebelarm  $z_{cip}$  und für die wirksame Biegesteifigkeit  $EI(t)$  die entsprechenden Werte der jeweiligen Zustände eingesetzt werden.

$$M_{cs} = \varepsilon_{cs} \cdot E_p \cdot A_p \cdot z_{cip} \quad \text{Gl. 6-27}$$

$$\kappa_{cs} = \frac{M_{cs}}{EI(t)} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p \cdot A_p \cdot z_{cip}}{E_{c,eff}(t_i) \cdot I_{ci}} & \text{für Zustand I} \\ \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p \cdot A_p \cdot z_{cip}}{EI_{II}(t_i)} & \text{für Zustand II} \end{cases} \quad \text{Gl. 6-28}$$

Über die Abminderung der Biegesteifigkeit im Verlauf der Zeit und die Zusatzkrümmung infolge von Betonschwinden hinaus ist aufgrund der auftretenden Spannkraftverluste ebenfalls die wirksame Vorspannkraft im Verlauf der Zeit  $P_m(t)$  zu ermitteln. Dabei wird der auf DIN EN 1992-1-1 (2011) basierende, modifizierte Berechnungsansatz nach Gl. 5-3 und Gl. 5-4 verwendet. Auf Basis der grundlegenden Eigenschaften des Betons und der Spannglieder, der zeitabhängigen Relaxationsrate der Spannglieder  $\psi(t)$  nach Gl. 5-2 sowie den Zeitpunkten des Belastungsbeginns  $t_0$  und des Schwindbeginns  $t_s$  können die Spannkraftverluste für jeden erforderlichen Zeitpunkt ermittelt und der Berechnung der Verformungen unter Dauerbeanspruchung zugrunde gelegt werden.

Durch die Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens mithilfe der rechnerischen Abminderung der Biegesteifigkeit sowie die Reduktion der wirksamen Vorspann-

kraft ist es letztlich möglich, die zeitabhängigen Bauteilverformungen unter Dauerbeanspruchung zu berechnen. Dabei ist zwischen dem ungerissenen und dem gerissenen Bauteilzustand zu unterscheiden, da sich das Kriechen unterschiedlich stark auf die beiden Zustände auswirkt. Während im Zustand II infolge von Rissbildung deutlich größere absolute Verformungen auftreten, ist deren anteilige Zunahme deutlich geringer als im Zustand I, da aufgrund der stark eingeschnürten Druckzone nur ein deutlich kleinerer Teil des Querschnitts am Kriechprozess beteiligt ist, vgl. auch Abbildung 5-3.

Zunächst sind alle berechnungsrelevanten Zeitpunkte zu definieren. Dies sind im vorliegenden Fall der Beginn des Schwindprozesses  $t_s$ , der Zeitpunkt der ersten Belastung  $t_0$ , der sich auf die Einleitung der Vorspannkraft und die damit einhergehende Aktivierung des Eigengewichtes bezieht, ebenso wie die Belastungszeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$ , jeweils für eine etwaige Ausbaulast und für eine Nutzlast, sowie der Endzeitpunkt der Berechnung  $t_\infty$ , der auf dem festgelegten Ende der angenommenen Nutzungsdauer beruht.

Anschließend wird die Vorspannkraft zum Zeitpunkt der Spannkrafteinleitung  $t_0$  definiert sowie zu allen weiteren relevanten Zeitpunkten ( $t_1, t_2, t_\infty$ ) mit Hilfe von Gl. 5-3 bzw. Gl. 5-4 berechnet. Zudem erfolgt die Berechnung aller Kriechzahlen  $\varphi(t, t_i)$ , wobei die Werte getrennt für jede Belastung und Zeitstufe ermittelt werden. Ausgehend von den auf diese Weise ermittelten Kriechzahlen können für den Zustand I die effektiven E-Moduln  $E_{c,eff}(t_i)$  nach Gl. 6-24 sowie für den Zustand II die bezogenen Betondruckzonenhöhen  $\zeta(t_i)$  nach Abbildung 6-12 und darauf aufbauend die abgeminderten Biegesteifigkeiten  $EI_{II}(t_i)$  nach Gl. 6-26 für alle Lasten und Zeitpunkte ermittelt werden. Die resultierenden Ergebnisse sind schematisch in Tabelle 6-1 zusammengestellt.

*Tabelle 6-1 Maßgebende Berechnungsgrößen zur Ermittlung der zeitabhängigen Bauteilverformungen*

$t$	$P_{m,t_i}$	$\varphi_{p+g}(t, t_{0,i})$	$\varphi_{\Delta g}(t, t_{0,i})$	$\varphi_q(t, t_{0,i})$	Zustand I nach Gl. 6-24			Zustand II nach Gl. 6-26		
					$E_{c,eff,p+g}(t_i)$	$E_{c,eff,\Delta g}(t_i)$	$E_{c,eff,q}(t_i)$	$EI_{II,p+g}(t_i)$	$EI_{II,\Delta g}(t_i)$	$EI_{II,q}(t_i)$
$t_0$	$P_{m,t_0}$	0	-	-	$E_{c,p+g}(t_0)$	-	-	$EI_{II,p+g}(t_0)$	-	-
$t_1$	$P_{m,t_1}$	$\varphi_{p+g}(t_1, t_0)$	0	-	$E_{c,eff,p+g}(t_1)$	$E_{c,\Delta g}(t_1)$	-	$EI_{II,p+g}(t_1)$	$EI_{II,\Delta g}(t_1)$	-
$t_2$	$P_{m,t_2}$	$\varphi_{p+g}(t_2, t_0)$	$\varphi_{\Delta g}(t_2, t_1)$	0	$E_{c,eff,p+g}(t_2)$	$E_{c,eff,\Delta g}(t_2)$	$E_{c,q}(t_2)$	$EI_{II,p+g}(t_2)$	$EI_{II,\Delta g}(t_2)$	$EI_{II,q}(t_2)$
$t_\infty$	$P_{m,t_\infty}$	$\varphi_{p+g}(t_\infty, t_0)$	$\varphi_{\Delta g}(t_\infty, t_1)$	$\varphi_q(t_\infty, t_2)$	$E_{c,eff,p+g}(t_\infty)$	$E_{c,eff,\Delta g}(t_\infty)$	$E_{c,eff,q}(t_\infty)$	$EI_{II,p+g}(t_\infty)$	$EI_{II,\Delta g}(t_\infty)$	$EI_{II,q}(t_\infty)$

Die zu berechnenden zeitabhängigen Verformungen sind primär für den Nachweis der Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit von Bedeutung. Das generelle Ziel ist, dass der Querschnitt unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination ungerissen bleibt. Allerdings ist das Auftreten von Rissen hierbei nicht grundsätzlich ausgeschlossen. In diesem Fall verliert das Superpositionsprinzip seine Gültigkeit, da die Aufbringung von Ausbau- und Nutzlasten durch die fortschreitende Rissbildung auch die zuvor eingprägten Verformungen infolge des Eigengewichts bzw. der Vorspannwirkung beeinflusst. Um das Verformungsverhalten auch im gerissenen Zustand korrekt abbilden zu können, werden die Verformungen daher jeweils bei Auftreten einer neuen Belastung unter der

dann wirksamen Gesamtbelastung ermittelt. Für die Berücksichtigung unterschiedlicher Kriechintensitäten der verschiedenen Verformungsanteile wird die Gesamtverformung in jedem Schritt anteilig auf die einzelnen Lastbestandteile aufgeteilt. Anschließend erfolgt die jeweils zugehörige Abminderung der Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von den wirksamen Kriechzahlen. Dieses Vorgehen stellt sicher, dass die Auswirkungen der Rissbildung und verschiedenen Kriechintensitäten zu allen Zeitpunkten und für alle Verformungsanteile bzw. Belastungen auf geeignete Weise Berücksichtigung finden.

Am Beispiel der Belastungen und Belastungszeitpunkte aus Tabelle 6-1 sind in Tabelle 6-2 alle berechnungsrelevanten Verformungsanteile und in Tabelle 6-3 und Tabelle 6-4 alle zeitabhängigen Verformungsänderungen jeweils für die Zustände I und II getrennt für alle Belastungen zusammengestellt. Im Zustand I ergeben sich die Verformungszunahmen  $\Delta w_{\varphi i}$  durch das Verhältnis der jeweils wirksamen E-Moduln nach Gl. 6-24 und im Zustand II durch das Verhältnis der Biegesteifigkeiten nach Gl. 6-26. Dabei ist zu beachten, dass der Zeitpunkt des Auftretens einer Last jeweils als Ausgangszeitpunkt in Bezug auf diese Belastung anzusehen ist.

Tabelle 6-2 Berechnungsrelevante Gesamtverformungen und Verformungsanteile einzelner Lasten

Gesamtverformung aus äußeren Einwirkungen	Anteile einzelner Lasten an der wirksamen Gesamtlast	Verformungsanteile infolge der einzelnen Lasten
$w_{L0,el} = w_{p+g,el}^* - w_{p,t0}^*$	$\alpha_{L0,g} = g_k / g_k = 1$	$w_{g,el,L0} = \alpha_{L0,g} \cdot w_{L0,el} = w_{g,el,L0}$
$w_{L1,el} = w_{p+g+\Delta g,el}^* - w_{p,t0}^*$	$\alpha_{L1,g} = g_k / (g_k + \Delta g_k)$	$w_{g,el,L1} = \alpha_{L1,g} \cdot w_{L1,el}$
	$\alpha_{L1,\Delta g} = \Delta g_k / (g_k + \Delta g_k)$	$w_{\Delta g,el,L1} = \alpha_{L1,\Delta g} \cdot w_{L1,el}$
$w_{L2,el} = w_{p+g+\Delta g+q,el}^* - w_{p,t0}^*$	$\alpha_{L2,g} = g_k / (g_k + \Delta g_k + q_k)$	$w_{g,el,L2} = \alpha_{L2,g} \cdot w_{L2,el}$
	$\alpha_{L2,\Delta g} = \Delta g_k / (g_k + \Delta g_k + q_k)$	$w_{\Delta g,el,L2} = \alpha_{L2,\Delta g} \cdot w_{L2,el}$
	$\alpha_{L2,q} = q_k / (g_k + \Delta g_k + q_k)$	$w_{q,el,L2} = \alpha_{L2,q} \cdot w_{L2,el}$

\*zu berechnende Ausgangswerte; Lastfälle:  $L_0 = g$ ,  $L_1 = g + \Delta g$ ,  $L_2 = g + \Delta g + q$

Tabelle 6-3 Zeitabhängige Verformungsänderungen im Zustand I

	Zeitraum $t_0$ bis $t_1$	Zeitraum $t_1$ bis $t_2$	Zeitraum $t_2$ bis $t_\infty$
$\Delta w_{p,\varphi,ti}$	$w_{p,t1}^* - w_{p,t0}^*$	$w_{p,t2}^* - w_{p,t1}^*$	$w_{p,t\infty}^* - w_{p,t2}^*$
$\Delta w_{p,\varphi,ti}$	$w_{p,t0} \cdot \left( \frac{E_{c,eff,p}(t_1)}{E_{c,p}(t_0)} - 1 \right)$	$(w_{p,t0} + \Delta w_{p,t1}) \cdot \left( \frac{E_{c,eff,p}(t_2)}{E_{c,eff,p}(t_1)} - 1 \right)$	$(w_{p,t0} + \Delta w_{p,t1} + \Delta w_{p,t2}) \cdot \left( \frac{E_{c,eff,p}(t_\infty)}{E_{c,eff,p}(t_2)} - 1 \right)$
$\Delta w_{g,\varphi,ti}$	$w_{g,el,L0} \cdot \left( \frac{E_{c,eff,g}(t_1)}{E_{c,g}(t_0)} - 1 \right)$	$(w_{g,el,L1} + \Delta w_{g,t1}) \cdot \left( \frac{E_{c,eff,g}(t_2)}{E_{c,eff,g}(t_1)} - 1 \right)$	$(w_{g,el,L2} + \Delta w_{g,t1} + \Delta w_{g,t2}) \cdot \left( \frac{E_{c,eff,g}(t_\infty)}{E_{c,eff,g}(t_2)} - 1 \right)$
$\Delta w_{\Delta g,\varphi,ti}$	-	$w_{\Delta g,el,L1} \cdot \left( \frac{E_{c,eff,\Delta g}(t_2)}{E_{c,\Delta g}(t_1)} - 1 \right)$	$(w_{\Delta g,el,L2} + \Delta w_{\Delta g,t1}) \cdot \left( \frac{E_{c,eff,\Delta g}(t_\infty)}{E_{c,eff,\Delta g}(t_2)} - 1 \right)$
$\Delta w_{q,\varphi,ti}$	-	-	$w_{q,el,L2} \cdot \left( \frac{E_{c,eff,q}(t_\infty)}{E_{c,q}(t_2)} - 1 \right)$

\*zu berechnende Ausgangswerte

Tabelle 6-4 Zeitabhängige Verformungsänderungen im Zustand II

	Zeitraum $t_0$ bis $t_1$	Zeitraum $t_1$ bis $t_2$	Zeitraum $t_2$ bis $t_\infty$
$\Delta w_{p,\psi,ti}$	$w_{p,t1}^* - w_{p,t0}$	$w_{p,t2}^* - w_{p,t1}^*$	$w_{p,t\infty}^* - w_{p,t2}^*$
$\Delta w_{p,\varphi,ti}$	$w_{p,t0} \cdot \left( \frac{EI_{II,p}(t_1)}{EI_{II,p}(t_0)} - 1 \right)$	$(w_{p,t0} + \Delta w_{p,t1}) \cdot \left( \frac{EI_{II,p}(t_2)}{EI_{II,p}(t_1)} - 1 \right)$	$(w_{p,t0} + \Delta w_{p,t1} + \Delta w_{p,t2}) \cdot \left( \frac{EI_{II,p}(t_\infty)}{EI_{II,p}(t_2)} - 1 \right)$
$\Delta w_{g,\varphi,ti}$	$w_{g,el,L0} \cdot \left( \frac{EI_{II,g}(t_1)}{EI_{II,g}(t_0)} - 1 \right)$	$(w_{g,el,L1} + \Delta w_{g,t1}) \cdot \left( \frac{EI_{II,g}(t_2)}{EI_{II,g}(t_1)} - 1 \right)$	$(w_{g,el,L2} + \Delta w_{g,t1} + \Delta w_{g,t2}) \cdot \left( \frac{EI_{II,g}(t_\infty)}{EI_{II,g}(t_2)} - 1 \right)$
$\Delta w_{\Delta g,\varphi,ti}$	-	$w_{\Delta g,el,L1} \cdot \left( \frac{EI_{II,\Delta g}(t_2)}{EI_{II,\Delta g}(t_1)} - 1 \right)$	$(w_{\Delta g,el,L2} + \Delta w_{\Delta g,t1}) \cdot \left( \frac{EI_{II,\Delta g}(t_\infty)}{EI_{II,\Delta g}(t_2)} - 1 \right)$
$\Delta w_{q,\varphi,ti}$	-	-	$w_{q,el,L2} \cdot \left( \frac{EI_{II,q}(t_\infty)}{EI_{II,q}(t_2)} - 1 \right)$

\*zu berechnende Ausgangswerte

Nach der Berechnung aller Verformungsanteile ergibt sich die Verformung für die relevanten Zeitpunkte gemäß den nachfolgenden Gl. 6-29 bis Gl. 6-35. Dabei sind für die Verformungsänderungen je nach Bauteilzustand entweder die Werte aus Tabelle 6-3 für ungerissene oder die Werte aus Tabelle 6-4 für gerissene Bauteile einzusetzen.

$$w = w_{p,t0} \quad \text{für } M_E = 0 \quad \text{Gl. 6-29}$$

$$w = w_{p,t0} + w_{g,el,L0} \quad \text{für } M_E = M_{g,t0} \quad \text{Gl. 6-30}$$

$$w = w_{p,t0} + \Delta w_{p,\psi,t1} + w_{g,el,L0} + \Delta w_{p,\varphi,t1} + \Delta w_{g,\varphi,t1} \quad \text{für } M_E = M_{g,t1} \quad \text{Gl. 6-31}$$

$$w = w_{p,t0} + \Delta w_{p,\psi,t1} + w_{g,el,L1} + w_{\Delta g,el,L1} + \Delta w_{p,\varphi,t1} + \Delta w_{g,\varphi,t1} \quad \text{für } M_E = M_{g+\Delta g,t1} \quad \text{Gl. 6-32}$$

$$w = w_{p,t0} + \Delta w_{p,\psi,t1} + \Delta w_{p,\psi,t2} + w_{g,el,L1} + w_{\Delta g,el,L1} + \Delta w_{p,\varphi,t1} + \Delta w_{g,\varphi,t1} + \Delta w_{p,\varphi,t2} + \Delta w_{g,\varphi,t2} + \Delta w_{\Delta g,\varphi,t2} \quad \text{für } M_E = M_{g+\Delta g,t2} \quad \text{Gl. 6-33}$$

$$w = w_{p,t0} + \Delta w_{p,\psi,t1} + \Delta w_{p,\psi,t2} + w_{g,el,L2} + w_{\Delta g,el,L2} + w_{q,el,L2} + \Delta w_{p,\varphi,t1} + \Delta w_{g,\varphi,t1} + \Delta w_{p,\varphi,t2} + \Delta w_{g,\varphi,t2} + \Delta w_{\Delta g,\varphi,t2} \quad \text{für } M_E = M_{g+\Delta g+q,t2} \quad \text{Gl. 6-34}$$

$$w = w_{p,t0} + \Delta w_{p,\psi,t1} + \Delta w_{p,\psi,t2} + \Delta w_{p,\psi,t\infty} + w_{g,el,L2} + w_{\Delta g,el,L2} + w_{q,el,L2} + \Delta w_{p,\varphi,t1} + \Delta w_{g,\varphi,t1} + \Delta w_{p,\varphi,t2} + \Delta w_{g,\varphi,t2} + \Delta w_{\Delta g,\varphi,t2} + \Delta w_{p,\varphi,t\infty} + \Delta w_{g,\varphi,t\infty} + \Delta w_{\Delta g,\varphi,t\infty} + \Delta w_{q,\varphi,t\infty} \quad \text{für } M_E = M_{g+\Delta g+q,t\infty} \quad \text{Gl. 6-35}$$

Mit Hilfe der auf diese Weise ermittelten Verformungen ist schließlich der Nachweis der Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach Abschnitt 3.7.1.6 bzw. Abbildung 3-17 für den Zeitpunkt  $t = t_\infty$  zu führen. Der Nachweis der ausreichenden Versagensvorankündigung erfolgt hingegen auf der sicheren Seite liegend auf Basis der berechneten Kurzzeitverformungen unter der Gesamtlast bezogen auf den Zeitpunkt  $t = t_0$ , da dabei der Mindestwert der Verformungen den kritischen Fall darstellt.

### 6.6 Validierung des Berechnungsmodells

#### 6.6.1 Allgemeines

In diesem Kapitel wird das numerische Modell zur Ermittlung der Bauteilverformungen unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung anhand von experimentellen Untersuchungen validiert. Im ersten Schritt werden die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche, getrennt für Kurzzeit- bzw. Resttragfähigkeitsversuche und Dauerversuche, mit Hilfe des Modells nachgerechnet und die Güte der Berechnung bewertet. Um die Anwendbarkeit des Modells für einen deutlich größeren Umfang gegebener Randbedingungen zu überprüfen, werden anschließend experimentelle Untersuchungen aus der Literatur vorgestellt, welche ebenfalls mit Hilfe des numerischen Modells nachgerechnet werden. Der Vergleich und die Bewertung der Berechnungsgenauigkeit erfolgen für die Versuche dieser Arbeit sowohl anhand der Momenten-Krümmungs-Beziehungen, als auch anhand der Last-Verformungs-Beziehungen. Bei den Literaturversuchen werden aufgrund der vorhandenen Datenbasis schließlich nur die experimentellen und rechnerischen Last-Verformungs-Beziehungen verglichen und bewertet. Sofern keine anderen Angaben gemacht werden, wird bei den Last-Verformungs-Beziehungen das einwirkende Moment auf der Ordinatenachse aufgetragen ( $M_E-w$ -Beziehung), da dies eine allgemeine Vergleichbarkeit unabhängig von der Belastungsart (Einzellasten, Streckenlast) ermöglicht.

Durch diesen Vergleich auf Grundlage der Last-Verformungs-Beziehung ( $M_E-w$ -Beziehung) wird das Modell zur Ermittlung der Verformungen direkt validiert. Das Teilmodell der Ermittlung der Relaxationsverluste wird sowohl bei den Kurzzeit- als auch bei den Dauerversuchen indirekt validiert, da die zeitlich veränderliche Vorspannkraft der Verformungsberechnung zugrunde gelegt wird.

#### 6.6.2 Versuche im Rahmen dieser Arbeit

##### 6.6.2.1 Versuche unter Kurzzeitbeanspruchung und Resttragfähigkeitsversuche

Wie bereits in den Abschnitten 4.4 und 4.5 beschrieben, wurde die Messtechnik erst nach dem Einbau der Bauteile in den Versuchsstand angebracht. Demzufolge ist in den gemessenen Daten die Krümmung bzw. Verformung infolge von Eigengewicht und Vorspannwirkung nicht enthalten. Stattdessen beginnen die Datenreihen mit dem Beginn der zusätzlichen äußeren Belastung. Da das numerische Modell und damit die rechnerischen Momenten-Krümmungs- und Last-Verformungs-Beziehungen auf der gesamten Belastungshistorie inklusive der Wirkung von Eigengewicht und Vorspannung basieren, erfolgt eine rechnerische Anpassung der experimentell aufgezeichneten Größen. Das Moment infolge von Eigengewicht bzw. Vorspannwirkung wird unter der Annahme einer Betonwichte von  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$  rechnerisch ergänzt und den Momenten-Krümmungs-Beziehungen zugrunde



gelegt. Die daraus resultierende Zusatzkrümmung wird ebenfalls rechnerisch ergänzt, indem mit Hilfe einer Iteration der Dehnungsebene das Verhältnis der Krümmung unter dem Bruchmoment und unter dem Bruchmoment abzüglich des Momentes infolge von Eigengewicht ermittelt wurde. Der resultierende Verhältniswert wurde als Modifikationsfaktor zur rechnerischen Anpassung der experimentellen Krümmung verwendet.

Zudem wurden zwei weitere, geringfügige Anpassungen der Berechnung auf Basis der vorliegenden Versuchsergebnisse durchgeführt. Zum einen wurden aufgrund der ausgeprägten Maßstabeffekte bei der Ermittlung der Betonzugfestigkeit im Rahmen der Bauteilversuche leichte Abweichungen zwischen der mittleren Betonzugfestigkeit aus den begleitenden Kleinkörperprüfungen und der tatsächlichen Betonzugfestigkeit am Bauteil bei Erreichen des Rissmomentes festgestellt. Daher wurde der Wert der Betonzugfestigkeit im Rahmen der Nachrechnung auf Basis des tatsächlichen Rissmoments der Bauteilversuche angepasst. Zum anderen wurden bei den Bauteilversuchen an der Bauteiloberseite maximale Betonstauchungen gemessen, welche größer als der normativ vorgeschlagene Wert  $\varepsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$  sind. Daher wurde bei den betreffenden Bauteilen eine entsprechende Anpassung der maximalen Betonstauchung auf den experimentell aufgezeichneten Wert vorgenommen.

### Momenten-Krümmungs-Beziehungen

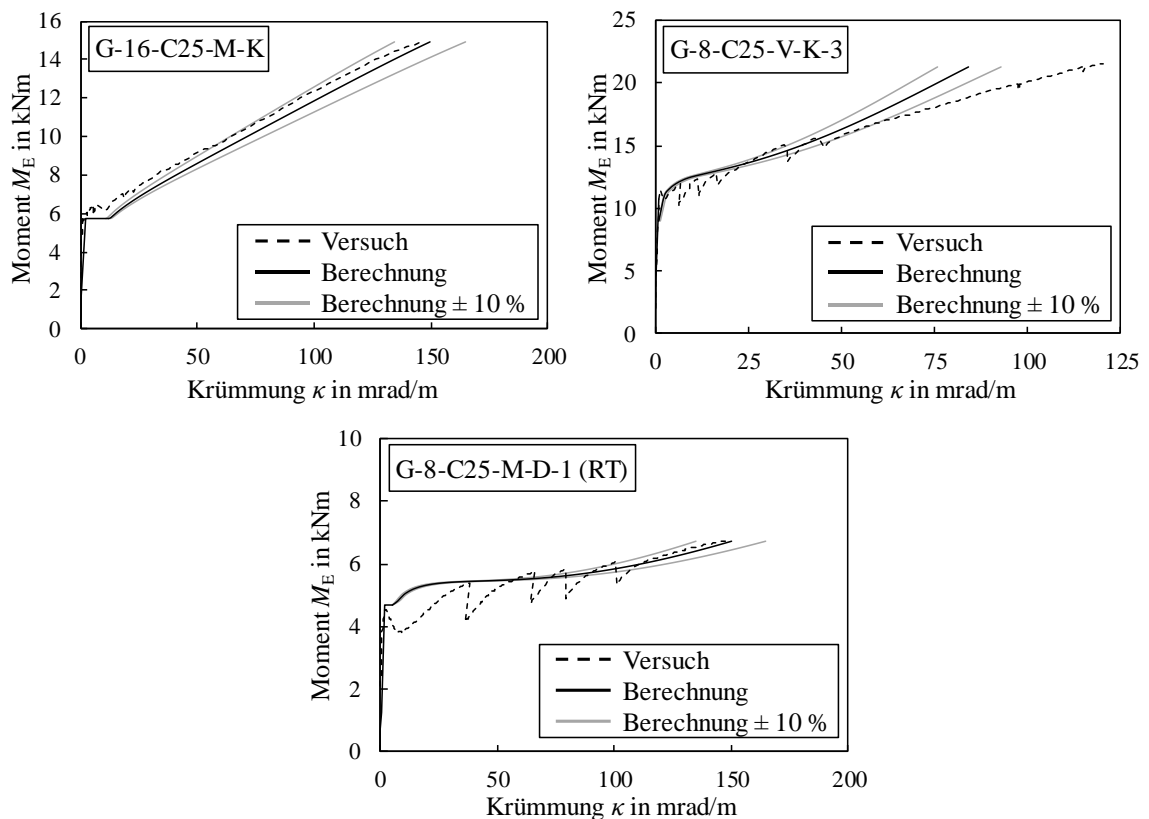


Abbildung 6-13 Validierung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen der Bauteile unter Kurzzeitbeanspruchung sowie der Resttragfähigkeitsversuche

In Abbildung 6-13 sind die experimentellen Momenten-Krümmungs-Beziehungen den zugehörigen rechnerischen Kurven exemplarisch gegenübergestellt. Dabei wird beispielhaft jeweils eines der Bauteile mit Biegeversagen (G-16-C25-M-K) und Querkraftversagen (G-8-C25-V-K-3) unter Kurzzeitbeanspruchung und einer der Resttragfähigkeitsversuche (G-8-C25-M-D-1 (RT)) dargestellt. Die Gegenüberstellung für alle Versuche kann darüber hinaus Anhang C-4 und Anhang C-5 entnommen werden.

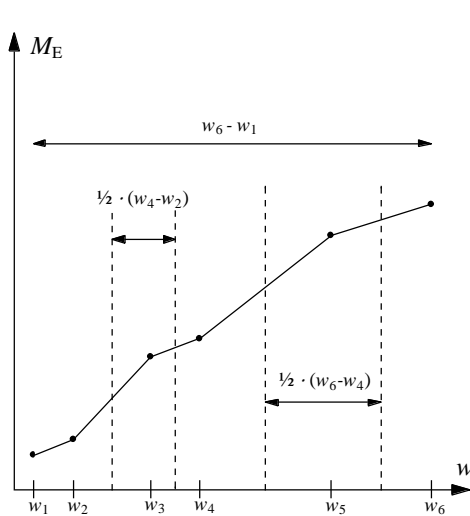
Die Gegenüberstellungen in Abbildung 6-13 zeigen, dass der Verlauf der Momenten-Krümmungs-Beziehungen mit dem erarbeiteten numerischen Modell mit einer guten Genauigkeit vorhergesagt werden kann. Um die Genauigkeit besser einordnen zu können, sind in den Diagrammen in Abbildung 6-13 zusätzlich zur rechnerischen Momenten-Krümmungs-Beziehung auch die Kurven, die einer Abweichung von  $\pm 10\%$  bezogen auf die Verformung entsprechen, in grau hinterlegt. Demnach stimmen die rechnerischen und die experimentellen Kurven insbesondere bei den Bauteilen mit Biegeversagen sehr gut überein, da sich beide Kurven mehrheitlich um weniger als  $10\%$  voneinander unterscheiden. Eine leichte Abweichung kann bei den Bauteilversuchen mit Querkraftversagen festgestellt werden. Am Beispiel des Bauteils G-8-C25-V-K-3 in Abbildung 6-13 wird deutlich, dass die Berechnung und die Messwerte nach anfänglich guter Übereinstimmung bei steigendem Lastniveau divergieren. Die Berechnung unterstellt hierbei ein etwas steiferes mittleres Bauteilverhalten, als aus den Messwerten hervorgeht. Der Grund hierfür ist der abweichende Versagensmodus. Wie in Abschnitt 6.3 beschrieben, basieren die rechnerischen Momenten-Krümmungs-Beziehungen auf einem mittleren Bauteilverhalten, wobei primär von einer Biegebeanspruchung ausgegangen wird. Bei den Bauteilversuchen mit Querkraftversagen liegt jedoch darüber hinaus durch die herabgesetzte Tragfähigkeit, vgl. Abschnitt 5.6, eine verstärkte Beanspruchung der Betondruckzone im Bereich der kritischen Betondruckstrebe vor. Durch das gesteigerte Spannungsniveau tritt entsprechend der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons, vgl. Abbildung 2-1, eine erhöhte Betonstauchung und dadurch eine größere Querschnittskrümmung auf. Dies ist bei den vorliegenden Bauteilen mit Querkraftversagen deutlich erkennbar, da hierbei ein Beton mit geringer Druckfestigkeit und entsprechend großer Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung (C25/30) eingesetzt wurde. Trotz der leichten Abweichungen zwischen den rechnerischen und experimentellen Kurven bei den Bauteilen mit Querkraftversagen ist festzustellen, dass die Abweichungen im Hinblick auf das Verformungsverhalten auf der sicheren Seite liegen. Die Abweichungen treten erst unter hohen Belastungen auf, was der Beanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit entspricht. In diesem Bereich ist gemäß Abbildung 3-17 eine Mindestbauteilverformung nachzuweisen. Das geringfügig steifere Bauteilverhalten bei den rechnerisch ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen verursacht unter diesen hohen Beanspruchungsniveaus etwas geringere Verformungen. Eine Mindestbauteilverformung ist jedoch im Rahmen der Bemessung sicherzustellen. Somit ergibt sich auch

bei Bauteilen bei denen der Schubnachweis bemessungsrelevant werden kann, eine Bauteilkonzeption mit hinreichender Versagensvorankündigung.

Aufgrund der guten Übereinstimmung, insbesondere bei den Bauteilen mit Biegeversagen, kann davon ausgegangen werden, dass das unterstellte mittlere Bauteilverhalten bzw. der vorliegende Ansatz der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, vgl. Abschnitt 6.2, das reale Verhalten von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung hinreichend genau abbildet.

### **Last-Verformungs-Beziehungen**

Die zweite Stufe der Validierung des Berechnungsmodells erfolgt auf Grundlage der Last-Verformungs-Beziehungen. Anders als bei den Momenten-Krümmungs-Beziehungen, bei denen die Eignung des Berechnungsmodells durch den Abweichungsbereich von  $\pm 10\%$  nur indirekt quantifiziert wurde, erfolgen bei der Validierung der Last-Verformungs-Beziehungen zwei direkte Quantifizierungen der Übereinstimmung zwischen den rechnerischen und den experimentellen Werten. Zunächst wird der rechnerische Verlauf der Last-Verformungs-Beziehung im gerissenen Bereich (nach Überschreitung des Rissmoments  $M_{cr}$ ) mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Als Vergleichsgrundlage dient eine angepasste experimentelle Kurve, welche als Einhüllende des genauen Last-Verformungs-Verlaufs zu verstehen ist. Dabei werden die Bereiche, in denen durch Rissbildung Lastabfälle induziert werden, überbrückt und die Punkte unmittelbar vor dem Auftreten eines Risses dienen als Stützstellen der Kurve. Diese Vorgehensweise ist aufgrund der verformungsgesteuerten Versuchsdurchführung und den großen Sprüngen im Verlauf der Kraft infolge der Rissbildung und der geringen Bewehrungsgrade notwendig. Ausgehend von dieser einhüllenden Last-Verformungs-Beziehung und der zugehörigen rechnerischen Kurve wird schließlich das gewichtete geometrische Mittel der Übereinstimmung beider Kurven über den gesamten Verlauf des gerissenen Bereiches  $\eta_{wII}$  nach Gl. 6-36 ermittelt. Die Gewichtungsfaktoren  $\delta_i$  nach Gl. 6-37 und Abbildung 6-14 ergeben sich dabei in Abhängigkeit der Abstände zweier benachbarter Punkte der  $M_E-w$ -Beziehungen. Da die experimentellen Kurven unterschiedlich viele Messpunkte bzw. Messpunkte in unterschiedlichen Abständen / Intervallen umfassen, werden größere Abschnitte auf diese Weise stärker und kürzere Abschnitte weniger stark gewichtet. Die Summe aller Gewichtungsfaktoren ist  $\sum \delta_i = 1,0$ .



$$\eta_{wII} = \frac{w_{calc}}{w_{exp}} = \left( \prod_{i=1}^n \left( \frac{w_{calc}}{w_{exp}} \right)^{\delta_i} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n \delta_i}} \quad \text{Gl. 6-36}$$

$$= \left( \prod_{i=1}^n \left( \frac{w_{calc}}{w_{exp}} \right)^{\delta_i} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n \delta_i}}$$

$$\delta_i = \frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{w_n - w_1} \quad \text{Gl. 6-37}$$

$$\eta_{wu} = \frac{w_{u,calc}}{w_{u,exp}} \quad \text{Gl. 6-38}$$

Abbildung 6-14 Qualitatives Beispiel zur Ermittlung der Gewichtungsfaktoren  $\delta_i$

Über diese Validierung anhand des Verlaufs der Last-Verformungs-Beziehung hinaus erfolgt zudem eine Validierung anhand der Verformung unter der maximalen Beanspruchung  $w_u$  nach Gl. 6-38.

Tabelle 6-5 Ergebnisse der Validierung der Last-Verformungs-Beziehungen der Bauteile unter Kurzzeitbeanspruchung sowie der Resttragfähigkeitsversuche

Bezeichnung	$l$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	
-	m	kN	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-	-	
G8-C25-M-K	3,8	18,5	58.715	1.408	29,1	1,07	0,99	
G12-C25-M-K		36,9	60.324	1.449		1,06	0,99	
G16-C25-M-K		35,3	61.301	1.282		1,00	0,94	
G8-C50-M-K		24,7	58.715	1.408	52,2	1,05	0,92	
G12-C50-M-K		32,8	60.324	1.449		0,96	0,92	
G16-C50-M-K		31,9	61.301	1.282		0,95	0,92	
G8-C25-V-K-1		24,1	58.715	1.408	26,3	1,05	1,07	
G8-C25-V-K-2		24,7				1,14	0,99	
G8-C25-V-K-3		23,8				0,94	0,94	
G-8-C25-M-D-1 (RT)		24,7	58.715	1.408	35,5	43,2	1,07	1,07
G-8-C25-M-D-2 (RT)		50,1				45,0	0,97	1,04
G-8-C25-M-D-3 (RT)		74,6				34,1	0,98	1,01
G-8-C25-M-D-4 (RT)		25,8				1,11	0,96	
G-12-C25-M-D (RT)		25,6	60.324	1.449	35,5	1,01	0,96	
G-16-C25-M-D (RT)		26,1	61.301	1.282		1,03	0,95	
Mittelwert						1,03	0,98	
Standardabweichung						0,06	0,05	

In Tabelle 6-5 sind die Ergebnisse der Gegenüberstellung aller 15 Bauteilversuche zusammengestellt. Darüber hinaus sind in Abbildung 6-15 die rechnerischen und die experimen-

tellen  $M_E$ - $w$ -Beziehungen der gleichen drei Bauteilversuche wie in Abbildung 6-13 gegenübergestellt. Die Gegenüberstellungen der Kurven aller weiteren Versuche sind in Anhang C-4 und Anhang C-5 zusammengestellt.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die rechnerischen und die experimentellen Kurven sehr gut übereinstimmen. Sowohl der Verlauf der Last-Verformungs-Beziehungen im gerissenen Bereich als auch die auftretende Verformung unter Maximallast können mit Hilfe des vorliegenden Berechnungsmodells sehr präzise ermittelt werden. Die Übereinstimmung der Kurven im gerissenen Bereich der Last-Verformungs-Beziehung  $\eta_{wII}$  liegt bei Betrachtung aller 15 Versuche im Mittel bei  $m_{\eta_{wII}} = 1,03$ , bei einer Standardabweichung von  $s_{\eta_{wII}} = 0,06$ , während das Verhältnis der Verformungen unter Maximallast im Mittel  $m_{\eta_{wu}} = 0,98$  beträgt, bei einer Standardabweichung von  $s_{\eta_{wu}} = 0,05$ . Zudem ist festzustellen, dass auch die maximalen Abweichungen zwischen der Berechnung und den Messwerten in einem geringen Ausmaß bleiben. Bei den Versuchen, bei denen die Berechnung am stärksten von den Messwerten abweicht ( $\eta_{wII,max} = 1,14$ ;  $\eta_{wII,min} = 0,94$ ;  $\eta_{wu,max} = 1,07$ ;  $\eta_{wu,min} = 0,92$ ) liegen die Abweichungen sowohl beim Kurvenverlauf als auch bei der Verformung unter Maximallast bei weniger als  $\pm 15\%$ .

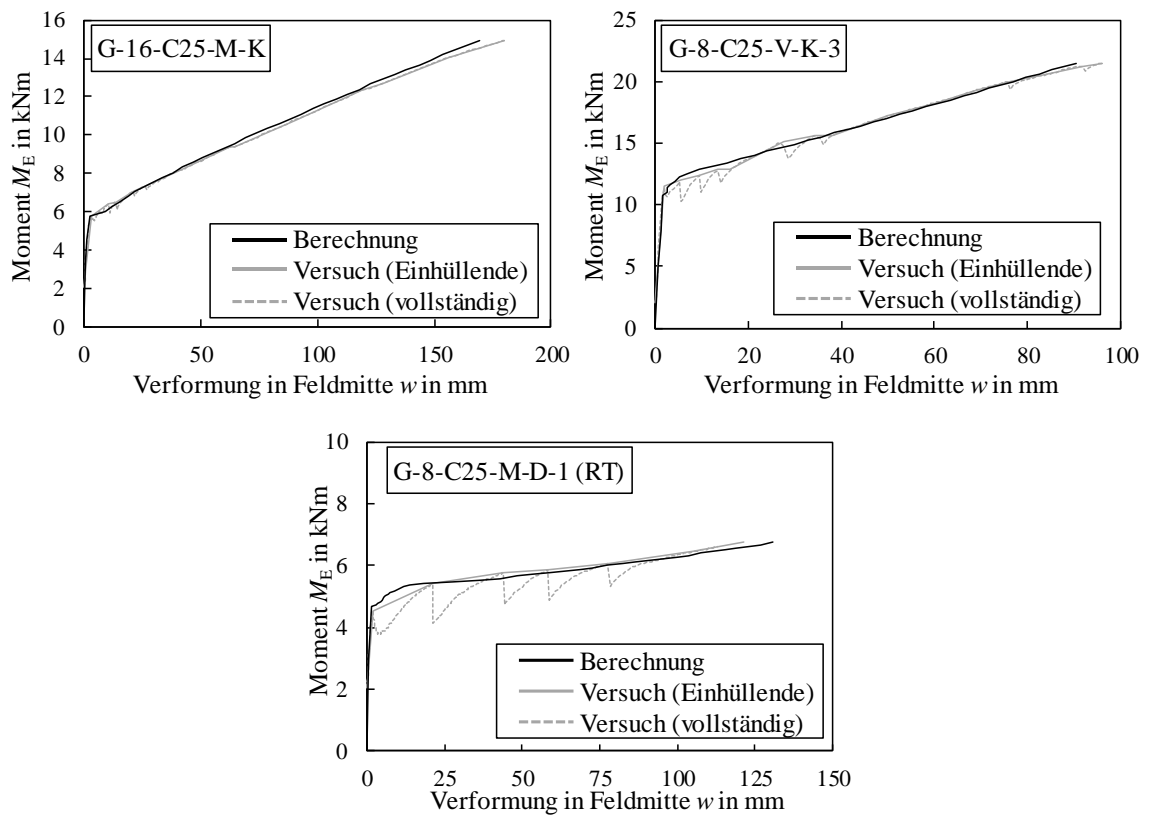


Abbildung 6-15 Validierung der Last-Verformungs-Beziehungen der Bauteile unter Kurzzeitbeanspruchung sowie der Resttragfähigkeitsversuche

Die Betrachtung der  $M_E$ - $w$ -Beziehungen der Bauteile G-8-C25-V-K-2 und G-8-C25-M-D-4 (RT) in Abbildung 6-16 deutet auf ein im Bereich der Erstrissbildung abweichendes Bauteilverhalten hin. Nach dem Auftreten des ersten Risses ist zunächst keine Laststeigerung möglich und der zweite Riss tritt bereits bei näherungsweise identischer Belastung auf. Erst nach der Bildung beider Risse kann die aufnehmbare Belastung weiter gesteigert werden. Da dem Berechnungsmodell jedoch ein mittleres Bauteilverhalten zugrunde liegt, wird ein derartiges Verhalten rechnerisch nicht abgedeckt und die tatsächlich auftretenden Verformungen werden in diesen beiden Fällen im Bereich der Erstrissbildung kurzzeitig unterschätzt, wie in Abbildung 6-16 zu erkennen ist. Dieser Bereich weist jedoch im Rahmen der Bauteilbemessung keine große Signifikanz auf. Die Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit basiert im Allgemeinen auf den Verformungen im Zustand I und die Mindestverformung zur ausreichenden Versagensvorankündigung im Grenzzustand der Tragfähigkeit liegt im Bereich höherer Beanspruchungsniveaus, bei denen die Rissbildung bereits abgeschlossen ist. Die Abweichung im Bereich der Erstrissbildung stellt somit kein bemessungsrelevantes Problem dar, da der Verlauf der Verformungen bei weiterer Laststeigerung ab dem Auftreten des dritten Risses wieder sehr gut approximiert werden kann, was die Werte  $\eta_{wII} = 1,01$  für das Bauteil G-8-C25-V-K-2 und  $\eta_{wII} = 0,98$  für das Bauteil G-8-C25-M-D-4 (RT) verdeutlichen.

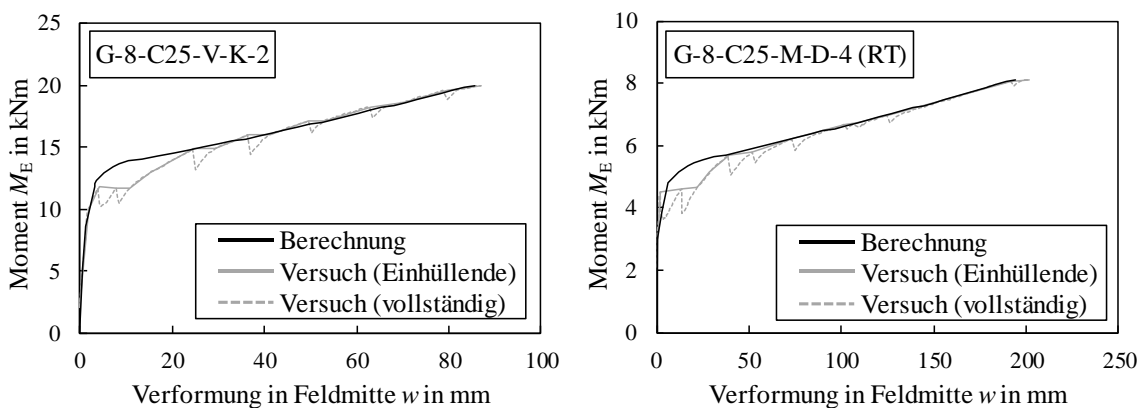


Abbildung 6-16 Abweichendes Bauteilverhalten im Bereich der Erstrissbildung bei den Bauteilen G-8-C25-V-K-2 und G-8-C25-M-D-4 (RT)

Somit ist insgesamt festzustellen, dass die Berechnungen für die vorliegenden Randbedingungen in den untersuchten Grenzen gleichmäßig gute Ergebnisse liefern. Eine sehr präzise Vorhersage des Verformungsverhaltens ist dabei unabhängig vom vorliegenden Bewehrungsgrad, vom vorliegenden Vorspanngrad, von der Bauteilgeometrie und auch unabhängig von einer etwaigen Vorbelastung möglich.

### 6.6.2.2 Versuche unter Dauerbeanspruchung

Für die Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung, welche in Abschnitt 4.5 vorgestellt wurden, werden die Bauteilverformungen ebenfalls mit dem numerischen Modell berechnet und mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. In Abbildung 6-17 sind die rechnerischen und die experimentellen Verläufe der Verformung in Bauteilmitte über die Zeit für alle sechs Dauerversuche zusammengestellt.

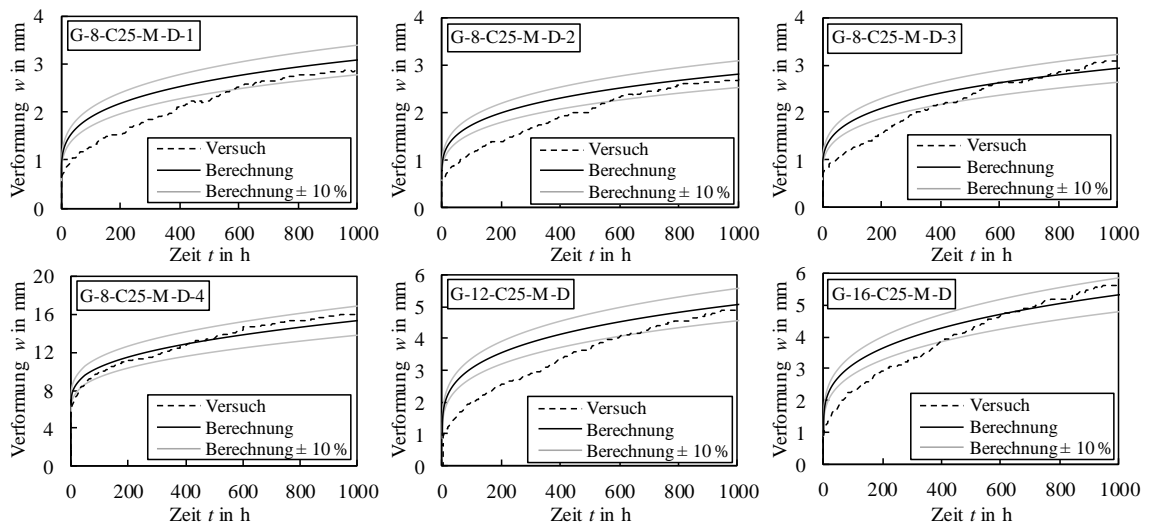


Abbildung 6-17 Gegenüberstellung der Verformungs-Zeit-Verläufe der Bauteile unter statischer Dauerbeanspruchung

Der Vergleich der berechneten und der experimentellen Verformungs-Zeit-Verläufe zeigt, dass das Berechnungsmodell die experimentelle Verformung im vorderen Bereich, etwa in den ersten 500 h, systematisch überschätzt. Die Abweichung zum Zeitpunkt der größten Verformungsdifferenz beträgt dabei maximal 66,3 % (G-8-C25-M-D-2;  $t = 55$  h) und im Mittel der sechs Versuche 44,0 %. Das bedeutet, dass das zugrunde gelegte Modell des Betonkriechverhaltens nach DIN EN 1992-1-1 (2011) ein zu großes Kriechvermögen in diesem Zeitraum unterstellt. Allerdings wird dieser Sachverhalt dadurch relativiert, dass sich die rechnerischen und die experimentellen Verläufe einander mit zunehmender Zeit annähern und zum Ende des Versuchszeitraumes von 1.000 h überwiegend vergleichbare Steigungen aufweisen. Dies ist von entscheidender Bedeutung, da die Ermittlung der Dauerformungen im Rahmen der Bemessung für den Zeitpunkt  $t = t_{\infty}$  erfolgt. Somit ist die Abweichung zwischen den rechnerischen und den experimentellen Kurven im vorderen Bereich für die Nachweisführung nicht von besonderer Bedeutung. Während sich das Last-Verformungs-Verhalten unter Kurzzeitbeanspruchung direkt auf den Nachweis der ausreichenden Versagensvorankündigung im Grenzzustand der Tragfähigkeit auswirkt, beeinflusst die Verformungszunahme unter konstanter Dauerbeanspruchung lediglich den Wert der Verformung unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, vgl. Abbildung 3-17.

Basierend darauf sind in Tabelle 6-6 die Ergebnisse der Gegenüberstellung der sechs untersuchten Bauteile unter statischer Dauerbeanspruchung dargestellt. Die Abweichung des Berechnungsmodells von den Messwerten erfolgt dabei auf Basis der Verformung am Ende des Dauerversuchszeitraumes  $w_{t,end}$ .

Tabelle 6-6 Ergebnisse der Validierung der Verformungs-Zeit-Verläufe der Bauteile unter Dauerbeanspruchung

Bezeichnung	$l$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}(t_0)$	$\eta_{wt,end}$
-	m	kN	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-
G-8-C25-M-D-1	3,8	24,73	58.715	1.408	25,3	0,95
G-8-C25-M-D-2		50,14				1,01
G-8-C25-M-D-3		74,57			23,8	1,04
G-8-C25-M-D-4		25,75	19,4	0,96		
G-12-C25-M-D		25,55		60.324	1.449	1,03
G-16-C25-M-D		26,12		61.301	1.282	0,94
Mittelwert						0,99
Standardabweichung						0,04

Wie bereits anhand der Verformungs-Zeit-Verläufe in Abbildung 6-17 zu erkennen war, nähern sich die rechnerischen und die experimentellen Kurven einander zum Ende des Versuchszeitraumes sehr gut an. Die Quantifizierung dieses Sachverhalts erfolgt anhand des Verhältniswerts  $\eta_{wt,end}$  nach Tabelle 6-6, bei dem die rechnerische Verformung am Ende des Versuchszeitraumes  $w_{t,end,calc}$  mit der experimentellen Endverformung  $w_{t,end,exp}$  ins Verhältnis gesetzt wird. Hierbei zeigt sich, dass mit dem Berechnungsmodell auf Grundlage des Kriech- und Schwindvermögens des Betons nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und der Steifigkeitsentwicklung nach Abschnitt 6.5 die realen Verformungen am Ende des Versuchszeitraumes sehr präzise vorhergesagt werden können. Die Rechenwerte unterschätzen die experimentellen Verformungen dabei im Mittel um lediglich 1 %. Die maximalen Abweichungen von + 4 % (G-8-C25-M-D-3) bzw. – 6 % (G-16-C25-M-D) liegen dabei ebenfalls etwa im Bereich der einfachen Standardabweichung, was darauf hindeutet, dass die Berechnungsgenauigkeit gleichmäßig gut ist und keine systematischen, starken Variationen vorliegen.

Letztlich ist darauf hinzuweisen, dass die auf diese Weise ermittelten Verformungen den materialbedingten Streuungen der Kriech- und Schwindprozesse unterliegen. Gemäß fib Model Code 2010 (2013) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) ist für die Ermittlung der Kriechzahlen sowie der Schwinddehnungen von Variationskoeffizienten von  $\pm 25\%$  bis  $30\%$  auszugehen. Somit müssen die vorliegenden Ergebnisse mit entsprechender Vorsicht bewertet werden, da die zugrundeliegende Kriechfunktion und damit auch die resultierende zeitabhängige Verformungsentwicklung Streuungen im zweistelligen Prozentbereich unterliegen kann.



Dennoch zeigen die Berechnungen eine insgesamt gute Übereinstimmung mit den experimentellen Untersuchungen, was neben den Endverformungen auch für den Anstieg der Verformungen zum Ende des Versuchszeitraumes festgestellt werden kann. Daher kann das vorgestellte Modell zur Ermittlung der zeitabhängigen Verformungen für die Entwicklung eines Bemessungsvorschlages verwendet werden. Über die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche hinaus wird das Modell in Abschnitt 6.6.3.2 zusätzlich anhand von zahlreichen Versuchen aus der Literatur validiert, deren Versuchszeiträume über die hier betrachteten 1.000 h deutlich hinausgehen. Dadurch lässt sich die Anwendbarkeit für einen noch größeren Zeitraum bestätigen.

### 6.6.2.3 Verformungsverlauf über die Bauteillänge

Abschließend wird für das Bauteil G-8-C25-M-D-2 (RT) der Verlauf der Verformung über die Bauteillänge berechnet und mit den zusätzlich aufgezeichneten Messergebnissen verglichen. Dieser Versuch wurde dabei, über die in den Abschnitten 4.4.2 und 4.5.2 beschriebene Messtechnik hinaus, mit einem photogrammetrischen Messsystem (VIC3D<sup>®</sup>, Correlated Solutions) begleitet. Auf die genauen Details dieses Messverfahrens wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen, da es lediglich bei diesem einen Bauteilversuch exemplarisch zum Einsatz kam. Für eine Darstellung des Prinzips und des Ablaufs photogrammetrischer Messungen sei auf Luhmann et al. (2011) verwiesen. In Abbildung 6-18 sind die rechnerischen und die experimentellen Verformungsverläufe über die Bauteillänge dieses Versuchs für die 3 verschiedenen Belastungsniveaus  $0,33 \cdot F_u$ ,  $0,85 \cdot F_u$  und  $1,00 \cdot F_u$  dargestellt.

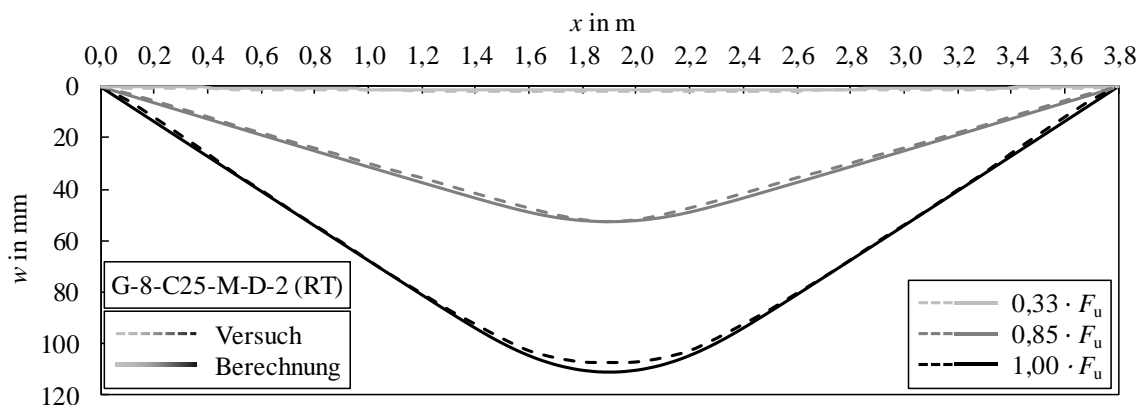


Abbildung 6-18 Gegenüberstellung der rechnerischen und experimentellen Verformungsverläufe über die Bauteillänge bei verschiedenen Belastungsniveaus

Der Vergleich der Verläufe zeigt, dass der in Abschnitt 6.4 und in Abbildung 6-10 vorgestellte Ansatz zur Ermittlung der Verformungen über die Bauteillänge auf Basis des zugrunde gelegten Modells zur Verformungsermittlung sehr gute Ergebnisse erzielt. Die maximale Abweichung zwischen Berechnung und Versuch beträgt im Bruchzustand in Feld-

mitte ca. 4 %. Weiterhin ist zu erkennen, dass das Berechnungsmodell über alle Belastungsniveaus hinweg (Zustand I:  $0,33 \cdot F_u$ , Zustand II:  $0,85 \cdot F_u$ , Bruchzustand:  $1,00 \cdot F_u$ ) sehr gute Übereinstimmungen mit den Versuchen erzielt. Demnach ist das Berechnungsmodell nach Abschnitt 6.4 als geeignet anzusehen, um den Verformungsverlauf über die Bauteillänge von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung zu ermitteln.

### 6.6.3 Versuche aus der Literatur

#### 6.6.3.1 Versuche unter Kurzzeitbeanspruchung

In Ergänzung zu den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen wird das Berechnungsmodell darüber hinaus mit Hilfe einer umfangreichen Reihe von insgesamt 87 Versuchen unter Kurzzeitbeanspruchung aus der Literatur validiert. Das gewählte Vorgehen bleibt dabei unverändert. Das bedeutet, dass die berechneten Ergebnisse zum einen anhand des Verlaufes der Last-Verformungs-Beziehung im gerissenen Zustand, vgl.  $\eta_{wII}$  nach Gl. 6-36, und außerdem anhand der Verformung unter maximaler Beanspruchung, vgl.  $\eta_{wu}$  nach Gl. 6-38, gegenübergestellt werden. In Tabelle 6-7 sind die wesentlichen Randbedingungen, die Anzahl der Versuche  $n_v$  sowie die Ergebnisse der Validierung zusammengestellt. Eine genaue Zusammenstellung aller einzelnen Versuche findet sich in Anhang B-2.

Tabelle 6-7 Wesentliche Randbedingungen der Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung aus der Literatur und Ergebnisse der Gegenüberstellung der zugehörigen Last-Verformungs-Beziehungen

Literatur	Mat.*	QS*	$n_V$	$l$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	
-	-	-	-	m	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-	-	
Abdelrahman (1995)	C	T	6	5,8	0,337 - 0,743	83,5 - 236,9	177.000	2.280	47,0 - 70,0	0,95	0,94	
Arockiasamy et al. (1995)	C	R	4	2,44	0,475	172,5 - 179,4	85.000	2.200	47,9 - 75,2	0,93	1,05	
Atutis (2018)	B	R	12	2,64	0,316 - 0,328	63,3 - 87,0	45.000	1.098	40,2 - 46,0	1,07	0,95	
Atutis et al. (2015)	G	R	2	1,8	0,604	86,5	60.200	1.418	31,5	1,04	0,92	
Dolan et al. (2001b) & Burke und Dolan (2001)	A / C	R / T	4	3,05 - 4,88	0,137 - 0,409	53,4 - 106,8	68.600 - 146.000	1.389 - 2.118	31,0 - 64,8	1,03	1,00	
Kakizawa et al. (1993)	C	R	3	1,7	0,304 - 0,557	37,0 - 68,0	140.000	1.724 - 1.875	35,3	0,98	0,94	
Krem (2013)	C	R	8	3,4	0,410	94,0 - 126,1	144.000	1.765	49,6 - 70,9	0,99	0,97	
Kueres (2019)	C	T	4	2,6	0,499	259,6	187.000	3.610	92,4 - 106,4	1,00	1,02	
Lees und Burgoyne (1999)	A	R	2	2,4	0,194 - 0,254	28,0 - 31,0	54.000 - 68.600	1.427 - 1.802	58,5	0,96	1,04	
Mertol et al. (2007)	C	R	7	1,9	0,180	29,4	161.000	2.200	77,1 - 103,9	1,00	1,06	
Mirshekari et al. (2016)	B	R	3	2,0	0,766	32,0 - 62,0	45.000	1.000	43,0	1,00	0,94	
Pavlović et al. (2019)	B	R	3	1,7	0,257	11,6 - 23,2	45.000	1.200	38,0	1,05	0,98	
Pearson und Donchev (2013)	B	R	1	2,2	0,250	16,0	45.000	1.200	38,0	0,92	0,90	
Pirayeh Gar (2012)	A	R	1	1,8	0,515	121,0	69.000	1.380	48,3	1,01	1,05	
Saeed (2016)	C	R	3	4,1	0,419 - 0,432	136,5 - 155,4	124.000	2.275	49,5 - 52,7	0,92	1,00	
Selvachandran et al. (2016)	C	R	3	3,0	0,257 - 0,514	94,5 - 164,8	124.000	1.896	53,3	0,95	0,99	
Sen et al. (1998)	A	R	1	2,3	0,358	31,3	56.740	1.305	56,4	1,08	0,97	
Singh (2014)	G	R	3	6,2	1,150 - 1,222	0,0 - 325,0	54.954	863	67,1 - 75,5	1,00	0,98	
Stoll et al. (2000)	C	I	2	11,8	0,450	676,0 - 712,0	147.000	3.490	71,1 - 86,3	1,03	1,03	
Thorhallsson et al. (2015) & Gunnarsson (2013)	B	R	7	2,0 - 3,9	0,520	94,0	50.000	1.000	57,1 - 61,7	1,00	0,98	
Zawam (2015)	G	R	5	3,4	0,377 - 0,670	0,0 - 100,5	50.000	1.200	40,0 - 80,0	1,00	0,98	
Zou (2003a)	A / C	R	3	3,0 - 6,0	0,262 - 0,571	72,4 - 122,3	56.740 - 147.000	1.305 - 2.250	36,0 - 82,0	1,01	0,99	
Mat.* (Bewehrungsfasermaterial): A (Aramid), B (Basalt), C (Carbon), G (Glas)										Mittelwert	1,00	0,99
QS* (Querschnittstyp): R (Rechteck), T (T-Querschnitt), I (I-Querschnitt)										Standardabweichung	0,05	0,06

Die Ergebnisse der Gegenüberstellung der rechnerischen und der experimentellen Werte bestätigen dabei die sehr gute Eignung des Modells, die sich bei der Validierung anhand der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche gezeigt hat. Die Übereinstimmung der Verläufe der Last-Verformungs-Beziehungen im Zustand II liegt im Mittel bei  $\eta_{wII} = 1,00$  bei einer Standardabweichung von  $s_{\eta_{wII}} = 0,05$ . Die Berechnung der Verformung unter Maximallast weist eine ähnliche Genauigkeit auf. Der Mittelwert des Verhält-

nisses zwischen der Berechnungen und den Messwerten beträgt  $\eta_{wu} = 0,99$  und die Standardabweichung beträgt  $s_{\eta_{wu}} = 0,06$ . Diese Ergebnisse befinden sich in der gleichen Größenordnung wie bei der vorangegangenen Validierung in Abschnitt 6.6.2.1 ( $\eta_{wII} = 1,01$ ;  $s_{\eta_{wII}} = 0,04$ ;  $\eta_{wII} = 0,98$ ;  $s_{\eta_{wII}} = 0,05$ ). Bei den Versuchen mit den größten Abweichungen zwischen der Berechnung und den Messwerten ( $\eta_{wII,max} = 1,08$ ;  $\eta_{wII,min} = 0,92$ ;  $\eta_{wu,max} = 1,06$ ;  $\eta_{wu,min} = 0,90$ ), liegen die Unterschiede sowohl beim Kurvenverlauf als auch bei der Verformung unter Maximallast bei maximal  $\pm 10 \%$ .

Daraus folgt, dass die Verläufe der Last-Verformungs-Beziehungen ebenso wie die auftretenden Verformungen unter maximaler Beanspruchung auf Grundlage einer Versuchsbasis von insgesamt über 100 Versuchen sehr genau abgebildet werden können. Diese Genauigkeit konnte für Bauteile mit verschiedensten Querschnitten (Rechteck, T-Querschnitt, I-Querschnitt), Spannweiten ( $1,70 \text{ m} \leq l \leq 11,80 \text{ m}$ ), Bewehrungsgraden ( $0,137 \% \leq \rho_p \leq 1,222 \%$ ), Vorspannkraften ( $0 \text{ kN} \leq P_{eff} \leq 712 \text{ kN}$ ), Betonfestigkeiten ( $26,3 \text{ N/mm}^2 \leq f_{cm} \leq 106,4 \text{ N/mm}^2$ ) und Bewehrungsmaterialien (Aramid-, Basalt-, Carbon- und Glasfaserverbundkunststoffe mit Zugfestigkeiten von  $863 \text{ N/mm}^2 \leq f_p \leq 3.610 \text{ N/mm}^2$  und E-Moduln von  $45.000 \text{ N/mm}^2 \leq E_p \leq 187.000 \text{ N/mm}^2$ ) bestätigt werden. Ein untersuchter Vergleichsversuch mit einer Vorspannkraft von  $P_{eff} = 0$  und Ergebnissen von  $\eta_{wII} = 0,97$  und  $\eta_{wu} = 0,98$  deutet zudem darauf hin, dass das Berechnungsmodell auch für Bauteile mit FVK-Bewehrung ohne Vorspannung mit vergleichbarer Genauigkeit verwendet werden kann.

Insgesamt verdeutlicht die Validierung über einen derart breiten Bereich verschiedener Randbedingungen, dass mit Hilfe des vorliegenden Modells zur Ermittlung der Bauteilverformungen von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung sehr präzise Vorhersagen möglich sind. In Kapitel 7 wird dieses Modell daher bei der Entwicklung eines Bemessungskonzeptes für derartige Bauteile zugrunde gelegt.

### 6.6.3.2 Versuche unter Dauerbeanspruchung

Wie bereits in Abschnitt 6.6.2.2 beschrieben, erfolgt eine erweiterte Validierung des Berechnungsmodells zur Ermittlung der zeitabhängigen Verformungen anhand von Versuchen aus der Literatur. Auch hierbei wird dabei das gleiche Vorgehen gewählt wie bei der Validierung anhand der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche. Dementsprechend liegt der Fokus primär auf der Verformung am Ende des Versuchszeitraumes. In Tabelle 6-8 sind die wesentlichen Randbedingungen der insgesamt 24 Literaturversuche sowie die Ergebnisse der Validierung zusammengestellt. Eine genaue Darstellung aller einzelnen Versuche kann Anhang B-3 entnommen werden.

Tabelle 6-8 Wesentliche Randbedingungen der Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung aus der Literatur und Ergebnisse der Gegenüberstellung der zugehörigen Verformungs-Zeit-Verläufe

Literatur	Mat.*	QS*	$n_V$	$t_{exp}$	$l$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$\eta_{wt,end}$
-	-	-	-	h	m	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-
Singh (2014)	G	R	5	6.056 - 11.863	6,2	1,150 - 1,222	0,0 - 355,0	48.200	751	46 - 75,2	1,00
Sovjak et al. (2018)	C	R	1	62.232	4,0	0,157	134,0	100.000	2.000	34,8	0,95
Zawam (2015)	G	R	14	4.464 - 6.912	3,4	0,67	0,0 - 100,5	50.000	1.200	40,0 - 80,0	0,98
Zou (2003b) & Zou (2003c)	C / A	R	4	5.585 - 10.540	6,0	0,285	74,9 - 109,0	52.500 - 147.000	1.250 - 2.250	37,0 - 85,0	0,98
										Mittelwert	0,99
										Standardabweichung	0,05

Mat.\* (Bewehrungsfasermaterial): A (Aramid), C (Carbon), G (Glas)

QS\* (Querschnittstyp): R (Rechteck)

Auch die Gegenüberstellung anhand der Literaturversuche unter Dauerbeanspruchung liefert eine sehr gute Übereinstimmung der Berechnung mit den experimentellen Ergebnissen. Das Verhältnis der rechnerischen zur experimentellen Endverformung beträgt im Mittel  $\eta_{wt,end} = 0,99$  bei einer Standardabweichung von  $s_{\eta_{wt,end}} = 0,05$ . Dies stimmt sehr gut mit den Ergebnissen der Validierung anhand der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche überein ( $\eta_{wt,end} = 0,99$ ;  $s_{\eta_{wt,end}} = 0,04$ ), vgl. Tabelle 6-6. Zudem wurde die Modellgenauigkeit für Bauteile verschiedenster Spannweiten ( $3,40 \text{ m} \leq l \leq 6,20 \text{ m}$ ), Bewehrungsgrade ( $0,156 \% \leq \rho_p \leq 1,222 \%$ ), Vorspannkraften ( $0 \text{ kN} \leq P_{eff} \leq 355 \text{ kN}$ ), Betonfestigkeiten ( $19,4 \text{ N/mm}^2 \leq f_{cm} \leq 85,0 \text{ N/mm}^2$ ) und Bewehrungsmaterialien (Aramid-, Carbon- und Glasfaserverbundkunststoffe mit Zugfestigkeiten von  $751 \text{ N/mm}^2 \leq f_p \leq 2.250 \text{ N/mm}^2$  und E-Moduln von  $48.200 \text{ N/mm}^2 \leq E_p \leq 147.000 \text{ N/mm}^2$ ) bestätigt. Hervorzuheben ist die Auswertung der Bauteile mit einer Vorspannkraft von  $P_{eff} = 0$ . Auf Grundlage dieser 5 Versuche, vgl. Anhang B-3, folgt das mittlere Verhältnis  $\eta_{wt,end} = 1,02$ , was bestätigt, dass das Modell zur Ermittlung der Verformungen unter statischer Dauerbeanspruchung auch für Bauteile ohne Vorspannung mit vergleichbarer Genauigkeit angewendet werden kann.

Darüber hinaus konnte die Validierung des Berechnungsmodells zudem auf größere Versuchszeiträume ausgeweitet werden. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche umfassen lediglich einen Versuchszeitraum von  $t_{exp} = 1.000 \text{ h}$ . Demgegenüber weisen die Literaturversuche weitaus größere Versuchszeiträume von bis zu  $t_{exp} \approx 12.000 \text{ h}$  (entspricht rund 16 Monaten) sowie bei einem Versuch von bis zu  $t_{exp} \approx 62.000 \text{ h}$  (entspricht rund sieben Jahren) auf. Basierend auf den präzisen, rechnerischen Vorhersagen der Endverformung über Zeiträume von bis zu sieben Jahren, kann davon ausgegangen werden, dass das vorliegende Berechnungsmodell sehr gut geeignet ist, um die zeitabhängigen Verformungen von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung zu ermitteln. Daher wird dieses Modell der in Kapitel 7 folgenden Entwicklung eines Bemessungskonzeptes zugrunde gelegt.

## 7 BEMESSUNGSKONZEPT FÜR BETONFERTIGTEILE MIT VORGESPANNTER FVK-BEWEHRUNG

### 7.1 Allgemeines

Dieses Kapitel behandelt die Entwicklung eines Bemessungskonzeptes, welches die praxisnahe Bemessung von Betonfertigteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung ermöglichen soll. Dabei werden sowohl der Grenzzustand der Tragfähigkeit, als auch der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit berücksichtigt, wobei die Nachweise der Verformungen (Verformungsbegrenzung im GZG und ausreichende Verformbarkeit im GZT) im Zentrum des Bemessungskonzeptes stehen. Basierend auf dem in Abschnitt 6 vorgestellten und in Abschnitt 6.6 validierten Berechnungsmodell wird hierfür eine umfangreiche Parameterstudie durchgeführt. Dadurch werden die Grenzen der Nachweisbarkeit und damit der zulässigen Bauteilbemessung ermittelt. Abschließend werden auf Basis der Ergebnisse Bemessungshilfsmittel in Form von Nomogrammen und Tabellen entwickelt, detailliert erläutert und deren Verwendung anhand eines Anwendungsbeispiel verdeutlicht.

### 7.2 Parameterstudie

#### 7.2.1 Randbedingungen und Vorgehensweise

Bevor die Parameterstudie durchgeführt werden kann, sind grundlegende Randbedingungen festzulegen, welche das Vorgehen der Bemessung definieren. Alle Untersuchungen werden an einem beidseitig gelenkig gelagerten Einfeldträger mit einem einseitig bewehrten Rechteckquerschnitt der Breite  $b = 1$  m durchgeführt. Diese Annahme erfolgt in Anlehnung an einen „1 m-Streifen“ eines einachsigen gespannten plattenförmigen Bauteils erfolgt. Die weiteren bemessungsrelevanten mechanischen und geometrischen Größen, welche als variable Parameter im Rahmen der Parameterstudie einzeln analysiert werden, sind anschließend für jede Parameterkombination zu definieren. Dazu gehören folgende Größen:

- Biegeschlankheit  $\lambda = l / d_p$
- Bezogene statische Nutzhöhe  $d_p / h$
- Betongüte
- Festigkeit und Bruchdehnung der Spannglieder  $f_{pd}, \epsilon_{pd}$
- Bezogenes einwirkendes Moment  $\mu_{Edp}$ ,

Die Grundlage der Bemessungsaufgabe ist zunächst der Nachweis der Biegetragfähigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit gemäß Abschnitt 5.5 bzw. unter Verwendung von Anhang A-1 bzw. Anhang A-2. Dabei wird, basierend auf den festgelegten Werte der oben aufgelisteten Größen, die erforderliche Spanngliedfläche  $A_{p,erf}$  ermittelt. Dieser Wert wird

in der Folge als vorhandene Spanngliedfläche  $A_{p,vorh}$  angesetzt. Im zweiten Berechnungsschritt wird die erforderliche Vorspannkraft  $P_{m0,erf}$  ermittelt. Das grundsätzliche Ziel der Vorspannung ist die Vermeidung von Rissen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, sodass die normative Verformungsbegrenzung ( $w \leq l / 250$ ) unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination eingehalten werden kann. Bei geringen bezogenen Momenten  $\mu_{Edp} < 0,10$  genügen dabei bereits geringe Vorspannkraft, da das Bemessungsmoment im GZG  $M_{d,perm}$  nur unwesentlich größer ist, als das Rissmoment des nicht vorgespannten Querschnitts. Je größer die Beanspruchung  $\mu_{Edp}$ , desto größer ist die erforderliche Vorspannkraft zur Sicherstellung eines ungerissenen Querschnitts im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Wie bereits in den Abschnitten 3.5.2 und 3.7.2.2 beschrieben, ist eine beliebig große Steigerung der Vorspannkraft dabei nicht zulässig, da der Nachweis der Begrenzung der Spanngliedspannung zu beachten ist. Basierend auf Tabelle 3-2 bzw. Tabelle 3-3 kann für den kritischsten Fall einer Bewehrung aus Glasfaserverbundkunststoff von einer Begrenzung der dauerhaft wirksamen Spannungen von rund 20 % der mittleren Zugfestigkeit ausgegangen werden. Dies kann am Beispiel der im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Bewehrung auf den Bemessungswert der Zugfestigkeit umgerechnet werden. Ausgehend von den Untersuchungen in Abschnitt 4.2 ( $f_{p,m} \approx 1.400 \text{ N/mm}^2$ ) bzw. auf Grundlage der Zulassung des Produktes, vgl. Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238 (2019) ( $f_{pd} \approx 445 \text{ N/mm}^2$ ), folgt ein Verhältnis des Bemessungswertes zum Mittelwert der Zugfestigkeit von  $f_{pd} / f_{p,m} \approx 0,32$ . Daraus folgt eine Begrenzung der Spanngliedspannung auf rund 62 % des Bemessungswertes der Zugfestigkeit  $f_{pd}$ . Da die dauerhaft wirksamen Spannungen nicht nur die Spannung infolge von Vorspannung, sondern zudem auch Spannungen infolge von äußeren Einwirkungen beinhalten, wird für die weitere Berechnung eine Begrenzung der wirksamen Vorspannung auf  $\sigma_{pm0} \leq 0,5 \cdot f_{pd}$  festgelegt. Ausgehend von einem im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit unter Vorspannwirkung ungerissenen Querschnitt liegt diese Annahme hinsichtlich der zulässigen Spannungen auf der sicheren Seite. Die Ermittlung der erforderlichen Vorspannkraft wird somit entweder durch den rechnerisch erforderlichen Wert zur Sicherstellung eines unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination ungerissenen Querschnitts oder durch den Grenzwert  $\sigma_{pm0,max} = 0,5 \cdot f_{pd}$  determiniert. Dies ist insbesondere bei der Verwendung von CFVK-Spanngliedern eine konservative Annahme im Hinblick auf die zulässigen Spannungsgrenzen, vgl. Tabelle 3-2 und Tabelle 3-3. Allerdings reichen diese geringen Vorspannkraft im Regelfall aus, um den Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit gerecht zu werden. Eine darüber hinaus gesteigerte Vorspannung stellt bei Betrachtung des definierten Bemessungsziels keinen Vorteil dar. Zu große Vorspannkraft können im Gegenteil sogar dazu führen, dass keine ausreichende Versagensvorankündigung im Grenzzustand der Tragfähigkeit sichergestellt werden kann.

Basierend auf dem Grenzwert  $\sigma_{pm0,max} = 0,5 \cdot f_{pd}$  können analog zu Abschnitt 5.5 ein Bemessungsdiagramm, vgl. Abbildung 7-1, und eine Bemessungstabelle, vgl. Tabelle 7-1,

abgeleitet werden mit denen sich alle erforderlichen Kenngrößen direkt in Abhängigkeit aller betrachteten Spanngliedbruchdehnungen ermitteln lassen. Eine erweiterte Form der Bemessungstabelle kann zudem Anhang A-2 entnommen werden.

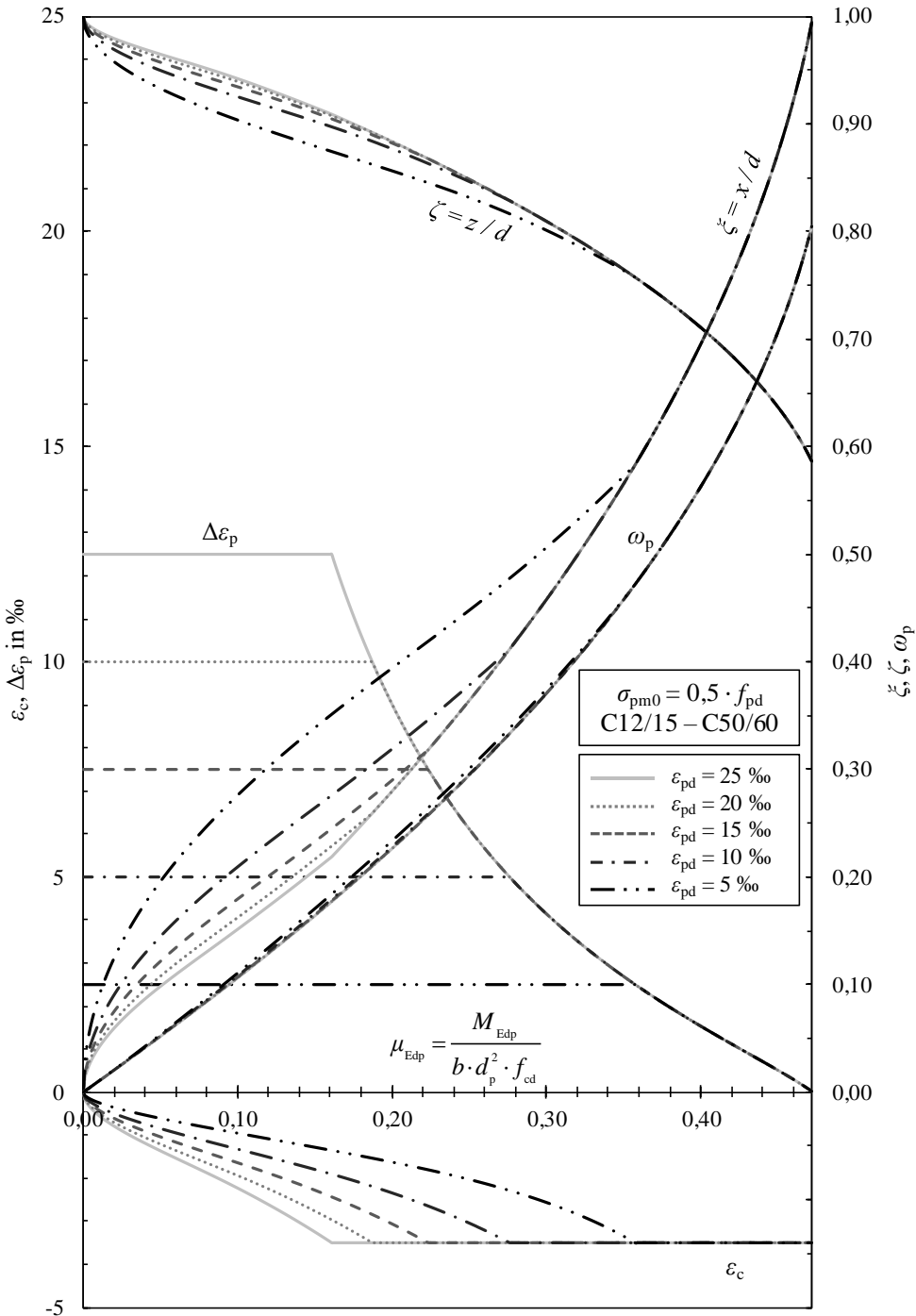


Abbildung 7-1 Bemessungsdiagramm für Rechteckquerschnitte ohne Druckbewehrung, die Betonfestigkeitsklassen C12/15 – C50/60 und eine Vorspannung von  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$



## 7 Bemessungskonzept für Betonfertigteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung

*Tabelle 7-1 Bemessungstabelle für Rechteckquerschnitte ohne Druckbewehrung, die Betonfestigkeitsklassen C12/15 – C50/60 und eine Vorspannung von  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$*

$\mu_{Edp} =$ $\frac{M_{Edp}}{b \cdot d_p^2 \cdot f_{sd}}$	$\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$			$\varepsilon_{pd} = 10 \text{ ‰}$			$\varepsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$			$\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$			$\varepsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$		
	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,0000	1,000	0,000
0,010	0,0103	0,970	0,089	0,0102	0,978	0,064	0,0102	0,982	0,053	0,0102	0,984	0,046	0,0102	0,986	0,041
0,020	0,0209	0,958	0,125	0,0206	0,969	0,091	0,0205	0,974	0,075	0,0205	0,977	0,066	0,0204	0,979	0,059
0,030	0,0317	0,948	0,152	0,0312	0,962	0,111	0,0310	0,968	0,093	0,0309	0,972	0,082	0,0309	0,974	0,074
0,040	0,0426	0,940	0,176	0,0419	0,955	0,129	0,0416	0,962	0,108	0,0414	0,967	0,095	0,0413	0,969	0,087
0,050	0,0536	0,933	0,196	0,0526	0,950	0,145	0,0522	0,957	0,122	0,0520	0,962	0,108	0,0518	0,965	0,098
0,060	0,0648	0,926	0,214	0,0635	0,944	0,159	0,0630	0,953	0,134	0,0627	0,957	0,119	0,0625	0,960	0,109
0,070	0,0761	0,920	0,231	0,0745	0,939	0,173	0,0738	0,948	0,146	0,0735	0,953	0,131	0,0732	0,956	0,120
0,080	0,0875	0,914	0,247	0,0856	0,935	0,186	0,0848	0,943	0,158	0,0843	0,948	0,141	0,0841	0,952	0,130
0,090	0,0990	0,909	0,262	0,0968	0,930	0,198	0,0958	0,939	0,169	0,0953	0,944	0,152	0,0951	0,947	0,141
0,100	0,1107	0,904	0,276	0,1081	0,925	0,209	0,1070	0,935	0,180	0,1064	0,939	0,162	0,1062	0,942	0,151
0,110	0,1224	0,899	0,290	0,1195	0,921	0,221	0,1183	0,930	0,190	0,1177	0,935	0,173	0,1174	0,937	0,162
0,120	0,1343	0,894	0,302	0,1310	0,916	0,232	0,1297	0,925	0,201	0,1291	0,930	0,184	0,1288	0,932	0,173
0,130	0,1463	0,889	0,315	0,1426	0,912	0,243	0,1412	0,921	0,211	0,1406	0,925	0,194	0,1404	0,926	0,184
0,140	0,1584	0,884	0,327	0,1543	0,907	0,254	0,1529	0,916	0,222	0,1523	0,919	0,205	0,1520	0,921	0,195
0,150	0,1706	0,879	0,339	0,1662	0,903	0,264	0,1648	0,911	0,233	0,1642	0,914	0,216	0,1639	0,915	0,206
0,160	0,1829	0,875	0,350	0,1782	0,898	0,275	0,1768	0,905	0,244	0,1762	0,908	0,228	0,1759	0,910	0,218
0,170	0,1953	0,870	0,361	0,1904	0,893	0,286	0,1890	0,900	0,255	0,1884	0,902	0,239	0,1882	0,903	0,232
0,180	0,2079	0,866	0,372	0,2028	0,888	0,297	0,2013	0,894	0,267	0,2008	0,897	0,251	0,2007	0,897	0,248
0,190	0,2206	0,861	0,383	0,2153	0,882	0,308	0,2140	0,888	0,278	0,2134	0,890	0,264	0,2134	0,890	0,264
0,200	0,2335	0,856	0,394	0,2281	0,877	0,319	0,2267	0,882	0,290	0,2263	0,884	0,279	0,2263	0,884	0,280
0,210	0,2465	0,852	0,405	0,2410	0,871	0,330	0,2397	0,876	0,302	0,2395	0,877	0,296	0,2394	0,877	0,296
0,220	0,2597	0,847	0,415	0,2542	0,865	0,342	0,2529	0,870	0,314	0,2529	0,870	0,312	0,2528	0,870	0,312
0,230	0,2731	0,842	0,426	0,2677	0,859	0,354	0,2665	0,863	0,329	0,2665	0,863	0,329	0,2664	0,863	0,329
0,240	0,2867	0,837	0,437	0,2814	0,853	0,366	0,2805	0,856	0,347	0,2804	0,856	0,346	0,2804	0,856	0,346
0,250	0,3007	0,832	0,448	0,2953	0,847	0,378	0,2945	0,849	0,364	0,2946	0,849	0,364	0,2946	0,849	0,364
0,260	0,3148	0,826	0,459	0,3096	0,840	0,391	0,3091	0,841	0,382	0,3091	0,841	0,382	0,3091	0,841	0,382
0,270	0,3292	0,820	0,470	0,3241	0,833	0,403	0,3239	0,834	0,400	0,3239	0,834	0,400	0,3240	0,834	0,400
0,280	0,3440	0,814	0,482	0,3391	0,826	0,419	0,3390	0,826	0,419	0,3391	0,826	0,419	0,3391	0,826	0,419
0,290	0,3590	0,808	0,494	0,3546	0,818	0,438	0,3546	0,818	0,438	0,3546	0,818	0,438	0,3546	0,818	0,438
0,300	0,3746	0,801	0,506	0,3705	0,810	0,458	0,3705	0,810	0,458	0,3706	0,810	0,458	0,3706	0,810	0,458
0,310	0,3903	0,794	0,519	0,3869	0,801	0,478	0,3868	0,801	0,478	0,3869	0,801	0,478	0,3868	0,801	0,478
0,320	0,4065	0,787	0,531	0,4038	0,793	0,499	0,4038	0,793	0,499	0,4038	0,793	0,499	0,4037	0,793	0,499
0,330	0,4233	0,780	0,545	0,4211	0,784	0,520	0,4211	0,784	0,520	0,4211	0,784	0,520	0,4211	0,784	0,520
0,340	0,4405	0,772	0,558	0,4391	0,774	0,542	0,4391	0,774	0,542	0,4390	0,774	0,542	0,4390	0,774	0,542
0,350	0,4583	0,764	0,572	0,4576	0,765	0,565	0,4576	0,765	0,565	0,4576	0,765	0,565	0,4574	0,765	0,565
0,360	0,4768	0,755	0,589	0,4768	0,755	0,589	0,4767	0,755	0,589	0,4768	0,755	0,589	0,4768	0,755	0,589
0,370	0,4969	0,745	0,614	0,4968	0,745	0,614	0,4968	0,745	0,614	0,4968	0,745	0,614	0,4969	0,745	0,614
0,380	0,5177	0,734	0,640	0,5177	0,734	0,639	0,5176	0,734	0,639	0,5177	0,734	0,639	0,5177	0,734	0,640
0,390	0,5395	0,723	0,666	0,5396	0,723	0,666	0,5396	0,723	0,667	0,5395	0,723	0,666	0,5396	0,723	0,667
0,400	0,5627	0,711	0,695	0,5627	0,711	0,695	0,5627	0,711	0,695	0,5627	0,711	0,695	0,5628	0,711	0,695
0,410	0,5871	0,698	0,725	0,5871	0,698	0,725	0,5871	0,698	0,725	0,5871	0,698	0,725	0,5871	0,698	0,725
0,420	0,6131	0,685	0,757	0,6132	0,685	0,757	0,6132	0,685	0,757	0,6133	0,685	0,758	0,6132	0,685	0,758
0,430	0,6411	0,671	0,792	0,6413	0,671	0,792	0,6414	0,670	0,792	0,6414	0,670	0,792	0,6410	0,671	0,792
0,440	0,6722	0,655	0,830	0,6721	0,655	0,830	0,6721	0,655	0,830	0,6721	0,655	0,830	0,6721	0,655	0,830
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,7064	0,637	0,873	0,7064	0,637	0,873	0,7066	0,637	0,873	0,7064	0,637	0,873
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,7457	0,617	0,921	0,7458	0,617	0,921	0,7457	0,617	0,921	0,7458	0,617	0,921
0,470	0,7937	0,592	0,980	0,7937	0,592	0,980	0,7942	0,592	0,981	0,7937	0,592	0,981	0,7932	0,592	0,980
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,8049	0,586	0,994	0,8046	0,587	0,994	0,8048	0,586	0,994	0,8049	0,586	0,994

Gemäß Gl. 5-24 ergibt sich der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_p$  aus dem Verhältnis des bezogenen Momentes  $\mu_{Edp}$  und dem bezogenen Hebelarm der inneren Kräfte  $\zeta$ . Aus Abbildung 7-1 und Tabelle 7-1 kann abgeleitet werden, dass der bezogene Hebelarm der inneren Kräfte  $\zeta$  nur eine geringfügige Variation in Abhängigkeit vom Bemessungswert der Bruchdehnung des Spannglieds  $\varepsilon_{pd}$  aufweist. Daher kann der erforderliche mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_p$  als näherungsweise unabhängig von der Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  angenommen werden. Dies wird dem weiteren Vorgehen in Abschnitt 7.2.2.2 zugrunde gelegt.

Im Anschluss an die Ermittlung der erforderlichen Bewehrung  $A_{p,erf}$  und der erforderlichen bzw. der maximal zulässigen Vorspannkraft  $P_{m0,erf}$ , erfolgt eine Berechnung der Querkrafttragfähigkeit nach Abschnitt 5.6. Die dabei durchgeführte Überprüfung der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung  $V_{Rd,c}$  dient der Definition des Versagensmechanismus. Analog zu Abbildung 5-12 wird überprüft, ob die maximale Biegetragfähigkeit des Querschnitts erreicht werden kann, oder ob der Querschnitt frühzeitig infolge von Schub versagt.

Anschließend wird eine Berechnung der Bauteilverformungen unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung auf Grundlage von Kapitel 6 durchgeführt. Nach der Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung wird die Last-Verformungs-Beziehung berechnet. Anschließend erfolgt der Vergleich der bemessungsrelevanten Verformungsgrößen zum Zeitpunkt  $t = t_0$  unter der Belastung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit und zum Zeitpunkt  $t = t_\infty$  unter der Belastung des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit mit den Verformungsgrenzwerten gemäß Abschnitt 3.7.1.6 bzw. Abbildung 3-17 ( $w \geq l / 100$  im GZT bzw.  $w \leq l / 250$  im GZG). Dabei wird bei der Ermittlung der Verformungen unter Dauerlast in Abhängigkeit des Risszustandes des Bauteils zwischen der Berechnung im Zustand I und der Berechnung im Zustand II unterschieden. Es werden jeweils drei verschiedene Fälle betrachtet. Der erste Fall einer Ermittlung der Dauerverformungen im Zustand I wird durchgeführt, sofern das Moment in der seltenen Einwirkungskombination geringer als das Rissmoment des Querschnitts ist ( $M_{d,rare} < M_{cr}$ ). Wenn der Querschnitt unter dieser Einwirkungskombination ungerissen bleibt, kann davon ausgegangen werden, dass dies auch in der für den Verformungsnachweis maßgebenden quasi-ständigen Einwirkungskombination der Fall ist. Der zweite Fall beschreibt die Situation eines Bauteils, welches in der quasi-ständigen Einwirkungskombination ungerissen bleibt, aber infolge der temporär wirksamen seltenen Einwirkungskombination in Zustand II versetzt wird ( $M_{d,perm} < M_{cr}$  und  $M_{d,rare} > M_{cr}$ ). Hierbei wird der kritischere Wert der berechneten Dauerverformungen des Zustands I oder des Zustands II für den Nachweis angesetzt. Dabei wird auf der sicheren Seite liegend davon ausgegangen, dass die Risse bei Entlastung infolge der Vorspannwirkung nicht mehr vollständig geschlossen werden können. Der dritte Fall beschreibt Bauteile, welche bereits infolge der Beanspruchung in der quasi-ständigen Einwirkungskombination aufreißen ( $M_{d,perm} > M_{cr}$ ). Dabei wird davon ausgegangen, dass für die Berechnung der Dauerverformungen immer Zustand II vorliegt.

Sofern die maximale Biegetragfähigkeit erreicht werden kann und beide Verformungsgrenzwerte eingehalten sind, gilt die Bemessung für die untersuchte Parameterkombination als zulässig. Insgesamt können bei dieser Untersuchung die acht verschiedenen, in Tabelle 7-2 und Abbildung 7-2 zusammengestellten Ergebniskombinationen der drei Nachweiskriterien vorliegen. Wie eingangs beschrieben, wird dabei ausschließlich Fall 1 als zulässige Bemessung gewertet.

Tabelle 7-2 Mögliche Ergebniskombinationen der Nachweise im Rahmen der Parameterstudie

Nachweis	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4	Fall 5	Fall 6	Fall 7	Fall 8
Schub	o	o	o	-	o	-	-	-
WGZG	o	o	-	o	-	o	-	-
WGZT	o	-	o	(o)	-	-	(o)	-

o: Nachweis erfüllt; -: Nachweis nicht erfüllt; (o): Nachweis theoretisch erfüllbar, jedoch frühzeitiges Schubversagen

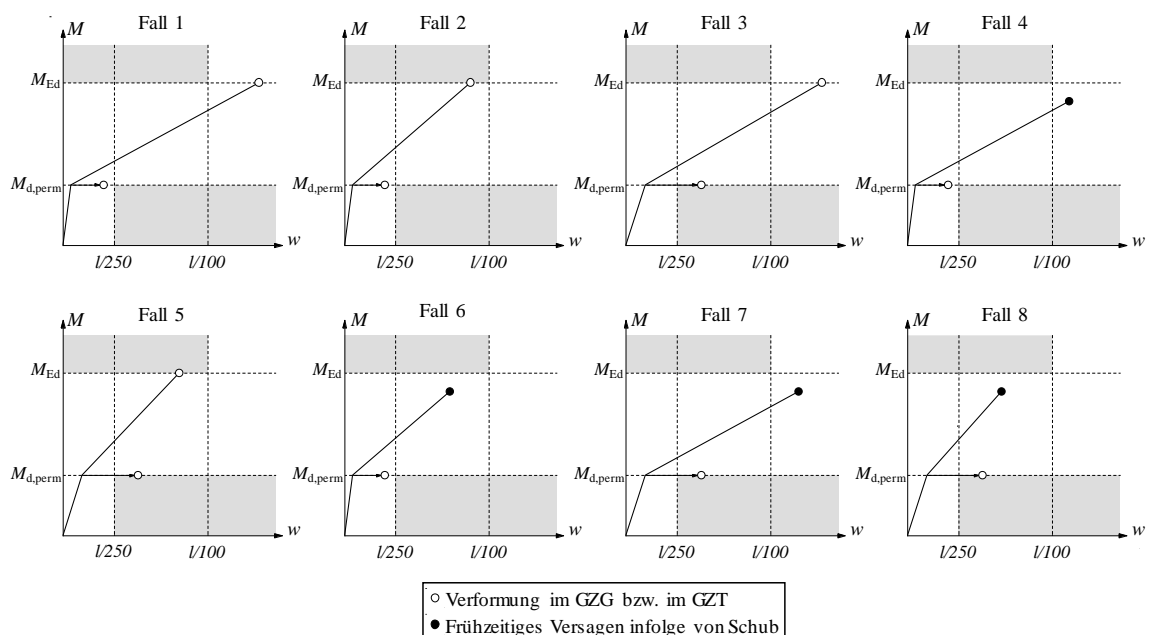


Abbildung 7-2 Mögliche Ergebniskombinationen der Nachweise im Rahmen der Parameterstudie

Das Vorgehen der Parameterstudie ist in Abbildung 7-3 in Form eines Flussdiagramms zusammengefasst. Es ist zu beachten, dass bei der Berechnung aller Parameterkombinationen weitere, in der obigen Auflistung nicht enthaltene Eingangsgrößen nicht explizit variiert wurden. Dabei handelt es sich um das Verhältnis der veränderlichen und ständigen Lasten sowie die Belastungszeitpunkte und die Randbedingungen bei der Ermittlung der Kriechzahlen des Betons sowie die Relaxationseigenschaften der Spannglieder für die Berechnung der Verformungen unter Dauerbeanspruchung. Stattdessen wurden begründete und auf der sicheren Seite liegende Annahmen getroffen, sodass die in Abschnitt 7.2.2 folgenden Ergebnisse in Bezug auf diese Eingangsgrößen den wesentlichen Teil aller möglichen Anwendungsfälle abdecken.

## 7 Bemessungskonzept für Betonfertigteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung

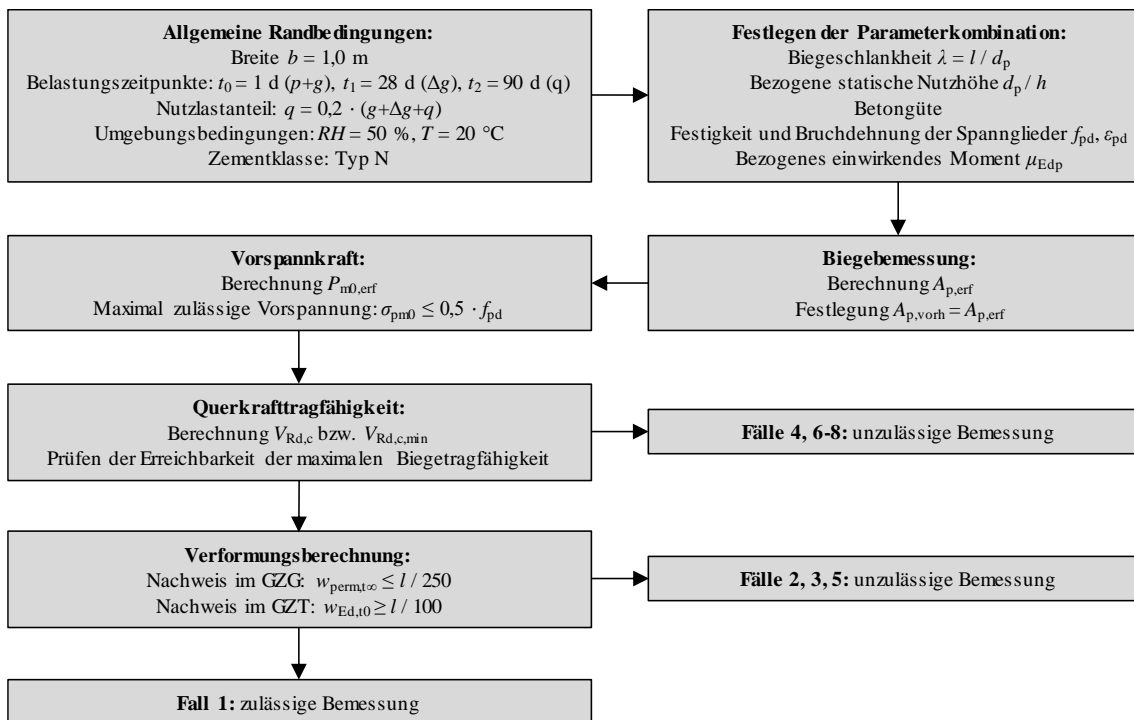


Abbildung 7-3 Vorgehensweise im Rahmen der Parameterstudie

Für das Verhältnis der veränderlichen und ständigen Lasten, bzw. den Anteil der veränderlichen Last an der Gesamtlast wurde der untere Grenzwert des praxisrelevanten Bereiches in Form von  $q / (g + \Delta g + q) = 0,2$  gewählt, vgl. Abschnitt 5.4.3. Bei jeder Berechnung wird ein bezogenes Bemessungsmoment  $\mu_{Edp}$  vorgegeben, sodass alle Betrachtungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit unabhängig von der Lastaufteilung sind. Die unterschiedlichen Lastverhältnisse haben somit im Rahmen der Berechnung ausschließlich eine Auswirkung auf den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Je kleiner dabei der Anteil der veränderlichen Last an der Gesamtlast ist, desto geringer sind die Unterschiede zwischen der Bemessungseinwirkung im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $M_{Edp}$  und der Bemessungseinwirkung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit  $M_{d,perm}$ . Je geringer diese Differenz ist, desto später geht das Bauteil in den gerissenen Zustand über und dementsprechend kleiner sind die erzielbaren Verformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $w_{GZT}$ . Abbildung 7-4 verdeutlicht diesen Sachverhalt qualitativ am Beispiel der oberen und der unteren Grenzen des Nutzlastanteils bei gleicher Gesamtbelastung. Der kritischste Fall ergibt sich somit unter Ansatz des Mindestwertes des Nutzlastanteils, da dies die Mindestwerte der Verformungen im GZT und gleichzeitig die Maximalwerte der Verformungen im GZG hervorruft.

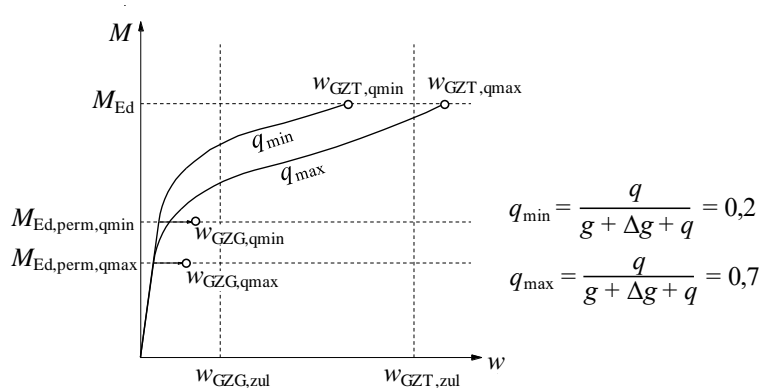


Abbildung 7-4 Auswirkung des Verhältnisses der veränderlichen und ständigen Lasten auf die Last-Verformungs-Beziehung und die Verformungsnachweise

Die Zeitpunkte der Belastung wurden ebenfalls als konstante Werte festgelegt. Dabei wurde der Zeitpunkt der Spannkrafteinleitung bei gleichzeitiger Aktivierung des Eigengewichtes (Lasten  $P + g$ ) zu  $t_0 = 1$  d, der Zeitpunkt der Aufbringung der Ausbaulasten (Last  $\Delta g$ ) zu  $t_1 = 28$  d und der Zeitpunkt der Nutzungsfreigabe (Last  $q$ ) zu  $t_2 = 90$  d gewählt. Aufgrund des geringen Nutzlastanteils und des dementsprechend hohen Anteils der ständigen Belastung sind insbesondere die Zeitpunkte  $t_0$  und  $t_1$  maßgebend für die Ermittlung der Verformungen unter Dauerbeanspruchung. Der Wert  $t_0 = 1$  d orientiert sich dabei an erzielbaren Ausschallfristen in Betonfertigteilerwerken, unter der Voraussetzung, dass die für die Spannkrafteinleitung erforderliche Mindestbetondruckfestigkeit gesichert ist. Der Wert  $t_1 = 28$  d orientiert sich an der Normzeit für die Festigkeitsentwicklung des Betons, wonach das Aufbringen der Ausbaulast erfolgen kann. Der Zeitpunkt  $t_2 = 90$  d beschreibt einen mittleren Zeitpunkt der Nutzlastfreigabe auf Basis von Erfahrungswerten, wobei sich eine Änderung dieses Zeitpunktes infolge des geringen Nutzlastanteils nur geringfügig auf die resultierenden Verformungen auswirkt.

Für die Kriechzahlen des Betons wurden darüber hinaus gängige Annahmen in Bezug auf die Zementklasse, die Luftfeuchtigkeit und die Temperatur getroffen. Dabei wird allgemein von der Zementklasse N ausgegangen, welche größere Kriechverformungen hervorruft als die ebenfalls gängige Zementklasse R. Darüber hinaus wird für die Luftfeuchtigkeit der normative Wert trockener Innenräume mit  $RH = 50\%$  angesetzt, wodurch ebenfalls größere Kriechverformungen hervorgerufen werden, als bspw. bei Außenbauteilen mit einer normativen Luftfeuchtigkeit von  $RH = 80\%$ . Für die Temperatur wird vereinfachend konstant die Referenztemperatur von  $T = 20\text{ °C}$  verwendet.

Für die Relaxationseigenschaften der Spannglieder wurden die mittleren Kennwerte der im Rahmen der experimentellen Untersuchungen verwendeten GFVK-Bewehrung angesetzt. Dies entspricht einer repräsentativen Annahme für ein möglichst breites Spektrum verschiedener FVK-Bewehrungen, vgl. Abbildung 5-1 und Tabelle 5-2. Dabei stellt der vorliegende Faservolumengehalt von  $V_f = 0,75$  eine Annahme am oberen Rand des Spektrums

am Markt verfügbarer Produkte dar. Die der Berechnung zugrunde gelegten Relaxationseigenschaften, welche auf Glasfaserverbundkunststoffen beruhen, liegen für andere Faserverbundkunststoffe mit höherer Steifigkeit, bspw. CFVK, auf der sicheren Seite, da bei vergleichbaren Faservolumengehalten geringere Ausgangsspannungen in der Kunststoffmatrix vorliegen, was eine entsprechend verminderte Spannungsumlagerung und damit eine verminderte Relaxation des Spannglieds zur Folge hat.

Auf Basis der hier beschriebenen Grundannahmen resultieren die für übliche Anwendungsfälle kritischen Verformungsgrößen bei der Berechnung. Die oben beschriebenen Größen stellen somit die Anwendungsgrenzen der in den folgenden Kapiteln aufgeführten Bemessungshilfsmittel dar. Sofern in einem besonderen Praxisfall davon abweichende Eingangsgrößen vorliegen, wie etwa sehr trockene oder heiße Umgebungsbedingungen, oder sehr frühzeitige Auflastungszeitpunkte bzw. Nutzlastfreigaben, kann die Verformung unter Dauerbeanspruchung mit Hilfe der in Abschnitt 6.5 dargestellten Gleichungen explizit und anwendungsbezogen berechnet werden.

### 7.2.2 Ergebnisse

#### 7.2.2.1 Allgemeines

Das in Abbildung 7-3 beschriebene Vorgehen wurde für eine umfangreiche Anzahl verschiedenster Parameterkombinationen durchgeführt. Die Hauptparameter wurden in den folgenden Varianten untersucht:

- Bruchdehnung der Spannglieder:  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}; 10 \text{ ‰}; 15 \text{ ‰}; 20 \text{ ‰}; 25 \text{ ‰}$
- Betongüte: C20/25; C30/37; C40/50; C50/60
- Bezogene statische Nutzhöhe:  $d_p / h = 0,85; 0,90; 0,95$
- Bezogenes einwirkendes Moment:  $\mu_{Edp} = 0,01; 0,02; 0,03; \dots; 0,45$
- Biegeschlankheit:  $\lambda = l / d_p = 15 \text{ bis } 50$

#### 7.2.2.2 Erforderliche Vorspannkraft

Für die Ergebnisse der erforderlichen Vorspannkraft  $P_{m0,erf}$  bietet sich ebenso wie beim einwirkenden Moment  $\mu_{Edp}$  eine normierte Darstellung an. Unter Verwendung der Bezugsgrößen  $b$ ,  $d_p$  und  $f_{cd}$  ergibt sich die bezogene erforderliche Vorspannkraft  $v_p$  gemäß Gl. 7-1:

$$v_p = \frac{P_{m0,erf}}{b \cdot d_p \cdot f_{cd}} \quad \text{Gl. 7-1}$$

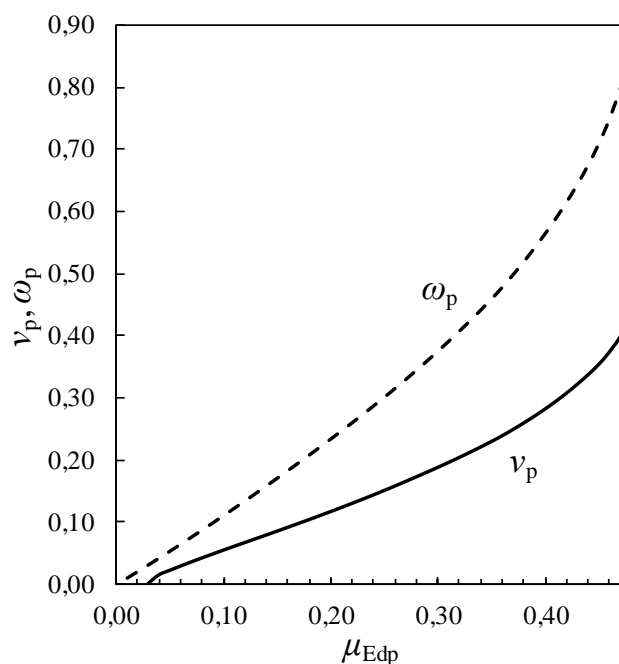
Da das einwirkende Moment ebenfalls unter Verwendung der Bezugsgrößen  $b$ ,  $d_p$  und  $f_{cd}$  normiert wird, können für die bezogene erforderliche Vorspannkraft  $v_p$  aufgrund der Bezugsgrößen direkte Abhängigkeiten von  $\mu_{Edp}$  und von  $\omega_p$  festgestellt werden. Gl. 7-2 zeigt, dass der Wert der bezogenen Vorspannkraft  $v_p$  bei der gewählten Vorspannungsbegrenzung

genau der Hälfte des mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_p$  entspricht. Tabelle 7-3 zeigt darüber hinaus, dass dieser Zusammenhang jedoch erst im Bereich von  $\mu_{Edp} \geq 0,10$  gilt, da erst ab dieser Beanspruchung der Grenzwert  $\sigma_{pm0} = \sigma_{pm0,max} = 0,5 \cdot f_{pd}$  erreicht wird. Bei geringeren Beanspruchungen reicht bereits eine geringere Vorspannung aus um die Verformungsnachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit zu erbringen. Insbesondere im Bereich  $\mu_{Edp} \leq 0,03$  ist keine Vorspannung erforderlich, vgl. Tabelle 7-3.

$$\omega_p = \frac{v_p}{b \cdot d_p \cdot f_{cd}} = \frac{A_{p,erf} \cdot \sigma_{pm0,max}}{b \cdot d_p \cdot f_{cd}} = \frac{A_{p,erf} \cdot 0,5 \cdot f_{pd}}{b \cdot d_p \cdot f_{cd}} = 0,5 \quad \text{Gl. 7-2}$$

Basierend auf dem Zusammenhang in Gl. 7-2 und der anhand von Abbildung 7-1 hergeleiteten Unabhängigkeit zwischen dem mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_p$  und der Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  kann dieser Sachverhalt auch auf die bezogene erforderliche Vorspannkraft  $v_p$  übertragen werden. Darüber hinaus ist  $v_p$  unabhängig von weiteren Größen, wie etwa der Spannweite, der bezogenen statischen Nutzhöhe, oder den Spanngliedeigenschaften. Die bezogene erforderliche Vorspannkraft kann somit auf der sicheren Seite liegend für jede Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  unter Verwendung von Tabelle 7-3 ermittelt werden.

Tabelle 7-3 Bezogene erforderliche Vorspannkraft  $v_p$  und erforderlicher mechanischer Bewehrungsgrad  $\omega_p$  in Abhängigkeit des bezogenen einwirkenden Moments  $\mu_{Edp}$



$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$v_p$	$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$v_p$
0,010	0,0103	0,0000	0,250	0,3007	0,1499
0,020	0,0209	0,0000	0,260	0,3148	0,1571
0,030	0,0317	0,0000	0,270	0,3292	0,1646
0,040	0,0426	0,0137	0,280	0,3440	0,1720
0,050	0,0536	0,0209	0,290	0,3590	0,1795
0,060	0,0648	0,0278	0,300	0,3746	0,1873
0,070	0,0761	0,0344	0,310	0,3903	0,1952
0,080	0,0875	0,0409	0,320	0,4065	0,2033
0,090	0,0990	0,0472	0,330	0,4233	0,2117
0,100	0,1107	0,0535	0,340	0,4405	0,2202
0,110	0,1224	0,0596	0,350	0,4583	0,2291
0,120	0,1343	0,0658	0,360	0,4768	0,2384
0,130	0,1463	0,0719	0,370	0,4969	0,2484
0,140	0,1584	0,0780	0,380	0,5177	0,2589
0,150	0,1706	0,0841	0,390	0,5395	0,2698
0,160	0,1829	0,0903	0,400	0,5627	0,2813
0,170	0,1953	0,0966	0,410	0,5871	0,2935
0,180	0,2079	0,1029	0,420	0,6131	0,3065
0,190	0,2206	0,1093	0,430	0,6411	0,3205
0,200	0,2335	0,1157	0,440	0,6722	0,3361
0,210	0,2465	0,1223	0,450	0,7064	0,3532
0,220	0,2597	0,1290	0,460	0,7458	0,3729
0,230	0,2731	0,1358	0,470	0,7937	0,3968
0,240	0,2867	0,1427	0,472	0,8049	0,4024

### 7.2.2.3 Grenزشlankheiten $\lambda_{gr,min}$ und $\lambda_{gr,max}$

Mit Hilfe der Kategorisierung in zulässige (Fall 1) und unzulässige Bemessungen (Fälle 2 bis 8) können die Grenzen der zulässigen Bemessung für alle untersuchten Parameterkombinationen in Form von Grenزشlankheiten ermittelt werden. Dabei ist zwischen den oberen und den unteren Grenزشlankheiten  $\lambda_{gr,max}$  und  $\lambda_{gr,min}$  zu differenzieren. Der Übergang von einer zulässigen Bemessung zu einer unzulässigen Bemessung im Bereich der oberen Grenزشlankheit  $\lambda_{gr,max}$  wird durch den Nachweis der Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bestimmt. Die Bemessung wird in diesem Fall unzulässig, sobald die auftretende Bauteilverformung unter Dauerbeanspruchung den Verformungsgrenzwert  $l / 250$  unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination überschreitet. Im Bereich der unteren Grenزشlankheit  $\lambda_{gr,min}$  wird die Grenze zwischen zulässiger und unzulässiger Bemessung entweder durch die fehlende Versagensvorankündigung unter der Beanspruchung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit oder durch das Auftreten eines frühzeitigen Schubversagens determiniert. Welche der beiden Bedingungen den Wert der Grenزشlankheit  $\lambda_{gr,min}$  bestimmt, hängt von der vorliegenden Kombination aller Parameter ab. Grundsätzlich können die vier qualitativ in Abbildung 7-5 dargestellten Zusammensetzungen der unteren Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$  unterschieden werden. Da es sich hierbei um den unteren Grenzwert handelt, sind jeweils die weiter rechts liegenden Kurventeile (größerer Wert der Untergrenze) maßgebend.

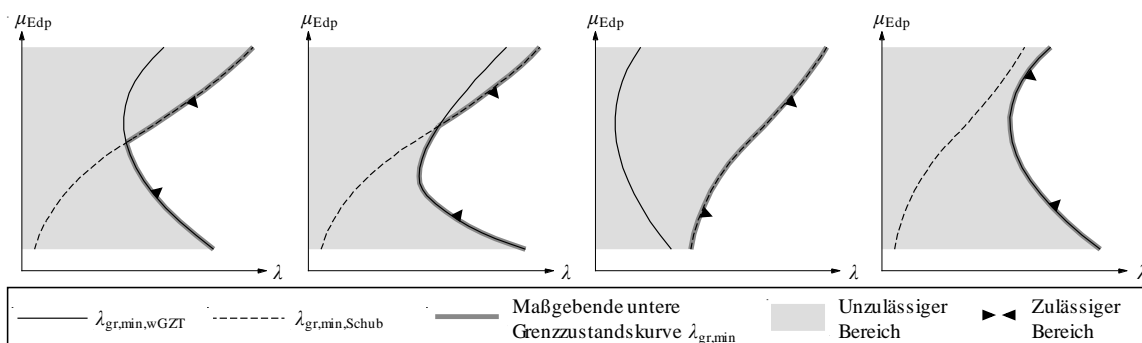


Abbildung 7-5 Qualitative Darstellung verschiedener Zusammensetzungen der maßgebenden unteren Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$

Bei den beiden linken Varianten in Abbildung 7-5 liegt eine gemischte Grenzzustandskurve vor, bei der im Bereich kleiner bezogener Momente die Grenzkurve der Verformung im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  und im Bereich höherer bezogener Momente die Grenzkurve der Schubtragfähigkeit  $\lambda_{gr,min,Schub}$  maßgebend ist. Der Unterschied dieser beiden Fälle bezieht sich lediglich auf die Lage des Schnittpunktes, welcher sich in Abhängigkeit der weiteren Randbedingungen entweder ober- oder unterhalb des absoluten Minimums der Kurve  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  einstellt. Beim dritten Fall ist unabhängig von der Größe der Einwirkung immer die Grenzkurve der Schubtragfähigkeit  $\lambda_{gr,min,Schub}$  maßgebend. Der vierte Fall wird schließlich dadurch charakterisiert, dass unabhängig von der Einwirkung



immer die die Grenzkurve der Verformung im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  den maßgebenden Grenzwert liefert. Welcher Fall durch welche Randbedingungen begünstigt wird, wird nachfolgend am Beispiel konkreter Ergebnisse genauer erläutert und eingeordnet.

Die Darstellung der Bereiche zulässiger bzw. unzulässiger Bemessungen erfolgt in Abbildung 7-5 zur Verdeutlichung sowohl durch eine farbliche Absetzung als auch durch Symbole. Der zulässige Bereich ist dabei weiß und der unzulässige Bereich grau hinterlegt. Weiterhin zeigen Pfeilspitzen an der maßgebenden Grenzzustandskurve in Richtung des zulässigen Bereiches. In den folgenden Darstellungen wird aus Gründen der Übersichtlichkeit auf die Farbcodierung verzichtet und der Bereich zulässiger Bemessungen wird ausschließlich durch die Pfeilspitzen charakterisiert.

Für die Darstellung und die Kalibrierung der Diagramme wurden zwei dimensionslose Größen verwendet, welche das Bauteilverhalten signifikant beeinflussen. Die erste Bezugsgröße ist dabei die Biegeschlankheit  $\lambda = l / d_p$ . Diese geometrische Größe hat eine maßgebende Auswirkung auf das Verformungsverhalten der zu untersuchenden Tragwerke. Die zweite Bezugsgröße ist das bezogene einwirkende Moment  $\mu_{Edp}$ , welches unmittelbar den mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_p$  beeinflusst und den Tragwiderstand des Bauteils widerspiegelt. Auf eine direkte Normierung auf den mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_p$  wurde verzichtet, da  $\omega_p$  vom Bemessungswert der Spanngliedfestigkeit  $f_{pd}$  abhängt. Durch den Bezug auf  $\mu_{Edp}$  sind die resultierenden Ergebnisse stattdessen unabhängig von  $f_{pd}$  und im Hinblick auf die Spannglieder nur von der Bruchdehnung  $\epsilon_{pd}$  abhängig. Da im Rahmen der Parameterstudie alle verschiedenen Fälle des bezogenen einwirkenden Moments  $\mu_{Edp}$  untersucht werden, gilt hierbei die Grundbedingung  $\mu_{Edp} = \mu_{Rd}$  und damit  $\omega_{p,erf} = \omega_{p,vorh}$ . Im Rahmen der Anwendung ist hingegen der aus der gewählten Bewehrung resultierende tatsächliche mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_{p,vorh}$  explizit zu berücksichtigen, um das dadurch angepasste Verformungsverhalten des Tragwerks zutreffend zu erfassen. Diese Anpassung im Rahmen der Anwendung erfolgt unter Modifikation der Biegeschlankheit  $\lambda$  und wird nachfolgend in Abschnitt 7.3.1 genauer thematisiert.

Die Ergebnisse der Parameterstudie zeigen, dass die resultierenden unteren und oberen Grenzzustandskurven für die zulässige Schlankheit  $\lambda_{gr,min}$  und  $\lambda_{gr,max}$ , unabhängig von der absoluten Trägerlänge  $l$  sowie von der bezogenen statischen Nutzhöhe  $d_p / h$  und damit auch unabhängig von der Spanngliedexzentrizität  $e_p$  sind. Dies ist auf eine Kombination der Darstellungsform bzw. der Wahl der Bezugsgrößen und dem gewählten Berechnungsvorgehen, vgl. Abschnitt 7.2.1, zurückzuführen. Unter Ansatz gleicher Werte von  $\lambda$  und  $\mu_{Edp}$  ergeben sich beispielsweise für Bauteile größerer Spannweiten auch größere absolute Verformungen, die für die Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,min}$  und  $\lambda_{gr,max}$  relevanten Bezugsfaktoren der Verformungsgrenzen (1/250 im GZG und 1/100 im GZT) bleiben jedoch konstant. Dieser Sachverhalt gilt in analoger Weise auch für Bauteile mit abweichenden bezogenen

statischen Nutzhöhen  $d_p / h$  (bei gleichen Werten von  $\lambda$  und  $\mu_{Edp}$ ). Dies kann damit begründet werden, dass die abweichenden Eingangsgrößen  $l$ ,  $d_p$  bzw.  $d_p / h$  jeweils sowohl Bezugsgrößen der Biegeschlankheit  $\lambda$  als auch des bezogenen einwirkenden Momentes  $\mu_{Edp}$  sind und diese somit gleichermaßen beeinflussen. Dementsprechend sind die nachfolgend dargestellten Ergebnisse und die daraus abgeleiteten Nomogramme und Tabellen für alle Stützweiten  $l$  und Spanngliedexzentrizitäten  $e_p$  gleichermaßen gültig.

In Abbildung 7-6 sind zunächst die unteren Grenzwertkurven  $\lambda_{gr,min}$  für die vier untersuchten Betongüten jeweils für Spannglieder mit einer Bruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$ ,  $\varepsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$  und  $\varepsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$  dargestellt.

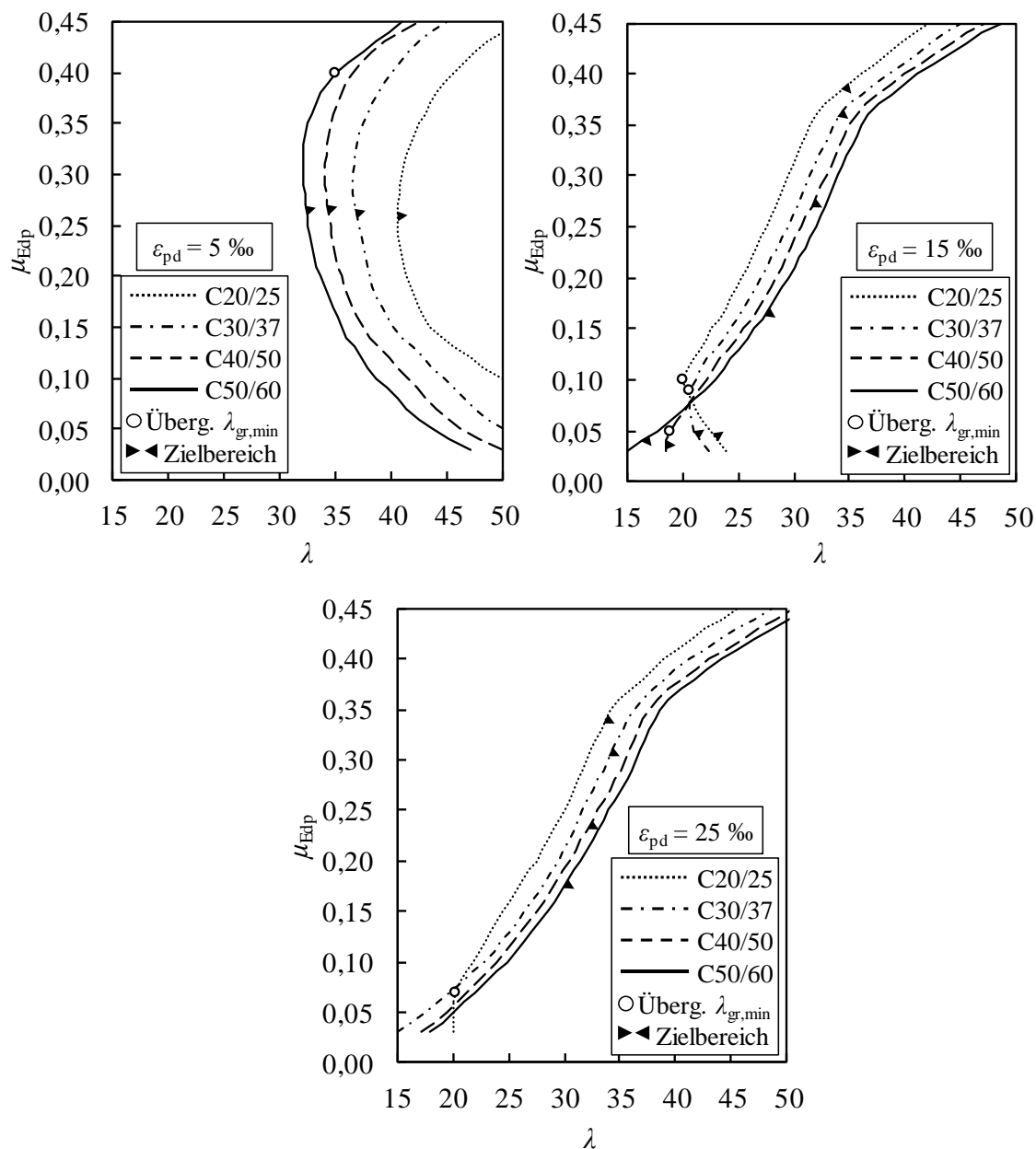


Abbildung 7-6 Auswirkungen der Betongüte und des Spanngliedmaterials auf die unteren Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,min}$

Im Allgemeinen ist bei den Grenzzustandskurven zu beachten, dass nur bei Bauteilen mit einem bezogenen Moment von  $\mu_{Edp} \geq 0,03$  eine zulässige Bemessung erfolgen kann. Bei Bauteilen mit einem sehr geringen bezogenen Moment ( $\mu_{Edp} < 0,03$ ) verbleibt der Querschnitt bereits ohne Vorspannung vollständig im ungerissenen Zustand I. Durch die in diesem Zustand sehr hohe Biegesteifigkeit sind die erforderlichen Mindestverformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht erzielbar und eine ausreichende Versagensvorankündigung kann nicht sichergestellt werden. Dieser Bereich ist jedoch nur von geringer baupraktischer Bedeutung, da dieser Mindestwert von  $\mu_{Edp}$  im den meisten Anwendungsfällen bereits durch die Aktivierung des Bauteileigengewichtes überschritten wird.

Am Beispiel des Diagramms für eine Bewehrungsbruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$  sei an dieser Stelle auf die baupraktische Bedeutung dieser erforderlichen Mindestschlankheiten (untere Grenzschlankheitskurven  $\lambda_{gr,min}$ ) hingewiesen. Bei der Verwendung eines Betons der Festigkeitsklasse C50/60 ergibt sich beispielsweise bei einem gängigen Eingangswert von  $\mu_{Edp} = 0,10$  eine erforderliche Mindestschlankheit von  $\lambda_{gr,min} \approx 38$ . Am Beispiel einer Spannweite von  $l = 5,0 \text{ m}$  und einer bezogenen statischen Nutzhöhe von  $d_p / h = 0,90$  entspricht das einer zulässigen Bauteildicke von  $h \approx 145 \text{ mm}$ . Diese dünne Bauweise ist insbesondere vor dem Hintergrund des Schallschutzes kritisch zu betrachten. Gemäß DIN 4109-1 (2018) sind diesbezüglich Mindestdeckenstärken einzuhalten, um ein ausreichendes Maß an Trittschallschutz zu gewährleisten. Für Geschossdecken von Wohn- bzw. Bürogebäuden ergibt sich nach DIN 4109-32 (2016) und DIN 4109-34 (2016) unter Verwendung gängiger Trittschalldämmungen aus Mineralfasern oder Polystyrol eine erforderliche Mindestdeckenstärke von  $h_{min} \geq 150 \text{ mm}$ . Der Vergleich des bauakustischen Mindestwertes und dem statisch zulässigen Höchstwert um eine ausreichende Versagensvorankündigung sicherzustellen, verdeutlicht die Problematik der einzuhaltenden Mindestschlankheit. Diese Problematik tritt jedoch vorrangig bei FVK-Bewehrungen mit geringen Bruchdehnungen von etwa  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$  auf. Bei Bewehrungen mit größerer Verformbarkeit liegen derart kritische untere Grenzschlankheiten aufgrund eines Wechsels der maßgebenden Einflussgröße hingegen nicht vor. Dieser Wechsel des maßgebenden Teils der unteren Grenzzustandskurve wird nachfolgend genauer analysiert.

Der Vergleich der Grenzzustandskurven bei unterschiedlichen Spanngliedbruchdehnungen  $\varepsilon_{pd}$  verdeutlicht die in Abbildung 7-5 qualitativ dargestellten Varianten der Zusammensetzung der maßgebenden unteren Grenzzustandskurven. Die Übergänge zwischen der Grenzkurve der Schubtragfähigkeit  $\lambda_{gr,min, Schub}$  und der Grenzkurve der Verformung im Grenzzustand der Tragfähigkeit  $\lambda_{gr,min, wGZT}$  sind dabei jeweils mit einer kreisförmigen Markierung hervorgehoben. Bei einem Spannglied mit einer Bruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$  ist fast ausschließlich die Grenzkurve  $\lambda_{gr,min, wGZT}$  maßgebend (vgl. Abbildung 7-5, Fall 4). Lediglich bei einer hohen Betongüte in Verbindung mit einer großen Beanspruchung  $\mu_{Edp}$  wird Schubversagen maßgebend. Bei einem Spannglied mit einer Bruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$

liegen überwiegend gemischte Grenzzustandskurven vor, bei denen im unteren Bereich von  $\mu_{Edp}$   $\lambda_{gr,min,wGZT}$  und im oberen Bereich von  $\mu_{Edp}$   $\lambda_{gr,min,Schub}$  maßgebend ist (vgl. Abbildung 7-5, Fälle 1 und 2). Lediglich bei der hohen Betongüte C50/60 wird bereits die gesamte Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$  von der Schubtragfähigkeit determiniert (vgl. Abbildung 7-5, Fall 3). Bei einer Spanngliedbruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$  ist dieser vollständige Übergang zu einer ausschließlich vom Schubversagen determinierten Grenzzustandskurve bei der Mehrheit der untersuchten Fälle zu beobachten. Lediglich bei der niedrigsten Betongüte C20/25 wird noch ein geringer Abschnitt der Grenzzustandskurve von der Grenzkurve der Verformung im GZT  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  bestimmt. Insgesamt kann festhalten werden, dass die untere Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$  mit steigender Bruchdehnung des verwendeten Spannglieds  $\varepsilon_{pd}$  zunehmend von der Schubtragfähigkeit determiniert wird. Je höher die dabei verwendete Betongüte ist, desto früher tritt der Übergang zwischen  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  und  $\lambda_{gr,min,Schub}$  auf. Nachfolgend werden die Ursachen für diese Übergänge und die Staffelung der Kurven in den jeweiligen Bereichen ( $\lambda_{gr,min,Schub}$  und  $\lambda_{gr,min,wGZT}$ ) erläutert.

Am Beispiel des Nomogramms für eine Spanngliedbruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$  in Abbildung 7-6 (oben links), in welchem der untere Grenzwert der Schlankheit fast ausschließlich von den Verformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit bestimmt wird, fällt auf, dass die Verwendung von Betonen niedrigerer Betongüte zu strengeren Grenzwerten führt. Dieser Sachverhalt ist auf die Definition der Größe  $\mu_{Edp}$  zurückzuführen. Bei der Berechnung von  $\mu_{Edp}$  wird das einwirkende Moment unter anderem auf den Bemessungswert der Betondruckfestigkeit  $f_{cd}$  bezogen. Die für die Grenzkurve  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  maßgebenden Verformungen werden jedoch stärker von der Bauteilsteifigkeit bzw. dem Elastizitätsmodul  $E_{cm}$  und von der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  beeinflusst. Beim Vergleich verschiedener Betone gilt im Allgemeinen, dass die Druckfestigkeit  $f_{cd}$  stärker ansteigt, als die Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  und der Elastizitätsmodul  $E_{cm}$ . Am Beispiel eines Betons C50/60 im Vergleich zu einem Beton C20/25 wird dies in Gl. 7-3 und Gl. 7-4 verdeutlicht.

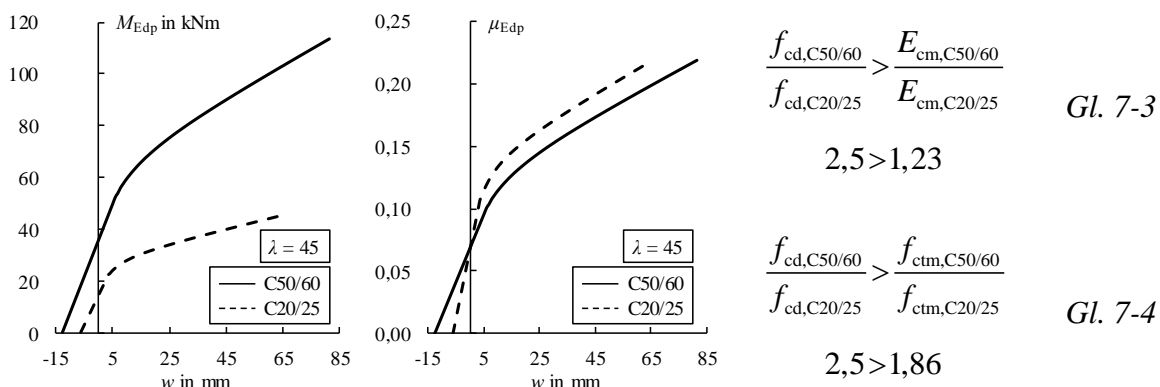


Abbildung 7-7 Vergleichsbeispiel zweier Bauteile der Betongüte C20/25 und C50/60 im Hinblick auf die  $M_{Edp}$ - $w$ - und die  $\mu_{Edp}$ - $w$ -Beziehung

Die Auswirkungen dieser Unterschiede verdeutlicht der exemplarische Vergleich der  $M_{Edp-w}$ - und  $\mu_{Edp-w}$ -Beziehungen zweier Bauteile mit diesen beiden Betonfestigkeitsklassen in Abbildung 7-7. Für beide Bauteile gelten die grundlegenden Annahmen aus Abschnitt 7.2.1 ( $\sigma_{pm0} \leq 0,5 \cdot f_{pd}$ ,  $A_{p,erf} = A_{p,vorh}$ ) und der Vergleich erfolgt auf Grundlage eines identischen maximalen bezogenen Momentes  $\mu_{Edp,max}$ . Daher resultiert für das Bauteil mit der Betonfestigkeitsklasse C50/60 ein entsprechend dem Verhältnis der Bemessungswerte der Betondruckfestigkeit  $f_{cd}$  vergrößertes absolutes maximales Moment  $M_{Edp,max}$  und eine dementsprechend erhöhte Spanngliedfläche  $A_p$ . Aufgrund der gegenüber der Betondruckfestigkeit weniger stark ansteigenden Betonzugfestigkeit geht das Bauteil mit der höheren Betongüte bezogen auf die Maximalbeanspruchung früher in den Zustand II über, woraus eine größere Verformung unter Maximallast resultiert. Bei der Überführung der einwirkenden Momente  $M_{Edp}$  in die normierte Form  $\mu_{Edp}$  wird die Kurve des Bauteils mit dem härtesten Beton C50/60 zudem durch das ungleiche Verhältnis von Betondruckfestigkeit und Elastizitätsmodul stärker gestaucht, woraus die geringere Steigung der Kurve im Zustand I in der normierten Darstellung hervorgeht.

Die Grenzverformung ( $l / 100$ ), deren Überschreitung im GZT nachzuweisen ist, wird durch die Änderung der Betongüte nicht verändert, sodass die Normierung ausschließlich für die Ordinatenachse durchgeführt wird. Die Verformungsdifferenz unter Maximallast infolge des etwas verfrühten Erreichens des Zustands II bleibt somit von der Normierung unbeeinflusst. Daraus folgt, dass bei der Verwendung einer geringeren Betongüte bezogen auf  $\mu_{Edp}$  geringere Verformungen unter der Maximallast  $\mu_{Edp,max}$  auftreten, was für den Nachweis der Versagensvorankündigung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ungünstig ist. Dementsprechend gelten für Bauteile mit niedrigerer Betongüte strengere untere Grenzwerte  $\lambda_{gr,min,wGZT}$ , um die auftretende Verformungsdifferenz unter Maximallast auszugleichen.

Beim Vergleich der Grenzkurven infolge von Schubversagen  $\lambda_{gr,min,Schub}$  ist eine gegenteilige Staffelung zu beobachten. Je höher die eingesetzte Betongüte ist, desto kritischer sind die unteren Grenzwerte  $\lambda_{gr,min,Schub}$  (Kurve liegt im  $\mu_{Edp}-\lambda$ -Nomogramm weiter rechts). Auch dies kann auf die Bezugsgröße  $\mu_{Edp}$  zurückgeführt werden. Ausgehend von der gleichen Querschnittskonzeption folgt bei dem gleichen bezogenen Moment  $\mu_{Edp}$  bei einer höheren Betongüte ein größeres absolutes einwirkendes Moment  $M_{Edp}$  und dadurch eine größere erforderliche Bewehrungsmenge. Die absolute Biegetragfähigkeit wird dementsprechend proportional zur Bewehrungsmenge gesteigert. Die zugehörige Schubtragfähigkeit wird jedoch nur unterproportional erhöht. Am Beispiel der Formel zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit, vgl. Gl. 3-37, wird dieser Sachverhalt durch die Eingangsgrößen der charakteristischen Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$  und den Bewehrungsgrad  $\rho_p$  verdeutlicht, deren Vergrößerung die Schubtragfähigkeit lediglich um das Verhältnis  $(\rho_p \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$  steigert. Dieser

verstärkte Anstieg der Biegetragfähigkeit gegenüber der Schubtragfähigkeit führt dazu, dass bei gleichem bezogenen Moment  $\mu_{Edp}$  das Schubversagen bei höherer Betongüte bereits bei einer größeren Biegeschlankheit  $\lambda$  auftritt.

Dies ist zudem der Grund dafür, dass bei einer höheren Betongüte bereits bei geringeren bezogenen Momenten  $\mu_{Edp}$  ein Schubversagen auftritt, vgl. Abbildung 7-6. Am Beispiel des Nomogramms für eine Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$  wird deutlich, dass bei der höchsten betrachteten Betongüte C50/60 immer das Schubversagen die Grenzschlankheit  $\lambda_{gr,min}$  determiniert, während der Übergangspunkt zwischen  $\lambda_{gr,min,Schub}$  und  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  mit sinkender Betongüte weiter nach oben verschoben wird.

Dieser Aspekt ist darüber hinaus verwandt mit der Beobachtung, dass der Bereich in dem das Schubversagen  $\lambda_{gr,min,Schub}$  gegenüber der Verformung im GZT  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  maßgebend wird, mit steigender Bruchdehnung des Spannglieds  $\varepsilon_{pd}$  zunimmt. Der Schnittpunkt zwischen beiden Grenzkurven (in Abbildung 7-6 mit einem Kreis hervorgehoben) sinkt bei ansteigender Bruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  zunehmend ab, bzw. verschwindet teilweise sogar vollständig. Dies ist damit zu begründen, dass größere Bruchdehnungen  $\varepsilon_{pd}$  mit geringeren Dehnsteifigkeiten der Zugzone  $E_p A_p$  einhergehen. Am Beispiel gleicher Spanngliedfestigkeit  $f_p$  (und damit gleicher Spanngliedfläche  $A_p$ ) resultiert aus der doppelten Bruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  ein Elastizitätsmodul  $E_p$ , welcher nur halb so groß ist. Umgekehrt folgt bei gleichem Elastizitätsmodul  $E_p$  aus der zweifachen Bruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  die zweifache Spanngliedfestigkeit  $f_p$  und damit die Hälfte der erforderlichen Spanngliedfläche  $A_p$ . In beiden Fällen liegt dementsprechend der gleiche antiproportionale Zusammenhang zwischen der Bruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  und der Dehnsteifigkeit  $E_p A_p$  vor. Mathematisch kann dies am Beispiel von Gl. 3-37 durch das Steifigkeitsverhältnis  $E_p / E_s$  bzw. durch den Bewehrungsgrad  $\rho_p$  verdeutlicht werden. Die bei größeren Bruchdehnungen  $\varepsilon_{pd}$  reduzierte Dehnsteifigkeit führt durch die beiden genannten Größen unmittelbar zu einer Reduktion der Schubtragfähigkeit. Eine weitere Erklärung liefert die mechanische Betrachtung der Anteile der Querkrafttragfähigkeit. Bei der Verwendung weicherer Spannglieder (größere Bruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$ ) kann zum einen nur ein geringerer Anteil der Dübelwirkung der Spannglieder aktiviert werden und zum anderen folgen aus der größeren Verformbarkeit der Spannglieder größere Rissbreiten, sodass nur eine verminderte Rissverzahnung bzw. Rissreibung aktiviert werden kann. Die Reduktion dieser beiden Traganteile führt unmittelbar dazu, dass die Schubtragfähigkeit herabgesetzt wird und ein Schubversagen bei steigender Bruchdehnung der Spannglieder  $\varepsilon_{pd}$  begünstigt und somit für die Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$  maßgebend wird.

Dies ist auch die Ursache dafür, dass die Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$  bei Verwendung von Spanngliedern mit einer geringen Bruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$ , vgl. Abbildung 7-6 (oben links,  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$ ), nahezu vollständig von der Grenzkurve der Verformungen im GZT  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  determiniert wird. Durch die Spannglieder mit geringer Bruchdehnung liegt eine verhält-

nismäßig große Dehnsteifigkeit  $E_p A_p$  vor, sodass die Dübelwirkung und die Rissverzahnung in größerem Maße aktiviert werden können und die Schubtragfähigkeit im Allgemeinen gesichert ist.

Neben der Betrachtung des unteren Grenzwertes der Schlankheit  $\lambda_{gr,min}$  ist zudem die Berücksichtigung eines oberen Grenzwertes der Schlankheit  $\lambda_{gr,max}$  erforderlich. Bei Überschreiten dieses oberen Grenzwertes kann die Verformungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht mehr gewährleistet werden. Dementsprechend gilt für den oberen Grenzwert grundsätzlich  $\lambda_{gr,max} = \lambda_{gr,max,wGZG}$  und es ist im Gegensatz zum unteren Grenzwert keine Fallunterscheidung durchzuführen.

Analog zu Abbildung 7-5 enthält Abbildung 7-8 sowohl eine farbliche als auch eine symbolische Hervorhebung der Bereiche zulässiger bzw. unzulässiger Bemessungen. Der Bereich zulässiger Bemessungen ist erneut weiß und der Bereich unzulässiger Bemessungen grau hinterlegt, während die gezeigten Pfeilspitzen wieder in Richtung des zulässigen Bereiches zeigen. Für die weiteren Diagramme, welche sowohl die oberen als auch die unteren Grenzzustandskurven enthalten, wird aus Gründen der Übersichtlichkeit auf die Einfärbung verzichtet und der zulässige Bereich wird nur durch die Pfeilspitzen hervorgehoben.

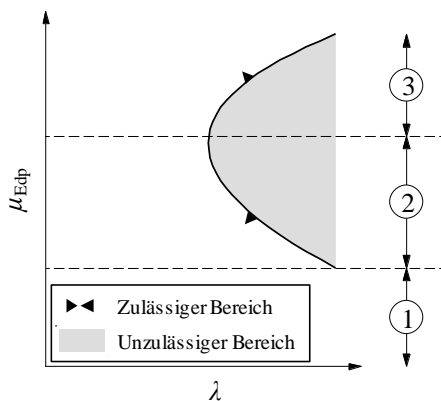


Abbildung 7-8 Drei Abschnitte der oberen Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,max}$

Die Form der oberen Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,max}$  lässt sich dabei im Allgemeinen in drei Abschnitte einteilen, vgl. Abbildung 7-8. Im ersten Abschnitt liegt die obere Grenzzustandskurve außerhalb des betrachteten Schlankheitsbereiches. Das Lastniveau ist gering und die Verformungsbegrenzung im GZG erfolgt auf Grundlage eines ungerissenen Querschnitts. Die dementsprechend große Biegesteifigkeit führt folglich zu sehr großen Grenzzustandskurven. Der zweite Bereich bei moderaten Belastungsniveaus zeichnet sich durch eine bei zunehmendem bezogenen Moment  $\mu_{Edp}$  abnehmende Grenzzustandskurve aus. In diesem Abschnitt sorgt die Belastung in der quasi-ständigen Einwirkungskombination trotz wirksamer Vorspannung von bis zu  $\sigma_{pm0,max} = 0,5 \cdot f_{pd}$  für das Auftreten von Rissen und der Nachweis der Verformungsbegrenzung ist im Zustand II zu führen. Dementsprechend muss infolge

der größeren auftretenden Verformungen die obere Grenzschlankheit zunehmend verringert werden. Der dritte Abschnitt bei hohen Belastungsniveaus weist abweichend vom zweiten Abschnitt bei ansteigendem bezogenen Moment  $\mu_{Edp}$  wieder zunehmende Grenzschlankheiten auf. Dies ist auf den nichtlinearen Zusammenhang zwischen dem bezogenen einwirkenden Moment  $\mu_{Edp}$  und dem mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_p$ , vgl. Abbildung 5-8 und Tabelle 7-3, zurückzuführen. Bei hohen Werten von  $\mu_{Edp}$  steigen der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_p$  und damit die Spanngliedfläche  $A_p$  sowie gemäß Tabelle 7-3 auch die Vorspannkraft  $P_{m0}$  überproportional an. Aufgrund der entsprechend überproportional gesteigerten Biegesteifigkeit im Zustand II kann der Verformungsnachweis im GZG somit auch unter Annahme des gerissenen Querschnitts erbracht werden und die Werte der oberen Grenzschlankheit steigen wieder an.

In Abbildung 7-9 wurden die Nomogramme aus Abbildung 7-6 für Spannglieder mit einer Bruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$ ,  $\varepsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$  und  $\varepsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$  am Beispiel der Betongüten C30/37 und C50/60 jeweils um die oberen Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,max}$  erweitert. Zu beachten ist, dass es je nach gewählter Kombination von Betongüte und Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  auch zu einem Schnittpunkt zwischen der oberen und der unteren Grenzzustandskurve kommen kann, der in den  $\mu_{Edp}$ - $\lambda$ -Nomogrammen durch ein Dreieck hervorgehoben wird, vgl. Abbildung 7-9. In diesen Fällen verliert der Nachweis der Verformungen an Bedeutung, da die Bauteilbemessung durch das frühzeitig auftretende Schubversagen als nicht zulässig eingestuft wird. Grundsätzlich muss die Biegeschlankheit  $\lambda$  zwischen der unteren und der oberen Grenzzustandskurve  $\lambda_{gr,min}$  und  $\lambda_{gr,max}$  liegen. Im Falle eines Schnittpunktes beider Grenzzustandskurven wird diese Bedingung erfüllt, sobald die vorliegende Kombination von  $\mu_{Edp}$  und  $\lambda$  im  $\mu_{Edp}$ - $\lambda$ -Nomogramm unterhalb der Grenzzustandskurven liegt. Der Abschnitt der Grenzzustandskurve oberhalb eines solchen Schnittpunktes ist in Abbildung 7-9 nur zur Verdeutlichung enthalten und wird in den nachfolgenden Diagrammen aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mehr dargestellt.

Die Reihung der oberen Grenzzustandskurven in Abhängigkeit der Betongüte ist dabei analog zu der Reihung der unteren Grenzkurven der Verformung im GZT  $\lambda_{gr,min,wGZT}$  und basiert auf den gleichen Hintergründen. Bei Bauteilen mit einer höheren Betongüte treten demnach unter der Belastung in der bezogenen quasi-ständigen Einwirkungskombination  $\mu_{Edp,perm}$  größere Verformungen auf, vgl. Abbildung 7-7, was für den Nachweis der Verformungsbegrenzung im GZG ungünstig ist. Dementsprechend resultieren in diesem Fall strengere obere Grenzschlankheiten als bei Bauteilen mit niedrigerer Betongüte.



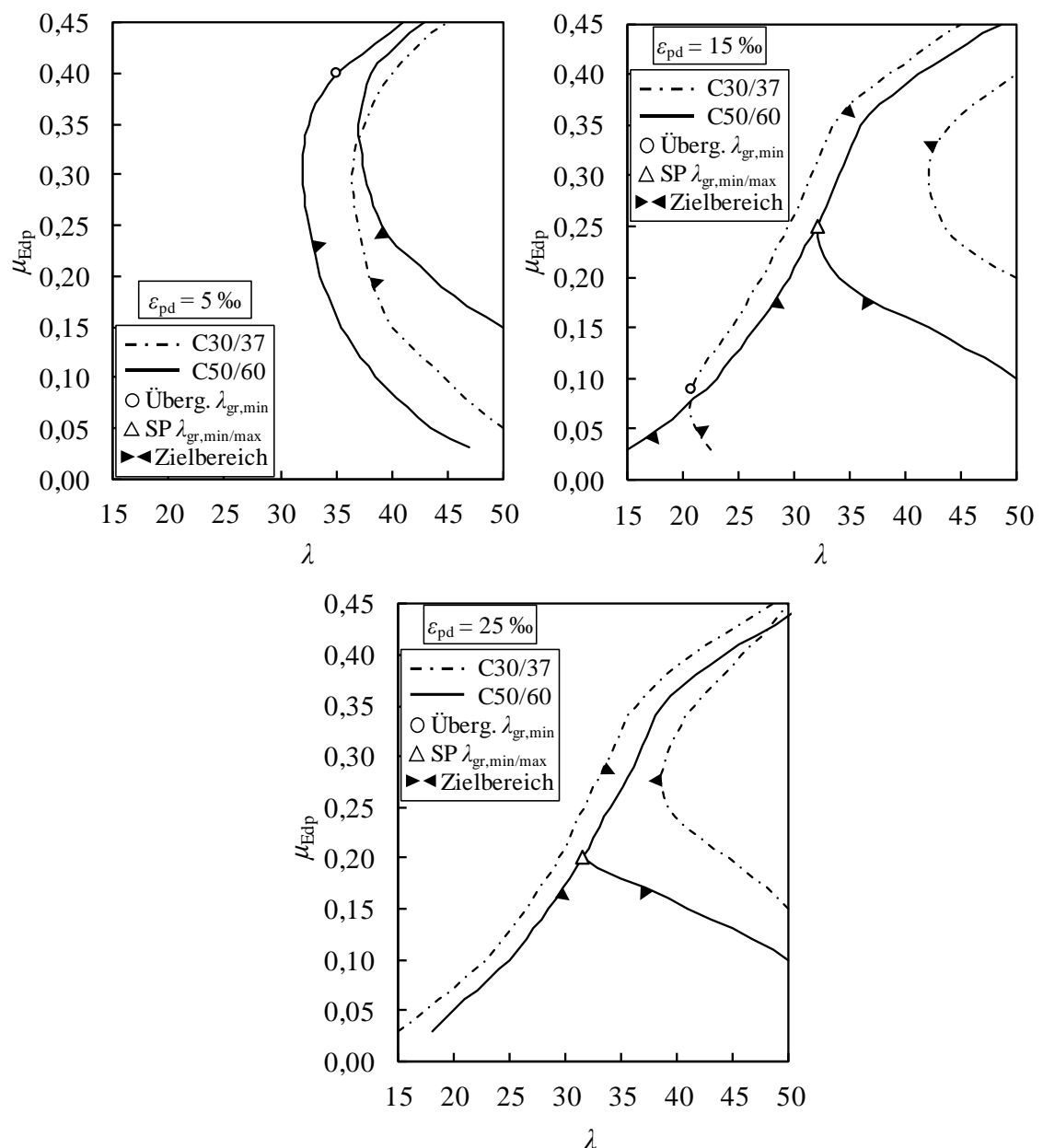


Abbildung 7-9 Exemplarische Nomogramme der zulässigen Schlankheit  $\lambda$  nach Ergänzung der oberen Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,max}$

#### 7.2.2.4 Begrenzung der Betondruckspannungen

Neben der Einhaltung des Mindestwertes von  $\mu_{Edp} \geq 0,03$  ist für das bezogene einwirkende Moment  $\mu_{Edp}$  auch eine Obergrenze festzulegen. Die Begründung hierfür liefert die Betrachtung der zulässigen Betondruckspannungen. Hierfür sind drei Zustände zu untersuchen. Zum einen die maximalen Betondruckspannungen infolge von Vorspannung, welche im Auflagerbereich des statisch bestimmt gelagerten Bauteils auf  $0,45 \cdot f_{ck}$  zu begrenzen sind, um erhöhte Kriechverformungen zu vermeiden. Bei dem zweiten und dritten Zustand sind die Betondruckspannungen gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) in der quasi-ständigen

Einwirkungskombination auf  $0,45 \cdot f_{ck}$  und in der seltenen Einwirkungskombination auf  $0,6 \cdot f_{ck}$  zu begrenzen, vgl. Abschnitt 3.7.2.3.

Für den ersten zu untersuchenden Zustand kann die auftretende Betondruckspannung unter Wirkung der maximalen Vorspannkraft mit Gl. 7-5 ermittelt werden.

$$\sigma_{c,u,p} = -\frac{P_{m0} \cdot r_{sup}}{A_c} - \frac{P_{m0} \cdot r_{sup} \cdot e_p}{I_c} \cdot z_{cu} \quad \text{Gl. 7-5}$$

Unter Verwendung der belastungsabhängigen, bezogenen Vorspannkraft  $v_p$  gemäß Gl. 7-1 sowie  $e_p = d_p - 0,5 \cdot h$  und  $z_{cu} = 0,5 \cdot h$  folgt für  $\sigma_{c,u,p,max} = 0,45 \cdot f_{ck}$ :

$$v_{p,max,P} = \frac{15}{119 \cdot \left( \left( \frac{d_p}{h} \right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{d_p}{h} \right)} \quad \text{Gl. 7-6}$$

Unter Ansatz eines gängigen Maximalwertes der bezogenen statischen Nutzhöhe von  $d_p/h = 0,95$  ergibt sich ein Wert von  $v_{p,max,P} = 0,2152$ , was gemäß Tabelle 7-3 einem maximal zulässigen bezogenen Moment von  $\mu_{Edp,max,P} = 0,33$  entspricht.

Für den zweiten und dritten Zustand kann die Berechnung der auftretenden Betonspannung gemäß Gl. 7-7 bzw. Gl. 7-8 erfolgen. Für die Ermittlung der seltenen und der quasi-ständigen Einwirkungskombination wurde wie in den vorangegangenen Kapiteln eine Nutzlast der Kategorien A bzw. B zugrunde gelegt, woraus die Kombinationsbeiwerte  $\psi_0 = 0,7$  und  $\psi_2 = 0,3$  hervorgehen.

$$\sigma_{c,o,perm} = -\frac{P_{m0} \cdot r_{inf} \cdot (1 - \alpha_{csr})}{A_c} + \frac{P_{m0} \cdot r_{inf} \cdot (1 - \alpha_{csr}) \cdot e_p}{I_c} \cdot z_{co} - \frac{M_{Ed,perm}}{I_c} \cdot z_{co} \quad \text{Gl. 7-7}$$

$$\sigma_{c,o,rare} = -\frac{P_{m0} \cdot r_{inf} \cdot (1 - \alpha_{csr})}{A_c} + \frac{P_{m0} \cdot r_{inf} \cdot (1 - \alpha_{csr}) \cdot e_p}{I_c} \cdot z_{co} - \frac{M_{Ed,rare}}{I_c} \cdot z_{co} \quad \text{Gl. 7-8}$$

Unter Ansatz der gleichen Beziehungen wie beim vorangegangenen Fall und der Berücksichtigung der prozentualen Spannkraftverluste mit Hilfe des Parameters  $\alpha_{csr}$  folgt für die Zustände 2 und 3:

$$\frac{68}{9} \cdot \frac{d_p}{h} \cdot \left( \mu_{Edp} \cdot \frac{M_{Ed,perm}}{M_{Ed}} \cdot \frac{d_p}{h} + v_p \cdot r_{inf} \cdot (1 - \alpha_{csr}) \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{d_p}{h} \right) \right) - 1 \leq 0 \quad \text{Gl. 7-9}$$

$$\frac{17}{3} \cdot \frac{d_p}{h} \cdot \left( \mu_{Edp} \cdot \frac{M_{Ed,rare}}{M_{Ed}} \cdot \frac{d_p}{h} + v_p \cdot r_{inf} \cdot (1 - \alpha_{csr}) \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{d_p}{h} \right) \right) - 1 \leq 0 \quad \text{Gl. 7-10}$$

Die numerische Auswertung von Gl. 7-9 und Gl. 7-10 unter Verwendung von Tabelle 7-3, einem Wert von  $d_p/h = 0,95$  sowie der eher konservativen Annahme von Spannkraftverlusten in Höhe von 15 % ( $\alpha_{csr} = 0,15$ ) liefert für die Begrenzung der Betondruckspannung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination den maximal zulässigen Wert des bezogenen

Momentes von  $\mu_{Edp,max,perm} = 0,31$  und unter seltener Einwirkungskombination den Grenzwert  $\mu_{Edp,max,rare} = 0,37$ . Der Betrachtung dieser beiden Zustände liegt wie der Parameterstudie selbst auf der sicheren Seite liegend der Ansatz eines Nutzlastanteils von 20 % der Gesamtlast zugrunde. Für größere Nutzlastanteile ergeben sich gegenüber den Momenten  $M_{Ed,perm}$  und  $M_{Ed,rare}$  größere Bemessungsmomente  $M_{Ed}$  im GZT. Die Folge davon sind eine größere Spanngliedfläche und damit eine größere Vorspannkraft, welche den äußeren Einwirkungen verstärkt entgegenwirkt. Der kritische Fall ergibt sich somit für den gängigen Mindestwert des Nutzlastanteils von 20 %. Für die Verhältnisse in Gl. 7-9 und Gl. 7-10 resultieren dabei  $M_{d,perm} / M_{Ed} \approx 0,62$  und  $M_{d,rare} / M_{Ed} \approx 0,68$ .

Insgesamt ergibt sich aus der Betrachtung aller drei Spannungszustände für die Bemessung eine Begrenzung des bezogenen einwirkenden Momentes auf den Wert  $\mu_{Edp,max} = 0,31$ . Dieser Sachverhalt wird in der finalen Darstellung der Bemessungshilfsmittel in Abschnitt 7.3 berücksichtigt.

### 7.2.2.5 Randzug- und Spaltzugspannungen

#### Randzugspannungen

Neben der Begrenzung der Betondruckspannungen sind insbesondere im Auflagerbereich der statisch bestimmt gelagerten Bauteile die Betonzugspannungen infolge von Vorspannung am oberen Rand zum Zeitpunkt der Spannkrafteinleitung gemäß Gl. 7-11 zu berücksichtigen. Als Grenzwert wird hierbei der Bemessungswert der Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt der Spannkrafteinleitung  $f_{ctd}(t_0)$ , siehe Abschnitt 3.7.3.1, festgelegt.

$$\sigma_{c,o,p,t_0} = -v_p \cdot \frac{d_p}{h} \cdot r_{sup} \cdot f_{cd} \cdot 6 \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{d_p}{h} \right) \quad \text{Gl. 7-11}$$

Wird der Grenzwert  $f_{ctd}(t_0)$  nicht überschritten, sind keine weiteren Schritte erforderlich. Sofern die resultierenden Betonzugspannungen den Wert  $f_{ctd}(t_0)$  jedoch überschreiten, sind konstruktive Maßnahmen zu ergreifen oder die Lage des Spanngliedes anzupassen. Im Rahmen der konstruktiven Maßnahmen kann ein gezielter Bruch des Verbundes zwischen Spannglied und Beton sinnvoll sein. Die Spannkraft wird dabei über eine größere Eintragungslänge verteilt und die kritischen, oberseitigen Betonzugspannungen treten in einem Bereich auf, in dem den Spannungen infolge von Vorspannung bereits Spannungen infolge von äußeren Einwirkungen entgegenwirken. Eine weitere, jedoch nicht zu bevorzugende Variante ist die Reduktion der Spanngliedausmitte. Durch das weniger exzentrisch positionierte Spannglied treten in Auflagernähe geringere Zugspannungen an der Oberseite des Betonquerschnitts auf. Allerdings wird durch den reduzierten Hebelarm der inneren Kräfte und die reduzierte Vorspannwirkung ein größerer Spanngliedquerschnitt  $A_p$  erforderlich, wodurch der wirtschaftliche Vorteil dieser Konstruktionsweise vermindert wird.

$$\sigma_{c,o,p,t_0} = -v_p \cdot \frac{d_p}{h} \cdot r_{\text{sup}} \cdot f_{\text{cd}} \cdot 6 \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{d_p}{h} \right) - \frac{3}{4} \cdot \frac{g_k}{b} \cdot \left( \lambda \cdot \frac{d_p}{h} \right)^2 \quad \text{Gl. 7-12}$$

Darüber hinaus ist eine Überprüfung der Betonzugspannungen an der Bauteiloberseite in Feldmitte gemäß Gl. 7-12 durchzuführen. Dabei sind zum einen die Spannungen infolge von Vorspannung und zum anderen die Spannungen infolge des Bauteileigengewicht zu berücksichtigen. Sofern die auftretenden Zugspannungen den Grenzwert  $f_{\text{ctd}}(t_0)$  überschreiten, ist eine Anpassung der Querschnittsgeometrie oder ebenfalls eine Reduktion der Spannliedausmitte erforderlich.

### Spaltzugspannungen

Wie in Abschnitt 3.7.3.3 beschrieben, ist eine Querbewehrung zur Aufnahme von Spaltzugkräften infolge der Spannkrafteinleitung vorzusehen, sofern die Stirnzugspannungen gemäß Gl. 3-53 den Bemessungswert der Betonzugfestigkeit  $f_{\text{ctd}}(t_0)$  bei der Spannkrafteinleitung überschreiten. Ausgehend von Gl. 3-54 bis Gl. 3-56 kann für die resultierende Spaltzugkraft unter Verwendung des bezogenen Wertes der Vorspannkraft  $v_p$  nach Gl. 7-1 folgende Beziehung aufgestellt werden:

$$F_{\text{spz}} = \frac{b}{3} \cdot (v_p \cdot r_{\text{sup}} \cdot d_p \cdot f_{\text{cd}} - a_p \cdot |\sigma_{\text{cim}}|) \quad \text{Gl. 7-13}$$

In Bezug auf die im Rahmen der Parameterstudie zugrunde gelegten Bauteile mit einer Breite von  $b = 1,0 \text{ m}$  folgt für die erforderliche Spaltzugbewehrung  $A_{\text{spz,erf}}$  unter Verwendung von Gl. 3-57:

$$A_{\text{spz,erf}} = \frac{1}{3 \cdot f_{\text{pd}}} \cdot (v_p \cdot r_{\text{sup}} \cdot d_p \cdot f_{\text{cd}} - a_p \cdot |\sigma_{\text{cim}}|) \quad \text{Gl. 7-14}$$

Dabei wurde für die Berechnung auf der sicheren Seite liegend die gesamte Breite  $b = 1,0 \text{ m}$  angesetzt und damit die Gesamtsplatzzugkraft ermittelt. In der Praxis wird die Spaltzugbewehrung in Querrichtung entsprechend der eingebauten Spannlieder verteilt, woraus je Spannlied jeweils anteilige Spaltzugbewehrungsmengen resultieren. Die Spaltzugbewehrung  $A_{\text{spz}}$  ist zudem in Längsrichtung über die Eintragungslänge  $l_{\text{disp}}$  gemäß Gl. 3-58 zu verteilen.

### 7.3 Bemessungshilfsmittel und Anwendungsgrenzen

#### 7.3.1 Nomogramme

In diesem Abschnitt wird die finale Form der Nomogramme zur Überprüfung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit  $\lambda^*$  vorgestellt. Abweichend von der Grundform dieser Nomogramme, welche im Rahmen der Parameterstudie hergeleitet und in Abbildung 7-6 und Abbildung 7-9 vorgestellt wurden, stellt hierbei neben dem bezogenen einwirkenden Moment  $\mu_{Edp}$  nicht die tatsächliche Biegeschlankheit  $\lambda = l / d_p$  sondern eine modifizierte Biegeschlankheit  $\lambda^*$  gemäß Gl. 7-15 die Eingangsgröße des Diagramms dar.

$$\lambda^* = \lambda \cdot \frac{A_{p,erf}}{A_{p,vorh}} = \frac{l}{d_p} \cdot \frac{A_{p,erf}}{A_{p,vorh}} \quad \text{Gl. 7-15}$$

Diese Modifikation im Rahmen der Verwendung der Nomogramme ist erforderlich, um den Unterschied zwischen dem idealisierten Verformungsverhalten, welches der Parameterstudie zu Grunde lag ( $\mu_{Edp} = \mu_{Rd}$  bzw.  $\omega_{p,erf} = \omega_{p,vorh}$ ) und dem tatsächlichen Verformungsverhalten, welches sich aus der gewählten Bewehrungsmenge ergibt, zu berücksichtigen. Im allgemeinen Bemessungsfall übersteigt die vorhandene Bewehrungsmenge  $A_{p,vorh}$  die rechnerisch erforderliche Bewehrungsmenge  $A_{p,erf}$ , aufgrund der Verwendung definierter Bewehrungsdurchmesser. Aus diesem erhöhten Bewehrungsgrad folgen unmittelbar eine größere Biegesteifigkeit des Bauteils und dementsprechend geringere Verformungen. Dieser Unterschied ist insbesondere für die Verformungen unter der Beanspruchung des Grenzzustands der Tragfähigkeit von gesteigerter Bedeutung, da sich geringere Verformungen hierbei ungünstig auf den Nachweis der ausreichenden Versagensvorankündigung auswirken. Durch die Berücksichtigung des Verhältnisses der erforderlichen zu der vorhandenen Bewehrung gemäß Gl. 7-15 ergibt sich grundsätzlich eine gegenüber der tatsächlichen Biegeschlankheit  $\lambda$  reduzierte modifizierte Biegeschlankheit  $\lambda^*$ , was dem kritischeren Nachweisfall entspricht. Sofern die vorhandene Bewehrungsmenge  $A_{p,vorh}$  genau mit der erforderlichen Bewehrungsmenge  $A_{p,erf}$  übereinstimmt, stimmen die tatsächliche und die modifizierte Biegeschlankheit exakt überein ( $\lambda = \lambda^*$ ). Dies gilt insbesondere auch für die in Abbildung 7-10 enthaltenen Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,min}$  und  $\lambda_{gr,max}$ . Diese können gegenüber der Herleitung in Abschnitt 7.2.2.3 unverändert übernommen werden, da sie auf der Grundlage von  $A_{p,erf} = A_{p,vorh}$  bzw.  $\lambda = \lambda^*$  ermittelt wurden.

Dieser Ansatz einer modifizierten Biegeschlankheit  $\lambda^*$  ist insbesondere für den unteren Bereich der Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,min}$ , bei dem die zulässige Biegeschlankheit durch die Verformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit ( $\lambda_{gr,min,wGZT}$ ) determiniert wird, erforderlich. Für den Bereich der unteren Grenzzustandskurven  $\lambda_{gr,min}$ , bei dem die Schubtragfähigkeit ( $\lambda_{gr,min,Schub}$ ) die zulässige Biegeschlankheit bestimmt, stellt die empfohlene Modifikation der Biegeschlankheit nach Gl. 7-15 ein auf der sicheren Seite liegendes Vorgehen dar,

da die Schubtragfähigkeit durch den erhöhten Bewehrungsgrad leicht gesteigert wird, woraus eine geringfügige zusätzliche Systemsicherheit resultiert. Auf die Verformungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit hat der erhöhte Bewehrungsgrad nur eine geringfügige Auswirkung. Sofern bereits unter Gebrauchslasten Risse auftreten ( $M_{\text{perm}} > M_{\text{cr}}$ ), folgen bei erhöhten Bewehrungsgraden ebenfalls geringere Verformungen und damit auch eine günstige Auswirkung im Hinblick auf die maximal zulässige Biegeschlankheit  $\lambda_{\text{gr,max}}$ .

In den Nomogrammen in Abbildung 7-10 sind sowohl die unteren als auch die oberen Grenzzustandskurven  $\lambda_{\text{gr,min}}$  und  $\lambda_{\text{gr,max}}$  in Abhängigkeit von der Bruchdehnung der eingesetzten Spannglieder  $\varepsilon_{\text{pd}}$  und der Betongüte enthalten. In den Fällen bei denen sich die untere und die obere Grenzzustandskurve schneiden, wurde der Kurvenbereich oberhalb des Schnittpunktes aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Sowohl für die Betrachtung der unteren als auch der oberen Grenzzustandskurve ergibt sich in diesem Bereich eine unzulässige Bemessung. Der zulässige Bereich der Bemessung wird in Form von kleinen Pfeilspitzen angedeutet, welche jeweils in die Richtung der zulässigen Bemessung (Zielbereich) zeigen. In diesem Bereich wird die Doppelbedingung  $\lambda_{\text{gr,min}} \leq \lambda^* \leq \lambda_{\text{gr,max}}$  erfüllt.

Zudem sind die Bereiche unterhalb von  $\mu_{\text{Edp}} = 0,03$  und oberhalb von  $\mu_{\text{Edp}} = 0,31$  ausgegraut. Der untere ausgegraute Bereich basiert auf dem in Abschnitt 7.2.2.3 erläuterten Sachverhalt, dass das Bauteil bei derart geringen Belastungsniveaus im Zustand I verbleibt. Da das Bauteil nicht in den gerissenen Zustand übergeht, sind die Mindestverformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht erreichbar. Eine Bemessung für ein bezogenes einwirkendes Moment von  $\mu_{\text{Edp}} < 0,03$  ist somit aufgrund der fehlenden Versagensvorankündigung für keinen Anwendungsfall zulässig.

Der obere ausgegraute Bereich geht auf die in Abschnitt 7.2.2.4 betrachtete Begrenzung der Betondruckspannungen unter quasi-ständiger Beanspruchung zurück. Bei bezogenen Momenten oberhalb dieses Grenzwertes überschreiten die Betonspannungen den normativen Grenzwert von  $0,45 \cdot f_{\text{ck}}$ , mit dem erhöhte Kriechverformungen einhergehen. Bei der Ermittlung der Grenzschlankheitskurven wurde die Nichtlinearität des Kriechens bei Betondruckspannungen von  $\sigma_c > 0,45 \cdot f_{\text{ck}}$  unter Ansatz von Gl. 2-28 berücksichtigt, wodurch theoretisch auch höhere Werte von  $\mu_{\text{Edp}}$  zulässig sind, vgl. Abschnitt 7.2.2.4. Aufgrund der starken Wechselwirkung des Kriechens und der wirksamen Spannkraft wird jedoch empfohlen, die obere Grenze von  $\mu_{\text{Edp}} = 0,31$  nicht zu überschreiten.

Weiterhin basiert die Grenze des in den Nomogrammen grau hinterlegten Bereiches auf einer Beanspruchungszusammensetzung mit einem Nutzlastanteil von 20 % und einer bezogenen statischen Nutzhöhe von  $d_p/h = 0,95$ . Diese Definition ermöglicht auf der sicheren Seite liegende Bemessungen für einen möglichst breiten Anwendungsbereich. Sofern in einem konkreten Anwendungsfall ein geringerer Nutzlastanteil oder eine deutlich geringere Spanngliedausmitte vorliegen, können die oberen Grenzwerte unter Verwendung der Gleichungen Gl. 7-6, Gl. 7-9 und Gl. 7-10 dem spezifischen Anwendungsfall angepasst werden.

## 7 Bemessungskonzept für Betonfertigteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung

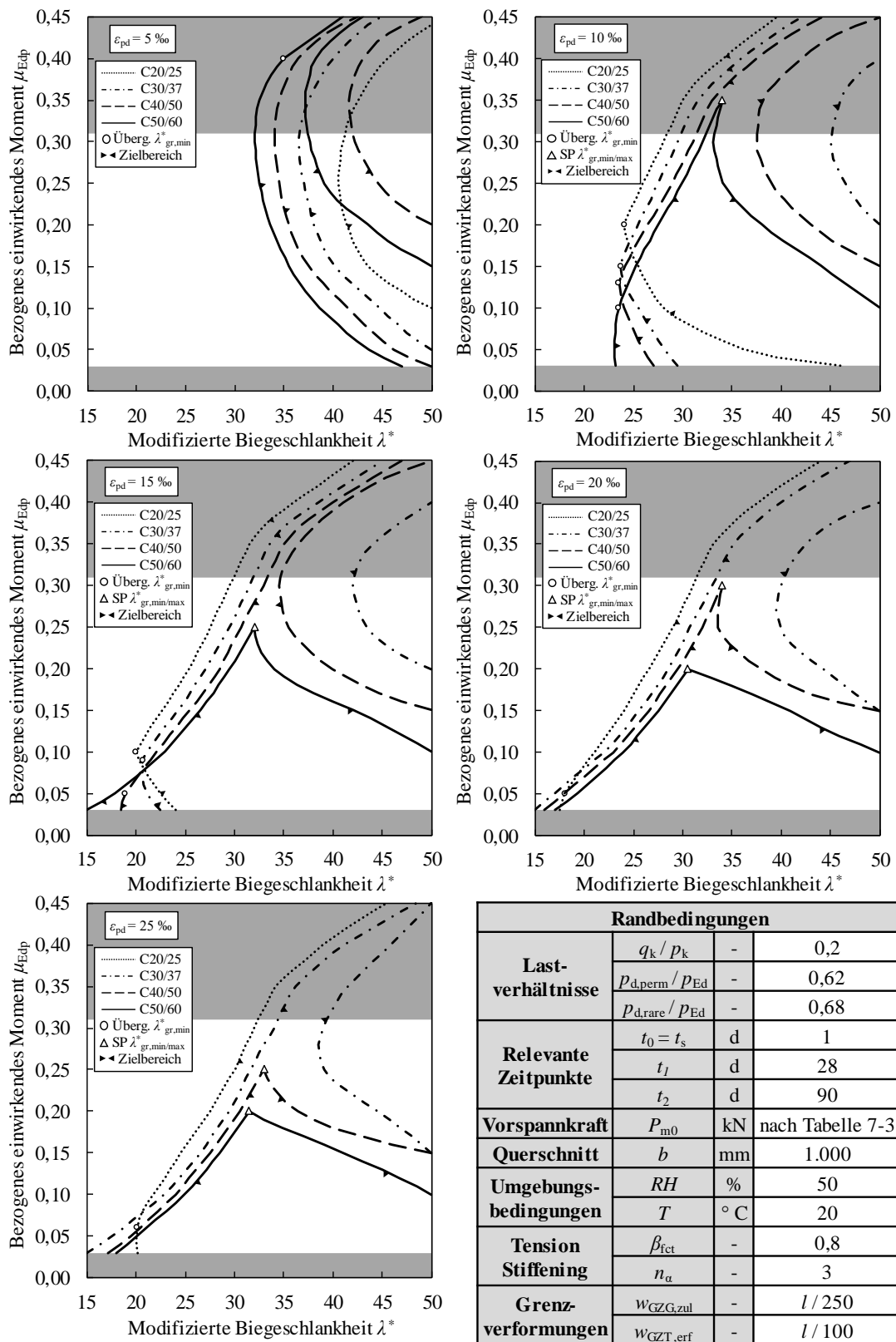


Abbildung 7-10 Zulässige modifizierte Biegeschlankeiten  $\lambda^*$  für Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung in Abhängigkeit vom bezogenen einwirkenden Moment  $\mu_{Ed,p}$ , der Betongüte und der Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd}$

Neben den eigentlichen Nomogrammen sind in Abbildung 7-10 zudem die den Nomogrammen zugrunde liegenden Randbedingungen zusammengestellt. Diese Randbedingungen stellen jedoch nicht unmittelbar Anwendungsgrenzen dar. Für die Werte dieser Randbedingungen wurden im Allgemeinen auf der sicheren Seite liegende Annahmen getroffen, so dass die Nomogramme grundsätzlich auch in Anwendungsfällen mit davon abweichenden Randbedingungen eingesetzt werden. Dazu zählen unter anderem Bauteile mit höheren Nutzlastanteilen, Fälle mit im Vergleich zu den vorliegenden Referenzwerten späteren Belastungszeitpunkten und Bauteile in einer Umgebung mit größerer relativer Luftfeuchte oder niedrigeren Temperaturen. Bezogen auf die Querschnittsbreite sind die Nomogramme allgemeingültig. Der Referenzwert  $b = 1.000$  mm ist in Abbildung 7-10 nur der Vollständigkeit halber angegeben.

Sofern erforderlich, können die einzelnen Nomogramme neben der Darstellung in Abbildung 7-10 auch Anhang A-3 entnommen werden. Dort erfolgt eine Einzeldarstellung in größerer Form zur verbesserten Les- und Nutzbarkeit.

### 7.3.2 Tabellen

Neben den in Abschnitt 7.3.1 dargestellten Nomogrammen zur Überprüfung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung wurden die zulässigen Grenzwerte nachfolgend in Ergänzung zu Abbildung 7-10 in tabellarischer Form aufbereitet. Wie bereits in Abschnitt 7.3.1 beschrieben, wurden die oberen und unteren Grenzwerte  $\lambda_{gr,min}$  und  $\lambda_{gr,max}$  unter der Bedingung  $A_{p,erf} = A_{p,vorh}$  ermittelt, woraus die Beziehungen  $\lambda_{gr,min} = \lambda_{gr,min}^*$  und  $\lambda_{gr,max} = \lambda_{gr,max}^*$  folgen.

Die Darstellung erfolgt analog zu den Nomogrammen in Abschnitt 7.3.1 jeweils getrennt für jede Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  in Kombination mit allen untersuchten Betongüten. Dabei gelten dementsprechend die gleichen, in Abbildung 7-10 genannten, Randbedingungen und die allgemeinen Grenzwerte für das bezogene einwirkende Moment von  $\mu_{Edp} \geq 0,03$  und  $\mu_{Edp} \leq 0,31$  (vgl. ausgegraute Bereiche in Abbildung 7-10). Zur einfacheren Anwendbarkeit sind daher auch nur diese Bereiche in den Bemessungstabellen enthalten. Nachfolgend ist in Tabelle 7-4 exemplarisch die Tabelle der zulässigen Biegeschlankheiten für eine Spanngliedbruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 20$  ‰ dargestellt. Die Bemessungstabellen für diese und alle weiteren untersuchten Spanngliedbruchdehnungen  $\varepsilon_{pd}$  können Anhang A-4 entnommen werden.



Tabelle 7-4 Zulässige modifizierte Biegeschlankheiten  $\lambda^*$  für Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung in Abhängigkeit vom bezogenen einwirkenden Moment  $\mu_{Edp}$  und der Betongüte für eine Spanngliedbruchdehnung von  $\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$

$\varepsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C20/25		C30/37		C40/50		C50/60		
		$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	
20 ‰	0,03	17,5		15,0		16,0		17,0		
	0,04	17,7		15,9		17,0		18,2		
	0,05	18,0		17,0		18,0		19,3		
	0,06	18,6		18,0		19,0		20,3	k. E.	
	0,07	19,2		19,0		20,0		21,3		
	0,08	19,8		20,0	k. E.	21,0	k. E.	22,2		
	0,09	20,4		21,0		22,0		23,1		
	0,10	21,0		22,0		22,9		23,9	50,0	
	0,11	21,6		22,8		23,7		24,7	48,0	
	0,12	22,2		23,6		24,4		25,4	45,9	
	0,13	22,8		24,3		25,1		26,1	44,0	
	0,14	23,4		24,9		25,8		26,8	42,5	
	0,15	24,0		25,5	50,0	26,5	50,0	27,5	40,9	
	0,16	24,5		26,2	48,8	27,1	46,0	28,1	39,0	
	0,17	25,0	k. E.	26,8	47,6	27,7	43,0	28,7	37,0	
	0,18	25,5		27,4	46,5	28,3	41,0	29,3	35,0	
	0,19	26,0		28,0	45,4	28,9	39,3	29,9	32,8	
	0,20	26,5		28,5	44,3	29,5	38,0	30,5	30,5	
	0,21	27,0		29,0	43,1	30,0	36,7			
	0,22	27,5		29,4	42,0	30,5	35,7			
	0,23	28,0		29,9	41,0	31,0	34,8			
	0,24	28,5		30,3	40,3	31,5	34,0			
	0,25	29,0		30,7	40,0	32,0	33,6			
	0,26	29,4		31,2	39,7	32,4	33,5		-	
	0,27	29,8		31,6	39,5	32,8	33,6			
	0,28	30,2		32,1	39,6	33,2	33,7			
	0,29	30,6		32,5	39,7	33,6	33,8			
	0,30	31,0		33,0	40,0	34,0	34,0			
	0,31	31,4		33,4	40,3	-	-			
	Legende		-	unzulässige Bemessung						
			k. E.	keine Einschränkung						

### 7.3.3 Anwendungsgrenzen der Bemessungshilfsmittel

Wie bereits in Abschnitt 7.3.1 beschrieben, wurden für die den Bemessungshilfsmitteln zugrundeliegenden Randbedingungen auf der sicheren Seite liegende Annahmen getroffen.

Die erarbeiteten Bemessungshilfsmittel basieren daher auf dem kritischsten Anwendungsfall im Rahmen der nachfolgend in Tabelle 7-5 aufgeführten Grenzen. Auf diese Weise wird ein möglichst umfangreicher Anwendungsbereich sichergestellt.

Tabelle 7-5 Anwendungsgrenzen der vorgestellten Bemessungshilfsmittel

Parameter		Einheit	Bemessungshilfsmittel anwendbar, wenn	
Statisches System	-	-	beidseitig gelenkig gelagerte Einfeldträger & beidseitig gelenkig gelagerte, einachsige spannende Einfeldplatten	
Spanngliedverlauf	-	-	einsträngig, gerade und exzentrisch	
Lastverhältnisse	$q_k / p_k$	-	$\geq$	0,2
	$p_{d,perm} / p_{Ed}$	-	$\leq$	0,62
	$p_{d,rare} / p_{Ed}$	-	$\leq$	0,68
Betongüte	-	-	$\geq$	C20/25
			$\leq$	C50/60
Zementklasse	-	-	Typ N, Typ R	
Bemessungswert der Spanngliedbruchdehnung	$\epsilon_{pd}$	‰	$\geq$	5
			$\leq$	25
Modifizierte Biegeschlankheit	$\lambda^*$	-	$\geq$	15
			$\leq$	50
Grenzverformungen	$W_{GZG,zul}$	-	$\leq$	$l / 250$
	$W_{GZT,erf}$	-	$\geq$	$l / 100$
Relevante Zeitpunkte	$t_0 = t_s$	d	$\geq$	1
	$t_1$	d	$\geq$	28
	$t_2$	d	$\geq$	90
Umgebungsbedingungen	$RH$	%	$\geq$	50
	$T$	°C	$\leq$	20

Für Bauteile, welche nicht innerhalb dieser Anwendungsgrenzen liegen, kann alternativ eine Berechnung mit Hilfe der vorgestellten Gleichungen in den Abschnitten 2.2.2 und 6.2 ( $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung des Betons und Tension Stiffening), 6.3.2 und 6.4 (vereinfachte Ermittlung der  $M$ - $\kappa$ -Beziehung und Berechnung der Kurzzeitverformungen), 2.2.6, 5.2 und 5.3 (Kriechen, Schwinden, Relaxation und zugehörige Spannkraftverluste) sowie 6.5 (Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens und Berechnung der Dauerverformungen) auf Grundlage der konkreten Randbedingungen erfolgen.

## 7.4 Anwendungsbeispiele

### 7.4.1 Allgemeines

Das vorgestellte Bemessungskonzept sowie die Nutzung der zugehörigen Bemessungshilfsmittel werden im Rahmen dieses Kapitels anhand von zwei Anwendungsbeispielen vorgestellt. In Abbildung 7-11 ist zudem die allgemeine Vorgehensweise in Form eines Flussdiagrammes dargestellt. Die weiß gefüllten Abschnitte stellen Berechnungen dar, welche über die Hauptbemessung hinaus ergänzend durchzuführen sind.

## 7 Bemessungskonzept für Betonfertigteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung

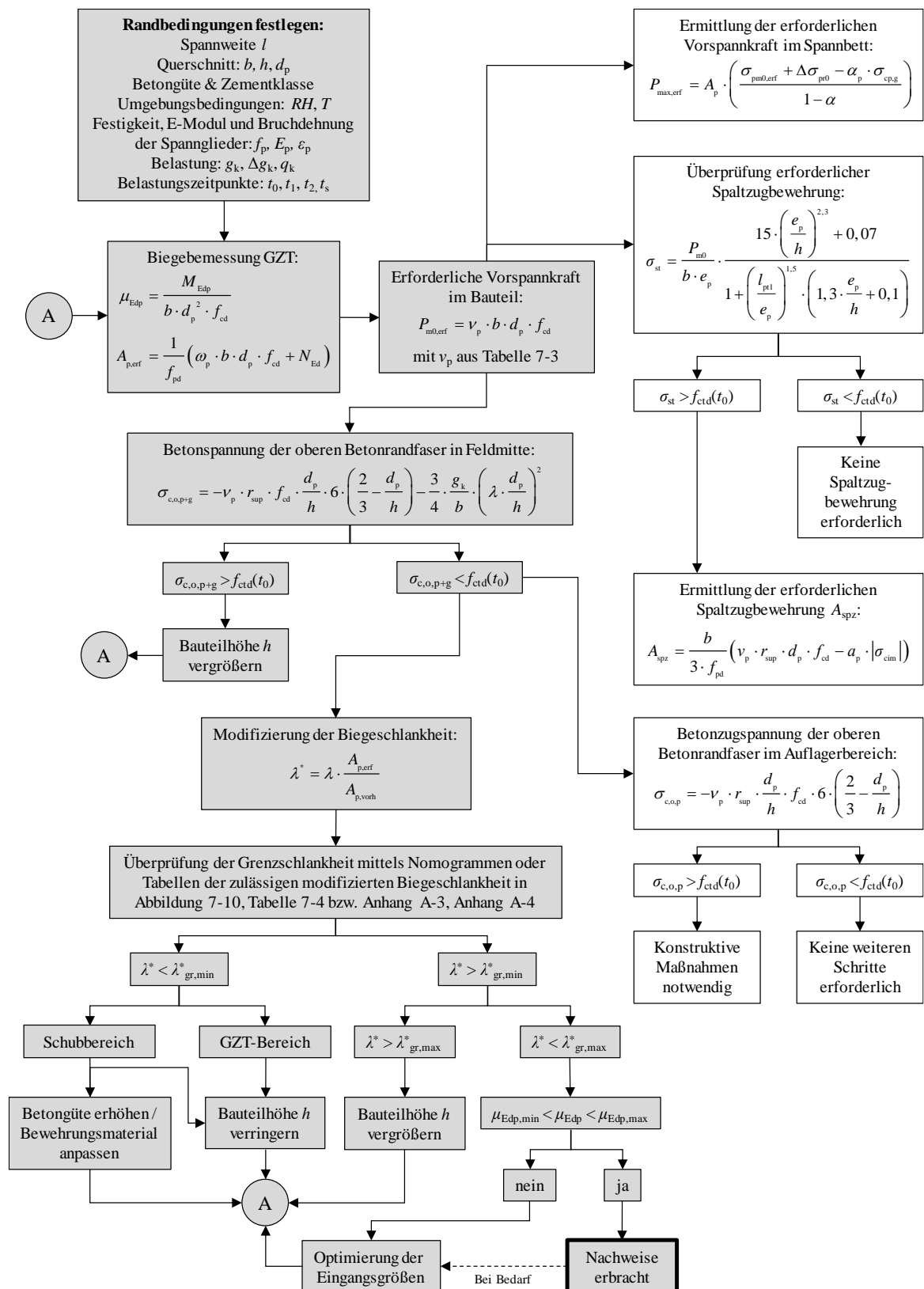


Abbildung 7-11 Vorgehensweise für die Bemessung von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung

### 7.4.2 Beispiel 1 – Allgemeine Bemessung

Das erste Anwendungsbeispiel dient in erster Linie der Verdeutlichung des Bemessungsablaufes und der Darstellung aller notwendigen Berechnungsschritte. Zunächst werden die Randbedingungen dargestellt und die Anwendbarkeit der Bemessungshilfsmittel überprüft. Anschließend erfolgt die eigentliche Bemessung inklusive der Überprüfung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit sowie die Darstellung der ergänzenden Schritte der Bemessung.

#### Randbedingungen:

Statisch bestimmt gelagerter Einfeldträger mit einsträngiger, gerader und exzentrischer Spannliedführung

Grenzverformungen:  $w_{GZG,zul} = 1 / 250$  und  $w_{GZT,erf} = 1 / 100$

$l = 6,0 \text{ m}$	Beton C40/50, Zementklasse Typ N
$b = 1,0 \text{ m}$	$f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$ , $E_{cm} = 35.000 \text{ N/mm}^2$
$h = 0,2 \text{ m}$	$RH = 50 \%$ , $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
$d_p = 0,18 \text{ m}$	Spannglieder: $\varnothing_p = 12 \text{ mm}$
$d_p / h = 0,9$	$f_{pk,t0} = 625 \text{ N/mm}^2$
$e_p = 0,08 \text{ m}$	$\gamma_p = 1,25$ , $f_{pd} = 500 \text{ N/mm}^2$
$\lambda = l / d_p = 33,33$	$E_p = 50.000 \text{ N/mm}^2$ , $\varepsilon_{pd} = 10 \%$

Belastung:  $g_k = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m} = 5 \text{ kN/m}$  ( $t_0 = t_s = 1 \text{ d}$ )

$\Delta g_k = 1,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,0 \text{ m} = 1,5 \text{ kN/m}$  ( $t_1 = 28 \text{ d}$ )

$q_k = 2 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,0 \text{ m} = 2 \text{ kN/m}$  (Kategorie A) ( $t_2 = 90 \text{ d}$ )

$\psi_0 = 0,7$ ,  $\psi_1 = 0,5$ ,  $\psi_2 = 0,3$

#### Überprüfen der Anwendbarkeit der Bemessungshilfsmittel:

$$\begin{aligned}
 p_k &= 5 + 1,5 + 2 = 8,5 \text{ kN/m} & q_k / p_k &= 0,235 \geq 0,2 \\
 p_{d,perm} &= 5 + 1,5 + 0,3 \cdot 2 = 7,1 \text{ kN/m} & p_{d,perm} / p_{Ed} &= 0,60 \leq 0,62 \\
 p_{d,rare} &= 5 + 1,5 + 0,7 \cdot 2 = 7,9 \text{ kN/m} & p_{d,rare} / p_{Ed} &= 0,67 \leq 0,68 \\
 p_{Ed} &= 1,5 \cdot (5 + 1,5) + 1,5 \cdot 2 = 11,78 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Für alle weiteren Randbedingungen wurden Annahmen innerhalb der zulässigen Grenzen getroffen.

**Bemessung:**

$$M_{Edp} = 11,78 \cdot 6^2 / 8 = 53 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 0,85 \cdot 40 / 1,5 = 22,67 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu_{Edp} = \frac{0,053}{1 \cdot 0,18^2 \cdot 22,67} = 0,072$$

$$\omega_p = 0,0784 \text{ (gemäß Tabelle 7-3)}$$

$$\nu_p = 0,0357 \text{ (gemäß Tabelle 7-3)}$$

$$A_{p,erf} = \frac{10^4}{500} \cdot 0,0784 \cdot 1 \cdot 0,18 \cdot 22,67 = 6,40 \text{ cm}^2$$

Wahl der Bewehrung:

$$A_{p,vorh} = 6,78 \text{ cm}^2 \quad (6 \times \text{Ø}12 \text{ mm})$$

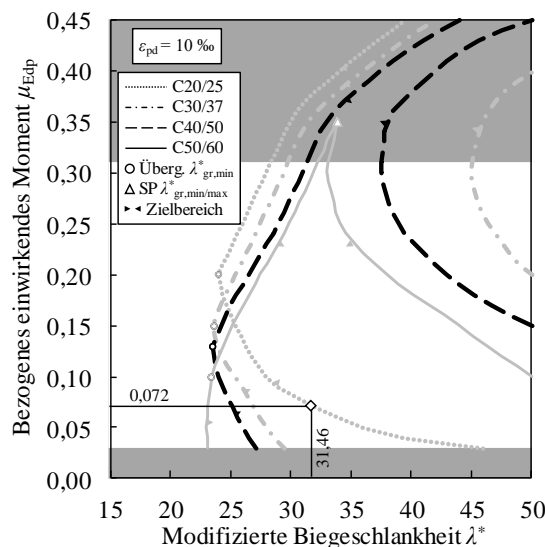
$$P_{m0,erf} = 0,0357 \cdot 1 \cdot 0,18 \cdot 22,67 \cdot 10^3 = 145,7 \text{ kN}$$

$$\sigma_{pm0,erf} = 145,7 \cdot 10^3 / 678 = 214,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,o,p+g} = -0,0357 \cdot 1,05 \cdot 22,67 \cdot 0,9 \cdot 6 \cdot \left(\frac{2}{3} - 0,9\right) - 0,75 \cdot \frac{5}{1} \cdot (33,33 \cdot 0,9)^2 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{c,o,p+g} = -2,30 \text{ N/mm}^2 < 0 < f_{ctd}(t_0)$$

**Überprüfung der Grenزشlankheiten:**



$\epsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C40/50	
		$\lambda^*_{gr.min}$	$\lambda^*_{gr.max}$
10 ‰	0,05	26,0	k. E.
	0,06	25,5	
	0,07	25,2	
	0,08	24,8	
	0,09	24,4	
	0,10	24,0	
	0,11	23,8	
	0,12	23,6	
	0,13	23,6	
	0,14	23,8	
	0,15	24,2	50,0

Abbildung 7-12 Überprüfung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit  $\lambda^*$  unter Verwendung der Bemessungshilfsmittel (exemplarisch in Nomogramm- und Tabellenform)

Für die Überprüfung der Biegeschlankheit ist zunächst die modifizierte Biegeschlankheit  $\lambda^*$  zu ermitteln. Diese ist anschließend entweder mithilfe des zugehörigen Nomogramms oder der Tabelle in Bezug auf die zulässigen Grenzwerte zu überprüfen. Exemplarisch werden im vorliegenden Beispiel beide Varianten vorgestellt.

$$\lambda^* = 33,33 \cdot \frac{6,40 \text{ cm}^2}{6,78 \text{ cm}^2} = 31,46$$

$$\lambda^* = 31,46 \geq 25,12 = \lambda_{\text{gr,min}}^*$$

$$\mu_{\text{Edp}} = 0,072 \geq 0,03 = \mu_{\text{Edp,min}}$$

$$\lambda_{\text{gr,max}}^* = \text{keine Einschränkung}$$

$$\mu_{\text{Edp}} = 0,072 \leq 0,31 = \mu_{\text{Edp,max}}$$

Ausgehend von den obigen Ergebnissen erfüllt die vorliegende Bauteilkonzeption alle Anforderungen an die Tragfähigkeit und die Gebrauchstauglichkeit. Dies bestätigt eine genaue Berechnung der Verformungen. Diese liefert für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zum Zeitpunkt  $t_\infty$  und für den Grenzzustand der Tragfähigkeit zum Zeitpunkt  $t_0$ :

$$w_{\text{GZG}} = 8,8 \text{ mm} \leq 24 \text{ mm} = l / 250$$

$$w_{\text{GZT}} = 76,3 \text{ mm} \geq 60 \text{ mm} = l / 100$$

Ergänzend zu der Hauptbemessung werden abschließend die für die Bauteilherstellung im Spannbett erforderliche Spannkraft und die ggf. erforderliche Spaltzugbewehrung ermittelt.

### Erforderliche Spannkraft im Spannbett:

$$A_{\text{ci}} = 200.291 \text{ mm}^2$$

$$I_{\text{ci}} = 668.523.626 \text{ mm}^2$$

$$z_{\text{cip}} = 79,88 \text{ mm}$$

$$\alpha_p = 1,43$$

$$\rho_{\text{pi}} = 3,39 \cdot 10^{-3}$$

$$f_i = 2,91$$

$$\alpha = \alpha_p \cdot \rho_{\text{pi}} \cdot f_i = 0,0141$$

$$\Delta\sigma_{\text{pr0}} \approx 0,025 \cdot \sigma_{\text{pm0}} = 5,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{cp,g}} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{\text{max,erf}} = 678 \cdot \frac{214,9 + 5,4 - 2,7}{1 - 0,0141} \cdot 10^{-3} = 149,6 \text{ kN}$$

Somit ist im Spannbett eine Vorspannkraft von  $P_{\text{max,erf}} = 149,6 \text{ kN}$  vorzusehen.

### Spannungsbegrenzungen und konstruktive Maßnahmen:

$$\beta_{\text{cc}}(t_0 = 1 \text{ d}) = e^{0,25 \left( 1 - \sqrt{\frac{28}{1}} \right)} = 0,342$$

$$f_{\text{ctm}}(t_0 = 1 \text{ d}) = 0,342 \cdot 3,5 = 1,20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{\text{ctd}}(t_0 = 1 \text{ d}) = 0,85 \cdot 0,7 \cdot 1,20 = 0,71 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{c,o,p}} = -0,0357 \cdot 1,05 \cdot 22,67 \cdot 0,9 \cdot 6 \cdot \left( \frac{2}{3} - 0,9 \right)$$

$$\sigma_{\text{c,o,p}} = 1,07 \text{ N/mm}^2 > f_{\text{ctd}}(t_0 = 1 \text{ d})$$

Da die auftretenden Zugspannungen infolge von Vorspannung die Betonzugfestigkeit bei Einleitung der Spannkraft überschreiten, sind konstruktive Maßnahmen erforderlich. Hierbei bietet sich der gezielte Bruch des Verbundes zwischen Spannglied und Beton mittels Spanngliedisolation an. Die erforderliche Länge des verbundfreien Bereiches kann näherungsweise in der folgenden Form ermittelt werden:

$$\text{Bedingung: } \sigma_{\text{c,o,p+g}}(x) = f_{\text{ctd}}(t_0)$$

$$\sigma_{\text{c,o,g,erf}} = \sigma_{\text{c,o,p}} - f_{\text{ctd}}(t_0) = 0,36 \text{ N/mm}^2$$

$$x = \frac{l}{2} - \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{\sigma_{c,o,g,erf} \cdot I_{ci}}{g_k \cdot z_{cio}}} = \frac{6}{2} - \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{0,36 \cdot 668,523 \cdot 626}{5 \cdot 100,12}} \cdot 10^{-6} = 0,165 \text{ m}$$

Aus dieser Berechnung folgt, dass der Verbund zwischen Spannglied und Beton vom Auflager zur Trägermitte hin über eine Länge von mindestens 16,5 cm zu unterbrechen ist.

### Überprüfung erforderlicher Spaltzugbewehrung:

Randbedingungen zur Ermittlung der Übertragungslänge  $l_{pt}$ :

Eintragung der Spannkraft schrittweise:  $\alpha_1 = 1,0$

Runder profilierter Stabquerschnitt:  $\alpha_2 = 0,25$   $\eta_{p1} = 2,7$

Gute Verbundbedingungen:  $\eta_1 = 1,0$

$$l_{pt} = 1,0 \cdot 0,25 \cdot 12 \cdot \frac{214,9}{2,7 \cdot 1,0 \cdot 0,71} = 337 \text{ mm}$$

$$l_{pt1} = 0,8 \cdot 337 = 270 \text{ mm}$$

$$\sigma_{st} = \frac{145,7 \cdot 10^3}{1.000 \cdot 80} \cdot \frac{15 \cdot \left(\frac{80}{200}\right)^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{270}{80}\right)^{1,5} \cdot \left(1,3 \cdot \frac{80}{200} + 0,1\right)} = 0,71 \text{ N/mm}^2 \leq 0,71 \text{ N/mm}^2 = f_{ctd}(t_0)$$

Auf eine Spaltzugbewehrung kann im vorliegenden Fall somit verzichtet werden.

### 7.4.3 Beispiel 2 – Einsparpotential durch verschiedene Vorspanngrade

Das zweite Beispiel verdeutlicht anhand eines Vergleiches das Einsparpotential im Hinblick auf die erforderliche Querschnittshöhe und damit auf die erforderliche Betonmenge. Der Vergleich wird dabei bewusst zwischen den nicht vorgespannten Stahlbetonbauteilen und den Betonbauteilen mit moderat vorgespannter FVK-Bewehrung gezogen, da hierbei ein signifikantes Potential der Betonersparnis identifiziert werden kann. Die Spannglieder sind dabei als gewöhnliche FVK-Bewehrung zu verstehen. Ein direkter Vergleich mit schlanken, bereits stark optimierten Spannbetonbindern mit Stahlspanngliedern müsste dementsprechend auf Grundlage von anderen Randbedingungen erfolgen, welche im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet werden. Dazu gehören etwa die Verwendung von speziell für die Anwendung im Rahmen der Vorspannung hergestellten FVK-Litzenspanngliedern und der Einsatz hochfester Betone.

Im vorliegenden Beispiel wird zunächst ein Stahlbetonbauteil mit Hilfe der Biegeschlankheitskriterien gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) bzw. DIN EN 1992-1-1/NA (2013) bemessen. Anschließend wird ein äquivalentes Bauteil mit der FVK-Bewehrung aus dem vorigen Beispiel (Abschnitt 7.4.2) bemessen. Die Bemessungswerte der Festigkeit sind mit

$f_{pd} = 500 \text{ N/mm}^2$  bei der FVK-Bewehrung und  $f_{yd} = 435 \text{ N/mm}^2$  bei Betonstahl vergleichbar, während sich die Elastizitätsmoduln mit  $E_p = 50.000 \text{ N/mm}^2$  und  $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$  stark unterscheiden. Im letzten Schritt wird das Bauteil schließlich durch die Nutzung der Vorspannung optimiert. Dies wird jeweils einmal für eine Vorspannung von  $\sigma_{pm0} = 0,25 \cdot f_{pd}$  und  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  (oberer Grenzwert, vgl. Abschnitt 7.2.2.2) durchgeführt.

Die grundsätzlichen Randbedingungen sind identisch zum vorigen Beispiel in Abschnitt 7.4.2. Die einzige Ausnahme stellt die Bauteilhöhe  $h$  dar, die im Rahmen der Optimierung variiert wird. Es ist zu beachten, dass durch dieses Vorgehen somit natürlich auch die statische Nutzhöhe  $d_p$  und das Bauteileigengewicht  $g_k$  vom vorigen Beispiel abweichen.

Die Bemessungsergebnisse des Stahlbetonbauteils sowie der äquivalenten Bauteile mit FVK-Bewehrung ohne Vorspannung, bzw. mit einer Vorspannung von  $\sigma_{pm0} = 0,25 \cdot f_{pd}$  respektive  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  sind in Tabelle 7-6 zusammengestellt. Für die Bauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung umfasste die Optimierung der Bemessung dabei jeweils die Reduktion der Querschnittshöhe bis zu einem Mindestwert, bei dem die allgemein für Betonbauteile mit FVK-Bewehrung geforderten Verformungsnachweise im GZG und im GZT gemäß Abbildung 3-17 gerade noch eingehalten werden.

*Tabelle 7-6 Vergleich erzielbarer, zulässiger Biegeschlankheiten bei Betonbauteilen mit Stahlbewehrung und bei Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung und verschiedenen Vorspanngraden*

Stahlbeton	FVK: Ohne Vorspannung	FVK: 50 % der zulässigen Vorspannung ( $\sigma_{pm0} = 0,25 \cdot f_{pd}$ )	FVK: 100 % der zulässigen Vorspannung ( $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$ )
$l = 6,0 \text{ m}$	$l = 6,0 \text{ m}$	$l = 6,0 \text{ m}$	$l = 6,0 \text{ m}$
$P_{m0} = 0 \text{ kN}$	$P_{m0} = 0 \text{ kN}$	$P_{m0} = 73,9 \text{ kN}$	$P_{m0} = 206,8 \text{ kN}$
$h = 196 \text{ mm}$	$h = 333 \text{ mm}$	$h = 220 \text{ mm}$	$h = 120 \text{ mm}$
$d_p = 176 \text{ mm}$	$d_p = 300 \text{ mm}$	$d_p = 198 \text{ mm}$	$d_p = 108 \text{ mm}$
$A_{p,erf} = 7,12 \text{ cm}^2$	$A_{p,erf} = 5,05 \text{ cm}^2$	$A_{p,erf} = 5,92 \text{ cm}^2$	$A_{p,erf} = 8,27 \text{ cm}^2$
$\lambda = 34,1$	$\lambda = 20,0$	$\lambda = 30,3$	$\lambda = 55,6$

Der Vergleich der beiden nicht vorgespannten Bauteile zeigt, dass bei Verwendung der exemplarisch gewählten FVK-Bewehrung, welche an typischen Kennwerten marktüblicher GFVK-Bewehrungen orientiert ist, eine etwa 70 % größere Querschnittshöhe ( $333 \text{ mm} / 196 \text{ mm} = 1,70$ ) vorzusehen ist, um die Verformungsnachweise zu erbringen. Dies ist auf den geringeren Elastizitätsmodul der FVK-Bewehrung und die daraus resultierende geringere Biegesteifigkeit des Bauteils im gerissenen Zustand zurückzuführen. Ohne Vorspannwirkung geht das Bauteil bereits unter Gebrauchslasten in den gerissenen Zustand



über und zur Einhaltung des Nachweises der Verformungsbegrenzung im GZG muss die Querschnittshöhe  $h$  vergrößert werden. Ein alternativer Ansatz wäre die signifikante Erhöhung der eingesetzten Bewehrungsmenge zur Einhaltung der Verformungsnachweise. Dies sollte jedoch aufgrund des üblicherweise nicht unerheblichen Preises der FVK-Bewehrung aus wirtschaftlicher Sicht vermieden werden. Die in Tabelle 7-6 aufgeführte erforderliche Bewehrung ist immer die minimal mögliche Menge, welche zur Erbringung des Nachweises für Biegung mit Längskraft im GZT erforderlich ist.

Das Erfordernis größerer Querschnittsabmessungen kann schließlich durch die Vorspannwirkung kompensiert werden, da der Übergang in den Zustand II erst bei höheren Lastniveaus eintritt. Bei der Vorspannung mit  $\sigma_{pm0} = 0,25 \cdot f_{pd}$  muss die Querschnittshöhe im Vergleich zum Stahlbetonbauteil bereits nur noch um rund 12 % erhöht werden ( $220 \text{ mm} / 196 \text{ mm} = 1,12$ ), um die maßgebenden Verformungsnachweise einhalten zu können. Eine weitere Steigerung der Vorspannung bis hin zum maximal zulässigen Wert von  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  ermöglicht sogar eine signifikante Reduktion der Querschnittshöhe von rund 40 % ( $120 \text{ mm} / 196 \text{ mm} = 0,61$ ) gegenüber dem Stahlbeton-Referenzbauteil. Dieser Wert verdeutlicht jedoch in erster Linie welche Biegeschlankheiten theoretisch erzielbar sind. So sind im Bereich des üblichen Hochbaus aus Gründen des Schallschutzes üblicherweise Mindestbauteildicken von  $h_{\min} \geq 150 \text{ mm}$  vorgeschrieben, vgl. Abschnitt 7.2.2.3, auch wenn theoretisch größere Biegeschlankheiten erzielbar sind (vgl. bspw. Spannbetonhohldielen). Dennoch wird deutlich, dass die Verwendung von FVK-Bewehrung auch vor dem Hintergrund der Verformungsnachweise mithilfe einer moderaten Vorspannung von bis zu  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  zu einer signifikanten Betoneinsparung gegenüber Stahlbetonbauteilen führen kann. Die dabei erforderliche Querschnittsfläche der FVK-Bewehrung liegt für das vorliegende Beispiel, aufgrund der ähnlichen Bemessungswerte der Festigkeit, in der gleichen Größenordnung. Selbst bei dem Bauteil mit minimierter Querschnittshöhe von  $h = 120 \text{ mm}$  liegt nur eine geringfügig vergrößerte Querschnittsfläche der vorgespannten FVK-Bewehrung gegenüber dem Betonstahl des Referenzbauteils vor ( $8,27 \text{ cm}^2 / 7,12 \text{ cm}^2 = 1,16$ ). Unter der Bedingung einer gleichen absoluten Bewehrungsmenge ( $A_s = 7,12 \text{ cm}^2 = A_p$ ), kann durch die Vorspannung der FVK-Bewehrung ( $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$ ) eine Querschnittshöhe von  $h = 153 \text{ mm}$  erzielt werden, was gegenüber dem Stahlbetonbauteil noch einer Betoneinsparung von rund 22 % entspricht ( $153 \text{ mm} / 196 \text{ mm} = 0,78$ ).

Insgesamt zeigt dieses Anwendungsbeispiel, dass die Verwendung von FVK-Bewehrung in Betonbauteilen in Verbindung mit einer moderaten Vorspannung ein signifikantes Einsparpotential in Bezug auf das erforderliche Betonvolumen mit sich bringt. Die zugrundeliegende Bemessung, welche unmittelbar an den normativen Grundlagen nach DIN EN 1992-1-1 (2011) bzw. DIN EN 1992-1-1/NA (2013) orientiert ist, stellt dabei sicher, dass eine solche Materialersparnis infolge einer Querschnittsoptimierung nicht zu Lasten der Gebrauchstauglichkeit oder der Tragfähigkeit dieser Bauteile geht.

## 8 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

### 8.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt das Trag- und Verformungsverhalten von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung anhand theoretischer und experimenteller Untersuchungen. Dabei wird neben dem Biege- und Querkrafttragverhalten in besonderem Umfang das Verformungsverhalten vorgespannter Bauteile unter Kurzzeit- und statischer Dauerbeanspruchung erforscht und basierend auf den Untersuchungsergebnissen abschließend ein praxisorientiertes Bemessungskonzept entwickelt.

Zu Beginn der Arbeit werden in Kapitel 2 die Eigenschaften der verwendeten Materialien Beton und Faserverbundkunststoff sowie Beton- und Spannstahl beschrieben. Dabei werden zunächst die maßgebenden Materialeigenschaften des Betons, insbesondere die Spannungs-Dehnungs-Beziehung, die Druck- und Zugfestigkeit, der Elastizitätsmodul sowie das zeitabhängige Materialverhalten infolge von Kriechen und Schwinden genauer betrachtet. Daran schließt eine Darstellung der Eigenschaften verschiedener Faserverbundkunststoffe anhand der Ausgangskomponenten Fasern und Kunststoffmatrix sowie der kombinierten Verbundwerkstoffe an. Dabei wird auf die verschiedenen Herstellprozesse eingegangen und es werden Bandbreiten möglicher Materialparameter für verschiedene FVK-Werkstoffe (Glas-, Carbon-, Basaltfaserverbundkunststoff) zusammengestellt. Der Fokus liegt dabei auf der Zugfestigkeit, dem Elastizitätsmodul und der Bruchdehnung sowie dem zeitabhängigen Materialverhalten im Hinblick auf Aspekte der Dauerhaftigkeit und der Dauerstandfestigkeit. Abschließend wird in Kapitel 2 das Verbundverhalten von Beton und Bewehrung behandelt.

In Kapitel 3 werden die Grundlagen zum Trag- und Verformungsverhalten vorgespannter Betonbauteile dargestellt. Dabei wird zunächst auf das Grundprinzip der Vorspannung eingegangen, ehe die verschiedenen Arten der Vorspannung vorgestellt werden. Aufgrund der Besonderheiten bei der Vorspannung von FVK-Bewehrung wird der Fokus der vorliegenden Arbeit auf Betonfertigteile mit moderater Vorspannung gelegt, welche mit Vorspannung mit sofortigem Verbund hergestellt werden. In diesem Zusammenhang werden die wichtigsten Kenngrößen in Bezug auf die Vorspannung diskutiert, darunter der Vorspanngrad, die relevanten Rechenwerte der Vorspannkraft sowie die auftretenden Spannkraftverluste. Zudem werden die Besonderheiten der Biege- und Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Betonbauteile dargelegt. Da die Bemessung von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung maßgeblich vom Verformungsverhalten der Bauteile beeinflusst wird, erfolgt schließlich eine umfangreiche Darstellung der wichtigsten Einflussgrößen in Bezug auf das Verformungsverhalten. Dabei wird detailliert auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung eines Querschnitts, die Last-Verformungs-Beziehung des gesamten Bauteils sowie die Mitwir-

kung des Betons auf Zug zwischen den Rissen und die Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens eingegangen. Schließlich wird für den Nachweis der Bauteilverformungen ein zweistufiges Nachweiskonzept eingeführt. Dabei sind sowohl die Einhaltung einer Verformungsobergrenze von  $w \leq l / 250$  im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, als auch die Sicherstellung einer ausreichenden Versagensvorankündigung durch zu erzielenden Mindestverformungen von  $w \geq l / 100$  im Grenzzustand der Tragfähigkeit nachzuweisen. Abschließend folgen eine Zusammenstellung verschiedener weiterer Nachweise in Bezug auf die Begrenzung der Spannungen und die bauliche Durchbildung sowie die Grundlagen der Tragwerkszuverlässigkeit.

Kapitel 4 umfasst die Darstellung aller im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen. Dabei werden zunächst die Materialparameter der FVK-Bewehrung unter Kurzzeitbeanspruchung sowie das Kriech- bzw. Relaxationsverhalten unter statischer Dauerbeanspruchung untersucht. Die resultierenden Relaxationsraten der untersuchten Bewehrung liegen dabei am Ende des Versuchszeitraumes in einem Bereich von etwa  $\psi_{1.000h} = 0,03$ . Durch die anschließenden Resttragfähigkeitsversuche kann zudem gezeigt werden, dass die über einen Zeitraum von 1.000 h wirksamen Dauerbeanspruchungen keine Verringerung der Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls hervorrufen. Darüber hinaus zeigt sich im Rahmen der durchgeführten Verbundversuche, dass die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung der vorliegenden FVK-Bewehrung mithilfe des in der Literatur von Cosenza et al. (1997) beschriebenen Modells zutreffend approximiert werden kann.

Im Anschluss daran werden die Ergebnisse von insgesamt 15 Bauteilversuchen mit vorgespannter FVK-Bewehrung vorgestellt. Dabei werden neun Bauteile unter Kurzzeit- und sechs Bauteile unter statischer Dauerbeanspruchung mit anschließender Prüfung der Resttragfähigkeit untersucht. Es zeigt sich, dass das Trag- und Rissverhalten der Bauteile unter Ansatz der zuvor ermittelten Materialparameter sehr genau vorhergesagt werden kann. Darüber hinaus wird das Verformungsverhalten aller Bauteile anhand von Momenten-Krümmungs-, Last-Verformungs- und Verformungs-Zeit-Beziehungen in detaillierter Form ausgewertet.

Basierend auf den vorangegangenen theoretischen Grundlagen und den experimentellen Untersuchungen folgt in Kapitel 5 die Implementierung des Materialverhaltens der vorgespannten FVK-Bewehrung sowie damit vorgespannter Betonbauteile in ein Berechnungsmodell. Dabei wird zunächst ein Berechnungskonzept zur Herleitung der Relaxationsraten anhand von korrespondierenden Kriechversuchen nach Trost (1987) auf Grundlage von umfangreichen experimentellen Untersuchungsergebnissen für FVK-Bewehrung validiert und die Berechnung der Endrelaxationsrate  $\psi(t_\infty)$  mithilfe eines logarithmischen Ansatzes auf Grundlage der Ergebnisse der 1.000 h umfassenden Versuchszeiträume dargelegt. Darauf aufbauend wird das Modell zur Ermittlung der Spannkraftverluste nach DIN EN 1992-

1-1 (2011) für den vorliegenden Anwendungsfall der beschränkten bzw. teilweisen Vorspannung modifiziert.

Anschließend wird der erforderliche Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_p$  zur Ermittlung der Bemessungswerte der Materialparameter der FVK-Bewehrung mit Hilfe einer Zuverlässigkeitsanalyse in Form einer Monte-Carlo-Simulation ermittelt. Dabei zeigt sich, dass für die vorliegende Bewehrung im praxisrelevanten Bereich ein Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_p = 1,25$  ein ausreichend hohes Zuverlässigkeitsniveau liefert. Anschließend wird ein allgemeines Bemessungsdiagramm für die Biegebemessung von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung und normalfestem Beton hergeleitet, das eine Biegebemessung für eine große Bandbreite verschiedener FVK-Bewehrungen ( $5\text{‰} \leq \varepsilon_{pd} \leq 25\text{‰}$ ) ermöglicht. Zudem wird gezeigt, dass die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit mit Hilfe des Berechnungsmodells nach prEN 1992-1-1 (2021) gut prognostiziert werden kann und es wird anhand von modifizierten Schubtälern (in Anlehnung an Kani (1964)) auf die Auswirkungen der Verwendung von FVK-Bewehrung in Verbindung mit einer Vorspannung eingegangen.

Da die Bemessung von Betonbauteilen mit FVK-Bewehrung im Allgemeinen maßgeblich durch das Verformungsverhalten der Bauteile beeinflusst wird, erfolgt in Kapitel 6 die Entwicklung eines numerischen Modells zur Ermittlung der wirklichkeitsnahen Bauteilverformungen von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung. Dazu wird zunächst das mittlere Bauteilverhalten unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen definiert, welche in der Modellierung durch den Ansatz nach Quast (1981) bzw. Pfeiffer (2004) erfasst wird. Anschließend werden zwei verschiedene Modelle zur Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehung entwickelt. Zum einen eine genauere Methode auf Basis einer nichtlinearen Arbeitslinie des Betons sowie der Iteration der Dehnungsebene und zum anderen eine vereinfachte Methode, welche die unmittelbare Berechnung der Krümmung in Abhängigkeit vom einwirkenden Moment ermöglicht, ohne den rechenintensiven Prozess der Iteration der Dehnungsebene zu erfordern. Unter Verwendung der zuvor berechneten Momenten-Krümmungs-Beziehung wird schließlich das Modell zur Berechnung der Bauteilverformungen, sowohl unter Kurzzeitbeanspruchung als auch unter statischer Dauerbeanspruchung, mithilfe der Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens ausgearbeitet. Alle beschriebenen Teilmodelle werden letztlich zu einem Gesamtmodell zusammengeführt, das in Abschnitt 6.6 mit Hilfe einer umfangreichen Versuchsdatenbank, welche die 15 Bauteilversuche aus Kapitel 4 und weitere 111 Bauteilversuche aus der Literatur umfasst, validiert wird. Die maximalen Abweichungen zwischen den Berechnungen und den experimentellen Ergebnissen liegen dabei bei der überwiegenden Mehrzahl aller Versuche bei weniger als 10 %, während sich im Mittel Verhältnisse von  $w_{\text{calc}} / w_{\text{exp}} = 0,99$  bis 1,00 für den Verformungsverlauf und die Maximalverformung unter Kurzzeit- sowie unter Dauerlast ergeben. Dies verdeutlicht, dass mit dem

vorliegenden Modell sehr präzise Vorhersagen der auftretenden Bauteilverformungen von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung erzielt werden können.

In Kapitel 7 wird auf Grundlage aller vorigen Untersuchungen mit Hilfe einer umfangreichen Parameterstudie ein praxisorientiertes Bemessungskonzept erarbeitet, welches die einfache Dimensionierung von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung ermöglicht. Dazu wird ein direkter Zusammenhang zwischen dem bezogenen einwirkenden Moment  $\mu_{Edp}$  und der bezogenen Vorspannkraft  $v_p$  abgeleitet, mit dem die erforderliche Vorspannkraft unter Berücksichtigung gültiger Spannungsbegrenzungen ermittelt werden kann. Weiterhin werden direkte Zusammenhänge zwischen dem bezogenen einwirkenden Moment  $\mu_{Edp}$  und den zulässigen Mindest- und Höchstwerten der Biegeschlankheit  $\lambda$  hergeleitet, was eine unmittelbare Überprüfung aller erforderlichen Verformungsnachweise sowie der Schubtragfähigkeit ermöglicht. Diese Zusammenhänge werden in anwendungsorientierten Bemessungshilfsmitteln in Form von Nomogrammen und Tabellen jeweils in Abhängigkeit des verwendeten Betons und der Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd}$  dargestellt. Abschließend folgen in Abschnitt 7.4 zwei Anwendungsbeispiele, welche einerseits die allgemeine Anwendung des Bemessungskonzeptes und die Nutzung der entwickelten Bemessungshilfsmittel verdeutlichen und zum anderen das signifikante Potential möglicher Materialersparnisse durch die Nutzung moderat vorgespannter FVK-Bewehrung aufzeigen.

## 8.2 Ausblick

Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf statisch bestimmt gelagerten Einfeldträgern und beidseitig gelenkig gelagerten Einfeldplatten mit gerader, exzentrischer Spanngliedführung. Die in diesem Kontext behandelten Inhalte sowie das entwickelte Bemessungskonzept umfassen eine große Bandbreite möglicher Bauteilkonzeptionen und Anwendungsfälle. Allerdings existieren darüber hinaus noch eine Vielzahl weiterer Themenkomplexe deren Untersuchung im Rahmen weiterer Forschungsaktivitäten zu empfehlen ist.

Zunächst ist zu empfehlen, die existierende Datengrundlage, insbesondere durch experimentelle Untersuchungen von Bauteilen über längere Zeiträume unter statischer Dauerbeanspruchung sowie ergänzend unter zyklischer Beanspruchung, zu erweitern. Weiterhin sind vor dem Hintergrund eines möglichst breiten Anwendungsgebietes von Betonbauteilen mit vorgespannter FVK-Bewehrung Untersuchungen an Bauteilen mit Vorspannung im nachträglichen Verbund sowie an Bauteilen mit Vorspannung ohne Verbund durchzuführen. Insbesondere im Kontext der Vorspannung mit nachträglichem Verbund sind dabei verschiedene Arten des Spanngliedverlaufs, darunter insbesondere polygonale und gekrümmte Verläufe, zu untersuchen. Die dabei auftretenden Spannkraftverluste infolge von Reibung stellen einen interessanten Aspekt für zukünftige Forschungen dar. Durch die große Zahl existierender Faserverbundkunststoffbewehrungen mit unterschiedlichsten

Oberflächenbeschaffenheiten ist eine systematische Charakterisierung der jeweiligen Reibungseigenschaften zu empfehlen. Ebenso besteht im Bereich der mehrsträngigen Vorspannung noch umfangreicher Forschungsbedarf, da zahlreiche, im Rahmen dieser Arbeit getroffene, modelltheoretische Annahmen bei mehrsträngiger Vorspannung nur noch eingeschränkt oder gar nicht mehr gültig sind, darunter insbesondere die Ermittlung der zeitabhängigen Spannkraftverluste.

Ein weiteres noch intensiv zu erforschendes Gebiet stellen statisch unbestimmte gelagerte Tragwerke dar. Dabei sind sowohl unmittelbare Mehrfeldsysteme als auch Einfeldbauteile, welche im Bauablauf, beispielsweise durch eine Ortbetonergänzung, zu Mehrfeldsystemen zusammengeschlossen werden, von Interesse. Durch die steifigkeitsabhängige Schnittgrößenverteilung statisch unbestimmter Systeme, ergeben sich durch die gegenüber Stahl im Allgemeinen größeren Festigkeiten sowie geringeren Elastizitätsmoduln und das spröde Materialverhalten der FVK-Bewehrung andere Randbedingungen in Bezug auf die Rotationskapazität des Querschnitts und das damit einhergehende Vermögen der Schnittgrößenumlagerung. Bei vorgespannten Bauteilen kommt darüber hinaus die statisch unbestimmte Wirkung der Vorspannung hinzu, welche ebenfalls von den vorliegenden Steifigkeitsverhältnissen beeinflusst wird. Diesbezüglich ist zu überprüfen, ob sich in Bezug auf die Schnittgrößenverteilung infolge der statisch unbestimmten Vorspannwirkung bei der Verwendung vorgespannter FVK-Bewehrung Unterschiede zu konventionellen Spannbetonbauteilen ergeben.

Letztlich ist vor dem Hintergrund eines möglichst breiten Anwendungsspektrums der Einsatz zweiachsig vorgespannter Flächentragwerke anzuführen. Insbesondere bei Flächenbauteilen, wie etwa Deckenplatten im allgemeinen Hochbau oder Brückendecks, kann ein zweiachsiges Tragsystem signifikante Vorteile gegenüber einachsig abtragenden Systemen bieten. Dies gilt besonders im Hinblick auf die Schnittgrößenverteilung und die Bauteildicke sowie das dementsprechend erforderliche Betonvolumen. Wie auch bei den zuvor angesprochenen einachsig abtragenden statisch unbestimmten Tragwerken stellen die Steifigkeitsverteilung und das Materialverhalten der Bewehrung maßgebende Eingangsgrößen in Bezug auf den zweiachsigen Spannungszustand dar, sodass weitere Forschungsaktivitäten in Bezug auf das Trag- und Verformungsverhalten zweiachsig vorgespannter Bauteile zu empfehlen sind.

## 9 LITERATURVERZEICHNIS

- Abdelrahman, A. A.** (1995): Serviceability of concrete beams prestressed by fibre reinforced plastic tendons. Dissertation. University of Manitoba, Winnipeg.
- ACI 440.4R-04** (2004): Prestressing Concrete Structures with FRP Tendons (Reapproved 2011). Farmington Hills: American Concrete Institute ACI.
- ACI-440.1R-15** (2015): Guide for the design and construction of structural concrete reinforced with fiber-reinforced polymer (FRP) bars. Farmington Hills: American Concrete Institute ACI.
- Andrew, R.** (2019): Global CO<sub>2</sub> emissions from cement production, 1928-2018. In: *E-arth Syst. Sci. Data* 11, S. 1675–1710.
- Apitz, A.** (2020): Vorgespannter Carbonbeton im Brückenbau - Beitrag zum werkstoffgerechten Entwerfen und Bemessen. Dissertation. Technische Universität Berlin, Berlin.
- Arockiasamy, M.; Sowrirajan, R.; Zhuang, M.** (1995): Behaviour of beams prestressed or strengthened with fiber reinforced plastic composites. In: *IABSE reports* 73 (1/2). DOI: 10.5169/SEALS-55301.
- Ascione, L.; Berardi, V. P.; D'Aponte, A.** (2012): Creep phenomena in FRP materials. In: *Mechanics Research Communications* 43, S. 15–21. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2012.03.010.
- ASTM D7205/D7205M-06** (2006): Test Method for Tensile Properties of Fiber Reinforced Polymer Matrix Composite Bars (Reapproved 2016). West Conshohocken, PA: ASTM International.
- Atutis, M.** (2018): Analysis of flexural behaviour of concrete beams prestressed with basalt fiber reinforced polymer bars. Dissertation. Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, Lithuania.
- Atutis, M.; Valivonis, J.; Atutis, E.** (2015): Analysis of serviceability limit state of GFRP prestressed concrete beams. In: *Composite Structures* 134, S. 450–459. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.08.062.
- Avak, R.; Meiss, K.** (2015): Spannbetonbau. Theorie, Praxis, Berechnungsbeispiele nach Eurocode 2. 3. Aufl. Berlin: Beuth Verlag.
- Aydin, F.** (2018): Experimental investigation of thermal expansion and concrete strength effects on FRP bars behavior embedded in concrete. In: *Construction and Building Materials* 163, S. 1–8. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.12.101.
- Bachmann, H.** (1980): Teilweise Vorspannung: Erfahrungen in der Schweiz und Fragen der Bemessung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 75 (2), S. 40–44.

- Banholzer, B.** (2004): Bond behaviour of a multi-filament yarn embedded in a cementitious matrix. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen. Lehrstuhl und Institut für Massivbau.
- Bazant, Z. P.** (1988): *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Bazant, Z. P.** (2015): RILEM draft recommendation: TC-242-MDC multi-decade creep and shrinkage of concrete: material model and structural analysis\*. In: *Mater Struct* 48 (4), S. 753–770. DOI: 10.1617/s11527-014-0485-2.
- Benmokrane, B.; Elgabbas, F.; Ahmed, E. A.; Cousin, P.** (2015): Characterization and Comparative Durability Study of Glass/Vinylester, Basalt/Vinylester, and Basalt/Epoxy FRP Bars. In: *J. Compos. Constr.* 19 (6), S. 4015008. DOI: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000564.
- Bischoff, P. H.; Paixao, R.** (2004): Tension stiffening and cracking of concrete reinforced with glass fibre reinforced polymer (GFRP) bars. In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 31, S. 579–588.
- Bülte, S.** (2008): Zum Verbundverhalten von Spannstahl mit sofortigem Verbund unter Betriebsbeanspruchung. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen.
- Burke, C. R.; Dolan, C. W.** (2001): Flexural Design of Prestressed Concrete Beams Using FRP Tendons. In: *PCI Journal* 46 (2), S. 76–87. DOI: 10.15554/pcij.03012001.76.87.
- Cavagnis, F.** (2017): Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models. Dissertation. École polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne.
- CEB-FIP Model Code 1990** (1993): *Model Code 1990. Design Code*. Comité euro-international du béton. London: Thomas Telford Services.
- Cherif, C.** (2011): *Textile Werkstoffe für den Leichtbau. Techniken - Verfahren - Materialien - Eigenschaften*. Heidelberg: Springer.
- Cosenza, E.; Manfredi, G.; Realfonzo, R.** (1995): Analytical modelling of bond between FRP reinforcing bars and concrete. In: L. Taerwe (Hg.): *Proceedings of the second international RILEM Symposium (FRPRCS-2)*, Bd. 29. Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures. Gent, S. 164–171.
- Cosenza, E.; Manfredi, G.; Realfonzo, R.** (1997): Behavior and Modeling of Bond of FRP Rebars to Concrete. In: *J. Compos. Constr.* 1 (2), S. 40–51.



- CSA S806-12** (2012): Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers (reaffirmed 2017). Mississauga: Canadian Standards Association CSA.
- CSA-S6-14** (2014): Canadian Highway Bridge Design Code (reaffirmed 2017). Mississauga: Canadian Standards Association CSA.
- Curbach, M.; Ortlepp, R.** (2011): Textilbeton in Theorie und Praxis. 6. Kolloquium zu textilbewehrten Tragwerken (CTRS6). Gemeinsames Abschlusskolloquium der Sonderforschungsbereiche 528 (Dresden) und 532 (Aachen). Berlin.
- DAfStb Heft 600** (2012): Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 600. 1. Aufl. Berlin: Beuth Verlag.
- DAfStb Heft 630** (2018): Bemessung nach DIN EN 1992 in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 630. 1. Aufl. Berlin: Beuth Verlag.
- Der Kiureghian, A.; Ditlevsen, O.** (2009): Aleatory or epistemic? Does it matter? In: *Structural Safety* 31 (2), S. 105–112. DOI: 10.1016/j.strusafe.2008.06.020.
- Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.6-238** (2019): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung. Bewehrungsstab Schöck ComBAR aus glasfaserverstärktem Kunststoff, Nenn-durchmesser: 8, 12, 16, 20, 25 und 32 mm.
- DIN 4109-1** (2018): Schallschutz im Hochbau – Teil 1: Mindestanforderungen. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 4109-32** (2016): Schallschutz im Hochbau – Teil 32: Daten für die rechnerischen Nachweise des Schallschutzes (Bauteilkatalog) – Massivbau. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 4109-34** (2016): Schallschutz im Hochbau – Teil 34: Daten für die rechnerischen Nachweise des Schallschutzes (Bauteilkatalog) – Vorsatzkonstruktionen vor massiven Bauteilen. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 4227-1** (1988): Spannbeton; Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 4227-2** (1984): Spannbeton; Bauteile mit teilweiser Vorspannung. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 488-1** (2009): Betonstahl – Teil 1: Stahlsorten, Eigenschaften, Kennzeichnung. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 10080** (2005): Stahl für die Bewehrung von Beton – Schweißgeeigneter Betonstahl – Allgemeines; Deutsche Fassung EN 10080:2005. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.

- DIN EN 1168** (2011): Betonfertigteile – Hohlplatten; Deutsche Fassung EN 1168:2005+A3:2011. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 12390-5** (2019): Prüfung von Festbeton – Teil 5: Biegezugfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-5:2019. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 12390-6** (2010): Prüfung von Festbeton – Teil 6: Spaltzugfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-6:2009. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1990** (2010): Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1990/NA** (2010): Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1992-1-1** (2011): Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010, in Verbindung mit Änderung A1 (2015): DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1992-1-1/NA** (2013): Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 206** (2021): Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Deutsche Fassung EN 206:2013+A2:2021. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin: Beuth Verlag.
- Dischinger, F.** (1939): Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken. In: *Bauingenieur* 20 (5/6), S. 53–63.
- Dolan, C. W.; Hamilton, H. R.; Bakis, C. E.; Nanni, A.** (2001a): Design recommendations for concrete structures prestressed with FRP tendons. DTFH61-96-C-00019. Hg. v. Federal Highway Administration. Washington DC (Volume 1).
- Dolan, C. W.; Hamilton, H. R.; Bakis, C. E.; Nanni, A.** (2001b): Design recommendations for concrete structures prestressed with FRP tendons. DTFH61-96-C-00019. Hg. v. Federal Highway Administration. Washington DC (Volume 2).
- Domininghaus, H.; Elsner, P.; Eyerer, P.; Hirth, T.** (2012): Kunststoffe. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- Duda, H.** (1991): Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 419. Berlin: Beuth Verlag.
- Ehrenstein, G. W.** (2006): Faserverbund-Kunststoffe. Werkstoffe - Verarbeitung - Eigenschaften. 2. völlig überarbeitete Auflage. München/Wien: Carl Hanser Verlag.
- Eibl, J.; Ivanyi, G.** (1976): Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 260. Berlin: Ernst & Sohn.
- El Ghadioui, R.** (2020): Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, Darmstadt. Institut für Massivbau.
- El Ghadioui, R.; Graubner, C.-A.** (2019): Querkrafttragfähigkeit carbonbewehrter Betonbauteile ohne Querkraftbewehrung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 114 (11), S. 827–836.
- Eligehausen, R.; Popov, E. P.; Bertero V. V.** (1983): Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalised excitations. (UCB/EERC-83/23). Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley.
- Espion, B.; Provost, M.; Halleux, P.** (1985): Rigidité d'une zone tendue de béton armé. In: *Materials and Structures* 18 (3), S. 185–191.
- fib Bulletin 40** (2007): FRP reinforcement in RC structures. Lausanne: Fédération internationale du béton.
- fib Bulletin 80** (2018): Partial factor methods for existing concrete structures. Lausanne: Fédération internationale du béton.
- fib Model Code 2010** (2013): Model Code for Concrete Structures. Fédération internationale du béton. Berlin: Ernst & Sohn.
- Franke, L.** (1976): Einfluß der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 268. Berlin: Ernst & Sohn.
- Franke, L.; Rehm, G.** (1974): Eigenschaften und die Anwendung von Glasfaserstäben zur Aufnahme von Zugkräften im Betonbau. In: *Bautechnik* 51 (4), S. 115–120.
- Friedlingstein, P.; Jones, M. W.; O'Sullivan, M.; Andrew, R. M.; Bakker, D. C. E.; Hauck, J. et al.** (2022): Global Carbon Budget 2021. In: *Earth Syst. Sci. Data* 14, S. 1917–2005.

- Geßner, S.; Niedermeider, R.; Ahrens, M. A.; Hegger, J.; Fischer, O.; Mark, P.** (2017): Spannbetonbau - Entwicklung, Bemessung und Konstruktion. In: Konrad Bergmeister, Frank Fingerloos und Johann-Dietrich Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2017. Spannbeton, Spezialbetone. Berlin: Ernst & Sohn, S. 1–100.
- Gilbert, R. I.; Warner, R. F.** (1978): Tension Stiffening in reinforced concrete slabs. In: *Journal of the Structural Division* 104 (12), S. 1885–1900.
- Gooranorimi, O.; Nanni, A.** (2017): GFRP Reinforcement in Concrete after 15 Years of Service. In: *J. Compos. Constr.* 21 (5), Artikel 04017024. DOI: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000806.
- Grasser, E.; Kupfer, H.; Pratsch, G.; Feix, J.** (1996): Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen nach EC 2 für Biegung, Längskraft, Querkraft und Torsion. In: Josef Eibl (Hg.): Beton-Kalender 1996 Teil 1. Taschenbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau sowie die verwandten Fächer. Berlin: Ernst & Sohn, S. 341–498.
- Graubner, C.-A.; Six, M.** (2011): Spannbetonbau. In: Alfons Goris und Josef Hegger (Hg.): Stahlbetonbau aktuell 2011. Berlin: Bauwerk Verlag.
- Greco, A.; Maffezzoli, A.; Casciaro, G.; Caretto, F.** (2014): Mechanical properties of basalt fibers and their adhesion to polypropylene matrices. In: *Composites Part B: Engineering* 67, S. 233–238. DOI: 10.1016/j.compositesb.2014.07.020.
- Grube, H.** (1991): Ursache des Schwindens von Beton und Auswirkung auf Bauteile. Düsseldorf: Beton-Verlag GmbH (Schriftenreihe der Zementindustrie, Heft 52).
- Grübl, P.; Weigler, H.; Karl, S.** (2001): Beton. Arten, Herstellung und Eigenschaften. 2. Aufl. Berlin: Ernst (Handbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau).
- Gunnarsson, A.** (2013): Bearing capacity, relaxation and finite element simulation for prestressed concrete beams reinforced with BFRP tendons. Masters Thesis. Reykjavic University, Reykjavik.
- Hiesch, D.; Bujotzek, L.; El Ghadioui, R.; Proske, T.; Graubner, C.-A.** (2023): Theoretical and experimental investigation of the time-dependent relaxation rates of GFRP and BFRP reinforcement bars. In: *Structural Concrete*.
- Hilsdorf, H.** (1969): Austrocknung und Schwinden von Beton. In: Georg Knittel und Herbert Kupfer (Hg.): Stahlbetonbau - Berichte aus Forschung und Praxis: Ernst & Sohn, S. 17–30.
- Hofmann, S.** (2021): Rissentwicklung in Betonbauteilen mit Basaltfaserkunststoffbewehrung. Ein Modell zur Berechnung der Rissbreite bei wirklichkeitsnaher Betrachtung des Verbundverhaltens. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.

- Hofmann, S.; Tran, N. L.; Proske, T.; Graubner, C.-A.** (2019): Shear capacity of BFRP reinforced concrete beams without shear reinforcement. In: Alphonse Zingoni (Hg.): *Advances in Engineering Materials, Structures and Systems: Innovations, Mechanics and Applications*: CRC Press, S. 1531–1536.
- Horvatits, J.; Gaubinger, B.; Dorn, M.; Cserno, T.; Kollegger, J.** (2004): Entwicklung einer Vergussverankerung für Zugglieder aus Faserverbundwerkstoff. In: *Bauingenieur* (79), S. 101–110.
- Hoyer, E.** (1939): *Der Stahlsaitenbeton. Erster Band - Träger und Platten*. 2. Aufl. Berlin: Otto Elsner Verlagsgesellschaft.
- Hull, D.; Clyne, T. W.** (1996): *An Introduction to Composite Materials*. 2. Aufl. Cambridge: Cambridge University Press.
- ISIS Design Manual No. 5** (2008): *Prestressing Concrete Structures with Fibre-Reinforced Polymers*. ISIS Canada Research Network. Winnipeg: ISIS Canada Corporation.
- ISO 10406-1** (2015): *Fibre-reinforced polymer (FRP) reinforcement of concrete - Test methods. Part 1: FRP bars and grids*. International Organization for Standardization ISO. Genf: ISO Copyright Office.
- JCSS** (2001): *Probabilistic Model Code - Part 2: Load Models*. Joint Committee on Structural Safety. Online verfügbar unter [www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/](http://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/), zuletzt geprüft am 21.01.2022.
- JCSS Probabilistic Model Code** (2002): *Part 3: Material Properties*. Joint Committee on Structural Safety. Online verfügbar unter [www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/](http://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/), zuletzt geprüft am 21.01.2022.
- Jones, F. R.** (2001): Glass fibres. In: J. W. S. Hearle (Hg.): *High-performance fibres*. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, S. 191–238.
- JSCE 1997** (1997): *Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials*. Japan Society of Civil Engineers. Japan.
- Kakizawa, T.; Ohno, S.; Yonezawa, T.** (1993): Flexural Behavior and Energy Absorption of Carbon FRP Reinforced Concrete Beams. *FRP Reinforcement in Concrete Structures - International Symposium SP-138*. American Concrete Institute, S. 585–598.
- Kani, G. N. J.** (1964): The Riddle of Shear Failure and its Solution. In: *Journal of the American Concrete Institute* 61-28, S. 441–467.
- Karbhari, V. M.; Chin, J. W.; Hunston, D.; Benmokrane, B.; Juska, T.; Morgan, R. et al.** (2003): Durability Gap Analysis for Fiber-Reinforced Polymer Composites in Civil Infrastructure. In: *J. Compos. Constr.* 7 (3), S. 238–247.

- Kharal, Z.; Sheikh, S.** (2017): Tension Stiffening and Cracking Behavior of Glass Fiber-Reinforced Polymer-Reinforced Concrete. In: *ACI Structural Journal* 114 (2). DOI: 10.14359/51689420.
- Knippers, J.; Koslowski, V.; Oppe, M.** (2020): Faserverbundwerkstoffe im Bauwesen. In: Ulrike Kuhlmann (Hg.): *Stahlbau-Kalender 2020. Neue Normung im Hochbau, Leichtbau*. Berlin: Ernst & Sohn (22. Jahrgang), S. 1–60.
- König, G.; Pommerening, D.; Tue, N. V.** (1999): Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenmittlung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 492. Berlin: Beuth Verlag.
- König, G.; Tue, N. V.** (1996): Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 466. Berlin: Beuth Verlag.
- Krem, S.** (2013): Bond and Flexural Behaviour of Self Consolidating Concrete Beams Reinforced and Prestressed with FRP Bars. Dissertation. University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.
- Krüger, W.; Mertzsch, O.** (2006): Zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 533. Berlin: Beuth Verlag.
- Krüger, W.; Mertzsch, O.; Schmidt, T.** (1999): Spannungsumverteilungen in vielsträngig bewehrten Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten bei Langzeitbeanspruchungen - 1999. In: Manfred Teutsch (Hg.): *Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Falkner : Betonbau - Forschung, Entwicklung und Anwendung*. Braunschweig: IBMB (H. 142), S. 193–202.
- Kueres, S.** (2019): Analysis and design of concrete beams with pre-tensioned CFRP reinforcement. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen.
- Kulas, C.** (2013): Zum Tragverhalten getränkter textiler Bewehrungselemente für Betonbauteile. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen. Lehrstuhl und Institut für Massivbau.
- Kupfer, H.** (1985): Bemessung von Spannbetonbauteilen - einschließlich teilweiser Vorspannung. In: Gotthard Franz (Hg.): *Beton-Kalender 1985. Taschenbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau sowie die verwandten Fächer*. Berlin: Ernst & Sohn, S. 863–981.

- Kupfer, H.** (1994): Bemessung von Spannbetonbauteilen nach DIN 4227 - einschließlich teilweiser Vorspannung. In: Josef Eibl (Hg.): Beton-Kalender 1994 Teil 1. Taschenbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau sowie die verwandten Fächer. Berlin: Ernst & Sohn, S. 589–670.
- Kustermann, A.** (2005): Einflüsse auf die Bildung von Mikrorissen im Betongefüge. Dissertation. Universität der Bundeswehr München, München.
- Laplace, P. S.** (1812): *Théorie analytique des probabilités*. Paris: Courcier.
- Lavin, J. G.** (2001): Carbon fibres. In: J. W. S. Hearle (Hg.): *High-performance fibres*. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, S. 156–190.
- Lees, J. M.; Burgoyne, C.** (1999): Experimental study of influence of bond on flexural behavior of concrete beams pretensioned with aramid fiber reinforced plastics. In: *ACI Structural Journal* 96 (3), S. 377–385.
- Lemaire, M.** (2009): *Structural Reliability*. Londen, Hoboken: ISTE, Wiley.
- Leonhardt, F.** (1978): *Vorlesungen über Massivbau. Teil 4: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit*. 2. Aufl. Berlin: Springer-Verlag.
- Leonhardt, F.** (1980): *Vorlesungen über Massivbau. Teil 5: Spannbeton*. 1. Aufl. Berlin: Springer-Verlag.
- Leonhardt, F.** (1984): *Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*. 3. Aufl. Berlin: Springer-Verlag.
- Lieboldt, M.; Tietze, M.; Schladitz, F.** (2018): C<sup>3</sup>-Projekt – Erfolgreiche Partnerschaft für Innovation im Bauwesen. In: *Bauingenieur* 93 (7/8), S. 265–273.
- Lipatov, Y.; Gutnikov, S. I.; Manylov, M. S.; Zhukovskaya, E. S.; Lazoryak, B. I.** (2015): High alkali-resistant basalt fiber for reinforcing concrete. In: *Materials & Design* 73, S. 60–66. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.02.022.
- Liu, J.** (2008): *Untersuchung von Verbundwerkstoffen mit Basalt- und PBO-Faser-Verstärkung*. Dissertation. Technische Universität Dresden, Dresden.
- Lorenz, E.** (2014): *Endverankerung und Übergreifung textiler Bewehrungen in Betonmatrices*. Dissertation. Technische Universität Dresden, Dresden. Institut für Massivbau.
- Luhmann; Thomas; Robson, S.; Kyle, S.; Harley, I.** (2011): *Close Range Photogrammetry*. Dunbeath: Whittles Publishing.
- Malárics, V.** (2010): *Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch an zylindrischen Betonproben*. Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.

- Maso, J. C.** (1996): Influence of the interfacial transition zone on composite mechanical properties. In: J. C. Maso (Hg.): *Interfacial Transition Zone in Concrete*. RILEM Report 11. London: E & FN Spon, S. 114–129.
- Mehlhorn, G.** 1998: Bemessung. In: Gerhard Mehlhorn (Hg.): *Der Ingenieurbau. Grundwissen in 9 Bänden, Band 9 Bemessung*. Berlin: Ernst & Sohn.
- Meier, U.** (1992): Carbon Fiber-Reinforced Polymers: Modern Materials in Bridge Engineering. In: *Structural Engineering International* (2:1), S. 7–12. DOI: 10.2749/101686692780617020.
- Meier, U.** (2012): Carbon Fibre Reinforced Polymers in Bridge Engineering. In: IABSE Congress: Innovative Infrastructures – Towards Human Urbanism. Seoul: International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE) Zurich, Switzerland, S. 180–187.
- Meinen, N. E.; Steenbergen, R.** (2018): Reliability levels obtained by Eurocode partial factor design - A discussion on current and future reliability levels. In: *Heron* 63 (3), 243–302.
- Melchers, R. E.; Beck, A. T.** (2018): *Structural reliability analysis and prediction*. Third edition. Hoboken, NJ: Wiley.
- Mertol, H. C.; Rizkalla, S. H.; Scott, P.; Lees, J. M.; El-Hacha, R.** (2007): Durability of Concrete Beams Prestressed with CFRP Bars. Case Histories and Use of FRP for Prestressing Applications. American Concrete Institute, S. 1–20.
- Militky, J.; Kovacic, V.** (1996): Ultimate Mechanical Properties of Basalt Filaments. In: *Textile Research Journal* 66 (4), S. 225–229. DOI: 10.1177/004051759606600407.
- Mirshekari, M.; Donchev, T.; Petkova, D. I.; Limbachiya, M.** (2016): Deformability of pretensioned PC beams with BFRP reinforcement. 8th International Conference on Fibre-Reinforced Polymer (FRP) Composites in Civil Engineering (CICE 2016). Hong Kong, 2016.
- Moser, K.** (1992): *Faser-Kunststoff-Verbund. Entwurfs- und Berechnungsgrundlagen*. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Mozorov, N. N.; Bakunov, V. S.; Mozorov, E. N.; Aslanova, P.; Granovskii, P. A.; Prokshin, V. V.; Zemlyanitsyn, A. A.** (2001): Materials Based on Basalts from the European North of Russia. In: *Glass and Ceramics* Vol. 58, S. 100–104.
- Müller, D.** (2021): *Probabilistic Assessment of Existing Masonry Structures*. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, Darmstadt.



- Müller, H. S.; Wiens, U.** (2018): Beton. In: Konrad Bergmeister, Frank Fingerloos und Johann-Dietrich Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2018. Bautenschutz, Brandschutz. Berlin: Ernst & Sohn, S. 2–171.
- Muttoni, A.; Fernandez Ruiz, M.** (2008): Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. In: *ACI Structural Journal* 105 (2), Artikel S17. DOI: 10.14359/19731.
- Muttoni, A.; Fernandez Ruiz, M.; Cavagnis, F.** (2018): Shear in members without transverse reinforcement: from detailed test observations to a mechanical model and simple expressions for codes of practice. In: fib Bulletin 85. Towards a rational understanding of shear in beams and slabs: Fédération internationale du béton, S. 17–32.
- Nanni, A.; Luca, A. de; Jawaheri Zadeh, H.** (2014): Reinforced Concrete with FRP Bars. Mechanics and Design. 1. Aufl. Boca Raton. Florida: Taylor & Francis Group.
- Niewels, J.** (2008): Zum Tragverhalten von Betonbauteilen mit Faserverbundkunststoff-Bewehrung. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen. Lehrstuhl und Institut für Massivbau.
- Nitsch, A.** (2001): Spannbetonfertigteile mit teilweiser Vorspannung aus hochfestem Beton. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen.
- Nkurunziza, G.; Benmokrane, B.; Debaiky, A. S.; Masmoudi, R.** (2005): Effect of Sustained Load and Environment on Long-Term Tensile Properties of Glass Fiber-Reinforced Polymer Reinforcing Bars. In: *SJ* 102 (4).
- Osman-Letelier, J. P.; Hückler, A.; Schlaich, M.** (2021): Dünnwandige Fertigteile aus vorgespanntem Carbonbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 116 (10), S. 786–797.
- Papoulis, A.; Pillai, S. U.** (2002): Probability, Random Variables and Stochastic Processes. 4. Aufl. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- Park, J.-M.; Shin, W.-G.; Yoon, D.-J.** (1999): A study of interfacial aspects of epoxy-based composites reinforced with dual basalt and SiC fibres by means of the fragmentation and acoustic emission techniques. In: *Composites Science and Technology* 59, S. 355–370. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00085-2.
- Park, S.-J.** (2018): Carbon Fibers. Singapore: Springer Singapore (210).
- Pavlović, A.; Donchev, T.; Petkova, D.; Limbachiya, M.; Almuhausen, R.** (2019): Pre-tensioned BFRP reinforced concrete beams: Flexural behaviour and estimation of initial prestress losses. Concrete Solutions, 2019.
- Pearson, M.; Donchev, T.** (2013): Experimental Study on the Behavior of Prestressed Concrete Beams with Internal BFRP Reinforcement. FRPRCS11. Guimaraes, 2013.

- Pfeiffer, U.** (2004): Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahl- oder Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung. Dissertation. Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg.
- Pirayeh Gar, S.** (2012): Structural performance of a full-depth precast bridge deck system prestressed and reinforced with AFRP bars. Dissertation. Texas A&M University.
- Powers, T. C.; Brownyard, T. L.** (1947): Studies of the Physical Properties of Hardened Portland Cement Paste. In: *JP* 43 (9). DOI: 10.14359/15306.
- prEN 1992-1-1** (2021): Eurocode 2: Design of concrete structures — Part 1-1: General rules — Rules for buildings, bridges and civil engineering structures (draft). European Committee for Standardization.
- Quast, U.** (1981): Zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 76 (10), S. 247–250.
- Quast, U.; Busjaeger, D.** (1990): Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Boegung und Längskraft. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 415. Berlin: Beuth Verlag.
- Rackwitz, R.** 1997: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen. In: Gerhard Mehlhorn (Hg.): Der Ingenieurbau. Grundwissen in 9 Bänden, Band 8 Tragwerkszuverlässigkeit/Einwirkungen. Berlin: Ernst & Sohn.
- Rasch, C.** (1962): Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 154. Berlin: Beuth Verlag.
- Rehm, G.** (1961): Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 138. Berlin: Ernst & Sohn.
- Rehm, G.; Eligehausen, R.** (1977): Einfluß einer nicht ruhenden Belastung auf das Verbundverhalten von Rippenstählen. In: *Betonwerk + Fertigteil-Technik* (6), S. 295–299.
- Rempel, S.; Ricker, M.; Hegger, J.** (2020): Zuverlässigkeitsanalyse für biegebeanspruchte Textilbetonbauteile. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 115 (9), S. 697–709. DOI: 10.1002/best.201900090.
- Rombach, G.** (2010): Spannbetonbau. 2. aktualisierte Auflage. Berlin: Ernst & Sohn.
- Rose, P. G.** (1981): Hochfeste C-Fasern auf PAN-Basis, Einsatzformen und Eigenschaften im CFK-Verbund. In: VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik (Hg.): Verarbeiten und Anwenden kohlenstofffaserverstärkter Kunststoffe. Düsseldorf: VDI-Verlag, S. 5–39.

- Rossini, M.; Saqan, E.; Nanni, A.** (2019): Prediction of the creep rupture strength of GFRP bars. In: *Construction and Building Materials* 227, S. 116620. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2019.08.001.
- Ruhnau, J.; Kupfer, H.** (1977): Spaltzug-, Stirnzug- und Schubbewehrung im Eintragungsbereich von Spannbett-Trägern. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (7), S. 175–179.
- Rüsch, H.; Jungwirth, D.** (1976): Stahlbeton-Spannbeton. Band 2: Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke. Düsseldorf: Werner-Verlag.
- Saeed, Y.** (2016): Behavior of Prestressed Concrete Beams with CFRP Strands. Thesis. Portland State University.
- Sayed-Ahmed, M.; Hajimiragha, B.; Hajimiragha, B.; Mohamed, K.; Benmokrane, B.** (2017): Creep Rupture and Creep Behaviour of Newly Third Generation GFRP Bars Subjected to Sustained Loads. In: *CDCC 2017 Fifth International Conference on Durability of FRP Composites for Construction and Rehabilitation of Structures*.
- Schacht, G.; Müller, L.; Curbach, M.; Marx, S.** (2013): Schubbruchgefahr von hochbautypischen Stahlbetonplattentragwerken. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 108 (9), S. 592–602.
- Scheffler, C.; Förster, T.; Mäder, E.; Heinrich, G.; Hempel, S.; Mechtcherine, V.** (2009): Aging of alkali-resistant glass and basalt fibers in alkaline solutions: Evaluation of the failure stress by Weibull distribution function. In: *Journal of Non-Crystalline Solids* 355 (52-54), S. 2588–2595. DOI: 10.1016/j.jnoncrysol.2009.09.018.
- Schlaich, M.; Apitz, A.; Jesse, F.** (2020): Brücken aus vorgespanntem Carbonbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 115 (9), S. 684–696. DOI: 10.1002/best.202000018.
- Schlaich, M.; Zwingmann, B.; Liu, Y.; Goller, R.** (2012): Zugelemente aus CFK und ihre Verankerungen. In: *Bautechnik* 89 (Heft 12), S. 841–850.
- Schneider, J.; Kuntsche, J.; Schula, S.; Schneider, F.; Wörner, J.-D.** (2016): Glasbau. Grundlagen - Berechnung - Konstruktion. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Schöck Bauteile GmbH (2019): Technische Information - Schöck Combar. Baden-Baden.
- Schumann, A.; May, M.; Curbach, M.** (2018): Carbonstäbe im Bauwesen. Teil 1: Grundlegende Materialcharakteristiken. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 113 (12), S. 868–876. DOI: 10.1002/best.201800077.
- Schürmann, H.** (2007): Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden. 2., bearb. und erw. Aufl. Berlin: Springer.

- Selvachandran, P.; Anandakumar, S.; Muthuramu, K. L.** (2016): Deflection Behavior of Prestressed Concrete Beam using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Tendon. In: *The Open Civil Engineering Journal* 10 (1), S. 40–60. DOI: 10.2174/1874149501610010040.
- Sen, R.; Shahawy, M.; Rosas, J.; Sukumar, S.** (1998): Durability of Aramid Pretensioned Elements in a Marine Environment. In: *ACI Structural Journal* 95 (5). DOI: 10.14359/572.
- Shahidi, F.** (2003): Bond degradation between FRP bars and concrete under sustained loads. Dissertation. University of Saskatchewan, Saskatoon.
- Shen, J.-H.** (1992): Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAfStb Heft 432. Berlin: Beuth Verlag.
- Shi, J.; Wang, X.; Huang, H.; Wu, Z.** (2017): Relaxation behavior of prestressing basalt fiber-reinforced polymer tendons considering anchorage slippage. In: *Journal of Composite Materials* 51 (9), S. 1275–1284. DOI: 10.1177/0021998316673893.
- Sim, J.; Park, C.; Moon, D. Y.** (2005): Characteristics of basalt fiber as a strengthening material for concrete structures. In: *Composites Part B: Engineering* 36 (6-7), S. 504–512. DOI: 10.1016/j.compositesb.2005.02.002.
- Singh, M.** (2014): Long Term and Short Term Deflection of GFRP Prestressed Concrete Slabs. Thesis. University of Manitoba, Winnipeg.
- Sovjak, R.; Havlasek, P.; Vitek, J.** (2018): Long-term behavior of concrete slabs prestressed with CFRP rebars subjected to four-point bending. In: *Construction and Building Materials* 188, S. 781–792.
- Spaethe, G.** (1992): Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. 2. Aufl. Wien: Springer-Verlag.
- Stoll, F.; Saliba, J. E.; Casper, L. E.** (2000): Experimental study of CFRP-prestressed high-strength concrete bridge beams. In: *Composite Structures* 49 (2), S. 191–200.
- Sverdrup, H. U.; Koca, D.; Schlyter, P.** (2017): A Simple System Dynamics Model for the Global Production Rate of Sand, Gravel, Crushed Rock and Stone, Market Prices and Long-Term Supply Embedded into the WORLD6 Model. In: *Biophys Econ Resour Qual* 2 (2). DOI: 10.1007/s41247-017-0023-2.
- Teschner, R.** (2013): Glasfasern. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Thorhallsson, E. R.; Zhelyazov, T.; Gunnarsson, A.; Snaebjörnsson, J. T.** (2015): Concrete beams reinforced with prestressed basalt bars. Concrete - Innovation and Design, fib Symposium. Copenhagen, May 18-20, 2015.

- Trost, H.** (1967): Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 1967 (10/11), 230-238, 261-269.
- Trost, H.** (1987): Dischingers grundlegende Arbeiten und neuere Erkenntnisse über die Auswirkungen zeitabhängigen Werkstoffverhaltens in vorgespannten und nicht-vorgespannten Stahlbetonkonstruktionen. In: Manfred Specht (Hg.): *Spannweite der Gedanken - Zur 100. Wiederkehr des Geburtstages von Franz Dischinger*. Berlin: Springer-Verlag, S. 213–226.
- U.S. Geological Survey** (2022): Mineral commodity summaries 2022: US Geological Survey.
- UNEP** (2019): Sand and Sustainability. Finding new solutions for environmental governance of global sand resources. Geneva, Switzerland: United Nations Environment Programme.
- Ushijima, K.; Enomoto, T.; Kose, N.; Yamamoto, Y.** (2016): Field deployment of CFRP in bridge applications. In: *PCI Journal* 61 (5), S. 29–37.
- Vilanova, I.; Baena, M.; Torres, L.; Barris, C.** (2015): Experimental study of bond-slip of GFRP bars in concrete under sustained loads. In: *Composites Part B: Engineering* 74, S. 42–52.
- Wallenberger, F. T.; Watson, J. C.; Li, H.** (2001): Glass Fibres. In: D. B. Miracle und S. L. Donaldson (Hg.): *ASM Handbook Volume 21: Composites*. Hertfordshire: American Technical Publishers Ltd.
- Wang, X.; Shi, J.; Liu, J.; Yang, L.; Wu, Z.** (2014): Creep behavior of basalt fiber reinforced polymer tendons for prestressing application. In: *Materials & Design* 59, S. 558–564. DOI: 10.1016/j.matdes.2014.03.009.
- Weber, A.** (2018): Pruefkonzepte für Bewehrungsmaterialien mit zeitabhaengigen Widerstaenden. In: *Bauingenieur* 93 (7/8), S. 323–330.
- Weibull, W.** (1951): A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. In: *Journal of Applied Mechanics* 18 (3), S. 293–297. DOI: 10.1115/1.4010337.
- Wiederhorn, S. M.; Bolz, L. H.** (1970): Stress Corrosion and Static Fatigue of Glass. In: *J American Ceramic Society* 53 (10), S. 543–548. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1970.tb15962.x.
- Wischers, G.; Lusche, M.** (1972): Einfluss der inneren Spannungsverteilung das Tragverhalten von druckbeanspruchtem Normal und Leichtbeton. In: *Betontechnische Berichte* 72, S. 135–163.

- Witten, E.** (2014): Handbuch Faserverbundkunststoffe/Composites. Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen. AVK-Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe e. V. (Hrsg.). 4. Aufl. Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Witten, E.; Schuster, A.** (2022): Der europäische Markt für Faserverstärkte Kunststoffe / Composites 2021. Marktentwicklungen, Trends, Herausforderungen und Ausblicke. Hg. v. AVK-Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe e. V.
- Wolf, B.; Glomb, D. S.; Kustermann, A.; Dauberschmidt, C.** (2019): Untersuchung des Zug- und Verbundverhaltens von Basaltfaserverstärkter Kunststoff-Stabbewehrung in Beton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 114 (7), S. 454–464. DOI: 10.1002/best.201900019.
- Wolff, R.; Mießeler, H.-J.** (1989): HLV-Spannglieder in der Praxis. Erfahrungen mit Glasfaserverbundstäben. In: *Beton* 89 (2), S. 47–51.
- Wulfhorst, B.; Bischoff, T.; Schneider, M.** (1998): Textile Fasern. In: Sachstandbericht zum Einsatz von Textilien im Massivbau DafStb Heft 488, S. 17–29.
- Yang, D.; Zhang, J.; Song, S.; Zhou, F.; Wang, C.** (2018): Experimental Investigation on the Creep Property of Carbon Fiber Reinforced Polymer Tendons under High Stress Levels. In: *Materials (Basel, Switzerland)* 11 (11). DOI: 10.3390/ma11112273.
- Youssef, T.; Benmokrane, B.** (2011): Creep Behaviour and Residual Tensile Properties of GFRP Reinforcing Bars Subjected to Different Sustained Service Loads. In: *ACI Special Publication* Vol. 275, pp. 39 (1–20).
- Youssef, T. A.** (2010): Time-dependent behaviour of fibre reinforced polymer (FRP) bars and frp reinforced concrete beams under sustained load. Dissertation. Department of Civil Engineering, University of Sherbrooke, Sherbrooke, Quebec, Canada.
- Zawam, M. H. M.** (2015): Long-Term Behaviour of GFRP Prestressed Concrete Beams. Dissertation. University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.
- Zilch, K.; Donaubaue, U.** (2006): Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - DAFStb Heft 533. Berlin: Beuth Verlag.
- Zilch, K.; Zehetmaier, G.** (2010): Bemessung im konstruktiven Betonbau. Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 2., neu bearb. und erw. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Zinck, P.; Pays, M. F.; Rezakhanlou, R.; Gerard, J. F.** (1999): Mechanical characterisation of glass fibres as an indirect analysis of the effect of surface treatment. In: *Journal of Materials Science* 34, S. 2121–2133.

**Zink, M.** (2000): Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung. Dissertation. Universität Leipzig, Leipzig.

**Zintel, M.; Angst, U.; Keßler, S.; Gehlen, C.** (2014): Epoxidharzbeschichtete Bewehrung. Neue Erkenntnisse nach zwei Jahrzehnten Praxiserfahrung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 109 (1), S. 3–14.

**Zou, P. X. W.** (2003a): Flexural Behavior and Deformability of Fiber Reinforced Polymer Prestressed Concrete Beams. In: *J. Compos. Constr.* 7 (4), S. 275–284.

**Zou, P. X. W.** (2003b): Long-Term Deflection and Cracking Behavior of Concrete Beams Prestressed with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Tendons. In: *J. Compos. Constr.* 7 (3), S. 187–193. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2003)7:3(187).

**Zou, P. X. W.** (2003c): Theoretical Study on Short-Term and Long-Term Deflections of Fiber Reinforced Polymer Prestressed Concrete Beams. In: *J. Compos. Constr.* 7 (4), S. 285–291.

# Anhang



---

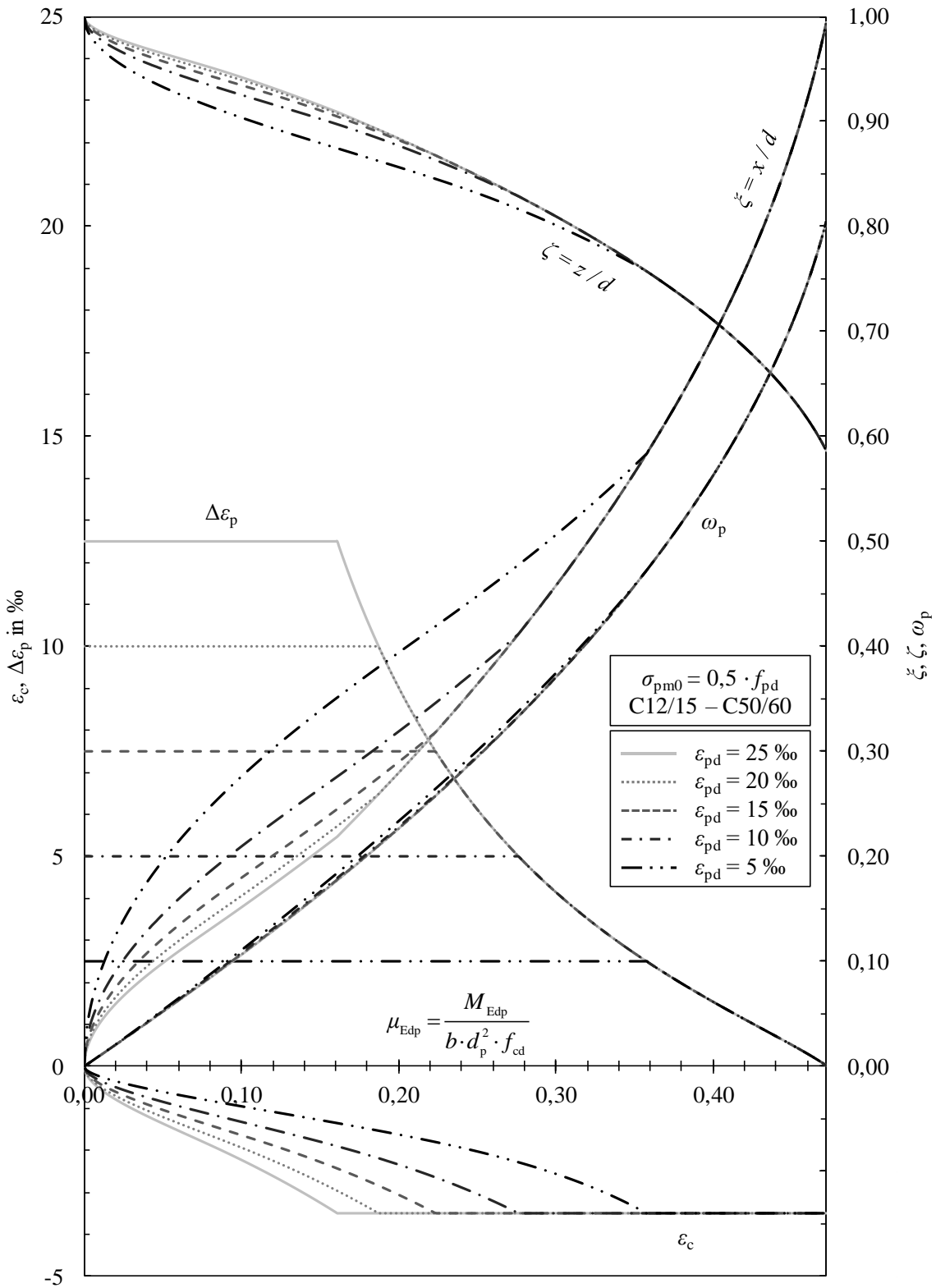
**ANHANG**

<b>Anhang A – Bemessungshilfsmittel .....</b>	<b>244</b>
Anhang A-1  Bemessungsdiagramme für Biegung mit Längskraft .....	244
Anhang A-2  Bemessungstabellen für Biegung mit Längskraft.....	250
Anhang A-3  Nomogramme zur Bestimmung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit $\lambda^*$ .....	257
Anhang A-4  Tabellen zur Bestimmung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit $\lambda^*$ .....	262
Anhang A-5  Hilfsmittel zur Ermittlung der bezogenen Betondruckzonenhöhe $\xi$ im Zustand II.....	267
<b>Anhang B – Versuchsdatenbanken .....</b>	<b>275</b>
Anhang B-1  FVK-Bewehrung unter statischer Dauerzugbeanspruchung .....	275
Anhang B-2  Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter statischer Kurzzeitbeanspruchung .....	277
Anhang B-3  Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter statischer Dauerbeanspruchung .....	280
<b>Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen .....</b>	<b>281</b>
Anhang C-1  Materialparameter der GFVK-Bewehrung unter Kurzzeitzugbeanspruchung .....	281
Anhang C-2  Relaxationsverhalten der GFVK-Bewehrung unter statischer Dauerzugbeanspruchung .....	282
Anhang C-3  Verbundversuche .....	285
Anhang C-4  Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung .....	289
Anhang C-5  Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung .....	298

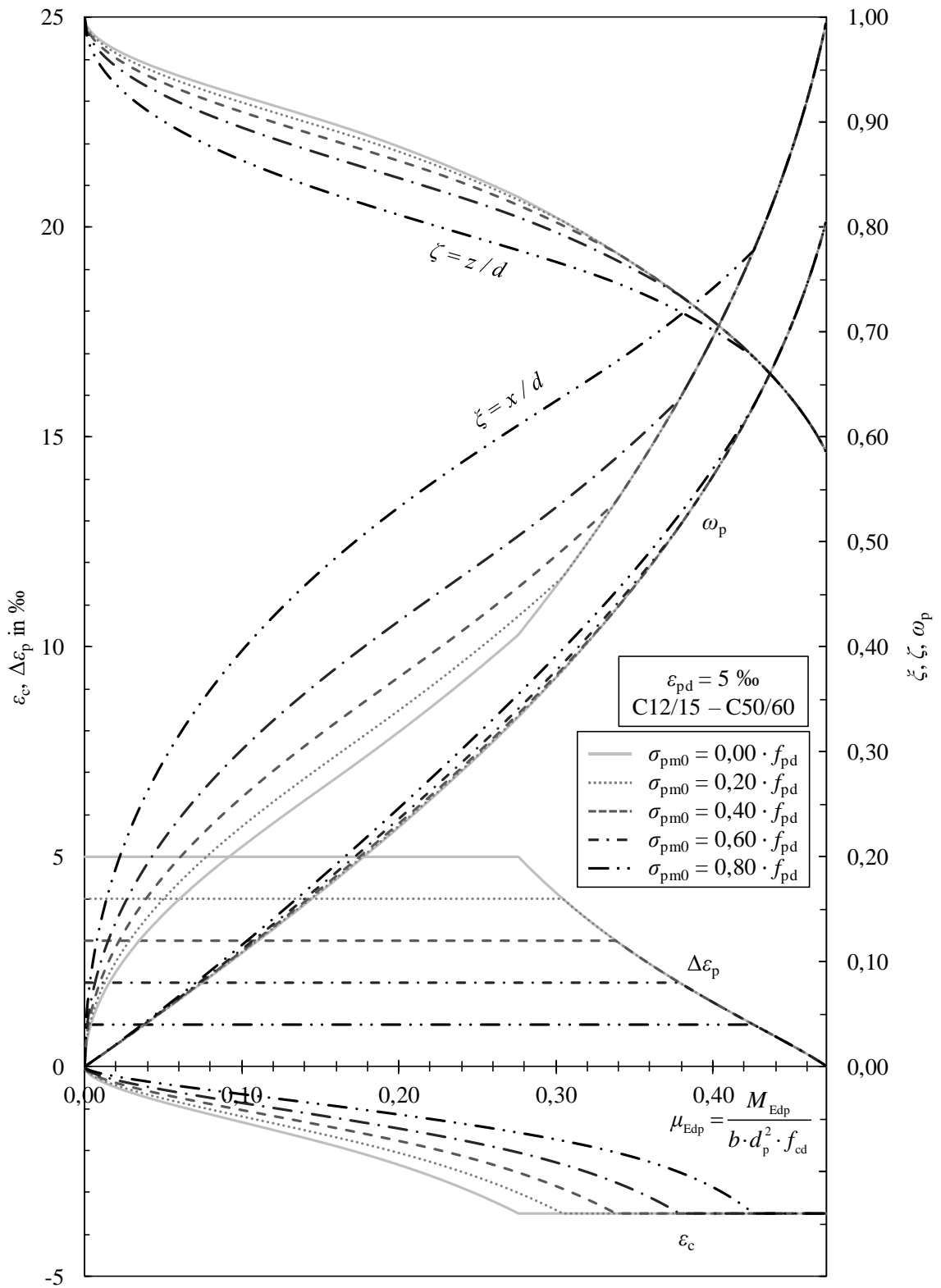
## Anhang A – Bemessungshilfsmittel

### Anhang A-1 Bemessungsdiagramme für Biegung mit Längskraft

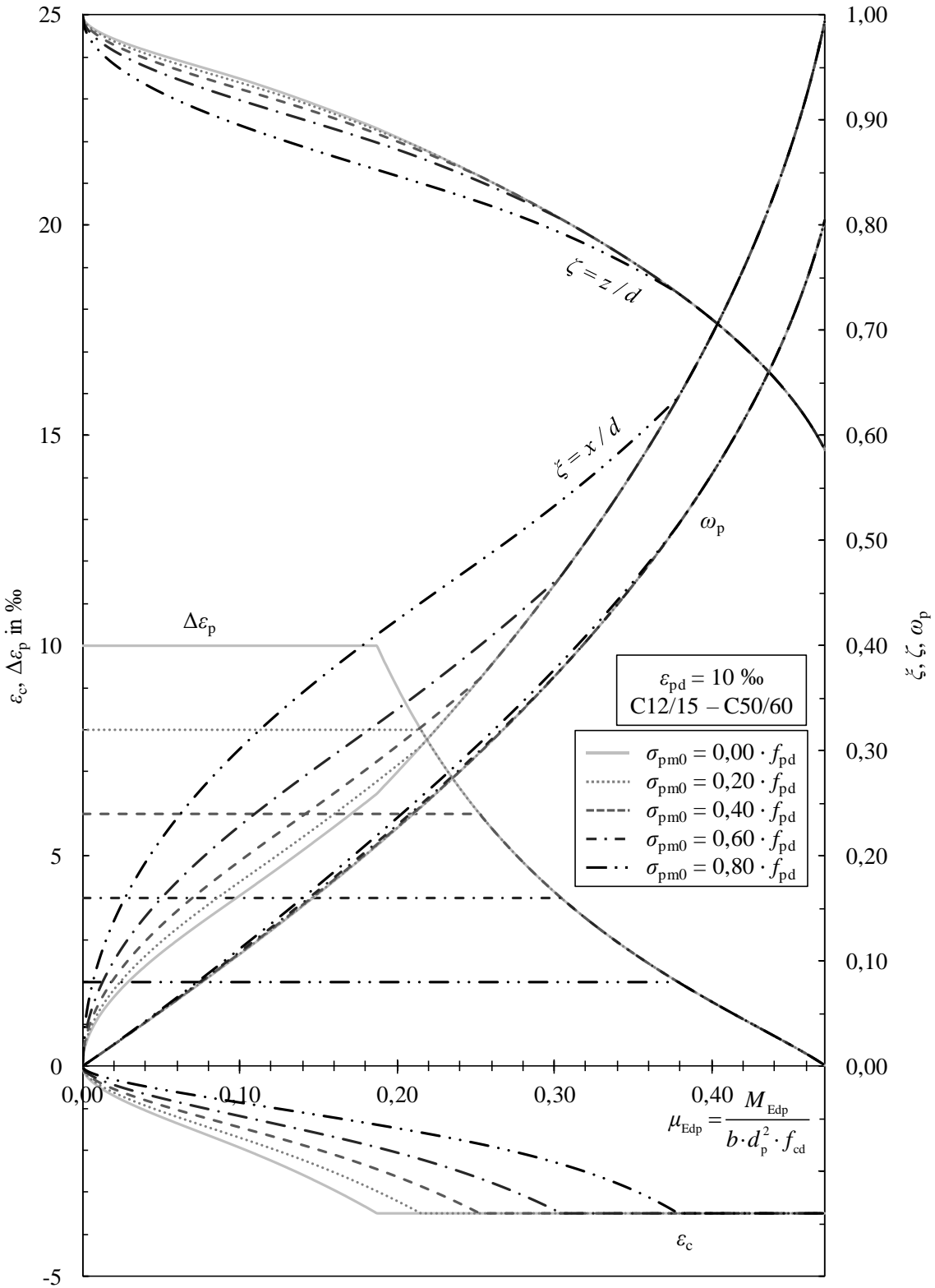
Vorspannung  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  & Spanngliedbruchdehnung variabel



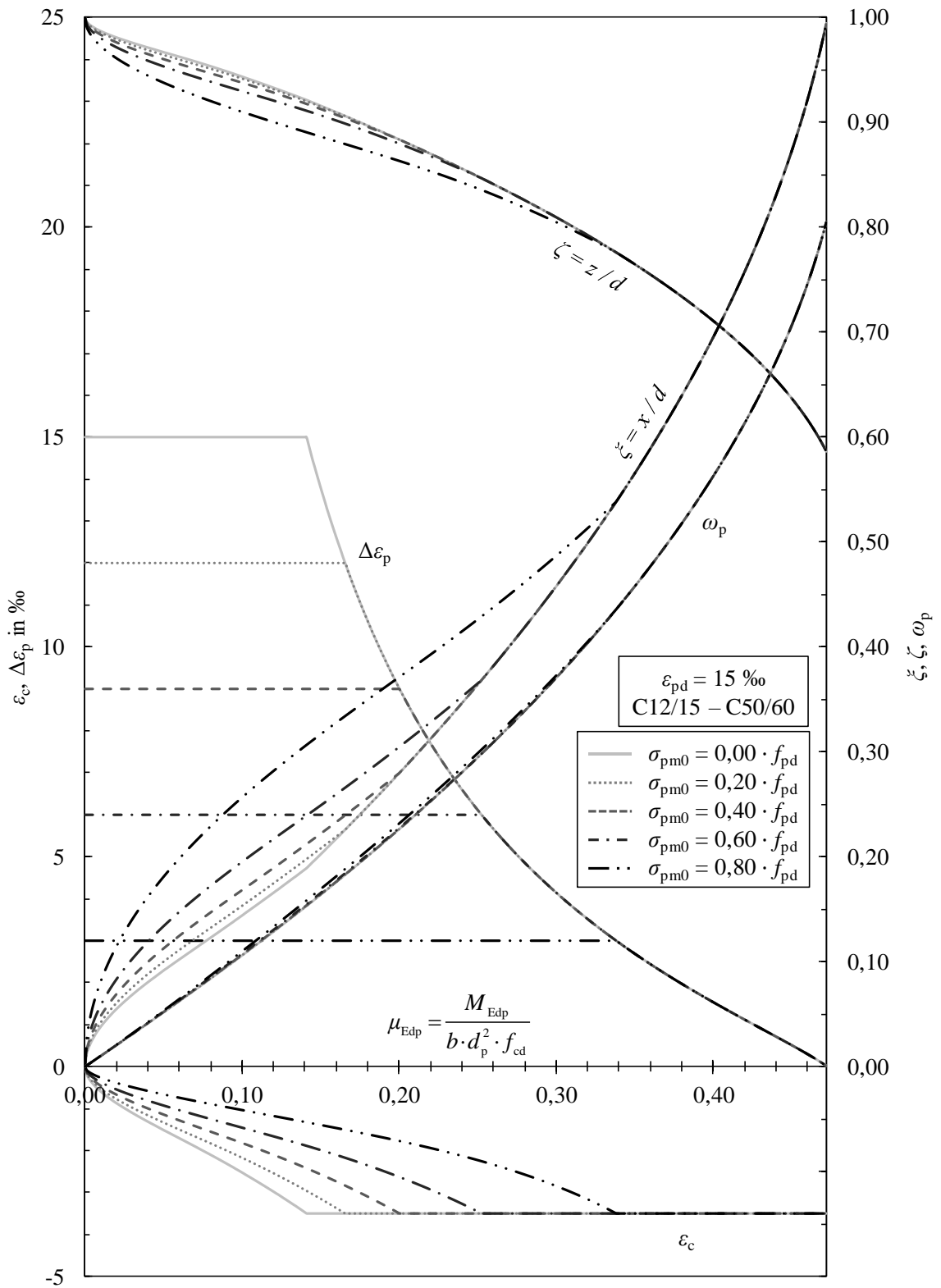
Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$  & Vorspannung variabel



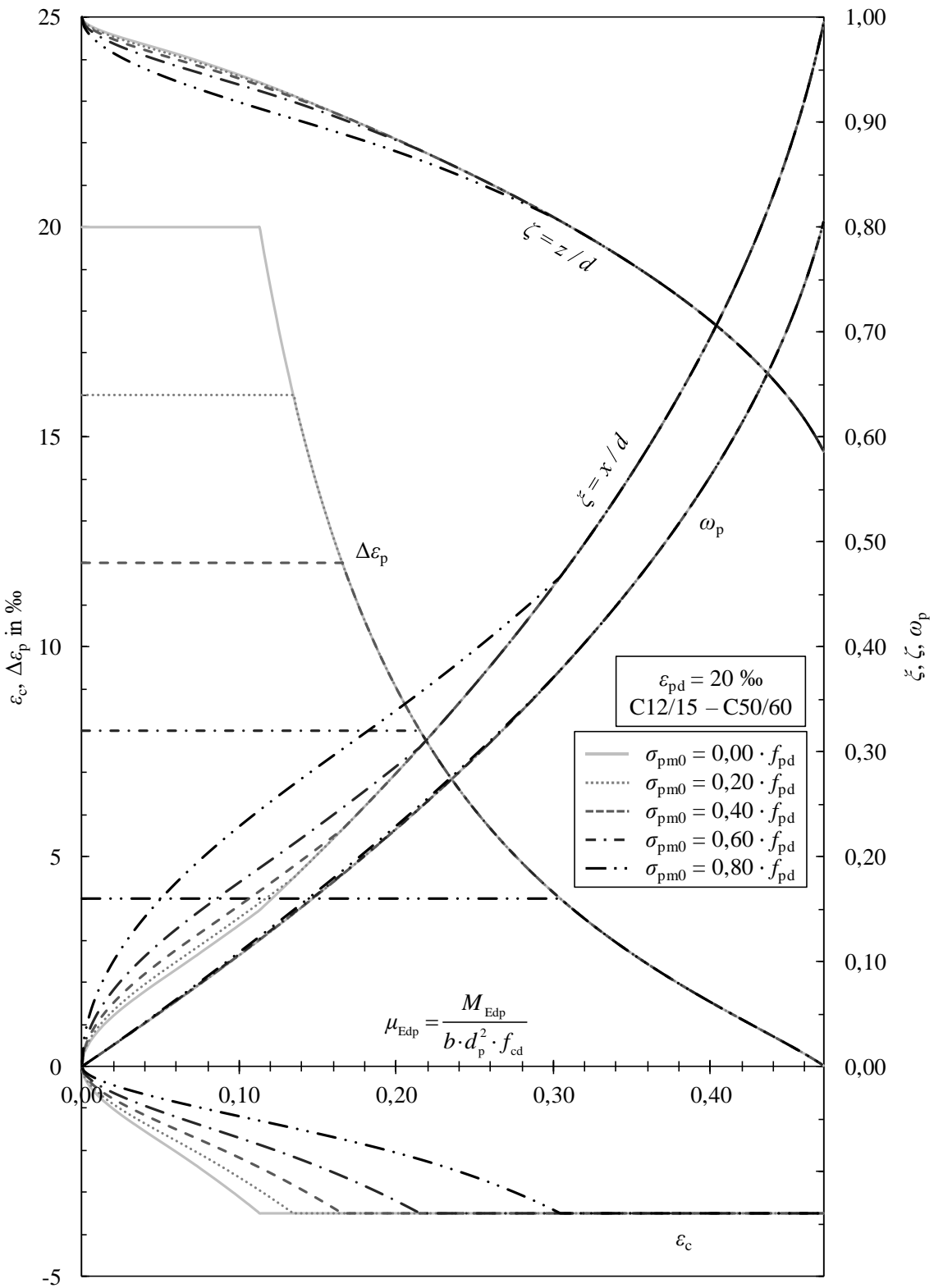
Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 10\%$  & Vorspannung variabel



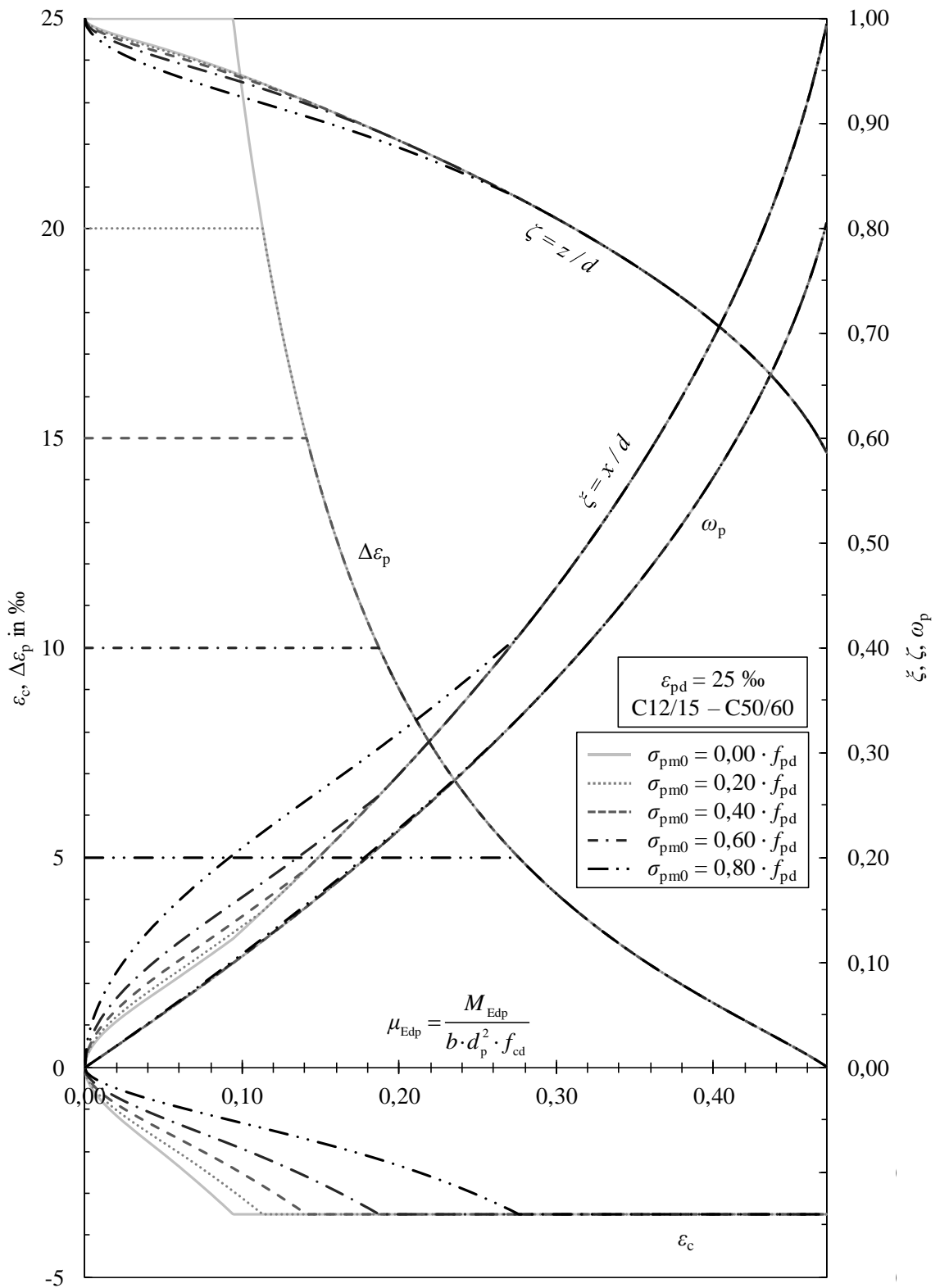
Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$  & Vorspannung variabel



Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$  & Vorspannung variabel



Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$  & Vorspannung variabel



**Anhang A-2 Bemessungstabellen für Biegung mit Längskraft**

**Vorspannung  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  & Spanngliedbruchdehnung variabel**

$\epsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$						$\epsilon_{pd} = 10 \text{ ‰}$						$\epsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$					
$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$	$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$	$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	2,50	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	5,00	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	7,50	0,00
0,010	0,0103	0,970	0,089	2,50	-0,24	0,010	0,0102	0,978	0,064	5,00	-0,34	0,010	0,0102	0,982	0,053	7,50	-0,42
0,020	0,0209	0,958	0,125	2,50	-0,36	0,020	0,0206	0,969	0,091	5,00	-0,50	0,020	0,0205	0,974	0,075	7,50	-0,61
0,030	0,0317	0,948	0,152	2,50	-0,45	0,030	0,0312	0,962	0,111	5,00	-0,63	0,030	0,0310	0,968	0,093	7,50	-0,77
0,040	0,0426	0,940	0,176	2,50	-0,53	0,040	0,0419	0,955	0,129	5,00	-0,74	0,040	0,0416	0,962	0,108	7,50	-0,91
0,050	0,0536	0,933	0,196	2,50	-0,61	0,050	0,0526	0,950	0,145	5,00	-0,85	0,050	0,0522	0,957	0,122	7,50	-1,04
0,060	0,0648	0,926	0,214	2,50	-0,68	0,060	0,0635	0,944	0,159	5,00	-0,95	0,060	0,0630	0,953	0,134	7,50	-1,16
0,070	0,0761	0,920	0,231	2,50	-0,75	0,070	0,0745	0,939	0,173	5,00	-1,04	0,070	0,0738	0,948	0,146	7,50	-1,28
0,080	0,0875	0,914	0,247	2,50	-0,82	0,080	0,0856	0,935	0,186	5,00	-1,14	0,080	0,0848	0,943	0,158	7,50	-1,40
0,090	0,0990	0,909	0,262	2,50	-0,89	0,090	0,0968	0,930	0,198	5,00	-1,23	0,090	0,0958	0,939	0,169	7,50	-1,52
0,100	0,1107	0,904	0,276	2,50	-0,95	0,100	0,1081	0,925	0,209	5,00	-1,32	0,100	0,1070	0,935	0,180	7,50	-1,64
0,110	0,1224	0,899	0,290	2,50	-1,02	0,110	0,1195	0,921	0,221	5,00	-1,42	0,110	0,1183	0,930	0,190	7,50	-1,76
0,120	0,1343	0,894	0,302	2,50	-1,08	0,120	0,1310	0,916	0,232	5,00	-1,51	0,120	0,1297	0,925	0,201	7,50	-1,88
0,130	0,1463	0,889	0,315	2,50	-1,15	0,130	0,1426	0,912	0,243	5,00	-1,60	0,130	0,1412	0,921	0,211	7,50	-2,01
0,140	0,1584	0,884	0,327	2,50	-1,21	0,140	0,1543	0,907	0,254	5,00	-1,70	0,140	0,1529	0,916	0,222	7,50	-2,14
0,150	0,1706	0,879	0,339	2,50	-1,28	0,150	0,1662	0,903	0,264	5,00	-1,80	0,150	0,1648	0,911	0,233	7,50	-2,28
0,160	0,1829	0,875	0,350	2,50	-1,35	0,160	0,1782	0,898	0,275	5,00	-1,90	0,160	0,1768	0,905	0,244	7,50	-2,42
0,170	0,1953	0,870	0,361	2,50	-1,41	0,170	0,1904	0,893	0,286	5,00	-2,00	0,170	0,1890	0,900	0,255	7,50	-2,57
0,180	0,2079	0,866	0,372	2,50	-1,48	0,180	0,2028	0,888	0,297	5,00	-2,11	0,180	0,2013	0,894	0,267	7,50	-2,73
0,190	0,2206	0,861	0,383	2,50	-1,55	0,190	0,2153	0,882	0,308	5,00	-2,22	0,190	0,2140	0,888	0,278	7,50	-2,89
0,200	0,2335	0,856	0,394	2,50	-1,63	0,200	0,2281	0,877	0,319	5,00	-2,34	0,200	0,2267	0,882	0,290	7,50	-3,06
0,210	0,2465	0,852	0,405	2,50	-1,70	0,210	0,2410	0,871	0,330	5,00	-2,47	0,210	0,2397	0,876	0,302	7,50	-3,24
0,220	0,2597	0,847	0,415	2,50	-1,78	0,220	0,2542	0,865	0,342	5,00	-2,60	0,220	0,2529	0,870	0,314	7,50	-3,43
0,230	0,2731	0,842	0,426	2,50	-1,86	0,230	0,2677	0,859	0,354	5,00	-2,74	0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2867	0,837	0,437	2,50	-1,94	0,240	0,2814	0,853	0,366	5,00	-2,89	0,240	0,2805	0,856	0,347	6,60	-3,50
0,250	0,3007	0,832	0,448	2,50	-2,03	0,250	0,2953	0,847	0,378	5,00	-3,04	0,250	0,2945	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3148	0,826	0,459	2,50	-2,12	0,260	0,3096	0,840	0,391	5,00	-3,21	0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3292	0,820	0,470	2,50	-2,22	0,270	0,3241	0,833	0,403	5,00	-3,38	0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3440	0,814	0,482	2,50	-2,33	0,280	0,3391	0,826	0,419	4,85	-3,50	0,280	0,3390	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3590	0,808	0,494	2,50	-2,44	0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50	0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3746	0,801	0,506	2,50	-2,56	0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50	0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3903	0,794	0,519	2,50	-2,69	0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50	0,310	0,3868	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4065	0,787	0,531	2,50	-2,84	0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50	0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4233	0,780	0,545	2,50	-2,99	0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50	0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4405	0,772	0,558	2,50	-3,16	0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50	0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4583	0,764	0,572	2,50	-3,35	0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50	0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50	0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50	0,360	0,4767	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4969	0,745	0,614	2,20	-3,50	0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50	0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50	0,380	0,5177	0,734	0,639	1,97	-3,50	0,380	0,5176	0,734	0,639	1,97	-3,50
0,390	0,5395	0,723	0,666	1,75	-3,50	0,390	0,5396	0,723	0,666	1,75	-3,50	0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50	0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50	0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50	0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50	0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6131	0,685	0,757	1,12	-3,50	0,420	0,6132	0,685	0,757	1,12	-3,50	0,420	0,6132	0,685	0,757	1,12	-3,50
0,430	0,6411	0,671	0,792	0,92	-3,50	0,430	0,6413	0,671	0,792	0,92	-3,50	0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6722	0,655	0,830	0,72	-3,50	0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50	0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50	0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50	0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50	0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50	0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7937	0,592	0,980	0,07	-3,50	0,470	0,7937	0,592	0,980	0,07	-3,50	0,470	0,7942	0,592	0,981	0,07	-3,50
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	-3,50	0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	-3,50	0,472	0,8046	0,587	0,994	0,02	-3,50



**Vorspannung  $\sigma_{pm0} = 0,5 \cdot f_{pd}$  & Spanngliedbruchdehnung variabel (Fortsetzung)**

$\varepsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$						$\varepsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$					
$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\varepsilon_p$	$\varepsilon_c$	$\mu_{Edp}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\varepsilon_p$	$\varepsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	10,00	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	12,50	0,00
0,010	0,0102	0,984	0,046	10,00	-0,48	0,010	0,0102	0,986	0,041	12,50	-0,54
0,020	0,0205	0,977	0,066	10,00	-0,70	0,020	0,0204	0,979	0,059	12,50	-0,79
0,030	0,0309	0,972	0,082	10,00	-0,89	0,030	0,0309	0,974	0,074	12,50	-1,00
0,040	0,0414	0,967	0,095	10,00	-1,05	0,040	0,0413	0,969	0,087	12,50	-1,19
0,050	0,0520	0,962	0,108	10,00	-1,21	0,050	0,0518	0,965	0,098	12,50	-1,36
0,060	0,0627	0,957	0,119	10,00	-1,36	0,060	0,0625	0,960	0,109	12,50	-1,54
0,070	0,0735	0,953	0,131	10,00	-1,50	0,070	0,0732	0,956	0,120	12,50	-1,70
0,080	0,0843	0,948	0,141	10,00	-1,65	0,080	0,0841	0,952	0,130	12,50	-1,88
0,090	0,0953	0,944	0,152	10,00	-1,79	0,090	0,0951	0,947	0,141	12,50	-2,05
0,100	0,1064	0,939	0,162	10,00	-1,94	0,100	0,1062	0,942	0,151	12,50	-2,23
0,110	0,1177	0,935	0,173	10,00	-2,09	0,110	0,1174	0,937	0,162	12,50	-2,42
0,120	0,1291	0,930	0,184	10,00	-2,25	0,120	0,1288	0,932	0,173	12,50	-2,61
0,130	0,1406	0,925	0,194	10,00	-2,41	0,130	0,1404	0,926	0,184	12,50	-2,82
0,140	0,1523	0,919	0,205	10,00	-2,58	0,140	0,1520	0,921	0,195	12,50	-3,03
0,150	0,1642	0,914	0,216	10,00	-2,76	0,150	0,1639	0,915	0,206	12,50	-3,25
0,160	0,1762	0,908	0,228	10,00	-2,95	0,160	0,1759	0,910	0,218	12,50	-3,48
0,170	0,1884	0,902	0,239	10,00	-3,14	0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56	-3,50
0,180	0,2008	0,897	0,251	10,00	-3,34	0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62	-3,50
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,78	-3,50	0,190	0,2134	0,890	0,264	9,78	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,279	9,02	-3,50	0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33	-3,50	0,210	0,2394	0,877	0,296	8,33	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50	0,220	0,2528	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50	0,230	0,2664	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,346	6,61	-3,50	0,240	0,2804	0,856	0,346	6,60	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50	0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50	0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50	0,270	0,3240	0,834	0,400	5,24	-3,50
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	-3,50	0,280	0,3391	0,826	0,419	4,85	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50	0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	-3,50	0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50	0,310	0,3868	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50	0,320	0,4037	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50	0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	-3,50	0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50	0,350	0,4574	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50	0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50	0,370	0,4969	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,639	1,97	-3,50	0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5395	0,723	0,666	1,75	-3,50	0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50	0,400	0,5628	0,711	0,695	1,53	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50	0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6133	0,685	0,758	1,12	-3,50	0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50	0,430	0,6410	0,671	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50	0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7066	0,637	0,873	0,51	-3,50	0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50	0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7937	0,592	0,981	0,07	-3,50	0,470	0,7932	0,592	0,980	0,07	-3,50
0,472	0,8048	0,586	0,994	0,02	-3,50	0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	-3,50

**Spannliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 5\%$  & Vorspannung variabel**

$\sigma_{pm0} = 0,0 \cdot f_{pd}$					
$f_{tE,sp}$	$\omega_{sp}$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_{sp}$	$\epsilon_{cc}$	
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00	0,00
0,010	0,0102	0,978	0,064	5,00	-0,34
0,020	0,0206	0,969	0,091	5,00	-0,50
0,030	0,0312	0,962	0,111	5,00	-0,63
0,040	0,0419	0,955	0,129	5,00	-0,74
0,050	0,0526	0,950	0,145	5,00	-0,85
0,060	0,0635	0,944	0,159	5,00	-0,95
0,070	0,0745	0,939	0,173	5,00	-1,04
0,080	0,0856	0,935	0,186	5,00	-1,14
0,090	0,0968	0,930	0,198	5,00	-1,23
0,100	0,1081	0,925	0,209	5,00	-1,32
0,110	0,1195	0,921	0,221	5,00	-1,42
0,120	0,1310	0,916	0,232	5,00	-1,51
0,130	0,1426	0,912	0,243	5,00	-1,60
0,140	0,1543	0,907	0,254	5,00	-1,70
0,150	0,1662	0,903	0,264	5,00	-1,80
0,160	0,1782	0,898	0,275	5,00	-1,90
0,170	0,1904	0,893	0,286	5,00	-2,00
0,180	0,2028	0,888	0,297	5,00	-2,11
0,190	0,2153	0,882	0,308	5,00	-2,22
0,200	0,2281	0,877	0,319	5,00	-2,34
0,210	0,2410	0,871	0,330	5,00	-2,47
0,220	0,2542	0,865	0,342	5,00	-2,60
0,230	0,2677	0,859	0,354	5,00	-2,74
0,240	0,2814	0,853	0,366	5,00	-2,89
0,250	0,2953	0,847	0,378	5,00	-3,04
0,260	0,3096	0,840	0,391	5,00	-3,21
0,270	0,3241	0,833	0,403	5,00	-3,38
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,85	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,639	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,666	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,671	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7937	0,592	0,980	0,07	-3,50
0,472	0,8044	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,2 \cdot f_{pd}$					
$f_{tE,sp}$	$\omega_{sp}$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_{sp}$	$\epsilon_{cc}$	
0,000	0,0000	1,000	0,000	4,00	0,00
0,010	0,0102	0,976	0,071	4,00	-0,30
0,020	0,0207	0,966	0,100	4,00	-0,45
0,030	0,0314	0,958	0,123	4,00	-0,56
0,040	0,0420	0,951	0,142	4,00	-0,66
0,050	0,0528	0,945	0,159	4,00	-0,76
0,060	0,0638	0,939	0,175	4,00	-0,85
0,070	0,0750	0,934	0,190	4,00	-0,94
0,080	0,0862	0,929	0,203	4,00	-1,02
0,090	0,0974	0,924	0,216	4,00	-1,10
0,100	0,1088	0,919	0,229	4,00	-1,19
0,110	0,1203	0,914	0,241	4,00	-1,27
0,120	0,1319	0,910	0,252	4,00	-1,35
0,130	0,1436	0,905	0,264	4,00	-1,43
0,140	0,1554	0,901	0,275	4,00	-1,51
0,150	0,1674	0,896	0,285	4,00	-1,60
0,160	0,1795	0,892	0,296	4,00	-1,68
0,170	0,1917	0,887	0,307	4,00	-1,77
0,180	0,2041	0,882	0,318	4,00	-1,86
0,190	0,2166	0,877	0,329	4,00	-1,96
0,200	0,2294	0,872	0,339	4,00	-2,06
0,210	0,2423	0,867	0,351	4,00	-2,16
0,220	0,2556	0,861	0,362	4,00	-2,27
0,230	0,2689	0,855	0,373	4,00	-2,38
0,240	0,2826	0,849	0,385	4,00	-2,50
0,250	0,2965	0,843	0,397	4,00	-2,63
0,260	0,3107	0,837	0,409	4,00	-2,77
0,270	0,3253	0,830	0,422	4,00	-2,92
0,280	0,3400	0,823	0,434	4,00	-3,07
0,290	0,3553	0,816	0,447	4,00	-3,24
0,300	0,3707	0,809	0,461	4,00	-3,42
0,310	0,3870	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4039	0,792	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,671	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7936	0,592	0,980	0,07	-3,50
0,472	0,8044	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,4 \cdot f_{pd}$					
$f_{tE,sp}$	$\omega_{sp}$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_{sp}$	$\epsilon_{cc}$	
0,000	0,0000	1,000	0,000	3,00	0,00
0,010	0,0103	0,973	0,081	3,00	-0,27
0,020	0,0208	0,961	0,115	3,00	-0,39
0,030	0,0318	0,952	0,140	3,00	-0,49
0,040	0,0424	0,945	0,162	3,00	-0,58
0,050	0,0533	0,938	0,181	3,00	-0,66
0,060	0,0644	0,932	0,198	3,00	-0,74
0,070	0,0756	0,926	0,214	3,00	-0,82
0,080	0,0869	0,920	0,229	3,00	-0,89
0,090	0,0983	0,915	0,243	3,00	-0,96
0,100	0,1099	0,910	0,257	3,00	-1,04
0,110	0,1215	0,905	0,269	3,00	-1,11
0,120	0,1333	0,900	0,282	3,00	-1,18
0,130	0,1452	0,896	0,294	3,00	-1,25
0,140	0,1572	0,891	0,305	3,00	-1,32
0,150	0,1692	0,886	0,317	3,00	-1,39
0,160	0,1814	0,882	0,328	3,00	-1,46
0,170	0,1938	0,877	0,339	3,00	-1,54
0,180	0,2062	0,873	0,350	3,00	-1,61
0,190	0,2189	0,868	0,360	3,00	-1,69
0,200	0,2317	0,863	0,371	3,00	-1,77
0,210	0,2446	0,858	0,382	3,00	-1,85
0,220	0,2578	0,853	0,393	3,00	-1,94
0,230	0,2712	0,848	0,404	3,00	-2,03
0,240	0,2848	0,843	0,415	3,00	-2,13
0,250	0,2987	0,837	0,426	3,00	-2,23
0,260	0,3129	0,831	0,438	3,00	-2,34
0,270	0,3273	0,825	0,450	3,00	-2,45
0,280	0,3422	0,818	0,462	3,00	-2,57
0,290	0,3572	0,812	0,474	3,00	-2,70
0,300	0,3727	0,805	0,487	3,00	-2,85
0,310	0,3886	0,798	0,500	3,00	-3,00
0,320	0,4049	0,790	0,513	3,00	-3,16
0,330	0,4217	0,783	0,527	3,00	-3,34
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4967	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5625	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5873	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,671	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7936	0,592	0,980	0,07	-3,50
0,472	0,8044	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,6 \cdot f_{pd}$					
$f_{tE,sp}$	$\omega_{sp}$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_{sp}$	$\epsilon_{cc}$	
0,000	0,0000	1,000	0,000	2,00	0,00
0,010	0,0103	0,967	0,098	2,00	-0,22
0,020	0,0210	0,953	0,138	2,00	-0,32
0,030	0,0318	0,943	0,168	2,00	-0,41
0,040	0,0428	0,934	0,194	2,00	-0,48
0,050	0,0541	0,926	0,216	2,00	-0,55
0,060	0,0653	0,919	0,236	2,00	-0,62
0,070	0,0767	0,913	0,254	2,00	-0,68
0,080	0,0883	0,906	0,271	2,00	-0,74
0,090	0,0999	0,901	0,287	2,00	-0,80
0,100	0,1117	0,895	0,302	2,00	-0,86
0,110	0,1236	0,890	0,316	2,00	-0,92
0,120	0,1356	0,885	0,330	2,00	-0,98
0,130	0,1478	0,880	0,344	2,00	-1,04
0,140	0,1600	0,875	0,356	2,00	-1,10
0,150	0,1725	0,870	0,368	2,00	-1,16
0,160	0,1849	0,865	0,380	2,00	-1,22
0,170	0,1975	0,861	0,391	2,00	-1,29
0,180	0,2102	0,856	0,402	2,00	-1,35
0,190	0,2231	0,852	0,414	2,00	-1,41
0,200	0,2361	0,847	0,424	2,00	-1,48
0,210	0,2493	0,842	0,435	2,00	-1,54
0,220	0,2626	0,838	0,446	2,00	-1,61
0,230	0,2761	0,833	0,456	2,00	-1,68
0,240	0,2897	0,828	0,467	2,00	-1,75
0,250	0,3036	0,823	0,478	2,00	-1,83
0,260	0,3177	0,818	0,488	2,00	-1,91
0,270	0,3321	0,813	0,499	2,00	-1,99
0,280	0,3469	0,807	0,510	2,00	-2,08
0,290	0,3619	0,801	0,521	2,00	-2,18
0,300	0,3772	0,795	0,533	2,00	-2,28
0,310	0,3930	0,789	0,545	2,00	-2,39
0,320	0,4092	0,782	0,557	2,00	-2,51
0,330	0,4259	0,775	0,569	2,00	-2,65
0,340					

**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 10\%$  & Vorspannung variabel**

		$\sigma_{pm0} = 0,0 \cdot f_{pd}$					
$f_{t,slp}$	$\sigma_{tp}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_e$		
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,000	10,00	0,00	
0,010	0,0102	0,984	0,046	10,00	0,00	-0,48	
0,020	0,0205	0,972	0,066	10,00	0,00	-0,70	
0,030	0,0309	0,972	0,082	10,00	0,00	-0,89	
0,040	0,0414	0,967	0,095	10,00	0,00	-1,05	
0,050	0,0520	0,962	0,108	10,00	0,00	-1,21	
0,060	0,0627	0,957	0,119	10,00	0,00	-1,36	
0,070	0,0735	0,953	0,131	10,00	0,00	-1,50	
0,080	0,0843	0,948	0,141	10,00	0,00	-1,65	
0,090	0,0953	0,944	0,152	10,00	0,00	-1,79	
0,100	0,1064	0,939	0,162	10,00	0,00	-1,94	
0,110	0,1177	0,935	0,173	10,00	0,00	-2,09	
0,120	0,1291	0,930	0,184	10,00	0,00	-2,25	
0,130	0,1406	0,925	0,194	10,00	0,00	-2,41	
0,140	0,1523	0,919	0,205	10,00	0,00	-2,58	
0,150	0,1642	0,914	0,216	10,00	0,00	-2,76	
0,160	0,1762	0,908	0,228	10,00	0,00	-2,95	
0,170	0,1884	0,902	0,239	10,00	0,00	-3,14	
0,180	0,2008	0,897	0,251	10,00	0,00	-3,34	
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,78	3,50	-3,50	
0,200	0,2263	0,884	0,279	9,02	3,50	-3,50	
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33	3,50	-3,50	
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	3,50	-3,50	
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	3,50	-3,50	
0,240	0,2804	0,856	0,346	6,61	3,50	-3,50	
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	3,50	-3,50	
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	3,50	-3,50	
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	3,50	-3,50	
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	3,50	-3,50	
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	3,50	-3,50	
0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	3,50	-3,50	
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	3,50	-3,50	
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	3,50	-3,50	
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	3,50	-3,50	
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	3,50	-3,50	
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	3,50	-3,50	
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	3,50	-3,50	
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	3,50	-3,50	
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	3,50	-3,50	
0,390	0,5395	0,723	0,666	1,75	3,50	-3,50	
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	3,50	-3,50	
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	3,50	-3,50	
0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	3,50	-3,50	
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	3,50	-3,50	
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	3,50	-3,50	
0,450	0,7065	0,637	0,873	0,51	3,50	-3,50	
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	3,50	-3,50	
0,470	0,7937	0,592	0,981	0,07	3,50	-3,50	
0,472	0,8048	0,586	0,994	0,02	3,50	-3,50	

		$\sigma_{pm0} = 0,2 \cdot f_{pd}$					
$f_{t,slp}$	$\sigma_{tp}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_e$		
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,000	8,00	0,00	
0,010	0,0102	0,983	0,051	8,00	0,00	-0,43	
0,020	0,0205	0,975	0,073	8,00	0,00	-0,63	
0,030	0,0311	0,969	0,090	8,00	0,00	-0,79	
0,040	0,0415	0,963	0,105	8,00	0,00	-0,94	
0,050	0,0522	0,958	0,118	8,00	0,00	-1,07	
0,060	0,0629	0,954	0,131	8,00	0,00	-1,20	
0,070	0,0737	0,949	0,143	8,00	0,00	-1,33	
0,080	0,0847	0,945	0,154	8,00	0,00	-1,45	
0,090	0,0957	0,940	0,165	8,00	0,00	-1,58	
0,100	0,1069	0,936	0,175	8,00	0,00	-1,70	
0,110	0,1181	0,931	0,186	8,00	0,00	-1,83	
0,120	0,1295	0,927	0,196	8,00	0,00	-1,96	
0,130	0,1410	0,922	0,207	8,00	0,00	-2,09	
0,140	0,1528	0,917	0,218	8,00	0,00	-2,23	
0,150	0,1646	0,911	0,229	8,00	0,00	-2,37	
0,160	0,1766	0,906	0,240	8,00	0,00	-2,51	
0,170	0,1888	0,900	0,251	8,00	0,00	-2,68	
0,180	0,2012	0,895	0,263	8,00	0,00	-2,85	
0,190	0,2138	0,889	0,274	8,00	0,00	-3,02	
0,200	0,2266	0,883	0,286	8,00	0,00	-3,21	
0,210	0,2395	0,877	0,298	8,00	0,00	-3,40	
0,220	0,2525	0,870	0,312	7,70	3,50	-3,50	
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	3,50	-3,50	
0,240	0,2803	0,856	0,346	6,61	3,50	-3,50	
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	3,50	-3,50	
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	3,50	-3,50	
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	3,50	-3,50	
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	3,50	-3,50	
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	3,50	-3,50	
0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	3,50	-3,50	
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	3,50	-3,50	
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	3,50	-3,50	
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	3,50	-3,50	
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	3,50	-3,50	
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	3,50	-3,50	
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	3,50	-3,50	
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	3,50	-3,50	
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	3,50	-3,50	
0,390	0,5395	0,723	0,666	1,75	3,50	-3,50	
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	3,50	-3,50	
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	3,50	-3,50	
0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	3,50	-3,50	
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	3,50	-3,50	
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	3,50	-3,50	
0,450	0,7065	0,637	0,873	0,51	3,50	-3,50	
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	3,50	-3,50	
0,470	0,7937	0,592	0,981	0,07	3,50	-3,50	
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	3,50	-3,50	

		$\sigma_{pm0} = 0,4 \cdot f_{pd}$					
$f_{t,slp}$	$\sigma_{tp}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_e$		
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,000	6,00	0,00	
0,010	0,0102	0,980	0,058	6,00	0,00	-0,37	
0,020	0,0206	0,972	0,083	6,00	0,00	-0,54	
0,030	0,0314	0,965	0,102	6,00	0,00	-0,69	
0,040	0,0417	0,959	0,119	6,00	0,00	-0,81	
0,050	0,0528	0,953	0,134	6,00	0,00	-0,93	
0,060	0,0635	0,948	0,147	6,00	0,00	-1,04	
0,070	0,0742	0,943	0,160	6,00	0,00	-1,14	
0,080	0,0852	0,939	0,172	6,00	0,00	-1,25	
0,090	0,0963	0,934	0,184	6,00	0,00	-1,35	
0,100	0,1075	0,930	0,195	6,00	0,00	-1,45	
0,110	0,1189	0,925	0,206	6,00	0,00	-1,56	
0,120	0,1304	0,921	0,217	6,00	0,00	-1,66	
0,130	0,1419	0,916	0,228	6,00	0,00	-1,77	
0,140	0,1536	0,912	0,238	6,00	0,00	-1,88	
0,150	0,1654	0,907	0,249	6,00	0,00	-1,99	
0,160	0,1774	0,902	0,260	6,00	0,00	-2,10	
0,170	0,1897	0,896	0,271	6,00	0,00	-2,23	
0,180	0,2020	0,891	0,282	6,00	0,00	-2,35	
0,190	0,2146	0,886	0,293	6,00	0,00	-2,49	
0,200	0,2273	0,880	0,305	6,00	0,00	-2,63	
0,210	0,2403	0,874	0,316	6,00	0,00	-2,78	
0,220	0,2536	0,868	0,328	6,00	0,00	-2,93	
0,230	0,2669	0,862	0,340	6,00	0,00	-3,09	
0,240	0,2807	0,855	0,353	6,00	0,00	-3,27	
0,250	0,2946	0,848	0,365	6,00	0,00	-3,45	
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	3,50	-3,50	
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	3,50	-3,50	
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	3,50	-3,50	
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	3,50	-3,50	
0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	3,50	-3,50	
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	3,50	-3,50	
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	3,50	-3,50	
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	3,50	-3,50	
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	3,50	-3,50	
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	3,50	-3,50	
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	3,50	-3,50	
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	3,50	-3,50	
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	3,50	-3,50	
0,390	0,5395	0,723	0,666	1,75	3,50	-3,50	
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	3,50	-3,50	
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	3,50	-3,50	
0,420	0,6132	0,685	0,758	1,12	3,50	-3,50	
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	3,50	-3,50	
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	3,50	-3,50	
0,450	0,7065	0,637	0,873	0,51	3,50	-3,50	
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	3,50	-3,50	
0,470	0,7937	0,592	0,981	0,07	3,50	-3,50	
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	3,50	-3,50	

		$\sigma_{pm0} = 0,6 \cdot f_{pd}$					
$f_{t,slp}$	$\sigma_{tp}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_e$		
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,000	4,00	0,00	
0,010	0,0102	0,976	0,071	4,00	0,00	-0,30	
0,020	0,0207	0,968	0,100	4,00	0,00	-0,45	
0,030	0,0314	0,965	0,123	4,00	0,00	-0,56	
0,040	0,0420	0,951	0,142	4,00	0,00	-0,66	
0,050	0,0528	0,945	0,159	4,00	0,00	-0,76	
0,060	0,0638	0,939	0,175	4,00	0,00	-0,85	
0,070	0,0750	0,934	0,190	4,00	0,00	-0,94	
0,080	0,0862	0,929	0,203	4,00	0,00	-1,02	
0,090	0,0974	0,924	0,216	4,00	0,00	-1,10	
0,100	0,1088	0,919	0,22				

**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 15\%$  & Vorspannung variabel**

$\sigma_{pm0} = 0,0 \cdot f_{pd}$		$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	15,00	0,00
0,000	0,0000	1,000	0,000	15,00	0,00
0,010	0,0101	0,987	0,038	15,00	-0,59
0,020	0,0204	0,981	0,055	15,00	-0,87
0,030	0,0307	0,976	0,068	15,00	-1,10
0,040	0,0412	0,971	0,080	15,00	-1,31
0,050	0,0517	0,967	0,092	15,00	-1,51
0,060	0,0623	0,963	0,102	15,00	-1,71
0,070	0,0731	0,958	0,112	15,00	-1,90
0,080	0,0839	0,954	0,123	15,00	-2,10
0,090	0,0949	0,949	0,133	15,00	-2,31
0,100	0,1060	0,944	0,144	15,00	-2,52
0,110	0,1172	0,938	0,155	15,00	-2,75
0,120	0,1286	0,933	0,166	15,00	-2,98
0,130	0,1402	0,928	0,177	15,00	-3,22
0,140	0,1519	0,922	0,188	15,00	-3,47
0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80	-3,50
0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61	-3,50
0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56	-3,50
0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62	-3,50
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,78	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,34	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,347	6,60	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,11	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,66	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4037	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4969	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6132	0,685	0,757	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6722	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7065	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7939	0,592	0,981	0,07	-3,50
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,2 \cdot f_{pd}$		$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	12,00	0,00
0,010	0,0102	0,986	0,042	12,00	-0,53
0,020	0,0204	0,979	0,061	12,00	-0,77
0,030	0,0308	0,974	0,075	12,00	-0,98
0,040	0,0413	0,969	0,088	12,00	-1,16
0,050	0,0519	0,964	0,101	12,00	-1,33
0,060	0,0625	0,960	0,111	12,00	-1,50
0,070	0,0733	0,955	0,122	12,00	-1,66
0,080	0,0841	0,951	0,132	12,00	-1,83
0,090	0,0951	0,946	0,143	12,00	-2,00
0,100	0,1062	0,942	0,153	12,00	-2,17
0,110	0,1174	0,937	0,164	12,00	-2,35
0,120	0,1288	0,932	0,175	12,00	-2,54
0,130	0,1404	0,926	0,186	12,00	-2,74
0,140	0,1521	0,921	0,197	12,00	-2,94
0,150	0,1639	0,915	0,208	12,00	-3,15
0,160	0,1759	0,909	0,219	12,00	-3,37
0,170	0,1883	0,903	0,233	11,55	-3,50
0,180	0,2008	0,897	0,248	10,61	-3,50
0,190	0,2133	0,890	0,263	9,78	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,346	6,61	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3392	0,826	0,419	4,85	-3,50
0,290	0,3547	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4575	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6132	0,685	0,757	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6722	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7065	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7939	0,592	0,981	0,07	-3,50
0,472	0,8048	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,4 \cdot f_{pd}$		$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	9,00	0,00
0,010	0,0102	0,984	0,048	9,00	-0,46
0,020	0,0205	0,976	0,069	9,00	-0,67
0,030	0,0310	0,970	0,086	9,00	-0,84
0,040	0,0415	0,965	0,100	9,00	-1,00
0,050	0,0521	0,960	0,113	9,00	-1,14
0,060	0,0628	0,956	0,125	9,00	-1,28
0,070	0,0736	0,951	0,136	9,00	-1,42
0,080	0,0845	0,947	0,147	9,00	-1,55
0,090	0,0955	0,942	0,158	9,00	-1,68
0,100	0,1066	0,938	0,168	9,00	-1,82
0,110	0,1179	0,933	0,179	9,00	-1,96
0,120	0,1293	0,928	0,189	9,00	-2,10
0,130	0,1409	0,923	0,200	9,00	-2,25
0,140	0,1524	0,918	0,211	9,00	-2,40
0,150	0,1643	0,913	0,222	9,00	-2,57
0,160	0,1764	0,907	0,233	9,00	-2,74
0,170	0,1886	0,902	0,244	9,00	-2,91
0,180	0,2009	0,896	0,256	9,00	-3,10
0,190	0,2135	0,890	0,268	9,00	-3,29
0,200	0,2263	0,884	0,280	9,00	-3,49
0,210	0,2394	0,877	0,296	8,33	-3,50
0,220	0,2528	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2807	0,856	0,346	6,61	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3390	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3870	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75	-3,50
0,400	0,5626	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5870	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6133	0,685	0,758	1,12	-3,50
0,430	0,6415	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,830	0,72	-3,50
0,450	0,7066	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7914	0,593	0,978	0,08	-3,50
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,6 \cdot f_{pd}$		$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	6,00	0,00
0,010	0,0102	0,980	0,058	6,00	-0,37
0,020	0,0206	0,972	0,083	6,00	-0,54
0,030	0,0311	0,965	0,102	6,00	-0,69
0,040	0,0417	0,959	0,119	6,00	-0,81
0,050	0,0525	0,953	0,134	6,00	-0,93
0,060	0,0633	0,948	0,147	6,00	-1,04
0,070	0,0742	0,943	0,160	6,00	-1,14
0,080	0,0852	0,939	0,172	6,00	-1,25
0,090	0,0963	0,934	0,184	6,00	-1,35
0,100	0,1075	0,930	0,195	6,00	-1,45
0,110	0,1189	0,925	0,206	6,00	-1,56
0,120	0,1304	0,921	0,217	6,00	-1,66
0,130	0,1419	0,916	0,228	6,00	-1,77
0,140	0,1536	0,912	0,238	6,00	-1,88
0,150	0,1654	0,907	0,249	6,00	-1,99
0,160	0,1774	0,902	0,260	6,00	-2,10
0,170	0,1897	0,896	0,271	6,00	-2,23
0,180	0,2020	0,891	0,282	6,00	-2,35
0,190	0,2146	0,886	0,293	6,00	-2,49
0,200	0,2273	0,880	0,305	6,00	-2,63
0,210	0,2403	0,874	0,316	6,00	-2,78
0,220	0,2536	0,868	0,328	6,00	-2,93
0,230	0,2669	0,862	0,340	6,00	-3,09
0,240	0,2807	0,855	0,353	6,00	-3,27
0,250	0,2946	0,848	0,365	6,00	-3,45
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3390	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4390	0,774			

**Spannliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 20\%$  & Vorspannung variabel**

$\sigma_{pm0} = 0,0 \cdot f_{pd}$														
$M/EI_{eff}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$	$M/EI_{eff}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$	$M/EI_{eff}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00
0,010	0,0102	0,976	0,071	4,00 -0,30	0,010	0,0102	0,983	0,051	8,00 -0,43	0,010	0,0102	0,986	0,042	12,00 -0,53
0,020	0,0207	0,966	0,100	4,00 -0,45	0,020	0,0205	0,979	0,061	12,00 -0,77	0,020	0,0204	0,981	0,053	16,00 -0,90
0,030	0,0314	0,958	0,123	4,00 -0,56	0,030	0,0308	0,974	0,075	12,00 -0,98	0,030	0,0307	0,978	0,061	20,00 -1,02
0,040	0,0420	0,951	0,142	4,00 -0,66	0,040	0,0413	0,969	0,088	12,00 -1,16	0,040	0,0412	0,972	0,078	20,00 -1,54
0,050	0,0528	0,945	0,159	4,00 -0,76	0,050	0,0522	0,958	0,118	8,00 -1,07	0,050	0,0519	0,970	0,082	20,00 -1,79
0,060	0,0638	0,939	0,175	4,00 -0,85	0,060	0,0629	0,954	0,131	8,00 -1,33	0,060	0,0623	0,968	0,100	16,00 -1,77
0,070	0,0750	0,934	0,190	4,00 -0,94	0,070	0,0737	0,949	0,143	8,00 -1,33	0,070	0,0730	0,959	0,110	16,00 -1,98
0,080	0,0862	0,929	0,203	4,00 -1,02	0,080	0,0847	0,945	0,154	8,00 -1,45	0,080	0,0839	0,954	0,121	16,00 -2,19
0,090	0,0974	0,924	0,216	4,00 -1,10	0,090	0,0957	0,940	0,165	8,00 -1,58	0,090	0,0948	0,949	0,131	16,00 -2,41
0,100	0,1088	0,919	0,229	4,00 -1,19	0,100	0,1069	0,936	0,175	8,00 -1,70	0,100	0,1059	0,944	0,142	16,00 -2,64
0,110	0,1203	0,914	0,241	4,00 -1,27	0,110	0,1181	0,931	0,186	8,00 -1,83	0,110	0,1172	0,939	0,152	16,00 -2,88
0,120	0,1319	0,910	0,252	4,00 -1,35	0,120	0,1295	0,927	0,196	8,00 -1,96	0,120	0,1286	0,933	0,163	16,00 -3,13
0,130	0,1436	0,905	0,264	4,00 -1,43	0,130	0,1410	0,922	0,207	8,00 -2,09	0,130	0,1401	0,928	0,174	16,00 -3,38
0,140	0,1554	0,901	0,275	4,00 -1,51	0,140	0,1528	0,917	0,218	8,00 -2,23	0,140	0,1518	0,922	0,188	15,16 -3,50
0,150	0,1674	0,896	0,285	4,00 -1,60	0,150	0,1646	0,911	0,229	8,00 -2,37	0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80 -3,50
0,160	0,1795	0,892	0,296	4,00 -1,68	0,160	0,1766	0,906	0,240	8,00 -2,53	0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61 -3,50
0,170	0,1917	0,887	0,307	4,00 -1,77	0,170	0,1888	0,900	0,251	8,00 -2,68	0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56 -3,50
0,180	0,2041	0,882	0,318	4,00 -1,86	0,180	0,2012	0,895	0,263	8,00 -2,85	0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62 -3,50
0,190	0,2166	0,877	0,329	4,00 -1,96	0,190	0,2138	0,889	0,274	8,00 -3,02	0,190	0,2134	0,890	0,264	9,77 -3,50
0,200	0,2294	0,872	0,339	4,00 -2,06	0,200	0,2266	0,883	0,286	8,00 -3,21	0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02 -3,50
0,210	0,2423	0,867	0,351	4,00 -2,16	0,210	0,2395	0,877	0,298	8,00 -3,40	0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33 -3,50
0,220	0,2556	0,861	0,362	4,00 -2,27	0,220	0,2530	0,870	0,312	7,71 -3,50	0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71 -3,50
0,230	0,2689	0,855	0,373	4,00 -2,38	0,230	0,2665	0,863	0,329	7,71 -3,50	0,230	0,2665	0,863	0,329	7,71 -3,50
0,240	0,2826	0,849	0,385	4,00 -2,50	0,240	0,2803	0,856	0,346	6,61 -3,50	0,240	0,2804	0,856	0,346	6,61 -3,50
0,250	0,2965	0,843	0,397	4,00 -2,63	0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12 -3,50	0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12 -3,50
0,260	0,3107	0,837	0,409	4,00 -2,77	0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67 -3,50	0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67 -3,50
0,270	0,3253	0,830	0,422	4,00 -2,92	0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25 -3,50	0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25 -3,50
0,280	0,3400	0,823	0,434	4,00 -3,07	0,280	0,3391	0,826	0,419	4,85 -3,50	0,280	0,3391	0,826	0,419	4,85 -3,50
0,290	0,3553	0,816	0,447	4,00 -3,24	0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49 -3,50	0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49 -3,50
0,300	0,3707	0,809	0,461	4,00 -3,42	0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15 -3,50	0,300	0,3706	0,810	0,458	4,15 -3,50
0,310	0,3870	0,801	0,478	3,82 -3,50	0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82 -3,50	0,310	0,3870	0,801	0,478	3,82 -3,50
0,320	0,4039	0,792	0,499	3,52 -3,50	0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52 -3,50	0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52 -3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23 -3,50	0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23 -3,50	0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23 -3,50
0,340	0,4390	0,774	0,542	2,95 -3,50	0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95 -3,50	0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95 -3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69 -3,50	0,350	0,4575	0,765	0,565	2,69 -3,50	0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69 -3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44 -3,50	0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44 -3,50	0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44 -3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20 -3,50	0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20 -3,50	0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20 -3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97 -3,50	0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97 -3,50	0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97 -3,50
0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75 -3,50	0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75 -3,50	0,390	0,5396	0,723	0,667	1,75 -3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54 -3,50	0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54 -3,50	0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54 -3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33 -3,50	0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33 -3,50	0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33 -3,50
0,420	0,6132	0,685	0,757	1,12 -3,50	0,420	0,6131	0,685	0,757	1,12 -3,50	0,420	0,6132	0,685	0,757	1,12 -3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92 -3,50	0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92 -3,50	0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92 -3,50
0,440	0,6722	0,655	0,830	0,72 -3,50	0,440	0,6722	0,655	0,830	0,72 -3,50	0,440	0,6722	0,655	0,830	0,72 -3,50
0,450	0,7067	0,637	0,873	0,51 -3,50	0,450	0,7065	0,637	0,873	0,51 -3,50	0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51 -3,50
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30 -3,50	0,460	0,7459	0,617	0,921	0,30 -3,50	0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30 -3,50
0,470	0,7936	0,592	0,980	0,07 -3,50	0,470	0,7938	0,592	0,981	0,07 -3,50	0,470	0,7937	0,592	0,980	0,07 -3,50
0,472	0,8048	0,586	0,994	0,02 -3,50	0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02 -3,50	0,472	0,8052	0,586	0,995	0,02 -3,50

$\sigma_{pm0} = 0,2 \cdot f_{pd}$														
$M/EI_{eff}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$	$M/EI_{eff}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$	$M/EI_{eff}$	$\omega_p$	$\zeta$	$\Delta\epsilon_p$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00	0,000	0,0000	1,000	0,000	0,00
0,010	0,0101	0,987	0,037	16,00 -0,61	0,010	0,0101	0,987	0,037	16,00 -0,61	0,010	0,0101	0,987	0,037	16,00 -0,61
0,020	0,0204	0,981	0,053	16,00 -0,90	0,020	0,0204	0,981	0,053	16,00 -0,90	0,020	0,0204	0,981	0,053	16,00 -0,90
0,030	0,0307	0,978	0,061	16,00 -1,14	0,030	0,0307	0,978	0,061	16,00 -1,14	0,030	0,0307	0,978	0,061	16,00 -1,14
0,040	0,0411	0,974	0,072	20,00 -1,54	0,040	0,0411	0,974	0,072	20,00 -1,54	0,040	0,0411	0,974	0,072	20,00 -1,54
0,050	0,0516	0,970	0,082	20,00 -2,09	0,050	0,0516	0,970	0,082	20,00 -2,09	0,050	0,0516	0,970	0,082	20,00 -2,09
0,060	0,0622	0,965	0,092	20,00 -2,94	0,060	0,0622	0,965	0,092	20,00 -2,94	0,060	0,0622	0,965	0,092	20,00 -2,94
0,070	0,0729	0,960	0,103	20,00 -2,29	0,070	0,0729	0,960	0,103	20,00 -2,29	0,070	0,0729	0,960	0,103	20,00 -2,29
0,080	0,0837	0,956	0,113	20,00 -2,56	0,080	0,0837	0,956	0,113	20,00 -2,56	0,080	0,0837	0,956	0,113	20,00 -2,56
0,090	0,0947	0,950	0,124	20,00 -2,83	0,090	0,0947	0,950	0,124	20,00 -2,83	0,090	0,0947	0,950	0,124	20,00 -2,83
0,100	0,1058	0,945	0,135	20,00 -3,11	0,100	0,1058	0,945	0,135	20,00 -3,11	0,100	0,1058	0,945	0,135	20,00 -3,11
0,110	0,1171	0,940	0,146	20,00 -3,41	0,110	0,1171	0,940	0,146	20,00 -3,41	0,110	0,1171	0,940	0,146	20,00 -3,41
0,120	0,1285	0,934	0,159	18,56 -3,50	0,120	0,1285	0,934	0,159	18,56 -3,50	0,120	0,1285	0,934	0,159	18,56 -3,50
0,130	0,1401	0,928	0,173	16,73 -3,50	0,130	0,1401	0,928	0,173	16,73 -3,50	0,130	0,1401	0,928	0,173	16,73 -3,50
0,140	0,1518	0,922	0,188	15,16 -3,50	0,140	0,1518	0,922	0,188	15,16 -3,50	0,140	0,1518	0,922	0,188	15,16 -3,50
0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80 -3,50	0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80 -3,50	0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80 -3,50
0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61 -3,50	0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61 -3,50	0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61 -3,50
0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56 -3,50	0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56 -3,50	0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56 -3,50
0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62 -3,50	0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62 -3,50	0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62 -3,50
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,77 -3,50	0,190	0,2134	0,890	0,264	9,77 -3,50					

**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 25\%$  & Vorspannung variabel**

$\sigma_{pm0} = 0,0 \cdot f_{pd}$					
$\mu_{EHP}$	$\sigma_{th}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_{ps}$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	25,00	0,00
0,010	0,0101	0,990	0,030	25,00	-0,71
0,020	0,0203	0,985	0,044	25,00	-1,15
0,030	0,0306	0,980	0,055	25,00	-1,46
0,040	0,0410	0,976	0,066	25,00	-1,76
0,050	0,0515	0,971	0,076	25,00	-2,06
0,060	0,0621	0,967	0,086	25,00	-2,36
0,070	0,0728	0,962	0,097	25,00	-2,68
0,080	0,0836	0,957	0,107	25,00	-3,01
0,090	0,0946	0,951	0,118	25,00	-3,35
0,100	0,1057	0,946	0,131	23,30	-3,50
0,110	0,1170	0,940	0,144	20,72	-3,50
0,120	0,1285	0,934	0,159	18,56	-3,50
0,130	0,1401	0,928	0,173	16,73	-3,50
0,140	0,1518	0,922	0,188	15,16	-3,50
0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80	-3,50
0,160	0,1759	0,910	0,217	12,60	-3,50
0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56	-3,50
0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62	-3,50
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,77	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,346	6,61	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4212	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,666	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6133	0,685	0,757	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,831	0,71	-3,50
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7937	0,592	0,980	0,07	-3,50
0,472	0,8049	0,586	0,994	0,02	-3,50

$\sigma_{pm0} = 0,2 \cdot f_{pd}$					
$\mu_{EHP}$	$\sigma_{th}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_{ps}$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	20,00	0,00
0,010	0,0101	0,989	0,033	20,00	-0,69
0,020	0,0203	0,983	0,048	20,00	-1,02
0,030	0,0307	0,978	0,061	20,00	-1,29
0,040	0,0411	0,974	0,072	20,00	-1,54
0,050	0,0516	0,970	0,082	20,00	-1,79
0,060	0,0622	0,966	0,092	20,00	-2,04
0,070	0,0729	0,960	0,103	20,00	-2,29
0,080	0,0837	0,956	0,113	20,00	-2,56
0,090	0,0947	0,950	0,124	20,00	-2,83
0,100	0,1058	0,945	0,135	20,00	-3,11
0,110	0,1171	0,940	0,146	20,00	-3,41
0,120	0,1285	0,934	0,159	18,56	-3,50
0,130	0,1401	0,928	0,173	17,53	-3,50
0,140	0,1518	0,922	0,188	15,16	-3,50
0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80	-3,50
0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61	-3,50
0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56	-3,50
0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62	-3,50
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,77	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,346	6,60	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4212	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4968	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,666	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,53	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6133	0,685	0,757	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6721	0,655	0,831	0,71	-3,50
0,450	0,7064	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7457	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7937	0,592	0,980	0,07	-3,50
0,472	0,8052	0,586	0,995	0,02	-3,50

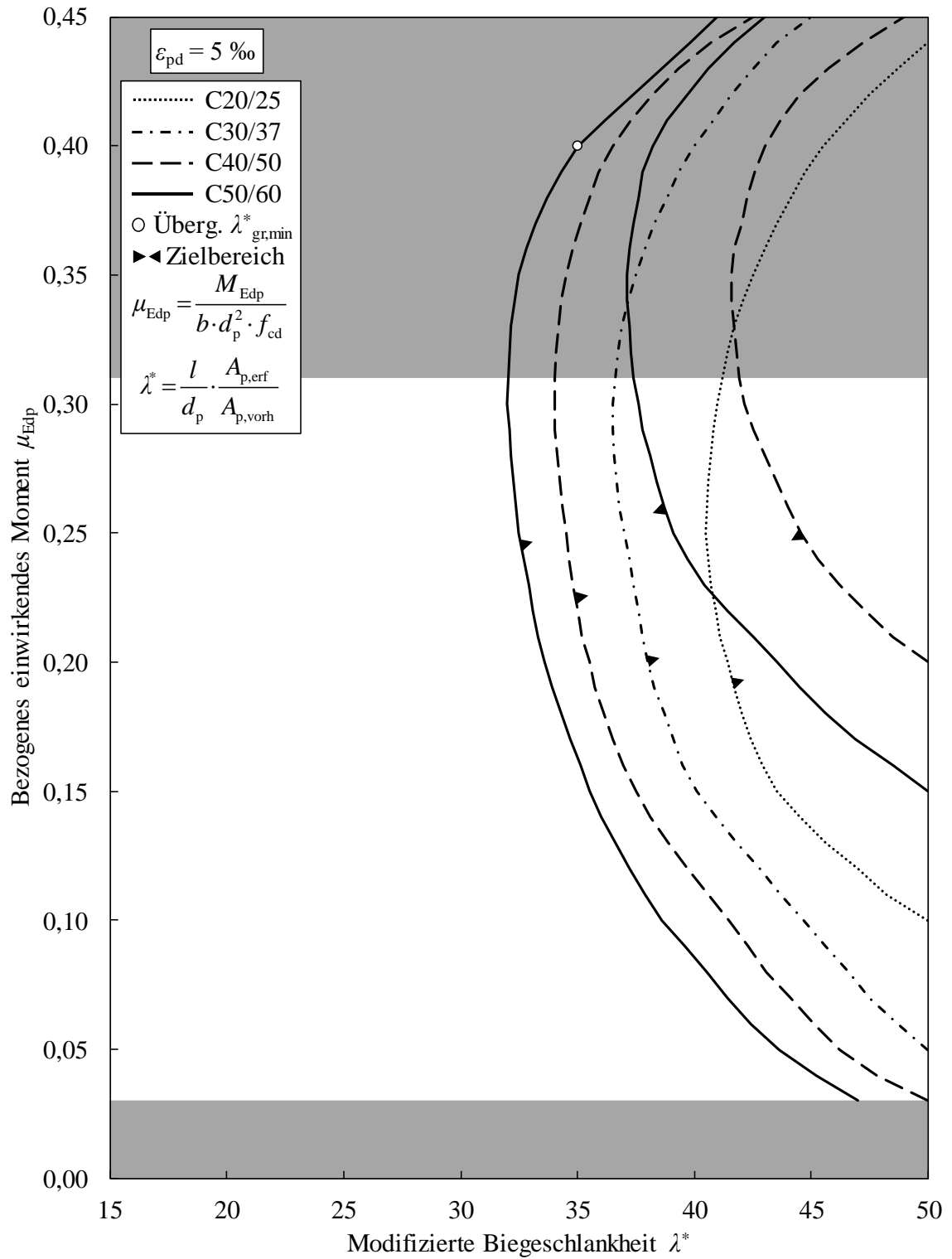
$\sigma_{pm0} = 0,4 \cdot f_{pd}$					
$\mu_{EHP}$	$\sigma_{th}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_{ps}$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	15,00	0,00
0,010	0,0101	0,987	0,035	15,00	-0,59
0,020	0,0204	0,981	0,055	15,00	-0,87
0,030	0,0309	0,976	0,068	15,00	-1,10
0,040	0,0414	0,971	0,080	15,00	-1,31
0,050	0,0517	0,967	0,092	15,00	-1,51
0,060	0,0623	0,963	0,102	15,00	-1,71
0,070	0,0731	0,958	0,112	15,00	-1,90
0,080	0,0843	0,954	0,123	15,00	-2,10
0,090	0,0949	0,949	0,133	15,00	-2,31
0,100	0,1060	0,944	0,144	15,00	-2,52
0,110	0,1172	0,938	0,155	15,00	-2,75
0,120	0,1286	0,933	0,166	15,00	-2,98
0,130	0,1402	0,928	0,177	15,00	-3,22
0,140	0,1519	0,922	0,188	15,00	-3,47
0,150	0,1638	0,916	0,202	13,80	-3,50
0,160	0,1759	0,910	0,217	12,61	-3,50
0,170	0,1882	0,903	0,232	11,56	-3,50
0,180	0,2007	0,897	0,248	10,62	-3,50
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,78	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,280	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,34	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,347	6,60	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,11	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,66	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4037	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50
0,340	0,4391	0,774	0,542	2,95	-3,50
0,350	0,4576	0,765	0,565	2,69	-3,50
0,360	0,4768	0,755	0,589	2,44	-3,50
0,370	0,4969	0,745	0,614	2,20	-3,50
0,380	0,5177	0,734	0,640	1,97	-3,50
0,390	0,5396	0,723	0,666	1,75	-3,50
0,400	0,5627	0,711	0,695	1,54	-3,50
0,410	0,5871	0,698	0,725	1,33	-3,50
0,420	0,6133	0,685	0,757	1,12	-3,50
0,430	0,6414	0,670	0,792	0,92	-3,50
0,440	0,6722	0,655	0,830	0,71	-3,50
0,450	0,7066	0,637	0,873	0,51	-3,50
0,460	0,7458	0,617	0,921	0,30	-3,50
0,470	0,7939	0,592	0,981	0,07	-3,50
0,472	0,8048	0,586	0,994	0,02	-3,50

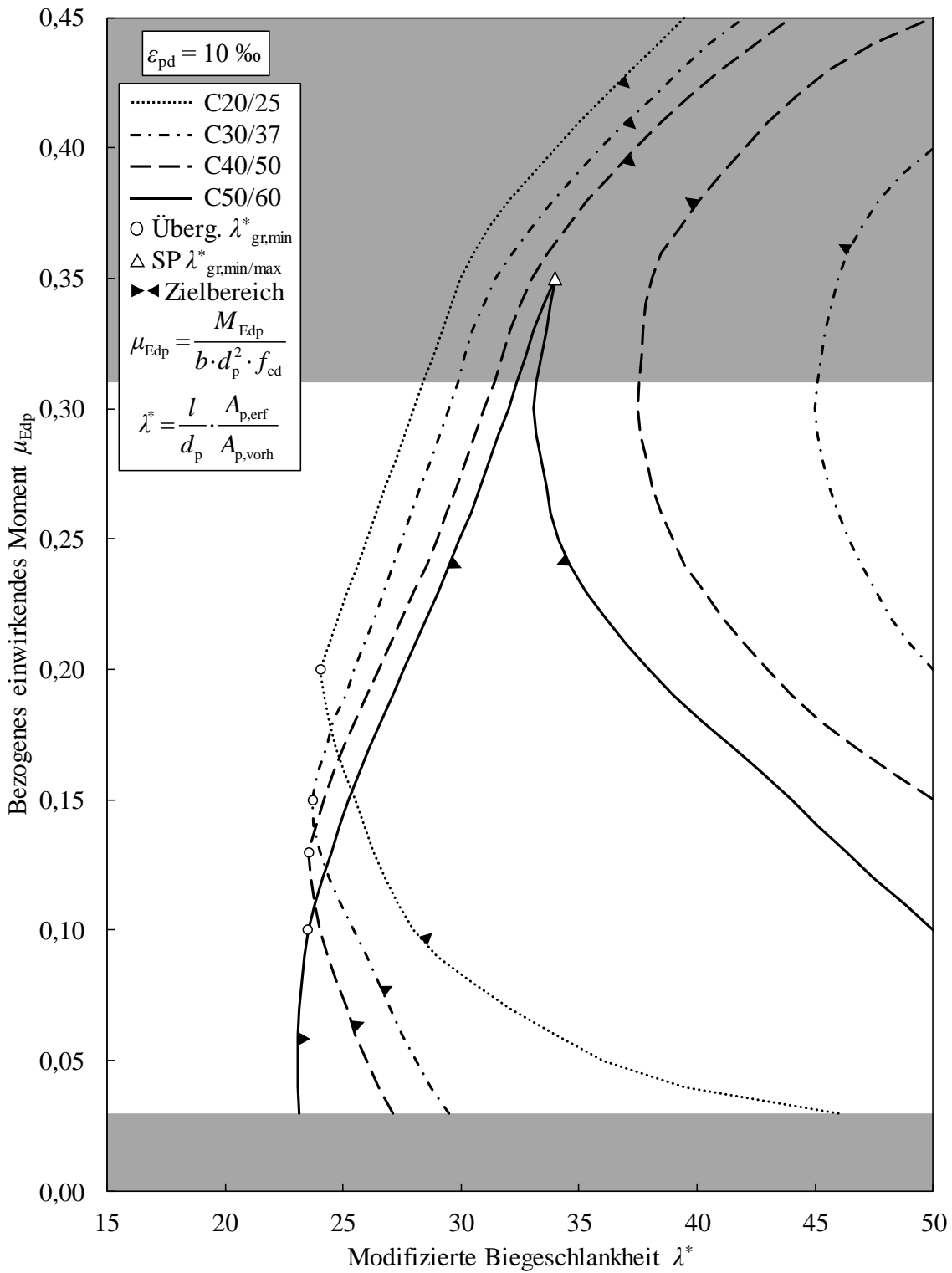
$\sigma_{pm0} = 0,6 \cdot f_{pd}$					
$\mu_{EHP}$	$\sigma_{th}$	$\zeta$	$\xi$	$\Delta\epsilon_{ps}$	$\epsilon_c$
0,000	0,0000	1,000	0,000	10,00	0,00
0,010	0,0102	0,984	0,046	10,00	-0,48
0,020	0,0205	0,977	0,066	10,00	-0,70
0,030	0,0309	0,972	0,082	10,00	-0,89
0,040	0,0414	0,967	0,095	10,00	-1,05
0,050	0,0520	0,962	0,108	10,00	-1,21
0,060	0,0627	0,957	0,119	10,00	-1,36
0,070	0,0735	0,953	0,131	10,00	-1,50
0,080	0,0843	0,948	0,141	10,00	-1,65
0,090	0,0953	0,944	0,152	10,00	-1,79
0,100	0,1064	0,939	0,162	10,00	-1,94
0,110	0,1177	0,935	0,173	10,00	-2,09
0,120	0,1291	0,930	0,184	10,00	-2,25
0,130	0,1406	0,925	0,194	10,00	-2,41
0,140	0,1523	0,919	0,205	10,00	-2,58
0,150	0,1642	0,914	0,216	10,00	-2,76
0,160	0,1762	0,908	0,228	10,00	-2,95
0,170	0,1884	0,902	0,239	10,00	-3,14
0,180	0,2008	0,897	0,251	10,00	-3,34
0,190	0,2134	0,890	0,264	9,78	-3,50
0,200	0,2263	0,884	0,279	9,02	-3,50
0,210	0,2395	0,877	0,296	8,33	-3,50
0,220	0,2529	0,870	0,312	7,71	-3,50
0,230	0,2665	0,863	0,329	7,13	-3,50
0,240	0,2804	0,856	0,346	6,61	-3,50
0,250	0,2946	0,849	0,364	6,12	-3,50
0,260	0,3091	0,841	0,382	5,67	-3,50
0,270	0,3239	0,834	0,400	5,25	-3,50
0,280	0,3391	0,826	0,419	4,86	-3,50
0,290	0,3546	0,818	0,438	4,49	-3,50
0,300	0,3705	0,810	0,458	4,15	-3,50
0,310	0,3869	0,801	0,478	3,82	-3,50
0,320	0,4038	0,793	0,499	3,52	-3,50
0,330	0,4211	0,784	0,520	3,23	-3,50

**Anhang A-3 Nomogramme zur Bestimmung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit  $\lambda^*$**

**Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$**

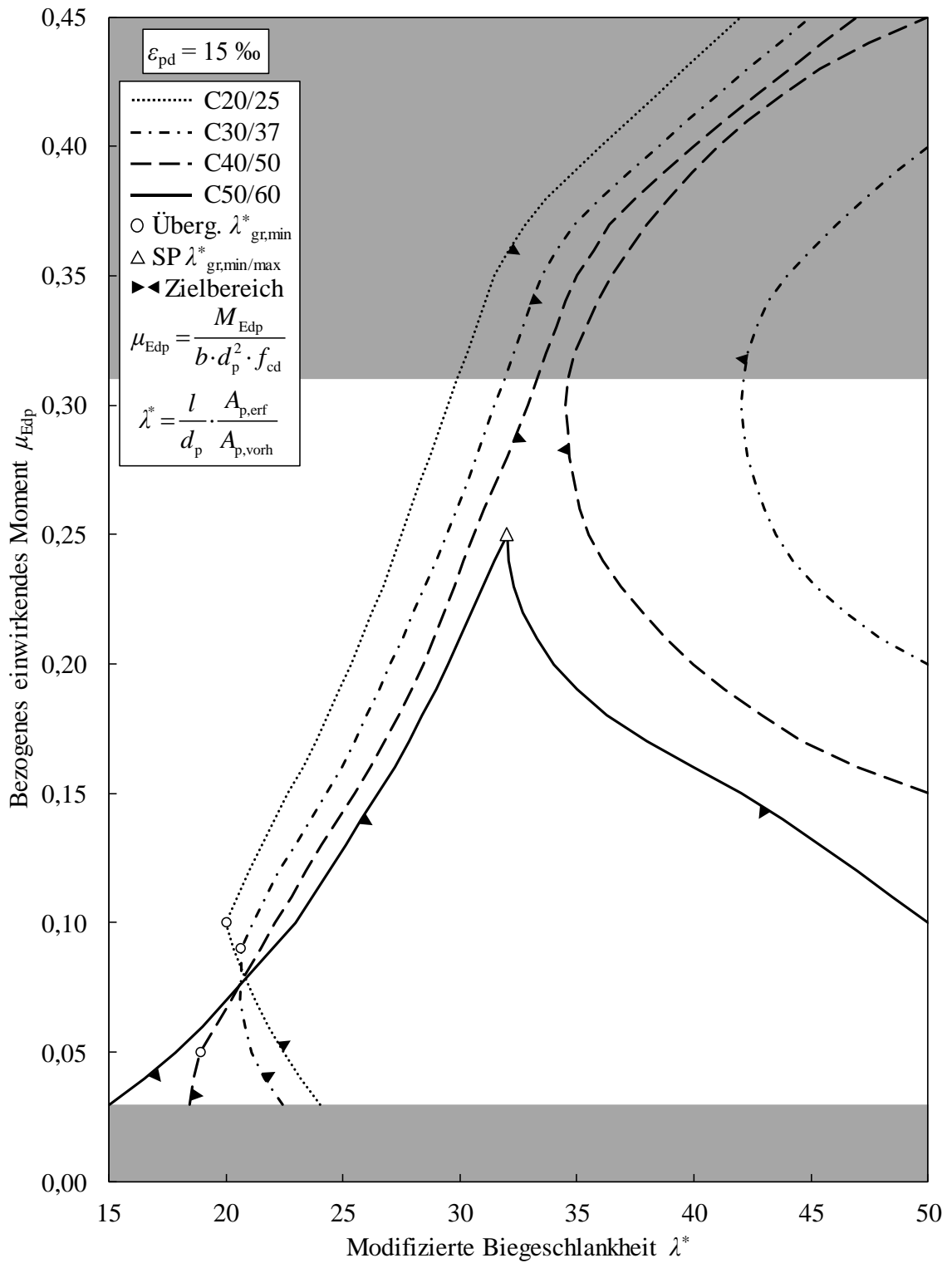


**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 10 \text{ ‰}$**

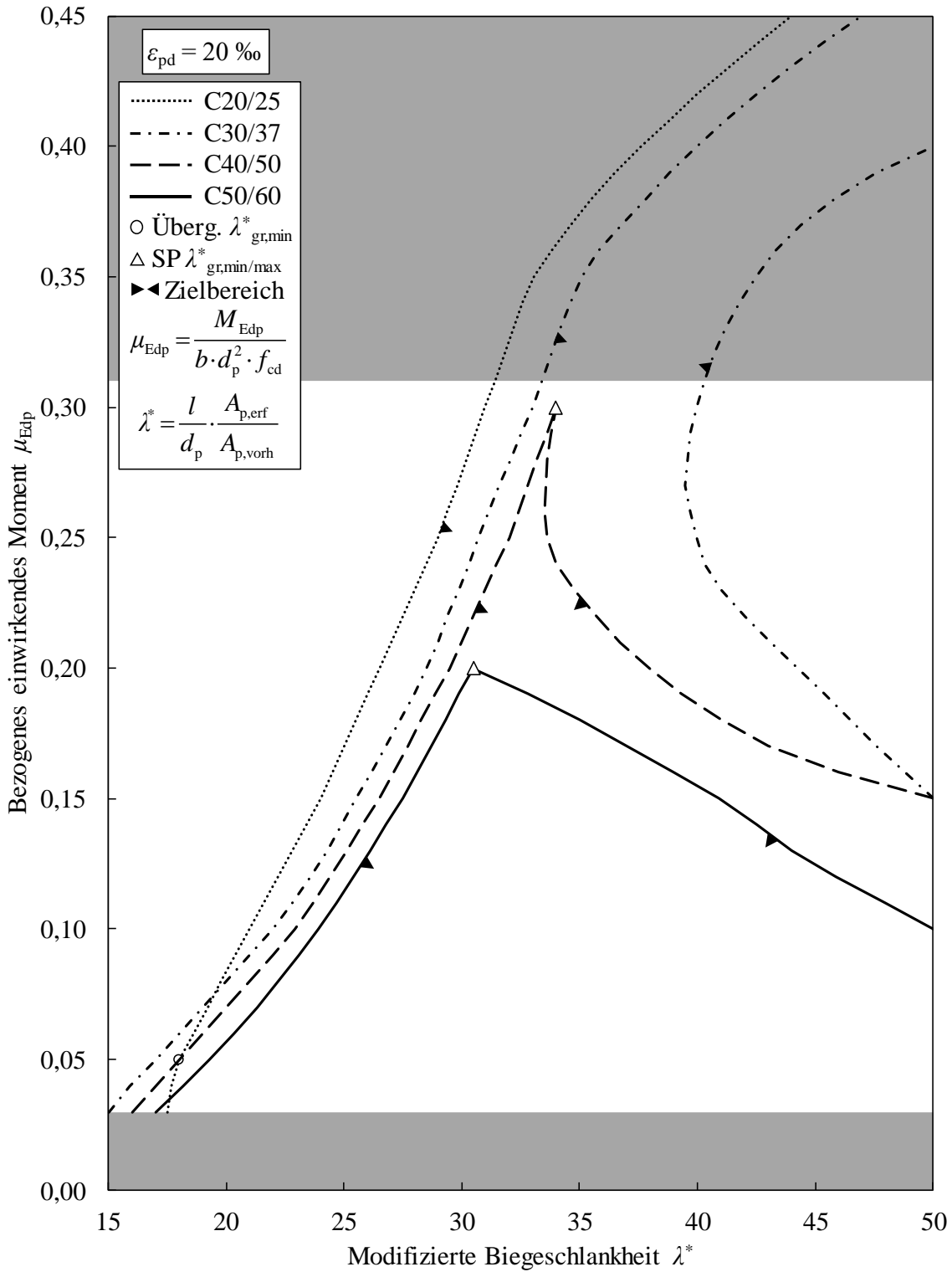




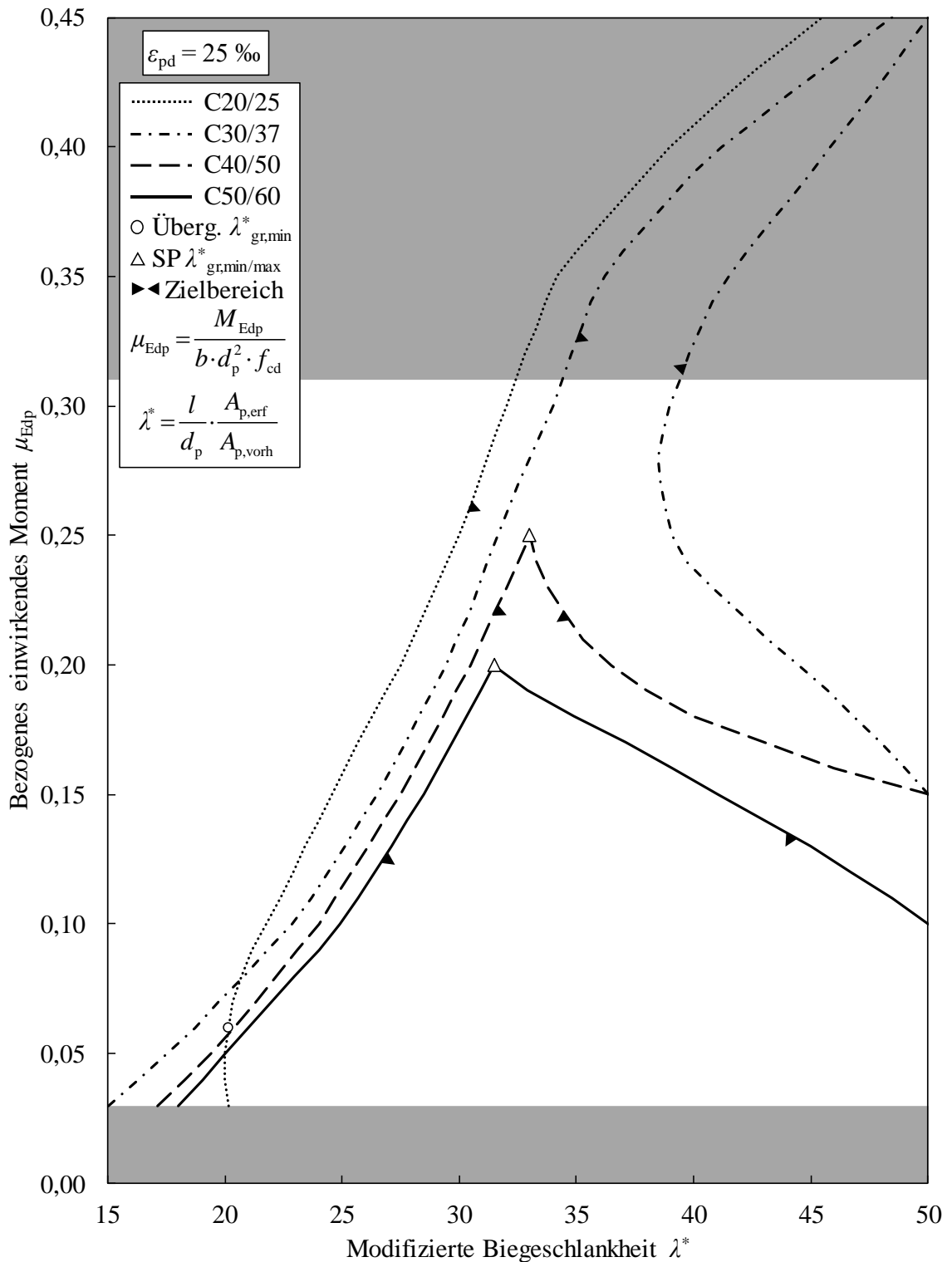
**Spannliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 15 \text{ ‰}$**



**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 20 \text{ ‰}$**



**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 25 \text{ ‰}$**



**Anhang A-4 Tabellen zur Bestimmung der zulässigen modifizierten Biegeschlankheit  $\lambda^*$**

**Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 5 \text{ ‰}$**

$\varepsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C20/25		C30/37		C40/50		C50/60			
		$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$		
5 ‰	0,03	-	k. E.	-	k. E.	50,0	k. E.	47,0	k. E.		
	0,04			47,8		45,2					
	0,05			50,0		46,2		43,6			
	0,06			48,7		45,1		42,4			
	0,07			47,5		44,1		41,4			
	0,08			46,6		43,1		40,6			
	0,09			45,6		42,3		39,6			
	0,10			50,0		44,7		41,5		38,6	
	0,11			48,2		43,7		40,6		37,9	
	0,12			47,0		42,8		39,7		37,2	
	0,13			45,6		41,8		38,9		36,6	
	0,14			44,5		40,9		38,1		36,0	
	0,15			43,5		40,1		37,5		35,5	50,0
	0,16			42,9		39,5		37,0		35,1	48,5
	0,17			42,4		k. E.		39,1		k. E.	36,5
	0,18	42,0	k. E.	38,7	k. E.	36,1	34,3	45,6			
	0,19	41,7	k. E.	38,3	k. E.	35,8	33,9	44,5			
	0,20	41,4	k. E.	38,0	k. E.	35,5	50,0	33,6	43,5		
	0,21	41,1	k. E.	37,8	k. E.	35,2	48,5	33,3	42,5		
	0,22	40,9	k. E.	37,6	k. E.	35,0	47,3	33,1	41,4		
	0,23	40,7	k. E.	37,4	k. E.	34,8	46,2	32,9	40,4		
	0,24	40,6	k. E.	37,2	k. E.	34,7	45,3	32,7	39,7		
	0,25	40,5	k. E.	37,0	k. E.	34,5	44,5	32,5	39,1		
	0,26	40,6	k. E.	36,8	k. E.	34,4	44,0	32,4	38,7		
	0,27	40,6	k. E.	36,7	k. E.	34,3	43,5	32,3	38,4		
	0,28	40,7	k. E.	36,6	k. E.	34,2	43,0	32,2	38,1		
	0,29	40,8	k. E.	36,5	k. E.	34,1	42,5	32,1	37,8		
	0,30	41,0	k. E.	36,5	k. E.	34,0	42,1	32,0	37,6		
	0,31	41,2	k. E.	36,6	k. E.	34,0	41,9	32,0	37,4		
	Legende	-	unzulässige Bemessung								
		k. E.	keine Einschränkung								

Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 10 \%$ 

$\varepsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C20/25		C30/37		C40/50		C50/60						
		$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$	$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$	$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$	$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$					
10 %	0,03	46,0	k. E.	29,5	k. E.	27,1	k. E.	23,2	k. E.					
	0,04	39,5		28,7		26,5		23,1						
	0,05	36,0		28,1		26,0		23,1						
	0,06	34,0		27,5		25,5		23,1						
	0,07	32,1		27,0		25,2		23,1						
	0,08	30,5		26,5		24,8		23,2						
	0,09	29,0		26,0		24,4		23,4						
	0,10	28,0		25,5		24,0		23,5		50,0				
	0,11	27,4		24,9		23,8		23,8		48,8				
	0,12	26,8		24,4		23,6		24,2		47,5				
	0,13	26,3		24,0		23,6		24,5		46,3				
	0,14	25,9		23,8		23,8		24,8		45,1				
	0,15	25,5		23,7		24,2		50,0		25,2	44,0			
	0,16	25,1		23,9		24,6		48,3		25,7	42,8			
	0,17	24,7		24,3		25,0		46,7		26,1	41,5			
	0,18	24,4		24,6		25,5		45,2		26,6	40,2			
	0,19	24,2		25,1		26,0		44,0		27,1	39,0			
	0,20	24,0		25,5		50,0		26,5		43,0	27,5	38,0		
	0,21	24,4		25,9		49,0		27,0		42,0	28,1	37,0		
	0,22	24,8		26,4		48,2		27,5		41,1	28,6	36,1		
	0,23	25,2		26,8		47,6		28,0		40,3	29,1	35,3		
	0,24	25,6		27,1		47,0		28,6		39,5	29,5	34,6		
	0,25	26,0		27,5		46,5		29,0		39,0	30,0	34,1		
	0,26	26,4		27,9		46,0		29,4		38,5	30,4	33,8		
	0,27	26,8		28,3		45,6		29,8		38,1	30,8	33,6		
	0,28	27,2		28,7		45,3		30,2		37,9	31,2	33,4		
	0,29	27,6		29,1		45,1		30,6		37,6	31,6	33,2		
	0,30	28,0		29,5		45,0		31,0		37,5	32,0	33,1		
	0,31	28,4		29,9		45,1		31,4		37,6	32,4	33,2		
	Legende	-		unzulässige Bemessung										
		k. E.		keine Einschränkung										

**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 15 \%$**

$\epsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C20/25		C30/37		C40/50		C50/60						
		$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$					
15 %	0,03	24,0	k. E.	22,4	k. E.	18,4	k. E.	15,0	k. E.					
	0,04	23,2		21,7		18,6		16,5						
	0,05	22,5		21,1		18,9		17,9						
	0,06	21,8		20,8		19,5		19,0						
	0,07	21,3		20,6		20,2		20,0						
	0,08	20,8		20,7		20,8		21,0						
	0,09	20,3		20,7		21,5		22,0						
	0,10	20,0		21,1		22,1		23,0		50,0				
	0,11	20,5		21,7		22,8		23,7		48,5				
	0,12	21,0		22,3		23,4		24,4		47,0				
	0,13	21,5		23,0		24,1		25,1		45,4				
	0,14	22,1		23,7		24,8		25,8		43,8				
	0,15	22,7		24,3		25,5		50,0		26,5	42,0			
	0,16	23,3		25,0		26,2		47,0		27,2	40,0			
	0,17	23,8		25,5		26,8		44,6		27,9	38,0			
	0,18	24,3		26,0		27,4		42,9		28,4	36,3			
	0,19	24,9		26,6		28,0		41,3		29,0	35,0			
	0,20	25,4		27,0		50,0		28,5		40,0	29,5	34,0		
	0,21	25,8		27,6		48,0		28,9		38,8	30,0	33,3		
	0,22	26,3		28,0		46,5		29,3		37,8	30,5	32,7		
	0,23	26,7		28,5		45,2		29,7		36,9	31,0	32,3		
	0,24	27,1		29,0		44,2		30,1		36,1	31,5	32,1		
	0,25	27,5		29,5		43,5		30,6		35,5	32,0	32,0		
	0,26	27,9		29,9		43,0		31,0		35,1				
	0,27	28,3		30,3		42,6		31,5		34,9				
	0,28	28,7		30,7		42,3		32,0		34,7				
	0,29	29,1		31,1		42,1		32,5		34,6				
	0,30	29,5		31,5		42,0		32,9		34,5				
	0,31	29,9		31,9		42,1		33,3		34,6				
	Legende	-		unzulässige Bemessung										
		k. E.		keine Einschränkung										

**Spanngliedbruchdehnung  $\epsilon_{pd} = 20 \%$**

$\epsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C20/25		C30/37		C40/50		C50/60						
		$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$	$\lambda^*_{gr,min}$	$\lambda^*_{gr,max}$					
20 %	0,03	17,5	k. E.	15,0	k. E.	16,0	k. E.	17,0	k. E.					
	0,04	17,7		15,9		17,0		18,2						
	0,05	18,0		17,0		18,0		19,3						
	0,06	18,6		18,0		19,0		20,3						
	0,07	19,2		19,0		20,0		21,3						
	0,08	19,8		20,0		21,0		22,2						
	0,09	20,4		21,0		22,0		23,1						
	0,10	21,0		22,0		22,9		23,9		50,0				
	0,11	21,6		22,8		23,7		24,7		48,0				
	0,12	22,2		23,6		24,4		25,4		45,9				
	0,13	22,8		24,3		25,1		26,1		44,0				
	0,14	23,4		24,9		25,8		26,8		42,5				
	0,15	24,0		25,5		50,0		26,5		50,0	27,5	40,9		
	0,16	24,5		26,2		48,8		27,1		46,0	28,1	39,0		
	0,17	25,0		26,8		47,6		27,7		43,0	28,7	37,0		
	0,18	25,5		27,4		46,5		28,3		41,0	29,3	35,0		
	0,19	26,0		28,0		45,4		28,9		39,3	29,9	32,8		
	0,20	26,5		28,5		44,3		29,5		38,0	30,5	30,5		
	0,21	27,0		29,0		43,1		30,0		36,7	-			
	0,22	27,5		29,4		42,0		30,5		35,7				
	0,23	28,0		29,9		41,0		31,0		34,8				
	0,24	28,5		30,3		40,3		31,5		34,0				
	0,25	29,0		30,7		40,0		32,0		33,6				
	0,26	29,4		31,2		39,7		32,4		33,5				
	0,27	29,8		31,6		39,5		32,8		33,6				
	0,28	30,2		32,1		39,6		33,2		33,7				
	0,29	30,6		32,5		39,7		33,6		33,8				
	0,30	31,0		33,0		40,0		34,0		34,0				
	0,31	31,4		33,4		40,3		-		-				
	Legende	-		unzulässige Bemessung										
		k. E.		keine Einschränkung										

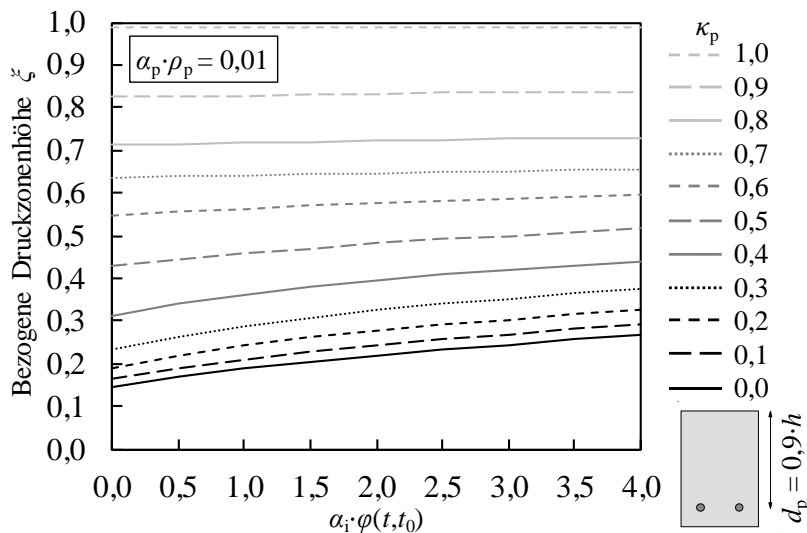
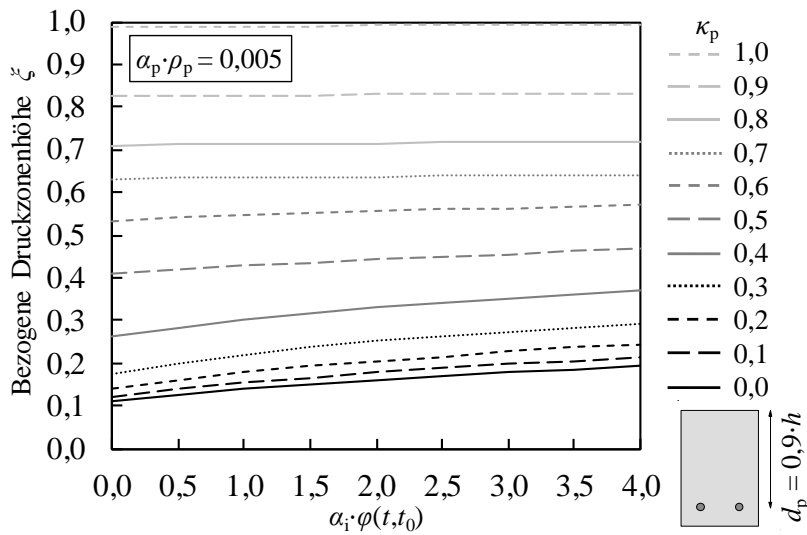
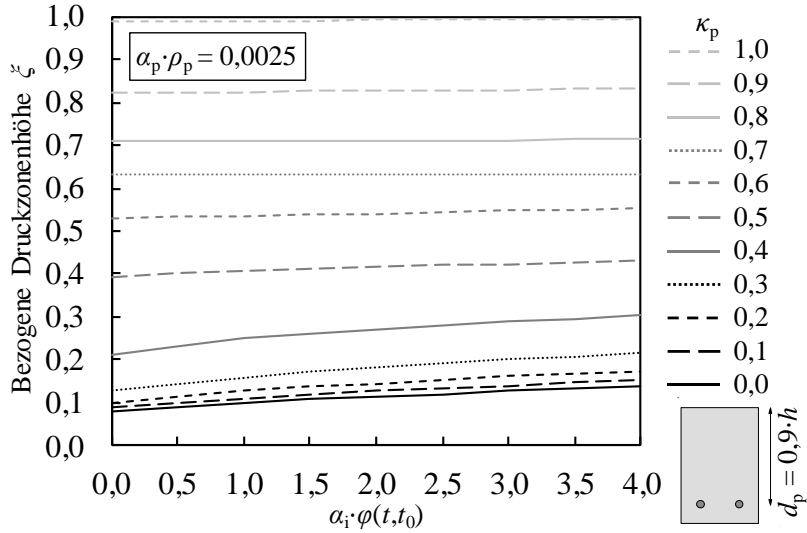
**Spanngliedbruchdehnung  $\varepsilon_{pd} = 25 \%$**

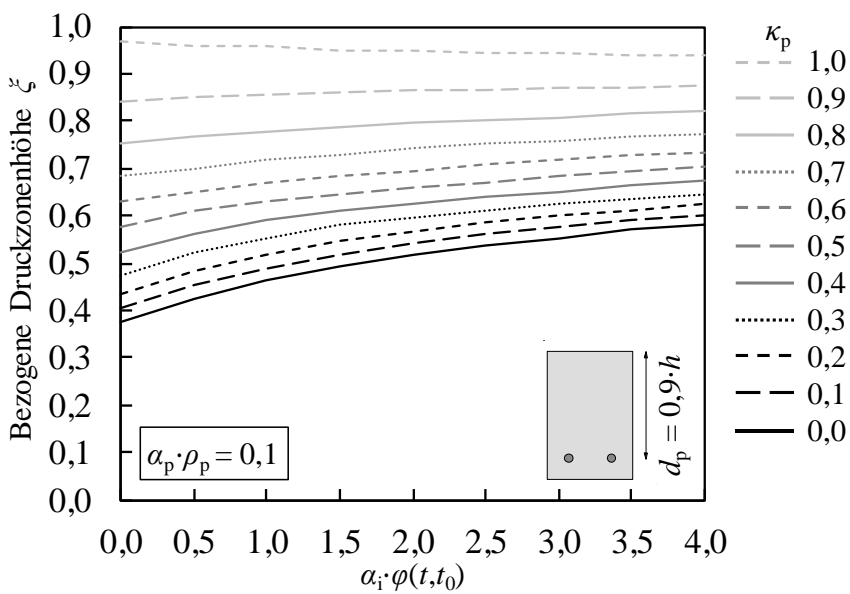
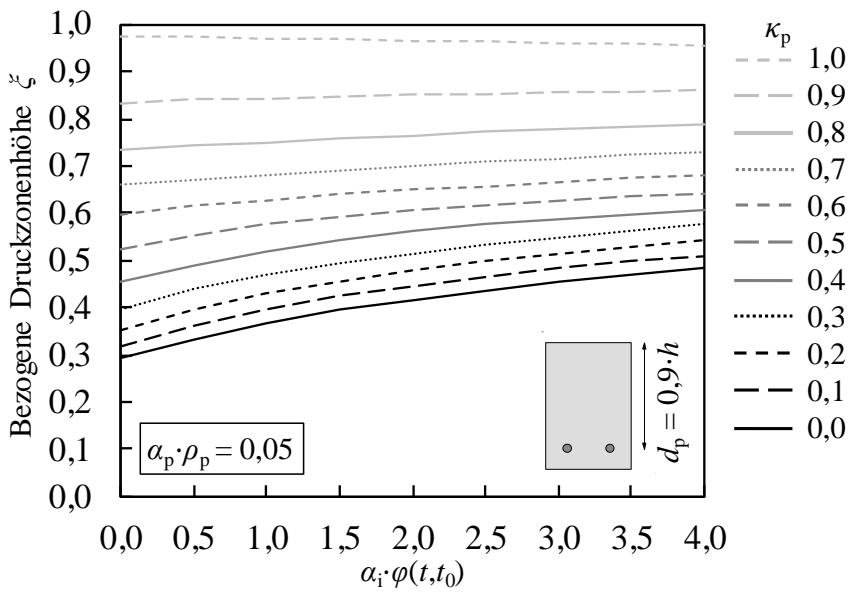
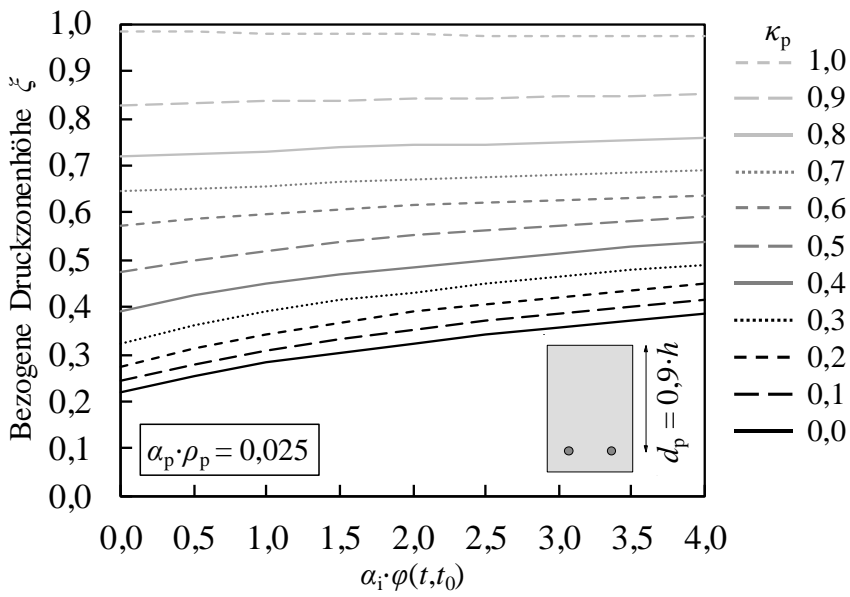
$\varepsilon_{pd}$	$\mu_{Edp}$	C20/25		C30/37		C40/50		C50/60					
		$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$	$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$	$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$	$\lambda_{gr,min}^*$	$\lambda_{gr,max}^*$				
25 %	0,03	20,1	k. E.	15,0	k. E.	17,1	k. E.	18,0	k. E.				
	0,04	20,0		16,3		18,3		19,1					
	0,05	20,0		17,5		19,4		20,0					
	0,06	20,2		18,7		20,4		21,0					
	0,07	20,3		19,7		21,3		22,0					
	0,08	20,7		20,8		22,2		23,0					
	0,09	21,1		21,8		23,1		24,0					
	0,10	21,7		22,9		24,0		24,9		50,0			
	0,11	22,3		23,7		24,7		25,7		48,5			
	0,12	22,9		24,4		25,4		26,4		46,7			
	0,13	23,4		25,1		26,1		27,1	45,0				
	0,14	24,0		25,8		26,8		27,8	43,0				
	0,15	24,5		26,5		50,0		27,5	50,0	28,5	41,0		
	0,16	25,1		27,1		49,0		28,1	46,0	29,1	39,1		
	0,17	25,7		27,7		48,0		28,7	43,0	29,7	37,1		
	0,18	26,3		28,3		46,8		29,3	40,0	30,3	34,9		
	0,19	26,9		28,9		45,7		29,9	38,0	30,9	32,9		
	0,20	27,5		29,5		44,5		30,5	36,5	31,5	31,5		
	0,21	28,0		29,9		43,2		31,0	35,3				
	0,22	28,5		30,4		42,0		31,5	34,5				
	0,23	29,0		30,8		40,8		32,0	33,8				
	0,24	29,5		31,2		39,7		32,5	33,3				
	0,25	30,0		31,7		39,1		33,0	33,0				
	0,26	30,4		32,1		38,8						-	
	0,27	30,8		32,5		38,6							
	0,28	31,2		33,0		38,5							
	0,29	31,6		33,5		38,7							
	0,30	32,0		34,0		39,0							
	0,31	32,4		34,4		39,4							
	Legende	-		unzulässige Bemessung									
		k. E.		keine Einschränkung									

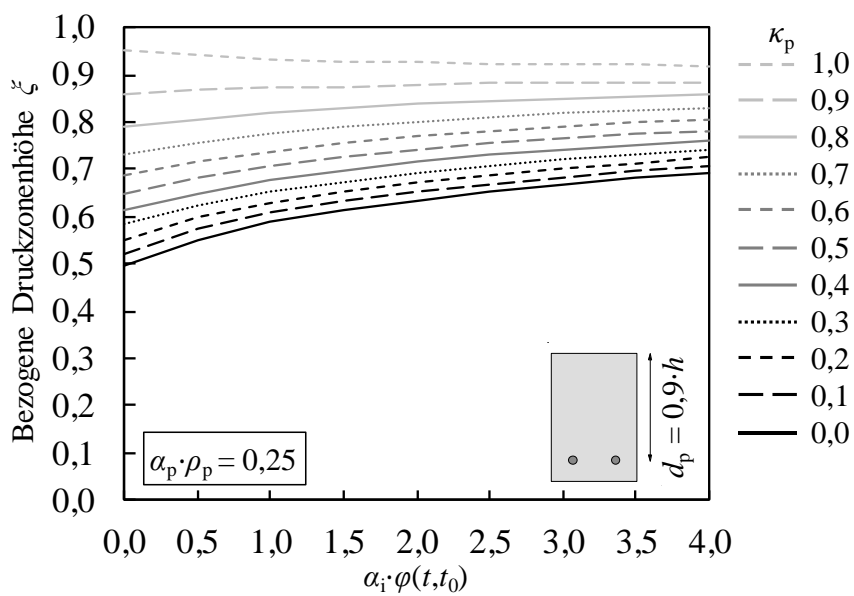
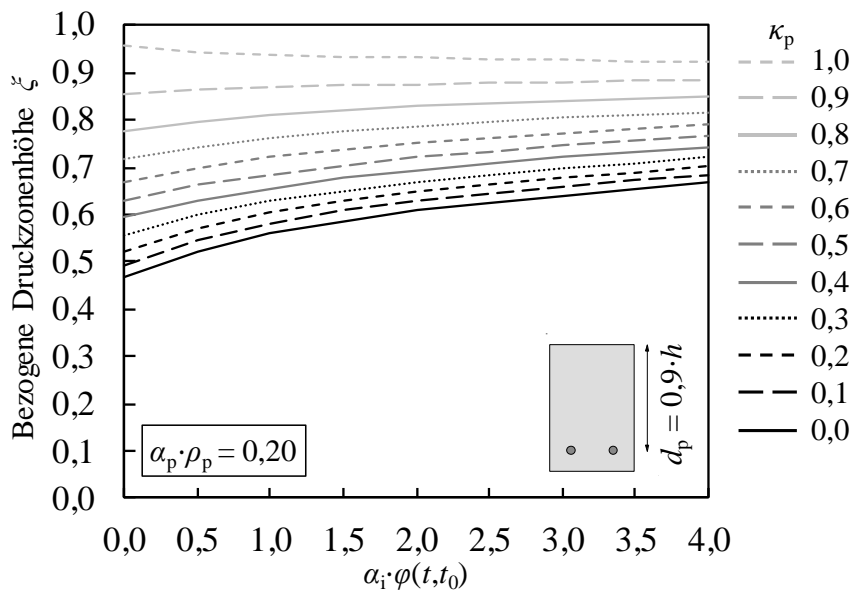
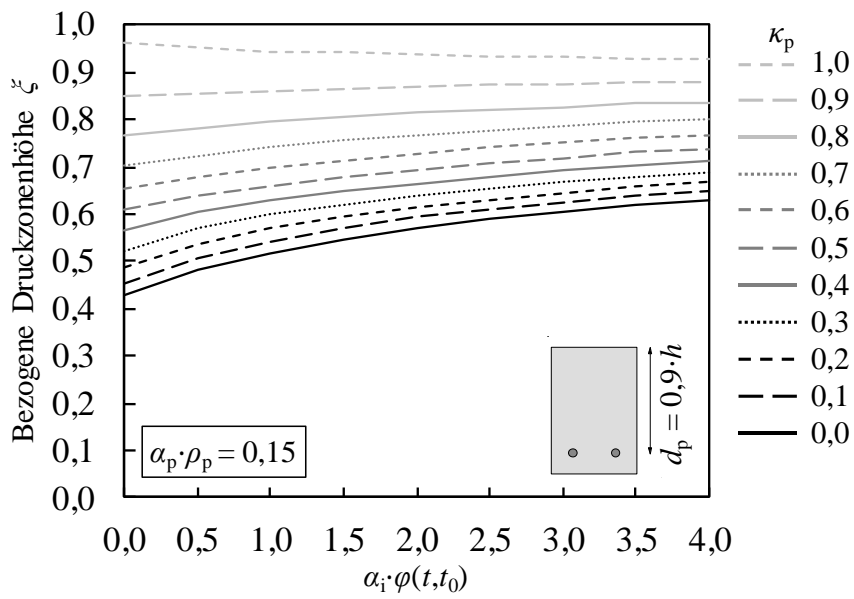


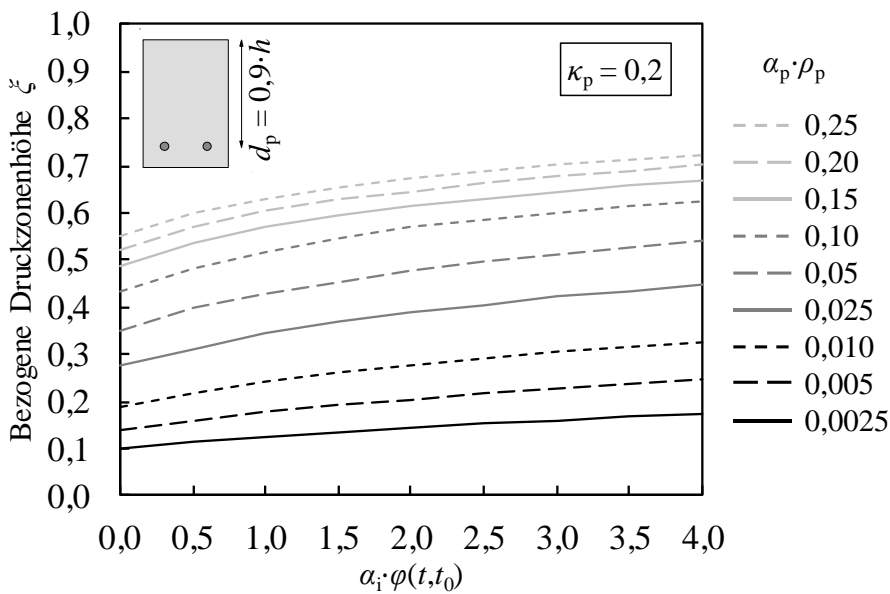
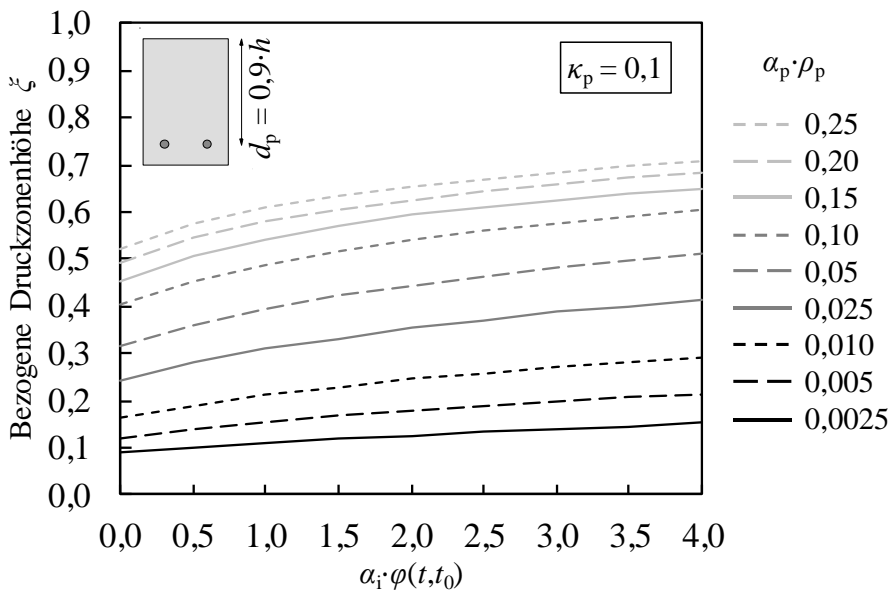
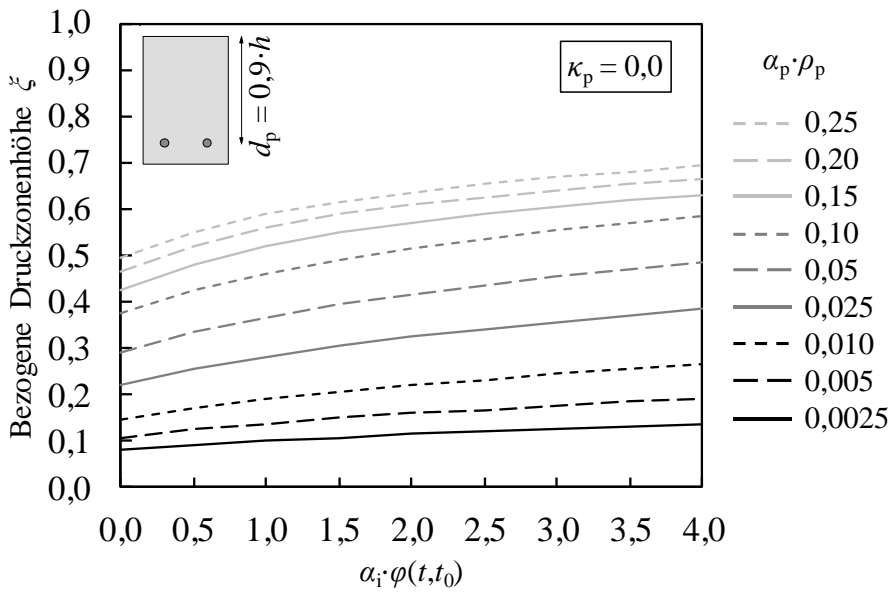
**Anhang A-5 Hilfsmittel zur Ermittlung der bezogenen Betondruckzonenhöhe  $\xi$  im Zustand II**

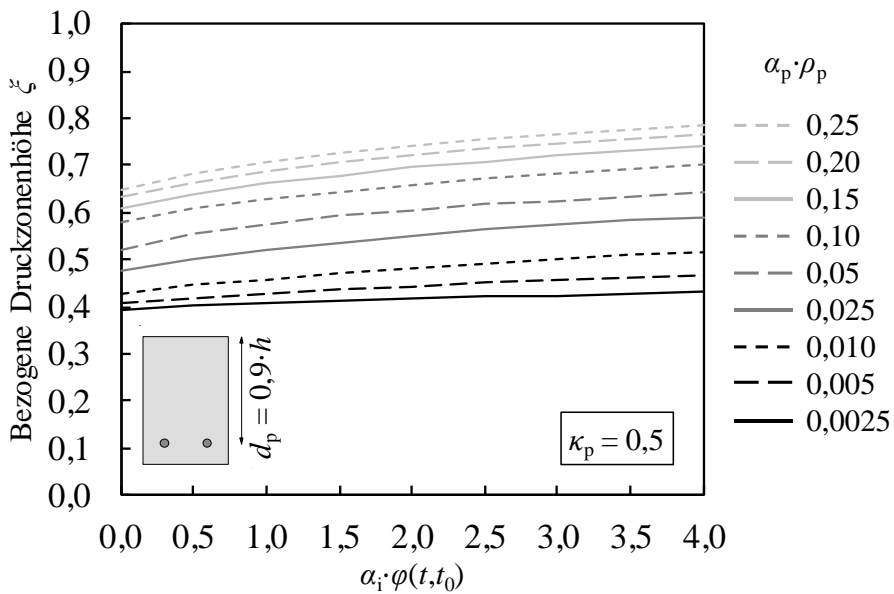
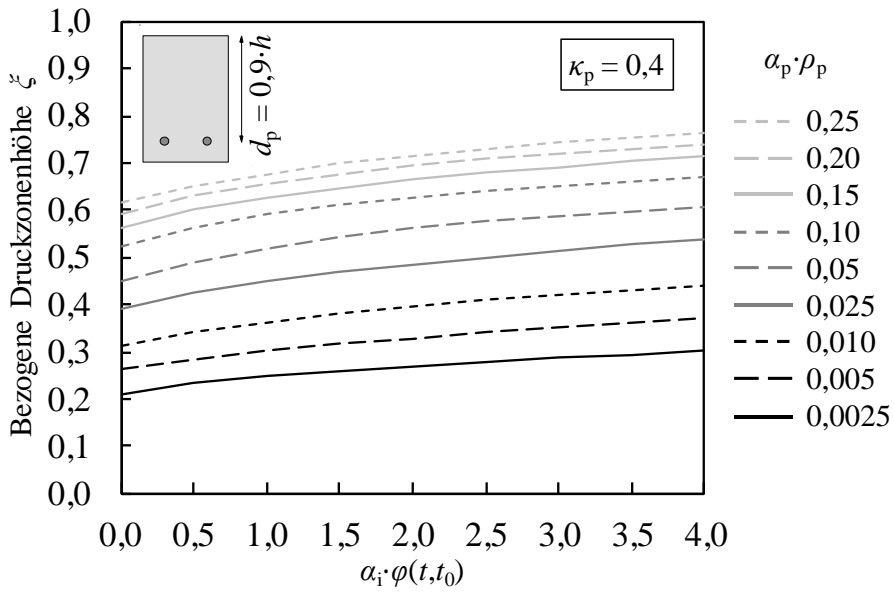
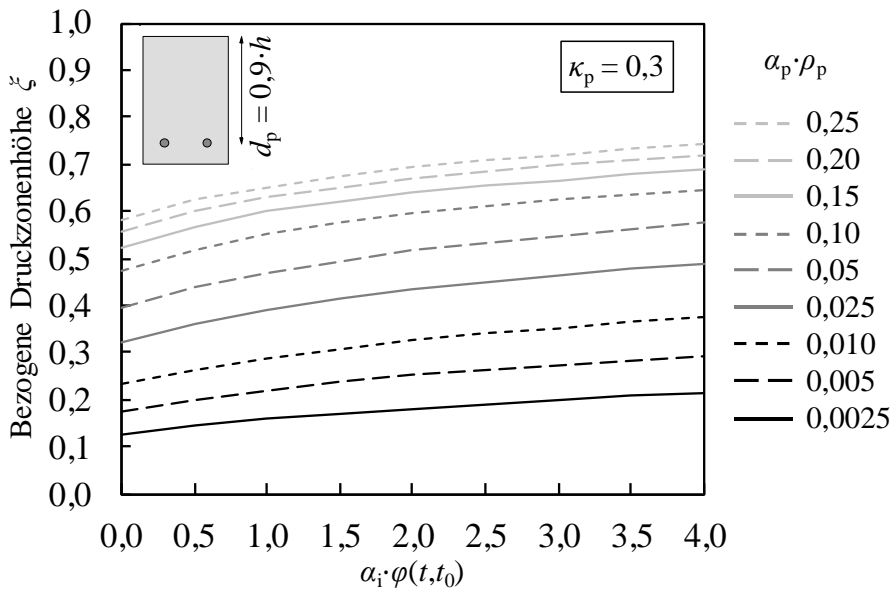
**Diagramme**

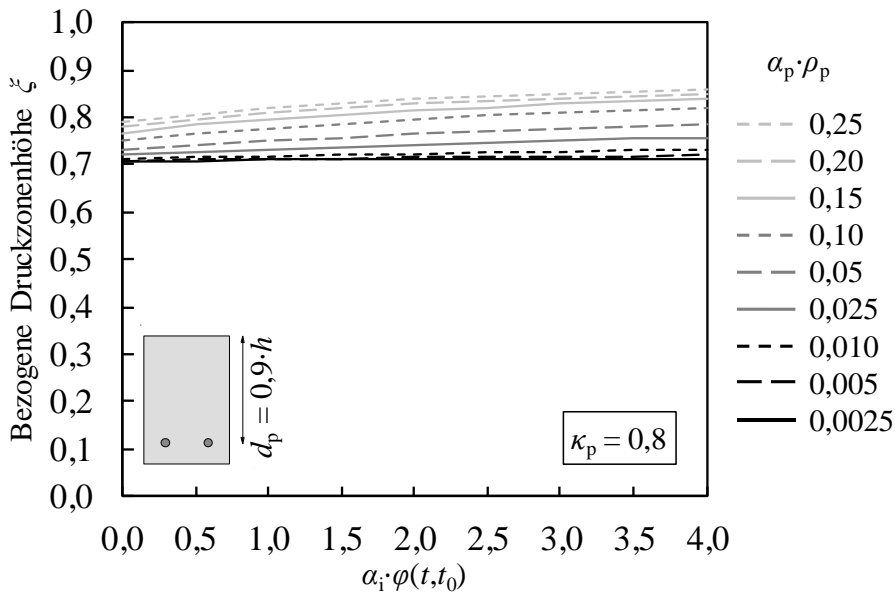
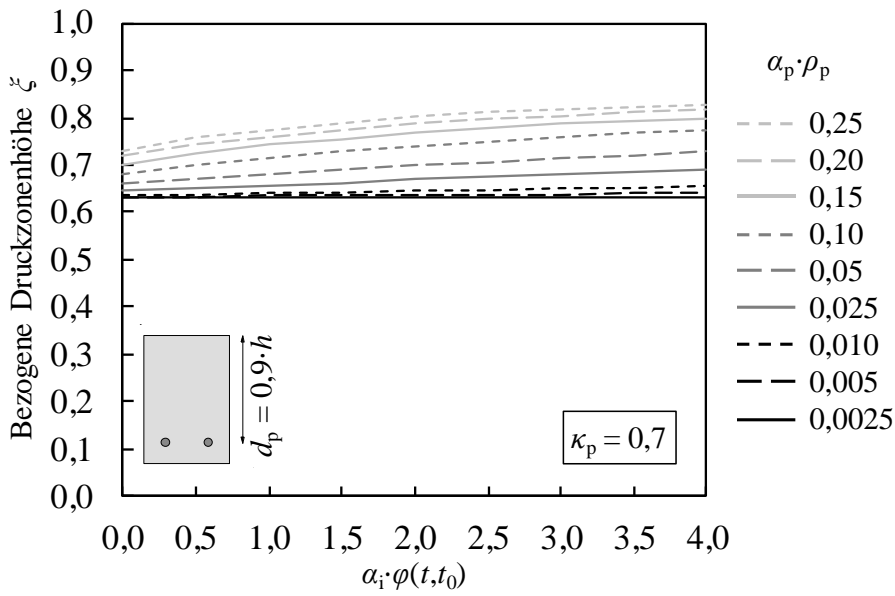
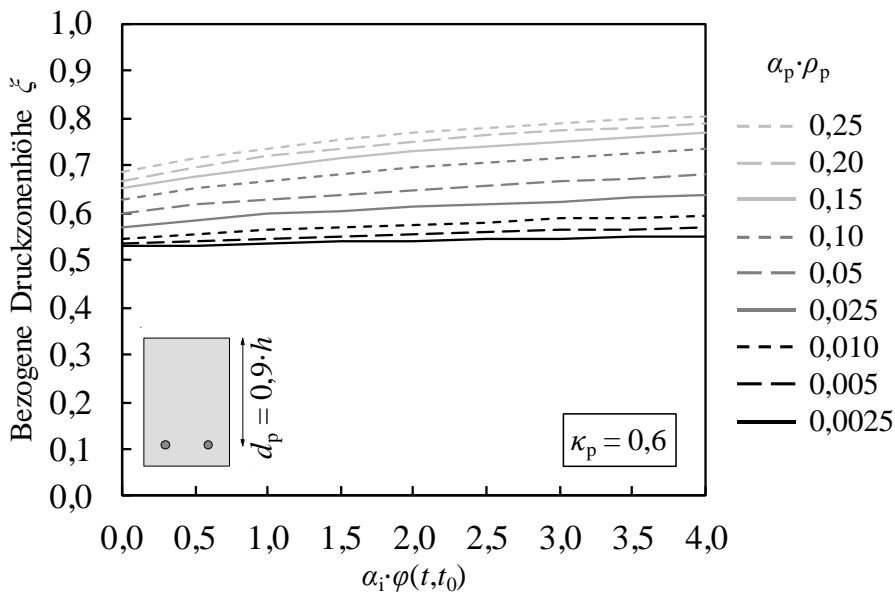


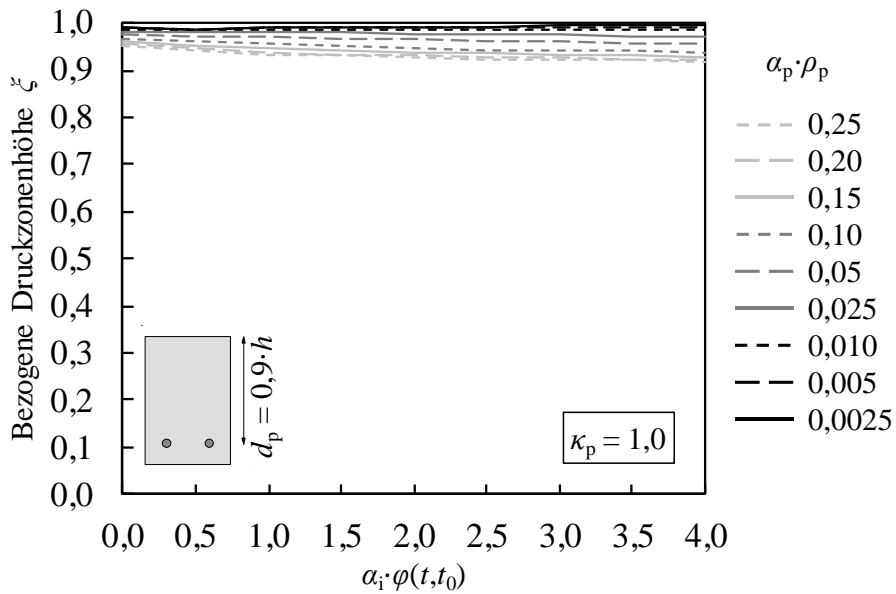
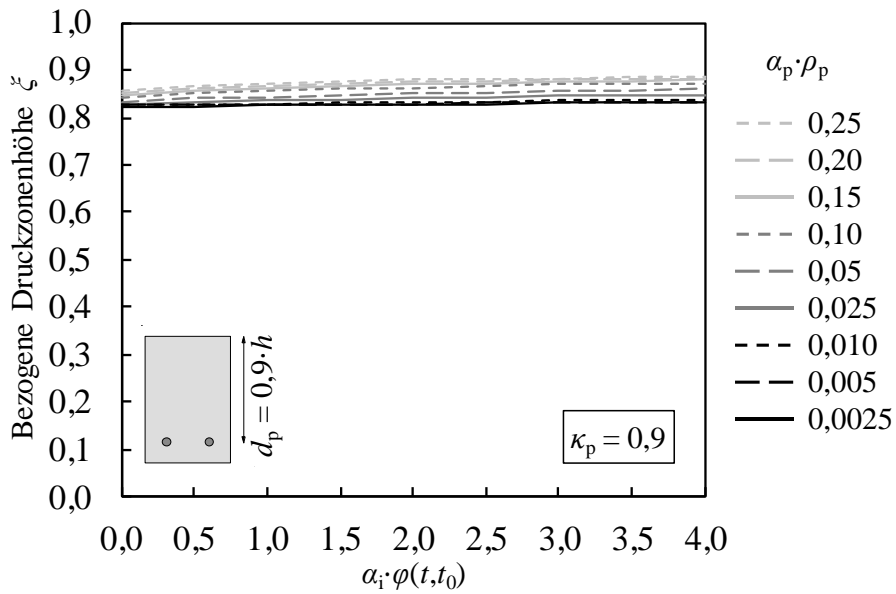












**Tabellen**

$\kappa_p = 0,0$	$\alpha_p \cdot \rho_p$								
	0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
0,0	0,0811	0,1087	0,1475	0,2197	0,2907	0,3746	0,4278	0,4664	0,4971
0,5	0,0916	0,1248	0,1710	0,2550	0,3341	0,4248	0,4801	0,5203	0,5517
1,0	0,1003	0,1380	0,1900	0,2822	0,3676	0,4615	0,5184	0,5590	0,5887
1,5	0,1078	0,1493	0,2061	0,3049	0,3950	0,4908	0,5485	0,5873	0,6145
2,0	0,1144	0,1594	0,2204	0,3245	0,4176	0,5152	0,5723	0,6085	0,6350
2,5	0,1205	0,1685	0,2332	0,3418	0,4370	0,5360	0,5912	0,6257	0,6525
3,0	0,1262	0,1769	0,2449	0,3575	0,4542	0,5540	0,6065	0,6409	0,6678
3,5	0,1315	0,1848	0,2557	0,3717	0,4698	0,5694	0,6198	0,6544	0,6812
4,0	0,1367	0,1923	0,2657	0,3850	0,4839	0,5827	0,6317	0,6665	0,6930

$\kappa_p = 0,1$	$\alpha_p \cdot \rho_p$								
	0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
0,0	0,0885	0,1203	0,1640	0,2430	0,3169	0,4025	0,4543	0,4924	0,5223
0,5	0,1006	0,1385	0,1901	0,2800	0,3619	0,4516	0,5059	0,5451	0,5748
1,0	0,1104	0,1533	0,2110	0,3086	0,3962	0,4879	0,5434	0,5816	0,6083
1,5	0,1189	0,1660	0,2287	0,3322	0,4228	0,5168	0,5720	0,6070	0,6325
2,0	0,1265	0,1772	0,2443	0,3526	0,4451	0,5406	0,5935	0,6268	0,6525
2,5	0,1333	0,1874	0,2579	0,3705	0,4643	0,5606	0,6106	0,6436	0,6695
3,0	0,1397	0,1967	0,2702	0,3866	0,4815	0,5771	0,6249	0,6583	0,6842
3,5	0,1457	0,2054	0,2815	0,4012	0,4968	0,5909	0,6378	0,6714	0,6971
4,0	0,1515	0,2137	0,2921	0,4139	0,5107	0,6027	0,6495	0,6830	0,7085

# Anhang A – Bemessungshilfsmittel

$\kappa_p = 0,2$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,1007	0,1387	0,1891	0,2748	0,3511	0,4348	0,4854	0,5221	0,5510
	0,5	0,1150	0,1599	0,2185	0,3135	0,3970	0,4830	0,5354	0,5725	0,5988
	1,0	0,1267	0,1770	0,2419	0,3433	0,4295	0,5185	0,5711	0,6048	0,6290
	1,5	0,1366	0,1916	0,2609	0,3677	0,4556	0,5463	0,5964	0,6278	0,6523
	2,0	0,1455	0,2043	0,2771	0,3886	0,4774	0,5687	0,6155	0,6467	0,6716
	2,5	0,1535	0,2158	0,2915	0,4064	0,4963	0,5865	0,6312	0,6630	0,6879
	3,0	0,1609	0,2263	0,3045	0,4216	0,5129	0,6007	0,6450	0,6772	0,7020
	3,5	0,1679	0,2361	0,3164	0,4353	0,5279	0,6130	0,6575	0,6897	0,7143
	4,0	0,1744	0,2453	0,3275	0,4479	0,5413	0,6237	0,6687	0,7009	0,7250

$\kappa_p = 0,3$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,1261	0,1739	0,2327	0,3208	0,3970	0,4740	0,5220	0,5567	0,5827
	0,5	0,1442	0,1994	0,2647	0,3603	0,4388	0,5200	0,5691	0,6010	0,6238
	1,0	0,1587	0,2195	0,2884	0,3903	0,4697	0,5538	0,5996	0,6289	0,6516
	1,5	0,1710	0,2363	0,3080	0,4134	0,4947	0,5788	0,6214	0,6506	0,6741
	2,0	0,1818	0,2510	0,3249	0,4323	0,5156	0,5976	0,6387	0,6688	0,6925
	2,5	0,1915	0,2630	0,3398	0,4488	0,5337	0,6127	0,6539	0,6844	0,7080
	3,0	0,2004	0,2740	0,3532	0,4634	0,5495	0,6251	0,6672	0,6979	0,7212
	3,5	0,2086	0,2840	0,3654	0,4767	0,5630	0,6364	0,6792	0,7097	0,7327
	4,0	0,2164	0,2934	0,3767	0,4888	0,5748	0,6468	0,6899	0,7203	0,7428

$\kappa_p = 0,4$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,2120	0,2614	0,3111	0,3903	0,4523	0,5220	0,5649	0,5941	0,6152
	0,5	0,2328	0,2839	0,3399	0,4234	0,4902	0,5637	0,6040	0,6300	0,6504
	1,0	0,2491	0,3018	0,3624	0,4483	0,5187	0,5916	0,6288	0,6553	0,6770
	1,5	0,2605	0,3167	0,3811	0,4684	0,5417	0,6116	0,6483	0,6760	0,6981
	2,0	0,2704	0,3297	0,3971	0,4858	0,5606	0,6268	0,6648	0,6933	0,7156
	2,5	0,2793	0,3413	0,4096	0,5009	0,5758	0,6400	0,6792	0,7080	0,7299
	3,0	0,2875	0,3518	0,4205	0,5144	0,5883	0,6519	0,6919	0,7206	0,7422
	3,5	0,2950	0,3615	0,4306	0,5265	0,5988	0,6627	0,7031	0,7316	0,7528
	4,0	0,3020	0,3704	0,4398	0,5377	0,6080	0,6727	0,7132	0,7413	0,7619

$\kappa_p = 0,5$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,3946	0,4082	0,4295	0,4740	0,5214	0,5779	0,6092	0,6311	0,6480
	0,5	0,4016	0,4183	0,4452	0,4991	0,5529	0,6085	0,6383	0,6616	0,6807
	1,0	0,4065	0,4270	0,4587	0,5193	0,5760	0,6287	0,6605	0,6853	0,7056
	1,5	0,4114	0,4350	0,4707	0,5362	0,5928	0,6446	0,6788	0,7048	0,7251
	2,0	0,4158	0,4424	0,4815	0,5508	0,6059	0,6587	0,6944	0,7207	0,7410
	2,5	0,4200	0,4492	0,4911	0,5631	0,6168	0,6712	0,7079	0,7342	0,7540
	3,0	0,4241	0,4556	0,4999	0,5735	0,6254	0,6825	0,7195	0,7456	0,7651
	3,5	0,4279	0,4616	0,5081	0,5824	0,6337	0,6927	0,7299	0,7556	0,7746
	4,0	0,4317	0,4673	0,5157	0,5900	0,6415	0,7019	0,7391	0,7643	0,7827

$\kappa_p = 0,6$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,5290	0,5342	0,5456	0,5709	0,5982	0,6301	0,6521	0,6697	0,6861
	0,5	0,5320	0,5403	0,5552	0,5858	0,6161	0,6508	0,6774	0,6982	0,7160
	1,0	0,5354	0,5458	0,5633	0,5969	0,6282	0,6681	0,6978	0,7201	0,7381
	1,5	0,5384	0,5507	0,5703	0,6061	0,6389	0,6833	0,7144	0,7376	0,7555
	2,0	0,5412	0,5555	0,5765	0,6141	0,6485	0,6962	0,7286	0,7516	0,7694
	2,5	0,5440	0,5594	0,5818	0,6202	0,6573	0,7076	0,7406	0,7637	0,7808
	3,0	0,5468	0,5632	0,5867	0,6258	0,6657	0,7179	0,7509	0,7735	0,7902
	3,5	0,5491	0,5666	0,5909	0,6311	0,6734	0,7271	0,7600	0,7821	0,7981
	4,0	0,5515	0,5698	0,5950	0,6362	0,6805	0,7354	0,7679	0,7896	0,8051

$\kappa_p = 0,7$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,6303	0,6320	0,6355	0,6448	0,6587	0,6823	0,7013	0,7181	0,7315
	0,5	0,6306	0,6331	0,6380	0,6511	0,6704	0,7011	0,7238	0,7422	0,7573
	1,0	0,6309	0,6344	0,6404	0,6574	0,6807	0,7163	0,7420	0,7613	0,7760
	1,5	0,6314	0,6352	0,6430	0,6631	0,6905	0,7297	0,7564	0,7757	0,7904
	2,0	0,6320	0,6366	0,6454	0,6688	0,6995	0,7412	0,7681	0,7872	0,8015
	2,5	0,6322	0,6377	0,6480	0,6743	0,7075	0,7511	0,7781	0,7966	0,8104
	3,0	0,6327	0,6388	0,6505	0,6792	0,7147	0,7595	0,7866	0,8048	0,8180
	3,5	0,6333	0,6401	0,6527	0,6842	0,7218	0,7673	0,7939	0,8116	0,8244
	4,0	0,6338	0,6413	0,6552	0,6889	0,7280	0,7740	0,8005	0,8176	0,8297

$\kappa_p = 0,8$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,7084	0,7089	0,7130	0,7207	0,7317	0,7510	0,7660	0,7784	0,7884
	0,5	0,7083	0,7112	0,7148	0,7255	0,7416	0,7655	0,7828	0,7963	0,8064
	1,0	0,7095	0,7122	0,7174	0,7310	0,7498	0,7775	0,7962	0,8094	0,8202
	1,5	0,7103	0,7135	0,7198	0,7364	0,7579	0,7870	0,8065	0,8201	0,8299
	2,0	0,7108	0,7150	0,7223	0,7413	0,7649	0,7956	0,8146	0,8277	0,8378
	2,5	0,7114	0,7160	0,7245	0,7454	0,7713	0,8027	0,8216	0,8344	0,8437
	3,0	0,7125	0,7174	0,7270	0,7500	0,7769	0,8089	0,8276	0,8400	0,8487
	3,5	0,7128	0,7188	0,7290	0,7538	0,7820	0,8147	0,8329	0,8446	0,8530
	4,0	0,7138	0,7200	0,7310	0,7575	0,7867	0,8193	0,8373	0,8487	0,8566

$\kappa_p = 0,9$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,8219	0,8247	0,8251	0,8289	0,8332	0,8414	0,8489	0,8535	0,8577
	0,5	0,8239	0,8260	0,8265	0,8317	0,8393	0,8500	0,8563	0,8620	0,8670
	1,0	0,8249	0,8267	0,8287	0,8348	0,8430	0,8552	0,8622	0,8682	0,8714
	1,5	0,8268	0,8284	0,8304	0,8383	0,8469	0,8590	0,8664	0,8717	0,8755
	2,0	0,8275	0,8290	0,8328	0,8411	0,8510	0,8630	0,8705	0,8753	0,8787
	2,5	0,8284	0,8307	0,8342	0,8429	0,8538	0,8658	0,8733	0,8777	0,8813
	3,0	0,8296	0,8317	0,8358	0,8455	0,8564	0,8689	0,8754	0,8800	0,8828
	3,5	0,8303	0,8330	0,8370	0,8474	0,8585	0,8709	0,8774	0,8817	0,8847
	4,0	0,8309	0,8334	0,8384	0,8491	0,8607	0,8729	0,8791	0,8830	0,8858

$\kappa_p = 1,0$		$\alpha_p \cdot \rho_p$								
		0,0025	0,0050	0,0100	0,0250	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500
$\alpha_i \cdot \varphi(t, t_0)$	0,0	0,9889	0,9887	0,9883	0,9825	0,9762	0,9686	0,9618	0,9556	0,9499
	0,5	0,9878	0,9875	0,9869	0,9821	0,9735	0,9609	0,9524	0,9450	0,9405
	1,0	0,9903	0,9899	0,9867	0,9798	0,9699	0,9566	0,9455	0,9392	0,9338
	1,5	0,9907	0,9902	0,9872	0,9788	0,9679	0,9510	0,9413	0,9345	0,9298
	2,0	0,9917	0,9911	0,9867	0,9772	0,9641	0,9475	0,9376	0,9314	0,9263
	2,5	0,9934	0,9912	0,9870	0,9753	0,9619	0,9443	0,9352	0,9287	0,9241
	3,0	0,9943	0,9909	0,9869	0,9746	0,9596	0,9423	0,9323	0,9263	0,9221
	3,5	0,9947	0,9915	0,9865	0,9726	0,9576	0,9397	0,9297	0,9242	0,9203
	4,0	0,9950	0,9919	0,9860	0,9718	0,9549	0,9374	0,9281	0,9224	0,9188



**Anhang B – Versuchsdatenbanken**

**Anhang B-1 FVK-Bewehrung unter statischer Dauerzugbeanspruchung**

Literatur	Material	V <sub>f</sub>	Ø <sub>p</sub>	σ <sub>0</sub> /f <sub>p</sub>	E <sub>calc</sub>	t <sub>exp</sub>	φ <sub>exp</sub>	ψ <sub>calc</sub>		ψ <sub>Trost</sub> /ψ <sub>Shi</sub>	
								Shi et al. (2017)	Trost (1987)		
-	-	%	mm	%	N/mm <sup>2</sup>	h	-	-	-	-	
Youssef und Benmokrane (2011)	Glas, Vinylester	57	9,5	12,4	46.774	10.000	-	0,0411	0,0400	0,0398	1,00
				12,4	46.691			0,0776	0,0740	0,0731	0,99
				12,6	46.663			0,0720	0,0693	0,0681	0,98
				14,8	46.760			0,0884	0,0852	0,0826	0,97
				20,9	46.859			0,0121	0,0121	0,0120	0,99
				28,8	46.803			0,0379	0,0371	0,0368	0,99
	Glas, Vinylester	65	12,7	16,2	49.443	10.000	-	0,0201	0,0199	0,0198	0,99
				16,2	49.659			0,0364	0,0356	0,0354	0,99
				16,0	49.596			0,0408	0,0398	0,0396	0,99
				24,3	49.626			0,0530	0,0521	0,0509	0,98
				25,1	49.534			0,1203	0,1129	0,1098	0,97
				25,9	49.620			0,0631	0,0608	0,0601	0,99
	Glas, Vinylester	67	15,9	25,6	49.474	3.000	0,0152	0,0151	0,0150	0,99	
				14,1	42.272	10.000	0,0581	0,0562	0,0555	0,99	
				15,7	42.107		0,0423	0,0412	0,0409	0,99	
				15,4	42.303		0,0492	0,0480	0,0473	0,99	
				14,1	42.238		0,0829	0,0794	0,0777	0,98	
				37,3	42.190		0,0318	0,0311	0,0310	1,00	
				30,9	42.216		0,0858	0,0824	0,0803	0,97	
				29,1	42.167		0,0657	0,0647	0,0624	0,96	
	29,4	42.177	0,0616	0,0593	0,0587		0,99				
	Glas, Vinylester	51	9,5	10,5	44.791	10.000	-	0,0170	0,0168	0,0168	1,00
				11,4	44.842			0,0252	0,0253	0,0247	0,98
				37,6	44.821			0,1179	0,1146	0,1077	0,94
				29,1	44.811			0,0201	0,0200	0,0198	0,99
				48,7	44.774			0,0244	0,0243	0,0240	0,99
				30,3	44.801			0,0550	0,0536	0,0527	0,98
	Glas, Vinylester	58	15,9	15,4	40.751	10.000	-	0,1568	0,1477	0,1393	0,94
				14,8	40.690			0,0969	0,0928	0,0899	0,97
				19,0	40.681			0,1567	0,1473	0,1392	0,95
				17,1	40.598			0,1137	0,1088	0,1042	0,96
				37,6	42.385			0,1179	0,1146	0,1077	0,94
				29,1	42.375			0,0201	0,0200	0,0198	0,99
				48,7	42.341			0,0244	0,0243	0,0240	0,99
				30,3	42.366			0,0550	0,0536	0,0527	0,98
	Glas, Vinylester	75	12,0	12,9	65.759	10.000	-	0,0221	0,0217	0,0217	1,00
				16,0	66.120			0,0322	0,0317	0,0314	0,99
				13,0	66.054			0,0259	0,0256	0,0254	0,99
				20,0	66.104			0,0471	0,0458	0,0454	0,99
				17,2	65.902			0,0166	0,0168	0,0164	0,98
				19,1	65.830			0,0565	0,0555	0,0540	0,97
	Sayed-Ahmed et al. (2017)	Glas, Vinylester	-	10,0	21,0	75.127	1.670	-	0,0581	0,0555	0,0555
22,0					72.571	0,0390			0,0378	0,0378	1,00
20,0					73.357	0,0686			0,0653	0,0650	1,00
40,0					74.982	0,0655			0,0625	0,0622	1,00
40,0					73.094	0,0854			0,0801	0,0800	1,00
41,0					73.858	0,1117			0,1023	0,1025	1,00
Shi et al. (2017) & Wang et al. (2014)	Basalt, Vinylester	60	6,0	50,0	46.211	1.000	-	0,0204	0,0202	0,0201	1,00
					46.665			0,0427	0,0418	0,0413	0,99
				46.082	0,0442			0,0430	0,0427	0,99	
				46.490	0,0225			0,0223	0,0221	0,99	
				45.670	0,0370			0,0362	0,0359	0,99	
				45.976	0,0515			0,0506	0,0495	0,98	

Anhang B – Versuchsdatenbanken

Literatur	Material	$V_f$	$\varnothing_p$	$\sigma_0/f_p$	$E_{calc}$	$t_{exp}$	$\varphi_{exp}$	$\psi_{calc}$		$\psi_{Trost}/\psi_{Shi}$	
								Shi et al. (2017)	Trost (1987)		
-	-	%	mm	%	N/mm <sup>2</sup>	h	-	-	-	-	
Yang et al. (2018)	Carbon, Epoxid	65	8,0	69,0	147.132	1.000	-	0,0112	0,0111	0,0111	1,00
					147.365			0,0110	0,0109	0,0109	1,00
					147.540			0,0103	0,0102	0,0102	1,00
				76,0	146.060			0,0111	0,0110	0,0110	1,00
					146.047			0,0115	0,0114	0,0114	1,00
					146.399			0,0106	0,0105	0,0105	1,00
					150.397			0,0119	0,0118	0,0118	1,00
				85,0	142.869			0,0116	0,0115	0,0115	1,00
					148.020			0,0113	0,0112	0,0112	1,00
Versuche der vorliegenden Arbeit, vgl. Abschnitt 4.2.2	Glas, Vinylester	75	8,0	25,0	57.361	1.000	-	0,0250	0,0245	0,0245	1,00
					57.851			0,0282	0,0276	0,0276	1,00
					62.773			0,0309	0,0301	0,0301	1,00
					61.443			0,0348	0,0339	0,0339	1,00
					57.342			0,0157	0,0155	0,0155	1,00
				45,0	60.007			0,0393	0,0381	0,0381	1,00
					54.339			0,0410	0,0397	0,0397	1,00
					57.798			0,0226	0,0222	0,0222	1,00
					56.974			0,0266	0,0260	0,0260	1,00
					61.624			0,0367	0,0357	0,0357	1,00
			12,0	20,0	61.376			0,0265	0,0260	0,0260	1,00
								0,0339	0,0330	0,0330	1,00
								0,0409	0,0395	0,0396	1,00
								0,0610	0,0580	0,0582	1,00
								0,0270	0,0264	0,0264	1,00
Vorversuche des Autors	Basalt, Epoxid	77	8,0	40,0	43.588	1.000	-	0,0415	0,0402	0,0402	1,00
					39.416			0,0315	0,0307	0,0307	1,00
				50,0	42.368			0,0408	0,0393	0,0393	1,00
					46.100			0,0406	0,0391	0,0395	1,01
			10,0	45,0	46.150						
					42.296						
				70,0	43.573						
					45.935						
Mittelwert ( $n = 81$ )										0,99	
Standardabweichung ( $n = 81$ )										0,015	

**Anhang B-2 Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter statischer Kurzzeitbeanspruchung**

Literatur	Bezeichnung	QS*	Mat.*	Bez. FVK*	b	h	d <sub>p</sub>	l	a*	Ø <sub>p</sub>	A <sub>p</sub>	ρ <sub>p</sub>	P <sub>eff</sub>	E <sub>p</sub>	f <sub>p</sub>	f <sub>cm</sub>	η <sub>WH</sub>	η <sub>WH</sub>	Versagen*					
Abdelrahman (1995)	T-4-.5-H	T	CFVK	Leadline	128	330	255	5,80	2,40	7,8	189,2	0,582	155,6	177.000	2.280	47,0	0,93	0,91	P					
	T-4-.5-V						243						153,4			61,0	0,96	0,92						
	T-4-.7-V						255						236,9			64,0	0,92	0,91						
	R-4-.5-H						243						138,5			47,0	1,05	1,02						
	R-4-.5-V						268						160,6			61,0	0,92	0,90						
Arockiasamy et al. (1995)	Beam-1	R	CFVK	TokyoRope CFCC	254	254	210	2,44	0,95	12,7	253,4	0,475	172,5	85.000	2.200	75,2	0,91	1,02	P					
	Beam-2								1,08				173,4			53,3	0,93	1,08						
	Beam-3								178,1				179,4			47,9	0,93	1,11						
	Beam-4								178,1				179,4			47,9	0,93	1,11						
Atutis (2018)	SSI-1	R	BFVK	RockBar	150	303	253	2,64	0,84	12,5	121,7	0,321	71,2	45.000	1.098	44,5	1,05	0,93	P					
	SSI-2				149	300	250													0,327	63,3			
	SSI-3				150	301	251													0,323				
	SSI-4				149	299	249													0,328				
	SSI-5				150	300	250													0,325				
	SSI-6				152	303	253													0,316				
	SSI-7				148	301	251													0,328				
	SSI-8				147	303	253													0,327				
	SSI-9				151	301	251													0,321				
	SSI-10				150	302	252													0,322	87,0			
	SSI-11				150	302	252													0,322				
	SSI-12				149	300	250													0,327				
Atutis et al. (2015)	SI-1	R	GFVK	Schöck Combar	148	303	253	1,80	0,60	12,0	226,2	0,604	86,5	60.200	1.418	31,5	1,04	0,93	C					
	SI-2	R	AFVK	Fibra	149	301	251	4,57	1,83		127,0	0,291	70,6	68.600	1.389	64,8	1,03	0,91	C					
Dolan et al. (2001b) & Burke und Dolan (2001)	CFCC	T	CFVK	TokyoRope Glasforms	102	305	241	4,88	1,98	-	100,6	0,409	106,8	137.000	2.118	49,6	0,93	0,84	P					
	Strawman 1	R		Inc.	181	241	203	3,05	1,37		50,3	0,137	53,4	146.000	1.912	42,1	1,08	1,03						
	Strawman 3	R			181	241	203	3,05	1,37		50,3	0,137	53,4	146.000	1.912	42,1	1,08	1,03						
Kakizawa et al. (1993)	CPC69B	R	CFVK	-	100	150	100	1,70	0,70	10,5	55,7	0,557	68,0	140.000	1.724	35,3	0,99	0,92	C/P					
	CPC58B	R			100	150	100	1,70	0,70	7,5	30,4	0,304	57,0	140.000	1.875	35,3	1,02	0,93	P					
	CPC38B	R			100	150	100	1,70	0,70	7,5	30,4	0,304	57,0	140.000	1.875	35,3	0,93	0,96	P					
Krem (2013)	S45-1	R	CFVK	Pultrall Inc.	150	250	206	3,40	1,10	12,7	126,7	0,410	94,0	144.000	1.765	62,1	0,93	0,97	P					
	S45-2																			1,25	100,6	70,9	1,05	1,02
	S45-3																			1,35	98,4		1,05	1,03
	S45-4																			1,50	94,0		1,04	1,03
	S60-1																			1,10	118,2		0,93	0,97
	S60-2																			1,35	126,1		0,95	0,86
S60-3	1,50	116,6		0,92	0,88																			
S60-4	1,70	123,4		0,95	0,92																			

Anhang B – Versuchsdatenbanken

Literatur	Bezeichnung	QS*	Mat.*	Bez. FVK*	b	h	d <sub>p</sub>	l	a*	Ø <sub>p</sub>	A <sub>p</sub>	ρ <sub>p</sub>	P <sub>eff</sub>	E <sub>p</sub>	f <sub>p</sub>	f <sub>cm</sub>	η <sub>wII</sub>	η <sub>wu</sub>	Versagen*		
Kueres (2019)	DL-1	T	CFVK	T2.1	148	300	226	2,60	1,00	10,0	166,4	0,499	259,6	187.000	3.610	106,4	1,07	1,02	PO		
	DL-2															106,0	0,94	0,92	P		
	DL-3															101,3	0,97	1,01			
	DL-4															92,4	1,03	1,11	PO		
Lees und Burgoyne (1999)	TB (2)	R	AFVK	Technora Fibra	100	200	130	2,40	0,80	4,0	25,2	0,194	31,0	54.000	1.802	58,5	0,94	1,05	P		
	FB						3,7			33,0										0,254	28,0
Mertol et al. (2007)	B2	R	CFVK	SACAC CFRP Bar	108	203	171	1,91	0,72	4,6	33,2	0,180	29,4	161.000	2.200	84,6	1,03	1,08			
	B3															93,1	0,97	1,12			
	B4															100,1	1,00	1,01			
	B5															103,9	0,97	1,13			
	B6															82,3	1,05	0,98			
	B8															83,2	0,97	1,16			
	B9															77,1	1,03	0,94			
	B20															32,0	0,94	0,92			
	B30															48,0	1,04	0,97			
B40	62,0	1,02	0,94																		
Mirshekari et al. (2016)	BFRP20	R	BFVK	MagmaTech RockBar	125	200	164	2,00	0,70	10,0	157,0	0,766	48,0	45.000	1.000	43,0	1,05	0,95			
	BFRP30															11,6	1,06	0,99	P		
	BFRP40															23,2	1,05	1,00			
Pearson und Donchev (2013)	BG16	R	BFVK	MagmaTech RockBar	125	200	181	2,20	0,80	6,0	56,5	0,250	16,0	45.000	1.200	38,0	0,92	0,90	C		
	Prestressed Strip															100	1,80	0,68			
	B1-4-65															248	210	0,432	155,4	69.000	1.380
Saeed (2016)	B2-4-55	R	CFVK	Aslan 250 #4	140	254	216	4,12	1,37	31,8	126,5	0,419	136,5	124.000	2.275	52,7	0,91	0,99	PO		
	B4-4-60															151,8	0,93	1,08			
	CFBI-2-H-0.61															164,8	0,96	0,98			
Selvachandran et al. (2016)	CFB2-2-V-0.48	R	CFVK	Dextra PVT CFRP bar	150	250	185	3,00	1,00	9,5	142,6	0,514	129,7	124.000	1.896	53,3	0,96	1,03	P		
	CFB4-1-H-0.70															94,5	0,95	0,98			
	AR31															164,8	0,96	0,98			
Sen et al. (1998)	F-0-3	R	AFVK	Arapree	114	150	125	2,25	0,98	5,7	51,0	0,358	31,3	56.740	1.305	56,4	1,08	0,97	S		
	F-24-3															159	1,222	0,0			
	F-35-3															164	1,185	214,0	54.954	863	75,5
Singh (2014)	F-35-3	R	GFVK	Pultrall V- Rod	610	217	164	6,20	2,48	15,9	1.187,4	1,150	325,0	54.954	863	67,1	0,95	0,96	S		
	Beam 1															1,150	325,0	325,0	1,01	0,94	P
	Beam 2															712,0	1,03	1,00	147.000	3.490	86,3
Stoll et al. (2000)	Beam 1	I	CFVK	Leadline	152	914	812	11,79	4,64	10,0	556,0	0,450	712,0	147.000	3.490	71,1	1,04	1,06	P		
	Beam 2															676,0	1,04	1,06			

Literatur	Bezeichnung	QS*	Mat.*	Bez. FVK*	b	h	d <sub>p</sub>	l	a*	Ø <sub>p</sub>	A <sub>p</sub>	ρ <sub>p</sub>	P <sub>eff</sub>	E <sub>p</sub>	f <sub>p</sub>	f <sub>cm</sub>	η <sub>wII</sub>	η <sub>wu</sub>	Versagen*
Thorhallsson et al. (2015) & Gunnarsson (2013)	Jonsson Beam1	-	-	-	200	200	150	2,00	0,80							60,4	0,99	1,03	
	Jonsson Beam2																0,93	1,00	
	Jonsson Beam3																1,04	1,09	
	Gudmundsson	R	BFVK	RockBar Composite	200	200	150	3,86	1,60	10,0	156,0	0,520	94,0	50.000	1.000	57,1	1,00	0,90	S
	Gudmundsson																1,01	0,97	
	Asbjörnsson Beam							2,70	1,15							61,7	1,06	0,95	
Zawam (2015)	Asbjörnsson Beam																0,97	0,91	
	N0-16-0												0,0				0,97	0,98	
	N25-16-0												60,3			40,0	0,98	0,94	
	N40-16-0	R	GFVK	Schöck Combar	150	255	200	3,40	1,40	16,0	201,1	0,670	100,5	50.000	1.200		1,06	1,02	-
	H40-16-0												100,5			80,0	1,01	0,97	
	N40-12-0									12,0		0,377	56,5			40,0	0,99	0,97	
Zou (2003a)	A40-80-S	R	AFVK	Arapree	150	300	235	3,00	1,00	7,9	201,2	0,571	72,4	56.740	1.305	36,0	0,97	1,02	C
	A80-80-S												92,0		82,0	1,10	1,01	P	
	C80-120-L-U	R	CFVK	Leadline				6,00	2,00	8,0	92,2	0,262	122,3	147.000	2.250	74,0	0,97	0,93	S
	G-8-C25-M-K				299	153	104			8,0			0,162	18,5	1.408		1,07	0,99	P
	G-12-C25-M-K				300	154	97			12,0			0,388	36,9	1.449	29,1	1,06	0,99	C
	G-16-C25-M-K				300	153	99			16,0			0,679	35,3	1.282		1,00	0,94	
Versuche der vorliegenden Arbeit, vgl. Abschnitt 4.4	G-8-C50-M-K				302	153	109			8,0			0,153	24,7	1.408		1,05	0,92	P
	G-12-C50-M-K				303	154	107			12,0	50,3	0,350	32,8	60.324	1.449	52,2	0,96	0,92	
	G-16-C50-M-K				301	152	101			16,0		0,660	31,9	61.301	1.282		0,95	0,92	C
	G-8-C25-V-K-1				152	301	232					0,143	24,1				1,05	1,07	
	G-8-C25-V-K-2	R	GFVK	Schöck Combar	153	303	252	3,80	1,65	8,0		0,130	24,7	58.715	1.408	26,3	1,14	0,99	S
	G-8-C25-V-K-3				152	301	268					0,124	23,8				0,94	0,94	
	G-8-C25-M-D-1 (RT)				300	154	105				50,3	0,160	24,7			43,2	1,07	1,07	
	G-8-C25-M-D-2 (RT)				600	156	108				100,5	0,156	50,1			45,0	0,97	1,04	
	G-8-C25-M-D-3 (RT)				900	154	106				150,8	0,158	74,6			34,1	0,98	1,01	P
	G-8-C25-M-D-4 (RT)				302	153	106				50,3	0,157	25,8				1,11	0,96	
G-12-C25-M-D (RT)				300	153	104				12,0	113,1	0,364	25,6	60.324	1.449	35,5	1,01	0,96	C
G-16-C25-M-D (RT)				298	152	103				16,0	201,1	0,658	26,1	61.301	1.282	1,03	0,95		
QS*		Querschnittstyp		R: Rechteck, T: T-Querschnitt, I: I-Querschnitt															
Mat.*		Bewehrungsmaterial		AFVK: Aramid, BFVK: Basalt, CFVK: Carbon, GFVK: Glas															
Bez. FVK*		Bezeichnung / Hersteller FVK																	
a*		Abstand Einzellast - Auflager																	
Versagen*		Versagensmodus		C: Betonversagen, P: Spannungliedversagen, S: Schubversagen, PO: Verbundversagen															

**Anhang B-3 Betonbauteile mit vorgespannter FVK-Bewehrung unter statischer Dauerbeanspruchung**

Literatur	Bezeichnung	$t_{exp}$	QS*	Mat.*	Bez. FVK*	b	h	$d_p$	l	$a^*$	$\phi_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$\eta_{wt, end}$
Singh (2014)	-	h	-	-	-												75,2	-
	F-0-1	11.863						159					1,222	0,0			69,2	1,10
	F-0-2	11.721						164					1,185	223,0		751	72,1	0,96
	F-24-1	6.056	R	GFVK	Pultrall V-Rod	610	217	169	6,20	5-Pkt	15,9	1.187,4	1,150	329,0			72,1	0,98
	F-35-1	6.903						169					1,157	303,0			46,0	1,01
Sovjak et al. (2018)	F-35-2	7.972				600	200	150	4,00	1,30	6,0	141,4	0,157	134,0	100.000	2.000	34,8	0,95
	7 years	62.232	R	CFVK	-													
Zawam (2015)	N40-16-35	6.912												100,5				0,94
	N40-16-60																	0,92
	N40-16-80																	0,94
	N25-16-35																	1,01
	N25-16-60	6.864												60,3			40,0	0,95
	N25-16-80																	1,03
	N0-16-35		R	GFVK	Schöck ComBar	150	255	200	3,40	1,40	16,0	201,1	0,670	0,0	50.000	1.200		0,97
	N0-16-60																	0,98
	N0-16-80																	1,08
	H40-16-35	4.464																
Zou (2003b) & Zou (2003c)	H40-16-80	5.184												100,5			80,0	1,03
	N40-12-35																	0,97
	N40-12-60	6.864									12,0	113,1	0,377	56,5			40,0	0,99
	N40-12-80																	0,93
Versuche der vorliegenden Arbeit, vgl. Abschnitt 4.5	C40-80-L-U	7.160												82,3			45,0	0,91
	C80-80-L-C	10.540	R	CFVK	Leadline	150	300	235	6,00	2,50	8,0	100,5	0,285	74,9	147.000	2.250	77,0	0,95
	C40-80-L-C	7.763												79,3			37,0	1,04
	A80-120-L-C	5.585		AFVK	Arapree					UDL	7,8	143,3	0,407	109,0	52.500	1.250	85,0	1,03
	G-8-C25-M-D-1					300	154	105						24,7			25,3	0,95
Legende	G-8-C25-M-D-2					600	156	108						50,1				1,01
	G-8-C25-M-D-3	1.000	R	GFVK	Schöck ComBar	900	154	106	3,80	1,65	8,0	50,3	0,158	74,6	58.715	1.408	23,8	1,04
	G-8-C25-M-D-4					302	153	106						25,8				0,96
	G-12-C25-M-D					300	153	104			12,0	113,1	0,364	25,6	60.324	1.449	19,4	1,03
	G-16-C25-M-D					298	152	103			16,0	201,1	0,658	26,1	61.301	1.282		0,94
QS*	Querschnitt																	
Mat.*	Material																	
Bez. FVK*	Bezeichnung / Hersteller FVK																	
$a^*$	Abstand Einzellast - Auflager																	

## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

### Anhang C-1 Materialparameter der GFVK-Bewehrung unter Kurzzeitzugbeanspruchung

Tabelle C - 1 Grundlegende Eigenschaften der eingesetzten GFVK-Bewehrung

Grundlegende Eigenschaften	
Hersteller	Schöck Bauteile GmbH
Bezeichnung	Combar ®
Fasermaterial	ECR-Glas
Matrixmaterial	Vinylesterharz
Faservolumengehalt	75 %

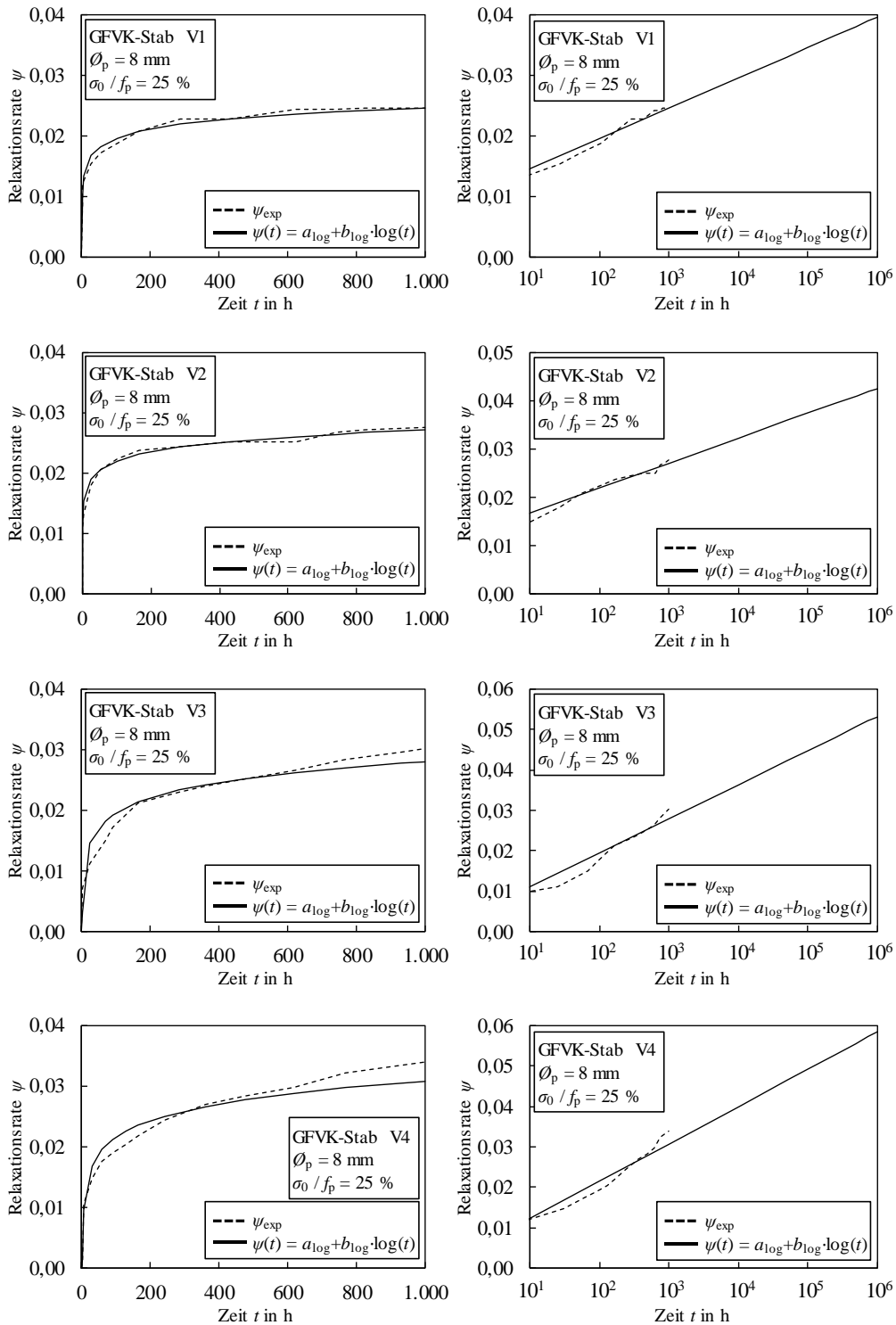
Tabelle C - 2 Materialparameter der eingesetzten GFVK-Bewehrung

Materialparameter				
nomineller Durchmesser $\phi_p =$ Innendurchmesser $\phi_{p,i}$	Fläche $A_p$	Zugfestigkeit $f_{p,m}$	Elastizitätsmodul $E_{p,m}$	Bruchdehnung $\epsilon_{u,m}$
mm	mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	%
8	50,27	1.408 (±65)	58.715 (±2.290)	24,03 (±1,67)
12	113,10	1.449 (±45)	60.324 (±662)	24,02 (±0,62)
16	201,06	1.282 (±19)	61.301 (±1.138)	20,91 (±0,10)

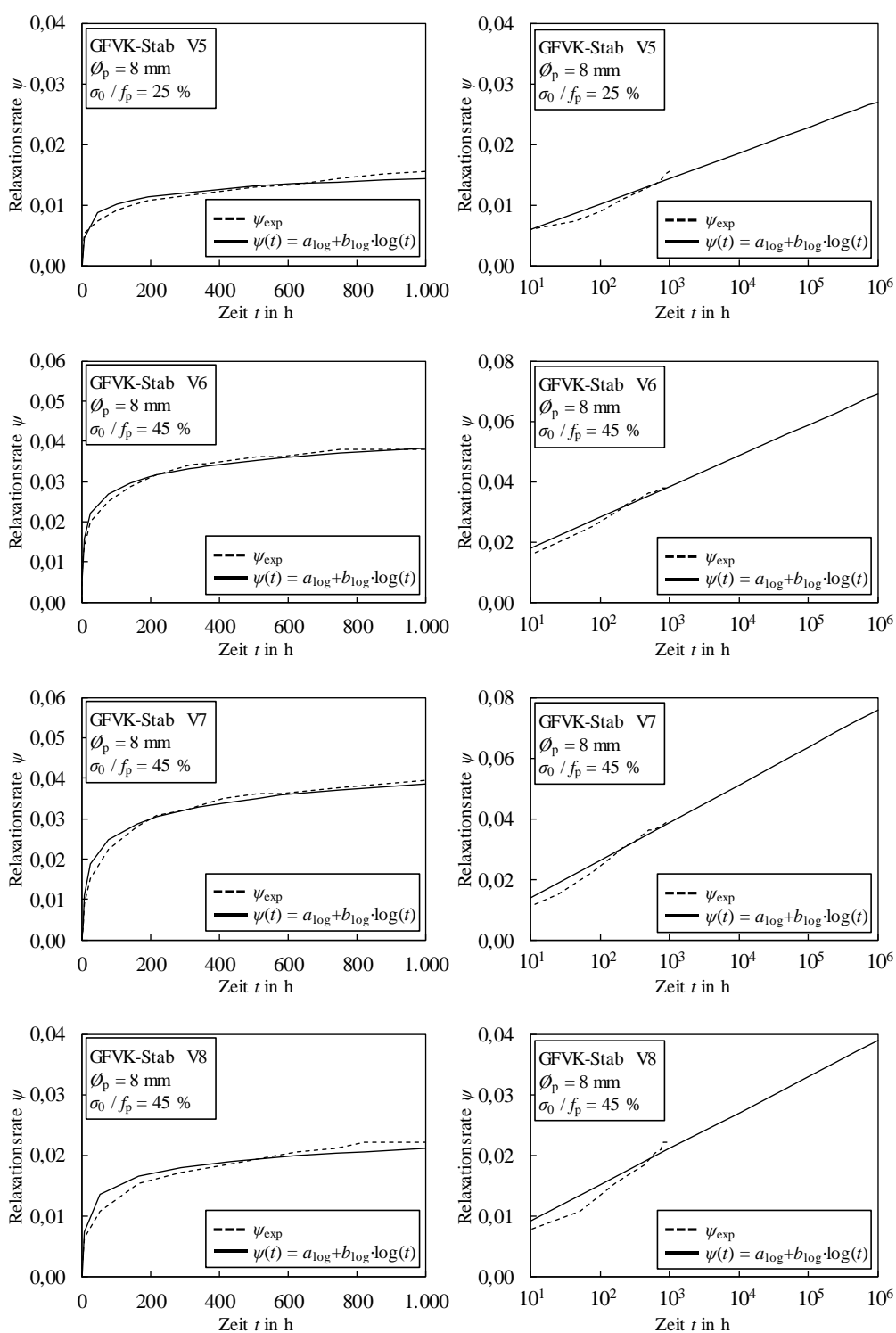


Abbildung C - 1 Oberflächenstruktur der eingesetzten GFVK-Bewehrung

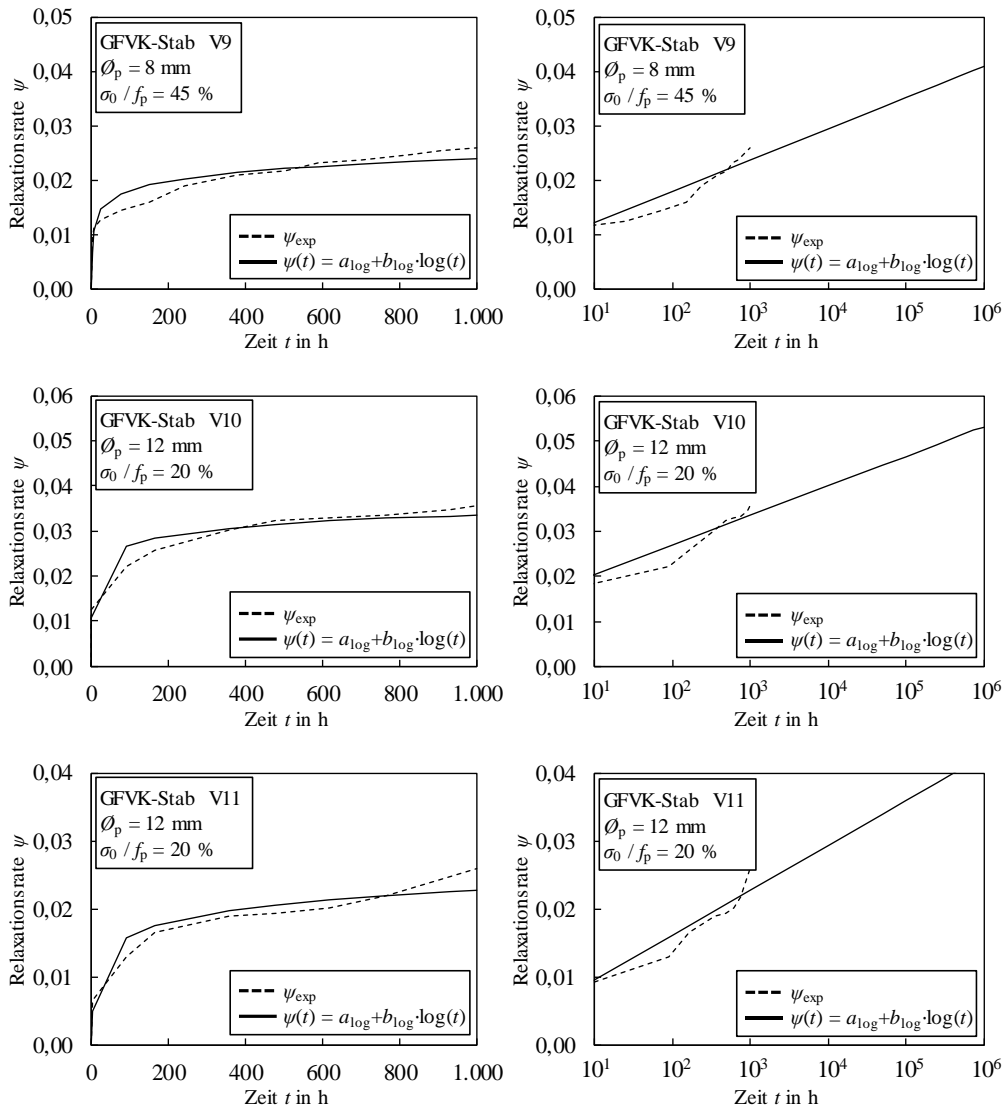
**Anhang C-2 Relaxationsverhalten der GFVK-Bewehrung unter statischer Dauerzugbeanspruchung**







# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen



### Anhang C-3 Verbundversuche

Die Herstellung der Probekörper erfolgte in Anlehnung an DIN EN 10080 (2005). Die Kantenlänge der Betonwürfel betrug 150 mm und die nominelle Verbundlänge betrug einheitlich  $l_b = 2 \cdot \varnothing_p$ . Der restliche Bereich der Bewehrung wurde mit einem PVC-Schlauch ummantelt und die Öffnungen mit Heißkleber abgedichtet, wodurch der Verbund in diesem Abschnitt gebrochen wurde. Das andere Ende der Bewehrung wurde analog zu den Stabenden im Rahmen der Zugversuche und der Bauteilversuche in einer Stahlhülse zentriert, welche mit Expansivmörtel verfüllt wurde. Die Betonage der Probekörper erfolgte schließlich im liegenden Zustand. Die Betongüte wurde in Anlehnung an die Bauteilversuche gewählt. Dabei wurde in den Versuchsserien jeweils ein Beton mit einer mittleren Zylinderdruckfestigkeit von  $f_{cm} = 29,7 \text{ N/mm}^2$  (Serie 1) bzw.  $f_{cm} = 45,7 \text{ N/mm}^2$  (Serie 2) verwendet. Die Zusammensetzung der Betone ist in Tabelle C - 3 dargestellt.

Tabelle C - 3 Betonzusammensetzung der Verbundversuche

Komponente	Einheit	Serie 1	Serie 2
Zement CEM I 52,5 R	kg/m <sup>3</sup>	304,4	438,5
Wasser		191,8	188,6
Sand 0/2		940,8	887,8
Feinkies 4/8		940,8	887,8

In Abbildung C - 2 bis Abbildung C - 7 sind die experimentell ermittelten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen aller Verbundversuche sowie die zugehörigen berechneten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach Cosenza et al. (1997) zusammengestellt.

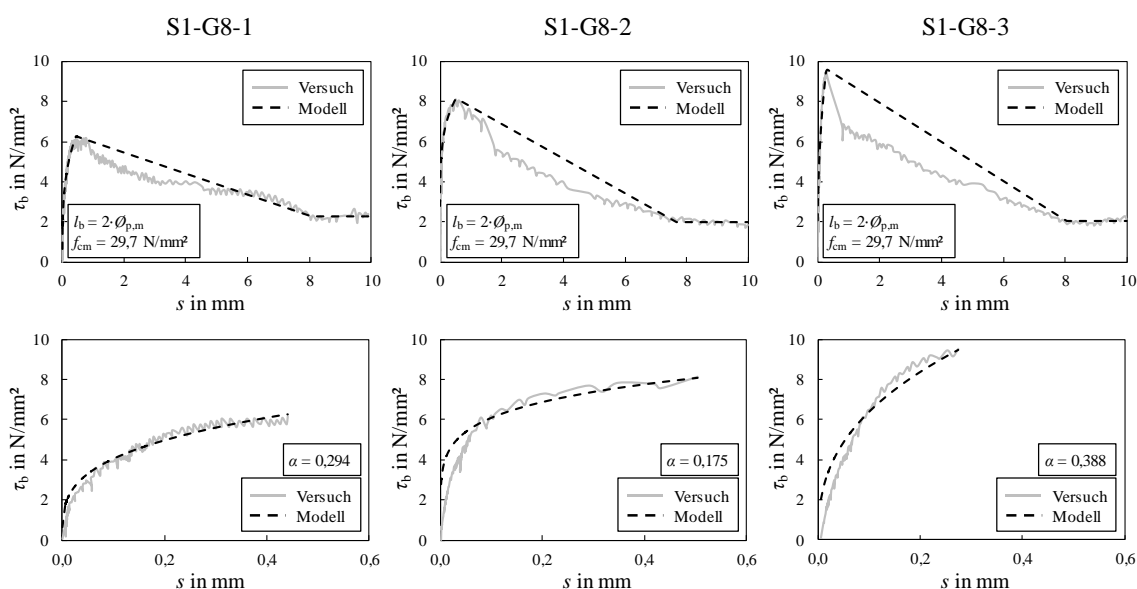


Abbildung C - 2 Verbundversuche der Serie 1 mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_p = 8 \text{ mm}$

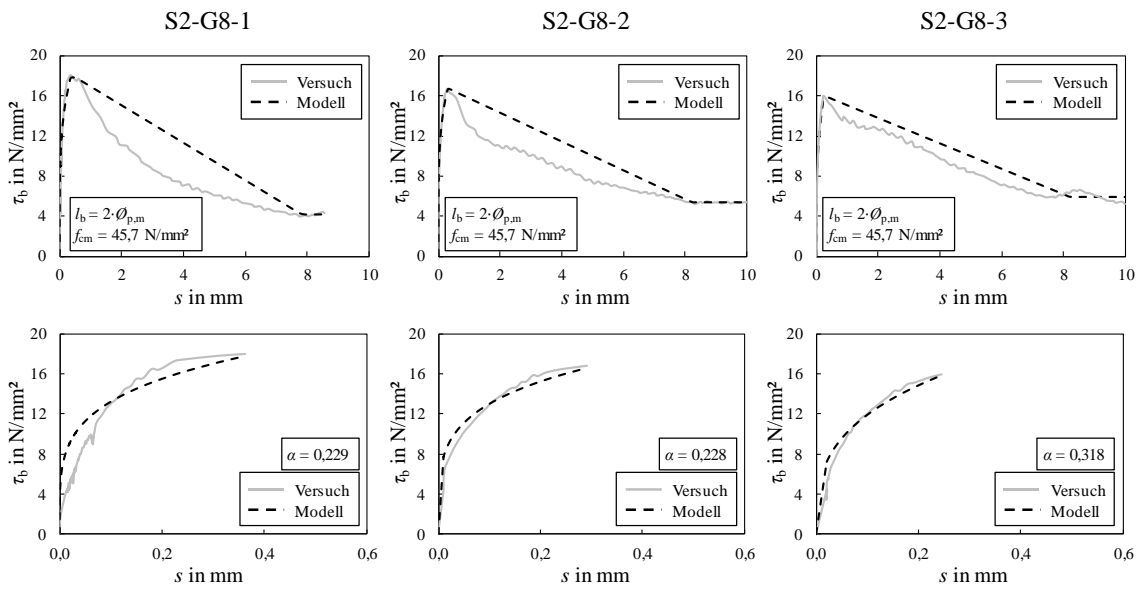


Abbildung C - 3 Verbundversuche der Serie 2 mit dem Stabdurchmesser  $\phi_p = 8 \text{ mm}$

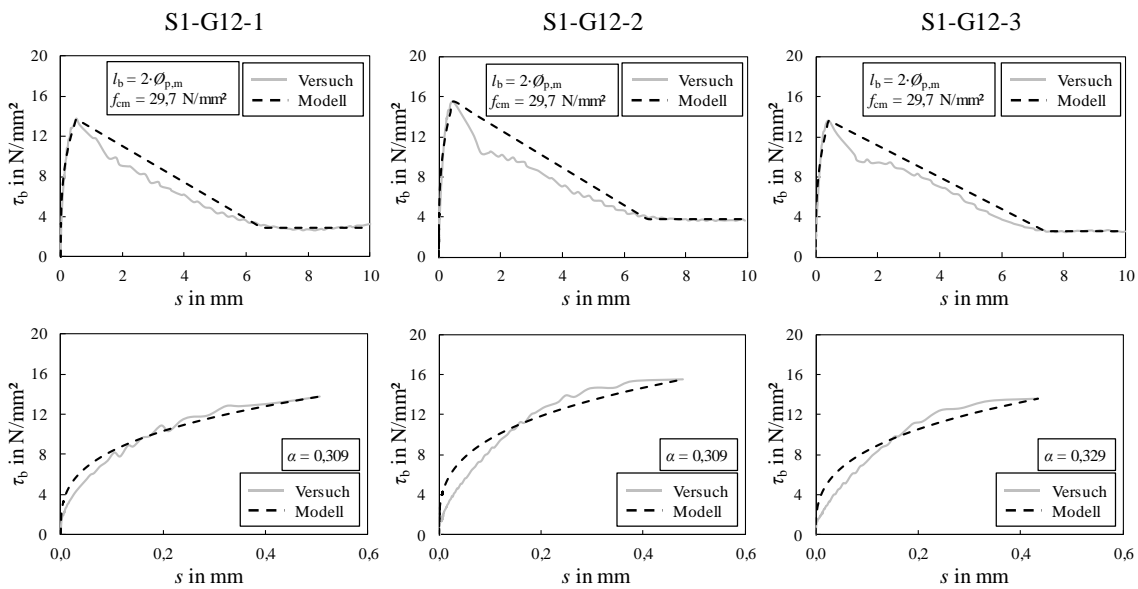


Abbildung C - 4 Verbundversuche der Serie 1 mit dem Stabdurchmesser  $\phi_p = 12 \text{ mm}$

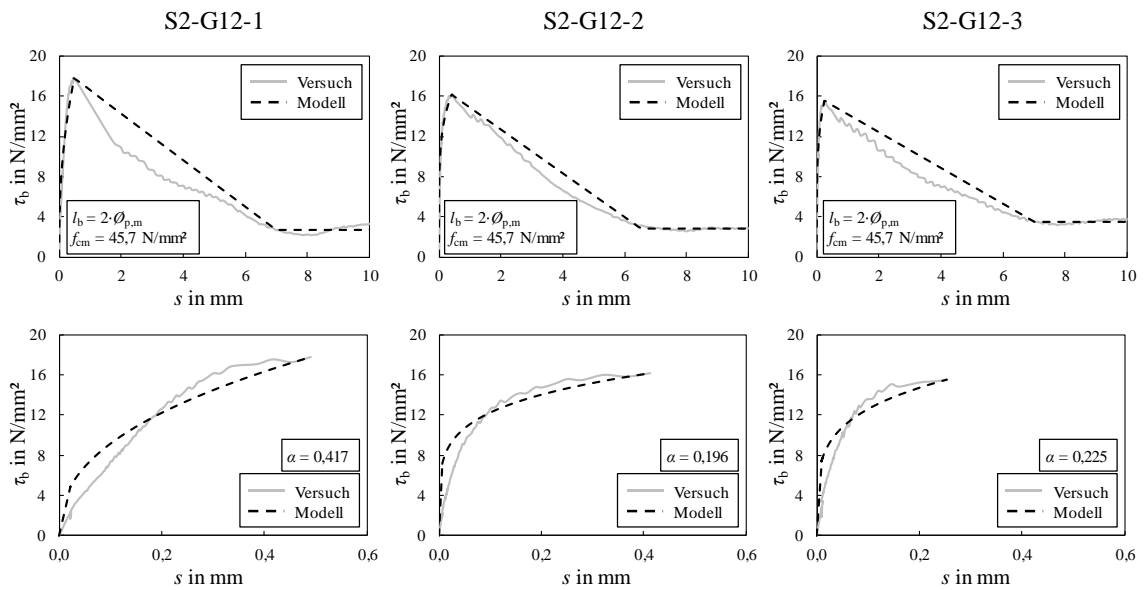


Abbildung C - 5 Verbundversuche der Serie 2 mit dem Stabdurchmesser  $\phi_p = 12 \text{ mm}$

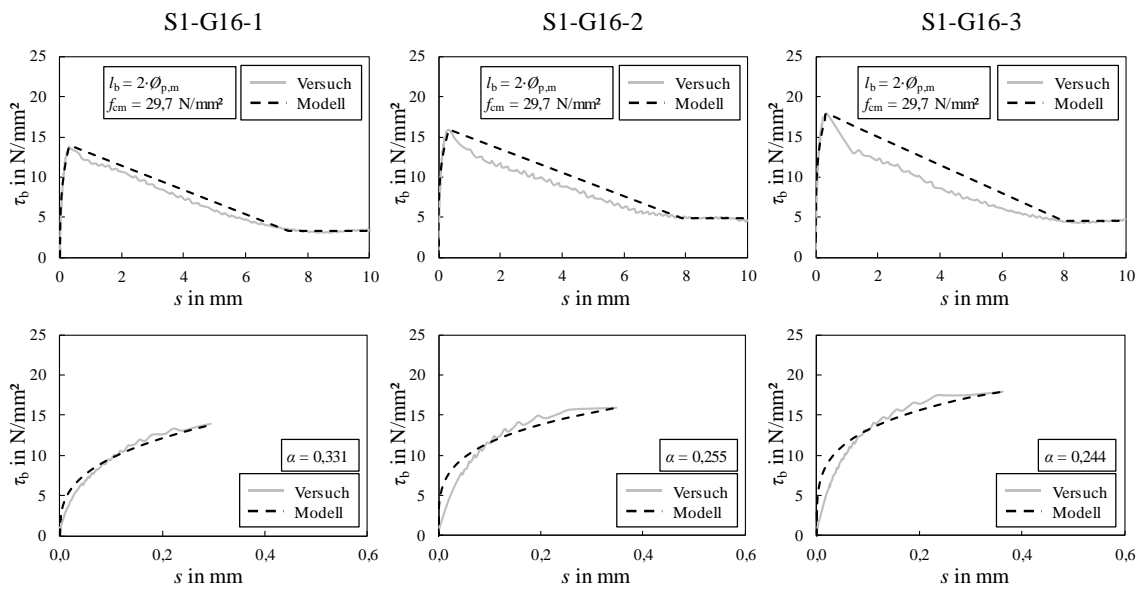


Abbildung C - 6 Verbundversuche der Serie 1 mit dem Stabdurchmesser  $\phi_p = 16 \text{ mm}$

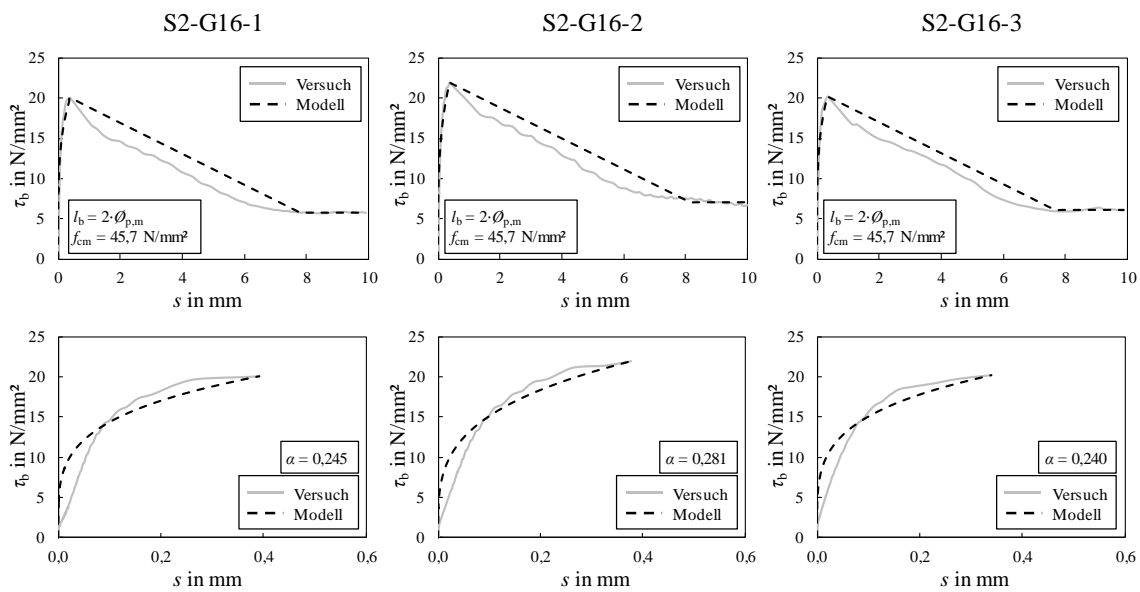
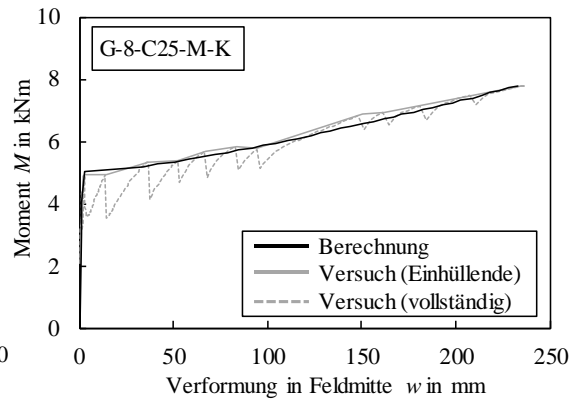
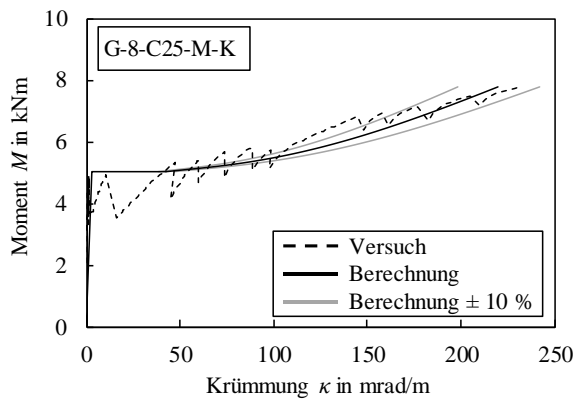
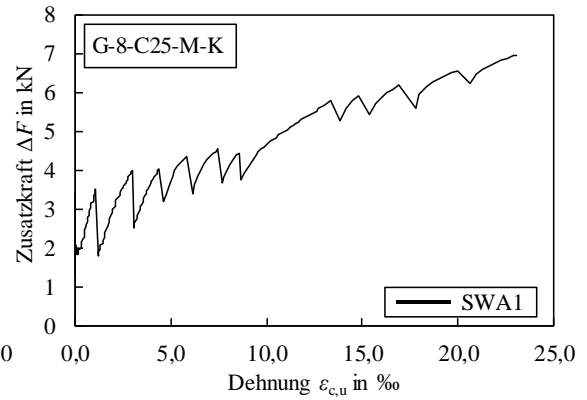
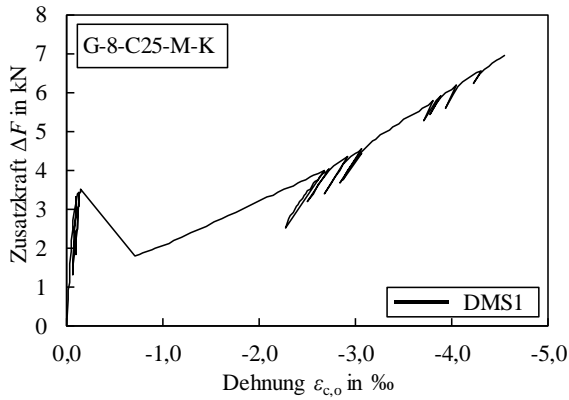


Abbildung C - 7 Verbundversuche der Serie 2 mit dem Stabdurchmesser  $\phi_p = 16 \text{ mm}$

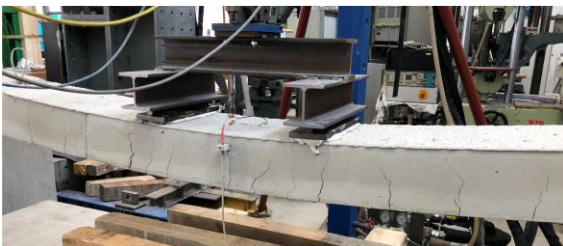
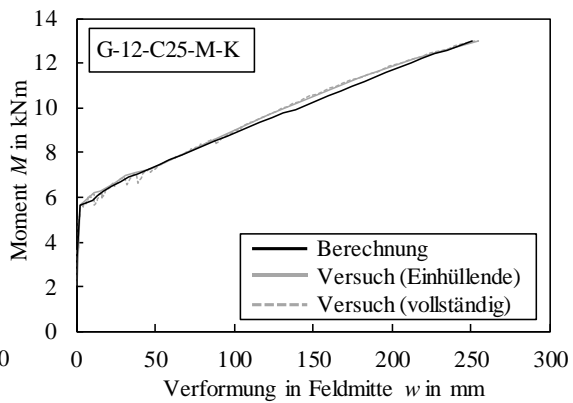
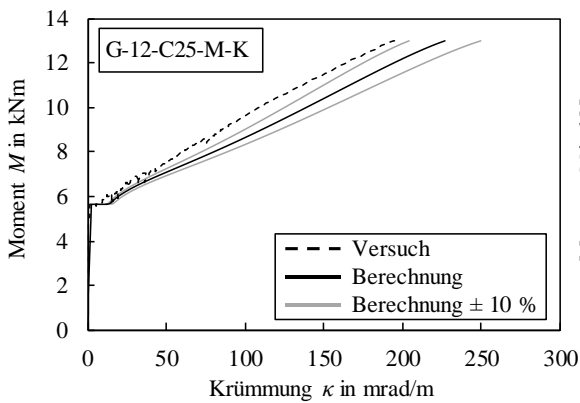
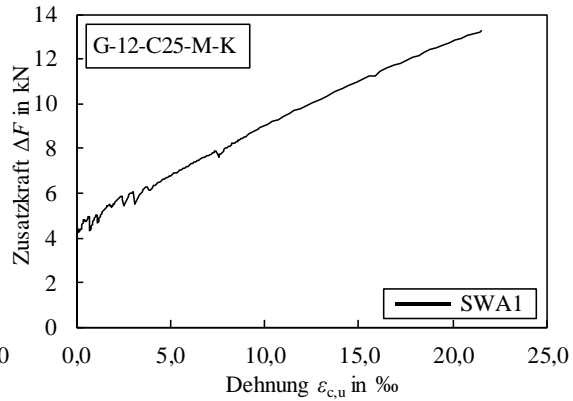
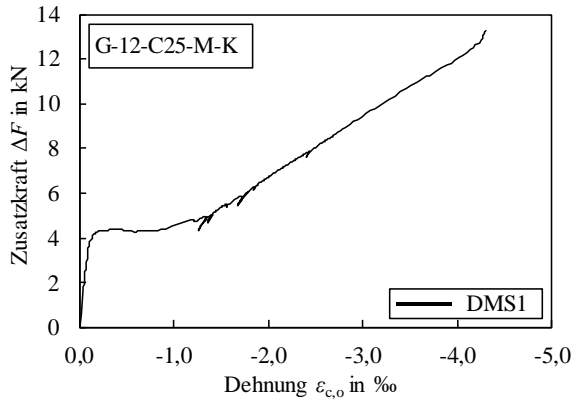
**Anhang C-4 Bauteilversuche unter Kurzzeitbeanspruchung**

G-8-C25-M-K																		
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen	
-	mm			m		mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	299	153	104	3,80	1,65	8,0	50,3	0,162	18,5	58.715	1.408	29,1	22.299	2,5	1,07	0,99	Spannglied- zugversagen	



# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

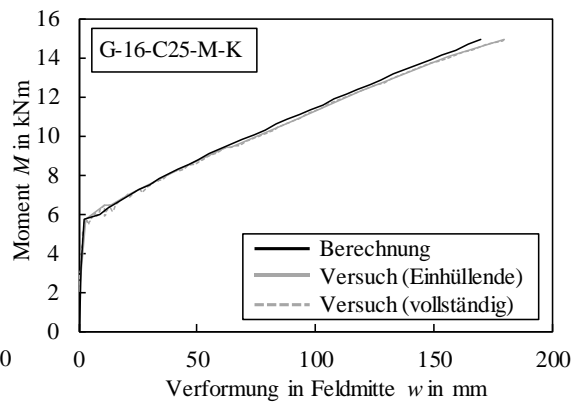
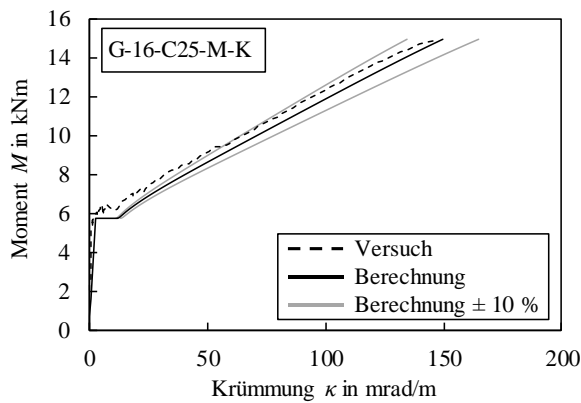
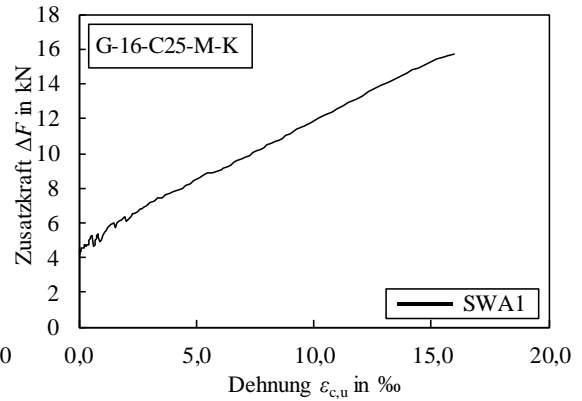
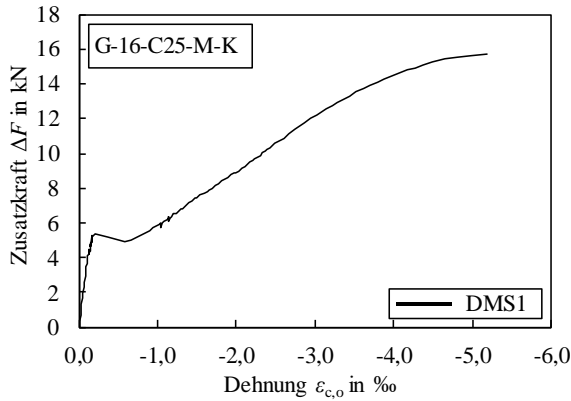
G-12-C25-M-K																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	300	154	97	3,80	1,65	12,0	50,3	0,388	36,9	60.324	1.449	29,1	22.299	2,5	1,06	0,99	Betondruckversagen





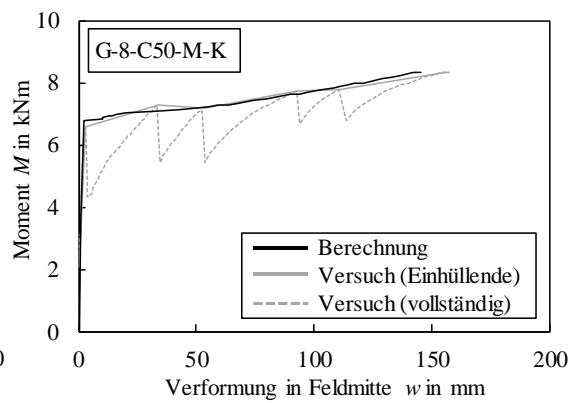
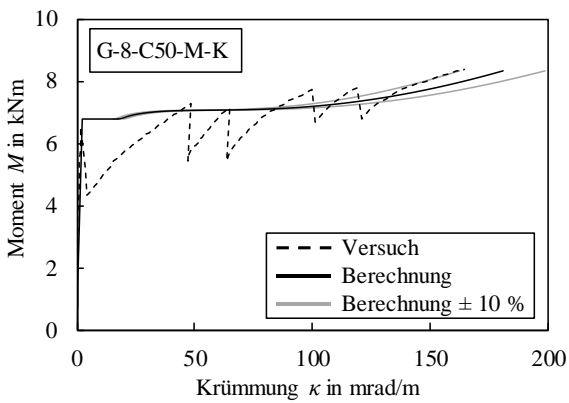
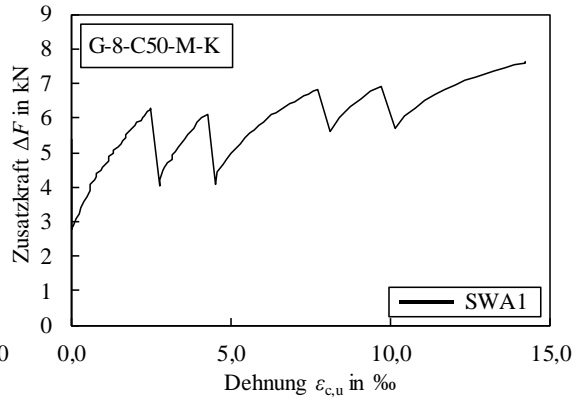
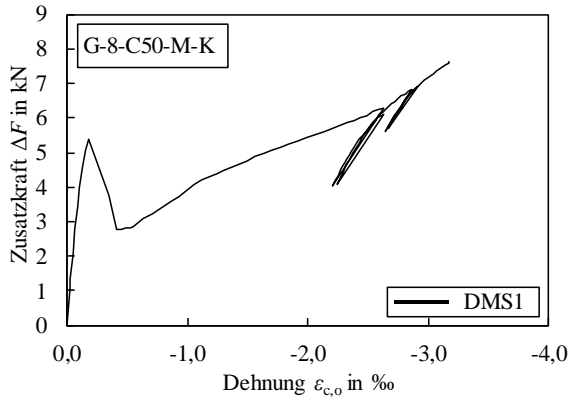
## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-16-C25-M-K																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	300	153	99	3,80	1,65	16,0	50,3	0,679	35,3	61.301	1.282	29,1	22.299	2,5	1,00	0,94	Betondruckversagen



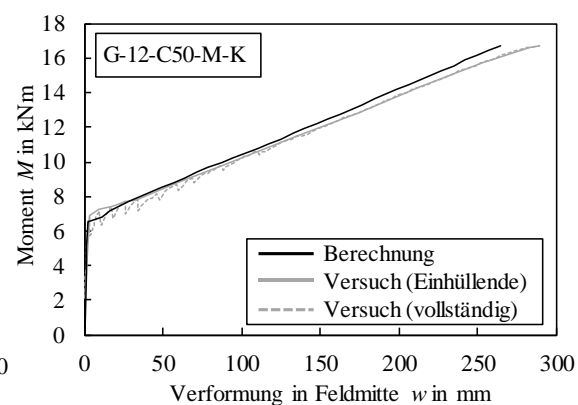
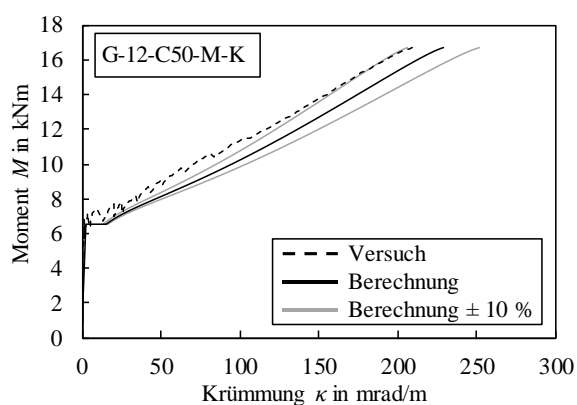
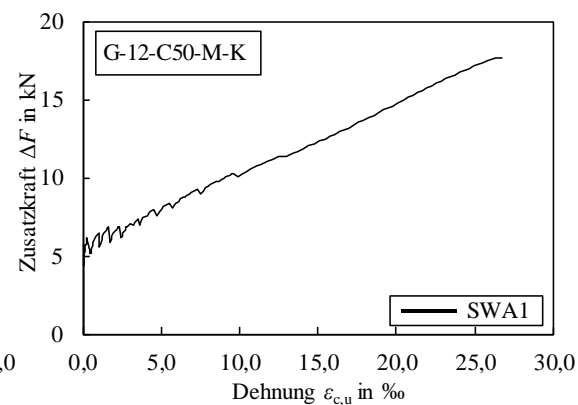
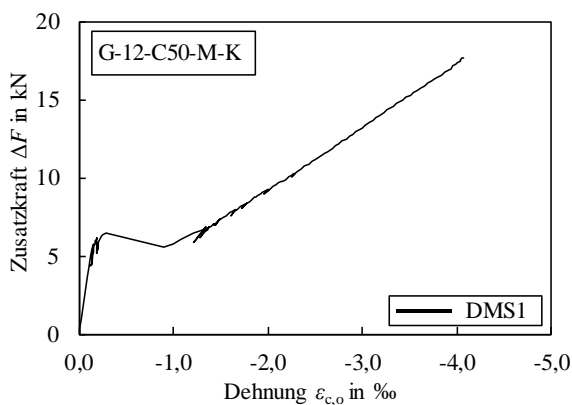
# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-8-C50-M-K																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm		m		mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					-	-	-	
Schöck Combar	302	153	109	3,80	1,65	8,0	50,3	0,153	24,7	58.715	1.408	52,2	28.611	4,4	1,05	0,92	Spanngliedzugversagen



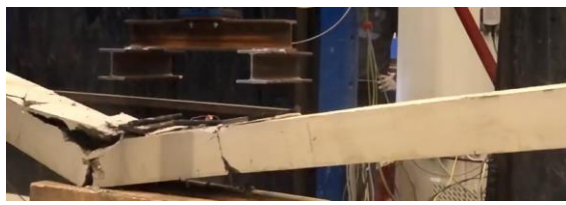
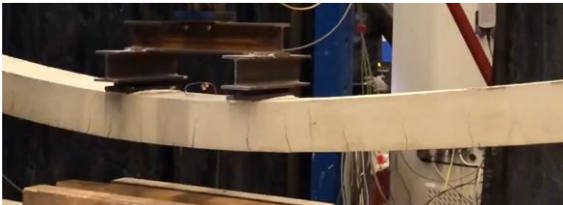
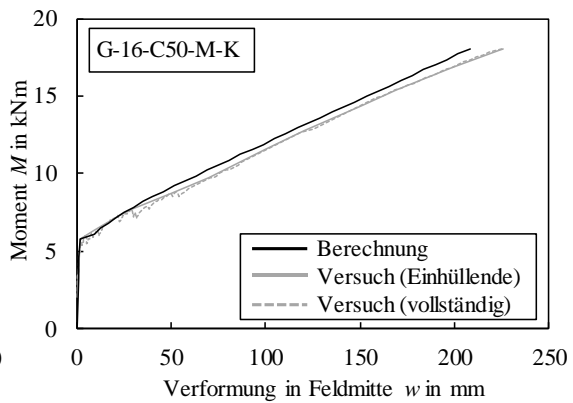
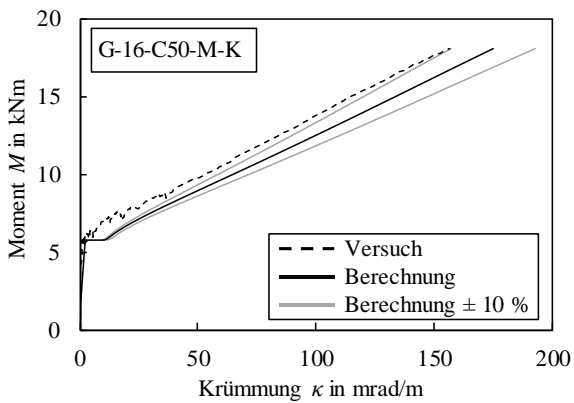
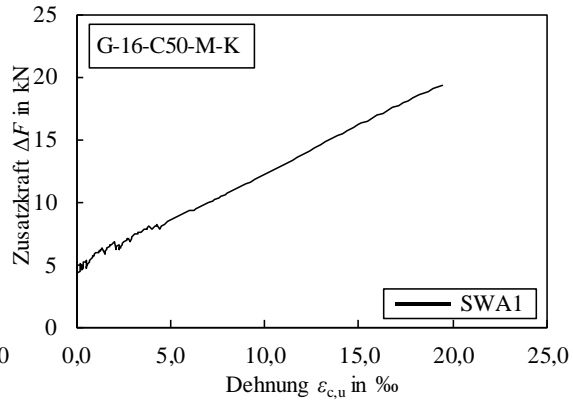
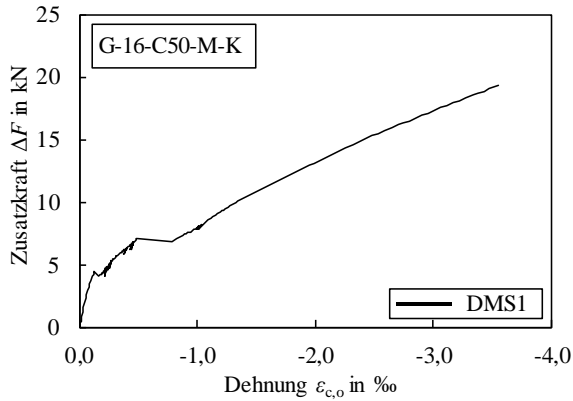
## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-12-C50-M-K																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	303	154	107	3,80	1,65	12,0	50,3	0,350	32,8	60.324	1.449	52,2	28.611	4,4	0,96	0,92	Spannglied-zugversagen



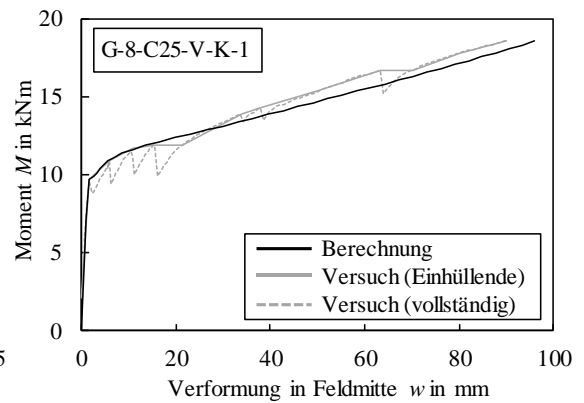
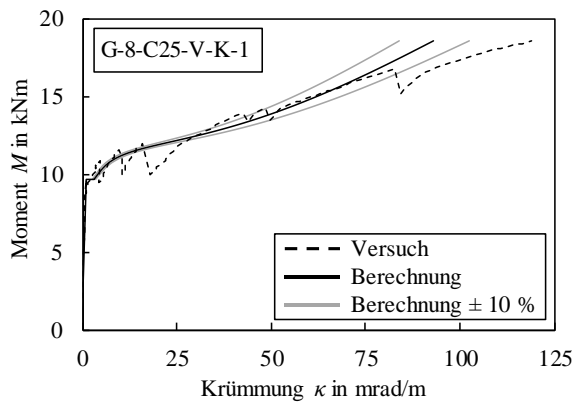
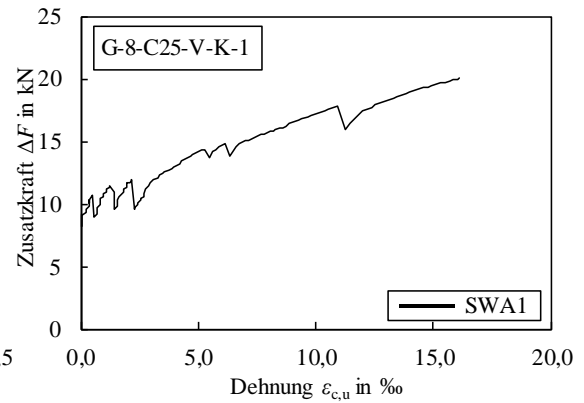
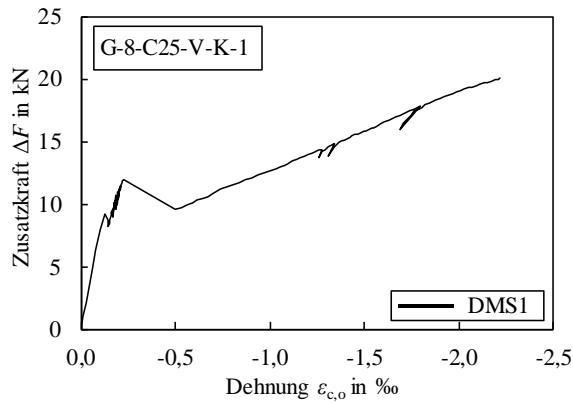
# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-16-C50-M-K																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm		m		mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	301	152	101	3,80	1,65	16,0	50,3	0,660	31,9	61.301	1.282	52,2	28.611	4,4	0,95	0,92	Betondruckversagen



## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

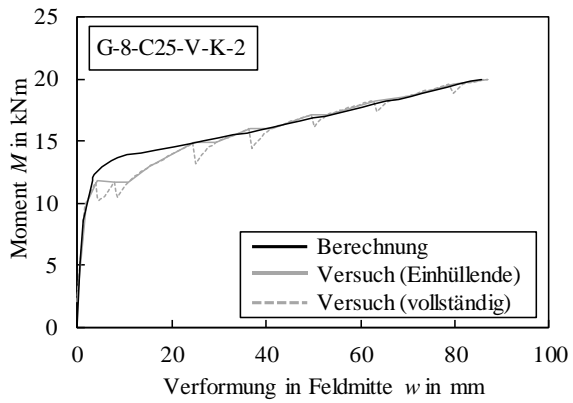
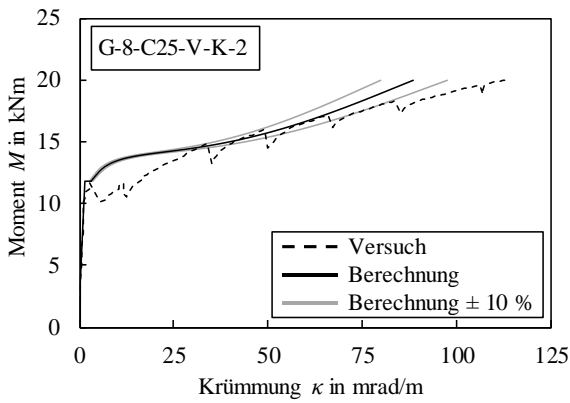
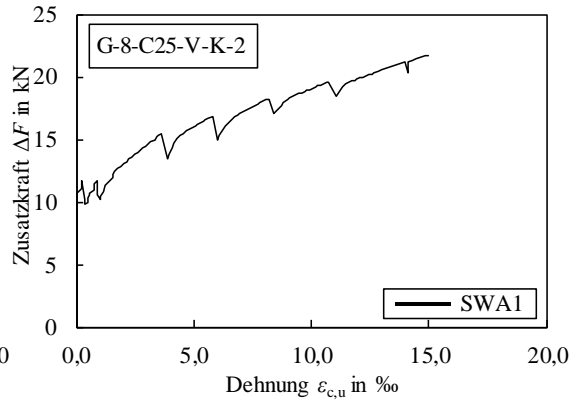
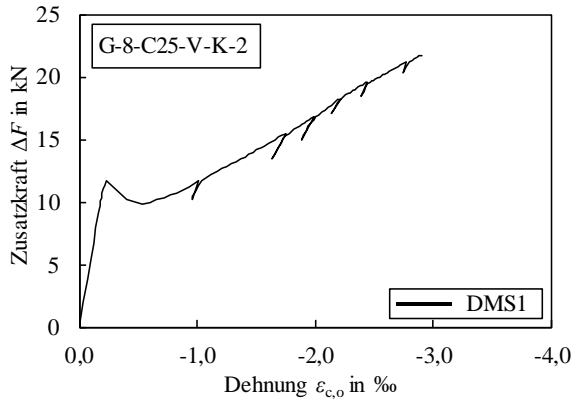
G-8-C25-V-K-1																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					-	-	-	
Schöck Combar	152	301	232	3,80	1,65	8,0	50,3	0,143	24,1	58.715	1.408	26,3	17.985	2,9	1,05	1,07	Schub- versagen





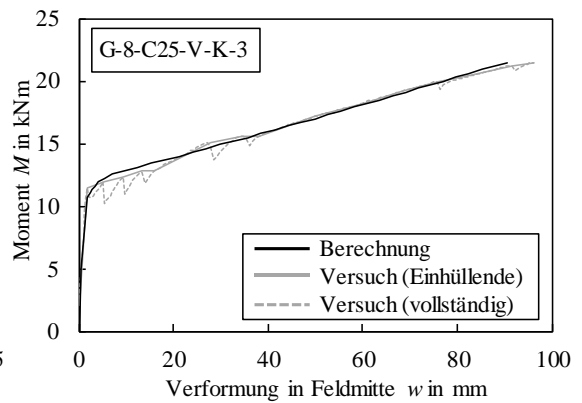
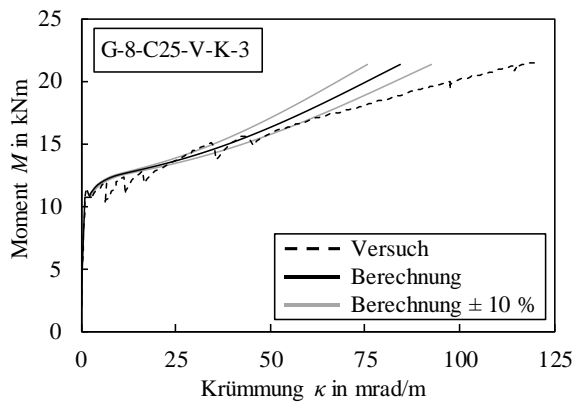
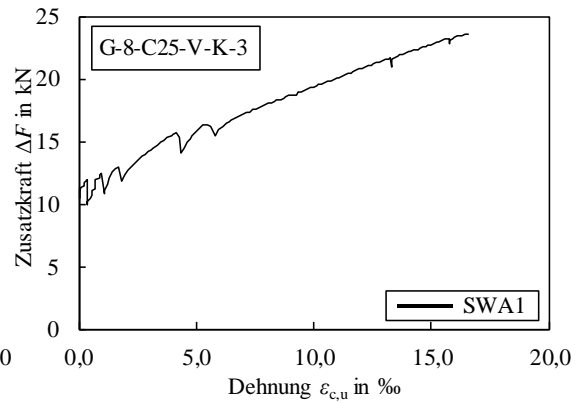
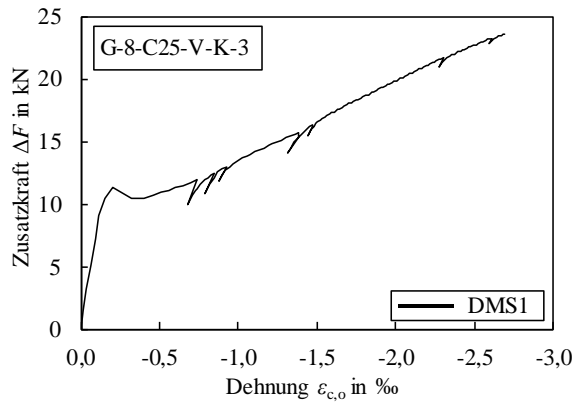
# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-8-C25-V-K-2																	
Bezeichnung FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	153	303	252	3,80	1,65	8,0	50,3	0,130	24,7	58.715	1.408	26,3	17.985	2,9	1,14	0,99	Schubversagen



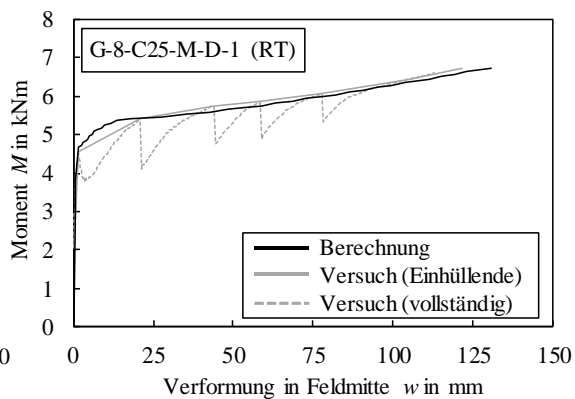
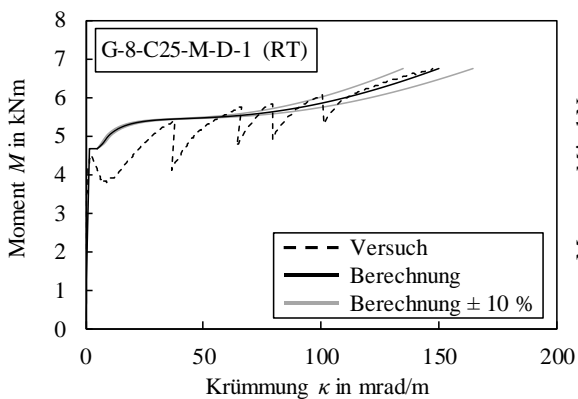
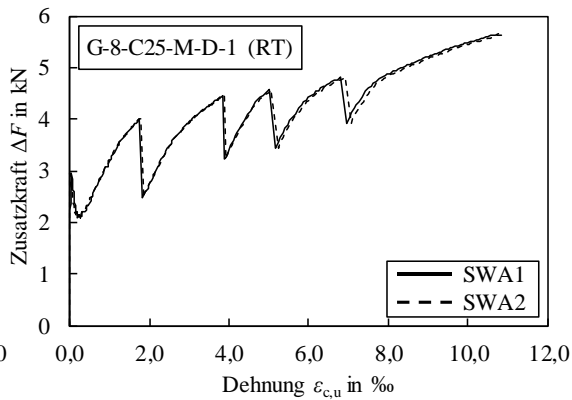
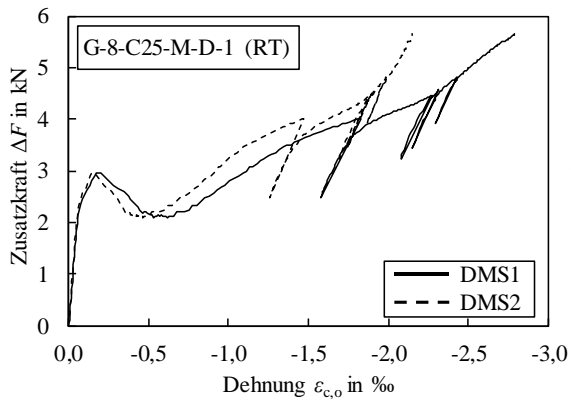
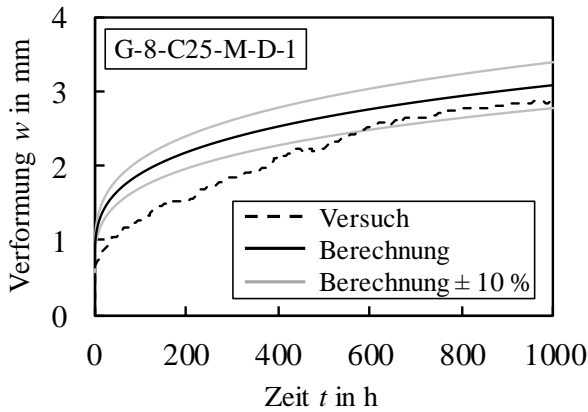
## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-8-C25-V-K-3																	
Bezeichnung FVK	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>d<sub>p</sub></i>	<i>l</i>	<i>a</i>	$\varnothing_p$	<i>A<sub>p</sub></i>	$\rho_p$	<i>P<sub>eff</sub></i>	<i>E<sub>p</sub></i>	<i>f<sub>p</sub></i>	<i>f<sub>cm</sub></i>	<i>E<sub>cm</sub></i>	<i>f<sub>ctm</sub></i>	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						-	-	-
Schöck Combar	152	301	268	3,80	1,65	8,0	50,3	0,124	23,8	58.715	1.408	26,3	17.985	2,9	0,94	0,94	Schub- versagen



**Anhang C-5 Bauteilversuche unter statischer Dauerbeanspruchung**

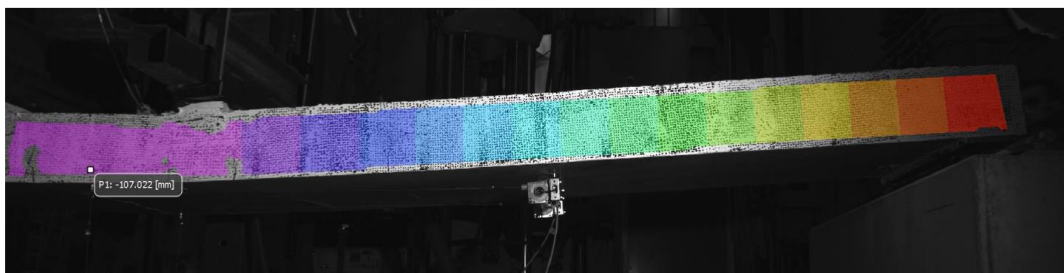
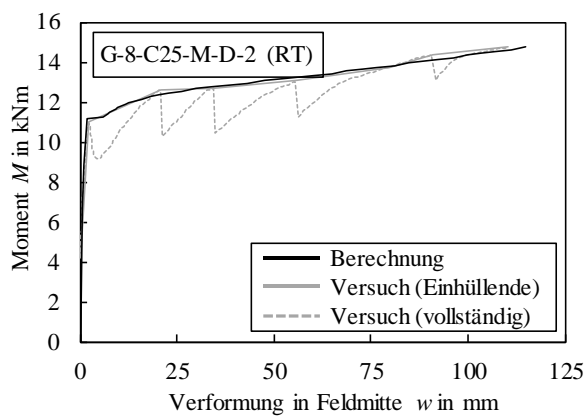
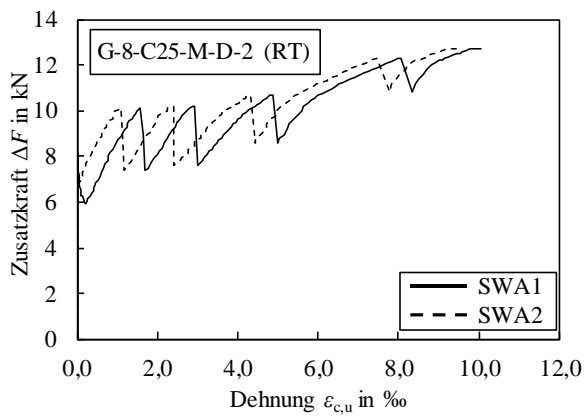
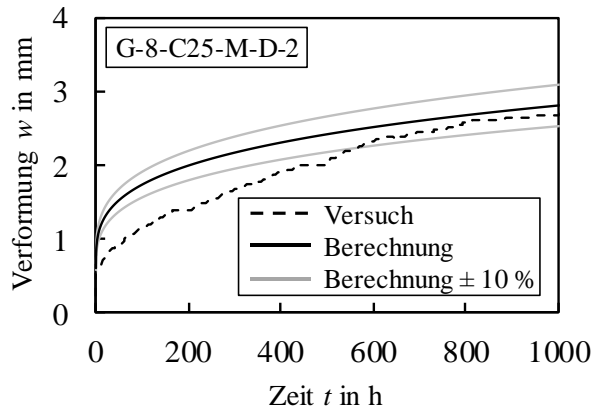
G-8-C25-M-D-1 / (RT)																			
Bez. FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$t_{exp}$	$\eta_{wt,end}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm		m		mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					h	-	-	-	-	
Schöck Combar	300	154	105	3,80	1,65	8,0	50,3	0,160	24,7	58.715	1.408	43,2	29.429	2,9	1.000	0,95	1,07	1,07	Spannglied-zugversagen





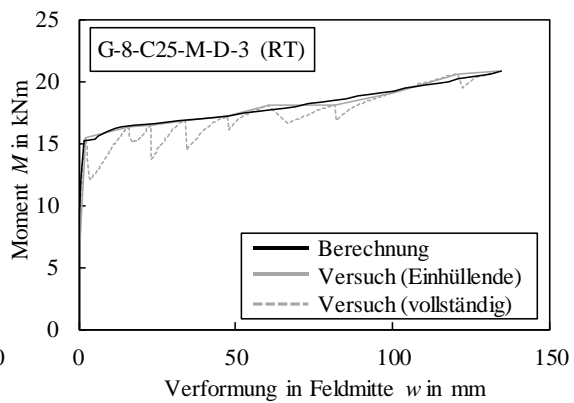
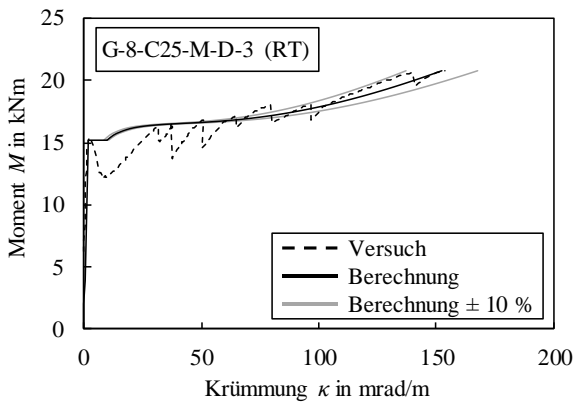
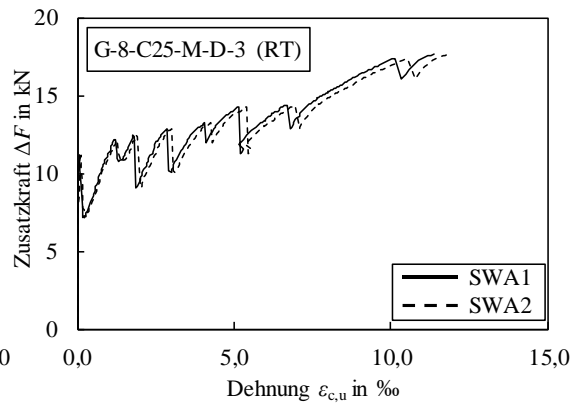
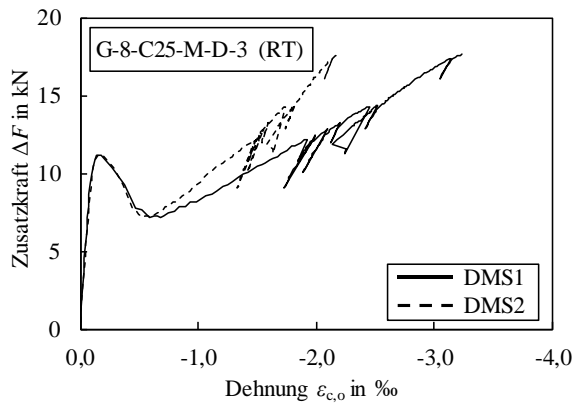
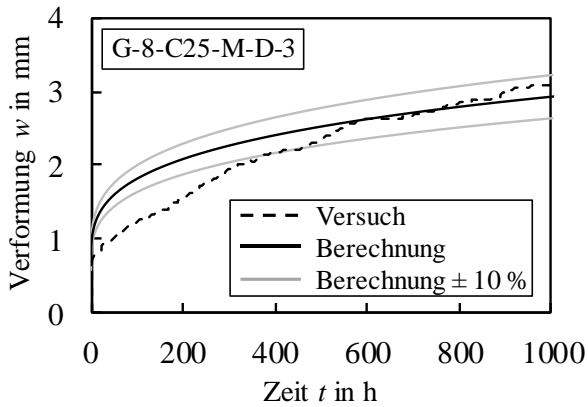
## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-8-C25-M-D-2 / (RT)																			
Bez. FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$t_{exp}$	$\eta_{wt,end}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>						h	-	-	-	-
Schöck Combar	600	156	108	3,80	1,65	8,0	100,5	0,156	50,1	58.715	1.408	45,0	29.530	3,0	1.000	1,01	0,97	1,04	Spannglied-zugversagen



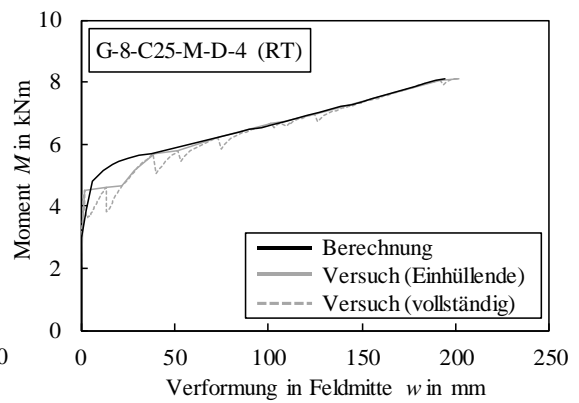
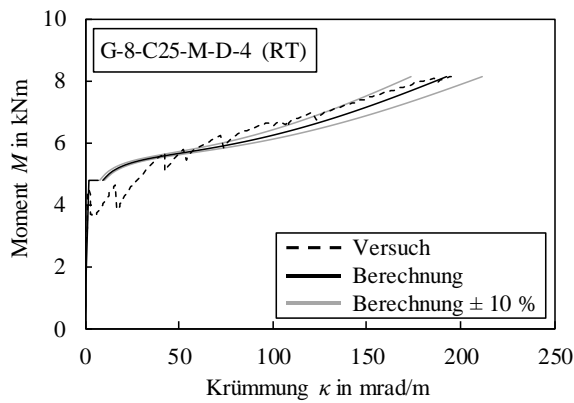
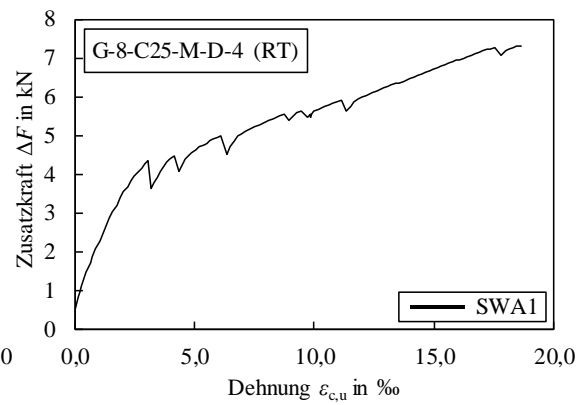
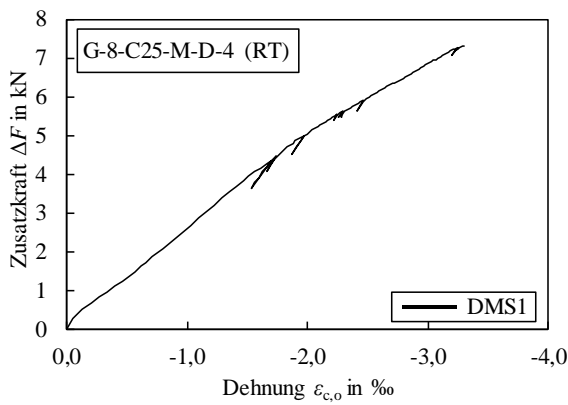
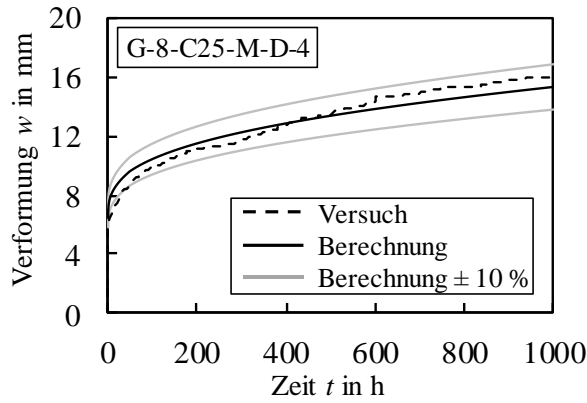
# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-8-C25-M-D-3 / (RT)																			
Bez. FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$t_{exp}$	$\eta_{wt,end}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm		m		mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					h	-	-	-	-	
Schöck Combar	900	154	106	3,80	1,65	8,0	150,8	0,158	74,6	58.715	1.408	34,1	31.098	3,0	1.000	1,04	0,98	1,01	Spannglied-zugversagen



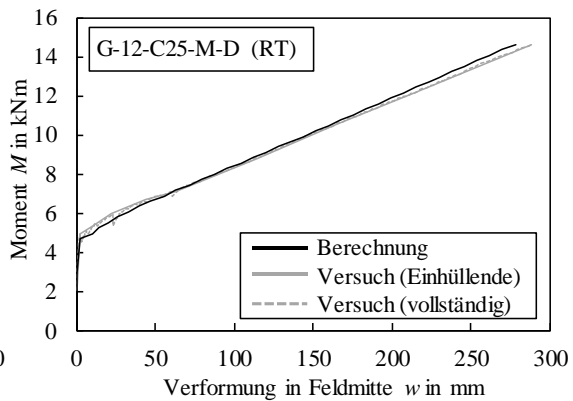
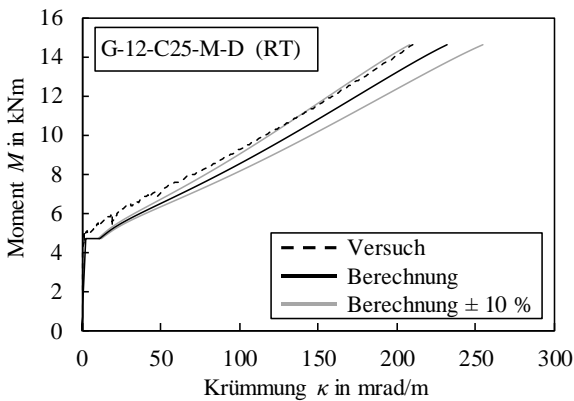
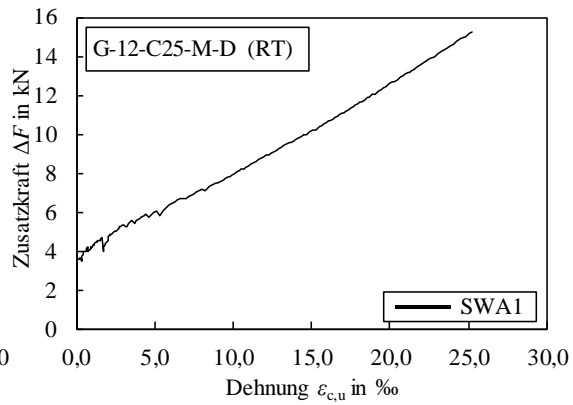
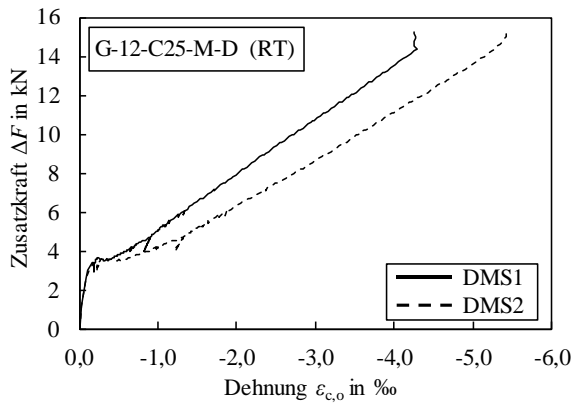
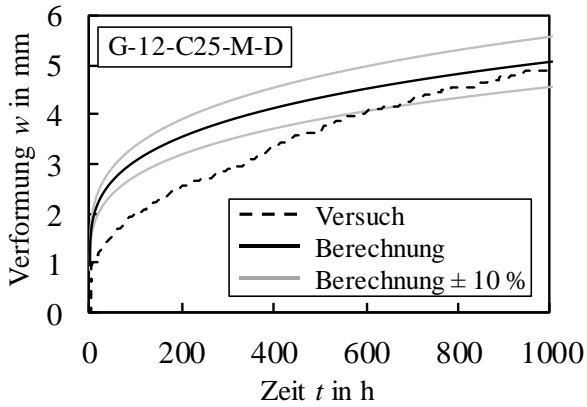
## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-8-C25-M-D-4 / (RT)																			
Bez. FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$t_{exp}$	$\eta_{wt,end}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					h	-	-	-	-	
Schöck Combar	302	153	106	3,80	1,65	8,0	50,3	0,157	25,8	58.715	1.408	35,5	22.879	3,0	1.000	0,96	1,11	0,96	Spannglied-zugversagen



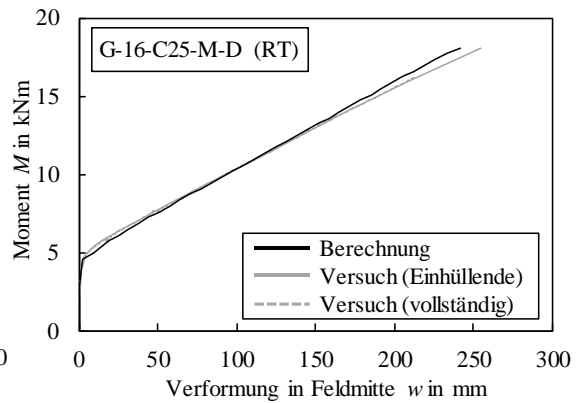
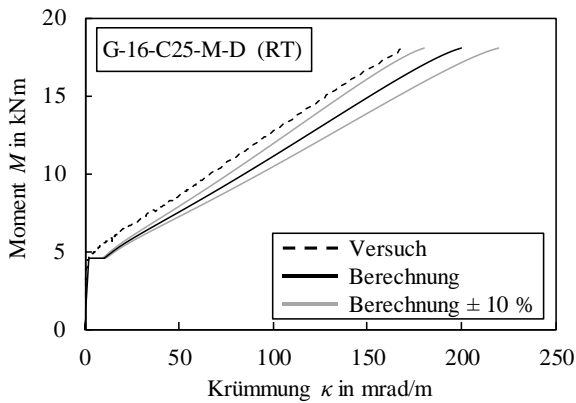
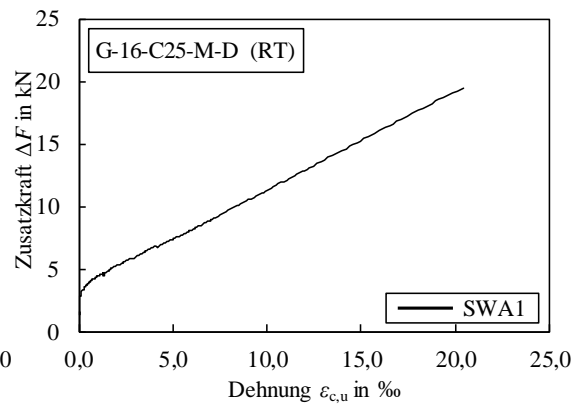
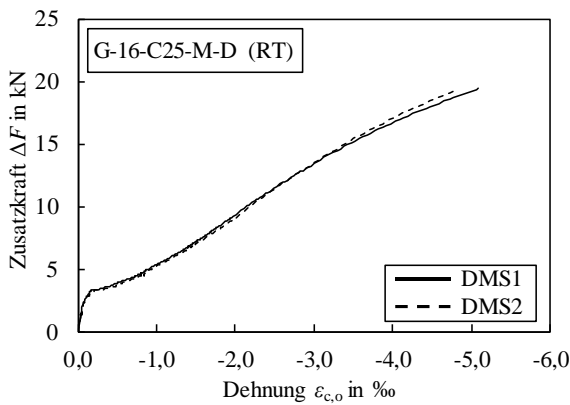
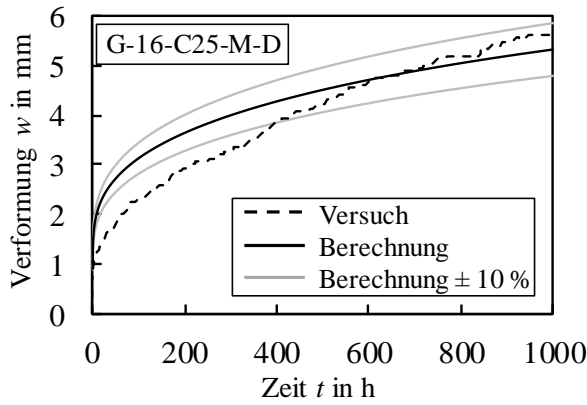
# Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-12-C25-M-D / (RT)																			
Bez. FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$t_{exp}$	$\eta_{wt,end}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m		mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					h	-	-	-	-
Schöck Combar	300	153	104	3,80	1,65	12,0	113,1	0,364	25,6	60.324	1.449	35,5	22.879	3,0	1.000	1,03	1,01	0,96	Betondruckversagen



## Anhang C – Dokumentation der experimentellen Untersuchungen

G-16-C25-M-D / (RT)																			
Bez. FVK	$b$	$h$	$d_p$	$l$	$a$	$\varnothing_p$	$A_p$	$\rho_p$	$P_{eff}$	$E_p$	$f_p$	$f_{cm}$	$E_{cm}$	$f_{ctm}$	$t_{exp}$	$\eta_{wt,end}$	$\eta_{wII}$	$\eta_{wu}$	Versagen
-	mm			m	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>					h	-	-	-	-	
Schöck Combar	298	152	103	3,80	1,65	16,0	201,1	0,658	26,1	61.301	1.282	35,5	22.879	3,0	1.000	0,94	1,03	0,95	Betondruckversagen



## **Dissertationsreihe**

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Institut für Massivbau

Technische Universität Darmstadt

- Heft 1: **Stefan Kempf (2001)**  
*Technische und wirtschaftliche Bewertung der Mindestbewehrungsregeln für Stahlbetonbauteile*
- Heft 2: **Katja Reiche (2001)**  
*Nachhaltigkeitsanalyse demontagegerechter Baukonstruktionen – Entwicklung eines Analysemodells für den Entwurf von Gebäuden*
- Heft 3: **Michael Six (2001)**  
*Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau*
- Heft 4: **Eric Simon (2002)**  
*Schubtragverhalten von Mauerwerk aus großformatigen Steinen*
- Heft 5: **Holger Schmidt (2003)**  
*Versagenswahrscheinlichkeit unbewehrter Wand-Decken-Verbindungen bei Gasexplosionen im Fertigteilbau*
- Heft 6: **Andreas Bachmann (2003)**  
*Ein wirklichkeitsnaher Ansatz der böenerregten Windlasten auf Hochhäuser in Frankfurt/Main*
- Heft 7: **Duy Tien Nguyen (2004)**  
*Rotationskapazität von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen mit Schubrissbildung*
- Heft 8: **Gert Wolfgang Riegel (2004)**  
*Ein softwaregestütztes Berechnungsverfahren zur Prognose und Beurteilung der Nutzungskosten von Bürogebäuden*
- Heft 9: **Christian Glock (2004)**  
*Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände – Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung*
- Heft 10: **Kati Herzog (2005)**  
*Lebenszykluskosten von Baukonstruktionen – Entwicklung eines Modells und einer Softwarekomponente zur ökonomischen Analyse und Nachhaltigkeitsbeurteilung von Gebäuden*

- Heft 11: **Andreas Garg (2006)**  
*Spannungszustände in Fahrbahnplatten weit gespannter Stahlverbundbrücken – Empfehlungen für die Herstellung der Ort beton-Fahrbahnplatte von Talbrücken mit der Schalwagenmethode*
- Heft 12: **Tilo Proske (2007)**  
*Frischbetondruck bei Verwendung von Selbstverdichtendem Beton – Ein wirklichkeitsnahes Modell zur Bestimmung der Einwirkungen auf Schalung und Rüstung*
- Heft 13: **Simon Glowienka (2007)**  
*Zuverlässigkeit von Mauerwerkswänden aus großformatigen Steinen – Probabilistische Analyse von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit Dünnbettvermörtelung*
- Heft 14: **Alexander Renner (2007)**  
*Energie- und Ökoeffizienz von Wohngebäuden – Entwicklung eines Verfahrens zur lebenszyklusorientierten Bewertung der Umweltwirkungen unter besonderer Berücksichtigung der Nutzungsphase*
- Heft 15: **Guido Hausmann (2007)**  
*Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften*
- Heft 16: **Stefan Daus (2007)**  
*Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen – Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis von oberflächlich geklebter Bewehrung*
- Heft 17: **Thomas Kranzler (2008)**  
*Tragfähigkeit überwiegend horizontal beanspruchter Aussteifungsscheiben aus unbewehrtem Mauerwerk*
- Heft 18: **Lars Richter (2009)**  
*Tragfähigkeit nichttragender Wände aus Mauerwerk – Ein nichtlineares Berechnungsmodell und Bemessungsverfahren für biegebeanspruchte Innen- und Außenwände*
- Heft 19: **Markus Spengler (2010)**  
*Dynamik von Eisenbahnbrücken unter Hochgeschwindigkeitsverkehr - Entwicklung eines Antwortspektrums zur Erfassung der dynamischen Tragwerksreaktion*

- Heft 20: **Linh Ngoc Tran (2011)**  
*Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von Federplatten bei Fertigträgerbrücken*
- Heft 21: **Carmen Schneider (2011)**  
*Steuerung der Nachhaltigkeit im Planungs- und Realisierungsprozess von Büro- und Verwaltungsgebäuden – Entwicklung eines Instrumentes zur Verbesserung und Optimierung der Nachhaltigkeitsqualität*
- Heft 22: **Frank Ritter (2011)**  
*Lebensdauer von Bauteilen und Bauelementen – Modellierung und praxisnahe Prognose*
- Heft 23: **Benjamin von Wolf-Zdekauer (2011)**  
*Energieeffizienz von Anlagensystemen zur Gebäudekühlung – Ein nutzenbezogener Bewertungsansatz*
- Heft 24: **Eric Brehm (2011)**  
*Reliability of Unreinforced Masonry Bracing Walls – Probabilistic Approach and Optimized Target Values*
- Heft 25: **Carolyn Roth (2011)**  
*Lebenszyklusanalyse von Baukonstruktionen unter Nachhaltigkeitsgesichtspunkten – Ein Beitrag zur Beurteilung der Nachhaltigkeit von Gebäuden bei ungewissem Lebensweg*
- Heft 26: **Kay-Uwe Thorn (2013)**  
*Neuentwicklung eines Ladungsrückhaltesystems aus textilbewehrten Betonfertigteilen*
- Heft 27: **Andreas Greck (2013)**  
*Straßenbrücken mit einteiligem Verbundquerschnitt – Optimierung des Betonierablaufs der Fahrbahnplatte und Entwicklung eines Vorschlags zur vereinfachten globalen Systemberechnung beim Einsatz mehrerer Schalwagen*
- Heft 28: **Martin Heimann (2013)**  
*Tragwerkszuverlässigkeit hochbeanspruchter Druckglieder aus ultrahochfestem Beton*
- Heft 29: **Torsten Mielecke (2013)**  
*Nachhaltigkeitsbewertung von Einfamilienhäusern – Ein Beitrag zur Beurteilung und Optimierung der Nachhaltigkeitsqualität von kleinen Wohngebäuden*



- Heft 30: **Sebastian Pohl (2013)**  
*Nachhaltigkeit im Gebäudebetrieb – Ein Vorschlag zur Diversifizierung des-  
bau- und immobilienwirtschaftlichen Zertifizierungsregimes in Deutschland*
- Heft 31: **Stefan Hainer (2015)**  
*Karbonatisierungsverhalten von Betonen unter Einbeziehung klinkerreduzier-  
ter Zusammensetzungen – Ein Modell zur Abschätzung des Karbonatisierungs-  
fortschrittes*
- Heft 32: **Achim Knauff (2016)**  
*Heizwärmeerzeugung mit Solarthermie, Geothermie und Photovoltaik für  
Büro- und Verwaltungsgebäude*
- Heft 33: **Ulf Grziwa (2017)**  
*Zuverlässigkeit schlanker UHPC-Druckglieder mit räumlich streuenden Mate-  
rialeigenschaften*
- Heft 34: **Björn Freund (2017)**  
*Frischbetondruck lotrechter, geneigter und gekrümmter Betonbauteile bei Ver-  
wendung von Betonen mit hoher Fließfähigkeit*
- Heft 35: **Gökhan Uysal (2017)**  
*Kostenrisiken von Industriebauten mit flexiblen Nutzungsszenarien – Ein Be-  
rechnungsmodell für die Investitionsentscheidung unter Verwendung probabi-  
listischer Methoden*
- Heft 36: **Moien Rezvani (2017)**  
*Shrinkage model for concrete made of limestone-rich cements – An approach  
from cement paste to concrete*
- Heft 37: **Claudia Weißmann (2017)**  
*Effizienter Einsatz erneuerbarer Energieträger in vernetzten Wohnquartieren  
– Entwicklung eines simulationsbasierten Verfahrens zur energetischen, öko-  
logischen und ökonomischen Bewertung*
- Heft 38: **Markus Blatt (2017)**  
*Beitrag zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetondeckenknoten*
- Heft 39: **Michael Schmitt (2017)**  
*Tragfähigkeit ausfachender Mauerwerkswände unter Berücksichtigung der  
verformungsbasierten Membranwirkung*
- Heft 40: **Valentin Förster (2018)**  
*Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder bei zweiach-  
sig exzentrischer Beanspruchung*

- Heft 41: **Ngoc Linh Tran (2018), Habilitationsschrift**  
*Shear strength of slender reinforced concrete members without shear reinforcement – A mechanical model*
- Heft 42: **Jaroslav Kohoutek (2018)**  
*Zuverlässigkeit integraler Straßenbrücken in Massivbauweise*
- Heft 43: **Jochen Zeier (2019)**  
*Thermisch getrennte Stützen-Decken-Anschlüsse im Stahlbetonbau – Ein Modell zum Tragverhalten bei großen Fugendicken*
- Heft 44: **Katharina Fritz (2019)**  
*Qualifizierte Beurteilung der sektoralen Ressourceninanspruchnahme im deutschen Bauwesen*
- Heft 45: **Patrick Wörner (2020)**  
*Einfluss des Nutzerverhaltens auf den Stromverbrauch in Wohngebäuden – Entwicklung eines komplexen Simulationsmodells für energetische Analysen*
- Heft 46: **Martina Lohmeier (2020)**  
*Nachhaltigkeitsvergleich von Projektvarianten für Außerortsstraßen – Ein Vorschlag für den Abwägungs- und Entscheidungsprozess in der Vorplanung*
- Heft 47: **Larissa Krieger (2020)**  
*Tragverhalten textildbewehrter Fertigteilplatten aus hochfestem Carbonbeton – Einfluss der Ausbreitung konzentrierter Einzellasten auf die Biegetragfähigkeit*
- Heft 48: **Sarah Steiner (2020)**  
*Carbonation of concrete made of limestone-rich cement – CO<sub>2</sub> diffusivity and alteration of the hydrate phases*
- Heft 49: **Redouan El Ghadioui (2020)**  
*Bemessung carbonbewehrter Betonbauteile unter besonderer Betrachtung des Gebrauchszustandes – Entwicklung eines Modells zur wirklichkeitsnahen Verformungsberechnung*
- Heft 50: **Sebastian Hofmann (2021)**  
*Rissentwicklung in Betonbauteilen mit Basaltfaserkunststoffbewehrung bei wirklichkeitsnaher Betrachtung des Verbundverhaltens – Ein Modell zur Berechnung der Rissbreite im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit*
- Heft 51: **Dominik Müller (2022)**  
*Probabilistic Assessment of Existing Masonry Structures – The Influence of Spatially Variable Material Properties and a Bayesian Method for Determining Structure-Specific Partial Factors*

- Heft 52: **Christian Alexander Herget (2022)**  
*Kalksteinmehl als Betonzusatzstoff für umweltfreundliche Betone - Bestimmung eines Anrechenbarkeitsfaktors zur Sicherstellung gleichwertiger Festbetoneigenschaften*
- Heft 53: **Maximilian Brinkmann (2023)**  
*Tragfähigkeit druckbeanspruchten Lehm-mauerwerks unter Berücksichtigung nichtlinearer Feuchteprofile*
- Heft 54: **Dominik Hiesch (2023)**  
*Bemessung von Betonfertigteilen mit vorgespannter Bewehrung aus Faserverbundkunststoff - Entwicklung eines Bemessungskonzeptes unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Bauteilverformungen*