

# **Ultraleichter, zementgebundener Schaum als Kernwerkstoff von Sandwichelementen**

Ultra-lightweight cement-bound foam as a core material  
for sandwich panels

Vom Fachbereich 13 -  
Bau- und Umweltingenieurwissenschaften  
der Technischen Universität Darmstadt

zur  
Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von Dipl.-Ing. Andreas Maier M.Eng

aus Regensburg

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Jens Schneider  
Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan Kolling

Darmstadt 2022

Andreas Maier

*Ultraleichter, zementgebundener Schaum als Kernwerkstoff von Sandwichelementen*

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt,

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUpriints: 2023

Tag der mündlichen Prüfung: 04.03.2022

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-232472

URI: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/23247>

Veröffentlicht unter CC BY-SA 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/>

# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Statik und Konstruktion der Technischen Universität Darmstadt.

Mein besonderer Dank gilt zunächst Herrn Prof. Dr.-Ing. Jens Schneider. Er hat mich nicht nur im Rahmen dieser Arbeit betreut, sondern mich auch, obwohl nicht in Darmstadt studiert habend, ans Institut als wissenschaftlicher Mitarbeiter geholt und mir relativ schnell die Verantwortung für ein großes Forschungsprojekt gegeben, bei dem neben der rein wissenschaftlichen Tätigkeit auch die bauliche Umsetzung eines ganzen Fabrikgebäudes mit teilweise völlig neuartigen Materialien auf dem Campus der Universität in meinen Aufgabenbereich fiel. Für das hier entgegengebrachte Vertrauen sowie die wohlwollende Förderung und Betreuung bedanke ich mich aufs herzlichste.

Ebenso bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan Kolling von der Technischen Hochschule Mittelhessen für seine Bereitschaft zur Übernahme des Korreferates sowie den angenehmen und fruchtbaren Gesprächen.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen am Institut für die jahrelange, sehr schöne Zusammenarbeit in den verschiedenen Bereichen der Lehre, Verwaltung und Forschung sowie für viele schöne gemeinsame Stunden. Dabei möchte ich ausdrücklich auch den ehemaligen Kolleginnen und Kollegen danken, die ich im Laufe meiner Zeit am Institut in den verschiedenen Phasen der Fortentwicklung kennenlernen durfte, sowie den Kolleginnen und Kollegen des PTW, mit denen ich ebenfalls viele Jahre im Zuge interdisziplinärer Zusammenarbeit Zeit verbringen durfte.

Den Mitarbeitern aus der Versuchshalle danke ich für die direkte und institutsübergreifende Unterstützung in den vergangenen Jahren.

Auch den Studierenden, die bei mir ihre Abschlussarbeiten geschrieben haben, danke ich ausdrücklich.

Ebenso möchte ich mich bei Stanislaus Klein bedanken, der mich während der Herstellung meiner Probekörper bei der Firma Röser Ingenieurbeton immer tatkräftig unterstützt hat.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern und meiner Oma, die mich stets bestmöglich gefördert und unterstützt haben und mir immer das Gefühl gegeben haben, das machen zu dürfen, was mir Freude bereitet.

Der größte Dank gilt abschließend meiner Frau Anne und meinen Kindern Emil, Muck, Ida und Lilli, die mir so viel Unterstützung und Geduld in all den Jahren entgegengebracht haben. Per aspera ad Astra (Seneca)



# Kurzfassung

Ausgehend von einer Entwicklung thermisch aktivierter Gebäudehüllelemente aus nahezu sortenreinen, zementgebundenen Werkstoffen, die jedoch aus einer tragenden Innenschale mit aufgebrachtener Dämmung aus ultraleichtem, mineralisiertem Schaum sowie einer Vorhangfassade aus sehr dünnen, mikrobewehrten UHPC – Platten bestehen, wird die Frage diskutiert, inwiefern sich derartige Bauteile auch als tragende Sandwichelemente umsetzen lassen.

Hierzu wird in einem ersten Schritt der mögliche Kerndämmstoff aus ultraleichtem, zementgebundenem Schaum mechanisch untersucht und die für eine Sandwichanwendung relevanten Werkstoffkenngrößen ermittelt. Hierbei zeigt sich, dass der Schaum, verglichen mit anderen Kernwerkstoffen aus der Sandwichbauweise, durchaus in Bezug auf seine mechanischen Eigenschaften mithalten kann bzw. diese sogar teilweise besser sind. Im Hinblick auf die Dauerhaftigkeit sowie eine mögliche Zugabe von mineralischen Fasern wird das Carbonatisierungsverhalten des Schaumes beobachtet und versuchstechnisch ausgewertet.

Für eine mögliche Berechnung von Sandwichelementen aus mineralisiertem, zementösem Schaum werden aus der Literatur bekannte Sandwichtheorien aufbereitet und im Hinblick auf ihre Anwendbarkeit bei einem derart schubweichen Kernmaterial sowie in Bezug auf den Rechenaufwand und die daraus generierte Genauigkeit der Ergebnisse miteinander verglichen und bewertet. Dabei stellt sich die im Bauwesen bereits bekannte Theorie nach Stamm und Witte für dünne und dicke Deckschichten als durchaus praktikabel dar, und wird daher für eine Vordimensionierung von Sandwichelementen angewandt. Die Umsetzung als Sandwichelement erfolgt schließlich mit funktionalisierten Deckschichten aus Wabenplatten, die über eine Trägerschicht aus Gipsputz mit dem Schaum verbunden werden. Dabei zeigt sich das bei zementösen Werkstoffen ohne Zuschlagsstoffe bekannte Phänomen der sehr hohen Schwindneigung als Hindernis für eine dauerhafte, robuste Umsetzung.

Im Hinblick auf die Klimaschutzziele sollte bei allen neuartigen Konstruktionen immer auch die Frage des ökologischen Fußabdrucks gestellt werden. Dies erfolgt im Rahmen einer Produktökobilanzierung des mineralisierten Schaumes. Dabei werden seine CO<sub>2</sub> – Äquivalenten Emissionen sowie sein Primärenergiebedarf für die Herstellung ermittelt und erneut mit anderen Kerndämmstoffen verglichen. Dabei zeigt sich, dass die Emissionen, die für den Treibhauseffekt relevant sind, deutlich über denen anderer Werkstoffe liegen. Gleichzeitig ist der für die Herstellung inklusive aller dafür

notwendigen Transporte erforderliche Primärenergiebedarf deutlich geringer als bei den vergleichbaren Kernwerkstoffen. Die sortenreine Trennung des Schaumes von den Deckschichten kann für die Kombination mit Stahlbeton nachgewiesen werden.

# Abstract

Based on a development of thermally activated facade elements made of almost homogeneous, cement-bound materials, which consist of a load-bearing inner shell with applied insulation made of ultra-light, mineralized foam as well as a curtain wall made of very thin, micro-reinforced UHPC panels, the question is discussed whether such components can also be manufactured as load-bearing sandwich elements.

For this purpose, the possible core insulation material of ultralight, cement-bound foam is mechanically investigated and the material parameters relevant for a sandwich application are determined. It is shown that the foam can keep up with other core materials used in sandwich construction in terms of its mechanical properties. With regard to durability and the possible addition of mineral fibers, the carbonation behavior of the foam is observed and evaluated by means of tests.

For a possible calculation of sandwich elements made of mineralized, cementitious foam, sandwich theories known from the literature are prepared and compared and evaluated with respect to their applicability for such a shear-soft core material as well as with respect to the computational effort and the accuracy of the results generated. The theory according to Stamm and Witte turns out to be quite practicable for thin and thick face layers and is therefore applied for a pre-dimensioning of sandwich elements. Finally, the implementation as sandwich element is carried out with functionalized face sheets of honeycomb panels, which are bonded to the foam via a carrier layer of gypsum plaster. The phenomenon of a very high shrinkage tendency, which is known for cementitious materials without additives, is an obstacle for a durable, robust implementation.

With regard to climate protection targets, the question of the ecological footprint should always be raised for all new types of construction. This is done in the context of a product life cycle assessment of the mineralized foam. Its CO<sub>2</sub>-equivalent emissions and its primary energy requirement for production are determined and compared with other core insulation materials. This shows that the emissions relevant to the greenhouse effect are significantly higher than those of other materials. At the same time, the primary energy requirement for production, including all the necessary transport, is significantly lower than for comparable core materials. The separation of the foam from the face sheets can be demonstrated for the combination with reinforced concrete.





# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen und Formelzeichen</b>	<b>XI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Problemstellung.....	1
1.2 Zielsetzung.....	5
1.3 Aufbau der Arbeit .....	6
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1 Werkstoff mineralisierter Schaum .....	9
2.1.1 Entwicklungsgeschichte und Anwendungsfelder.....	9
2.1.2 Kategorisierung und Eigenschaften zementgebundener Schäume im Allgemeinen .....	11
2.1.3 Materialzusammensetzung des mineralisierten Schaums.....	21
2.1.4 Herstellungsverfahren des mineralisierten Schaums .....	23
2.1.5 Schaumzerstörende Mechanismen .....	24
2.1.6 Bisher bekannte Materialeigenschaften des mineralisierten Schaums	25
2.2 Ökobilanzierung von Werkstoffen .....	27
2.2.1 Grundsätze und Nutzen .....	27
2.2.2 Ziele und Untersuchungsrahmen .....	30
2.2.3 Sachbilanz und Datenqualität .....	35
2.2.4 Wirkungsabschätzung .....	39
2.2.5 Auswertung .....	42
2.2.6 Ökologischer Hintergrund von Zementwerkstoffen.....	43
2.2.7 Geschichtlicher und ökologischer Hintergrund von Dämmstoffen .....	51
2.3 Prüfverfahren mechanischer Kennwerte verschiedener Materialgruppen.....	60
2.3.1 Allgemeines.....	60
2.3.2 Probekörperbeschaffenheit .....	60
2.3.3 Druck - Elastizitätsmodul und Druckfestigkeit .....	63
2.3.4 Zug – Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit.....	65
2.3.5 Schubmodul und Schubfestigkeit .....	67
2.3.6 Statistische Methoden.....	68
2.4 Sandwichbauweisen und Sandwichtheorien .....	73
2.4.1 Definition und Einteilung von Sandwichelementen .....	73
2.4.2 Konstruktion und Tragverhalten.....	74

2.4.3	Mechanische Grundlagen der Sandwichtheorien .....	76
2.4.4	Analytische und numerische Berechnungsverfahren.....	84
<b>3</b>	<b>Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum</b> .....	<b>89</b>
3.1	Allgemeines .....	89
3.2	Auswahl zweier Porositäten.....	90
3.2.1	Zusammenhang von Porosität und Rohdichte .....	90
3.2.2	Auswahl der Porositätsklassen .....	92
3.3	Vorversuche zur Probekörpergeometriebestimmung.....	92
3.3.1	Geometrie für Schubversuche .....	92
3.3.2	Geometrie für uniaxiale Zugversuche .....	93
3.3.3	Geometrie für uniaxiale Druckversuche.....	96
3.4	Probekörperherstellung und Versuchsvorbereitung .....	96
3.4.1	Mischungsentwurf des mineralisierten Schaums.....	96
3.4.2	Vorbereitung der Schalung.....	97
3.4.3	Betonage der Probekörper .....	101
3.4.4	Ausschalvorgang und Lagerung .....	102
3.5	Schubversuche am Biegebalken.....	103
3.5.1	Rohdichte der Probekörper.....	103
3.5.2	Vorbereitung der Probekörper .....	104
3.5.3	Versuchsaufbau und Messequipment .....	105
3.5.4	Versuchsdurchführung .....	106
3.5.5	Ermittlung der Schubfestigkeit und des Schubmoduls.....	110
3.5.6	Statistische Auswertung .....	113
3.6	Uniaxiale Zugversuche .....	116
3.6.1	Rohdichte der Probekörper.....	116
3.6.2	Vorbereitung der Probekörper .....	117
3.6.3	Versuchsaufbau und Messequipment .....	119
3.6.4	Versuchsdurchführung .....	120
3.6.5	Ermittlung der Zugfestigkeit .....	122
3.6.6	Statistische Auswerteverfahren .....	123
3.7	Uniaxiale Druckversuche.....	125
3.7.1	Rohdichte der Probekörper.....	125
3.7.2	Vorbereitung der Probekörper .....	125
3.7.3	Versuchsaufbau und Messequipment .....	126
3.7.4	Versuchsdurchführung .....	127
3.7.5	Ermittlung der Druckfestigkeit.....	130
3.7.6	Statistische Auswerteverfahren .....	131
3.8	Morphologie der beiden Schäume .....	132
3.8.1	Porengrößeneinteilung und deren Ermittlung.....	132

3.8.2	Porengrößenverteilung .....	134
3.8.3	Porositätsklasseneinteilung.....	136
3.9	Ergänzende Untersuchungen zur Carbonatisierungsneigung von mineralisiertem Schaum.....	137
3.9.1	Carbonatisierungsvorgang zementöser Werkstoffe.....	137
3.9.2	Untersuchung zum Carbonatisierungsverhalten .....	138
3.10	Ergänzende Ausführungen zum Formänderungsverhalten infolge Schwindens .....	147
3.11	Zusammenfassung und Vergleich mit anderen Kernwerkstoffen .....	150
<b>4</b>	<b>Ökobilanzierung von mineralisiertem Schaum</b>	<b>153</b>
4.1	Allgemeines .....	153
4.2	Prinzipdarstellung einer Stoffstromanalyse am Beispiel von Normalbeton....	154
4.3	Durchführung der Produktökobilanzierung .....	162
4.3.1	Ziel und Untersuchungsrahmen für die Bilanzierung.....	162
4.3.2	Sachbilanz durch Stoffstromanalyse und Datenerhebung .....	163
4.3.3	Datenberechnung und Wirkungsabschätzung mit GaBi.....	166
4.3.4	Auswertung der Umweltwirkungen von mineralisiertem Schaum....	168
4.4	Mineralisierter Schaum im ökologischen Vergleich mit anderen Dämmstoffen .....	173
4.5	Recyclingpotential von mineralisiertem Schaum.....	178
4.6	Zusammenfassung .....	183
<b>5</b>	<b>Berechnungsverfahren von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum</b>	<b>185</b>
5.1	Allgemeines .....	185
5.2	Analytische Berechnungsverfahren .....	187
5.2.1	Verfahren nach dem Einschichtansatz.....	187
5.2.2	Verfahren nach Stamm und Witte .....	197
5.2.3	Verfahren nach Wölfel .....	212
5.2.4	Verfahren nach DIN 14509 Anhang E .....	215
5.2.5	Zickzack-Theorie.....	216
5.2.6	Verfahren nach Pagano.....	230
5.2.7	Fachwerkmodell .....	233
5.2.8	Zusammenfassung und Unterscheidungsmerkmale der analytischen Berechnungsansätze .....	236
5.3	Umsetzung in Matlab .....	237
5.3.1	Vorgehensweise bei der Erstellung von GUIs.....	237
5.3.2	Einfeldträgerlösungen .....	246
5.3.3	Plattenlösung .....	260
5.4	Validierungsversuche an Sandwichelementen aus Schaum und Papier.....	262

5.4.1	Hintergrund .....	262
5.4.2	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung.....	262
5.4.3	V Versuchsergebnisse .....	265
5.4.4	Aufbereitung der Materialparameter und Nachrechnung der Versuche 268	
5.5	Vergleich verschiedener Berechnungstheorien.....	274
5.5.1	Referenzsysteme und Vorgaben .....	274
5.5.2	Vergleichsberechnung für einen Sandwichbalken mit Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton .....	282
5.5.3	Vergleichsberechnung für einen Sandwichbalken mit Deckschichten aus Papier .....	289
5.5.4	Vergleichsberechnungen für Sandwichplatten mit Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton und Trayformer - Papier...296	
5.6	Zusammenfassung .....	299
<b>6</b>	<b>Mineralisierter Schaum in der baupraktischen Anwendung</b>	<b>303</b>
6.1	Allgemeines .....	303
6.2	Analyse von Hüllbauteilen.....	304
6.2.1	Bauliche Anwendungsmöglichkeiten neuartiger Sandwichelemente	304
6.2.2	Erläuterungen zum Verbund zwischen Kern- und Deckschichten .....	306
6.2.3	Geometrie typischer Sandwichplattenelemente.....	309
6.3	Anforderung an Hüllbauteile .....	311
6.3.1	Bauphysikalische Anforderungen.....	311
6.3.2	Statisch-konstruktive Anforderungen.....	313
6.3.3	Brandschutztechnische Anforderungen.....	315
6.4	Umsetzung von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum .....	318
6.4.1	Nachweis ausreichender Wärmedämmeigenschaften.....	318
6.4.2	Nachweis ausreichender Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit..	320
6.4.3	Vordimensionierung von Sandwichbalken und Sandwichplatten .....	326
6.4.4	Anwendungsbeispiel Sandwich mit Papierdeckschichten.....	334
6.5	Zusammenfassung .....	341
<b>7</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>343</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>345</b>
	<b>Anhang</b>	<b>353</b>
A.1	Zusammenstellung von Prüfverfahren zur Ermittlung mechanischer Kennwerte .....	353
A.1.1	Ermittlung druckabhängiger Parameter.....	353
A.1.2	Ermittlung zugabhängiger Parameter .....	354
A.1.3	Ermittlung schubabhängiger Parameter.....	355

A.2	Statische Auswertung der Versuche an mineralisiertem Schaum .....	356
A.2.1	Schubversuche .....	356
A.2.2	Zugversuche .....	360
A.3	Morphologische Untersuchungen an mineralisiertem Schaum .....	361
A.3.1	Schaum A mit Wasser – Zement – Wert 0,4 .....	361
A.3.2	Schaum B mit Wasser – Zement – Wert 0,45 .....	364
A.4	Stoffstromanalyse zur Herstellung von 1 m <sup>3</sup> mineralisiertem Schaum .....	367
A.5	Ergänzende Gleichungen der Sandwichtheorien .....	370
A.5.1	Gleichungen für die Plattenlösung nach Stamm und Witte .....	370
A.5.2	Berechnung der Koppelfaktoren für nachgiebigen Verbund nach der Theorie von Wölfel .....	373
A.5.3	Berechnung der Elemente der Steifigkeitsmatrix für die Zickzack – Theorie nach Tessler .....	380
A.5.4	Berechnung des Lastvektors einer Einzellast für die Zickzack – Theorie nach Tessler .....	383
A.6	Vergleichsberechnungen verschiedener Sandwichtheorien von Sandwichplatten .....	386
A.6.1	Zusammenfassung der Ergebnisse einer Vergleichsrechnung verschiedener Sandwichtheorien am Beispiel einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton .....	386
A.6.2	Zusammenfassung der Ergebnisse einer Vergleichsrechnung verschiedener Sandwichtheorien am Beispiel einer Sandwichplatten mit Deckschichten aus Trayformer - Papier .....	394
A.6.3	Ermittlung eines Mindestschubmoduls für Kernschichten aus mineralisiertem Schaum und Deckschichten aus mrUHPC und Trayformer – Papier bei Sandwichplatten .....	402



# Abkürzungen und Formelzeichen

## Abkürzungen

abZ	allgemeine bauaufsichtliche Zulassung
CCUS	Carbon Capture Use and Storage
CLT	Classical Laminate Theory
CO <sub>2</sub> e	CO <sub>2</sub> - Äquivalente
DGL	Differentialgleichung
DGNB	Deutsche Gesellschaft für nachhaltiges Bauen
DIBt	Deutsches Institut für Bautechnik
EnEV	Energieeinsparverordnung
EnEG	Energieeinsparungsgesetz
ESL	Equivalent Single Layer Theory
EPD	Environmental – Product – Declaration
EPS	expandiertes Polystyrol
fE	funktionelle Einheit
FEM	Finite Elemente Methode
FSDT	First Order Shear Deformation Theory
GWP	Global Warming Potential
GUI	Graphical User Interface
LCI	Life Cycle Inventory Analysis
LCIA	Life Cycle Impact Assessment
MF	Mineralized Foam
MPA	Materialprüfanstalt
PdvK	Prinzip der virtuellen Kräfte
PE	Primärenergiebedarf
PIR	Polyiso-Hartschaum
PUR	Polyurethan-Hartschaum
RZT	Refined Zigzag – Theory
TGA	technische Gebäudeausrüstung
TSDT	Third Order Shear Deformation Theory

mrUHPC	mikrobewehrter ultrahochfester Beton
u.a.	unter anderem
VDZ	Verein deutscher Zementwerke
WDVS	Wärmedämmverbundsystem
WLG	Wärmeleitgruppe
WSchV	Wärmeschutzverordnung
XPS	extrudiertes Polystyrol
ZiE	Zustimmung im Einzelfall

## Formelzeichen – Lateinische Buchstaben

$A$	Schubsteifigkeit des Sandwichelements nach Stamm&Witte, Querschnittsfläche in der Momentankonfiguration
$A_0$	Querschnittsfläche in der Ausgangskonfiguration
$A_C$	Schubfläche nach DIN EN 14509
$A_P$	Porenfläche
$A_{P,F}$	Porenflächenanteil
$A_{1,2}$	Querschnittsfläche der oberen und unteren Deckschicht nach Wölfel, Querschnittsfläche von Ober- und Untergurt nach Fachwerktheorie
$a$	horizontaler Knotenabstand nach Fachwerktheorie
$a_o, a_u$	Abstand der oberen bzw. unteren Deckschichtschwerachse zur Elementschwerachse nach Stamm&Witte
$B$	Gesamtbiegesteifigkeit des Sandwichelements nach Stamm&Witte
$B_o, B_u$	Eigenbiegesteifigkeit der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$B_s$	Sandwichbiegesteifigkeit nach Stamm&Witte
$b$	Querschnittsbreite
$C_{ijkl}$	Elastizitätstensor 4.Stufe
$D$	Gesamtdehnsteifigkeit des Sandwichelements nach Stamm&Witte
$D_o, D_u$	Dehnsteifigkeit der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$d_i$	Schichtdicke
$d_K$	Carbonatisierungstiefe
$d_Q$	Kernschichtdicke nach Wölfel
$E$	Elastizitätsmodul (E-Modul)
$E_D$	E-Modul der Deckschicht nach Stamm&Witte
$E_K$	E-Modul der Kernschicht nach Stamm&Witte



$E_o, E_u$	E-Modul der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$E_1, E_2$	E-Modul der oberen und unteren Deckschicht nach Wölfel
$e$	Abstand der Deckschichtschwerachsen
$F$	Kraft, Prüfkraft
$F_{\text{Max}}$	Maximallast
$F_U$	Bruchlast
$f_E$	funktionelle Einheit
$f_k$	charakteristische Festigkeit
$f_{CC}$	Druckfestigkeit des mineralisierten Schaumes
$f_{CT}$	Zugfestigkeit des mineralisierten Schaumes
$f_{CV}$	Schubfestigkeit des mineralisierten Schaumes
$G$	Schubmodul (G-Modul)
$G_D$	Schubmodul der Deckschichten nach Stamm&Witte
$G_K$	Schubmodul der Kernschicht nach Stamm&Witte
$G_C$	Schubmodul des mineralisierten Schaumes
$h$	Querschnittshöhe, Kernschichtdicke nach Stamm und Witte
$I_y, I_z$	Flächenträgheitsmomente des Querschnitts
$k$	Verbundfaktor nach Wölfel
$k_s$	Schubkorrekturfaktor
$L$	Lichte Stützweite, Elementlänge eines finiten Elements
$l, l_x, l_y$	Bauteillänge
$M_x, M_y, M_z$	Biegemomente um Querschnittsachsen in kartesischen Koordinaten
$M_o, M_u$	Teilbiegemomente in der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$M_S$	Teilbiegemoment des Sandwichelements nach Stamm&Witte
$M_1, M_2$	Teilbiegemomente in der oberen und unteren Deckschicht nach Wölfel
$m_x, m_y$	Biegemoment in x- und y-Richtung in einer Platte
$m_{xy}$	Drillmoment in einer Platte
$N_x$	Normalkraft in Elementlängsrichtung
$n$	Probenanzahl
$n_p$	Anzahl der Poren
$Q_o, Q_u$	Teilquerkraft in der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$Q_S$	Teilquerkraft des Sandwichelements nach Stamm&Witte
$Q_y, Q_z$	Querkraft in Richtung der Querschnittsachsen in kartesischen Koordinaten
$q_z$	äußere Belastung in Richtung Bauteildicke
$q_x, q_y$	längenbezogene transversale Querkraft in einer Platte
$R_i$	Wärmedurchlasswiderstand der Schicht $i$

$R_{se}, R_{si}$	Wärmeübergangswiderstand außen/innen
$R_T$	Wärmedurchgangswiderstand
$R^2$	Bestimmtheitsmaß
$r_p$	Porenradius
$S_Q$	Schubsteifigkeit der Kernschicht nach Wölfel
$T_o, T_u$	Torsionsteifigkeit der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$T_S$	Torsionsteifigkeit des Sandwichquerschnitts nach Stamm&Witte
$t_o, t_u$	Deckschichtdicke oben und unten nach Stamm und Witte
$U$	Wärmedurchgangskoeffizient
$u, v, w$	Verschiebungsgrößen in kartesischen Koordinaten
$u_o, u_u$	Verschiebungen der oberen und unteren Deckschicht in Bauteillängsrichtung nach Stamm&Witte
$V_S$	Querkraft nach Fachwerktheorie
$\Delta w$	Durchbiegung im linearen Bereich
$\Delta w_B, w_M$	Biegeanteil der Verformung nach DIN EN 14509 und Stamm&Witte
$\Delta w_S, w_Q$	Schubanteil der Verformung nach DIN EN 14509 und Stamm&Witte

## Formelzeichen – Griechische Buchstaben

$\alpha$	Skalenparameter der Weibullverteilung
$\beta$	Formparameter der Weibullverteilung
$\gamma$	Gesamtschubwinkel des Sandwichelementes nach Stamm und Witte
$\gamma_{ij}$	Gleitungen in der Ebene ij
$\gamma_K$	Teilschubwinkel der Kernschicht nach Stamm und Witte
$\gamma_1$	Verdrehung der Elementschwerachse
$\varepsilon_{ij}$	Verzerrungen in Ebene ij
$\varepsilon_{kl}$	Verzerrungstensor 2. Stufe
$\varepsilon_o, \varepsilon_u$	Dehnungen in der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$\kappa$	Krümmung
$\lambda_{i, dry}$	Wärmeleitfähigkeit
$\mu$	Wasserdampfdiffusionswiderstand, Mittelwert
$\nu$	Querdehnzahl
$\zeta$	Laufvariable nach Stamm&Witte
$\rho$	Rohdichte
$\sigma$	Normalspannung, Standardabweichung
$\sigma_0$	technische Normalspannung

$\sigma_{ij}$	Spannungstensor 2. Stufe
$\sigma_o, \sigma_u$	Normalspannungen in der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$\sigma_{sD}$	Normalspannungen in den Deckschichten aus Sandwichtragwirkung
$\sigma_1, \sigma_2$	Normalspannungen in der oberen/unteren Deckschicht nach Wölfel
$\tau$	Schubspannung, Schubspannung im Kern nach Wölfel
$\tau_C$	Schubspannung im Kern nach Fachwerktheorie
$\tau_o, \tau_u$	Schubspannungen in der oberen und unteren Deckschicht nach Stamm&Witte
$\tau_s$	Schubspannungen des Sandwichelements nach Stamm&Witte
$\varphi, \psi, \Phi$	Verdrehung der Querschnittslängsachse
$\Phi(z)$	Zickzack-Funktion
$\Psi(z)$	Amplitudenfunktion



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation und Problemstellung

Der Wärmebedarf und die Wärmeverluste von Gebäuden wurden in den vergangenen Jahrzehnten per Gesetzgebung, in Form von Verordnungen, schrittweise reduziert. Bis 2045 will der Bund die Bundesrepublik Deutschland komplett klimaneutral machen. Daher muss der Gebäudesektor seinen CO<sub>2</sub> – Ausstoß bis 2030 um 65 % gegenüber dem Vergleichswert von 1990 sowie seinen Primärenergieverbrauch um 80 % gegenüber 2008 reduzieren. Daher spielt die Gebäudehülle neben der Anlagentechnik die entscheidende Rolle bei der Umsetzung dieser Ziele. Was bei den privaten Haushalten relativ trivial mittels einer vollständigen Dämmung der Gebäudehülle zur Reduzierung der Transmissionswärmeverluste und damit zur Einsparung von Heizenergie gelingen kann, bedarf im Industriebau aufgrund eines erheblichen Überschusses an thermischer Energie aus den Produktionsprozessen anderer Ansätze. Die Übertragung und Wiederverwendung thermischer Überschussenergie und somit eine Steigerung der Energieeffizienz durch den Einsatz der richtigen Energieform in der notwendigen Menge zur richtigen Zeit am richtigen Ort einhergehend mit einem dafür notwendigen ganzheitlichen Planungsansatz von der Maschine zum Gebäude ist Grundlage des Forschungsprojektes *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung*. Im Rahmen des Projekts wurde 2016 auf dem Campus der *TU Darmstadt* die Modellfabrik *ETA – Fabrik* im Maßstab 1 : 1 eröffnet (Abbildung 1.1). Eine Steigerung der Energieeffizienz um ca. 40 % im Vergleich zu konventionellen Fertigungsbetrieben, dies entspricht 247.700 kWh und 130.500 kg CO<sub>2</sub> – Äquivalente (CO<sub>2</sub>e) pro Jahr, wurde durch das Zusammenspiel optimierter Maschinen und neuartiger Bauweisen des Gebäudes mittels eines innovativen Energiekonzepts realisiert.



Abbildung 1.1 Ansichten der *ETA - Fabrik*: Nordfassade (links), Süd - West - Fassade (rechts)

Eine wichtige Komponente hierbei stellen die thermisch aktivierten Gebäudehüllelemente in Wand und Dach dar, mittels deren Leistungsfähigkeit das Gebäude, gespeist aus der Maschinenabwärme oder der umweltseitigen Umgebungstemperatur, mit  $95 \text{ W m}^{-2}$  bzw.  $92 \text{ W m}^{-2}$  bei nur 2 K Temperaturunterschied zwischen Vor- und Rücklauf geheizt oder gekühlt werden kann. Ebenso kann auch Kälte zur Kühlung der Maschinen auf diesem Weg bereitgestellt werden. Die in Dach- und Wandbereich einheitliche Hüllkonstruktion wurde im Hinblick auf die Flexibilitätsanforderungen von Industriebauten modular mit Betonfertigteilen konstruiert.

Beton als regional verfügbarer Verbundbaustoff erweist sich hier als besonders geeignet, da er in Abhängigkeit seiner Konstruktionsdicke sowohl ein guter Wärmeleiter als auch ein sehr guter Wärmespeicher ist:

- ersteres wird im Falle der thermischen Aktivierung durch eine rasche Strahlungswärmeübertragung verwendet und
- zweiteres garantiert im passiven Fall in Kombination mit einer Wärmedämmung ein angenehmes Raumklima.

Darüber hinaus ist Beton sehr flexibel formbar, sowohl vor Ort als auch werkseitig sehr gut verarbeitbar und, im Gegensatz zu vielen anderen Baustoffen, nicht brennbar, weswegen keine weiteren brandschutztechnischen Maßnahmen konstruktiver Art ergriffen werden müssen. In Kombination mit dem an der Modellfabrik erstmalig verwendeten zementgebundenem, mineralisiertem Schaum entstand ein nahezu sortenreiner Aufbau der in Abbildung 1.2 dargestellten Gebäudehüllelemente.

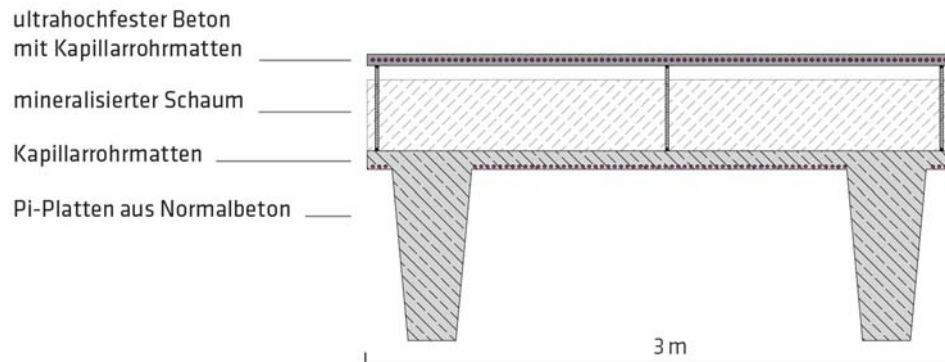


Abbildung 1.2 Thermisch aktiviertes Gebäudehüllelement der ETA - Fabrik

Diese 3 m breiten und ca. 10 m hohen Wand- bzw. 20 m langen Dachelemente haben PI-plattenförmige raumseitige Elemente aus konventionellem Stahlbeton mit oberflächennah integrierten kapillarähnlichen Rohrleitungen aus Polypropylen im Bereich der nur 12 cm dicken Elementspiegel. Werkseitig wurde darauf unmittelbar nach erfolgter Betonage der ultraleichte, mineralisierte Schaum als Dämmung in Dicken von 30 cm bis 40 cm auf die noch frische Betonoberfläche aufgebracht. Die hydratisierende Festigkeitsentwicklung des Zements ermöglicht eine werkseitige wie baustellenseitige Herstellung ohne Autoklavierung. Den Abschluss bilden mechanisch hoch beanspruchbare Fassaden-/Dachplatten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton (mrUHPC) mit einer Dicke von nur 5,5 cm, die aufgrund ihrer geringen Materialdicke eine hohe thermische Reaktivität verbunden mit einer nahezu gleichmäßigen Temperaturverteilung in den Querschnitten der äußeren Gebäudehülle aufweisen. Beispielsweise wird innerhalb des Fassadenquerschnitts eine gleichmäßige Temperatursteigerung von  $30^{\circ}\text{C}$  auf  $45^{\circ}\text{C}$  in etwa 20 Minuten bei einer Durchflussgeschwindigkeit des Wassers - Glykologemisches von  $0,5\text{ m s}^{-1}$  erreicht.

Diese Elemente vereinen somit die Funktionen des Tragens, des Dämmens, des Begrenzens sowie des thermischen Interagierens und reduzieren daher Schnittstellen und somit Fehlerquellen (vgl. Abbildung 1.3). Darüber hinaus schaffen diese Hüllelemente auch stets ein angenehmes Raumklima und können die Behaglichkeit im Rahmen ihrer Raumluftkonditionierungsfunktion auch gezielt positiv beeinflussen.

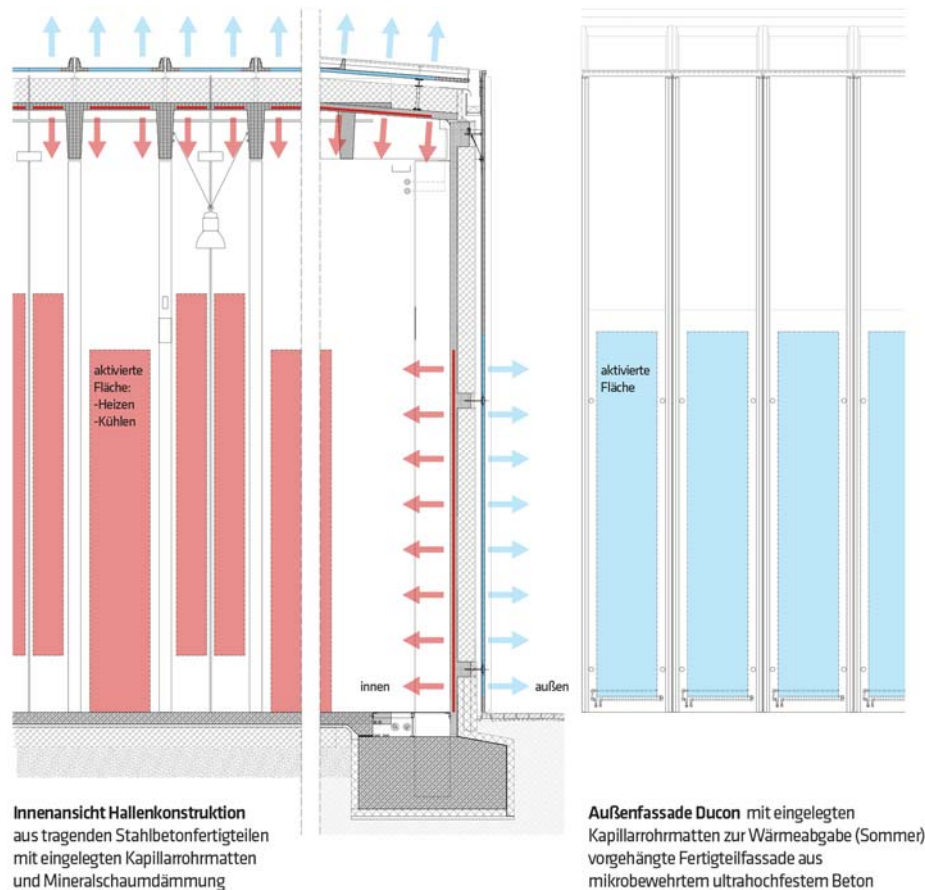


Abbildung 1.3 Funktionsschema der thermischen Bauteilaktivierung für den Lastfall Heizen der Halle im Winter (ABELE et al., 2018)

Die konstruktive Ausbildung der Hüllelemente als 2 - Gelenk - Rahmen mit Momenten- und Querkraftgelenken an den Übergängen von Stütze zu Riegel führen in Folge der ungleichmäßigen Temperaturverteilung in den Querschnitten zu relativen Verformungen zwischen den Bauteilen, die in der konstruktiven Ausbildung der Anschlüsse und Fugen berücksichtigt wurden.

Eine Verbesserung des Ansatzes stellt die Überführung des Bauteils in ein Sandwichelement dar, da durch die zu erwartende Steifigkeitserhöhung unter Ausnutzung der Tragfähigkeit der Einzelschichten die Querschnittsabmessungen der beiden Deckschichten weiter reduziert werden könnten. Der Grad der Steifigkeitserhöhung geht mit der Schubfestigkeit des Kernmaterials einher. Hierzu muss das Material, das bisher für die Anwendung in der *ETA - Fabrik* aus rein bauphysikalischen Gesichtspunkten



betrachtet und dementsprechend untersucht und charakterisiert worden ist, hinsichtlich seines mechanischen Verhaltens unter statischer Beanspruchung beschrieben werden. Die bisherigen Vorteile der Konstruktion, ein werkstoffeinheitlicher Elementaufbau verbunden mit den zugehörigen Erleichterungen beim Down-/Recycling solcher Elemente, der Brandschutzsicherheit aufgrund des rein zementösen, mineralischen Aufbaus sowie die Schnittstellenreduzierung zwischen den einzelnen Elementschichten, blieben hierbei erhalten.

Bisherige Sandwichbauteile bestehen im Kern in der Regel aus synthetischen Extrusionsdämmstoffen oder klassischer Mineralwolle. Interessant ist daher die Frage, wie sich ein etwaiger Kerndämmstoff aus mineralisiertem Schaum im Vergleich zu diesen Standardkerndämmstoffen verhält und welche darüberhinausgehenden möglichen Sandwichaufbauten es mit mineralisiertem Schaum geben kann. Beispielhaft seien hier Kombinationen aus dämmendem und nichtbrennbarem Zementschaum mit funktionalisiertem Papier für temporäre und gut downcyclebare Sandwichlösungen genannt.

Spannend bei den zementgebundenen Schäumen ist dabei die Tatsache, dass es aufgrund ihres Nischendaseins nur sehr wenig Literatur insgesamt gibt, und davon wiederum nur einen kleinen Anteil, der sich mit mechanischen Untersuchungen solcher Schäume beschäftigt. Im Bereich des hier betrachteten ultraleichten Schaumes existieren fast keine Veröffentlichungen, da sich die erwähnten Literaturstellen mit den in der Praxis am meisten vorkommenden mittelschweren und schweren Schäumen in einem Rohdichtebereich von  $500 \text{ kg m}^{-3}$  bis  $1.800 \text{ kg m}^{-3}$  befassen.

## 1.2 Zielsetzung

Die diesem Forschungsbeitrag zugrunde liegenden Fragestellungen lauten:

*Können für baurelevante Anwendungsfälle Sandwichelemente mit zementgebundenem, mineralisiertem Schaum als Kerndämmung umgesetzt werden und reicht deren Schubtragfähigkeit aus?*

*Wie verhält sich mineralisierter Schaum hinsichtlich seiner  $\text{CO}_2$ -Äquivalenten Emissionen und seines Primärenergiebedarfs bei der Herstellung und können mögliche Schichten einer Sandwichkonstruktion wieder sortenrein voneinander getrennt werden?*

Vor diesem Hintergrund geht es in dieser Arbeit um die Beschreibung des für Sandwichstrukturen relevanten mechanischen Verhaltens von ultraleichtem, mineralisiertem Schaum im Hinblick auf seine Funktion als schubübertragende Kerndämmschicht, um die Beurteilung seiner ökologischen Güte im Rahmen einer Produktökobilanz und um die Möglichkeit mittels geeigneter Rechentools, Sandwichelemente unter definierten Belastungen und statischen Systemen schnell und anschaulich berechnen zu können auf Basis bekannter analytischer Lösungen.

Die Arbeit ist bewusst thematisch sehr breit aufgestellt, da es bislang zu den genannten Fragestellungen bei ultraleichten, zementösen Schäumen keine Voruntersuchungen gibt, so dass mit dieser Arbeit der Versuch gestartet sein soll, erste grundlegende Antworten auf obige Fragestellungen geben zu können.

### 1.3 Aufbau der Arbeit

In Abbildung 1.4 ist der Aufbau der Arbeit dargestellt.

In Kapitel 2 werden zunächst die für diese Arbeit relevanten Grundlagen vorgestellt. Dabei geht es einerseits um mineralisierte Schäume im Allgemeinen und um den hier untersuchten ultraleichten, zementösen Schaum im Speziellen. Für die späteren Versuche werden verschiedene Prüfverfahren unterschiedlicher, aber im Bezug zum Schaum stehender Werkstoffe vorgestellt und zusammengefasst. Grundlegende Ausführungen zur Ökobilanzierung von Werkstoffen sowie zur Sandwichbauweise schließen das Kapitel ab.

Die für die Anwendbarkeit des mineralisierten Schaums als Kerndämmschicht innerhalb von Sandwichkonstruktionen erforderlichen mechanischen Kennwerte werden in Kapitel 3 im Rahmen von Versuchen ermittelt. Dabei werden Versuche zur Ermittlung der uniaxialen Druckfestigkeit, der uniaxialen Zugfestigkeit, der Schubfestigkeit sowie zur Ermittlung des Schubmoduls beschrieben und deren Ergebnisse vorgestellt. Dabei wird darüber hinaus der Fragestellung nachgegangen, ob eine gezielte Beeinflussung der Porosität andere mechanische Eigenschaften hervorruft, wozu auch eine optische Auswertung der Porenklassen des Schaumes gehört. Weiterhin werden Versuche zum bislang nicht bekannten Carbonatisierungsverhalten des mineralisierten Schaums vorgestellt.

Kapitel 4 beinhaltet die ökologische Bewertung des mineralisierten Schaumes, in dem eine Produktökobilanz erstellt wird und deren Ergebnisse in Relation zu anderen Dämmstoffen aus der Sandwichtechnologie gesetzt wird. Weiterhin werden auch die Ergebnisse eines Rückbauversuches einer großformatigen Stahlbetonplatte mit aufgebrachtem mineralisiertem Schaum vorgestellt verbunden mit der Frage, inwieweit eine sortenreine Trennung möglich ist.

Verschiedene Sandwichtheorien und deren analytische Lösungen werden in Kapitel 5 vorgestellt und so aufbereitet, dass eine Umsetzung der verschiedenen Theorien in *Matlab* möglich ist. Diese Umsetzung wird ebenfalls exemplarisch vorgestellt, ehe die verschiedenen Ansätze anhand zweier Referenzsysteme bezüglich ihrer Ergebnisgüte miteinander verglichen werden.

In Kapitel 6 werden die normativen und rechtlichen Anforderungen an Bauteile der Gebäudehülle zusammengetragen und auf dieser Basis ein Sandwichelement mit mineralisiertem Schaum im Kern konzipiert. Aufbauend auf einer Vordimensionierung

unter Zuhilfenahme der Analysetools in *Matlab* wird ein Sandwichelement abschließend als Großdemonstrator gebaut.

Kapitel 7 schließt mit einem Fazit und stellt zukünftige Forschungsansätze für ultraleichte, mineralisierte Schäume vor.

Ultraleichter, zementgebundener Schaum als Kernwerkstoff von Sandwichelementen	
Aufbau der Arbeit	
<b>Kapitel 2</b> Theoretische Grundlagen	Werkstoff mineralisierter Schaum Ökobilanzierung von Werkstoffen Prüfverfahren mechanischer Kennwerte Sandwichbauweisen und Sandwichtheorien
<b>Kapitel 3</b> Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum	Auswahl zweier Porositäten Vorversuche zur Probekörpergeometriebestimmung Probekörperherstellung und Versuchsvorbereitung Schubversuche am Biegebalken Uniaxiale Zugversuche Uniaxiale Druckversuche Morphologie der beiden Schäume Ergänzende Untersuchungen zur Carbonatisierungsneigung
<b>Kapitel 4</b> Ökobilanzierung von mineralisiertem Schaum	Prinzipdarstellung einer Stoffstromanalyse Durchführung der Produktökobilanzierung Mineralisierter Schaum im ökologischen Vergleich Recyclingpotential von mineralisiertem Schaum
<b>Kapitel 5</b> Berechnungsverfahren von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum	Analytische Berechnungsverfahren Umsetzung in Matlab Validierungsversuche an Sandwichelementen aus Schaum und Papier Vergleich verschiedener Berechnungstheorien
<b>Kapitel 6</b> Mineralisierter Schaum in der baupraktischen Anwendung	Analyse von Hüllbauteilen Anforderung an Hüllbauteile Umsetzung von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum
<b>Kapitel 7</b> Fazit und Ausblick	

Abbildung 1.4 Aufbau der Arbeit



## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Werkstoff mineralisierter Schaum

#### 2.1.1 Entwicklungsgeschichte und Anwendungsfelder

Mineralisierter, zementgebundener Schaum, je nach Zusammensetzung auch als Schaumbeton bekannt, ist bereits seit vielen Jahrzehnten Gegenstand der universitären und industriellen Forschung. Jedoch bewegt sich Schaumbeton stets im Schatten des artverwandten Leichtbetons und unterliegt genau wie dieser gewissen Schwankungen in der Forschungs- und Anwendungsaktivität, hervorgerufen durch:

- lange Zeit nicht lösbare Probleme wie schwindinduzierte Rissbildung oder ungenügende Stabilität des Schaums während der Herstellung,
- sowie rechtlich bindende, immer höher werdende Anforderungen an Wärmedurchlasswiderstände bei gleichzeitig nur untergeordneter Betrachtung ökologischer und brandschutztechnischer Fragestellungen.

Historisch betrachtet kann geschäumter Mörtel mit der geschichtlichen Entwicklung ungeschäumter Mörtel wie zum Beispiel, der aus der Zeit der Römer bekannte, *Opus caementicium* mithalten. So gibt es nach ALDRIDGE, 2005 Belege dafür, dass geschäumte Mörtel bereits zur Zeit der ägyptischen Hochkultur verwendet wurden. Auch die Römer erkannten ca. 300 v. Chr. bereits, dass durch die Zugabe von Tierblut in eine Mischung aus Löschkalk und einem Sand-Kies-Gemisch Luftporen im Mörtel entstehen und dieser im Anschluss leichter und fließfähiger war als gewöhnlicher Kalkmörtel. Darüber hinaus wurde auch bereits die Möglichkeit einer Schwindreduzierung durch die Zugabe von Fasern, in diesem Fall von Pferdehaar, erkannt.

Mit Beginn des 20. Jahrhunderts und der zunehmenden Industrialisierung kam das Thema Leichtbau im Allgemeinen und durch die Zugabe leichter Zuschläge oder durch das Einbringen von Luftporen in mineralische Baustoffe im Speziellen wieder auf. In Skandinavien wurde gemäß GREUTERT, 1927 die Entwicklung von Schaum- oder auch Zellenbeton maßgebend vorangetrieben und in Schweden 1923 erstmalig als Dämmmaterial patentiert (KOZLOWSKI & KADELA, 2018). Im deutschsprachigen Raum wurden mineralisierte Schäume durch GREUTERT, 1927 und der Hamburger Firma *Christiani und Nielsen* (HUMMEL, 1959) bekannt gemacht, die bereits zu dieser Zeit

leichte Wand- und Dachplatten mit guter Schall- und Wärmedämmwirkung als Einselemente in räumliche oder ebene Stabtragwerke herstellten und verbauten. Die zunehmende Verbreitung belegt auch die 1951 stattfindende normative Festlegung über „Herstellung, Verwendung und Prüfung“ von Schaumbeton nach DIN 4164 : 1951 - 10 (DIN 4164, 1951). Zwischen den 1950er Jahren und den 1990er Jahren wurden, zuvorderst in den Niederlanden, Großbritannien und deren ehemalige Kolonien, umfangreiche Untersuchungen an Schaumbetonen und -mörteln durchgeführt, neue Herstellungstechnologien entwickelt und neue Materialzusammensetzungen durch die Verwendung verschiedener Zusatzstoffe und Zusatzmittel erprobt.

Zur Anwendung kam Schaumbeton in großem Maße als Füll- und Stabilisierungsmaterial in Böden aufgrund seiner Fließfähigkeit in Kombination mit hydraulischer Festigkeitsausbildung. Diese Vorteile in Kombination mit einem, im Vergleich zu Beton oder anderen mineralischen Auffüllmaterialien, deutlich geringerem Gewicht kamen auch bei der, besonders in England, häufigen Anwendung als Füllmaterial auf historischen Steinbogenbrücken zwischen den Bögen und den darauf befindlichen Fahrbahnen. Auch wurden ganze Widerlager von Brücken aus Schaumbeton mit einer Rohdichte von ca.  $1.300 \text{ kg m}^{-3}$  und einer Zieldruckfestigkeit von 5 MPa hergestellt (JONES & MCCARTHY, 2005a).

In den USA war und ist Schaumbeton ein beliebtes, frostschtzendes Auffüllmaterial im Straßenbau, besonders im Bereich setzungsempfindlicher Untergründe. Im Zuge der bereits seit den 1970er Jahren zunehmenden Beachtung von Wärme- und Kälteschutzmaßnahmen im Hochbau, wurden Schaumbetone in Kanada, Schweden, Südafrika, Südkorea und in den Golfstaaten sowohl als tragender Baustoff in monolithischer Bauweise als auch als Wand- und Dachplatten verwendet.

Seit Beginn des 21. Jahrhunderts nimmt das internationale Forschungsinteresse an zementösen Schäumen im mittleren und hohen Rohdichtebereich zwischen  $800 \text{ kg m}^{-3}$  und  $1800 \text{ kg m}^{-3}$  wieder zu (vgl. KEARSLEY & WAINWRIGHT, 2002, JONES & MCCARTHY, 2005b, KUNHANANDAN NAMBIAR & RAMAMURTHY, 2007, PUTTAPPA et al., 2008, RAMAMURTHY et al., 2009, TIAN et al., 2011, YU et al., 2011b, BING et al., 2012, KADELA et al., 2015). Einige wenige Forschungsarbeiten beschäftigen sich auch mit Zementschäumen im unteren Rohdichtebereich zwischen  $300 \text{ kg m}^{-3}$  und  $800 \text{ kg m}^{-3}$  (vgl. TAN et al., 2014, HUANG et al., 2015), jedoch kaum unterhalb einer Rohdichte von  $250 \text{ kg m}^{-3}$ . Der Hauptfokus von Forschungstätigkeit in diesem Rohdichtebereich liegt auf einer möglichen Festigkeitssteigerung sowie der Schwindreduzierung, die mit sinkender Rohdichte immer relevanter wird.

Innerhalb Deutschlands gibt es nur sehr wenig bekannte Forschungsaktivitäten, die sich dazu entweder mit dem Themenkomplex der zielsicheren Herstellung zementöser Schäume (POTT, 2006), oder mit der Erhöhung der Festigkeit im mittleren Rohdichtebereich durch die Zugabe von bestimmten Additiven (JUST & MIDDENDORF, 2009) beschäftigen. Anwendungsseitig stehen entsprechend AMRAN et al., 2015 nach wie

vor die Themen Verfüllung und Untergrundstabilisierung im Fokus, aber auch mehr und mehr Anwendungen in brandschutzrelevanten Bereichen. Zuvorderst, aufgrund der immer strengeren, gesetzlichen Vorgaben als Dämmmaterial für Anlagen zur Klimatisierung, als Füllmaterial in Hohlblocksteinen und als Systemdämmplatten im Wandbereich. Speziell der Anwendungsfall als Dämmung im Hochbau erscheint aufgrund bereits zweier genannter Eigenschaften von zementösen Schäumen als interessant. Einerseits die Feuerbeständigkeit und andererseits die rein mineralische Zusammensetzung. Diese Merkmale, in Kombination mit guten Wärmedämmeigenschaften lassen mineralische Schäume als Alternative zu synthetischen Dämmstoffen wie expandiertes Polystyrol (EPS) erscheinen, was sich im letzteren Fall durch die zunehmende Betrachtung von Nachhaltigkeitsaspekten über den gesamten Gebäudelebenszyklus noch verstärken wird. Für Deutschland gilt allerdings seit der Rücknahme von DIN 4164 : 1951 - 10, dass zementgebundene Schäume nicht mehr normativ geregelt sind und, mit wenigen Ausnahmen, auch keine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung (abZ) besitzen. Somit ist in hier zu Lande eine Anwendung nur durch eine Zustimmung im Einzelfall (ZiE) möglich.

### 2.1.2 Kategorisierung und Eigenschaften zementgebundener Schäume im Allgemeinen

Ganz allgemein bestehen Zementgebundene Schäume aus einer hochporosierten Zementsteinmatrix und sind frei von groben Zuschlägen, damit entsprechend niedrige Rohdichten erzielt werden können. Die Festigkeitsentwicklung geschieht durch Hydratation des Zementes und unterscheidet sich daher grundlegend von anderen porosierten Werkstoffen, wie beispielsweise dem dampferhärtenden Porenbeton.

Die Eigenschaften von zementgebundenen Schäumen hängen in hohem Maße von der jeweiligen Materialzusammensetzung sowie der Herstellungstechnik ab. Daher müssen die in Versuchen zu Tage geförderten Eigenschaften immer im Kontext der jeweilig betrachteten frischen Schäume gesehen werden. Eine Generalisierung ist aufgrund des großen Rohdichtebereichs nur bedingt möglich.

#### **Porengröße, Porenstruktur, Porosität und Wasserdurchlässigkeit**

Luftporen können in mineralisierten Schäumen einen Volumenanteil von deutlich über 80 % haben (GILKA-BÖTZOW & GARRECHT, 2012). Gemäß DIN EN 480 – 11 : 2005 – 12 : Zusatzmittel für Beton, Mörtel und Einpressmörtel - Prüfverfahren – Teil 11 : Bestimmung von Luftporenkennwerten in Festbeton (DIN EN 480-11, 2005) sind Luftporen in einer zementösen Matrix Hohlräume, die vom

Zementstein umschlossen sind und nicht aus der Hydratation des Zementsteines selbst entstanden sind.

Die Porosität setzt sich aus dem reinen Luftporengehalt, dem Anteil an Kapillarporen sowie dem Gelporengehalt zusammen. Die Gelporen entstehen aus der Volumeninkonsistenz zwischen Ausgangsstoffen und dem Zementstein und sind für die Formänderungseffekte verantwortlich, haben aber nach KUNHANANDAN NAMBIAR & RAMAMURTHY, 2007 keinen Einfluss auf das Festigkeitsverhalten. Deren Größen liegen nach VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2002 im Bereich von 0,5 nm bis 30 nm. Die Kapillarporen entstehen aus dem chemisch nicht gebundenen Wasser und liegen zwischen 30 nm und 30  $\mu\text{m}$ . Die Luftporen selbst hängen stark vom jeweiligen Anwendungsfall ab und liegen zwischen 30  $\mu\text{m}$  als große Kapillarporen infolge schlechter Verdichtung und 4 mm als gezielt eingebrachte Luftporen in Schäumen. Aus der Normalbetontechnologie ist bekannt, dass höhere Luftporengehalte eine ähnliche festigkeitsmindernde Wirkung haben wie zu große Wasser - Zement - Verhältnisse, die bei Normalbeton zusammen mit der Festigkeit des Zements entsprechend des Walz - Diagramms die Druckfestigkeit definieren (vgl. BACKE et al., 2013). Aus Erfahrungswerten weiß man, dass 1 % Luftvolumenzunahme eine Verringerung der Druckfestigkeit von ca. 3,5 MPa verursacht. Es ist somit klar, dass die Porosität von zementösen Schäumen einen signifikanten Einfluss auf Festigkeitseigenschaften des Materials haben, was auch eine Metastudie von KEARSLEY & WAINWRIGHT, 2002 zeigt. Daraus geht auch hervor, dass Festigkeit und Porosität in einem überproportionalen Verhältnis bei zementösen Schäumen zueinanderstehen. Weitere Einflussgrößen sind demnach auch die Porengröße sowie der Porenabstand untereinander. Größere Poren führen zu geringeren Festigkeiten und entstehen auch durch höhere Anteile des Schaumvolumens am Gesamtvolumen. Damit einhergeht auch eine breiter gestreute Porengrößenverteilung. Somit zeigt sich, dass man bei entsprechender Zusammensetzung der Mikrostruktur die Festigkeit stark beeinflussen kann. YU et al., 2011a belegen dies in beeindruckender Art für zwei Schaumbetone mit stark unterschiedlicher Porenstruktur, bei denen trotz unterschiedlicher Rohdichten annähernd gleiche Druckfestigkeiten festgestellt wurden. Der alleinige Verweis auf den Zusammenhang von Rohdichte und Festigkeit genügt hier also nicht. Interessant ist, dass die Porenform bei zementösen Schäumen oder Schaumbetonen sehr gleichmäßig ist und nahe an der Kugelgeometrie ist. Dies ist nach KUNHANANDAN NAMBIAR & RAMAMURTHY, 2007 ein bedeutender Unterschied zu expandierten Schäumen, die über die Expansionshöhe eine deutliche Metamorphose der Porengeometrie von der Kugel hin zum Ellipsoid erfahren. Dies lässt darauf schließen, dass für zementöse Schäume kein Zusammenhang zwischen der Porenform und der Dichte sowie der Festigkeit besteht. Einen Einfluss auf die Porengröße und damit auch auf die Porenverteilung können Zusatzstoffe wie beispielsweise Flugasche haben, da diese eine gleichmäßige Anhaftung an jeder Pore herstellen und somit dem Porenzerfall entgegenwirken (RAMAMURTHY et al., 2009).



Das Feuchteverhalten poröser Baustoffe ist sehr komplex und die einzelnen Vorgänge sind kaum getrennt nach den sie bedingenden Mechanismen darstellbar. Daher sind die Untersuchungen in diesem Bereich auch eher spärlich. Grundsätzlich gibt es die Wasserdampfdiffusion aufgrund unterschiedlicher Wasserdampfdrücke. Diese hängt in hohem Maße von der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit ab und findet in Reinform nur bei sehr geringen Luftfeuchtigkeiten statt. Darüber finden die Transportvorgänge von Feuchte immer im gasförmigen und flüssigen Aggregatzustand statt. Grundsätzlich kann gesagt werden, dass die Wasserdurchlässigkeit von Zementschäumen verglichen mit Porenbeton geringer ist, da die Porenstruktur von Schaumbetonen überwiegend geschlossenzelliger Art ist.

### **Rohdichte von zementösen Schäumen**

Die Rohdichte der mineralisierten Schäume wird maßgeblich durch das Vorhandensein von feinen bis mittelgroßen Zuschlägen definiert und kann damit auch als maßgebend für unterschiedliche Bezeichnungen der mineralisierten Schäume von Schaumbeton über Schaummörtel bis hin zu ultraleichten und damit zuschlagsfreien Schäumen betrachtet werden. Eine erste Kategorisierung von Rohdichtebereichen entsprechend verschiedener Anwendungsfelder der mineralisierten Schäume sind bereits in Kapitel 2.1.1 angeklungen.

In YU et al., 2011a wird als Bandbreite der untersuchten Rohdichten ein Bereich von  $160 \text{ kg m}^{-3}$  bis  $1.800 \text{ kg m}^{-3}$  angegeben. Wegen des Zusammenwirkens von Zementleim und metastabilem, wässrigen Schaum unterliegt die komplexe Herstellung eines Schaumes mit einer bestimmten Rohdichte gewissen Schwankungen, die nach BING et al., 2012 in einem Bereich von  $50 \text{ kg m}^{-3}$  liegen können, was für Schäume sehr geringer Rohdichte absolut vermieden werden muss.

In GILKA-BÖTZOW, 2016 werden Schäume in einem Rohdichtebereich zwischen  $1.800 \text{ kg m}^{-3}$  und  $1.400 \text{ kg m}^{-3}$  aufgrund ihres Zuschlages mit einem Größtkorndurchmesser über 4 mm als Schaumbeton bezeichnet, wobei im deutschsprachigen Raum dieser Rohdichtebereich noch von den gefügedichten und haufwerksporigen Leichtbetonen abgedeckt wird (vgl. HEIDELBERG CEMENT AG, 2017).

Der Rohdichtebereich zwischen  $1.400 \text{ kg m}^{-3}$  und  $800 \text{ kg m}^{-3}$  stellt die untere Grenze von Leichtbeton dar, im Falle einer aufgeschäumten Bindemittelmatrix kann man aufgrund von Zuschlägen bis zu einem Größtkorn von 4 mm auch von Schaummörtel sprechen.

Die untere Grenze vieler Forschungsarbeiten stellt im Rohdichtebereich die Gruppe der mineralisierten Schäume zwischen  $800 \text{ kg m}^{-3}$  und  $400 \text{ kg m}^{-3}$  dar, bei denen häufig feinste Sande bis 2 mm Größtkorn noch zugegeben werden.

Alles unterhalb von  $400 \text{ kg m}^{-3}$  kann als leichter oder sogar ultraleichter Schaum bezeichnet werden, dessen Anwendungsbereich, aber auch dessen Forschungsrelevanz

äußerst überschaubar ist. Nach KEARSLEY & WAINWRIGHT, 2002 besteht ein Zusammenhang zwischen der Rohdichte, der Porosität und den Festkörpereigenschaften. Ohne gezielte Maßnahmen ergibt sich beispielsweise für die Festigkeit und die Wärmeleitfähigkeit zementöser Schäume der Zusammenhang, dass mit steigender Rohdichte sowohl die Festigkeit als auch die Wärmeleitung zunehmen. RAMAMURTHY et al., 2009 stellen hierfür einen exponentiellen Zusammenhang her.

### **Wärmeleitfähigkeit, Schallschutz und Feuerbeständigkeit von zementösen Schäumen**

Die Wärmeleitfähigkeit ist nach WILLEMS et al., 2006 ein Maß für die innerhalb einer Stunde durch ein Medium mit dem Volumen  $1 \text{ m}^3$  übertragene Wärmemenge bei einem Temperaturunterschied von 1 K. Die bauphysikalische Bedeutung der Wärmeleitfähigkeit eines Stoffes beinhaltet in Abhängigkeit der stofflichen Zusammensetzung drei Arten von Wärmetransportmechanismen durch ein Medium:

- die Wärmeleitung in festen, flüssigen oder gasförmigen Stoffen durch atomare Gitterschwingung,
- die Konvektion in flüssigen oder gasförmigen Stoffen durch molekulare oder atomare Teilchenbewegung und
- die Wärmestrahlung zwischen den Oberflächen fester, flüssiger oder gasförmiger Stoffe durch elektromagnetische Wellen in einem strahlungsdurchlässigen Medium, das die Strahlung absorbieren, reflektieren oder transmittieren kann.

Welche Art des Wärmetransportes dominiert hängt in entscheidendem Maße vom makrostrukturellen Aufbau des Stoffes ab. So dominiert bei porenfreien Feststoffen die reine Wärmeleitung zwischen den Atomgittern, wohingegen bei porösen Stoffen in Abhängigkeit der Porengröße auch Konvektion und Strahlung hinzukommen können. Daher ist die Messgröße  $\lambda_{10,\text{dry}}$  eine effektive Größe der sich im Festkörper abspielender Mechanismen. Auch auf mikroskopischer Ebene hat die Struktur einen Einfluss, so besitzen kristalline Stoffe eine höhere Wärmeleitfähigkeit als amorphe Stoffe. Allen Mechanismen gemeinsam ist, dass eine natürliche oder künstlich erzeugte Temperaturdifferenz innerhalb des Mediums vorhanden sein muss, weshalb die zwischenmolekularen Kräfte eine Bewegung der selbigen hervorrufen. Je nachdem, welche zeitliche Betrachtung der Wärmeleitfähigkeit zu Grunde liegt, hängt diese von der Rohdichte, dem Feuchtegehalt im Baustoff sowie in der umgebenden und darin befindlichen Luft und der Temperatur ab. Damit ist auch klar, dass die einzelnen Messwerte immer auf diese zugehörigen Randbedingungen bezogen werden müssen, weshalb die Wärmeleitfähigkeit entgegen einer weitverbreiteten Meinung keine

Materialkonstante, sondern eine Stoffkonstante innerhalb gewisser Grenzen ist. Wichtig im Zusammenhang mit den erhaltenen Datenblattangaben der Wärmeleitfähigkeit von verschiedenen Baustoffen ist weiterhin, dass die ermittelten Messwerte sogenannte Nennwerte sind, die für die Verwendung von Nachweisen im Bereich des Wärmeschutzes noch mit einem Sicherheitsaufschlag von 20 % versehen werden müssen (WILLEMS et al., 2006). Die in der Literatur angegebenen Bereiche der Wärmeleitfähigkeit von Schäumen mit einer Rohdichte von  $600 \text{ kg m}^{-3}$  bis  $1.800 \text{ kg m}^{-3}$  liegt bei  $0,100 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  bis  $0,600 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  (vgl. JONES & MCCARTHY, 2005a). In diesem hohen Rohdichtebereich sind die Möglichkeiten einer Reduzierung der Wärmeleitfähigkeit in gewissem Umfang auch besser möglich, da die Schäume hinsichtlich ihrer Stabilität weniger sensibel reagieren. So kann beispielsweise entsprechend durch die Zugabe von Flugasche die Wärmeleitfähigkeit weiter reduziert werden (RAMAMURTHY et al., 2009). Grundsätzlich liegen die mineralisierten Schäume damit im Bereich von Holz oder ungefüllten Mauerwerksteinen.

Schallschutztechnische Eigenschaften zementöser Schäume wurden bisher kaum untersucht. Dies liegt vermutlich auch daran, dass als gut schalldämmende Baustoffe überwiegend solche mit hoher flächenbezogener Masse gesehen werden. Somit sind zelluläre, zementöse Schaumstrukturen sicherlich weniger schalldämmend als kompakter und möglichst makroporenfreier Beton. Dennoch zeigen RAMAMURTHY et al., 2009, dass die Schalldurchlässigkeit von Schaumbeton gegenüber Normalbeton nur um 2 % bis 3 % schlechter ist und führen dies auf die höhere Schallabsorptionseigenschaft aufgrund der porösen Oberfläche des Schaumbetons zurück. Jedoch ist zu bedenken, dass hierbei der Schall nur weniger stark reflektiert wird als bei Normalbeton und nicht zwangsweise auch besser dämmt.

Zementschaum hat aufgrund der Porenstruktur hervorragende Wärmebeständigkeitseigenschaften. Mit sinkender Rohdichte und steigender Porosität geht gleichzeitig eine Erhöhung der Feuerwiderstandsdauer einher. JONES & MCCARTHY, 2005b stellen fest, dass ihre Proben eines zementösen Schaumes unter Verwendung von Flugasche, Polypropylenfasern und Fließmittel mit Rohdichten von  $1.250 \text{ kg m}^{-3}$  und  $900 \text{ kg m}^{-3}$  eine Feuerwiderstandsdauer von 2,5 h bzw. 3,75 h aufweisen. Interessant in diesem Zusammenhang ist auch, dass der proportionale Festigkeitsverlust unter Temperatureinwirkung geringfügiger war im Vergleich zu Normalbeton. Ebenfalls wird berichtet, dass eine Substitution des Zementes durch Flugasche in einer Größenordnung von 30 M. - % bis 50 M. - % eine Reduzierung des Temperaturanstieges im Bauteil um 83 % bedeutet. Die Temperaturhöchstwerte werden dadurch auch um bis zu 6 h später erreicht als bei reinem Zement, was im Hinblick auf die Feuerwiderstandsdauer eine deutliche Verbesserung bedeutet.

### Mechanische Eigenschaften von zementösen Schäumen

Entsprechend dem hauptsächlichen Anwendungsbereich von zementösen Schäumen einhergehend mit entsprechend hohen Rohdichten ( $> 500 \text{ kg m}^{-3}$ ) zeigen sich auch die publizierten Ergebnisse mechanischer Kenngrößen dieser Schäume. Der stark nichtlineare Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit und Rohdichte (vgl. GILKA-BÖTZOW, 2016) erschwert damit auch die Übertragung publizierter Ergebnisse auf den hier untersuchten ultraleichten, mineralisierten Schaum.

In einer Metastudie von AMRAN et al., 2015 finden sich für eine Vielzahl untersuchter Veröffentlichungen Angaben zur Druckfestigkeit der betrachteten Schäume im Rohdichtebereich von  $400 \text{ kg m}^{-3}$  bis  $1.900 \text{ kg m}^{-3}$ . Die Druckfestigkeiten liegen dabei alle in Größenordnungen von 1,0 MPa bis 91,3 MPa und zeigt die enorme Bandbreite, die sich unter dem Begriff Betonschaum verbirgt. Eine Veröffentlichung darin beschreibt auch Schäume bis zu einer unteren Rohdichtegrenze von  $280 \text{ kg m}^{-3}$ , jedoch sind die so hergestellten Schäume genau wie die meisten anderen der Metastudie mit Sand und Flugasche hergestellt. Weiterhin sind analytische Gleichungen zur Ermittlung von Zugfestigkeiten und der E - Moduln bezogen auf die Druckfestigkeit und die Rohdichte publiziert.

In RAMAMURTHY et al., 2009 werden die für mittelschwere bis schwere Schäume Zusammenhänge zwischen den mechanischen Eigenschaften und den Inhaltsstoffen diskutiert. So wird berichtet, dass Betonschäumen eine Erhöhung des Wasser - Zement - Verhältnisses mit einer Erhöhung der Festigkeit einhergeht und sich damit genau gegensätzlich zum Verhalten bei Normalbeton verhält. Weiterhin können bis zu 67 % des Zementes bei entsprechend hohen Rohdichten durch Flugasche ersetzt werden, ohne dass es zu nennenswerten Reduzierungen der Druckfestigkeit kommt. Ein weiterer Steigerungseffekt bei der Druckfestigkeit wie dem E - Modul geht mit der Zugabe von Fasern aus Polypropylen einher. Gerade bei Fasergehalten von 1 M. - % sinkt auch das Schwindmaß deutlich gegenüber Schäumen ohne Fasern.

Eine derartige Faserzugabe kann auch zu einer Erhöhung der Zugfestigkeit in Größenordnungen bis 35 % mit sich bringen (vgl. BING et al., 2012). Allerdings trifft dies auch wieder nur für Schäume mit einer Rohdichte zwischen  $800 \text{ kg m}^{-3}$  und  $1.500 \text{ kg m}^{-3}$  zu.

Ein anderer interessanter Effekt der beobachtet wurde, ist die Tatsache, dass die Festigkeiten, anders als bei Normalbeton, nicht bereits nach 28 Tagen über 95 % ihrer Endfestigkeit erreicht haben, sondern diese auch bis zu einem Alter von 90 Tagen noch relevante Steigerungen erfahren (PUTTAPPA et al., 2008).

Für Schäume mit einer Rohdichte unterhalb von  $400 \text{ kg m}^{-3}$  können vier Veröffentlichungen für die Beschreibung mechanischer Eigenschaften herangezogen werden. In HUANG et al., 2015 werden primär Herstellungsversuche ultraleichter Schäume mit verschiedenen Gehalten an bestimmten Inhaltsstoffen wie Flugasche und Fasern aus Polypropylen, sowie verschiedenen Gehalten an Schaumbildner vorgestellt. Für Schäume

mit einer Rohdichte von  $160 \text{ kg m}^{-3}$  werden Druckfestigkeiten von 0,2 MPa erreicht, für die Zugfestigkeiten Werte von 0,105 MPa. Die Werte der Druckfestigkeit stimmen ziemlich gut mit den Ergebnissen nach PAN et al., 2014 überein, wenngleich hier Hüttenessand zum Einsatz kam. In TONYAN & GIBSON, 1992 werden Versuchsergebnisse zur Bestimmung der Druckfestigkeit und des zugehörigen E - Moduls, der Zugfestigkeit und des Schubmoduls vorgestellt. Weiterhin werden auf Basis von Rasterelektronenmikroskopaufnahmen und der daraus ermittelten Porigkeit auf Basis der Theorie poröser Zellstrukturen nach GIBSON & ASHBY, 2001 Bestimmungsgleichungen zur Beschreibung der Druckfestigkeit und des E - Moduls aufgestellt. Auch hier jedoch wieder für Mischungszusammensetzungen mit Mikrosilika und Polyesterfasern.

### **Inhaltsstoffe und Herstellungsverfahren von zementösen Schäumen**

Zementgebundener Schaum ist, wie Schäume im Allgemeinen, ein Material, das einer ständigen strukturellen Veränderung unterliegt, solange, bis die Hydratation des Zements den Prozess der Schaummetamorphose kontinuierlich verlangsamt und schließlich zum Erliegen bringt. Anschaulich kann man sagen, dass ein bestimmter Zustand, der in sich zerfallenden Schaumstruktur, festgehalten oder „eingefroren“ wird. Über den Erhärtungsverlauf kann somit beispielsweise die spätere Schaumstruktur und damit bestimmte Eigenschaften gezielt beeinflusst werden.

Die hier betrachteten Schäume bestehen allesamt aus geschlossenen Luftporen (diskontinuierliche Phase), die von dünnen Lamellenwänden umgeben sind, welche mit Zementleim bzw. im erhärteten Zustand mit Zementstein (kontinuierliche Phase) gefüllt sind. Somit bestehen mineralisierte, zementgebundene (Beton-)Schäume aus

- einem Bindemittleim bestehend aus Wasser, Zement, gegebenenfalls Zuschlägen, Zusatzstoffen und Zusatzmitteln, sowie
- einem wässrigen Schaum aus Wasser, Schaumbildner und Druckluft,

und stellen damit ein Zwei – Phasen - Gemisch dar. Der Bindemittleim wird durch den Hydratationsprozess, also der Kristallbildung von Calciumsilikaten, fest und raumbeständig. Den größten Einfluss auf die Früh- und Endfestigkeit sowie auf die Stabilität des frischen mineralisierten Schaumes haben dabei die Klinkeranteile des Zementes, deren Zusammensetzung sowie deren Mahlfineinheit. Das Verhältnis von Wasser zu Zement definiert maßgeblich die Porosität des späteren Zementsteines und die daraus resultierenden Formänderungseigenschaften wie Schwinden und Quellen.

Für geringe Rohdichten und gute Fließfähigkeiten enthalten Schaumbetone im Gegensatz zu Konstruktionsbetonen keine grobkörnigen Zuschläge, sondern maximal Sande, jedoch meistens auch hier nur Feinsande in einem Korngrößenbereich von 0,063 mm bis 0,2 mm. Andere übliche Zuschläge können expandiertes Polystyrolgranulat oder Leichtbetonzuschläge sein. Zur Erzielung bestimmter Frisch- oder

Festkörpereigenschaften, aber auch zur Reduktion von energieintensiven Zementen werden in der Betontechnologie Zusatzstoffe als Additiv oder als Substitut von Zement hinzugegeben. Die bekanntesten Gruppen hierbei sind die Puzzolane und latenthdraulischen Stoffe. Gemein ist beiden Stoffen, dass sie keine Bindemittleigenschaften besitzen und folglich nicht mit Wasser alleine reagieren. Letztere reagieren mit den Klinkerphasen des Zements und verlangsamen den Hydratationsprozess, so dass eine Anwendung im Schaumbereich von Nachteil wäre. Die puzzolanischen Stoffe reagieren mit dem während der Hydratation entstehenden Calciumhydroxid ( $\text{Ca(OH)}_2$ ) wie ein hydraulisches Bindemittel, allerdings unter Herabsetzung des alkalischen Milieus, da weniger Calciumcarbonat ( $\text{CaCO}_3$ ) gebildet werden kann. Typische Vertreter hiervon sind Steinkohleflugasche (bessere Fließfähigkeit, höhere Endfestigkeit, höhere Dichtigkeit, niedrigere Hydratationswärme), Silikastaub (Festigkeitssteigerung) und Kalksteinmehl (bessere Fließfähigkeit und höhere Dichtigkeit). Flugasche ist dabei auch bereits in der Schaumbetontechnologie zur Anwendung gekommen. KUNHANANDAN NAMBIAR & RAMAMURTHY, 2008 zeigen, dass durch Flugasche eine gleichmäßigere und kompaktere Verteilung der Luftporen erzeugt wird, da der feine Füllstoff eine kontinuierlichere Beschichtung jeder Luftblase ermöglicht und somit deren Verschmelzung und damit Zerstörung verhindert. In einer von JONES & MCCARTHY, 2005b durchgeführten Untersuchung sind die von Trocknungsschwinden hervorgerufenen Dehnungen bei einer Verwendung von 30 % Flugasche zwei bis sechs Mal kleiner als bei einem Schaum ohne Flugasche vergleichbarer Rohdichte. Sie stellten außerdem fest, dass die Verwendung von Flugasche die Temperaturentwicklung und die erreichte Spitzentemperatur während der Hydratation um 82 % verringert. Betonzusatzmittel werden in der Regel in geringen Mengen zur Beeinflussung der Verarbeitbarkeit und des Erstarrungsverhaltens einer Mischung beigegeben. Fließmittel auf Basis von Polykondensaten oder Polycarboxylatether sind bekannte Zusatzmittel, mit deren Hilfe durch Dispersionswirkung die Hydratation verlangsamt wird und gleichzeitig durch eine verflüssigende Wirkung die Verarbeitbarkeit, durch eine höhere Fließfähigkeit ohne Entmischungsneigung, verbessert wird. Die Verwendung von Fließmitteln bei zementösen Schäumen fordert ein sehr ausdifferenziertes Herstellungsverfahren, da bereits nur geringfügig zu hohe Dosen an Fließmittel schaumzerstörende Wirkung entfalten können, da handelsüblich Fließmittel oftmals bereits Entschäumer enthalten und deren verzögernde Wirkung der ebenfalls verzögernden Wirkung des systemrelevanten Schaumbildners verstärkt (GILKA-BÖTZOW, 2016). Dennoch finden sich in der Literatur durchaus auch Beispiele von erfolgreicher Wasserreduktion im Bindemittelleim durch die Verwendung von Fließmitteln. So berichten AMRAN et al., 2015 von Schäumen, die mit Hilfe eines Fließmittels auf Fluoridbasis trotz einer geringeren Wasserzugabe im Vergleich zu Mischungen ohne Fließmittel, eine deutlich höherer Schaumstabilität aufwiesen. Eine weitere wichtige Gruppe der Zusatzmittel sind die Beschleuniger von Erstarrung oder Erhärtung. Erstere beschleunigen die Kristallbildung während des

Hydratisierungsvorgangs, so dass der Bindemittelleim schneller vom flüssigen in einen plastischen Zustand übergeht. Die Verwendung selbiger in zementgebundenen Schäumen ist nach GILKA-BÖTZOW, 2016 sehr inhomogen. So zeigen die darin untersuchten Beschleuniger alle einen schnelleren Hydratationsbeginn und damit eine Kompensationswirkung zum Verhalten des Schaumbildners, jedoch nicht alle zeigten ein dazu passendes Bild der Schaumstruktur in Form von kleineren, gleichmäßigeren Poren, so dass eine individuelle Prüfung vor Verwendung neuer Beschleuniger als ratsam empfohlen wird. Für mineralisierte Schäume stellen Schaumbildner eine spezifische Art der flüssigen Zusatzmitteln dar, die in der Normalbetontechnologie keine Verwendung finden. Diese oberflächenaktiven Stoffe verringern die Oberflächenspannung von Wasser und ermöglichen somit eine Stabilisierung der, im Falle von Schaum, gebildeten Luftblasen. Dabei werden diese bipolaren Verbindungen grundsätzlich in synthetische Tenside und natürliche Tenside wie bspw. Keratinhydrosolat auf Basis von Proteinen tierischen oder pflanzlichen Ursprungs unterschieden. Eine weitere Art flüssiger Zusatzmittel für Schäume sind Dickungsmittel zur Erzielung dickerer Schaumzellenwände, in denen folglich mehr Bindemittel untergebracht werden kann. Ebenfalls wurden bereits Schaumstabilisierungsemulsionen auf Basis von Ammoniak verwendet, um die Anhaftung der Zementpartikel an den Schaumlamellen zu beschleunigen. Hierfür zeigten HUANG et al., 2015 für sehr leichte, zementöse Schäume eine Erhöhung der Stabilität durch eine Reduzierung des Schaumzerfalls und einer verminderten Entlüftung durch Zugabe von 1 M. - % an Dickungsmittel und 3 M. - % eines Schaumstabilisators bezogen auf  $1 \text{ kg m}^{-3}$ . Weitere Bestandteile von zementösen Schäumen können auch Fasern sein, um der systeminhärenten Schwindneigung von insbesondere Schäumen ohne Zuschläge durch eine Art Faserbewehrung entgegenzuwirken. In der Literatur werden verschiedenste Fasertypen wie alkalibeständige Glasfasern, Stahlfasern, Polyesterfasern und Fasern aus Polypropylen erwähnt. Letztere kommen dabei am häufigsten zur Untersuchung auch im Hinblick auf die Themen Festigkeits- und Duktilitätssteigerung. JONES & MCCARTHY, 2005b fanden heraus, dass die Verwendung von Polypropylenfasern den E - Modul von zementgebundenem Schaum in einem Rohdichtebereich von  $1.000 \text{ kg m}^{-3}$  bis  $1.400 \text{ kg m}^{-3}$  um 200 % bis 400 % erhöhen können. Mit der Verwendung von Fasern steigen jedoch die Anforderungen an eine verarbeitbare Mischung, wodurch mehr Fließmittel zugegeben werden müssen. Da dessen Zugabe entsprechend obiger Ausführungen nicht beliebig gesteigert werden kann, ist es erforderlich den Fasergehalt zu begrenzen. Nach BING et al., 2012 stellen 0,8 M. - % ein Optimum zwischen erzielten Verbesserungen im Bereich Festigkeit und Duktilität und Grenzen der Verarbeitbarkeit bzw. der Stabilität der hergestellten Schäume dar.

Die Herstellung von mineralisierten Schäumen unterscheidet sich sehr grundsätzlich von anderen porierten, betonähnlichen Werkstoffen, wobei immer von einem mindestens zweistelligen Luftporenvolumengehalt auszugehen ist und somit klassische

Betone unter der Verwendung eines Luftporenbildners zur Erhöhung der Frost – Tausalz - Beständigkeit nicht hierzu gerechnet werden. Abbildung 2.1 gibt einen Überblick über die klassischen Herstellungsverfahren. Der häufig mit Schaumbeton verglichene Porenbeton erhält seine Porosität durch gasförmigen Wasserstoff ( $H_2$ ), der aus der Reaktion von Aluminiumpulver als Treibmittel und dem calciumhydroxidhaltigem ( $Ca(OH)_2$ )-Wasser (entsteht aus Brandkalk, Zement und Wasser) und somit auf chemischem Wege. Der Porengehalt von  $1\text{ kg m}^{-3}$  beträgt dabei maximal 30 %. Zusätzlich muss Porenbeton zum Übergang von einer standfesten Breimasse zu einem Feststoff im Autoklavenprozess unter dem Einsatz von thermischer Energie gehärtet werden. Damit einhergehen Beschränkungen auf eine reine werkseitige Herstellung verbunden mit Bauteilgrößenvorgaben. Eine andere Art von porösen Betonen stellen die gefügedichten oder haufwerksporigen Leichtbetone dar, bei denen die erhöhte Porosität durch die Verwendung von Zuschlägen sehr geringer Dichte anstelle der üblichen Kies- und Sandzuschläge erzielt wird. Selbst bei sehr geringen Rohdichten von  $400\text{ kg m}^{-3}$  erfolgt die Herstellung ähnlich der klassischen Betonherstellung unter der Substitution der Zuschlagsstoffe. Interessant aus mechanischer Sicht ist dabei, dass sowohl die Festigkeit als auch E - Modul und die Dehnungen von Leichtbetonen nach Überschreiten einer Grenzfestigkeit durch die mechanischen Eigenschaften der leichten Gesteinskörnung definiert werden und somit die mechanischen Eigenschaften der Bindemittelmatrix oberhalb derer von Leichtbeton liegen. Die Spannungsdrucktrajektorien laufen also nicht auf die Gesteinskörnung zu, sondern um diese herum und sorgen für hohe Querkzugspannungen in der Matrix, die sich durch Rissbildung diesen Spannungen entzieht. Dies erklärt auch die deutlich geringeren Endfestigkeiten sowie die deutlich geringeren E - Moduln von Leichtbetonen gegenüber Normalbetonen.

Eine dritte Art der Vergrößerung des Porenanteils ist die Verwendung von Schaumbildnern und einem damit einhergehenden Schäumungsprozess. Dabei wird der Schaum entweder in einem separaten Mischverfahren durch das Zusammenwirken von Wasser, Schaumbildner und Druckluft als sogenanntes physikalisches Verfahren hergestellt und einem parallel produziertem Bindemittelleim oder Mörtel in einem weiteren Mischprozess untergemischt. Alternativ kann die Erzeugung der Schaumporen auch in einem einzigen Mischvorgang erfolgen, indem der Schaumbildner bereits bei der Leim- oder Mörtel-/Betonherstellung zugegeben wird (sogenanntes mechanisches Verfahren). Nach GILKA-BÖTZOW, 2016 zeichnet sich die erstgenannte Schaumherstellung durch einen „stabileren und gleichmäßigeren, feinporigen Schaum“ aus, wohingegen zweiterer eine ungleichmäßigere Porenstruktur aufweist und dabei auch besonders große und somit instabile Poren hergestellt werden. Dies wird auch in PU et al., 2014 und AMRAN et al., 2015 bestätigt. Den beiden Verfahren gemeinsam ist jedoch wiederum der Erhärtungs- und Festigkeitsbildungsprozess an der Luft oder unter Wasser ohne zusätzliche Autoklavierungsmaßnahmen.



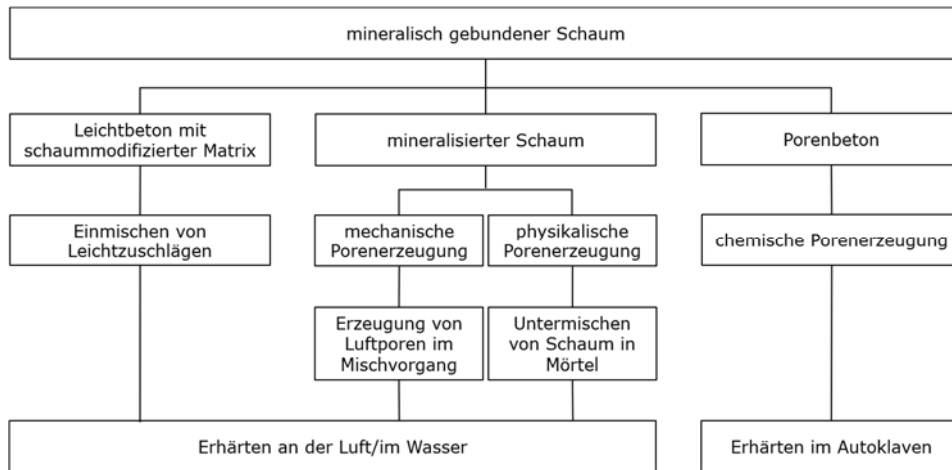


Abbildung 2.1 Herstellungsmöglichkeiten porosierter, zementöser Schäume

Bezogen auf die Lagerung von Probekörpern unter Wasser oder an der Luft zeigen JONES & MCCARTHY, 2005a, dass eine Luftlagerung unter Temperatureinfluss bei 50 ° C höhere Festigkeiten mit sich bringt als eine Wasserlagerung. Gerade für die physikalische Herstellung von mineralisiertem Schaum wurden bereits viele Untersuchungen zur Optimierung einer stabilen Schaumherstellung durchgeführt, die jedoch immer auch im Kontext der verwendeten Zusatzstoffe, Zusatzmittel und der oftmals verwendeten Zuschläge gesehen werden müssen. So zeigten HUANG et al., 2015, dass unter der Verwendung von Flugasche und spezieller Betonzusatzmittel die ideale Wassertemperatur für die Schaumherstellung eines leichten mineralisierten Schaumes mit einer Rohdichte unterhalb von 300 kg m<sup>-3</sup> bezogen auf eine ausreichende Stabilität und eine gute Druckfestigkeit bei 45 ° C liegt. Auch bezüglich der Mischzeiten und der Mischgeschwindigkeiten werden vielen Materialzusammensetzungen und Herstellungstechniken ideale Kennwerte in der Literatur beigefügt, deren Auflistung aufgrund der materiellen Mannigfaltigkeit den Rahmen sprengen würde.

### 2.1.3 Materialzusammensetzung des mineralisierten Schaums

Wie in Kapitel 2.1.2 dargestellt, ist die Bandbreite von Komponenten in zementösen Schäumen, gerade in Abhängigkeit der Rohdichte, enorm. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein ultraleichter Schaum mit einer Zielrohichte des erhärteten Materials von 180 kg m<sup>-3</sup> bis 190 kg m<sup>-3</sup> betrachtet. Dafür werden nachfolgend die zu verwendenden Materialien vorgestellt.

### **Zement**

Als Bindemittel wird überwiegend ein Portlandzement mit einer Zielfestigkeit nach 28 Tagen von 42,5 MPa sowie einer schnellen Festigkeitsentwicklung verwendet. Dieser CEM I 42,5 R wird, wenn möglich immer aus dem gleichen Werk bezogen, damit der sensible Herstellungsprozess nichts durch materialbedingte Einflüsse gestört wird. In Ausnahmefällen wird auch ein CEM I 52,5 N verwendet. Ebenso wird entsprechend GILKA-BÖTZOW, 2016 möglichst immer werkfrischer Zement verwendet, damit die rheologischen Eigenschaften des Leimes durch den Alterungsprozess nicht beeinflusst werden.

### **Schaumbildner**

Für den ultraleichten Schaum wird als Schaumbildner ein proteinbasiertes Produkt aus der Familie der Keratinhydrolysate verwendet. Im Gegensatz zu synthetischen Schaumbildnern stammen diese aus der Tierbeseitigung. Sie bewirken, dass die Oberflächenspannung vom Schaumwasser herabgesetzt wird und sich die eingetragenen Luftblasen dauerhafter halten können. Dadurch können feste wässrige Schäume mit elastischen Eigenschaften hergestellt werden, wenngleich der Aufschäumvorgang energieintensiver ist als bei vergleichbaren synthetischen Schäumen (vgl. GILKA-BÖTZOW, 2016). Dafür neigen letztere häufig zum Nachschäumen, so dass eine gezielte Rohdichtesteuerung erschwert wird.

### **Beschleuniger**

Ein Beschleuniger wird bei der Herstellung des mineralisierten Schaumes verwendet, um die Zeit zwischen dem plastischen Zustand und dem festen Zustand einer abbindenden Mischung zu verkürzen. Das gewünschte „Einfrieren“ der Porenstruktur kann damit schnell von statten gehen, was speziell bei kühlen Umgebungstemperaturen von Vorteil ist. Die Gefahr einer Schaumzerstörung reduziert sich.

### **Fließmittel**

Die Zugabe von Fließmitteln muss bei der Herstellung von mineralisierten Schäumen sehr dosiert erfolgen, da eine gleichzeitige Wasserreduzierung eine Instabilität der flüssigen Phase des Schaums bewirken kann. Nur in Bereichen, wo die Fließfähigkeit des Schaumes nochmals gesteigert werden muss, ist eine solche Zugabe sinnvoll. Immer wenn sehr kleine Probekörperschalungen zum Einsatz kommen (siehe Kapitel 3.4.2), ist daher der Einsatz vom Fließmittel anzuwenden. In diesem Fall kommt dann ein Fließmittel auf Basis von Polycarboxylatethe zum Einsatz.

### 2.1.4 Herstellungsverfahren des mineralisierten Schaums

Im Rahmen des Forschungsprojektes *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* wurden verschiedene Herstellungsverfahren für einen ultraleichten, mineralisierten Schaum untersucht und final ein mehrstufiges, semi – kontinuierliches Verfahren entwickelt. Hierbei werden ein wässriger Schaum und ein Bindemittelleim in zwei getrennten Verfahren hergestellt und miteinander vermischt. Eine Prinzipskizze dessen zeigt Abbildung 2.2.



Abbildung 2.2 Herstellungsprozess von mineralisiertem Schaum im semikontinuierlichen Verfahren

In einem ersten Prozessschritt wird der Bindemittelleim aus Wasser und Zement in einem Kolloidalmischer zu einer homogenen Suspension gemischt. Vorteil dieser Mischtechnik ist, dass aufgrund der hohen Scherkräfte im Mischer eine Verklumpung auch bei hohen Feststoffanteilen unterbleibt und der gesamte Zement seinen Wasseranspruch über das zugeführte Mischwasser abdecken kann. Dies verhindert ein späteres „Absaugen“ von Wasser aus dem wässrigen Schaum und damit die Schaumzerstörung. Die Mischzeit beträgt für 300 l ca. fünf Minuten. Der fertiggemischte Zementleim wird anschließend in einen Pufferbehälter gepumpt und kontinuierlich in Bewegung gehalten.

In einem Schaumgenerator werden Wasser und Schaumbildner miteinander in einem einstellbaren Verhältnis vermischt. Durch Zuführung von Druckluft in einer Belüftungsstrecke erfolgt die Blasenbildung. Anschließend werden über Membran die unterschiedlichen Porengrößen möglichst homogenisiert.

Im dritten Herstellschritt wird nun der Zementleim kontinuierlich mit dem wässrigen Schaum vermischt, was aufgrund der Dichteunterschiede zwischen beiden Mischungen eine besondere Herausforderung an das Mischverfahren darstellt. Die Mischerdrehzahlen sowie die Mischzeit müssen niedrig und kurz gehalten werden, damit der mineralische Schaum am Mischeraustrag nicht von Makroporen durchsetzt ist.

Im Gegensatz zum oftmals verglichenen Porenbeton findet die Erhärtung nicht in einem Autoklaven statt, sondern durch den Kontakt von Wasser und Zement. Dabei kommt es zu einem Zerfall der Silikate (vgl. Kapitel 2.2.6) unter Bildung von feinkristallinem  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ . Diese Aufnahmen des Wassers nennt man Hydratation. Hierbei bilden sich sogenannte C – S – H – Teilchen, die eine mikrokristalline Struktur haben und aufgrund ihrer Größe kolloide Eigenschaften (Schwinden, Kriechen) besitzen. Bei der Bindung von Wasser, dem sogenannten Ansteifen, wird Wärme frei und es bildet sich plastisches Zementgel. Während der Erstarrungsphase wachsen die Hydratkristalle durch Volumenzunahmen zusammen und überrücken mehr und mehr die Gelporen zwischen den Kristallen. Das Zementgel bildet sich zu sechseckförmigen Kristallen und verfestigt sich. Dadurch bilden sich langfasrige Kristalle, die gegenseitig verfilzen und somit ein festes Gefüge bilden, den sogenannten Zementstein.

### 2.1.5 Schaumzerstörende Mechanismen

Schäume sind thermodynamisch instabile Stoffsysteme die fortwährend einer Veränderung ihrer Struktur unterliegen, da das Oberflächenpotential einem minimalen Grenzflächenkontakt zustrebt. Grenzflächenaktive Stoffe wie Schaumbildner verlangsamen diesen Prozess, jedoch können sie der anhaltenden Zerstörung der Schaumstruktur, die durch verschiedene, teilweise parallel ablaufende Phänomene bewirkt wird, nicht Einhalt gebieten.

Ein schaumveränderndes Phänomen ist die sogenannte Ostwald – Reifung, in deren Zuge es aufgrund unterschiedlicher Druckverhältnisse bei kleinen und großen Luftblasen zur Diffusion eines in Wasser gelösten Gases aus den kleinen hin zu den großen Blasen kommt. Dadurch verschwinden nach und nach kleine Blasen zu Gunsten von großen Blasen. Man spricht von der Disproportionierung des Blasengefüges.

Ein weiteres systembedingt stattfindendes Phänomen ist das Auftreiben der Luftblasen an die Oberfläche der umgebenden Flüssigkeit. Durch das ständige Nachströmen neuer Blasen werden die bereits an der Oberfläche befindlichen Blasen komprimiert und verändern ihre Geometrie von Kugeln hin zu Polyedern (vgl. Bierschaum und dessen stetiger Zerfall). Das gleiche Ergebnis stellt sich durch die Drainage der Schaumblasen ein.

In Folge der Drainage wächst die Oberfläche der Schaumblasen an und damit sinkt die Konzentration des Schaumbildners lokal ab. Irgendwann sind die Blasenwandungen dann so dünn, dass sie aufreißt und zerstört wird oder sich ggf. mit einer anderen Blase zu einer größeren Zusammenschließt. In beiden Fällen sinkt die Blasenkonzentration gegenüber der Konzentration der umgebenden Flüssigkeit ab.

Darüber hinaus kann es durch zugesetzte Stoffe zu weiteren Zerstörungsmechanismen kommen. Durch die Zugabe von Tensiden und Ölen werden die oberflächenaktiven Stoffe verdrängt und es kommt zur Drainage und dem Zerstören der Schaumlamelle. Daher ist

auch der Umgang mit Schalölen an den Oberflächen von Probekörperschalungen sehr umsichtig zu betreiben. Abschließend seien noch hydrophobe Partikel (z.B. Staub) genannt, die in Kontakt mit den Lamellen diese aufreißen und die interlaminaire Flüssigkeit austreten kann und die Blase damit zerstört wird.

### 2.1.6 Bisher bekannte Materialeigenschaften des mineralisierten Schaums

Die Eigenschaften des mineralisierten Schaumes sind ohne die gezielte Steuerung über Additive wie bei allen porösen Werkstoffen stark von der Rohdichte abhängig. Grundsätzliche Eigenschaften für Schäume in einem forschungsrelevanten Spektrum zwischen  $400 \text{ kg m}^{-3}$  und  $1.800 \text{ kg m}^{-3}$  sind in Kapitel 2.1.2 zusammengestellt. Für ultraleichte Schäume gibt es nur sehr wenige Veröffentlichungen zu ihren Materialeigenschaften. Da der grundsätzliche Fokus dieser Arbeit auf einem Schaum liegt, der sich aus dem Forschungsprojekt *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* ergibt, werden im Folgenden die für diesen Schaum bekannten Materialeigenschaften auf Basis von GILKA-BÖTZOW, 2016 vorgestellt.

#### **Schwinden**

In einer Stellungnahme von Deutschen Institut für Bautechnik (DIBt) aus dem Jahr 2002 wird eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung (abZ) für Schaumbeton auf absehbare Zeit aufgrund dessen starker Schwindneigung für nicht realisierbar gesehen. Gleichzeitig besteht das Problem des Langzeitschwindens sowie der starken Abhängigkeit von der Rohdichte, so dass nur ganz wenige Angaben zum Schwindverhalten von Schaumbeton oder leichteren mineralisierten Schäumen existieren.

Daher wurden von GILKA-BÖTZOW, 2016 Untersuchungen über einen Zeitraum von zwei Jahren in einer Schwindrinne für verschiedene Mischungszusammensetzungen des ultraleichten, zementösen Schaumes, teilweise auch unter Beimischen von Zusatzstoffen durchgeführt.

Die Schwindverkürzungen in der Rinne von einem Meter Länge betragen bei den Schäumen ohne Zusatzstoffe 3,5 mm und ergeben somit ein Schwindmaß von 3,5 ‰. Damit liegt das Schwindmaß des mineralisierten Schaumes mindesten sieben Mal über dem von Beton.

### Wärmedämmeigenschaften

Die Wärmeleitfähigkeiten des mineralisierten Schaumes wurde im Einplatten – Wärmeleitfähigkeitsmessgerät an darretrockneten Proben untersucht und zu  $\lambda_{10,\text{dry}} = 0,059 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  ermittelt. Bei einer Bemessungstemperatur von  $23 \text{ }^\circ \text{C}$  ergibt sich die Wärmeleitfähigkeit zu  $\lambda_{23,\text{dry}} = 0,060 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Damit leitet mineralisierter Schaum ca. 50 % mehr Wärme als Standarddämmstoffe der Wärmeleitfähigkeitsgruppe (WLG) 040 und ca. 71 % mehr als die der WLG 035.

### Feuchteigenschaften

Für den volumenbezogenen Feuchtegehalt wurde in GILKA-BÖTZOW, 2016 ein Mittelwert von  $u_v = 1,94 \%$  ermittelt. Interessanter sind die Ergebnisse zur kapillaren Wasseraufnahme. Es zeigt sich, dass ein anfängliches kapillares Saugen durch die verhältnismäßige Grobporigkeit des Materials schnell zum Erliegen kommt.

Für die Sandwicheanwendung ein wichtiger Materialparameter ist die Wasserdampfdiffusionsdurchlässigkeit, da dieses mit zunehmendem Abstand von der raumseitigen, warmen Wand-/Dachoberfläche nach außen hin abnehmen muss, damit es zu keinem bzw. nur geringen Tauwasserausfällen innerhalb der Gebäudehülle kommt. Diese beträgt als Mittelwert  $\mu = 6,6$ . Damit darf Schaum als absolut dampfdiffusionsoffen bezeichnet werden.

### Brandverhalten

Der mineralisierte Schaum besteht im erhärteten Endzustand ausschließlich aus Zementstein in den Porenwandungen und Porenwickeln sowie den luftgefüllten Poren. Gemäß DIN EN 13501 - 1: 2019 - 5: Klassifizierung von Bauprodukten und Bauarten zu ihrem Brandverhalten - Teil 1: Klassifizierung mit den Ergebnissen aus den Prüfungen zum Brandverhalten von Bauprodukten (DIN EN 13501 - 1, 2019) werden die unterschiedlichen Betonsorten sowie die mineralischen Betonausgangsstoffe, zu denen auch Zement und Wasser zählen, der Klasse A1 zugeordnet. Dies wurde auch im Zuge des Bauantrags für die *ETA - Fabrik* durch Brandversuche an der *MPA Braunschweig* bestätigt.

### Morphologie

Mineralisierter Schaum besteht aus einer Mischung von Polyederporen und Kugelporen, entsprechend dem jeweiligen Abbindegrads des Zementleims. Die Poren sind weiterhin teilweise offen- und teilweise geschlossenzellig, wobei erstere Porenstruktur überwiegt. Das Porenspektrum reicht von den Gelporen des Zementsteines bis hin zu 2,5 mm großen

Makroporen des Schaums. Die Porosität liegt bei knapp 90 %, wobei sich diese aus ca. 50 % kleineren Poren bis 50 µm und aus ca. 40 % der größeren Poren zusammensetzt.

Dabei wurden die Poren in Abhängigkeit ihres Durchmessers zu vier maßgebenden Gruppen zusammengefasst. Dabei beinhaltet die Porengruppe A den größten Anteil an kleinen Poren, die Gruppe B eine etwas breiter gefächerte Porenstruktur, die Gruppe C eine deutlich gröbere Porenverteilung mit maximalen Durchmessern bis 2 mm und die Gruppe D eine oftmals ungleichmäßige Verteilung mit Poren über 2 mm Größtdurchmesser.

### **Druckfestigkeit**

Probekörper aus ultraleichtem, mineralisiertem Schaum versagen unter einer uniaxialen Druckbeanspruchung durch eine gleichmäßige und vollständige Porenstauchung, wie es für nahezu kompressible Werkstoffe üblich ist.

Versuche von ca. 100 Einzelwerten ergeben einen 5 %-Quantilwert der Druckfestigkeit von 0,12 MPa. Aufgrund einer immer gleichen Mischungszusammensetzung wurde ein möglicher Einfluss der Porenstruktur auf die Druckfestigkeit nicht gezielt untersucht. GILKA-BÖTZOW, 2016 äußert den Verdacht, dass die hohe Streuung der Ergebnisse mit einem unterschiedlichen Versagensmechanismus aufgrund einer statistisch herstellungsbedingten Ungleichheit der Porenstruktur zwischen den einzelnen Probekörpern begründet liegt.

## **2.2 Ökobilanzierung von Werkstoffen**

### **2.2.1 Grundsätze und Nutzen**

An Werkstoffe im Bauwesen werden neben den klassischen Anforderungen wie bauphysikalische Eigenschaften, mechanische Eigenschaften und architektonische Qualitäten mehr und mehr auch das Erreichen bestimmter Nachhaltigkeitskriterien gestellt. Problematisch im gesellschaftlichen Kontext sind die vielfältigen Ausgestaltungsmöglichkeiten von Nachhaltigkeitsaspekten.

Um im Bauwesen eine klare Vorstellung von Nachhaltigkeit zu gewährleisten, wurde ein drei Säulen-Modell entwickelt, das die wichtigsten Aspekte im Bauwesen in Bezug auf Nachhaltigkeit beinhaltet und als Qualitäten für nachhaltiges Bauen bezeichnet werden (BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, 2014):

- Ökologie (Ressourceneffizienz und Emissionen im Lebenszyklus)
- Ökonomie (Kosteneffizienz und Flexibilität der Nutzung)

- Gesellschaft (Behaglichkeit und Nutzerzufriedenheit)

Ergänzend kamen noch drei weitere Qualitäten hinzu:

- Technik (Technische Ausführung von Gebäuden und Anlagen)
- Prozesse (Planung, Ausführung und Betrieb)
- Standort (Verkehrsbedingungen und nutzungsrelevante Einrichtungen)

Bauliche Anlagen werden in Bezug auf ihre Nachhaltigkeit mit unterschiedlichen Zertifizierungssystemen bewertet. Das bekannteste deutsche Zertifizierungssystem für Gebäude ist das Deutsche Gütesiegel für Nachhaltiges Bauen, das von der *Deutschen Gesellschaft für Nachhaltiges Bauen (DGNB)* ausgestellt wird. Dabei werden die Gebäude entsprechend den oben genannten Qualitäten in verschiedenen Kriterien (z.B. das Treibhauspotential bzw. Global Warming Potential (GWP) der verwendeten Baustoffe als Kriterium der ökologischen Qualität eines Gebäudes) entsprechend einer im Vorfeld definierten Gewichtung für unterschiedliche Nutzungen auf Basis einer Punktevergabe klassifiziert. Daraus lässt sich ein Erfüllungsgrad einer Qualität über die Einzelkriterien ermitteln. Abschließend werden die fünf relevanten Qualitäten untereinander nochmals gewichtet und ergeben einen Gesamterfüllungsgrad.

Im Bereich der ökologischen Qualitäten spielt die Untersuchung der Umwelteinwirkung von (Bau-)Produkten eine herausragende Rolle. Das maßgebende Bewertungsverfahren ist hierfür die Ökobilanz nach DIN EN ISO 14040: 2009 - 11: Umweltmanagement - Ökobilanz – Grundsätze und Rahmenbedingungen (DIN EN ISO 14040, 2009) und DIN EN ISO 14044: 2018 - 5: Umweltmanagement - Ökobilanz – Anforderungen und Anleitungen (DIN EN ISO 14044, 2018) zum Zwecke von Umweltproduktdeklarationen (EPD), Stoff- und Materialstromanalysen, Lebenszyklus(kosten)analysen und zur Nachhaltigkeitsbewertung. Ziel einer Ökobilanzierung ist weniger die exakte Vorhersage und Berechnung von absoluten Umwelteinwirkungen, sondern viel mehr ein qualitativer Vergleich von Produkten untereinander. Dennoch wird eine möglichst ganzheitliche Betrachtung über einen definierten Lebensabschnitt eines Produkts angestrebt, also unter Einbeziehung sämtlicher Prozesse, die sich auf ein Produkt, einen Baustoff oder ein Gebäude innerhalb eines bestimmten Betrachtungszeitraums auswirken. Meistens werden hier Zeiträume von der Rohstoffgewinnung über die Herstellung, die Nutzung hin zum Re- oder Downcycling (cradle to grave) betrachtet. Für Baustoffe wird häufig auch nur der Zeitraum von der Rohstoffgewinnung bis zum Verkauf (cradle to gate) betrachtet und ein mögliches Recyclingpotential in Aussicht gestellt.

Für eine qualitative Vergleichbarkeit von Produkten sind Transparenz der Datenerhebung sowie eine einheitliche Bezugsgröße in den Ökobilanzierungen von großer Bedeutung. Während Ersteres durch das Instrument der EPDs, welche Unternehmen zur Verfügung stellen können ohne Offenlegung, wie die ermittelten Umwelteinwirkungen



zustanden kommen, oftmals umgangen werden kann, bietet DIN EN ISO 14044, 2018 für Zweiteres funktionelle Einheiten ( $fE$ ) als im Vorfeld zu bestimmende Bezugsgröße an. Damit können gemeinsam mit funktionalen Äquivalenten (z.B. eine Festigkeit, eine Wärmeleitfähigkeit, oder andere Materialeigenschaften) Umwelteinwirkungen aus unterschiedlich erstellten Ökobilanzierungen durch Umrechnung der  $fE$  (z.B. Gewicht oder Fläche eines Materials) ineinander übergeführt werden.

Entsprechend KLÖPFER & GRAHL, 2009 ist das Verfahren einer Ökobilanzierung in vier Phasen aufgeteilt, die iterativ bearbeitet werden müssen. Abbildung 2.3 zeigt die einzelnen Arbeitsschritte.

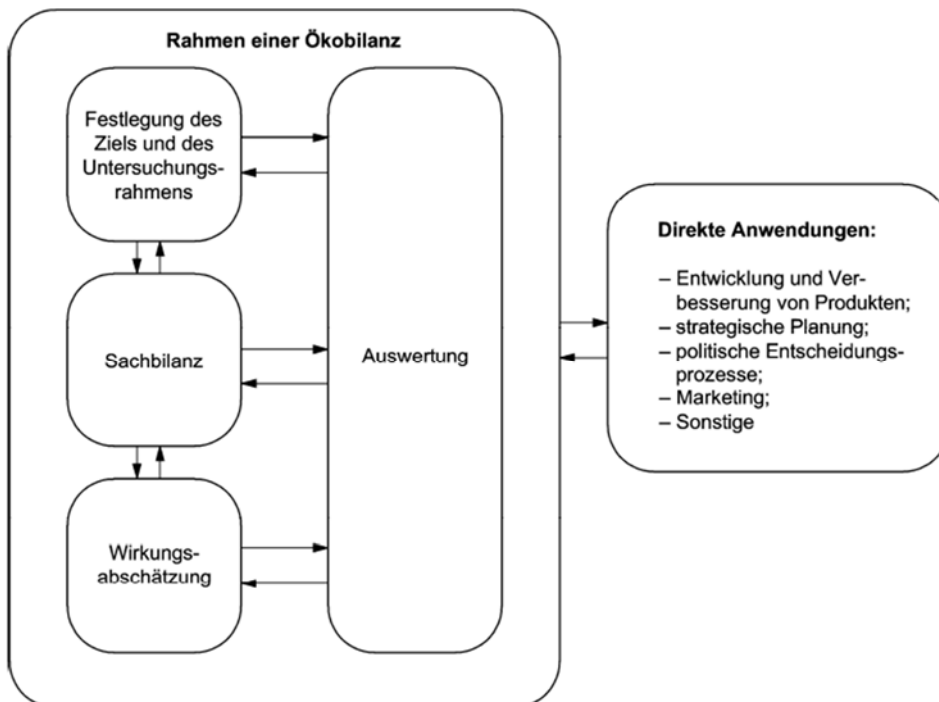


Abbildung 2.3 Arbeitsschritte einer Ökobilanzierung

Zu Beginn werden das Ziel und der Untersuchungsrahmen der Bilanzierung festgelegt. Anschließend erfolgt im Rahmen der Sachbilanz die Datenerhebung auf Basis von Stoffstromanalysen während eines Betrachtungszeitraums. Im dritten Schritt wird eine Wirkungsabschätzung verschiedener Umwelteinflüsse durchgeführt. Abschließend erfolgt die Auswertung der Ergebnisse.

## 2.2.2 Ziele und Untersuchungsrahmen

Ziele und Zweck von Ökobilanzierungen sind mannigfaltig. Optimierungsprozesse von Baustoffen hinsichtlich seiner ökologischen Unbedenklichkeit kann ein wesentliches Ziel einer Ökobilanzierung sein, genauso wie Entscheidungsfindungen bei der Auswahl verschiedener Baustoffe vor dem Hintergrund einer möglichen Lebenszyklusanalyse des den Baustoff verwendenden Gebäudes. Auch Produktmarketing kann in Zeiten eines immer größer werdenden ökologischen Bewusstseins von Käufern und Endkunden Hauptmotiv für die Durchführung einer Ökobilanzierung sein. Vor diesem Hintergrund werden neuartige Baustoffe derzeit und künftig noch viel mehr neben physikalischen und chemischen Eigenschaften auch im Hinblick auf ihre ökologische Wirkung hin charakterisiert werden.

Mit Hilfe eines Untersuchungsrahmens werden sowohl die Prozessschritte des zu untersuchenden Stoffes sowie die Systemgrenzen des betrachteten Lebenszyklus(-ausschnitts) definiert. Die Systemgrenzen legen also fest, welche Prozesse in einem Produktsystem betrachtet werden. Dies sind normalerweise solche Prozesse, die im unmittelbaren Zusammenhang mit der Bereitstellung, Produktion, Logistik, Nutzung und Nachnutzung des Produktes stehen, wobei hier neben den Rohstoffen auch die für obige Schritte erforderlichen Energien berücksichtigt werden müssen. Nicht berücksichtigt werden normalerweise die Produktionsstätten und das in ihnen enthaltene Equipment (EYERER & REINHARDT, 2000). Der Detaillierungsgrad dieses Systems hängt von der Festlegung des Ziels der Ökobilanz, des Untersuchungsrahmens mit seinen Systemgrenzen und der Wahl der Abschneidekriterien (in der Regel werden Masse- und Energieaufwandsanteile unter einem Prozent nicht berücksichtigt) ab. An die Systemgrenzen eines Produktes schließen weiterhin Produktflüsse an, die als Ganzes Teil der betrachteten Systemumgebung werden, jedoch nicht direkt innerhalb der Systemumgebung entstehen. Beispielhaft hierfür ist die Flugasche bei der Herstellung bestimmter Betone in einem Transportbeton- oder Fertigteilwerk. Die Flugasche oder auch bspw. der Zement werden hinzugekauft und gehen mit all ihren bis dahin bereits in ihrer Herstellung und ihrem Transport angefallenen Umwelteinflüssen in das System Transportbeton oder Betonfertigteil mit ein. Genauso können auch Produkte in andere Produktsysteme aus dem betrachteten System abfließen, wie es bspw. die Flugasche in Müllverbrennungsanlagen oder Wärmekraftwerken ist. Weiterhin gibt es ein- und ausströmende Elementarflüsse wie solare Strahlung oder chemische Reaktionsprodukte, die völlig ohne Behandlung durch Maschinen und Menschen am Prozess teilnehmen. Abbildung 2.4 zeigt den allgemeinen Aufbau eines Produktsystems innerhalb und außerhalb seiner Systemgrenzen.

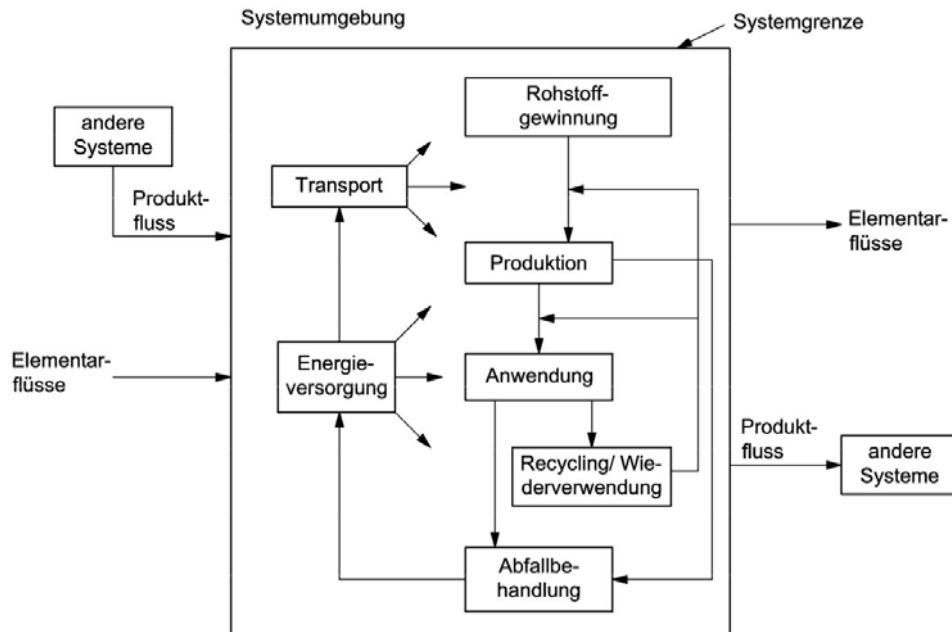


Abbildung 2.4 Allgemeines Beispiel eines Produktsystems in einer Ökobilanz

Ein Produktsystem besteht aus Gruppen von Prozessmodulen, welche die kleinste Einheit in einer Ökobilanz darstellen. Ein Prozessmodul beschreibt beispielsweise einen einzelnen Herstellungs- oder Transportvorgang, die über Stoffströme verbunden sind. Diese Stoffströme werden auch Zwischenproduktflüsse genannt. Sie gehen als Outputfluss aus einem Prozessmodul heraus und fließen in ein nachfolgendes hinein. Des Weiteren grenzen Input- und Outputflüsse an die einzelnen Prozessmodule an. Dabei handelt es sich meist um Elementarflüsse. Auf der Inputseite handelt es sich dabei meist um Rohstoffe und auf der Outputseite um Emissionen. Allerdings kann es sich dabei auch um Produkte aus anderen Produktsystemen oder Abfall handeln. Diese Art der Modellierung von Produktsystemen soll das Verständnis eines Lebenszyklus fördern, die Datenerhebung vereinfachen und zeigen an welchen Stellen im System welche Daten erhoben werden müssen. Für die Darstellung eines solchen Produktsystems bietet es sich in der Regel an, ein Flussdiagramm zu erstellen. Je nach Umfang eines Produktsystems und Detaillierungsgrad kann dieses entsprechend groß ausfallen.

DIN EN 15804: 2020 - 3 Nachhaltigkeit von Bauwerken - Umweltproduktdeklarationen – Grundregeln für die Produktkategorie Bauprodukte (DIN EN 15804, 2020) gibt unter anderem für Bauprodukte und Gebäude Betrachtungsstadien an, die auch als Systemgrenzen von Untersuchungsrahmen eines Produktes diesen können (Abbildung 2.5).

Produktionsstadium			Errichtung des Bauwerks		Nutzungsstadium								Entsorgungsstadium				Gutschriften und Lasten außerhalb Systemgrenzen
Rohstoffversorgung	Transport	Herstellung	Transport zum Hersteller	Montage	Nutzung/Anwendung	Instandhaltung	Reparatur	Ersatz	Erneuerung	Energieeinsatz für das Betreiben des Gebäudes	Wassereinsatz für das Betreiben des Gebäudes	Rückbau/Abriß	Transport	Abfallbehandlung	Beseitigung	Wiederverwendungs- Rückgewinnungs- oder Recyclingpotential	
A1	A2	A3	A4	A5	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	C1	C2	C3	C4	D	

Abbildung 2.5 Systemgrenzen nach DIN EN 15804 : 2020 - 3

Die Betrachtungsstadien A1 bis A3 beschreiben die Produktion eines Werkstoffes bzw. A1 – A5 die Errichtung eines Bauwerks und stehen somit für die Lebensphase cradle to gate. Die Abschnitte B1 bis B7 umfassen den Nutzungszeitraum und sind somit bei Gebäudeökobilanzen von Interesse, bei Produktökobilanzen hingegen eher weniger, da ein Baustoff meist nicht als singuläres Verbrauchsobjekt gesehen werden kann, sondern immer im Kontext einer baulichen Konstruktion gesehen werden muss. C1 bis C4 bilden die Entsorgungsphasen ab und D behandelt das Recyclingpotential. Das Stadium C geht somit wie die vorangegangenen Stadien im Hinblick auf Energieverbrauch negativ in die Bilanz ein, da Abfallbehandlung oder stoffliche Separation häufig einen großen energetischen Aufwand bedeuten. Einen positiven Bilanzbeitrag leistet hingegen das Stadium D, da ein Teil der zuvor aufgewandten Umwelteinwirkungen auf spätere Prozesse unter Einbezug des hier entstandenen Recyclingmaterials, umgeschrieben werden kann.

Die Bilanzierung von Stoffströmen hat das Ziel, deren Wirkung auf bestimmte Umwelteinflüsse zu quantifizieren. Daher ist es erforderlich, vor der Bilanzierung die relevanten Umwelteinwirkungen anhand bestimmter Wirkungskategorien festzulegen. Grundsätzlich wird zwischen emissionsbedingten Umwelteinwirkungen und der Beanspruchung von Ressourcen unterschieden. Jede emittierende Kategorie hat nach BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, 2014 einen charakteristischen Indikator, denen Emissionen bezogen auf die funktionale Einheit den Kategorien zugeordnet werden und durch einen Wirkungsindikatorwert ausgedrückt werden. Diese Indikatorenwerte quantifizieren also Emissionen, die sich auf die unmittelbare Produktumgebung auswirken. Sie sind also auch stark von regionalen Einflüssen (z.B. Strommix) geprägt. Ressourcenbeanspruchungen hingegen sind oftmals leichter messbarere Werte und beschreiben einen tatsächlichen Energieeinsatz aus bspw. fossilen Energieträgern.

Die nachfolgende Tabelle 2.1 gibt einen Überblick über die verschiedenen Wirkungskategorien.

Tabelle 2.1 Wirkungskategorien für Ökobilanzierungen

Art	Wirkungskategorie	Wirkungsindikator	Wirkungsindikatorwert
Emission	Treibhauseffekt	Treibhauspotential (GWP)	kg CO <sub>2</sub> – Äquiv. fE <sup>-1</sup>
	Ozonabbau (Stratosphäre)	Ozonabbaupotential (ODP)	kg CFC <sub>11</sub> – Äquiv. fE <sup>-1</sup>
	Versauerung	Versauerungspotential (AP)	kg SO <sub>2</sub> – Äquiv. fE <sup>-1</sup>
	Ozonbildung (bodennah)	Photooxidantienpotential (POCP)	kg C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> – Äquiv. fE <sup>-1</sup>
	Überdüngung	Eutrophierungspotential (EP)	kg PO <sub>4</sub> – Äquiv. fE <sup>-1</sup>
Ressourcenbeanspruchung	Primärenergiebedarf (PE)		MJ fE <sup>-1</sup>
	Einsatz von Sekundärbrennstoffen		MJ fE <sup>-1</sup>
	Einsatz von Süßwasserressourcen		MJ fE <sup>-1</sup>

Die bekannteste Wirkungskategorie fasst alle Emissionen zusammen, die den Treibhauseffekt (GWP) beeinflussen und somit zu einer Erwärmung des Klimas beitragen, da reflektierte solare wie terrestrische Strahlung von der Erdatmosphäre absorbiert werden und unterschiedlich lange darin verweilen. Diesem Umstand wird Rechnung getragen, indem die verschiedenen Emissionen auf einen äquivalenten Vergleichswert umgerechnet werden, der als maßgebend für die jeweilige Kategorie gesehen werden kann. Für die Gase Kohlenstoffdioxid (CO<sub>2</sub>), Methan (CH<sub>4</sub>), Kohlenstoffmonoxid (CO) und Stickstoffdioxid (N<sub>2</sub>O) wird als Vergleichswert CO<sub>2</sub>-Äquivalent herangezogen.

Der Ozonabbau begünstigt eine hohe UV - Belastung aller Lebewesen auf der Erde. Vorangetrieben wird er neben Stickstoffoxide und einer hohen Sonneneinstrahlung (Sommerphänomen) auch von Flurchlorkohlenwasserstoffen (FCKW), weshalb das Trichlorfluormethan (CFC-11) als Indikatorwert für den Ozonabbau der Stratosphäre und Ethen (C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>) für das bodennahe Ozonbildungspotential herangezogen wird.

Eine weitere emissionsbedingte Kategorie ist die Versauerung von Böden und Gewässern durch ausgestoßene säurebildende Substanzen von Industrieabluft und aus der Landwirtschaft wie Schwefeldioxid (SO<sub>2</sub>), welches auch als Indikatoräquivalent herangezogen wird. Ebenfalls schädlich ist ein Überangebot von Nährstoffen in Gewässern und Böden im Zuge von intensiver Düngung. Dieses Emissionspotential wird in Phosphat-Äquivalenten (PO<sub>4</sub>) beschrieben.

Unter die Kategorie Ressourcenbeanspruchung fällt der Primärenergiebedarf (PE) eines Produktes, also eine Energiemenge zu Erzeugung von thermischer und elektrischer

Energie, die ein Produkt im Laufe seines Lebens verbraucht, wobei auch alle vorgelagerten Prozessschritte und Nebenprozesse mit einbezogen werden. Dabei wird unterschieden zwischen dem Verbrauch von nicht erneuerbaren Energieträgern, also fossile Brennstoffe, und von erneuerbaren Energieträgern wie Wind und Sonne. Ein hoher Anteil von erneuerbaren Energien im Ressourcenverbrauch ist somit erstrebenswert, da damit geringere Emissionen einhergehen. Zu beachten ist jedoch, dass der Verbrauch von erneuerbaren Energieträgern geringer als deren Nachwachspotential bleibt.

Da viele emissionsbedingte Wirkungskategorien stark von regionalen Einflüssen abhängen und darüber hinaus nur fossile Energieträger berücksichtigt und einige davon auch relativ schwer zu messen sind, beschreibt der Primärenergiebedarf als Summe des nicht erneuerbaren und des erneuerbaren Primärenergiebedarf klarer den tatsächlichen Ressourcenverbrauch (Abbildung 2.6).

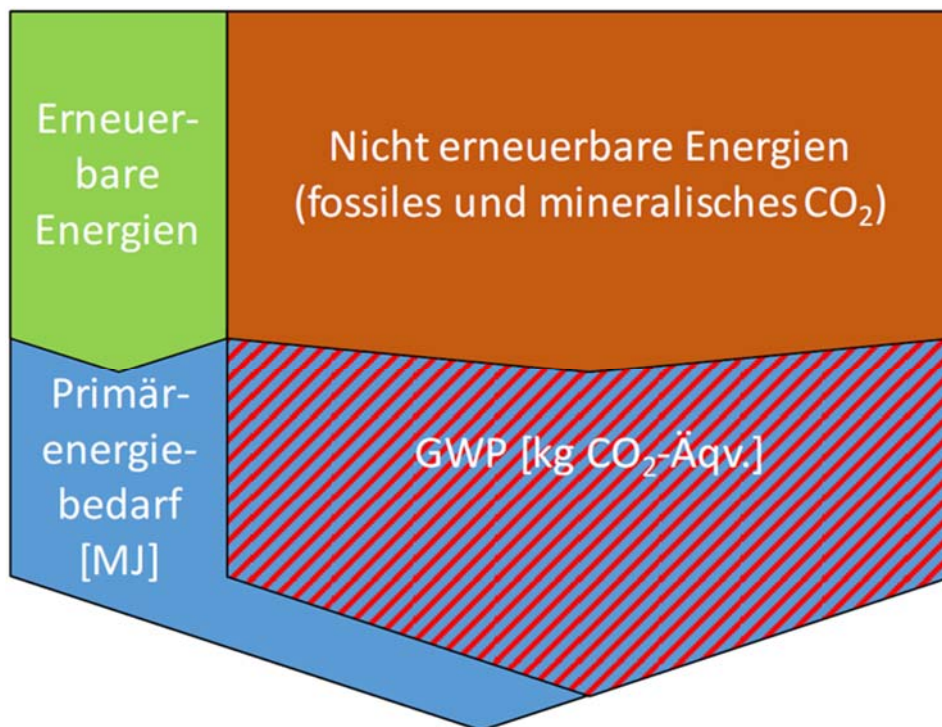


Abbildung 2.6 Veranschaulichung von GWP und PE im Vergleich

Würde man vom GWP aus auf den PE zurückrechnen, so würde je nach Produktionsumgebung ein bestimmter Anteil an Primärenergie nicht berücksichtigt

werden und somit ein geringerer Energiebedarf suggeriert werden, als tatsächlich vorhanden (KLÖPFFER & GRAHL, 2009).

### 2.2.3 Sachbilanz und Datenqualität

Die Sachbilanz LCI (Life Cycle Inventory Analysis) beinhaltet die Datenerhebung und -berechnung relevanter Stoffströme und Elementarflüssen eines Produktsystems an den Systemgrenzen während des betrachteten Lebenszyklus sowie die dafür erforderlichen Transportvorgänge, deren Auswirkungen selbst bei regionalen Lieferketten erheblich sein können (KLÖPFFER & GRAHL, 2009). Mit Hilfe von Flussdiagrammen kann ein Produktsystem für eine Stoffstromanalyse aufbereitet und somit auch besser verstanden werden. Da sich während der Datenerhebung neue Prozesse, neue Systemgrenzen und neue Stoffströme ergeben können, erfolgt die Sachbilanz meist als iterativer Prozess.

Im Zuge der Datenerhebung empfiehlt DIN EN ISO 14044: 2018 - 5 die gesammelten Prozessdaten entsprechend ihres Wirkung auf einen Produktionsschritt (Einwirkung oder Auswirkung) drei verschiedenen Gruppen zuzuordnen (DIN EN ISO 14044, 2018):

- Gruppe 1: Energieinputs, Rohstoffinputs
- Gruppe 2: Produkte, Koppelprodukte und Abfall
- Gruppe 3: Emission in Luft, Wasser und Boden

Gruppe 1 beinhaltet die Einwirkungen, Inputs genannt, die stofflicher und energetischer Natur sind. Bei den Auswirkungen eines Prozessschrittes, den sogenannten Outputs, wird zwischen stofflichen Outputs wie den fertigen Produkten, Nebenprodukten und Abfallprodukten, alle der Gruppe 2 zugeordnet, sowie den Emissionen an die Luft, das Wasser und in den Boden, in der Gruppe 3 angesiedelt, unterschieden. Dabei werden die Daten von Beginn an im Hinblick auf die gewählten Wirkungskategorien erhoben, also beispielsweise für die Auswirkungen auf den Treibhauseffekt sämtliche Emissionen von CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, CO, usw. Alle stofflichen In- und Outputs sowie Emissionen werden massebezogen in kg erhoben, Energieflüsse in MJ. Mit Hilfe des Flussdiagramms können die Daten der drei Gruppen nun den einzelnen Schritten des Produktsystems zugeordnet werden und auf ihre Qualität und Plausibilität hin im Zuge einer Massenbilanz validiert werden. Für die finale Aufsummierung der Daten müssen diese zwingend auf eine Vergleichseinheit normiert werden, in diesem Fall immer die  $fE$ , wodurch sich auch die verschiedenen In- und Outputs stofflicher und energetischer Natur miteinander vergleichen und bilanzieren lassen. Beispielhaft sei hier die Ermittlung des Primärenergiebedarfs für das Klinkerbrennen bei der Zementherstellung aufgezeigt.

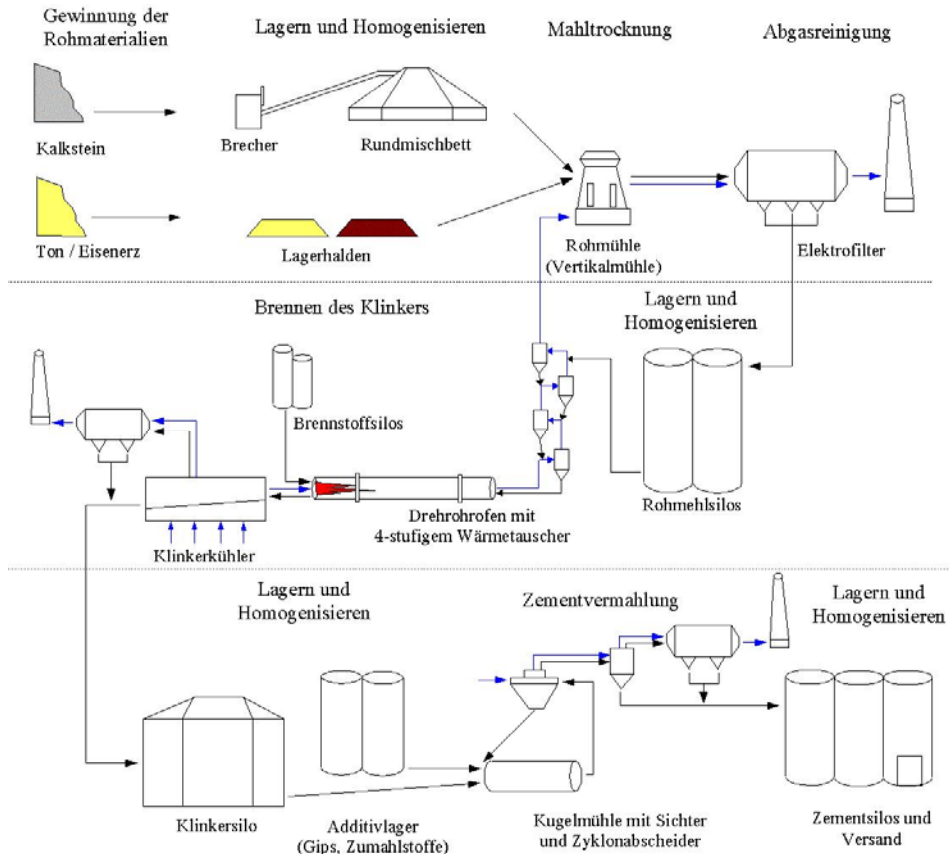


Abbildung 2.7 Zementherstellung im Überblick mit speziellem Fokus auf dem Brennen des Rohmehls zur Zementklinkerherstellung nach <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/legalcode>

Abbildung 2.7 zeigt den Ablauf der Zementherstellung von der Rohstoffgewinnung bis hin zum Verladen. Für den Schritt der Zementklinkerherstellung muss das gewonnene Rohmehl in großen Drehföhrn gebrannt werden. Hierfür ist Wärmeenergie erforderlich, die aus einer Datenquelle, beispielsweise dem Zement- oder Drehföhrnhersteller gewonnen werden muss. Diese Energie bezieht sich auf eine stoffliche Einheit und muss dann auf die  $fE$  umgerechnet werden, die Bezugsgröße für die gesamte Zementherstellung ist, in diesem Fall ein Kilogramm Zement.

Das Ergebnis der Datenberechnung liefert die Grundlage für die im nächsten Schritt zu erfolgende Wirkungsabschätzung.

Bestenfalls besitzt jeder Produktionsschritt eines Produktes Baustoff oder Gebäude eine gleiche Anzahl von Inputflüssen und Outputflüssen sowie Emissionen als Elementarflüsse. Jedoch können entsprechend Abbildung 2.8 auch einem Prozessschritt



zwei Outputflüsse als sogenannte Koppelprodukte entstehen. Dies führt zu Schwierigkeiten bei der Zuordnung der Menge an Emissionen auf die Prozessoutputs mit weiteren Auswirkungen auch auf die Folgemodule.

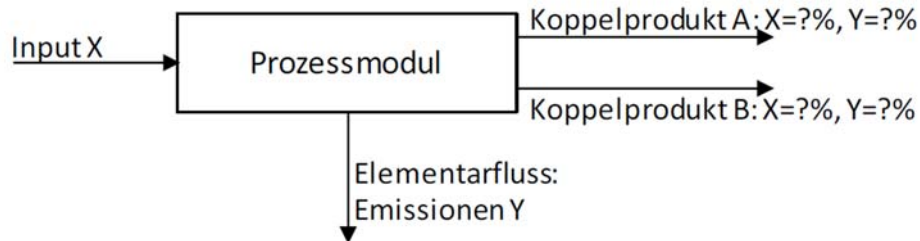


Abbildung 2.8 Prozessmodul mit Koppelprodukten

Grundsätzlich sollten im Rahmen der Zuordnung von Stoff- und Emissions- sowie Ressourcenflüssen Allokationen zu Koppelprodukten vermieden werden, durch weitgehende Aufteilung der Prozessschritte. Gelingt dies nicht, so soll die Zuordnung möglichst physikalisch begründbar (Massen- oder Energieströme) erfolgen, sofern der monetäre Wert der Koppelprodukte gering ist. Anderenfalls kann eine Zuordnung anhand der monetären Verhältnisse der Produkte zueinander erfolgen (SIMSCH, 2015). Betonzusatzstoffe sind Produkte, die über ein geeignetes Allokationsverfahren berücksichtigt werden müssen, da deren Basismaterialien zwar als Abfallprodukte anderer Industriezweige entstehen und entsprechend dort bereits bilanziert werden, allerdings energie- und stoffintensiv aufbearbeitet werden müssen für ihre spätere Anwendung im Beton. Hüttensand als latent-hydraulisches Zusatzmittel beispielsweise wird aus Hochofenschlacke, die bei der Roheisenherstellung um Hochoffen anfällt, hergestellt. Somit ist die Hochofenschlacke im Brennprozess von Erz, Koks, Kalkstein usw. ein Koppelprodukt neben dem primär erzeugten Roheisen. Der Prozess des Brennens im Hochofen lässt sich physikalisch nicht untergliedern in einen Anteil für Roheisen und Hochofenschlacke und somit ist eine direkte Zuordnung von Energie und Emissionen nicht möglich. Weiterhin ergibt sich durch den Verkauf der Hochofenschlacke zum Zwecke der Hüttensandveredelung ein deutlicher Mehrwert, jedoch besteht ein gravierendes Umsatzgefälle zwischen dem Nebenprodukt Hochofenschlacke und dem Hauptprodukt Roheisen bzw. Stahl. Ohne Zuordnung von Energie und Emissionen würde Hüttensand aus ökologischer Sicht viel zu positiv abschneiden, bei einer massenspezifischen Allokation hingegen würde beispielsweise Hochofenzement CEM III einen ähnlichen CO<sub>2</sub>-Ausstoß verursachen wie reiner Portlandzement CEM I, obwohl der Anteil am energieintensiven Zementklinkerbrennvorgang um bis zu 60 M.-%

geringer ist und der Hüttensand als Nebenprodukt abfällt. Somit sind die Voraussetzungen für ein ökonomisches Allokationsverfahren gegeben, wie es häufig in Umweltproduktdeklarationen für Hüttensand angewandt wird (FACHVERBAND EISENHÜTTENSCHLACKE E.V., 2013).

Bezüglich der Aussagekraft von Massen- und Energieströmen der Input- und Outputflüsse der einzelnen Prozessschritte liefern sogenannten Primärdaten die höchstmögliche Datensicherheit, da diese Daten spezifisch für den jeweiligen Prozess von Herstellerseite oder von unabhängigen Stellen bspw. messtechnisch ermittelt werden. Dies geschieht in vielen Fällen sogar qua Gesetz, bspw. im Rahmen der Emissionsmessungen nach Bundes – Immissionsschutzgesetz. Oftmals werden Daten allerdings auch unter dem Zeichen des Schutzes und der Geheimhaltung von Produktionsverfahren nicht preisgegeben. Gerade bei der Zementherstellung und sowie bei den verschiedenen Zusatzmitteln ist eine detaillierte Zusammenstellung von Energieinputströme bei den verschiedenen Herstellern trotz intensiver Recherche oftmals nicht möglich, da das Schlagwort „Betriebsgeheimnis“ mit dem Verweis auf öffentlich zugängliche Umweltdaten von verschiedenen Datenbanken und Veröffentlichungen von Industrieverbänden keine weitere Primärdatenerhebung zulässt. Die geforderte Transparenz bei der Datenerhebung für Ökobilanzierungen, wie sie bspw. auch die Normung als Grundlage voraussetzt, ist somit vielfach nicht gegeben. Entlastend kann gesagt werden, dass oftmals der erforderliche Detaillierungsgrad einer Stoffstromanalyse mit den verbundenen Datenerhebung für ein spezifisches Produkt die Unternehmen selbst vor nicht lösbare Herausforderungen stellt. So ist innerhalb eines Zementwerkes eine sortenspezifische Zuordnung von Energieverbräuchen und Emissionen nahezu unmöglich, da große Teile der Zementherstellung sortenunabhängig innerhalb des Verfahrens passiert und bspw. die Beimengung der verschiedenen Bestandteile, die aus einem reinen Portlandzement (CEM I) die verschiedenen Kompositzemente (CEM II bis CEM IV) entstehen lassen, erst in einem der letzten Prozessschritte (Mahlen) geschieht, der wiederum von den vorherigen schwerlich abzutrennen und gesondert zu betrachten ist. Wie oben beschrieben ist eine Möglichkeit der ersatzweisen Datenbeschaffung die Verwendung von sogenannten generischen Daten aus öffentlichen und kostenpflichtigen Datenbanken wie beispielsweise *Ökobau.dat*, *ProBas* oder *GEMIS* sowie *Ecoinvent 3* oder *GaBi*. Diese generischen Daten stellen Mittelwerte oder in manchen Fällen besonders repräsentative Einzelwerte von Umweltdaten dar, die im Rahmen von Stoff- und Energiestromanalysen mit bestimmten Herstellern ermittelt worden sind (KLÖPFER & GRAHL, 2009). Beispielhaft sei hier das Heranziehen von generischen Daten für Emissionsermittlung von Treib- und Schmierstoffen. Wesentlich für die Anwendung der generischen Daten ist die Übereinstimmung der Systemgrenzen zwischen der spezifischen und der repräsentativen Datenerhebung, sowie die Aktualität der Datensätze. Vorteilhaft gegenüber den Primärdaten ist hierbei genau der letztgenannten Punkt, da beispielsweise für Transporte Primärdaten nur solange exklusiv und hochwertig sind, solange Lieferanten

und Produzenten ihre Waren auf immer gleichen Strecken mit gleichen Fahrzeugen und Auslastungen zurücklegen und selbstverständlich auch nur für eine spezifische Händlerbeziehung gilt. Hier stellen generische Daten, sofern im passenden Rahmen erhoben, eine länger gültige Aussagekraft dar und sind somit entgegen einer häufigen Behauptung nicht generell ungenauer als Primärdaten. Alternativ zu Datenbanken können auch sogenannte Environmental Product Declarations (EPD) als Datenquellen herangezogen werden. Diese gründen auf Ökobilanzen von Produkten und enthalten sämtliche darin ermittelten Umweltwirkungen (z.B. GWP) und Ressourcenbeanspruchung (z.B. PE). Für eine hohe Datengüte und Anwendungssicherheit erfolgt die Erstellung von EPDs nach DIN EN 15804: 2020 - 3 und setzt die erhobenen Umweltdaten bereits in Bezug zu einer  $fE$ , die jedoch umgerechnet werden können, und definiert einen bestimmten Gültigkeitszeitraum. Beachtet muss bei der Verwendung auch hier die Übereinstimmung der Systemgrenzen, der Abschneidekriterien und Rechenregeln zwischen EPD und dem betrachteten Anwendungsfall. Die Daten werden stets faktisch erhoben, können im Vergleich jedoch zu generischen Daten um bis zu 20 % abweichen gemäß SIMSCH, 2015. Im Bereich zementöse Werkstoffe können EPDs vom *Institut für Bauen und Umwelt e.V.* sowie vom *Verein Deutscher Zementwerke (VDZ)* und dem *Informationszentrum Beton GmbH* bezogen werden. Die Verwendung der EPDs stellt ebenso wie die generischen Daten sicherlich keine große Unsicherheit dar, zumal im Zweifel immer das Vorhandensein von ähnlichen Produktdaten einer Abstinenz von Umweltdaten und dem damit einhergehenden Verzicht der Betrachtung einzelner Prozessschritte vorzuziehen ist.

#### 2.2.4 Wirkungsabschätzung

Im nächsten Schritt der Ökobilanzierung werden unter Verwendung der Ergebnisse der Sachbilanz im Rahmen einer Wirkungsabschätzung LCIA (Life Cycle Impact Assessment) mögliche Umweltwirkungen beurteilt. Das grundsätzliche Vorgehen dieses Verfahrensschrittes zeigt Abbildung 2.9. Wichtig in diesem Zusammenhang ist, dass diese Abschätzung nur für die durch Emissionen hervorgerufenen Umweltwirkungen erforderlich ist, nicht jedoch für die Ressourcenbeanspruchungen. Hier können tatsächlich gemessenen oder geschätzte Energieverbräuche einfach aggregiert werden, solange sie auf dieselbe und vorher vereinbarte  $fE$  bezogen ermittelt sind.

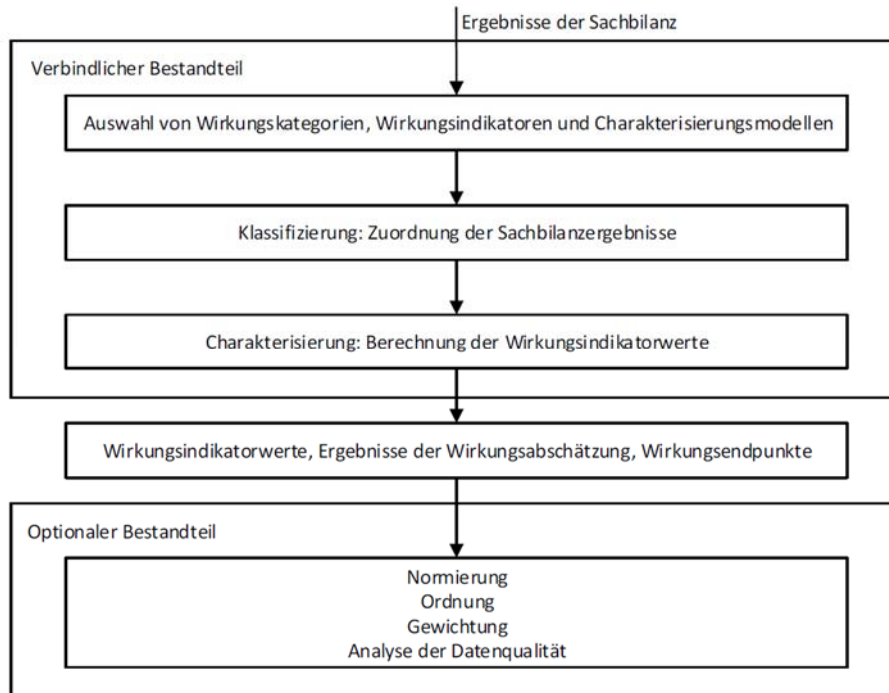


Abbildung 2.9 Bestandteile der Wirkungsabschätzungsphase

Nach einer ggf. ergänzenden Auswahl der Wirkungskategorien sowie der Indikatoren entsprechend KLÖPFER & GRAHL, 2009 erfolgt die Wahl eines Charakterisierungsmodells. Nach DIN EN ISO 14044: 2018 - 5, charakterisieren derartige Modelle die Beeinflussung von Emissionen auf die Umwelt, also wie sich verschiedenen Emissionen unter Bezug auf einen zeitliches Betrachtungsrahmen auf verschiedene Umweltwirkungen auswirken. Die großen Klimakonferenzen der letzten Jahre beschrieben dabei in ihren Abschlussprotokollen (Kyoto-Protokoll, Pariser Klimaabkommen, etc.) für bestimmte Umweltwirkungen eben diese Modelle, die dann Grundlage der Normung und damit des Anwendens werden. Eines der bekanntesten Modelle ist das GWP<sub>100</sub>. Dies besagt für einen relevanten Betrachtungszeitraum von 100 Jahren, dass die verschiedenen Treibhausgase unterschiedliche Wirkung auf den Treibhauseffekt haben und unterschiedlich lange in der Atmosphäre verweilen. Ausgedrückt wird all das durch die Charakterisierungsfaktoren, die den Bezug der einzelnen Emissionen innerhalb einer Kategorie für den bestimmten Betrachtungszeitraum gewichten und dem Wirkungsindikator zuordnen. Für das GWP ist die Leitgröße wie in Kapitel 2.2.2 aufgeführt das CO<sub>2</sub> und somit werden alle Größen auf das referenzierende CO<sub>2</sub> - Äquivalent umgerechnet. Somit hat CO<sub>2</sub> einen

Charakterisierungsfaktor von 1, CH<sub>4</sub> hingegen von 25. Für die relevanten Treibhausgase sind in Tabelle 2.2 die Charakterisierungsfaktoren des Modells GWP<sub>100</sub> nach KLÖPFER & GRAHL, 2009 zusammengestellt.

Tabelle 2.2 Charakterisierungsfaktoren des Modells GWP<sub>100</sub> der relevanten Treibhausgase

Wirkungskategorie	Treibhausgase	Charakterisierungsfaktor GWP100 kg CO <sub>2</sub> – Äquiv. kg <sup>-1</sup>
Treibhauseffekt	Kohlenstoffdioxid CO <sub>2</sub>	1
	Methan CH <sub>4</sub>	25
	Distickstoffoxid N <sub>2</sub> O	310
	Kohlenstoffmonoxid CO	3
	Schwefelhexafluorid SF <sub>6</sub>	22.450
	Tetrafluormethan CF <sub>4</sub>	5.820

Im Rahmen der Klassifizierung erfolgt die Zuordnung der Umweltdaten aus der Sachbilanz zu den Umweltwirkungen (WURSTHORN, 2007) und zeigt somit auf, welche Emissionen auf welche Umweltwirkungen Einfluss haben, wobei bestimmte Emissionen sich auch auf mehrere Umweltwirkungen beziehen können.

Anschließend werden in der Charakterisierungsphase die Sachbilanzergebnisse in die äquivalente Einheit mittels der oben beschriebenen Faktoren umgerechnet, wobei die Bezugsgröße durch den Wirkungsindikatorwert, im Normalfall massebezogen [kg], bereits aus der Festlegung von Ziel und Rahmen vorgeben ist. Die Berechnung des Wirkungsindikatorwertes erfolgt zu:

$$\sum GWP_i \cdot Emission[kg] = X[kgCO_2 - \text{Äquivalent}] \quad (2.1)$$

GWP<sub>i</sub> stellt hierbei den Charakterisierungsfaktor je Emission dar. Dieser wird mit der Masse der zugehörigen Emission aus der Sachbilanz multipliziert. Die Summe aus allen Produkten einer Wirkungskategorie ergibt dann schließlich den Wirkungsindikatorwert in der jeweiligen Einheit, hier exemplarisch in kg CO<sub>2</sub> - Äquivalent. Dieser Wert muss dann noch auf die betrachtete *fE* umgerechnet werden. Diese Schritte erfolgen für sämtliche Prozessmodule des zu untersuchenden Produktes (Baustoff, Gebäude, etc.). Mittels Software werden diese Arbeitsschritte in der Regel automatisiert durchgeführt. Werden in händischer oder programmseitiger Ermittlung EDPs verwendet, so können diese einfach additiv der eigenen Berechnung angefügt werden, solange die Systemgrenzen sowie die *fE* bei der Ermittlung der EPD und der eigenen Betrachtung übereinstimmen.

Die nachfolgende Abbildung 2.10 zeigt nochmals den Ablauf der Wirkungsabschätzung beispielhaft für Kategorien Treibhauseffekt und Bodenversauerung unter Hervorhebung der Leitgröße der jeweiligen Kategorie, erkennbar an dem Charakterisierungsfaktor eins. Man erkennt, dass zusätzlich zu den Wirkungsindikatorwerten jeder Kategorie und jedes Prozessschrittes noch ein Wirkungsendpunkt festgelegt werden kann. Dieser Endpunkt kann als Folge einer bestimmten Umweltwirkung angesehen werden, wie beispielsweise eine Erderwärmung um eine bestimmte Temperaturdifferenz. Dies ist nur dann zielführend, wenn die Folge der Umweltwirkung auch bereits klar beschrieben werden kann.

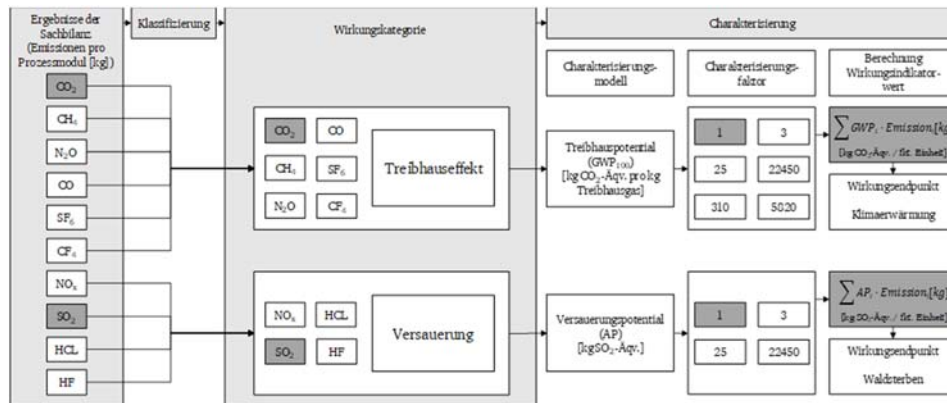


Abbildung 2.10 Ablaufschema der Wirkungsabschätzung nach DIN EN ISO 14044 : 2018 - 5

Weiterhin können die Indikatorwerte auch für ein besseres Verständnis der Dimensionen jedes Wertes sowie zur Gewichtung unterschiedlicher Wirkungskategorien auf ein Referenzmodell normiert werden. Darüber hinaus kann abschließend mittels Sensitivitätsstudie eine Analyse der Datenbeschaffenheit durchgeführt werden und untersucht werden, wie veränderte Datensätze und bspw. andere Systemgrenzen das Ergebnis einer Ökobilanzierung beeinflussen.

## 2.2.5 Auswertung

Den Abschluss der Ökobilanzierung bildet die Auswertung der Ergebnisse aus Sachbilanz und Wirkungsabschätzung. Entsprechend DIN EN ISO 14044: 2018 – 5 umfasst die Auswertung folgende drei Punkte:

- Identifizierung signifikanter Parameter

- Beurteilung der Studie im Hinblick auf Vollständigkeit, Sensitivität und Konsistenz
- Schlussfolgerung und Angabe von Einschränkungen und Empfehlungen.

Im Rahmen der innerhalb der Auswertung durchgeführten Schlussfolgerungen erfolgt im weitesten Sinne eine Subjektivierung der bisherigen Bilanzierung. Daher sind für einen unabhängigen Vergleich vor allem die ersten drei Ausführungspunkte von Bedeutung.

### 2.2.6 Ökologischer Hintergrund von Zementwerkstoffen

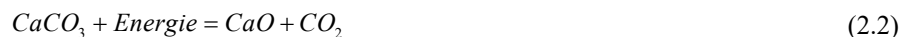
Beton ist der, bezogen auf seine Dichte, am meisten eingesetzte Baustoff im Bereich Infrastruktur und Nichtwohngebäude weltweit. Auch im Wohngebäudesektor nimmt er im Bereich des Geschosswohnungsbaus die führende Stellung ein. Gerade auch im Bereich von Bauten zur Erzeugung regenerativer Energien wie beispielsweise Windräder werden auch künftig enorme Volumina an Beton benötigt und das Wachstum wird weltweit weitergehen. Aktuell werden weltweit ca. 12.000.000.000 m<sup>3</sup> bzw. 30 Milliarden Tonnen Beton jedes Jahr hergestellt. Dies entspricht zum besseren Verständnis einer 13 m hohen Betonplatte mit Grundfläche des Landes Berlin oder einer 1.000 m hohen, und 0,40 m breiten Wand einmal um den Äquator. Würde man versuchen auch nur 25 % hiervon durch Holz zu substituieren, bräuchte man jedes Jahr eine Waldfläche, die der 1,5 - fachen Fläche von Indien entsprechen würde- Gerade in den asiatischen Ländern werden auch zukünftig enorme Mengen Beton benötigt werden. Alleine in China wurden in den Jahren zwischen 2013 und 2020 mehr Beton verbaut, als in den USA seit Beginn des Stahlbetonbauzeitalters. Der hierfür benötigte Zement beträgt zwischen vier und fünf Milliarden Tonnen jedes Jahr (WWF DEUTSCHLAND, 2019). Für Deutschland betrug die gesamte hergestellte Menge Zement in 55 Werken im Jahr 2014 beispielhaft 32,1 Mio. Tonnen, wobei mehr als die Hälfte im Transportbetonsektor sowie knapp ein Viertel im Fertigteilbereich Anwendung fand (VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2014).

Gerade die Zementherstellung stellt dabei entsprechend dem INFORMATIONEN ZENTRUM BETON GMBH, 2013 bei allen Umweltauswirkungen und dem Ressourceneinsatz den maßgebenden Anteil bei der Betonherstellung sowie -lieferung dar. Für einen Beton der Festigkeitsklasse C30 / 37, der laut dem *Bundesverband der Deutschen Transportbetonindustrie e.V.* zusammen mit der Festigkeitsklasse C25 / 30 knapp 60 % des gesamten Transportbetonvolumens darstellt, tragen Transporte und Fließmittel beispielsweise zum GWP nur knapp 4 % bei, wohingegen 91 % aus der Zementherstellung resultieren. Dieser vergleichsweise geringe Transportanteil liegt an der starken Regionalisierung der Betonindustrie. Deutschlandweit finden 75 % aller Transporte innerhalb von 100 km statt, was neben den in Deutschland überwiegend günstig liegenden Rohstoffvorratslagerstätten auch an den relativ hohen Transportkosten von Zement und Beton gemessen am Warenwert liegt. Im Bereich der klimarelevanten

Emissionen nimmt  $\text{CO}_2$  innerhalb der Zementherstellung die dominierende Stellung im Vergleich zu Staub, Kohlenmonoxid ( $\text{CO}$ ), Stickstoffoxide ( $\text{NO}_x$ ) und Schwefeldioxid ( $\text{SO}_2$ ) ein. Daher wird im Folgenden auch auf die eigentlich korrekte Bezeichnung  $\text{CO}_2$  – Äquivalent zugunsten einer Reduzierung auf  $\text{CO}_2$  verzichtet. Der hohe Anteil an  $\text{CO}_2$ -relevanten Emissionen liegt im Wesen der Zementherstellung begründet (vgl. Abbildung 2.7).

Als Rohstoffe für die Portlandzementklinker, dem Hauptbestandteil von Zement (vgl. 2.1.2), dienen Kalkstein, Ton (feinkörnige Mineralien, Quarz und Feldspat) und deren Mischprodukte (Mergel). Chemisch beschrieben sind somit Calciumcarbonat ( $\text{CaCO}_3$ ), Siliciumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ), Aluminiumoxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) und Eisenoxid ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) als Hauptabbauprodukte erforderlich für die weitere Herstellung. Die Oxide liegen allesamt in Verbindung mit Kristallwasser ( $2\text{H}_2\text{O}$ ) vor. In Abhängigkeit ihrer Mohs-Härte werden die Rohstoffe nach dem Abbau in Brechanlagen zerkleinert und durch Mischen homogenisiert, wobei ein Verhältnis von Kalkstein zu Tonmineralien und Feldspat von etwa 3 : 1 entsteht. Das homogenisierte Rohgut wird dann im Trocken- oder Nassverfahren in Kugelmühlen sehr fein aufgemahlen zu Rohmehl. Dieses wird dann in Drehöfen mit Rostvorwärmer nach dem Halbtrockenverfahren (sehr selten) oder mit Zyklonvorwärmer und Calcinator nach dem Trockenverfahren (häufigste Variante) in schräg liegender Lage bei langsamer Drehung und Temperaturen im Sinterbereich bis  $1.500^\circ\text{C}$  ca. fünf Stunden lang zu den sogenannten Klinkerphasen gebrannt. Die einzelnen Phasen sind dabei:

- Kristallwasserverlust des Tons bei ca.  $500^\circ\text{C}$  unter Entstehung der Hydraulefaktoren, also  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  und  $\text{Fe}_2\text{O}_3$
- Entsäuerung des Kalksteins bei  $600^\circ\text{C}$  bis  $800^\circ\text{C}$  unter Entstehung von Branntkalk ( $\text{CaO}$ ) und der maßgebenden  $\text{CO}_2$  Freisetzung



- Im Leichtbrand bei  $1.100^\circ\text{C}$  und dem Sinter- bzw. Klinkerbrand bei  $1.450^\circ\text{C}$  verbinden sich der Branntkalk und die Hydraulefaktoren und es entstehen harte, walnussgroße Silikate, die sogenannten Portlandzementklinker (vgl. 2.1.2), namentlich Tricalciumsilikat ( $3\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2 \equiv \text{C}_3\text{S}$ ), Dicalciumsilikat ( $2\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2 \equiv \text{C}_2\text{S}$ ), Tricalciumaluminat ( $3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \equiv \text{C}_3\text{A}$ ) und Tetracalciumaluminatferrit ( $4\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3 \equiv \text{C}_3\text{AF}$ ), weiterhin noch freier Branntkalk ( $\text{CaO} \equiv \text{C}$ ) und freies Magnesium ( $\text{MgO} \equiv \text{M}$ )
- Abkühlung und Lagerung im sogenannten Klinkerlager



Die Klinkerphasen werden anschließend in Kugelmöhlen aufgemahlen unter Beigabe von bis zu 5 M. - % Gipsstein ( $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) oder Anhydrit ( $\text{CaSO}_4$ ) als Sulfatträger um ein zu schnelles Abbinden des Zementes während der Hydratationsphase zu verhindern. Weiterhin werden noch je nach Zementsorte entsprechend DIN EN 197 - 1: 2011 – 11 : Zement – Teil 1 : Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien von Normalzement (DIN EN 197-1: ENTWURF, 2014) puzzolanische oder latent-hydraulische Zusatzstoffe (vgl. Kapitel 2.1.2) hinzugegeben. Je nach Mahlgrad (grob  $\equiv$  geringe Oberfläche, mittel  $\equiv$  mittlere Oberfläche und fein  $\equiv$  große Oberfläche) wird ein unterschiedliches Wasserrückhaltevermögen und eine unterschiedliche Frühfestigkeit des Zementleims nach 28 Tagen beeinflusst. Abschließend werden die fertigen Zemente gemäß ihren Zusammensetzungen gelagert, abgefüllt und geliefert.

In dem oben beschriebenen Prozess fallen somit in Deutschland knapp 590 kg  $\text{CO}_2$  je hergestellten 1000 kg Zement an (VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2014). Dies sind ca. 7 % aller weltweiten und gemäß dem Umwelt-Bundesamt 2 % aller deutschlandweiten  $\text{CO}_2$ -Emissionen und damit mehr als der Flugverkehr und alle Rechenzentren zusammen verursachen (VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020). Maßgebend hierfür sind einerseits die beschriebene Entsäuerung des Kalksteins und andererseits die Wärme- und Strombereitstellungen für die einzelnen Prozessschritte. Die prozessimmanente Freisetzung verursacht von den knapp 600 kg  $\text{CO}_2$  je nach Datenlage zwischen 50 % und 70 %. Somit entstehen 41 % bis 21 % thermisch (Wärmebereitstellung für den Drehrohfen) und elektrisch (Stromverbrauch des Ofens, der Mühlen und Förderanlagen) und daher energiebedingt. Insgesamt werden pro Tonne Zement in Deutschland knapp 3.330 MJ Primärenergie während der Herstellung aufgewandt, wobei hiervon über 85 % aus thermischer Energie und nur knapp 15 % aus elektrischer Energie stammen. Durch die zunehmende Substitution fossiler Brennstoffe durch andere Brennstoffe wie Altreifen, Industrie- und Gewerbeabfälle konnte der Anteil von Stein- und Braunkohle auf unter 40 % gesenkt werden. Gleichzeitig stieg aufgrund höherer Anforderungen an die Zemente, insbesondere die höherer Mahlfeinheit ist hier zu nennen, auch der elektrische Energieanteil an.

Im Hinblick auf Ressourcenverbrauch ist die zunehmende Verknappung der weltweiten geeigneten Sandvorräte von großer Bedeutung. Hierfür bietet jedoch das Thema Betonrecycling im Gegensatz zur  $\text{CO}_2$  - Reduzierung Ansatzmöglichkeiten, da Betonbruch aus dem Downcycling-Prozess mit Ausnahme von Pilotprojekten fast ausschließlich als Zuschlag eingesetzt wird. Dadurch können neu abgebaute Zuschläge eingespart werden, der Zementverbrauch aber reduziert sich beim Recycling-Beton (RC) nicht. Gesamtenergetisch betrachtet sinken somit zwar die Emissionen für die Kiesaufbereitung, die zum GWP beitragen, jedoch wird mehr GWP - relevante Energie für das Downcycling und den Siebprozess bis hin zu erforderlichen Transporten aufgewandt, so dass es sich oftmals um eine Nullsummenrechnung handelt. Weiterhin ist

zu beachten, dass immer noch ein großer Teil der Baustoffe am Ende seiner Lebenszeit aufgrund fehlender sortenreiner Trennung als Sondermüll entsorgt wird, innerhalb der europäischen Union durchschnittlich drei Milliarden Tonnen pro Jahr.

Dies alles macht deutlich, wie dringlich vor dem Hintergrund des Klimawandels und einer beschlossenen Begrenzung des globalen Temperaturanstieges um maximal  $2,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  bzw. bestenfalls  $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , Maßnahmen zur  $\text{CO}_2$ -Reduktion im Bereich der zementverarbeitenden Industrie ergriffen werden müssen. Hierbei muss grundsätzlich zwischen Maßnahmen unterschieden werden, die den energiebedingten Ausstoß von  $\text{CO}_2$  durch Energieeffizienzmaßnahmen und einer technischen Neuausrichtung des Brennvorgangs verringern können und solchen, die die prozessbedingte Freisetzung von  $\text{CO}_2$  durch Materialsubstitution und der sogenannten  $\text{CO}_2$ -Abscheidung reduzieren. Der VDZ hat in einem Positionspapier dargelegt, wie bis 2050 eine  $\text{CO}_2$ -Reduzierung um mindestens 36 % (7,1 Mio. Tonnen), bestenfalls um 100 % (20 Mil. Tonnen) und somit eine vollständige Dekarbonisierung gelingen kann (vgl. VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020). Hierfür wurden über fünf Wertschöpfungsstufen von Zement (Klinkerherstellung, Zementkonfiguration, Betonkonfiguration, Bauweisen sowie der Recarbonatisierung) Möglichkeiten des  $\text{CO}_2$ -Reduzierung untersucht und aufgezeigt.

### **Einsparpotentiale bei der Zementklinkerherstellung und der Zementzusammensetzung**

Im Rahmen der Klinkerherstellung werden Ansätze zur Steigerung der Energieeffizienz vorgestellt, wodurch die prozessbedingten Emissionen reduziert werden sollen. Hierzu zählen die Umrüstung der Anlagentechnik auf neue und energiesparende Technologien wie bspw. Motoren für die Mahlprozesse mit einem hohen Wirkungsgrad. Weiterhin die Implementierung von Energiemanagementsystemen für ein besseres Prozesslastmanagement im Hinblick auf Flexibilisierung der energieintensiven Prozesse. Wo noch nicht geschehen, bieten die thermische Abwärmenutzung innerhalb des Calcinierungsprozesses sowie eine möglichst gute Wärmedämmung der Ofenbauteile innerhalb der Hochtemperaturprozesse weitere Möglichkeiten zur Steigerung der Energieeffizienz. Gerade bei diesen zuletzt genannten Punkten ist jedoch in den vergangenen Jahren bereits viel geschehen, so dass Effizienzsteigerungspotential und die damit einhergehende  $\text{CO}_2$ -Einsparung als eher geringer im Vergleich zu anderen Maßnahmen eingeschätzt wird. Zumal derartige Maßnahmen oftmals mit einem höheren elektrischen Energiebedarf einhergehen, so dass zwar der Bedarf an thermischer Energie sinkt, jedoch dieses Potential nicht komplett in die Bilanz einfließend kann, sondern um den damit einhergehenden Anstieg an elektrischer Energie verrechnet werden muss. Hinzu kommt, dass modernere Zemente mit einem höheren Anteil an Additiven und höheren Frühfestigkeiten feiner und damit energieintensiver aufgemahlen werden müssen. Somit

sind diese Maßnahmen nur dann vollumfänglich anrechenbar, wenn der dafür benötigte Strom komplett nachhaltig hergestellt werden kann. Hierzu gehört auch, die Brennstoffe für die Klinkerproduktion zu 100 % auf Sekundärbrennstoffe umzustellen. Die Herausforderung hierin sowie im Falle einer vollständigen ökologischen Elektrifizierung der Beheizung besteht, die erforderlichen Brenntemperaturen von ca. 1.500 °C zu erreichen. Abhilfe können hier die Plasma-Technologie sowie die Wasserstofftechnologie verschaffen, wobei letztere aufgrund der deutlich geringeren Strahlungswärme im Vergleich zur thermischen oder elektrischen Beheizung auf absehbare Zeit lediglich als Zusatzbrennstoff gesehen werden kann und erstere Technik den elektrischen Energiebedarf von knapp 4 TWh auf 30,5 TWh anwachsen lassen würde. Insgesamt wird entsprechend VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020 ein jährliches Einsparpotential an CO<sub>2</sub> von ca. 1,3 Mio. Tonnen bis 2,2 Mio. Tonnen gesehen.

Auf der Prozessseite gibt es zwei grundsätzliche Ansätze, einerseits die CO<sub>2</sub>-verursachenden Bestandteile soweit es geht zu substituieren und andererseits das CO<sub>2</sub> am Ort der Entstehung abzuscheiden und dauerhaft zu speichern oder nach einer temporären Speicherung einer neuen Verwendung zuzuführen. Zweites Szenario wird durch den Überbegriff der Carbon - Capture Technologien beschrieben, die sich aus der reinen Speicherung von abgeschiedenem CO<sub>2</sub>, dem Carbon - Capture - Storage (CCS) sowie der Weiterverwendung, der Carbon - Capture - Utilisation (CCU) bzw. deren Mischprodukt (CCUS) zusammensetzt. Aufgrund vieler ungelöster Fragen im Bereich der Speicherung von CO<sub>2</sub> in z.B. Gasfeldern und porösen Gesteinsschichten sowie derzeit noch nicht vorhandener Infrastruktur für einen Transport zur späteren Weiterverwendung des CO<sub>2</sub> mittels eines, aufgrund der hohen Mengen, sicherlich erforderlichen Pipeline - Netzwerkes, stellt die CCUS die letzte aller zu ergreifenden Maßnahmen dar. Weiterverwendungsmöglichkeiten, für die das CO<sub>2</sub> in den meisten Fällen jedoch auch kosten- und energieintensiv, daher auch zwingend mittels regenerativer Energien, auf eine bestimmte Reinheitsstufe aus den Abgasen gewonnen werden muss, gibt es in verschiedenen Anwendungsfeldern, wenngleich derzeit der Bedarf aufgrund noch nicht produktionsreifer Technologien noch überschaubar erscheint, zumal auch andere Industriezweige sich eine Treibhausgasreduzierung mittels CCUS vorstellen. Denkbare Weiterverwendungsfelder sind einmal die gezielte und aktive Carbonatisierung von mineralischen Rohstoffen für eine Anwendung als Baumaterialien. Hier wäre zudem von Vorteil, dass das CO<sub>2</sub> dauerhaft gebunden bleibt. Ein anderer Anwendungsbereich könnte sein, das abgeschiedene Kohlenstoffdioxid als Nährstoff für Mikroorganismen im Rahmen der Photosynthese zur Sauerstoff- und Biomasseerzeugung zu verwenden. Für die Herstellung von Synthesegas sowie in chemischen Folgeprodukten kann das abgeschiedene CO<sub>2</sub> einen Beitrag zur CO<sub>2</sub>-Reduzierung der chemischen Industrie beitragen. Voraussetzung hierfür ist die bereits erwähnte Reinheit des Gases. Final seien noch Power to Gas und Power to Liquid Technologien genannt, die im Rahmen des Syntheseprozesses reines Kohlenstoffdioxid benötigen. Somit können CO<sub>2</sub>-neutrale

Kraftstoffe hergestellt werden, eine richtige Senkung des CO<sub>2</sub> in der Atmosphäre findet im Gegensatz zur aktiven Carbonatisierung nicht statt. Vorteil der CCUS ist, dass die reinen Abscheidetechniken bereits vorhanden und anwendungsreif sind, diese jedoch auch alle mit einer Steigerung des elektrischen Energiebedarfs einhergehen. Dennoch wird der CCUS eine Reduzierungspotential von jährlich 10,4 Tonnen CO<sub>2</sub> zugedacht.

Die hier erstgenannte teilweise oder vollständige Substitution von CO<sub>2</sub>-verursachenden Zementbestandteilen führt dazu, dass ein Großteil der erderwärmenden Emissionen im Drehofen erst gar nicht entsteht. Bereits aktuell haben Zemente nach DIN EN 197 - 1: 2011 – 11 einen durchschnittlichen Klinker – Zementfaktor von ca. 0,70, was vor allem an der häufigen Verwendung der Portland – Kompositzemente (CEM II) liegt, deren Hauptbestandteile neben den Portlandzementklinkerphasen vor allem ungebrannter Kalkstein (L oder LL je nach Zugabemenge), Hüttensand (S, jedoch hauptsächlich in den Hochofenzementen CEM III), Puzzolane (P oder Q je nach Gewinnungsverfahren), Flugasche (V oder W, je nach Bestandteilen) und gebrannter Schiefer (T). Hüttensand ist ein latent hydraulischer Stoff (benötigt für die Hydratation einen Erreger wie beispielsweise Ca(OH)<sub>2</sub>) und ein Nebenprodukt der Roheisenherstellung im Hochofen. Dabei wird er aus der anfallenden Schlacke im Schmelzprozess gewonnen, abgekühlt und fein gemahlen. Die Flugasche als puzzolanischer Stoff (benötigt nur Wasser für den Hydratationsprozess) entsteht als Verbrennungsrückstand des Kohlenstaubes bei der Rauchgasreinigung in Kohlekraftwerken oder Müllverbrennungsanlagen. Beiden gemein ist, dass sie als Sekundärrohstoffe in die Klimabilanz eingehen und gute Substitutionseigenschaften für die Zementklinkerphasen besitzen. Gemein ist ihnen aber auch, dass, im Zuge des Kohleverstromungsausstieges bis in die 2030er Jahre und im Zuge einer parallel zur Zementindustrie ablaufenden Dekarbonisierung der Stahlindustrie, diese Sekundärrohstoffe in den kommenden Jahren immer weniger zur Verfügung stehen werden beziehungsweise eine weitere Gewinnung von Hüttensand bei der Umstellung auf wasserstoffbasierte Eisenerzverbrennung zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht gesichert erscheint. Bis dahin können jedoch Zemente mit deutlich höheren Gehalten an oben genannten Stoffen hergestellt werden und damit der Portlandzementklinkergehalt auf 64 % bis 35 % gesenkt werden kann. Diese Zemente, bezeichnet als CEM II / C Zemente für einen Klinkergehalt von 50 % bis 65 % und einer Anwendung für Betone im härtesten Bereich, sowie CEM VI mit einem Klinkergehalt zwischen 50 % und 35 % und einem hohen Kalksteinanteil für normal- und geringfeste Betone, befinden sich aktuell im Normungsverfahren und werden anschließend dem Markt zur Verfügung stehen (VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020). Als Alternative zum Hüttensand bieten sich auch eisenhaltige Schlacken an, die im Recyclingprozess von Edelmetallen, bspw. aus Elektroschrott, anfallen, wobei auch hier die praktische Anwendung den Labormaßstab noch nicht überschritten hat. Darüber hinaus kann Ton als neuer Hauptbestandteil von Zement implementiert werden. Ton hat den Vorteil, dass er nahezu

weltweit in ausreichendem Maße zur Verfügung steht und für die Entwicklung seiner puzzolanischen Eigenschaften im Gegensatz zum Kalkstein nur bei einer Temperatur zwischen  $600\text{ }^{\circ}\text{C}$  und  $1.000\text{ }^{\circ}\text{C}$  gebrannt werden muss, der sogenannten Calciniierung. Dieses Verfahren ist zwar deutlich komplexer als die bisherige Entsäuerung von Kalkstein, jedoch können somit weltweit jährlich zwischen 300 Mil. Tonnen und 400 Mil. Tonnen  $\text{CO}_2$  eingespart werden. Der Einsatz von Betonrecyclingprodukten im Bereich der Zementherstellung in Form von Brechsanden oder Ziegelsplitten, welche derzeit lediglich als Zuschlagstoffe beigemischt werden dürfen, bieten ebenfalls einen Ansatz zur  $\text{CO}_2$  – Reduzierung.

Der komplette Ersatz von herkömmlichen Zementen durch neuartige und deutlich weniger  $\text{CO}_2$  - verursachende Bindemittel wird entsprechend VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020 vorangetrieben. Jedoch wird diesen bis 2050 ein maximaler Marktanteil von 5 % prognostiziert. Zu diesen neuartigen Bindemitteln zählen beispielsweise Geopolymere und Calcium – Sulfoaluminat – Zemente (CSA – Zement). Bei letzterem werden dem Kalkstein für die Klinkerherstellung Anhydrit und Aluminium – Erz – Bauxit zugegeben und bei deutlich geringeren Temperaturen um die  $1250\text{ }^{\circ}\text{C}$  gebrannt, wodurch eine  $\text{CO}_2$  – Reduzierung von 200 kg je Tonne Zement einhergehen würde. Eine lokale Alternative stellt Zement aus Magnesiumsilikaten dar, die in skandinavischen Vulkangesteinen besonders häufig vorkommen. Hierbei wird das Material mit abgeschiedenem, reinem  $\text{CO}_2$  begast und reagiert zu  $\text{MgCO}_3$ . Im darauffolgenden Brennprozess wird nur ein Teil des vorher gespeicherten  $\text{CO}_2$  wieder frei. Insgesamt wird der Zementklinkersubstitution in der VDZ – Studie ein jährliches Einsparpotential von 1,9 Mil. Tonnen  $\text{CO}_2$  bis 3,8 Mil. Tonnen  $\text{CO}_2$  vorhergesagt.

### **Einsparpotentiale bei der Betonzusammensetzung sowie den Betonbauweisen**

Auch durch die Materialkonfiguration der eingesetzten Betone sollen bis 2050 erhebliche Mengen an klimaschädlichem Kohlenstoffdioxid eingespart werden. Dies soll einerseits durch die Verwendung der oben vorgestellten klinkerreduzierten Zemente geschehen. Diese Anwendung der aktuell im Normungsprozess befindlichen Zemente mit Zementklinkergehalten zwischen 35 % und 64 % sollen bei gleichbleibenden Zementgehalten entsprechend der gültigen Normung die  $\text{CO}_2$  – Emissionen um 25 % reduzieren. Dabei werden die vorgestellten CEM II / C – Zemente mehr in den Fertigteilwerken mit den aufgrund kürzerer Ausschulfristen verbundenen höheren Festigkeitsanforderungen zur Anwendung kommen, die CEM VI – Zemente hingegen eher im Ortbetonbereich. Andererseits sollen weitere Einsparungen durch die Verwendung sogenannter Ökobetone, also Betonen mit deutlich geringeren Zementgehalten als derzeit normativ vorgesehen, ermöglicht werden. In PROSKE et al.,

2012 werden Verfahren zur Entwicklung dieser zementreduzierten Betone unter Verwendung von Standardzementen der aktuellen DIN EN 197 - 1: 2011 – 11 vorgestellt und deren betontechnologische, bauphysikalische und mechanische Eigenschaften untersucht. Hierbei werden zunächst Zemente mit einem hohen Anteil an Nebenbestandteilen (CEM III) sowie einer hohen Frühfestigkeit (52,5) für eine praxiserprobte Standardrezeptur verwendet. Anschließend wird zunächst der Wassergehalt bis auf die absolute Verarbeitbarkeitsgrenze reduziert und die Packungsdichte mittels geeigneter Zusatzstoffe wie Kalksteinmehl erhöht. Gleichzeitig müssen Hochleistungsfließmittel die Verarbeitbarkeit wieder erhöhen. Abschließend kann dann der Zementgehalt massiv reduziert werden und durch eine weitere Zugabe von Zusatzstoffen kompensiert werden. Somit lassen sich bei gleichbleibenden sonstigen Betoneigenschaften die Zementgehalte auf unter  $180 \text{ kg/m}^3$  bis unter  $150 \text{ kg/m}^3$  reduzieren, was mit einer Einsparung an emittiertem  $\text{CO}_2$  von durchschnittlich 50 % einhergehen kann. In der Studie des *VDZ* wird hierfür das Potential als zu gering angesehen, da die betontechnologischen, bauphysikalischen und mechanischen Eigenschaften als nicht gleichwertig eingeschätzt werden. Die Gesamteinsparungen werden somit bis 2050 auf lediglich 0,2 Mil. Tonnen  $\text{CO}_2$  eingeschätzt, was auch daran liegen dürfte, dass mit dem bereits beschriebenen Wegfall von Flugasche der bisher substituierte Anteil von Zement im Beton mit bis zu 40 Vol. - % ( $k$  - Wert = 0,4) durch andere (Haupt-)Bestandteile kompensiert werden muss.

Im Bereich der Betonbauweisen werden in VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020 Technologien vorgestellt, die in der Summe ihrer Anwendungen bis 2050 0,7 Mil. Tonnen bis 0,9 Mil. Tonnen  $\text{CO}_2$  einsparen können. Hierzu zählen einerseits eine materialreduzierte Konstruktion mittels schlanker Bauteile und damit einer deutlichen Ressourcenschonung, wie beispielsweise unter Verwendung von Spannbetonhohldielen. Andererseits zählen auch neuartige Fertigungstechniken wie zum Beispiel die additive Fertigung hierzu. Weitere Maßnahmen sind eine Rückbesinnung auf die Techniken des Leichtbaus sowie gradierte Systeme, ggf. auch unter Einbeziehung von hoch- und ultrahochfesten Betonen mit deutlich höheren Zementgehalten, dafür aber deutlich geringeren Materialverbräuchen je  $\text{m}^3$  umbauter Raum oder je  $\text{m}^2$  gebaute Fläche.

### **Einsparpotentiale durch Betonrecycling und passive Recarbonatisierung**

Sämtliche Recyclingmaßnahmen zielen fast ausschließlich noch immer auf die Verwendung von gebrochenem Betonschutt im Straßen- und Deponiebau sowie als Füllmaterial im Erdbau. Die restlichen 20 % der mineralischen Bauabfälle finden sich als Betonzuschlagstoff zwar in der Betonproduktion wieder, jedoch eben nicht als aktive  $\text{CO}_2$  – Senke, sondern lediglich als Reduzierungsbeitrag von natürlichen Ressourcen. Gerade jedoch Brechsande böten hier eine Möglichkeit auch innerhalb der Bindemittelfraktion den Zementklinkergehalt zu reduzieren.

Ein weiterer Ansatz mit einem CO<sub>2</sub>-Minderungspotential von 1,5 Mil. Tonnen bis 2,0 Mil. Tonnen jährlich bietet die passive Recarbonatisierung von Beton während und nach seiner Lebensphase. Hierbei tritt in der Luft befindliches CO<sub>2</sub> mit einem der Reaktionsprodukten der Hydratation (2.1.2), dem Calciumhydroxid (CA(OH)<sub>2</sub>), welches in den Zementsteinporen gelöst vorliegt, in Kontakt und bildet Kalkstein und Wasser unter Herabsetzung des alkalischen Milieus des Zementsteines (vgl. Kapitel 3.9.1). Da für Stahlbetonbauteile dieser Prozess unerwünscht ist, da mit einer Reduzierung des alkalischen Milieus von pH = 12,5 auf ca. pH = 9,0 einhergeht und somit der systemimmanente Schutz der Bewehrung vor Korrosion deutlich geschwächt wird, werden in den aktuellen Bemessungsnormen Maßnahmen zum Schutz der Bewehrung vor Carbonatisierung vorgegeben. Im Hinblick auf eine erhöhte Nachhaltigkeit von Beton ist der Effekt der Carbonatisierung absolut gewünscht, da hierbei ein erheblicher Anteil des zuvor während der Herstellung von Zement freigesetzten CO<sub>2</sub> wieder aufgenommen und damit kompensiert werden kann. Die Menge des aufnehmbaren CO<sub>2</sub> hängt dabei während der Nutzungsphase maßgeblich von der erreichten Betonfestigkeit, den Umweltbedingungen, insbesondere der Luftfeuchtigkeit und der Oberflächenbeschaffenheit des Betons ab. Verschiedene Untersuchungen (z.B. ANDERSSON et al., 2019) postulieren für die Nutzungsphase der Betonbauteile sowie der mit Mörtel (v.a. Putzen) versehenen Oberflächen eine Aufnahmekapazität von bis zu 120 kg / m<sup>3</sup> Beton und somit maximal ca. 300 kg je hergestellter Tonne Zement. In XI et al., 2016 wird für einen Betrachtungszeitraum von 1930 bis 2013 eine gesamte Aufnahmekapazität von 43 % der in diesem Zeitraum freigesetzten Emissionen postuliert. Die *VDZ* – Studie (VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2020) geht von einem Recarbonisierungspotential von 20 % während der Nutzung und 3 % nach dem Down- bzw. Recycling aus.

### 2.2.7 Geschichtlicher und ökologischer Hintergrund von Dämmstoffen

Dämmstoffe sind im Hinblick auf ihre geschichtliche Entwicklung ein wenig mit dem mineralisierten Schaum vergleichbar: vor mehr als tausend Jahren bei Römern und Germanen bereits bekannt und angewandt, dann lange Zeit vergessen und in den letzten Jahren bzw. Jahrzehnten wieder entdeckt (vgl. Kapitel 2.1.1) und im Falle der Wärmedämmung sogar als ein wesentliches Instrument zur Senkung der CO<sub>2</sub>-Emissionen im Gebäudebestand gesehen. Wie lange dieses Wissen im Verborgenen blieb, zeigt ein Beispiel aus der Nähe von Langenselbold (Hessen), bei dem im Zuge von Grabungen Außenwandreste aus Flechtwerk mit dazwischen gestopftem Heu gefunden wurde. Durch das Energieinstitut Hessen wurde der Wärmedurchgangskoeffizient (U - Wert) der Wand mit 0,5 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> bis 1,0 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> je nach Verdichtungsgrad des

Heus berechnet und lag somit im Bereich der Zielwerte der dritten Wärmeschutzverordnung von 1995. Entsprechend den Ausführungen von Werner Eicke-Hennig vom Energieinstitut Hessen wurde dieses aktive Dämmen in den darauffolgenden Jahrhunderten immer weiter von Bauteilen in der Gebäudehülle ersetzt, deren Funktion sich rein auf das Tragen und dem Witterungsschutz beschränkt war und sich am regional verfügbaren und kostengünstigen Materialaufkommen sowie an ersten Erlässen zum Thema Brandschutz orientierte, so dass ein steter Wandel von der Holblockbauweise, über die Fachwerkbauweise hin zur Bruchstein- und später zu Ziegelbauweise stattfand. Die Standardwand zum Ende des 19. Jahrhunderts war eine 38 cm dicke Vollziegelwand. Wärmedämmung im heutigen Sinn trat im Zuge der Industrialisierung in Erscheinung, als Firmen ihre mit kalten und warmen Fluiden und Gasen durchströmten Rohrleitungen mit Kork einzupacken begannen, freilich mehr mit dem Hintergrund, die Industrieprozesse zu optimieren. Gleiches folgte im Weiteren mit Behältern, Kesseln und überall dort, wo unkontrollierte Wärmetransporte unerwünscht waren. Die heutigen Berechnungsverfahren zum Wärmedurchgang von Bauteilen kamen daher auch aus der Heiz- und Anlagentechnik und mündeten in der ersten Berechnungsnorm 1929 mit dem Titel „DIN 4701 – 1929: Regeln für die Berechnung des Wärmebedarfs von Gebäuden und für die Berechnung der Kessel und Heizkörpergrößen von Heizungsanlagen“. Durch die kriegsbedingte Verknappung von Brennstoffen erlangte der Wärmeschutz dann auch im Hochbau ab den zwanziger Jahren des 20. Jahrhunderts eine zunehmende, aber immer noch sehr geringe Bedeutung, was auch mit der Gründung und Entwicklung auch noch heute bekannter Wärmedämmstoffe wie Holzwoolplatten, Glas- und Steinwolle einherging. Aus Gründen der Wohnhygiene und der Behaglichkeit sowie dem Schutz vor Tauwasserbildung wurde 1952 erstmalig die DIN 4108: Wärmeschutz im Hochbau eingeführt, die zu diesem Zweck für verschiedene Bauteile verschiedenen Mindestwärmehinweisungskoeffizienten zwischen  $1,0 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  und  $1,56 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  fest schrieb, was aber im Bereich von Außenwänden immer noch mit einer Wand, bestehend aus 38 cm Vollziegel, erfüllt werden konnte und im Vergleich zum Wandaufbau aus Langenselbold eine 3 mal größere Wärmemenge durch  $1 \text{ m}^2$  Wand bei einem Temperaturunterschied zwischen innen und außen von 1 K durchströmen lässt. In SAUTTER, 1948 wird hierzu vermutet, dass die Ursache hierfür darin besteht, dass Feuchteschutz ein für jedermann und unmittelbar sichtbares Thema sei, wohingegen Wärmetransportvorgänge unsichtbar und damit auch in ihrer Größenordnung nicht greifbar erscheinen. 1957 wurde in Berlin erstmalig eine Fassadendämmung aus ganz neuartigen Polystyrol - Platten im Sinne der heutigen Wärmedämm – Verbundsysteme (WDVS) an einem Einfamilienhaus befestigt und zum Schutz der Platten mit einem Putz überzogen. Auch hier waren der Feuchteschutz und die Vermeidung von Schimmel Antrieb der Umsetzung. Ab den sechziger Jahren kamen dann endgültig die auch noch heute markführenden Dämmstoffe wie Mineralwoolplatten (Glas- und Steinwolle), Hartschaumplatten aus Polystyrol (EPS und XPS) sowie Schaumglas mehr und mehr auf



den Markt und verdrängten die Naturdämmstoffe zunehmend. Häufig gemachte technische Fehler durch Innendämmung in Kombination mit ersten „dichten“ Fenstern aus Isolierglas und einer installierten Zentralheizung führten zu Tauwasserausfall und Schimmelbildung in Wohnungen und brachte der Gebäudedämmung ein schlechtes Image, das bis heute nicht komplett überwunden werden konnte. Die Ölkrise 1973 brachte einen (vermutlich monetär getriebenen) gesellschaftlichen Sinneswandel einher und das Thema Wärmeschutz zur Energie(kosten)einsparung bekam einen enormen Aufschwung. Durch die erste Wärmeschutzverordnung (WSchV) im Jahr 1977 als Folge des Energieeinsparungsgesetzes (EnEG) wurden staatliche Vorgaben im Hinblick auf strengere Wärmedurchgangskoeffizienten der Konstruktionen und den Einbezug der Hausanlagentechnik geschaffen, die über die einzelnen Novellierungen der WSchV 1982 und 1995 hin zur Energieeinsparverordnung (EnEV) und dem Gebäudeenergiegesetz 2020 eine Lenkungswirkung hin zu einem klimaneutralen Gebäudebestand 2045 haben sollten. Parallel hierzu wurden die Standards abseits der staatlichen Regelungen immer weiter nach oben bzw. der zulässige Primärenergiebedarf über den Niedrigenergiehausstandard, den Passivhausstandard hin zum Plusenergiehausstandard nach unten verbessert. Hinzukamen in den letzten Jahren auch im Zuge einer ganzheitlichen Lebenszyklusbetrachtung von Gebäuden die Naturdämmstoffe wieder vermehrt in den Fokus.

Diese zuletzt genannten Entwicklungen haben dazu geführt, dass sich der Treibhausgasausstoß des Gebäudesektors seit 1990 um ca. 43 % reduziert hat (BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, 2021). Dennoch verursacht der Gebäudebestand in Deutschland immer noch im Jahr 2020 mit 120 Mil. Tonnen CO<sub>2</sub> – Äquivalent (im Folgenden wird wiederum auf das Anhängsel „Äquivalent“ verzichtet) mindestens 16 % der Treibhausmissionen. Unter Einbeziehung der indirekten Emissionen aus dem Energiesektor beträgt der Gebäudebeitrag zum Treibhauseffekt knapp ein Drittel bis 40 % aller Emissionen. An den Emissionen hatten wiederum 2019 die Wärmebereitstellung für Heizung und Warmwasser einen Anteil von knapp 71 % (BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, 2021) bis 84 % (DEUTSCHE ENERGIE-AGENTUR, 2021). Da die milden Winter der vergangenen Jahre insgesamt einen reduzierten Heizwärmeverbrauch hervorgerufen haben, sind die tatsächlichen CO<sub>2</sub> – Einsparungen sogar noch geringer. Im Bereich des Endenergieverbrauchs liegt der Gebäudesektor 2019 bei knapp 27 %. Hauptenergieträger sind im Gebäudesektor nach wie vor Gas und Öl, der Anteil an erneuerbaren Energien liegt bei knapp 17 %.

Zur Einhaltung der Klimaschutzziele, einer Begrenzung der Erderwärmung von bestenfalls 1,5 °C bis maximal 2,0 °C gegenüber der Zeit vor 1900, müssen somit die CO<sub>2</sub> – Emissionen weiter stark fallen (65 % gegenüber 1990) und bis 2045 auf null reduziert werden. Hierzu sind weitreichende Energieeffizienzmaßnahmen sowie eine Umstellung auf erneuerbare Energien und somit einer Reduzierung des Primärenergieverbrauchs um ca. 80 % gegenüber dem Verbrauch im Jahr 2008

erforderlich. Diese Wärmewende kann nur durch eine ausreichend hohe energetische Sanierung erfolgen, was immer aus einer Kombination von Gebäudedämmung zur Reduzierung der Transmissionswärmeverluste und dem Einsatz von technischer Gebäudeausrüstung (TGA) auf Basis von erneuerbaren Energien beruht, da einerseits eine Vielzahl von Techniken Niedertemperaturanwendungen benötigt und andererseits die Verfügbarkeit an erneuerbaren Energien nicht ausreichend sein würde, um Strom und Wärme für den aktuellen Gebäudeverbrauch zur Verfügung zu stellen. Das Sanierungspotential hierfür ist gegeben, denn knapp 13 Millionen Gebäude in Deutschland sind vor 1979 errichtet worden und bedürfen einer Dämmung von Dach und Wänden, einem Einbau hochdämmender Fenster und Türen, der Verwendung von energieeffizienten Wärme- und Stromerzeugern auf Basis der erneuerbaren Energien sowie einer intelligenten Abwärmenutzung gerade im Nichtwohngebäudebereich.

Im Hinblick auf die ökologische Bewertung der Dämmstoffe stellt sich die Frage, inwieweit die Menge an eingesparter thermischer Energie, also einem reduzierten Heizwärmeverbrauch durch eine dämmungsbedingte Reduzierung der Transmissionswärmeverluste, die Menge an Energie für die Produktion, den Transport und die Entsorgung der Dämmstoffe übersteigt. In einer Untersuchung des Heidelberger Instituts für Energie- und Umweltforschung (INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG, 2019) wurden hierzu ein ungedämmter Altbau, ein Neubau mit Standard 2019 (der Primärenergiebedarf gegenüber dem Referenzhaus liegt bei maximal 75 %) und ein von der KfW – Bank gefördertes Effizienzhaus 55 (der Primärenergiebedarf gegenüber dem Referenzhaus liegt bei maximal 55 %, der Transmissionswärmeverlust liegt bei maximal 70 %) miteinander verglichen, wobei einzig der bauliche Wärmeschutz variiert wurde und alle anderen Parameter (Geometrie, Heizung, Nutzung, etc.) identisch waren. Als Dämmstoffe wurden künstliche Mineralfaserplatten (KMF) und extrudierte Polystyrolplatten (EPS) der Wärmeleitfähigkeitsgruppe 035 miteinander verglichen. Es zeigt sich, dass bei einem KfW 55 – Haus ca. 30 % mehr Dämmung benötigt wird als der aktuelle Neubaustandard (es erfordern würde, im Vergleich zu einem ungedämmten Haus logischerweise 100 % mehr. Anschließend wurde der zusätzlich erforderliche Energieaufwand für die massebezogene Zusatzdämmung im Rahmen einer Ökobilanzstudie ermittelt und dem durch die Menge an Zusatzdämmung eingespartem Endenergiebedarf gegenübergestellt, wobei hier zwei unterschiedliche technische Anlagen für die Wärmeversorgung (Heizung und Warmwasseraufbereitung) sowie die Lüftung untersucht wurden, da der Endenergiebedarf eines Gebäudes maßgeblich durch die baulichen Dämmstandards und durch die installierte Anlagentechnik der TGA beeinflusst wird. Dies waren einmal ein Gas - Brennwertkessel mit Solarthermieanlage sowie eine strombetriebene Sole – Wasser – Wärmepumpe, deren Treibhausemissionen stark von der Zusammensetzung des Strom - Mixes abhängen. Auf Dämmstoffseite wurde angenommen, dass diese nach dem Ende ihrer gebäudeseitigen Verwendung entsorgt

werden und die dabei gewonnene Wärme und der Strom durch die Verbrennung in einer Müllheizanlage zu 50 % wieder als Einsparung dem Strom- und Wärmenetz zugerechnet werden. Die Daten für die Produktion der Dämmstoffe wurden der österreichischen Datenbank des Österreichischen *Instituts für Baubiologie und -ökologie* (IBO) entnommen. Anschließend wurde mit Hilfe aktueller Energiepreise die energetischen Amortisierungszeiten ermittelt. Es zeigte sich, dass sowohl bezogen auf den Energieaufwand als auch auf die äquivalenten CO<sub>2</sub>-Emissionen sich je nach Anlagentechnik (die Gas-Brennwert-Technologie verkürzte die Amortisierungszeiten nochmals um ca. 50 % gegenüber der Sole-Wasser-Wärmepumpe) sowohl der Mehraufwand zwischen Neubaustandard und KfW 55 bei EPS - Dämmung nach fünf Jahren bis zehn Jahren als auch bei Mineralfaserdämmung nach fünf Jahren bis zehn Jahren rechnet. Gegenüber einem ungedämmten Altbau rechnet es sich für beide Dämmvarianten und Anlagentechniken bereits nach zehn Monaten bis zwei Jahren. Damit liegen sämtliche Amortisierungszeiten nicht nur innerhalb der üblichen Lebensdauer von Dämmstoffen und Gebäuden, sondern sogar innerhalb der üblichen Renovierungszyklen bzw. bei Fassadenanstrichen mit zehn Jahren genau innerhalb des ersten Zyklus. Zu bedenken ist jedoch, dass mit steigendem Anteil der erneuerbaren Energie an der Strom- und Wärmeerzeugung der Fokus stärker auf die Wahl der Dämmstärken und Dämmmaterialien im Hinblick auf Ressourceneffizienz und Recyclingfähigkeit gelegt werden muss (DEUTSCHE ENERGIE-AGENTUR, 2021). Es sei zudem auch darauf hingewiesen, dass weitere Wirkungskategorien wie Versauerung und Überdüngung deutlich längere Amortisierungszeiten aufweisen und diese beim Unterschied zwischen Standarddämmung und 30 % mehr Dämmung für KfW 55 bei deutlich über zehn Jahre, im Falle von deponierter Mineralfaserdämmung sogar über 40 Jahre liegen kann. Es wurde in der Studie rückgefolgert, dass sich zukünftige Maßnahmen entschieden am ungedämmten Gebäudebestand in Deutschland orientieren müssen.

Weiterhin wurde in INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG, 2019 untersucht, inwieweit sich verschiedene Dämmstoffmaterialien (pflanzlich, mineralisch und synthetisch) aus ökologischer Sicht unterscheiden, wobei als Systemgrenzen die Herstellung und der Transport sowie die Entsorgung und das Recyclingpotential betrachtet worden sind. Zur Einschätzung deren Marktrelevanz sei auf DEUTSCHE ENERGIE-AGENTUR, 2021 verwiesen, indem 2020 die gesamte Dämmstoffherstellung in Deutschland mit knapp 38. Mil. m<sup>3</sup> angegeben wird, wobei die synthetischen Dämmstoffe EPS, extrudiertes Polystyrol (XPS), Polyurethan - Hartschaum (PUR) und Polyisocyanurat - Hartschaum (PIR) einen geringfügig höheren Absatz aufweisen, als die mineralischen Dämmstoffe Glas- und Steinwolle. Die nachwachsenden Dämmstoffe auf Holz- und Zellulosebasis sind auch 2020 absatztechnisch mit ca. fünf Prozent von äußerst geringer Bedeutung. Zunächst jedoch wurden Möglichkeiten der verschiedenen Entsorgungsarten der einzelnen Dämmstoffe recherchiert, da es im Wesentlichen keine belastbaren Daten hierzu aus der Praxis gibt, da einerseits rückgebaute

Dämmstoffe erst langsam aufgrund ihrer technischen Haltbarkeit in den Vordergrund treten und andererseits die Verfahren aus der Dämmstoffrestbeseitigung der Produktion und der Baustellenmontage (Verschnitte) andere Möglichkeiten bietet, als dies im rückgebauten Zustand aufgrund wahrscheinlicher Verunreinigungen der Materialien der Fall sein dürfte. Anschließend wurden, bezogen auf eine funktionelle Einheit von 1 m<sup>2</sup> Dämmung mit dem gleichen U - Wert, die hierzu erforderlichen Dämmstoffmassen für den winterlichen Wärmeschutz berechnet und darauf aufbauend Abfallökobilanzen für jeden Dämmstoff erstellt, die die Lasten der Abfallaufbereitung und den Nutzen bzw. die eingesparte Energie durch die hieraus erzeugten Sekundärprodukte gegenüber einer Neuproduktion vergleicht. Es wurde wie zu erwarten festgestellt, dass eine Trennung der Materialien innerhalb einer Konstruktion sowie eine stofftrennende Reinigung hin zu einer sortenreinen Trennung, Lagerung und dem Abtransport zu verschiedenen Verwertern bei lose eingebrachten oder lediglich mechanisch befestigten (Klammerung, Verdübelung, Klemmung, etc.) Dämmstoffen mit relativ geringem Aufwand verbunden sein würde, wohingegen dies bei geklebten Verbindungen (WDVS, Flachdach, Perimeterdämmung unter Bodenplatten, etc.) mit einem gewissen energetischen Aufwand verbunden sein würde. Die Größe des energetischen Aufwands wurde in den meisten Fällen geschätzt und dabei als gering angenommen. Auch die Verlustmengen aufgrund von zu großer Verunreinigung wurde als eher gering angenommen und damit insgesamt auch den verklebten Dämmstoffen innerhalb der Ökobilanz ein hohes Maß stofflichem Verwertungspotential zugewiesen. Dies muss freilich zeitnah mit konkreten Zahlen in der Praxis bewertet werden, da man den Aufwand für die stoffliche Trennung und Reinigung beispielsweise bei Platten, die in WDVS - Konstruktionen verwendet werden, auch als deutlich größer einschätzen könnte, wenn man bedenkt, wie aufwendig es ist, EPS - Platten von Mörtel zu befreien bzw. die Platten überhaupt zusammenhängend von Fassadenflächen herunterzubekommen. Unter den im Zuge dieser Untersuchung getätigten Annahmen zeigte sich, dass die stoffliche Verwertung bei vielen Dämmstoffen gut abschneiden würde, jedoch unter den derzeitigen Gegebenheiten, dass industrielle sowie müllbeseitigende Verbrennungsprozesse nach wie vor überwiegend mit fossilen Brennstoffen betrieben werden, eine energetische Verwertung als Brennstoff vor allem bei synthetischen und pflanzlichen Dämmstoffen aufgrund ihres hohen Heizwertes aus Sicht der CO<sub>2</sub> - Einsparung am besten eignet. Perspektivisch wird bei einer weiteren Wandlung des Strommix hin zu erneuerbaren Energien dieser Vorteil mehr und mehr verschwinden und die stoffliche Verwertung an Bedeutung gewinnen. Dies wird besonders dort der Fall sein, wo aktuell die energetische Belastung aus der Herstellung sehr hoch ist, wie dies beispielsweise bei den synthetischen Dämmstoffen aufgrund ihrer fossilen Rohstoffe der Fall ist. Bei den mineralischen Dämmstoffen wird hier überwiegend die Deponierung und damit andere Umweltbelastungen reduziert werden. Anschließend wurden für alle Dämmstoffe Produktökobilanzen nach DIN EN 15804: 2020 – 3 für das jeweils im Rahmen der Abfallökobilanzen festgestellte beste „After - Use Szenario sowie

für das aktuell üblicherweise After - Use Vorgehen erstellt. Kennzeichnend hierfür ist die Tatsache, dass ein energetischer Nutzen aus der Entsorgung des Dämmstoffes nur ausgewiesen, aber nicht dem Ursprungsprodukt angerechnet wird, dafür werden diesen Primärprodukten aber keine Umweltauswirkungen aus der stofflichen Aufbereitung zugeteilt. Die Sekundärprodukte erhalten dafür diesen energetischen Vorteil in Form von Einsparungen komplett, müssen aber auch die gesamte stoffliche Aufbereitung tragen. Wenn man nun unterstellt, dass diese stoffliche Aufbereitung in allen Einbauzuständen von Dämmprodukten relativ gering ausfällt, wie in INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG, 2019 angenommen, dann schneiden Dämmstoffe aus Sekundärprodukten alleine bilanzbedingt immer besser ab. Gleichzeitig schneiden auch Dämmstoffe mit einer in der Studie angeführten geringfügig höheren Umweltbelastung für ihre Demontage und Aufbereitung (z.B. WDVS aus EPS - Platten) überproportional besser ab als solche mit einem eh geringen energetischen Demontage- und Reinigungsaufwand. Somit schneiden auch die Dämmstoffe aus nachwachsenden Rohstoffen, die lose oder als Matten eingebaut werden, am besten ab. Danach folgen die EPS - Platten im Falle einer stofflichen Weiterverwendung, im Falle einer Entsorgung liegen die synthetischen Dämmstoffe allesamt hinter den mineralischen Dämmstoffen, die in diesem Fall deponiert statt verbrannt werden. Unter Anwendung eines in der Praxis anerkannten sogenannten „50 : 50 - Ansatzes“, bei dem eine spätere Weiterverwertung als Sekundärprodukt und die damit einhergehenden Energie-, Ressourcen- und Emissionseinsparungen dem Primärprodukt zu 50 % gutgeschrieben werden und dem Sekundärprodukt dafür 50 % der Lasten aus der primären Produktion mitangerechnet werden und im Falle einer endgültigen Beseitigung ebenfalls 50 % der Lasten aber auch des Nutzens mitangerechnet werden, die im normgerechten Ansatz komplett dem letzten Produkt vor der Verwertung zugerechnet werden, werden neuerlich Produktökobilanzen für sämtliche Dämmstoffe mit dem jeweils besten Verwertungsweg sowie dem aktuellen Verwertungsweg erstellt. Der energetische Nutzen aus der Verbrennung wird in beiden Fällen und beiden „After – Use“ Betrachtungen aus Ermangelung an Kenntnissen über die künftige Zusammensetzung mit dem aktuellen Strommix sowie der Wärme aus Gasheizungen bewertet. Auch hier schneiden Holzfasereinblasdämmungen am besten ab, unabhängig vom „After – Use“ Szenario. Auch hier schneiden die synthetischen Dämmstoffe besser ab als mineralische Dämmstoffe, solange diese stofflich verwertet werden können. Falls lediglich eine energetische Verwertung stattfindet wie es aktuell der Fall ist, schneiden die mineralischen Dämmstoffe besser ab im Hinblick auf Ressourcenverbrauch und Treibhausgasfreisetzung. Auffallend ist die Verbesserung der Schaumglasplatten und nass produzierten Holzfaserdämmplatten im „50 - 50 - Ansatz“ gegenüber dem Ansatz nach DIN EN 15804: 2020 - 3. Insgesamt ließ sich feststellen, dass bei Einblas- und Mattendämmstoffen aus nachwachsenden Rohstoffen in allen Betrachtungsfällen aus rein ökologischen Gesichtspunkten am besten abschneiden. Bei den plattenförmigen

Dämmstoffen schneiden im Falle einer stofflichen Verwertung die synthetischen Dämmstoffe am besten ab, im Falle einer reinen energetischen Verwertung die mineralischen Dämmstoffe und trocken produzierte Holzfaserdämmplatten. Schaumglasplatten schneiden am schlechtesten ab, jedoch wiesen diese andere Vorteile in mechanischer und brandschutztechnischer Hinsicht auf, die im Rahmen dieser Produktökobilanzen nicht eingeflossen sind bzw. auch nur unzureichend quantifiziert werden könnten (INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG, 2019). In absoluten Zahlen weisen die mineralischen Dämmstoffe CO<sub>2</sub> - Äquivalente Emissionen in einer Größenordnung von 1,9 Mio. Tonnen auf, die synthetischen Dämmstoffe 2,9 Mio. Tonnen (DEUTSCHE ENERGIE-AGENTUR, 2021). Auch dies zeigt die höhere Treibhausgasbelastung der synthetischen Dämmstoffe, sofern keine stoffliche Verwertung erfolgen kann. Ebenfalls muss beachtet werden, dass insbesondere bei den mineralischen Faserdämmplatten wie auch bei den synthetischen EPS - Platten in früheren Zeiten bestimmte Inhaltsstoffe verwendet wurden, die eine stoffliche Weiterverwendung unmöglich machen. Mineralische Faserdämmplatten, die vor dem Jahr 2000 hergestellt wurden, werden als krebsbegünstigend eingestuft und müssen daher unter Einhaltung besonderer Schutzmaßnahmen ausgebaut und deponiert werden. Durch die Änderung der Zusammensetzung hin zu biolöslichen Fasern werden die Produkte, die spätestens ab 2000 hergestellt und verbaut wurden, als unbedenklich eingestuft und können auch einer stofflichen Verwertung, wie beispielsweise im Brennprozess der Steinwollherstellung oder für Sekundärprodukte als Sinterhilfsmittel in der Ziegelindustrie (vgl. MÜLLER, 2018), zugeführt werden. Bei den synthetischen Dämmstoffen gelten besonders bestimmte Treibmittel sowie vor allem bei EPS vor 2014 das Flammenschutzmittel Hexabromcyclododecan (HBCD) als problematisch. Kurzfristig war eine energetische Verwertung nur in besonderen Anlagen und unter besonders strengen Auflagen möglich, weshalb die Entsorgung als besonders teuer galt. Um hier den (wirtschaftlichen) Druck herauszunehmen, wurden diese besonders strengen Auflagen wieder ausgesetzt und schließlich komplett zurückgenommen, so dass aktuell nur eine Trennung des HBCD belasteten Materials vom restlichen Bauschutt sowie eine Registrierung der Entsorgung erforderlich ist. Dennoch bleibt nach aktuellem Stand die rein energetische Entsorgung bestehen. Gerade diese Generation von Dämmstoffen werden allerdings diejenigen sein, die in den kommenden Jahren zur Verwertung anstehen werden und nach aktuellem Stand keinerlei stofflicher Verwertung zugeführt werden können.

Für eine gleichwertige stoffliche Verwertung als Sekundärrohstoff bedarf es innovativer Anwendungstechnologien, die über die bisherige endgültige energetische Verwertung oder Deponierung der rückgebauten Dämmmaterialien hinausgehen kann. Hierzu wurden in DEUTSCHE UMWELTHILFE E. V., 2021 verschiedene Anwendungen vorgestellt. Eine Innovation im Bereich der Wärmedämmverbundsysteme ist das erste sortenrein rückbaubare WDVS. Hierbei werden die Dämmplatten aus Steinwolle auf den Untergrund gedübelt und die Schraubkanäle mittels Dübelrondellen thermisch

verschlossen. In einen 8 mm bis 12 mm starken Dämmputz wird ein sogenanntes Separationsgewebe eingeglättet, das später die sortenreine Trennung des mineralischen Putzsystems von den Dämmplatten ermöglichen soll. Darauf erfolgt der Auftrag eines 5 mm bis 8 mm starken Armierungsputzes, in den das rissüberbrückende Armierungsgewebe eingeglättet wird. Den wetterschützenden Abschluss des WDVS bildet ein mineralischer Oberputz. Bei Rückbau wird die Putzschicht in einzelne Felder zerschnitten und kann dann als komplette Einheit von Hand oder mit einem Bagger mit spezieller Greifschaukel von der Dämmplatte abgezogen werden. Diese kann dann anschließend durch Trommeln und Schichten in die Bestandteile Mörtelfraktion und Gewebe getrennt werden und einem stofflichen Recycling als Zuschlag für mineralische Baustoffe sowie für Kunststoff-Bauteile verwendet werden. Die Stahlschrauben werden anschließend herausgedreht und können eingeschmolzen und für neue Stahlprodukte verwendet werden. Anschließend werden die Dübelköpfe gezogen, die wieder für eine neue, gleichwertige stoffliche Verwendung als Sekundärrohstoff für neue Dübel verwendet werden können. Abschließend werden noch die Platten händisch abgenommen und können nach dem Zerkleinern als Einblasdämmung wiederverwendet werden. Das Produkt hat mittlerweile eine bauaufsichtliche Zulassung. Entscheidend wird sein, wie gut die rückgebauten und sortenreingetrennten Einzelbauteile des ehemaligen WDVS in ihre jeweiligen Stoffkreisläufe zurückgeführt werden können. Eine weitere Innovation ist die stoffliche Trennung von Polystyrol und dem als gesundheitsgefährdend eingestuften Flammenschutzmittel HBCD sowie weiterer Additive mittels CreaSolv-Technologie. Dabei wird das verunreinigte Polystyrol in einem speziellen Betriebsmittel aufgelöst und mittels einer weiteren Flüssigkeit das Polystyrol ausgefällt. Dieses wird dann separiert, getrocknet und in granuliertes Polystyrol überführt und kann einer neuerlichen EPS-Herstellung zugeführt werden. Das HBCD im Lösungsmittel wird in einer Bromrückgewinnungsanlage zerstört. Nachdem eine erste Anlage 2021 in Betrieb gegangen ist, sollen künftig Dämmstoffabfälle gesammelt und dieser Anlage zugeführt werden. Dieses Verfahren stellt energetisch betrachtet die deutlich bessere Alternative als die bisher durchgeführte endgültige energetische Verwertung dar. Weiterer Ansätze sind die von den Dämmstoffherstellern durchgeführten Sammlungen von Baustellenverschnittabfällen und anschließendem Downcycling der möglichst reinen Abfälle für untergeordnete Anwendungen in der Baustoffproduktion. Dies soll künftig sowohl für synthetische Dämmstoffe wie EPS und XPS wie auch für Mineralwolle möglich sein. Ein deutlicher Anwendungsschub wäre es, wenn künftig auch die Baustoffhändler die Rücknahmen organisieren würden ähnlich dem Pfandflaschensystem in Super- und Getränkemärkten. Ergänzend zu den technischen Innovationen kommen noch organisatorische Innovationen hinzu wie beispielsweise Material- und Stoffpässe für Gebäude als digitale Dokumentation der verwendeten und gefügten Baustoffe und Bauteile für einen späteren Rückbau sowie eine Zertifizierung für nachhaltiges Rückbauen von Gebäuden als DGNB Standard.

## 2.3 Prüfverfahren mechanischer Kennwerte verschiedener Materialgruppen

### 2.3.1 Allgemeines

Im folgenden Abschnitt werden verschiedene, normativ geregelte Prüfverfahren und -parameter zusammengetragen und miteinander verglichen. Hintergrund dieses Vergleichs verschiedenartiger Werkstoffprüfungen ist die Tatsache, dass ultraleichter, zementöser, mineralisierter Schaum bisher hinsichtlich seines Verhaltens unter gewissen mechanischen Beanspruchungen nicht untersucht worden ist.

Ziel ist es somit, anhand der nachfolgenden Vergleiche von verschiedenen, materialabhängigen Verfahren, Hinweise zu bekommen, wie der vorliegende Werkstoff unter verschiedenen Belastungszuständen geprüft werden kann. Daher liegt das Hauptaugenmerk einerseits auf Werkstoffen, die mit dem vorliegenden mineralisierten Schaum als vergleichbar eingestuft werden. Dazu zählen:

- aufgrund des Matrixmaterials zementhaltige Werkstoffe inkl. Beton,
- aufgrund des zellulären Aufbaus bestimmte offen- und geschlossoporige Schäume,
- aufgrund der späteren Verwendung innerhalb eines Sandwiches verschiedene mineralische Dämmstoffe.

Dabei werden auch die verschiedenen geregelten Anforderungen an die Beschaffenheit der jeweiligen Probekörper erläutert.

### 2.3.2 Probekörperbeschaffenheit

In den verschiedenen Normungen zu Prüfung von Werkstoffen gibt es immer auch ein Kapitel, das sich mit der Versuchseinrichtung befasst. Teil dessen sind auch Anforderungen an die Beschaffenheit der Probekörper hinsichtlich:

- Herstellungsbedingungen,
- Abmessungen,
- Formstabilität und Oberflächenqualität sowie
- Lagerungsbedingungen.

Bezüglich der Formstabilität gilt es, eine genaue Vermessung der Probekörper unmittelbar vor der Versuchsdurchführung zu tätigen.



### Zemente

Grundlage der Probekörperbeschaffenheit für die Prüfung von Materialparameter an Zementen ist DIN EN 196 - 1: 2016 - 11: Prüfverfahren für Zement - Teil 1: Bestimmung der Festigkeit (DIN EN 196-1, 2016). Hiernach erfolgen alle Untersuchungen an quaderförmigen Prismen mit den Abmessungen:

- 40 mm x 40 mm x 80 mm
- 40 mm x 40 mm x 160 mm.

Die Probekörper sind nach 24 Stunden auszuschalen und anschließend bis zur Prüfung an der Luft oder unter Wasser zu lagern.

### Betone

DIN EN 12390 - 1: 2012 - 12: Prüfung von Festbeton - Teil 1: Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen (DIN EN 12390-1, 2012) regelt für Betone die Anforderungen hinsichtlich der Probekörperbeschaffenheit.

Die Untersuchungen erfolgen an Würfeln, Zylindern oder Prismen. Alle nachfolgenden Abmessungen werden lt. Norm als Nennmaße angegeben, die Maßtoleranz beträgt dabei 10 %.

Würfel können mit folgenden Kantenlängen hergestellt werden:

- 100 mm
- 150 mm
- 200 mm
- 250 mm
- 300 mm.

Zylinder können mit folgendem Durchmesser hergestellt werden:

- 100 mm
- 113 mm
- 150 mm
- 200 mm
- 250 mm
- 300 mm.

Die zugehörige Höhe ist immer das Zweifache des Durchmessers.

Prismen werden mit folgenden Grundflächenkantenlängen hergestellt:

- 100 mm
- 150 mm
- 200 mm
- 250 mm
- 300 mm.

Die Prismenlänge beträgt dabei immer das dreieinhalbfache der Grundflächenkantenlänge.

Für alle Probekörperarten gilt hierbei eine Ausschallfrist von 24 Stunden bei einer anschließenden Lagerung von sechs Tagen unter Wasser und 21 Tagen an Luft unter Normklimabedingungen bei 20 ° C und 65 % relativer Luftfeuchtigkeit.

### **Wärmedämmstoffe**

Wärmedämmstoffe stellen eine bauteilspezifische Gruppe dar, keine materialspezifische. Sie werden zusammengefasst in DIN 4108 - 10: 2015 - 12: Wärmeschutz und Energie-Einsparung in Gebäuden - Teil 10 : Anwendungsbezogene Anforderungen an Wärmedämmstoffe - Werkmäßig hergestellte Wärmedämmstoffe (DIN 4108-10, 2015) geregelt.

Die Probekörperabmessungen werden dann materialspezifisch in den jeweiligen Produktnormen in Abhängigkeit des Versuchszwecks geregelt. Grundsätzlich kann gesagt werden, dass sich die Bauteildicken in der Regel auf die Grundflächenabmessungen der Probekörper beziehen.

### **Schäume**

Die Probekörperbeschaffenheit von Schäumen wird in den einzelnen Produktnormen in Abhängigkeit der

- chemischen Zusammensetzung,
- der Rohdichte und der
- Zellstruktur festgelegt.

### 2.3.3 Druck - Elastizitätsmodul und Druckfestigkeit

#### Zemente

Die Ermittlung eines E - Moduls von Zementen ist normativ nicht geregelt. Hier sei auf verschiedenste Literatur verwiesen.

Die Ermittlung der Druckfestigkeit erfolgt nach DIN EN 196 - 1: 2016 - 11. Da dieser Versuch zumeist in Kombination mit Biegezugfestigkeitsversuchen erfolgt, geht man davon aus, mit den, im Regelfall, zwei Bruchstücken aus dem Biegezugversuch die Druckfestigkeit zu ermitteln. Somit haben die Probekörper eine prismatische Grundfläche. Der Versuch erfolgt lastgesteuert bei einer Laststeigerungsrate von  $2400 \text{ N s}^{-1}$  bis zum Versagen in Form von einem Kraftabfall von 10 % gegenüber der maximal gemessenen Last.

#### Betone

Für Betone werden sowohl der E - Modul als auch die Druckfestigkeit versuchstechnisch ermittelt. Hierbei sind neben dem reinen Kraftwert auch die Stauchungen des Probekörpers aufzuzeichnen, da hieraus die erforderlichen Dehnungen ermittelt werden.

Die Bestimmung des anfänglichen und stabilisierten E - Moduls unter Druckbelastung erfolgt nach DIN EN 12390 - 13: 2014 – 6: Prüfung von Festbeton - Teil 13: Bestimmung des Elastizitätsmoduls unter Druckbelastung (Sekantenmodul) (DIN EN 12390-13, 2014) an Prismen oder Zylindern, vorzugsweise letztere mit einem Nennmaß von 150 mm, die zentrisch zwischen zwei Druckplatten einzusetzen sind, nachdem diese mit mindestens zwei Dehnungsmessstreifen (DMS) instrumentalisiert worden sind.

Voraussetzung für die Versuchsdurchführung ist die Kenntnis eines minimalen Grenzwertes für die Druckfestigkeit des untersuchten Betons. Dabei werden zunächst, nach einer Vorbelastung drei Vorbelastungszyklen mit einer Spannungsrate von  $0,6 \text{ MPa s}^{-1}$  auf die untere Prüfspannung gefahren, wobei jeder Zyklus von Belastung und Entlastung maximal 20 s dauern darf. Während der Entlastungsphase sind die DMS jeweils zu nullen und die Dehnungen dürfen zwischen der zweiten und dritten Messung um nicht mehr als 10 % voneinander abweichen. Nach einer Pause von 60 s wird die Spannung erneut gesteigert, damit ist die Berechnung von  $\varepsilon_{0,b,n}$  als mittlere Dehnung der unteren Prüfspannung möglich. Es folgen dann drei Belastungszyklen mit einer Spannungsrate von  $0,6 \text{ MPa s}^{-1}$  auf die obere Prüfspannung, deren Wert sich aus der Druckfestigkeit des Betons nach ergibt. Wiederum wird jeder Zyklus längstens 20 s gehalten. Die Dehnungen  $\varepsilon_{0,a,1}$  und  $\varepsilon_{0,a,3}$  werden während des ersten und dritten Belastungszykluses ermittelt, die mittlere Dehnung  $\varepsilon_{0,b,2}$  während der Entlastung nach dem zweiten Zyklus.

Für die Ermittlung des stabilisierten E - Modul werden nur drei Belastungszyklen durchgeführt. Der Versuch entspricht weitestgehend dem Versuch des anfänglichen E - Moduls.

Die Ermittlung der Druckfestigkeit erfolgt nach DIN EN 12390 - 3 :2009 - 7 an den möglichen Probekörpergeometrien. Zu beachten ist hierbei die Belastungsrichtung der Probekörper, da diese, bei den quaderförmigen Geometrien, senkrecht zur Betonierichtung zu belasten sind. Der Versuch erfolgt ebenfalls lastgesteuert mit einer Spannungsrate von  $0,6 \text{ MPa s}^{-1}$  bis zum Versagen in Form von einem Kraftabfall von 10 % gegenüber der maximal gemessenen Last.

### **Wärmedämmstoffe**

Die meisten Wärmedämmstoffe nach DIN 4108 - 10: 2015 - 12 werden hinsichtlich ihres E - Moduls und ihrer Druckfestigkeit nach DIN EN 826: 2013 - 5: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung des Verhaltens bei Druckbeanspruchung (DIN EN 826, 2013) geprüft.

Dabei werden beide Materialkennwerte mittels eines Versuchs bis zum Versagen des Werkstoffs ermittelt. Die Probekörperabmessungen unterscheiden sich dabei hinsichtlich ihrer Materialität. Gemein ist allen Dämmstoffen, dass die Probekörper einen quaderförmigen Aufbau haben.

Die Prüfung erfolgt weggesteuert mit einer Wegrade von  $0,1 \text{ d s}^{-1}$  und damit in Abhängigkeit der Dämmstoffdicke  $d$ . Die Prüfung startet nach dem Aufbringen einer Vorlast von 50 Pa bis 250 Pa je nach erwarteter Materialsteifigkeit und wird bei 10 % Stauchung gegenüber dem Ausgangszustand oder bei Versagen des Materials beendet.

### **Schäume**

Für die Schäume gelten ähnliche Bedingungen, wie für die Wärmedämmstoffe, da auch hier alle Materialkennwerte unter Druck im Rahmen eines Versuchs ermittelt werden. Die Belastungsrate sowie die Bedingungen für das Ende des Versuchs gemäß DIN EN ISO 844: 2014 - 11: Harte Schaumstoffe – Bestimmung der Druckeigenschaften (DIN EN ISO 844, 2014) sind identisch, lediglich die Probekörpergeometrie ist quaderförmig mit den Abmessungen 100 mm x 100 mm x 50mm und die Beschaffenheit der Druckplatten wird genauer definiert:

- die untere Druckplatte ist starr,
- die obere Druckplatte ist gelenkig.

### **Sandwichelemente**

Der E - Modul und die Druckfestigkeit des Kernwerkstoffes eines Sandwichelementes mit metallischen Deckschichten unter Druckbelastung wird nach DIN EN 14509: 2013 - 12: Selbsttragende Sandwich – Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte - Spezifikationen (DIN EN 14509, 2013) Abschnitt A.2.5.2 bestimmt.

Dabei erfolgen an einem, aus dem Sandwichelemente herausgeschnittenen Probekörper ein uniaxialer Druckversuch, bei dem Kraft und Weg aufgezeichnet werden. Aus dem ursprünglichen Probekörperquerschnitt, der Bruchlast, der Dicke des Kernmaterials sowie der gemessenen Verschiebungen der Traverse wird der E - Modul ermittelt. Die Druckfestigkeit wird entsprechend Abschnitt A.2.5.1 aus der Versagenslast sowie der ursprünglichen Querschnittsfläche bestimmt.

### **Zusammenfassung**

Im Anhang A.1.1 sind alle Probekörperformen, Versuchsabläufe und die zugehörige Norm für die bisher diskutierten Materialien unter Druckbelastung zusammengefasst.

## **2.3.4 Zug – Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit**

Uniaxiale Zugversuche als die direkteste Methode zur Ermittlung von zugabhängigen Materialparametern werden normativ nur im Bereich der Wärmedämmstoffe und Schäume geregelt. Bei Zementen und Betone werden normativ indirekte Versuche, wie Spaltzug- und Biegezugversuche, zur Ermittlung der Zugfestigkeit herangezogen. Somit verhält es sich bei den zementösen Stoffen genau umgekehrt zu den metallischen Werkstoffen, die tendenziell eher auf Zug untersucht und damit beschrieben werden, als unter Druckbelastung.

### **Betone**

Für Betone gibt es neben den Ersatzversuchen über die Spalt- oder Biegezugfestigkeit eine vom *VDZ* im sogenannten Zementtaschenbuch (VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V., 2002) eine Empfehlung für uniaxiale Zugversuche. Der dort beschriebene Probekörper ist ein Zylinder mit einem Durchmesser von 150 mm, der im mittleren Bereich über eine Länge von 300 mm verjüngt ist. Weitere Spezifikationen finden sich nicht hierzu. Auch in der Literatur wird sehr häufig auf die Spaltzugfestigkeit zur Ermittlung der Zugfestigkeit von Beton verwiesen. Einzig bei FITIK, 2012 finden sich Versuche mit ultrahochfestem Beton (UHPC) an sogenannten Schulterstäben.

### Wärmedämmstoffe

Bei den Wärmedämmstoffen werden, aufgrund des oftmals geschichteten oder kaschierten Aufbaus, Zugversuche in und quer zur Plattenebene durchgeführt und daher auch unterschiedliche Materialkennwerte ermittelt.

Uniaxiale Versuche senkrecht zur Plattenebene erfolgen nach DIN EN 1607: 2013 - 5: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Zugfestigkeit senkrecht zur Plattenebene (DIN EN 1607, 2013), die das Prüfverfahren verschiedener Materialien beschreibt und worauf in den jeweiligen Produktnormen verwiesen wird.

Die Werkstoffe werden zentrisch in die Prüfmaschine eingelegt und mittels Klebeschicht mit den Prüfplatten starr verbunden. Die Versuche werden weggesteuert mit einer Rate von  $10 \text{ mm min}^{-1}$  bis zum kohäsiven Versagen des Probekörpers gefahren.

DIN EN 1608: 2013 - 5: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Zugfestigkeit in Plattenebene (DIN EN 1608, 2013) regelt die uniaxiale Zugprüfung von Wärmedämmstoffen parallel zur Plattenebene. Hierbei werden aus einer Platte zunächst die Probekörper herausgeschnitten und anschließend in die Zugvorrichtung eingeklemmt. Darüber hinaus sind die Prüfungsrandbedingungen identisch zu DIN EN 1607: 2013 - 5.

### Schäume

BS ISO 1926: 2010 - 1: Rigid cellular plastics. Determination of tensile properties (BS ISO 1926, 2010) regelt die Ermittlung der uniaxialen Zugfestigkeit harter Schaumstoffe.

Wichtig ist bei der Probekörperauswahl, dass die Zellgröße der Schaumpartikel in einem vernünftigen Verhältnis zur Probekörpergeometrie steht. Bei den Schulterstäben wird der planparallele Bereich mit 100 mm angegeben, innerhalb dem ein Messstreifen oder Extensiometer mit einer Breite von 50 mm anzubringen ist. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt  $5 \text{ mm min}^{-1}$ .

Weich - elastische polymere Schaumstoffe werden zur Ermittlung der Materialparameter unter uniaxialer Zugbeanspruchung nach DIN EN ISO 1798: 2008 - 4: Weich – elastische polymere Schaumstoffe – Bestimmung der Zugfestigkeit und der Bruchdehnung (DIN EN ISO 1798, 2008) oder nach ASTM D3574: 2016 - 11: Standard Test Methods for Flexible Cellular Materials -Slab Bonded and Molded Urethane Foams (ASTM D3574-17, 2016) geprüft. Die Probekörperdicke beträgt 10 mm bis 15 mm bzw. nach ASTM D3574: 2016 - 11 20 mm bis 25 mm. In beiden Fällen beträgt und die Prüfgeschwindigkeit  $500 \text{ mm min}^{-1}$ .

Für Polystyrolschaum ist die Probekörpergeometrie in ASTM D638: 2014 - 12: Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics (ASTM D638-14, 2014) geregelt. Diese Probekörper müssen aus Polystyrolplatten

herausgeschnitten werden bei einer maximalen Probekörperdicke von 7 mm. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt  $5,08 \text{ mm min}^{-1}$ .

### **Sandwichelemente**

Der E- Modul des Kernwerkstoffes unter Zugbelastung bei Sandwichelementen wird nach DIN EN 14509: 2013 - 12 Abschnitt A.1.5.2 bestimmt.

Dabei erfolgen an einem, aus dem Sandwichelemente herausgeschnittenen Probekörper ein uniaxialer Zugversuch, bei dem Kraft und Weg aufgezeichnet werden. Aus dem ursprünglichen Probekörperquerschnitt, der Bruchlast, der Dicke des Kernmaterials sowie der gemessenen Verschiebungen der Traverse wird der E - Modul ermittelt. Die Zugfestigkeit wird entsprechend Abschnitt A.1.5.1 aus der Versagenslast sowie der ursprünglichen Querschnittsfläche berechnet.

## **2.3.5 Schubmodul und Schubfestigkeit**

### **Zemente**

Zemente selbst werden nicht bezüglich ihrer schubspezifischen Materialparameter untersucht. Für Putze und Mauermörtel gibt es ein Verfahren, bei dem ein prismatischer Probekörper als Träger auf zwei Stützen auf zwei metallischen Auflagerbänken liegt. Über einen Druckstempel mit einer Grundfläche von  $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$  wird eine Kraft aufgebracht und aufgezeichnet. Die beiden Scherflächen haben ebenfalls die Maße  $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ . Darüber wird über die aufgebrachte Kraft die Schubfestigkeit ermittelt.

### **Betone**

Auch hier die Ermittlung von Schubmodul und Schubfestigkeit nicht normativ geregelt. Einzig in einem alten Aufsatz von MÖRSCH, 1904 werden verschiedene Möglichkeiten der versuchstechnischen Ermittlung der Schubfestigkeit von Beton vorgestellt. Dabei werden einmal Zylinder mit beidseitig sechseckigen Köpfen einer Torsionsbeanspruchung unterzogen. Ein weiteres Verfahren ist die sogenannte Martens´sche Druckpresse, bei der, ähnlich wie bei den Putz- und Mauermörteln, ein Prisma auf zwei Stützen durch einen breiten Druckstempel belastet wird, bis ein Schubriss entlang der Flucht zwischen Druckstempel und Auflager über den Querschnitt eintritt.

### **Dämmstoffe**

Die Bestimmung der Schubfestigkeit von Dämmstoffen erfolgt nach DIN EN 12090:2013 - 6: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung des

Verhaltens bei Scherbeanspruchung (DIN EN 12090, 2013). Dabei wird der Probekörper zwischen zwei Haltevorrichtungen mit einer Länge von 250 mm und einer Breite von 50 mm eingeklebt. Eine Haltevorrichtung wird dann in vertikaler Richtung mit einer Prüfgeschwindigkeit von  $3 \text{ mm min}^{-1}$  bewegt.

Die Schubfestigkeit wird dann aus der aufgebrachten Kraft und der zur Krafrichtung parallelen Bruchfläche ermittelt. Der Schubmodul wird aus der Tangentensteigung im Kraft - Weg - Diagramm berechnet.

### **Schäume**

Bei Hartschaumstoffen erfolgt die Bestimmung der Schubfestigkeit nach BS ISO 1922: 2018 - 9: Rigid cellular plastics. Determination of shear properties (BS ISO 1922, 2018). Dabei wird, ähnlich wie bei den Dämmstoffen nach DIN EN 12090: 2013 - 6, der Probekörper zwischen zwei Platten eingeklebt, die anschließend mit einer Prüfgeschwindigkeit von 0,5 mm bis 1,5 mm vertikal gegeneinander verschoben werden.

Für einen zementösen Schaum ist in TONYAN & GIBSON, 1992 ein Verfahren mittels 3 - Punkt - Biegung an prismatischen Probekörpern der Abmessungen 51 mm x 51 mm x 203 mm dargestellt. Dabei wird der Probekörper mit zwei metallischen Deckschichten von 0,1 mm Dicke verklebt und so belastet, dass es zu einem Schubversagen im Kern kommt. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt  $1 \text{ mm min}^{-1}$ . Aus der Querschnittsfläche sowie den aufgezeichneten Verformungen werden dann die Schubfestigkeit sowie der Schubmodul berechnet.

### **Sandwichelemente**

Nach dem gleichen Muster werden auch nach DIN EN 14509 : 2013 – 12 die Schubfestigkeit und der Schubmodul von selbsttragenden Sandwichelementen mit beidseitigen Metalldeckschichten ermittelt.

Hauptunterschied ist die Belastungsanordnung in einem 4 – Punkt – Biegeversuch mit einer Lastanordnung in den Drittelpunkten anstelle eines 3 – Punkt – Biegeversuchs. Die Stützweite soll so gewählt werden, dass ein Schubversagen im Kern auftritt, das nach einer Prüfzeit von einer bis fünf Minuten eintritt.

Die Ermittlung der Schubkenngrößen wird in Kapitel 3.5 näher erläutert.

## **2.3.6 Statistische Methoden**

Statisch-konstruktive Bauelemente müssen eine ausreichende Sicherheit für das Leben der sie nutzenden Menschen bieten. Die getroffenen Annahmen in Planung und Bemessung unterliegen dabei statistischen Unsicherheiten, wie zum Beispiel im Hinblick auf die



Materialgüte und der daraus resultierenden Materialeigenschaften wie Festigkeiten. Diese Unsicherheiten werden durch das semi-probabilistische Teilsicherheitskonzept nach DIN EN 1990: 2010–12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung (DIN EN 1990, 2010) berücksichtigt. Durch die Formulierung verschiedener Grenzzustände durch Grenzzustandsfunktionen, bei deren Überschreitung sich ein bestimmtes Versagen einstellt, lassen sich Versagenswahrscheinlichkeiten berechnen, sofern durch statistische Erhebungen fundierte stochastische Modelle von Basisvariablen auf der Einwirkungs- und auf der Widerstandsseite vorliegen. Dabei sind diese Basisvariablen Zufallsgrößen, die um ein gewisses Maß um ihren Mittelwert streuen. Für die Ermittlung der Zufallsgrößen bzw. deren Verteilung bedarf es einer Verteilungsfunktion und statistische Parameter wie Mittelwert, Standardabweichung und Variationskoeffizient.

Die Zufallsgrößen für Bauteilwiderstände werden bspw. aus Versuchen zur Ermittlung von Festigkeiten gewonnen. Für eine Bewertung der Zuverlässigkeit von Versuchsergebnissen stehen im Rahmen von statistischen Auswerteverfahren verschiedene Verteilungsfunktionen zur Verfügung. Viele Baustoffnormen beziehen sich bei der Auswertung von Versuchsergebnissen zur Ermittlung mechanischer Kennwerte auf den Anhang D von DIN EN 1990: 2010–12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung (DIN EN 1990, 2010). Darin werden als Verteilungsfunktionen die Normalverteilung nach Gauß und die logarithmierte Normalverteilung zur Bestimmung der charakteristischen Materialkennwerte angewandt. Auf Grundlage des Bayes'schen Verfahrens und der über die Stichprobe geschätzten statistischen Parameter werden die sogenannten 5 % - Quantilwerte berechnet. Unter Umständen ist bei der Normalverteilung die Tatsache problematisch, dass sie negative Werte annehmen kann, was für Festigkeiten und andere Größen keinen Sinn ergäbe. Das Risiko für negative Basisvariablen steigt mit der Größe des Variationskoeffizienten bzw. mit der Reduzierung des Stichprobenumfangs. In diesen Fällen ist es sinnvoll und wird auch so in der Norm empfohlen, auf die logarithmierte Normalverteilung auszuweichen (DIN EN 1990, 2010), die eine stete Verteilung über die Menge der positiven reellen Zahlen ist. Für den spröden Werkstoff Glas werden Versuchsergebnisse zur Ermittlung der Biegezugfestigkeit nach der Verteilungsfunktion von Weibull ausgewertet. Aufgrund des zu erwartenden spröden Materialverhaltens von mineralisiertem Schaum wird die zweiparametrische Weibullverteilung ebenfalls betrachtet. Im Gegensatz zur Normal- und logarithmierten Normalverteilung handelt es sich bei dieser Verteilungsfunktion um eine Extremwertverteilung mit den beiden Parametern für Form und Lage. Für die Lebensdaueruntersuchung an spröden Werkstoffen hat die Weibullverteilung neben Glas auch bei anderen Werkstoffen des Bauwesens Verwendung. Die Wahrscheinlichkeit für ein alterungsbedingtes Versagen kann auf grafischem Weg mit dem Weibull – Wahrscheinlichkeitspapier ermittelt werden.

Auf der Basis von SACHS & HEDDERICH, 2006 werden die grundlegenden Formeln und Zusammenhänge zur Definition obiger Verteilungsfunktionen sowie der Berechnung des Bestimmtheitsmaßes zusammengefasst.

Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  beschreibt die Abweichung zwischen den einzelnen Versuchsergebnissen und einer Regressionsgeraden. Die nachfolgenden Verteilungsfunktionen sind dann geeignet für die jeweilige Versuchsserie, wenn die Versuchseinzelwerte durch eine lineare Regression angepasst werden können. Das Bestimmtheitsmaß berechnet sich zu:

$$R^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.3)$$

### Normalverteilung

Für die Standardnormalverteilung ergibt sich die Verteilungsfunktion zu:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{t-\mu}{\sigma} \right)^2} dt \quad (2.4)$$

Die Verteilungsdichte beträgt:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad (2.5)$$

Der Mittelwert  $\mu$  (auch als Erwartungswert bezeichnet) wird berechnet nach:

$$\mu = \tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (2.6)$$

Die Standardabweichung  $\sigma$  berechnet sich zu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2.7)$$

Zur Erstellung des Wahrscheinlichkeitsnetzes bedarf es einer Linearisierung der  $y$  – Achse. Diese ergibt sich damit zu:

$$\begin{aligned}\hat{x} &= x \\ \hat{y} &= F^{-1}\end{aligned}\quad (2.8)$$

### Logarithmierte Normalverteilung

Verteilungsfunktion und Dichtefunktion der logarithmischen Normalverteilung lauten:

$$F_{LN}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{t} \cdot e^{-\left(\frac{1}{2} \frac{(\ln(t)-\mu)^2}{\sigma^2}\right)} dt & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

$$f_{LN}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma \cdot x \cdot \sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\left(\frac{1}{2} \frac{(\ln(x)-\mu)^2}{\sigma^2}\right)} dt & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Der Mittelwert logarithmiert ergibt sich zu:

$$\mu_{LN} = \frac{1}{n} \cdot \sum \ln(x_i) \quad (2.11)$$

Und die Standardabweichung beträgt:

$$\sigma_{LN} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum (\ln(x_i) - \mu_{LN})^2} \quad (2.12)$$

Die Laufgrößen für das Wahrscheinlichkeitsnetz betragen:

$$\begin{aligned}\hat{x} &= \ln(x) \\ \hat{y} &= F^{-1}\end{aligned}\quad (2.13)$$

### Zweiparametrische Weibullverteilung

Für die zweiparametrische Weibullverteilung lautet die Verteilungsfunktion:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad (2.14)$$

Die Dichtefunktion ermittelt sich nach:

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{(\beta-1)} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad (2.15)$$

Als lineare Transformation für das Wahrscheinlichkeitsnetz gilt:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \ln(x) \\ \hat{y} &= \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P}\right)\right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$P$  ist dabei die Schätzfunktion der Häufigkeitsverteilung, über die auch die kumulative Ausfallwahrscheinlichkeit eines jeden Versuchswertes bestimmt werden kann. Da der Probenumfang im Rahmen dieser Arbeit stets unter 50 Einzelwerten liegt, wird als Schätzfunktion nachfolgend die nach Bernard (SCHNEIDER et al., 2016) gewählt:

$$P = \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \quad (2.17)$$

Zur Ermittlung der Parameter der Weibullverteilung als Schätzwert bedarf es der Geradengleichung der Regressionsgeraden:

$$y = -\beta \cdot \ln(\alpha) + \beta \cdot x \quad (2.18)$$

Somit lassen sich der Skalenparameter  $\alpha$  und der Formparameter  $\beta$  berechnen zu:

$$\begin{aligned} \beta &= m \\ \alpha &= e^{-\frac{a}{m}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Damit lassen sich dann final die Verteilungs- und Dichtefunktionen berechnen.

### 5 % - Quantilwert

Mit Hilfe der Verteilungsfunktion wird der sogenannte 5 % - Quantilwert bestimmt, der eine untere Grenze von Widerständen eines Materials darstellt, die nur in 5 % aller Fälle unterschritten wird. Der Wert kann aus der Verteilungsfunktion graphisch ermittelt und herausgelesen werden, wobei sich stets eine direkte Berechnung empfiehlt.

Für diese Berechnung wird das Konfidenzintervall  $C$  benötigt, das eine Art Prognosewert für die ermittelte Regressionsgerade darstellt. Die Berechnung erfolgt nach:

$$C = t_{l;n-2} \cdot s_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x - \tilde{x})^2}{\sum (x - \tilde{x})^2}} \quad (2.20)$$

Dabei wird für die Berechnung das Quantil der sogenannten Student – Verteilung  $t_{l;n-2}$  sowie der Standardfehler des Schätzwerte  $s_e$  benötigt. Das Quantil der Student – Verteilung wird für eine einseitige Abgrenzung  $l = 1 - \alpha$  und einer Aussagewahrscheinlichkeit von 95 % gewählt.

Die obere und untere Grenze des Vertrauensbereichs ergeben sich aus der Regressionsgeraden und der Addition und Subtraktion des Konfidenzintervalls zu:

$$y_c = a + m \cdot x \pm C \quad (2.21)$$

## 2.4 Sandwichbauweisen und Sandwichtheorien

### 2.4.1 Definition und Einteilung von Sandwichelementen

Bauteile mit mehreren Schichten werden umgangssprachlich als Laminatbauteile, im Falle von dicken Schichten in der Elementmitte, als Sandwichelemente bezeichnet (vgl. WIEDEMANN, 2007). Der Begriff Sandwich leitet sich dabei vom Sandwichbrot ab, bei dem mehrere Schichten mit unterschiedlichen Eigenschaften aufeinander geschichtet werden (STAMM & WITTE, 1974). Meistens werden, wenn von einem Sandwichelement gesprochen wird, dreischichtige Aufbauten assoziiert, die einen Schichtaufbau haben, der ihrem angestrebtem Trageverhalten mit dehnsteifen Deckschichten an den Rändern und einem schubweichen Kern in der Mitte, entspricht. Dadurch haben Sandwichelemente neben dem Tragverhalten gemäß STAMM & WITTE, 1974 auch weitere Vorteile. Die meist weichen und leichten Materialien im Kern bringen bauphysikalisch vorteilhafte Eigeieten mit sich. Sie übertragen den Schall weniger gut als dichte, schwere Wand- und Dachbaustoffe und fungieren in den meisten Fällen auch als Wärmedämmstoffe, so dass Sandwichelemente neben der Tragwirkung auch als gedämmter Gebäudeabschluss fungieren. Was bei herkömmlichen Außenwänden oder Dachdecken aus Beton meist in zwei Schichten (tragende Betonschicht und davorliegende Dämmschicht) gelöst werden muss, kann beim Sandwichelement also in einem Bauteil vereint werden. Darüber hinaus können bei entsprechender Vorplanung gewissen Sparten in dicken Deckschichten

integriert werden, so dass bestenfalls auch die Installationsebene in gewissen Bereichen reduziert werden kann.

Eine Übersicht der möglichen Konfigurationen zeigt Abbildung 2.11.

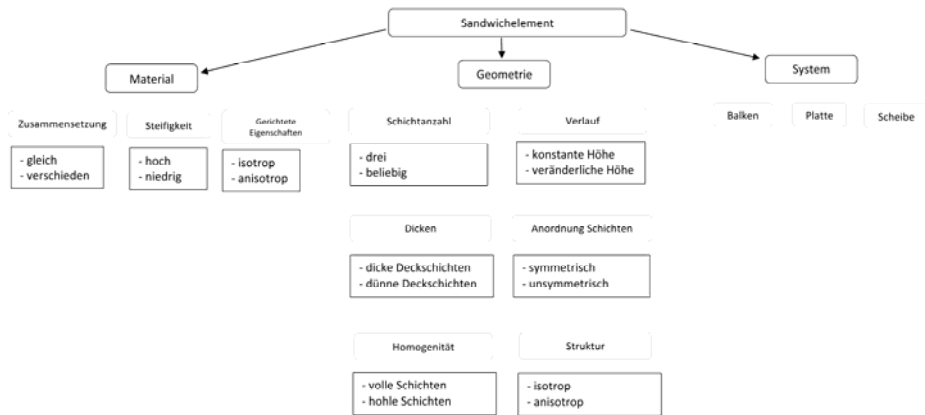


Abbildung 2.11 Unterscheidungssystematik von Sandwichelementen

## 2.4.2 Konstruktion und Tragverhalten

Das Biegetragverhalten eines Bauteils wird entscheidend von dessen Biegesteifigkeit beeinflusst, die wiederum von der Geometrie des Querschnitts, im Wesentlichen hier von der Querschnittsdicke (Flächenträgheitsmoment) und den Materialeigenschaften der verwendeten Werkstoffe (E - Modul) abhängt. Beim Sandwichelement wie bei allen Laminatbauteilen kommt noch das Zusammenwirken der verschiedenen Schichten entscheidend hinzu. Jede Schicht für sich gesehen hat dabei oftmals eine geringere Tragfähigkeit als der Gesamtquerschnitt. Dies kann gut an den klassischen Sandwichelementen mit dünnen Deckschichten aus Metall und einem Kern aus Polyurethanschaum veranschaulicht werden. Die Deckschichten sind trotz eines normalerweise großen E - Moduls so dünn, dass sie keine nennenswerte Biegesteifigkeit besitzen. Dafür ist die Kernschicht normalerweise deutlich dicker, besitzt aber einen sehr kleinen E - Modul und somit insgesamt auch keine hohe Biegesteifigkeit. Legt man die Schichten ohne Verbund einfach lose aufeinander, wirken diese auf Biegung als einzelne Balken bzw. Platten mit entsprechend geringer Tragfähigkeit und großen Verformungen. Werden die Schichten nun starr miteinander verbunden, ändern sich, im Vergleich zu der Betrachtung als Einzelschicht, zwar nicht die Materialparameter, aber es entsteht eine andere Spannungsverteilung: der Kern fungiert als Abstandshalter zwischen den Deckschichten mit ihrem hohen E - Modul. Es bildet sich im Zusammenschluss ein Kräftepaar mit Druckkräften in einer und Zugkräften in der anderen Deckschicht aufgrund

der nun über die gesamte Querschnittshöhe vorhandenen Dehnungsverteilung. Der innere Hebelarm und daraus abgeleitet das aufnehmbare Moment ist somit größer als bei der Betrachtung ohne Verbund. Man spricht hier von der sogenannten Sandwichtragwirkung unabhängig von der Querschnittsdicke der Deckschichten. Besitzen diese hingegen, aufgrund einer größeren Querschnittshöhe, eine, bezogen auf die Sandwichbiegesteifigkeit, relevante Eigenbiegesteifigkeit (vgl. Kapitel 5.5.1), überlagern sich der Lastabtrag der dicken Deckschicht mit der Sandwichtragwirkung des gesamten Elementes.

Entscheidenden Einfluss auf die in allen Fällen vorhandene Sandwichtragwirkung hat neben der Verbundfestigkeit zwischen den Schichten die Schubsteifigkeit des Kerns. Abbildung 2.12 zeigt den Einfluss hierzu. Besitzt der Kern eine so hohe Schubsteifigkeit, dass von einer schubstarrten Kernschicht gesprochen werden kann, findet eine vollständige Dehnungsverteilung über den Querschnitt hinweg statt. Besitzt der Kern keine Schubsteifigkeit, tragen die beiden Deckschichten als zwei lose Balken ab. Das tatsächliche Tragverhalten liegt bei Sandwichelementen üblicherweise in der Mitte dieser beiden Grenzfälle.



Abbildung 2.12 Einfluss der Schubsteifigkeit auf die Tragwirkung eines dreischichtigen Bauteils

Die Deckschichten sind aufgrund ihrer randfasernahen Lage hauptsächlich für den Abtrag des Biegemoments verantwortlich und die Kernschicht dient als Kopplung zwischen den beiden. Dafür wird im Kern entsprechend seiner oben erwähnten Schubsteifigkeit die Querkraft eines biegebeanspruchten Bauteils abgetragen. Dieses Tragprinzip erinnert an die Tragweise eines Doppel - T - Profils, wie es im Stahlbau eingesetzt wird (WIEDEMANN, 2007). Die Idee davon ist, steife Teilquerschnitte weit außerhalb des Gesamtschwerpunkts zu positionieren und darüber die Biegenormalspannungen abzutragen. Über den dünnen, mit der Querschnittsschwereachse deckungsgleich liegenden Steg werden hingegen hauptsächlich die Schubspannungen abgetragen und Gewicht im Vergleich zu einem Rechteckquerschnitt eingespart. Der Unterschied zwischen Sandwichelement und Doppel - T - Profil ist, dass die Biegesteifigkeit beim Sandwichelement durch gezielte Verteilung der Werkstoffeigenschaften (E - Modul) im Querschnitt erreicht wird. Beim Doppel - T - Profil wird hingegen das Flächenträgheitsmoment, also der andere Anteil der Biegesteifigkeit, optimiert. Als Resultat haben aber beide Bauweisen eine ähnliche

Tragfähigkeit bzw. Steifigkeit bei geringerem Eigengewicht, als entsprechende Vollquerschnitte mit nur einem Werkstoff. Weitere Beispiele des Massivbaus sind Plattenbalken und Hohlkästen im Brückenbau.

Von großer Bedeutung beim Einsatz von Sandwichelementen ist auch die Kenntnis über deren mögliche Versagensarten. Aufgrund der oben beschriebenen Tragwirkung von Sandwichelementen können diese entweder innerhalb der Deckschichten durch Überschreiten der Druck- oder Zugfestigkeiten der in den Deckschichten verwendeten Materialien versagen. Zusätzlich kann in der unter Druckspannungen stehenden Deckschicht ein Stabilitätsversagen durch Überschreitung der sogenannten Knitterspannung eintreten. Dabei entsteht eine Knitterfalte in der Deckschicht, die sich in die Kernschicht eindrückt. Das Kernmaterial selbst kann ebenso versagen durch Schubbruch. Weiterhin kann das Versagen auch in der Verbundfuge durch Delamination auftreten. Abschließend sei noch das Eindringen des Auflagerbereichs als mögliche Versagensart genannt (vgl. LANGE & BERNER, 2010).

### 2.4.3 Mechanische Grundlagen der Sandwichtheorien

Im Rahmen von analytischen Lösungen wird in verschiedenen Berechnungsverfahren das tatsächliche Verhalten eines Systems idealisiert und rechnerisch abgebildet. Dies kann in Form von Randwertaufgaben erfolgen. Dabei werden die äußeren Belastungen mit den inneren Spannungen und den Verschiebungen und Verzerrungen ins Gleichgewicht gesetzt und unter Berücksichtigung von Randbedingungen gelöst (Abbildung 2.13).



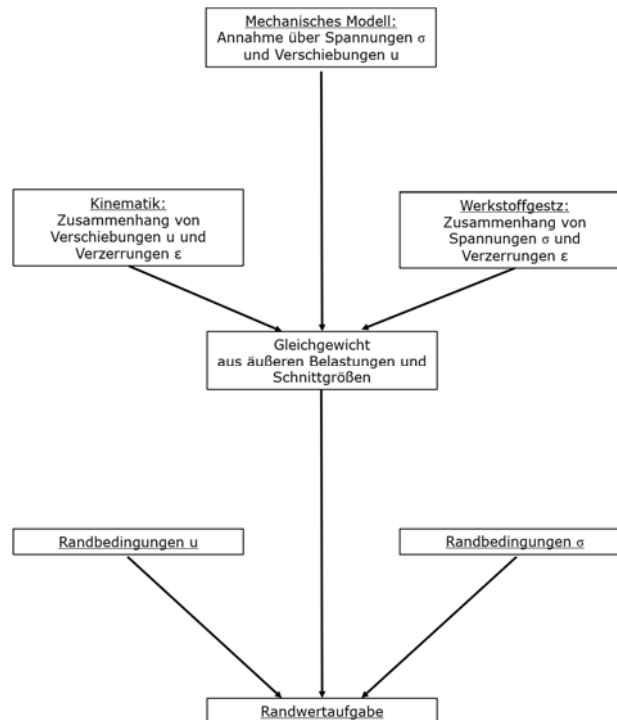


Abbildung 2.13 Vorgehen bei Randwertaufgaben nach ALTENBACH et al., 2016

### Klassifizierung von Tragwerken und ihre Berechnungstheorien

Bei den mechanischen Körpern wird zwischen 3D – Elementen, 2D – Elementen und 1D – Elementen unterschieden. Beim zweidimensionalen Flächenelement ist die Elementdicke deutlich geringer als die beiden anderen Abmessungen. Wesentlich von Bedeutung für die Beschreibung ist die Lage der Elementmittelebene, wobei diese nicht nur eben, sondern auch gekrümmt sein kann. Im ebenen Fall spricht man in Abhängigkeit der Belastungsrichtung von Scheiben und Platten, im gekrümmten Fall von Schalen. Bei den Scheiben wirken alle Kräfte in der Mittelebene, sie werden ausschließlich verzerrt. Bei Platten wirken die Belastungen orthogonal zur Mittelebene und es entstehen Biege- und je nach Auflagerwirkung Drillmomente sowie Querkräfte in Plattendickenrichtung. Schalen erfahren alle inneren Kräfte und Momente der Scheiben und Plattenbeanspruchung entsprechend Abbildung 2.14

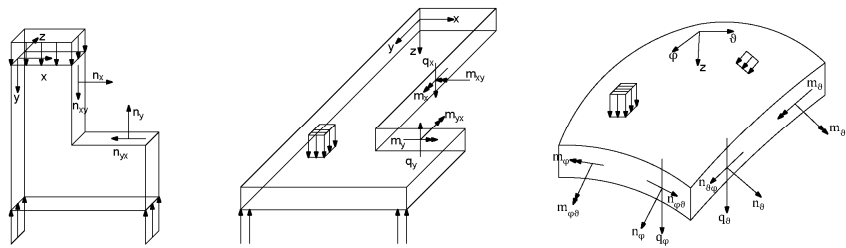


Abbildung 2.14 Übersicht der Flächentragwerke nach ALTENBACH et al., 2016

Eindimensionale Linienelemente haben eine Hauptorientierungsrichtung und werden durch die Stabachse und den im Verhältnis dazu deutlich kleinerer Querschnitt definiert. Die Belastung kann bei reinen Stäben und sogenannten Wellen in Richtung der Stablängsachse sowie bei Balken quer dazu erfolgen (Abbildung 2.15).

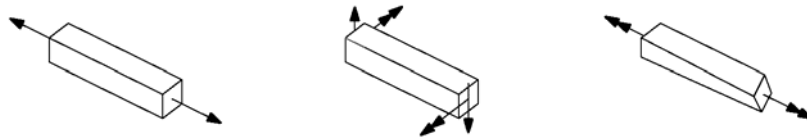


Abbildung 2.15 Übersicht der Linienelemente

Sandwichenelemente werden hauptsächlich auf Biegung, hervorgerufen durch eine äußere Querbelastung, beansprucht und verhalten sich daher als flächige Bauteile wie Platten, als stark längsorientiert Bauteile wie Balken.

Für die Berechnung von Bauteilen gibt es verschiedene Tragwerkstheorien (vgl. ALTENBACH et al., 2016). Besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Belastung und Verformung, erfolgt die Berechnung nach Theorie I. Ordnung am unverformten System (geometrische Linearität), die Verformungen bleiben dabei im Vergleich zu den Systemabmessungen sehr klein. Das Superpositionsprinzip ist gültig, allerdings nicht bei den Sandwichenelementen, bei denen Platten- und ggf. Scheibenbeanspruchungen nicht automatisch entkoppelt betrachtet werden können. Im Falle von kleinen Verformungen, die jedoch bei der Ermittlung der Schnittgrößen und Spannungen berücksichtigt werden müssen in der Art, dass die Gleichgewichtsbedingungen am (gering) verformten System aufgestellt werden müssen, spricht man von geometrischer Nichtlinearität und die Berechnung erfolgt nach Theorie II. Ordnung. Die Überlagerung verschiedener Lastfälle

innerhalb einer Berechnung ist nicht mehr möglich. Erleidet ein statisches System bauartbedingt (Seile) große Verformungen, werden die Schnittgrößen nach Theorie III. Ordnung am verformten System berechnet unter Berücksichtigung nichtlinearer Verschiebungsbeziehungen. Die Superposition gilt ebenfalls nicht.

Besteht zwischen den Spannungen und den Verzerrungen über das Materialgesetz ein linearer Zusammenhang, wie es das Hook'sche - Gesetz darstellt, so liegt physikalische Linearität vor. Im andern Fall spricht man von physikalischer Nichtlinearität, wie dies beispielsweise im Stahlbau bei hoher Laststeigerung über die Streckgrenze hinaus der Fall ist, wenn die Molekülketten beginnen, aneinander abzugleiten und der Werkstoff plastifiziert. Bei Beton liegt im Zustand II ebenfalls physikalische Nichtlinearität vor.

### Balken- und Plattentheorien

Bei den verschiedenen Sandwichtheorien, die sich explizit auf Berechnung von Balken beziehen, spielt die Berücksichtigung der Schubverformung im Balken die entscheidende Rolle.

Werden die Schubverformungen nicht berücksichtigt, die Gesamtverformung in Dickenrichtung also ausschließlich durch Biegung hervorgerufen (Abbildung 2.16), spricht man vom schubstarrten Balken nach *Euler - Bernoulli*.

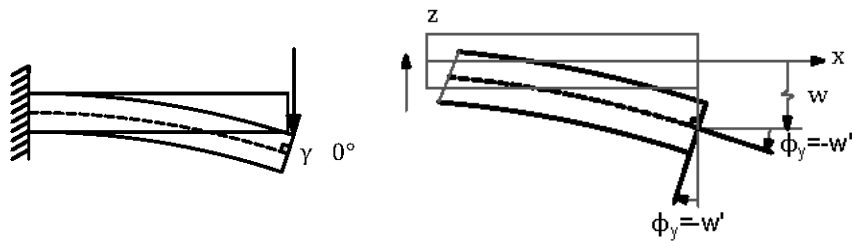


Abbildung 2.16 Verformungen des Euler – Bernoulli – Balkens in Anlehnung an ÖCHSNER, 2016

Die sogenannten Bernoulli - Hypothesen gelten:

- Bernoulli 1: Die Faser normal zur Mittelfläche ist im verformten Zustand verdreht um den Winkel  $\phi = -w'$ , bleibt aber eben.
- Bernoulli 2: Diese Faser bleibt auch normal zur Mittelebene.

Durch die Biegelinie sind somit sämtliche Punkte des Querschnitts im Balken bekannt. Die drei Grundgleichungen für die Kinematik, das Stoffgesetz und das Gleichgewicht lauten:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= -zw'' \\
 \sigma_x &= E\varepsilon_x \\
 \frac{dQ_z}{dx} &= -q_z
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Durch Überführen ineinander ergibt sich die Differentialgleichung der Biegelinie  $w$  und deren Ableitungen für das Biegemoment  $M$ , die Querkraft  $Q$  und die äußere Belastung  $q$  zu:

$$\begin{aligned}
 M_y &= -EI_y w'' \\
 Q_z &= -EI_y w''' \\
 q_z &= EI_y w^{IV}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Werden hingegen die Schubverformungen berücksichtigt, kommt also zur Biegeverformung auch noch die Schubverformung hinzu (Abbildung 2.17), spricht man vom schubweichen *Timoschenko - Balken*.

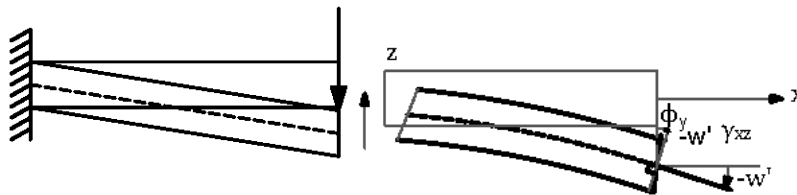


Abbildung 2.17 Verformungen des Timoschenko – Balkens nach ÖCHSNER, 2016

Bei den Bernoulli - Hypothesen gilt weiterhin die Annahmen vom Ebenbleiben des Querschnitts (Bernoulli 1), hingegen ist die Querschnittsfaser im verformten Zustand nicht länger senkrecht zur Mittelebene (Bernoulli 2 gilt nicht länger). Die Verdrehung  $\phi_y$  des Querschnitts setzt sich zusammen aus der Neigung der Stabachse  $-w'$  und der Gleitung  $\gamma_{xz}$ . Die Grundgleichungen lauten für die Kinematik, das Materialgesetz und das Gleichgewicht:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= z \frac{d\phi_y}{dx} \\
 \text{mit:} \\
 \phi_y &= -w' + \gamma_{xz}
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

$$\sigma_x = E\varepsilon_x; \tau_{xz} = G\gamma_{xy} \quad (2.25)$$

$$\frac{dQ_z}{dx} = -q_z \quad (2.26)$$

Die Differentialgleichung der Biegelinie des *Timoschenko - Balkens* lautet:

$$EI_y w^{IV} = q_z - \frac{EI_y}{k_s GA} q_z'' \quad (2.27)$$

Hierin ist der sogenannte Schubkorrekturfaktor  $k_s$  enthalten, der ein Verhältniswert der Schubfläche zur tatsächlichen Querschnittsfläche  $A$  ist und für eine gemittelte, konstante Schubspannungsverteilung bezogen auf einen kleineren Ersatzquerschnitt  $A_s$  im Vergleich zu eigentlichen Querschnittsfläche sorgt (Abbildung 2.18).

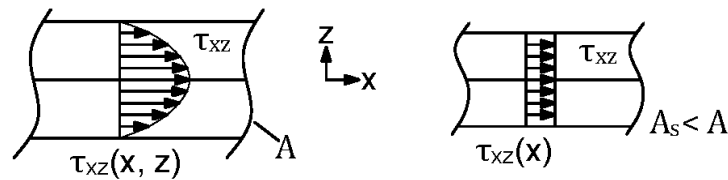


Abbildung 2.18 Vereinfachte Schubspannungsverteilung des Timoschenko – Balkens nach ÖCHSNER, 2016

Sollen die Schubspannungen realistischer ohne den Schubkorrekturfaktor abgebildet werden, bedarfs es Balkentheorien mit einer Berücksichtigung der Schubdeformation über Ansätze von höherer Ordnung. Neben einer Querschnittsverdrehung kommt es auch zu einer Verwölbung des Querschnitts gemäß Abbildung 2.19, wodurch keine Bernoulli – Hypothese mehr Gültigkeit besitzt.

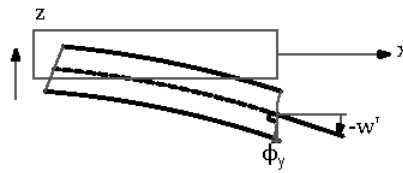


Abbildung 2.19 Verformungen des Balkenquerschnitts nach der höheren Schubdeformationstheorie nach ÖCHSNER, 2016

Allgemein ist das Verschiebungsfeld definiert als:

$$\begin{aligned} u_z(x, z) &= u_z(x) \\ u_x(x, z) &= \sum_{i=1}^n f(z^i) \theta_i(x) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Die Funktion  $\theta_i(x)$  beschreibt die Verformung.  $f(z^i)$  beschreibt dabei das Polynom, dessen Grad maßgebend für die Namensgebung der jeweiligen Schubdeformationstheorie ist. Beispielhaft sei der *Levinson – Balken* genannt, der eine Schubdeformation dritter Ordnung repräsentiert:

$$u_x(x, z) = z \phi_y(x) + z^3 \theta(x) \quad (2.29)$$

$\phi_y(x)$  beschreibt dabei die Verdrehung des Querschnitts an der neutralen Faser.

Mit der allgemeinen Beziehung für die Verzerrungen (Verzerrung ist die erste Ableitung der Verschiebung) ergibt sich:

$$\varepsilon_x(x, z) = z \frac{d\phi_y(x)}{dx} + z^3 \frac{d\theta(x)}{dx} \quad (2.30)$$

Der erste Term von Gleichung (2.30) beschreibt dabei den Anteil des *Timoshenko - Balkens*. Die Schubspannungen bzw. -verzerrungen müssen an den Balkenrändern verschwinden (vgl. Abbildung 2.18), so dass gelten muss:

$$\varepsilon_x(x, \pm \frac{h}{2}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z(x)}{\partial x} + \frac{\partial u_x(x, z)}{\partial z} \right) \doteq 0 \quad (2.31)$$

Für einen Rechteckquerschnitt ergibt sich für die Ableitung von Gleichung (2.29) an der Stelle  $z = \pm \frac{h}{2}$ :

$$\frac{\partial u_x(x, z)}{\partial z} = \phi_y(x) + \frac{3h^2}{4}\theta(x) \quad (2.32)$$

Aus Gleichung (2.30) wird daraus die Formfunktion  $\theta(x)$  ermittelt zu:

$$\theta(x) = -\frac{4}{3h^2} \left( \phi_y(x) + \frac{\partial u_z(x)}{\partial x} \right) \quad (2.33)$$

Somit können die Schubverzerrungen  $\gamma_{xz}$  berechnet werden zu:

$$\gamma_{xz}(x, z) = \frac{h^2 - 4z^2}{h^2} \left( \phi_y(x) + \frac{\partial u_z(x)}{\partial x} \right) \quad (2.34)$$

Für das Stoffgesetz und das Gleichgewicht gelten die Gleichungen des *Timoshenko – Balkens* entsprechend.

Die Differentialgleichung der Biegelinie unter der Annahme konstanter Material- und Geometrieigenschaften sowie unter der Annahme eines Rechteckquerschnitts des *Levinson – Balkens* lautet:

$$EI_y w^{IV} = q_z - \frac{6EI_y}{5GA} q_z'' \quad (2.35)$$

Für flächige Bauteile mit einer Belastung senkrecht zur Mittelebene bedarf es Ansätze in zwei Richtungen, die in verschiedenen Plattentheorien niedergeschrieben sind. Auch bei den flächigen Sandwichelementen ist die Berücksichtigung der Schubverformungen ein entscheidendes Kriterium. In Anlehnung an die Unterscheidung beim Balken können die Plattentheorien in Abhängigkeit der Plattendicke und der Größe der auftretenden Schubdeformationen nach ALTENBACH et al., 2016 kategorisiert werden:

- Membrane  $\frac{w}{h} \geq 5$
- Dünne Platten mit großen Durchbiegungen  $0,2 < \frac{w}{h} < 5$
- Dünne Platten mit kleinen Durchbiegungen  $0,2 > \frac{w}{h}$  und  $\frac{h}{\min(l_x, l_y)} < 0,1$
- Mitteldicke Platten  $\frac{h}{\min(l_x, l_y)} < 0,2$
- Dicke Platten  $\frac{h}{\min(l_x, l_y)} > 0,2$

Da bei Membrane die Biegesteifigkeiten ähnlich zu denen im Kern von Sandwichelementen komplett vernachlässigt werden, können keine Biegespannungen und damit auch keine Schubspannungen in Dickenrichtung auftreten. Für dünne Platten mit einer sehr großen Durchbiegung, kann die Membrantheorie angewandt werden. Für etwas dickere Platten kann die Theorie nach Kármán angewandt werden, bei der nun zusätzlich zu den Normalspannungen auch Schubspannungen auftreten. Platten mit geringeren Durchbiegungen als nach der Theorie von Kármán, werden mit der Kirchhoff'schen Plattentheorie gut abgebildet. Diese Theorie entspricht im zweidimensionalen Zustand der Theorie nach Euler – Bernoulli im eindimensionalen Zustand. Es wird angenommen, dass die Platte in Dickenrichtung dehn- und schubstarr ist, somit keine Gleitungen in Richtung der Plattendicke auftreten können. Bei dickeren Platten werden die Schubverformungen nicht vernachlässigt. Dies kann mit der Plattentheorie nach Reissner und Mindlin dargestellt werden und entspricht dem Timoschenko-Balken bei Stäben. Dies bedeutet, dass eine mittlere Gleitung konstant über die Querschnittsdicke angenommen wird. Sehr dicke Platten werden hingegen direkt als Volumenkörper modelliert unter Berücksichtigung aller Schubdeformationen entsprechend der gewählten Ansatzfunktion.

#### 2.4.4 Analytische und numerische Berechnungsverfahren

Aufgrund der Zusammensetzung von Sandwichelementen aus verschiedenen Materialien, die an den Grenzschichten im Falle des angestrebten Verbundes miteinander interagieren, können diese nicht wie monolithische Bauteile behandelt werden. Dabei gibt es für die verschiedenen Konfigurationen, Anwendungsbereiche und Grenzfallbetrachtungen eine Vielzahl an verschiedenen Berechnungsansätzen. Neben den unterschiedlichen Genauigkeiten der Ansätze hinsichtlich ihrer Anwendungsbereiche muss auch stets der Berechnungsaufwand gegenüber der Genauigkeit der erzielbaren Ergebnisse abgewogen werden.

Grundsätzlich können die Theorien für die Berechnung von Laminaten und Sandwichelementen hinsichtlich der Schichtaufbauten in Einschicht- und Mehrschichtansätze unterteilt werden.

Bei den Einschichttheorien (Equivalent Single Layer Theories (ESL)) wird der Schichtaufbau in ein äquivalentes Einschichtsystem umgerechnet, indem die Steifigkeit des Ersatzquerschnittes so eingestellt wird, dass es dem eigentlichen Mehrschichtlaminat entspricht. Diese Idealisierung beschleunigt den (Hand-) Rechenaufwand enorm, je mehr Schichten der reale Querschnitt hat, allerdings reduziert sich in Abhängigkeit der Ansatzfunktion für die Schubverformung auch die Genauigkeit der Ergebnisse. Weiterhin sind einige Bereiche des Querschnitts auch gar nicht auswertbar.

Für eine genauere Abbildungen von Spannungen und Verformungen auch innerhalb des Querschnitts werden Theorien gebraucht, die jede Schicht des Laminataufbaus durch Übergangsbedingungen zwischen den Schichten (vgl. MITTELSTEDT & BECKER, 2016)



abbilden (Layerwise Theories). Diese schichtweisen Ansätze können weiter unterteilt werden in die reinen Sandwichtheorien, die sogenannten Zickzack – Theorien und die als exakte Lösungen bezeichneten Ansätze. Die Sandwichtheorien sind speziell für die Sandwichaufbauten aus in der Regel drei Schichten konzipiert und beziehen sich dabei auf die in Kapitel 2.4.2 vorgestellte Steifigkeitsverteilung zwischen den Schichten. Die Zickzack – Theorien beschreiben die schichtweise Verschiebung innerhalb eines beliebigen Laminates mit einer einzigen Funktion. Bei den sogenannten exakten Lösungen werden sämtliche Rand- und Übergangsbedingungen an allen Schichtgrenzen erfüllt. Somit müssen für jede Schicht die Gleichungen für die Verzerrungen, das Materialgesetz und die Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt werden und mittels gekoppelter DGLs gelöst werden. Daher sind die Anwendungsfälle für diese exakten Lösungen auch deutlich beschränkter als bei den anderen Theorien.

Darüber hinaus gibt es Berechnungsansätze, die als exakt bezeichnet werden, weil sie alle Rand- und Übergangsbedingungen an den Schichtgrenzen erfüllen. Gleichmaßen bedeutet dies das Aufstellen von Gleichungen für jede Schicht.

Abbildung 2.20 zeigt eine mögliche Kategorisierung der Berechnungstheorien für Laminates und Sandwichelemente hinsichtlich der Berücksichtigung ihrer Schichtaufbauten und der Ansätze für Schubdeformationen bzw. dem gesamten Verschiebungsfeld.

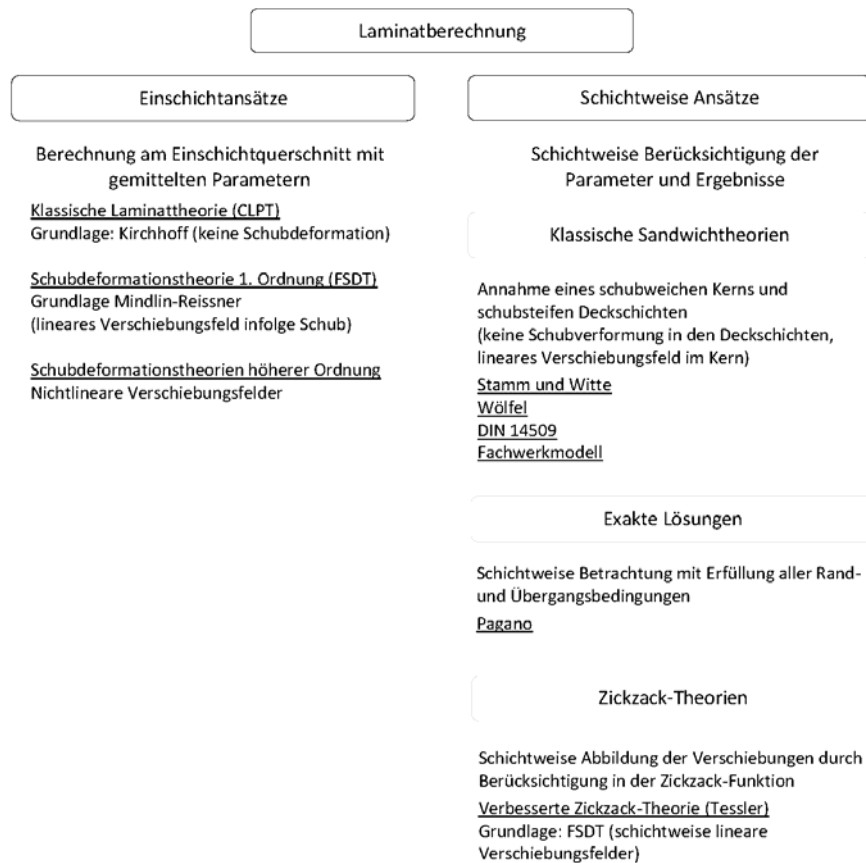


Abbildung 2.20 Klassifizierung einiger für die Laminatberechnung zur Verfügung stehender Theorien

Auf Seite der numerischen Ansätze sei die Theorie nach Schwarze (SCHWARZE, 1984) genannt für die Berechnung von statisch unbestimmten Systemen mit dicken Deckschichten auf Basis der linearen Sandwichtheorie. Somit gelten bezüglich des Schichtaufbaus die gleichen Annahmen, wie sie in Stamm und Witte (vgl. Kapitel 5.2.2) dargelegt sind. Die Lösung der DGL erfolgt im Gegensatz dazu nicht am Gesamtsystem, sondern in allgemeiner Art unter Berücksichtigung der Integrationskonstanten und von Randmomenten an Teilsystemen (zum Beispiel den Feldern eines Durchlaufträgers). Die DGL lautet:

$$w^{IV} - \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 w'' = \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 \frac{M}{B} + \frac{1+\alpha}{\alpha} \frac{q}{B} - \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 \frac{v}{1+\alpha}$$

mit:

$$\lambda^2 = \frac{1+\alpha}{\alpha\beta}; \quad \alpha = \frac{B_D}{B_s}; \quad \beta = \frac{B_s}{Al^2}$$
(2.36)

Für die Berechnung wird die DGL feldweise allgemein für die Durchbiegung und die Gleitung gelöst und so umgestellt, dass darin die Integrationskonstanten und ein allgemeiner Ausdruck für die Randmomente auftritt. Diese allgemeine Lösung wird dann für die Einarbeitung der Randbedingungen abgeleitet und in einem Gleichungssystem zusammengefasst. Im Lösungsvektor stehen die Unbekannten Integrationskonstanten und Randmomente. Aus diesen Gleichungen werden die Formeln für die Rand- und Übergangsbedingungen aufgestellt und zu einem neuen Gleichungssystem zusammengefasst, das nun gelöst werden kann. Nachdem Integrationskonstanten und Randmomente auf diese Weise bestimmt wurden, können diese rückeringesetzt werden und damit die Teilschnittgrößen bzw. die Spannungen berechnet werden. Bei der Theorie nach Schwarze werden abgeleitet von der allgemeinen Gleichung eine weitere mit sechs Momenten aufgestellt, die für den durchlaufenden Sandwichträger angewandt werden kann. Dabei wird angenommen, dass sich die Einflüsse aus den Eigenspannungszuständen nur auf die benachbarten Felder auswirken, wofür schließlich zwei Kompatibilitätsbedingungen für die Zwischenstützung formuliert werden. Daraus werden wiederum DGLs mit den Deckschicht- und Stützmomenten als Unbekannten aufgestellt. Somit ist bei der Berechnung nach Schwarze die Anzahl der Unbekannten immer doppelt so groß, wie die Anzahl der Stützstellen.



# 3 Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum

## 3.1 Allgemeines

Die bisherige, einmalige Verwendung des zementgebundenen Schaumes im Rahmen des Forschungsprojektes *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* als reine Dämmschicht in einem thermisch aktiviertem Gebäudehüllelement, bedingte eine Konzentration der bisherigen Untersuchungen auf bauphysikalische und herstellungsrelevante Kenngrößen.

Mechanische Untersuchungen an diesem speziellen Schaum wurden lediglich in GILKA-BÖTZOW, 2016 in kleinerem Umfang durchgeführt. Sämtliche aus der Literatur bekannte mechanische Untersuchungen erfolgten stets an Schäumen mit deutlich größeren Rohdichte und damit einhergehend deutlich höheren Festigkeiten oder an Schäumen mit festigkeitssteigernden Additiven innerhalb der Schaummatrix.

Für die Anwendung des ultraleichten, mineralisierten Schaumes der *ETA - Fabrik* innerhalb einer Sandwichkonstruktion ist es erforderlich, bestimmte mechanische Eigenschaften und Parameter des Schaumes zu kennen. Für einen ersten mechanischen Eindruck des Materials werden daher versuchstechnische Untersuchungen zum Verhalten des Schaumes unter Schubbeanspruchung sowie unter uniaxialer Druck- und Zugbeanspruchung angestellt. Die Betrachtungsrelevant im Rahmen dieser Arbeit ist weiterhin die Tatsache, dass die mechanischen Eigenschaften von Schäumen sowohl von den Eigenschaften des Matrixmaterials und damit von einem, die Rohdichte des mineralisierten Schaums, definierenden Feststoffanteils, als auch von der Porenstruktur abhängen. Dies zeigt auch die Tatsache, dass speziell klassische Versagenskriterien die tatsächlichen Versagensverhältnisse von Schäumen im Allgemeinen nicht hinreichend genau erfassen (FAHLBUSCH, 2015). Daher werden sämtliche Untersuchungen der mechanischen Eigenschaften stets für zwei Schäume mit einer potentiell unterschiedlichen Porenstruktur durchgeführt. Diese unterschiedliche Struktur einhergehend mit einer unterschiedlichen Mischungszusammensetzung werden in einem ersten Schritt erläutert (Kapitel 3.2).

Anschließend werden Voruntersuchungen zur Ermittlung der jeweiligen Probekörpergeometrie angestellt und deren Ergebnisse präsentiert (Kapitel 3.3), ehe die Herstellung und Lagerung der Probekörper kurz erläutert werden (Kapitel 3.4).

In Kapitel 3.5 werden die Durchführung und Auswertung von Schubversuchen an Schubballen vorgestellt, in Kapitel 3.6 die uniaxialen Zugversuche sowie in Kapitel 3.7 uniaxiale Druckversuche. Die morphologische Zuordnung der beiden untersuchten Schäume zu den Porositätsklassen in Kapitel 3.8 schließt das Thema der mechanischen Untersuchungen ab. Anschließend werden ergänzende Untersuchungen und Erläuterungen zum Carbonatisierungsverhalten und zur Schwindneigung des Schaumes vorgestellt und deren Ergebnisse eingeordnet (Kapitel 3.9 und Kapitel 3.10).

Abgerundet wird das Thema in Kapitel 3.11 durch einen Vergleich der ermittelten mechanischen Kennwerte mit anderen typischen Kernwerkstoffen. Hier zeigt sich die Notwendigkeit, die einzelnen Probenserien statistisch auszuwerten und neben häufig bei Kleinserien publizierten Mittelwerten auch 5 % - Quantilwerte zu ermitteln. Die aus Zulassungen von Bauprodukten für Vergleiche entnehmbaren mechanischen Kennwerte für Festigkeiten und G – Moduln sind darin stets als 5 % - Quantilwert niedergeschrieben.

Die Untersuchungen in diesem Kapitel wurden vom Autor in den Forschungsprojekten *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung*, *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* und *Textiler Leichtbau - Gewebt, gewirkt, geschäumt: 3D Textilien für die Gebäudehülle* unter Mitwirkung zweier Masterarbeiten (CRESPO VIDAL, 2018 und STEIGERWALD, 2018) durchgeführt. Die wesentlichen Ergebnisse sind in den Abschlussberichten FLUM et al., 2019, SCHABEL et al., 2020 und BAUDER et al., 2021 auszugsweise zusammengefasst, die der Autor in wesentlichen Teilen verfasst hat.

## 3.2 Auswahl zweier Porositäten

### 3.2.1 Zusammenhang von Porosität und Rohdichte

Über die Konsistenz und das Abbindeverhalten der kontinuierlichen Phase von mineralischen Schäumen lässt sich die spätere Größenverteilung der mehrheitlich runden und offenen Poren bei konstanter Rohdichte im festen Zustand steuern (vgl. Abbildung 3.1).



Abbildung 3.1 Morphologie des Schaumes unter dem Mikroskop nach GILKA-BÖTZOW, 2016

Der Einfluss der Porenverteilung von festen, mineralisierten Schäumen auf deren Wärmeleitfähigkeit ist im Rahmen der anwendungsrelevanten und einstellbaren Strukturen jedoch begrenzt. Vergleicht man beispielsweise die Differenz der äquivalenten Wärmeleitfähigkeiten ruhender Luft in kleinen Poren mit 0,5 mm und 2 mm Durchmesser, so liegt sie mit  $0,00875 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  im Bereich des messtechnisch nur schwer Nachweisbaren. Ferner ist zu berücksichtigen, dass der mineralisierte Schaum stets eine Struktur mit Poren unterschiedlicher Größe aufweist. Dieser Umstand eröffnet die Möglichkeit weitgehend unabhängig von der Wärmeleitfähigkeit noch mechanische Optimierungen der Porenstrukturausbildung vorzunehmen.

Es ist dabei offensichtlich, dass eine Porenstruktur in keinem direkten Zusammenhang mit der Rohdichte eines Materials steht. So lassen sich identische Rohdichten mit unterschiedlichen Porenstrukturen erzielen, solange der Gesamtvolumenanteil der dispersen Gasphase identisch bleibt.

### 3.2.2 Auswahl der Porositätsklassen

Im Folgenden werden zwei Schäume mit zueinander relativ gesehen unterschiedlicher Porenstruktur und gleicher Rohdichte, also gleichem Luft zu Feststoffverhältnis betrachtet:

- große, ungleichmäßig geformte Poren mit kleiner Oberfläche und dicken Zellwänden aus Zementstein und
- kleine, gleichmäßigere Poren mit großer Oberfläche und dünneren Zellwänden aus Zementstein.

Werkstofftechnologisch lässt sich eine unterschiedliche Porenstruktur durch die Viskosität der wässrigen Schaumphase und damit einhergehend durch den Wasser - Zementwert einstellen. Daher wurden für die Porenklassen A / B nach GILKA-BÖTZOW, 2016 im weiteren Verlauf als Material A bezeichnet und für die Porenklassen C / D nach GILKA-BÖTZOW, 2016 (vgl. Kapitel 2.1.6), im weiteren als Material B bezeichnet, zwei unterschiedliche Mischungsentwürfe mit unterschiedlichem Wasser - Zement Werten hergestellt:

- Material A mit einem Wasser : Zement - Wert = 0,40,
- Material B mit einem Wasser : Zement - Wert = 0,45.

## 3.3 Vorversuche zur Probekörpergeometriebestimmung

### 3.3.1 Geometrie für Schubversuche

Für die Auswahl einer geeigneten Schubgeometrie muss das Verhalten des Schaumes unter verschiedenen Belastungen berücksichtigt werden. Da der Schaum sich entsprechend GILKA-BÖTZOW, 2016 unter Druck nahezu vollständig komprimieren lässt, scheiden die für Zemente und Betone in Kapitel 2.3.5 vorgestellten Verfahren aus.

Für Sandwichelemente bietet DIN EN 14509:2013 - 12 ein Verfahren an, bei dem die schubrelevanten Kenngrößen aus einem 4 - Punkt - Biegeversuch am Sandwichelemente bestimmt werden (vgl. DIN EN 14509, 2013). Auf ähnliche Art werden auch die Schubversuche an zementösen Schäumen in TONYAN & GIBSON, 1992 durchgeführt. Hauptunterschied dabei ist, dass aufgrund der an der Zementprüftechnik orientieren gedrungenen Probekörpergeometrie anstelle eine 4 – Punkt – Biegeversuches ein 3 - Punkt - Biegeversuch durchgeführt wird. Nachteilig an dieser Versuchsanordnung ist der singuläre Querkraftsprung am Ort der maximalen Biegebelastung. Im



4 – Punkt Biegeversuch verteilt sich diese maximale Querkraft auf zwei Punkte jeweils unterhalb der Lastschneiden, die auch den Übergang von einem linear anwachsenden Biegemoment hin zu einem konstanten Momentenverlauf darstellen.

Entsprechend DIN EN 14509:2013 - 12 soll die Breite des Schubalkens 100 mm betragen und die Stützweite 1000 mm bei einer schrittweisen Reduzierung um 100 mm bis zum Eintreten eines Schubversagens. Der Abstand zwischen dem Auflager und der Einzellast im Dreispunkt soll weiterhin mindestens 120 % der Querschnittshöhe des Probekörpers betragen. Aus Herstellungsökonomischen Gründen können die Probekörper schalungsbedingt eine maximale Länge von 500 mm aufweisen. Daraus ergeben sich unter Berücksichtigung einer ausreichenden Auflagerfläche die entsprechenden Lasteinleitungspunkte und aus der 120 % - Regel der auflagerfernen Einzellast eine entsprechende maximale Querschnittshöhe von 50 mm. Die Querschnittsbreite wird mit 100 mm damit ebenfalls normgerecht umgesetzt.

Für eine sinnvolle Belastungsaufteilung innerhalb des Querschnitts werden die beiden Oberseiten mit dünnen Deckschichten aus Metall versehen, die die Normalspannung im Querschnitt abtragen, aber dünn genug sind, damit die entsprechenden Schubspannungen im Kernquerschnitt des mineralisierten Schaumes abgetragen werden kann und die gewünschte Versagensart in Form eines Schubversagens im Kern eintreten kann.

### 3.3.2 Geometrie für uniaxiale Zugversuche

In Anlehnung an die Ersatzzugversuche von Beton an zylinderförmigen Probekörpern werden zunächst Probekörper mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Querschnittshöhe von 300 mm hergestellt. Diese werden mit entsprechenden Stahlschalungen aus der Betontechnik hergestellt. Das Ausschalen selbiger erweist sich als nicht zielführend, da die Probekörper nicht zerstörungsfrei aus den beiden Halbschalen ausgebaut werden können. Gleiches gilt für ebenfalls zylinderförmige Probekörper mit verschiedenen Durchmessern von 40 mm bis 100 mm, die in Kunststoffrohren aus dem Kanalbau hergestellt werden. Im Falle der kleinen Durchmesser (40 mm und 75 mm) können die Probekörper nicht vollständig befüllt werden, da eine Entlüftung des Schaumes über die Querschnittshöhe nicht möglich ist und damit große Lunker in den Probekörpern verbleiben. Insgesamt ist das Ausschalen auch im Falle der Kunststoffrohre nicht sinnvoll umsetzbar, da eine Herstellung in zwei Halbschalen an der Fertigungsgenauigkeit scheitert und das Herausschieben mit Hilfe eines Druckstempels eine zu starke Vorbelastung in den kompressiblen Schaum einbringt.

Somit verbleiben für eine sinnvolle Probekörpergeometrie die aus der Kunststofftechnik bekannten Schulterstäbe. Zur Auswahl der Grundgeometrie für den mineralisierten Schaum werden, ausgehend von der Beschaffenheit des mineralisierten Schaumes im Hinblick auf die Herstellung sowie einer versuchstechnisch sinnvollen

Materialparameteridentifikation, knochenförmige Probekörper mit nachfolgenden Randbedingungen an die Geometrie definiert:

- Mindestlänge des randparallelen Bereichs: 20 mm
- Mindestbreite des randparallelen Bereichs: 20 mm
- Mindestdicke des randparallelen Bereichs: 40 mm

Als Grundgeometrie werden aus Gründen der Verfügbarkeit Prismenschalungen aus der Zement- und Mörtelversuchstechnik mit den Innenmaßen 40 mm x 40 mm x 160 mm verwendet. Die Einschnürung und somit verjüngte Ausbildung eines planparallelen Bereichs mit einer prognostizierbaren Versagenswahrscheinlichkeit wird durch das Einlegen von angefertigten Einlegebauteilen erzielt.

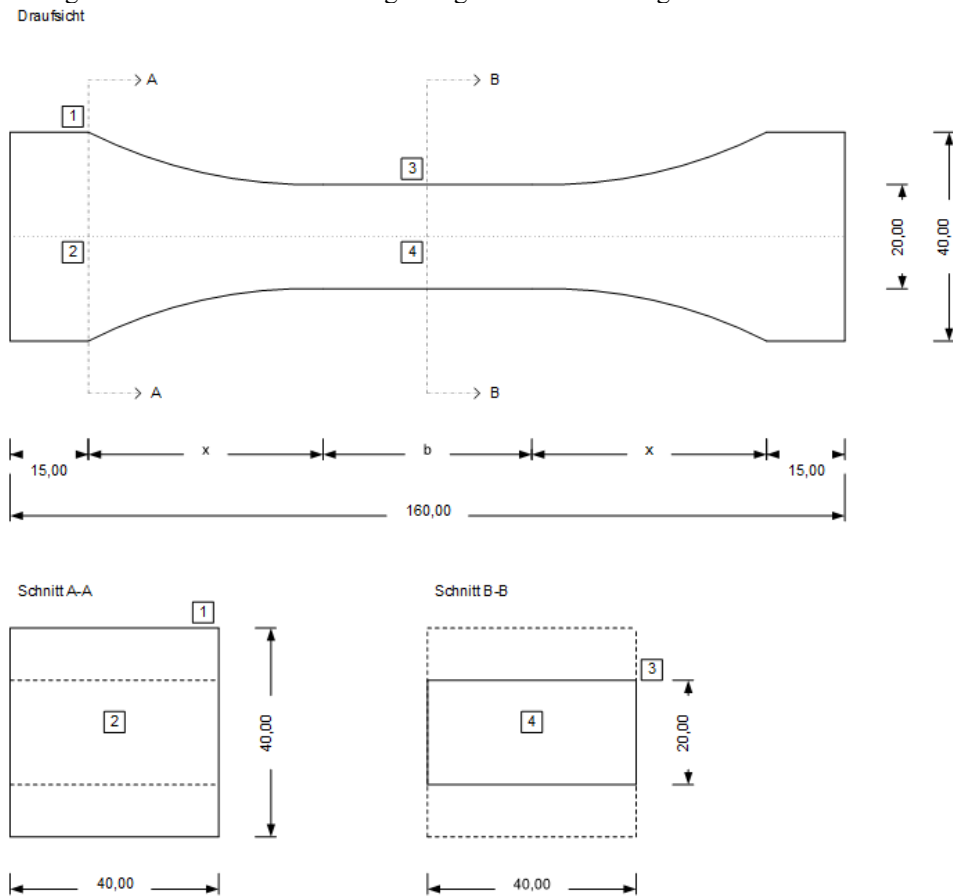


Abbildung 3.2 Ausgangsgeometrie der Schulterstäbe für uniaxiale Zugversuche des mineralisierten Schaumes

Ausgehend von Abbildung 3.2 wird durch Variation der Länge des planparallelen Bereichs untersucht, bei welcher Länge ein Versagen des Probekörpers im planparallelen Bereich stattfindet, ohne das Spannungsspitzen im Übergangsbereich von geradlinigem Verlauf zum gekrümmten Verlauf eintreten.

Hierfür werden Vergleichsrechnungen mit unterschiedlicher Länge des planparallelen Bereichs in *Ansys* durchgeführt. Ausgehend von einem isotropen Materialverhalten werden die Spannungen der Punkte 1 bis 4 entsprechend Abbildung 3.2 berechnet und mit der analytischen technischen Spannung  $\sigma_0$  verglichen. Für eine fiktive Belastung von 300 kN beträgt diese:

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} = \frac{300.000N}{(20 \cdot 40)mm^2} = 375MPa \quad (3.1)$$

Bei einer Probekörpergeometrie mit  $b = 40$  mm stellt sich nachfolgende Spannungsverteilung im Querschnitt ein (Abbildung 3.3).

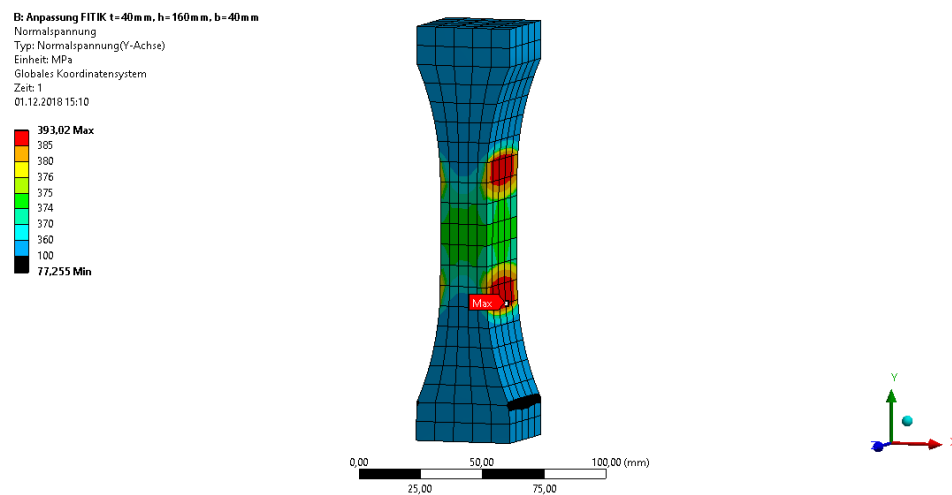


Abbildung 3.3 *Ansys* Modell der Zuggeometrie mit einem Spannungsmaximum bei 393 MPa und einer analytischen Zugspannung von 375 MPa. Die Abweichung beträgt somit 4,81 %.

Diese Länge von 40 mm stellt herstellungsbedingt eine Untergrenze dar, da Längen darunter die Gefahr mit sich bringen, dass sich die schaumzerstörenden Mechanismen (vgl. Kapitel 2.1.5) in derart kleinen Volumina überproportional häufen. Die Abweichungen zwischen der maximalen Spannung im Übergang sowie der analytischen

Spannung betragen in diesem Fall 4,81 % und stellen damit ein Minimum dar im Vergleich zu Längen von 80 mm bis 120 mm.

Somit ergibt sich final die in Abbildung 3.4 dargestellte Zugprobengeometrie bei einer Probekörperdicke von schalungsbedingten 40 mm.

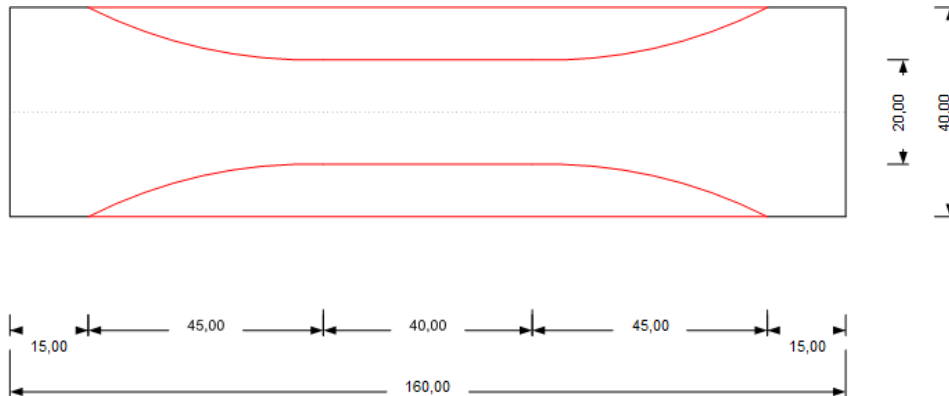


Abbildung 3.4 Draufsicht Probekörper mit Einlegebauteile (rot) in die Prismenschalung

### 3.3.3 Geometrie für uniaxiale Druckversuche

Würfelförmige Probekörper für uniaxiale Druckversuche werden in Stahl- und Kunststoffschalungen mit den Kantenlängen 150 mm und 100 mm hergestellt. Die größeren Würfel erweisen sich dabei als schwieriger im Ausschalvorgang. Die kleineren Würfel können hingegen weitestgehend beschädigungsfrei ausgeschalt werden, so dass diese im weiteren Verlauf verwendet werden.

## 3.4 Probekörperherstellung und Versuchsvorbereitung

### 3.4.1 Mischungsentwurf des mineralisierten Schaums

Der mineralisierte Schaum für die nachfolgenden Untersuchungen wird mit den in Kapitel 2.1.3 aufgeführten Inhaltsstoffen hergestellt. Die Mischungszusammensetzungen für die beiden Schäume A (Tabelle 3.1) und B (Tabelle 3.2) entsprechend Kapitel 3.2.2 lauten bezogen auf 1 m<sup>3</sup> mineralisierten Schaum in Abhängigkeit des Verhältnisses von Wasser und Zement:

Tabelle 3.1 Mischungszusammensetzung für mineralisierten Schaum A mit einem w : z - Wert von 0,4

	Masse in 1 m <sup>3</sup>		Volumen in 1 m <sup>3</sup>
Einheit	kg		m <sup>3</sup>
Zement	135,70		0,044
Zugabewasser für Zementleim	54,3		0,054
Wässriger Schaum	72,2		0,902
Zugabewasser für Schaum	70,4		0,070
Schaumbildner	1,8		0,0018
Erhärtungsbeschleuniger (bei Bedarf)	6,79		0,0051
Fließmittel	1,36		0,0014

Tabelle 3.2 Mischungszusammensetzung für mineralisierten Schaum B mit einem w : z - Wert von 0,45

	Masse in 1 m <sup>3</sup>		Volumen in 1 m <sup>3</sup>
Einheit	kg		m <sup>3</sup>
Zement	135,70		0,044
Zugabewasser für Zementleim	59,0		0,059
Wässriger Schaum	71,9		0,899
Zugabewasser für Schaum	70,1		0,070
Schaumbildner	1,8		0,0018
Erhärtungsbeschleuniger (bei Bedarf)	6,79		0,0051
Fließmittel	1,36		0,0014

### 3.4.2 Vorbereitung der Schalung

Voraussetzung für das zielgerichtete Herstellen der Probekörper sind saubere Schalungen, die frei von Staub- und Schalölrückständen sind. Gerade das Schalöl spielt hier eine diffizile Rolle, da zu viel Schalöl entsprechend Abbildung 3.5 die Schaumstruktur zerstören kann, zu wenig jedoch den Ausschalvorgang erschweren kann.



Abbildung 3.5 Auswirkung von zu viel Schalöl im linken Bildteil durch Lösen des Schaumes von der Schalung im Vergleich zur gut benetzten Würfelschalung im rechten Bildteil

Für die Schubprobekörper werden Schalungen verwendet mit den Innenabmessungen 500 mm x 500 mm x 100 mm bestehend aus einem Bodenteil und zwei Seitenteilen, die mittels Metallscharnier verbunden werden können. Zum besseren Lösen der Probekörper werden die Holzflächen mit dünnen Platten ( $d = 1\text{mm}$ ) aus Polymethylmethacrylat (PMMA) ausgelegt und in den Stoßbereichen mit Isolierband verklebt (Abbildung 3.6).



Abbildung 3.6 Plattenschalung mit eingelegten Trennplatten aus PMMA für Schubprobekörper

Bei den in Kapitel 3.3.2 beschriebenen knochenförmigen Probekörpern für die uniaxialen Zugversuche (Abbildung 3.7) werden die aus Metall gefrästen Einlegebauteile mit doppelseitigem Klebeband versehen und mittels eines speziellen Abstandhalters in Position gebracht.



Abbildung 3.7 Prismenschalung mit Einlegebauteilen

### 100 3 Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum

Die Würfel für uniaxiale Druckversuche werden in Kunststoffschalungen mit jeweils zwei Würfeln je Schalkörper hergestellt. Für ein besseres Lösen der Probekörper wird eine Kunststofffolie als Trennschicht zwischen Schaum und Schalungsboden eingelegt. Damit einhergehend entsteht eine glattere und weniger poröse Oberfläche an der Unterseite der Probekörper, die vor jedem Versuch mit einer Spachtel vorsichtig wieder aufgeraut wird (Abbildung 3.8).



Abbildung 3.8 Oberflächenbeschaffenheit der Probekörperwürfel an der Unterseite vor dem Entfernen der glatten Oberfläche



### 3.4.3 Betonage der Probekörper

Die Herstellung der Probekörper mit einer Zieltrockenrohdichte von  $\rho = 190 \text{ kg m}^{-3}$ , die für die Versuche verwendet werden, erfolgt ausnahmslos in einem, mit der komplexen Mischtechnik des mineralisierten Schaumes vertrauten, Fertigteilwerk.

Die in Kapitel 2.1.4 beschriebene, grundsätzliche Herstellung erfolgt hier mit einem Industriemischer entsprechend Abbildung 3.9.



Abbildung 3.9 Herstellung der Probekörper im Fertigteilwerk

Der Kolloidmischer im linken Bildteil ist dabei für die Herstellung des Zementleims mit einer Zieldichte von  $1.938 \text{ kg m}^{-3}$  für Schaum A und  $1.877 \text{ kg m}^{-3}$  für Schaum B zuständig. Die Werte sind dabei auch direkt nach dem Mischen mittels Eichgefäß und Waage zu überprüfen.

Im rechten Bildteil ist der Schaumgenerator zu sehen, mit dem unter Zuführung von Druckluft, Wasser und Schaumbildner der wässrige Schaum mit einer Zieldichte von  $80 \text{ kg m}^{-3}$  hergestellt wird. Die Überprüfung der Dichte ist hier absolut wichtig, da die Regulierung des Luftstroms gewissen Schwankungen unterliegt.

Mittels eines Schlauches wird der Zementleim aus dem Verwehrbehälter zum Schaumgenerator gepumpt und dort zum mineralischen Schaum vermengt. Bevor die Schalungen gefüllt werden können, ist hier eine letzte Kontrolle der Frischschaumrohdichte anzuraten, die im Falle des Schaums A bei  $262,2 \text{ kg m}^{-3}$  liegen soll und bei Schaum B  $261,9 \text{ kg m}^{-3}$  betragen soll.

Das Befüllen der Schalungen erfolgt bei größeren Probekörpern mittels Schlauch, im Falle der Würfel- und Prismenschalungen mittels Kelle aus einem Mörtelimer. Aufgrund der starken Schwindneigung (vgl. Kapitel 2.1.6) sind die Schalungen stets wenige Zentimeter zu überfüllen und mit luftdichter Folie zu umschließen (Abbildung 3.10).



Abbildung 3.10 Mit Schaum überfüllte Prismenschalung, die gegen ein zu schnelles Austrocknen mit Folie geschützt sind

#### 3.4.4 Ausschalvorgang und Lagerung

Für den Ausschalvorgang werden die Probekörper nach ca. einer Woche oberflächenbündig mit der Schalung unter Zuhilfenahme einer Kelle oder eines Fuchsschwanzes abgeschnitten. Anschließend werden im Falle der Schubplatten und der Zugprismen die Seitenteile aus Holz bzw. Stahl gelöst und weggenommen, so dass die Probekörper vorsichtig von der Bodenfläche gelöst werden können. Im Falle der sehr kleinen Zugprismen ist es außerdem ratsam, vor dem Lösen der Seitenteile die Probekörperseitenflächen mit Hilfe einer Spachtel von der Schalung zu lösen. Von ursprünglich 40 hergestellten Probekörper können 22 für die weiteren Untersuchung herangezogen werden.

Im Falle der Druckwürfel erfolgt das Ausschalen mittels Drucklufteintrag durch eine verschließbare Öffnung im Schalungsboden (Abbildung 3.11). Im Idealfall gleitet dann der Probekörper aus der Schalung heraus.



Abbildung 3.11 Herausgleiten der Probekörper aus der Würfelschalung

Nach dem Ausschalen werden die Probekörper zunächst mit Druckluft abgeblasen, um kleine lose Schaumbetonreste vom Probekörper zu entfernen und anschließend wieder in Folie eingewickelt. Bis zur Prüfung werden die Probekörper bei konstanten klimatischen Bedingungen gelagert. Die Probekörper werden dann für weitere 14 Tage bei 21,5 ° C Raumtemperatur und 40 % relativer Luftfeuchtigkeit gelagert.

## 3.5 Schubversuche am Biegebalken

### 3.5.1 Rohdichte der Probekörper

Vor Beginn der Versuche werden zunächst zur Überprüfung der Trockenrohddichte der Platten, aus denen die Schubprobekörper geschnitten werden, diese gewogen und vermessen. Durch den Mischungsentwurf angestrebt ist eine Trockenrohddichte von  $190 \pm 10 \text{ kg m}^{-3}$ .

Tabelle 3.3 zeigt die tatsächlich ermittelten Trockenrohddichten im Mittel aller zwei Platten der Serie A und der zwei Platten der Serie B.

Tabelle 3.3 Trockenrohddichte der beiden Schäume für die Herstellung der Schubprobekörper

	<b>Schaum A</b> <b>w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B</b> <b>w : z = 0,45</b>
Einheit	kg m <sup>-3</sup>	kg m <sup>-3</sup>
Rechnerische Trockenrohddichte	190	190
Tatsächliche Trockenrohddichte	208	204

Es zeigt sich, dass die tatsächlichen Rohddichten geringfügig über den angestrebten Rohddichten liegen. Dies bedeutet, dass die Materialparameter ebenfalls geringfügig über denen liegen werden, die bei 180 kg m<sup>-3</sup> bis 190 kg m<sup>-3</sup> liegen dürften.

### 3.5.2 Vorbereitung der Probekörper

Die Schubversuche werden gemäß Kapitel 3.3.1 an Sandwichelementen mit metallischen Deckschichten ( $t_o = t_u = 0,5$  mm) durchgeführt. Hierfür werden die Bleche zurechtgeschnitten und deren Zinkbeschichtung abgeschliffen für einen besseren Haftkontakt zwischen den Materialien.

Die Schaumplatten werden in einem ersten Schritt in fünf Balken mit den Abmessungen 100 mm x 100 mm x 500 mm mit einer Bandsäge geschnitten. Anschließend werden sie nochmals auf halbe Querschnittshöhe von  $h = 50$  mm zugeschnitten entsprechend Abbildung 3.12.



Abbildung 3.12 Zuschnitt des Schaumbetonbalkens mittels Bandsäge

Die Lage innerhalb der ursprünglichen Platte (Abbildung 3.13) wird vermerkt und als spätere Probekörperbezeichnung verwendet.

AO	BO	CO	DO	EO
AU	BU	CU	DU	EU

Abbildung 3.13 Plattenquerschnitt mit Einteilung der herausgeschnittenen Schubalken

Die Balken werden nach dem Entfernen von Staub- und Körnerresten dann mit den Blechen mit Montagekleber verklebt, für eine gute Kontaktfläche beschwert und für 24 Stunden erneut gelagert (siehe Abbildung 3.14).



Abbildung 3.14 Probekörperlagerung mit Stahlplatten zum Beschweren des Haftverbundes

### 3.5.3 Versuchsaufbau und Messequipment

Die Auflager und Lasteinleitungsbereiche des 4 - Punkt - Biegeversuches in den Viertelpunkten betragen jeweils 30 mm, die Achsstützweite 300 mm, die Stützweite zwischen den Lastpunkten 150 mm.

Mittig an der Unterseite der Probekörper werden magnetisch zwei Seilwegaufnehmer zur Ermittlung der Mittendurchbiegung angebracht (vgl. Abbildung 3.15), von der, aus der Sandwichtheorie kommend, die rechnerisch ermittelte Biegeverformung abgezogen wird und somit die reine Schubverformung gewonnen wird. Hierzu muss die Laststellung über die bekannten Verfahren der Baustatik (Prinzip der virtuellen Kräfte, PdvK) berücksichtigt werden.



Abbildung 3.15 Versuchsaufbau 4 – Punkt - Biegung mit Probekörper

Die Prüfgeschwindigkeit wird nach Vorversuchen in Anlehnung an DIN EN 14509: 2013 - 12 zu  $1 \text{ mm min}^{-1}$  festgelegt, die Kraftmessdose hat eine maximale Lastaufnahme von 1 kN.

### 3.5.4 Versuchsdurchführung

Alle Versuche werden in immer gleicher Abfolge durchgeführt:

- Einbau der Probe mit Markierungen auf den Auflager- und Lastplatten,

- Anbringen Wegaufnehmer an die Markierung der unteren Deckschicht,
- Ausrichtung und Überprüfung der Lagegenauigkeit,
- Vorkraft von 20 N manuell einstellen und Nullsetzen der Kraftmessdose sowie der Traversenposition und der Wegaufnehmer,
- Start des Versuchs und des mit der Maschine synchronisierten Messaufzeichnungsprogramms,
- Versagen der Probe führt zu einem Kraftabfall, infolgedessen der Versuch aufgrund des vorgegebenen Kraftabfalls stoppt,
- Überprüfung des Versagenszustands und Dokumentation des Bruchbildes (Abbildung 3.16).

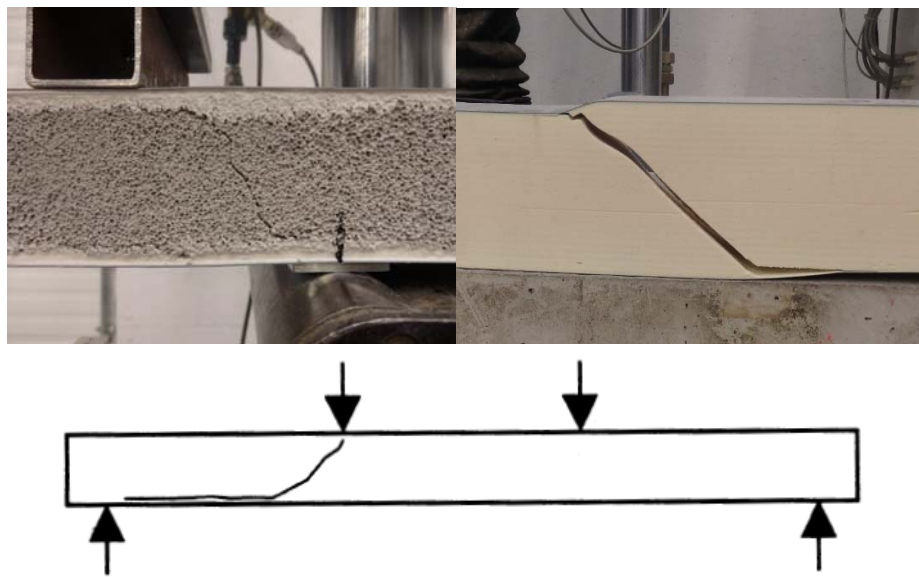


Abbildung 3.16 Schubbruch im mineralisierten Schaum (A\_02\_DU) (links) sowie in einem Sandwichelement mit PUR - Kerndämmung (rechts) und dem erwünschten Schadensbild entsprechend DIN EN 14509, 2013 (unten)

Der Schubbruch verläuft diagonal zwischen Lasteinleitungsfläche und Auflagerbereich. Der Vergleich mit einem Sandwichelement mit einer Kerndämmung aus PUR zeigt, dass das Versagen beider Sandwichelemente von gleicher Art ist und dem gewünschten Versagensbild nach DIN EN 14509: 2013 - 12 entspricht.

Die Kraft - Weg - Diagramme der beiden Schäume A und B sind in den nachfolgenden Abbildung 3.17 und Abbildung 3.18 dargestellt. Die zugehörigen Werte finden sich in Tabelle 3.4 und Tabelle 3.5.

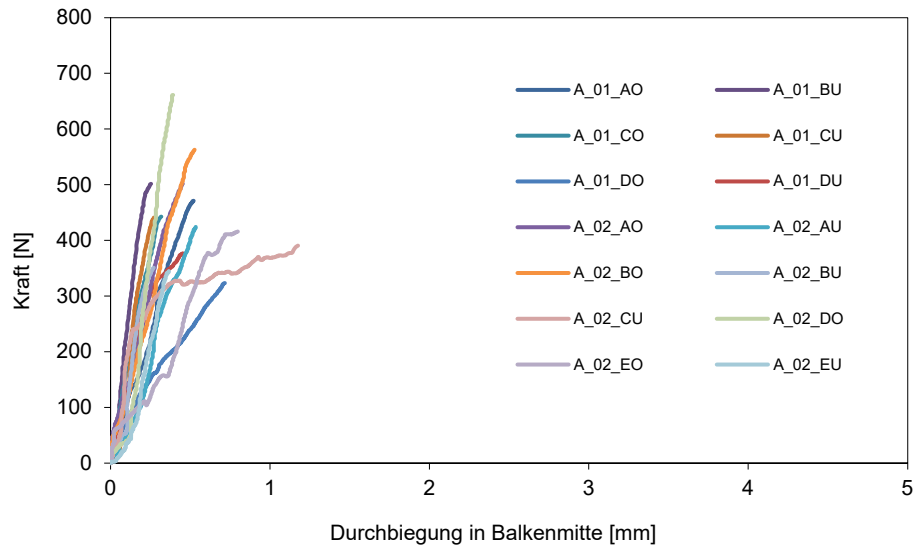


Abbildung 3.17 Kraft - Weg - Diagramm der Schub balken von Schaum A

Tabelle 3.4 Ergebnisse der Schubversuche von Schaum A

Probennummer	Bruchlast $F_u$	zugehörige Durchbiegung $w_u$	Linearer Lastanteil $\Delta F$	Lineare Durchbiegung $\Delta w$
Einheit	N	mm	N	Mm
A_01_AO	471	0,52	143	0,17
A_01_AU	532	0,57	99	0,05
A_01_BO	477	0,26	62	0,05
A_01_BU	502	0,25	62	0,03
A_01_CO	443	0,32	173	0,15
A_01_CU	441	0,27	149	0,10
A_01_DO	323	0,72	103	0,16
A_01_DU	377	0,45	159	0,11



A_01_EU	422	0,51	52	0,06
A_02_AO	502	0,45	256	0,20
A_02_AU	424	0,53	88	0,07
A_02_BO	563	0,53	110	0,10
A_02_BU	351	0,27	100	0,06
A_02_CU	391	1,18	46	0,03
A_02_DO	661	0,39	64	0,04
A_02_EO	416	0,80	214	0,24
A_02_EU	345	0,36	160	0,16

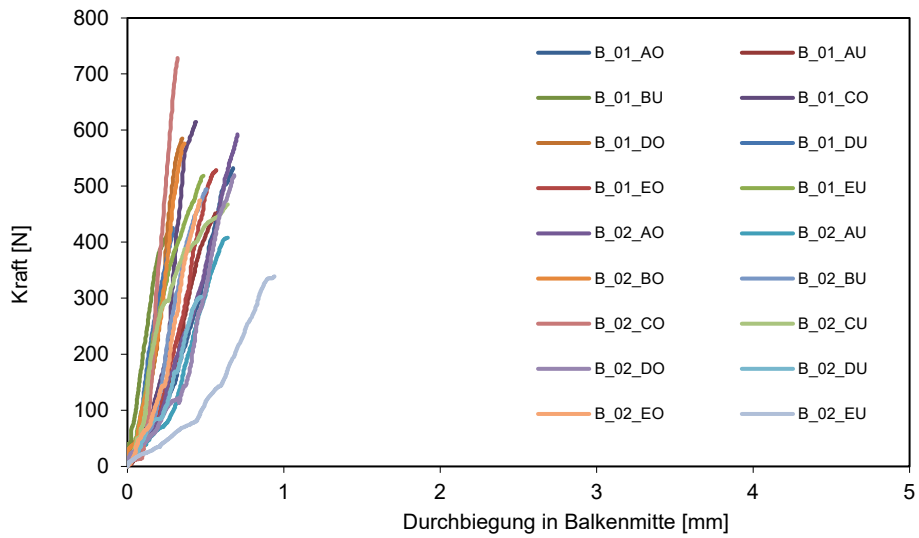


Abbildung 3.18 Kraft - Weg - Diagramm der Schubbalken von Schaum B

Tabelle 3.5 Ergebnisse der Schubversuche von Schaum B

Probennummer	Bruchlast $F_U$	zugehörige Durchbiegung $w_U$	Linearer Lastanteil $\Delta F$	Lineare Durchbiegung $\Delta w$
Einheit	N	mm	N	Mm
B_01_AO	532	0,68	194	0,20

### 110 3 Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum

B_01_AU	453	0,58	74	0,10
B_01_BU	419	0,29	101	0,05
B_01_CO	614	0,44	134	0,14
B_01_CU	320	1,16	32	0,13
B_01_DO	585	0,35	155	0,11
B_01_DU	425	0,29	217	0,13
B_01_EO	529	0,57	223	0,18
B_01_EU	518	0,49	113	0,06
B_02_AO	592	0,70	170	0,20
B_02_AU	408	0,64	200	0,20
B_02_BO	576	0,36	131	0,10
B_02_BU	494	0,51	64	0,06
B_02_CO	728	0,32	71	0,04
B_02_CU	467	0,64	116	0,09
B_02_DO	520	0,68	157	0,13
B_02_DU	302	0,47	59	0,07
B_02_EO	475	0,47	108	0,06
B_02_EU	339	0,94	137	0,22

Hierbei müssen nun die Probekörper aussortiert werden, die nicht entsprechend den Vorgaben der DIN EN 14509: 2013 - 12 innerhalb der vorgegebenen Zeit von einer bis fünf Minuten auf Schub versagt haben. Für das Schaummaterial A ist dies A\_01\_BO und aus der Serie des Schaumes B der Probekörper B\_01\_CU, so dass aus der Serie A 16 von 20 Probekörper und aus der Serie B 18 von 20 Probekörper ausgewertet werden.

Man erkennt einen tendenziell ähnlichen Kraft - Weg - Verlauf innerhalb der Serien, wobei die absoluten Werte großen Streuungen unterliegen, jedoch bezogen auf sehr kleine Gesamtverformungen von maximal 0,8 mm und relativ geringen Lasten von unter 700 N.

Zwischen den beiden Serien ist erkennbar, dass sich die Probekörper mit dem Schaum A geringfügig steifer verhalten, als dies die Probekörper mit dem Schaum B tun.

#### 3.5.5 Ermittlung der Schubfestigkeit und des Schubmoduls

Für die beiden mineralisierten Schäume werden aus den durchgeführten Schubversuchen die Schubfestigkeit  $f_{CV}$  und der Schubmodul  $G_C$  ermittelt. In die Berechnung der Schubfestigkeit  $f_{CV}$  nach DIN EN 14509: 2013 - 12 geht die Bruchlast  $F_U$  ein, die zum Versagen des Probekörpers auf Schub führt. Ebenfalls geht die Breite  $b$  des Probekörpers sowie der Abstand  $e$  zwischen den Schwerpunkten der Deckschichten ein:

$$f_{CV} = \frac{F_U}{2 \cdot b \cdot e} \quad (3.2)$$

Der Schubmodul  $G_C$  des Kernwerkstoffs berechnet sich aus der Neigung des linearen Bereichs der jeweiligen Kraft - Weg - Kurven. Mit  $\Delta F$  wird die Lastzunahme im linearen Bereich bezeichnet und mit  $\Delta w$  die Durchbiegung in Feldmitte, die im gleichen Bereich wie  $\Delta F$  aus der Last - Durchbiegungs - Kurve abzulesen ist. Die im Versuch durch die Wegaufnehmer in Feldmitte aufgezeichnete Gesamtdurchbiegung  $\Delta w$  besteht aus einem Anteil aus biegeinduzierter Verformung  $\Delta w_B$  und einem Anteil aus schubinduzierter Verformung  $\Delta w_s$ .

In die Berechnung der Biegeverformung geht die Sandwichbiegesteifigkeit  $B_s$  des Elementes ein, die sich aus den Dicken und E - Moduln der Deckschichten sowie deren Abstand zueinander ergibt (vgl. Kapitel 5.2.4):

$$B_s = \frac{E_1 \cdot t_1 \cdot b_1 \cdot E_2 \cdot t_2 \cdot b_2}{(E_1 \cdot t_1 \cdot b_1 + E_2 \cdot t_2 \cdot b_2)} \cdot e^2 \quad (3.3)$$

Die Biegeverformung  $\Delta w_B$  berechnet sich zu:

$$\Delta w_B = \frac{\Delta F \cdot L^3}{X \cdot B_s} \quad (3.4)$$

Die Laststellung wird dabei durch den Faktor  $X$  berücksichtigt. Nach BERNER, 1998 beträgt der Faktor für zwei Einzellasten in den Viertelpunkten 69,82.

Die Schubverformung  $\Delta w_s$  berechnet sich dann aus der Differenz:

$$\Delta w_s = \Delta w - \Delta w_B \quad (3.5)$$

Die finale Berechnung des Schubmoduls erfolgt nach:

$$G_C = \frac{\Delta F \cdot L}{Y \cdot A_c \Delta w_s} \quad (3.6)$$

In die Berechnung des Schubmoduls  $G_C$  geht die Schubfläche  $A_C$  und ein Faktor  $Y$  mit ein. Im Falle der hier vorgestellten Versuche ist  $Y = 8$ .

Die Bruchkraft  $F_U$  sowie die linearen Anteile  $\Delta F$  und  $\Delta w$  werden dabei den jeweiligen Kraft - Weg - Diagrammen jedes Einzelversuchs entnommen.

Somit ergeben sich für den Schaum A die in Tabelle 3.6 aufgeführten Einzelergebnisse für die Schubfestigkeit  $f_{CV}$  und den Schubmodul  $G_C$ .

112 3 Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum

Tabelle 3.6 Schubfestigkeit und Schubmodul der Einzelwerte von Schaum A

Probennummer	Schubfestigkeit $f_{cv}$	Schubmodul $G_c$	Biegeverformung $w_B$	Schubverformung $w_S$
Einheit	MPa	MPa	mm	Mm
A_01_AO	0,051	7,05	0,00561	0,16338
A_01_AU	0,053	15,76	0,00338	0,04731
A_01_BU	0,050	14,63	0,00208	0,03172
A_01_CO	0,049	10,34	0,00698	0,13832
A_01_CU	0,046	12,57	0,00542	0,09263
A_01_DO	0,035	5,31	0,00417	0,15797
A_01_DU	0,041	12,36	0,00638	0,10508
A_01_EU	0,043	6,67	0,00178	0,05902
A_02_AO	0,050	9,91	0,00863	0,19407
A_02_AU	0,043	10,34	0,00300	0,06460
A_02_BO	0,057	8,54	0,00375	0,09764
A_02_BU	0,035	13,11	0,00342	0,05741
A_02_CU	0,039	10,78	0,00155	0,03219
A_02_DO	0,069	13,07	0,00233	0,03817
A_02_EO	0,042	7,15	0,00757	0,22893
A_02_EU	0,034	7,77	0,00534	0,15351

Für Schaum B die stellen sich die Ergebnisse in Tabelle 3.7 wie folgt dar:

Tabelle 3.7 Schubfestigkeit und Schubmodul der Einzelwerte von Schaum B

Probennummer	Schubfestigkeit $f_{cv}$	Schubmodul $G_c$	Biegeverformung $w_B$	Schubverformung $w_S$
Einheit	MPa	MPa	mm	Mm
B_01_AO	0,055	8,01	0,00706	0,18884

B_01_AU	0,046	5,69	0,00256	0,09884
B_01_BU	0,042	15,14	0,00343	0,05062
B_01_CO	0,061	7,64	0,00452	0,13058
B_01_DO	0,060	10,92	0,00553	0,10935
B_01_DU	0,043	13,06	0,00726	0,12451
B_01_EO	0,055	9,96	0,00801	0,17449
B_01_EU	0,052	14,14	0,00384	0,06035
B_02_AO	0,061	6,92	0,00596	0,18994
B_02_AU	0,041	7,97	0,00673	0,18917
B_02_BO	0,058	10,32	0,00455	0,09681
B_02_BU	0,049	8,17	0,00214	0,05866
B_02_CO	0,074	14,07	0,00243	0,03809
B_02_CU	0,047	10,01	0,00395	0,08725
B_02_DO	0,052	9,55	0,00527	0,12313
B_02_DU	0,031	6,85	0,00202	0,06548
B_02_EO	0,048	14,29	0,00360	0,05730
B_02_EU	0,035	5,05	0,00496	0,21124

### 3.5.6 Statistische Auswertung

Für die statistische Auswertung als Grundlage für einen Vergleich mit Quantil - Werten aus Zulassungen anderer Kernwerkstoffe wird ein Vergleich von Bestimmtheitsmaßen durchgeführt, anhand dessen eine der drei in Kapitel 2.3.6 vorgestellten Verteilungsfunktionen ausgewählt wird.

Für die Schubfestigkeit zeigt sich entsprechend Tabelle 3.8, dass die Bestimmtheitsmaße aller drei Verteilungsfunktionen sehr ähnlich sind.

Tabelle 3.8 Vergleich der Bestimmtheitsmaße für die Schubfestigkeit

<b>Verteilungsfunktion</b>	<b>Schaum A w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B w : z = 0,45</b>
Normalverteilung	0,9642	0,9634
Logarithmierte Normalverteilung	0,9557	0,9331
Zweiparametrische Weibullverteilung	0,9624	0,9680

Ein ähnliches Bild stellt sich für den Schubmodul ein (vgl. Tabelle 3.9).

Tabelle 3.9 Vergleich der Bestimmtheitsmaße für den Schubmodul

<b>Verteilungsfunktion</b>	<b>Schaum A w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B w : z = 0,45</b>
Normalverteilung	0,9773	0,9515
Logarithmierte Normalverteilung	0,9668	0,9669
Zweiparametrische Weibullverteilung	0,9712	0,9543

Da für beide Serien zusammen die Weibullverteilung die besten Bestimmtheitsmaße liefert, werden die Quantilwerte der Schubfestigkeit  $f_{CV}$  und des Schubmoduls  $G_C$  nach der zweiparametrischen Weibullverteilung ausgewertet. Die Wahrscheinlichkeitsnetze finden sich in Anhang A.2.1.

Tabelle 3.10 zeigt die Ergebnisse für die Schubfestigkeit beider Serien. Serie B weist hiernach eine ganz minimal höhere Festigkeit auf (vgl. Abbildung 3.19)

Tabelle 3.10 Mittelwert, Standardabweichung und 5 % - Quantilwert der Schubfestigkeit

<b>Verteilungsfunktion</b>	<b>Schaum A w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B w : z = 0,45</b>
Einheit	MPa	MPa
Mittelwert	0,045	0,048
Standardabweichung	0,008	0,011
5 % - Quantilwert	0,026	0,029

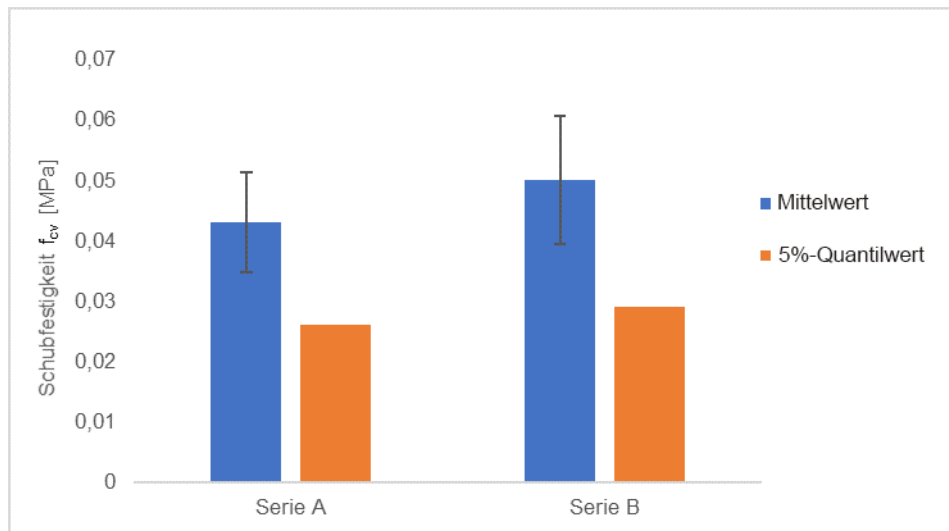


Abbildung 3.19 Vergleich der Mittelwerte und 5 % - Quantilwerte der Schubfestigkeit der beiden Schaumserien A und B

In Tabelle 3.11 sind die Ergebnisse für den Schubmodul der beiden Serien A und B zusammengefasst sowie in Abbildung 3.20 graphisch aufgetragen.

Tabelle 3.11 Mittelwert, Standardabweichung und 5 % - Quantilwert des Schubmoduls

Verteilungsfunktion	Einheit	Schaum A	Schaum B
		w : z = 0,40	w : z = 0,45
Mittelwert	MPa	10,34	9,87
Standardabweichung	MPa	3,07	3,15
5 % - Quantilwert	MPa	4,73	4,31

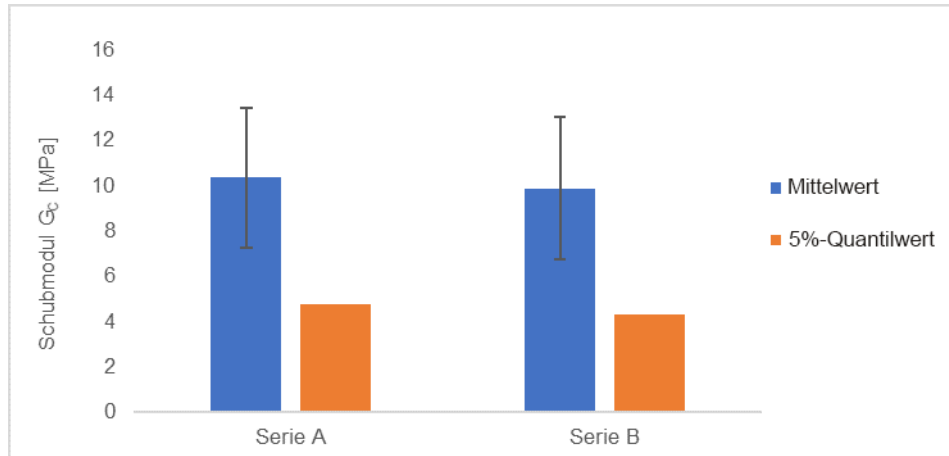


Abbildung 3.20 Vergleich der Mittelwerte und 5 %- Quantilwerte des Schubmoduls der beiden Schaumserien A und B

Der Schaum B weist einen geringfügig niedrigeren Schubmodul auf als Schaum A.

Die obige Ermittlung von Mittel- und insbesondere 5 %- Quantilwerten stellt von der untersuchten Grundgesamtheit für eine Erstprüfung bei 16 und 18 Probekörpern eine untere Grenze dar. Die statistische Aussagekraft ist bedingt gegeben. Im Hinblick auf den späteren Vergleich mit anderen Kernwerkstoffen gemäß deren Zulassungen sind diese Quantilwerte auch zwingend erforderlich. Daher bedarf es zur Absicherung der obigen Werte auch weiterer Untersuchungen.

## 3.6 Uniaxiale Zugversuche

### 3.6.1 Rohdichte der Probekörper

Die mittlere Trockenrohddichte der insgesamt 22 Probekörper bei einem Probekörpervolumen von  $0,1756 \text{ dm}^3$  beträgt im Fall des Schaums A entsprechend Tabelle 3.12  $172 \text{ kg m}^{-3}$  und bei Schaum B  $168 \text{ kg m}^{-3}$  und damit im Durchschnitt  $11,5 \%$  unter der angestrebten Trockenrohddichte von  $190 \pm 10 \text{ kg m}^{-3}$ .

Tabelle 3.12 Trockenrohddichte der beiden Schäume für die Herstellung der Zugprobekörper



	<b>Schaum A</b> <b>w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B</b> <b>w : z = 0,45</b>
Einheit	kg m <sup>-3</sup>	kg m <sup>-3</sup>
Rechnerische Trockenrohddichte	190	190
Tatsächliche Trockenrohddichte	172	168

### 3.6.2 Vorbereitung der Probekörper

Im Rahmen der uniaxialen Zugversuche werden die Zugfestigkeit der beiden Schäume untersucht. Weiterhin sollte ursprünglich auch der E - Modul unter Zugbeanspruchung ermittelt werden, wofür die Dehnungen im planparallelen Bereich aufgezeichnet werden sollten, da dort reine, uniaxiale Dehnungen vorliegen. Da es für mineralisierten Schaum keine Dehnungsmessstreifen (DMS) gibt und weiterhin keine geeigneten Wegaufnehmer für den planparallelen Bereich vorhanden sind, sollte zur Ermittlung der Dehnungen die sogenannte Digital Image Correlation (DIC) auf Grundlage einer Grauwertkorrelation angewandt werden. Da die Schaumoberfläche selbst zu wenig Kontrast bietet, wird eine Seite des Probekörpers zunächst mit weißer Wandfarbe grundiert, wobei darauf zu achten ist, dass die Farbschicht möglichst dünn ist und das Materialverhalten des Schaumes nicht beeinflusst. Anschließend werden auf den getrockneten Untergrund schwarze Punkte als Specklemuster mit Wasserfarbe aufgebracht. Das Muster muss dabei unregelmäßig sein und die Punktgröße über der Porengröße der Schaumstruktur liegen.



Abbildung 3.21 Geklebter Probekörper mit Lagesicherung und aufgebrachtem Specklemuster

Für die Versuchsdurchführung werden die Probekörper auf Tellerhalter geklebt, die in den Versuchsaufbau eingebaut werden können. Dazu wird ein Injektionsmörtel basierend

auf Epoxidharz mit einer sehr hohen Zugfestigkeit verwendet. Weiterhin können mit dem Mörtel kleine Unebenheiten in der Grundfläche des Probekörpers ausgeglichen werden. Aufgrund der langen Verarbeitungszeit von ca. zwei Stunden nach Aufbringen des Mörtels können die Zugproben ordentlich ausgerichtet werden, was mit Hilfe einer kleinen Wasserwaage und seitlich angestellten C - Profilen an den Probekörpern erfolgt (Abbildung 3.21). Die Aushärungszeit des Mörtels beträgt 48 Stunden. Um einen Einfluss aus der Klebtechnik zu vermeiden, werden die Serien A und B durchmischt.

### 3.6.3 Versuchsaufbau und Messequipment

Zur Durchführung der Zugversuche wird eine Universalprüfmaschine *Zwick Roell ZW050* der Firma *Zwick Roell* verwendet. Diese verfügt über eine Kraftmessdose Allround-Line mit einer maximal aufnehmbaren Kraft von 50 kN, welche sich an der oberen Traverse befindet. Zudem wird an der oberen Traverse eine weitere Kraftmessdose mit einer maximal zulässigen Kraft von 1 kN angebracht, um die Messgenauigkeit im unteren Kraftbereich der zu erwartenden Zugkräfte zu erhöhen.



Abbildung 3.22 Versuchsaufbau des uniaxialen Zugversuchs mit eingebautem Probekörper

Der Versuchsaufbau zum Befestigen der Probekörper in der Prüfmaschine, welcher in Abbildung 3.22 dargestellt ist, besteht aus einem Verbindungsstück mit einem Kugelgelenk und einer Feder, sodass eine zentrische Kraftaufbringung gewährleistet werden kann. Durch einen Bolzen kann der Probekörper inklusive Tellerhalter und aufgeschraubtem Vierkantstück am Aufbau befestigt werden.

Die Zugversuche des mineralisierten Schaums werden, wie bei spröden Werkstoffen vielfach üblich, kraftgesteuert mit  $0,5 \text{ N s}^{-1}$  durchgeführt.

### 3.6.4 Versuchsdurchführung

Alle Versuche werden nach dem gleichen Ablauf durchgeführt, um Einflüsse aus den Arbeitsabläufen zu minimieren:

- Einbau der Probe senkrecht mit aufgeklebten Tellern,
- Einstellen der Vorkraft von 5 N,

- Nullsetzen beider Kraftmessdosen und Versuchsstart,
- Versagen der Probe führt zu einem Kraftabfall, infolgedessen die Prüfmaschine stoppt und wieder in die Ausgangslage zurückfährt.
- Überprüfung anhand einer Schablone, ob das Versagen im planparallelen Bereich aufgetreten ist gemäß Abbildung 3.23.

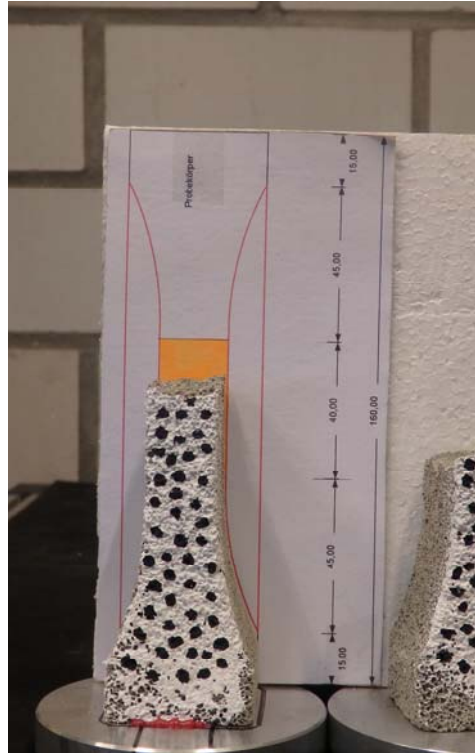


Abbildung 3.23 Exemplarische Überprüfung der Lage des Versagens am Probekörper. Ein Versagen innerhalb des orangefarbenen Bereichs entspricht einem Versagen im planparallelen Bereich

Das Versagen tritt bei Schaum A nur in sechs von 12 Fällen im planparallelen Bereich ein, wodurch der auswerterelevante Probenumfang klein ist. Bei Schaum B versagen 9 von 10 Proben im planparallelen Bereich, so dass hier alle geprüften Probekörper auch für die Ermittlung der Zugfestigkeit zur Verfügung stehen.

### 3.6.5 Ermittlung der Zugfestigkeit

In die Berechnung der Zugfestigkeit  $f_{CT}$  geht die Bruchkraft  $F_U$ , welche zum Versagen des Probekörpers unter Zugbelastung führt, und die jeweilige Brutto-Querschnittsfläche  $A_0$  des planparallelen Bereichs ein:

$$f_{CT} = \frac{F_u}{A_0} \quad (3.7)$$

Für die Ermittlung des E-Moduls werden mittels DIC die Dehnungen und Verschiebungen im planparallelen Bereich über virtuelle Gauges und ein die Gauges verbindendes Extensometer aufgezeichnet. Dabei zeigt sich, dass deren Aufzeichnungen trotz erfolgreicher Kalibrierung des Messsystems keine plausiblen Ergebnisse liefern.

Tabelle 3.13 Zugfestigkeit der Einzelwerte von Schaum A

Probennummer		Zugfestigkeit $f_{CT}$	Bruchlast $F_U$
	Einheit	MPa	N
A_03		0,066	49,082
A_05		0,076	56,254
A_06		0,070	53,086
A_07		0,064	46,642
A_08		0,069	52,917
A_15		0,072	53,591

Die Versuchsergebnisse für den Schaum B sind in Tabelle 3.14 aufgelistet.

Tabelle 3.14 Zugfestigkeit der Einzelwerte von Schaum B

Probennummer		Zugfestigkeit $f_{CT}$	Bruchlast $F_U$
	Einheit	MPa	N
B_01		0,087	64,944
B_02		0,084	64,874
B_04		0,062	47,501
B_05		0,103	56,752
B_06		0,056	40,749
B_07		0,084	63,341
B_08		0,071	53,735
B_09		0,065	50,002
B_10		0,073	52,484

### 3.6.6 Statistische Auswerteverfahren

Die Bestimmtheitsmaße für die Zugfestigkeit sind in Tabelle 3.15 dargestellt und zeigen auch hier, dass die Bestimmtheitsmaße aller drei Verteilungsfunktionen sehr ähnlich sind.

Tabelle 3.15 Vergleich der Bestimmtheitsmaße für die uniaxiale Zugfestigkeit

Verteilungsfunktion	Schaum A $w : z = 0,40$	Schaum B $w : z = 0,45$
Normalverteilung	0,9875	0,9579
Logarithmierte Normalverteilung	0,9900	0,9738
Zweiparametrische Weibullverteilung	0,9671	0,9463

Im Falle der Zugfestigkeit erweist sich die logarithmierte Normalverteilung als am besten passend zu den Versuchsergebnissen. Da jedoch die Unterschiede sehr gering sind und die Schubversuche nach Weibull ausgewertet werden, werden auch im Falle der

124 3 Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum

Zugversuche deren Ergebnisse nach der zweiparametrischen Weibullverteilung ausgewertet. Das Wahrscheinlichkeitsnetz ist in Anhang A.2.2 dargestellt.

Tabelle 3.16 zeigt die Ergebnisse für die Zugfestigkeit beider Serien. Serie B weist hiernach eine leicht höhere Festigkeit auf (vgl. Abbildung 3.24)

Tabelle 3.16 Mittelwert, Standardabweichung und 5 % - Quantilwert der Zugfestigkeit

Verteilungsfunktion		Schaum A w : z = 0,40	Schaum B w : z = 0,45
	Einheit	MPa	MPa
Mittelwert		0,069	0,076
Standardabweichung		0,004	0,014
5 % - Quantilwert		0,058	0,044

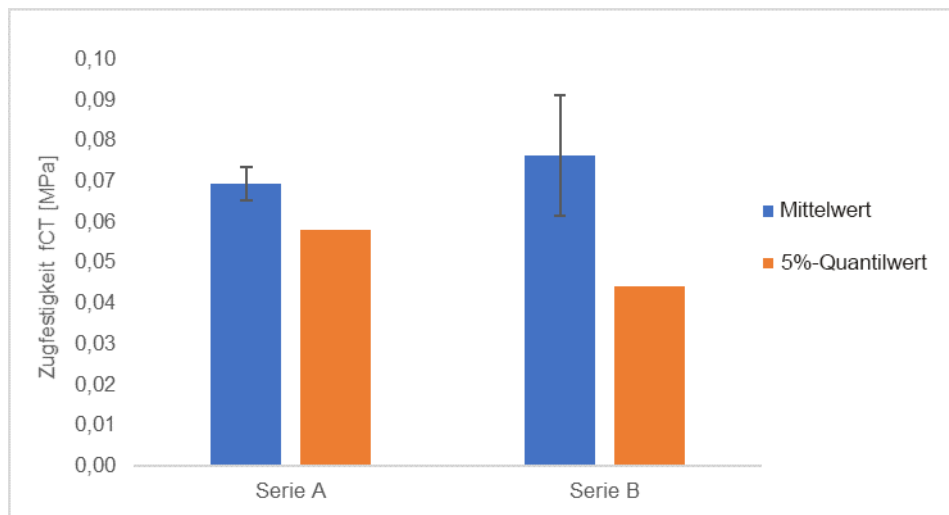


Abbildung 3.24 Vergleich der Mittelwerte und 5 % - Quantilwerte der Zugfestigkeit der beiden Schaumserien A und B

Jedoch ist die Streuung innerhalb der Serie größer als bei Schaum A, so dass der 5 % - Quantilwert geringer als bei Schaum A ist.

Aus Konsistenzgründen wird bei der Auswertung der mechanischen Kennwerte obige statistische Auswertung von 5 % - Quantilwerten vorgestellt, nicht ohne zu erwähnen, dass die Aussagekraft der Auswertung aufgrund des sehr geringen Probenumfangs von



nur sechs bzw. neun Einzelproben je Serie selbstredend sehr gering ist. Eine Erweiterung des Probenumfangs ist absolut erforderlich.

## 3.7 Uniaxiale Druckversuche

### 3.7.1 Rohdichte der Probekörper

Die mit dem Schaum A hergestellten Würfel haben eine mittlere Trockenrohddichte von  $192 \text{ kg m}^{-3}$  und liegt damit im Bereich der angestrebten Trockenrohddichte von  $190 \pm 10 \text{ kg m}^{-3}$ . Bei Schaum B beträgt diese mittlere Trockenrohddichte  $189 \text{ kg m}^{-3}$ . Damit liegen diese im Vergleich zu den Zug- und Schubprobekörper am dichtesten an der Zielrohddichte.

Tabelle 3.17 Trockenrohddichte der beiden Schäume für die Herstellung der Druckprobekörper

	<b>Schaum A</b> <b>w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B</b> <b>w : z = 0,45</b>
Einheit	$\text{kg m}^{-3}$	$\text{kg m}^{-3}$
Rechnemische Trockenrohddichte	190	190
Tatsächliche Trockenrohddichte	192	189

### 3.7.2 Vorbereitung der Probekörper

Für die uniaxialen Druckversuche zur Ermittlung der Druckfestigkeit können die Würfel mit einer Kantenlänge von 100 mm so verwendet werden, wie sie aus der Schalung entnommen und gelagert wurden. Lediglich für die auch im Druckfall angestrebte DIC werden die Probekörper mit weißer Farbe angestrichen und mit einem Specklemuster versehen (vgl. Abbildung 3.25)

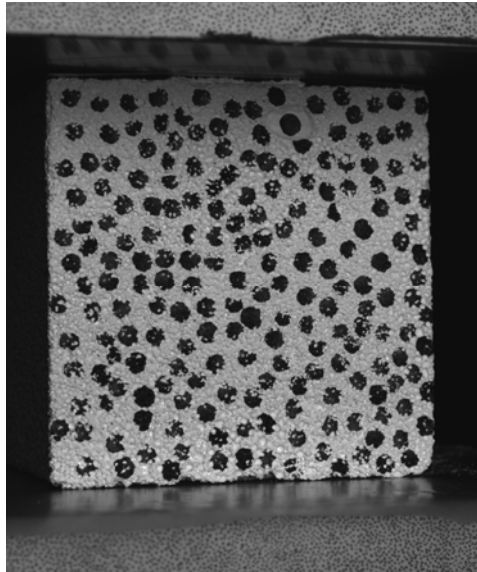


Abbildung 3.25 Darstellung des mit einem schwarzen Tafelstift aufgetragenen Specklemusters an einem Druckwürfel

Insgesamt wurden drei Serien des Schaumes A mit jeweils 10 Würfeln und drei Serien des Schaumes B mit jeweils 10 Würfeln hergestellt, vorbereitet und geprüft.

### 3.7.3 Versuchsaufbau und Messequipment

Sämtliche Versuche zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von ultraleichtem, mineralisiertem Schaum werden im Labor des *Instituts für Statik und Konstruktion* durchgeführt. Die Versuche werden an der Universalprüfmaschine *Zwick Roell ZW050* durchgeführt. Die Kraftaufzeichnung erfolgt mit einer, zusätzlich zur bestehenden Standarddose, eingebauten Kraftmessdose mit einer maximalen Kraft von 1 kN.

Oberhalb der Kraftmessdosen wird eine starre, quadratische Druckplatte mit der Kantenlänge 150 mm angebracht. An der oberen Traverse wird eine Druckplatte mit identischen Abmessungen angebracht, die jedoch mit einem Pfannenlager an die starre Aufnahmevorrichtung der Traverse angeschlossen ist. Dies hat den Hintergrund, dass die Probekörper herstellungsbedingt nicht exakt planparallel zueinander sind und durch die gelenkige Lagerung der Prüfplatten ein vollständiger Formschluss zwischen Prüfplatte und Probekörper gewährleistet wird, ehe die zentrische Druckkraft eingeleitet wird.

Zwischen den Druckplatten und den Probekörperoberflächen werden je eine, mit Silikonspray gefettete, Folie angeordnet, die die Reibung zwischen Platte und Probekörper bestmöglich herabsetzen soll (vgl. Abbildung 3.26).

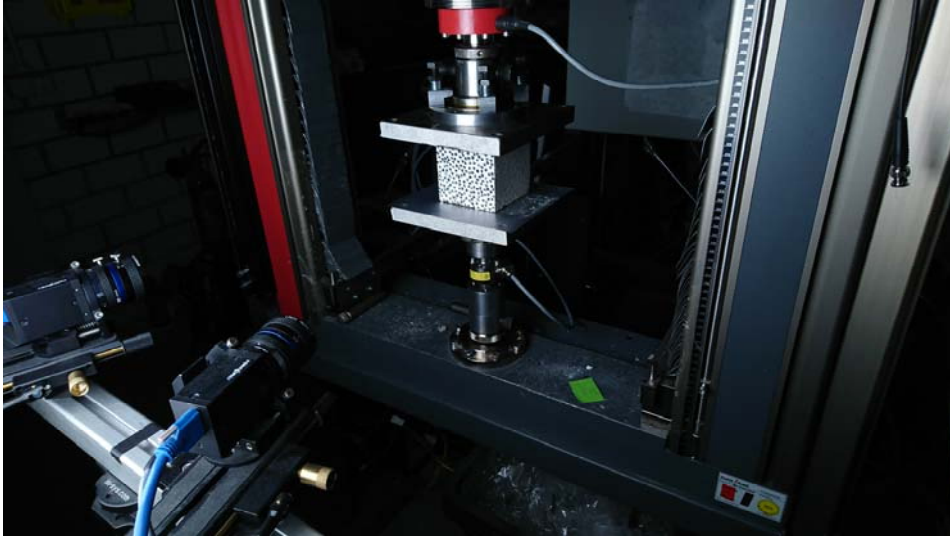


Abbildung 3.26 Versuchsaufbau uniaxialer Druck

Da der zementgebundene Schaum im relevanten Kraft - Weg Bereich keine großen Deformationen erfährt, werden die Versuche kraftgesteuert mit einer Prüfgeschwindigkeit von  $2 \text{ N s}^{-1}$  und einem damit einhergehenden Spannungszuwachs von  $2 \times 10^{-4} \text{ MPa s}^{-1}$ , bezogen auf Würfel mit einer Kantenlänge von 100 mm, durchgeführt. Damit wird eine quasi-statische Lastaufbringung gewährleistet.

### 3.7.4 Versuchsdurchführung

Der Versuchsablauf der uniaxialen Druckversuche gestaltet sich wie folgt:

- Imprägnierung von Klarsichtfolie mit Silikonspray und Auflegen einer Folie auf den unteren Prüfteller,
- Aufsetzen des Probekörpers mittig auf die Folie und den unteren Prüfteller,
- Auflegen der oberen Folie auf den Probekörper und Zusammenfahren der beiden Prüfteller bis ein Formschluss mit dem Probekörper vorliegt,
- Einstellen der Vorkraft von 5 N,
- Nullsetzen beider Kraftmessdosen und Versuchsstart,
- nach einem gewissen Anstieg der Kraft wird der Probekörper nahezu vollständig komprimiert (Abbildung 3.27),

- der Versuch endet bei einer Stauchung des Probekörpers von 65 %.

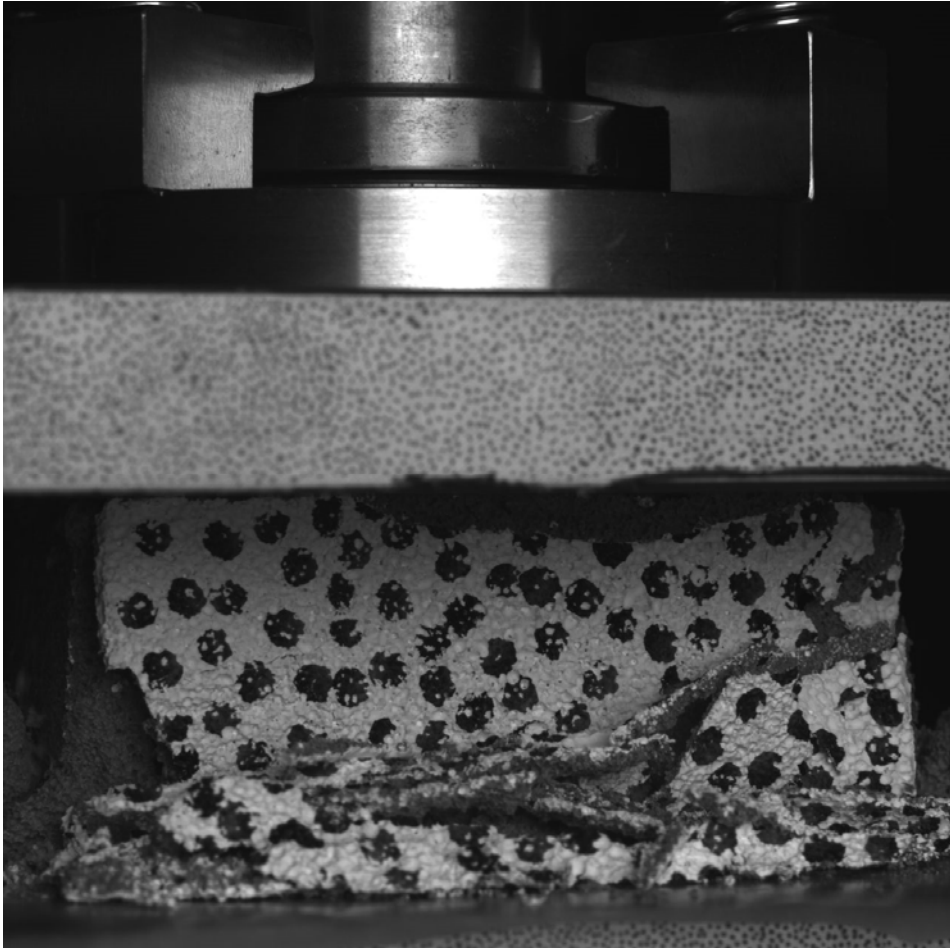


Abbildung 3.27 Exemplarische Darstellung des komprimierten Schaumes nach Ende des uniaxialen Druckversuchs

Abbildung 3.28 zeigt das Kraft - Weg - Diagramm der drei Serien des Schaumes A aus Mittelwerten von jeweils 10 Probekörper. Die zugehörigen Werte sind in Tabelle 3.18 aufgeführt.

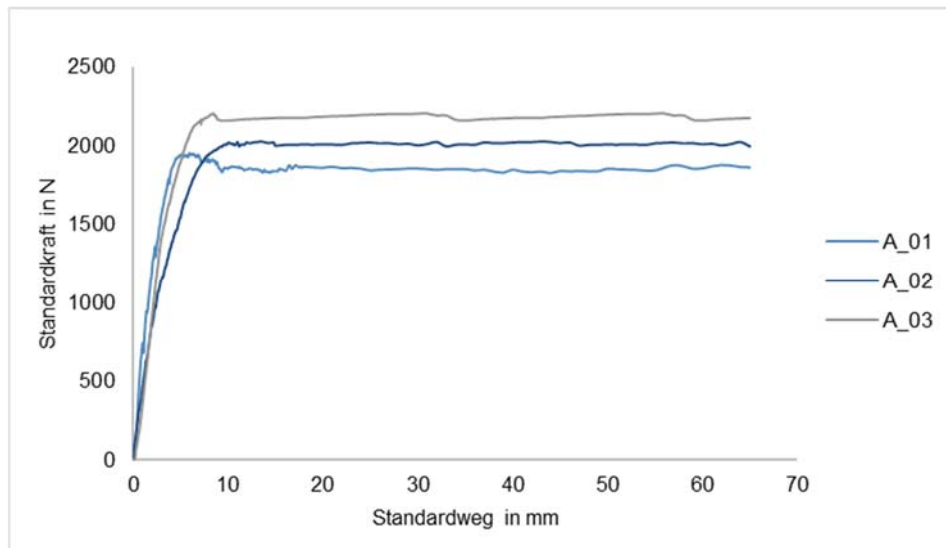


Abbildung 3.28 Kraft - Weg - Diagramm der Würfel von Schaum A unter uniaxialer Druckbelastung als Mittelwerte der Serie

Tabelle 3.18 Ergebnisse der Mittelwerte der uniaxialen Druckversuche von Schaum A

Probennummer	Maximallast $F_{\max}$	zugehörige Verschiebung
	Einheit	
A_01	N	mm
A_01	1.953	6,00
A_02	2023	13,39
A_03	2200	8,51

Für Schaum B sind die Versuchsergebnisse in Abbildung 3.29 dargestellt. Die zugehörigen Werte finden sich in Tabelle 3.19.

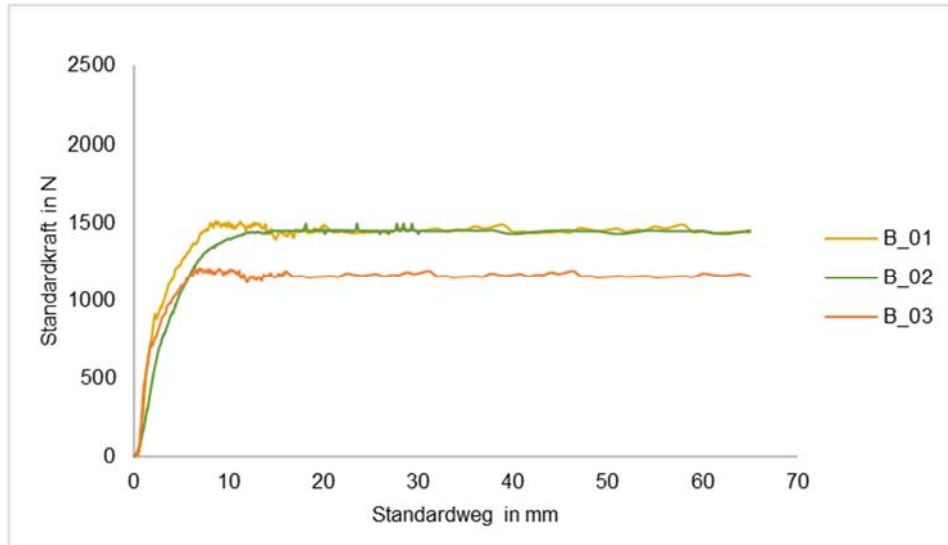


Abbildung 3.29 Kraft – Weg - Diagramm der Würfel von Schaum B unter uniaxialer Druckbelastungen als Mittelwerte der Serie

Tabelle 3.19 Ergebnisse der Mittelwerte uniaxialen Druckversuche von Schaum B

Probennummer	Maximallast $F_{\max}$	zugehörige Verschiebung
Einheit	N	mm
B_01	1509	8,67
B_02	1403	10,41
B_03	1207	6,94

Es ist ersichtlich, dass die Serien A\_01 bis A\_03 des Schaumes A insgesamt höhere Bruchlasten aufweisen, als die Serien des Schaumes B.

### 3.7.5 Ermittlung der Druckfestigkeit

In die Berechnung der Druckfestigkeit  $f_{cc}$  geht die Brutto-Querschnittsfläche  $A_0$  und die maximale Kraft  $F_{\max}$  ein, ehe der Probekörper sich unter einer annähernd gleichbleibenden Belastung komprimiert.

$$f_{CC} = \frac{F_{\max}}{A_0} \quad (3.8)$$

Die Berechnung erfolgt für je alle 30 Einzelwerte Werte des Schaums A und B.

### 3.7.6 Statistische Auswerteverfahren

Die Bestimmtheitsmaße der uniaxialen Druckfestigkeit sind in Tabelle 3.20 dargestellt. Wie bei den anderen Versuchen erweisen sich diese als sehr ähnlich und alle gleichsam passend. Die zweiparametrische Weibullverteilung wird hier erneut gewählt.

Tabelle 3.20 Vergleich der Bestimmtheitsmaße für die uniaxiale Druckfestigkeit

<b>Verteilungsfunktion</b>	<b>Schaum A w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B w : z = 0,45</b>
Normalverteilung	0,9642	0,9594
Logarithmierte Normalverteilung	0,9702	0,9592
Zweiparametrische Weibullverteilung	0,9987	0,9975

Serie A weist im Vergleich zur Serie B eine höhere Druckfestigkeit entsprechend Tabelle 3.21 und Abbildung 3.30 auf.

Tabelle 3.21 Mittelwert, Standardabweichung und 5 % - Quantilwert der Druckfestigkeit

<b>Verteilungsfunktion</b>	<b>Schaum A w : z = 0,40</b>	<b>Schaum B w : z = 0,45</b>
Einheit	MPa	MPa
Mittelwert	0,206	0,138
Standardabweichung	0,010	0,012
5 % - Quantilwert	0,177	0,119

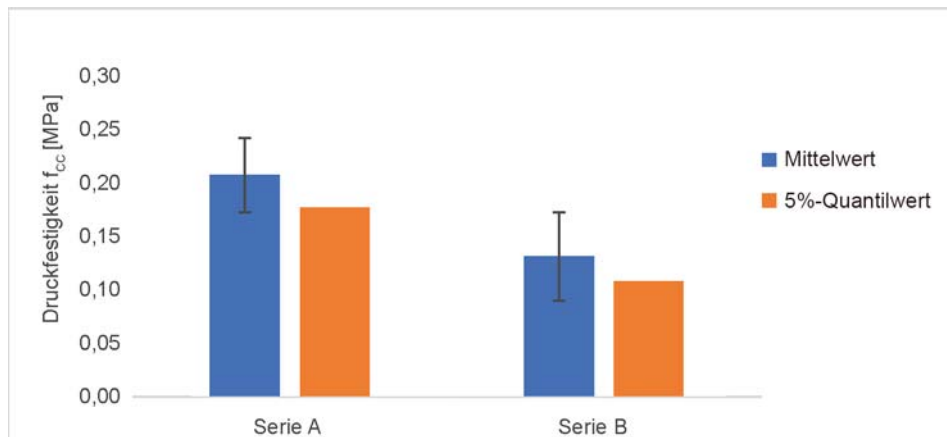


Abbildung 3.30 Vergleich der Mittelwerte und 5 % - Quantilwerte der Druckfestigkeit der beiden Schaumserien A und B

Die Streuung ist innerhalb der beiden Schäume ähnlich groß. Insgesamt weist der Schaum A eine etwas höhere Druckfestigkeit auf, als Schaum B.

Der untersuchte Probenumfang beträgt in beiden Porositätsklassen jeweils 30 Probekörper und stellt damit eine solide Grundgesamtheit für eine Erstprüfung dar. Insofern ist die Aussagefähigkeit obiger Auswertung in einem ersten Schritt durchaus gegeben, wengleich aufgrund der Streuung diese weiter abgesichert werden muss.

## 3.8 Morphologie der beiden Schäume

### 3.8.1 Porengrößeneinteilung und deren Ermittlung

In Kapitel 3.2 wird auf den Zusammenhang von Porenstruktur und mechanischer Eigenschaften hochporöser Materialien eingegangen. Aus diesem Grund werden die Versuche mit zwei Schäumen unterschiedlicher Porosität, basierend auf unterschiedlichen Wasser – Zement - Werten, durchgeführt. Die Herstellung des Schaums ist ein äußerst komplexer Vorgang und daher sind die getroffenen Annahmen hinsichtlich Porosität und damit einhergehend der Unterschiedlichkeit beider Schäume zu belegen. Dies erfolgt an einem Lichtmikroskop VHX-600, der Firma *KEYENCE* in Anlehnung an DIN EN 480 - 11: 2005 - 12 für jeweils einen Probekörper jeder Herstellserie (Schub, Zug und Druck) sowie jeder Schaumkonfiguration A und B. Hierbei erfolgt entsprechend (GILKA-BÖTZOW, 2016) die Einteilung von Poren in

- kleine Poren mit einem Radius von  $< 0,05$  mm,



- mittlere Poren mit Radien im Bereich von 0,05 mm bis 0,25 mm und
- große Poren mit Radien von  $> 0,25$  mm.

Wesentlich ist hierbei, dass erstere, die überwiegend im Zementstein in Form von Gelporen, Kapillarporen und kleinen Luftporen zu finden sind, mittels Quecksilberdruckporosimetrie in Anlehnung an GILKA-BÖTZOW, 2016 und die anderen mittels Lichtmikroskopie ermittelt werden. Die mittleren und großen Poren werden je Probekörper an bis zu 100 Bildern unter einer 50 - fachen Vergrößerung analysiert. Jedes Einzelbild hat dabei eine Untersuchungsfläche von  $16 \text{ mm}^2$ . Somit werden in Summe je Serie  $1600 \text{ mm}^2$  Probekörperfläche untersucht. Abbildung 3.31 zeigt einen ersten Unterschied hinsichtlich der beiden Materialien A und B:

- Material A weist im mittleren Porenbereich mehr und größerer Poren auf,
- Material B hingegen wenige kleine Poren.

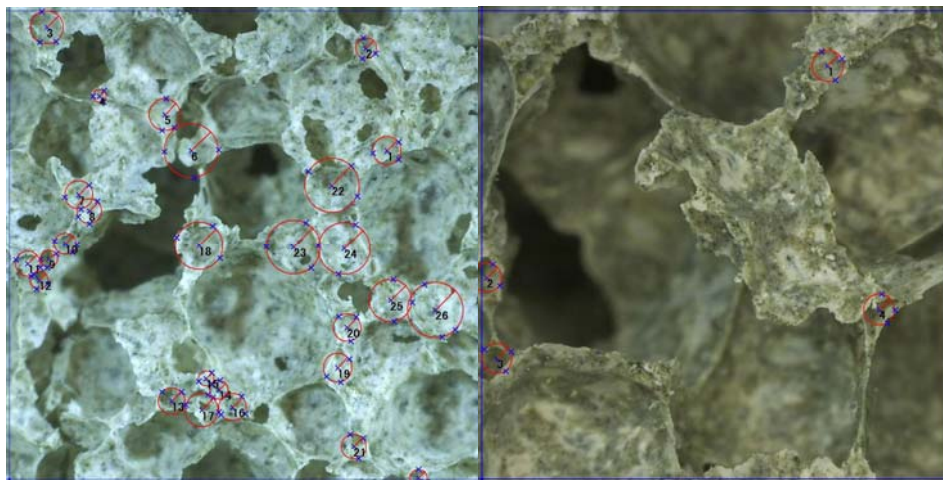


Abbildung 3.31 Einzelbildvergleich der mittleren Porenklasse bei einer Kantenlänge von 4 mm für Schaum A (links) und Schaum B (rechts)

Für die Darstellung der großen Poren wird eine 20 - fache Vergrößerung verwendet. Somit hat jedes Einzelbild eine Betrachtungsfläche von  $64 \text{ mm}^2$ . Die in dieser Porengröße üblicherweise vorliegende polyedrische Kontur wird durch Kreise approximiert. Abbildung 3.32 zeigt den grundsätzlichen Unterschied zwischen Material A und Material B:

- Material A hat tendenziell kleinere, dafür mehr Poren und
- Material B hat weniger größere Poren.

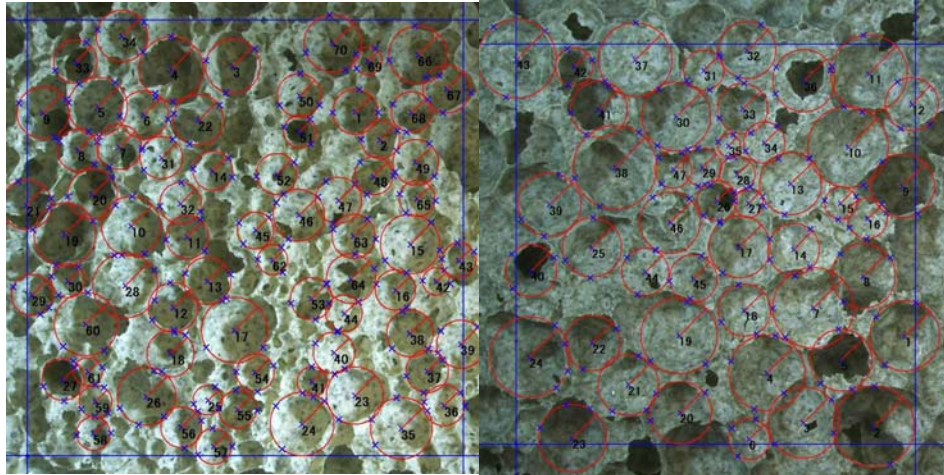


Abbildung 3.32 Einzelbildvergleich der großen Porenklasse bei einer Kantenlänge von 8 mm für Schaum A (links) und Schaum B (rechts)

### 3.8.2 Porengrößenverteilung

#### Porenanzahl

Für die Porengrößen werden, um die Vergleichbarkeit der einzelnen Proben gewährleisten zu können, eine identische Fläche von  $1600 \text{ mm}^2$  betrachtet. Abbildung 3.33 zeigt die Anzahl der gezählten Poren je unterteilter, radiusabhängiger Porenklasse in Schritten von  $0,05 \text{ mm}$  jeder Serie.

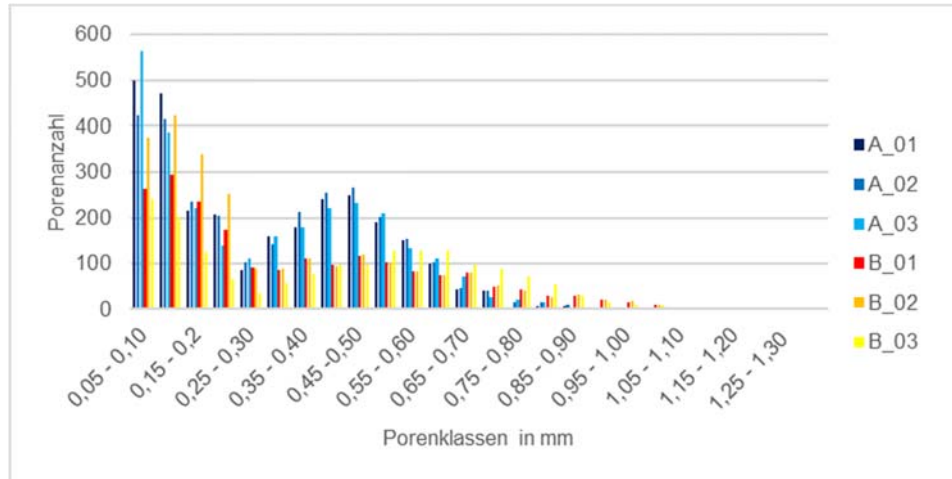


Abbildung 3.33 Porenanzahl je Porenklasse jeder Einzelserie

Gemein ist allen Serien ein Minimum der Poren im Bereich von 0,25 mm bis 0,30 mm. Die Serie A\_1 hat den größten Anteil der mittleren Poren im Bereich kleiner Radien, große Poren sind nennenswert nur bis zu einem Radius von 0,65 mm vorhanden. Serie A\_2 verhält sich sehr ähnlich wie Serie A\_1, gleiches gilt für Serie A\_3. Die exakte Zusammensetzung von Porenanzahl und deren Flächenanteile sind für jede Serie im Anhang A.3 zusammengestellt.

Im Vergleich zu den Serien A\_1 bis A\_3 weicht Serie B\_1 bis B\_3 deutlich ab (vgl. Abbildung 3.33). So treten mehr Poren im Bereich der großen Poren zu Tage auf Kosten eines deutlichen Rückgangs der unteren Porenbereiche. Durch die höhere Anzahl an größeren Poren erklärt sich auch die deutliche geringere Anzahl der Gesamtporen im Vergleich zu Material A. Innerhalb der Serie B stimmen die Porenanzahl ebenfalls gut überein.

### Porenflächenanteile

Neben der Porenanzahl stellen auch die Porenflächen  $A_p$  jeder Porenklasse eine wichtige Kategorie zur Beschreibung der Morphologie von Schäumen dar. Sie berechnet sich mit dem mittleren Radius der Porenklasse  $r_p$  und der Anzahl der Poren  $n_p$  in dieser Klasse zu:

$$A_p = \pi \cdot r_p^2 \cdot n_p \quad (3.9)$$

In Bezug zur gesamten untersuchten Oberfläche ergeben sich dann die Porenflächenanteile  $A_{p,F}$  zu:

$$A_{P,F} = \frac{A_P}{A_{Gesamt}} \quad (3.10)$$

Abbildung 3.34 zeigt den Zusammenhang der einzelnen Flächenanteile zu den Porenklassen bezogen auf jeder Herstellungsserie.

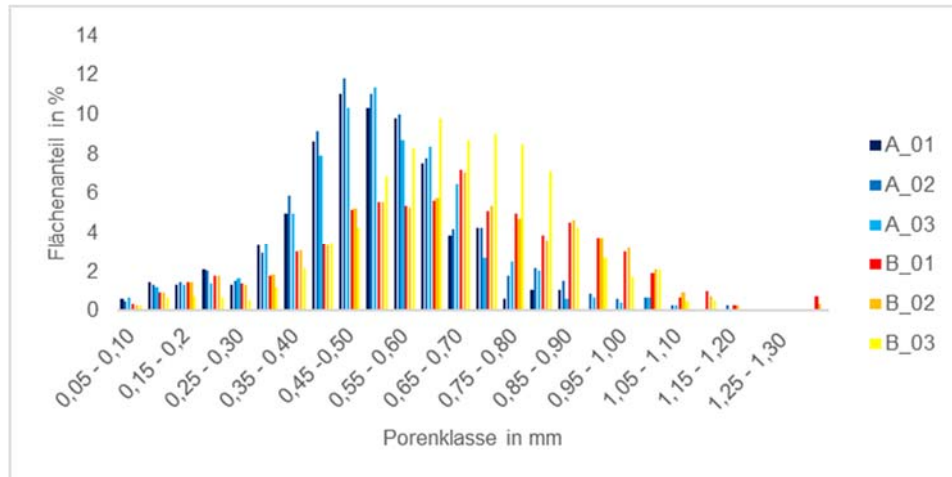


Abbildung 3.34 Porenfläche je Porenklasse jeder Einzelserie

Man erkennt für Material A einen dominierenden Porenflächenanteil im Bereich von 0,35 mm bis 0,65 mm. Für Material B liegt der dominierende Anteil im Bereich von 0,45 mm bis 0,85 mm. Beide Anteile korrespondieren mit der Porenanzahl nach Abbildung 3.33 unter Eingedenk der Tatsache, dass mit größer werdendem Radius die Anteile schneller dominant werden.

### 3.8.3 Porositätsklasseneinteilung

Mit den Ergebnissen des Kapitels 3.8.2 soll es möglich sein, die einzelnen Serien, gemäß den in GILKA-BÖTZOW, 2016 definierten und in Kapitel 2.1.6 vorgestellten Porositätsklassen, einzuordnen. Diese Klassen basieren im Wesentlichen auf einer Ordnung nach dem Maximalporendurchmesser und einer gleichmäßigen Porenverteilung innerhalb der einzelnen Porenklassen. Eine Einteilung kann aufgrund der Untersuchungsmethode niemals trennscharf erfolgen, so dass immer von einem Spektrum der Porositätsklassen auszugehen ist.

Die Serien des Schaums A haben allesamt Porengrößtdurchmesser im Bereich von 1,3 mm bis 1,5 mm, ausgenommen vereinzelte Ausreißer nach oben bis maximal 2,4 mm und sind daher der Porenklasse A zuzuordnen. Hinsichtlich der Verteilung der einzelnen Poren und der Lamellenbeschaffenheit erscheint eine Zuordnung im Bereich der Porenklasse A bis B möglich. Die Zuordnung erfolgt somit zur Porenklasse A und B.

Die Serien des Schaumes B haben Porengrößtdurchmesser in signifikanter Anzahl von 2,0 mm. Porenform und deren Verteilung verhalten sich vom Grundsatz ähnlich wie bei Material A, jedoch mit einer gleichmäßigeren Verteilung im Bereich der großen Poren. Somit wird eine Einteilung in die Porenklassen C und D vorgenommen.

### 3.9 Ergänzende Untersuchungen zur Carbonatisierungsneigung von mineralisiertem Schaum

#### 3.9.1 Carbonatisierungsvorgang zementöser Werkstoffe

Über das Carbonatisierungsverhalten zementöser Schäume gibt es bisher in der Literatur keinerlei Untersuchungen. Für eine potentielle Verwendung von nichtalkaliresistenten Fasern innerhalb des Schaumes, bspw. aus Basalt, zur Verbesserung bestimmter Eigenschaften, hat die Carbonatisierung des Schaumes bzw. das Vorhandensein des alkalischen Milieus eine große Bedeutung. Bei der Hydratation des Zements entsteht Calciumhydroxid  $\text{Ca(OH)}_2$ . Dieses ist verantwortlich für die hohe Alkalität des Zementsteins mit einem pH - Wert  $\geq 12$ . Das Calciumhydroxid nimmt jedoch im Lauf der Zeit Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ) aus der Luft auf und wird in Calciumcarbonat ( $\text{CaCO}_3$ ) und Wasser ( $\text{H}_2\text{O}$ ) umgewandelt, was ein Absinken des pH - Werts auf kleiner 9 zufolge hat.



Das alkalische Milieu innerhalb der Zementsteinmatrix sinkt also. Bei Stahlbeton hat dies Auswirkungen auf den Korrosionsschutz der Bewehrung. Während diese bei vollständiger Umhüllung mit Zementstein durch die hohe Alkalität auch bei Anwesenheit von Feuchtigkeit und Sauerstoff wirksam vor Korrosion geschützt ist, ist dies im Bereich des carbonatisierten Betons nicht mehr der Fall. Die Folge ist, dass bei Anwesenheit von Feuchtigkeit (z.B. bei Außenbauteilen, die dem Schlagregen ausgesetzt sind oder bei häufig wiederkehrender hoher Luftfeuchtigkeit) die Bewehrung oberflächlich rosten kann, was mit einer Volumenvergrößerung und - bei Behinderung der Ausdehnung - mit einem Absprengen der Betonüberdeckung verbunden ist. Je nach Dichtigkeit des Zementsteins (w : z - Wert abhängig) kann die Kohlensäure aus der Luft einige Millimeter bis wenige

Zentimeter in den Beton eindringen (Carbonatisierungstiefe). Diese Carbonatisierungstiefe wird insbesondere von der Porosität und Durchlässigkeit des Zementsteins bestimmt. Ein ausreichend hoher Zementgehalt, ein ausreichend geringer Wasserzementwert, eine genügend hohe Alkalitätsreserve sowie eine sorgfältige Nachbehandlung verringern die Carbonatisierungsgeschwindigkeit und vor allem die Eindringtiefe auf ein technisch tolerierbares Maß.

Im Hinblick auf die Verwendung von nicht alkaliresistenten Fasern im Schaum und der Tatsache, dass dieser unbewehrt ist, wäre eine vollständige Carbonatisierung des Materials nicht nur unerheblich, sondern sogar von Nutzen, wenn auf diese Weise man auf alkaliresistente Fasern verzichten könnte.

### 3.9.2 Untersuchung zum Carbonatisierungsverhalten

Eine in der Betontechnik gängige Möglichkeit zur Überprüfung des Carbonatisierungsfortschrittes ist der sogenannte Phenolphthaleintest an Bruchflächen des Betons. Hierbei wird die die pH - Wert - Änderung mit Hilfe einer geeigneten Indikatorlösung nachgewiesen. Die alkoholische Phenolphthaleinlösung hat die Eigenschaft, dass deren Farbe im Bereich von  $\text{pH} > 9$  von farblos auf rot - violett umschlägt. An frischen Bruchflächen bleibt beim Aufsprühen der Lösung der carbonatisierte Bereich hell, während sich der nichtcarbonatisierte Bereich rot - violett verfärbt. Die Carbonatisierungstiefe  $d_k$  wird als Abstand der Farbumschlaggrenze zur jeweiligen Betonoberfläche bestimmt.

Für den mineralisierten Schaum stellt sich die Frage, ob der Phenolphthaleintest für derartig poröse Materialien geeignet ist? Die Indikatorlösung wird in flüssiger Form aufgesprüht, dabei ist unklar, wieviel Indikatorlösung tatsächlich auf die Zementsteinlamellen trifft und welche Menge direkt in die Poren geht? Diese sind wie in Kapitel 2.1.6 beschrieben, auch nicht vollständig geschlossenzellig, so dass die Flüssigkeit hier auch weit in die Probe eindringen kann und nicht auf der Oberfläche verbleibt. Daher wird für den Schaum auf eine Untersuchungsmethode zurückgegriffen, die eine Carbonatisierung aufgrund der in einer Probe vorhandenen, in obiger Gleichung dargestellten, Reaktionsprodukte detektieren kann - die thermogravimetrische Analyse (TGA). Dabei wird die Gewichtsänderung einer Probe bei veränderten Temperaturen aufgezeichnet (vgl. WEISE, 2018).

Grundsätzlich kann man bei zementösen Werkstoffen sagen, dass Gewichtsänderungen unter  $600^\circ\text{C}$  auf Wasserabspaltungen sowie bei höheren Temperaturen auf die Freisetzung von  $\text{CO}_2$  zurückzuführen sind. Somit steht der Massenverlust von  $\text{CaCO}_3$  im Temperaturbereich zwischen  $600^\circ\text{C}$  und  $900^\circ\text{C}$  für eine vorhandene Carbonatisierung, da die Probe Kalkstein enthält, welcher entsprechend obiger Gleichung ein Reaktionsprodukt des Carbonatisierungsvorgangs ist. Um feststellen zu können, wie stark diese Carbonatisierung des Schaumes ausfällt, werden neben dem

Schaum auch reiner Zementstein auf Basis des Zementes unter denselben Expositionsbedingungen untersucht, der auch im Schaum verwendet wird. Hierzu wird der mineralisierte Schaum in einen 25 Liter Eimer gefüllt und sieben Tage zum Aushärten im klimatisierten Labor unter einer wasserdampfdichten Folie stehen gelassen. Anschließend wird der Eimer in der Mitte aufgesägt und eine Hälfte für 21 Tage im Labor (Expositionsklasse XC1) unter konditionierten Bedingungen bei 21 ° C und 23 % relativer Luftfeuchte gelagert. Die andere Hälfte wird auf einem Flachdach unter Klima exponierten Bedingungen (Expositionsklasse XC4) gelagert. Gleiches wird mit Kleinstproben von Zementstein gemacht entsprechend nachfolgender Abbildung 3.35.



Abbildung 3.35 Auf dem Dach gelagerter mineralisierter Schaum und Zementstein mit jeweils einer exponierten Oberfläche

Aus der Schaumprobe werden nach insgesamt 28 und 56 Tagen jeweils ein Bohrkern gezogen und an dessen Enden (Oberfläche und -9 cm) Kleinstmengen abgenommen für die anschließende TGA. Diese Proben werden unter dem Zusetzen von Aceton gemörsert (siehe Abbildung 3.36).



Abbildung 3.36 Probenentnahme und -vorbereitung.

Gleiches wird auch mit dem Zementstein gemacht Anschließend werden die Proben thermogravimetrisch untersucht. Hierzu wird das am *Institut für Werkstoffe im Bauwesen* der *TU Darmstadt* vorhandene Gerät der Firma *Netzsch* verwendet. In einen Tiegel aus Aluminiumoxid werden 40 mg bis 50 mg der Probenentnahme gefüllt und unter Stickstoff für ca. 30 Minuten auf 40 ° C erhitzt.



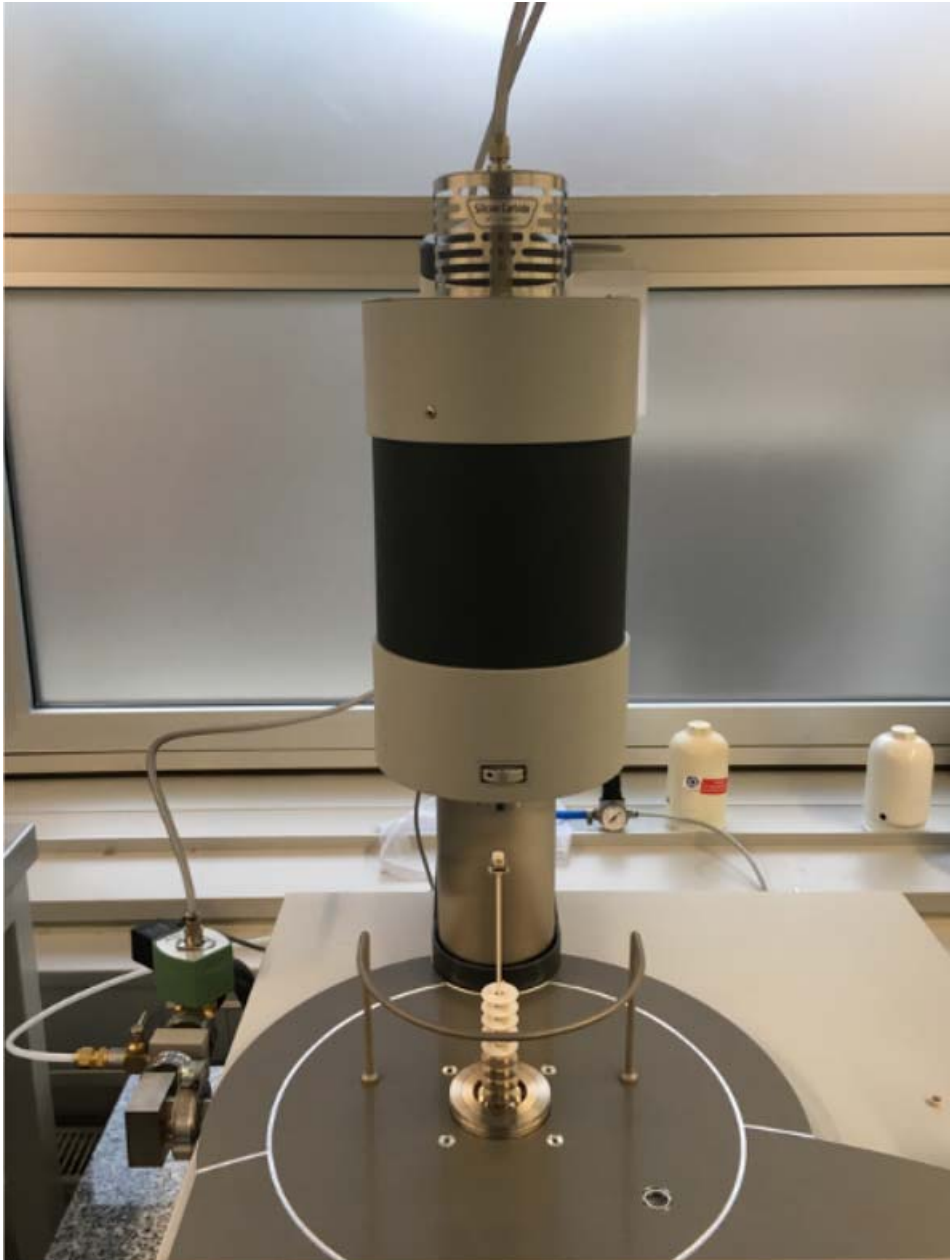


Abbildung 3.37 TGA an Probe aus mineralisiertem Schaum.

### 142 3 Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zementösem, mineralisiertem Schaum

Anschließend werden die Proben mit einer konstanten Heizrate von 20 ° C pro Minute auf 1000 ° C erhitzt. Die Auswertung erfolgte mit der systemintegrierten Software sowie *OriginPro2016*. Nachfolgende Abbildung 3.38 zeigt einen exemplarischen Verlauf zweier TG - Kurven:

- *TG: Innen* für die Unterseite des Bohrkerns in 9 cm Tiefe unterhalb der Oberfläche, sowie
- *TG: Außen* für die der Umwelt zugewandten Seite des Schaumkerns an der Oberfläche.

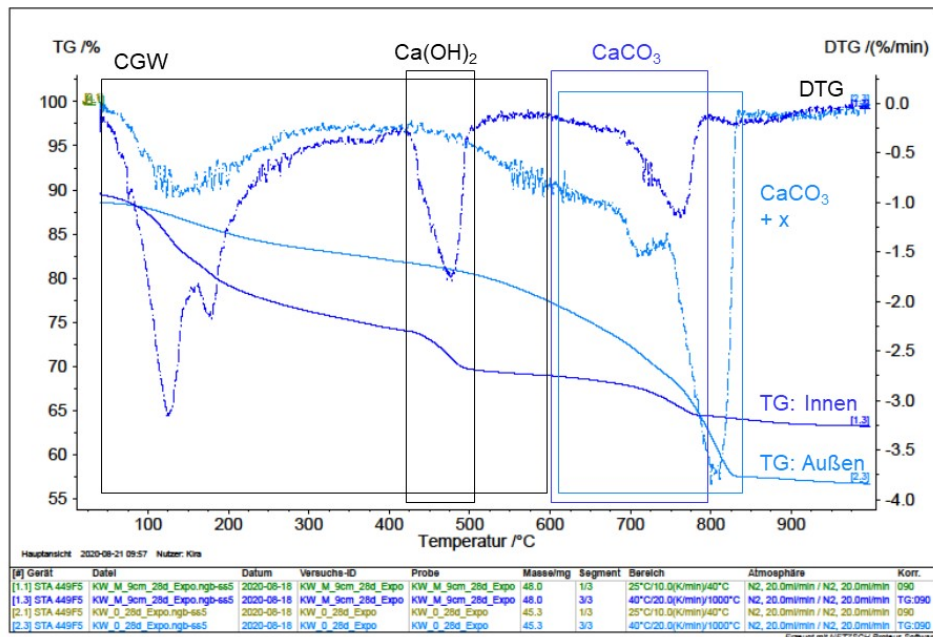


Abbildung 3.38 Exemplarischer TG Verlauf von mineralisiertem Schaum an exponierter Oberfläche und 9 cm darunter

Im Wesentlichen kann man durch die TGA drei Peaks erkennen. Peak I stellt bei ca. 100 ° C das Entweichen von chemisch gebundenem Wasser dar. Peak II bei 400 ° C bis 500 ° C die Reaktion von im Zement gebundenen  $\text{Ca(OH)}_2$  zu Wasser und  $\text{CaO}$ . Peak III dient als Indikator für eine bereits vorhandene Carbonatisierung, da hier Calciumcarbonat in Calciumoxid und Kohlenstoffdioxid zerfällt. Es zeigt sich, dass bei der exponierten Probe der Massenverlust von  $\text{CaCO}_3$  deutlich stärker ausfällt als bei der Probe, die nicht den Umweltbedingungen frei ausgesetzt ist. Der Vergleich mit den Referenzmessungen von Zementstein zeigt, dass der mineralisierte Schaum, sofern er den Umweltbedingungen

ausgesetzt wird, eine deutliche Carbonatisierung erfährt. Diese ist zudem ca. 3 - mal stärker als die von Zementstein (vgl. Tabelle 3.22).

Tabelle 3.22 Zusammenstellung der Ergebnisse der TGA von mineralisiertem Schaum und Zementstein

Probenname	Probenart	Lagerungsort	Probenalter	Expositionsklasse	Freigesetzte Reaktionsprodukte		
					Chemisch gebundenes Wasser (C.GW)	Ca(OH) <sub>2</sub>	CaCO <sub>3</sub>
Einheit	-	-	d	-	g (100 g) <sup>-1</sup>	g (100 g) <sup>-1</sup>	g (100 g) <sup>-1</sup>
KW_CEMI-A-LL	Rohstoff	-	0	-	0,96	0,60	12,98
KW_O_28d	Schaum	Oberfläche	28	XC1	22,29	18,30	16,71
KW_M_9cm_28d	Schaum	Innen	28	XC1	23,28	19,32	15,16
KW_O_28d_Labor	Schaum	Oberfläche	56	XC1	28,72	18,61	15,29
KW_M_9cm_28d_Labor	Schaum	Innen	56	XC1	29,47	19,73	13,65
KW_O_28d_Expo	Schaum	Oberfläche	56	XC4	14,59	0,00	58,06
KW_M_9cm_28d_Expo	Schaum	Innen	56	XC4	24,91	20,73	15,10
KW_O_8Mo_Labor	Schaum	Oberfläche	300	XC1	26,57	18,70	16,01
KW_M_9cm_8Mo_Labor	Schaum	Innen	300	XC1	31,00	20,86	15,08
KW_O_8Mo_Expo	Schaum	Oberfläche	300	XC4	14,68	0,00	61,19
KW_M_9cm_8Mo_Expo	Schaum	Innen	300	XC4	33,93	20,32	15,56
KW_ZL_O_28d	Zementleim	Oberfläche	28	XC1	20,67	14,37	14,73
KW_ZL_M_28d	Zementleim	Innen	28	XC1	20,57	14,25	13,83
KW_ZL_O_28d_Labor	Zementleim	Oberfläche	56	XC1	23,01	13,47	14,06
KW_ZL_M_28d_Labor	Zementleim	Innen	56	XC1	21,96	13,52	13,15
KW_ZL_O_28d_Expo	Zementleim	Oberfläche	56	XC4	17,45	11,89	19,71
KW_ZL_M_28d_Expo	Zementleim	Innen	56	XC4	21,43	14,37	13,68
KW_ZL_O_8Mo_Labor	Zementleim	Oberfläche	300	XC1	23,41	15,22	15,19
KW_ZL_M_8Mo_Labor	Zementleim	Innen	300	XC1	24,15	14,39	13,81
KW_ZL_O_8Mo_Expo	Zementleim	Oberfläche	300	XC4	21,81	12,56	22,56
KW_ZL_M_8Mo_Expo	Zementleim	Innen	300	XC4	23,89	16,32	14,35

Die Lagerung von mineralisiertem Schaum im geschützten Innenbereich führt selbst an der Oberfläche zu einer kaum stärkeren Carbonatisierung im Vergleich zum deutlich dichteren Zementstein. Man kann also gut erkennen, dass Schaum unter Einwirkung von  $\text{CO}_2$  aus der Luft und Feuchtigkeit stark oberflächennah carbonatisiert. Dies bedeutet, dass oberflächennaher Kontakt mit alkaliempfindlichen Materialien wie beispielsweise Basalt unbedenklich ist, da in diesem Bereich der Schaum bereits einen pH - Wert unter 10 aufweist.

Abschließend wird geprüft, ob der bei Festbeton standardmäßig verwendete Phenolphthaleintest diese Ergebnisse in ähnlicher Art und Weise bestätigen wird. Hierzu wird parallel zu obigen Proben jeweils ein weiterer Bohrkern aus der Schaumprobe gezogen und an den beiden Oberflächen gemäß RILEM CPC - 18 satt mit Phenolphthalein besprüht (vgl. Abbildung 3.39).



Abbildung 3.39 Aufsprühen des Indikators Phenolphthalein auf die Schaumoberflächen

Gut zu erkennen ist in nachfolgender Abbildung 3.40 der Unterschied zwischen der im Kern der Probe (-9 cm) befindlichen Oberfläche und der, welche der Umgebung ausgesetzt war.

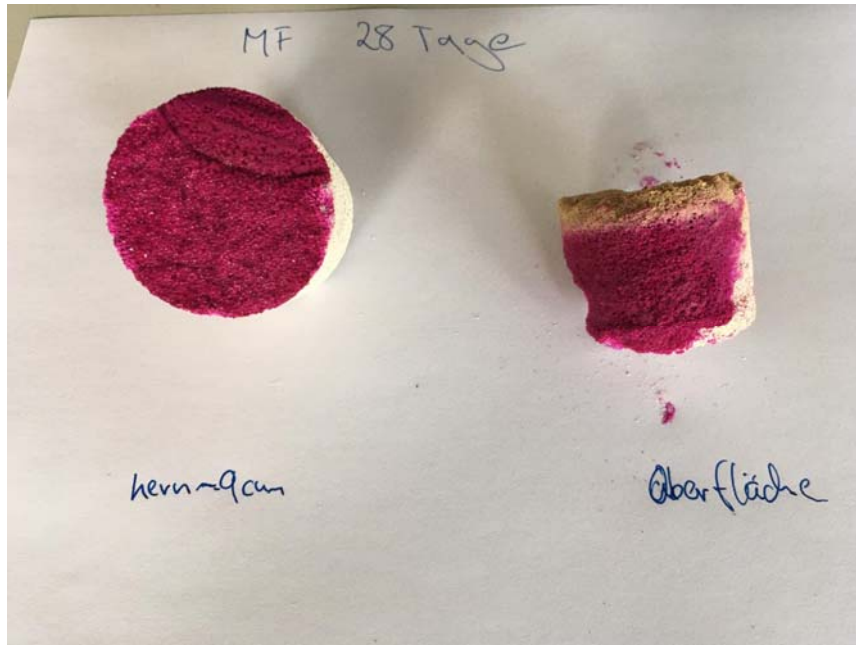


Abbildung 3.40 Ergebnis des Phenolphthalein Tests nach 28 Tagen im Kern und an der Oberfläche.

Die Oberfläche, welcher der Umgebungsluft auf dem Dach ausgesetzt war, bleibt farblos und gilt daher gemäß den Testbedingungen als carbonatisiert. Das Nachmessen nach einer Exposition von 28 Tagen ergibt eine Carbonatisierungstiefe von ca. 9 mm entsprechend Abbildung 3.41.



Abbildung 3.41 Carbonatisierungstiefe von 0,9 cm

Noch deutlicher fällt der Unterschied aus nach weiteren 7 Monaten. Abbildung 3.42 zeigt einen Carbonatisierungsfortschritt von ca. 43 mm im Vergleich zu dem im Labor und somit im Innenraum gelagerten Schaum, der keinerlei Carbonatisierung erfährt.



Abbildung 3.42 Ergebnis des Phenolphthalein Tests nach 8 Monaten einer Probe, die im Innenraum gelagert wurde (links) und einer Probe, die im Freien exponiert gelagert wurde (rechts).

Die beschriebenen Untersuchungen zeigen, dass der Schaum schnell und stark carbonatisiert, jedoch nicht über die komplette Bauteildicke, sondern nur im oberflächennahen Bereich. In tieferen Schichten herrscht auch bei entsprechenden, die Carbonatisierung begünstigende Bedingungen, ein stark alkalisches Milieu vor.

### 3.10 Ergänzende Ausführungen zum Formänderungsverhalten infolge Schwindens

Formänderungen zementöser Werkstoffe äußern sich unter anderem in der Form elastischer und plastischer Verformungen aus äußeren Kräften und der daraus hervorgerufenen inneren Spannungen, wie in den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels beschrieben wird. Herrscht die äußere Belastung über einen längeren Zeitraum

oder gar dauerhaft vor, tritt Kriechen des Zementsteins zu Tage und es kommt zu plastischen Verformungen.

Eine andere Art der Formänderung sind äußerlich spannungslose Verformungen hervorgerufen durch Schwinden und Quellen in Folge von Veränderungen des Wassergehalts im Zementstein. Durch Feuchteabgabe und Gefügewandlungen reduziert sich im Falle des Schwindens das Volumen des Zementsteins. Quellen stellt das gegenläufige Verhalten dar, ist im Falle von zementösen Werkstoffen jedoch von untergeordneter Bedeutung (sofern es sich nicht um gefügezerstörende Volumenvergrößerungen wie z.B. Sulfattreiben handelt). Maßgeblich wird das Schwinden vom Zementleim, der umgebenden Luft und der Bauteilgeometrie beeinflusst. Je nach auslösendem Phänomen werden verschiedenen Formen des Schwindens unterschieden.

### **Trocknungsschwinden und Frühschwinden**

Infolge von Verdunstungen unmittelbar nach dem Gießen von Zementleim reduziert sich der auf der Oberfläche des Bauteils befindliche Wasserfilm zunehmend. Sobald die Feststoffpartikel ohne schützenden Wasserfilm freiliegen, führt der Druckunterschied zwischen den Flüssigkeitsteilchen und der umgebenden Luft zu einer Art Sogwirkung und einem kapillaren Unterdruck im Wasser. Die Feststoffpartikel wandern zusammen und führen zu einer Volumenverminderung. Tritt zusätzlich Luft ins Gefüge ein, kann es zur Schwindrissbildung kommen. Durch eine entsprechende Nachbehandlung in Form eines lange anhaltenden Wasserfilms auf der Oberfläche kann dieses Frühschwinden und die daraus häufig resultierende netzartige Schwindrisse abgemindert werden.

Auch im weiteren Verlauf findet der Feuchtigkeitsausgleich zwischen der umgebenden Luft und dem chemisch (noch) nicht gebundenem Wasser statt. Die Effekte des Frühschwindens werden fortgesetzt, solange bis sich eine entsprechende Ausgleichsfeuchte eingestellt hat. Dies ist abhängig von der relativen Luftfeuchte, der Temperatur, der Zementart und der Druckfestigkeit sowie dem Verhältnis der Bauteilfläche zu ihrem Umfang.

### **Chemisches Schwinden und autogenes Schwinden**

Die Hydratation führt dazu, dass ein Großteil des Anmachwassers chemisch gebunden wird. Dabei werden die Wassermoleküle um bis zu 25 % effizienter in das kristalline Gitter der Hydratationsprodukte eingebaut, als im Ausgangszustand von Wasser (vgl. HEIDELBERG CEMENT AG, 2017). Daher verringert sich das Volumen der Hydratationsprodukte im Vergleich zu den Ausgangsstoffen Wasser und Bindemittel.

Durch die zunehmende Erhärtung reduziert sich die Plastizität der Bindemittelmatrix und die spannungslosen Verformungen des chemischen Schwindens ändern sich hin zu spannungsinduzierenden Verformungen des sogenannten autogenen Schwindens. Dies



führt häufig an den Kontaktflächen zu anderen Körpern innerhalb der Bindemittelmatrix wie Gesteinskörnung und Bewehrung zu Mikrorissen, die später auch zu Trennrissen anwachsen können. Die induzierten Spannungen treten in Form von zentrischen Zugspannungen im Querschnitt auf.

### **Carbonatisierungsschwinden**

Carbonatisierung wie in Kapitel 3.9 beschrieben führt zu Volumenänderungen eines Teils der CSH - Phasen und kann somit auch als eine Art des chemischen Schwindens gesehen werden. Die Porigkeit der Oberfläche sowie die Luftfeuchtigkeit sind für die Größe des Carbonatisierungsschwindens maßgebend.

Das Gesamtschwindmaß setzt sich aus Anteilen des Trocknungsschwindes und des autogenen Schwindens zusammen. Über viele Jahre hinweg laufen Schwindprozesse und streben asymptotisch schließlich einem Endschwindmaß zu.

Im Falle des mineralisierten Schaumes wurden, wie in Kapitel 2.1.6 erwähnt, Schwindversuche in GILKA-BÖTZOW, 2016 durchgeführt und ein Endschwindmaß nach ca. 600 Tagen von 3,5 % ermittelt. An einem im Rahmen des Forschungsprojektes *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* hergestellten Freibewitterungsversuch (vgl. FLUM et al., 2019) sind Risskartierungen vorgenommen worden, deren empirische Ergebnisse ebenfalls in GILKA-BÖTZOW, 2016 niedergeschrieben sind. Demnach haben die dort festgestellten Schwindrisse ihre Ursache unter anderem in der Materialzusammensetzung des mineralisierten Schaumes. Fehlende Gesteinskörnung und hoher Porenanteil führen zu niedrigen Rohdichten und niedrigen End- und Frühfestigkeiten und damit zu einem hohen Endschwindmaß. Ein hoher Wasseranteil oberhalb des chemischen Optimums begünstigt ferner das Trocknungsschwinden. GILKA GILKA-BÖTZOW, 2016 hingegen sieht die Hauptursache für das hohe Schwindmaß des mineralisierten Schaumes auf Grund der Tatsache, dass das Trocknungsschwinden bei einem hochporösen Material zügig von statten gehen müsste, der Schwindvorgang des mineralisierten Schaumes entsprechend der Schwindrinnenversuche jedoch bis zu 500 Tage andauerte, ehe eine erkennbare deutliche Abflachung der Kurve und damit eine Annäherung an ein Endschwindmaß eintrat, eher in einem verzögerten chemischen Schwinden durch zeitversetzte Reaktionen von nichthydratisiertem Zement mit der Umgebungsfeuchtigkeit.

Maßnahmen, um das Schwinden von mineralisiertem Schaum zu reduzieren, müssen zuvorderst an der Materialzusammensetzung oder der -herstellung ansetzen.

Die Zugabe von Schwindreduzierer wäre hierbei sicherlich ein erster Ansatz, sofern diese im Hinblick auf Nachhaltigkeitsaspekte nicht negative Auswirkungen mit sich bringen.

Weiterhin könnte nach GILKA-BÖTZOW, 2016 unter Verwendung von Fließmitteln der Bindemittelleim so flüssig gemacht werden, dass ein direktes Aufschäumen des Leims

erfolgen und damit der hohe Wassergehalt reduziert werden könnte. Gleichzeitig müsste zur Aufrechterhaltung des Schaumgefüges das Abbindeverhalten beschleunigt werden. Hier bedarf es umfangreicher Laborversuche, um die Wechselwirkung der dafür erforderlichen Zusatzmittel untereinander und in Kombination mit dem erforderlichen Schaumbilder zu untersuchen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht geleistet werden konnten.

Ein dritter Ansatz ist die Zugabe einer schwindrissreduzierenden Bewehrung in Form von Fasern oder leichter Drahtmatten.

### 3.11 Zusammenfassung und Vergleich mit anderen Kernwerkstoffen

Im vorstehenden Kapitel werden mechanische und chemische Untersuchungen am zementösen, mineralisierten Schaum durchgeführt. Ausgehend von der Fragestellung, ob eine unterschiedliche Porenstruktur bei gleicher Zielrohddichte zu unterschiedlichem mechanischem Verhalten des Schaums, ausgedrückt durch signifikant unterschiedliche Materialkennwerte, führt, werden Probekörper mit verschiedenen Geometrien für zwei Schäume mit unterschiedlichem  $w : z$ -Wert (Schaum A = 0,40, Schaum B = 0,45) in einem Fertigteilwerk hergestellt und anschließend unter konditionierten Bedingungen ca. 28 Tage gelagert. Bei der Herstellung der Probekörper zeigt sich bereits, dass kleine, geometrisch anspruchsvollere Probekörper schwierig herzustellen sind, da bereits kleinste Störeffekte beim Einfüllen und während des Abbindeprozesses die Probekörper unbrauchbar machen können. Besonders bei den knochenförmigen Prismen für uniaxiale Zugversuche kommt noch das Ausschalen der Probekörper als weiteres Potential zur Zerstörung selbiger hinzu. Insgesamt konnten so für die Zugversuche nur knapp die Hälfte der ursprünglich hergestellten Probekörper verwendet werden.

Die Schubversuche werden in Anlehnung an DIN EN 14509: 2013 - 12 an Sandwichbalken mit metallischen Deckschichten durchgeführt. Dabei werden 4 - Punkt - Biegeversuche so konfiguriert umgesetzt, dass es zu einem Schubversagen im mineralisierten Schaum kommt. Aus der Durchbiegung in Feldmitte und der zugehörigen Last im linearen Kraft – Verformungsbereich können über die Biegesteifigkeiten des Sandwiches die reinen Biegeverformungen berechnet und gemeinsam mit den aufgezeichneten Gesamtverformungen daraus auf die schubinduzierten Verformungen zurückgerechnet werden. Schubmodul und Schubfestigkeit können auf diese Weise bestimmt werden.

Für die Bestimmung der uniaxialen Zugfestigkeit werden Zugversuche an den bereits erwähnten knochenförmigen Prismen durchgeführt. Die Zugfestigkeit wird aus der

Bruchlast sowie der Ausgangsquerschnittsfläche des planparallelen Bereichs ermittelt, sofern das Versagen auch wirklich in diesem Bereich mit uniaxialer Zugspannung eintritt.

Die uniaxiale Druckfestigkeit wird an Würfeln mit einer Kantenlänge von 100 mm bestimmt als Wert der maximal aufnehmbaren Kraft bezogen auf die Würfelquerschnittsfläche. Das Versagen unter uniaxialer Druckbeanspruchung tritt in Form einer nahezu vollständigen Komprimierung des Probekörpers auf.

In Tabelle 3.23 sind die Ergebnisse der statistischen Auswertung nach der zweiparametrischen Weibullverteilung dargestellt.

Tabelle 3.23 Zusammenfassung der ermittelten Materialkennwerte für die Schäume A und B

Verteilungsfunktion		Schaum A w : z = 0,40	Schaum B w : z = 0,45
Einheit		MPa	MPa
Schubfestigkeit $f_{CV}$	Mittelwert	0,045	0,048
	5 % - Quantilwert	0,026	0,029
Schubmodul $G_C$	Mittelwert	10,34	9,87
	5 % - Quantilwert	4,73	4,31
Zugfestigkeit $f_{CT}$	Mittelwert	0,069	0,076
	5 % - Quantilwert	0,058	0,044
Druckfestigkeit $f_{CC}$	Mittelwert	0,206	0,138
	5 % - Quantilwert	0,177	0,119

Insgesamt bleibt festzuhalten, dass die Streuung der Ergebnisse hoch ist und obige Werte durch eine Vergrößerung des Probenumfangs genauer quantifiziert werden müssen, insbesondere unter Zugbelastung.

Vergleicht man dennoch diese Ergebnisse mit anderen Kernwerkstoffen von Sandwichkonstruktionen wie beispielsweise PUR, so zeigt sich, dass der zementöse Schaum von seinen mechanischen Kenngrößen durchaus mit diesen Werkstoffen mithalten kann. So liegt beispielsweise die Schubfestigkeit von 120 mm starkem PUR bei  $f_{CV} = 0,06$  MPa und der Schubmodul beträgt  $G_C = 3,6$  MPa. Die Zugfestigkeit, geprüft allerdings als Sandwichelemente und nicht als reiner Kernwerkstoff, liegt bei  $f_{CT} = 0,08$  MPa und die Druckfestigkeit bei  $f_{CC} = 0,09$  MPa. Ergänzend von Bedeutung ist, dass die obigen Kennwerte für deutlich weniger dichte Schäume ( $\rho = 115 \text{ kg m}^{-3}$ ) gelten, dafür aber auch nur bis zu einer Kernschichtdicke bis etwa 200 mm. Dickere Kernschichten aus PUR haben wiederum geringere Festigkeiten und einen geringeren Schubmodul, da der Schäumungsprozess von PUR im Gegensatz zum mineralisierten Schaum eine Gradierung der mechanischen Eigenschaften über die Querschnittshöhe mit sich bringt.

Weiterhin ist erkennbar, dass aus der Mikroskopie von Probekörpern jeder Versuchsserie sich der gewünschte Effekt zweier unterschiedlicher Porenverteilungen bei

annähernd gleicher Rohdichte einstellen lässt, jedoch bringen diese unterschiedlichen inneren Strukturaufbauten keine erkennbaren Unterschiede im mechanischen Verhalten der Schäume mit sich.

Abschließend wird durch die Untersuchung des Carbonatisierungsverhaltens von mineralisiertem Schaum im Innen- und Außenbereich gezeigt, dass in exponierter Umgebung eine deutlich stärkere Carbonatisierung des Schaumes im Vergleich zu Zementstein stattfindet. Der Carbonatisierungsfortschritt nach knapp 300 Tagen beträgt knapp 4,5 cm. Von einer kurzfristigen (mehrere Tage bis wenige Wochen) vollständigen Carbonatisierung des Schaumes kann man daher keinesfalls sprechen, wenngleich die poröse Struktur mit offen- und geschlossenzelligen Poren diese Vermutung mit sich bringt. Dies ist von Bedeutung, wenn man sich überlegt, wie man das mechanische Verhalten des Schaumes bei gleichbleibender Rohdichte verbessern kann im Hinblick auf eine konkurrenzfähige Anwendung des Schaumes im Kern von Sandwichelementen im Vergleich zu bestehenden Produkten. Hier wird in der Literatur oftmals die Faserzugabe postuliert auch vor dem Hintergrund, das enorme Schwindvermögen des Schaumes zu reduzieren. Es bleibt festzuhalten, dass man im Falle einer Faserzugabe nicht um die Verwendung alkaliresistenter und damit im Vergleich teurerer Fasern umherkommt.

# 4 Ökobilanzierung von mineralisiertem Schaum

## 4.1 Allgemeines

Mit der Zielvorgabe einer vollständigen Klimaneutralität des Bundes bis 2045 (BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, 2021) und den daraus abgeleiteten Vorgaben für den Gebäudesektor, einer Reduktion des CO<sub>2</sub> – Verbrauchs um 65 % bis 2030 gegenüber 1990 und einer Reduzierung des Primärenergieverbrauchs um 80 % gegenüber 2008, stellen sich große Herausforderungen an die Anlagentechnik sowie die Transmissionswärmeverlustreduzierung von Neubauten und vor allem Bestandsbauten ein (vgl. Kapitel 2.2.7). Gleichzeitig muss aber der Fokus von einer bloßen Betrachtung des Gebäudebetriebs auch hin zu einer Ressourceneffizienz der eingesetzten Baumaterialien und deren Recycling- und Verwertungspotential hingelenkt werden. Somit bekommen die ökologischen Anforderungen an Baumaterialien gegenüber den technischen und physikalischen Anforderungen mehr an Bedeutung. Neuartige Materialien müssen daher auch im Hinblick auf ihre ökologische Leistungsfähigkeit hin untersucht und bewertet werden und die Ergebnisse hieraus sollten genauso in einer Werkstoffauswahl Berücksichtigung finden wie die Betrachtungen von technischen und ökonomischen Eigenschaften.

Der im Rahmen des Forschungsprojektes *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* erstmalig im Großmaßstab als Dämmung in der Gebäudehülle eingesetzte ultraleichte mineralisierte Schaum muss daher auch unter ökologischen Gesichtspunkten untersucht und bewertet werden, damit dessen Einsatzpotential für zukünftige Anwendungen als mineralischer und im Hinblick auf den konstruktiven Wand- und Dachaufbau bestenfalls sortenreinen Dämmstoff mit den Klimaschutzziele vereinbar ist. Daher ist es erforderlich, eine Produktökobilanz des mineralisierten Schaumes zu erstellen. Hierfür werden nachfolgend zunächst die Prozesse zur Herstellung des mineralisierten Schaums analysiert (Kapitel 4.3). Bezogen auf eine funktionelle Einheit werden dann eine Sachbilanz sowie eine Wirkungsabschätzung über den Produktions- und Transportweg als Untersuchungsrahmen durchgeführt. Die Auswertung samt Vergleich mit anderen üblichen Dämmstoffen rundet die Ökobilanzierung des mineralisierten Schaums ab (Kapitel 4.4). Im Hinblick auf seine Verwertung als Sekundärprodukt nach dem Ende seiner Funktion innerhalb bestehender

Bauelemente wird abschließend eingegangen (Kapitel 4.5). Einführend hierzu wird die Funktionsweise einer Produktökobilanz für Normalbeton demonstriert, um das Vorgehen und die Aussagefähigkeit an einem bekannten Werkstoff nachvollziehbar aufzuzeigen, ohne jedoch tatsächlich benötigte stoffliche Mengen sowie Emissionswerte zu ermitteln (Kapitel 4.2).

Die nachfolgenden Betrachtungen wurden vom Autor überwiegend im Forschungsprojekt *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* im Rahmen einer Bachelorarbeit (vgl. ACKERMANN, 2016) erarbeitet und sind dort auch im Abschlussbericht in Auszügen aufgeführt (FLUM et al., 2019), den der Autor in wesentlichen Teilen mitverfasst hat.

## 4.2 Prinzipdarstellung einer Stoffstromanalyse am Beispiel von Normalbeton

Für die Ermittlung der Umweltdaten eines Produktsystems ist die Durchführung einer Stoffstromanalyse empfehlenswert (vgl. Kapitel 2.2.2 und 2.2.3), da somit die Ökobilanzierung transparent und damit nachvollziehbar durchgeführt werden kann. Darin werden Stoff- und Materialströme erfasst, die mit den verschiedenen Prozessen in Verbindung stehen. Wurden alle vorhandenen Prozessmodule und Produktflüsse identifiziert, können auf deren Basis die umweltrelevanten Kennwerte und Daten erhoben werden. Bei den zu erhebenden Daten handelt es sich zum einen um Mengenangaben von stofflichen Inputs und Outputs, die die Produktflüsse zwischen einzelnen Prozessmodulen darstellen, zum anderen sind diese Daten emissionsbedingte Outputs oder Energieverbrauchswerte. Je detaillierter die Stoffstromanalyse ausfällt, desto aufwändiger gestaltet sich die Datenerhebung, jedoch ist im Normalfall das Ergebnis der Bilanz umso genauer. Für einen typischen Normalbeton der Festigkeitsklasse C 30 / 37 wird der grundsätzliche Ablauf einer Stoffstromanalyse vorgestellt. Dies wird exemplarisch am Beispiel von Normalbeton gemacht, da für Menschen aus dem Bausektor die Betonherstellung oftmals ein geläufiges Verfahren darstellt, dass irgendwann einmal im Zuge einer Ausbildung, eines Studiums oder in der praktischen Arbeit durchdrungen werden musste und daher als nachvollziehbar und bekannt vorausgesetzt werden kann. Somit bietet es ein ideales und baubezogenes Herstellungsverfahren, bei dem die Aufmerksamkeit auf das Zusammenspiel von Stoff- und Energieflüssen innerhalb jedes Prozessmoduls gelegt werden kann.

### Ziel und Untersuchungsrahmen

Erste Schritte sind die Festlegungen von Ziel und Untersuchungsrahmen, hier also die Darstellung der Prozessmodule für die Herstellung (cradle to gate, Betrachtungsstadien A 1 bis A 3 nach DIN EN 15804: 2020 - 03) samt aller stofflichen wie energetischen In- und Outputs für eine bestimmte funktionelle Einheit, hier einen Kubikmeter Normalbeton eine häufig vorkommende Festigkeitsklasse (z.B. C30 / 37). Zu den Herstellungsprozessen gehören auch die Transporte der Ausgangsmaterialien des Betons und damit auch die für die Transporte erforderlichen Treibstoffe, die in einem solchen Fall üblicherweise aus generischen Datensätzen von Umweltdatenbanken gewonnen werden würden, um die Datenerhebung nicht zu aufwändig werden zu lassen.

Weiterhin werden Abschneidekriterien festgelegt, zum Beispiel für Bestandteile unter einem Masseprozent an der funktionellen Einheit. Mittels einer Sensitivitätsprüfung nach Abschluss der Wirkungsabschätzung sollte dann geprüft werden, inwieweit sich diese Maßnahme auf das Ergebnis der Ökobilanz auswirkt.

Dazu werden bereits hier die zu untersuchenden Wirkungskategorien festgelegt. Im Falle von Normalbeton bieten sich hier der Primärenergiebedarf der Herstellung sowie die Auswirkung der Herstellung auf den Treibhauseffekt. Somit müssen Daten zu den Energieverbräuchen [ $\text{MJ fE}^{-1}$ ] aus elektrischer und fossiler Energiequelle, sowie die anfallenden Emissionen [ $\text{kg fE}^{-1}$ ] im Hinblick auf die Erderwärmung erhoben werden.

Zum Abschluss des ersten Schrittes können bereits hier die erforderlichen Stoffe für die Produktherstellung, also im konkreten Fall die Inhaltsstoffe für einen Kubikmeter Beton zusammengestellt werden. Im Wesentlichen sind das exemplarisch aus einem Mischungsentwurf der Firma Müller – Röser 360 kg CEM II A - LL 42,5 R, 1.745 kg Zuschlag (Sand 0 / 2, Splitt 2 / 8 und Kies 8 / 16), 165 kg Wasser (138 kg unter Berücksichtigung der standardmäßigen Eigenfeuchte des Zuschlags von 1 M. - % bis 3 M. - %), 40 kg Flugasche und 4 kg Fließmittel. Für eine gute Nachvollziehbarkeit der Datenerhebung sollten immer Quellen mit angegeben werden, zum Beispiel des Betonherstellers oder des Fertigteilwerkes.

### Datenerhebung für Sachbilanz

Die eigentliche Stoffstromanalyse erfolgt nun im Zuge der Sachbilanz und der hierfür erforderlichen Datenerhebung. Für jeden einzelnen Prozess werden Energie- und Stoffströme ermittelt. Um keinen Prozess zu übersehen, ist es ratsam den gesamten Herstellungsprozess rückwärts zu betrachten. Man beginnt beim fertigen Produkt und zerlegt es stückweise in seine einzelnen Bestandteile. Bei der Herstellung von Beton sind diese einzelnen Prozessschritte:

- Mischen
- Transporte der Ausgangsstoffe

- Produktion der Ausgangsstoffe
- Transport der Rohstoffe
- Abbau der Rohstoffe

Die Inputs des Mischvorgangs sind Zement (CEM I / A - LL), Zuschlag (Sand, Split und Kies) Wasser, Zusatzstoffe (Steinkohleflugasche), Zusatzmittel (Fließmittel) und die erforderliche elektrische Energie, die sich aus der elektrischen Leistungsaufnahme des Mixers ergibt. Die resultierenden Outputs sind zum einen der fertige Kubikmeter Normalbeton und der Primärenergiebedarf, der sich aus dem betreiben des Mixers ergibt. Emissionsbedingte Umweltwirkungen treten während des Prozessmoduls nicht auf. Am Ende der Stoffstromanalyse muss die Masse aller stofflichen Inputs des Prozessmoduls gleich der Masse für einem Kubikmeter Normalbeton entsprechen. Somit ist gewährleistet, dass alle Bestandteile auf die  $fE$  bezogen sind.

Für die Berechnung von Emissionen und Energieverbräuche der Warentransportwege und der zugehörigen Treibstoffverbräuche müssen die Bezugsquellen und damit die Transportstrecken der Inhaltsstoffe ermittelt werden, wobei dies entweder auf direktem Weg, oder ggf. über verschiedene Zwischenhändler erfolgen kann. Bei der Flugasche muss berücksichtigt werden, dass diese sowohl an die Zementwerke als auch an die Betonwerke geliefert wird. Wasser wird normalerweise direkt aus der Leitung entnommen und führt somit zu keinen Transportwegen. Für die In- und Outputs müssen die Arten der eingesetzten Transportfahrzeuge ermittelt werden, da je nach Klasse des Fahrzeugs die Schadstoffemissionen und die Menge der benötigten Treibstoffe variieren. Aufgrund der Diversität der Transportvorgänge bietet sich eine pauschale Betrachtung der Transporte mittels generischer Umweltdaten an. So liefert beispielsweise die *Ökobau.dat* in Abhängigkeit der Nutzlast des Transportfahrzeugs und dem verwendeten Treibstoff Angaben zu emissionsbedingten Umweltwirkungen sowie zum Primärenergiebedarf als Outputströme. Dabei sind die Umweltdaten aus dem Transport und der Herstellung der Treibstoffe bereits kombiniert. Bei einer Bilanzierung mittels Software *GaBi*, wie im späteren Verlauf für den mineralisierten Schaum angewandt, werden Transporte und Treibstoffherstellung separat betrachtet. Daher resultieren aus dem reinen Transport nur Schadstoffemissionen. Die Energie wird vollständig aus dem Treibstoff gezogen. In diesem Fall sind die für das Prozessmodul zu ermittelnden Outputs der PE aus der Treibstoffherstellung und das GWP aus Transport und Treibstoffherstellung.

Im Anschluss an die Transporte werden die Herstellungsprozesse der einzelnen Bestandteile untersucht. Dabei kann direkt auf generische Umweltdaten zurückgegriffen werden, welche direkt die für die Ökobilanz notwendigen Umweltdaten liefern. Dabei handelt es sich bereits um die erforderlichen Wirkungsindikatorwerte einer Wirkungskategorie. Somit minimiert sich nicht nur der Aufwand der Datenerhebung, sondern es entfällt auch die Durchführung der Wirkungsabschätzung. Die Umweltdaten müssten nur noch auf die  $fE$  bezogen werden, mit den Daten aus den Transporten und dem



Mischvorgang addiert werden und die Ökobilanzierung des Normalbetons wäre beendet. Für die Herstellung von Zement können die Daten aus einem EPD des *VDZ* entnommen werden. Die Umweltdaten der Wasser und Zuschlaggewinnung, sowie der Zusatzstoffherstellung sind aus öffentlich zugänglichen bzw. kostenpflichtigen Datenbanken zu entnehmen. Alternativ kann eine detaillierte Datenerhebung der einzelnen Herstellungsprozesse vorgenommen werden, welche sich allerdings durchaus umfangreicher gestaltet. Das Resultat der Datenerhebung sollte dadurch jedoch qualitativ hochwertiger sein als bei der Verwendung generischer Daten. Auf die Probleme der detaillierten Datenerhebung sei in Kapitel 2.2.3 nochmals hingewiesen. Nachfolgend wird das detaillierte Vorgehen der Stoffstromanalyse des Prozessschrittes Herstellung beschrieben, um zu zeigen welche Prozessmodule hierzu untersucht werden müssen.

Die Umweltwirkungen infolge der Wassergewinnung sind im Allgemeinen sehr gering. Es fällt lediglich die benötigte elektrische Energie der Pumpenlagen an um das Wasser zu fördern und durch die Leitungen zu führen. Für die Ermittlung des daraus resultierenden PE ist die Angabe der Pumpenleistung pro gefördertem Kubikmeter Wasser notwendig. Als Output verbleibt Wasser als Elementarfluss.

Die Zuschlagstoffe in Form von Sand und Kies werden in der Regel aus der näheren Umgebung bzw. von einem lokalen Abbaug Gebiet bezogen. Somit kann die Sorte und Qualität des Zuschlages variieren wodurch eine eindeutige Festlegung für die Herstellung des Zuschlages nicht möglich ist. Daher wird der Abbau und die Lagerung pauschal betrachtet und generische Daten für die Bilanzierung angesetzt. Die Inputs des Prozessmoduls stellen Kies und Sand als Elementarfluss dar. Als Output erhält man den für die Herstellung benötigten Sand und Kies als Zuschlag. Aus der *Ökobau.dat* können Daten zum Primärenergiebedarf und den Emissionen entnommen werden. Sie berücksichtigt dabei alle Vorgänge die zum Abbau der Förderung und Lagerung anfallen.

Die Datenerhebung des Herstellungsprozesses von Zement gestaltet sich etwas schwieriger, da nicht unbedingt alle Prozesse bekannt sind. Aus der Literatur können die wesentlichen Prozessmodule recherchiert werden. Als Alternative bietet es sich an, mit dem Zementhersteller direkt in Kontakt zu treten und über ihn alle notwendigen Prozesse zu erfahren. Die Kommunikation mit dem Hersteller ist ohnehin notwendig, da nur so die spezifischen Umweltdaten zu den einzelnen Prozessen in Erfahrung gebracht werden können. Für den Herstellungsprozess von Zement müssen die Daten zum Primärenergiebedarf und zu den treibhausverursachenden Emissionen erhoben werden. Für die Ermittlung des Primärenergiebedarfs müssen allgemein die Leistungen der jeweiligen Anlagen und Maschinen in Erfahrung gebracht werden. Dies kann teilweise mittels Literatur erfolgen oder die erforderlichen Daten müssen beim Zementhersteller erfragt werden. Die jeweils benötigten Inputs der Prozessmodule, sowie die Outputs können nachfolgender Abbildung 4.1 entnommen werden. Da der Herstellungsvorgang rückwärtig betrachtet wird, beginnt die Untersuchung beim Abpacken bzw. Verladen des Zementes. Die Herstellung der Zementsäcke wird innerhalb dieser Analyse nicht

berücksichtigt. Aus diesem Prozess wird transportbereiter Zement als Sack Ware oder im Silo erhalten. Zuvor wurden die Inputs bestehend aus Zementklinker mit oder ohne Beimengungen von Zusatzstoffen wie Steinkohleflugasche feingemahlen und in Silos gelagert. Aus diesem Prozess resultiert der Zement als Output. Ein weiterer Input des Mahlprozesses ist die benötigte Energie für den Mahlvorgang, wofür die erforderliche Leistung der Anlage bestimmt werden muss. Nächster Prozess ist der Brennvorgang. Dieser besteht aus dem Entsäuerungsprozess des Rohmehls im Calcinator, dem Vorwärmen im Zyklonvorwärmer und anschließendem Brennen des Rohmehls im Drehofen zu Zementklinker mit anschließendem Abkühlen. Als Input fließen neben dem Rohmehl auch Rohstoffe ein, die der Wärmeerzeugung dienen. Diese können zum einen fossile, nichterneuerbare Brennstoffe wie Öl sein, aber auch erneuerbare und alternative Energieträger sein. Für diesen Prozess wird am meisten Energie benötigt, woraus in der Regel auch die höchsten Einflüsse auf PE und GWP resultieren. Neben den Emissionen aus dem Brennvorgang sowie den Emissionen aus dem Entsäuerungsprozess (vgl. Kapitel 2.2.6) entstehen große Mengen an Abwärme innerhalb dieses Prozesses als Outputströme, die wiederum für das Trocknen des Rohmehls und zum Vorwärmen im Zyklonvorwärmer verwendet wird. Für das Rohmehl muss der zuvor gewonnene Kalksteinabbruch zerkleinert, homogenisiert, gemahlen und getrocknet werden. Somit fließen die Abwärme aus dem Brennvorgang sowie die erforderliche elektrische Energie zum Zerkleinern, Homogenisieren und Trocken und die Rohmaterialien als Input in den Prozess ein, das homogenisierte Rohmehl wiederum als Output. Das gleiche Vorgehen muss für die Flugasche als Betonzusatzstoff durchgeführt werden. Letzter Schritt im Herstellungsverfahren ist die Aufbereitung und Granulierung der unbehandelten Steinkohleflugasche. Dies stellt dabei den stofflichen Input dar, die elektrische Energie zum Granulieren ist der energetische Einfluss. Die fertig verpackte Flugasche ist wiederum der stoffliche Output. Anschließend folgt die Betrachtung der Gewinnung der Flugasche beim Verbrennungsvorgang von Steinkohle im Kohlekraftwerk. Gemahlene Steinkohle wird dabei in einem Brennkessel verbrannt, wodurch Wärme entsteht und in elektrische Energie umgewandelt werden kann. Durch den Verbrennungsvorgang steigt Rauchgas auf, indem sich kleine Staubpartikel befinden, welche über einen Elektrofilter aufgefangen werden. Dieser Staub bildet den Grundstoff für Steinkohleflugasche. Hierbei stellen die gemahlene Steinkohle sowie der Brennstoff und die elektrische Energie die wesentlichen Inputströme dar, Abwärme und die gewonnene unbehandelte Flugasche die Outputströme. Erster Schritt innerhalb des Herstellungsprozesses von Flugasche ist demnach das Trocknen und feine Aufmahlen der Steinkohle, wofür elektrische Energie und Abwärme aus dem Brennprozess sowie die Steinkohle selbst als Inputs dienen, die gemahlene Steinkohle als Output. Steinkohleflugasche könnte demnach auch als Abfallprodukte deklariert werden, da diese jedoch einer Nachbehandlung unterzogen werden, stellen diese eigenständige Produkte dar und müssen somit innerhalb der Ökobilanzierung angerechnet werden.

Ähnlich wie beim Transport der Betonbestandteile werden nun die Transportwege und die zugehörigen Treibstoffverbräuche für den Transport der Rohstoffe für Zement (Kalkstein, Tone und Mergel) und Flugasche (Steinkohle) bilanziert. Herauskommen wiederum je nach generischem Datensatz beispielsweise Emissionen für Treibstoffherstellung und Transporte sowie der Primärenergiebedarf der Treibstoffherstellung.

Abschließend wird der Abbauvorgang der Rohmaterialien auf seine Umweltwirkungen hin untersucht. Dabei sind vor allem die Leistungsaufnahmen der Abbruchmaschinen für eine Berücksichtigung der Treibstoffe, die beim Abbau anfallen, notwendig zu wissen. Weitere Inputs sind die Menge und Art des Sprengstoffs und die elektrische Energie. Kalkstein, Ton und Mergel sowie die Steinkohle bilden im Input Elementarflüsse, aus dem sich nach dessen Abbau der Kalksteinbruch sowie die gebrochene Steinkohle für die Weiterverarbeitung neben dem Primärenergieverbrauch sowie den Emissionen als Outputströme ergeben. Die Herstellung des Sprengstoffes, wird im Rahmen dieser Stoffstromanalyse nicht weiter untersucht, da sie außerhalb der Betrachtungsgrenzen liegt. Durch den Abbau von Kalkstein entsteht des Weiteren viel Abraum, welcher in der Zementherstellung nicht weiterverwendet werden kann und einem anderen Prozess eines anderen Produkts zugeführt werden könnte. Abbildung 4.1 Stellt das oben Beschriebene nochmals übersichtlich dar.

Auf dieser Grundlage können anschließend zu jedem Prozessschritt die Daten der Input- und Outputströme ermittelt werden auf deren Basis dann die Sachbilanz, die Wirkungsabschätzung, die Auswertung und abschließend die Überprüfung stattfinden kann.

Festlegung des Ziels: Stoffstromanalyse für Normalbeton			
Festlegung des Untersuchungsrahmens:			
- Festlegen der Funktionellen Einheit: 1 m <sup>3</sup> Normalbeton			
- Systemgrenzen festlegen (iterativer Prozess) <sup>(1)</sup> :		Welche Herstellungsprozesse sind zu beachten? Vorgabe der Abschneidekriterien	
- Wirkungskategorien festlegen <sup>(2)</sup> :		Primärenergiebedarf [MJ/a] Treibhauseffekt (GWP) [kg CO <sub>2</sub> -Äqv.]	
Recherche der Inhaltsstoffe und der Mischungszusammensetzung (Mengen/proz. Anteile) des Normalbetons			
Quelle: Betonhersteller/Fertigteilerwerk			
Zement CEM 1	Wasser	Zuschlag (Sand/Kies)	Zusatzstoff: SFA
Mischvorgang			
Ermitteln von Inputs und Outputs des Mischprozesses			
Quelle: Betonhersteller/Fertigteilerwerk			
Ermitteln der Inputs		Ermitteln der Outputs	
- Zement CEM 1 [kg] - Zuschlag (Sand/Kies) [kg] - Mischerleistung -> elektrische Energie [kWh]		- Primärenergiebedarf [MJ/a] - Normalbeton [m <sup>3</sup> ]	
- Wasser [L]		- Zusatzstoff: SFA [kg]	
Ermitteln der Bezugsquellen der Inhaltsstoffe für Ermittlung der Transportwege			
Quelle: Betonhersteller/Fertigteilerwerk			
Zement CEM 1	Wasser	Zuschlag (Sand/Kies)	Zusatzstoff: SFA
Zementwerk	Leitung	Kiesabbaustelle	Kohlekraftwerk
Transport			
Ermitteln der Transportwege und Emissionen infolge der Treibstoffverbrennung			
Zement CEM 1	Wasser	Zuschlag (Sand/Kies)	Zusatzstoff: SFA
Zementwerk->Betonhersteller X km	0 km	Abbaustelle->Betonherst. X km	Kohlekraftwerk->Betonherst. X km
Ermitteln der Inputs		Ermitteln der Outputs	
- Menge und Art des Treibstoffes - Art des Fahrzeuges, welches die Materialien transportiert		- Primärenergiebedarf [MJ/a] - Wert für GWP [kg CO <sub>2</sub> -Äqv.] - Lieferung von X kg des jeweiligen Materials	
Pauschale Betrachtung der Transportwege. Bezug der Outputs auf 1000 kg/km <sup>(4)</sup> .			
Quelle: Ökobau.dat - Güter - Transporte (generisch)			
Herstellungsprozess			
Ermitteln der Inputs und Outputs je Bestandteil: Beim Hersteller oder generisch aus Datenbank			
Je Prozessmodul zu erhebende Verbräuche/Emissionen:			
- Primärenergiebedarf [MJ/a]			
- Emissionen die sich auf das Treibhauseffekt auswirken [kg], bzw. direkt Wert für GWP [kg CO <sub>2</sub> -Äqv.]			
Zement CEM 1	Wasser	Zuschlag (Sand/Kies)	Zusatzstoff: SFA
Abpacken des Zements als Sackware oder im Silo	Wassergewinnung über Puppenanlage	Pauschale Betrachtung von Abbau und Lagerung des Zuschlags	Aufbereitung der SFA durch Granulierung der Flugasche
Ermitteln der Inputs		Lokaler Bezug durch Betonhersteller	
- elektrische Energie [kWh]		Sorte und Qualität kann variieren	
- Zementmehl [kg]		Unterscheidung der Korngrößen möglich.	
- Zementsack <sup>(5)</sup> /Silo		Ermittlung der Sieblinie des Betons	
Ermitteln der Outputs			
- Zement CEM 1 [kg]			
Mahlen des Zementklinkers und Zugabe der Zusatzstoffe			
Anschließende Lagerung			
Ermitteln der Inputs	Ermitteln der Inputs	Ermitteln der Inputs	Ermitteln der Inputs
- elektrische Energie [kWh]	- Wasser [L] als Elementarfluss	- Kies und Sand als Elementarfluss	- elektrische Energie [kWh]
- Zementklinker [kg]	- elektr. Energie [kWh]		- unbehandelte SFA [kg]
- SFA [kg]			- Brennstoff [MJ]
Ermitteln der Outputs	Ermitteln der Outputs	Ermitteln der Outputs	Ermitteln der Outputs
- Zementmehl [kg]	- Wasser [L]	- Kies und Sand als Zuschlag X [kg]	- verarbeitbare SFA [kg]

Entsäuerungsprozess im Calcinator, vorwärmen im Zyklonvorwärmer und brennen des Rohmehls im Drehofen. Anschließendes abkühlen des Klinkers			Verbrennung fein aufgemahlener Steinkohle. Aufstieg von Rauchgas, welcher Flugasche beinhaltet. Auffang durch Elektrofilter
Ermitteln der Inputs - Rohstoffe zur Wärmeerzeugung (ern. Energien, fossile Energie, alternative Energie) [MJ] - Rohmehl [kg]			Ermitteln der Inputs - elektrische Energie [kWh] - gemahlene Steinkohle [kg] - Brennstoff [MJ]
Ermitteln der Outputs - Zementklinker [kg] - Abwärme [MJ]			Ermitteln der Outputs - unbehandelte SFA [kg] - Abwärme [MJ]
Zerkleinern, homogenisieren, mahlen und trocknen des Kalksteinabbruches			Trocknen und fein aufmahlen der Kohle
Ermitteln der Inputs - elektrische Energie [kWh] - Kalksteinabbruch [kg] - Abwärme [MJ]			Ermitteln der Inputs - elektrische Energie [kWh] - Abwärme [MJ] - gebrochene Steinkohle [kg]
Ermitteln der Outputs - Rohmehl [kg]			Ermitteln der Outputs - gemahlene Steinkohle [kg]
Transport der Rohmaterialien zum Werk			
Ermitteln der Transportwege und Emissionen infolge der Treibstoffverbrennung			
Zement CEM 1	Wasser	Zuschlag (Sand/Kies)	Zusatzstoff: SFA
Abbaustelle -> Zementwerk X km	Bezug aus Leitung Bereits berücksichtigt	Der Abbau und Transport Bereits berücksichtigt	Abbaustelle -> Kohlekraftwerk X km
Ermitteln der Inputs		Ermitteln der Outputs	
- Menge und Art des Treibstoffes - Art des Fahrzeuges, welches die Materialien transportiert		- Primärenergiebedarf [MJ] - Emissionen die sich auf das GWP [kg] auswirken, bzw. direkt der Wert für GWP [kg CO <sub>2</sub> -Äqv] - Lieferung von X kg des jeweiligen Materials	
Quelle: Ökobau.dat - Güter - Transporte (pauschale Betrachtung, generisch)			
Abbau des Rohmaterials			
Zement CEM 1			Zusatzstoff: SFA
Abbau des Kalksteins			Abbau der Kohle
Quelle: Zementhersteller oder pauschale Betrachtung über generische Datensätze			Quelle: Kohlekraftwerk oder pauschale Betrachtung über generische Datensätze
Ermitteln der Inputs			Ermitteln der Inputs
- Treibstoff, Sprengstoff, elektr. Energie - Kalkstein als Elementarfluss			- Treibstoff, Sprengstoff, elektr. Energie - Steinkohle als Elementarfluss
Ermitteln der Outputs			Ermitteln der Outputs
- Primärenergiebedarf [MJ] - Emissionen die sich auf das GWP [kg] auswirken, bzw. direkt der Wert für GWP [kg CO <sub>2</sub> -Äqv] - Abraum [kg] - Kalksteinabbruch [kg]			- Primärenergiebedarf [MJ] - Emissionen die sich auf das GWP [kg] auswirken, bzw. direkt der Wert für GWP [kg CO <sub>2</sub> -Äqv] - Abraum [kg] - gebrochene Steinkohle [kg]

- (1) Während der Datenerhebung können zusätzliche Abschneidekriterien und Grenzen hinzugefügt werden
- (2) Es sind weitere Kategorien vorhanden, jedoch werden hier nur diese 3 Wirkungskategorien betrachtet
- (3) Der Zusatzstoff wird dem Zement beim Mahlen des Zementklinkers als Typ 2 zugegeben und ist daher nicht separat anzuliefern und der Mischung beizumengen
- (4) Es wird eine pauschale Betrachtung gewählt da sich nicht genau feststellen lässt mit welchem Transportfahrzeug genau die Güter transportiert werden. Die Ökobau.dat gilt als hinreichend genaue Datenquelle
- (5) Die Herstellung von Zementsäcken liegt außerhalb der Systemgrenzen und hat somit keinen Einfluss auf die Umweltwirkungen des Betons

Abbildung 4.1 Detailliert exemplarische Stoffstromanalyse von Normalbeton C 30 / 37

## 4.3 Durchführung der Produktökobilanzierung

### 4.3.1 Ziel und Untersuchungsrahmen für die Bilanzierung

Ziel der Produktökobilanzierung ist die Ermittlung ökologisch relevanter Auswirkungen für Umwelt und Klima im Zuge der Produktion von einem, an der *TU – Darmstadt* am *Institut für Werkstoffe im Bauwesen (WiB)* des Fachbereichs *Bau- und Umweltingenieurwissenschaften*, entwickeltem ultraleichtem mineralisiertem Schaum (MF), wie er im Forschungsprojekt *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* erstmalig in größerem Maßstab industriegleich eingesetzt werden konnte. Als funktionelle Einheit wird, wie bei Normalbeton, die funktionelle Einheit des Produktsystems auf einem Kubikmeter hergestellten mineralisierten und zementgebundenen Schaum festgelegt.

$$fE = 1m^3 \quad (4.1)$$

Dies ist wie bei allen zementösen Werkstoffen sinnvoll, da so ein einfacher Bezug der Inhaltsstoffe auf die funktionelle Einheit über die jeweiligen Rohdichten hergestellt werden kann.

Die Systemgrenzen werden für eine Bilanzierung von der Wiege bis zum „Werkstor“, also von der Rohstoffgewinnung der einzelnen Bestandteile bis zur Herstellung von einem Kubikmeter mineralisiertem Schaum im Fertigteilwerk festgelegt. Dabei werden sämtliche Transporte im Rahmen des Herstellungsprozesses berücksichtigt. Nach DIN EN 15804: 2020 – 3 werden somit die Stadien A 1 bis A 3 entsprechend Kapitel 2.2.2 untersucht. Die Betrachtungsstadien der Errichtung, Nutzung und Entsorgung bzw. Recycling werden hier nicht berücksichtigt, da hierfür aufgrund der aktuellen Nutzung im Gebäude der *ETA – Fabrik* keine Daten vorliegen. Das rein technische Recyclingpotential wird gesondert nachfolgend betrachtet (Kapitel 4.5).

Da es sich beim zementösen mineralisierten Schaum um einen Werkstoff handelt, der lediglich aus drei Komponenten besteht, werden keine Abschneidungen bezüglich der Stoffmengen vorgenommen, es gehen alle Bestandteile in die Bilanzierung mit ein.

Als Wirkungskategorien werden der Treibhauseffekt und die Ressourcenbeanspruchung in Form von aufgewandtem Primärenergiebedarf untersucht. Der zum Treibhauseffekt zugehörige Wirkungsindikator ist das GWP und der Wirkungsindikatorwert hat die Einheit  $\text{kg CO}_2 - \text{Äquiv. m}^{-3}$ .

### 4.3.2 Sachbilanz durch Stoffstromanalyse und Datenerhebung

Wie in Kapitel 4.2 für Normalbeton vorgestellt, empfiehlt es sich auch beim mineralisierten Schaum eine Stoffstromanalyse durchzuführen. Das systemische Vorgehen erfolgt auch hier vom Endprodukt kommend hin zu den Rohstoffen. Die gesamte Bilanzierung wird softwaregesteuert mit dem Programm *GaBi* (Ganzheitliche Bilanzierung) der Firma *thinkstep* durchgeführt. Die graphische Aufbereitung der Stoffstromanalyse bzw. des Herstellungsprozesses von einem Kubikmeter des zementgebundenen mineralisierten Schaumes erfolgt jedoch in der tatsächlichen Reihenfolge, also von der Rohstoffgewinnung hin zum fertigen Produkt in der funktionellen Einheit. Diese Prozessschritte sind im Anhang A.4 als Gesamtübersicht graphisch abgebildet.

Letzter Schritt des Herstellungsprozesses im Fertigteilwerk ist das Ausbringen des Schaumes aus dem Mischer auf eine geeignete Unterlage, im Falle der *ETA – Fabrik* auf PI – plattenförmige Fertigteile aus Stahlbeton. Für die ökologische Betrachtung der Schaumbetonherstellung endet das Herstellungsverfahren also beim Verlassen des mineralisierten Schaumes als stofflicher Output (Kapitel 2.1.4) aus dem Mischer(schlauch). Als Inputs für den Mischvorgang gelten die einzelnen Komponenten, also wässriger Schaum und Zementleim, die vorgelagert gemischt werden und in einem speziell entwickelten Zwangsmischer zusammengeführt werden. Für diesen Mischprozess wird des Weiteren elektrische Energie für das Betreiben des Schaumbetonmischers benötigt.

Als Komponenten der Leimherstellung entsteht Zementleim als Output und es dienen Leitungswasser und ein Zement der Sorte CEM I 42,5 R der Firma *Schwenk*, sowie wiederum elektrische Energie als Input. Zum Herstellen des wässrigen Schaums (Output) wird Leitungswasser und Schaumbildner der Firma *Neopor* benötigt, als energetische Komponenten zudem elektrische Energie und Druckluft (Input - Ströme). Die vorgenannten stofflichen Komponenten Zement und Schaumbildner werden per LKW vom jeweiligen Hersteller direkt zum Produzenten, in diesem Fall einem Fertigteilhersteller in der Nähe von Aalen, transportiert. Die vorausgehende Herstellung von Zement und Schaumbildner werden genau wie die elementaren Eingangsgrößen Wasser, Strom und Druckluft nicht weiter aufgegliedert, sondern im Zuge von generischen Datensätzen (EPDs) berücksichtigt.

Die Mischungszusammensetzung des mineralisierten Schaums, sowie Angaben zu Transportwegen und der elektrischen Leistungsaufnahme des Koloidalmischers wurden direkt vom Hersteller bezogen. Daher kann bei diesen Angaben von einer hohen Datenqualität ausgegangen werden. Dies ist wichtig, da diese Angaben zu den wichtigsten Basisdaten zählen, um ein möglichst genaues Ergebnis für die Ökobilanz zu erhalten. Die

stofflichen Anteile der Mischung und Angaben zu Transportwegen können der nachfolgenden Tabelle 4.1 entnommen werden.

Tabelle 4.1 Stoffraumteile und Transportwege bei der Herstellung von mineralisiertem Schaum

Prozess	Prozessoutput	Menge m <sup>3</sup> MF	Quelle
Zementherstellung	Zement CEM I 42,5 R	136 kg	Eigene Daten
Wassergewinnung	Wasser für Zementleim	54,2 kg	Eigene Daten
	Wasser für Schaum	61,5 kg	Eigene Daten
Schaumbildnerherstellung	Schaumbildner	1,58 kg	Eigene Daten
Treibstoffherstellung	Treibstoff (Diesel Mix) für Zementlieferung	0,111 kg	GaBi 6.5
	Treibstoff (Diesel Mix) für Schaumbildnerlieferung	0,003 kg	GaBi 6.5
Energieerzeugung	Elektrische Energie (Energie Mix) für Mischanlage	5,76 MJ 1,6 kWh	Mischerhersteller
Transport Zement	LKW mit Nutzlast 18,4 t (Euro 5)	50 km	Eigene Daten
Transport Schaumbildner	LKW mit Nutzlast 18,4 t (Euro 5)	100 km	Eigene Daten

Für den Mischvorgang wird ein speziell entwickelter Schaumbetonmischer verwendet. Die Anschlussleistung liegt laut Hersteller bei 4,00 kWh, wobei dies der Anlaufleistung entspricht. Im Normalbetrieb kann mit einer durchschnittlichen Leistung von 38 % der Anlaufleistung, also 1,52 kWh je hergestelltem Kubikmeter ausgegangen werden. Dies betrifft die gesamte elektrische Energieaufnahme aller Mischprozesse. Hinzukommen 0,08 kWh für den Kolbenkompressor zur Versorgung des Schaumgenerators mit Druckluft, so dass insgesamt mit einer elektrischen Energie von 1,60 kWh m<sup>-3</sup> zu rechnen ist.

Die Rohdichte des mineralisierten Schaums beträgt im ausgehärteten Zustand ca. 180 kg m<sup>-3</sup>. Da beim Aushärten des Zements ein Teil des Wassers chemisch gebunden wird bzw. verdunstet, vermindert sich die Rohdichte. Dieser Vorgang kann jedoch in einer Ökobilanz nicht berücksichtigt werden. Daher wird die Bilanzierung auf Basis der Frischmörtelrohichte durchgeführt, welche bei 253,1 kg m<sup>-3</sup> liegt. Anteilig besteht 1 m<sup>3</sup> MF aus ca. 10 % Zementleim und 90 % wässrigem Schaum. Anteilig auf die Rohdichte bezogen entsprechen 190 kg m<sup>-3</sup> dem Zementleim und 63,1 kg m<sup>-3</sup> dem wässrigen Schaum. Bei einer weiteren Untergliederung ergibt sich, dass der Schaum aus ca. 2,5 M. - % Schaumbildner, also 1,58 kg m<sup>-3</sup> und ca. 97,5 M. - % Wasser, also 61,5 kg m<sup>-3</sup> besteht. Der Zementleim setzt sich aus 71,5 M. - % Zement (136 kg m<sup>-3</sup>) und 28,5 M. - % Wasser (54,2 kg m<sup>-3</sup>) zusammen. Für die Ermittlung der emissionsbedingten



Umweltwirkungen (GWP) und der Primärenergiebedarfswerte, die bei der Stromherstellung, der Zementherstellung, der Wassergewinnung und der Schaumbildnerherstellung anfallen, werden generische Datensätze aus der Datenbank der Software *GaBi* sowie anderen zugänglichen EPDs herangezogen. Eine detaillierte Erhebung der Daten aus den jeweiligen Herstellungsprozessen wäre mit einem enormen Rechercheaufwand verbunden und zudem, aus den in Kapitel 2.2.3 genannten Gründen, nicht möglich.

Ebenso werden die Umweltdaten für die Treibstoffherstellung sowie für die Transportvorgänge aus generischen Daten bezogen. Für letztere entstehen die Umweltwirkungen wieder aus dem Treibstoffverbrauch, den Transportwegen und den Transportmengen. Für den Transportweg vom Zementhersteller zum Fertigteilwerk wird eine Strecke von 50 km angesetzt, für den Schaumbildner wird ein Transportweg von 100 km angesetzt, da hierbei die Bezugsorte deutlich mehr variieren können. Als Transportfahrzeug wird in beiden Fällen ein LKW mit einer Nutzlast von 18,4 t mit der Abgasnorm Euro 5 angenommen, wobei die Bestandteile jeweils mit voll ausgelasteten Ladekapazitäten an das Fertigteilwerk geliefert werden.

Die Daten zur Zementherstellung des Zements, Treibstoffen, elektrischer Energie, Transportvorgängen und Wasser stammen aus der *GaBi* Datenbank. Treibstoffe sowie elektrische Energie basieren dabei auf einem durchschnittlichen Diesel- bzw. Energie - Mix (Fossil, Wind, Wasser, Solar), wie diese in Deutschland verfügbar sind. Für die Ermittlung von Umweltdaten des Schaumbildners werden EPDs für Betonzusatzmittel verwendet, die der *Verein Deutscher Bauchemie (VDB)* öffentlich zur Verfügung stellt (DEUTSCHE BAUCHEMIE E.V., 2014). Eine Unterteilung der Betonzusatzmittel erfolgt dabei je nach Wirkungsgruppe. Schaumbildner werden dabei der Wirkungsgruppe Luftporenbildner (LP) zugeordnet. Laut Auskunft des Schaumbildnerherstellers *BASF* ist dies hinreichend genau, da ein Schaumbildner im Prinzip ein höher konzentrierter Luftporenbildner ist. Das EPD beinhaltet die für die Bilanzierung notwendigen Umweltdaten in den Systemgrenzen A 1 bis A 3 nach DIN EN 15804: 2020 – 3. In Abbildung 4.2 sind die Umweltdaten für das GWP und den PE in Bezug auf ein Kilogramm Luftporenbildner (LP) angegeben.

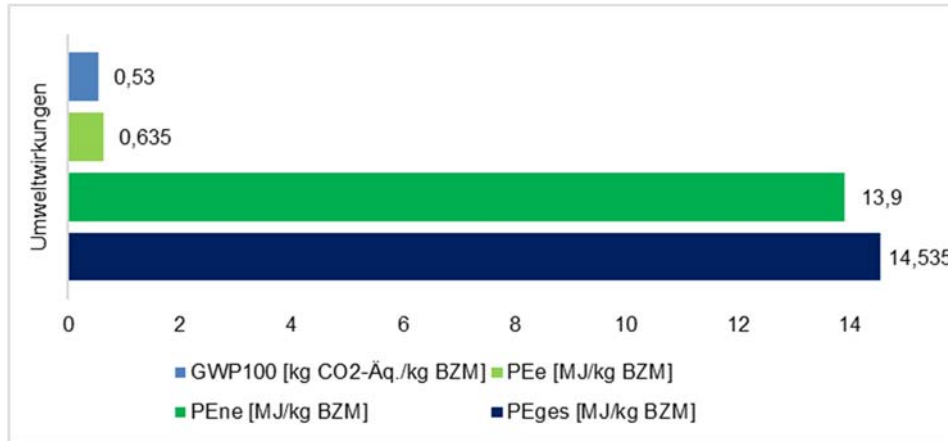


Abbildung 4.2 Umweltdaten der Wirkungsgruppe Luftporenbildner für A 1 bis A 3

### 4.3.3 Datenberechnung und Wirkungsabschätzung mit GaBi

Die Software *GaBi* unterstützt die Datenerhebung durch Veranschaulichung des Prozesssystems als Flussdiagramm und zeigt auf, an welchen Stellen des Systems zusätzliche Daten notwendig sind. Für die Erstellung eines Prozesssystems sind verschiedene Prozesse in einer Datenbank hinterlegt und können dem Prozesssystem hinzugefügt werden.

Nach Eingabe des Produktsystems in *GaBi* kann direkt eine Wirkungsabschätzung durchgeführt werden, welche die notwendigen Schritte, wie die Klassifizierung und Charakterisierung der Umweltdaten, beinhaltet. Dadurch lässt sich jedoch die Wirkungsabschätzung nicht mehr im Detail nachvollziehen, was sich nachteilig auf die Transparenz der Bilanzierung auswirkt. Um die Wirkungsabschätzung transparenter durchführen zu können, muss ein Charakterisierungsmodell ausgewählt werden, nach dem die Charakterisierungsfaktoren automatisch gewählt werden. Anschließend erfolgt eine automatische Berechnung aller zu untersuchenden Wirkungskategorien, wodurch man die einzelnen emissionsbedingten Umweltwirkungen bzw. Ressourcenbeanspruchungen des Produktsystems erhält.

Das Produktsystem des zementösen mineralisierten Schaums wurde gemäß den Angaben aus der Datenerhebung (Kapitel 4.3.2) in *GaBi* implementiert und ist in Anlage A.4 Stoffstromanalyse zur Herstellung von 1 m<sup>3</sup> mineralisiertem Schaum dargestellt. Dabei sind die jeweiligen stofflichen Outputs als blaue Pfeile angegeben. Die grauen Kästchen stellen die jeweiligen Prozessmodule dar. Der Prozess des Mischvorgangs wurde nochmals weiter aufgesplittet, in Zement mischen und wässrigen Schaum herstellen, um eine bessere Verständlichkeit des Systems zu gewährleisten, die erforderliche elektrische Energie ist einzig dem Prozessmodul „mineralisierten Schaum

herstellen“ zugeordnet, genau wie die darin enthaltene Druckluftbereitstellung. Der Vollständigkeit halber, wird für das Prozessmodul „Schaumbildner“ ein blanko Prozessmodul angelegt, für das keine Daten hinterlegt sind. Somit wird dieses in *GaBi* nicht mitbilanziert, ist aber dennoch in der Darstellung enthalten. Die Daten des Schaumbildners werden dem entsprechenden EPD der Datenbank des *Verein Deutscher Bauchemie* entnommen und dem Ergebnis aus *GaBi* hinzuaddiert. Da die Umweltdaten des EPDs für die Wirkungsgruppe Luftporenbildner auf die *fE* ein Kilogramm des Luftporenbildners bezogen sind, ist eine Umrechnung der *fE* erforderlich. Diese erfolgt über die mittlere Rohdichte des Schaumbildners von  $1,03 \text{ kg m}^{-3}$ . Daraus ergibt sich ein anteiliges Gewicht von  $1,58 \text{ kg Schaumbildner pro Kubikmeter MF}$ . Somit müssen vor der Addition die Daten des EPDs mit dem Faktor  $1,58$  multipliziert werden, um auf das GWP und den Primärenergiebedarf bezogen auf die *fE* des mineralisierten Schaums zu kommen.

Die Berechnung der Umweltwirkungen basiert auf den geltenden Rechenmethoden mit Stand vom April.2015. Dabei wurden die neuesten Indikatorwerte der Forschung für eine Charakterisierung berücksichtigt. Als Charakterisierungsmodell für den Treibhauseffekt wurde das  $\text{GWP}_{100}$  - Modell gewählt, mit Verweildauer von Emissionen in der Atmosphäre bezogen auf 100 Jahre.

Die Ergebnisse der Datenberechnung aus *GaBi* sind in nachfolgender Tabelle 4.2 dargestellt.

Tabelle 4.2 Datenberechnung der Umweltdaten von mineralisiertem Schaum entsprechend der zugrunde gelegten Produktionsdaten

Prozess	$\text{GWP}_{100}$ $\text{kg CO}_2 - \text{Äquiv. m}^{-3}$ MF	$\text{PE}_{ne}$ $\text{MJ m}^{-3}$ MF	$\text{PE}_e$ $\text{MJ m}^{-3}$ MF	PE $\text{MJ m}^{-3}$ MF	Quelle
Zementherstellung	123	320	54	375	GaBi 6.5
Wassergewinnung	0,023	0,149	0,009	0,158	GaBi 6.5
	0,026	0,170	0,010	0,180	GaBi 6.5
Schaumbildnerherstellung	0,837	21,962	1,003	22,965	EPD (DEUTSCHE BAUCHEMIE E.V., 2014)
Treibstoffherstellung	0,031	5,650	0,358	6,008	GaBi 6.5
	0,001	0,131	0,008	0,139	GaBi 6.5
Energieerzeugung	0,968	13,400	4,890	18,290	GaBi 6.5
Transport Zement	0,354	0	0	0	GaBi 6.5
Transport Schaumbildner	0,008	0	0	0	GaBi 6.5

Gesamt	124,91	361,60	60,76	422,36
--------	--------	--------	-------	--------

#### 4.3.4 Auswertung der Umweltwirkungen von mineralisiertem Schaum

In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse aus der Berechnung mit *GaBi* entsprechend Tabelle 4.2 dargestellt. Die Angaben beziehen sich dabei auch auf die jeweiligen Prozesse.

Abbildung 4.3 zeigt das Treibhauspotential des MF je Prozessmodul. Die Werte sind dabei in kg CO<sub>2</sub> - Äquivalent m<sup>-3</sup> MF angegeben.

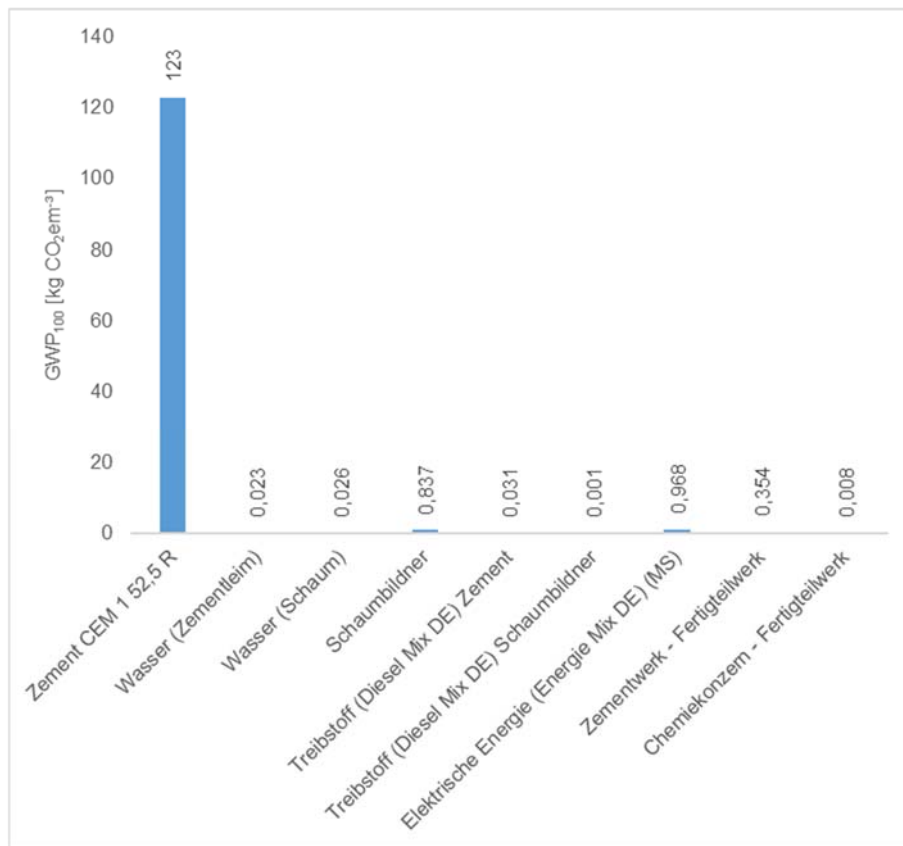


Abbildung 4.3 GWP von einem Kubikmeter mineralisiertem Schaum

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen graphisch entsprechend den erforderlichen Produktionsstoffen des Werkstoffes den gesamten erforderlichen Primärenergiebedarf für die Herstellung von einem Kubikmeter zementösem Schaum (Abbildung 4.4), sowie die Anteile aus nicht erneuerbaren (Abbildung 4.5) und erneuerbaren Energien (Abbildung 4.6). Die Werte sind dabei jeweils in  $\text{MJ m}^{-3} \text{MF}$  angegeben.

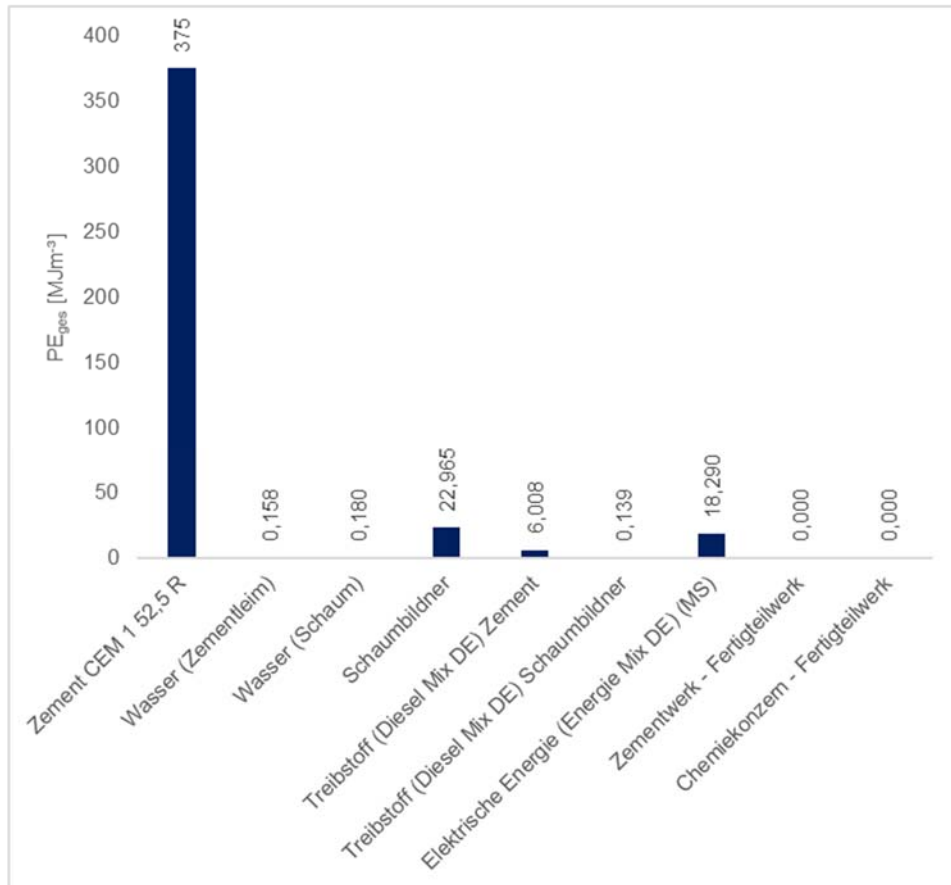


Abbildung 4.4 Gesamter Primärenergiebedarf von einem Kubikmeter mineralisiertem Schaum

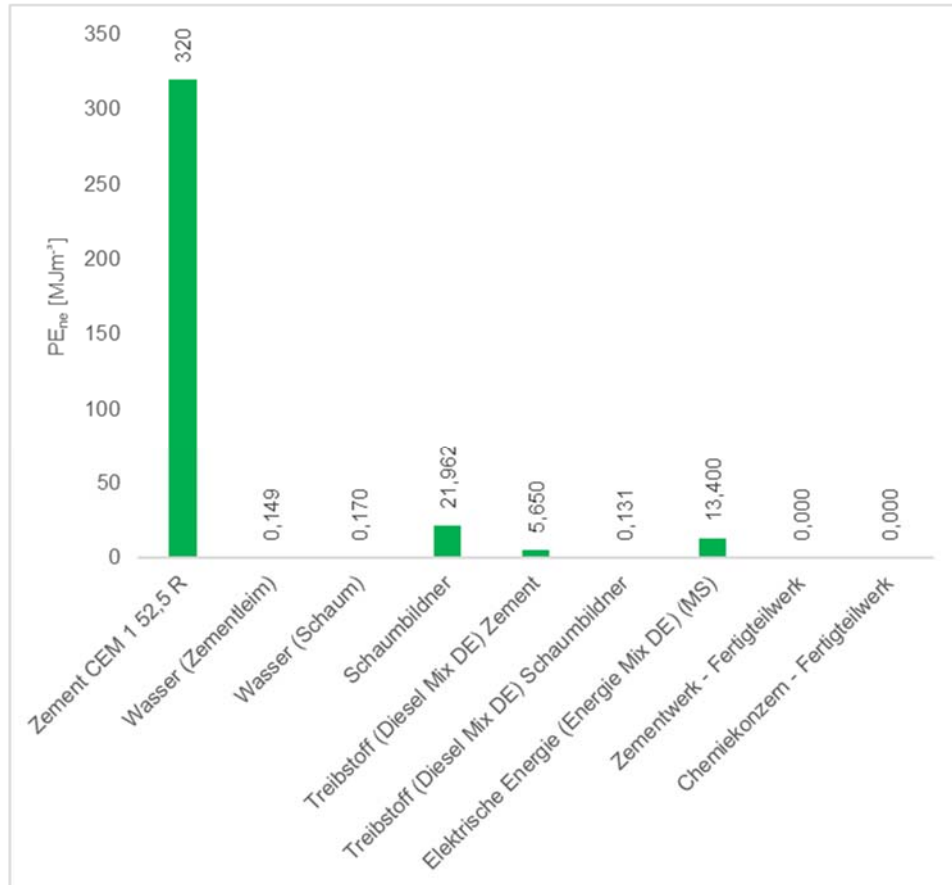


Abbildung 4.5 Primärenergiebedarf nicht erneuerbarer Energien von einem Kubikmeter mineralisiertem Schaum

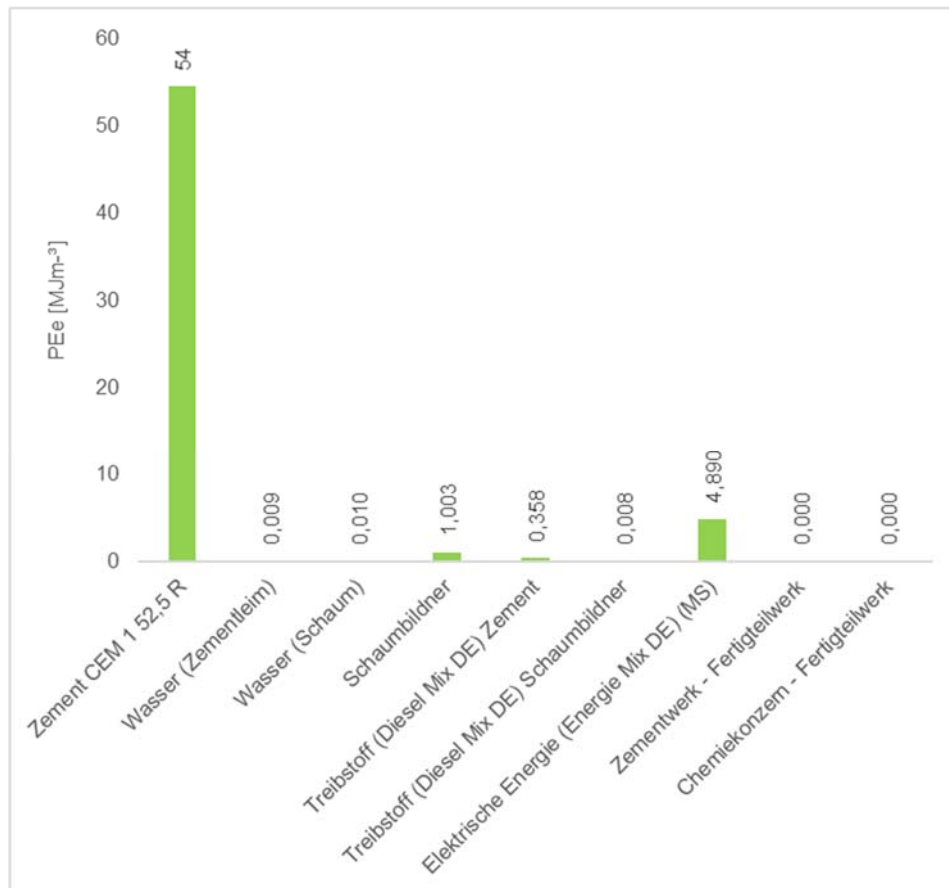


Abbildung 4.6 Primärenergiebedarf erneuerbarer Energien von einem Kubikmeter mineralisiertem Schaum

Es zeigt sich, dass der Zement den maßgebenden Beitrag sowohl zum GWP als auch zum PE leistet. Die Einflüsse durch das benötigte Wasser sind dagegen sehr gering, obwohl dies fast den gleichen stofflichen Anteil besitzt wie Zement. Dies liegt daran, dass die Gewinnung von Wasser in Deutschland (derzeit) sehr unproblematisch und energiearm ist. In vielen Ökobilanzen wird daher die Gewinnung des Wassers komplett vernachlässigt.

Die Transporte haben ebenfalls nur einen geringen Beitrag zum GWP und keinen zum PE. Dies liegt zum einen an den geringen transportierten Mengen, da alle Bestandteile auf einen Kubikmeter MF bezogen werden, zum anderen sind die Transportwege nicht sehr lang. Der Grund, weshalb die Transporte keinen Beitrag zum PE besitzen, ist der Tatsache geschuldet, dass durch die Verbrennung von Treibstoff nur Emissionen freigesetzt

werden, die sich auf das GWP auswirken. Eine weitere Energiezufuhr, die sich auf den PE auswirken würde, ist dabei nicht vorhanden. Die Beiträge auf den PE stecken direkt in den Treibstoffen, da für ihre Herstellung Energie benötigt wird. Jedoch fallen auch bei den Treibstoffen die Einflüsse eher gering aus. Die Werte sind für den Transport des Zementes etwas höher, da hier eine deutlich größere Menge pro Kubikmeter transportiert werden muss.

Durch den sehr geringen Anteil an Schaumbildner in einem Kubikmeter MF sind die Absolutwirkungen des GWP und PE sehr gering, wenngleich letzteres durch seine energieintensive Aufbereitung im Vergleich zu allen anderen Bestandteilen, mit Ausnahme des Zementes, den größten relativen Anteil hat.

Abbildung 4.7 zeigt die finalen Umweltdaten, die sich aus der Ökobilanzierung des mineralisierten Schaumes ergeben.

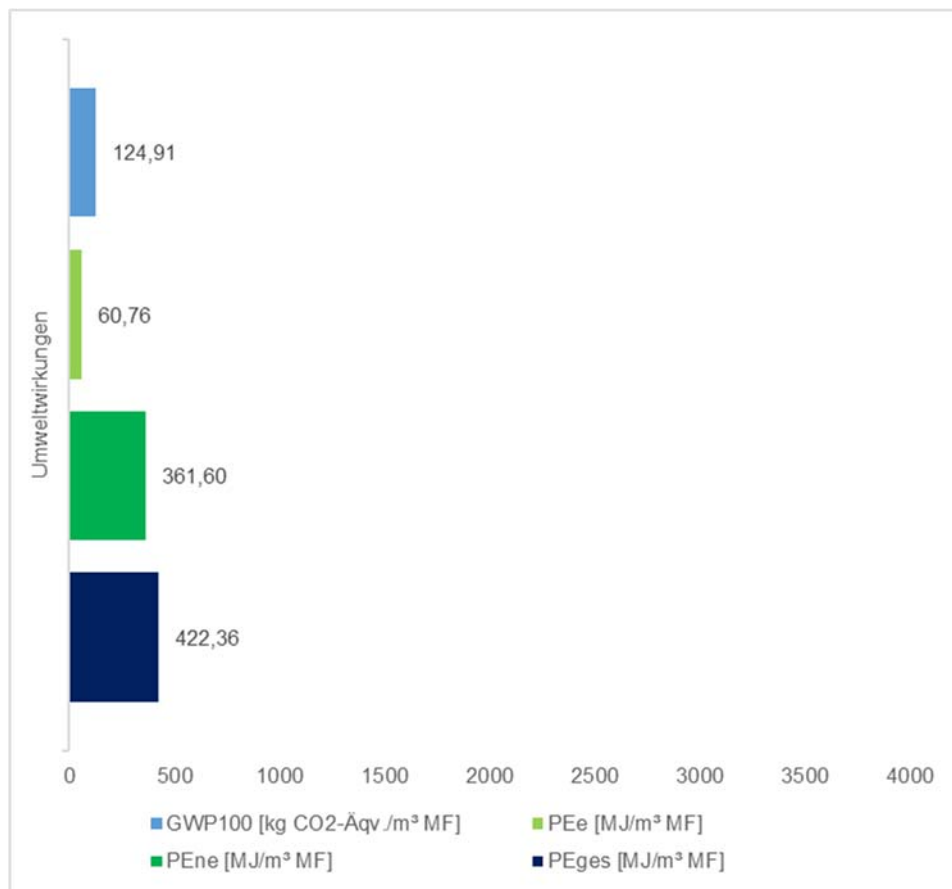


Abbildung 4.7 Umweltrelevante Auswirkungen von einem Kubikmeter mineralisiertem Schaum



Dabei ist deutlich zu erkennen, dass der Anteil der genutzten Primärenergie aus nicht erneuerbaren Energien dem der Primärenergie aus erneuerbaren Energien deutlich überschreitet, was an den hohen Verbrennungstemperaturen und der hierzu erforderlichen Energiebereitstellung resultiert.

## 4.4 Mineralisierter Schaum im ökologischen Vergleich mit anderen Dämmstoffen

Für eine bessere Einordnung der Ergebnisse der Ökobilanzierung des mineralisierten Schaums, müssen diese mit den Umweltdaten anderer Produkte, des gleichen Anwendungsbereiches verglichen werden. Durch diesen direkten Vergleich mit anderen Produkten, lässt sich das untersuchte Produkt anhand seiner ökologischen Wirkung relativ gesehen hinsichtlich seiner Umweltauswirkungen einschätzen.

Für einen sinnvollen Vergleich zwischen zwei Produkten, muss neben einer einheitlichen fE ein einheitliches funktionales Äquivalent festgelegt werden. Dieses lässt sich meist aus den maßgebenden technischen Daten ableiten, bzw. vom Hauptverwendungszweck der zu vergleichenden Produkte. Da es sich beim mineralisierten Schaum vornehmlich um ein Produkt handelt, welches als Dämmmaterial verwendet wird, empfiehlt es sich die Wärmeleitfähigkeit oder den Wärmedurchgangskoeffizienten als funktionales Äquivalent festzulegen.

Für den Vergleich werden Wärmedämmungen mit einer ähnlichen Wärmeleitfähigkeit gewählt. Dabei wird zum einen eine EPS - Fassadendämmplatte aus grauem und weißem expandiertem Polystyrol (Dalmatinerplatte) der Firma *DAWSE* mit einer Wärmeleitfähigkeit von  $\lambda = 0,035 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ), einer XPS Dämmplatte der Firma *JACKON Insulation GmbH* mit einer Wärmeleitfähigkeit von  $\lambda = 0,026 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) und zum anderen eine mineralische Fassadendämmplatte aus Steinwolle der Firma *DEUTSCHE ROCKWOOL GmbH & Co. KG* mit  $\lambda = 0,041 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  herangezogen. Die erforderlichen Umweltdaten werden aus entsprechenden EPDs entnommen (vgl. *DAWSE*, 2016, *JACKON INSULATION GMBH*, 2021 und *DEUTSCHE ROCKWOOL GMBH & CO. KG*, 2018). Die für den Vergleich benötigten Umweltdaten der Referenzprodukte, sind in Abbildung 4.8 für die Fassadendämmplatte aus EPS, in Abbildung 4.9 für XPS und in Abbildung 4.10 für die Steinwolle dargestellt.

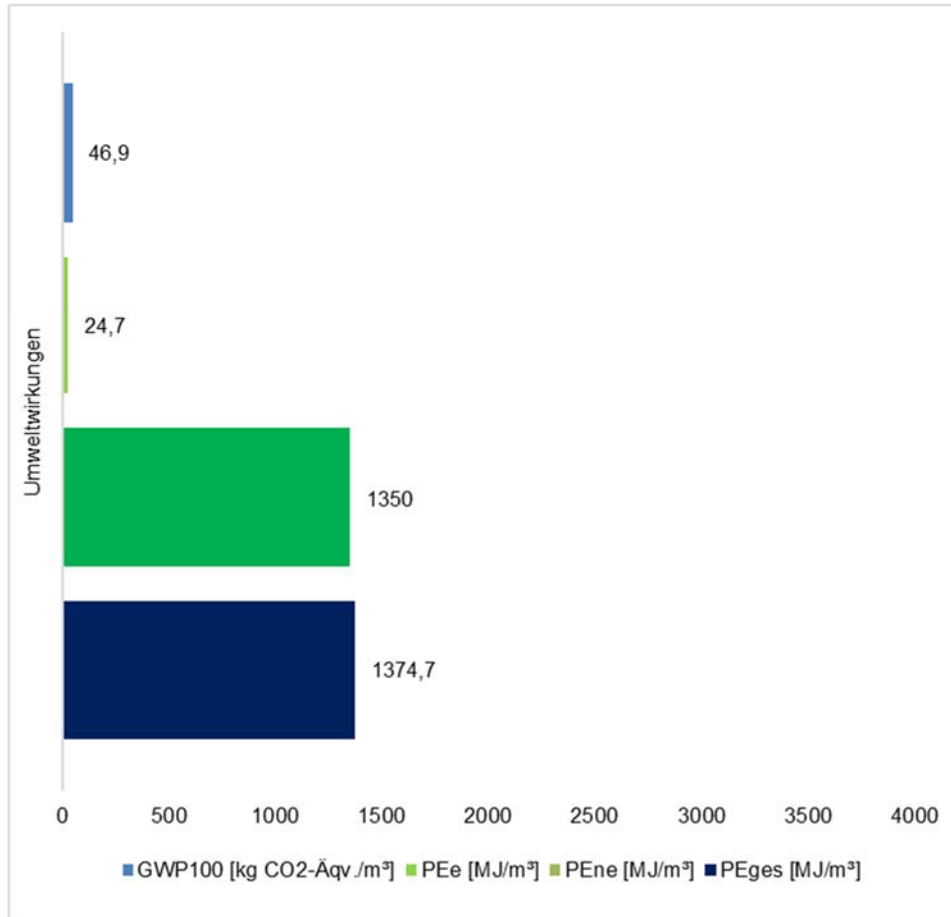


Abbildung 4.8 Umweltdaten EPS - Fassadendämmplatte

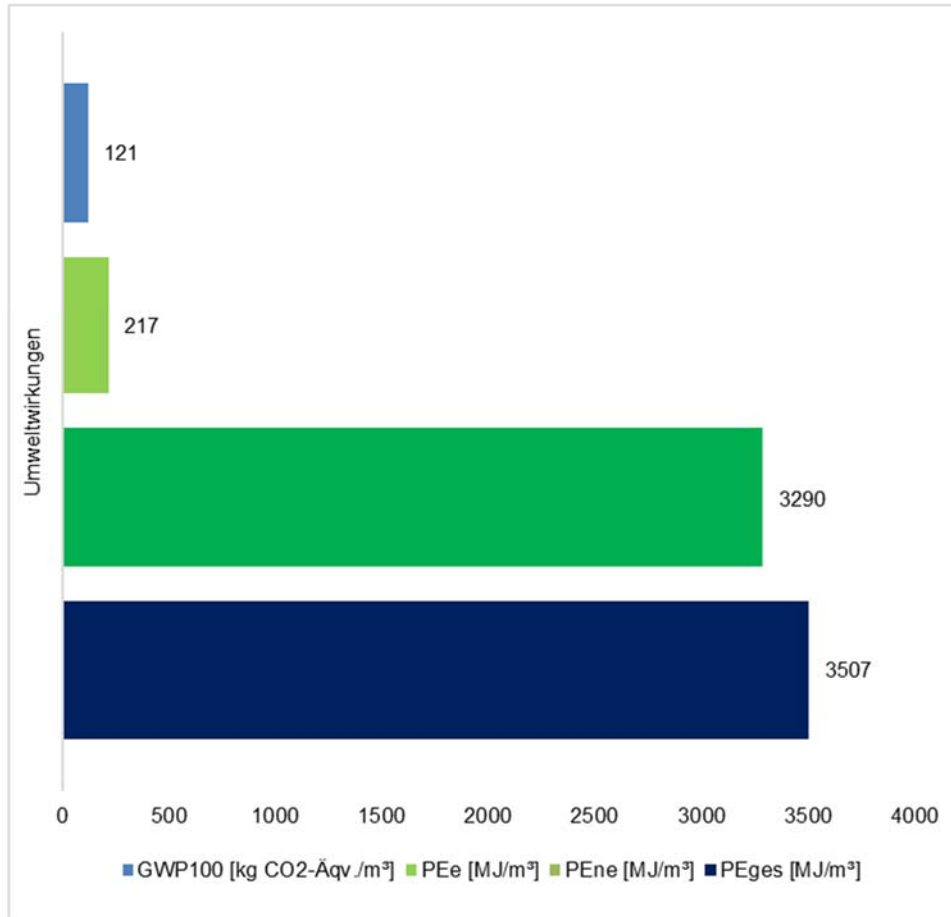


Abbildung 4.9 Umweltdaten XPS Dämmplatte

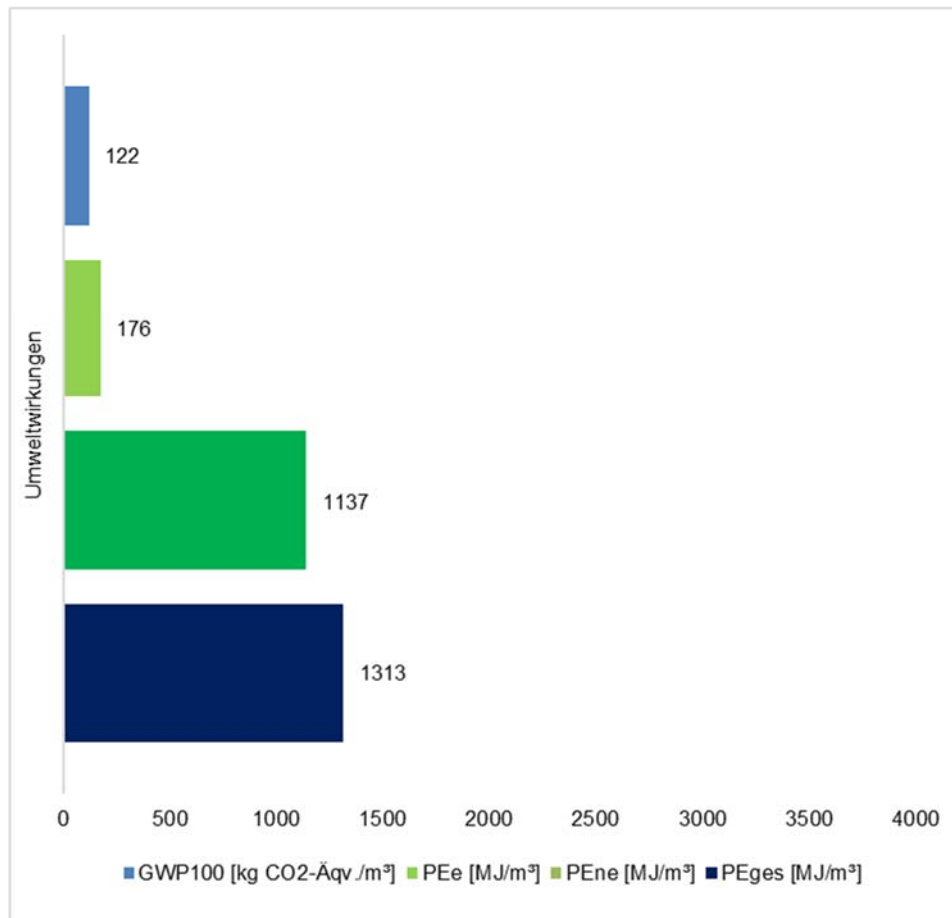


Abbildung 4.10 Umweltdaten Steinwolle Fassadendämmplatte

Gut zu erkennen sind die die ähnlichen Werte des Primärenergiebedarfs von EPS und Steinwolle und des deutlich höheren Bedarfs bei XPS, welcher sich auch durch die deutlich höhere Rohdichte ( $35,5 \text{ kg m}^{-3}$  zu  $15,7 \text{ kg m}^{-3}$ ) ergibt. Interessant ist auch, dass die sogenannte Dalmatiner Platte einen so viel geringen CO<sub>2</sub> – Äquivalenten Beitrag zum GWP liefert im Vergleich zur Steinwolle. Auch hier liegt die in der deutlich höheren Rohdichte der Steinwolle im Vergleich zum EPS ( $96 \text{ kg m}^{-3}$  zu  $15,7 \text{ kg m}^{-3}$ ). Bei Steinwolle mit einer Rohdichte um die  $40 \text{ kg m}^{-3}$  reduziert sich auch hier das GWP auf ca.  $50 \text{ kg CO}_2$  – Äquivalent  $\text{m}^{-3}$  und die Primärenergie reduziert sich im Vergleich auf nur ca.  $530 \text{ MJ m}^{-3}$ , jedoch sind solche Steinwollprodukte in der Regel nicht steif genug für eine Anwendung als Fassadendämmplatten.

Die  $fE$  des Vergleichs wird auf einen Quadratmeter Dämmmaterial festgelegt. Diese kann abweichend von den für die Ökobilanz festgelegten funktionalen Einheiten sein, da es sich bei zu vergleichenden Produkten beispielsweise auch um bestimmte Bauelemente handeln kann, in denen mehrere Produkte enthalten sind. Die  $fE$  muss nur für einen Vergleich brauchbar sein. Die zu beachtenden Systemgrenzen entsprechen den Stadien A1 – A3 nach DIN EN 15804: 2020 – 3. Als funktionales Äquivalent wird der U - Wert mit der Bedingung  $U \leq 0,24 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  gewählt. Dies entspricht dem maximal zulässigen U - Wert einer Außenwand eines Neubaus nach dem Gebäudeenergiegesetz 2020. Dieser U - Wert wird über die Variation der jeweiligen Dämmstoffdicken erreicht. Je nach Werkstoff sind durch die unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten unterschiedliche Dicken erforderlich um den U - Wert zu erreichen. Somit variiert die Menge des einzusetzenden Werkstoffes und damit auch die daraus resultierenden Verbräuche, welche sich letztendlich vergleichen lassen.

Durch eine Multiplikation der in der Ökobilanz des MF ermittelten oder aus den EPDs entnommenen Umweltdaten, mit der erforderlichen Dämmstoffdicke ergeben sich die Vergleichswerte pro Quadratmeter Dämmmaterial.

$$\frac{\text{kgCO}_2 - \text{Äquiv}}{\text{m}^3 \text{Dämmmaterial}} \cdot d_{\text{erf}} = \frac{\text{kgCO}_2 - \text{Äquiv}}{\text{m}^2 \text{Dämmmaterial}} \tag{4.2}$$

Tabelle 4.3 zeigt die nun bezogen auf ihr Dämmvermögen vergleichbaren Dämmstoffe und ihre entsprechenden Umweltwirkungen.

Tabelle 4.3 Vergleich von mineralisiertem Schaum mit Fassadendämmplatten aus EPS, XPS und Steinwolle

	<b>Mineralisierter Schaum MF</b>	<b>Fassaden-dämmplatte aus EPS</b>	<b>Fassaden-dämmplatte aus XPS</b>	<b>Fassaden-dämmplatte aus Steinwolle</b>
$\lambda$ [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]	0,06	0,035	0,026	0,041
$d_{\text{erf}}$ [m]	0,25	0,15	0,11	0,17
GWP <sub>100</sub> [ $\text{kg CO}_2 - \text{Äquiv. m}^{-2}$ ]	31,23	6,84	13,31	20,70
PE <sub>nc</sub> [ $\text{MJ m}^{-2}$ ]	15,19	196,88	361,9	193,31
PE <sub>c</sub> [ $\text{MJ m}^{-2}$ ]	90,40	3,60	23,87	29,86
PE [ $\text{MJ m}^{-2}$ ]	105,59	200,48	385,77	223,17

Der Vergleich zeigt, dass der zementöse mineralisierte Schaum, trotz einer größeren, erforderlichen Dicke, einen deutlich geringeren Gesamtprimärenergiebedarf hat als die herkömmlich verwendete Fassadendämmplatten. Ein Anteil von ca. 85,6 % erneuerbarer Energien am Gesamtprimärenergieverbrauch ist zudem im Vergleich zu den anderen

Dämmstoffen besonders eindrücklich. Augenscheinlich ist auch, dass das GWP von mineralisiertem Schaum deutlich über dem der EPS Fasadendämmplatte liegt. Dies liegt herstellungsbedingt an den hohen prozessbedingten Emissionen durch den Brennprozess der Zementklinkerherstellung (vgl. Kapitel 2.2.6) und andererseits am deutlich höheren Rohdichtegehalt des Schaums gegenüber EPS, was durch den ähnlich hohen GWP von Steinwolle ersichtlich ist. Der geringe Zementgehalt bezogen auf einen Kubikmeter bedingt, dass das GWP nicht noch deutlich höher liegt.

Somit kann Betonschaum im Hinblick auf den erforderlichen Primärenergiebedarf für seine Herstellung gegenüber den anderen klassischen mineralischen und synthetischen Dämmstoffen durchaus als bester Dämmstoff angesehen werden. Unter der Prämisse einer möglichst geringen CO<sub>2</sub> - Emission jedoch ist er im Vergleich zu EPS deutlich schlechter zu bewerten. Insgesamt lässt sich sagen, dass die Ergebnisse im Rahmen dessen liegen, was auch beispielsweise in INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG, 2019 ermittelt wurde, wenn man den unterschiedlichen Ziel - U - Wert von 0,2 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> berücksichtigt und alleine die Ergebnisse der Produktionsphasen betrachtet.

Zu beachten ist im Rahmen eines solchen Vergleichs auch, dass die verschiedenen Produkte lediglich bezogen auf ihre Dämmeigenschaften (erforderliche Dämmstärke für einen bestimmten maximalen Wärmedurchgang) ökologisch miteinander verglichen werden. Darüberhinausgehende Eigenschaften, wie Druckfestigkeit (verschafft ein breiteres Anwendungsspektrum), Feuer- und Hitzebeständigkeit (erfordert gegebenenfalls zusätzliche konstruktive und damit auch ressourcenintensive Maßnahmen) oder beispielsweise die Wasserdampfdiffusionsdurchlässigkeit (verändert unter Umständen die Behaglichkeit) fließen in diesen Vergleich nicht ein, eben so wenig wie die Rückbaubarkeit und Recycling- oder Verwertungsfähigkeit der verschiedenen Materialien. Wichtig ist weiterhin, dass die hier vorgestellten Zahlen sich auf den Betrachtungszeitraum 2015 bis 2020 beziehen. Änderungen hinsichtlich des Einsatzes von Sekundärstoffen, alternativen Brennstoffen oder beispielsweise ein deutlich erhöhter Anteil an erneuerbaren Energien während des Produktionsabschnitts verändern die hier vorgestellten Zahlen sowohl absolut wie relativ, so dass über die zukünftige Eignung eines Produktes stets nur vorsichtige Prognosen abgegeben werden können.

## 4.5 Recyclingpotential von mineralisiertem Schaum

Die Rückbaubarkeit sowie stoffliche oder energetische Verwertung von Baustoffen gewinnt im Zuge des Klimawandels und der erforderlichen Maßnahmen zur Begrenzung der Erderwärmung eine größere Bedeutung als früher. Dies gilt insbesondere für alle

Baustoffe innerhalb der Gebäudehülle, die zumeist aufgrund ihrer konstruktiven Verbindungen untereinander wenig bis kaum sortenrein getrennt werden können. Im besonderen Maße gilt dies für Dämmstoffe, da diese aufgrund ihrer oftmals porösen und nachgiebigen Struktur besonders schlecht von den anderen Schichten des Hüllbauteils gelöst werden können. Der Status – quo in der Dämmstoffverwertung ist zumeist eine energetische Verwertung oder gar eine Deponierung nach dem ersten Nutzungsstadium (vgl. INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG, 2019). Für eine stoffliche Verwertung als Sekundärrohstoff oder einem Re- bzw. gar Upcycling sind die Rückbauprodukte zumeist zu stark verunreinigt. Es muss aber auch festgehalten werden, dass die erste richtige Rückbauwelle bisher noch nicht stattgefunden hat und viele Hersteller und Verbände für diesen Zeitpunkt bereits seit einigen Jahren an Lösungen arbeiten, die mehr und mehr in erste Großdemonstrationsanlagen münden (DEUTSCHE UMWELTHILFE E. V., 2021). Aus diesem Grund ist es absolut unerlässlich, neue Dämmmaterialien und Dämmkonzepte nicht ohne deren Verwendbarkeit nach der ersten Anwendungsphase zu beurteilen.

Der hier vorgestellte mineralisierte Schaum wird bisher im industriellen Umfang nur einmalig im Forschungsprojekt *Energieeffiziente Fabrik für interdisziplinäre Technologie- und Anwendungsforschung* hergestellt und in einer großflächigen Gebäudehülle verbaut. Daher gibt es hier zur Rückbaubarkeit im größeren Rahmen noch keine Erfahrungen. Für eine erste Einschätzung wird daher ein Teil eines für baukonstruktive Untersuchungen an dem späteren Wand- und Dachaufbau der *ETA – Fabrik* hergestellten Mock – Up rückgebaut und die freigesetzten Materialien auf ihre Verwendung als Sekundärrohstoff hin untersucht.

Hierzu wird ein Teil des Wandaufbaus von seinem Standort auf dem *Campus Lichtwiese* der *TU – Darmstadt* (Abbildung 4.11) mittels eines Autokrane demontiert und auf einen LKW verladen. Der schichtenweise Rückbau erfolgt bei einer Firma für Wertstoffrückgewinnung in *Messel* bei *Darmstadt*. In einem ersten Schritt des Downcyclingprozesses erfolgt die Trennung der Fassadenplatten aus mrUHPC vom tragenden und dämmenden Verbundbauteil aus Normalbeton und mineralisiertem Schaum getrennt.



Abbildung 4.11 Mock - Up der Gebäudehüllbauteile der *ETA - Fabrik* vor der Demontage

Die Trennung zwischen mineralisiertem Schaum und Normalbeton erfolgt mit einer Baggerschaufel. Der Schaum wird damit einfach von der Normalbetonoberfläche abgeschabt. Wie auf Abbildung 4.12 zu sehen ist, können beide Betonschichten sauber voneinander getrennt werden. Eine Pulverisierung des Schaums erfolgt während der Trennung nicht.





Abbildung 4.12 Trennprozess des mineralisierten Schaumes von der Betonoberfläche

Anschließend erfolgt die stoffliche Aufbereitung von Normal- und ultrahochfestem Beton unter messtechnischer Aufnahme der erforderlichen elektrischen Energie in verschiedene Kornfraktionen. Es zeigte sich, dass die Aufbereitung zwar technisch wie energetisch aufwendiger ist als bei Normalbeton, aber dennoch ohne größere Rückstände möglich ist. Mit dem Betonbruch wurden dann Recyclingbetonmischungen hergestellt und mechanisch untersucht, mit dem Ergebnis, dass Betone der Festigkeitsklasse C 35 / 45 hergestellt werden können.

Für den mineralisierten Schaum ist aufgrund seiner porösen Struktur und wegen Ermangelung von enthaltenen Gesteinskörnungen eine Verwendung als rezyklierter Betonzuschlag ausgeschlossen, da die Wasseraufnahmekapazität des feinen Zementpulvers zu hoch wäre (vgl. Abbildung 4.13).



Abbildung 4.13 Bruchstück des mineralisierten Schaums nach der sortenreinen Trennung von der Normalbetonschicht

Stattdessen wurde der mineralisierte Schaum hinsichtlich seiner Eignung als sekundärer Zementrohstoff untersucht. Mittels Röntgendiffraktometrie wurden die chemischen Einzelbestandteile des pulverisierten Schaumes untersucht und mit den Anforderungen an Zementbestandteile entsprechend DIN EN 197 - 1:2011 - 11 verglichen. Diese besagen, dass Zement hinsichtlich seiner Klinkerphasen folgende Massenverhältnisse besitzen muss:

- Calciumsilikate müssen mindestens 66,6 % der Hauptbestandteile ausmachen
- das Massenverhältnis von Calciumoxid zu Siliciumdioxid muss mindestens 2,0 betragen
- der Massenanteil an Magnesiumoxid darf 5,0 % nicht übersteigen.

Die Ergebnisse aus der Röntgendiffraktometrie zeigen, dass das Recyclat lediglich aus 1,47 M. - % an Calciumsilicaten besteht. Hingegen enthält das Pulver 61 M. - % an Calciumcarbonat ( $\text{CaCO}_3$ ), was für einen hohen Grad an Carbonatisierung spricht. Hier wäre eine Rohstoffzugabe des pulverisierten Schaumes bei der Zementherstellung zumindest möglich.

## 4.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die ökologischen Eigenschaften des im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten mineralisierten und zementgebundenen Schaums mit Hilfe einer Ökobilanzierung nach DIN EN ISO 14040: 2009 - 11 und DIN EN ISO 14044: 2018 - 5 ermittelt. Um die bereits in Kapitel 2.2.3 erläuterten Schwierigkeiten bei der Datenbeschaffung beziehungsweise bei der Komplexität und erforderlichen Detailtiefe an einem praktischen Beispiel zu zeigen, wird zunächst das Prinzip einer Stoffstromanalyse am Beispiel von Normalbeton vorgestellt. Darin wird aufgezeigt, welche Anforderungen an die Datenherkunft und -qualität erforderlich sind, um ein möglichst gutes Ergebnis für eine Ökobilanz zu erreichen. Es wird beschrieben, was notwendig wäre, um eine detaillierte Datenerhebung zu erhalten, vor allem im Bereich der Zementherstellung. Die Datenerhebung solcher und vergleichbarer Herstellungsverfahren gestaltet sich in der Regel sehr schwierig und zeitintensiv, wobei die von der Norm geforderte Qualität nahezu unmöglich zu erreichen ist. Um dennoch einen ausreichenden Genauigkeitsgrad bei der Datenerhebung von Umweltdaten zu erreichen, werden alternative Methoden aufgezeigt, wie zum Beispiel die Verwendung von Umwelt - Produkt - Deklarationen (EPD).

Für die Ökobilanzierung des mineralisierten Schaums werden als Systemgrenzen für die Herstellung die Rohstoffversorgung, die Transporte sowie die Herstellung des mineralischen Schaums gewählt und als Wirkungsindikatoren das Treibhauspotential und der Primärenergiebedarf des mineralisierten Schaumes ermittelt. Im Anschluss an die Ökobilanzierungen erfolgt ein Vergleich der ökologischen Wirkungen über ein funktionales Äquivalent, das die ökologischen Umweltauswirkungen in Bezug zu materialtechnologischen Eigenschaften stellt. Der MF wird mit üblichen Wärmedämmungen verglichen. Dabei stellt sich heraus, dass die Umweltwirkungen des Schaumes, insbesondere der Primärenergiebedarf, deutlich besser abschneiden, als die herkömmlich verwendeten Wärmedämmelemente. Wärmedämmungen bspw. aus expandiertem Polystyrol besitzen für die Herstellung einen besonders hohen Energieaufwand. Der Energieaufwand für die Rohstoffgewinnung des MF ist dabei deutlich geringer, da dieser überwiegend aus Luftporen besteht und der prozentuale Anteil an Feststoffen wie bspw. Zementleim sehr gering ist. Im Hinblick auf das Treibhauspotential schneidet der Schaum ähnlich gut ab wie Steinwollplatten und extrudiertes Polystyrol, im Vergleich zu expandiertem Polystyrol hingegen deutlich schlechter. Jedoch ist es wichtig zu betonen, dass diese Ergebnisse einerseits unabhängig von weiteren wichtigen Materialeigenschaften wie Festigkeiten und Brandverhalten sind und andererseits auch im Kontext der aktuellen Zusammensetzungen von Wärmeenergie und elektrischer Energie gesehen werden müssen und Veränderungen beispielsweise durch einen Strommix mit einem deutlich höheren Anteil an erneuerbaren Energien auch anderer Ergebnisse zu Tage fördern kann und wird.

Mit Blick auf die Rückbaubarkeit und zweite Verwendung der Materialien wird ein Teil eines Demonstrators einer Gebäudehülle mit mineralisiertem Schaum als Dämmmaterial rückgebaut und in seine Einzelbestandteile getrennt. Dabei zeigt sich, dass sich der Schaum problemlos vom Untergrund, in diesem Fall Stahlbeton, abschaben lässt und die Bruchstücke eine geometrisch geeignete Form aufweisen, um als Sekundärrohstoff weiterverwendet zu werden. Allerdings ist die Reaktivität des Schaums bei weitem nicht ausreichend, um als Bindemittel wieder verwendet zu werden. Jedoch besteht die Möglichkeit, den rezyklierten Schaum als Bestandteil bei der Zementproduktion einzusetzen, da ein hoher Gehalt an Kalkstein vorliegt. Hierfür bedarf es weiterer und tiefergehender Untersuchungen.

# 5 Berechnungsverfahren von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum

## 5.1 Allgemeines

Die in der *ETA - Fabrik* eingesetzten tragenden Gebäudehüllelemente geben den Anlass zu untersuchen, inwieweit derartige massive Gebäudehüllelemente mit mineralisiertem Schaum als Kerndämmung auch als monolithische Sandwichelemente aus Beton hergestellt werden können und wieweit sich der zementgebundene Schaum in allgemeinen, dreischichtigen Sandwichelementen überhaupt als schubübertragendes Kernmaterial eignet. Daher ist es für die Dimensionierung solcher Bauteile erforderlich, das Tragverhalten von Elementen mit ebenen, dehnsteifen Deckschichten aus ultrahochfestem Beton und einem homogenen, schubweichem Kern, der deutlich dicker ist als die Deckschichten, rechnerisch abbilden zu können.

Die Anzahl der dafür zur Verfügung stehenden Berechnungstheorien ist hoch. Aus den verschiedenen Ingenieurdisziplinen gibt es eine Vielzahl von Anwendungsmöglichkeiten sowie Berechnungsansätzen. Im Maschinenbau werden Lamine häufig als Leichtbaukonstruktionen in Verbindung mit Faserverbundwerkstoffen eingesetzt. Im Bauwesen sind Laminataufbauten ebenfalls verbreitet. Einerseits im Holzbau im Bereich der Holzschichtwerkstoffe, andererseits im Glasbau im Bereich der Verbund- und Verbundsicherheitsgläser, wobei hier die Materialien in allen Schichten identisch oder zumindest ähnlich sind von ihrem Tragverhalten sowie ähnliche Schichtdickenabmessungen haben (Holzbau), oder die Decksichten gegenüber den schubübertragenden Layern deutlich größere Materialstärken aufweisen (Glasbau). Im Stahlbau werden Sandwichelemente für Fassaden und Dächer mit dünnen Deckschichten aus Metall und innenliegendem Dämmstoff aus PUR oder PIR verwendet (Abbildung 5.1).



Abbildung 5.1 Einsatzbereiche von Laminaten im Baubereich

Im Massivbau werden dreischichtige Wand- und Fassadenelemente mit zwei Betonschalen und einer dazwischenliegenden Dämmung eingesetzt und als Sandwichkonstruktion bezeichnet. Allerdings erfolgt die Lastabtragung der vertikalen und horizontalen Lasten zumeist wie im Falle der *ETA-Fabrik* ausschließlich über eine tragende Schicht, wohingegen die Vorsatzschale zumeist nur dem Wetterschutz und der Lastweiterleitung dient. Somit wird für den Grenzzustand der Tragfähigkeit die Sandwichtragwirkung nicht in Ansatz gebracht. Im mechanischen Sinne gibt es im Massivbau überwiegend nur Nischenansätze für Sandwichelemente, die sich aus einem Forschungsinteresse heraus speisen und kaum eine praktische Anwendung in der alltäglichen Baupraxis finden. Zu erwähnen sind hier Sandwichelemente aus Textilbeton (HORSTMANN, 2010) sowie solche aus ultrahochfestem Beton in den Deckschichten (MUELLER, 2015). Gemein ist diesen Ansätzen, dass als Kerndämmschicht auf konventionelle Dämmstoffe wie PUR oder EPS und XPS zurückgegriffen wird.

In diesem Kapitel werden daher aufbauend auf den Grundlagen des Kapitels 2.4 verschiedene Sandwichtheorien untersucht und hinsichtlich der Genauigkeit ihrer Ergebnisse sowie dem damit verbundenen Berechnungsaufwand miteinander verglichen. Dabei kommen entsprechend des Hintergrunds dieser Arbeit nach Kapitel 1.1 Sandwichelemente mit hochfestem Beton in den Deckschichten zur Anwendung. Weiterhin können im Falle von temporären Bauten leichte und bereits mit aktuellen Technologien recyclebare Materialien wie Papier in den Deckschichten zur Anwendung kommen, weshalb auch diese hier untersucht werden.

Zunächst werden einige der zur Verfügung stehenden Berechnungstheorien genauer vorgestellt und deren Berechnungsansätze und das Vorgehen hierzu aufgezeigt (Kapitel 5.2). Für eine bessere Nachvollziehbarkeit der Herleitungen und formeltechnischen Zusammenhänge wird bei allen Theorien die Nomenklatur des Formelapparates aus der Primärliteratur verwendet. Einige der Theorien wurden für eine praktische Anwendung mit einer graphischen Benutzeroberfläche (GUI) in *Matlab* implementiert (Kapitel 5.3). Um die Praxistauglichkeit der analytischen Modelle zu testen, werden Validierungsversuche durchgeführt deren Ergebnisse in Bezug zu den analytischen Lösungen gesetzt (Kapitel 5.4). Hierfür werden Papier - Schaum - Sandwichelementen herangezogen als eine weitere Möglichkeit von

Sandwichstrukturen mit mineralisiertem Schaum im Kern und im Vergleich dazu dünnen Deckschichten. Abschließend werden theoretische Überlegungen zur Vordimensionierung von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum im Kern angestellt und die Ergebnisse der einzelnen Theorien miteinander verglichen (Kapitel 5.5).

Die wesentlichen Inhalte dieses Kapitels wurden vom Autor im Forschungsprojekt *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* im Rahmen einer Masterarbeit (vgl. SCHAFFARCZYK, 2018) erarbeitet und sind im Abschlussbericht auszugsweise aufgeführt (FLUM et al., 2019 SCHABEL et al., 2020), den der Autor in wesentlichen Teilen mitverfasst hat.

## 5.2 Analytische Berechnungsverfahren

### 5.2.1 Verfahren nach dem Einschichtansatz

Bei den Einschichtansätzen werden die Steifigkeiten der Einzelschichten durch eine effektive Steifigkeit des gesamten Laminats ersetzt. Das mehrschichtige Laminat wird also auf eine Ersatzschicht mit „verschmierten“ Ersatzsteifigkeiten zurückgeführt. Sie eignen sich also nur dann, wenn ein globales Tragverhalten untersucht werden soll (vgl. MITTELSTEDT & BECKER, 2016 ). Grundsätzlich werden die Normalspannungen der Einzelschichten dann aus den Verzerrungsgrößen des Ersatzquerschnitts zurückgerechnet. Für die Schubspannungen bedeutet dies, dass diese in Abhängigkeit der Berücksichtigung von Schubdeformationen unterschiedlich genau ermittelt werden können.

#### **Annahmen für die Einzelschichten**

Für die Reduzierung auf eine Ersatzschicht muss zunächst das Verhalten der einzelnen Lamine bekannt sein. Dabei wird angenommen, dass die Materialien linear – elastisches Materialverhalten an den Tag legen und das Hooke'sche Gesetz gilt, wobei die Steifigkeitsmatrix je nach Richtungsverhalten des Werkstoffs unterschiedlich viele Unbekannte besitzt. Aufgrund der geringen Schichtdicken üblicher Laminatstrukturen wird von einem ebenen Spannungszustand ausgegangen, wodurch lediglich Spannungen in der Elementebene auftreten können (vgl. Scheibentheorie in der Baustatik). Dies bedeutet, dass für klassische Sandwichstrukturen diese Annahme nichtzutreffend ist aufgrund einer sehr viel dickeren Kernschicht im Vergleich zu den Deckschichten. Jedoch wird dies auch bei den klassischen Sandwichtheorien für die Deckschichten angenommen und für die Kernschicht wird der E - Modul als so gering angenommen, dass die

Normalspannungen per se verschwindend geringe Werte annimmt. Somit können durchaus auch Einschichtansätze für Sandwichelemente angewandt werden.

Linear-elastisches Materialverhalten wird im Falle quasistatischer, einachsiger Belastung durch das Hook'sche Gesetz beschrieben:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (5.1)$$

Einer Dehnung  $\varepsilon$  im Material wird eindeutig eine Spannung  $\sigma$  über den Elastizitätsmodul  $E$  als Proportionalitätsfaktor zugeordnet. Im allgemeinen anisotropen Fall einer dreiachsigen Belastung in einem dreidimensionalen euklidischen Punktraum  $\mathbb{E}^3$  lautet das Elastizitätsgesetz in Indexnotation unter Anwendung der Summationskonvention nach Einstein:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5.2)$$

Gleichung (5.2) stellt den Zusammenhang zwischen dem aufgrund des Drehimpulssatzes (aufeinander senkrecht stehende Schubspannungen sind gleich groß) symmetrischen Spannungstensor 2. Stufe und dem bei kleinen Deformationen ebenfalls symmetrischen (reine Dehnungen verursachen keine Drehungen) Verzerrungstensors 2. Stufe über den Elastizitätstensor 4. Stufe dar. Die ihn beschreibenden Komponenten sind Materialkonstanten und deren Anzahl liegt aufgrund der Symmetrie des Spannungs- und Verzerrungstensors bei 36 statt eigentlich 81 ( $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk}$ ). In Voigt'scher Matrizenform geschrieben lautet Gleichung (5.2) dann:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} = \tau_{23} \\ \sigma_{13} = \tau_{13} \\ \sigma_{12} = \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{42} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} = \gamma_{23} \\ 2\varepsilon_{13} = \gamma_{13} \\ 2\varepsilon_{12} = \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Aus der Formänderungsenergie bzw. deren 2. Ableitung unter der Anwendung des Satzes nach Schwarz kann man schließen, dass obige  $6 \times 6$ -Matrix ebenfalls symmetrisch ( $C_{ij} = C_{ji}$ ) ist und sich damit die Zahl der Unbekannten Materialkonstanten auf 21 reduziert.



$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} = \tau_{23} \\ \sigma_{13} = \tau_{13} \\ \sigma_{12} = \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} = \gamma_{23} \\ 2\varepsilon_{13} = \gamma_{13} \\ 2\varepsilon_{12} = \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Der E-Modul eines anisotropen Materials ist richtungsabhängig.

Im Falle von orthotropen Werkstoffen, die drei aufeinander senkrechtstehende Symmetrieebenen besitzen, rufen Dehnungen keine Gleitungen hervor. Die Anzahl der unabhängigen Materialkonstanten reduziert sich auf 9.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} = \tau_{23} \\ \sigma_{13} = \tau_{13} \\ \sigma_{12} = \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} = \gamma_{23} \\ 2\varepsilon_{13} = \gamma_{13} \\ 2\varepsilon_{12} = \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Diese sind drei E - Moduln ( $E_{11}, E_{22}, E_{33}$ ) in Richtung der Orthotropieachsen, drei G - Moduln ( $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ ) senkrecht zu den Orthotropieachsen sowie drei Querkontraktionszahlen ( $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ ) bei Zug in Richtung der Orthotropieachsen. Die Komponenten des Elastizitätstensor lassen sich über die Materialkonstanten wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{(1 - \nu_{23}\nu_{32})E_{11}}{\Delta}; C_{12} = \frac{(\nu_{12} - \nu_{13}\nu_{32})E_{22}}{\Delta} \\ C_{13} &= \frac{(\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{23})E_{33}}{\Delta}; C_{22} = \frac{(1 - \nu_{31}\nu_{13})E_{22}}{\Delta} \\ C_{23} &= \frac{(\nu_{23} - \nu_{21}\nu_{13})E_{11}}{\Delta}; C_{33} = \frac{(1 - \nu_{21}\nu_{12})E_{33}}{\Delta} \\ C_{44} &= G_{23}; C_{55} = G_{13}; C_{66} = G_{12} \end{aligned} \quad (5.6)$$

wobei der Nenner  $\Delta = 1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{32}\nu_{23} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{13}\nu_{32}$  ist.

Dadurch, dass für die Einschichtansätze auch ein ebener Spannungszustand angenommen wird, gilt an den Rändern des Elements sowie in guter Näherung auch

innerhalb des Elements, dass die Spannungen orthogonal zur Elementebene Null sind ( $\sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0$ ). Es gilt somit für Gleichung (5.6):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} = 0 \\ \sigma_{23} = \tau_{23} = 0 \\ \sigma_{13} = \tau_{13} = 0 \\ \sigma_{12} = \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} = \gamma_{23} \\ 2\varepsilon_{13} = \gamma_{13} \\ 2\varepsilon_{12} = \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Würde man obige Gleichung nun nach den Verzerrungen auflösen, zeigt sich, dass auch die Gleitungen aus der Ebene heraus ( $\gamma_{23} = \gamma_{13} = 0$ ) verschwinden und somit gilt:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ 0 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Die Dehnung  $\varepsilon_{33}$  in Dickenrichtung ist nicht mehr unabhängig und kann über die anderen Dehnungen ausgedrückt werden mit:

$$\varepsilon_{33} = -\frac{C_{13}}{C_{33}}\varepsilon_{11} - \frac{C_{23}}{C_{33}}\varepsilon_{22} \quad (5.9)$$

In obige Gleichung eingesetzt ergibt das:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} & C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} & 0 \\ C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} & C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Die Konstanten der Steifigkeitsmatrix können durch den E-Modul in die drei Richtungen der Orthotropieachsen, den G-Modul in der Elementebene ( $G_{12}$ ) und die Querkontraktionszahlen ( $\nu_{12}, \nu_{21}$ ) ausgedrückt werden. Hierfür werden die Komponenten  $C_{ij}$  durch die Komponenten  $Q_{ij}$  substituiert mit:

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{22} &= \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{66} &= G_{12}
 \end{aligned}
 \tag{5.11}$$

Somit ergibt sich als reduziertes Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}
 \tag{5.12}$$

Im Falle von unterschiedlichen Hauptachsen muss die reduzierte Steifigkeitsmatrix noch transformiert werden.

### Klassische Laminattheorie

Die klassische Laminattheorie (CLT) berücksichtigt keinerlei Schubverformungen und ist daher mit dem Euler - Bernoulli - Balken und der Kirchhoff'schen - Plattentheorie verwandt. Es gelten daher entsprechend MITTELSTEDT & BECKER, 2016 folgende Annahmen:

- Ebener Spannungszustand in jeder Einzelschicht
- Die Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten der Einzelschichten sind konstant
- Die Einzelschichtdicken sind klein im Vergleich zum Laminat
- Die Laminatdicke ist klein im Vergleich zu den anderen Abmessungen und konstant
- Es liegt ein vollständiger Verbund zwischen den Einzelschichten vor
- Die Verschiebungen sind klein im Verhältnis zur Laminatdicke
- Die Schubverzerrungen aus der Ebene werden vernachlässigt, da der Querschnitt im verformten Zustand eben und normal zur Laminatmittelebene bleibt

Diese Laminatmittelebene wird einfach definiert als auf halber Höhe des Schichtenverbundes liegend und ist vollkommen unabhängig von der tatsächlichen Lage und Anzahl von Schichten.

Für die kinematischen Gleichungen werden zunächst die Verschiebungen ( $u, v$  und  $w$ ) und Verdrehungen ( $\varphi_{x,y}$  bzw.  $\phi_{x,y}$  bzw.  $\psi_{x,y}$ ) der Mittelebene des Einsichtlaminates beschrieben zu:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \cdot \psi_x(x, y) = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \cdot \psi_y(x, y) = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Somit ergeben sich die Verzerrungen zu:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\ \varepsilon_{zz} &= \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

Das Verzerrungsfeld setzt sich also zusammen aus den Dehnungen ( $\varepsilon_{ii}$ ), den Gleitungen ( $\gamma_{iz}$ ), den Krümmungen ( $\kappa_{ii}$ ) und den Verdrillungen ( $\kappa_{iz}$ ) (zweite Ableitung der Biegelinie) der Mittelebene zusammen.

Der Zusammenhang zwischen den Verzerrungen und den Spannungen wird über die konstitutiven Gleichungen für jede Schicht  $k$  erfasst. Dieser lautet:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \left( \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}(x, y) \\ \varepsilon_{yy}(x, y) \\ \gamma_{xy}(x, y) \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} \kappa_{xx}(x, y) \\ \kappa_{yy}(x, y) \\ \kappa_{xy}(x, y) \end{pmatrix} \right) \quad (5.15)$$

Die Spannungen setzen sich also aus von der Querschnittshöhe unabhängigen und nur von den Materialsteifigkeiten der Einzelschichten abhängigen und damit schichtweise konstanten Membranspannungen und den linear über die Schichtdicke verlaufenden Biegespannungen zusammen, die aber aufgrund gegebenenfalls unterschiedlicher

Schichtmaterialien an den Schichtgrenzen unstetig verlaufen. Aus den Spannungen lassen sich die Schnittgrößen schichtweise durch Integration über die Schichtdicke zurückrechnen und zur Gesamtdicke aufsummiert:

Als Laminatschnittgrößen treten Normalkräfte  $N_{xx}$  und  $N_{yy}$  in die beiden Laminatrichtungen, eine Querkraft  $N_{xy}$  sowie Biegemomente orthogonal zur Laminatmittelebene  $M_{xx}$  und  $M_{yy}$  sowie Drillmomenten  $M_{xy}$  auf. Eine Vereinfachung der Schreibweise erfolgt unter Anwendung von:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^{k=N} Q_{ij,k} (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=N} Q_{ij,k} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{k=N} Q_{ij,k} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (5.16)$$

zu:

$$\begin{pmatrix} N_{xx}^0 \\ N_{yy}^0 \\ N_{xy}^0 \\ M_{xx}^0 \\ M_{yy}^0 \\ M_{xy}^0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_{xx}^0 \\ \kappa_{yy}^0 \\ \kappa_{xy}^0 \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Die Steifigkeiten  $A_{ij}$  bringen die Scheibenschnittgrößen und Scheibenverzerrungen in Zusammenhang (MembranstEIFigkeiten),  $D_{ij}$  bringen die Biege- und Drillmomente mit den Krümmungen bzw. Verdrillungen in Zusammenhang (Biegesteifigkeiten). Die Anteile  $B_{ij}$  bringen Momente und Verzerrungen sowie Krümmungen bzw. Verdrillungen mit Normalkräften in Zusammenhang und sind somit sogenannte Koppelterme. Im Falle von symmetrisch aufgebauten Laminaten entfallen diese und Scheiben- und Plattentragwirkung sind entkoppelt, die Anteile  $B_{ij}$  werden zu null. Im Falle des häufig anzutreffenden isotropen Materialverhaltens (keine Schub- und Biegedrillkopplung) entfallen zusätzlich die Schubkopplungen  $A_{16}$  und  $A_{26}$  sowie die Biege-Drill – Kopplungen  $D_{16}$  und  $D_{26}$ .

Für das Gleichgewicht am infinitesimal kleinen Element sind fünf Gleichgewichtsbedingungen erforderlich (vgl. MITTELSTEDT & BECKER, 2016). Diese sind:

- Kräftegleichgewicht in  $x$  – Richtung

- Kräftegleichgewicht in  $y$  – Richtung
- Kräftegleichgewicht in  $z$  – Richtung
- Momentengleichgewicht um die  $x$  – Achse
- Momentengleichgewicht um die  $y$  – Achse

Durch Formulierung des kondensierten Gleichgewichtes ohne Querkräfte ergeben sich im allgemeinen Fall drei gekoppelte Differentialgleichungen. Im vereinfachten Fall des symmetrischen Laminataufbaus und unter ausschließlicher Belastung quer zur Laminatmittelebene bleibt als einzige Differentialgleichung übrig:

$$D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} - p = 0 \quad (5.18)$$

Durch das Lösen der DGL unter Einarbeitung der Randbedingungen an den Auflagern kann somit das System gelöst werden.

Im Falle von vierseitig naviergelagerter Platten gibt es Lösungsansätze, wie sie in MITTELSTEDT & BECKER, 2016 zusammengestellt sind, bspw. für eine solche mit einer gleichmäßigen Flächenbelastung über doppelte Fourier – Reihen – Ansätze für die Belastung und die Biegelinie (vgl. Plattenlösungen aus der Baustatik).

Die Querschubspannungen können aufgrund fehlender Schubdeformationen nicht direkt aus den Verformungen berechnet werden, sondern müssen aus dem Gleichgewicht bestimmt werden.

### Schubdeformationstheorie 1. Ordnung

Die Schubdeformationstheorie 1. Ordnung (FSDT) berücksichtigt im Unterschied zur CLT die Schubverformungen unter Ebenbleiben des Querschnitts, wie es auch der Timoshenko – Balken bzw. die Plattentheorie nach Reissner und Mindlin tun. Es kommen also als Ergänzung die Verdrehungen des Querschnitts in beide Elementlängsrichtungen ( $\psi_x$  und  $\psi_y$ ) hinzu und somit werden fünf Freiheitsgrade berücksichtigt, wobei sich die Drehwinkel als Neigung bzw. Verdrehung der Mittelebene und damit als Ableitung der Durchbiegung ausdrücken lassen.

Die zusätzlichen Verzerrungen  $\gamma_{xz}$  und  $\gamma_{yz}$  müssen über zusätzlich Querschubsteifigkeiten  $C_{44}$  und  $C_{55}$  bzw.  $Q_{44}$  und  $Q_{55}$  mit den nun abbildbaren Querschubspannungen in Verbindung gebracht werden.

Die Gleitungen aus den Querschnittsverdrehungen sind von der Querschnittshöhe unabhängig, dies gilt auch für die Querschubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$ , die damit nicht dem aus der technischen Mechanik bekannten Verlauf über die Querschnittshöhe bei einem auf Biegung beanspruchten Bauteil entsprechen (parabolischer Verlauf der zu den Rändern

hin verschwindet). Daher wird auch hier ein Schubkorrekturfaktor  $K$  eingefügt, der sich auf die Querschubsteifigkeiten bezieht.

Die aus den Spannungen integrierten und über die Schichten aufsummierten Schnittgrößen ergeben sich zu:

$$\begin{pmatrix} N_{xx}^0 \\ N_{yy}^0 \\ N_{xy}^0 \\ M_{xx}^0 \\ M_{yy}^0 \\ M_{xy}^0 \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & KA_{44} & KA_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & KA_{45} & KA_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_{xx}^0 \\ \kappa_{yy}^0 \\ \kappa_{xy}^0 \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Aus dem Gleichgewicht am infinitesimalen Element ergeben sich dann fünf gekoppelte Differentialgleichungen mit den Verschiebungen ( $u$ ,  $v$  und  $w$ ) und den Biegewinkeln ( $\psi_x$  und  $\psi_y$ ) als Unbekannte:

$$\begin{aligned}
& A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \\
& + B_{11} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} + B_{66} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + B_{16} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + p_x = 0 \\
& A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \\
& + B_{16} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + B_{66} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + 2B_{26} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} + B_{22} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + p_y = 0 \\
& B_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + B_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + B_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \\
& + D_{11} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + 2D_{16} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} - D_{66} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} = \\
& = K \left[ A_{55} \left( \psi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + A_{45} \left( \psi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \right] \\
& B_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + B_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2B_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + B_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \\
& + D_{16} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} + D_{26} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} + D_{22} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} = \\
& = K \left[ A_{45} \left( \psi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + A_{44} \left( \psi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \right] \\
& K \left[ A_{55} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + A_{45} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{44} \left( \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right] + p = 0 \\
(5.20)
\end{aligned}$$

Die Lösung der DGLs z.B. für Navier'sche Lagerung erfolgt analog zu dem bei der CLT beschriebenen Prinzip.

### Schubdeformationstheorie 3. Ordnung

Die Schubdeformationstheorie 3. Ordnung (TSDT) nach Reddy verwendet im Unterschied zur FSDT eine kubische Ansatzfunktion für die Schubverzerrungen. Somit bleiben die Querschnitte auch nicht mehr eben und verwölben sich. Durch den kubischen Verlauf entstehen für die Schubverzerrungen und die Querschubspannungen quadratische Verläufe, die an den Rändern zu Null werden. Eine Schubkorrektur ist somit obsolet.

In den konstitutiven Gleichungen treten als Spannungsresultierende noch die Wölbmomente auf, innerhalb der Steifigkeitsmatrix noch die transversalen



Schubsteifigkeiten. Für weitergehende Informationen sei hier auf REDDY, 2004 verwiesen.

### 5.2.2 Verfahren nach Stamm und Witte

Die von Stamm und Witte beschriebenen Berechnungsverfahren beziehen sich auf Sandwichelemente mit einem dreischichtigen Aufbau, bei dem der Schubmodul und der Elastizitätsmodul der Deckschichten im Vergleich zur Kernschicht groß ist ( $E_D \gg E_K$  und  $G_D \gg G_K$ ). Die Schubverformungen werden dabei aufgrund der unterschiedlichen Schubsteifigkeiten schichtweise anstelle über den Gesamtquerschnitt hinweg berechnet, weshalb auch die Berechnungsverfahren nach Stamm und Witte den schichtweisen Ansätzen (Layerwise Theories), genauer den speziellen Sandwichtheorien, zuzuordnen sind. Die Ansätze nach Stamm und Witte beziehen sich immer auf die Lösung der Differentialgleichung der Balkenbiegung. Die Herleitung erfolgt dabei immer über die kinematischen Gleichungen, die konstitutiven Gleichungen (Materialgesetz) und die Gleichgewichtsbedingungen, die Lösung der DGL erfolgt dann über die Einbeziehung der Randbedingungen des Systems. In Abhängigkeit der Dicke der Deckschichten und der damit einhergehenden Steifigkeits- bzw. der daraus resultierenden Spannungsverteilung werden zwei Berechnungsansätze (dicke und dünne Deckschichten) unterschieden, wobei diesen keine unterschiedlichen Ansätze verfolgen, sondern im Falle der dünnen Deckschichten als Sonderfall der allgemeinen Form mit dicken Deckschichten gesehen werden können (STAMM & WITTE, 1974). Daher empfiehlt es sich zunächst die Grundlagen, die für beide Fälle gelten, vorzustellen und dann die Besonderheiten der jeweiligen Ansätze herauszuarbeiten. Weiterhin müssen beide Fälle noch hinsichtlich ihrer Flächenausdehnung in Platten- und Balkenlösungen unterschieden werden.

Die Grundannahmen der Theorien nach Stamm und Witte sind:

- Bezüglich des Querschnitts gilt, dass die Sandwichelemente ebene oder profilierte, zueinander parallele, Deckschichten haben
- Bezüglich des Materialverhaltens gilt, dass alle Schichten entsprechend dem Hooke'schen Gesetz linear – elastisches - Materialverhalten aufweisen
- Bezüglich der Steifigkeiten und Verformungen gilt, dass aufgrund der Steifigkeitsaufteilung zwischen Kern- und Decksichten keine Normalspannungen, dafür konstante Schubspannungen im Kern sowie keine Schubverformungen in den Deckschichten berücksichtigt werden und die Verformungen insgesamt so klein sind, dass weiterhin ein linearer Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Verschiebungen besteht, obwohl der Gesamtquerschnitt im verformten Zustand nicht eben bleibt.

Nach Stamm und Witte liegen dünne Deckschichten vor, wenn diese im Vergleich zur Kernschicht so dünn ist, dass ihre Biegesteifigkeit vernachlässigt werden kann. Im umgekehrten Fall handelt es sich um eine dicke Deckschicht.

### Sandwichbalken mit dicken und dünnen Deckschichten

Die Steifigkeiten von Verbundschichtquerschnitten berechnen sich aus dem Material jeder Schicht und der zugehörigen Geometrie. Entsprechend obiger Annahmen, dass im Kern keine Dehnungen auftreten aufgrund einer viel zu geringen Dehnsteifigkeit tragen lediglich die Deckschichten Anteile zur Gesamtdehnsteifigkeit  $D$  und Gesamtbiegesteifigkeit  $B$  des Sandwichelementes bei. Die Gesamtdehnsteifigkeit  $D$  ist die Summe der Dehnsteifigkeiten der Deckschichten ( $D_o$  und  $D_u$ ):

$$D = D_o + D_u \quad (5.21)$$

Diese Deckschichtdehnsteifigkeiten berechnen sich aus dem E-Modul der Deckschichten, der Elementbreite  $b$  sowie der Deckschichthöhe  $t$  zu:

$$\begin{aligned} D_o &= E_o b t_o \\ D_u &= E_u b t_u \end{aligned} \quad (5.22)$$

Aufgabe des Kerns neben dem Schubabtrag sowie weiterer bauphysikalischer Funktionen ist es, einen großen Abstand zwischen den beiden, die Biegung aufnehmenden, Deckschichten zu erzeugen. Die Schwerachsen der Deckschichten und des gesamten Elementes sollen möglichst weit voneinander entfernt sein. Dadurch entstehen für das Flächenträgheitsmoment des Querschnitts über die Deckschichten sogenannten Steiner-Anteile. Als Bezugsachse wird die Schwerachse des Elementes festgelegt (somit gilt  $a_u = \frac{D_o}{D} a$  und  $a_o = \frac{D_u}{D} a$ ). Diese Steiner-Anteile werden in der Sandwichbiegesteifigkeit des Elementes  $B_s$  gemeinsam mit den Deckschichtdehnsteifigkeiten ( $D_o$  und  $D_u$ ) berücksichtigt:

$$B_s = E_o a_o^2 b t_o + E_u a_u^2 b t_u = D_o a_o^2 + D_u a_u^2 = \frac{D_o D_u}{D} a^2 \quad (5.23)$$

Hinzu kommen noch im Falle dicker Deckschichten die Eigenbiegesteifigkeiten der Deckschichten  $B_o$  und  $B_u$ :

$$\begin{aligned} B_o &= E_o \frac{bt_o^2}{12} \\ B_u &= E_u \frac{bt_u^2}{12} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Die Summe beider Biegesteifigkeitsanteile ergibt die Gesamtbiegesteifigkeit  $B$ :

$$B = B_o + B_s + B_u \quad (5.25)$$

Sind die Deckschichten dünn, fallen diese Eigenbiegesteifigkeiten der Deckschichten weg, da ihr Anteil aufgrund der dritten Potenz der Deckschichtdicke stark abfällt, je dünner diese im Verhältnis zur Gesamtelementdicke sind.

Für die Gesamtbiegesteifigkeit  $B$  im Falle dünner Deckschichten gilt dann:

$$B = B_s \quad (5.26)$$

Die Schubsteifigkeit  $A$  des Sandwichelements wird nur über die Kernschicht definiert:

$$A = G \frac{ba^2}{h} \quad (5.27)$$

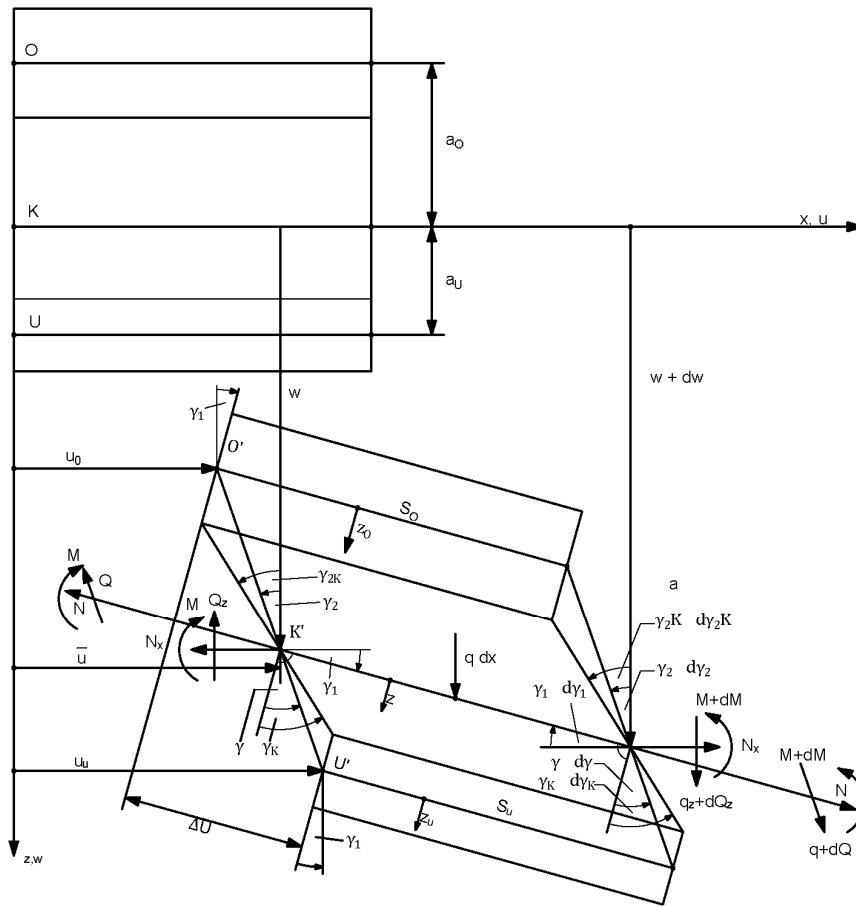


Abbildung 5.2 Bezeichnungen und Verschiebungsfeld des Balkens nach STAMM & WITTE, 1974

Für die Lösung der Randwertaufgaben durch Auswertung der DGL der Balkenbiegung bedarf es in einem ersten Schritt Annahmen zu den angenommenen Verschiebungen und Verzerrungen. Das Verschiebungsfeld für die klassische Sandwichtheorie ist in Abbildung 5.2 gezeigt.

Dem Hooke'schen Gesetz nach können nur dort Spannungen auftreten, wo auch Verzerrungen vorliegen und der Querschnitt eine Steifigkeit besitzt. Die in der klassischen Sandwichtheorie relevanten Verzerrungen sind die Dehnungen in den Deckschichten und die Gleitungen in der Kernschicht. Diese Verzerrungen werden in der DGL des Sandwichbalkens über den Gesamtschubwinkel  $\gamma$ , der sich auf die Verschiebung der Deckschichtschwereachsen bezieht, ausgedrückt. Dieser berechnet sich aus den

Teilschubwinkeln der einzelnen Schichten mit ihren unterschiedlichen Schubsteifigkeiten. Abbildung 5.3 zeigt daher vergrößert die Winkelbeziehungen im verformten Querschnitt.

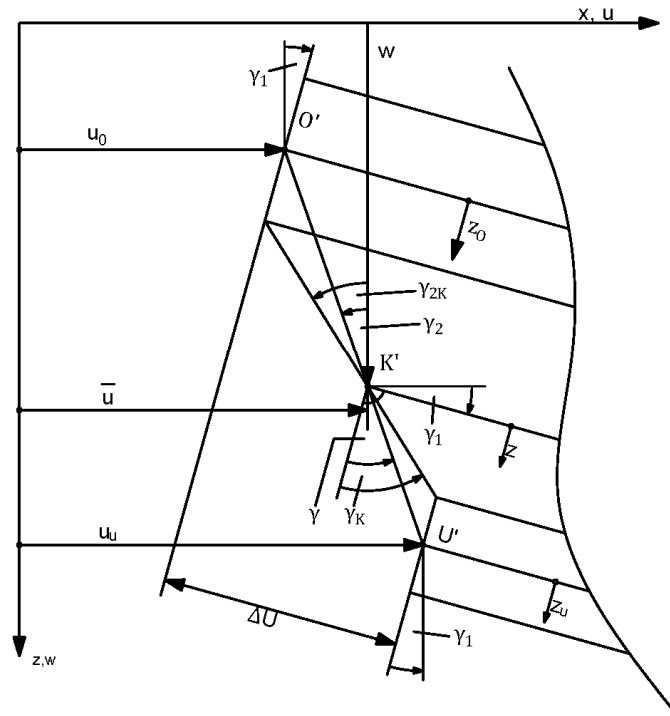


Abbildung 5.3 Winkelbeziehungen des Balkens nach STAMM & WITTE, 1974

Schubwinkel in Form von Gleitungen, also die Verdrehung der Faser bezogen auf die verdrehte Stablängsachse, treten nur im schubweichen Kern auf und werden mit dem Winkel  $\gamma_K$  bezeichnet. Geometrisch beschreibt der Winkel das Verhältnis zwischen der Verschiebung der Deckschichten  $\Delta U$  zueinander und der Kernschichtdicke  $h$ . Da bei kleinen Verformungen auch die Winkel klein sind und trigonometrisch angenommen werden darf, dass  $\sin \gamma \cong \gamma$ ,  $\tan \gamma \cong \gamma$  und  $\cos \gamma \cong 1$  ist, gilt für den Kernschubwinkel:

$$\gamma_K = \tan\left(\frac{\Delta U}{h}\right) \cong \frac{\Delta U}{h} \quad (5.28)$$

Der Schubwinkel des Kerns  $\gamma_K$  und der Gesamtschubwinkel  $\gamma$  stehen über die Verschiebung der Deckschichten  $\Delta U$  sowie dem Abstand der Deckschichtschwerachsen  $a$  und der Kernschichtdicke  $h$  miteinander im Verhältnis:

$$\gamma = \frac{h}{a} \gamma_K \quad (5.29)$$

Die Deckschichten können sich entsprechend den grundlegenden Annahmen der Theorie nach Stamm und Witte nur verdrehen entsprechend der Verdrehung der Stabachse  $\gamma_1$ , da sie keinerlei Schubverformung unterliegen und ihr Querschnitt entsprechend den Annahmen I und II nach Bernoulli eben und senkrecht auf der Deckschichtschwerachse bleibt.

$$\gamma_1 = \frac{dw}{dx} = w' \quad (5.30)$$

Die gesamte Verdrehung der Kernfaser  $\gamma_{2K}$ , bezogen auf die unverformte Lage, ist die Differenz des Kernschubwinkel  $\gamma_K$  und der Neigung der Element- bzw. Deckschichtschwerachse  $\gamma_1$ :

$$\gamma_{2K} = \gamma_K - \gamma_1 \quad (5.31)$$

Darüber hinaus gibt es noch den Drehwinkel der Deckschichtschwerachse bezogen auf die unverformte Lage  $\gamma_2$ , der für die Berechnung der Dehnungen in den Schwerachsen ( $\varepsilon_o$  und  $\varepsilon_u$ ) neben dem Verdrehwinkel der Schwerachse selbst ( $\gamma_1$ ), erforderlich ist. Dies wird ausgedrückt über den Gesamtschubwinkel  $\gamma$ , abzüglich der Neigung, die mit dem Winkel  $\gamma_1$  zusammenfällt:

$$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1 = \frac{h}{a} \gamma_K - w' \quad (5.32)$$

Die Dehnung der Deckschichten ist das Verhältnis der Differenz der Deckschichtverschiebungen am rechten und linken Schnittufer und der unverformten Elementlänge (vgl. aus der Technischen Mechanik:  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ ) und ist daher mathematisch die Ableitung der Verschiebung  $u$  in Balkenlängsrichtung. Die Verschiebung der Mittelpunkte der Deckschichten  $\bar{u}$  wird über den Gesamtschubwinkel  $\gamma$  bestimmt. Dazu

kommen noch die Verschiebungsanteile aus der Schubverformung des Kerns (vgl. Abbildung 5.3). Sollen die Dehnungen auf Stellen in der Deckschicht bezogen werden, die nicht in der Mittelachse liegen, wird dies über die Verdrehwinkel der Deckschicht mit der jeweiligen Koordinate für die Lage in der Deckschicht eingerechnet.

Im Falle dünner Deckschichten wird angenommen, dass die Verschiebung der Deckschichtschwereachse  $\bar{u}$  ungefähr, aufgrund der geringen Schichtdicke und der Annahme geringer Verdrehungen, auf die anderen Stellen in Dickenrichtung zutrifft, so dass der letzte Term der nachfolgenden Gleichungen wegfällt:

$$\begin{aligned} u_o &= \bar{u} - a_o \gamma_2 - z_o \gamma_1 \\ u_u &= \bar{u} - a_u \gamma_2 - z_u \gamma_1 \end{aligned} \quad (5.33)$$

Die Dehnungen der Deckschichten berechnen sich dann aus den Ableitungen zu:

$$\begin{aligned} \varepsilon_o &= \bar{u}' - a_o \gamma_2' - z_o \gamma_1' \\ \varepsilon_u &= \bar{u}' - a_u \gamma_2' - z_u \gamma_1' \end{aligned} \quad (5.34)$$

Weitere Dehnungen gibt es nicht, da der Kern per Definition keine Dehnsteifigkeit besitzt (vgl. Annahmen nach Stamm und Witte). Im Falle dünner Deckschichten verschwinden in den obigen Gleichungen jeweils der letzte Term.

Über die konstitutiven Gleichungen lassen sich aus den Verzerrungen und Materialparametern die Spannungsverläufe ermitteln. Im Kern bleibt der E-Modul unberücksichtigt und somit treten keine Normalspannungen auf:

In den Deckschichten werden dann das Biegemoment und eine eventuelle Normalkraft mittels Normalspannungen abgetragen. Die Normalkraft erzeugt in jedem Fall einen über die Deckschichtdicke konstanten Normalspannungsverlauf. Das Gleiche gilt für die Sandwichbiegung, die ebenfalls konstanten Normalspannungen  $\sigma_s$  hervorruft:

$$\sigma_{xD} = \varepsilon_{xD} \cdot E_{xD} = \text{konst.} \quad (5.35)$$

Im Falle dünner Deckschichten kommt zu diesen Membranspannungen keine weiteren Normalspannungen hinzu. Bei dicken Deckschichten kommt die Eigenbiegenormalspannung  $\sigma_B$  derselben hinzu, die linear und symmetrisch über die Querschnittshöhe verläuft. Die Gesamtnormalspannung bei dicken Deckschichten verläuft also linear (vgl. Abbildung 5.4)

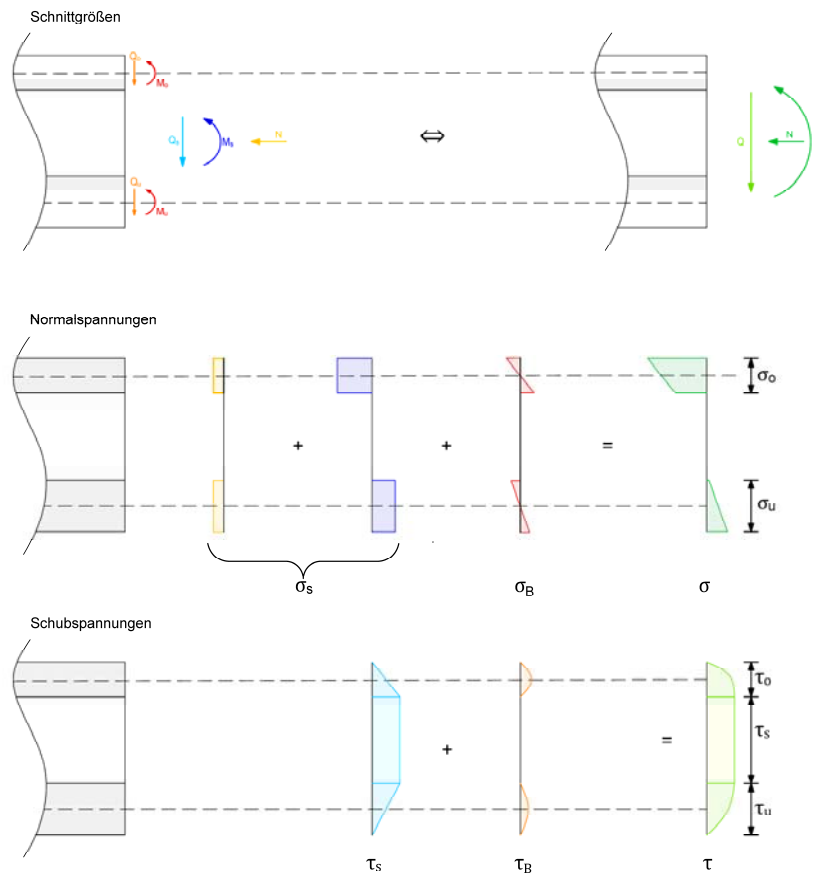


Abbildung 5.4 Übersicht der Normal- und Schubspannungsverläufe sowie Schnittgrößen für Balken mit dicken Deckschichten

Der Schubspannungsverlauf  $\tau_{zx}$  wird aus Gleichgewichtsbetrachtungen in  $x$  - Richtung am infinitesimalen Balkenelemente ermittelt:

$$\sum F_x = 0$$

$$\left( -\sigma_x + \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dz + \left( -\tau_{zx} + \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx = 0 \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0$$



Es zeigt sich durch Integration und Umstellen obiger Gleichung, dass in den Deckschichten der Schubspannungsverlauf für die Sandwichbiegung linear über die Deckschichtenhöhe ist.

Im Kern verläuft hingegen die Schubspannung konstant über die Kernhöhe.

Bei dünnen Deckschichten ist damit der Schubspannungsverlauf vollständig beschrieben. Im Falle von dicken Deckschichten kommen noch die quadratischen Schubspannungsverläufe der Deckschicht hinzu.

Durch die Integration der Spannungsverläufe über den Querschnitt entstehen die Schnittkräfte als Spannungsresultierende:

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma_x dA \\ M &= \int_A z \sigma_x dA \\ Q &= \int_A z \tau_x dA \end{aligned} \quad (5.37)$$

Bei den dicken Deckschichten ergibt sich durch zusätzliches Einsetzen der Verschiebungs- und Verzerrungsgrößen:

$$\begin{aligned} N &= (D_u a_u - D_o a_o) \gamma_2' \bar{u}' + D \bar{u}' = D \bar{u}' \\ M &= (D_u a_u - D_o a_o) \bar{u}' + B_s \gamma_2' - B_u \gamma_1' - B_o \gamma_1' = B_s \gamma_2' - B_u \gamma_1' - B_o \gamma_1' \\ Q &= A \gamma - B_u \gamma_1'' - B_o \gamma_1'' \end{aligned} \quad (5.38)$$

Die Anteile  $D_u a_u - D_o a_o$  der obenstehenden Gleichung werden Null, da die Bezugsachse in die aus den Dehnsteifigkeiten berechnete Schwereachse gelegt wird, um die DGL durch Streichen dieses Terms zu vereinfachen.

Liegen dünne Deckschichten vor, fallen die Anteile  $M_o$ ,  $M_u$ ,  $Q_o$  und  $Q_u$  weg. Der Gesamtschnittkraftverlauf entspricht also genau dem Schnittkraftverlauf aus der Sandwichtragwirkung. Es handelt sich um ein innerlich statisch bestimmtes System. Liegt zusätzlich ein äußerlich statisch bestimmtes System vor, können die Schnittgrößen direkt aus den Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden. Für äußerlich statisch unbestimmte Systeme wird die Differentialgleichung genutzt, wobei auch alternativ Arbeitsansätze genutzt werden können (vgl. STAMM & WITTE, 1974).

Querschnitte mit dicken Deckschichten sind innerlich statisch unbestimmt, eine Ermittlung der Teilschnittgrößen  $M_o$ ,  $M_u$ ,  $Q_o$  und  $Q_u$  kann nur am verformten Element durch Momenten- und Kräftegleichgewicht in  $z$ -Richtung erfolgen. Es entstehen zwei gekoppelte Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} B_s (\gamma'' - w''') - A\gamma &= 0 \\ A\gamma' + Nw'' - (B_u + B_o)w''' &= -q \end{aligned} \quad (5.39)$$

Im Falle einer konstanten Normalkraft werden die beiden DGLs entkoppelt zu:

$$\begin{aligned} -\frac{B_u + B_o}{A} w''' + \left( \frac{B}{B_s} + \frac{N}{A} \right) w'' - \frac{N}{B_s} w' &= \frac{q}{B_s} - \frac{q''}{A} \\ -\frac{B_u + B_o}{A} \gamma'' + \left( \frac{B}{B_s} + \frac{N}{A} \right) \gamma' - \frac{N}{B_s} \gamma &= -\frac{q'}{A} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Liegt beim äußerlich statisch bestimmten System keine Normalkraft vor, können die Gesamtschnittgrößen direkt am Gesamtsystem ermittelt werden und dann in die DGLs eingesetzt werden. Es ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} -\frac{B_u + B_o}{A} w''' + \frac{B}{B_s} w'' &= -\frac{M}{B_s} - \frac{q}{A} \\ -\frac{B_u + B_o}{A} \gamma'' + \frac{B}{B_s} \gamma' &= \frac{Q}{A} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Mit den dimensionslosen Abkürzungen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{B_u + B_o}{B_s} \\ \beta &= \frac{B_s}{Al^2} \\ \lambda^2 &= \frac{1 + \alpha}{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Es ergeben sich dann die allgemeinen Lösungen für die Differentialgleichung:

$$\begin{aligned} w &= C_1 \cosh\left(\frac{\lambda x}{l}\right) + C_2 \sinh\left(\frac{\lambda x}{l}\right) + C_3 + C_4 x + w_p \\ \gamma &= \frac{(1 + \alpha)\lambda}{l} \left[ C_2 \cosh\left(\frac{\lambda x}{l}\right) + C_1 \sinh\left(\frac{\lambda x}{l}\right) \right] + \gamma_p \end{aligned} \quad (5.43)$$

Die Integrationskonstanten  $C_1$  müssen für das jeweilige statische System über die Rand- und Übergangsbedingungen ermittelt werden, die Partikulärintegrale  $w_p$  und  $\gamma_p$  aus der Belastung.

Wenn die Eigenbiegesteifigkeiten der Deckschichten zu Null gesetzt werden und dadurch gilt, dass  $B = B_s$  ist, gilt für dünne Deckschichten:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{N}{A}\right) w'' - \frac{N}{B_s} w'' &= \frac{q}{B_s} - \frac{q''}{A} \\ \left(1 + \frac{N}{A}\right) \gamma'' - \frac{N}{B_s} \gamma'' &= -\frac{q'}{A} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Hier können nun im Falle des Nichtvorhandenseins einer Normalkraft die Schnittgrößen und Spannungen über die DGL ermitteln. Da sich hierbei die Durchbiegung nicht direkt bestimmen lässt, kann dies über die Methode der Partialdurchsenkung geschehen. Hierbei werden die Durchbiegungsanteile aus Biegung  $w_M$  und aus Querkraft  $w_Q$  berechnet, deren Summe die tatsächliche Gesamtdurchbiegung ergibt. Die Teildurchbiegungen können bestimmt werden durch:

$$\begin{aligned} w'_M &= -\gamma_2 \\ w'_Q &= \gamma \end{aligned} \quad (5.45)$$

Diese Anteile werden in die Gleichgewichtsbedingungen eingesetzt und es ergibt sich:

$$\begin{aligned} M &= -B_s w''_m \\ Q &= A w'_Q \end{aligned} \quad (5.46)$$

Mit den Schnittgrößen und den Steifigkeiten lassen sich dann die partikulären Durchbiegungen bestimmen und aus deren Summe die Gesamtdurchbiegung:

Im allgemeinen Fall der dicken Deckschichten können dann durch Einsetzen der aus der DGL ermittelten Verschiebung in  $z$  – Richtung sowie des Gesamtschubwinkels in die Gleichungen für die Teilschnittgrößen diese dann bestimmt werden:

$$\begin{aligned} M_s &= B_s \gamma'_2 = B_s (\gamma' - w'') \\ M_u &= -B_u \gamma'_1 = -B_u w'' \\ M_o &= -B_o \gamma'_1 = -B_o w'' \\ Q_s &= A \gamma \\ Q_u &= -B_u \gamma''_1 = -B_u w''' \\ Q_o &= -B_o \gamma''_1 = -B_o w''' \end{aligned} \quad (5.47)$$

Damit können nun auch die Spannungen entsprechend der aufgestellten Spannungsverläufe bestimmt werden. Deren Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned}
 \sigma_u &= \frac{1}{bt_u} \left( \frac{D_u}{D} N + \frac{1}{a} M_s \right) + \frac{12z_u}{bt_u^3} M_u \\
 \sigma_o &= \frac{1}{bt_o} \left( \frac{D_o}{D} N + \frac{1}{a} M_s \right) + \frac{12z_o}{bt_o^3} M_o \\
 \tau_s &= \frac{1}{ab} Q_s \\
 \tau_u &= \frac{1}{2} \left( 1 - 2 \frac{z_u}{t_u} \tau_s \right) + \frac{3}{2} \left( 1 - 4 \frac{z_u^2}{t_u^2} \right) \frac{Q_u}{bt_u} \\
 \tau_o &= \frac{1}{2} \left( 1 - 2 \frac{z_o}{t_o} \tau_s \right) + \frac{3}{2} \left( 1 - 4 \frac{z_o^2}{t_o^2} \right) \frac{Q_o}{bt_o}
 \end{aligned} \tag{5.48}$$

Im speziellen Fall der dünnen Deckschichten lauten diese:

$$\begin{aligned}
 \sigma_u &= \frac{1}{bt_u} \left( \frac{D_u}{D} N + \frac{1}{a} M_s \right) \\
 \sigma_o &= \frac{1}{bt_o} \left( \frac{D_o}{D} N + \frac{1}{a} M_s \right) \\
 \tau_s &= \frac{1}{ab} Q_s \\
 \tau_u &= \frac{1}{2} \left( 1 - 2 \frac{z_u}{t_u} \tau_s \right) \\
 \tau_o &= \frac{1}{2} \left( 1 - 2 \frac{z_o}{t_o} \tau_s \right)
 \end{aligned} \tag{5.49}$$

### Sandwichplatten mit dicken und dünnen Deckschichten

Neben der Berechnung für Balken behandeln Stamm und Witte auch die Berechnung von Sandwichplatten. Auch hier wird unterteilt in dicke und dünne Deckschichten, wobei die dünnen Deckschichten einen Sonderfall der dicken Deckschichten darstellen.

Die Annahmen, die für die Balken formuliert wurden, gelten auch für Sandwichplatten. Zusätzlich sind für die Plattenberechnung weitere Anforderungen an den Schichtaufbau erforderlich:

- Die Querdehnungen der oberen und unteren Deckschichten sind gleich

- Die Platten haben einen rechteckigen Grundriss

Die Berechnung erfolgt prinzipiell wie bei der Berechnung für Balken, also unter Auswertung der Differentialgleichungen. Aufgrund des flächigen Systems müssen diese allerdings für beide Richtungen in der Ebene aufgestellt werden. Es werden Ableitungen in beide Richtungen erforderlich.

Grundsätzlich gelten die Verzerrungsbeziehungen bei den Platten in gleicherweise wie für die Balken, allerdings nun in zwei Richtungen. Hieraus können dann wiederum die Dehnungen in den Deckschichten berechnet werden.

Unter Annahme der Gültigkeit des Hook'schen – Gesetzes kann der Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen in der Kernschicht und den Deckschichten formuliert werden. Dabei ist zu beachten, dass über die Querdehnung auch die jeweils orthogonale Bauteilrichtung einen Verzerrungsanteil zu den Spannungen in eine Richtung leistet. Dies kann über einen modifizierten E – Modul formuliert werden.

Für die Aufteilung der Spannungen in die einzelnen Schichten werden die verschiedenen Steifigkeiten miteinander in Beziehung gesetzt. Die Bezugsebene wird wieder so gewählt, dass die Flächenmomente ersten Grades wegfallen. Damit nun eine einzige Bezugsebene gewählt werden kann, muss das Verhältnis der Dehnsteifigkeiten in den Deckschichten in beide Richtungen gleich sein. Dies gilt somit auch für die E – Moduln, Schubmoduln und Querdehnzahlen.

Die Dehnsteifigkeiten werden auch bei den Platten ausschließlich in den Deckschichten berücksichtigt. Als Biegesteifigkeiten gibt es auch hier die Sandwichsteifigkeit sowie im Falle von dicken Deckschichten noch die Eigenbiegesteifigkeiten dieser beiden Schichten. Ergänzend zum Balken gibt es bei Platten noch die Torsionssteifigkeit des Sandwichquerschnitts  $T_s$ :

$$T_{xy,s} = T_s = \frac{G_u t_u G_o t_o}{G_u t_u + G_o t_o} a^2 = \frac{1-\nu}{2} B_s \quad (5.50)$$

Im Falle der dicken Deckschichten haben diese auch selbst eine Torsionssteifigkeit  $T_o$  und  $T_u$ :

$$\begin{aligned} T_{xy,u} = T_u &= \frac{1-\nu}{2} B_u \\ T_{xy,o} = T_o &= \frac{1-\nu}{2} B_o \end{aligned} \quad (5.51)$$

Die Summe der Torsionssteifigkeiten ergibt dann im Falle dicker Deckschichten wie auch bei den Biegesteifigkeiten die Gesamtsteifigkeit.

Die Schnittgrößen können wiederum aus den Spannungen integriert werden. Drückt man die Spannungen durch den Zusammenhang von Materialparameter und damit Steifigkeiten und Verzerrungsgrößen aus, entstehen nachfolgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 m_x &= -B(w'' + \nu_y w''') + B_s(\gamma'_{xz} + \nu\gamma'_{yz}) \\
 m_y &= -B(w'' + \nu_x w''') + B_s(\gamma'_{xz} + \nu\gamma'_{yz}) \\
 m_{xy} &= -2Tw' + T_s(\gamma'_{xz} + \gamma'_{yz}) \\
 q_x &= A\gamma_{xz} - (B_u + B_o)w''' - (B_u + B_o)w'' \\
 q_y &= A\gamma_{yz} - (B_u + B_o)w''' - (B_u + B_o)w''
 \end{aligned} \tag{5.52}$$

Durch Aufstellen des Kräftegleichgewichtes am infinitesimal kleinen Plattenelemente (vgl. Einschichtplatten aus der Baustatik) unter der Voraussetzung, dass keine Scheibenkräfte wirken, entstehen drei Gleichgewichtsbeziehungen:

$$\begin{aligned}
 \sum M_x &= 0 \\
 \sum M_y &= 0 \\
 \sum F_z &= 0
 \end{aligned} \tag{5.53}$$

Daraus folgen drei gekoppelte Differentialgleichungen, die auch entkoppelt werden können zu drei Differentialgleichungen sechster Ordnung. Die DGLs müssen dann mit Hilfe eines geeigneten Ansatzes gelöst werden. Die Last wird dabei mit einer Doppel - Fourier - Reihe angenähert, die die Randbedingungen der navier'schen Lagerung erfüllt. Für die Durchbiegung und die Gleitungen erfolgt dies auch mittels Doppelreihen.

Sind die Verschiebungsgrößen dann berechnet, können daraus die Schnittgrößen und Spannungen zurückgerechnet werden, wobei im Falle dünner Deckschichten die zweiten Terme der Spannungen in den Deckschichten entfallen.

$$\begin{aligned}
\sigma_{x,u,o} &= \frac{1}{t_{u,o}} \left( \frac{D_{x,u,o}}{D_x} n_x \pm \frac{1}{a} m_{x,s} \right) \pm \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}^3} m_{x,u,o} \\
\sigma_{y,u,o} &= \frac{1}{t_{u,o}} \left( \frac{D_{y,u,o}}{D_y} n_y \pm \frac{1}{a} m_{y,s} \right) \pm \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}^3} m_{y,u,o} \\
\tau_{xy,u,o} &= \frac{1}{t_{u,o}} \left( \frac{A_{xy,u,o}}{A_{xy}} n_{xy} \pm \frac{1}{a} m_{xy,s} \right) + \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}^3} m_{xy,u,o} \\
\tau_{xz,s} &= \frac{1}{a} q_{x,s} \\
\tau_{yz,s} &= \frac{1}{a} q_{y,s} \\
\tau_{xz,u,o} &= \frac{1}{2} \left( 1 \mp 2 \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}} \tau_{xz,s} \right) + \frac{3}{2} \left( 1 - 4 \frac{z_{u,o}^2}{t_{u,o}^2} \right) \frac{q_{x,u,o}}{t_{u,o}} \\
\tau_{yz,u,o} &= \frac{1}{2} \left( 1 \mp 2 \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}} \tau_{yz,s} \right) + \frac{3}{2} \left( 1 - 4 \frac{z_{u,o}^2}{t_{u,o}^2} \right) \frac{q_{y,u,o}}{t_{u,o}}
\end{aligned} \tag{5.54}$$

Die Spannungen der Sandwichplatte sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Spannungsverläufe verhalten sich identisch in jeder Richtung zu denen des Sandwichbalkens. Hinzukommen nur die Schubspannungen in der Ebene  $\tau_{yx} = \tau_{xy}$  für die sich konstante Spannungsverläufe in den Deckschichten für die Sandwichtragwirkung sowie lineare Verläufe aus der Eigenbiegung einstellen.

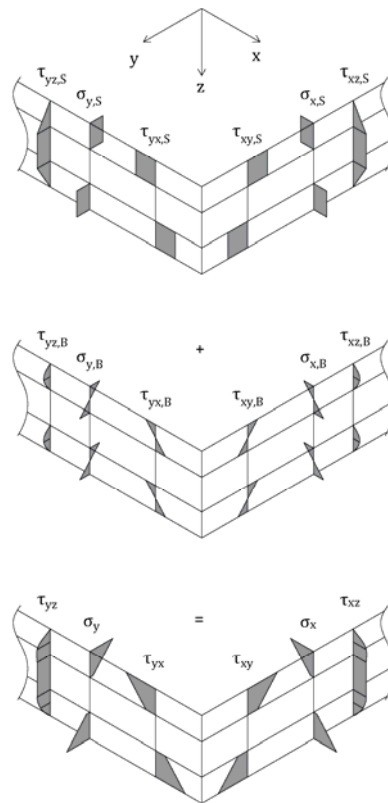


Abbildung 5.5 Bezeichnung und Zusammensetzung der Spannungen für die Plattenberechnung nach STAMM & WITTE, 1974

### 5.2.3 Verfahren nach Wölfel

Die Besonderheit beim Verfahren nach Wölfel (vgl. WOELFEL, 1987) ist der Ansatz eines nachgiebigen Verbundes nach dem Prinzip der virtuellen Arbeiten. Die Unterscheidung in dicke und dünne Deckschichten, wie sie aus STAMM, 1984 bekannt sind, wird bei diesem Verfahren beibehalten. Die Voraussetzungen für die Anwendung des Verfahrens nach Wölfel sind:

- Elastisches Materialverhalten in jeder Einzelschicht
- Dreischichtiger Elementaufbau
- Die Decksichten sind dehnsteif, der Kern besitzt keine Dehnsteifigkeit bzw. wird diese nicht angesetzt



- Das statische System muss äußerlich statisch bestimmt sein

### Biegeschlaiffe (dünne) Deckschichten

Ähnlich wie bei Stamm und Witte wird die Verteilung der Steifigkeiten im Querschnitt vorgegeben. Die Biegesteifigkeit  $B_s$  des Gesamtquerschnitts beträgt:

$$B_s = \frac{E_1 A_1 E_2 A_2 e^2}{E_1 A_1 + E_2 A_2} \quad (5.55)$$

Für eine Kernschicht mit einer der Dicke  $d_Q$ , einem konstanten Schubmodul  $G$  und einem Schwerlinienabstand  $e$  wird ein Schubflächenkorrekturfaktor  $\chi_Q$  definiert zu:

$$\chi_Q = \frac{d_Q^2}{e^2} \quad (5.56)$$

Die Schubsteifigkeit  $S_Q$  der Kernschicht beträgt dann:

$$S_Q = \frac{G e^2 b}{d_Q} \quad (5.57)$$

Der Arbeitssatz nach dem Prinzip der virtuellen Kräfte (PdvK) lautet:

$$\delta = \frac{1}{B_s} \int M \overline{M} dx + \frac{1}{S_Q} \int Q \overline{Q} dx \quad (5.58)$$

Setzt man die Verformungsanteile aus Biegung und Schub in Verhältnis, entsteht der belastungsabhängige Verbundfaktor  $k$  zu:

$$k = \frac{B_s}{S_Q} \frac{l^2 \int Q \overline{Q} dx}{\int M \overline{M} dx} \quad (5.59)$$

Man erkennt gut, dass der Verbund umso nachgiebiger ist, je geringer die Schubsteifigkeit gegenüber der Biegesteifigkeit ist.

Dadurch wird der Arbeitssatz final zu:

$$\delta = \frac{(1+k)}{B_s} \int M \overline{M} dx \quad (5.60)$$

Für einen Einfeldträger sind ausgewählte Integrale zur Berechnung der Koppelfaktoren im Anhang A.5.2 zusammengestellt.

### Biegesteife Deckschichten

Im Gegensatz zum vollständigen Verbund werden bei nachgiebigem Verbund die Deckschichten selbst stärker auf Biegung beansprucht und die Sandwichtagwirkung geringer. Daher wird die Biegesteifigkeit des Verbundbauteils durch eine Ersatzbiegesteifigkeit  $\overline{B}_s$  angenähert, die den Verbundfaktor  $k$  beinhaltet:

$$\overline{B}_s = \frac{1}{1+k} B_s \quad (5.61)$$

Für die Schnittgrößen ergibt sich:

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_s + M_2 \\ M_1 &= M_2 = \beta_0 M \\ M_s &= (1 - \beta_0) M \end{aligned} \quad (5.62)$$

$\beta$  steht hier für den Traganteil der Deckschichten am gesamten Momentenabtrag des Elementes und wird definiert zu:

$$\beta_0 = \frac{B_1 + B_2}{B_1 + B_2 + \overline{B}_s} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2 + \overline{B}_s} \quad (5.63)$$

Mit Hilfe der Flächenträgheitsmomente von Rechteckquerschnitten gilt dann für die Biegemomente in den Deckschichten:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{B_1}{B_1 + B_2} \beta_0 M \\ M_2 &= \frac{B_2}{B_1 + B_2} \beta_0 M \end{aligned} \quad (5.64)$$

Für die Normalspannungen an den Schichtgrenzen ergibt sich dann:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= -\frac{M_1 h_{11}}{I_1} - \frac{M_s}{e A_1} \\ \sigma_2 &= \frac{M_2 h_{22}}{I_2} - \frac{M_s}{e A_2}\end{aligned}\quad (5.65)$$

Die Kernschubspannungen berechnen sich aus dem Anteil der Querkraft, der über die Sandwichtragwirkung abgetragen wird zu:

$$\tau = (1 - \beta_0) \frac{Q}{be} \quad (5.66)$$

Weiterhin kann aufgrund der Nachgiebigkeit des Verbundes auch das gegenseitige Verschieben der Deckschichten über die Schubspannungen berechnet werden zu:

$$\Delta s = \frac{\tau}{G} d_Q = (1 - \beta_0) \frac{d_Q}{G} \frac{Q}{be} \quad (5.67)$$

### 5.2.4 Verfahren nach DIN 14509 Anhang E

Im Anhang E der DIN EN 14509: 2013 – 12 Selbsttragende Sandwich – Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte - Spezifikationen (DIN EN 14509, 2013) werden Berechnungsverfahren zur Bestimmung der mechanischen Beanspruchbarkeit von Sandwichelementen mit metallischen Deckschichten für verschiedene Anwendungsfälle beschrieben. Es finden sich dort Tabellen mit Berechnungsformeln für Schnittgrößen, Auflagerkräfte und Durchbiegungen in Abhängigkeit des statischen Systems und der Belastung.

Anwendungsvoraussetzungen sind:

- Linear - elastisches Materialverhalten (es gibt auch ein Traglastverfahren in der Norm)
- Es treten keine Normalspannungen im Kern auf
- Im Falle dünner Deckschichten werden die Biegesteifigkeiten dieser vernachlässigt und die Normalspannungen resultieren einzig aus der Sandwichtragwirkung
- Die Querkraft führt zu einer konstanten Schubspannung im Kern bei dünnen Deckschichten, bei dicken Deckschichten entsteht auch dort eine über die Dicke konstante Schubspannung

Die Schnittgrößen und Spannungen sind in Abbildung 5.6 dargestellt.

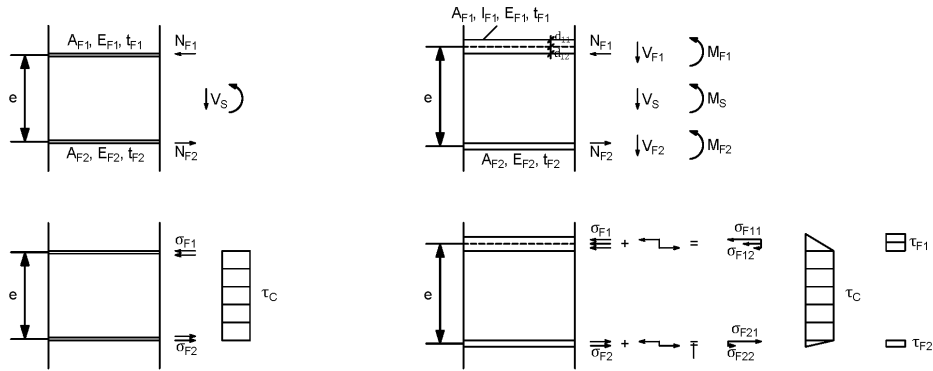


Abbildung 5.6 Definition der Querschnittswerte nach DIN EN 14509:2013 - 12

Es zeigt sich, dass die tabellierten Gleichungen für die Schnittgrößenermittlung auf das Berechnungsprinzip nach Wölfel zurückgehen. Einziger Unterschied ist der oben erwähnte Schubspannungsverlauf aus Eigenbiegung der dicken Deckschichten, der bei Wölfel quadratisch verläuft im Gegensatz zum konstanten Verlauf der Norm.

### 5.2.5 Zickzack-Theorie

Bei den meisten zuvor vorgestellten Sandwich- und Laminattheorien muss entweder auf eine hohe Genauigkeit der Ergebnisse (vgl. Einschichtansätze) verzichtet werden oder die Berechnung ist bei vielen Schichten aufwendig (schichtweise Ansätze). Mit den Zickzack - Theorien wird versucht, sowohl eine recht hohe Genauigkeit als auch einen geringen Berechnungsaufwand zu erlangen. Die Grundidee von Zickzack - Theorien beruht darauf, die Unstetigkeit der Verschiebungsableitungen  $\frac{du}{dx}$  und  $\frac{dv}{dx}$  an den Schichtgrenzen zu berücksichtigen (vgl. WIMMER, 2017). Für die Funktion innerhalb der Schicht gibt es, ähnlich wie bei den Einschichtansätzen, unterschiedliche Möglichkeiten der angenommenen Schubverformung (Abbildung 5.7).

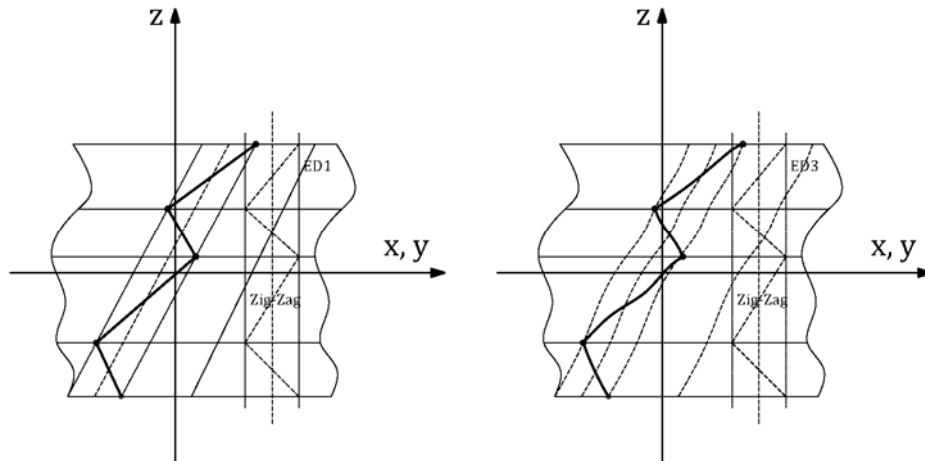


Abbildung 5.7 Verschiebungsfeld der Zickzack – Theorien am Beispiel der Theorie nach Murakami mit linearen Schubdeformationen (links) und Schubdeformationen dritter Ordnung (rechts) nach CARRERA, 2002

Die Gleichung für die in der Abbildung dargestellten Verschiebungen nach einer Zickzack - Theorie 1. Ordnung (lineare Schubverformung) lautet für Balken:

$$\begin{aligned} u^{(k)}(x, z) &= u(x) + z\theta(x) + \phi^{(k)}(z)\psi(x) \\ w^{(k)}(x, z) &= w(x) \end{aligned} \quad (5.68)$$

Wie in Abbildung 5.7 dargestellt, zeigt die Gleichung, dass die angenommene Verschiebung  $u$  auf dem Einschichtansatz beruht (Schubdeformationstheorie 1. Ordnung entsprechend Kapitel 5.2.1). Die ersten beiden Terme entsprechen Termen, wie sie auch bei der klassischen Laminatheorie zu finden sind, wobei  $u(x)$  für die Verschiebung in der Laminatmittelebene steht (vgl.  $u_0(x)$  bei der CLT) und  $\theta(x)$  für den Rotationswinkel aus der Biegebeanspruchung (vgl.  $\psi_x(x)$  bei der CLT). Hinzu kommt wie bei der FSDT ein Term zur Berücksichtigung des Schubanteils. Bei der FSDT ist der Schubwinkel konstant und die Schubverformung linear über das gesamte Laminat. Bei der Zickzack - Theorien 1. Ordnung wird die Schubverformung zwar auch linear angenommen, diese wird aber schichtweise betrachtet. Berücksichtigt ist dies in dem letzten Term  $\Phi^{(k)}(z)\psi(x)$ , wobei  $\Phi^{(k)}(z)$  die für die Theorie namensgebende Zickzack - Funktion steht und  $\psi(z)$  für eine Amplitudenfunktion. Der Name Zickzack beschreibt das Aussehen der Funktion, die durch die Unstetigkeiten (Knicke) an den Schichtgrenzen und den dazwischen kontinuierlichen Verlauf zickzack - förmig aussieht. Für Platten kann die Funktion auch in  $y$  - Richtung aufgestellt werden. Die Zickzack- und Amplitudenfunktion sieht dabei in jeder Theorie etwas anders aus. Bei allen Theorien ist aber das prinzipielle Vorgehen

ähnlich. Dabei wird die Zickzack - Funktion einmal zu Beginn aufgestellt. Mit Berücksichtigung dieser Funktion wird dann das Gesamtsystem berechnet.

Der Vorteil im Vergleich zu anderen Ansätzen ist, dass nach Aufstellen der Zickzack - Funktion die weitere Berechnung unabhängig von der Schichtenanzahl ist. Der Berechnungsaufwand steigt bei vielen Schichten also nicht stark an. Gleichzeitig bleibt aber der Bezug zum Schichtaufbau in den meisten Zickzack - Theorien bestehen, da dieser über die Zickzack - Funktion abgebildet wird, wobei es nach WIMMER, 2017 auch solche Ansätze gibt, bei denen die Funktion unabhängig von den Schichtdicken und deren Eigenschaften ist.

Vertieft wird die Refined Zigag - Theory (RZT) nach Tessler vorgestellt, da sie unter den Zickzack - Theorien relativ neu (erste Veröffentlichung hierzu im Jahr 2007) ist und nach WIMMER, 2017 folgende Merkmale aufweist:

- die Zickzack - Funktion ist sowohl abhängig von den Abmessungen der Einzelschichten als auch von deren mechanischen Eigenschaften und verschwindet an den Rändern des Elements
- für die Längsspannungen wird eine hohe Genauigkeit auch bei sehr heterogenem Querschnittsaufbau
- sie wird über das Prinzip der virtuellen Arbeit hergeleitet
- es wird kein Schubkorrekturfaktor benötigt
- Basis der Theorie ist die Schubdeformationstheorie 1. Ordnung

Die RZT wurde von Tessler allgemein für Flächentragwerke mit Zickzack – Funktionen in beide Längsrichtungen aufgestellt. Im Hinblick auf eine bessere Nachvollziehbarkeit wird das Vorgehen der Theorie anhand einer Balkenlösung nach Wimmer (vgl. WIMMER, 2017) erläutert.

Abbildung 5.8 zeigt den geometrischen Schichtaufbau und die, durch die Zickzack – Funktion definierten, Verschiebungen  $u$ . Diese sind schichtweise linear zusammengesetzt aus einer schichtunabhängigen Verschiebung  $u_0$  bzw. einer Verdrehung  $\theta$  und einem schichtabhängigen Anteil, dem sogenannten Anteil der Wölbkraftschering.

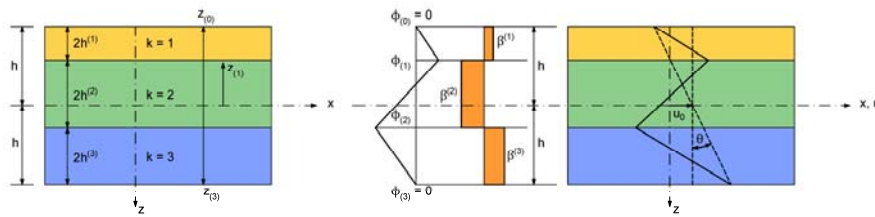


Abbildung 5.8 Definition der Querschnittsvariablen (links) und Verschiebungsgrößen (rechts) der Zickzack – Theorie nach WIMMER & NACHBAGAUER, 2018

Die kinematischen Gleichungen stellen den Zusammenhang zwischen den eben formulierten Verschiebungen und den durch Ableitung (bei WIMMER, 2017 bezeichnet durch den Index  $_{,x}$  bzw.  $_{,z}$ ) hervorgerufenen Verzerrungen. Für eine Schicht  $k$  ergeben sich diese kinematischen Gleichungen zu:

$$\varepsilon_x^{(k)}(x, z) = \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} = u_{,x}^{(k)} = u_{,x} + z\theta_{,x} + \phi^{(k)}\psi_{,x} = \begin{Bmatrix} 1 & z & \phi^{(k)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ \theta_{,x} \\ \psi_{,x} \end{Bmatrix} = S_x \tilde{\varepsilon}_x \quad (5.69)$$

$$\gamma_{xz}^{(k)}(x, z) = w_{,x}^{(k)} + u_{,z}^{(k)} = w_{,x} + \theta + \phi_{,z}^{(k)}\psi = \gamma + \beta^{(k)}\psi = \begin{Bmatrix} 1 & \beta^{(k)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma \\ \psi \end{Bmatrix} = S_{xz} \tilde{\varepsilon}_{xz}$$

Die Ableitung der Zickzack - Funktion in Dickenrichtung ( $z$  - Richtung) wird durch die Funktion  $\beta^{(k)}$  ausgedrückt, die schichtweise konstant ist (vgl. Abbildung 5.8).

Als Nächstes wird eine Differenz zwischen dem mittleren Schubwinkel und der Amplitude der Zickzack - Funktion eingeführt:

$$\eta = \gamma - \psi \Rightarrow \psi = \gamma - \eta \quad (5.70)$$

Somit werden die Schubverzerrungen beschrieben als:

$$\gamma_{xz}^{(k)}(x, z) = (1 + \beta^{(k)})\gamma - \beta^{(k)}\eta \quad (5.71)$$

In den konstitutiven Gleichungen können die oben formulierten Verzerrungsgrößen eingesetzt werden und es gilt für das Hook'sche Gesetz einer jeden Schicht des Balkens dann:

$$\begin{aligned}\sigma_x^{(k)} &= E_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} = E_x^{(k)} S_x \tilde{\varepsilon}_x \\ \tau_{xz}^{(k)} &= G_{xz}^{(k)} \gamma_{xz}^{(k)} = G_{xz}^{(k)} (1 + \beta^{(k)}) \gamma - G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)} \eta = G_{xz}^{(k)} S_{xz} \tilde{\varepsilon}_{xz}\end{aligned}\quad (5.72)$$

Der erste Term der Schubspannungsgleichung kann als eine Art mittlerer Schubspannung des Querschnitts gesehen werden, zudem sich ein schichtabhängiger Anteil hinzugesellt, ausgedrückt durch den zweiten Term dieser Gleichung. Somit muss der erste Term konstant sein, der zweite hingegen nicht. Hierzu wird für den ersten Term ein mittlerer Schubmodul  $G$  definiert zu:

$$G_{xz}^{(k)} (1 + \beta^{(k)}) = G = \text{konst.} \quad (5.73)$$

Somit lässt sich die Ableitungsfunktion  $\beta^{(k)}$  jeder Schicht aus dem mittleren Schubmodul und dem der jeweiligen Schicht berechnen zu:

$$\beta^{(k)} = \frac{G}{G_{xz}^{(k)}} - 1 \quad (5.74)$$

Der mittlere Schubmodul berechnet sich durch Nullsetzen des Integrals der Ableitungsfunktion  $\beta^{(k)}$  über die Querschnittsfläche, da die Zickzack - Funktion an den Rändern des Querschnitts Null betragen muss und somit die positive Steigung genauso groß sein muss wie die negative Steigung der Zickzack - Funktion über die Querschnittshöhe:

$$\begin{aligned}\int_A \beta^{(k)} dA = 0 &\Rightarrow \int_A \frac{G}{G_{xz}^{(k)}} - 1 dA = 0 \Rightarrow \int_A \frac{G}{G_{xz}^{(k)}} dA - A \Rightarrow \\ G &= \frac{A}{\int_A \frac{1}{G_{xz}^{(k)}} dA} = \frac{2hb}{\sum_{k=1}^N \frac{h^{(k)}}{G_{xz}^{(k)}}}\end{aligned}\quad (5.75)$$

Aus dem mittleren Schubmodul kann die Steigung der Zickzack - Funktion berechnet werden und mit den Werten an den Rändern ( $\Phi_{k=1} = 0$  und  $\Phi_{k=N} = 0$  mit  $k=1\dots N$ ) können die Funktionswerte an den Schichtgrenzen bestimmt werden und dazwischen, aufgrund des gewählten Ansatzes erster Ordnung, linear miteinander verbunden werden:

$$\phi_k = \phi_{k-1} + 2h^{(k)} \beta^{(k)} \quad (5.76)$$

Durch Integration der Spannungen über den Querschnitt können die sogenannten generalisierten Schnittgrößen  $\tilde{\sigma}_x$  und  $\tilde{\sigma}_{xz}$  berechnet werden zu:



$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}_x &= \begin{bmatrix} N_x & M_x & M_\phi \end{bmatrix}^T = \int_A \begin{bmatrix} \sigma_x^{(k)} & z\sigma_x^{(k)} & \phi^{(k)} & \sigma_x^{(k)} \end{bmatrix}^T dA = \\
&= \int_A S_x^T E_x^{(k)} S_x \tilde{\varepsilon}_x dA = \int_A E_x^{(k)} \begin{bmatrix} 1 & z & \phi^{(k)} \\ z & z^2 & z\phi^{(k)} \\ \phi^{(k)} & z\phi^{(k)} & \phi^{(k)^2} \end{bmatrix} dA \tilde{\varepsilon}_x = \\
&= \begin{bmatrix} A_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & D_{11} & D_{12} \\ B_{13} & D_{12} & D_{22} \end{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_x \\
\tilde{\sigma}_{xz} &= \begin{bmatrix} V_x & V_\phi \end{bmatrix}^T = \int_A \begin{bmatrix} \tau_x^{(k)} & \beta^{(k)} & \tau_x^{(k)} \end{bmatrix}^T dA = \\
&= \int_A S_{xz}^T G_{xz}^{(k)} S_{xz} \tilde{\varepsilon}_{xz} dA = \int_A G_{xz}^{(k)} \begin{bmatrix} 1 & \beta^{(k)} \\ \beta^{(k)} & \beta^{(k)^2} \end{bmatrix} dA \tilde{\varepsilon}_{xz} = \\
&= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_{xz}
\end{aligned} \tag{5.77}$$

Und daraus ergeben sich über das Hook'sche Gesetz die konstitutiven Gleichungen zu:

$$\tilde{\sigma} = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_x \\ \tilde{\sigma}_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_x \\ M_x \\ M_\phi \\ V_x \\ V_\phi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{12} & B_{13} & 0 & 0 \\ B_{12} & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 \\ B_{13} & D_{12} & D_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{11} & Q_{12} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ \theta_{,x} \\ \psi_{,x} \\ \gamma \\ \psi \end{Bmatrix} = D \tilde{\varepsilon} \tag{5.78}$$

Die einzelnen Komponenten der Matrix sind in Anhang A.5.3 allgemein für einen Rechteckquerschnitt gelöst.

Für die Betrachtung der Spannungen und Verzerrungen in Balkenlängsrichtung wird dieser mit finiten Stabelementen abgebildet (Abbildung 5.9), wobei die Herleitung der Gleichungen aus dem Prinzip der virtuellen Arbeiten resultiert.

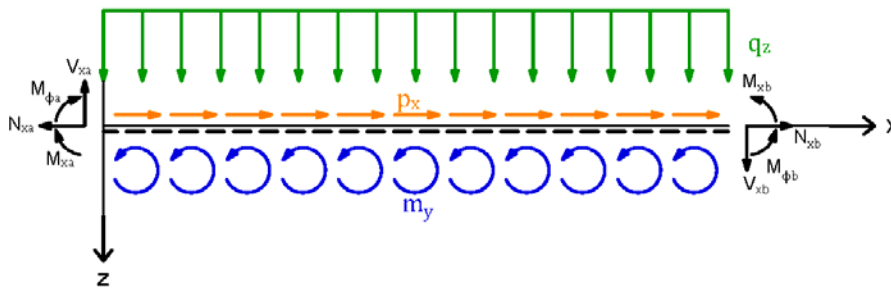


Abbildung 5.9 Belastung und Schnittgrößen am finiten Balkenelement nach GHERLONE et al., 2011

Dieses besagt, dass die innere Arbeit aus Spannungen und Verzerrungen gleich der äußeren Arbeit aus Belastung und Verschiebung sein muss:

$$\int_V (\delta \varepsilon_x^{(k)} \sigma_x^{(k)} + \delta \gamma_{xz}^{(k)} \tau_{xz}^{(k)}) dV = \int_l (\delta u p_x + \delta w p_z + \delta \theta m) dx \quad (5.79)$$

Setzt man nun in den Term für die inneren Arbeiten die generalisierten Schnittgrößen und Verzerrungen ein, ergibt sich:

$$\int_l (\delta \tilde{\varepsilon}_x^T \tilde{\sigma}_x + \delta \tilde{\varepsilon}_{xz}^T \tilde{\sigma}_{xz}) dx = \int_l \delta u^T q dx \quad (5.80)$$

Durch Einsetzen der konstitutiven Gleichungen entsteht:

$$\int_l \delta \tilde{\varepsilon}^T \tilde{\sigma} dx = \int_l \delta \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dx = \int_l \delta u^T q dx \quad (5.81)$$

Die äußeren Arbeiten werden dabei durch einen Last- und Verformungsvektor ausgedrückt:

$$q = \begin{Bmatrix} p_x(x) \\ p_z(x) \\ m(x) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.82)$$

$$u = \begin{Bmatrix} u(x) \\ w(x) \\ \theta(x) \\ \psi(x) \end{Bmatrix}$$

WIMMER, 2017 definiert das finite Stabelement als einen Stab mit drei Knoten entsprechend Abbildung 5.10.

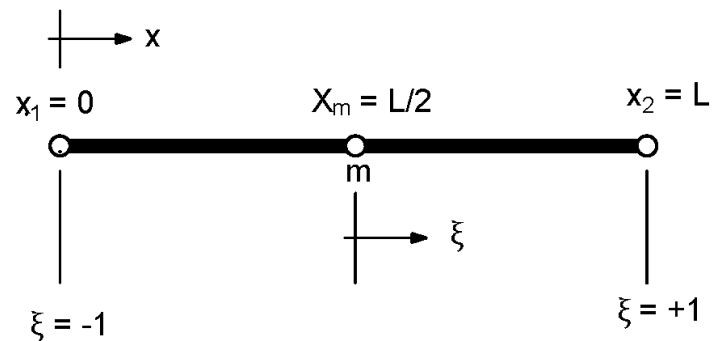


Abbildung 5.10 Anfangs- und Endknotendefinition des finiten Stabelementes nach WIMMER, 2017

Die Verformungen  $u$ ,  $\theta$  und  $\psi$  am Element sind linear und können über die Knotenverformungen berechnet werden. Die Ansatzfunktionen dazu lauten:

$$N_1^L(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi)$$

$$N_2^L(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (5.83)$$

mit  $\xi = \frac{2x}{L} - 1$

Für die Durchbiegung  $w$  kommt zu den linearen Funktionen noch einer quadratische Ansatzfunktion hinzu nach GHERLONE et al., 2011:

$$w(x) = N_1^L(\xi)w_1 + N_m^Q(\xi)w_m + N_2^L(\xi)w_2$$

mit  $N_m^Q(\xi) = (1 - \xi^2)$  (5.84)

Die unbekannte Durchbiegung in Elementmitte an der Stelle  $m$  lautet:

$$w_m = \frac{w_1 + w_2}{2} + \frac{L}{8}[(\theta_2 + c\psi_2) - (\theta_1 + c\psi_1)]$$
 (5.85)

Diese Unbekannte Weggröße wird durch eine Zwangsbedingung eliminiert, so dass nur noch die Knotenverformungen  $u_e$  als Unbekannte verbleiben mit:

$$u_e = [u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \psi_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \psi_2]^T$$
 (5.86)

Für unterschiedliche Zwangsbedingungen ergeben sich unterschiedliche Faktoren  $c$ :

$$\begin{aligned} \text{Für } V_x(x) = Q_{11}\gamma + Q_{12}\psi = \text{konst. gilt:} & \quad c = \frac{Q_{12}}{Q_{11}} \\ \text{Für } \gamma_x(x) = w_{,x}(x) + \theta(x) = \text{konst. gilt:} & \quad c = 0 \\ \text{Für } \eta(x) = w_{,x}(x) + \theta(x) - \psi(x) = \text{konst. gilt:} & \quad c = -1 \end{aligned}$$
 (5.87)

Die Elementverformungen ergeben sich als Gleichungssystem formuliert dann zu:

$$\begin{bmatrix} u \\ w \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1^L & 0 & 0 & 0 & N_2^L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1^L & -\frac{L}{8}N_m^Q & -\frac{L}{8}N_m^Q & 0 & N_2^L & \frac{L}{8}N_m^Q & \frac{cL}{8}N_m^Q \\ 0 & 0 & N_1^L & 0 & 0 & 0 & N_2^L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1^L & 0 & 0 & 0 & N_2^L \end{bmatrix} u_e = [N]u_e$$
 (5.88)

Zu Berechnung der generalisierten Verzerrungen werden die Ableitungen des Verformungsvektors benötigt. Die Ableitungen der Ansatzfunktionen lauten:

$$\begin{aligned}
\frac{dN_1^L}{dx} &= -\frac{dN_1^L}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = -\frac{1}{L} \\
\frac{dN_2^L}{dx} &= \frac{dN_2^L}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{L} \\
\frac{dN_m^Q}{dx} &= \frac{dN_m^L}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = -\frac{4\xi}{L}
\end{aligned} \tag{5.89}$$

Diese wiederum als Gleichungssystem geschrieben gibt:

$$\begin{bmatrix} u_{,x} \\ w_{,x} \\ \theta_{,x} \\ \psi_{,x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{\xi}{2} & c\frac{\xi}{2} & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{\xi}{2} & -c\frac{\xi}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} u_e \tag{5.90}$$

Zusammen mit Gleichung (5.88) ergeben sich die generalisierten Verzerrungen zu:

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} u_{,x} \\ \theta_{,x} \\ \psi_{,x} \\ \gamma \\ \psi \end{bmatrix} = B \cdot u_e = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{2} & c\frac{\xi}{2} & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{2} & -c\frac{\xi}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\xi) & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1+\xi) \end{bmatrix} u_e \tag{5.91}$$

Die generalisierten Verzerrungen können dann in die Gleichung der virtuellen Arbeiten (Gleichung (5.81)) eingesetzt werden und diese umgestellt werden, so dass linker Hand ein Ausdruck steht, der die Elementsteifigkeitsmatrix und den Verformungsvektor beschreibt und rechter Hand ein Ausdruck für den Lastvektor:

$$\delta u_e^T \left( \int_l B^T DB dx \right) u_e = \delta u_e^T \left( \int_l [N]^T q(x) dx \right) \tag{5.92}$$

$$\delta u_e^T K_e u_e = \delta u_e^T f_e$$

$$K_e u_e = f_e$$

Die Elementsteifigkeitsmatrix  $K_e$  ergibt ausgeschrieben:

$$K_e = \int_l B^T DB dx = \int_{-1}^1 B^T DB \frac{L}{2} d\xi =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{A_1}{L} & 0 & \frac{B_2}{L} & \frac{B_3}{L} & \frac{A_1}{L} & 0 & \frac{B_2}{L} & \frac{B_3}{L} \\ \frac{Q_1}{L} & \frac{Q_1}{2} & \frac{Q_2}{2} & 0 & \frac{Q_1}{L} & \frac{Q_1}{2} & \frac{Q_2}{2} \\ \frac{Q_1 L^2 + 4D_1}{4L} & \frac{Q_2 L^2 + 4D_2}{4L} & \frac{B_2}{L} \frac{Q_1}{2} \frac{Q_1 L^2 - 4D_1}{4L} & \frac{Q_2 L^2 - 4D_2}{4L} \\ \frac{(4Q_2 - 2\alpha Q_2 + c^2 Q_1)L}{12} + \frac{D_2}{L} & \frac{B_3}{L} \frac{Q_2}{2} \frac{Q_2 L^2 - 4D_2}{4L} & \frac{(2Q_2 - 2\alpha Q_2 + c^2 Q_1)L}{12} + \frac{D_2}{L} \\ \text{symmetrisch} & & \frac{A_1}{L} & 0 & \frac{B_2}{L} & \frac{B_3}{L} \\ & & \frac{Q_1}{L} & \frac{Q_1}{2} & \frac{Q_2}{2} \\ & & \frac{Q_1 L^2 + 4D_1}{4L} & \frac{Q_2 L^2 + 4D_2}{4L} \\ & & \frac{(4Q_2 - 2\alpha Q_2 + c^2 Q_1)L}{12} + \frac{D_2}{L} \end{bmatrix} \tag{5.93}$$

Die lineare Belastungsfunktion ergibt sich zu:

$$q \begin{bmatrix} p_{x1} N_1^L(\xi) + p_{x2} N_2^L(\xi) \\ p_{z1} N_1^L(\xi) + p_{z2} N_2^L(\xi) \\ m_1 N_1^L(\xi) + m_2 N_2^L(\xi) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.94}$$

Und der Lastvektor zu:

$$f_e = \frac{L}{2} \int_{-1}^{+1} N(\xi)^T q(\xi) d\xi = \left\{ \begin{array}{c} \frac{L}{6}(2p_{x1} + p_{x2}) \\ \frac{L}{6}(2p_{z1} + p_{z2}) \\ \frac{(2p_{z1} + p_{z2})L^2 - (8m_1 + 4m_2)L}{24} \\ \frac{c(p_{z1} + p_{z2})L^2}{24} \\ \frac{L}{6}(p_{x1} + 2p_{x2}) \\ \frac{L}{6}(p_{z1} + 2p_{z2}) \\ \frac{(2p_{z1} + p_{z2})L^2 - (4m_1 + 8m_2)L}{24} \\ \frac{c(p_{z1} + p_{z2})L^2}{24} \end{array} \right\} \quad (5.95)$$

Im Falle einer Einzellast anstelle der Gleichstreckenlast kann der Lastvektor dem Anhang A.5.4 entnommen werden.

Dadurch sind nun alle Gleichungen zur Berechnung der unbekannt Knotenverschiebungen eines Elementes vorhanden. Die Elemente eines Stabes stehen in Beziehung zueinander über die gemeinsamen Elementknoten, daher müssen sie in einem Gesamtsystem miteinander in Verbindung gebracht werden. Die Steifigkeitsanteile jedes Elementes werden in der Gesamtsteifigkeitsmatrix bei einer fortlaufenden Knoten- und Elementnummerierung entlang der Hauptdiagonalen einsortiert (siehe Abbildung 5.11).

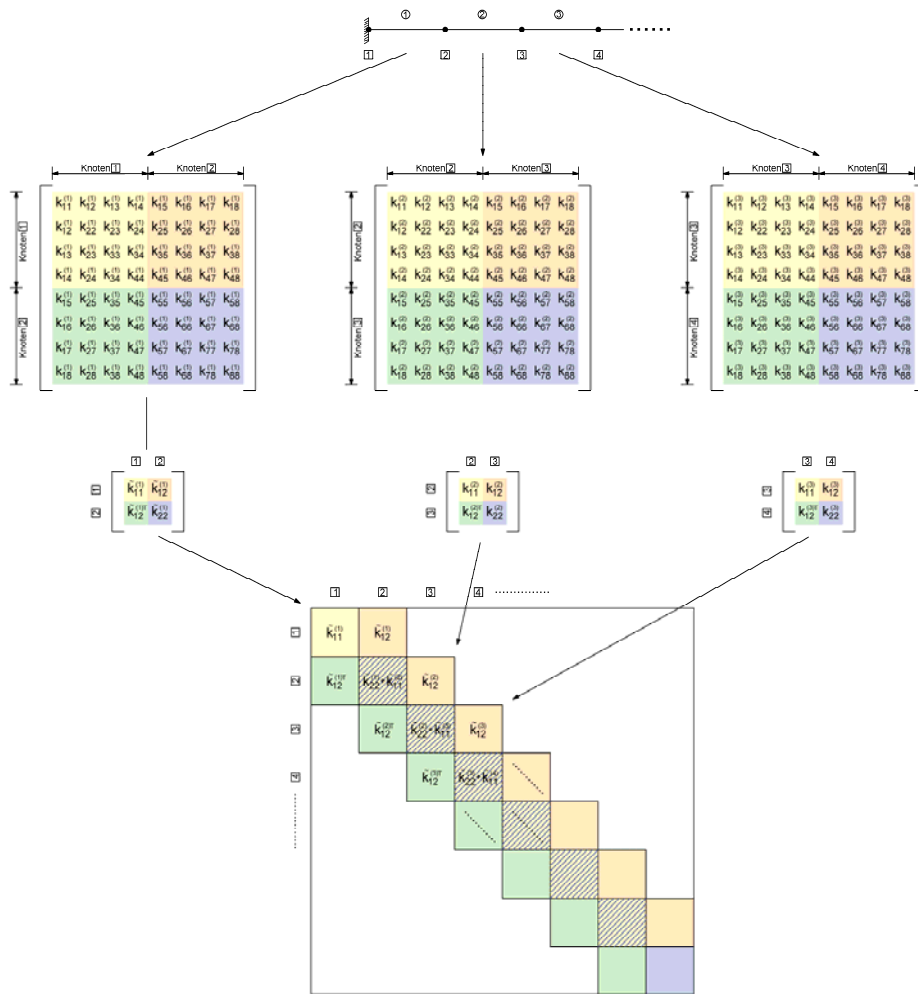


Abbildung 5.11 Einteilung der Elementsteifigkeitsmatrizen in Untermatrizen und Einsortierung der Elementsteifigkeitsmatrizen in die Gesamtsteifigkeitsmatrix

Bei Sandwichelementen stimmen die lokalen Elementrichtungen mit der globalen Balkenrichtung überein, so dass keine Transformationen von lokale in globale Koordinatensysteme durchgeführt werden müssen, wie dies bspw. bei Rahmenstrukturen der Fall ist. Auch der Lastvektor wird mit den verschiedenen Einträgen der Elementlastvektoren gefüllt. Durch das Einarbeiten der Auflager- und Randbedingungen in den Verschiebungsvektor werden die Starrkörperverschiebungen der Elemente



unterbunden. Wird eine Komponente im generalisierten Verzerrungsvektor Null, so bedeutet dies, dass alle Komponenten der Matrix in der zugehörigen Spalte mit Null multipliziert werden und daher gestrichen werden können. Auch die zugehörigen Zeilen der Matrix und des Lastvektors werden gestrichen, da deren Lösung schon mit Null vorgegeben ist. Abbildung 5.12 zeigt das Vorgehen für einen Kragarm.

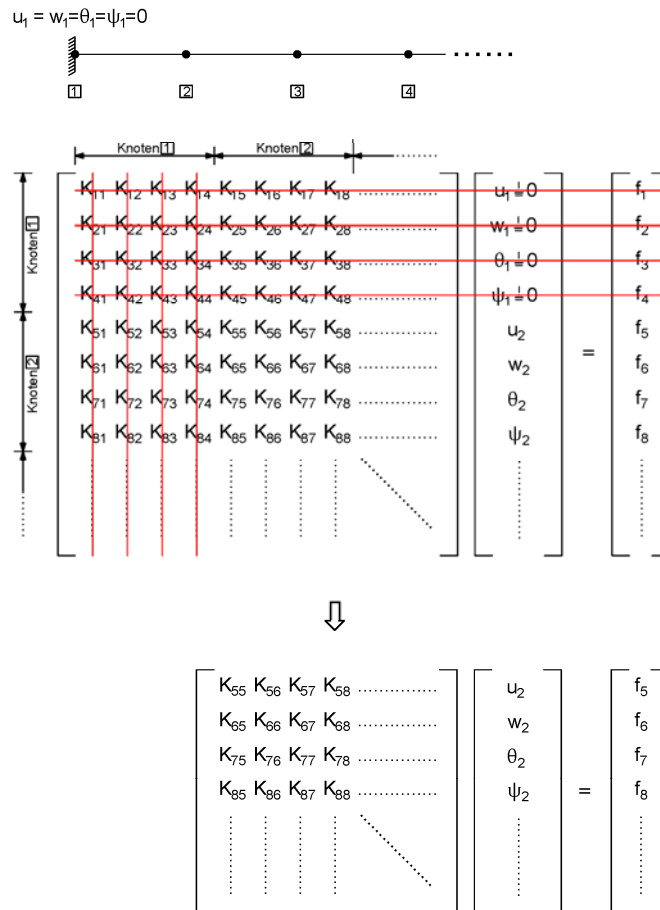


Abbildung 5.12 Streichen der Zeilen und Spalten entsprechend der Lagerbedingungen aus dem Gleichungssystem am Beispiel eines Kragarms

Das reduzierte Gleichungssystem kann dann mit den bekannten Methoden der Mathematik gelöst werden. Als Ergebnis bekommt man die bislang noch unbekannt

Knotenverformungen. Für Zwischenstellen können die Verformungen aus den Knotenverformungen und den Ansatzfunktionen rückgerechnet werden.

Aus den Verschiebungen werden dann die Verzerrungen zurückgerechnet und daraus wiederum die Spannungen. Die Normalspannungen sind dabei schichtweise linear und die Schubspannungen sind schichtweise konstant.

### 5.2.6 Verfahren nach Pagano

Die sogenannten exakte Lösung nach Pagano wird gemäß MITTELSTEDT & BECKER, 2016 häufig für Vergleichsrechnungen als Benchmark für die Güte anderer Lösungsansätze herangezogen, da darin alle zugrundeliegenden DGLs und Randbedingungen erfüllt werden. Ursprünglich wurde diese von Pagano für Kreuzverbund – Laminat – Platten, unter anderem für eine Platte unter zylindrischer Biegebeanspruchung (vgl. PAGANO, 1969) und für eine allseitig gelenkig gelagerte Rechteckplatte (PAGANO, 1970) entsprechend Abbildung 5.13.

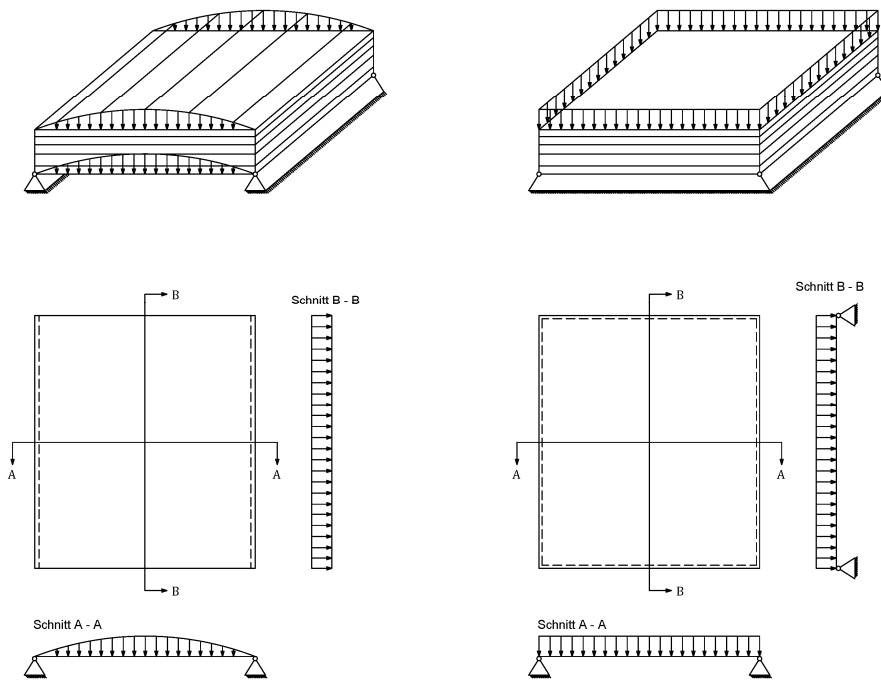


Abbildung 5.13 Plattensysteme, für die eine exakte Lösung von Pagano aufgestellt wurde nach ALTENBACH & EREMEYEV, 2017

Abbildung 5.14 zeigt die Systemabmessungen der vierseitig – naviergelagerten Platte. Für den Schichtaufbau wird orthotropes Materialverhalten vorausgesetzt, eine Begrenzung bezüglich der Anzahl  $N$  von Schichten gibt es nicht.

Für die Ermittlung der Spannungen und Verschiebungen werden zunächst die kinematischen Gleichungen zur Beschreibung der Verzerrungen, das Elastizitätsgesetz sowie die Gleichgewichtsgleichungen am infinitesimalen Volumenelement ohne äußere Volumenkräfte benötigt.

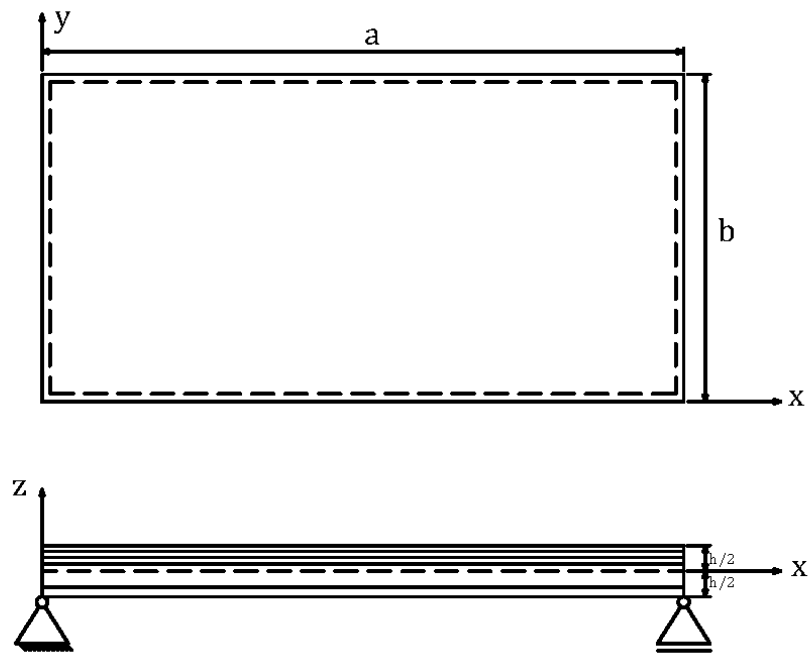


Abbildung 5.14 Definition der Plattenabmessung für die Theorie nach PAGANO, 1970

Durch Einsetzen der konstitutiven Gleichungen in das auf Spannungen bezogene Kräftegleichgewicht (die Flächenanteile kürzen sich raus, übrige bleiben nur die partiellen Ableitungen) und Einsetzen der kinematischen Gleichungen anstelle der Komponenten des Voigt - Vektors (Voigtsche Notation der Komponenten des Verzerrungstensors) ergeben sich die drei maßgebenden Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
C_{11}u_{,xx} + C_{66}u_{,yy} + C_{55}u_{,zz} + (C_{12} + C_{66})v_{,xy} + (C_{12} + C_{55})w_{,xz} &= 0 \\
(C_{12} + C_{66})u_{,xy} + C_{66}v_{,xx} + C_{22}v_{,yy} + C_{44}v_{,xz} + (C_{23} + C_{44})w_{,yz} &= 0 \\
(C_{13} + C_{55})u_{,xz} + (C_{23} + C_{44})v_{,yz} + C_{55}w_{,xx} + C_{44}w_{,yy} + C_{33}w_{,zz} &= 0
\end{aligned} \tag{5.96}$$

Anschließend werden die sechs Rand- und  $6(N-1)$  Übergangsbedingungen definiert. Diese ergeben sich an der Laminatoberseite aus der Belastung, die gleich den Normalspannungen in Dickenrichtung entspricht. Dort treten somit keine Schubspannungen auf. An der Plattenunterseite wiederum sind die Spannungen in Dickenrichtung null, da die Oberfläche unbelastet ist. Aus der Auflagersituation ergeben sich weitere Randbedingungen für die vertikale und horizontale Verschiebung sowie die Normalspannungen. An den einzelnen Schichtgrenzen  $k$  und  $k+1$  werden die Übergangsbedingungen formuliert. Hierbei sind die Spannungen (Normal- und Schubspannungen) in Dickenrichtung gleich. Da auch von perfektem Verbund ohne klaffende Fuge ausgegangen wird, müssen auch die Verschiebungsgrößen an den Schichtgrenzen gleich sein.

Wie bei Platten üblich werden die für die Ansatzfunktionen Reihenentwicklungen aus Produktansätzen von trigonometrischen Funktionen für die Koordinaten der Schichtebene verwendet. Dabei müssen diese zwingend auch eine funktionelle Abhängigkeit in  $z$ -Richtung haben. Derartige Funktionen für die Verschiebungsgrößen sind:

$$\begin{aligned}
u &= U(z) \cos(px) \sin(qy) \\
v &= V(z) \sin(px) \cos(qy) \\
w &= W(z) \sin(px) \sin(qy)
\end{aligned} \tag{5.97}$$

Dabei wird weiterhin definiert:

$$\begin{aligned}
p &= \frac{n\pi}{a} && \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \\
q &= \frac{m\pi}{b} && \text{mit } m = 1, 2, 3, \dots \\
(U, V, W) &= (U^*, V^*, W^*) e^{sz} && \text{mit } U^* = \text{konst.}, V^* = \text{konst.}, W^* = \text{konst}
\end{aligned} \tag{5.98}$$

Man erkennt, dass die trigonometrischen Terme für die Erfüllung der Randbedingungen zuständig sind, die Funktionen  $U(z)$ ,  $V(z)$  und  $W(z)$  für die Erfüllung der Übergangsbedingungen.

Diese Ansatzfunktionen werden dann in die maßgebenden Bestimmungsgleichungen eingesetzt und es entsteht das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} C_{11}p^2 + C_{66}q^2 - C_{55}s^2 & (C_{12} + C_{66})pq & -(C_{13} + C_{55})ps \\ (C_{12} + C_{66})pq & C_{22}q^2 + C_{66}p^2 - C_{44}s^2 & -(C_{23} + C_{44})qs \\ (C_{13} + C_{55})ps & (C_{23} + C_{44})qs & C_{55}p^2 + C_{44}q^2 - C_{33}s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^* \\ V^* \\ W^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.99)$$

Die nicht - triviale Lösung dieses Systems führt nach einige Substitutionen und Umstellungen auf eine Funktion dritter Ordnung, deren Lösungen sich aus der Bedingung heraus ergeben, dass die Diskriminante kleiner Null sein muss (vgl. MERZIGER et al., 2014). Die Lösungen beschreiben die Funktionen in z - Richtung. Diese können dann in die Ansatzfunktionen eingesetzt werden und die Verschiebungen in jeder Schicht berechnet werden. Aus den kinematischen Gleichungen können dann die Verzerrungen jeder Schicht und schließlich die Spannungen jeder Schicht zurückgerechnet werden. Zur Lösung der Spannungen an allen Schichtgrenzen müssen die Gleichungen der Einzelschichten in ein Gleichungssystem aller Schichten übergeführt werden. Die Spannungen  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$  haben sechs Unbekannte. Die Matrix des Gesamtsystems  $\underline{K}_{ij}$  hat somit 36 Komponenten. Unter Berücksichtigung der Übergangsbedingungen kann das Gleichungssystem gelöst werden. Die Konstanten werden dann in die Ansatzfunktionen sowie die Gleichungen für die Spannungen eingesetzt werden und diese schließlich auch berechnet werden.

### 5.2.7 Fachwerkmodell

Im Gegensatz zu den vorangegangenen, eher theoretischen, Ansätzen wird im Verfahren nach Naujoks und Misiek (vgl. NAUJOKS & MISIEK, 2015) ein Fachwerkträger als Ersatzsystem verwendet. Diese Rückführung von Vollquerschnitten auf Fachwerkssystem wird beispielsweise auch im Stahlbetonbau bei Konsolanschlüssen oder bei der Querkraftbemessung von Balken angewandt. Der Ansatz ist deshalb so anwendungsfreundlich, da er relativ einfach sogar eine Handrechnung ohne dem Lösen von komplizierten Differentialgleichungen ermöglicht. Es entsteht somit eine Möglichkeit, das Sandwichtragverhalten auf einfache Weise und nachvollziehbar abzubilden. „Die Fachwerkmodelle ergeben anschauliche Normal- und Momentenverläufe für die Deckschichten und ermöglichen eine schnelle und einfache Plausibilitätskontrolle.

Der Ansatz bedient sich der Analogie von Sandwichelement und Timoshenko - Balken mit einem Fachwerk aufgrund des schubweichen Kerns im Sandwich und den nachgiebigen Diagonalen des Fachwerks. Voraussetzung für eine Anwendung sind:

- Das Sandwichelement besteht aus drei Schichten
- Die Deckschichten sind dehnsteif, der Kern erfährt keine Normalspannungen

Für die Modellierung wird ein Rautenfachwerk mit drucksteifen Diagonalen gemäß Abbildung 5.15 ausgewählt.

Die Querschnittsflächen des Fachwerks müssen in Abhängigkeit der Materialparameter der Sandwichschichten ermittelt werden. Für die Ober- und Untergurte werden die geometrischen und materiellen Parameter der Deckschichten einfach übernommen. Für die Diagonalen errechnet sich die Querschnittsfläche unter Berücksichtigung der Kernschichtparameter (Schubmodul, Elastizitätsmodul) sowie der Knotenabstände zu:

$$A_{Diagonale} = \frac{G_c B_s^3}{2Eea} \tag{5.100}$$

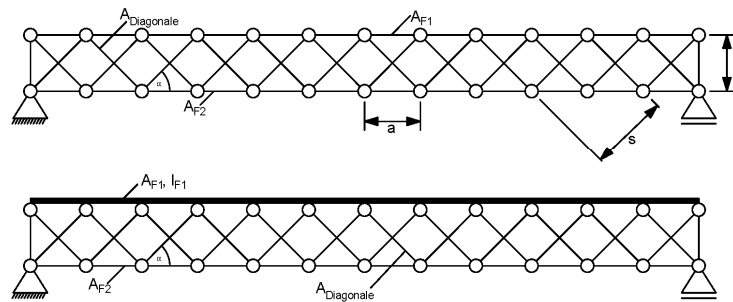


Abbildung 5.15 Bezeichnungen am Fachwerkmodell nach NAUJOKS & MISIEK, 2015

Damit kann das Fachwerk entweder nach den bekannten Handrechenverfahren oder mittels eines Stabwerkprogramms berechnet werden, wobei die Lage der Momentengelenke in Abhängigkeit der Deckschichtdicke noch festzulegen ist.

Die resultierenden Schnittgrößen können für die Normalspannungen direkt abgelesen werden (vgl. Abbildung 5.16).

Die Normalspannungen berechnen sich im Falle dicker Deckschichten exemplarisch für die nach Abbildung 5.16 obere Deckschicht zu:

$$\sigma_{F11} = \frac{N_{F1}}{A_{F1}} + \frac{M_{F1}}{I_{F1}} d_{11} \tag{5.101}$$

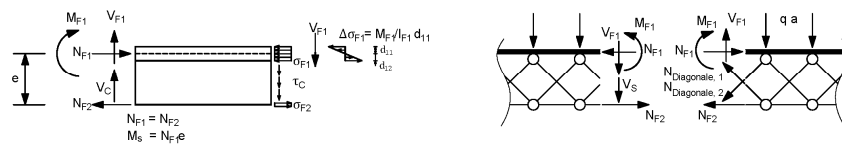


Abbildung 5.16 Schnittgrößen und Spannungen für ein Sandwichelement mit dicker und dünner Deckschicht nach NAUJOKS & MISIEK, 2015

Im Falle dünner Deckschichten entfällt der Term mit dem Biegemoment.

Für die Schubspannungen berechnet sich die Querkraft  $V_S$  aus den sich kreuzenden Diagonalen zu:

$$V_S = (N_{Diagonale,1} - N_{Diagonale,2}) \frac{e}{s} \quad (5.102)$$

Die Schubspannung errechnet sich dann noch aus der Bezugsbreite zu:

$$\tau_C = \frac{V_S}{eB} = \frac{N_{Diagonale,1} - N_{Diagonale,2}}{sB} \quad (5.103)$$

### 5.2.8 Zusammenfassung und Unterscheidungsmerkmale der analytischen Berechnungsansätze

Theorie	Zuordnung	Verformungs- feld	Spannungsverläufe	Art der Berechnung	Schichtenbau	statistisches System	Bemerkungen, Anmerkungen, Aufwand
Sander/Witte	SW			DGL			<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grundzüge vieler Sandwichtheorien</li> <li>- auch Berechnung mit Normalität möglich (Theorie II. Ordnung)</li> <li>- recht breites Anwendungsspektrum, da viele Systeme mithilfe der DGL lösbar sind</li> <li>- für die Berechnung von nichtlinear elastischen Sandwichen (Zuständen von Rand- und Übergangsbereichen)</li> </ul>
Wölfel/ DIN EN 14599	SW			Achsenanz			<ul style="list-style-type: none"> <li>- Einzigster Ansatz der vorgestellten Theorien, der nachvollziehbaren Aufwand berücksichtigt</li> <li>- Beschränkt auf Standardsysteme (statisch bestimmt und Durchlaufträger)</li> <li>- keine Superposition der Schnittgrößen für verschiedene Lastfälle bei einem k</li> <li>- geringster Berechnungsaufwand nach Norm (Abholzwerte)</li> </ul>
BZT	LW			FE			<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grundaufwand der Berechnung recht hoch (große Stützstellenanzahl) → Automatisierung der Berechnung z. B. in MATLAB sinnvoll (viele Elemente steigern Genauigkeit)</li> <li>- Berechnungsaufwand steigt für mehrschichtige Querschnittsbauwerke nur geringfügig, da konstante Anzahl kinematischer Variablen hinzukommen (Zickzack-Funktion berücksichtigt schichtweises Verhalten)</li> </ul>
Rechnermodell	SW			Stabwerk			<ul style="list-style-type: none"> <li>- strukturell, basierend auf erdbewehrtem Balken</li> <li>- kein großer Rechenaufwand (abhängig von Berechnungspunkt der Fachwerke)</li> <li>- für komplizierter aufgebauene und statisch unbestimmte Systeme kein großer Mehraufwand (Modellierung im Stabwerkprogramm)</li> </ul>
Pagano	LW			DGL			<ul style="list-style-type: none"> <li>- exakte Lösung (alle Rand- und Übergangsbereiche erfüllt), wird oft als Vergleichswert genutzt</li> <li>- beginnt auf reiner Anzahl an Systemen, diese sind aber häufig eingeschränkt (alleinig gleichig gebogene Rechteckplatte, nach Eindeutigkeit bei großer Abmessung in einer Richtung – einachsig gespannt)</li> <li>- hoher Berechnungsaufwand, der mit der Schichtenzahl steigt</li> <li>- auch für orthotropen Materialverhalten anwendbar</li> </ul>
CIT ESDT o. higher Order	ESL			DGL			<ul style="list-style-type: none"> <li>- geometrie bestgeeignet führen zu schärferer Berechnung als z. B. Pagano</li> <li>- Spannungen verlieren durch Rückrechnung aus gemittelten Verschiebungen an Genauigkeit</li> <li>- Berücksichtigung verschiedener Schichtformationen (je nach Ordnung der gewählten Ansatzes (DIT keine Schichtformierung, ESDT: konstanter Schichtwicken))</li> <li>- je nach Ansatz muss eine Rückrechnung der Querschnittsspannungen aus den CGB erfolgen, da diese nicht (oder nicht im richtigen Verlauf) aus den Verzerrungen berechnet werden können (die Sätze unter dem Punkt Spannungen entspricht daher auch den aus den CGB zurückgerechneten Spannungen)</li> </ul>
Schwärze	SW			numerisch			<ul style="list-style-type: none"> <li>- numerisches Verfahren, da der Balken in Abschnitte eingeteilt wird und die DGL folgender gelöst wird</li> </ul>

Abbildung 5.17 Zusammenstellung der vorgestellten analytischen Berechnungsansätze und Vergleich der wesentlichen Eigenschaften



## 5.3 Umsetzung in Matlab

### 5.3.1 Vorgehensweise bei der Erstellung von GUIs

Die programmseitige Umsetzung der nachfolgenden Sandwichtheorien erfolgte mit dem Programm *Matlab R2016b*. Eine graphische Oberfläche (*figure*) kann in *Matlab* vorzugsweise mit der Designumgebung *GUIDE* erstellt werden, da hierbei die Gestaltung graphisch und mittels vorgefertigter Objekte erfolgt und der Code für die Darstellung im Hintergrund automatisch erzeugt wird. Wurde die gewünschte Oberfläche konfiguriert, steht nun deren Aussehen beim Öffnen der GUI fest. Da die GUIs in der Regel nicht nur reine Darstellungsumgebungen, sondern auch Eingabe- und Einstellungsumgebungen für den Rechenprozess sein sollen, muss im Code hinterlegt werden, welche Reaktion auf eine bestimmte Benutzeraktion an der Oberfläche erfolgen soll. Im sogenannten automatisch erstellten *mat-file* können Interaktionen der implementierten Objekte in *GUIDE* festgelegt werden, wodurch beispielsweise dann das Drücken eines Buttons eine Berechnung starten kann.

Der Programmablauf für einen Sandwichbalken mit dicken Deckschichten nach der Theorie von Stamm und Witte kann Abbildung 5.18 entnommen werden. Die linke Spalte repräsentiert die verwendeten GUIs. Mittig und rechts sind dann die einzelnen Ablaufschritte innerhalb der jeweiligen GUIs beschrieben.

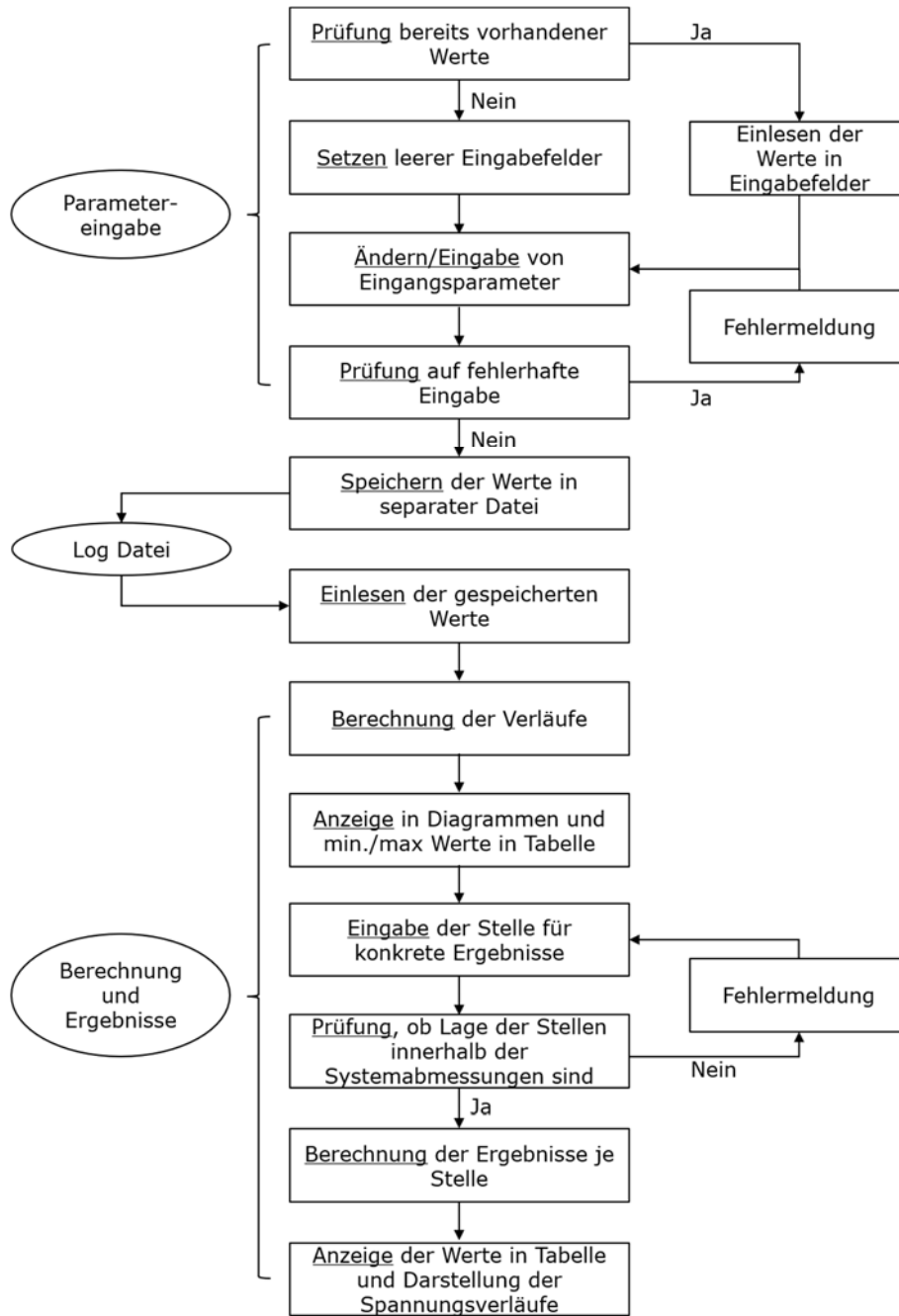


Abbildung 5.18 Programmablauf Sandwichbalken mit dicken Deckschichten nach Stamm/Witte

Nach dem Programmaufruf müssen in einer Textfeldmaske zunächst die Eingangsparameter eingetragen werden, die anschließend als Variablen für die Berechnung verwendet werden. Die hier einzugebenden Parameter sind die Materialparameter der jeweiligen Schichten, ihre Dicken sowie die Balkenlänge und die Art der Belastung, im vorliegenden Fall konstante Gleichstreckenlasten oder Einzellasten mit variablem Abstand zueinander. Um falsche Benutzereingaben frühzeitig sichtbar zu machen, werden die Parameter direkt mit der erfolgten Eingabe hin auf ihre Verwendbarkeit (z.B. nur Zahlen, nur Punkte und keine Kommas, Leerzeilen erlaubt oder nicht, etc....) hin überprüft. Die Prüfung erfolgt mit der Funktion *Eingabepreufen* entsprechend Abbildung 5.19.

```
function [ausg,wertaendern]=Eingabepreufen(eing,leeres_Feld_erlaubt,Bezeichnung)

%Setzen der Rückgabeparameter für den Fall, dass die Überprüfung nicht bestanden wird
wertaendern=false;
ausg= 0;

%Auslesen der Textlänge und Erstellung eines leeren Hilfsvektors für die Überprüfung
[z,b]=size(eing); %z:Zeilen, b:Buchstaben/Zeichen
zeichen_eing=' ';
for ii=1:b-1
    zeichen_eing=horzcat(zeichen_eing,' ');
end

%Einfügen der Eingabe in den Hilfsvektor und Start der Überprüfung
zeichen_eing=eing;

if any(zeichen_eing(:)==' ') || isempty(zeichen_eing) %Überprüfung auf leer gebliebene Felder
    if leeres_Feld_erlaubt==false
        fehlerleer(leeres_Feld_erlaubt, Bezeichnung)
    end
elseif any(zeichen_eing(:)==' ,') %Überprüfung auf die Eingabe eines Kommas statt eines Punktes
    fehlerkomma(Bezeichnung)
else
    zeichen_eing=str2double(zeichen_eing); %Ändern des Datenformats in eine Zahl
    %Prüfen ob Zahl richtig erzeugt wurde
    if (isempty(zeichen_eing) && leeres_Feld_erlaubt==false) || (any(isnan(zeichen_eing(:)))&&
leeres_Feld_erlaubt==false) || ((zeichen_eing==0)&& leeres_Feld_erlaubt==false)
        fehlerhafteEingabe(Bezeichnung)
    elseif (isempty(zeichen_eing) && leeres_Feld_erlaubt) || (any(isnan(zeichen_eing(:)))&&
leeres_Feld_erlaubt)
        ausg=0; %Setzen der Rückgabeparameter, falls ein leeres Feld vorhanden ist und dies
zulässig ist
        wertaendern=true;
    else
        ausg=str2double(eing); %Setzen der Rückgabeparameter, falls Überprüfung des Inhalts bestanden wurde
        wertaendern=true;
    end
end
end
```

Abbildung 5.19 Funktion *Eingabepreufen*: Auszug aus Programmcode der GUI für dicke Deckschichten nach Stamm/Witte

Falls bereits hinterlegte Parameter vorhanden sind, werden diese eingelesen und ebenfalls überprüft. Sind die Prüfungen erfolgreich beendet und ist somit sichergestellt, dass es sich bei der Eingabe um eine Zahl handelt, wird der Wert aus dem Textfeld aus dem Format *String* in das Format *Double* umgewandelt und der Wert als Variable für den weiteren Ablauf übernommen. Innerhalb dieser Eingabe GUI werden dann auch bereits die Steifigkeiten aus den Variablen berechnet, da diese unabhängig von der Belastung und

vom Ort späterer Auswertestellen sind. Eine Übersicht der Eingabefelder in die Parameter GUI zeigt Abbildung 5.20.

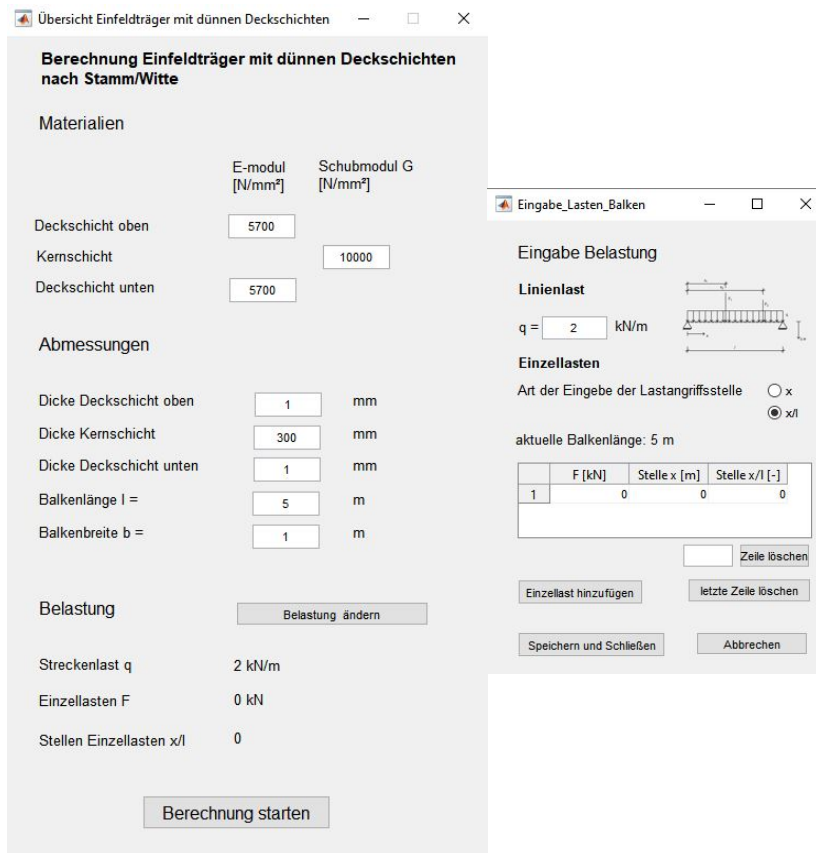


Abbildung 5.20 GUI Programmablauf Parametereingabe

Sämtliche so eingegebene und geprüfte Variablen werden dann in einer separaten *mat-Datei* gespeichert. Dies hat den Vorteil, dass diese Eingaben auch nachträglich noch ausgelesen und damit nachvollzogen werden können. Weiterhin können diese so auch für spätere Berechnungen wieder herangezogen werden.

Der *Button Berechnung* starten öffnet eine weitere GUI zur Berechnung von Durchsenkungen, Schnittgrößen sowie Spannungen und Ausgabe der Ergebnisse in Bauteillängsrichtung sowie im Querschnitt an einer frei wählbaren Stelle. Das Bauteil wird für die Berechnung der Ergebnisverläufe in Längsrichtung in einzelne Auswertestellen unterteilt und hierfür leere Vektoren erstellt, die im Rahmen von

*for*-Schleifen entsprechend der Lösung der Gleichungen nach Kapitel 5.3.2 mit Ergebnissen gefüllt werden. Abbildung 5.21 zeigt eine solche Schleife, innerhalb der die Durchsenkung und die Teilschnittgrößen unter einer Gleichstreckenlast bestimmt werden.

```

index=1;
%i entspricht dem aktuellen Wert x an dem Schnittgröße berechnet wird
for i=0:dx:1
    etta=i/l; %Anmerkung: Bezeichnung laut Stamm/Witte eigentlich xi; wegen Verwechslungsgefahr mit dem Index i und
    der Stelle x hier aber etta genannt
    Mq(index)=(q*(1*1000)^2)/2*(etta-etta^2); % [kNm]
    Qq(index)=(q*1*1000/2)-q*i*1000; % [kN]
    wgesq(index)=q*(1*1000)^4/B*(1/24*etta*(1-2*etta^2+etta^3)+1/(2*alpha*lambda^2)*etta*(1-etta)...
    -1/(alpha*lambda^4)*(cosh(lambda/2)-cosh(lambda*(1-2*etta)/2))/cosh(lambda/2)); % [mm]
    gammaq(index)=q*(1*1000)^3*beta/B*(0.5*(1-2*etta)-(1/lambda)*(sinh(lambda)*(1-2*etta)*0.2/(cosh(lambda/2))));
    Msq(index)=q*(1*1000)^2/(1+alpha)*(0.5*etta*(1-etta)-1/lambda^2*(cosh(lambda/2)...
    -cosh(lambda*(1-2*etta)*0.5))/cosh(lambda/2)); % [kNm]
    Muq(index)=q*(1*1000)^2*alpha_u/(1+alpha)*(0.5*etta*(1-etta)+1/(lambda^2*alpha)*(cosh(lambda/2)...
    -cosh(lambda*(1-2*etta)*0.5))/cosh(lambda/2)); % [kNm]
    Moq(index)=q*(1*1000)^2*alpha_o/(1+alpha)*(0.5*etta*(1-etta)+1/(lambda^2*alpha)*(cosh(lambda/2)...
    -cosh(lambda*(1-2*etta)*0.5))/cosh(lambda/2)); % [kNm]

    Qsq(index)=q*(1*1000)/(1+alpha)*(0.5*(1-2*etta)-1/(lambda)*sinh(lambda*(1-2*etta)*0.5)/cosh(lambda/2)); % [kN]
    Quq(index)=q*(1*1000)*alpha_u/(1+alpha)*(0.5*(1-2*etta)...
    +1/(lambda*alpha)*sinh(lambda*(1-2*etta)*0.5)/cosh(lambda/2)); % [kN]
    Qoq(index)=q*(1*1000)*alpha_o/(1+alpha)*(0.5*(1-2*etta)...
    +1/(lambda*alpha)*sinh(lambda*(1-2*etta)*0.5)/cosh(lambda/2)); % [kN]
    index=index+1;
end

```

Abbildung 5.21 *for*-Schleife zur Berechnung der Verläufe in Balkenlängsrichtung unter einer Gleichstreckenlast: Auszug aus Programmcode der GUI für dicke Deckschichten nach Stamm/Witte

Für Einzellasten wird aufgrund der Unstetigkeit der Betrachtungsstelle eine *if*-Abfrage notwendig, mit der geprüft wird, ob die zu betrachtende Auswertestelle vor oder hinter der Lastangriffsstelle liegt. Sind mehrere Einzellasten vorhanden, so werden diese alle einzeln mittels Schleife berechnet und superponiert. Hinzu kommen dann die Verläufe aus Streckenlasten. Auch die Spannungen werden aus den Teilschnittgrößen innerhalb einer weiteren *for*-Schleife ermittelt. Am Ende der Berechnungen ergeben sich dann jeweils ein Vektor mit den Ergebnissen in Bauteillängsrichtung und ein Vektor mit den Ergebnissen an einer ausgewählten Stelle. Aus diesen Ergebnisvektoren werden die Minima und Maxima herausgelesen und in das Textfeld der Ergebnistabelle geschrieben. Für die Darstellung der Ergebnisverläufe werden die Werte wie auf einem Zahlenstrahl sortiert und die positiven und negativen Ergebnisvektoren über den Vektor der Auswertestellen geplottet. Jedem Wert des Hilfsvektors kann dabei noch eine unterschiedliche Farbe zugewiesen werden. In diesem Fall werden positive Werte in blau und negative Werte in rot geplottet entsprechend Abbildung 5.22.

```

%% Darstellung der Verläufe
farbe={'t','b','k'};
t=linspace(0,1);
horizontale=@(i) (1-i);
hor=horizontale(t);

axes(handles.axes_Q)
cla

Qpos=Qges;
Qneg=Qges;
Qpos(Qpos<0)=NaN;
Qneg(Qneg>0)=NaN;
plot(x,Qneg,farbe(1))
hold on;
plot(x,Qpos,farbe(2))
hold on;
plot(t,hor,farbe(3))

xlabel('\kx\scriptstyle[m]S','interpreter','latex','FontSize',14);
ylabel('\QQ\scriptstyle[kN]S','interpreter','latex','FontSize',14);
grid on

```

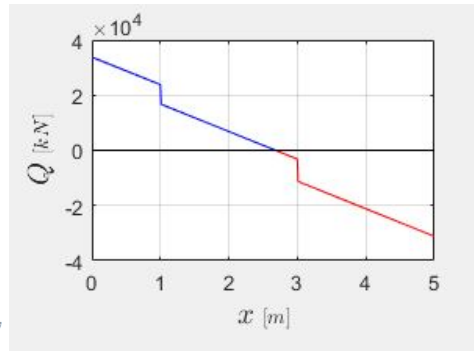


Abbildung 5.22 Sortierung der Schnittgrößen für Querkraft entlang der Bauteillängsachse: Auszug aus Programmcode der GUI für dicke Deckschichten nach Stamm/Witte

Für explizite Stellen in Balkenlängsrichtung können die Ergebnisse tabellarisch und graphisch als Spannungsverlauf über den Querschnitt ausgegeben werden. Hierzu werden die Ergebnisse innerhalb der GUI nochmals berechnet, allerdings ohne Schleifen, da für eine konkrete Stelle dieser Wert direkt in die Formeln eingesetzt werden kann. Zur Ermittlung des Spannungsverlaufs über die Querschnittshöhe wird der Querschnitt entsprechend seinem dreischichtigen Aufbau in drei Bereiche unterteilt und darin die Spannungen entsprechend Gleichung 5.48 berechnet. An den Schichtgrenzen werden die Ergebnisse an einer Stelle  $z$  zweimal berechnet, da somit die Spannungsübergänge von Schicht zu Schicht abgebildet werden. Für die Koordinaten in Richtung der Querschnittshöhe sowie für die zugehörigen Spannungswerte werden Vektoren angelegt, für die genau wie bei den Ergebnissen in Bauteillängsrichtung (vgl. Abbildung 5.22) Farben zugewiesen werden. Zur besseren Orientierung wurden weiterhin die Schwerlinien der Deckschichten sowie des Gesamtquerschnitts als strichlierte Linie eingefügt, wie in Abbildung 5.23 für den Verlauf der Normalspannungen über die Querschnittshöhe dargestellt.

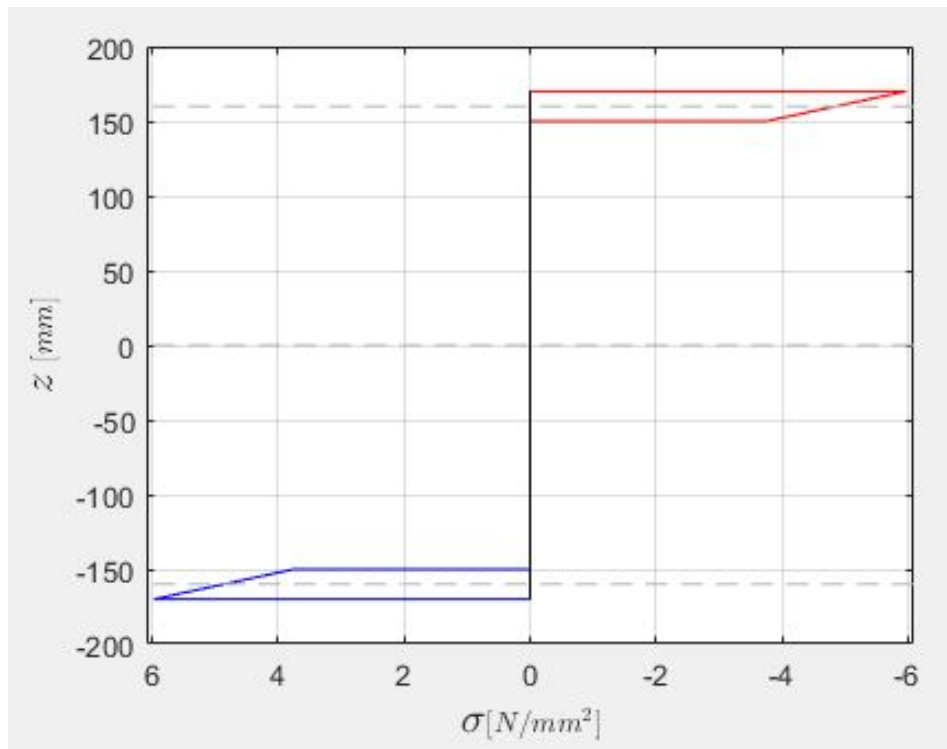


Abbildung 5.23 Darstellung der Normalspannungen über die Querschnittshöhe an einer expliziten Stelle in Bauteillängsrichtung

In der Ergebnis – GUI werden für die explizit auszuwertenden Stellen entlang der Bauteillängsachse neben den oben beschriebenen Spannungsverläufen auch die Schnittgrößen sowie die Teilschnittgrößen und Teilspannungen ausgegeben. Dies soll die Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse von Gesamtschnittgröße und -spannungen erhöhen. Um dennoch die Übersichtlichkeit zu bewahren werden einerseits entsprechend Abbildung 5.24 die Gesamtwerte in fetter Schrift abgedruckt und andererseits ist es möglich, über sogenannte *Check – Boxen* bestimmte Werte aus- oder abzuwählen und somit die Sichtbarkeit zu steuern.

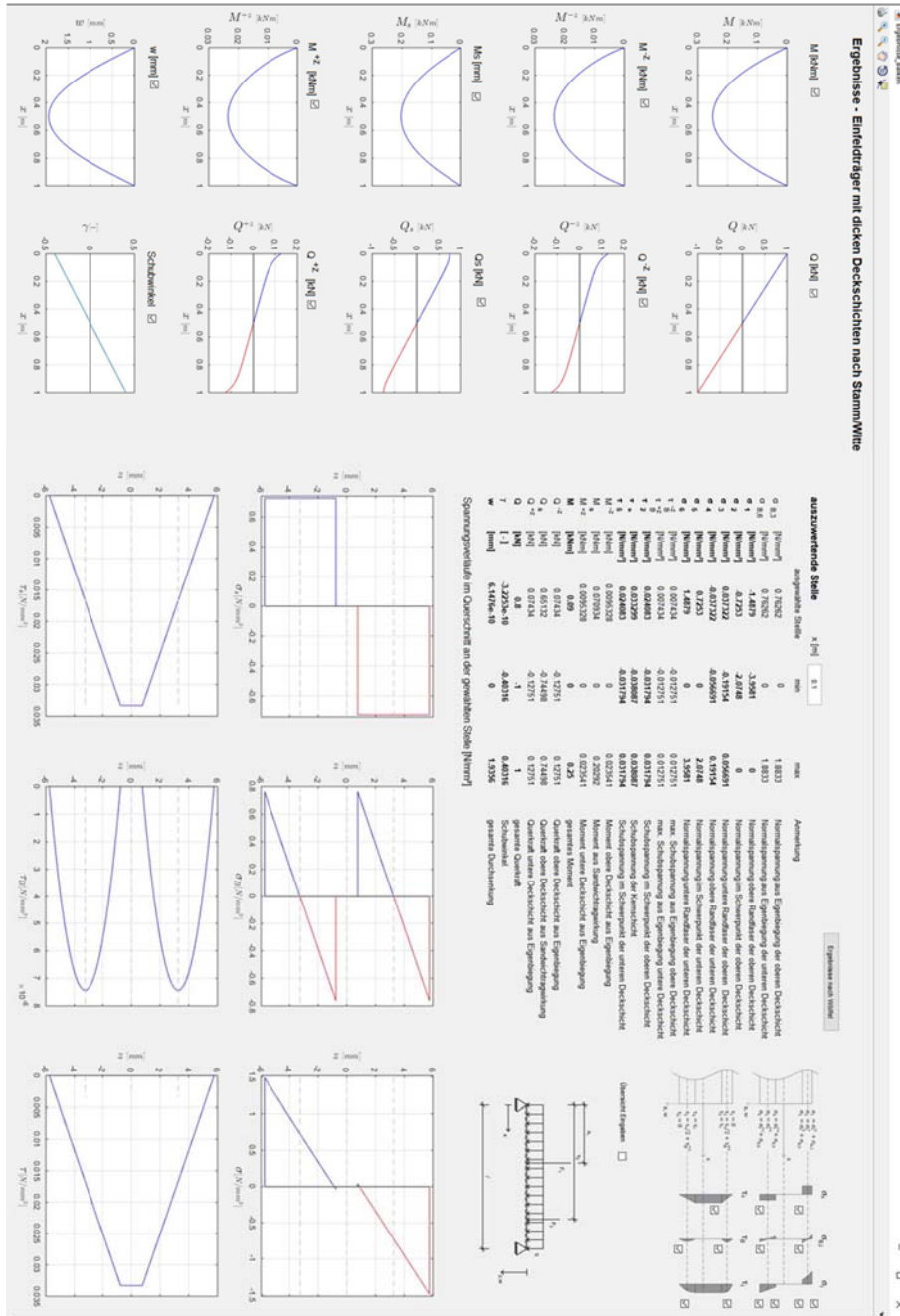


Abbildung 5.24 GUI Ergebnisübersicht tabellarisch und graphisch über die Balkenlänge sowie über die Querschnittshöhe an selbstbestimmbaren Stellen des Balkens sowie Minima und Maxima



Die Steuerung über *Check-Boxen* anstelle von beispielsweise Dropdown-Listen ermöglicht sowohl das gleichzeitige als auch das selektive Darstellen der Werte, ohne dass ständig die Ansicht gewechselt werden muss. Für die Teilspannungen ist diese Auswahlmöglichkeit für Darstellung der Teil- und Gesamtspannungen in Abbildung 5.25 rechts gezeigt.

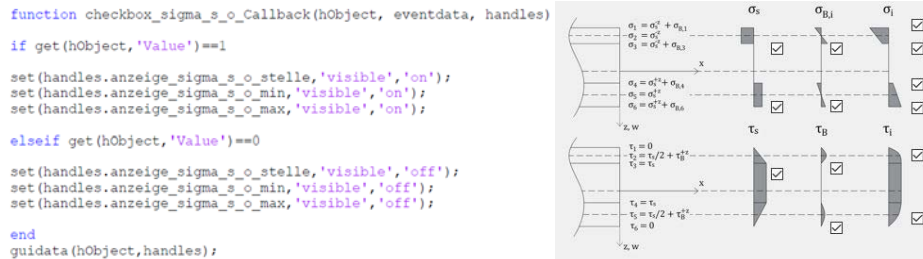


Abbildung 5.25 Code (links) und Darstellung (rechts) der Checkboxes zur Steuerung der Sichtbarkeit von Ergebnissen: Auszug aus Programmcode der GUI für dicke Deckschichten nach Stamm/Witte

Im Programmcode erfolgt die Steuerung der Sichtbarkeit mit der Funktion *Callback* der jeweiligen *Checkbox*. Dabei wird zunächst abgefragt, ob der Haken für eine bestimmte (Teil-)Spannung in der GUI gesetzt ist und somit der Wert innerhalb der *Checkbox* auf 1 gesetzt ist oder auf 0 und damit kein Haken für die Darstellung gesetzt wurde. Entsprechend werden dann die aktuellen Werte (*handles*) sichtbar (*on*) oder unsichtbar (*off*) gesetzt (vgl. Abbildung 5.25 links).

Für eine gute graphische Darstellung von Durchsenkungen, Schnittgröße und Spannungen mit einer der Bildgröße angepassten Skalierung wurde eine Funktion geschrieben. Diese Funktion *bild\_einlesen\_und\_skalieren* wird in der *SizeChangedFcn* der GUI aufgerufen entsprechend Abbildung 5.26 und bei jedem Öffnen der GUI sowie bei jeder Änderung der Fenstergröße neu durchlaufen.

```
function figure1_SizeChangedFcn(hObject, eventdata, handles)
pfad=fullfile(fileparts(which(mfilename)), 'Bilder', 'Skizze Balken mit Beschriftung.png');
bild_einlesen_und_skalieren(hObject, eventdata, handles, handles.Skizze_System, pfad);

pfad=fullfile(fileparts(which(mfilename)), 'Bilder', 'Skizze Spannungen.png');
bild_einlesen_und_skalieren(hObject, eventdata, handles, handles.Skizze_Spannungen, pfad);

function bild_einlesen_und_skalieren(hObject, eventdata, handles, aktuelle_axes, Pfad_Originalbild)
```

Abbildung 5.26 Aufrufen einer Funktion zum Einlesen und Skalieren von Bildern in der *SizeChangedFcn*: Auszug aus Programmcode der GUI für dicke Deckschichten nach Stamm/Witte

Die Bilder werden über ein Koordinatensystem dargestellt. Als weiterer Übergabeparameter ist der Pfad, auf dem das Bild liegt, erforderlich. Vor dem Einlesen werden verschiedene Bildinformationen wie Breite und Höhe in Pixel abgefragt und den Koordinatenachsen (*axes*) zur Verfügung gestellt. Mit *imread* wird das Bild eingelesen und mit *imresize* in einem bestimmten Maßstab über das Verhältnis der Bildbreite zur Länge der Koordinatenachse skaliert. Einen Auszug aus dem Programmcode zeigt nachfolgende Abbildung 5.27, in dem das Beschriebene dargestellt ist.

```
function bild_einlesen_und_skalieren(hObject, eventdata, handles,aktuelle_axes,Pfad_Originalbild)
%aktuelle_axes: Axes in der das Bild angezeigt werden soll
%Pfad_Originalbild: Pfad aus dem das Bild geladen wird
%
%      Eingabe z.B. 'Pfad.Bildname.png'

try
bildinfo=imfinfo(Pfad_Originalbild);
Bildbreite=bildinfo.Width(1,1);
Bildhoehe=bildinfo.Height(1,1);

axes(aktuelle_axes)
cla
set(aktuelle_axes,'units','pixels');
position=get(aktuelle_axes,'position');
breite=position(3);
hoehe_neu=position(3)/Bildbreite*Bildhoehe;
neue_position=[position(1) position(2) breite hoehe_neu];
set(aktuelle_axes,'position',neue_position);
bild=imread(Pfad_Originalbild); %Abmessungen 1600x1066
bild_skaliert=imresize(bild,breite/Bildbreite);

image(bild_skaliert,'HitTest','off');
axis image
set(aktuelle_axes, 'XTick', []);
set(aktuelle_axes, 'YTick', []);

set(aktuelle_axes,'units','normalized');

set(aktuelle_axes,'xColor',[0.94 0.94 0.94]);
set(aktuelle_axes,'yColor',[0.94 0.94 0.94]);
aktuelle_axes.ButtonDownFcn = @(o,e) Bild_vergroessern(hObject, eventdata, handles,Pfad_Originalbild);

catch set(aktuelle_axes,'visible','off');
end
guidata(hObject,handles);
```

Abbildung 5.27 Funktion Bild\_Einlesen\_und\_skalieren: Auszug aus Programmcode der GUI für dicke Deckschichten nach Stamm/Witte

### 5.3.2 Einfeldträgerlösungen

#### Stamm und Witte mit dünnen Deckschichten

Nach der Eingabe der Abmessungen und Materialeigenschaften werden zunächst die Querschnittswerte berechnet nach den Gleichungen (5.22), (5.23) und (5.27). Anschließend werden die Schnittgrößen und Durchbiegungen entsprechend der jeweils

eingeebenen Belastung berechnet. Im Falle von verschiedenen Belastungsarten werden diese für jede Belastung separat ermittelt und dann superponiert.

Für eine konstante Gleichstreckenlast entsprechend Abbildung 5.28 werden zunächst die Schnittgrößen für das Feldmoment und die Querkraft direkt und losgelöst vom Querschnitt über die Gleichgewichtsbedingungen berechnet, da das System statisch bestimmt ist und nach Theorie 1. Ordnung berechnet wird.

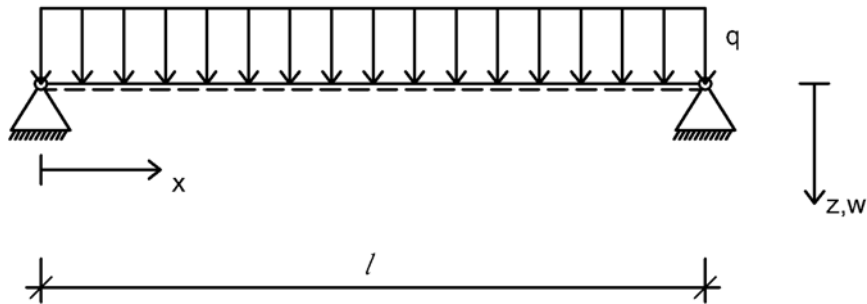


Abbildung 5.28 Einfeldträger mit konstanter Streckenlast

Die hierfür erforderlichen Gleichung nach STAMM & WITTE, 1974 lauten:

$$\begin{aligned}
 M(\xi) &= \frac{q_0 l^2}{2} (\xi - \xi^2) \\
 Q(\xi) &= \frac{q_0 l}{2} (1 - 2\xi) \\
 \text{mit: } \xi &= \frac{x}{l}
 \end{aligned}
 \tag{5.104}$$

Die Durchsenkungen werden nach der Methode der Partialdurchsenkungen entsprechend Kapitel 5.2.2 bestimmt:

$$\begin{aligned}
 w_M(\xi) &= \frac{q_0 l^4}{24 B_s} \xi (1 - \xi) (1 + \xi - \xi^2) \\
 w_Q(\xi) &= \frac{q_0 l^2}{2 A} \xi (1 - \xi)
 \end{aligned}
 \tag{5.105}$$

Die Gesamtdurchbiegung berechnet sich dann aus der Summe zu:

$$\begin{aligned}
w(\xi) &= \frac{q_0 l^4}{24B_s} \xi(1-\xi)(1+\xi-\xi^2) + \frac{q_0 l^2}{2A} \xi(1-\xi) = \\
&= \xi(1-\xi) \left[ \frac{q_0 l^4}{24B_s} (1+\xi-\xi^2) + \frac{q_0 l^2}{2A} \right] = \\
&= \xi(1-\xi) \left[ \frac{q_0 l^4}{24B_s} (1+\xi-\xi^2) + \frac{q_0 l^4 \beta}{2B_s} \right] = \\
&= \frac{q_0 l^4}{24B_s} \xi(1-\xi)(1+\xi-\xi^2+12\beta) \\
\text{mit: } \beta &= \frac{B_s}{Al^2}
\end{aligned} \tag{5.106}$$

Bei einer punktuellen Belastung nach Abbildung 5.29 werden im Falle von  $n$  Punktlasten die Berechnung  $n$ -mal durchgeführt und deren Ergebnisse am Ende superponiert.

Die Schnittgrößen für eine Einzellast an der Stelle  $x=e$  mit der Laufvariablen  $\xi$  berechnen sich für  $\xi = \frac{e}{l} = \varepsilon$  nach:

$$\begin{aligned}
&\text{für } 0 \leq \xi \leq \varepsilon \text{ gilt:} \\
M(\xi) &= Pl(1-\varepsilon)\xi \\
Q(\xi) &= P(1-\varepsilon) \\
&\text{für } \varepsilon \leq \xi \leq 1 \text{ gilt:} \\
M(\xi) &= Pl\varepsilon(1-\xi) \\
Q(\xi) &= -P\varepsilon
\end{aligned} \tag{5.107}$$

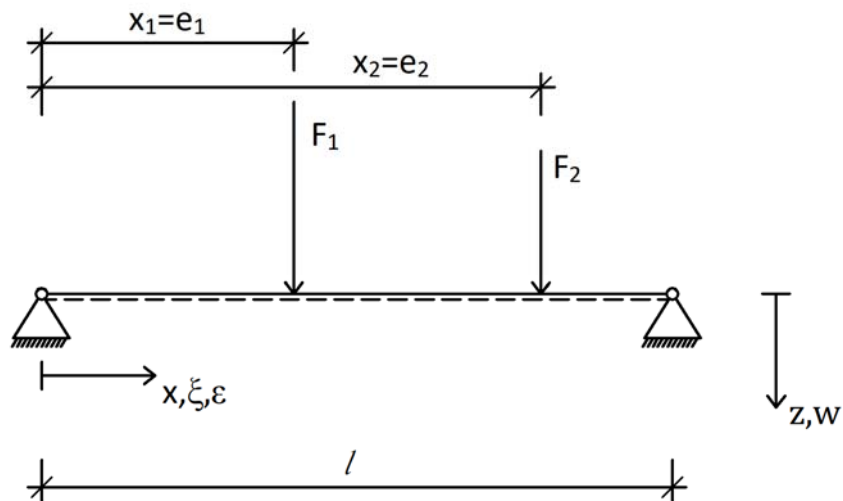


Abbildung 5.29 Einfeldträger mit zwei Einzellasten

Die partiellen Durchbiegungen wiederum für die Stellen vor und nach der Einzellast werden berechnet nach:

für  $0 \leq \xi \leq \varepsilon$  gilt:

$$w_M(\xi) = \frac{Pl^3}{6B_s}(1-\varepsilon)\xi(2\varepsilon - \varepsilon^2 - \xi^2)$$

$$w_Q(\xi) = \frac{Pl}{A}(1-\varepsilon)\xi$$

für  $\varepsilon \leq \xi \leq l$  gilt:

$$w_M(\xi) = \frac{Pl^3}{6B_s}\varepsilon(1-\xi)(2\xi - \xi^2 - \varepsilon^2)$$

$$w_Q(\xi) = \frac{Pl}{A}\varepsilon(1-\xi)$$

(5.108)

Und in Folge daraus die Gesamtdurchbiegung:

für  $0 \leq \xi \leq \varepsilon$  gilt:

$$\begin{aligned} w(\xi) &= \frac{Pl^3}{6B_s}(1-\varepsilon)\xi(2\varepsilon-\varepsilon^2-\xi^2) + \frac{Pl}{A}(1-\varepsilon)\xi = \\ &= \xi(1-\varepsilon)\left[\frac{Pl^3}{6B_s}(2\varepsilon-\varepsilon^2-\xi^2) + \frac{Pl}{A}\right] = \\ &= \xi(1-\varepsilon)\left[\frac{Pl^3}{6B_s}(2\varepsilon-\varepsilon^2-\xi^2) + \frac{P\beta l^3}{B_s}\right] = \\ &= \frac{Pl^3}{6B_s}\xi(1-\varepsilon)(2\varepsilon-\varepsilon^2-\xi^2+6\beta) \end{aligned}$$

für  $\varepsilon \leq \xi \leq 1$  gilt:

$$\begin{aligned} w(\xi) &= \frac{Pl^3}{6B_s}\varepsilon(1-\xi)(2\xi-\xi^2-\varepsilon^2) + \frac{Pl}{A}\varepsilon(1-\varepsilon) = \\ &= \varepsilon(1-\xi)\left[\frac{Pl^3}{6B_s}(2\xi-\xi^2-\varepsilon^2) + \frac{Pl}{A}\right] = \\ &= \varepsilon(1-\xi)\left[\frac{Pl^3}{6B_s}(2\xi-\xi^2-\varepsilon^2) + \frac{P\beta l^3}{B_s}\right] = \\ &= \frac{Pl^3}{6B_s}\varepsilon(1-\xi)(2\xi-\xi^2-\varepsilon^2+6\beta) \end{aligned} \tag{5.109}$$

mit:  $\beta = \frac{B_s}{Al^2}$

Die Spannungen werden direkt aus den Schnittgrößen entsprechend Kapitel 5.2.2 berechnet. Die Normalspannungen sind dabei bei dünnen Deckschichten konstant über die Deckschichtdicke und die Schubspannungen im Kern sind ebenfalls konstant. In den Deckschichten fallen diese vom Maximum an der Grenze zur Kernschicht hin zu den Rändern auf null ab. Somit können sofort nach der Berechnung der Normalspannungen  $\sigma_o$  und  $\sigma_u$  sowie  $\tau$  die Spannungsverläufe über die Querschnittshöhe gezeichnet werden.

### Stamm und Witte mit dicken Deckschichten

Der Berechnungsablauf erfolgt analog zu dem für dünne Deckschichten. Zunächst werden wieder die Steifigkeiten berechnet, wobei hier noch die Eigenbiegesteifigkeit der dicken Deckschichten berücksichtigt werden müssen (Gleichung (5.24)). Hierfür wird aufgrund der gegenseitigen Behinderung der Querdehnung aus der Eigenbiegung der Deckschichten zumeist ein modifizierter E - Modul  $E'$  entsprechend nachfolgender Gleichung für die Berechnung herangezogen (STAMM & WITTE, 1974):

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (5.110)$$

Für die Dehnsteifigkeiten und die gesamte Sandwichbiegesteifigkeit wird diese Umrechnung nicht benötigt, da die aus dem Membranspannungsanteil hervorgerufenen Querdehnung seitlich aufgrund der geringen Bauteilbreite und nach oben und unten aufgrund der weichen Kernschicht beziehungsweise des freien Randes nicht stark behindert werden.

Wie bei der Berechnung für dünne Deckschichten werden die Ergebnisse jeweils für die einzelnen Lastkomponenten ermittelt und dann superponiert. Die Gesamtschnittgrößen für Biegung und Schub werden entsprechend Gleichung (5.104) ermittelt. Da es sich im Falle der dicken Deckschichten um ein innerlich statisch unbestimmtes System handelt, kann die Methode der Partialdurchsenkungen zur Ermittlung der Durchbiegungen nicht angewandt werden. Diese werden stattdessen über die Lösung der Differentialgleichung ermittelt und daraus wiederum die Teilschnittgrößen (vgl. Kapitel 5.2.2) bestimmt.

In die allgemeine Lösung (siehe Gleichung (5.43)) der Differentialgleichungen für statisch bestimmte Systeme werden die Randbedingungen für den Einfeldträger eingesetzt:

für  $x = 0$  gilt:

$$w(0) = 0$$

$$w''(0) = 0$$

für  $x = l$  gilt:

$$w(l) = 0$$

$$w''(l) = 0$$

(5.111)

Die Konstanten  $C_i$  lauten für das vorliegende System:

$$C_1 = -\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 w_p''(0)$$

$$C_2 = +\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \frac{w_p''(0) \cosh \lambda - w_p''(l)}{\sinh \lambda}$$

$$C_3 = -\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 w_p''(0) - w_p(0)$$

$$C_4 = +\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \frac{w_p''(l) - w_p''(0)}{l} - \frac{w_p(l) - w_p(0)}{l}$$

(5.112)

Die Partikulärintegrale werden dann durch Variation der Konstanten oder durch einen Polynomansatz gelöst:

$$\begin{aligned} w_p &= \frac{q_0}{24B} \left( x^4 - 2lx^3 - \frac{12}{\alpha\lambda^2} l^2 x^2 \right) \\ \gamma_p &= \frac{q_0 l^2}{2B} \beta (l - 2x) \end{aligned} \quad (5.113)$$

Somit ergeben sich die Konstanten zu:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{q_0 l^4}{B} \frac{1}{\alpha\lambda^4} \\ C_2 &= -\frac{q_0 l^4}{B} \frac{1}{\alpha\lambda^4} \frac{(\cosh \lambda - 1)}{\sinh \lambda} \\ C_3 &= -\frac{q_0 l^4}{B} \frac{1}{\alpha\lambda^4} \\ C_4 &= -\frac{q_0 l^3}{B} \left( \frac{1}{24} + \frac{1}{2\alpha\lambda^4} \right) \end{aligned} \quad (5.114)$$

Die Konstanten werden dann wiederum in allgemeine Lösung der DGL eingesetzt und somit können die Durchbiegung  $w$  und der Schubwinkel  $\gamma$  berechnet werden:

$$\begin{aligned} w &= \frac{q_0 l^4}{B} \left[ \frac{1}{24} \xi (1 - 2\xi^2 + \xi^3) + \frac{1}{2\alpha\lambda^2} \xi (1 - \xi) - \frac{1}{\alpha\lambda^4} \frac{\cosh \frac{\lambda}{2} - \cosh \frac{\lambda(1-2\xi)}{2}}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right] \\ \gamma &= \frac{q_0 l^3}{B} \beta \left[ \frac{1}{2} (1 - 2\xi) + \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh \frac{\lambda(1-2\xi)}{2}}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right] \end{aligned} \quad (5.115)$$

Für die Berechnung der Teilschnittgrößen werden nachfolgende Substitutionen eingeführt:



$$\begin{aligned}
 \alpha_u &= \frac{B_u}{B_s} \\
 \alpha_o &= \frac{B_o}{B_s} \\
 \alpha &= \alpha_u + \alpha_o
 \end{aligned}
 \tag{5.116}$$

Somit können mit den ermittelten Größen Durchbiegung und Schubwinkel die Teilschnittgrößen berechnet werden zu:

$$\begin{aligned}
 M_s &= q_0 l^2 \frac{1}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} \xi(1-\xi) - \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cosh \frac{\lambda}{2} - \cosh \frac{\lambda(1-2\xi)}{2}}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right] \\
 M_{u,o} &= q_0 l^2 \frac{\alpha_{u,o}}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} \xi(1-\xi) - \frac{1}{\alpha \lambda^2} \frac{\cosh \frac{\lambda}{2} - \cosh \frac{\lambda(1-2\xi)}{2}}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right] \\
 Q_s &= q_0 l \frac{1}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} (1-2\xi) - \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh \frac{\lambda(1-2\xi)}{2}}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right] \\
 Q_{u,o} &= q_0 l \frac{\alpha_{u,o}}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} (1-2\xi) - \frac{1}{\alpha \lambda} \frac{\sinh \frac{\lambda(1-2\xi)}{2}}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{5.117}$$

Diese müssen als Kontrolle aufsummiert den Wert der Gesamtschnittgrößen zu Beginn der Berechnung ergeben.

Im Falle einer Einzellast bleiben die Randbedingungen im Vergleich zur Gleichstreckenlast erhalten und es müssen nur die Partikulärlösungen der DGL neu berechnet werden zu:

$$w_p = \frac{P}{Bl} \left[ -(l-e)x^3 + l(x-e)^4 h \right] - \frac{Pl}{B} \frac{1}{\lambda^2} \left[ (l-e)x + \frac{l}{\alpha} \left( x-e - \frac{\sinh \frac{\lambda(x-e)}{l}}{\frac{\lambda}{l}} \right) h(x-e) \right]$$

$$\gamma_p = \beta \frac{Pl}{B} \left[ l-e-l \left( 1 - \cosh \frac{\lambda(x-e)}{l} \right) h(x-e) \right]$$

(5.118)

Eingesetzt in Gleichung (5.112) ergibt dies für die Integrationskonstanten:

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = -\frac{Pl^3}{B} \frac{1}{\alpha \lambda^3} \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\sinh \varepsilon \lambda}$$

$$C_3 = 0$$

$$C_4 = \frac{Pl^2}{B} (1-\varepsilon) \left( \frac{1}{6} \varepsilon (2-\varepsilon) + \beta \right)$$

(5.119)

Diese wiederum in die allgemeine DGL für die beiden Bereich vor und nach der Einzellast eingesetzt und umgestellt nach den gesuchten Größen  $w$  und  $\gamma$  ergibt:

für  $0 \leq \xi \leq \varepsilon$  gilt:

$$w(\xi) = \frac{Pl^3}{B} \left[ \frac{1}{6} (1-\varepsilon) \xi (2\varepsilon - \varepsilon^2 - \xi^2) + \frac{(1-\varepsilon)\xi}{\alpha \lambda^2} - \frac{\sinh \lambda \xi}{\alpha \lambda^3} \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\sinh \lambda} \right]$$

$$\gamma(\xi) = \frac{Pl^2}{B} \beta \left[ 1 - \varepsilon - \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\sinh \lambda} \cosh \lambda \xi \right]$$

(5.120)

für  $\varepsilon \leq \xi \leq 1$  gilt:

$$w(\xi) = \frac{Pl^3}{B} \left[ \frac{1}{6} \varepsilon (1-\xi) (2\varepsilon - \xi^2 - \varepsilon^2) + \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{\alpha \lambda^2} - \frac{\sinh \lambda(1-\xi)}{\alpha \lambda^3} \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\sinh \lambda} \right]$$

$$\gamma(\xi) = \frac{Pl^2}{B} \beta \left[ -\varepsilon \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\sinh \lambda} \cosh \lambda(1-\xi) \right]$$

Somit können die Teilschnittgrößen unter Verwendung der Substitutionen nach Gleichung (5.116) berechnet werden zu:

für  $0 \leq \xi \leq \varepsilon$  gilt:

$$\begin{aligned}
 M_s(\xi) &= Pl \frac{1}{1+\alpha} \left[ (1-\varepsilon)\xi - \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\lambda \sinh \lambda} \sinh \lambda \xi \right] \\
 M_{u,o}(\xi) &= Pl \frac{a_{u,o}}{1+\alpha} \left[ (1-\varepsilon)\xi - \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\alpha \lambda \sinh \lambda} \sinh \lambda \xi \right] \\
 Q_s(\xi) &= P \frac{1}{1+\alpha} \left[ 1-\varepsilon - \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\sinh \lambda} \cosh \lambda \xi \right] \\
 Q_{u,o}(\xi) &= P \frac{\alpha_{u,o}}{1+\alpha} \left[ 1-\varepsilon - \frac{\sinh \lambda(1-\varepsilon)}{\alpha \sinh \lambda} \cosh \lambda \xi \right]
 \end{aligned} \tag{5.121}$$

für  $\varepsilon \leq \xi \leq 1$  gilt:

$$\begin{aligned}
 M_s(\xi) &= Pl \frac{1}{1+\alpha} \left[ \varepsilon(1-\xi) - \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\lambda \sinh \lambda} \sinh \lambda(1-\xi) \right] \\
 M_{u,o}(\xi) &= Pl \frac{a_{u,o}}{1+\alpha} \left[ \varepsilon(1-\xi) - \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\alpha \lambda \sinh \lambda} \sinh \lambda(1-\xi) \right] \\
 Q_s(\xi) &= P \frac{1}{1+\alpha} \left[ -\varepsilon + \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\sinh \lambda} \cosh \lambda(1-\xi) \right] \\
 Q_{u,o}(\xi) &= P \frac{\alpha_{u,o}}{1+\alpha} \left[ -\varepsilon + \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\alpha \sinh \lambda} \cosh \lambda(1-\xi) \right]
 \end{aligned}$$

Die Spannungen werden wieder durch Einsetzen der superponierten Teilschnittgrößen berechnet. Dabei werden sowohl die einzelnen Spannungsanteile aus Eigenbiegung und Sandwichtragwirkung, als auch der Gesamtspannungsverlauf dargestellt. Zusätzlich werden ausgewählte Spannungswerte an den Randfasern und der Schwerelinie der Deckschichten tabellarisch zusammengestellt. Bei den Schubspannungen ist zu beachten, dass der ausgegebene Gesamtschubspannungswert in der Deckschichtschwerelinie nicht zwangsläufig das betragsmäßige Maximum darstellt (vgl. SCHAFFARCZYK, 2018). Aus den tabellarisch ausgegeben Werten der Teilschnittgrößen lässt sich das Maximum berechnen.

### Wölfel

Die Berechnungen für Sandwichbalken nach Wölfel (vgl. Kapitel 5.2.3) ist mit dem Ansatz nach Stamm und Witte bezüglich der grundlegenden Parameter identisch. Somit wird die Berechnung mit nachgiebigem Verbund nach WOELFEL, 1987 in die GUI von Stamm und Witte eingebunden. Allerdings dürfen hierbei die Lastfälle mehrerer Einzellasten nicht überlagert werden, da das Superpositionsprinzip nicht mehr gültig ist.

Es wurden also für die Theorie nach Wölfel die Belastungstypen Gleichstreckenlast, Einzellast und zwei symmetrisch angeordnete Einzellasten programmiert. Die Koppelintegrale hierfür sind im Anhang A.5.2 enthalten.

### Zickzack – Theorie

Auch die sogenannte Zickzack - Theorie nach TESSLER et al., 2009 (vgl. Kapitel 5.2.5) wurde für balkenähnliche Bauteile in *Matlab* programmiert. In einer Masterarbeit von STEINECK, 2018 wurde bereits ein Balken bestehend aus zwei Elementen untersucht, bei dem die Ergebnisse der Durchbiegungen bereits starke Abweichungen gegenüber den Referenzlösungen aufwiesen. Im Hinblick auf die Schnittgrößen und Spannungen bedeutet dies, dass deren Ergebnisse nochmals ungenauer werden. Daher werden mit Hilfe von *Matlab* mehr Elemente berücksichtigt, wohlwissend, dass der Rechenaufwand aufgrund der größer werdenden Gesamtsteifigkeitsmatrix enorm zunimmt und eine Handrechnung praktisch unmöglich wird.

Zu Beginn der Berechnung werden die Querschnitts- und Materialparameter beliebig vieler Schichten eingegeben und direkt parallel visualisiert. Die Zickzack - Funktion  $\Phi^{(k)}$  und deren Ableitung  $\beta^{(k)}$  werden, da rein querschnittsabhängig, bereits in der Eingabe - GUI berechnet und dargestellt. Weiterhin wird die Belastung eingegeben, die sowohl Gleichstreckenlasten und -momente in Balkenlängs- und in Querschnittsrichtung, als auch Punktlasten und Einzelmomente in Balkenlängs- und Querschnittsrichtung, umfassen kann (vgl. Abbildung 5.30).

Neben der Balkenlänge und Querschnittsbreite kann auch die Anzahl der finiten Elemente beliebig gewählt werden, da über Schleifen die Gesamtsteifigkeitsmatrix immer entlang der Hauptdiagonalen mit den immer gleichen Elementsteifigkeitsmatrizen aufgefüllt wird. Dies bedingt eine konstante Elementlänge über die Stablänge.

Anschließend wird dann der Lastvektor gefüllt und die Auflagerbedingungen am Gesamtsystem berücksichtigt. In jedem Element werden an den Anfangs- und Endknoten Randbedingungen über die vier möglichen Freiheitsgrade entsprechend Kapitel 5.2.5 definiert. Somit können auch Symmetrielastfälle und Kragarme berechnet werden. Die Zeilen und zugehörigen Spalten mit bekannten Randbedingungen können dann gelöscht werden.

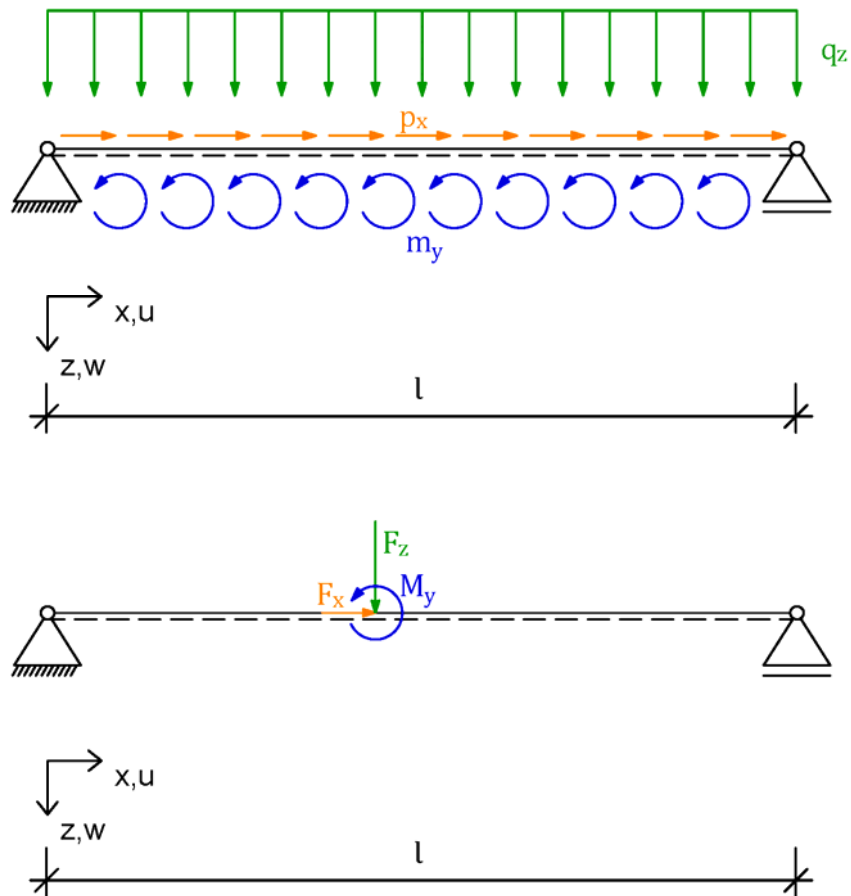


Abbildung 5.30 Einfeldträger mit verschiedenen Belastungsarten für die Zickzack – Theorie nach GHERLONE et al., 2011 und WIMMER & NACHBAGAUER, 2018

In der Berechnungs - GUI wird dann das Gleichungssystem gelöst entsprechend dem bekannten Vorgehen, wie dies auch beim Weggrößenverfahren nach der direkten Steifigkeitsmethode aus der Baustatik bekannt ist. Mit dem Lösungsvektor werden die Verzerrungen berechnet und mit dem Hook'schen Gesetz die Spannungen. Diese und die Biegelinie werden in der Ergebnis - GUI graphisch ausgegeben. Abbildung 5.31 zeigt die Eingabe - GUI und die Ergebnis - GUI.

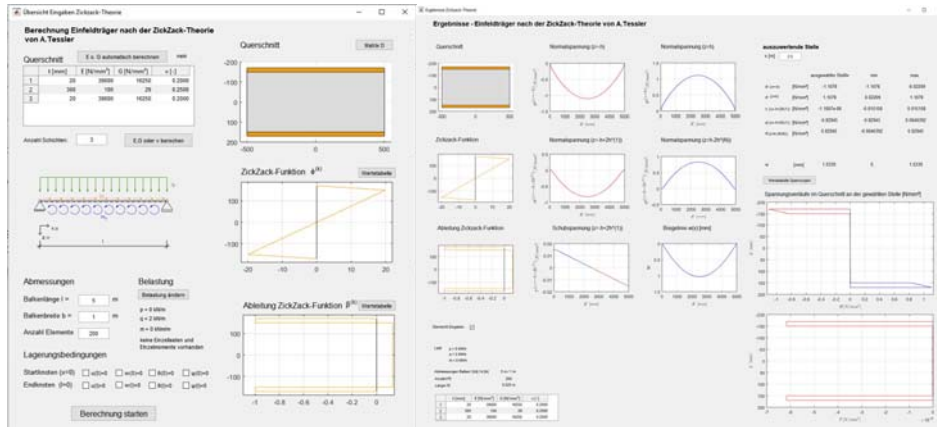


Abbildung 5.31 Graphische Oberfläche für Eingabe und Ausgabe der Zickzack - Theorie

### Fachwerkmodell

Für eine vereinfachte Berechnung mit dem Fachwerkmodell nach Kapitel 5.2.7 wird ebenfalls ein Berechnungsprogramm in *Matlab* geschrieben, mit dem aus dem Sandwichquerschnitt die erforderlichen Parameter der Methode ermittelt werden können, mit deren Hilfe im Nachgang Die Schnittgrößen und Verschiebungen von Hand oder in einem Stabwerkprogramm berechnet werden können. Anschließend können aus den Schnittgrößen des Stabwerkprogramms durch deren Eingabe in die Ergebnis - GUI die Spannungen berechnet werden (Abbildung 5.32).

Fachwerkmodell
— □ ×

### Fachwerkmodelle nach Naujoks und Misiak

**Eingabeparameter Sandwichquerschnitt**

Dicke Deckschicht 1 [mm]

Dicke Kernschicht [mm]

Dicke Deckschicht 2 [mm]

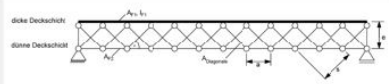
Bezugsbreite B [mm]

Abstand der Diagonalen a [mm]

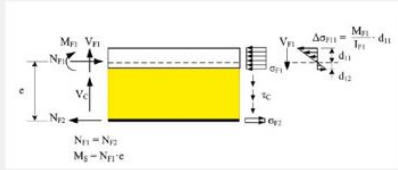
Schubmodul des Kerns  $G_C$  [N/mm<sup>2</sup>]

Bezugs E-modul E [N/mm<sup>2</sup>]

Streckenlast q [kN/m]



**Auswertung nach der Berechnung des Fachwerks**



**Schnittgrößen aus Berechnung des Fachwerks**

**Deckschichtschnittgrößen**

NF1 [kN]	<input type="text" value="19280"/>	MF1 [kN]	<input type="text" value="9439"/>
NF2 [kN]	<input type="text" value="19470"/>	MF2 [kN]	<input type="text" value="9447"/>

**Diagonaleinnormalkräfte**

$N_1$ [kN]	<input type="text" value="2.395"/>	$N_2$ [kN]	<input type="text" value="3.565"/>
------------	------------------------------------	------------	------------------------------------

V [kN]  (Querkraft Kern)

**Berechnung der Spannungen**

$\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>] 0.964 N/mm<sup>2</sup>; 0.9735 N/mm<sup>2</sup> (aus Normalkraft)

$\Delta\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>] 0.14159 N/mm<sup>2</sup>; 0.14171 (aus Moment)

$\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>] 1.1056 N/mm<sup>2</sup>; 1.1152 (Überlagert  $\sigma + \Delta\sigma$ )

$\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>] 0.82241 N/mm<sup>2</sup>; 0.8318 N/mm<sup>2</sup> (Überlagert  $\sigma - \Delta\sigma$ )

$\tau$  [N/mm<sup>2</sup>] 0.021026 N/mm<sup>2</sup> (aus Querkraft)

**Berechnung der Eingabeparameter für das Stabwerkmodell**

Fläche Diagonalen A Diagonale

Abstand Deckschichtschwereachsen: e

Einzelkraft je Mittelknoten F

Flächen- und E-modul der Gurte im Fachwerk entsprechend der Deckschichtquerschnitte

Im Falle dicker Deckschichten mit Rechteckquerschnitt:

Flächenträgheitsmoment  $I_{F1}$

Flächenträgheitsmoment  $I_{F2}$

Abbildung 5.32 Graphische Oberfläche für Eingabe und Ausgabe nach der Fachwerktheorie

Die Modellierung des Fachwerkmodells im Stabwerkprogramm unterscheidet sich für dünne und dicke Deckschichten. So müssen im ersteren Fall Momentengelenke in den Gurten eingebaut werden, im Falle von dicken Deckschichten kommen diese an die Enden der diagonalen Stäbe. Somit wird gewährleistet, dass die Gurte bei dicken Deckschichten momentenbelastet sind und bei den dünnen Deckschichten dort Pendelstäbe vorliegen. Die Lasten des Stabwerkmodells müssen als reine Knotenlasten definiert werden, was im Falle von Streckenlasten in der GUI direkt ausgegeben wird, wobei noch zu beachten ist, dass der ausgegebene Lastwert am Randknoten aufgrund der halben Einzugslänge halbiert werden muss. Für die Spannungsberechnung muss bei Elementen mit dünnen Deckschichten programmbedingt der Wert für die Momente in den Deckschichten zwingend zu Null gesetzt werden.

### 5.3.3 Plattenlösung

#### Stamm und Witte mit dünnen Deckschichten

Entsprechend den Lösungen für Balken mit dünnen Deckschichten wird auch bei der Platte die Methode der Partialdurchsenkungen angewandt. Dabei wird die Gleichflächenlast entsprechend dem allgemeinen Vorgehen bei analytischen Plattenlösungen für vierseitig gelagerte Platten mittels einer doppelten Fourier - Reihe angenähert:

$$p(x, y) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} p_{jk} \sin \frac{j\pi x}{l_x} \sin \frac{k\pi y}{l_y} \quad (5.122)$$

Die Verschiebungsgrößenanteile in Richtung der Plattendicke können dann folgendermaßen berechnet werden:

$$w_M(x, y) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} w_{Mjk} \sin \frac{j\pi x}{l_x} \sin \frac{k\pi y}{l_y}$$

$$w_Q(x, y) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} w_{Qjk} \sin \frac{j\pi x}{l_x} \sin \frac{k\pi y}{l_y}$$

mit:

$$w_{Mjk} = \frac{P_{jk}}{\pi^2 \left( \frac{j^2}{l_x^2} + \frac{k^2}{l_y^2} \right)^2 B_s} \quad (5.123)$$

$$w_{Qjk} = \frac{P_{jk}}{\pi^2 \left( \frac{j^2}{l_x^2} + \frac{k^2}{l_y^2} \right)^2 A}$$

Wiederum wird aus Vereinfachungsgründen eine Substitution durchgeführt für:

$$x = \frac{l_y}{l_x} \xi; \quad \xi = \frac{x}{l_x}; \quad \eta = \frac{y}{l_y} \quad (5.124)$$

Mit deren Hilfe dann die Gleichung zur Berechnung der Durchbiegung aufgestellt werden:



$$w(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} w_{jk} \sin(j\pi\xi) \sin(k\pi\eta)$$

mit :

$$w_{jk} = \frac{p_{jk} l_x^4}{B_s} \frac{\kappa^4}{\pi^4 (\kappa^2 j^2 + k^2)^2} + \frac{p_{jk} l_x^4}{A} \frac{\kappa^2}{\pi^2 (\kappa^2 j^2 + k^2)} \quad (5.125)$$

Die Gleichungen für die Schnittkräfte lauten:

$$m_x(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} m_{x,jk} \sin(j\pi\xi) \sin(k\pi\eta)$$

$$m_y(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} m_{y,jk} \sin(j\pi\xi) \sin(k\pi\eta)$$

$$m_{xy}(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} m_{xy,jk} \cos(j\pi\xi) \cos(k\pi\eta) \quad (5.126)$$

$$q_x(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} q_{x,jk} \cos(j\pi\xi) \sin(k\pi\eta)$$

$$q_y(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} q_{y,jk} \sin(j\pi\xi) \cos(k\pi\eta)$$

Wenn die Schnittgrößen wieder auf die Koordinaten  $x$  und  $y$  bezogen werden, ergeben sich diese zu:

$$m_{x,jk} = p_{jk} l_x^2 \frac{\kappa^2 (\kappa^2 j^2 + \nu k^2)}{\pi^4 (\kappa^2 j^2 + \kappa^2)^2}$$

$$m_{y,jk} = p_{jk} l_x^2 \frac{\kappa^2 (\kappa^2 \nu j^2 + k^2)}{\pi^4 (\kappa^2 j^2 + \kappa^2)^2}$$

$$m_{xy,jk} = p_{jk} l_x^2 \frac{-(1-\nu) \kappa^3 jk}{\pi^4 (\kappa^2 j^2 + \kappa^2)^2} \quad (5.127)$$

$$q_{x,jk} = p_{jk} l_x \frac{\kappa^2 j}{\pi^2 (\kappa^2 j^2 + \kappa^2)}$$

$$q_{y,jk} = p_{jk} l_x \frac{\kappa^2 k}{\pi^2 (\kappa^2 j^2 + \kappa^2)}$$

Weiterhin wurde auch die Berechnung für eine Platte mit dicken Deckschichten programmiert und kann mittels *Matlab* durchgeführt werden.

## 5.4 Validierungsversuche an Sandwichelementen aus Schaum und Papier

### 5.4.1 Hintergrund

Für einen ersten Eindruck, inwieweit die vorgestellten Sandwichtheorien reale Sandwichstrukturen im linear-elastischen Bereich gut abbilden können, werden 4-Punkt-Biegeversuche durchgeführt. Hierbei werden anstelle des mineralisierten Schaumes Probekörper mit einem Hartschaumstoff in Verbindung mit Deckschichten aus Papier geprüft. Dies hat den Hintergrund, dass die Validierung nicht durch produktionsbedingte Einflüsse aus der Betonschaumherstellung sowie aus dem Schaum-Papier-Verbund beeinflusst werden soll. Für die Verwendung von Papier in den Deckschichten anstelle von hochfestem Beton spricht, dass für diese Untersuchungen aufgrund der Materialdicken von Papier auch mit kleineren Probekörpern gearbeitet werden kann und Papier entsprechend Kapitel 1.1, 5.5.1 und 6.2.1 grundsätzlich auch als Deckschichtwerkstoff betrachtet werden sollte. Anschließend werden die aufgezeichneten Kraft-Weg-Kurven den theoretischen Berechnungsergebnissen einiger Theorien, die von ihren Rahmenbedingungen den nachfolgend beschriebenen Versuchen abbilden könnten, gegenübergestellt.

### 5.4.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Die für die Validierungsversuche hergestellten sechs Probekörper bestehen in den Deckschichten aus jeweils zwei 0,5 mm dicken Papierlayern aus Tray Former und zwei unterschiedlichen Hartschaumstoffen im Kern aus Polymethacrylimid der Firma *Rohacell*. Die Rohdichten der beiden Schäume betragen im Falle des RC 31 IG - F  $32 \text{ kg m}^{-3}$  und im Falle des RC 71 IG - F  $75 \text{ kg m}^{-3}$ . Der Verbund der Papierschichten untereinander erfolgte mit Holzleim, die zum Hartschaum in jeweils zwei Fällen mit einem Montagekleber *Power* der Firma *Patexx* und in je einem Fall mittels eines Epoxidharzes um den Einfluss der Klebeverbindung zu untersuchen.

Als Referenz wurde jeweils auch ein Probekörper nur aus Hartschaumstoff bestehend getestet, um den Einfluss der sehr dünnen Deckschichten sichtbar zu machen. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5.33 abgebildet.



Abbildung 5.33 4 – Punkt - Biegeversuch

Eine Übersicht der untersuchten Probekörper gibt Tabelle 5.1.

Tabelle 5.1 Probekörperkonfiguration der Validierungsversuche

Proben-Nr.	Probenbezeichnung	Deckschichten vorhanden	Kleber
1	RC-31-IG-F-I	Ja	Epoxidharz
2	RC-31-IG-F-II	Ja	Montagekleber
3	RC-31-IG-F-III	Ja	Montagekleber
4	RC-31-IG-F-0	Nein	-
5	RC-71-IG-F-I	Ja	Epoxidharz
6	RC-71-IG-F-II	Ja	Montagekleber
7	RC-71-IG-F-III	Ja	Montagekleber
8	RC-71-IG-F-0	Nein	-

Die Probekörper haben eine Länge von 50 cm und im Querschnitt eine Breite und Höhe von jeweils 10 cm. Die lichte Stützweite der Auflager beträgt 44 cm, die der

Lastschneiden 14,67 cm. Die vollständigen Systemabmessungen können Abbildung 5.34 entnommen werden.

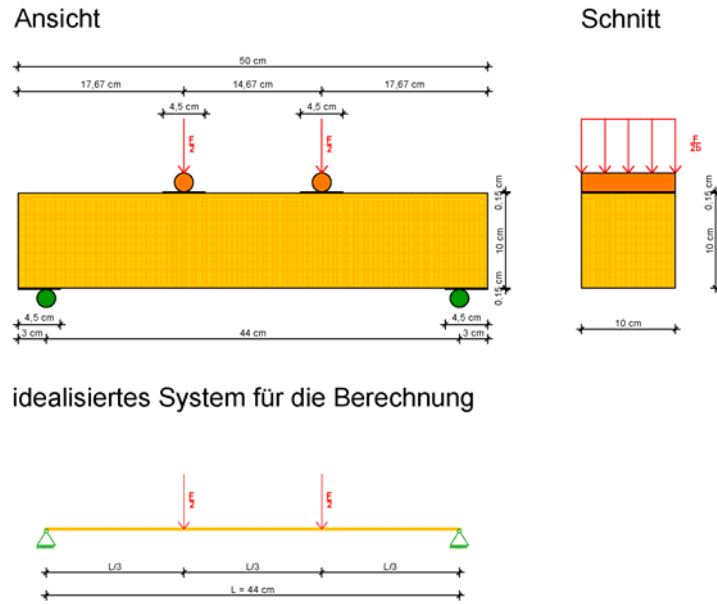


Abbildung 5.34 Versuchsaufbau im 4 – Punkt - Biegeversuch

Die Lasteinleitung erfolgt mittels Rollen, die auf kleine Lastverteilungsplatten mit einer Breite von 4,5 cm und einer Dicke von 1,5 mm drücken. Über den Lagerrollen sind ebenfalls die Lastverteilungsplatten angeordnet (Abbildung 5.35).

Die Kraftaufbringung erfolgt weggesteuert mit einer Prüfgeschwindigkeit von  $2 \text{ mm min}^{-1}$  und einer Vorkraft von 300 N. Die Verformungen werden in diesem Fall aus dem Maschinenweg automatisch aufgezeichnet. Dies ist wichtig zu wissen, dass es sich also hierbei nicht um die maximalen Durchbiegungen in Feldmitte handelt, sondern geringere Werte unter den Lastangriffspunkten.

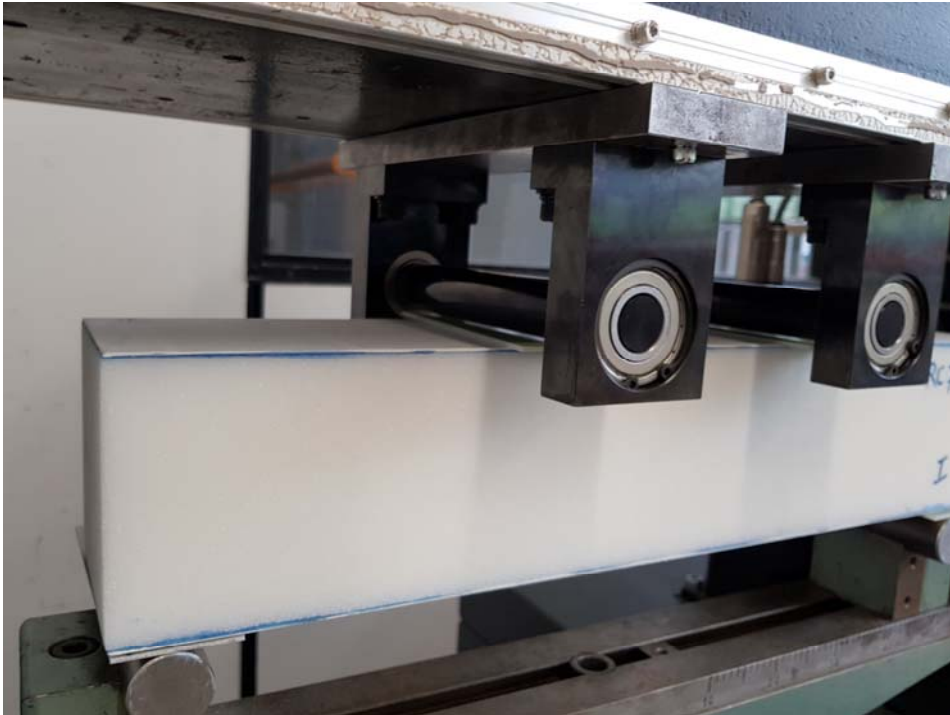


Abbildung 5.35 Lasteinleitung am 4 – Punkt - Blegeversuch

### 5.4.3 Versuchsergebnisse

Die unterschiedlichen Probekörperkonfigurationen zeigen erwartungsgemäß auch unterschiedliches Verhalten in Bezug auf die Verformung sowie die Versagenslasten und deren absolute Werte, wenngleich dieser Bereich außerhalb des linear – elastischen Verhaltens für die Validierung nicht relevant ist.

Abbildung 5.36 zeigt die Probekörper nach Abschluss der Versuche. Im Falle des Kerns mit der höheren Rohdichte und Steifigkeit versagen die Probekörper, deren Verbundfugen mit dem Montagekleber hergestellt wurden (RC 71 IG - F - II und RC 71 IG - F - III), im Kernwerkstoff. Beim RC 71 IG - F - I, der mit dem Epoxidharzkleber verbunden wurde, tritt innerhalb des Beobachtungszeitraumes kein Versagen auf. Die Probekörperserie mit dem weicheren Hartschaumstoff erleiden allesamt ein Eindringen der Lastschneiden in den Schaumwerkstoff, so dass ab dem Zeitpunkt, also keine weitere Kraft vom Probekörper mehr aufgenommen wurde, die Versuche beendet wurden.



Abbildung 5.36 Probekörper nach der Versuchsdurchführung: links RC 31 IG - F, rechts RC 71 IG - F

Die Kraft - Weg - Verläufe der beiden Serien aus je drei Sandwichprobekörpern und einem reinen Schaum - Probekörper sind in Abbildung 5.37 dargestellt. Für beide Serien gilt, dass die Probekörper, deren Deckschichten mit Epoxidharz auf den Hartschaumstoffkern geklebt sind, die höchsten aufnehmbaren Kräfte sowie tendenziell die größte Steifigkeit besitzen. Im Fall der mit dem Montagekleber verbundenen Sandwichelemente liegen die Ergebnisse jeder Serie dicht beisammen und die Versagens- bzw. Abbruchlasten liegen nochmals deutlich über denen der Probekörper ohne Deckschichten. Dazu passend erfahren diese beiden Probekörper (RC 31 IG - F 0 und RC 71 IG - F 0) auch die größten Verformungen. Trotz der geringen und nicht repräsentativen Anzahl an Versuchen zeigt diese Kleinstserie, dass die Sandwichtragwirkung bei diesen Versuchen zur Geltung kommt, diese aber auch von der Art der Verklebung der Verbundfugen abhängt. Weiterhin ist der Einfluss des Kernes bezüglich der aufzunehmenden Lasten sowie der Steifigkeit der Elemente ersichtlich, da die Serie mit den Probekörpern aus Hartschaumstoff mit einem höheren E - Modul und G - Modul auch höhere Lasten bei geringerer Verformung aufnehmen kann.

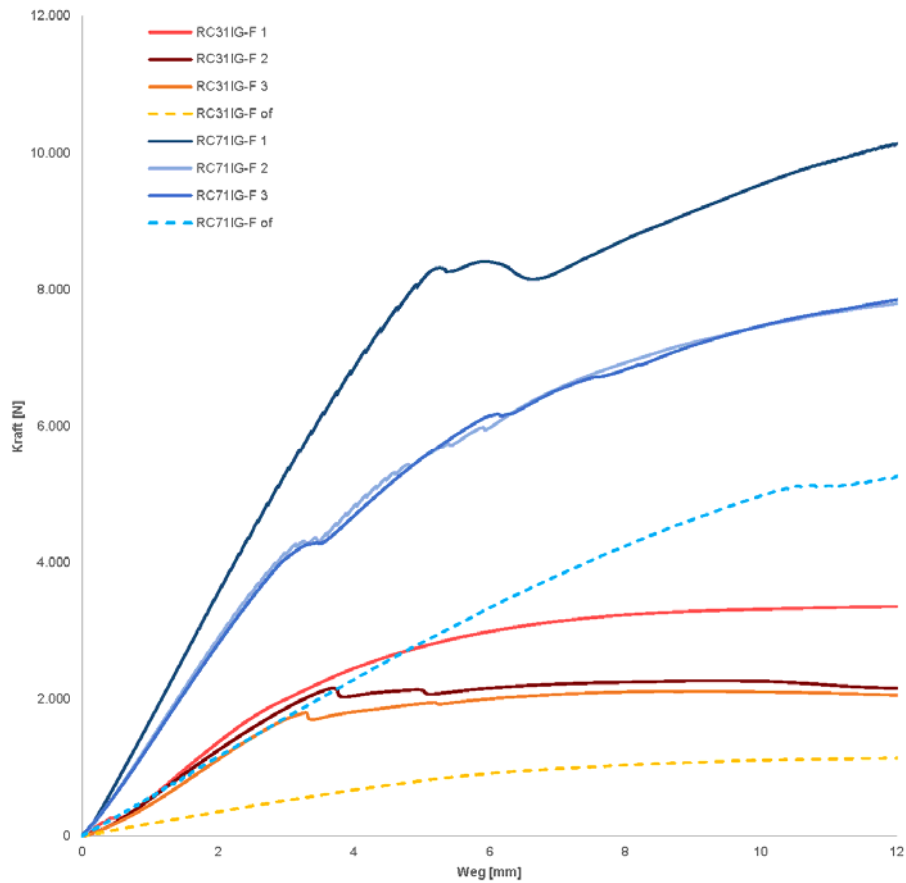


Abbildung 5.37 Kraft - Weg - Diagramme der beiden Versuchsserien mit jeweils 3+1 Probekörper

Der linear - elastische Bereich der Sandwichquerschnitte reicht bei den Probekörpern der Serie RC 71 IG - F bis zu einer Maschinenkraft von ca. 4 kN, bei der Serie RC 31 IG - F bis zu einer Lastaufnahme von ca. 2 kN. Lediglich diese Bereiche werden für den nachfolgenden Vergleich mit den Berechnungsergebnissen der Sandwichtheorien herangezogen. Diese relevanten Bereiche sind nochmals in Abbildung 5.38 dargestellt.

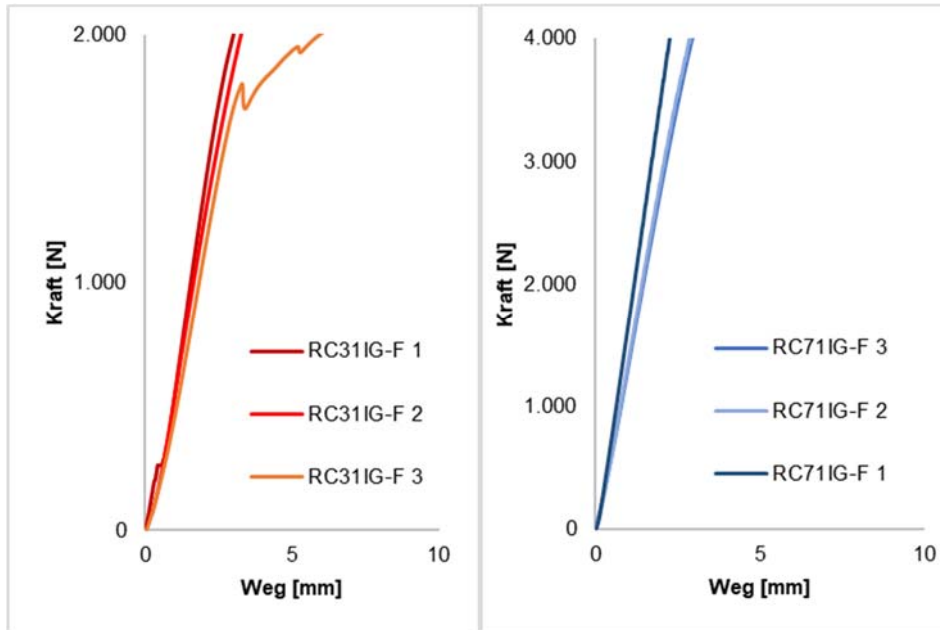


Abbildung 5.38 Kraft - Weg - Diagramme: links RC 31 IG - F, rechts RC 71 IG - F

#### 5.4.4 Aufbereitung der Materialparameter und Nachrechnung der Versuche

Für die Berechnung der Versuchsergebnisse mittels verschiedenen Sandwichtheorien müssen zunächst sämtliche Materialparameter der eingesetzten Werkstoffe vorliegen. Im Falle der Kernwerkstoffe kann dies den Produktdatenblättern des Herstellers entnommen werden. Für das Papier, das im Rahmen des Forschungsprojektes *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* zur Verfügung gestellt wurde, war es leider nicht möglich, vom Hersteller Angaben zu den wesentlichen Materialparameter E - Modul, G - Modul und Querkontraktionszahl  $\nu$  zu bekommen. Jedoch konnte für ein, vom chemischen und strukturellen Aufbau, vergleichbares Papier der Steifigkeitstensor 4. Ordnung zur Verfügung gestellt werden. Dieser stellt sich wie folgt dar:



$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6002,05 & 639,04 & -38,54 & 0 & 0 & 0 \\ 639,04 & 1868,37 & -1,72 & 0 & 0 & 0 \\ -38,54 & -1,72 & 17,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1230 \end{bmatrix} \quad (5.128)$$

Der Steifigkeitstensor ist entsprechend den orthotropen Materialien aufgebaut. Hierfür gilt das Hooke'sche Gesetz. Für die Bestimmung der oben beschriebenen Materialparameter muss der Steifigkeitstensor invertiert werden. Durch die Einträge entlang der Hauptachse der Nachgiebigkeitsmatrix können dann die Schubmoduln als Kehrwerte ermittelt werden. Somit ergeben sich die für die Berechnung erforderlichen Werte zu:

$$\begin{aligned} G_{12} &= 1230 \text{MPa}; G_{23} = 8 \text{MPa}; G_{13} = 8,8 \text{MPa} \\ E_1 &= 5700 \text{MPa}; E_2 = 1800 \text{MPa}; E_3 = 17 \text{MPa} \end{aligned} \quad (5.129)$$

Danach können die Querkontraktionszahlen aus den verbleibenden Einträgen in der Nachgiebigkeitsmatrix zurückgerechnet werden. Diese ergeben sich somit zu:

$$\begin{aligned} \nu_{12} &= +0,3400; \nu_{21} = +0,1074; \nu_{13} = -2,2003; \\ \nu_{31} &= -0,0066; \nu_{23} = +0,1402; \nu_{32} = +0,0013; \end{aligned} \quad (5.130)$$

Tabelle 5.2 zeigt die Eingangsgrößen für die analytische Berechnung.

Tabelle 5.2 Materialparameter der Probekörper

	Schichtdicke	E – Modul	Schubmodul	Querdehnzahl
Einheit	mm	MPa	MPa	-
Deckschicht Tray - Former	2 x 0,5 = 1	E <sub>1</sub> : 5.700 E <sub>2</sub> : 1.800 E <sub>3</sub> : 17	G <sub>12</sub> : 1.230 G <sub>23</sub> : 8 G <sub>13</sub> : 8,8	$\nu_{12}$ : 0,3400 $\nu_{21}$ : 0,1074 $\nu_{13}$ : -2,2003 $\nu_{31}$ : -0,0066 $\nu_{23}$ : 0,1402 $\nu_{32}$ : 0,0013
Kernschicht RC 31 IG – F	100	36	13	0,3846
Kernschicht RC 71 IG – F	100	92	29	0,5862

Als Balkenlängen wird nur die lichte Stützweite zwischen den Auflagern berücksichtigt, die beiden seitlichen Überstände werden aufgrund des geringen Gewichts sowie der Tatsache, dass bei einem Einfeldträger mit zwei angehangenen Kragarmen und einer Belastung ausschließlich im Feld keine Schnittgrößen in den Kragarmen entstehen, vernachlässigt. Weiterhin bleibt das Eigengewicht der Probekörper mit knapp 3,7 N im Vergleich zur betrachteten Maschinenkraft von mindesten 2000 N unberücksichtigt.

Für die analytischen Rechnungen werden die Theorien herangezogen und in *Matlab* berechnet, die direkte Lösungen für Balken aufweisen. Dies sind:

- Sandwich - Theorie nach Stamm und Witte
- Sandwich - Theorie nach Wölfel bei Annahme eines vollständigen Verbundes
- Schichtweiser Ansatz nach der Refined Zigzag - Theory

Für die Theorien nach Stamm und Witte sowie nach Wölfel werden die Ansätze für dünne bzw. biegeschleife Deckschichten angewandt. Dies ist gerechtfertigt, da das Verhältnis des Abstandes der Deckschichtschwerlinien zueinander  $a$  zur Dicke der Deckschicht ( $t_o = t_u$ )  $\frac{a}{t_o=t_u} = \frac{100\text{ mm}}{1\text{ mm}} = 100$  beträgt. Damit liegt es nach allen in der Literatur (vgl. ALLEN, 1969, PLANTEMA, 1966 und ZENKERT, 1997) angegebenen Grenzwerte für die Anwendung von dicken Deckschichten.

Die nachfolgende Abbildung 5.39 zeigt ein Kraft - Weg - Diagramm mit den linearen Versuchsergebnissen des weicheren Schaums (RC 31 IG - F), allerdings ohne den Versuch mit reinem Schaummaterial. Zusätzlich wurden noch für die beiden mit Montagekleber hergestellten Probekörper II und III dieser Serie aufgrund des identischen Aufbaus und der sehr ähnlichen Versuchsergebnisse ein Mittelwert gebildet. Weiterhin sind die Berechnungsergebnisse der oben erwähnten Theorien mit dargestellt. Dabei wird der Art der Wegaufzeichnung über den Maschinenweg insofern Rechnung getragen, dass die Verformungen sowohl in Feldmitte, als auch unterhalb der Lasteinleitungspunkte ausgewertet werden. Genau diese Verschiebungen sind auch im Diagramm dargestellt. Es zeigen sich für alle drei analytischen Lösungen Abweichungen zu den Versuchsergebnissen. Das Steifigkeitsverhalten wird in den Berechnungen überschätzt, so dass sich bezogen auf eine Referenzlast größere Durchbiegungen im realen Bauteilverhalten einstellen, als dies die analytischen Berechnungen vermuten lassen würden.

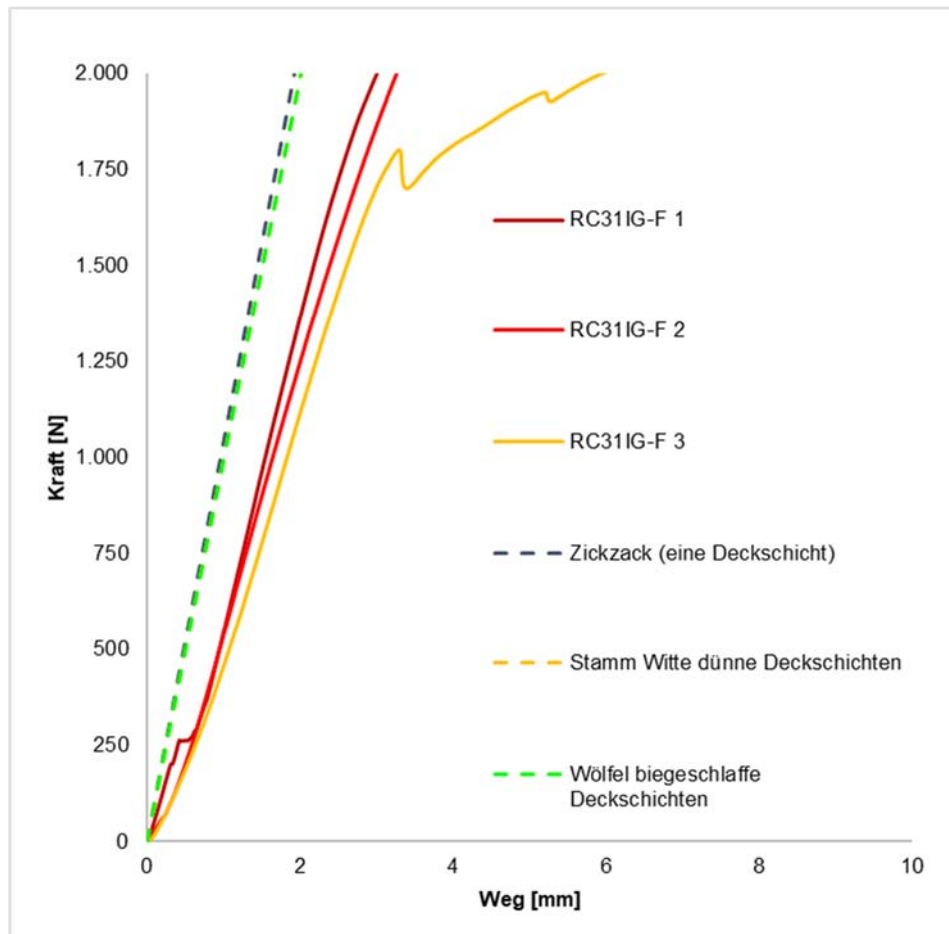


Abbildung 5.39 Kraft - Weg - Diagramm mit den Versuchsergebnissen des RC 31 IG - F sowie den Berechnungsergebnissen verschiedener analytischer Sandwichtheorien

Tabelle 5.3 fasst die Ergebnisse in absoluten Werten zusammen und stellt die prozentualen Abweichungen zwischen den gemittelten Versuchsergebnissen und den Lösungen der verschiedenen Theorien zusammen. Die Berechnungsergebnisse von Stamm und Witte sind nahezu identisch, die nach der RZT weichen hiervon über den gesamten Lastverlauf um ca. 2 % ab und suggerieren ein nochmals geringfügig steiferes Materialverhalten. Insgesamt weichen die analytischen Lösungen um durchschnittlich 47 % ab, im unteren Lastbereich weniger, im höheren mehr. Eine Ursache der großen Abweichungen könnte das sich abzeichnende Eindringen der Lastverteilungsplatten in die Probekörper dieser Serie sein. Weiterhin muss beachtet werden, dass die durchschnittlich

absoluten Abweichungen zwischen den Versuchen und den Berechnungen beispielsweise nach Stamm und Witte bei 1,2 mm, maximal bei 2,5 mm liegen.

Tabelle 5.3 Zusammenstellung von Durchbiegungen unter der Lastschneide der Probenserie RC 31 IG - F und ausgewählter Sandwichtheorien sowie deren prozentuale Abweichungen zum Versuchsergebnis

Laststufe N	Versuch mm	Zickzack		Stamm&Witte		Wölfel	
		mm	%	mm	%	mm	%
0	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00
500	1,0115	0,4812	-52,43	0,5026	-50,31	0,5026	-50,31
1.000	1,7358	0,9624	-44,56	1,0052	-42,09	1,0052	-42,09
1.500	2,4953	1,4436	-42,15	1,5078	-39,58	1,5078	-39,58
2.000	4,5970	1,9248	-58,13	2,0105	-56,27	2,0103	-56,27

Die Kraft - Weg - Diagramme der Serie RC 71 IG - F sind zusammen mit den Berechnungsergebnissen der angewandten Sandwich - Lösungen in Abbildung 5.40 dargestellt. Im Übrigen gelten die gleichen Darstellungshinweise wie auch beim weicherem Schaum. Die qualitativen Abweichungen zwischen Versuchsergebnissen und analytischen Lösungen sind deutlich geringer. Die Ansätze nach Stamm und Witte sowie Wölfel bilden das Biegeverhalten der beiden Probekörper II und III relativ gut ab. Die RZT überschätzt wiederum die Steifigkeit der Probenkörper.

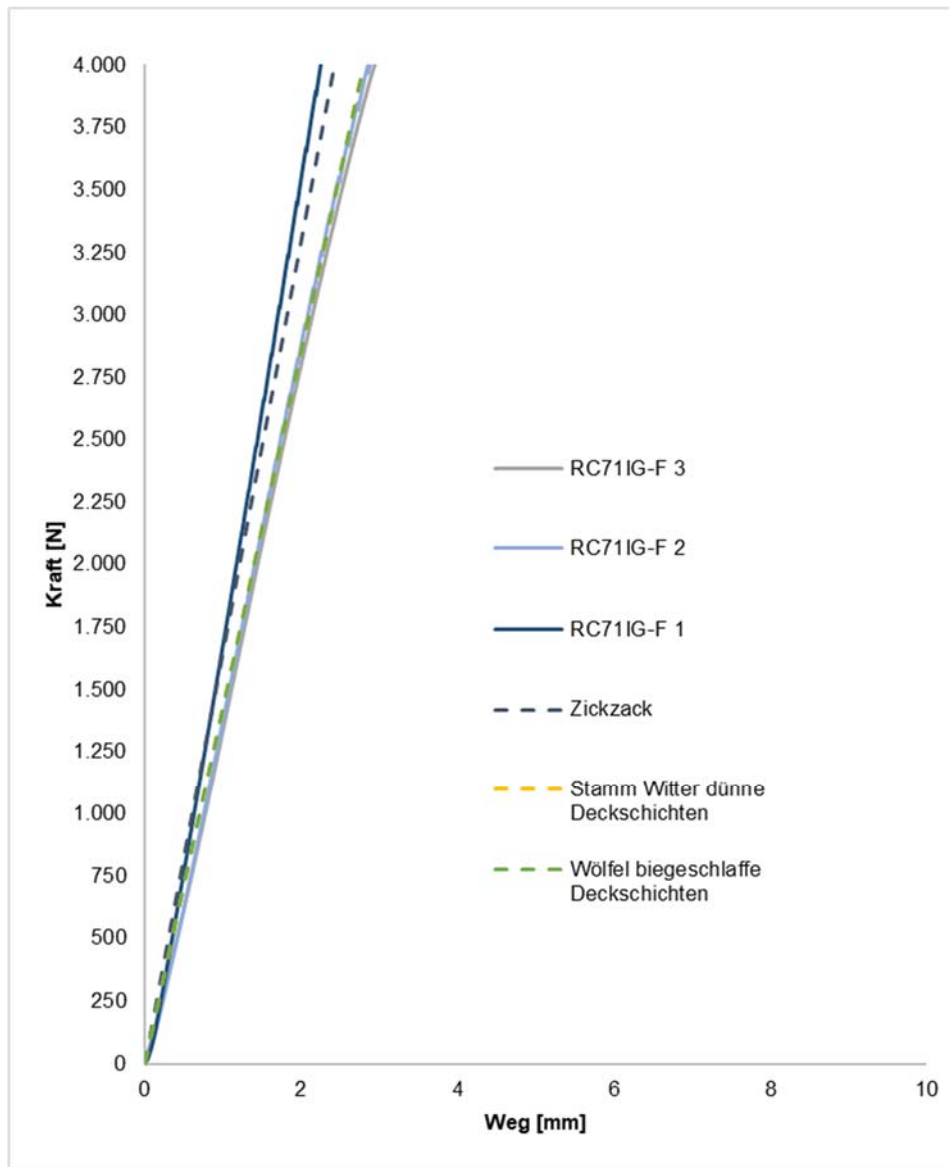


Abbildung 5.40 Kraft - Weg - Diagramm mit den Versuchsergebnissen des RC 71 IG - F sowie den Berechnungsergebnissen verschiedener analytischer Sandwichtheorien

Die absoluten Zahlen für den Vergleich finden sich in Tabelle 5.4.

Tabelle 5.4 Zusammenstellung von Durchbiegungen unter der Lastschneide der Probenserie RC 71 IG - F und ausgewählter Sandwichtheorien sowie deren prozentuale Abweichungen zum Versuchsergebnis

Laststufe N	Versuch mm	Zickzack		Stamm&Witte		Wölfel	
		mm	%	mm	%	mm	%
0	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00
500	0,4138	0,3032	-26,73	0,3501	-15,40	0,3501	-15,40
1.000	0,7636	0,6063	-20,59	0,7001	-8,31	0,7000	-8,32
1.500	1,0940	0,9095	-16,86	1,0502	-4,00	1,0501	-4,01
2.000	1,4240	1,2126	-14,84	1,4002	-1,67	1,4001	-1,68
2.500	1,7613	1,5158	-13,94	1,7503	-0,62	1,7502	-0,63
3.000	2,1142	1,8189	-13,97	2,1003	-0,66	2,1002	-0,66
3.500	2,4809	2,1221	-14,46	2,4504	-1,23	2,4502	-1,24
4.000	2,9089	2,4253	-16,63	2,8004	-3,73	2,8002	-3,74

Hieraus ist ersichtlich, dass die prozentualen Abweichungen in diesem Fall deutlich geringer sind als beim weichen Schaumstoff, der zusätzlich diese Eindrückungen an den Probekörperoberseiten aufweist. Diese liegen durchschnittlich bei nur 2,9 % für Stamm und Witte sowie Wölfel und bei 16 % für die Zickzack - Funktion. Die absoluten Abweichungen liegen bei durchschnittlich 0,04 mm sowie maximal bei 0,1 mm bei Stamm und Witte.

Insgesamt zeigt sich, dass die angewandten Sandwichtheorien durchaus in der Lage sind, derartige Sandwichelemente abzubilden, so lange lokale Effekte das reale Tragverhalten nicht beeinflussen und der Verbund als offensichtlich vorhanden angesehen werden kann.

## 5.5 Vergleich verschiedener Berechnungstheorien

### 5.5.1 Referenzsysteme und Vorgaben

Als Referenzsystem werden Sandwichelemente, wie sie auch in Kapitel 6.2.3 vorgestellt werden, für eine Vergleichsberechnung mit den in Kapitel 5.2 vorgestellten analytischen Berechnungsansätzen herangezogen. Dabei werden einmal ein balkenleiches Bauteil mit einer Systemorientierung in Richtung der Elementlängsachse sowie ein vierseitig - naviergelagertes, plattengleiches Bauteil mit ähnlichen Bauteilabmessungen in beide Längsrichtungen betrachtet, um auch die beiden grundsätzlichen Anwendungsfälle

von auf Biegung beanspruchten Sandwichelemente in den Vergleich einbeziehen zu können.

Die Balkenelemente haben eine Breite von  $b = 1,0$  m und eine Bauteillänge von  $l = 5,0$  m. Die Elemente bestehen dabei im Kern aus mineralisiertem Schaum mit einer Schichtdicke von  $h = 30$  cm (vgl. Abbildung 5.41). Diese Schichtdicke ergibt sich aus der Wärmeleitfähigkeit des Schaums in Verbindung mit einem einzuhaltenden U - Wert entsprechend Kapitel 6.3.1. Die Vergleichsberechnungen werden dabei auch für zwei unterschiedliche Deckschichtmaterialien durchgeführt. Zum einen für Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton mit einer Sichtdicke von  $t_o = t_u = 2$  cm, was eine bauliche Mindestschichtdicke darstellt, die mit diesem Material zielsicher hergestellt werden kann und zum anderen für dünne Deckschichten aus dem bereits in Kapitel 5.4.4 vorgestelltem Papier mit einer Dicke  $t_o = t_u = 0,3$  cm. Der mikrobewehrte ultrahochfeste Beton ermöglicht hierbei nicht nur den nahezu rein zementösen Elementaufbau entsprechend Kapitel 1.1, sondern reduziert die erforderliche Querschnittsdicke gegenüber Normalbeton aufgrund der deutlich höheren Biegezugfestigkeit von über 25 MPa erheblich (ACKERMANN, 2016). Diese Reduktion wird in Teilen durch den wesentlich höheren Anteil an Portlandzementklinkern in der Bindemittelmatrix hochfester Betone kompensiert, jedoch ermöglichen neuartige Kompositzemente (vgl. Kapitel 2.2.6) eine Reduktion des GPWs in der Deckschicht unter Aufrechterhaltung der mechanischen Eigenschaften wie Druckfestigkeit und Zug- und Biegezugfestigkeit entsprechend ACKERMANN, 2016. Gleichzeitig weisen hochfeste Betone ein dichteres Gefüge auf, womit eine Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit gegenüber Normalbeton einhergeht (FLUM et al., 2019). Diese Eigenschaften machen ultrahochfesten Beton für Sandwichdeckschichten, die in Anlehnung an ihre Funktion an der *ETA – Fabrik* auch thermisch aktiviert sein können, besonders geeignet. Neben ultrahochfestem Beton als Deckschichtmaterial für zementöse, thermisch aktivierte und materialreduzierte Sandwichelemente kann auch Papier als Deckschichtmaterial eine interessante Alternative zur klassischen Sandwichdecksicht aus Stahl sein. Papier kann mit relativ geringem Energieaufwand funktionalisiert werden und somit einer Anwendung als Schutz- und Tragschicht innerhalb des Sandwichaufbaus zugänglich gemacht werden. Eine gezielte Ausrichtung von Fasern ermöglicht den Lastabtrag in den Deckschichten über den Kern hin zu den globalen Auflagerpunkten. Spezielle Coatings können Papier gegenüber äußeren Umwelteinwirkungen widerstandsfähiger und somit auch als dauerhaftes Material in der Gebäudehülle einsetzbar machen. Durch die geometrische Ausgestaltung des Aufbaus kann Papier bereits in den Deckschichten eine wärmedämmende Funktion übernehmen. Aufgrund seines natürlichen Ursprungs hat Papier eine besonders hohe Recycling - Quote und ist damit prädestiniert als ein weiteres Material, welches für das Bauen der Zukunft eine wichtige Rolle spielen kann.

Entsprechend den vorgestellten Theorien wird zwischen den Deckschichten und der Kernschicht ein vollständiger Verbund für diese Vergleichsberechnungen angenommen.

Die Sicherstellung des vollständigen Verbundes muss im Rahmen der konstruktiven Bauteilumsetzung erzielt werden (vgl. Kapitel 6.2.2).

Als Belastung wird, ebenfalls in Vorausschau zu Kapitel 6.3.2, eine gleichmäßige Flächenbelastung von  $q = 2,0 \text{ kN m}^{-2}$  stellvertretend für, in Sandwichelementen Biegung erzeugende, Schneec- und Windlasten festgesetzt.

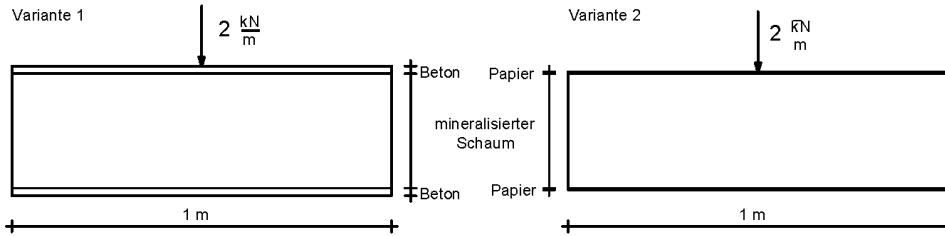
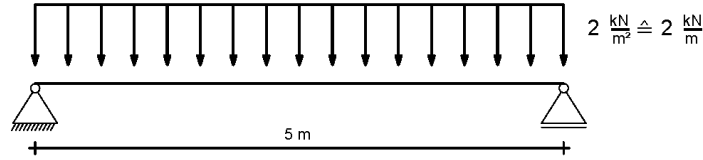


Abbildung 5.41 Statische Systeme für die Vergleichsberechnung eines Sandwichbalkenelementes mit unterschiedlicher Deckschichtausbildung

Die plattengleichen Elemente haben einen identischen Schichtaufbau. Die Bauteilabmessungen betragen dabei in  $x$ -Richtung  $l_x = 1,5 \text{ m}$  und in  $y$ -Richtung  $l_y = 2,0 \text{ m}$ , um hier keine Effekte der Quadratplatte hervorzurufen. Abbildung 5.42 zeigt die beiden Systeme für die Vergleichsberechnung von Sandwichplattensystemen.



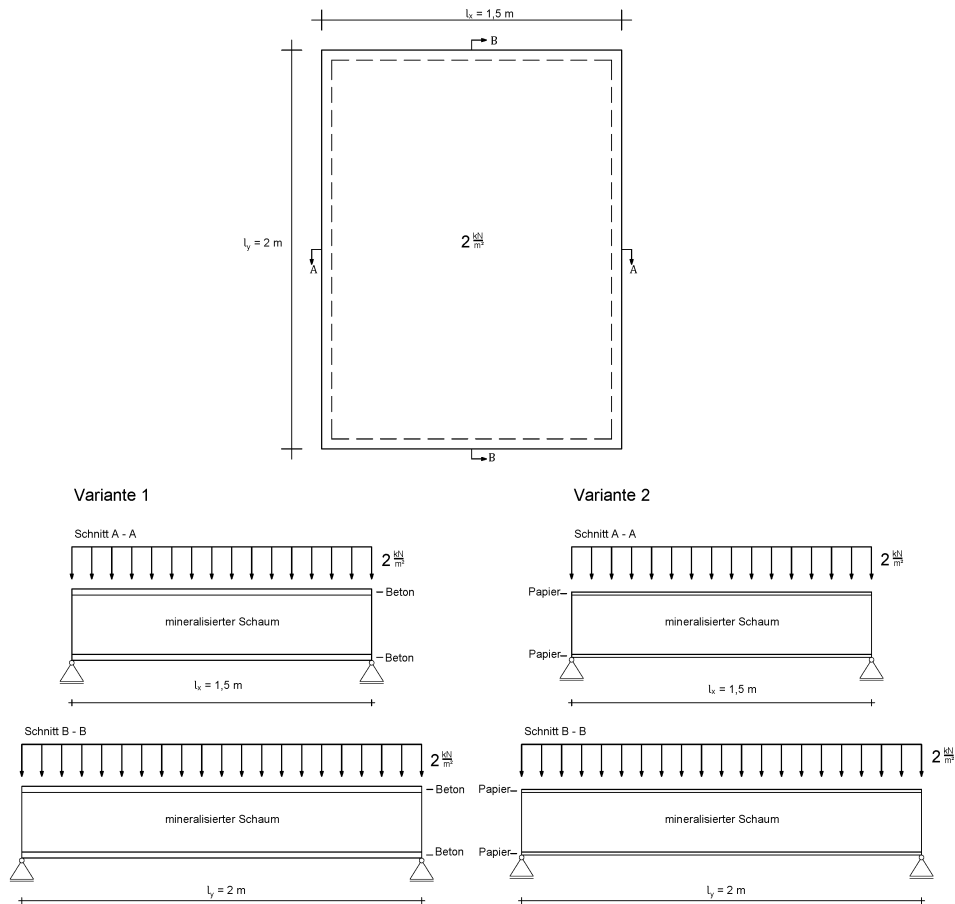


Abbildung 5.42 Statische Systeme für die Vergleichsberechnung eines Sandwichplattenelementes mit unterschiedlicher Deckschichtausbildung

Die Materialparameter der Deckschichten für die Vergleichsberechnung sind in Tabelle 5.5 niedergeschrieben. Wichtig ist hierbei noch, dass die kreuzweise Anordnung der Papierlamine zu einer 0,3 cm dicken Deckschicht nur im Falle der Plattenelemente betrachtet wird. Für die Sandwichbalken dieser Vergleichsbetrachtung werden die einzelnen Papierlamine richtungstreu miteinander verklebt angeordnet. Das bedeutet, dass das Papier entsprechend seiner berechneten orthotropen Materialeigenschaften in der analytischen Lösung des Balkens mit dem E - Modul  $E_1$  in x - Richtung angesetzt wird.

Tabelle 5.5 Materialdaten der für die Vergleichsberechnung eingesetzten Deckschichtwerkstoffe

	Anforderung an die Schichtdicke	E – Modul	G – Modul	Querdehnzahl	
Einheit	mm	MPa	MPa	-	
Beton (DUCON)	$\geq 20$	39.000	16.250	0,2	
Papier (Tray - Former)	$< 20$	E <sub>1</sub> : 5.700 E <sub>2</sub> : 1.800 E <sub>3</sub> : 17	G <sub>12</sub> : 1.230 G <sub>23</sub> : 8 G <sub>13</sub> : 8,8	$\nu_{12}$ : 0,3400 $\nu_{13}$ : -2,2003 $\nu_{23}$ : 0,1402	$\nu_{21}$ : 0,1074 $\nu_{31}$ : -0,0066 $\nu_{32}$ : 0,0013

Für den mineralisierten Schaum als steten Kerndämmwerkstoff wird ein Schubmodul entsprechend Kapitel 3.5.6 von  $G = 4$  MPa angenommen.

Für die Vergleichsanalyse werden nachfolgende Theorien untersucht:

- Theorie nach Stamm und Witte für dünne und dicke Deckschichten
- Theorie nach Wölfel für biegesteife und biegeschlaflfe Deckschichten unter Annahmen eines vollständigen Verbundes
- Fachwerkmodel nach Naujoks und Misiek
- Refined Zickzack – Theory nach Tessler mit 200 Elementen
- Klassische Laminattheorie (CLT)
- Schubdeformationstheorie erster Ordnung (FSDT)
- Finite – Elemente – Modell mit der Software *Ansys19.2*

Die oben genannten Systeme werden in Bezug zur sogenannten exakten Lösung nach Pagano gesetzt und bewertet. Wie in Kapitel 5.2 erläutert, gibt es für einige Theorien Lösungsansätze für Balken- und Plattenbauteile, für manche nur für Balkenanwendungen und für manche nur für Plattenlösungen. Im Falle der Letzteren (Pagano und die ELS – Theorien) können Berechnungen für Balkenbauteile durchgeführt werden, in dem durch geometrische Wahl der Plattenabmessungen sowie einem Nullsetzen der Querdehnzahl (was im Falle von Beton im Zustand II auch ein übliches Vorgehen ist) ein einachsig lastabtragendes System entsteht, das in seinem Biegeverhalten dem eines Balkens mit gleicher Stützweite entspricht. Konkret werden daher für die reinen Plattenansätze im Falle des Vergleichs von Balkenlösungen die Spannweite in eine Richtung (hier die  $x$  – Richtung) mit  $l_x = 5,0$  m angesetzt und die in die andere Richtung mit  $l_y = 50,0$  m.

Die Berechnung nach Naujoks und Misik (vgl. NAUJOKS & MISIEK, 2015) erfolgt dabei wie in Kapitel 5.2.7 erläutert zweistufig. Nach der Ermittlung der erforderlichen Querschnittswerte in *Matlab* werden die Schnittgrößen im Stabwerkprogramm *Stab2D*

berechnet, nachdem die Fachwerkmodellierung mit den Schubparametern in den Diagonalen und Deckschichtparametern in den Ober- und Untergurten erfolgt ist. Die Verformungen können dabei direkt aus den Knotenverschiebungen in Stab2D entnommen werden (vgl. Abbildung 5.43).

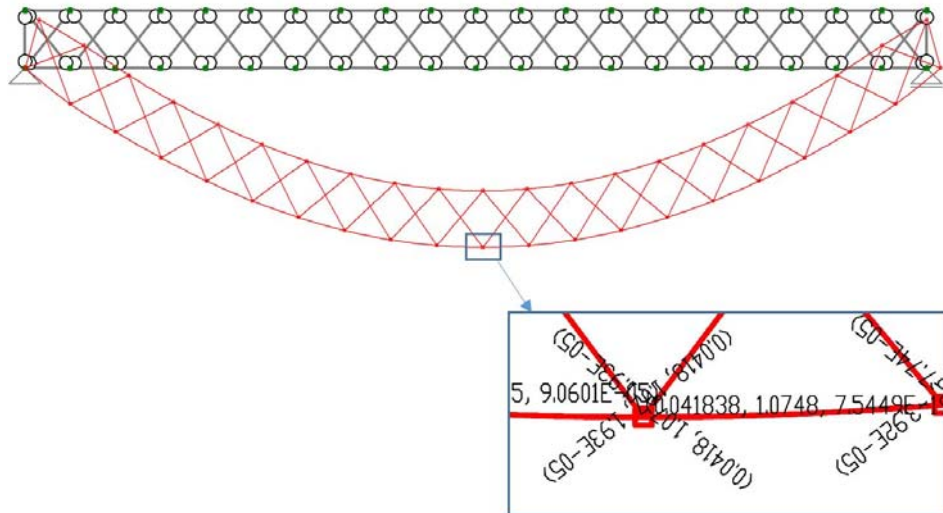


Abbildung 5.43 Modellierung und Ermittlung der Mittendurchsenkung des Fachwerkträgers

Als Vergleichswerte werden einmal die Durchbiegung im Feldmitte, im Falle von dünnen Decksichten nach Stamm und Witte auch aufgeteilt in reine Schub- und reine Biegeanteile ermittelt. Dies erzeugt einen Eindruck davon, wie stark ein Sandwichelement letzten Endes von der Schubsteifigkeit des Kernes beeinflusst wird. Wichtig ist für die Einschätzung der Ergebnisse aus den nachfolgenden Kapiteln 5.5.2 und 5.5.3, dass die Durchbiegungen in Abhängigkeit der Theorien an unterschiedlichen Stellen im Querschnitt ermittelt werden. Die Sandwichtheorien geben Ergebnisse für die Biegelinie in der Schwerebene des Querschnitts aus, die Einschnittansätze und die Lösung nach Pagano in der geometrischen Querschnittsmittlebene. In *Ansys* werden die nachfolgenden Ergebnisse an der Unterseite der Querschnittsoberfläche berechnet. Für einen Spannungsvergleich werden die Normalspannungen in Feldmitte an drei Stützstellen der oberen Deckschicht (also Biegedruckspannungen am oberen, freien Rand, in der Deckschichtschwerachse und am Übergang zum Kern) sowie zur Kontrolle im Kern, dort wo es die Theorie ermöglicht, ermittelt. Im Falle der Plattenanwendung werden die Spannungsergebnisse in beide Richtungen betrachtet. Am linken Auflager des Balkens bzw. in der Mitte des jeweiligen Linienauflagers der Platten werden die Schubspannungen im Kern sowie in der Schwerachse der Deckschichten ermittelt.

Die FE - Modelle sind allesamt mit Volumenelementen parametrisch erzeugt. Die Lagerung an den Bauteilrändern erfolgt flächig an der Platten Unterseite. Konsistent zu den Annahmen der Theorien wurde vollständiger Verbund zwischen den Elementen festgesetzt. Um Rechenkapazität bei diesen Volumenmodellen einzusparen, wird die Doppelsymmetrie der beiden Systeme ausgenutzt und in allen Fällen somit nur an einem Viertel – Modell die Berechnung durchgeführt. Abbildung 5.44 zeigt die schrittweise Reduzierung des Balkensystems.

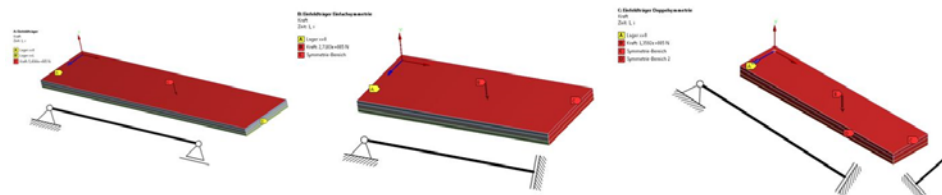


Abbildung 5.44 Symmetriebedingungen des Balkensystems in Ansys19.2

Dabei wird bei jedem weiteren Ausnutzen der Symmetrieeigenschaften zuerst anhand einer Vergleichsrechnung kontrolliert, ob die Ergebnisse der analytischen Rechnung sowie der Berechnung am vollständigen Modell mit denen des reduzierten Systems übereinstimmen. Erst danach erfolgt die nächste Reduktion (vgl. Abbildung 5.45).

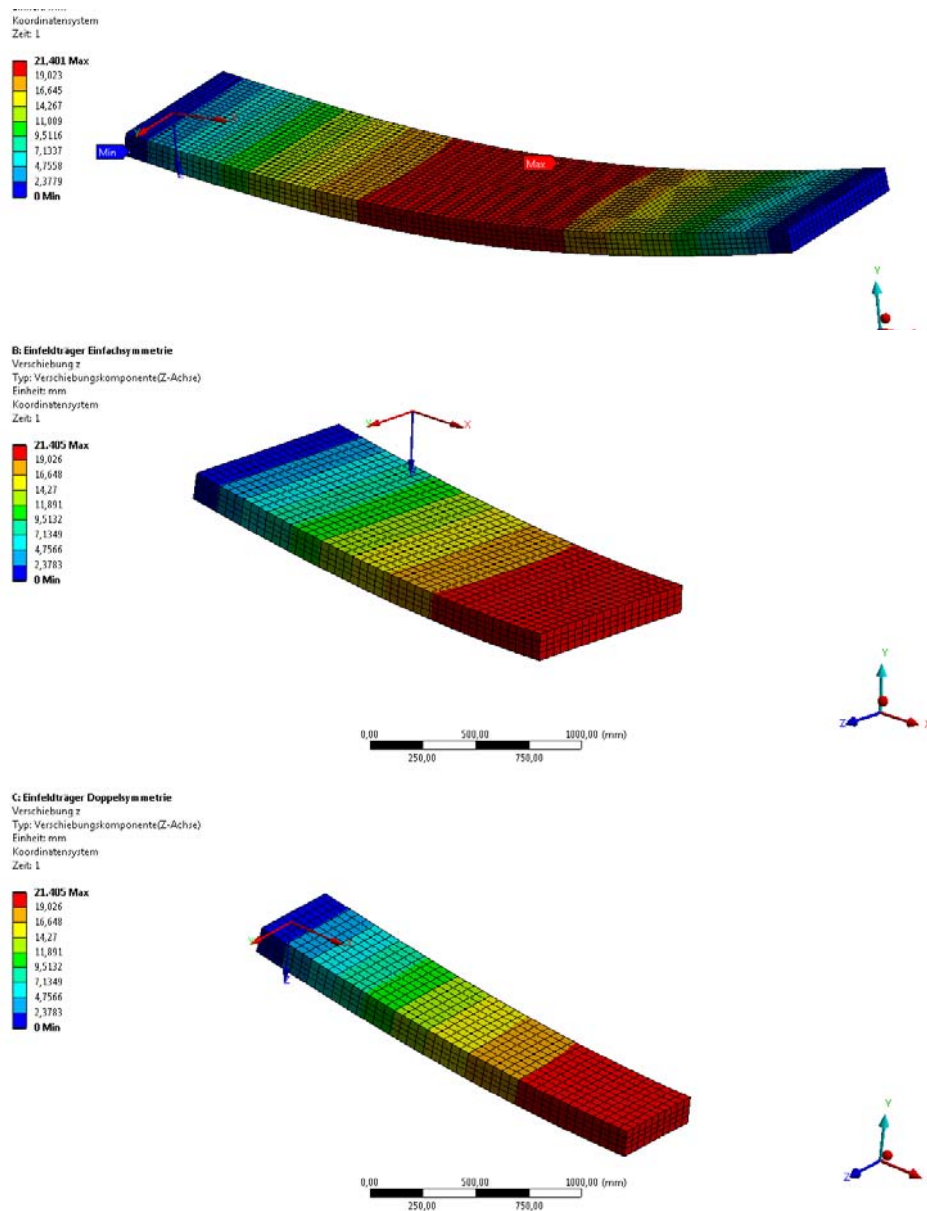


Abbildung 5.45 Ergebnisse des Komplet- sowie der beiden Reduktionsmodelle in Ansys19.2

Der Auflagerbereich des FE - Modells stellt einen typischen Ort mit auftretenden Spannungssingularitäten dar (vgl. Abbildung 5.46).

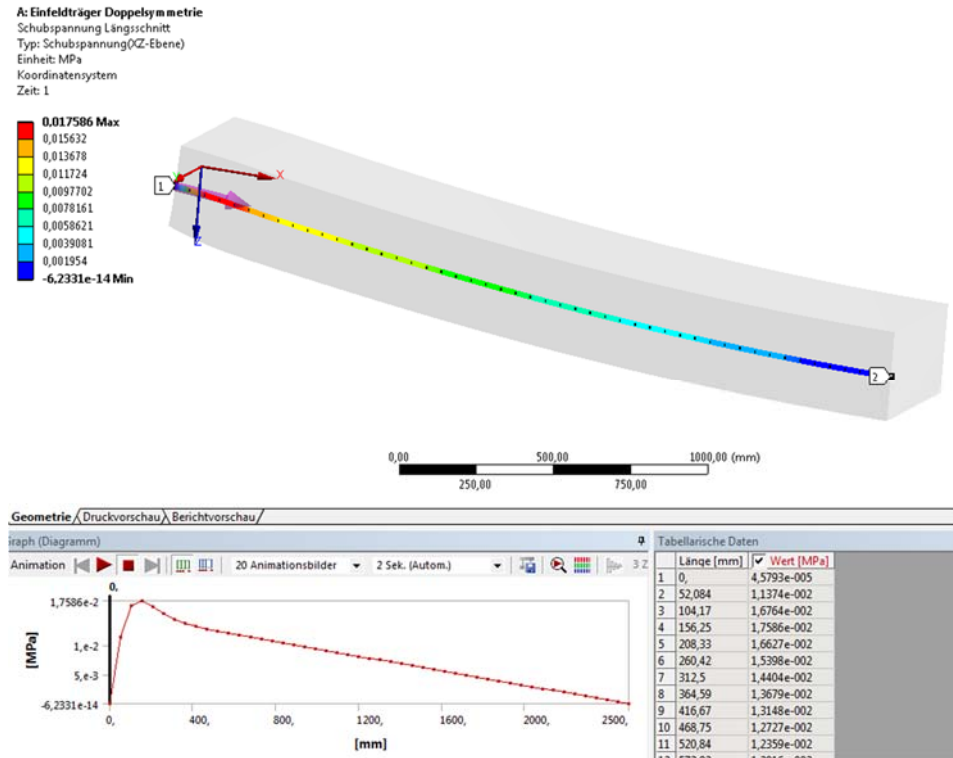


Abbildung 5.46 Ergebnisplott der Schubspannungen im Viertelmodell des Sandwichbalkens in Ansys19.2

Diese können durch geschickte Modellbildung des Auflagerbereichs sowie einer entsprechenden Vernetzung gedämpft werden können. Im vorliegenden Fall werden stattdessen die Schubspannungen in einem ausreichenden Abstand zum Auflager ausgewertet.

### 5.5.2 Vergleichsberechnung für einen Sandwichbalken mit Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton

Für das Einfeldträgersandwichsystem mit 2 cm dicken Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton stellen sich die in Tabelle 5.6 festgehaltenen Ergebnisse ein.

Tabelle 5.6 Zusammenstellung der Ergebnisse für Durchbiegungen und Spannungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC

	Durchbiegung	Normalspannung $\sigma_x$			Schubspannung $\tau_{xz}$	
		Deckschicht, außen	Deckschicht, mittig	Deckschicht, innen	Deckschicht, mittig	Kern, mittig
Einheit	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Stamm & Witte - dünn	0,41 0,98 4,9852	-0,9766	-0,9766	-0,9766	0,0078	0,0156
Stamm & Witte - dick	4,9144	-1,6198	-0,9629	-0,3059	0,0223	0,0144
Wölfel -schlaff	4,9852	-0,9766	-0,9766	-0,9766	0,0078	0,0156
Wölfel -steif	4,9070	-1,6961	-0,9613	-0,2264	0,0113	0,0153
Zickzack	4,9172	-1,5939	-0,9632	-0,3325	0,0165	0,0144
Fachwerkmodell	5,3635	-1,6219	-0,9530	-0,2842	0,0070	0,0141
CLT	0,4137	-1,0926	-1,0283	-0,9641	0,0000	0,0001
FSDT	0,4137	-1,0656	-1,0030	-0,9403	0,0000	0,0008
Pagano	5,0375	-1,6652	-0,9919	-0,3187	0,0157	0,0147
FEM	4,9084	-1,6131	-0,9631	-0,9403	0,0222	0,0143

### Vergleich der Durchbiegungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus mrUHPC

Die erste Spalte der obigen Tabelle 5.6 zeigt die Durchbiegungen in Feldmitte. Man erkennt, dass bezüglich der Verformungen mit Ausnahme der ELS - Ansätze die Werte eine sehr ähnliche Größenordnung annehmen. Interessant ist auch die Tatsache, dass im Falle der dünnen Deckschichten, die hier nach dem Kriterium von Zenkert (ZENKERT et al., 2004) aus Kapitel 5.4.4 durchaus angenommen werden dürfen, der Anteil der Schubverformungen an den Gesamtverformungen mit knapp 92 % absolut dominierend ist. Abbildung 5.47 zeigt die Biegelinie des Sandwichbalkens.

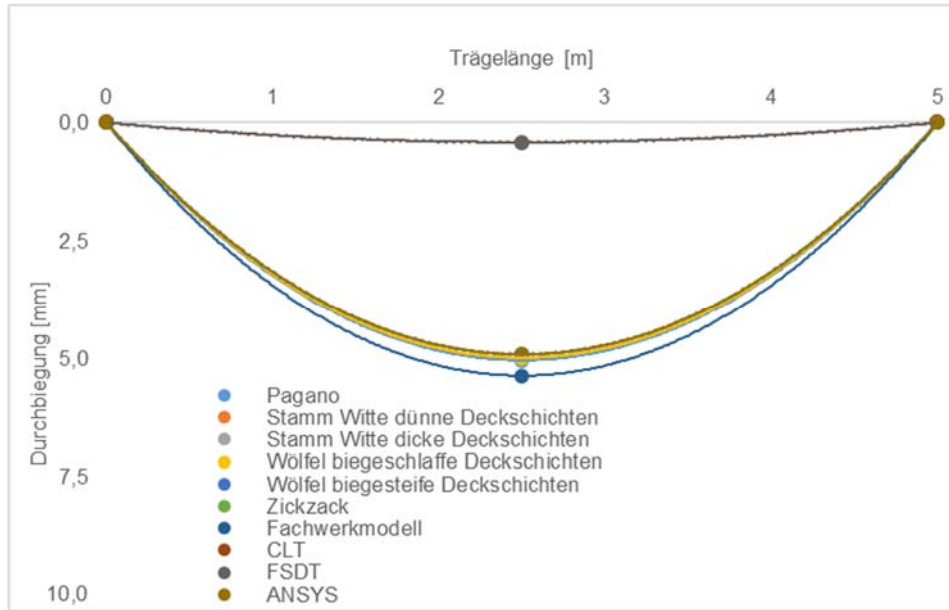


Abbildung 5.47 Biegelinie eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC

Die relativen Abweichungen zur Referenzlösung von Pagano sind in Tabelle 5.7 enthalten.

Tabelle 5.7 Prozentuale Abweichungen der Durchbiegungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungsstelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	Wölfel, schlaff	Wölfel, steif	Zickzack	Fachwerk	CLT	FSDT	FEM
Feldmitte	0 %	1 %	2 %	1 %	3 %	2 %	6 %	92 %	92 %	3 %

Die Abweichungen bei allen Sandwichansätzen und der FEM liegen unter 3 %. Die großen Abweichungen der ELS – Ansätze liegen in den Annahmen des Verschiebungsfeldes begründet.



### Vergleich der Normalspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus mrUHPC

Die nächsten Spalten der obigen Tabelle 5.6 zeigen die Normalspannungen in Feldmitte in den oberen Deckschichten. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Spannungswerte in der Mitte der Deckschichten. Die ELS Ansätze liefern hier ebenfalls sehr brauchbare Ergebnisse. An den Rändern stimmen erwartungsgemäß die Ergebnisse zwischen der „exakten“ Lösung nach Pagano und den Sandwichtheorien mit dicken Deckschichten gut überein. Ebenfalls sehr stimmig passen die Ergebnisse nach der RDT und auch die der Fachwerktheorie. Entsprechend den schichtweisen Ansätzen sowie der Materialaufteilung zwischen Kern und Deckschichten sind in allen Theorien, die aufgrund ihrer schichtenweisen oder verschmierten Ansätze eine Berechnung von Normalspannungen im Kern ermöglichen, diese Normalspannungen dann auch nahezu null. Abbildung 5.48 zeigt die Normalspannungsverteilung des Sandwichbalkens über die gesamte Querschnittshöhe.

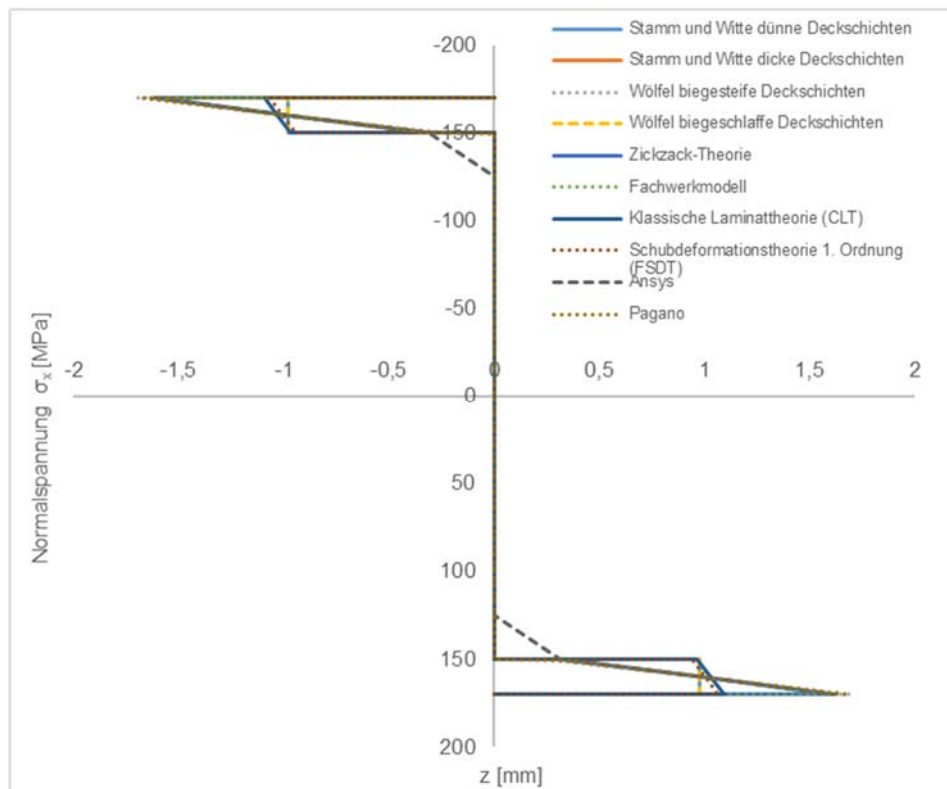


Abbildung 5.48 Normalspannungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC

Um die Unterschiede auch in absoluten Größen besser darzustellen sind in Abbildung 5.49 die Spannungsverteilungen in der oberen Deckschicht nochmals dargestellt.

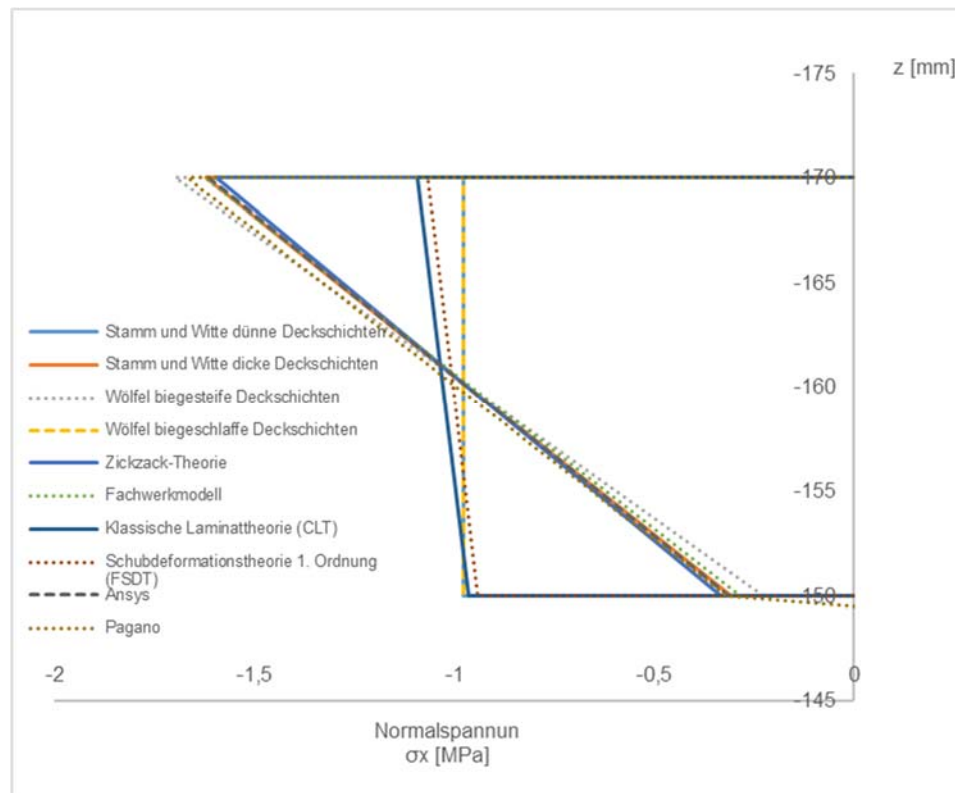


Abbildung 5.49 Normalspannungen der oberen Deckschicht eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC

Es zeigen sich hier viel besser die Unterschiede zwischen den Theorien, die eine Eigenbiegesteifigkeit und damit einer entsprechende lineare Normalspannungsverteilung in der Deckschicht selbst berücksichtigen und denen, die lediglich einen konstanten Membranspannungszustand aufweisen.

Tabelle 5.8 stellt die relativen Abweichungen in Bezug zur Referenzlösung nach Pagano dar.

Tabelle 5.8 Prozentuale Abweichungen der Normalspannungen in den Deckschichten eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- -stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	Wölfel, schlaff	Wölfel, steif	Zickzack	Fachwerk	CLT	FSDT	FEM
Deckschicht oben, außen	0 %	41 %	3 %	41 %	2 %	4 %	3 %	34 %	36 %	3 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	2 %	3 %	2 %	3 %	3 %	4 %	4 %	1 %	3 %
Deckschicht oben, innen	0 %	207 %	4 %	207 %	29 %	4 %	11 %	203%	195 %	2 %
Deckschicht unten, innen	0 %	184 %	11 %	184 %	34 %	4 %	15 %	180 %	173 %	8 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	1 %	3 %	1 %	3 %	3 %	3 %	4 %	2 %	2 %
Deckschicht unten, außen	0 %	41 %	3 %	41 %	2 %	4 %	2 %	34 %	36 %	3 %

Die Abweichungen bei den Sandwichansätzen mit Berücksichtigung der Eigenbiegesteifigkeit der Deckschicht zur Referenzlösung liegen bei maximal 4 %. Bei den Ansätzen mit reinen Membranspannungsverteilung sind diese Unterschiede dabei deutlich über 30 %. Auffallend ist bei allen Theorien ein deutlich größerer Unterschied im Randbereich zwischen Kernschicht und Deckschicht im Vergleich zur Lösung nach Pagano. Der Hauptgrund liegt darin begründet, dass nur in der Lösung nach Pagano exakte Übergangsbedingungen zwischen Kern und Deckschicht formuliert werden, die eingehalten werden müssen. In den anderen Theorien treten hier Unstetigkeiten im Spannungsverlauf auf. Einzig die Zickzack - Theorie zeigt hier ähnlich genaue Ergebnisse.

### Vergleich der Schubspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus mrUHPC

Die letzten Spalten der obigen Tabelle 5.6 zeigen die Schubspannungen am Auflager in den oberen Deckschichten sowie im Kern. Dort sind die Unterschiede in den Ergebnissen mit Ausnahme der ELS - Ansätze klein. In Abbildung 5.50 ist die Schubspannungsverteilung des Sandwichbalkens über die gesamte Querschnittshöhe dargestellt.

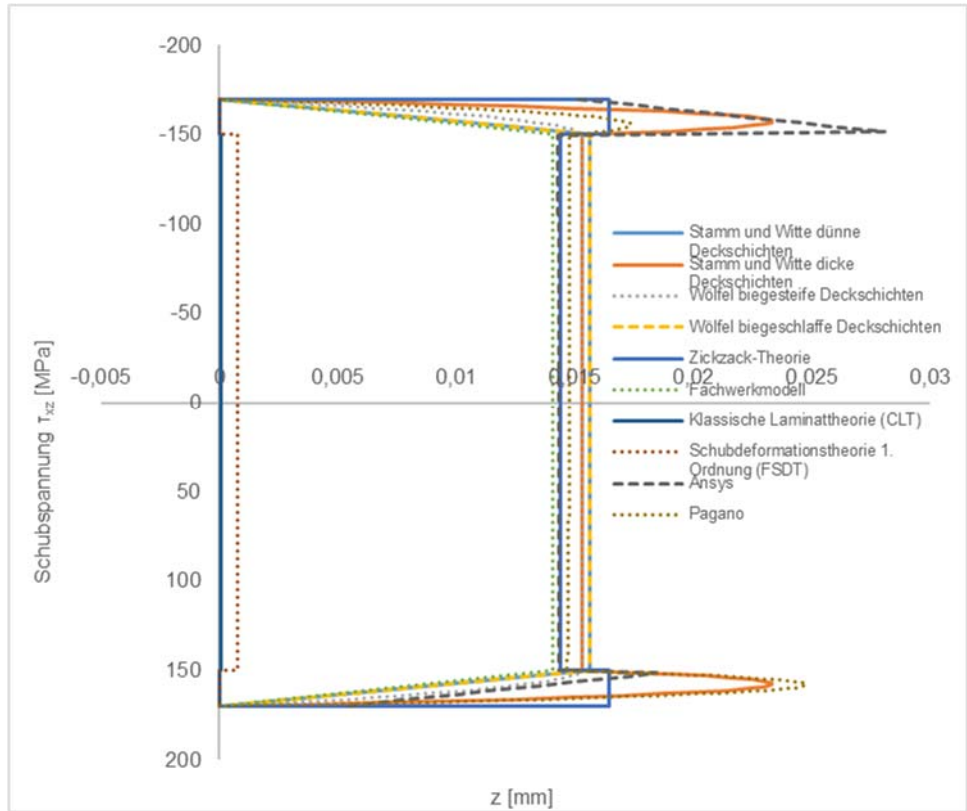


Abbildung 5.50 Schubspannungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC

In der nachfolgenden Tabelle 5.9 stellt die relativen Abweichungen in Bezug zur Referenzlösung nach Pagano dar.

Tabelle 5.9 Prozentuale Abweichungen der Schubspannungen in den Deckschichten sowie im Kern eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungsstelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	Wölfel, schlaff	Wölfel, steif	Zickzack	Fachwerk	CLT	FSDT	FEM
Deckschicht oben, mittig	0 %	50 %	42 %	28 %	50 %	5 %	55 %	100 %	100 %	41 %
Kernschicht, mittig	0 %	6 %	4 %	4 %	6 %	2 %	5 %	100 %	95 %	3 %

Deckschicht unten, mittig	0 %	67 %	7 %	53 %	67 %	31 %	71 %	100 %	100 %	48 %
------------------------------	-----	------	-----	------	------	------	------	-------	-------	------

Die ELS - Ansätze weisen sowohl in den Deckschichten wie auch im Kern Abweichungen von über 94 % auf und unterschätzen damit den Schub im Kern außerordentlich stark. Auch die schichtweisen Sandwichtheorien weisen in den Deckschichtenschwerachsen Abweichungen bis zu 50 % auf, wobei die Werte insgesamt sehr klein sind und bereits Spannungsabweichungen von 0,005 MPa führen zu großen prozentualen Abweichungen. Insgesamt ist das Schubspannungsniveau im Kern aufgrund der geringen Steifigkeit des mineralisierten Schaums sehr gering. Auffällig ist auch hier die gute Übereinstimmung zwischen dem Ansatz nach Pagano und der Zickzack - Theorie.

### 5.5.3 Vergleichsberechnung für einen Sandwichbalken mit Deckschichten aus Papier

Im Fall des Einfeldträgers mit 0,3 cm dicken Deckschichten aus Trayformer - Papier sind die Ergebnisse in Tabelle 5.10 festgehaltenen.

Tabelle 5.10 Zusammenstellung der Ergebnisse für Durchbiegungen und Spannungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier

	Durchbiegung	Normalspannung $\sigma_x$			Schubspannung $\tau_{xz}$	
		Deckschicht, außen	Deckschicht, mitte	Deckschicht, innen	Deckschicht, mitte	Kern, mitte
Einheit	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Stamm & Witte - dünn	20,7 5,1 25,8404	-6,8757	-6,8757	-6,8757	0,0083	0,0165
Stamm & Witte - dick	25,8392	-6,9681	-6,8754	-6,7826	0,0107	0,0165
Wölfel -schlaff	25,8404	-6,8757	-6,8757	-6,8757	0,0083	0,0165
Wölfel -steif	25,8393	-6,9602	-6,8754	-6,7906	0,0166	0,0165
Zickzack	25,2865	-6,7717	-6,9076	-6,6112	0,0036	0,1166
Fachwerkmodell	25,9070	-7,0651	-6,8067	-6,5482	0,0000	0,0157
CLT	19,2997	-7,2598	-7,1886	-7,1174	0,0000	0,0036
FSDT	19,2997	-6,9678	-6,8995	-6,8311	0,0000	0,0000
Pagano	23,6460	-6,9922	-6,9076	-6,8230	0,0082	0,0169

FEM	25,1840	-6,7801	-6,7025	-6,6252	0,0093	0,0160
-----	---------	---------	---------	---------	--------	--------

**Vergleich der Durchbiegungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus Trayformer - Papier**

Aus Tabelle 5.10 können die Durchbiegungen in Feldmitte abgelesen werden. Auch hier haben die Verformungen mit Ausnahme der ELS - Ansätze Werte in einer ähnlichen Größenordnung. Es zeigt, dass bei diesen sehr geringen Deckschichtdicken eine Berechnung mit und ohne der Berücksichtigung von Eigenbiegesteifigkeiten in den Deckschichten keinen Unterschied macht. Abbildung 5.51 zeigt die Biegelinie des Sandwichbalkens.

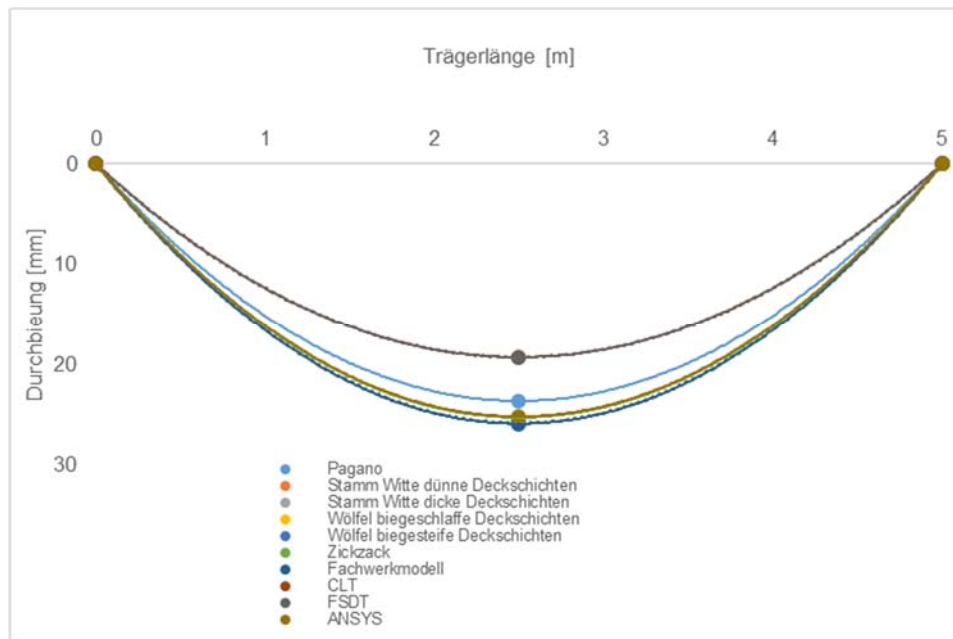


Abbildung 5.51 Biegelinie eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier

Tabelle 5.11 beinhaltet die relativen Abweichungen zur Referenzlösung nach Pagano.

Tabelle 5.11 Prozentuale Abweichungen der Durchbiegungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- -stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	Wölfel, schlaff	Wölfel, steif	Zickzack	Fachwerk	CLT	FSDT	FEM
Feldmitte	0 %	9 %	9 %	9 %	9 %	7 %	10 %	18 %	18 %	6 %

Die Abweichung liegt bei allen Sandwichansätzen bei genau 9,28 % und damit minimal unterhalb der Abweichung des Fachwerkansatzes. Die FEM liefert eine Abweichung von 6 % und liegt damit in etwa in einer Größenordnung mit der RZT.

### Vergleich der Normalspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

Die Normalspannungen in Feldmitte in den oberen Deckschichten sowie für ausgewählte Theorien im Kern finden sich ebenfalls in der obigen Tabelle 5.10. Die Spannungswerte in der Mitte der Deckschichten stimmen nahezu vollständig untereinander überein und liegen sehr dicht an den Ergebnissen nach Pagano. Dies trifft auch für die Ränder nach oben wie zur Kernschicht hin zu und gilt auch für die ELS - Ansätze. Eine Normalspannungsverteilung über den gesamten Sandwichquerschnitt zeigt Abbildung 5.52.

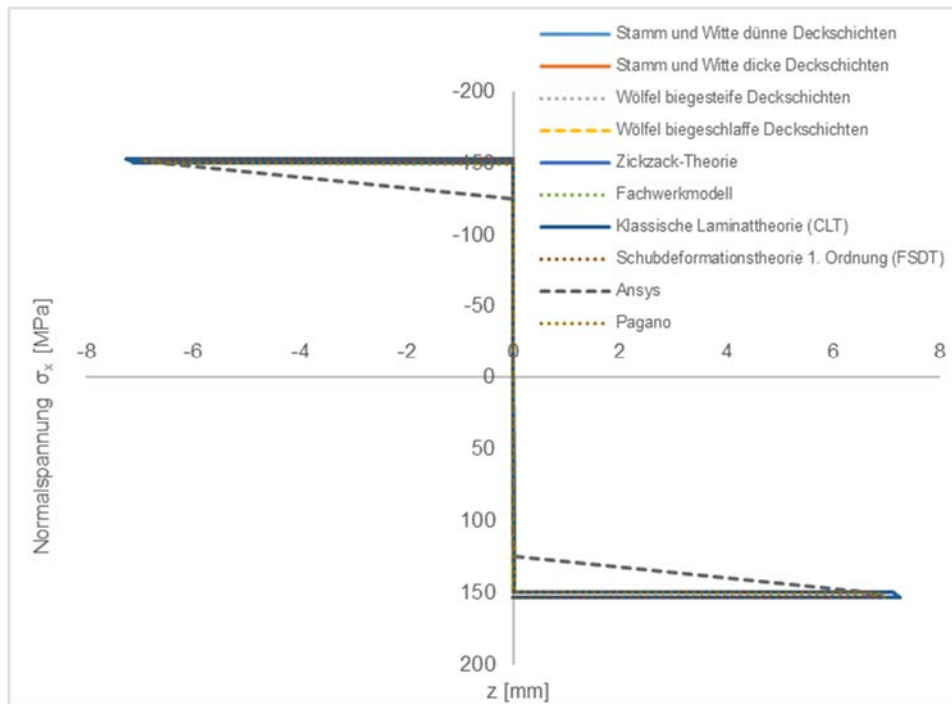


Abbildung 5.52 Normalspannungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier

Auch in diesem Beispiel sind für eine bessere Sichtbarkeit der Unterschiede in Abbildung 5.53 die Spannungsverteilungen in der oberen Deckschicht nochmals hervorgehoben dargestellt.



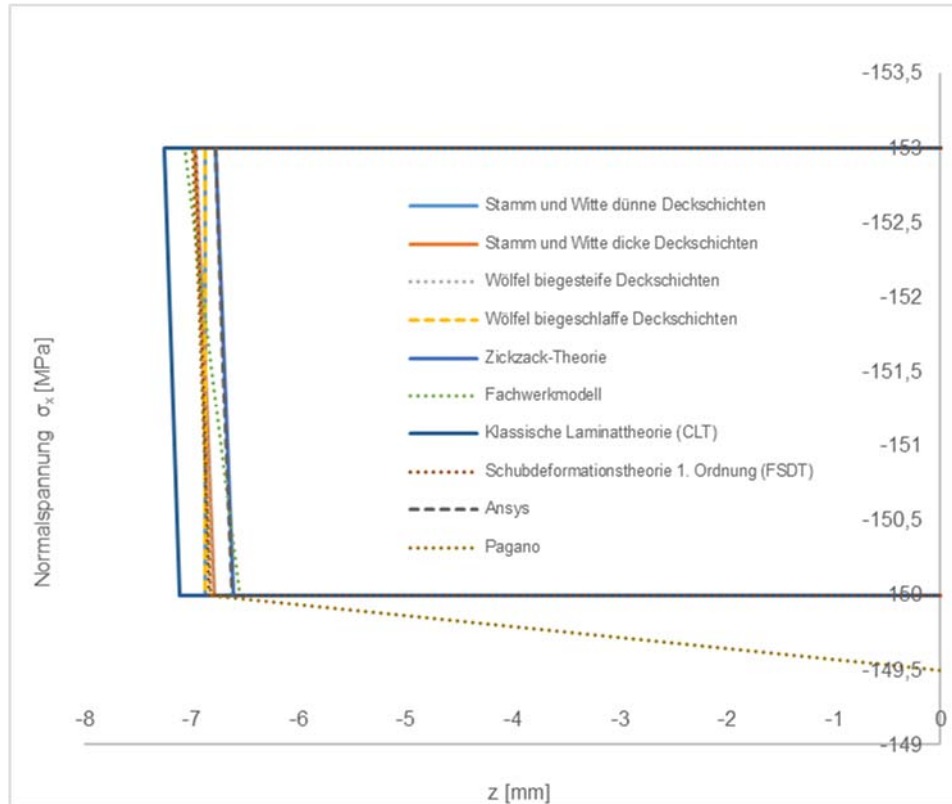


Abbildung 5.53 Normalspannungen der oberen Deckschicht eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier

Man erkennt die sehr gute Übereinstimmung der absoluten Werte auch im graphischen Verlauf. Auffällig ist der sehr ähnliche und im Vergleich zu den anderen Theorien weniger steile bzw. nicht sprunghafte Abfall der Normalspannungen im Übergangsbereich zwischen den Deckschichten und der FEM – Lösung.

In Tabelle 5.12 sind die relativen Abweichungen in Bezug zur Referenzlösung nach Pagano enthalten und bestätigen die sehr gute Übereinstimmung aller Lösungen mit maximalen Abweichungen im Bereich von 3 %, bei den schichtweisen Sandwichlösungen sogar deutlich weniger als 2 %.

Tabelle 5.12 Prozentuale Abweichungen der Normalspannungen in den Deckschichten eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- -stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	Wölffel, schlaff	Wölffel, steif	Zickzack	Fachwerk	CLT	FSDT	FEM
Deckschicht oben, außen	0 %	2 %	0 %	2 %	0 %	3 %	1 %	4 %	0 %	3 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	3 %	1 %	4 %	0 %	3 %
Deckschicht oben, innen	0 %	1 %	1 %	1 %	0 %	3 %	4 %	4 %	0 %	3 %
Deckschicht unten, innen	0 %	1 %	1 %	1 %	1 %	3 %	1 %	4 %	0 %	3 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	3 %	0 %	4 %	0 %	2 %
Deckschicht unten, außen	0 %	1 %	0 %	1 %	0 %	3 %	0 %	4 %	0 %	2 %

### Vergleich der Schubspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

Die Schubspannungsergebnisse am Auflager in den oberen Deckschichten sowie im Kern sind ebenfalls in Tabelle 5.10 zusammengefasst. Die Unterschiede in den Ergebnissen der Kernschicht sind mit Ausnahme der ELS - Ansätze sowie der Zickzack - Theorie klein. Abbildung 5.54 zeigt die Schubspannungsverteilung des Sandwichbalkens über die gesamte Querschnittshöhe.

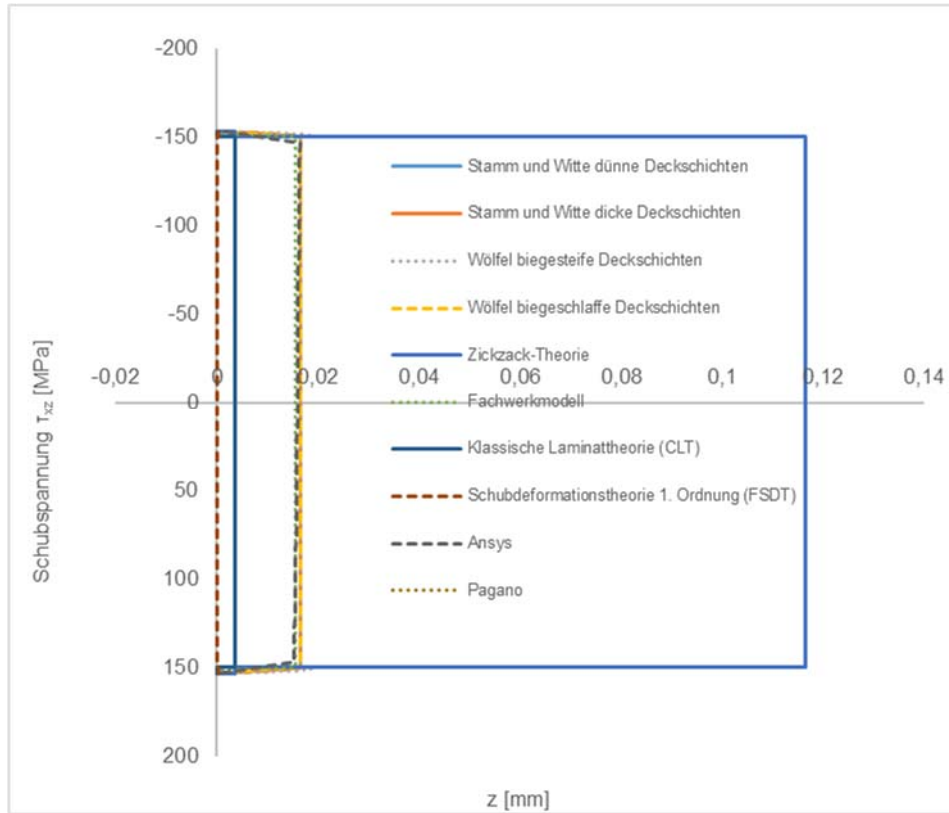


Abbildung 5.54 Schubspannungen eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier

In der nachfolgenden Tabelle 5.13 stellt die relativen Abweichungen in Bezug zur Referenzlösung nach Pagano dar.

Tabelle 5.13 Prozentuale Abweichungen der Schubspannungen in den Deckschichten sowie im Kern eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Papier im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungsstelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	Wölfel, schlaff	Wölfel, steif	Zickzack	Fachwerk	CLT	FSDT	FEM
Deckschicht oben, mittig	0 %	0 %	30 %	101 %	0 %	56 %	100 %	100 %	100 %	13 %
Kernschicht, mittig	0 %	2 %	2 %	2 %	2 %	590 %	7 %	78 %	100 %	5 %

Deckschicht unten, mittig	0 %	1 %	29 %	99 %	1 %	57 %	100 %	100 %	100 %	7 %
------------------------------	-----	-----	------	------	-----	------	-------	-------	-------	-----

Die ELS - Ansätze weisen sowohl in den Deckschichten wie auch im Kern Abweichung von über 78 % auf. Am auffälligsten sind die enormen Abweichungen der Zickzack - Theorie sowohl in den Deckschichten als vor allem im Kern (> 500 %!). Ebenfalls auffällig ist, dass das offensichtliche System mit dünnen Deckschichten sich hier im Vergleich der echten Sandwichtheorien niederschlägt. Unter der Annahme dünner Deckschichten stimmen die Ergebnisse nach Stamm und Witte sowie Wölfel sehr gut mit der Referenzlösung nach Pagano überein, wohingegen die Ansätze mit dicken Deckschichten deutliche Abweichungen innerhalb der Deckschicht aufweisen. Die Modellierungsgenauigkeit der numerischen Berechnung mit *Ansys* im Auflagerbereich macht sich auch deutlich bemerkbar.

#### 5.5.4 Vergleichsberechnungen für Sandwichplatten mit Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton und Trayformer - Papier

Die Ergebnisse der Vergleichsberechnungen von Sandwichplatten liegen ausgewertet für Deckschichten aus mrUHPC sowie Trayformer - Papier vor. In der Vergleichsrechnung wurden die Theorien nach Stamm und Witte, nach Pagano und die beiden Einschichtansätze der CLT und FSDT untersucht.

##### **Vergleich der Ergebnisse einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC**

Die Ergebnisse für die Vergleichsrechnungen der Sandwichplatte mit 2 cm dicken Deckschichten aus mikrobewehrtem, ultrahochfestem Beton sind in Tabelle 5.14 dargestellt.

Tabelle 5.14 Zusammenstellung der Ergebnisse für Durchbiegungen und Spannungen einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

	Durchbiegung	Normalspannung $\sigma_x$			Schubspannung $\tau_{xz}$	
		Deckschicht, außen	Deckschicht, mitte	Deckschicht, innen	Deckschicht, mitte	Kern, mitte
Einheit	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Stamm & Witte - dünn	0,3105	-0,0310	-0,0310	-0,0310	0,0017	0,0033
Stamm & Witte - dick	0,2550	-0,2806	-0,0257	-0,2291	0,0152	0,0021
CLT	0,0028	-0,0452	-0,0425	-0,0398	0,0000	0,0000
FSDT	0,0028	-0,0329	-0,0310	-0,0290	0,0000	0,0000
Pagano	0,2522	-0,2902	-0,0265	-0,2373	0,0088	0,0021
FEM	0,2450	-0,2877	-0,0375	-0,2128	0,01631	0,0021

	Durchbiegung	Normalspannung $\sigma_y$			Schubspannung $\tau_{yz}$	
		Deckschicht, außen	Deckschicht, mitte	Deckschicht, innen	Deckschicht, mitte	Kern, mitte
Einheit	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Stamm & Witte - dünn	0,3105	-0,0480	-0,0480	-0,0480	0,0019	0,0037
Stamm & Witte - dick	0,2550	-0,4620	-0,0392	0,3835	0,0129	0,0025
CLT	0,0028	-0,0711	-0,0669	-0,0627	0,0000	0,0000
FSDT	0,0028	-0,0510	-0,0480	-0,0450	0,0000	0,0000
Pagano	0,2522	-0,4776	-0,0404	0,3967	0,0092	0,0025
FEM	0,2450	-0,4630	-0,0459	0,3720	0,0161	0,0025

Hinsichtlich der Durchbiegungen weisen die Ergebnisse nach Stamm und Witte mit dicken Deckschichten und die FE - Berechnung gute Übereinstimmungen mit der Lösung nach Pagano auf. Die Abweichungen liegen bei maximal 2,87 %. Deutlich sind die enormen Abweichungen bei den Einschichtansätzen, aber auch bei der Theorie dünner Decksichten nach Stamm und Witte zu erkennen.

Bei den Normalspannungen in der oberen Deckschicht bestätigt sich dieser Eindruck, wobei die Abweichungen der Ergebnisse der Berechnung mit dünnen Deckschichten nochmals deutlich größer ist (über 89 %). Auffällig ist auch die starke Abweichung in der Elementmittelebene der Deckschichten der FEM im Vergleich zu Pagano und Stamm und Witte mit dicken Deckschichten, zumal die Spannungswerte an den Rändern wiederum mit Abweichungen im Größenbereich von 10 % deutlich besser passen. Die Normalspannungen im Kern sind erwartungsgemäß praktisch nicht vorhanden. Die Ergebnisse in die beiden Richtungen unterscheiden sich auch relativ gesehen nicht voneinander.

Im Bereich der Schubspannungen stimmen im Kern die Ergebnisse auch sehr gut überein bei Stamm und Witte mit dicken Deckschichten im Vergleich zur numerischen Lösung in *Ansys* und zu Pagano. In den Deckschichten hingegen sind die Abweichungen wie auch bei den Balkenlösungen sehr groß.

Eine Zusammenstellung aller Spannungs- und Biegelinienverläufe sowie die Tabellen mit den prozentualen Abweichungen der betrachteten Theorien zur Referenzlösung nach Pagano findet sich im Anhang A.6.1.

### Vergleich der Ergebnisse einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Trayformer - Papier.

Tabelle 5.15 zeigt übersichtlich die Ergebnisse für die Vergleichsrechnungen der Sandwichplatte mit 0,3 cm dicken Deckschichten aus Trayformer - Papier.

Tabelle 5.15 Zusammenstellung der Ergebnisse für Durchbiegungen und Spannungen einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

	Durchbiegung	Normalspannung $\sigma_x$			Schubspannung $\tau_{xz}$	
		Deckschicht, außen	Deckschicht, mitte	Deckschicht, innen	Deckschicht, mitte	Kern, mitte
Einheit	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Stamm & Witte - dünn	0,4697	-0,2072	-0,2072	-0,2072	0,0018	0,0035
Stamm & Witte - dick	0,4697	-0,2131	-0,2072	-0,2013	0,0021	0,0035
CLT	0,1914	-0,2979	-0,2950	-0,2921	0,0000	0,0038
FSDT	0,1914	-0,2253	-0,2231	-0,2209	0,0000	0,0000
Pagano	0,4619	-0,2080	-0,2020	-0,1961	0,00160	0,0034
FEM	0,5014	-0,2738	-0,2674	-0,2610	0,0013	0,0036

	Durchbiegung	Normalspannung $\sigma_y$			Schubspannung $\tau_{yz}$	
		Deckschicht, außen	Deckschicht, mitte	Deckschicht, innen	Deckschicht, mitte	Kern, mitte
Einheit	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Stamm & Witte - dünn	0,4697	-0,3325	-0,3325	-0,3325	0,0020	0,0039
Stamm & Witte - dick	0,4697	-0,3427	-0,3324	-0,3222	0,0020	0,0039
CLT	0,1914	-0,4859	-0,4811	-0,4763	0,0000	0,0048
FSDT	0,1914	-0,3534	-0,3499	-0,3465	0,0000	0,0000
Pagano	0,4619	-0,3349	-0,3247	-0,3145	0,0018	0,0039
FEM	0,5014	-0,4630	-0,0459	0,3720	-0,0052	0,0043

Die Durchbiegungen liegen bei beiden Ansätzen nach Stamm und Witte dicht an der Referenzlösung, die FEM hat Abweichungen von 8,5 %, die ELS - Ansätze von knapp 60 %.

Spannungsseitig stimmen die Sandwichansätze sehr gut mit Pagano überein, sowohl am Deckschichtrand als auch in der Deckschichtschwerebene. Auffallend sind die großen Abweichungen der FEM Rechnung von maximal 33 % in beide Richtungen.

Deutlich besser stimmen die Ergebnisse wiederum bei den Schubspannungen mit den Ergebnissen nach Pagano überein. Im Kern liegen hier maximale Abweichungen von 6 % vor. Diese Größenordnungen finden sich mit Ausnahme der FSDT auch bei den anderen Lösungen.

Im Anhang A.6.2 sind auch für die Sandwichplatte mit Papierdeckschichten aller Spannungs- und Biegelinienverläufe sowie die Tabellen mit den prozentualen Abweichungen der betrachteten Theorien zusammengestellt.

## 5.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden verschiedene theoretische Berechnungsansätze für Sandwichstrukturen vorgestellt. Dabei lassen sich die Theorien für die Berechnung von Laminataufbauten in zwei große Kategorien einteilen. Die sind einerseits die Einschichtansätze (ESL), bei denen der gesamte Schichtaufbau auf eine Einzelschicht mit

gemittelten Materialparameter heruntergebrochen wird. Auf der anderen Seite stehen die lagenweisen Ansätze, bei denen die Verschiebungsfelder schichtenweise berücksichtigt werden.

Im Falle der Einschichtansätze werden die klassische Laminattheorie (CLT) ohne Berücksichtigung von Schubdeformationen sowie die Schubdeformationstheorie erster Ordnung (FSDT) vorgestellt.

Aus der zweiten Kategorie werden die klassischen Sandwichtheorien nach Stamm und Witte sowie nach Wölfel aufbereitet. In beiden Fällen werden dreischichtige Querschnitte mit dehnsteifen und teilweise biegesteifen Deckschichten sowie einem schubweichen Kern festgesetzt. Ein aus dem Stahlbau kommender normativer Berechnungsansatz fußt im Wesentlichen auf der Theorie nach Wölfel. Auch aus dieser Kategorie, aber vom Rechenansatz her ganz anders aufgebaut ist das Fachwerkmodell Misiek und Naujocks, bei dem zunächst Materialparameter als Eingangswerte zu ermitteln sind. Anschließend werden diese Parameter für die Diagonalen und die Ober- und Untergurte in einem klassischen Rautenfachwerk eingegeben und mittels umgerechneter Knotenlasten berechnet. Die Durchbiegung wird direkt aus dem Stabwerkmodell ermittelt und die Schnittgrößen kommen als Eingangswerte wieder in die Sandwichberechnung zurück und führen dazu, dass entsprechende Spannungen im Kern und den Deckschichten ermittelt werden können.

Allgemeiner gefasst ist die sogenannte Zickzack - Theorie, die ihren Namen aus der schichtweisen Ansatzfunktion für die Schubdeformation innerhalb der verschiedenen Schichten erhalten hat. Konkret wird hier die erweiterte Zickzack - Theorie nach Tessler vorgestellt.

Deutlich aufwendiger mit zunehmender Anzahl an Schichten ist die sogenannte „exakte“ Lösung nach Pagano für Plattentragwerke. Dabei werden alle Rand- und Übergangsbedingungen für die Spannungs- und Verzerrungsberechnung erfüllt und wird daher oftmals als Referenzlösung für bestimmte Anwendungsfälle verwendet.

Diese Theorien werden innerhalb einer GUI im Programm *Matlab* programmiert und als kleine Anwendertools für die Berechnung von Sandwichbalken und -platten zur Verfügung gestellt.

In einem ersten Anwendungsfall werden Versuche an kleinen Sandwichbalken aus Hartschaum und Papier in den Deckschichten durchgeführt und anschließend für den linear – elastischen Bereich mittels der verschiedenen Theorien nachgerechnet. Es zeigt sich, dass die Programme durchaus in der Lage sind, diesen Bereich ohne lokale (Schädigungs-) Ereignisse gut abzubilden.

Abschließend werden auf rein theoretischem Weg die verschiedenen Ansätze im Rahmen von je zwei Referenzberechnungen miteinander verglichen. Die Referenznorm stellen dabei die Berechnungsergebnisse der sogenannten „exakten“ Lösung nach Pagano vor. Als Systeme werden ein 5,0 m langer Einfeldträger und eine 1,5 m mal 2,0 m große vierseitig - naviergelagerte Platte mit mineralisiertem Schaum und zwei unterschiedliche



Deckschichtmaterialien, einmal mikrobewehrter ultrahochfester Beton und einmal Trayformer - Papier. Es zeigt sich, dass die schichtweisen Ansätze insgesamt immer einigermaßen passende Ergebnisse in Bezug zu Pagano und der FE - Berechnung in *Ansys19.2* ergeben. Bei den ESL - Ansätzen entstehen hingegen aufgrund der vereinfachten Berücksichtigung von Schubdeformationsansätzen in der Regel Ergebnisse mit hohen prozentualen Abweichungen. Insgesamt zeigen sich für die beiden Ansätze mit einigermaßen dicken Deckschichten im Falle des Betons sowie absolut dünnen Deckschichten im Falle des Papiers, dass die Theorie nach Stamm und Witte für einen derartig schubweichen Kern, wie es der mineralisierte Schaum darstellt, sich am besten eignet für das weitere Berechnungsspezifische Vorgehen.



# 6 Mineralisierter Schaum in der baupraktischen Anwendung

## 6.1 Allgemeines

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln die Materialparameterermittlung für mineralisierten, zementgebundenen Schaum als Kernwerkstoff eines Sandwichelementes sowie die verschiedenen analytischen Berechnungsmethoden vorgestellt und mittels *Matlab* anwendbar gemacht wurden, werden im vorliegenden Kapitel konkrete Überlegungen und Untersuchungen zur Herstellung von Sandwichelementen aus mineralisiertem Schaum durchgeführt.

Dabei liegt stets der Fokus auf der praktischen Umsetzbarkeit, weshalb in einem ersten Schritt auch Überlegungen zur sinnvollen Anwendung derartiger Elemente angestellt werden. Die Frage, wie ein Sandwichelement in der Baupraxis aussieht, welche Spannweite an Geometrien es gibt und welche Funktionen Sandwichelemente aktuell erfüllen, steht hierbei im Vordergrund (Kapitel 6.2). Dazu gehören auch Fragestellungen zur Verbundwirkung zwischen den Elementschichten und zur Formänderung infolge des Schwindens.

Neben diesen eher weichen Faktoren für Sandwichelemente werden in Kapitel 6.3 technische und baurechtliche Anforderungen an Gebäudehüllbauteile und damit auch an dort anzuwendende Sandwichelemente definiert. Diese reichen von wärmedämmtechnischen Anforderungen über brandschutzrechtliche bis hin zu statisch konstruktiven Randbedingungen. Es werden für die weiteren Betrachtungen repräsentative Anforderungen zusammengetragen, die im weiteren Verlauf überprüft werden.

Hierzu erfolgen Nachweise des winterlichen Wärmeschutzes (Kapitel 6.4.1) und der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit. Letzteres teils versuchsbasiert (Kapitel 6.4.2) und teilweise im Rahmen von Vordimensionierungen auf rein analytischem Weg (Kapitel 6.4.3).

Sandwichelemente weisen zur Ausnutzung ihrer statisch - konstruktiven Möglichkeiten oftmals große Spannweiten auf. Daher wird auch die Umsetzung eines Großdemonstrators vorgestellt und die Herausforderungen und letzten Endes auch die derzeit technischen Grenzen einer Umsetzung, zumindest in der Werkstoffkombination von zementösem Schaum und Papierwerkstoffen, aufgezeigt (Kapitel 6.4.4).

Die wesentlichen Inhalte dieses Kapitels wurden vom Autor im Forschungsprojekt *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* erarbeitet und sind im Abschlussbericht, den der Autor in den hier wesentlichen Teilen verfasst hat, aufgeführt (SCHABEL et al., 2020).

## 6.2 Analyse von Hüllbauteilen

### 6.2.1 Bauliche Anwendungsmöglichkeiten neuartiger Sandwichelemente

Bestimmte Bauweisen sind in Deutschland etabliert und umfanglich normativ beschrieben. Trotz dieser breiten Basis an Wissen und Erfahrung, gibt es doch immer wieder Anwendungsfälle, bei denen neuartige, innovative und nicht geregelte Baustoffe, Bauelemente und Bauweisen von Vorteil sein können. Ein Beispiel dafür ist in jüngster Vergangenheit an der *TU - Darmstadt* die *Modellfabrik ETA*, für deren Bau gleich mehrere neuartige Baustoffe und Bauverfahren zum Einsatz kamen. Neben dem hier im Vordergrund stehenden Forschungsinteresse können auch rein praktische Gründe für die Verwendung nicht normativ geregelter oder bauaufsichtlich zugelassener Baustoffe und Bauelemente sprechen. So können beispielsweise bestimmte Standardmethoden entwurfsbedingt nicht anwendbar sein, oder es wird situationsbedingt von bestimmten gesetzlichen Regelungen abgewichen. So wurden am 28.10.2015 bestimmte Vorgaben aus der damals geltenden EnEV für Flüchtlingsunterkünfte befristet bis zum 31.12.2018 entschärft, um somit schneller umbauten Raum für die asylsuchenden Menschen bereitstellen zu können. Die häufigsten Gründe für allgemein bauaufsichtlich nicht geregeltes Bauen sind jedoch Innovationen, die wirtschaftliche, funktionale oder ästhetische Vorteile bieten. Dies führt zu einer naturgemäßen Ungleichzeitigkeit zwischen Normung und dem Stand der Technik. Innovative Bereiche wie die Fassadentechnik sind hier stärker betroffen. Eine Lösung, um neuartige Bauweisen umsetzen zu können, ist die Beantragung einer ZiE. Dadurch besteht, trotz des in Deutschland sehr stark reglementierten Bauwesens, eine reale Möglichkeit, um Sandwichbauteile aus normativ nicht geregelten Deckschichtwerkstoffen und zementösen Schaum anwenden zu können.

Die im Zuge der Wärme- und Stromwende erforderlichen Maßnahmen im Gebäudesektor verbunden mit einem stärkeren Fokus hin zu einem kreislaufgerechten Baugeschehen erfordern auch Fassadenbauteile unter diesen Gesichtspunkten zu betrachten und gegebenenfalls neu zu denken. Die Dämmung der Gebäudehülle wird dabei weiterhin eine zentrale Stellung besitzen, jedoch auch die Fragen, ob Fassadenelemente einen stärkeren energetischen Austausch mit der Umwelt durchführen

können und wie derartige Konstruktionen nach dem Ende ihrer ersten Nutzungsperiode einer oder mehreren weiteren Nutzungsphasen zugeführt werden können.

Sandwichelemente bieten hierfür bereits einige gute Voraussetzungen wie die Dämmwirkung, den luftdichten Raumabschluss sowie das Abtragen von außen einwirkender Lasten aus Schnee, Wind und Temperatur. Darüber hinaus können die Elemente weiter funktionalisiert werden, indem bspw. in die Deckschichten wasserführende, kapillarähnliche Leitungen integriert werden, die über die großen Oberflächen der Deckschichten eine thermische Interaktion mit und zwischen dem Gebäude und der Umwelt ermöglichen. Hierzu sind Deckschichten erforderlich, die massiv genug sind, um diese Sparten aufnehmen zu können und gleichzeitig schlank genug, um die bauteilintegrierten Massen und damit unsere Ressourcen nicht zu stark anwachsen zu lassen. Unter dem Gesichtspunkt einer ganzheitlichen Lebenszyklusbetrachtung muss daher geprüft werden, inwiefern andere Sandwichwerkstoffe wie beispielsweise mikrobewehrter ultrahochfester Beton in den Deckschichten mit ihren stärkeren Elementdicken diesen erhöhten Massenverbrauch und im Falle zementöser Werkstoffe auch oftmals höheren Umweltauswirkungen aus der Produktion gegenüber beispielsweise klassischen Sandwichelementen aus Metall und PUR durch eine erhöhte Funktionalisierung und gegebenenfalls bessere Wiederverwertung oder gar -verwendung kompensieren oder sogar aufwiegen können. Sandwichelemente aus rein zementösen Werkstoffen können im Falle des Rückbaus deutlich einfacher sortenrein getrennt und einer Zweitverwertung zugeführt werden, als synthetisch verklebte Werkstoffe unterschiedlicher Materialgruppen. Weiterhin sind derartige Bauteile aus Beton auch absolut nichtbrennbar und daher im Bereich der Fassaden- und Dachdämmung ohne weitere Maßnahmen zum baulichen Brandschutz anwendbar. Die Effekte der thermischen Aktivierung von Elementen in der Gebäudehülle sind bereits erwähnt und zeigen eindrucksvoll, was aus energetischer Sicht im Hinblick auf Energieeffizienzsteigerungen mit massiven Elementen aus zementgebundenen Werkstoffen machbar ist.

Ein anderer interessanter Ansatz ist die Kombination von funktionalisiertem (recycelten) Papier mit dem nichtbrennbaren und feuerbeständigen mineralisierten Schaum. Papier bietet gegenüber dem reinen Holz einen entscheidenden Vorteil: durch den faserartigen Aufbau einer natürlichen Breimasse durch bereits seit Jahrhunderten etablierten industriellen Verfahren gibt es die Möglichkeit, einerseits die Fasern derartig zu funktionalisieren, dass bestimmte Zieleigenschaften umgesetzt werden können bzw. andere, für das Bauen erstmal nachteilige Eigenschaften wie die Brennbarkeit und die große Feuchteempfindlichkeit zu überwinden. Diese Prozesse können im Vergleich zu vielen anderen Verfahrensprozessen als relativ energiesparsam eingestuft werden (vgl. SCHABEL et al., 2020). Im Vergleich zu den Sandwichelementen aus Stahl und Beton haben wabenähnliche Papierstrukturen, so lange die eingeschlossenen Räume innerhalb der Waben klein bleiben, sehr gute Wärmedämmeigenschaften aufgrund der geringen

Wärmeleitfähigkeit ( $\lambda = 0,043$  bis  $0,090 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  nach SCHABEL et al., 2020). In Verbindung mit einer hohen spezifischen Zugfestigkeit sowie der Möglichkeit durch geometrische Ausgestaltung die deutlich geringere Druckfestigkeit zu kompensieren, bieten sich mit Papierwerkstoffen in den Deckschichten von Sandwichelementen eine interessante Anwendungsform.

### 6.2.2 Erläuterungen zum Verbund zwischen Kern- und Deckschichten

Die Frage nach der Verbindung von Deckschichten und Kernschicht ist eine wesentliche Herausforderung bei der Betrachtung von Sandwichelementen. Im Hinblick auf die im Bauwesen dringend erforderlichen Recyclingprozesse ist es notwendig, dass diese Verbindungen als sortenreine Trennung wieder gelöst werden können. Aus mechanischer Sicht sorgt die Verbindung mittels longitudinaler Schubspannungen zwischen Kern und Decksicht für eine Kopplung des bei Biegung auftretenden Kräftepaars in den Deckschichten und damit auch für die Größe der Zug und Druckspannungen in den Deckschichten sowie für die Größe der vertikalen Bauteilverformungen (vgl. Kapitel 2.4.2). Nach STAMM & WITTE, 1974 soll die Verbundfestigkeit zwischen Kern und Decksicht nicht geringer sein, als die Zug- und Schubfestigkeit des Kernmaterials, um ein definiertes Materialversagen ohne Grenzflächeneffekte zu bekommen. Konstruktiv lässt sich der Verbund zwischen den Schichten durch reine Adhäsion, gegebenenfalls durch geometrische Oberflächenprofilierung unterstützt, durch Verklebung der Schichten oder durch mechanische Verbindungsmittel wie Schrauben, Nägel, Dübel, Anker- oder Gittersysteme realisieren.

Sandwichelemente mit Metalldeckschichten erzielen ihren Verbund ausschließlich aus der adhäsiven Anbindung des frischen Polyurethan Hartschaumes an den Stahlblechen der Deckschichten. Sandwichelemente des Massivbaus erhalten ihren Verbund zwischen den (tragenden) Deckschichten und der dazwischen liegenden Dämmschicht über punkt- oder linienförmige Verbundmittel wie Gitter oder Anker. Im Falle von dünnen Betondeckschichten wurden im Rahmen von Forschungsarbeiten alle drei oben erwähnten Möglichkeiten der Verbundfugenausgestaltung untersucht. In der Arbeit von HORSTMANN, 2010 wurde die Verbindung von textilbewehrtem Feinbeton und EPS, XPS und PUR – Hartschaum sowohl mittels punktförmiger Verbindungsmittel (Thermomass – Anker) und linienförmiger Verbindungsmittel (schräge Schubgitter aus Carbonfasergewebe), als auch ohne Verbindungsmittel rein über die Adhäsion untersucht. Es zeigte sich, dass die Anwendung linienförmiger Verbindungsmittel eine deutliche Steigerung der Tragfähigkeit und Duktilität gegenüber einem Verbund ohne Verbindungsmittel mit sich bringt. Dennoch konnte auch bei einer reinen Kontaktverbindung von Deckschicht und oberflächenprofilierter Kernschicht die volle

Tragfähigkeit des Kernschichtmaterials auf Schub ausgenutzt werden. Das Versagen trat nicht in der Verbundfuge ein. Die punktförmig angeordneten Thermomass – Anker brachten hingegen keine nennenswerte Erhöhung der Tragfähigkeit gegenüber der Adhäsionsverbindung mit sich. Im Hinblick auf eine dauerhafte Verbundtragwirkung sowie unter Berücksichtigung der Verformungen in Folge hygrothermischer Beanspruchungen empfiehlt HORSTMANN, 2010 jedoch derartige Sandwichelemente stets mit Verbindungsmitteln auszuführen. Auch im Hinblick auf das Schwinden zementösegebundener Bauteile innerhalb eines Sandwichelementes erscheint diese Empfehlung als angemessen. In HAEUSSLER, 1984 werden Verwölbungen der einzelnen Elementschichten als Folge unterschiedlichen Schwindverhaltens beschrieben. Diesem Vorschlag entgegnet wird in MUELLER, 2015 untersucht, inwiefern selbsttragende Sandwichelemente mit Deckschichten aus verschiedenen Hochleistungsbetonen (mrUHPC, Carbonbeton und Glasfaserbewehrter Beton) und einem Kern aus XPS ohne mechanische Verbindungsmittel auch unter Langzeitbelastungen ausgeführt werden können. Der Schubverbund wurde in Anlehnung an eine Untersuchungsreihe in HORSTMANN, 2010 vollständig über Adhäsion zwischen den Materialien hergestellt. Es konnte gezeigt werden, dass bei entsprechend sorgfältiger Herstellung der Elemente insbesondere im Kontaktbereich von Beton und XPS Schubfestigkeiten in der Verbundfuge erzielt werden, die nicht unter der Schubfestigkeit des Kernmaterials liegen. Ermüdungsversuche mit zyklischer, positiver und negativer Momentenbeanspruchung zeigten, dass daraus abgeleitete Lastkollektive nach DIN EN 14509: 2013 – 12 Selbsttragende Sandwich – Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte - Spezifikationen (DIN EN 14509, 2013) kein vorzeitiges Versagen begünstigen. Andere Untersuchungen von Sandwichelementen mit dünnen Deckschichten aus Textilbeton stellen den Verbund zum synthetischen Kernwerkstoff über Epoxidharzkleber her und unterstellen damit einen vollständigen Verbund zwischen den Schichten (vgl. MUELLER, 2015).

Für die weiteren Überlegungen in dieser Arbeit wird ein vollständiger Verbund zwischen den Deckschichten und der Kernschicht angenommen.

Die gewonnenen Erkenntnisse aus MUELLER, 2015 lassen die Annahme zu, dass auch Bauteile aus mineralisiertem Schaum und mrUHPC rein über Adhäsion einen ausreichenden Schubverbund oberhalb der Schub- und Zugfestigkeit des mineralisierten Schaumes (vgl. Kapitel 3.5 und Kapitel 3.6) hergestellt werden können. Herstellungstechnisch muss eine ausreichende Entlüftung des Deckschichtbetons sichergestellt werden, damit der Verbund nicht durch aufsteigende Luftblasen vermindert wird. Gleichzeitig müssen die Verarbeitungszeiten von UHPC beachtet werden, da diese je nach Zusammensetzung schnell abzubinden beginnen und sich an der Oberfläche eine steifere Schicht bildet, die umgangssprachlich auch „Elefantenhaut“ genannt wird. Diese Schicht verhindert das Ausfüllen der oberflächennahen, offenzelligen Poren des mineralisierten Schaums und damit eine gute Verbundausbildung. Diese Annahmen

müssen jedoch im Rahmen von weiterführenden Arbeiten beispielsweise durch Scherversuche an Proben mit und ohne Deckschichten aus mrUHPC sowie an Großbauteilen untersucht und bestätigt werden. Gegebenenfalls kann auch auf eine Lösung mit Edelstahlnadeln zurückgegriffen werden. Diese Vernadelung des lastabtragenden Untergrundes aus Stahlbeton mit dem Zementschaum mittels dünner, 2 mm starker U – Drähte aus Edelstahl wurde im Zuge der Entwicklung des innovativen thermisch aktivierten Gebäudehüllelementes aus mrUHPC und mineralisiertem Schaum für die praktische Umsetzbarkeit an der *ETA – Fabrik* entsprechend Abbildung 6.1 erprobt.



Abbildung 6.1 Aufbringen des mineralisierten Schaumes auf Pi - Platten Elemente aus Stahlbeton im Zuge der Fertigung für die *ETA - Fabrik*

Im Falle der Papier - Schaum - Sandwichelemente gibt es im Hinblick auf die Fügetechniken zwischen diesen beiden Werkstoffen kein wesentliches Grundlagenwissen. Im Rahmen des Forschungsprojektes *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* wurden hierzu erste Erfahrungen gesammelt. Die große Herausforderung im Hinblick auf die Grenzflächenhaftung zwischen zementösen Werkstoffen und Papierwerkstoffen ist die Alkaliunbeständigkeit von Papier in Kombination mit der wünschenswerten Möglichkeit einer späteren sortenreinen Trennung zwischen den einzelnen Schichten. Durch den hohen Alkaligehalt von Zementstein liegt



der pH – Wert zementöser Werkstoffe in einem Bereich zwischen 12,8 und 14. Die wenigen bereits publizierten Möglichkeiten, eine Haftung zu erzielen, beziehen sich allesamt auf die Materialkombination von beschichteten Papieren mit Feinbetonen. Als Haftvermittler dienen dabei ausnahmslos polymere Bindemittel, die im Hinblick auf eine sortenreine Trennung von Schichten problematisch sind. Daher wurden von Forschungspartnern aus dem Bereich der Papierindustrie in Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe *Makromolekulare Chemie & Papierchemie (MAP)* der *TU – Darmstadt* Untersuchungen zur Modifikation von Papieren angestellt, um einen geeigneten und mineralischen Haftverbund zwischen mineralisiertem Schaum und Papier erzielen zu können. Dies gelang nur auf indirektem Weg, wobei hier auf Erfahrungen mit Papier aus dem Bauwesen zurückgegriffen wurde. Hydrophobiertes Papier wird seit vielen Jahren erfolgreich an Gipskartonplatten angewandt. Da diese Papiere eine zu geringe Steifigkeit und Festigkeit aufweisen, werden weitere Lagen von Papierwerkstoffen benötigt, um eine Deckschichtenanwendung zu ermöglichen (vgl. Kapitel 6.4). Weiterhin funktioniert die Anbindung optimal an Gips, jedoch nicht an Zement, sodass als Haftbrücke zwischen dem Kontaktpapier der Deckschicht und der hochporösen Oberfläche des Schaums Gips - Putz verwendet wird. Der Gips - Putz schließt einerseits die fragil poröse Oberfläche und vergrößert die Kontaktfläche und ist andererseits für die Haftverbindung zum Papier ideal. Haftzugversuche an fünf Probekörpern mit einer Grundfläche von 10 cm x 10 cm zeigen, dass das Versagen in allen Fällen im ungestörten Bereich des mineralisierten Schaums auftritt und die Verbundfuge eine Grenzflächenhaftung oberhalb der Festigkeiten des mineralisierten Schaumes aufweist (vgl. SCHABEL et al., 2020).

### 6.2.3 Geometrie typischer Sandwichplattenelemente

Für eine sinnvolle geometrische Bauteilbildung müssen zunächst Zulassungen und Produktinformationen bestehender Sandwichfassaden- und Dachelemente sowie opaker, gedämmter Einselemente von Pfosten - Riegel - Fassaden untersucht und verglichen werden. Dabei zeigt sich, dass die Sandwichelemente in Dach- und Wandbereich, bedingt durch die Konstruktion der primären Tragstruktur, überwiegend längliche Bauteile sind, die in statischer Hinsicht, aufgrund eines Längen- zu Breiten Verhältnisses von  $> 4 : 1$ , als Balken tragen. Diese weisen in der Regel Mindestlängen von 5 m und eine Breite von 1 m auf. Einselemente von Pfosten - Riegel - Fassaden sind in der Regel eher gedungen bis quadratisch und richten sich im Regelfall an einem entwurfsseitig vorgegebenen Fassadenraster aus, das wiederum oftmals auf Raumgrößen, Glasabmessungen und normativen Vorgaben, beispielsweise hinsichtlich der Brüstungshöhe, basiert.

Daraus ergibt sich für die weitere Untersuchung zwei wesentliche Systeme:

- Sandwichbalken mit einer Breite von 1 m und einer Länge von 5 m entsprechend

- Sandwichplatten mit einer Breite von 1,5 m und einer Länge von 2 m gemäß Abbildung 6.2

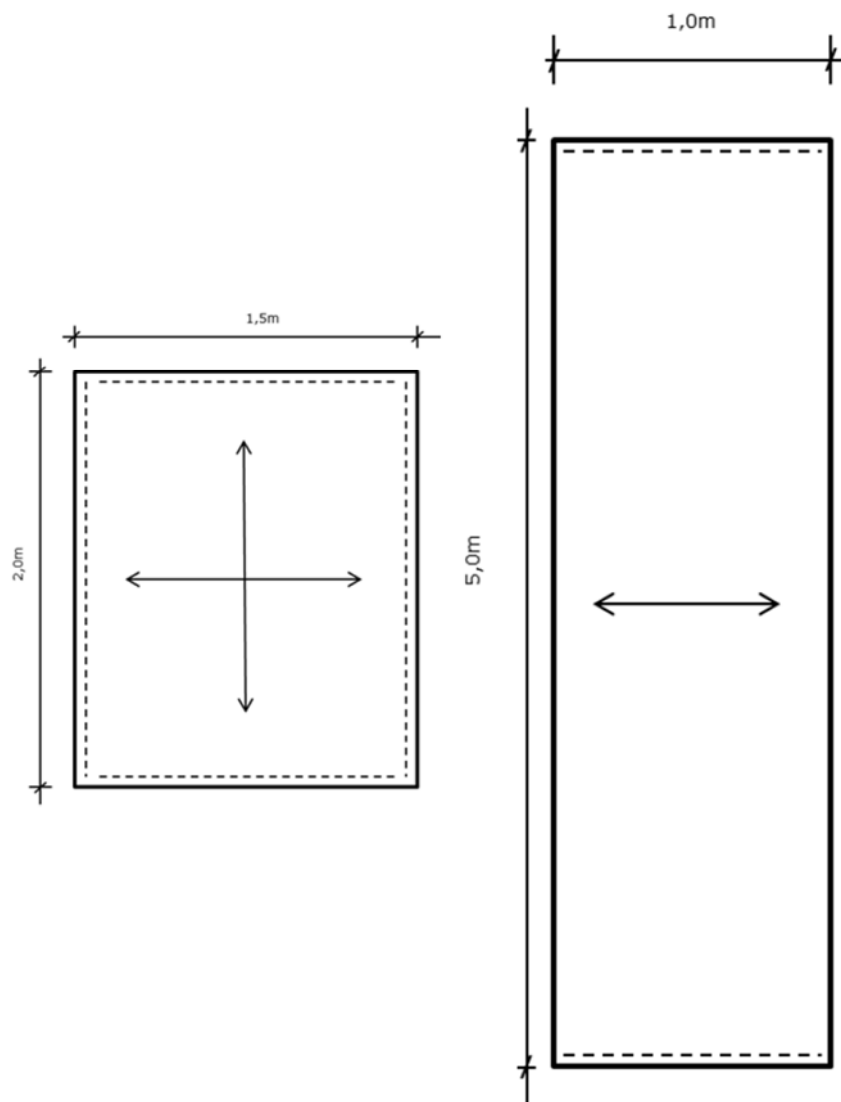


Abbildung 6.2 Geometrische Abmessungen für Sandwichplatten und Sandwichbalken im Zuge der nachfolgenden Betrachtungen

## 6.3 Anforderung an Hüllbauteile

### 6.3.1 Bauphysikalische Anforderungen

Fassaden sind energetische Systemgrenzen und Schnittstellen zwischen Innenräumen und der natürlichen Umgebung. Oberstes Ziel der Fassaden und Dächer ist es, dem Nutzer einen behaglichen Aufenthalt zu gewährleisten. Bauelemente für den Fassaden- und Dachbereich müssen daher zunächst folgenden Anforderungen genügen:

- thermische Anforderungen
- hygienische Anforderungen
- akustische Anforderungen
- visuelle Anforderungen.

Ein unzureichender Wärmeschutz in Sommer wie Winter führt zu erhöhtem Energieverbrauch für Heizen und Kühlen eines Raumes, schlechte hygienische Behaglichkeit zu übermäßigem Lüften, was wiederum zu hohen thermischen Energieverlusten führen kann. Unzureichende visuelle Anforderungen führen entweder zu einem erhöhten elektrischen Energieverbrauch durch künstliche Beleuchtung oder zu einem erhöhten thermischen Energieverbrauch durch Heizen und Kühlen, da die Wärmedurchgangskoeffizienten von transparenten Fassadenelementen in der Regel deutlich über denen von opaken und massiven Konstruktionen liegen. Die Erfüllung von Anforderungen an eine gute Raumakustik und Schalldämmung sind komplex und stehen teilweise im Gegensatz zu denjenigen an die Wärmedämmfähigkeit von Bauelementen. Neben der Behaglichkeit gibt es natürlich auch wesentliche Anforderungen an die Tragfähigkeit von Fassaden- und Dachelementen sowie an die Feuerwiderstandsfähigkeit.

Für diese erste Untersuchung einzelner Bauteile einer Fassade, wird vereinfachend angestrebt, die thermischen Eigenschaften unter winterlichen Bedingungen zu optimieren und ein Bauteil zu entwickeln, was den Dämmanforderungen nach aktuellem Stand der Technik genügt. Dies wird dadurch begründet, dass gerade im Bereich akustischer sowie visueller Behaglichkeit, aber auch im Bereich des sommerlichen Wärmeschutzes, also des Verhaltens eines Gebäudes unter sommerlichen Umgebungsbedingungen, der Stand der Technik, daraus abgeleitete Kennwerte und entsprechende Nachweisverfahren immer auch vom gesamten Gebäude und teilweise seiner Umgebung und seiner Funktionalität abhängt. So spielen beispielsweise im Bereich von visueller Behaglichkeit der Anteil der Öffnungsflächen eines Raumes und damit architektonische Kriterien eine wesentliche Rolle. Gleiches gilt beim sommerlichen Wärmeschutz ergänzt noch um die Orientierung und Größe der betrachteten Fassadenflächen. Auch im Hinblick auf Akustik spielt die Nutzung vor und hinter der Fassade eine wesentliche Rolle und die Kriterien differieren

in Abhängigkeit dieser Nutzung stark. Die hygienischen Eigenschaften einer Fassade hängen neben dem Wärmeschutz auch von der Luftwechselrate und damit vom Lüftungsverhalten einer Anlage oder eines Nutzers ab. Indirekt werden durch die Fokussierung auf mineralische Materialien die nicht weiter betrachteten Kriterien begünstigt, da beispielsweise mineralisierter Schaum mit einer Trockenrohddichte von  $\rho = 180 \text{ kg m}^{-3}$  eine entsprechende Masse mit sich bringt, die sowohl den sommerlichen Wärmeschutz als auch den Schallschutz (Erreichung eines bestimmten bewerteten Schalldämmmaßes) begünstigen.

In Deutschland wurde bis 2020 die energetische Performance von Gebäuden durch die Einhaltung der Vorgaben aus der EnEV quantifiziert. Ein wesentlicher Bestandteil darin ist die Einhaltung eines baulichen Mindestwärmeschutzes nach DIN 4108 – 2:2013 – 2 Wärmeschutz und Energie – Einsparung in Gebäuden - Teil 2: Mindestanforderungen an den Wärmeschutz (DIN 4108-2, 2013) und DIN EN ISO 6946:2018 - 3:Bauteile – Wärmedurchlasswiderstand und Wärmedurchgangskoeffizient - Berechnungsverfahren (DIN EN ISO 6946, 2018). Diese regeln direkt und indirekt einen maximalen U - Wert, den eine Außenwand oder ein Dach, für Wohngebäude und Nichtwohngebäude, einzuhalten haben. Für Nichtwohngebäude sind die Anforderungen bei Sanierungen in Bestandsbauten geringer, bei Neubauten denen der Wohngebäude ebenbürtig, so dass hier im Weiteren immer nur die thermischen Randbedingungen von Wohngebäuden (normale Raumtemperatur  $> 19 \text{ }^\circ \text{C}$ ) verfolgt werden. Bezogen auf einzelne Bauteile ergeben sich somit entsprechend Tabelle 6.1 folgende Obergrenzen für U - Werte nach der zuletzt gültigen EnEV2016 (die Werte haben sich im Gebäudeenergiegesetz mit Stand Ende 2021 nicht verändert):

Tabelle 6.1 Obergrenzen der Wärmedurchgangskoeffizienten nach EnEV 2016 in  $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$

	<b>Wohngebäude Neubau</b>	<b>Wohngebäude Bestand</b>	<b>Nichtwohngebäude Neubau</b>	<b>Nichtwohngebäude Bestand</b>
Außenwände	0,21	0,24	0,26	0,35
Dachflächen	0,15	0,24	0,26	0,35

Um die Anzahl der einfließenden Parameter und die Variantmöglichkeiten übersichtlich zu halten, werden nachfolgend einige der diskutierten Parameter für die weitere Betrachtung hervorgehoben und andere zurückgestellt. Im Hinblick auf die wärmedämmenden Anforderungen an Hüllbauteile kann aus den Mindestanforderungen des Gebäudeenergiegesetzes, beziehungsweise der EnEV an den Wärmedurchgangskoeffizienten unter Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit eine Mindestbauteildicke für derartige Hüllbauteile zurückgerechnet werden. Dabei wird unterstellt, dass die, bei Sandwichelementen eher dünnen Deckschichten im Vergleich

zum deutlich dickeren Kernmaterial kaum einen Beitrag zum Wärmedurchgangskoeffizienten leisten können. Mineralisierter Schaum, wie er hier untersucht wird, weist eine Wärmeleitfähigkeit von  $\lambda_{23,\text{dry}} = 0,067 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  auf. Damit und mit den normativ geregelten Wärmeübergangswiderstände, die sowohl konvektive als auch radiative Anteile besitzen, können exemplarisch für Wand- und Dachbauteile nachfolgende Mindestdicken für den Schaum im Einsatz als Kerndämmung neuartiger Sandwichelemente ermittelt werden (Tabelle 6.2):

Tabelle 6.2 Mindestdauteildicken nach EnEV 2016 für Sandwichelemente mit einer Dämmung aus mineralisiertem Schaum in cm

	<b>Wohngebäude Neubau</b>	<b>Wohngebäude Bestand</b>	<b>Nichtwohngebäude Neubau</b>	<b>Nichtwohngebäude Bestand</b>
Außenwände	31	27	25	18
Dachflächen	44	27	25	18

Es ist ersichtlich, dass mit Ausnahme von sanierungsbedürftigen Nichtwohngebäuden, kaum Bauteildicken unterhalb von 30 cm möglich sein werden.

### 6.3.2 Statisch-konstruktive Anforderungen

Die statischen Randbedingungen von Fassaden- und Dachbauteilen begründen sich in dem Verwendungszweck (tragend, nichttragend - lastleitend, nichttragend) und den daraus resultierenden Lastannahmen nach EC1. Im Fassadenbereich beschränken sich die üblichen Einwirkungen auf nachfolgende Lastarten:

- Eigengewichtslasten
- Windlasten
- Schnee- und Eislasten
- Lasten aus Zwängungen wie beispielsweise Temperatur
- Sonderlasten wie beispielsweise Befahranlagen, Gerüstanker, offene Flügel, welche allesamt nicht genormt und individuell zu vereinbaren sind.

Weiterhin ist die gebäudeseitige Verortung des Bauelements von Bedeutung sowohl für die einwirkenden Lasten als auch für die wesentliche Beanspruchungsart. Während Dachelemente überwiegend, da eben auch aus Eigengewichtsbelastung und zusätzlich durch Schnee und Wind orthogonal zu ihrer Mittelebene belastet werden, müssen Bauteile für eine derartige Anwendung überwiegend Biegebeanspruchungen widerstehen.

Vertikale Fassadenelemente werden durch Wind auf die Fassade und durch ungleichmäßige Temperaturverteilung über den Elementquerschnitt auf Biegung belastet, horizontale Dachbauteile durch Schnee, Eigengewicht und ggf. Verkehrslasten aus dem Betrieb des Daches. Längsbeanspruchungen, die im Falle von Druckkräften auch oftmals mit Stabilitätsbetrachtungen einhergehen müssen, werden für die erste grundsätzliche Machbarkeitsstudie ausgeschlossen. Zur besseren statischen Vergleichbarkeit werden auch Eigengewichtsbeanspruchungen zurückgestellt, da diese zwar im Dachbereich Biegung verursachen, jedoch auch der Parameter Bauteildicke nicht nur aus Wärmeschutzgründen, sondern auch aus mechanischen Gründen als zusätzliche Variable berücksichtigt werden müsste. Temperaturbeanspruchungen werden ebenfalls nicht weiterverfolgt, da zum einen die Elemente nach Möglichkeit statisch bestimmt ausgebildet werden und sich somit Spannungen aus Temperatur nicht einstellen können. Somit verbleiben als biegeverursachende Einwirkungen nur Wind und Schnee. Die Schneelast nach DIN EN 1991 1 - 3: 2010 - 12 Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1 - 3: Allgemeine Einwirkungen, Schneelasten (DIN EN 1991 - 1 - 3, 2010) hängt von der Höhenlage, der Schneezone sowie der Dachform und deren Neigung ab. Die aus statischer Sicht am meisten belastete Dachform stellt dabei das Flachdach dar, für das die Schneelast aufgrund eines minimalen Gefälles sowie aufgrund von Tauwirkungen und Abrutschen von Schnee unter Vernachlässigung von Schneeanhäufungen an Tiefpunkten 80 % der Schneelast auf dem Boden beträgt. Die Grundsneelasten auf dem Boden können in Abhängigkeit der Geländehöhe und der Schneezone zwischen  $0,65 \text{ kN m}^{-2}$  und  $13,86 \text{ kN m}^{-2}$  betragen.

Die Windlast nach DIN EN 1991 1 - 4: 2010 - 12 Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1 - 4: Allgemeine Einwirkungen, Windlasten (DIN EN 1991 - 1 - 4, 2010) hängt ebenfalls von der Geländehöhe und darüber hinaus von der Windgeschwindigkeit sowie der Topographie ab. Für Bauwerke bis 25 m Höhe können vereinfachte Winddruckansätze in Abhängigkeit der Windzone verwendet werden.

Aus statischer Sicht gilt es, ein vernünftiges Maß für die Belastung der zu untersuchenden Sandwichelemente zu wählen. Da Biegung die für Sandwichelemente grundlegendste Beanspruchungsart darstellt, verbleibt es, eine bestimmte Grenzsnee- oder Grenzwindlast festzulegen, auf die die Sandwichkonstruktionen auszulegen sind. Im Falle der Windbelastung zeigt sich, dass für Bauwerke mit einer Gebäudehöhe bis maximale 18 m und unterhalb von Geländehöhen von 800 m mit Ausnahmen der Küstenregionen an Nord- und Ostsee sich unabhängig von der Lage des Bauteils (Wand, Dach) und unabhängig von der Dachneigung, die über die sogenannten aerodynamischen Winddruckbeiwerte für Außenflächen,  $c_{p_i}$ -Werte, eingehen, keine Winddruck- oder Windsoglasten unter Berücksichtigung des Eigengewichts von mehr als  $2 \text{ kN m}^{-2}$  vorliegen. Dabei wurden maximale Sogbeiwerte von -2,9 im parallelen Anströmbereich der Traufen von Pultdächern angenommen. Für die Schneelasten ist ersichtlich, dass die Höhe des Geländes über Normal - Null eine wesentliche Rolle für die Bodensneelast

hat. Für Deutschland gilt, dass die durchschnittliche geographische Höhe gemäß einem engmaschigen Niederschlagsmessnetz des *Deutschen Wetterdienstes* (DWD) bei ca. 290 m über Normal - Null liegt. Mit etwas Sicherheit in den Angaben erscheint es somit als zielführend für eine Schneelastermittlung von einem Gebäudestandort unterhalb von 500 m auszugehen. Hierbei beträgt die Schneelast auf dem Dach dann maximal  $2 \text{ kN m}^{-2}$ , so dass dies als Grenzlast sowohl für Windbelastung als auch für Schneebelastung festgesetzt wird. Weiterhin gilt neben der Belastbarkeit von Bauteilen, die im sogenannten Grenzzustand der Tragfähigkeit nachgewiesen wird, auch die Begrenzung einer Durchbiegung aus Gründen der Nutzbarkeit von Bauteilen, nachgewiesen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, als wesentliches mechanisches Kriterium von Bauteilen innerhalb von Fassaden- oder Dachebenen. Diese Grenzdurchbiegungen werden meistens baustoffspezifisch in den jeweiligen Bemessungsnormen angegeben. Dabei wird dann oftmals auch das Risiko von Zerstörungen oder Lastumlagerungen an angrenzenden Bauteilen (nichttragende Wand wird durch eine sich durchbiegende Decke belastet und ggf. beschädigt) durch unterschiedliche Grenzdurchbiegungen zwischen  $l/100^{-1}$  und  $l/500^{-1}$  berücksichtigt. Im Bereich von Fassaden gibt es für sogenannte Vorhangfassaden (Pfosten - Riegel - Fassaden und Elementfassaden) durch die Produktnorm DIN EN 13830: 2020 - 11: Vorhangfassaden - Produktnorm (DIN EN 13830, 2020) Vorgaben. Hierin werden für Bauteile bis 3 m Abmessung Grenzdurchbiegungswerte von  $l/200^{-1}$  angegeben, also maximale 15 mm. Für Sandwichelemente gibt hier DIN EN 14509: 12 - 2013 eine Orientierung. Dort werden für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit eine Grenzdurchbiegung, hervorgerufen durch kurzzeitige Belastungen aus Wind oder Schnee, von  $l/200^{-1}$  der Stützweite angegeben. Somit wird das Maß von  $l/200^{-1}$  als Grenzmaß der Durchbiegung im weiteren Verlauf berücksichtigt.

### 6.3.3 Brandschutztechnische Anforderungen

Hinsichtlich des Brandschutzes von Fassadenelementen gilt es verschiedene Anforderungen zu erfüllen. Die für bauliche Maßnahmen unterschiedlichster Art verwendbaren Baustoffe und Bauelemente werden in Europa und Deutschland geregelt durch DIN EN 13501 - 1: 2019 - 5 sowie DIN 4102 - 1: 1998 - 5: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen - Teil 1: Baustoffe; Begriffe, Anforderungen und Prüfungen (DIN 4102 - 1, 1998) und den jeweiligen Baustoffnormen.

Bauliche Maßnahmen müssen vor allem folgende Aspekte berücksichtigen:

- Brandverhalten von Baustoffen
- Feuerwiderstand von Bauteilen.

Das Brandverhalten von Baustoffen wird nach DIN 4102 - 1: 1998 - 5 bzw. DIN EN 13501 - 1: 2019 - 5 durch die Einteilung der Baustoffe in Klassen dargelegt. Hierbei werden die Baustoffe hinsichtlich ihres Verhaltens im Feuer unterschieden nach:

- nichtbrennbar, ohne brennbare Bestandteile
- nichtbrennbar, mit brennbaren Bestandteilen
- schwerentflammbar
- normalentflammbar
- leichtentflammbar.

Dabei können die Bezeichnungen der DIN 4102 - 1: 1998 - 05 (A1,A2, B1, B2, B3) nicht ohne weiteres auf die DIN EN 13501 - 1: 2019 - 5 übertragen werden, da die Prüfverfahren teilweise unterschiedlich sind und weiterhin die europäische Norm weitere Brandspezifikationen der Baustoffe mit angibt wie beispielweise die Rauchentwicklung und die Neigung des Baustoffes, brennbar abzutropfen. Werden Bauprodukte verwendet, die entweder von der Bauregelliste abweichen oder dort nicht geregelt sind, bedürfen diese hinsichtlich des Brandschutzes eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung oder ein entsprechendes Prüfzeugnis, oder müssen für jeden Anwendungsfall individuell über eine ZiE dahingehende Eigenschaften erfüllen. Weiterhin ist zu beachten, dass in baulichen Anlagen niemals leichtentflammbare Baustoffe für sich alleine eingebaut werden dürfen, sondern maximal in Kombination mit nichtbrennbaren Baustoffen, so dass das Verbundbauteil nicht weiter leichtentflammbar ist. Eine weitere Anforderung ist die Feuerwiderstandsdauer von einzelnen, sich aus einem oder mehreren Baustoffen zusammengesetzten, Bauteilen. Dies wird durch eine Prüfung des Feuerwiderstandes unter Normbrandbedingungen festgestellt und die einzelnen Bauteile somit klassifiziert. Hauptaussage dieser Klassifizierung ist, wie lange ein Bauteil seine angedachte Funktion beibehalten kann. Die einzelnen Klassen nach DIN 4102 - 1: 1998 - 05 sind:

- F30, feuerhemmend 30 Minuten
- F60, hochfeuerhemmend, 60 Minuten
- F90, feuerbeständig, 90 Minuten
- F120, hochfeuerbeständig, 120 Minuten
- F180, höchstfeuerbeständig, 180 Minuten.

Nach europäischer Norm wird neben der reinen Widerstandsdauer auch die jeweilige, zu erhaltende, Funktion mit angegeben. Welche der obigen Anforderungen an Baustoffe und Bauteile für welche Bauelemente innerhalb welcher Arten von Bauwerken gefordert werden, regeln in den meisten Fällen die Landesbauordnungen. Hierbei fällt auf, dass Hochhäuser, in den meisten Landesbauordnungen definiert ab einer Höhe der letzten



Etage von 22 m über dem Erdboden, oftmals hinsichtlich der Anforderungen genauer beschrieben sind, wohingegen Gebäude von geringer Höhe, also einer Höhe der Oberkante des Fertigfußbodens über dem Gelände von weniger als 7 m, oftmals fast gar keine Anforderungen haben. Für Industriebauten gelten die sogenannten Industriebaurichtlinien der Länder. Hierin werden für Fassaden und Dächer in den meisten Fällen Vorgaben hinsichtlich des Brandverhaltens der Baustoffe gemacht. So müssen beispielsweise Fassaden aus mindestens schwerentflammbarem Material bestehen, das nicht abtropfen oder brennend abfallen kann.

Als brandschutztechnische Aspekte sollte bei den Fassaden- und Dachelementen die Anforderungen berücksichtigt werden, dass durch diese ein Brand in seiner Entstehung und Ausbreitung vermindert werden kann. Die Landesbauordnungen erlauben hier große Freiheiten hinsichtlich Materialwahl und Bauteilfeuerwiderstand, solange es sich um Bauwerke geringer Höhe handelt und sofern die Brandausbreitung durch die Ausbildung sogenannter Brandriegel zwischen den Geschossen ausgeschlossen werden kann. Einzige Einschränkung hierbei ist, dass innerhalb der Gebäudeklassen eins bis drei nach den Landesbauordnungen keine Materialien verbaut werden dürfen, die leicht brennbar sind. Für die Gebäudeklassen vier und fünf sowie Sonderbauten gelten weiterhin noch verschärfte Regeln gemäß Tabelle 6.3:

Tabelle 6.3 Anforderungen des Brandschutzes an Fassaden

Gebäudeart nach LBO	Bauaufsichtliche Anforderungen nach LBO	Baustoffklasse nach DIN 4102-1:1998-5	Baustoffklasse nach DIN EN 13501-1:2019-5
Niedrige Gebäude der GK 1 bis 3 (< 7 m)	normalentflammbar	B2	D-s1, d0-E-d2
Mittlere Gebäude der GK 4 bis 5 (≤ 22 m)	schwerentflammbar	B1	A2-s2 A2-s3, d0 B-s1, d0-C-s3, d2
Hochhäuser (> 22m)	nicht brennbar	A1 A2	A1 A2-s1, d0

Zusätzliche Anforderungen, beispielsweise an Brandwände zwischen engstehenden Gebäuden sind hier nicht aufgeführt. Weiterhin ist zu beachten, dass Bauteile, die aus unterschiedlichen Baustoffen bestehen, immer in ihrer Gesamtheit getestet werden und daher hinsichtlich der Brennbarkeit eingeordnet werden. Somit könnten durchaus auch Fassadendämmplatten aus nichtbrennbarem (A1) mineralisiertem Schaum, leichtbrennbarem Papier (B3) sowie einer Putzschicht aus überwiegend anorganischen Bestandteilen (mind. A2) im Rahmen einer Versuchsreihe als normal- bis schwerentflammbar eingeordnet werden und somit obige Anforderungen bis einschließlich Gebäudeklasse fünf erfüllen. Auch für Sandwichelemente aus mineralisiertem Schaum und Papierdeckschichten aus Wabenkernplatten dürften sich mit

Hilfe von bestimmten Flammschutzmitteln durchaus Anforderungen entsprechend Gebäudeklassen eins bis drei erfüllen lassen.

## 6.4 Umsetzung von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum

### 6.4.1 Nachweis ausreichender Wärmedämmeigenschaften

Abbildung 6.3 zeigt einen möglichen Elementaufbau bestehend aus mineralisiertem Schaum und Wabenplatten in den Deckschichten, wie er im Rahmen des Forschungsprojekts *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* als Bauteildemonstrator konzipiert worden ist.

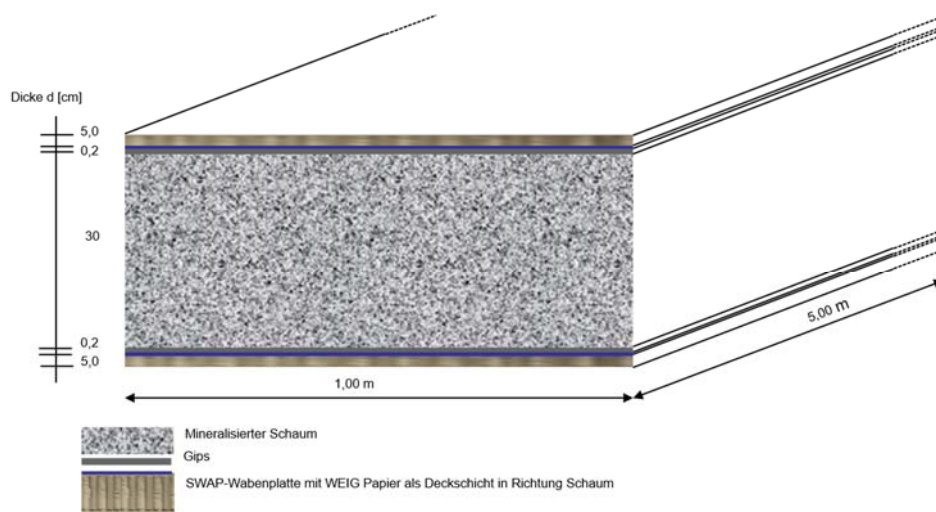


Abbildung 6.3 Querschnittsaufbau eines Sandwichbalkenelementes

Aus Gründen eines verbesserten Haftverbundes ist je eine dünne Gipschicht zwischen dem funktionalisierten Deckschichtpapier der Wabenplatte und dem mineralisierten Schaum angeordnet (vgl. Kapitel 6.2.2).

Dieses Element darf entsprechend den Anforderungen nach Kapitel 6.3.1 für neugebaute Außenwände eines Wohngebäudes einen maximalen U - Wert von  $0,21 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  aufweisen und stellt somit bereits eine strengere Anforderung dar, als es nach DIN 4108 - 2:2013 - 2 der Fall wäre. Der Nachweis für das Kriterium erfolgt rein

rechnerisch entsprechend dem Vorgehen nach DIN EN ISO 6946:2018 - 3. Die dafür erforderlichen Werte entstammen aus DIN 4108 - 2: 2013 - 2 sowie den Messungen von Wärmeleitfähigkeiten nach SCHABEL et al., 2020. Der Grundgedanke dieses rechnerischen Nachweisverfahrens basiert auf dem Zusammenhang von Spannung, Stromstärke und Widerstand aus der Elektrotechnik, das sogenannte Ohm'sche Gesetz. In der Wärmelehre ist der Wärmestrom in Anlehnung an den elektrischen Strom aus dem Ohm'schen Gesetz das Maß für den Wärmedurchgang durch einen Festkörper oder ein Fluid. Entsprechend diesem Zusammenhang ergibt sich der Wärmedurchlasswiderstand  $R_i$  [ $\text{m}^2 \text{K W}^{-1}$ ] einer spezifischen Schicht  $i$  aus der Schichtdicke  $d_i$  [m] und der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_i$  [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ] des Schichtmaterials zu:

$$R_i = \frac{d_i}{\lambda_i} \quad (6.1)$$

Für die speziell von Konvektion und Strahlung dominierten Luftschichten unmittelbar vor und hinter einem Bauteil sind die Wärmeübergangswiderstände  $R_{se}$  und  $R_{si}$  definiert zu:

- äußerer Wärmeübergangswiderstand  $R_{se} = 0,04 \text{ m}^2 \text{K W}^{-1}$
- innerer Wärmeübergangswiderstand  $R_{si} = 0,13 \text{ m}^2 \text{K W}^{-1}$ .

Aus den beiden Wärmeübergangswiderständen sowie den spezifischen Wärmedurchlasswiderständen jeder einzelnen Schicht ergibt sich dann der Wärmedurchgangswiderstand  $R_T$  des gesamten Bauteils zu:

$$R_T = R_{si} + \sum_i R_i + R_{se} \quad (6.2)$$

Der Wärmedurchgangskoeffizient  $U$  des Bauteils ist der Kehrwert von  $R_T$ :

$$U = \frac{1}{R_T} \quad (6.3)$$

Für obiges Sandwichelement werden entsprechend Tabelle 6.4 folgende Werte in die Rechnung einbezogen:

Tabelle 6.4 Eingangsgroßen für die Berechnung des U - Wertes eines Sandwichelementes aus Papierdeckschichten und einem mineralisierten Schaum im Kern

	Schichtdicke	Wärmeleitfähigkeit	Wärmeübergangs-/ Wärmedurchlasswiderstand
Einheit	m	$W m^{-1} K^{-1}$	$m^2 K W^{-1}$
Luftschicht, außen	-	-	0,040
Wabenplatte	0,050	0,0825	0,061
Gipsputz	0,002	0,2500	0,008
Mineralisierter Schaum	0,300	0,0670	4,478
Gipsputz	0,002	0,2500	0,008
Wabenplatte	0,050	0,0825	0,061
Luftschicht, innen	-	-	0,130
<b>Gesamt</b>	<b>0,404</b>	-	<b>4,786</b>

Der Wärmedurchgangskoeffizient als Kehrwert des aufsummierten Wärmedurchgangswiderstandes beträgt somit  $U = \frac{1}{4,786} = 0,209 W m^{-2} K^{-1}$  und erfüllt damit die gesetzte Vorgabe von  $U_{\text{grenz}} = 0,21 W m^{-2} K^{-1}$ . Somit erfüllen derartig aufgebaute Sandwichelemente sogar die aktuell normative Vorgabe für Außenbauteile von Wohnungsneubauten. Jede andere Verwendungsform wird aus wärmedämmtechnischen Gesichtspunkten damit automatisch auch erfüllt.

Für Aufbauten mit 2 cm starken Deckschichten aus mrUHPC wird ein Wärmedurchgangswiderstand von  $4,764 m^2 K W^{-1}$  erzielt. Somit wird auch in diesem Fall der Grenzwert des Wärmedurchgangskoeffizienten für Außenbauteile von Wohnungsneubauten eingehalten.

#### 6.4.2 Nachweis ausreichender Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit

In einem nächsten Schritt muss überprüft werden, inwieweit die in Kapitel 5.2 vorgestellten und in Kapitel 5.5 bereits miteinander verglichenen analytischen Berechnungsmethoden für eine Vordimensionierung der Sandwichelemente aus mineralisiertem Schaum und Betondeckschichten bzw. aus mineralisiertem Schaum und Papierdeckschichten herangezogen werden können. Exemplarisch wird dies für den zweiten Anwendungsfall an Kleinbauteilversuchen durchgeführt und versucht basierend auf den Ergebnissen des Kapitels 5.5 mit einer geeigneten analytischen Lösung nachzurechnen.

Für die Versuche werden Probekörper aus mineralisiertem Schaum und Tray - Former - Papier hergestellt. Wie schon bei den Validierungsversuchen in Kapitel 5.4 wird aufgrund der Einschränkungen bei der Probekörperherstellung bezogen auf die Abmessungen des Schaums auf dünne Papier – Layer zurückgegriffen, um die Maßstäblichkeit zu späteren Sandwichelementen, die wesentlich aus Gründen des Wärmeschutzes von der Schaumdicke geprägt sind, zu gewährleisten. Da sich für das Tray – Former – Papier der wasserbasierte Montagekleber *Power* der Firma *Patexx* als gut geeignet herausgestellt hat, wird dieser wieder zu Herstellung des Verbundes zwischen Kern – und Deckschicht verwendet. Laut Datenblatt liegt seine Schubfestigkeit und der Schubmodul bei 5,5 MPa und damit oberhalb der ermittelten Werte des mineralisierten Schaumes entsprechend Kapitel 3.5.

Der mineralisierte Schaum wird in plattenbauform hergestellt und unter den in Kapitel 3.4 beschriebenen Bedingungen gelagert und anschließend mit einer Bandsäge zugeschnitten (Abbildung 6.4).



Abbildung 6.4 Zuschnitt von Platten aus mineralisiertem Schaum für Sandwichbauteilversuche mit aufgeklebten Papierdeckschichten

Die Probekörper haben dabei eine Länge von 50 cm und einer Breite von 10 cm. Die Kernschichtdicke beträgt ebenfalls 10 cm, damit die Lastaufzeichnung einigermaßen stabil mit Kraftmessdosen mit einer maximalen Last von 1 kN durchgeführt werden können. Darauf werden dann die dünnen Deckschichten aus Trayformer - Papier mit aufgeklebt. Die Dicke der Deckschichten beträgt 0,1 cm. Abbildung 6.5 zeigt den Versuchsaufbau für 4 – Punkt – Biegeversuche bei einer Stützweite von 45 cm zwischen den Lagerrollen. Die Lastrollen greifen dabei in den Drittelpunkten an.



Abbildung 6.5 Versuchsaufbau der 4 – Punkt – Biegeversuche an Kleinproben von Papier – Schaum - Sandwichelementen

Die Versuche werden mit einer Prüfgeschwindigkeit von  $2 \text{ mm m}^{-1}$  weggesteuert durchgeführt und die Verschiebungen in Feldmitte werden durch aufgeklebte Wegaufnehmer an der Bauteilunterseite beidseitig des Probekörpers gemessen und für die Auswertung gemittelt.

Das Versagen tritt ausnahmslos innerhalb der Kernschicht durch Überschreiten der Biege- oder Schubfestigkeit des Schaums auf (Abbildung 6.6).

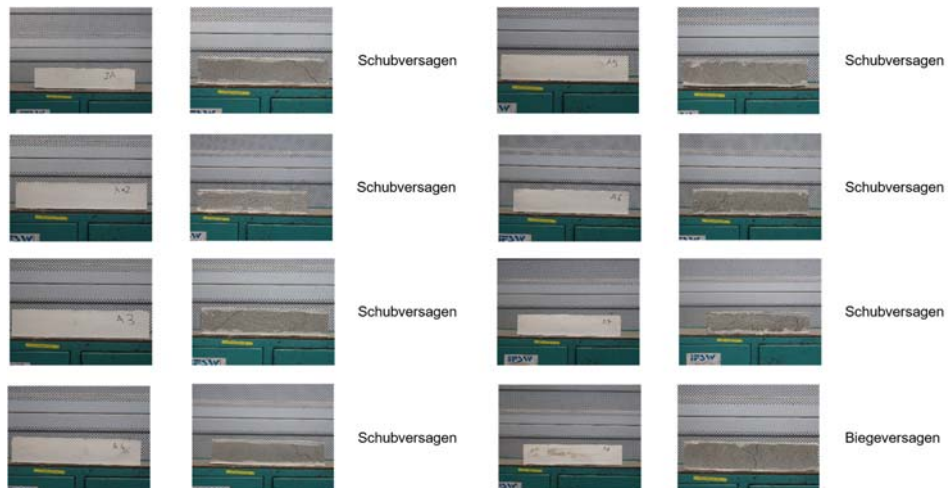


Abbildung 6.6 Versagensmechanismus aller Probekörper nach Durchführung der 4 – Punkt – Biegeversuche

Nachfolgend sind in Abbildung 6.7 die Versuchsergebnisse als Kraft – Weg – Diagramm dargestellt. Man erkennt gut eine gewisse Streubreite der Ergebnisse. Besonders auffällig ist Probekörper A08, der ein deutlich nachgiebigeres Bauteilverhalten zeigt als die anderen Probekörper. Ein Abgleich mit Abbildung 6.6 zeigt, dass der Versagensmechanismus bei diesem Probekörper auch ein anderer ist als bei dem Rest der Serie.

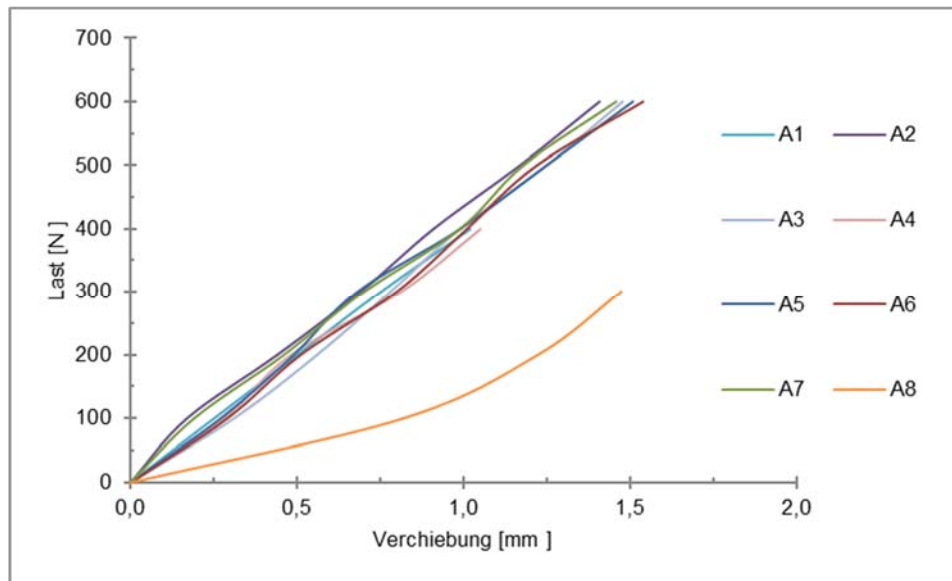


Abbildung 6.7 Kraft - Weg - Diagramm der oben vorgestellten 4 - Punkt - Biegeversuche

Auf Grundlage der Ergebnisse aus Kapitel 5.5.4, wonach sich mit den Theorien nach Stamm und Witte die besagten Papier - Schaum - Kompositbauteile ausreichend gut abbilden lassen, erfolgt eine analytische Berechnung auf Basis der Theorie dünner Deckschichten. Die Ergebnisse der Berechnung fließen als Kraft - Weg - Kurve für bestimmte Lastpunkte des Versuchs in das Diagramm ein (Abbildung 6.8).



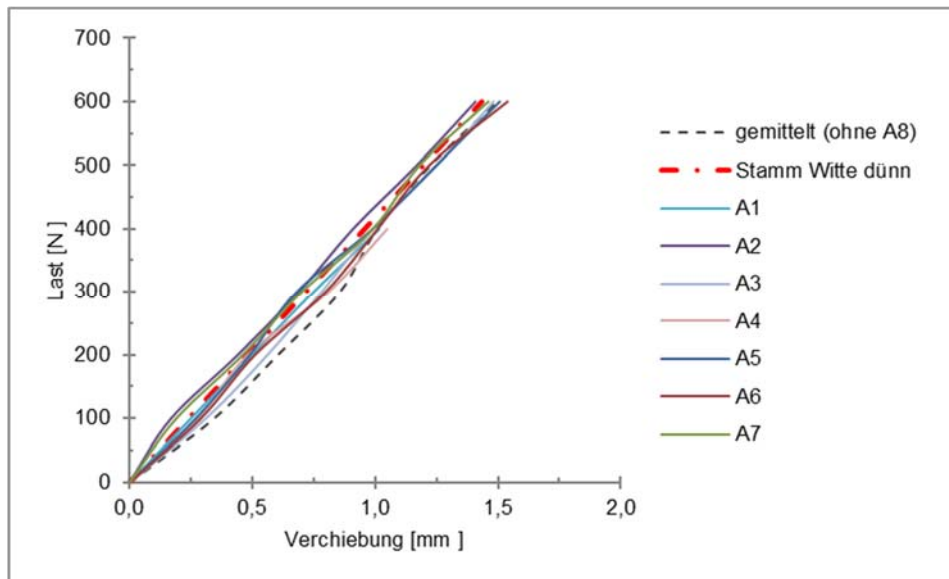


Abbildung 6.8 Kraft - Weg - Diagramm der oben vorgestellten 4 - Punkt - Biegeversuche mit der analytischen Lösung nach Stamm und Witte für dünne Deckschichten

Es zeigt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit der analytischen Lösung.

Im Hinblick auf die Hochskalierbarkeit von Kleinbauteilversuchen auf die Herstellung von Großbauteilen werden, bezogen auf die Bauteilabmessungen ein sich aus der Belastung ergebendes Kraftniveau sowie eine zulässige Durchbiegung von  $1/200$  angesetzt (vgl. Abbildung 6.9)

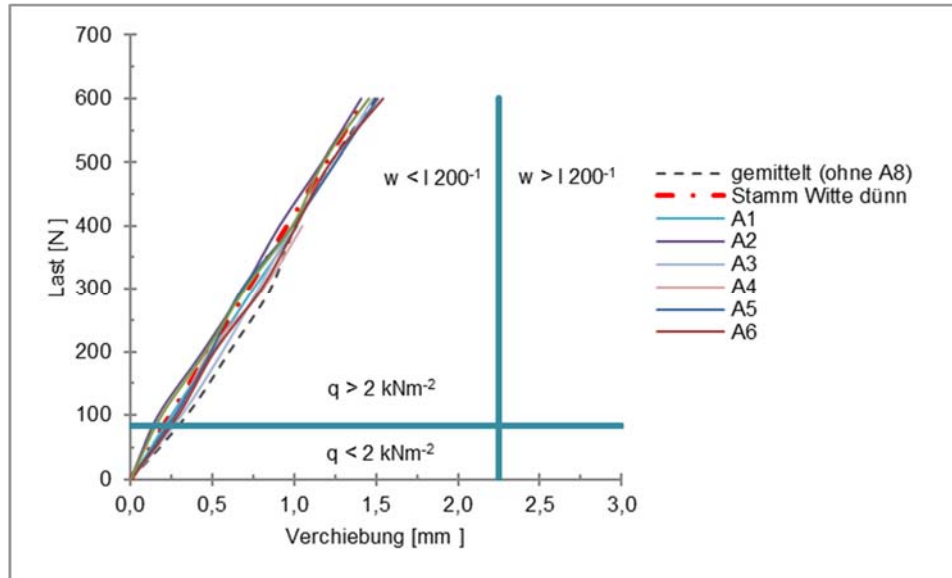


Abbildung 6.9 Kraft - Weg - Diagramm der oben vorgestellten 4 – Punkt – Biegeversuche mit der analytischen Lösung nach Stamm und Witte für dünne Deckschichten sowie der Grenzfallbetrachtung der erforderlichen Belastung sowie maximal zulässigen Durchbiegung

Die hier getesteten Bauteile versagen alle bei einer deutlich höheren Last als die proklamierten  $2 \text{ kN m}^{-2}$ . Weiterhin zeigt sich, dass die Durchbiegung in Balkenmitte zum Zeitpunkt des Versagens deutlich unterhalb der angestrebten Grenzdurchbiegung von  $1/200$  liegt. Der Nachweis einer ausreichenden Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit für Bauteilen mit mineralisiertem Schaum im Kern und Papier in den Deckschichten kann gelingen, zumal die Wabenplatten in den Deckschichten einer späteren Großbauteilumsetzung zusätzliche Steifigkeit mit sich bringt. Weiterhin besteht beim Schaum grundsätzlich kein bekanntes Problem im Hinblick auf Maßstabeffekte, da im Zuge der Herstellung dickerer Kernschichten keine Gradierung über die Bauteilhöhe eintreten, wie das bei synthetischen Kerndämmstoffen wie PUR und PIR aufgrund des treibenden Expansionsverhaltens eintritt.

### 6.4.3 Vordimensionierung von Sandwichbalken und Sandwichplatten

Aus den Versuchsergebnissen ist bekannt, dass der mineralisierte Schaum für den Schubmodul einen 5 % - Quantilwert von  $> 4 \text{ MPa}$  besitzt (vgl. Kapitel 3.5). Dieser Wert wurde bereits für die Vergleichsrechnungen in Kapitel 5.5.4 sowie für das Nachrechnen

der 4 - Punkt - Biege - Versuche an Kleinproben von mineralisiertem Schaum und Papierdeckschichten angewandt und im letzteren Fall zeigen sich gute Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen. Dennoch ist es von Interesse zu wissen, welcher Mindestschubmodul für die verschiedenen, bisher betrachteten Systeme erforderlich ist, um die geforderten Randbedingungen (Aufnahmen einer äußeren Flächenbelastung von  $2 \text{ kN m}^{-2}$  sowie einer maximalen Grenzdurchbiegung von  $l/200^{-1}$  der Spannweite) einzuhalten. Wichtig ist der Hinweis nochmals, dass, mangels anderer Kennwerte zur Berücksichtigung eines nachgiebigen Verbundes, von vollständigem Verbund zwischen den Deckschichten und der Kernschicht ausgegangen wird.

Mit der Theorie nach Stamm und Witte für dünne und dicke Deckschichten werden für jedes System Vergleichsrechnungen durchgeführt mit einer Belastung von  $2 \text{ kN m}^{-2}$  und untersucht, wie weit unter Festhaltung aller anderen Parameter wie den E - Modul der Deckschichten sowie der Deckschichtdicke und der Kernschichtdicke, der Schubmodul reduziert werden kann, ehe die zulässigen Durchbiegungen das Grenzmaß überschreiten.

#### **Erforderlicher Schubmodul der Kernschicht eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus mrUHPC**

Für die Betondeckschichten aus mrUHPC werden herstellungsbedingt Mindestdicken von  $t_o = t_u = 2 \text{ cm}$  angenommen, die in 5 mm Schritten erhöht wird, um den Einfluss der Eigenbiegesteifigkeit der immer dicker werdenden Deckschichten erfassen zu können. Für den zementösen Schaum gilt aufgrund des einzuhaltenden U - Wertes eine Schichtdicke  $h = 30 \text{ cm}$ . Die Materialparameter entsprechen im Übrigen der Tabelle 5.5, das statische System für den Sandwichbalken der Abbildung 5.41.

Die Ergebnisse der analytischen Lösung sind nachfolgend zusammengestellt in Abbildung 6.10. Es zeigt sich grundsätzlich, dass der Schubmodul im Kern sehr kleine Werte annehmen kann, ehe es zu übermäßigen Verformungen im Bereich der Grenzdurchbiegung kommt. Für eine bessere Darstellung wird der relevante Bereich des obigen Diagrammes nochmals vergrößert dargestellt (Abbildung 6.11). Hierin ist dann zu erkennen, dass der erforderliche Schubmodul für die Kerndämmung Werte weit unterhalb von 1 MPa für das angegebene System und die vorgegebenen Belastung annehmen kann. Einzig für eine für Beton völlig unrealistische Querschnittsdicke von 2 mm ist ein Mindestschubmodul in der Größenordnung von  $G_{\min} = 1,0 \text{ MPa}$  erforderlich. Dieser Wert wurde als Vergleichswert zu den später aufgeführten Papierdeckschichten berechnet.

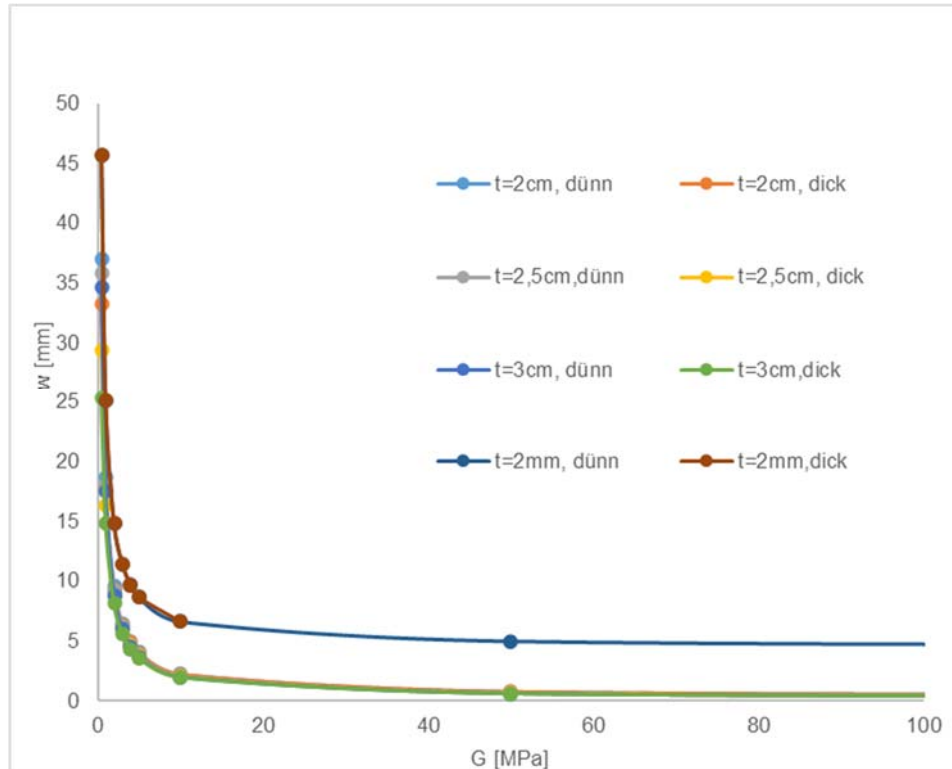


Abbildung 6.10 G - w - Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus mrUHPC

In der Tabelle 6.5 sind die genauen Grenzs Schubmoduln in Abhängigkeit der Deckschichtdicke für eine maximale Zielverformung von  $1/200^{-1} = 25$  mm zusammengefasst.

Tabelle 6.5 Ermittlung der genauen Grenzs Schubmoduln bei einer zulässigen Verformung von  $w = 25$  mm für unterschiedliche Deckschichtdicken

Deckschichtdicke mm	$G_{\min}$ nach Stamm & Witte-dünn		Abweichung dünn zu dick %
	MPa	MPa	
2,0	1,00657	1,00648	0,01%
5,0	0,86858	0,86754	0,12%
10,0	0,80853	0,801114	0,93%
15,0	0,77320	0,749223	3,20%
20,0	0,74456	0,68843	8,15%
22,5	0,73155	0,65176	12,24%

25,0	0,71915	0,60987	17,92%
27,5	0,70727	0,56218	25,81%
30,0	0,69582	0,50822	36,91%

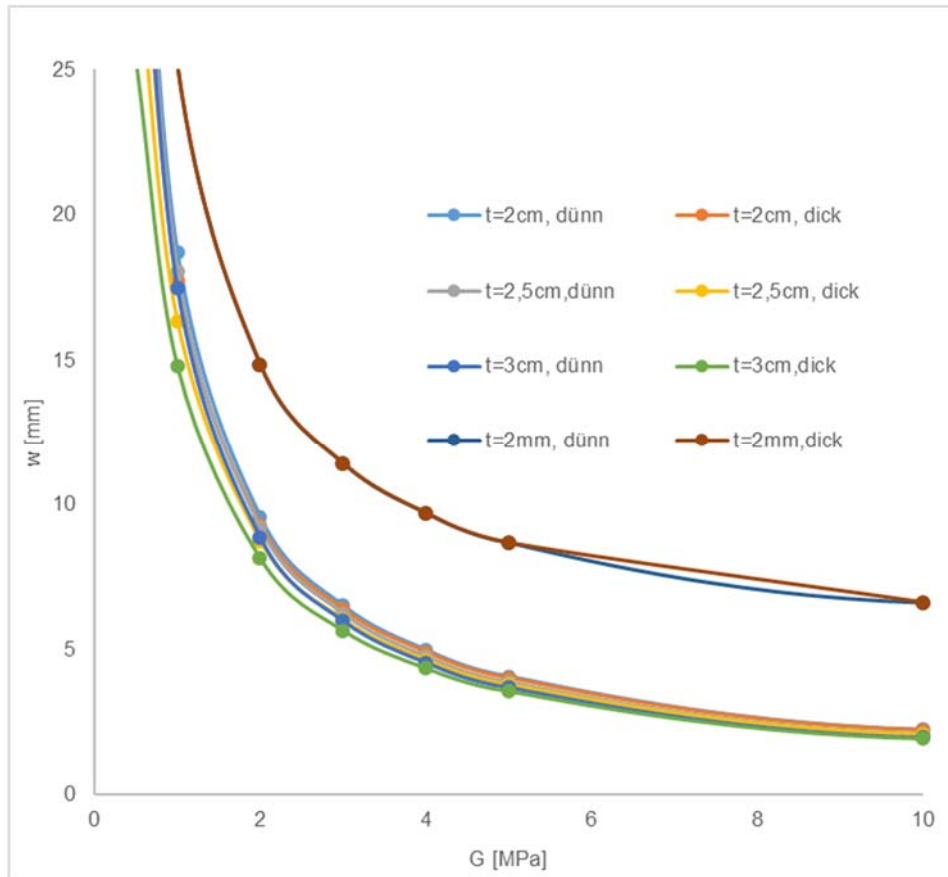


Abbildung 6.11 G - w - Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus mrUHPC in einem vergrößerten Ausschnitt

### Erforderlicher Schubmodul der Kernschicht eines Sandwichbalkens mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

Für Deckschichten aus Trayformer - Papier liegen die herstellungsbedingten Minstdicken deutlich unterhalb von den Betondeckschichten. Diese werden bei

$t_o = t_u = 1$  mm beginnend in 0,5 mm Schritten gesteigert. Ansonsten gelten die gleichen Randbedingungen wie bei den Deckschichten aus mrUHPC.

Abbildung 6.12 zeigt die Ergebnisse der analytischen Lösung. Aufgrund des geringeren E - Moduls des Trayformer - Papiers im Vergleich zu mrUHPC steigen die Verformungen aus Biegung und müssen über geringere Schubdeformationen kompensiert werden. Daher ist grundsätzlich zu erkennen, dass der Mindestschubmodul im Kern bei Papierdeckschichten größer sein muss als bei solchen aus mrUHPC. Für eine bessere Darstellung wird auch hier der relevante Bereich des obigen Diagrammes nochmals vergrößert dargestellt (Abbildung 6.13). Der erforderliche Schubmodul für die Kerndämmung muss also mindestens Werte von 5 MPa bei einer Minderdeckschichtdicke von  $t_o = t_u = 3$  mm haben. Bestätigt wird dieser Zusammenhang vom Vergleich einer Papierdeckschicht mit  $t_o = t_u = 2$  mm und einer aus mrUHPC gleicher Dicke sehr gut. Im Falle des Papiers kann die zulässige Durchbiegung von 25 mm unabhängig von der Schubsteifigkeit im Kern (die Modelle berücksichtigen keine Biegesteifigkeit im Kern (vgl. Kapitel 5.2) nicht eingehalten werden, im Falle der Deckschichten aus mrUHPC reicht ein Mindestschubmodul von  $G_{\min} = 2,0$  MPa aus.

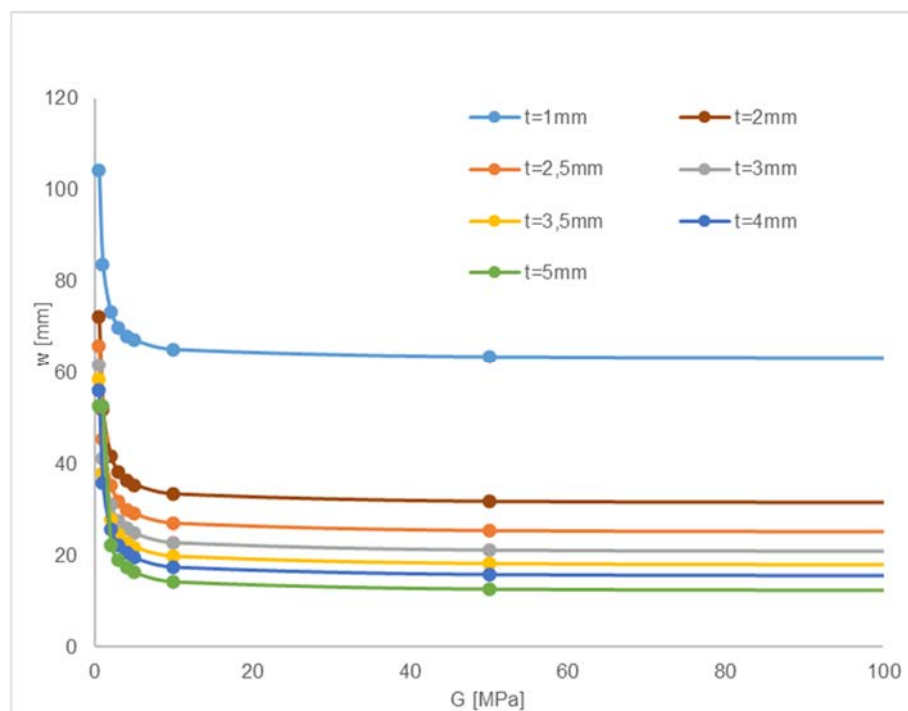


Abbildung 6.12 G - w - Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus Papier

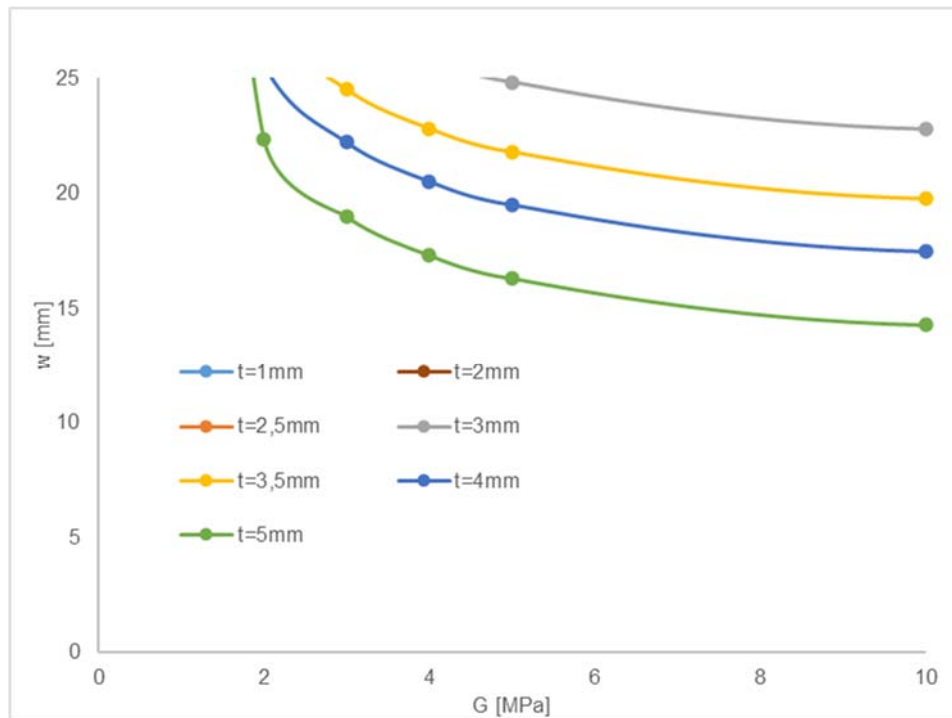


Abbildung 6.13 G – w – Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus Papier

#### **Erforderlicher Schubmodul der Kernschicht von Sandwichplatten mit Deckschichten aus mrUHPC und Trayformer - Papier**

Für die Sandwichplatten entsprechend Abbildung 6.2 sind die Ergebnisse im Anhang A.6.3 zusammengestellt. Im Falle von Platten mit einer Deckschicht aus mrUHPC bedarf es eines Mindestschubmoduls an der unteren Herstellungsgrenze für die Deckschichten ( $t_o = t_u = 20$  mm) von deutlich unter 0,2 MPa. Bei den Papierdeckschichten liegt der Mindestschubmodul 0,4 MPa bei einer Deckschichtdicke von  $t_o = t_u = 1$  mm. Unter der Annahme des Schubmoduls von mineralisiertem Schaum mit  $G = 4$  MPa bedarf es einer Deckschichtdicke von 0,05 mm.

### Erforderlicher E – Modul der Deckschichten aus mrUHPC von Sandwichbalken

Neben dem Mindestschubmodul werden auch minimale E - Moduln der Deckschichten aus mrUHPC zur Einhaltung der Grenzdurchbiegung ermittelt. Die Randbedingungen für das Balkensystem in Bezug auf das statische System sowie den Schichtaufbau entsprechen den vorangegangenen Untersuchungen. Als Deckschichtdicke für die Betondeckschichten wird  $t_o = t_u = 20$  mm angenommen. Die Berechnung erfolgt sowohl für dünne als auch für dicke Deckschichten. Die nachfolgende Abbildung 6.14 zeigt den E - Modul der Deckschichten für unterschiedliche Durchbiegungen  $w$ .

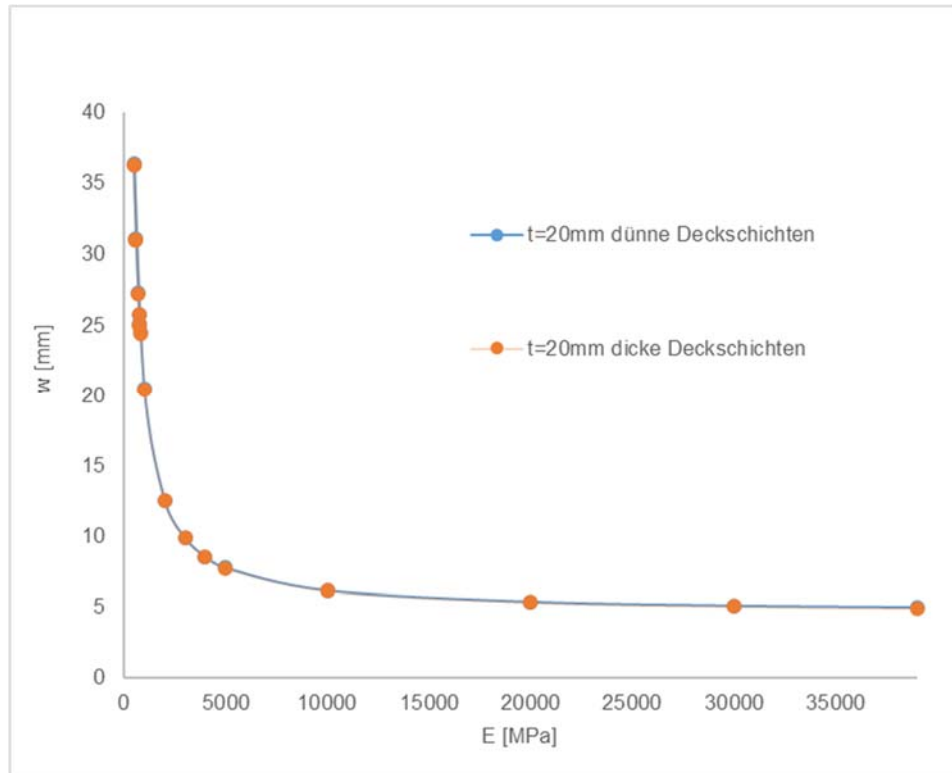


Abbildung 6.14  $w$  -  $E$  - Diagramm von Deckschichten aus mrUHPC mit einer Dicke von  $t_o = t_u = 20$  mm im Falle einer Balkenanwendung

Die nachfolgende Tabelle 6.6 zeigt die Ergebnisse der Berechnung nach der Theorie von Stamm und Witte mit dicken und dünnen Deckschichten. Ab einem



Mindest - E - Modul von  $E_{\min} = 778$  MPa kann die Grenzdurchbiegung  $w_{\text{grenz}} = 25$  mm eingehalten werden.

Tabelle 6.6 Ermittlung der Grenzlastizitätsmoduln bei einer zulässigen Verformung von  $w = 25$  mm für eine Deckschichtdicke von  $t_o = t_i = 20$  mm

E-Modul MPa	Durchbiegung nach Stamm & Witte dünn mm	Durchbiegung nach Stamm & Witte dick Mm	Abweichung dünn zu dick %
39.000	4,985189845	4,914367105	1,44%
30.000	5,107455783	5,049823704	1,14%
20.000	5,372365316	5,329215057	0,81%
10.000	6,167093913	6,137707885	0,48%
5.000	7,756551107	7,732432506	0,31%
4.000	8,551279704	8,527568713	0,28%
3.000	9,875827365	9,851806344	0,24%
2.000	12,52492269	12,49879754	0,21%
1.000	20,47220866	20,43680298	0,17%
500	36,3667806	36,31058776	0,15%
600	31,06858995	31,01942511	0,16%
700	27,28416806	27,23998081	0,16%
800	24,44585164	24,40536048	0,17%
775	25,0867618	25,04543963	0,16%
778,294	24,99996034	24,95875085	0,17%

Im Falle von 50 mm starken Wabenplatten (vgl. Abbildung 6.3) ergibt sich ein minimaler E - Modul für die Wabenplatten entsprechend Abbildung 6.15 von  $E_{\min} = 55$  MPa. Die zugehörige maximale Normalspannung unter der Annahme von dicken Deckschichten beträgt dann  $\sigma_{xx} = 0,15$  MPa.

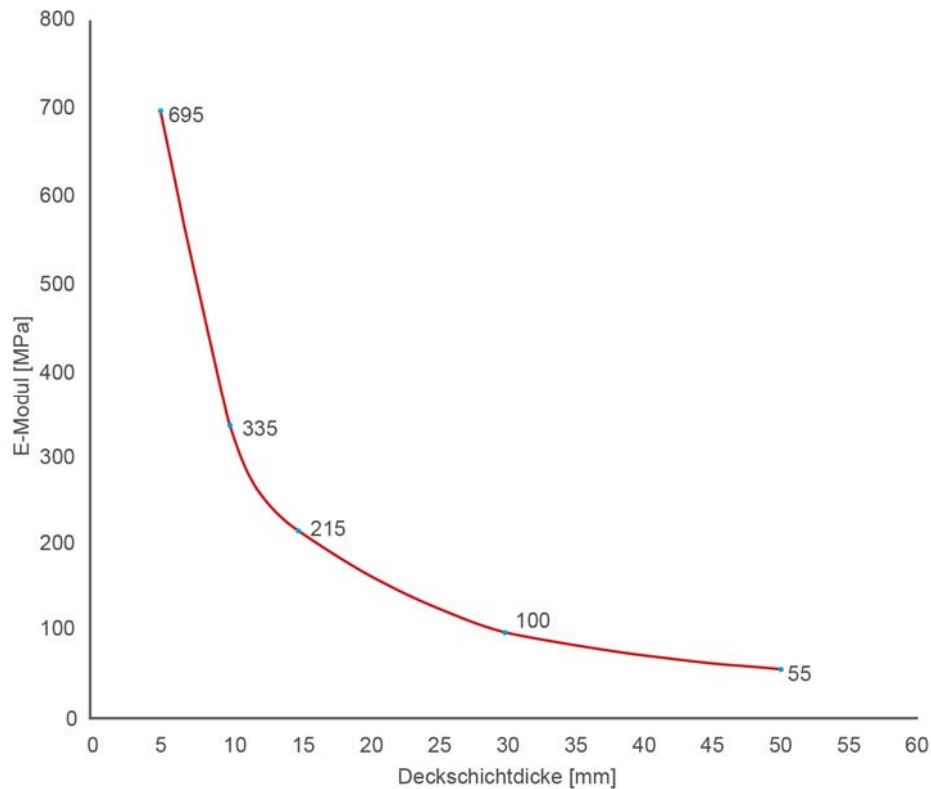


Abbildung 6.15  $E - t_0$  - Diagramm von Deckschichten aus Wabenplatte bei einer Grenzdurchbiegung von  $w_{\text{Grenz}} = 25 \text{ mm}$  im Falle einer Balkenanwendung

#### 6.4.4 Anwendungsbeispiel Sandwich mit Papierdeckschichten

Durch das Forschungsprojekt *KOMPAP - Energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier* besteht die Möglichkeit ein Sandwichelement mit mineralisiertem Schaum im Kern und einem Papierwerkstoff in den Deckschichten im Großmaßstab umzusetzen. Das Sandwichelement wird als Balken konzipiert. Die Dicke der Kernschicht wird entsprechend Kapitel 6.4.1 mit  $h = 30 \text{ cm}$  gewählt. Die Dicke der Deckschichten aus Wabenplatten wird mit  $t_o = t_u = 50 \text{ mm}$  festgesetzt. Die Bauteillänge aufgrund fertigungsspezifischer Vorgaben des Wabenplattenherstellers zu  $l = 3,0 \text{ m}$ . Damit liegt der Wert unterhalb der typischen Sandwichlängen für balkenähnliche Elemente. Damit die Abmessungen nicht zu gedrungen werden und weiterhin von einem Balken gesprochen werden kann, wird entsprechend die Elementbreite auf 25 % der Bauteillänge zu

$b = 0,75 \text{ m}$  gewählt. Abbildung 6.16 zeigt nun den Aufbau und die Abmessungen des zu fertigenden Großbauteils.

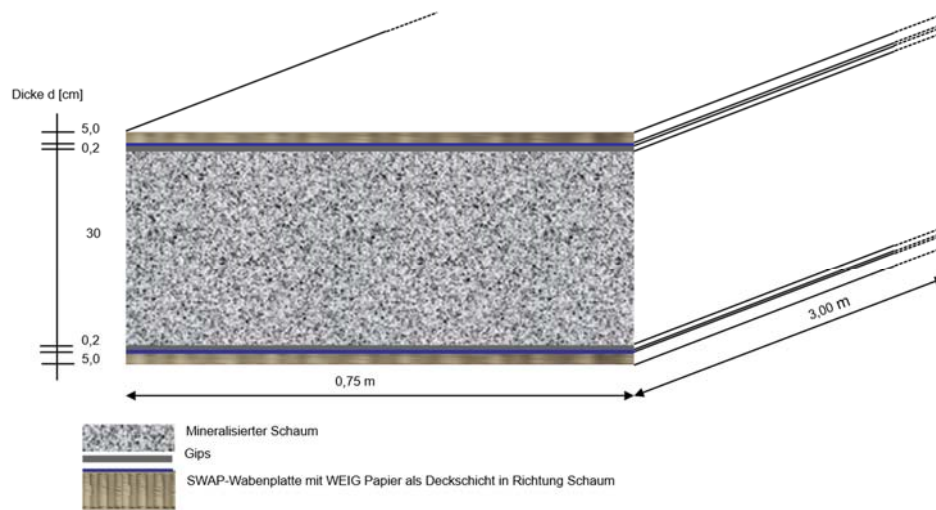


Abbildung 6.16 Abmessungen des herzustellenden Großbauteiles eines Sandwichbalkens mit einer Kernschicht aus mineralisiertem Schaum und Wabenplatten in den beiden Deckschichten

Mit der Herstellung eines solchen Elements verbunden sind eine Vielzahl von offenen Fragen. Angefangen bei der generellen Herstellbarkeit in Bezug auf Größe und Gewicht sowie die Verbundhaftung von Gips und Schaum, die von einem tendenziell feuchtigkeitsempfindlicheren Material umschlossen sind und dabei eine nicht zu vernachlässigende Eigenfeuchte mitbringen und entsprechend des bisher verfolgten Ansatzes auch komplett ohne Verbindungsmittel ausgeführt wird. Des Weiteren Fragen in Bezug auf die im Kern auftretenden Schwindprozesse nach Abschnitt 3.10 und wie diese von der umgebenden Wabenplattenschicht beeinflusst werden. Vor dem Hintergrund des Elementgewichts wird eine Herstellung mit möglichst wenig Bewegungen des reinen Schaumkerns favorisiert.

Das Sandwichelement wird in einem Zwei - Schritt - Verfahren in einem Beton - Fertigteilwerk hergestellt. Zunächst wird die Kernschicht aus mineralisiertem Schaum in einer Schalung über die lange Seite stehend hergestellt. Die Schalung wird dabei aus beschichtetem MDF - Platten zimmermannsmäßig erstellt und nach entsprechender Sicherung der Fußpunkte mit mineralisiertem Schaum befüllt. Die Schalungshöhe wird dabei im Hinblick auf die starke Schwindneigung des zementösen Schaumes um ca. 3 cm überfüllt (Abbildung 6.17).



Abbildung 6.17 Einfüllen des Schaumes (links) und geringfügiges Überfüllen der Schalung mit Schaum (rechts)

Die freie Schaumoberfläche wird dabei mit feuchteundurchlässiger Folie umschlossen, damit ein vorzeitiges Austrocknen und damit verstärktes Schwinden unterbleiben kann. Nach ca. einer Woche Standzeit wird die seitliche Schalung vierseitig komplett entfernt und die zuvor zurecht geschnittenen Wabenplatten auf eine Haftbrücke aus Gipsputz aufgeklebt, wobei die Oberfläche der Gipsputzschicht nach dem gleichmäßigen Aufbringen mit einer Zahnpachtel vergrößert wird. Anschließend werden die Randschalungselemente gegen das Papier gedrückt und untereinander verschraubt (vgl. Abbildung 6.18).



Abbildung 6.18 Fertig verklebtes Sandwichbauteil

Nach zwei Wochen wird die Schalung entfernt und die Elemente in die für Lagerung, Transport und Versuchsdurchführung erforderliche horizontale Lage gedreht (Abbildung 6.19).



Abbildung 6.19 Gedrehtes und ausgeschaltes Sandwichelement

Zur Überprüfung der prognostizierten Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit des Balkenelementes wird dieses direkt im Anschluss auf zwei Stützböcke im Abstand von 2,90 m über die gesamte Elementbreite gestellt. Das Element wird unter Eigengewicht belastet entsprechend Abbildung 6.20.



Abbildung 6.20 Belastung des Sandwichelementes unter Eigengewicht

Das Eigengewicht entspricht einer gleichmäßigen Flächenbelastung von  $0,8 \text{ kN m}^{-2}$ , und damit 40 % der angestrebten Belastung. Weiterhin wurde nach ca. einer Stunde die Durchbiegung in Feldmitte gemessen. Wie in Abbildung 6.21 ersichtlich, ist eine messbare Durchbiegung in Feldmitte bei 40 % Ausnutzung der angestrebten Tragfähigkeit nicht vorhanden.

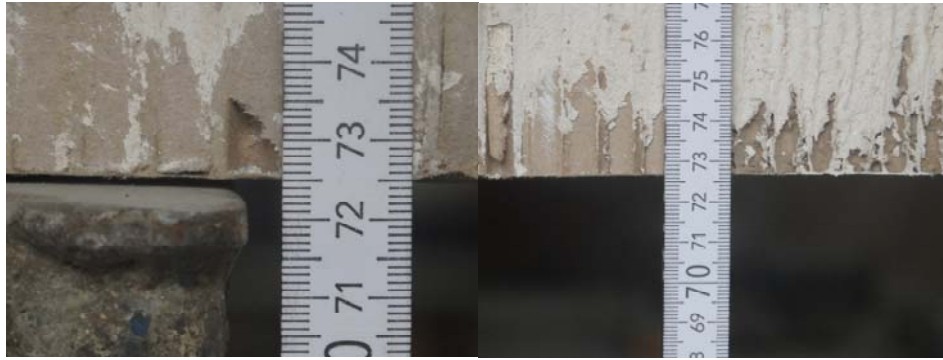


Abbildung 6.21 Ermittlung der Referenzlage der unteren Deckschicht am Auflager (links) und Messung der Durchbiegung in Feldmitte (rechts)

Im Vorfeld einer geplanten Belastung des obigen Bauteils in einem 6 - Punkt - Biegeversuch werden mit dem Berechnungstool aus *Matlab* nach Stamm und Witte für dicke Deckschichten sowie mittels einer Finite - Elemente - Berechnung in *Ansys* die Grenzdurchbiegung in Feldmitte berechnet. Diese betragen im Falle der *Matlab* Analyse  $w = 3,1$  mm. Im Falle der numerischen Berechnung liegen die Verformungen in globaler  $y$  - Richtung in Feldmitte bei 3,04 mm (Abbildung 6.22).

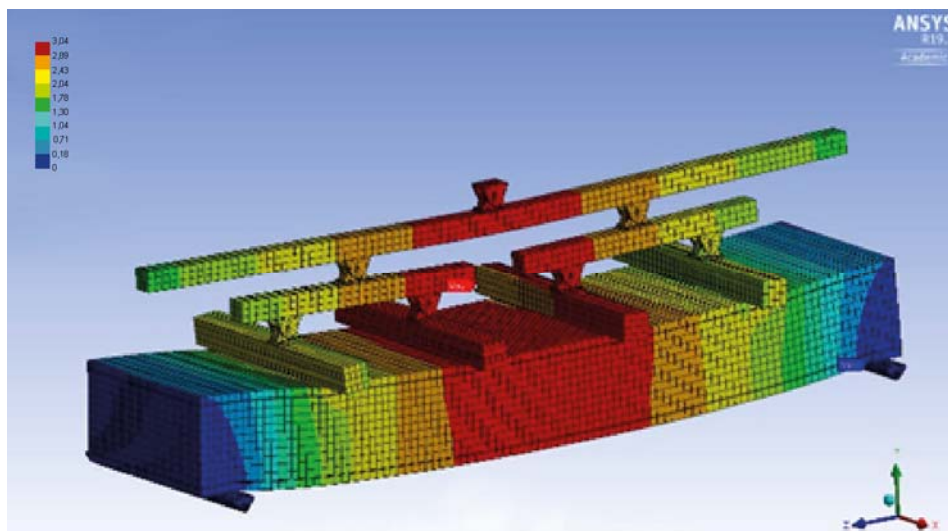


Abbildung 6.22 Durchbiegung in Feldmitte in einem 6 - Punkt - Biegeversuch in *Ansys* unter einer Maschinenlast von 4,5 kN und damit umgerechnet  $2 \text{ kN m}^{-2}$

Somit zeigt sich eine gute Übereinstimmung von FEM und Stamm und Witte für dicke Deckschichten.

Für den experimentellen Nachweis muss das Element vom Fertigteilerhersteller an die *TU - Darmstadt* transportiert werden. Dabei zeigt sich, dass das so konzipierte Bauteil keine ausreichende Robustheit und keine ausreichende Dauerhaftigkeit besitzt.



Abbildung 6.23 Zerstörtes Sandwichelement mit Riss im Schaumkern (links) und nach Abnahme der Deckschichten (rechts)

In Abbildung 6.23 ist ein in Richtung der kürzeren Elementbreite vollständig durchgehender Riss im mineralisierten Schaum zu sehen. Bezogen auf die Elementlänge liegt dieser in etwa mittig.

Unter der Annahme, dass der mineralisierte Schaum wesentlich stärker schwindet als die ihn umgebenden Deckschichten, kommt es, sofern der Verbund in Form vorherrschender Schubspannungen an den Elementrändern ausreichend ist, im Schaum zu Zugspannungen und in den Deckschichten zu Druckspannungen.

Dies in Kombination mit dem vorherrschenden Rissbild lässt die Vermutung zu, dass die durch Schwinddehnungen hervorgerufenen Zugspannungen im Schaum die vorhandene Zugfestigkeit des Schaums übersteigt und schließlich zum Riss führt. Gleichzeitig lässt sich darauf schließen, dass der Verbund zwischen den Deckschichten und dem mineralisierten Schaum in Verbindung mit dem Gipsputz als Haftbrücke ausreichend vorhanden ist, da der Schaden eindeutig im Schaum und nicht in der Verbundfuge an den Bauteilenden verortet werden kann.

Der Zeitpunkt der Schadensbildung spricht in Anlehnung an die These aus GILKA-BÖTZOW, 2016 für ein zeitlich verzögertes chemisches Schwinden des Schaums. Ob weitere begünstigende Ursachen für die Rissbildung vorliegen, lässt sich nicht abschließend beantworten ohne experimentelle Untersuchungen zum Schubverbund und zur Feuchteregulierung des Gesamtelements. Hauptsächlich dürfte nach Meinung des Verfassers aber in jedem Fall der oben beschriebene Effekt aus dem Schwindverhalten des mineralisierten Schaumes sein.



Daher sind material- und verfahrenstechnologische Maßnahmen zur Schwindreduzierung des Schaumes, wie in Kapitel 3.9.2 beschrieben, unerlässlich für eine praxistaugliche Anwendung von mineralisiertem Schaum.

## 6.5 Zusammenfassung

Im vorangegangenen Kapitel erfolgt zunächst im Hinblick auf eine sinnvolle Anwendung von Sandwichelementen in der Gebäudehülle eine Analyse von verschiedenen Hüllbauteilen im Dach- und Fassadenbereich und deren rechtliche (Brandschutz, Mindestwärmeschutz, etc.) wie technische Anforderungen (Tragfähigkeit, Feuchteschutz, etc.). Es zeigte sich, dass neben Sandwichelementen aus mineralisiertem Schaum im Kern und mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton in die Deckschichten auch solche aus Papierwerkstoffen aufgrund deren Möglichkeiten einer Funktionalisierung möglich erscheinen. Für die weiteren Untersuchungen werden dann zwei Bauteile vertieft betrachtet:

- Sandwichbalken mit einer Breite von 1 m und einer Länge von 5 m entsprechend
- Sandwichplatten mit einer Breite von 1,5 m und einer Länge von 2 m.

Anwendungsspezifische Randbedingungen für die Bauteilentwicklung werden als Kriterien definiert. Hiernach sollen die Bauteile einen U - Wert von  $0,21 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  nicht überschreiten. Im Hinblick auf die statische Funktionalität sollen die Elemente typische Belastungen im Fassaden- und Dachbereich aus Wind, Schnee, Temperatur u.a. widerstehen können, die mit einer Größe von  $2 \text{ kN m}^{-2}$  als zielführend festgesetzt werden. Aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit sollen die Elemente im Bereich der maximalen Belastung eine Grenzverformung von  $1/200$  nicht überschreiten. Die Brandschutztechnischen Anforderungen werden von den Bauteilen aus vollständig zementösen Werkstoffen in jedem Fall erfüllt, im Falle des Papier - Schaum - Kompositbauteils muss das Papier in den Deckschichten entsprechend funktionalisiert werden, was im Rahmen dieses Kapitels nicht betrachtet wird.

Die entsprechenden Anforderungen an die Wärmedämmeigenschaft sowie die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit werden im Anschluss untersucht. Es zeigt sich, dass eine 30 cm dicken Kernschicht aus mineralisiertem Schaum erforderlich ist, um den Grenzwert für Wohnungsneubauten einzuhalten. Für den Nachweis einer ausreichenden Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit werden Kleinbauteilversuche mit Schaum im Kern und dünnen Papierlagen in den Deckschichten durchgeführt. Die Bauteile versagen nahezu allesamt auf Schub im Kern und erreichen eine Lastniveau, das über dem Grenzlastniveau liegt. Die gemessenen Verformungen liegen darüber hinaus unterhalb der

Grenzdurchbiegung. Weiterhin werden die Versuche mit der Sandwichtheorie nach Stamm und Witte nachgerechnet und zeigen eine gute Übereinstimmung.

Für eine Übertragung auf die Großbauteilebene werden mit den analytischen Lösungen für die beiden Anwendungsfälle (Sandwichbalken und Sandwichplatte mit den beiden möglichen Deckschichtmaterialien (mrUHPC und Papier) Vordimensionierungen hinsichtlich eines minimalen Schubmoduls des Kernwerkstoffes bei unterschiedlicher Deckschichtdicke sowie ein minimaler E - Modul für die beiden Deckschichtwerkstoffe unter Annahme von mineralisiertem Schaum im Kern. Dabei zeigt sich, dass sowohl die Schubmoduln als auch die E - Moduln relativ gering ausfallen können und von den verwendeten Werkstoffen bei weitem übertroffen werden. Es zeigt sich auch, dass bei weicheren Deckschichten die Schubmoduln im Kern deutlich ansteigen müssen, um die Grenzdurchbiegung einhalten zu können.

Für den Schichtaufbau aus mineralisiertem Schaum und Papier in den Deckschichten wird ein Großbauteil hergestellt. Dabei handelt es sich um einen Sandwichbalken mit einer Spannweite von maximal 3,0 m und einer Breite von 0,75 m. Da diese aus Wabenlatten in den Deckschichten hergestellt werden, erfolgt die Ermittlung des minimalen E - Moduls zur Einhaltung der Grenzdurchbiegung für diesen Elementaufbau. Dabei ergibt sich bei einer Schichtdicke von 50 mm ein ausreichend geringer E - Modul von 55 MPa. Dieses Bauteil wird in einem Zwei - Schicht - Verfahren hergestellt und konnte zunächst erfolgreich einer Biegebelastung unter Eigengewicht unterzogen werden. Die Verformungen in Feldmitte sind auch nach einer Woche mit den einfachen Möglichkeiten eines Zollstocks nicht messbar. Ein Vergleich zwischen der analytischen Lösung nach Stamm und Witte für dicke Deckschichten und einer finiten Elemente Berechnung für einen geplanten 6 - Punkt - Biegeversuchs ergibt eine gute Übereinstimmung in den Durchbiegungen in Feldmitte. Die praktische Umsetzung des Großbauteilversuchs scheitert schließlich an der geringen Robustheit des Bauteils. Der Schaum neigt stark zum Schwinden, wird aber von den Deckschichten behindert und es entstehen große Eigenspannungen im Schaum, infolge dessen die Zugfestigkeit überschritten wird und das Bauteil versagt. Somit kann eine Umsetzung als Sandwichelement mit Papier in den Deckschichten nach aktuellem Stand nicht erfolgen.

Für die Umsetzung mit Betondeckschichten sind die Erwartungen aufgrund des Positivbeispiels der *ETA - Fabrik* deutlich besser.

## 7 Fazit und Ausblick

Die grundlegende Fragestellung dieser Arbeit lautete, ob für baurelevante Anwendungsfälle Sandwichelemente mit zementgebundenem, mineralisiertem Schaum als Kerndämmung umgesetzt werden können und ob deren Schubtragfähigkeit hierfür ausreichend ist.

Der zweite Teil der Frage lässt sich nach den durchgeführten Untersuchungen in Kapitel 3 und Kapitel 5 durchaus bejahen. Die, für eine Verwendung als Kernmaterial entsprechend den bekannten Sandwichtheorien, relevanten Materialparameter in Form des Schubmoduls und der Schubfestigkeit liegen bei den hier untersuchten, zementösen Schäumen in einer Größenordnung, die mit anderen Kernwerkstoffen aus der Sandwichherstellung vergleichbar sind. Ebenso ermöglichen die aus der Literatur bekannten Sandwichtheorien eine Berechnung von Sandwichelementen mit mineralisiertem Schaum als schubübertragender Kerndämmstoff. Gleichwohl bleibt festzustellen, dass die ermittelten Materialparameter nur einen geringen Probenumfang abdecken und die Streuung der Einzelwerte, wie oftmals bei spröden, zementgebundenen, Werkstoffen der Fall, relativ groß ist, was sich auch in einem entsprechend niedrigen 5 % - Quantilwert niederschlägt. Weiterhin muss beachtet werden, dass aufgrund der, im Vergleich zu anderen Dämmstoffen, hohen Wärmeleitfähigkeit, deutlich größere Dämmstoffdicken und damit auch schwerere Elemente verwendet werden müssen.

Der erste Teil der Frage muss nach aktueller Materialzusammensetzung verneint werden. Dies liegt zum einen an der, bereits von der *ETA - Fabrik* bekannten, geringen Robustheit des Schaumes gegenüber punktuellen Belastungen, die auch in seiner naturgegebenen Sprödigkeit begründet liegt. Es erscheint derzeit nicht vorstellbar, dass beispielsweise Dämmplatten für WDVS in gleicher Art und Weise montiert werden können, wie das bei Platten aus EPS oder Mineralwolle der Fall ist, noch dazu bei, im Altbau nicht unüblichen, unebenen Untergründen. Der Zweite und gewichtigere Nachteil des Schaumes ist seine hohe Schwindneigung, die mit einer flächigen Rissbildung einhergeht und die obigen Materialparameter unter exponierter und dauerhafter Belastung sicherlich reduziert. Der Versuch der Herstellung eines Bauteildemonstrators mit Deckschichten aus funktionalisierten Wabenplatten für temporäre Anwendungen scheiterte an der hohen Schwindneigung verbunden mit einer niedrigen Zugfestigkeit des Materials (vgl. Kapitel 6).

Im Hinblick auf seine ökologischen Qualitäten kann der zementgebundene Schaum wiederum durchaus mit Standardprodukten konkurrieren, vor allem dann, wenn man über die übliche cradle to gate Betrachtung in den kommenden Jahren im Zuge der

Energiewende mehr und mehr hinausgehen wird und die Themen der Rückbaubarkeit und Wiederverwendung mehr in den Fokus rücken werden.

Die Möglichkeit, mit zementgebundenen Werkstoffen nahezu sortenreine und nicht brennbare Gebäudehüllen konstruieren zu können, sollte Motivation genug sein, das Material werkstofftechnologisch so zu verbessern, dass hier ein robusteres und mechanisch der Rohdichte entsprechend besseres Werkstoffverhalten erzielt werden kann. Dazu gehören experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Verbundfestigkeit zwischen dem mineralisierten Schaum und einem entsprechenden Deckschichtmaterial, da dies im Rahmen dieser Arbeit lediglich indirekt durch Kontrolle des Versagensortes betrachtet wird. Möglichkeiten einer aktiven Carbonatisierung des unbewehrten Schaumes müssen zeitnah untersucht werden um festzustellen, ob der zementöse Schaum sein, im Vergleich zu anderen mineralischen, aber auch synthetischen Dämmstoffen, höheres GWP kompensieren kann und sogar als CO<sub>2</sub> - Senke dienen kann.

# Literaturverzeichnis

- ABELE, E., SCHNEIDER, J., BECK, M. & MAIER, A. (2018): ETA - Die Modellfabrik Energieeffizienz weiter gedacht, Technische Universität Darmstadt: Institut für Produktionsmanagement, Technologie und Werkzeugmaschinen (PTW), Institut für Statik und Konstruktion (ISM+D), Darmstadt
- ACKERMANN, K. (2016): Nachhaltigkeitsbewertung von mineralisiertem Schaum und mikrobewehrtem UHPC, BSc Thesis, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt
- ALDRIDGE, D. (2005): Introduction to foamed concrete: what, why, how? Use of Foamed Concrete in Construction, Dundee: S. 1-14, 10.1680/uofcic.34068.0001
- ALLEN, H. G. (1969): Analysis and design of structural sandwich panels. 1. Auflage, Pergamon Press, Oxford, New York u.a.
- ALTENBACH, H., ALTENBACH, J. & NAUMENKO, K. (2016): Ebene Flächentragwerke: Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten. 2. Auflage, Springer Vieweg, Berlin
- ALTENBACH, H. & EREMEYEV, V. (2017): Shell-like Structures: Advanced Theories and Applications. 1. Auflage, Springer Verlag, Cham
- AMRAN, Y. H. M., FARZADNIA, N. & ABANG ALI, A. A. (2015): Properties and applications of foamed concrete; a review. in: Construction and Building Materials, 101: S. 990-1005, 10.1016/j.conbuildmat.2015.10.112
- ANDERSSON, R., STRIPPLE, H., GUSTAFSSON, T. & LJUNGKRANTZ, C. (2019): Carbonation as a method to improve climate performance for cement based material. in: Cement and Concrete Research, 124: S. 105819, <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2019.105819>
- ASTM D638-14: Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics. ASTM International, West Conshohocken, 12 - 2014
- ASTM D3574-17: Standard Test Methods for Flexible Cellular Materials-Slab, Bonded, and Molded Urethane Foams. ASTM International, West Conshohocken, 11 - 2016
- BACKE, H., HIESE, W. & MÖHRING, R. (2013): Baustoffkunde für Ausbildung und Praxis. 12. Auflage, Werner Verlag, Düsseldorf
- BAUDER, H.-J., BEUSCHER, J., LÜHLING, C., MAIER, A., NAGEL, D., RUCKER-GRAMM, P., SCHNEIDER, J., WEILANDT, A. & WEIMER, T. (2021): Gewebt, gewirkt, geschäumt: 3D Textilien für die Gebäudehülle (ge3TEX), University of applied Science Frankfurt Technische Universität Darmstadt, Braunschweig
- BERNER, K. (1998): Praxisgerechte Nachweise zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von Sandwichbauteilen. in: Stahlbau, 67(12): S. 910-925, doi:10.1002/stab.199803370
- BING, C., ZHEN, W. & NING, L. (2012): Experimental Research on Properties of High-Strength Foamed Concrete. in: Journal of Materials in Civil Engineering, 24(1): S. 113-118, 10.1061/(asce)mt.1943-5533.0000353

- BS ISO 1922: Rigid cellular plastics. Determination of shear properties. British Standards Institution, Milton Keynes, 09 - 2018
- BS ISO 1926: Rigid cellular plastics. Determination of tensile properties. British Standards Institution, Milton Keynes, 01 - 2010
- BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, N., BAU UND REAKTORSICHERHEIT (BMUB) (2014): Leitfaden nachhaltiges Bauen, Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz, Bau und Reaktorsicherheit (BMUB) Referat B I 5, Berlin
- BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, NATURSCHUTZ UND NUKLEARE S. B. (2021): Klimaschutz in Zahlen - Fakten, Trends und Impulse deutscher Klimapolitik, Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit (BMU) Referat IK III 1, Berlin
- CARRERA, E. (2002): Theories and finite elements for multilayered, anisotropic, composite plates and shells. in: Archives of Computational Methods in Engineering, 9(2): S. 87-140, 10.1007/bf02736649
- CRESPO VIDAL, C. (2018): Experimentelle Ermittlung von Festigkeitskennwerten und elastischer Ingenieurkonstanten zweier zementgebundener mineralisierter Schäume unterschiedlicher Porosität, MSc Thesis, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt
- DAW SE (2016): Umwelt-Produktdeklaration EPS-Fassadendämmplatte aus grauem und weißem expandiertem Polystyrol (Dalmatinerplatte) 035, Institut Bauen und Umwelt (IBU), Berlin
- DEUTSCHE BAUCHEMIE E.V. (2014): Umweltproduktdeklaration Betonzusatzmittel - Wirkungsgruppe Luftporenbildner, Institut Bauen und Umwelt (IBU), Berlin
- DEUTSCHE ENERGIE-AGENTUR (2021): DENA-GEBÄUDEREPORT 2022. Zahlen, Daten, Fakten., Deutsche Energie-Agentur GmbH (dena), Berlin
- DEUTSCHE ROCKWOOL GMBH & Co. KG (2018): ROCKWOOL Steinwolle - Dämmstoffe im mittleren Rohdichtebereich, Institut Bauen und Umwelt (IBU), Berlin
- DEUTSCHE UMWELTHILFE E. V. (2021): Innovationen in der Wärmedämmung, Deutsche Umwelthilfe e. V., Radolfzell
- DIN 4102 - 1: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen - Teil 1 : Baustoffe; Begriffe, Anforderungen und Prüfungen Beuth Verlag GmbH, Berlin, 05 - 1998
- DIN 4108-2: Wärmeschutz und Energie-Einsparung in Gebäuden - Teil 2: Mindestanforderungen an den Wärmeschutz Beuth Verlag GmbH, Berlin, 02 - 2013
- DIN 4108-10: Wärmeschutz und Energie-Einsparung in Gebäuden - Teil 10: Anwendungsbezogene Anforderungen an Wärmedämmstoffe - Werkmäßig hergestellte Wärmedämmstoffe. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2015
- DIN 4164: Gas- und Schaumbeton - Herstellung, Verwendung und Prüfung. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 10 - 1951
- DIN EN 196-1: Prüfverfahren für Zement - Teil 1: Bestimmung der Festigkeit. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 11 - 2016
- DIN EN 197-1: ENTWURF: Zement - Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien von Normalzement. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 07 - 2014

- DIN EN 480-11: Zusatzmittel für Beton, Mörtel und Einpressmörtel - Prüfverfahren - Teil 11: Bestimmung von Luftporenkennwerten in Festbeton. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2005
- DIN EN 826: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen - Bestimmung des Verhaltens bei Druckbeanspruchung. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 05 - 2013
- DIN EN 1607: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen - Bestimmung der Zugfestigkeit senkrecht zur Plattenebene. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 05 - 2013
- DIN EN 1608: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen - Bestimmung der Zugfestigkeit in Plattenebene. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 05 - 2013
- DIN EN 1990: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2010
- DIN EN 1991 - 1 - 3:  
Eurocode 1 : Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1 - 3 : Allgemeine Einwirkungen, Schneelasten. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2010
- DIN EN 1991 - 1 - 4: DIN EN 1991 1 – 4 : 2010 – 12 Eurocode 1 : Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1 - 4 : Allgemeine Einwirkungen, Windlasten. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2010
- DIN EN 12090: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen - Bestimmung des Verhaltens bei Scherbeanspruchung. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 06 - 2013
- DIN EN 12390-1: Prüfung von Festbeton - Teil 1: Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2012
- DIN EN 12390-13: Prüfung von Festbeton - Teil 13: Bestimmung des Elastizitätsmoduls unter Druckbelastung (Sekantenmodul). Beuth Verlag GmbH, Berlin, 06 - 2014
- DIN EN 13501 - 1:  
Klassifizierung von Bauprodukten und Bauarten zu ihrem Brandverhalten – Teil 1 : Klassifizierung mit den Ergebnissen aus den Prüfungen zum Brandverhalten von Bauprodukten. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 05 - 2019
- DIN EN 13830: Vorhangfassaden - Produktnorm. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 11 - 2020
- DIN EN 14509: Selbsttragende Sandwich-Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte – Spezifikationen. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 12 - 2013
- DIN EN 15804: Nachhaltigkeit von Bauwerken - Umweltproduktdeklarationen - Grundregeln für die Produktkategorie Bauprodukte. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 03 - 2020
- DIN EN ISO 844: Harte Schaumstoffe – Bestimmung der Druckeigenschaften. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 11 - 2014
- DIN EN ISO 1798: Weich-elastische polymere Schaumstoffe – Bestimmung der Zugfestigkeit und der Bruchdehnung. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 04 - 2008
- DIN EN ISO 6946:  
Bauteile - Wärmedurchlasswiderstand und Wärmedurchgangskoeffizient - Berechnungsverfahren. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 03 - 2018
- DIN EN ISO 14040: Umweltmanagement - Ökobilanz - Grundsätze und Rahmenbedingungen. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 11 - 2009
- DIN EN ISO 14044: Umweltmanagement - Ökobilanz - Anforderungen und Anleitungen. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 05 - 2018

- EYERER, P. & REINHARDT, H.-W. (2000): Ökologische Bilanzierung von Baustoffen und Gebäuden: Wege zu einer ganzheitlichen Bilanzierung. 1. Auflage, Birkhäuser Verlag, Basel u.a.
- FACHVERBAND EISENHÜTTENSCHLACKE E.V. (2013): Umweltproduktdeklarationen (EPDs) und die Bewertung von Hüttensand, Fachverband Eisenhüttenschlacke e.V.: Institut für Baustoff-Forschung, Duisburg
- FAHLBUSCH, N. C. (2015): Entwicklung und Analyse mikromechanischer Modelle zur Beschreibung des Effektivverhaltens von geschlossenzelligen Polymerschäumen, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt
- FITIK, B. (2012): Ermüdungsverhalten von ultrahochfestem Beton (UHPC) bei zyklischen Beanspruchungen im Druck-Zug-Wechselbereich, Dissertation, Technische Universität München, München
- FLUM, D., SCHRAML, P., PANTEN, N., JUNGE, F., BAUERDICK, C., HELFERT, M., SIELAFF, T., DAUME, C., WEBER, M., STROBEL, N., BECK, M., REDELBERGER, A., POTOTZKY, L., ROTHENBÜCHER, S., LANDGRAF, G., RUMMEL, W., HEIMBACH, K., HAASE, P., STOCK, S., SCHWARZ, J., SCHAAL, S., KUNDE, R. & KRÖNAUER, A. (2019): Gemeinsamer Schlussbericht zum Projekt ETA-Fabrik, Technische Universität Darmstadt  
Bosch Rexroth Aktiengesellschaft  
EMAG Maschinenfabrik GmbH IVA Schmetz GmbH  
MAFAC – E. Schwarz GmbH & Co. KG  
Bayerisches Zentrum für angewandte Energieforschung, e.V. (ZAE Bayern), Hannover
- GHERLONE, M., TESSLER, A. & SCIUVA, M. D. (2011): C0 beam elements based on the Refined Zigzag Theory for multilayered composite and sandwich laminates. in: Composite Structures, 93(11): S. 2882-2894, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.05.015>
- GIBSON, L. J. & ASHBY, M. F. (2001): Cellular solids: structure and properties. 2. Auflage, Cambridge University Press, Cambridge u.a.
- GILKA-BÖTZOW, A. (2016): Stabilität von ultraleichten Schaumbetonen : Betrachtung instationärer Porenstrukturen, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Springer Vieweg, Wiesbaden, <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-16596-3>
- GILKA-BÖTZOW, A. & GARRECHT, H. (2012): Influence of the microstructure of low density mineralized foams on their thermal conductivity. Proceedings of fib PhD Symposium in Civil Engineering, Karlsruhe: S. 419-423
- GREUTERT, J. (1927): Der Zellenbeton, Ein neues Bau- und Isoliermaterial. in: Das Werk, Technische Mitteilungen, 14(11): S. 15-25
- HAEUSSLER, E. (1984): Gedanken zur Verwöbung und Rissbildungen in Sandwichplatten. in: Betonwerk + Fertigteil-Technik, 11: S. 774-780
- HEIDELBERG CEMENT AG (2017): Betontechnische Daten, HeidelbergCement AG - Entwicklung & Anwendung, Leimen
- HORSTMANN, M. (2010): Zum Tragverhalten von Sandwichkonstruktionen aus textilbewehrtem Beton, Dissertation, RWTH Aachen, Aachen
- HUANG, Z., ZHANG, T. & WEN, Z. (2015): Proportioning and characterization of Portland cement-based ultra-lightweight foam concretes. in: Construction and Building Materials, 79: S. 390-396



- HUMMEL, A. (1959): Das Beton-ABC: ein Lehrbuch der Technologie des Schwerbetons und des Leichtbetons. 12. Auflage, Ernst&Sohn Verlag, Berlin
- INFORMATIONEN ZENTRUM BETON GMBH (2013): Umwelt-Produktdeklaration Beton der Druckfestigkeitsklasse C 30/37, Institut Bauen und Umwelt (IBU), Berlin
- INSTITUT FÜR UMWELT- UND ENERGIEFORSCHUNG HEIDELBERG (2019): Ganzheitliche Bewertung von verschiedenen Dämmstoffalternativen, Institut für Umwelt-und Energieforschung Heidelberg, Heidelberg
- JACKON INSULATION GMBH (2021): JACKODUR Plus - Extruded Polystyrene (XPS) with HFO 1234ze, Institut Bauen und Umwelt (IBU), Berlin
- JONES, M. R. & MCCARTHY, A. (2005a): Behaviour and assessment of foamed concrete for construction applications. *Use of Foamed Concrete in Construction*, Dundee: S. 61-88
- JONES, M. R. & MCCARTHY, A. (2005b): Preliminary views on the potential of foamed concrete as a structural material. in: *Magazine of concrete research*, 57(1): S. 21-31
- JUST, A. & MIDDENDORF, B. (2009): Microstructure of high-strength foam concrete. in: *Materials characterization*, 60(7): S. 741-748
- KADELA, M., CIŃCIO, A. & KOZŁOWSKI, M. (2015): Degradation Analysis of Notched Foam Concrete Beam. in: *Applied Mechanics and Materials*, 797: S. 96-100, 10.4028/www.scientific.net/AMM.797.96
- KEARSLEY, E. P. & WAINWRIGHT, P. J. (2002): The effect of porosity on the strength of foamed concrete. in: *Cement and concrete research*, 32(2): S. 233-239
- KLÖPFER, W. & GRAHL, B. (2009): Ökobilanz (LCA): Ein Leitfaden für Ausbildung und Beruf. 1. Auflage, John Wiley & Sons, Ltd., Weinheim
- KOZŁOWSKI, M. & KADELA, M. (2018): Mechanical Characterization of Lightweight Foamed Concrete. in: *Advances in Materials Science and Engineering*, 2018: S. 1-8, 10.1155/2018/6801258
- KUNHANANDAN NAMBIAR, E. K. & RAMAMURTHY, K. (2007): Air-void characterisation of foam concrete. in: *Cement and concrete research*, 37(2): S. 221-230
- KUNHANANDAN NAMBIAR, E. K. & RAMAMURTHY, K. (2008): Models for strength prediction of foam concrete. in: *Materials and structures*, 41(2): S. 247-254
- LANGE, J. & BERNER, K. (2010): Sandwichelemente im Hochbau. *Stahlbau-Kalender* 2010, 12: S. 643-699, U. Kuhlmann, Berlin, doi:10.1002/9783433600498.ch6
- MERZIGER, G., MÜHLBACH, G., WILLE, D. & WIRTH, T. (2014): Formeln + Hilfen höhere Mathematik. 7. Auflage, Binomi Verlag, Barsinghausen
- MITTELSTEDT, C. & BECKER, W. (2016): *Strukturmechanik ebener Laminate*. 1. Auflage, Technische Universität Darmstadt FB Mechanik, Bibliothek, Darmstadt
- MÖRSCH, E. (1904): Schub- und Scherfestigkeit des Betons. in: *Schweizerische Bauzeitung*, 43/44(27): S. 307-310, 10.5169/seals-24830
- MUELLER, F. (2015): Sandwichelemente mit Deckschichten aus Hochleistungsbeton und einem Kern aus extrudiertem Polystyrol, Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, Kaiserslautern
- MÜLLER, A. (2018): *Baustoffrecycling: Entstehung-Aufbereitung-Verwertung*, Springer-Verlag, Wiesbaden, 10.1007/978-3-658-22988-7

- NAUJOKS, B. & MISIEK, T. (2015): Praxisgerechte Nachweise zur Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Sandwichelementen mittels Fachwerkmodellen. in: Stahlbau, 84(11): S. 890-907, 10.1002/stab.201510324
- ÖCHSNER, A. (2016): Theorie der Balkenbiegung: Einführung und Modellierung der statischen Verformung und Beanspruchung. 1. Auflager, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden
- PAGANO, N. J. (1969): Exact Solutions for Composite Laminates in Cylindrical Bending. in: Composite Materials, 3(3): S. 398-411, 10.1177/002199836900300304
- PAGANO, N. J. (1970): Exact Solutions for Rectangular Bidirectional Composites and Sandwich Plates. in: Composite Materials, 4(1): S. 20-34, 10.1177/002199837000400102
- PAN, Z., LI, H. & LIU, W. (2014): Preparation and characterization of super low density foamed concrete from Portland cement and admixtures. in: Construction and Building Materials, 72: S. 256-261
- PLANTEMA, F. (1966): Sandwich construction: the bending and buckling of sandwich beams, plates, and shells. 1. Auflage, John Wiley & Sons, Inc., New York u. a.
- POTT, J. U. (2006): Entwicklungsstrategien für zementgebundene Schäume, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität, Hannover
- PROSKE, T., HAINER, S., JAKOB, M., GARRECHT, H. & GRAUBNER, C.-A. (2012): Stahlbetonbauteile aus klima- und ressourcenschonendem Ökobeton. in: Beton- und Stahlbetonbau, 107(6): S. 401-413, <https://doi.org/10.1002/best.201200002>
- PU, Y., QINYONG, M. & H Aidong, Z. (2014): Energy Dissipation Analyses on LightWeight Foam Concrete under Impact Loads. in: The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 19: S. 8667-8675
- PUTTAPPA, R. C. G., IBRAHIM, A., MUTHU, K. U. & RAGHAVENDRA, H. S. (2008): Mechanical Properties of Foamed Concrete. International Conference on Construction and Buidling Technology, Kuala Lumpur: S. 491-500
- RAMAMURTHY, K., KUNHANANDAN NAMBIAR, E. K. & RANJANI, G. I. S. (2009): A classification of studies on properties of foam concrete. in: Cement and concrete composites, 31(6): S. 388-396
- REDDY, J. N. (2004): Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis. 1. Auflage, CRC press LLC, Boca Raton
- SACHS, L. & HEDDERICH, J. (2006): Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R. 12. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg
- SAUTTER, L. (1948): Wärmeschutz und Feuchtigkeitsschutz im Hochbau, Verlagsgesellschaft MBH Max Lipfert
- SCHABEL, S., KREPLIN, F., BÜTER, A., LEHMANN, M., ARNDT, T. & THOMAS, M. (2020): KOMPAP-energieeffizientes Bauen durch Komposit-Materialien mit Papier : Abschlussbericht, Technische Universität Darmstadt  
Bosch Rexroth Aktiengesellschaft  
EMAG Maschinenfabrik GmbH IVA Schmetz GmbH  
MAFAC – E. Schwarz GmbH & Co. KG  
Bayerisches Zentrum für angewandte Energieforschung, e.V. (ZAE Bayern), Braunschweig

- SCHAFFARCZYK, A. (2018): Analytische und numerische Berechnungsverfahren von Sandwichelementen aus Beton, MSc-Thesis, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt
- SCHNEIDER, J., WÖRNER, J.-D., KUNTSCHKE, J. K., SCHULA, S. & SCHNEIDER, F. (2016): Glasbau: Grundlagen, Berechnung, Konstruktion. 2. Auflage, Springer Vieweg Verlag, Berlin
- SCHWARZE, K. (1984): Numerisch Methoden zur Berechnung von Sandwichelementen. in: Stahlbau, 12: S. 363-370
- SIMSCH, G. (2015): Nachhaltiges Bauen im Bestand, Technische Universität Darmstadt: Institut für Massivbau
- STAMM, K. (1984): Sandwichelemente mit metallischen Deckschichten als Wandbauplatten im Bauwesen. in: Stahlbau, 5: S. 135-143
- STAMM, K. & WITTE, H. (1974): Sandwichkonstruktionen: Berechnung, Fertigung, Ausführung. 1. Auflage, Springer Verlag, Wien, New York
- STEIGERWALD, J. (2018): Experimentelle Ermittlung von mechanischen Zug- und Schubkenngrößen zweiter zementgebundener mineralisierter Schäume unterschiedlicher Porosität, MSc Thesis, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt
- STEINECK, S. (2018): Vergleich verschiedener Berechnungsansätze für Laminat- bzw. Sandwichbauteile im Glas- und Metallbau, MSc Thesis, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt
- TAN, X., CHEN, W., HAO, Y. & WANG, X. (2014): Experimental Study of Ultralight (<300 kg/m<sup>3</sup>) Foamed Concrete. in: Advances in Materials Science and Engineering, 2014: S. 1-7, 10.1155/2014/514759
- TESSLER, A., DI SCIUVA, M. & GHERLONE, M. (2009): A Refined Zigzag Beam Theory for Composite and Sandwich Beams. in: Journal of Composite Materials, 43(9): S. 1051-1081, 10.1177/0021998308097730
- TIAN, W. L., YANG, J. B. & ZHAO, X. Y. (2011): Study on Properties of Foam Concrete Based on Fractal Theory. in: Advanced Materials Research, 194-196: S. 1916-1919
- TONYAN, T. D. & GIBSON, L. J. (1992): Structure and mechanics of cement foams. in: Journal of Materials Science, 27(23): S. 6371-6378
- VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V. (2002): Zement-Taschenbuch. 50. Auflage, Bau+Technik, Düsseldorf
- VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V. (2014): Umweltdaten der deutschen Zementindustrie, Verein deutscher Zementwerke e.V., Düsseldorf
- VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE E.V. (2020): Dekarbonisierung von Zement und Beton – Minderungspfade und Handlungsstrategien, Verein Deutscher Zementwerke e.V., Düsseldorf
- WEISE, K. (2018): Die Reaktivität Von Hüttensand Als Betonzusatzstoff, Springer Fachmedien, Wiesbaden
- WIEDEMANN, J. (2007): Leichtbau: Elemente und Konstruktion. 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin u.a.
- WILLEMS, W., DINTER, S. & SCHILD, K. (2006): Vieweg Handbuch Bauphysik Teil : Wärme- und Feuchteschutz, Behaglichkeit, Lüftung. 1. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden

- WIMMER, H. (2017): Zur Statik des schubelastischen Laminatbalkens. in: Bauingenieur: die richtungsweisende Zeitschrift im Bauingenieurwesen, 92(2): S. 79-86
- WIMMER, H. & NACHBAGAUER, K. (2018): Exact transfer- and stiffness matrix for the composite beam-column with Refined Zigzag kinematics. in: Composite Structures, 189: S. 700-706, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.01.022>
- WOELFEL, E. (1987): Nachgiebiger Verbund. Eine Näherungslösung und deren Anwendungsmöglichkeiten. in: Stahlbau, 56(6): S. 173-180
- WURSTHORN, S. (2007): Ökobilanzierung – das Bewerten der Umweltwirkungen von Produkten über den Lebensweg. Kolloquium der Umweltwissenschaften, Landau: S. 1-50
- WWF DEUTSCHLAND (2019): Klimaschutz in der Beton- und Zementindustrie Hintergrund und Handlungsoptionen, WWF Deutschland, Berlin
- XI, F., DAVIS, S. J., CIAIS, P., CRAWFORD-BROWN, D., GUAN, D., PADE, C., SHI, T., SYDDALL, M., LV, J., JI, L., BING, L., WANG, J., WEI, W., YANG, K.-H., LAGERBLAD, B., GALAN, I., ANDRADE, C., ZHANG, Y. & LIU, Z. (2016): Substantial global carbon uptake by cement carbonation. in: Nature Geoscience, 9(12): S. 880-883, [10.1038/ngeo2840](https://doi.org/10.1038/ngeo2840)
- YU, X. G., LUO, S. S., GAO, Y. N., WANG, H. F., LI, Y. X., WEI, Y. R. & WANG, X. J. (2011a): Pore structure and microstructure of foam concrete. in: Advanced Materials Research, 177: S. 530-532
- YU, X. G., LUO, S. S., GAO, Y. N., XIAO, H., LI, D. J., XU, H. C. & LI, F. (2011b): Microstructure, Mineral Phases and Strength of the Foam Concrete. in: Key Engineering Materials, 1459(492): S. 484-488
- ZENKERT, D. (1997): The handbook of sandwich construction. 1.Auflage, Engineering Materials Advisory Services Ltd., Cradley Heath
- ZENKERT, D., SHIPSHA, A. & PERSSON, K. (2004): Static indentation and unloading response of sandwich beams. in: Science Direct: Composites Part B - Engineering, 35(6-8): S. 511-522, [10.1016/j.compositesb.2003.09.006](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2003.09.006)

# Anhang

## A.1 Zusammenstellung von Prüfverfahren zur Ermittlung mechanischer Kennwerte

### A.1.1 Ermittlung druckabhängiger Parameter

Tabelle A.1 Überblick über die versuchstechnische Ermittlung druckabhängiger Parameter

Material	Probekörperform (Maße in mm)	Versuchsablauf	Normen
Beton	Zylinder	0,6 MPa s <sup>-1</sup>	DIN EN 12390 - 13
Zement	Halbes Prisma Prismen 40 x 40 x 160	2.400 N s <sup>-1</sup>	DIN EN 196 - 1
Mineralwolle	5 Quader mit 200 x 200 3 Quader mit 300 x 300	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13162 DIN EN 826
EPS	5 Quader mit 50 x 50 mit d < 50	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13163 DIN EN 826
XPS	5 Quader mit 100 x 100 3 Quader mit 150 x 150	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13164 DIN EN 826
PUR	3 Quader mit 50 x 50 mit d < 50 3 Quader mit 100 x 100 mit d > 50 3 Quader mit 150 x 150 mit d > 100	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13165 DIN EN 826
Phenolharz Hartschaum	5 Quader mit 50 x 50 mit d < 50 3 Quader mit 100 x 100 mit d > 50	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13166 DIN EN 826
Schaumglas	4 Quader mit 200 x 200	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13167 DIN EN 826
Holzwohle	5 Quader mit 200 x 200 3 Quader mit 300 x 300	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13168 DIN EN 826
Expandierter Perlit	5 Quader mit 100 x 100 mit d < 100 5 Quader mit 150 x 150 mit d > 100	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13169 DIN EN 826
Expandierter Kork	3 Quader mit 100 x 100	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13170 DIN EN 826
Holzfaser	5 Quader mit 200 x 200 3 Quader mit 300 x 300	Vorlast: 250 oder 50 Pa 0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN 13171 DIN EN 826
Kunststoffe - Allgemein	5 Prismen oder Zylinder	1 mm min <sup>-1</sup> vor Fließbeginn 5 mm min <sup>-1</sup> nach Fließbeginn	DIN EN ISO 604
Harte Schaumstoffe	5 Prismen 100 x 100 x 50	0,1 d s <sup>-1</sup>	DIN EN ISO 844

<b>Material</b>	<b>Probekörperform (Maße in mm)</b>	<b>Versuchsablauf</b>	<b>Normen</b>
-----------------	---	-----------------------	---------------

## A.1.2 Ermittlung zugabhängiger Parameter

Tabelle A.2 Überblick über die versuchstechnische Ermittlung zugabhängiger Parameter parallel zur Plattenebene

<b>Material</b>	<b>Probekörperform (Maße in mm)</b>	<b>Versuchsablauf</b>	<b>Normen</b>
Schaumglas	5 Platten mit 500 x 250	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13167 DIN EN 1608
Holzfaser	3 Platten mit 1000 x 500	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13171 DIN EN 1608

Tabelle A.3 Überblick über die versuchstechnische Ermittlung zugabhängiger Parameter senkrecht zur Plattenebene sowie für harte Schäume

<b>Material</b>	<b>Probekörperform (Maße in mm)</b>	<b>Versuchsablauf</b>	<b>Normen</b>
Mineralwolle	5 Quader mit 200 x 200 3 Quader mit 300 x 300	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13162 DIN EN 1607
EPS	5 Quader mit 50 x 50 mit d < 50	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13163 DIN EN 1607
XPS	3 Quader mit 50 x 50	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13164 DIN EN 1607
PUR	3 Quader mit 50 x 50	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13165 DIN EN 1607
Phenolharz Hartschaum	3 Quader mit 50 x 50	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13166 DIN EN 1607
Schaumglas	3 Quader mit 150 x 150	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13167 DIN EN 1607
Holzwolle	5 Quader mit 100 x 100 3 Quader mit 200 x 200	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13168 DIN EN 1607
Expandierter Perlit	8 Quader mit 80 x 80 5 Quader mit 100 x 100	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13169 DIN EN 1607
Expandierter Kork	5 Quader mit 200 x 200	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13170 DIN EN 1607
Holzfaser	5 Quader mit 200 x 200 3 Quader mit 300 x 300	10 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13171 DIN EN 1607
Harte Schaumstoffe	5 Prismen 100 x 100 x 50	5 mm min <sup>-1</sup>	BS ISO 1926

<b>Material</b>	<b>Probekörperform (Maße in mm)</b>	<b>Versuchsablauf</b>	<b>Normen</b>
-----------------	---	-----------------------	---------------

### A.1.3 Ermittlung schubabhängiger Parameter

Tabelle A.4 Überblick über die versuchstechnische Ermittlung zugabhängiger Parameter senkrecht zur Plattenebene sowie für harte Schäume

<b>Material</b>	<b>Probekörperform (Maße in mm)</b>	<b>Versuchsablauf</b>	<b>Normen</b>
Mineralwolle	3 Quader mit 250 x 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13162 DIN EN 12090
EPS	5 Quader mit 250 x 50 mit d < 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13163 DIN EN 12090
XPS	5 Quader mit 250 x 50 mit d < 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13164 DIN EN 12090
PUR	5 Quader mit 250 x 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13165 DIN EN 12090
Phenolharz Hartschaum	5 Quader mit 250 x 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13166 DIN EN 12090
Holzwolle	5 Quader mit 250 x 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13168 DIN EN 12090
Expandierter Kork	5 Quader mit 250 x 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13170 DIN EN 12090
Holzfaser	5 Quader mit 250 x 50	3 mm min <sup>-1</sup>	DIN EN 13171 DIN EN 12090
Harte Schaumstoffe	5 Prismen 2500 x 50 x 25	1 mm min <sup>-1</sup>	BS ISO 1922

## A.2 Statische Auswertung der Versuche an mineralisiertem Schaum

### A.2.1 Schubversuche

#### Schubfestigkeit

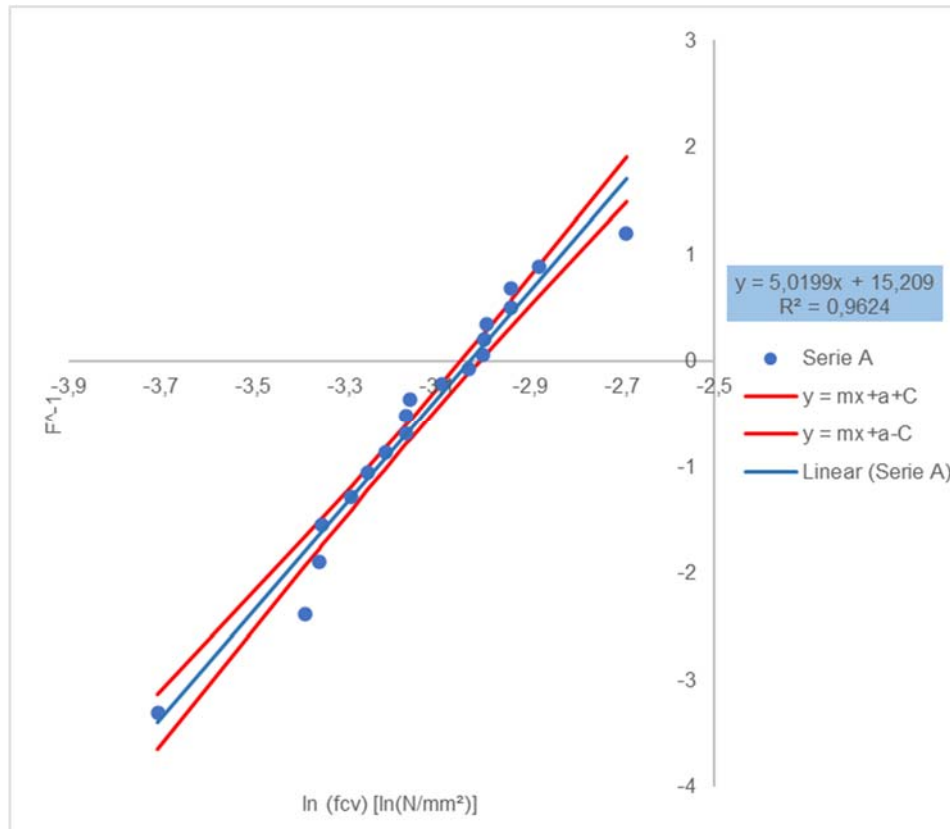


Abbildung A.1 Weibullverteilung – Schubfestigkeit Serie A



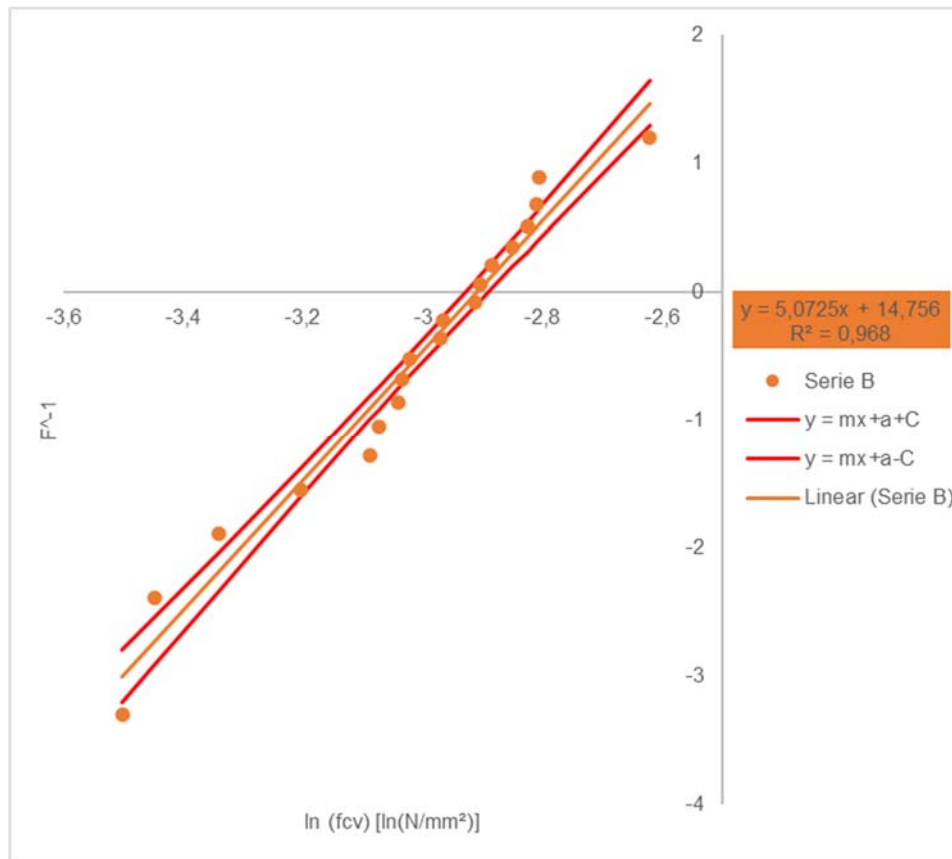


Abbildung A.2 Weibullverteilung – Schubfestigkeit Serie B

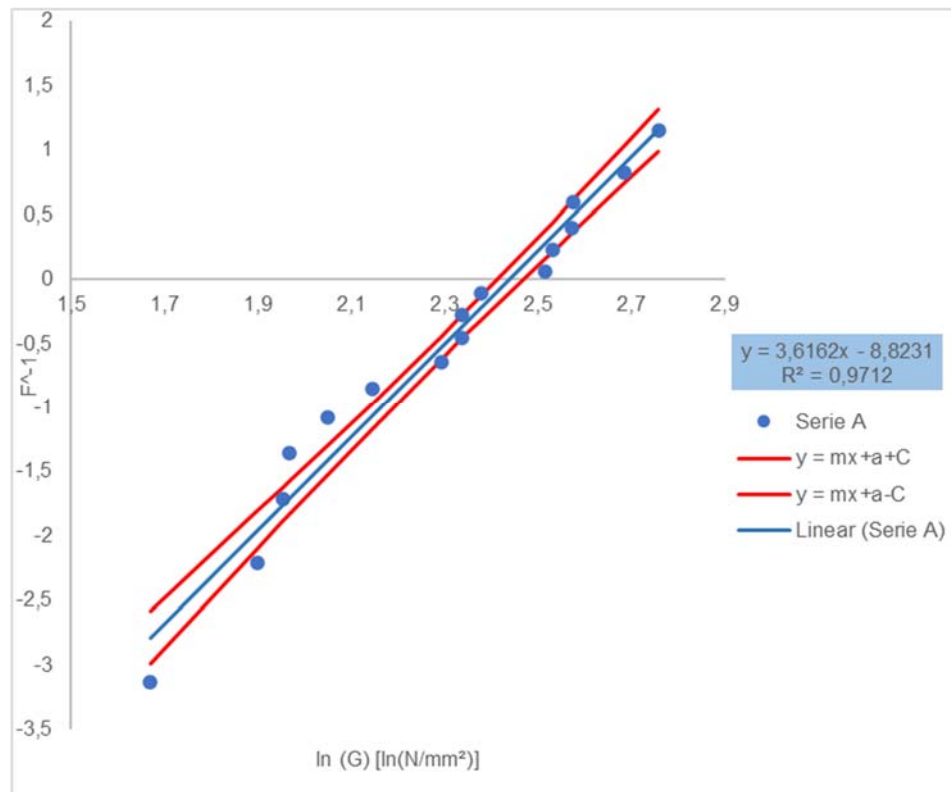
**Schubmodul**

Abbildung A.3 Weibullverteilung – Schubmodul Serie A

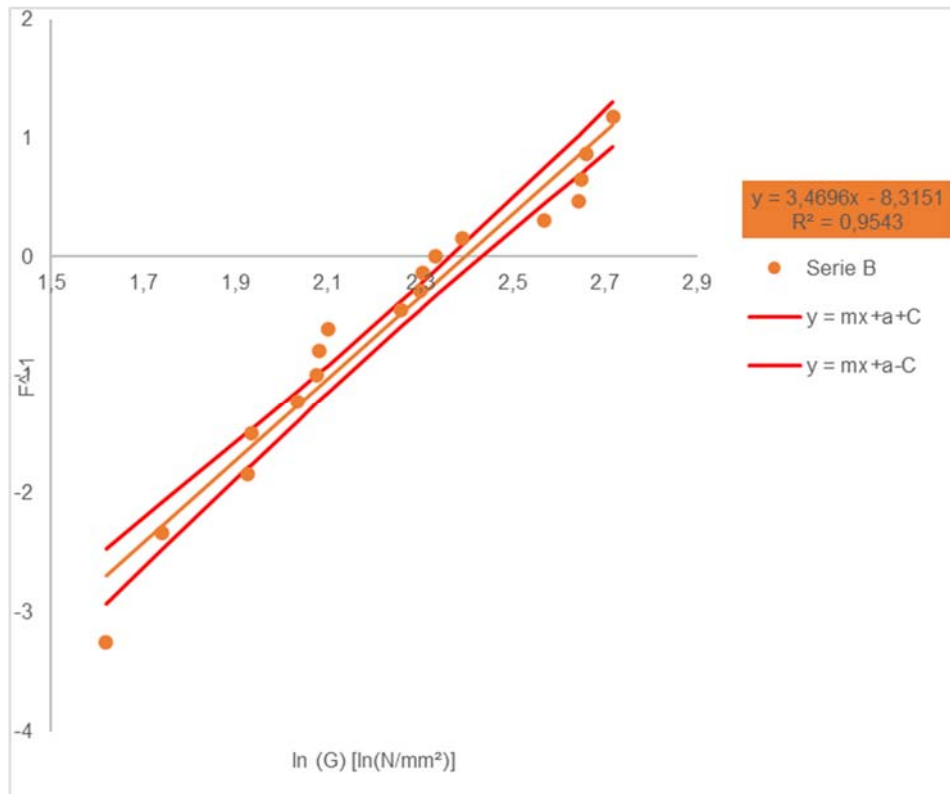


Abbildung A.4 Weibullverteilung – Schubmodul Serie B

## A.2.2 Zugversuche

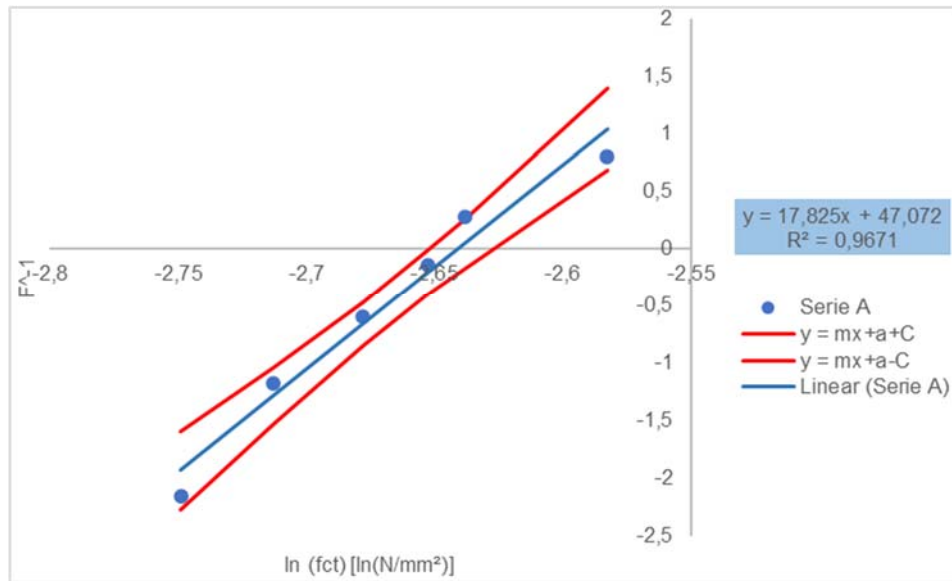


Abbildung A.5 Weibullverteilung – Zugfestigkeit Serie A

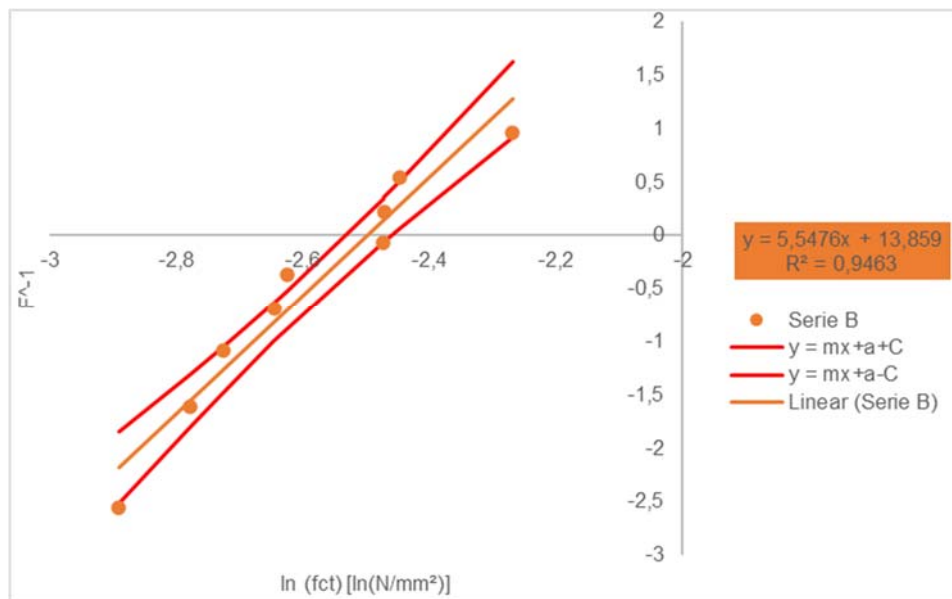


Abbildung A.6 Weibullverteilung – Zugfestigkeit Serie B

## A.3 Morphologische Untersuchungen an mineralisiertem Schaum

### A.3.1 Schaum A mit Wasser – Zement – Wert 0,4

Tabelle A.5 Porenanzahl und Porenklasse der Serie A\_1

<b>Porenklasse</b> mm	<b>Porenanzahl</b> -	<b>Fläche</b> mm <sup>2</sup>	<b>Flächenanteile</b> %
0,05-0,10	500	8,8	0,6
0,10-0,15	472	23,2	1,4
0,15-0,20	215	20,7	1,3
0,20-0,25	208	33,1	2,1
0,25-0,30	86	20,4	1,3
0,30-0,35	160	53,1	3,3
0,35-0,40	180	79,5	5,0
0,40-0,45	243	137,9	8,6
0,45-0,50	249	176,5	11,0
0,50-0,55	191	165,4	10,3
0,55-0,60	151	156,8	9,8
0,60-0,65	98	120,3	7,5
0,65-0,70	43	61,5	3,8
0,70-0,75	41	67,7	4,2
0,75-0,80	5	9,4	0,6
0,80-0,85	8	17,1	1,1
0,85-0,90	7	16,8	1,1
0,90-0,95	0	0,0	0,0
0,95-1,00	0	0,0	0,0
1,00-1,05	0	0,0	0,0
1,05-1,10	0	0,0	0,0
1,10-1,15	0	0,0	0,0
1,15-1,20	0	0,0	0,0
1,20-1,25	0	0,0	0,0
1,25-1,30	0	0,0	0,0
1,30-1,35	0	0,0	0,0
Summe	2858	1168,4	73,0

Tabelle A.6 Porenanzahl und Porenklasse der Serie A\_2

<b>Porenklasse</b> mm	<b>Porenanzahl</b> -	<b>Fläche</b> mm <sup>2</sup>	<b>Flächenanteile</b> %
0,05-0,10	422	7,5	0,5
0,10-0,15	414	20,3	1,3
0,15-0,20	236	22,7	1,4
0,20-0,25	206	32,8	2,1
0,25-0,30	102	24,2	1,5
0,30-0,35	141	46,8	2,9
0,35-0,40	213	94,1	5,9
0,40-0,45	257	145,8	9,1
0,45-0,50	267	189,3	11,8
0,50-0,55	204	176,6	11,0
0,55-0,60	154	160,0	10,0
0,60-0,65	101	123,9	7,7
0,65-0,70	47	67,3	4,2
0,70-0,75	41	67,7	4,2
0,75-0,80	15	28,3	1,8
0,80-0,85	16	34,2	2,1
0,85-0,90	10	24,1	1,5
0,90-0,95	5	13,4	0,8
0,95-1,00	3	9,0	0,6
1,00-1,05	3	9,9	0,6
1,05-1,10	1	3,6	0,2
1,10-1,15	0	0,0	0,0
1,15-1,20	1	4,3	0,3
1,20-1,25	0	0,0	0,0
1,25-1,30	0	0,0	0,0
1,30-1,35	0	0,0	0,0
Summe	2859	1305,9	81,6

Tabelle A.7 Porenanzahl und Porenklasse der Serie A\_3

<b>Porenklasse</b> mm	<b>Porenanzahl</b> -	<b>Fläche</b> mm <sup>2</sup>	<b>Flächenanteile</b> %
0,05-0,10	563	9,9	0,6
0,10-0,15	388	19,0	1,2
0,15-0,20	221	21,3	1,3
0,20-0,25	137	21,8	1,4
0,25-0,30	111	26,4	1,6
0,30-0,35	162	53,8	3,4
0,35-0,40	179	79,1	4,9
0,40-0,45	223	126,5	7,9
0,45-0,50	232	164,4	10,3
0,50-0,55	210	181,8	11,4
0,55-0,60	134	139,2	8,7
0,60-0,65	109	133,8	8,4
0,65-0,70	72	103,1	6,4
0,70-0,75	26	42,9	2,7
0,75-0,80	21	39,6	2,5
0,80-0,85	15	32,1	2,0
0,85-0,90	4	9,6	0,6
0,90-0,95	4	10,8	0,7
0,95-1,00	2	6,0	0,4
1,00-1,05	3	9,9	0,6
1,05-1,10	1	3,6	0,2
1,10-1,15	0	0	0
1,15-1,20	0	0	0
1,20-1,25	0	0	0
1,25-1,30	0	0	0
1,30-1,35	0	0	0
Summe	2817	1234,6	77,2

### A.3.2 Schaum B mit Wasser – Zement – Wert 0,45

Tabelle A.8 Porenanzahl und Porenklasse der Serie B\_1

<b>Porenklasse</b> mm	<b>Porenanzahl</b> -	<b>Fläche</b> mm <sup>2</sup>	<b>Flächenanteile</b> %
0,05-0,10	264	4,7	0,3
0,10-0,15	296	14,5	0,9
0,15-0,20	237	22,8	1,4
0,20-0,25	176	27,9	1,7
0,25-0,30	91	21,6	1,4
0,30-0,35	85	28,2	1,8
0,35-0,40	109	48,2	3,0
0,40-0,45	95	53,9	3,4
0,45-0,50	117	82,9	5,2
0,50-0,55	103	89,2	5,6
0,55-0,60	82	85,2	5,3
0,60-0,65	73	89,6	5,6
0,65-0,70	80	114,5	7,2
0,70-0,75	49	80,9	5,1
0,75-0,80	42	79,3	5,0
0,80-0,85	29	62,0	3,9
0,85-0,90	30	72,2	4,5
0,90-0,95	22	59,1	3,7
0,95-1,00	16	47,8	3,0
1,00-1,05	9	29,7	1,9
1,05-1,10	3	10,9	0,7
1,10-1,15	4	15,9	1,0
1,15-1,20	1	4,3	0,3
1,20-1,25	0	0,0	0,0
1,25-1,30	0	0,0	0,0
1,30-1,35	2	11,0	0,7
<b>Summe</b>	<b>2014</b>	<b>1156,3</b>	<b>72,3</b>



Tabelle A.9 Porenanzahl und Porenklasse der Serie B\_2

<b>Porenklasse</b> mm	<b>Porenanzahl</b> -	<b>Fläche</b> mm <sup>2</sup>	<b>Flächenanteile</b> %
0,05-0,10	261	4,6	0,3
0,10-0,15	294	14,5	0,9
0,15-0,20	236	22,7	1,4
0,20-0,25	176	28,1	1,8
0,25-0,30	89	21,1	1,3
0,30-0,35	87	28,9	1,8
0,35-0,40	111	49,0	3,1
0,40-0,45	93	52,8	3,3
0,45-0,50	118	83,6	5,2
0,50-0,55	103	89,2	5,6
0,55-0,60	81	84,1	5,3
0,60-0,65	75	92,0	5,8
0,65-0,70	79	113,1	7,1
0,70-0,75	52	85,9	5,4
0,75-0,80	40	75,5	4,7
0,80-0,85	27	57,7	3,6
0,85-0,90	31	74,6	4,7
0,90-0,95	22	59,1	3,7
0,95-1,00	17	50,8	3,2
1,00-1,05	10	33,0	2,1
1,05-1,10	4	14,5	0,9
1,10-1,15	3	11,9	0,7
1,15-1,20	1	4,3	0,3
1,20-1,25	0	0,0	0,0
1,25-1,30	0	0,0	0,0
1,30-1,35	1	5,5	0,3
Summe	2012	1156,6	72,3

Tabelle A.10 Porenanzahl und Porenklasse der Serie B\_3

<b>Porenklasse</b> mm	<b>Porenanzahl</b> -	<b>Fläche</b> mm <sup>2</sup>	<b>Flächenanteile</b> %
0,05-0,10	241	4,3	0,3
0,10-0,15	202	9,9	0,6
0,15-0,20	124	11,9	0,7
0,20-0,25	66	10,5	0,7
0,25-0,30	36	8,6	0,5
0,30-0,35	57	18,9	1,2
0,35-0,40	78	34,5	2,2
0,40-0,45	97	55,0	3,4
0,45-0,50	95	67,3	4,2
0,50-0,55	127	110,0	6,9
0,55-0,60	128	133,0	8,3
0,60-0,65	128	157,1	9,8
0,65-0,70	97	138,8	8,7
0,70-0,75	87	143,7	9,0
0,75-0,80	72	135,9	8,5
0,80-0,85	53	113,3	7,1
0,85-0,90	28	67,3	4,2
0,90-0,95	16	43,0	2,7
0,95-1,00	9	26,9	1,7
1,00-1,05	10	33,0	2,1
1,05-1,10	2	7,3	0,5
1,10-1,15	2	8,0	0,5
1,15-1,20	0	0	0
1,20-1,25	0	0	0
1,25-1,30	0	0	0
1,30-1,35	0	0	0
Summe	1755	1338,1	83,6

#### A.4 Stoffstromanalyse zur Herstellung von 1 m<sup>3</sup> mineralisiertem Schaum

Es werden die Namen der Basisprozesse angegeben.

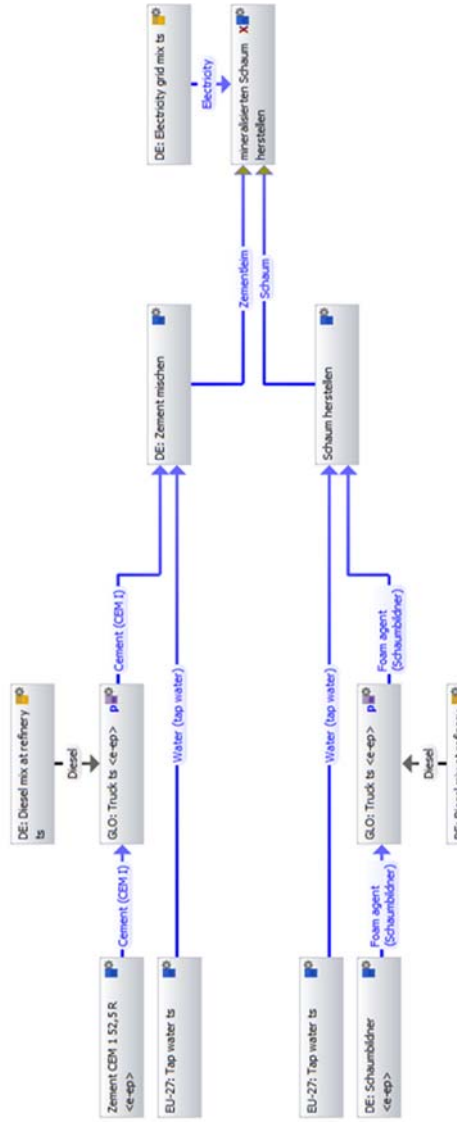


Abbildung A.7 Stoffstromanalyse von mineralisiertem Schaum aus GaBi

## A.5 Ergänzende Gleichungen der Sandwichtheorien

### A.5.1 Gleichungen für die Plattenlösung nach Stamm und Witte

#### Verzerrungen

$$\begin{aligned}\gamma_{xz} &= \gamma_{xz1} + \gamma_{xz2} = w' + \gamma_{xz2} \\ \gamma_{yz} &= \gamma_{yz1} + \gamma_{yz2} = w' + \gamma_{yz2}\end{aligned}\quad (1.1)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xu} &= \bar{u}' + a_u \gamma'_{xz2} - z_u \gamma'_{xz1}; \quad \varepsilon_{xo} = \bar{u}' + a_o \gamma'_{xz2} - z_o \gamma'_{xz1} \\ \varepsilon_{yu} &= \bar{v}' + a_u \gamma'_{yz2} - z_u \gamma'_{yz1}; \quad \varepsilon_{yo} = \bar{v}' + a_o \gamma'_{yz2} - z_o \gamma'_{yz1} \\ \gamma_{xyu} &= \bar{u}' + \bar{v}' + a_u (\gamma'_{yz2} + \gamma'_{yz2}) - z_u (\gamma'_{xz1} + \gamma'_{yz1}) \\ \gamma_{xyo} &= \bar{u}' + \bar{v}' - a_o (\gamma'_{xz2} + \gamma'_{yz2}) - z_o (\gamma'_{xz1} + \gamma'_{yz1})\end{aligned}\quad (1.2)$$

#### Konstitutive Gleichungen

$$E'_x = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y}; \quad E'_y = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \quad (1.3)$$

$$\sigma_x = E'_x (\varepsilon_x + \nu_y \varepsilon_y); \quad \sigma_y = E'_y (\varepsilon_y + \nu_x \varepsilon_x); \quad \tau_{xy} = G_{xy} \gamma_{xy} \quad (1.4)$$

$$\tau_{xz} = \frac{a}{h} G_{xz} \gamma_{xz}; \quad \tau_{yz} = \frac{a}{h} G_{yz} \gamma_{yz} \quad (1.5)$$

#### Steifigkeiten

$$D_u = E'_u t_u = \frac{E_u t_u}{1 - \nu}; \quad D_o = E'_o t_o = \frac{E_o t_o}{1 - \nu}; \quad (1.6)$$

$$A = G \frac{a^2}{h} \quad (1.7)$$

$$B_{xs} = B_{ys} = B_s = \frac{E_u t_u E_o t_o}{E_u t_u + E_o t_o} \frac{a^2}{1-\nu^2} \quad (1.8)$$

$$B_{xu} = B_{yu} = B_u = E'_u I_u = \frac{E_u t_u^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1.9)$$

$$B_{xo} = B_{yo} = B_o = E'_o I_o = \frac{E_o t_o^3}{12(1-\nu^2)}$$

### Schnittgrößen

$$\begin{aligned} n_x &= \int_z \sigma_x dz; \quad n_y = \int_z \sigma_y dz; \quad n_{xy} = \int_z \tau_{xy} dz \\ m_x &= \int_z z \sigma_x dz; \quad m_y = \int_z z \sigma_y dz; \quad m_{xy} = m_{yx} = \int_z z \tau_{xy} dz \\ q_x &= \int_z \tau_{xz} dz; \quad q_y = \int_z \tau_{yz} dz \end{aligned} \quad (1.10)$$

### Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x}(\Delta w) + \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{A}{B_s} \right) \gamma_{xz} + \frac{1+\nu}{2} \gamma'_{yz} &= 0 \\ -\frac{\partial}{\partial y}(\Delta w) + \frac{1+\nu}{2} \gamma'_{xz} + \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{A}{B_s} \right) \gamma_{yz} &= 0 \\ (B_u + B_o) \Delta \Delta w + A \gamma'_{xz} + A \gamma'_{yz} &= -p \end{aligned} \quad (1.11)$$

## Spannungen

$$\begin{aligned}
\sigma_{xu,o} &= \frac{1}{t_{u,o}} \left( \frac{D_{xu,o}}{D_x} n_x \pm \frac{1}{a} m_{xs} \right) \pm \frac{z_{u,o}}{I_{u,o}} m_{xu,o}; \quad \sigma_{yu,o} = \frac{1}{t_{u,o}} \left( \frac{D_{yu,o}}{D_y} n_y \pm \frac{1}{a} m_{ys} \right) \pm \frac{z_{u,o}}{I_{u,o}} m_{yu,o} \\
\tau_{xyu,o} &= \frac{1}{t_{u,o}} \left( \frac{A_{xyu,o}}{A_{xy}} n_{xy} \pm \frac{1}{a} m_{xys} \right) \pm \frac{z_{u,o}}{I_{u,o}} m_{xyu,o} \\
\tau_{xzu,o} &= \frac{1}{2} \left( 1 \mp 2 \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}} \tau_{xzs} \right) + \frac{3}{2} \left( 1 - 4 \frac{z_{u,o}^2}{t_{u,o}^2} \right) \frac{q_{xu,o}}{t_{u,o}}; \quad \tau_{xzu,o} = \frac{1}{2} \left( 1 \mp 2 \frac{z_{u,o}}{t_{u,o}} \tau_{yzs} \right) + \frac{3}{2} \left( 1 - 4 \frac{z_{u,o}^2}{t_{u,o}^2} \right) \frac{q_{yu,o}}{t_{u,o}} \\
\tau_{xzs} &= \frac{1}{a} q_{xs}; \quad \tau_{yzs} = \frac{1}{a} q_{ys}
\end{aligned}
\tag{1.12}$$



## A.5.2 Berechnung der Koppelfaktoren für nachgiebigen Verbund nach der Theorie von Wölfel

Zur Berechnung des Verbundfaktors  $k$  müssen die Integrale  $\int Q\bar{Q}dx$  und  $\int M\bar{M}dx$  in Abhängigkeit der Laufvariablen  $\xi = \frac{x}{l}$  gelöst werden.

Die Berechnung der Integrale erfolgt durch das Koppeln der Querkraft- und Momentenverläufe im Eigen- und Lastspannungszustand für die später anwendbaren Belastungsfälle.

### Einssystem

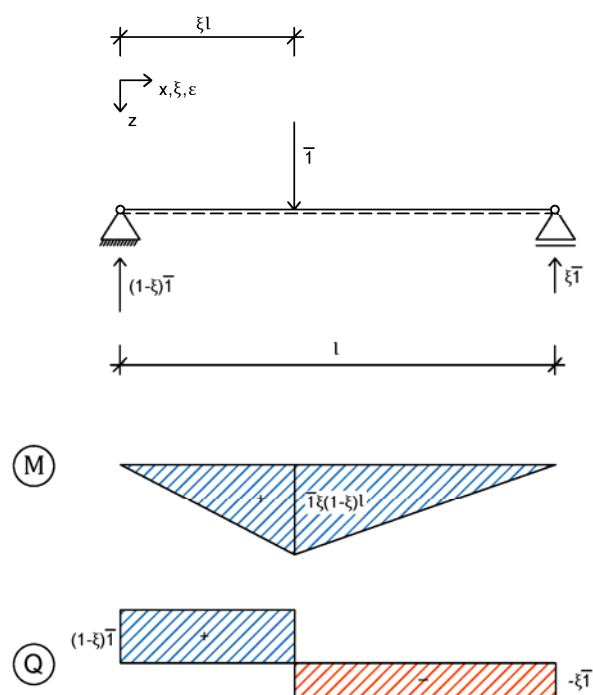


Abbildung A.8 Belastung, Momenten- und Querkraftverlauf im Einssystem

## Nullsystem bei Einzellast

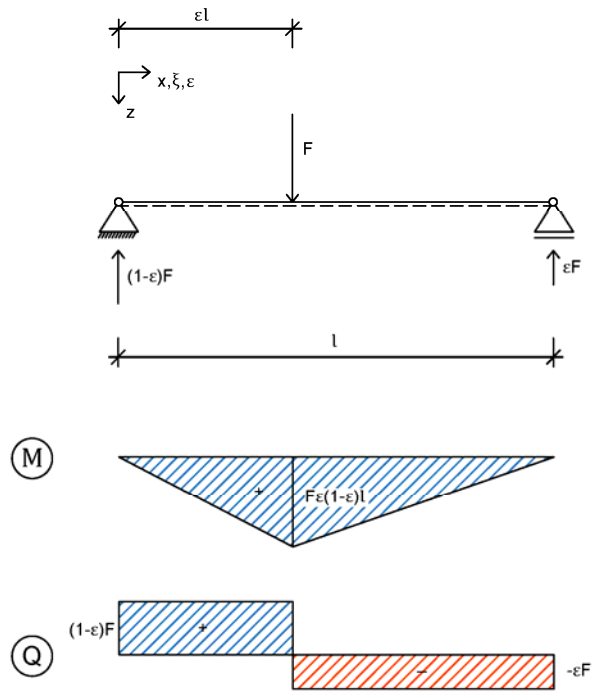


Abbildung A.9 Belastung, Momenten- und Querkraftverlauf im Nullsystem für eine Einzellast

### Integrale für Einzellast

Für  $0 \leq \xi \leq \varepsilon$  gilt:

$$\int M \overline{M} dx = \frac{1 - \varepsilon^2 - (1 - \xi)^2}{6(1 - \varepsilon)\xi} l(1 - \varepsilon) \varepsilon l(1 - \xi) \xi Fl =$$

$$= \frac{Fl^3}{6} \varepsilon(1 - \xi) [1 - \varepsilon^2 - (1 - \xi)^2]$$

$$\int Q \overline{Q} dx = \xi l(1 - \xi)(1 - \varepsilon) F + (\varepsilon - \xi) l(-\xi)(1 - \varepsilon) F + (1 - \varepsilon) l(-\xi)(-\varepsilon) F =$$

$$= Fl\xi(1 - \varepsilon)$$

Für  $\varepsilon \leq \xi \leq 1$  gilt:

$$\int M \overline{M} dx = \frac{1 - \xi^2 - (1 - \varepsilon)^2}{6\varepsilon(1 - \xi)} l(1 - \varepsilon) \varepsilon l(1 - \xi) \xi Fl =$$

$$= \frac{Fl^3}{6} \xi(1 - \varepsilon) [1 - \xi^2 - (1 - \varepsilon)^2]$$

$$\int Q \overline{Q} dx = \varepsilon l(1 - \xi)(1 - \varepsilon) F + (\xi - \varepsilon) l(-\varepsilon)(1 - \xi) F + (1 - \xi) l(-\xi)(-\varepsilon) F =$$

$$= Fl\varepsilon(1 - \xi)$$

(1.13)

**Nullsystem für Vier – Punkt – Biegung**

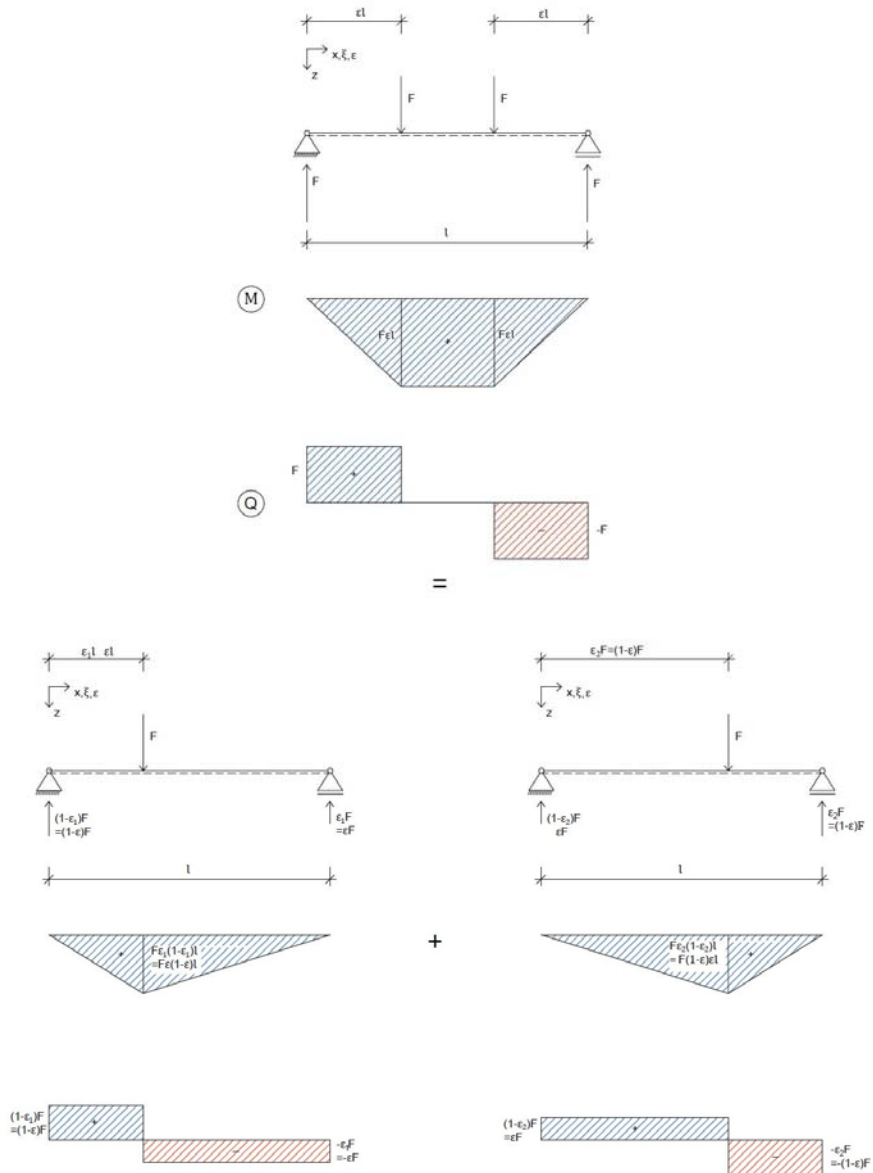


Abbildung A.10 Belastung, Momenten- und Querkraftverlauf im Nullsystem für eine Belastung entsprechend einer Vier – Punkt - Biegung

### Integrale für Vier – Punkt – Biegung

Die Schnittkraftverläufe für den Einfeldträger unter Vier – Punkt - Biegebeanspruchung werden durch die Überlagerung der beiden Verläufe für eine Einzellast ermittelt. Die gilt dann auch für die Integrale. Der Lastabstand ist beim Vier – Punkt - Biegeversuch symmetrisch, daher werden die Laufvariablen ineinander übergeführt, so dass nur die Abhängigkeit von einer Laufvariablen  $\varepsilon$  besteht.

Für  $0 \leq \xi \leq \varepsilon_1$  gilt:

$$\begin{aligned} \int M \bar{M} dx &= \frac{Fl^3}{6} \left\{ \varepsilon_1 (1 - \xi) \left[ 1 - \varepsilon_1^2 - (1 - \xi)^2 \right] + \varepsilon_2 (1 - \xi) \left[ 1 - \varepsilon_2^2 - (1 - \xi)^2 \right] \right\} = \\ &= \frac{Fl^3}{6} \xi \left[ 2\varepsilon^3 - 3\varepsilon^2 + \varepsilon + 2\xi^2 \varepsilon - \xi^2 \right] \\ \int Q \bar{Q} dx &= Fl\xi(1 - \varepsilon_1) + Fl\xi(1 - \varepsilon_2) = Fl\xi \end{aligned} \quad (1.14)$$

Für  $\varepsilon \leq \xi \leq 1$  gilt:

$$\begin{aligned} \int M \bar{M} dx &= \frac{Fl^3}{6} \left\{ \varepsilon_1 (1 - \xi) \left[ 1 - \varepsilon_1^2 - (1 - \xi)^2 \right] + \xi (1 - \varepsilon_2) \left[ 1 - \xi^2 - (1 - \varepsilon_2)^2 \right] \right\} = \\ &= \frac{Fl^3}{6} \varepsilon \left[ -2\xi^3 - \xi^2 + 3\xi^2 \varepsilon - \varepsilon^2 \right] \\ \int Q \bar{Q} dx &= Fl\varepsilon_1 (1 - \xi) + Fl\xi (1 - \varepsilon_2) = Fl\varepsilon \end{aligned}$$

## Nullsystem bei Gleichstreckenlast

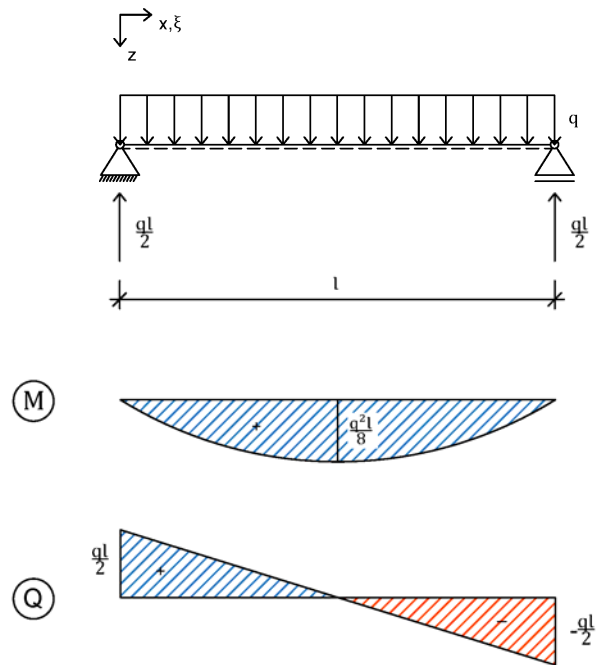


Abbildung A.11 Belastung, Momenten- und Querkraftverlauf im Nullsystem für eine Gleichstreckenbelastung

### Integrale für Gleichstreckenlast

$$\begin{aligned}
 \int M \bar{M} dx &= \frac{l}{3} [1 + \xi(1 - \xi)] \frac{ql^2}{8} \xi(1 - \xi) l = \\
 &= \frac{ql^4}{24} [\xi(1 - \xi) + \xi^2(1 - \xi)^2] \\
 \int Q \bar{Q} dx &= \frac{\xi l}{2} (1 - \xi) \left( \frac{ql}{2} + \frac{ql}{2} - \xi ql \right) + \frac{(1 - \xi) l (-\xi)}{2} \left( \frac{ql}{2} - \xi ql - \frac{ql}{2} \right) = \\
 &= \frac{ql^2}{2} \xi(1 - \xi)
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

### A.5.3 Berechnung der Elemente der Steifigkeitsmatrix für die Zickzack – Theorie nach Tessler

Bei der Zickzack - Theorie müssen die Elemente der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{D}$  ermittelt werden.

Für die Berechnung der Elemente im Falle eines Rechteckquerschnitts werden folgende Annahmen getroffen:

- $N$  beschreibt die Anzahl der untersuchten Schichten
- Die Querschnittsbreite  $b$  ist konstant
- Das Differential  $dA$  kann durch  $b dz$  ausgedrückt werden
- $A^{(k)}$  beschreibt die Teilfläche einer Schicht
- Die Ableitung der Zickzack-Funktion  $\beta^{(k)}$  ist schichtweise konstant
- Die Zickzack – Funktion  $\Phi^{(k)}$  verlaufen linear innerhalb einer Schicht, die Integrale werden mit Koppelwerten (vgl. PdvK) gelöst.

Die Verläufe in einer Schicht sind in nachfolgender Abbildung qualitativ dargestellt.

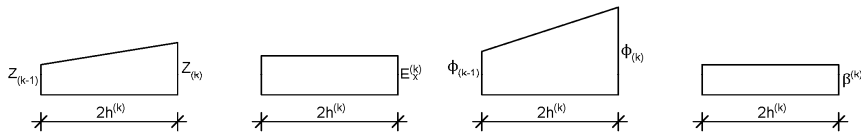


Abbildung A.12 Qualitative Verläufe der Höhenkoordinate  $z$ , des  $E$  – Moduls über die Schichtdicke, der Zickzack – Funktion und deren Ableitung

Elemente der Matrix nach Gleichung (5.78):

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \int_A E_x^{(k)} dA = \int_{A_1} E_x^{(1)} dA + \dots + \int_{A_N} E_x^{(N)} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_k} E_x^{(k)} (bdz) = \\
 &= b \sum_{k=1}^N \left[ E_x^{(k)} z \right]_{z_{(k-1)}}^{z_k} = 2b \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} h^{(k)}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$



$$\begin{aligned}
B_{12} &= \int_A E_x^{(k)} z dA = \int_{A_1} E_x^{(1)} z dA + \dots + \int_{A_N} E_x^{(N)} z dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_k} E_x^{(k)} z (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N \left[ E_x^{(k)} \frac{z^2}{2} \right]_{z_{(k-1)}}^{z_k} = \frac{b}{2} \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} (z_{(k)}^2 - z_{(k-1)}^2)
\end{aligned} \tag{1.17}$$

$$\begin{aligned}
B_{13} &= \int_A E_x^{(k)} \phi^{(k)} dA = \int_{A_1} E_x^{(1)} \phi^{(1)} dA + \dots + \int_{A_N} E_x^{(N)} \phi^{(N)} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_k} E_x^{(k)} \phi^{(k)} (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} h^{(k)} (\phi^{(k)} + \phi^{(k-1)})
\end{aligned} \tag{1.18}$$

$$\begin{aligned}
D_{11} &= \int_A E_x^{(k)} z^2 dA = \int_{A_1} E_x^{(1)} z^2 dA + \dots + \int_{A_N} E_x^{(N)} z^2 dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_k} E_x^{(k)} z^2 (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N \left[ E_x^{(k)} \frac{z^3}{3} \right]_{z_{(k-1)}}^{z_k} = \frac{b}{3} \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} (z_{(k)}^3 - z_{(k-1)}^3)
\end{aligned} \tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}
D_{12} &= \int_A E_x^{(k)} z \phi^{(k)} dA = \int_{A_1} E_x^{(1)} z \phi^{(1)} dA + \dots + \int_{A_N} E_x^{(N)} z \phi^{(N)} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_k} E_x^{(k)} z \phi^{(k)} (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} 2h^{(k)} \frac{1}{6} (2z_{(k)} \phi^{(k)} + 2z_{(k-1)} \phi^{(k-1)} + z_{(k)} \phi^{(k-1)} + z_{(k-1)} \phi^{(k)}) = \\
&= \frac{b}{3} \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} h^{(k)} (2z_{(k)} \phi^{(k)} + 2z_{(k-1)} \phi^{(k-1)} + z_{(k)} \phi^{(k-1)} + z_{(k-1)} \phi^{(k)})
\end{aligned} \tag{1.20}$$

$$\begin{aligned}
D_{22} &= \int_A E_x^{(k)} \phi^{(k)2} dA = \int_{A_1} E_x^{(1)} \phi^{(1)2} dA + \dots + \int_{A_N} E_x^{(N)} \phi^{(N)2} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_k} E_x^{(k)} \phi^{(k)2} (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} 2h^{(k)} \frac{1}{6} (2\phi^{(k)2} + 2\phi^{(k-1)2} + 2\phi^{(k)} \phi^{(k-1)}) = \\
&= \frac{2b}{3} \sum_{k=1}^N E_x^{(k)} h^{(k)} (\phi^{(k)2} + \phi^{(k-1)2} + \phi^{(k)} \phi^{(k-1)})
\end{aligned} \tag{1.21}$$

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \int_A G_{xz}^{(k)} dA = \int_{A_1} G_{xz}^{(1)} dA + \dots + \int_{A_N} G_{xz}^{(N)} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_{(k)}} G_{xz}^{(k)} (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N \left[ G_{xz}^{(k)} z \right]_{z_{(k-1)}}^{z_{(k)}} = 2b \sum_{k=1}^N G_{xz}^{(k)} h^{(k)}
\end{aligned} \tag{1.22}$$

$$\begin{aligned}
Q_{12} &= \int_A G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)} dA = \int_{A_1} G_{xz}^{(1)} \beta^{(1)} dA + \dots + \int_{A_N} G_{xz}^{(N)} \beta^{(N)} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_{(k)}} G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)} (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N \left[ G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)} z \right]_{z_{(k-1)}}^{z_{(k)}} = 2b \sum_{k=1}^N G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)} h^{(k)}
\end{aligned} \tag{1.23}$$

$$\begin{aligned}
Q_{22} &= \int_A G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)^2} dA = \int_{A_1} G_{xz}^{(1)} \beta^{(1)^2} dA + \dots + \int_{A_N} G_{xz}^{(N)} \beta^{(N)^2} dA = \sum_{k=1}^N \int_{z_{(k-1)}}^{z_{(k)}} G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)^2} (bdz) = \\
&= b \sum_{k=1}^N \left[ G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)^2} z \right]_{z_{(k-1)}}^{z_{(k)}} = 2b \sum_{k=1}^N G_{xz}^{(k)} \beta^{(k)^2} h^{(k)}
\end{aligned} \tag{1.24}$$

### A.5.4 Berechnung des Lastvektors einer Einzellast für die Zickzack – Theorie nach Tessler

Für eine auf einem Stabelement angreifende Einzellast orthogonal zum Stab entsprechend der Abbildung wird der Lastvektor ermittelt.

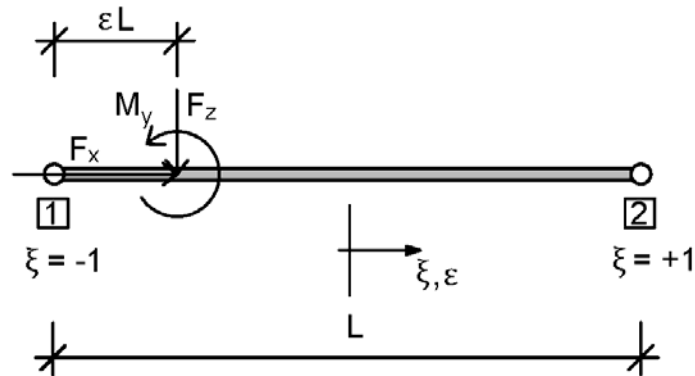


Abbildung A.13 Einzellast am finiten Stabelement

Der Belastungsvektor  $\vec{p}$  für Streckenlasten wird durch einen Vektor  $\vec{F}$  für Einzellasten ersetzt. Dieser lautet:

$$F = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.25)$$

Im Gegensatz zur Gleichstreckenlast wird Arbeit entlang eines Verformungsweges nur an einer diskreten Stelle verrichtet, wodurch das Integral über die Elementlänge wegfällt. Die Ansatzfunktion der Verschiebung wird auf die Lastangriffsstelle bezogen. Aus  $N(\xi)$  wird  $N(\epsilon)$ :

$$\delta u_e^T \left( \int_l B^T DB dx \right) u_e = \delta u_e^T [N(\epsilon)]^T u_e \quad (1.26)$$

Der Lastvektor für die Einzellasten berechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
 f_e &= [N(\varepsilon)]^T F \\
 &= \begin{bmatrix} N_1^L(\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & N_2^L(\varepsilon) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1^L(\varepsilon) & -\frac{L}{8}N_m^Q(\varepsilon) & -\frac{cL}{8}N_m^Q(\varepsilon) & 0 & N_2^L(\varepsilon) & \frac{L}{8}N_m^Q(\varepsilon) & \frac{cL}{8}N_m^Q(\varepsilon) \\ 0 & 0 & N_1^L(\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & N_2^L(\varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1^L(\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & N_2^L(\varepsilon) \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \\ 0 \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} N_1^L(\varepsilon)F_x \\ N_1^L(\varepsilon)F_z \\ -\frac{L}{8}N_m^Q(\varepsilon)F_z + N_1^L(\varepsilon)M_y \\ -\frac{cL}{8}N_m^Q(\varepsilon)F_z \\ N_2^L(\varepsilon)F_x \\ N_2^L(\varepsilon)F_z \\ \frac{L}{8}N_m^Q(\varepsilon)F_z + N_2^L(\varepsilon)M_y \\ \frac{cL}{8}N_m^Q(\varepsilon)F_z \end{Bmatrix} \\
 &\quad (1.27)
 \end{aligned}$$

Die Ansatzfunktionen bezogen auf die Lastangriffspunkte ergeben sich zu:

$$N_1^L(\varepsilon) = \frac{1}{2}(1-\varepsilon); \quad N_2^L(\varepsilon) = \frac{1}{2}(1+\varepsilon); \quad N_m^Q(\varepsilon) = (1-\varepsilon^2) \quad (1.28)$$

Diese werden in den Lastvektor eingesetzt:

$$f_e = \left\{ \begin{array}{c} \frac{F_x}{2}(1-\varepsilon) \\ \frac{F_z}{2}(1-\varepsilon) \\ -\frac{L}{8}(1-\varepsilon^2)F_z + \frac{M_y}{2}(1-\varepsilon) \\ -\frac{cL}{8}(1-\varepsilon^2)F_z \\ \frac{F_x}{2}(1+\varepsilon) \\ \frac{F_z}{2}(1+\varepsilon) \\ \frac{L}{8}(1-\varepsilon^2)F_z + \frac{M_y}{2}(1+\varepsilon) \\ \frac{cL}{8}(1-\varepsilon^2)F_z \end{array} \right\} \quad (1.29)$$

## A.6 Vergleichsberechnungen verschiedener Sandwichtheorien von Sandwichplatten

### A.6.1 Zusammenfassung der Ergebnisse einer Vergleichsrechnung verschiedener Sandwichtheorien am Beispiel einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mikrobewehrtem ultrahochfestem Beton

#### Vergleich der Durchbiegungen von Sandwichplatten mit Deckschichten aus mrUHPC

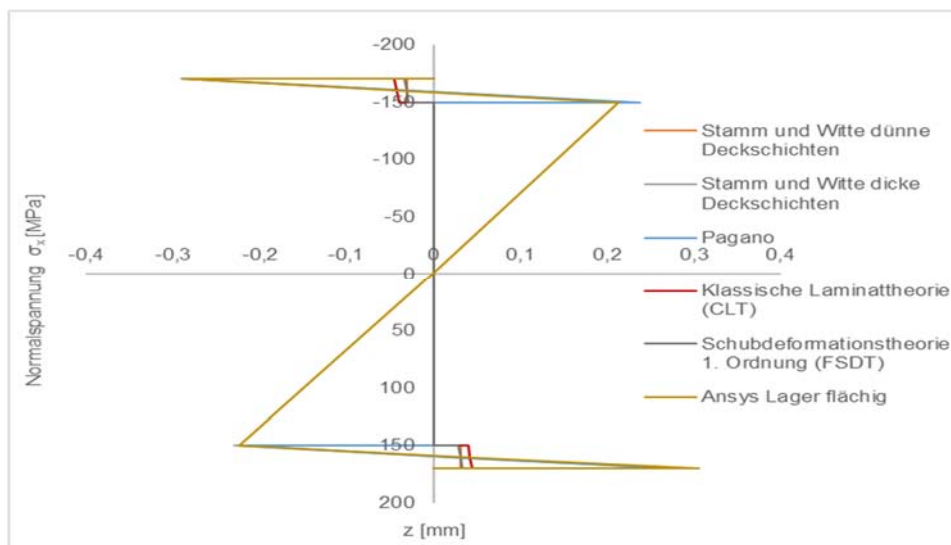


Abbildung A.14 Biegelinie in x - Richtung einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

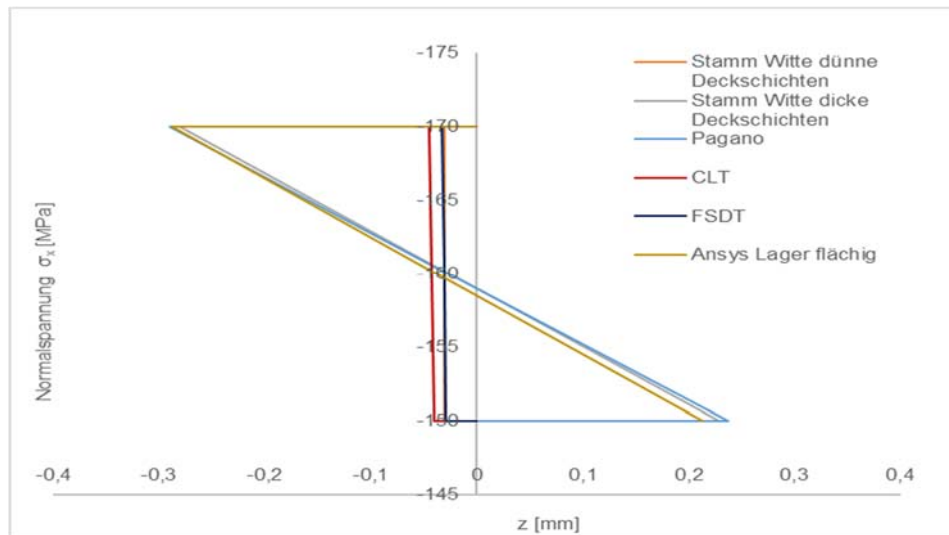


Abbildung A.15 Biegelinie in  $y$ -Richtung einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

Tabelle A.11 Prozentuale Abweichungen der Durchbiegungen einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- -stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	CLT	FSDT	FEM
Feldmitte	0 %	23 %	1 %	99 %	99 %	3 %

### Vergleich der Normalspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus mrUHPC

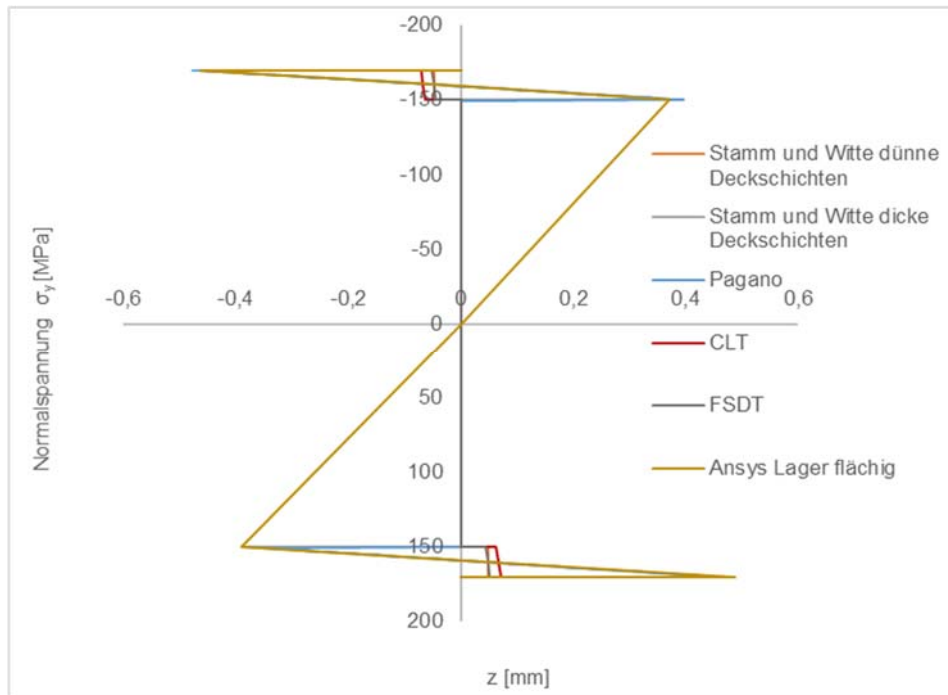


Abbildung A.16 Normalspannungen  $\sigma_x$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC



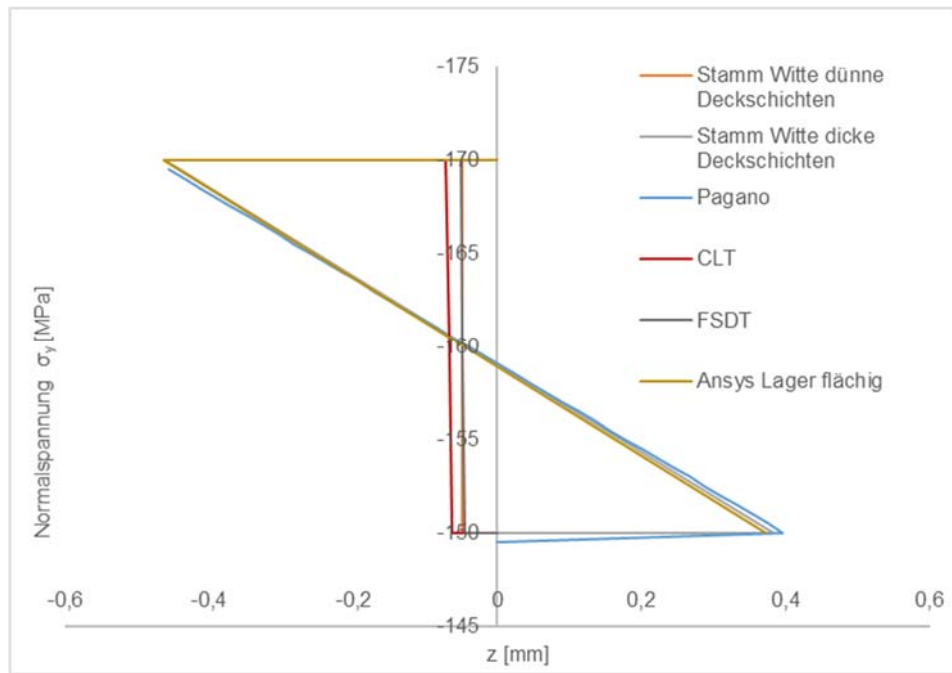


Abbildung A.17 Normalspannungen  $\sigma_x$  der oberen Deckschicht einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

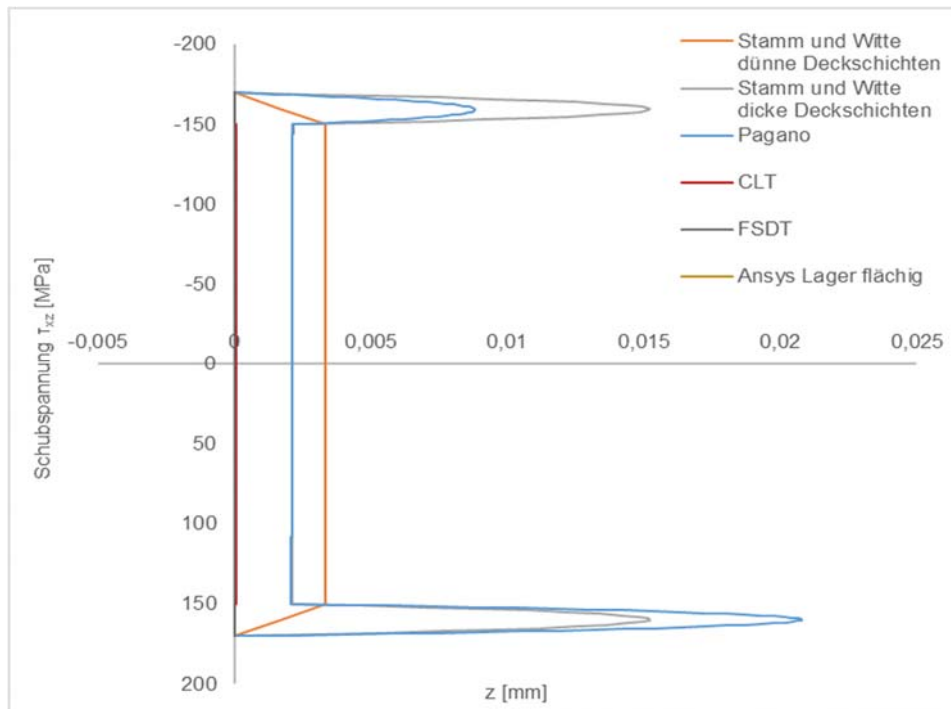


Abbildung A.18 Normalspannungen  $\sigma_y$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

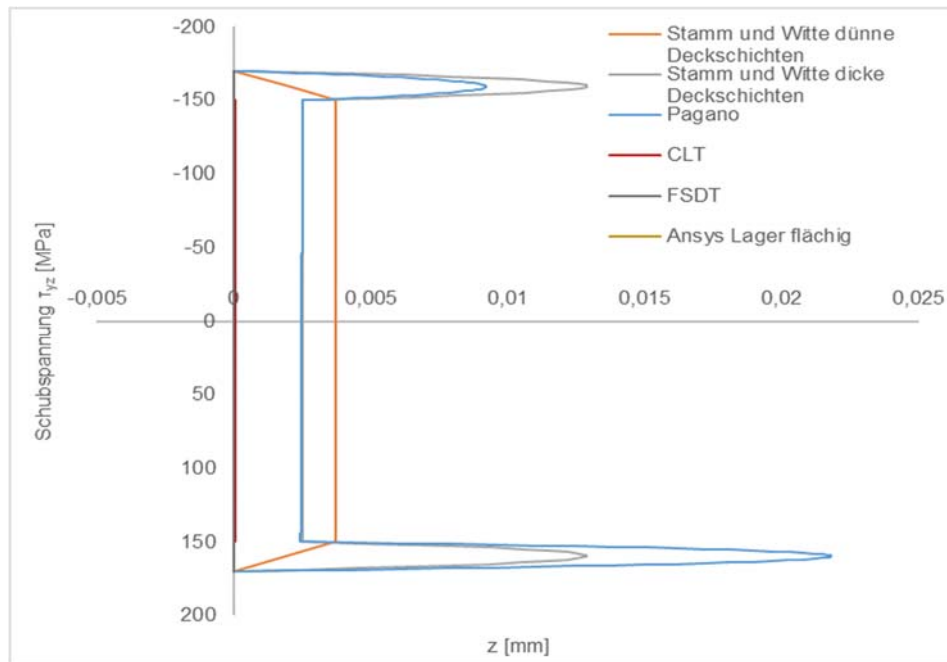


Abbildung A.19 Normalspannungen  $\sigma_y$  der oberen Deckschicht einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

Tabelle A.12 Prozentuale Abweichungen der Normalspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  in den Deckschichten einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn		Stamm & Witte, dick		CLT		FSDT		FEM	
		$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
Deckschicht oben, außen	0 %	89 %	90 %	3 %	3 %	84 %	85 %	89 %	89 %	1 %	3 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	17 %	19 %	3 %	3 %	61 %	65 %	17 %	19 %	42 %	13 %
Deckschicht oben, innen	0 %	113 %	112 %	3 %	3 %	117 %	116 %	112 %	111 %	10 %	6 %
Deckschicht unten, innen	0 %	115 %	113 %	8 %	7 %	119 %	118 %	114 %	113 %	5 %	9 %
Deckschicht unten, mittig	0 %	24 %	28 %	3 %	4 %	70 %	78 %	24 %	27 %	64 %	31 %
Deckschicht unten, außen	0 %	89 %	89 %	2 %	2 %	84 %	84 %	88 %	89 %	11 %	7 %

### Vergleich der Schubspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus mrUHPC

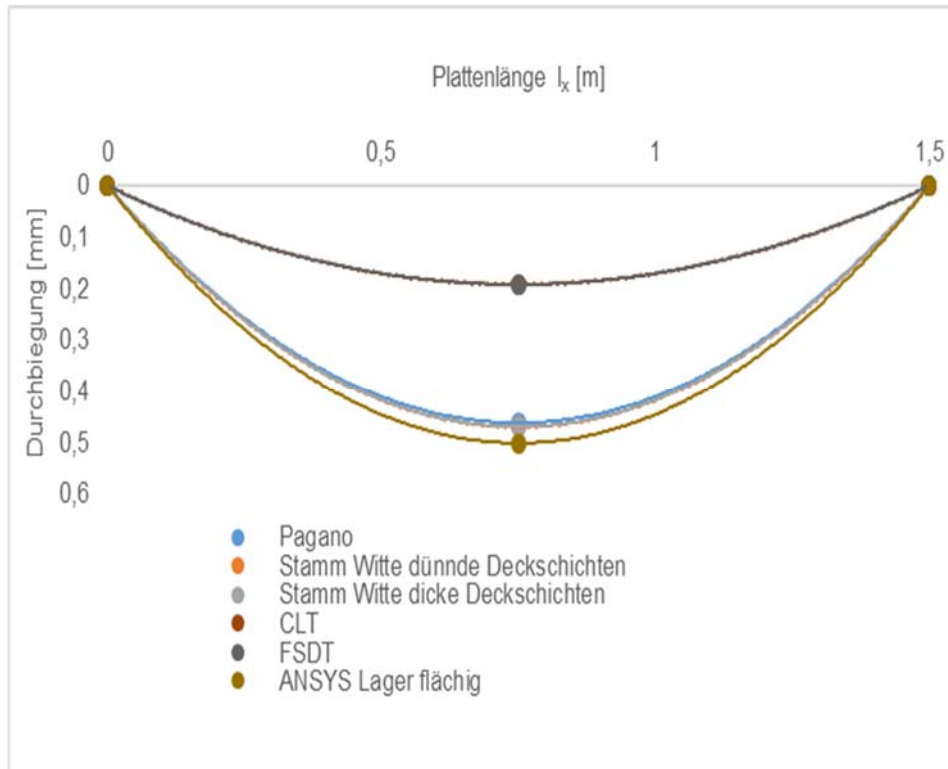


Abbildung A.20 Schubspannungen  $\tau_{xz}$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

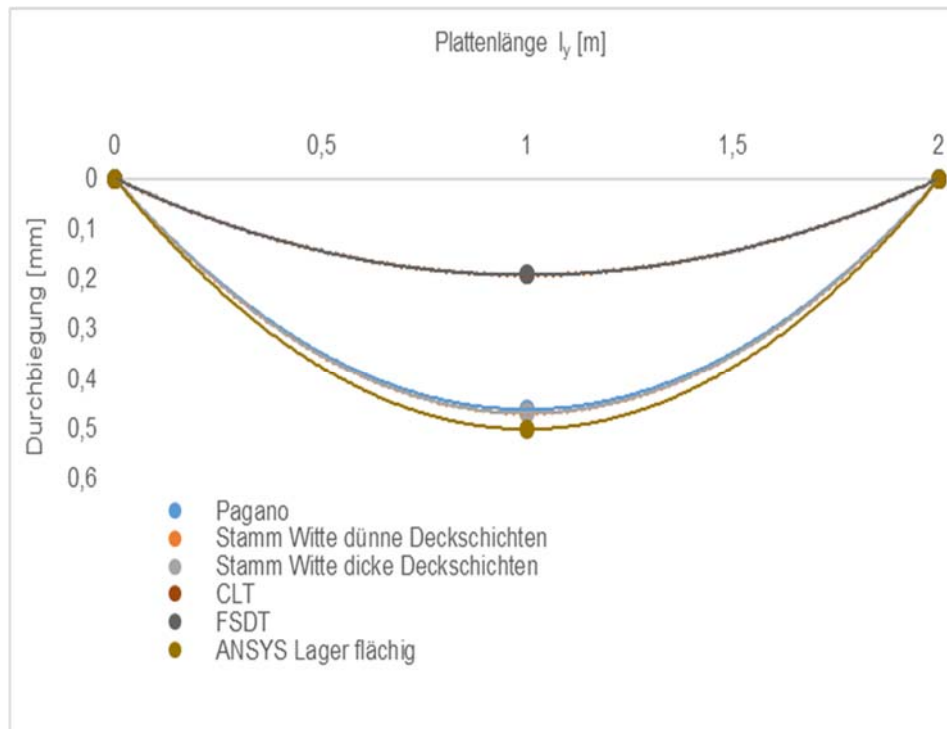


Abbildung A.21 Schubspannungen  $\tau_{yz}$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC

Tabelle A.13 Prozentuale Abweichungen der Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$  in den Deckschichten sowie im Kern einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus mrUHPC im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn		Stamm & Witte, dick		CLT		FSDT		FEM	
		$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
Deckschicht oben, mittig	0 %	81 %	80 %	73 %	41 %	100 %	100 %	100 %	100 %	86 %	76 %
Kernschicht mittig	0 %	57 %	49 %	1 %	1 %	98 %	97 %	100 %	100 %	1 %	1 %
Deckschicht unten, mittig	0 %	92 %	91 %	27 %	41 %	100 %	100 %	100 %	100 %	68 %	70 %

## A.6.2 Zusammenfassung der Ergebnisse einer Vergleichsrechnung verschiedener Sandwichtheorien am Beispiel einer Sandwichplatten mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

### Vergleich der Durchbiegungen von Sandwichplatten mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

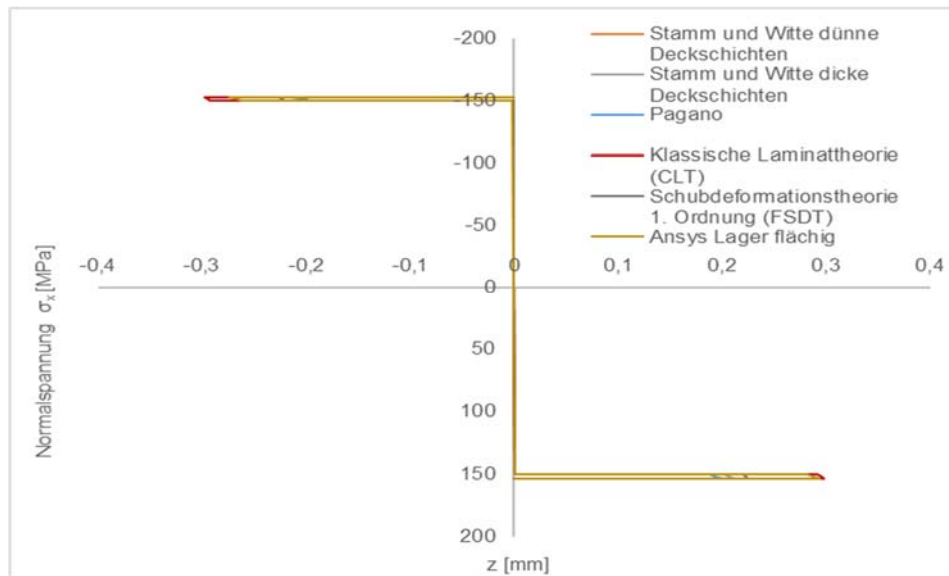


Abbildung A.22 Biegelinie in x - Richtung einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

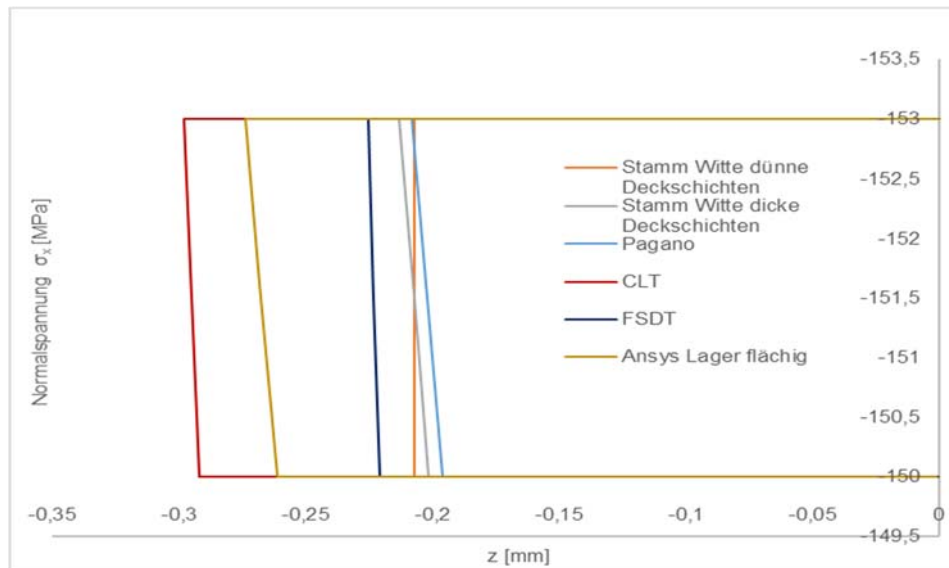


Abbildung A.23 Biegelinie in  $y$ -Richtung einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

Tabelle A.14 Prozentuale Abweichungen der Durchbiegungen einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- -stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn	Stamm & Witte, dick	CLT	FSDT	FEM
Feldmitte	0 %	2 %	2 %	60 %	60 %	9 %

### Vergleich der Normalspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

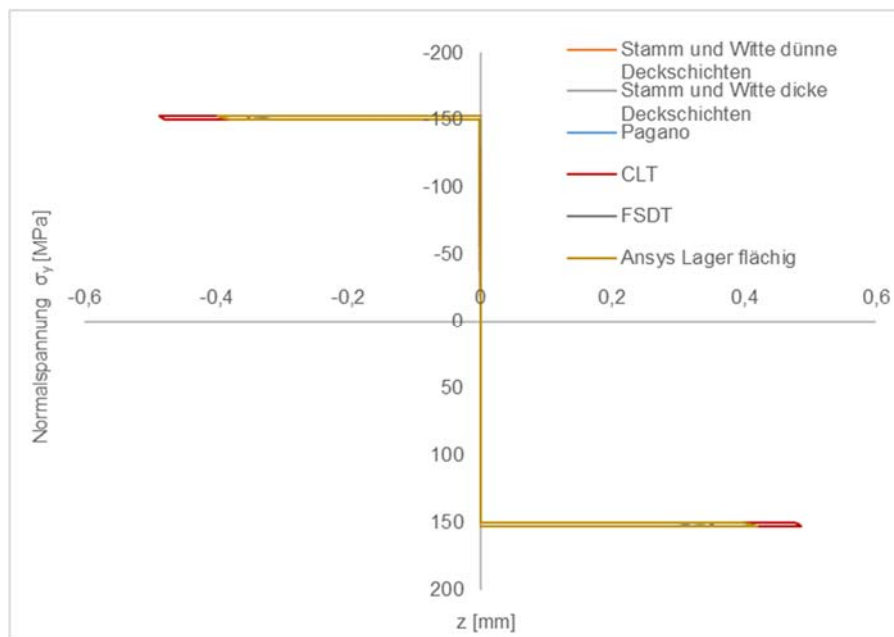


Abbildung A.24 Normalspannungen  $\sigma_x$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier



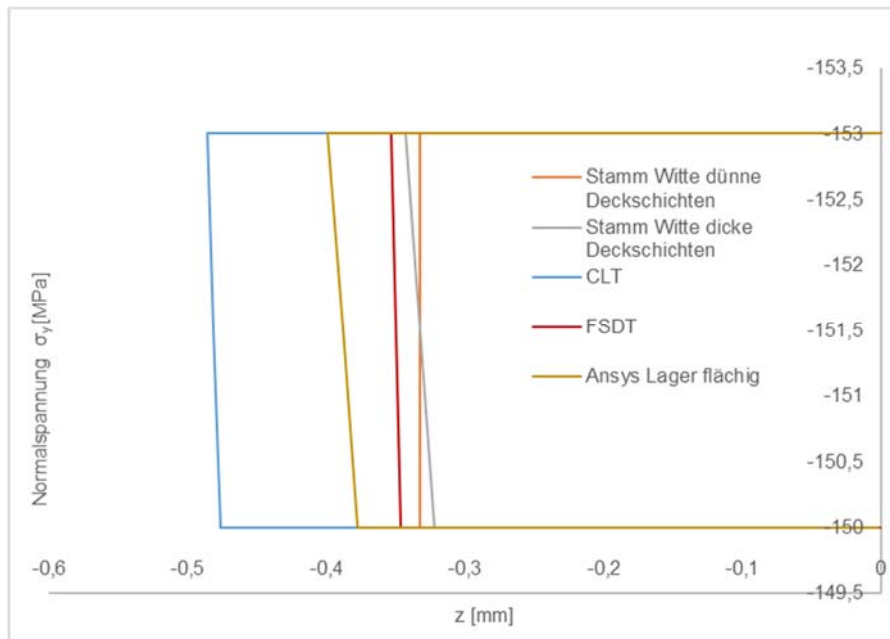


Abbildung A.25 Normalspannungen  $\sigma_x$  der oberen Deckschicht einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

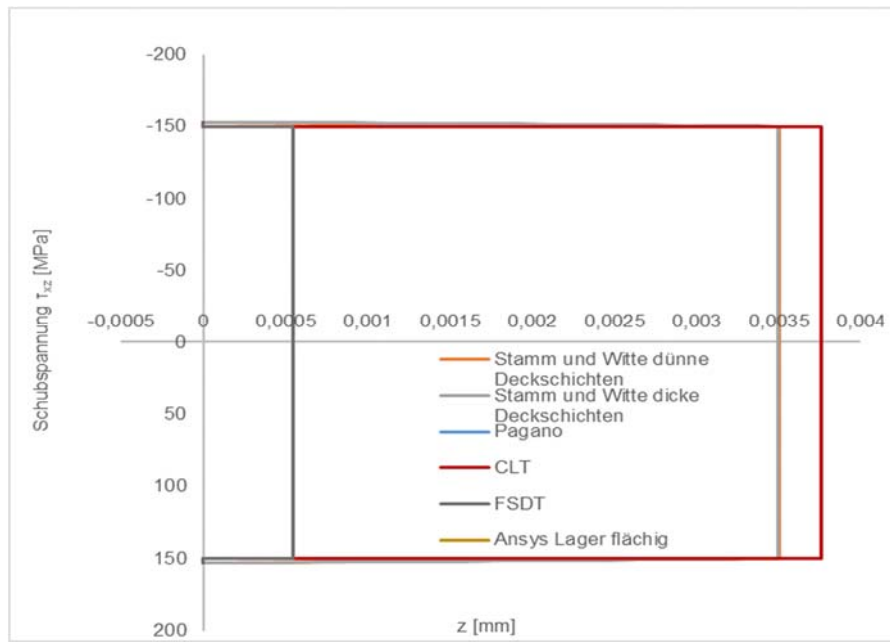


Abbildung A.26 Normalspannungen  $\sigma_y$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

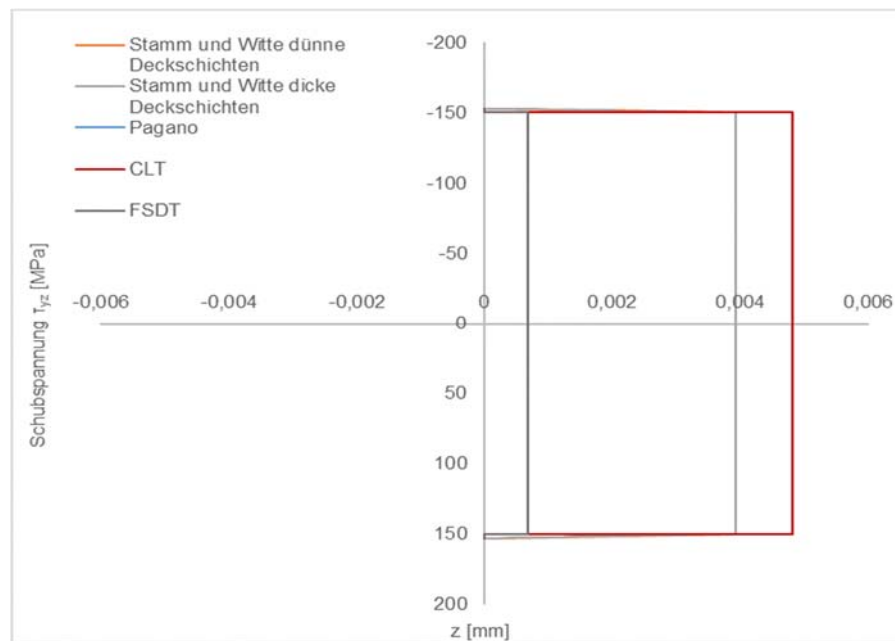


Abbildung A.27 Normalspannungen  $\sigma_y$  der oberen Deckschicht einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

Tabelle A.15 Prozentuale Abweichungen der Normalspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  in den Deckschichten einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn		Stamm & Witte, dick		CLT		FSDT		FEM	
		$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
Deckschicht oben, außen	0 %	0 %	1 %	2 %	2 %	43 %	45 %	8 %	6 %	32 %	19 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	3 %	2 %	3 %	2 %	46 %	48 %	10 %	8 %	32 %	19 %
Deckschicht oben, innen	0 %	6 %	6 %	3 %	2 %	49 %	51 %	13 %	10 %	33 %	20 %
Deckschicht unten, innen	0 %	10 %	11 %	7 %	7 %	55 %	59 %	18 %	15 %	50 %	33 %
Deckschicht oben, mittig	0 %	7 %	8 %	7 %	8 %	53 %	56 %	15 %	13 %	49 %	33 %
Deckschicht unten, außen	0 %	3 %	3 %	6 %	7 %	48 %	51 %	12 %	10 %	46 %	31 %

### Vergleich der Schubspannungen von Sandwichbalken mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

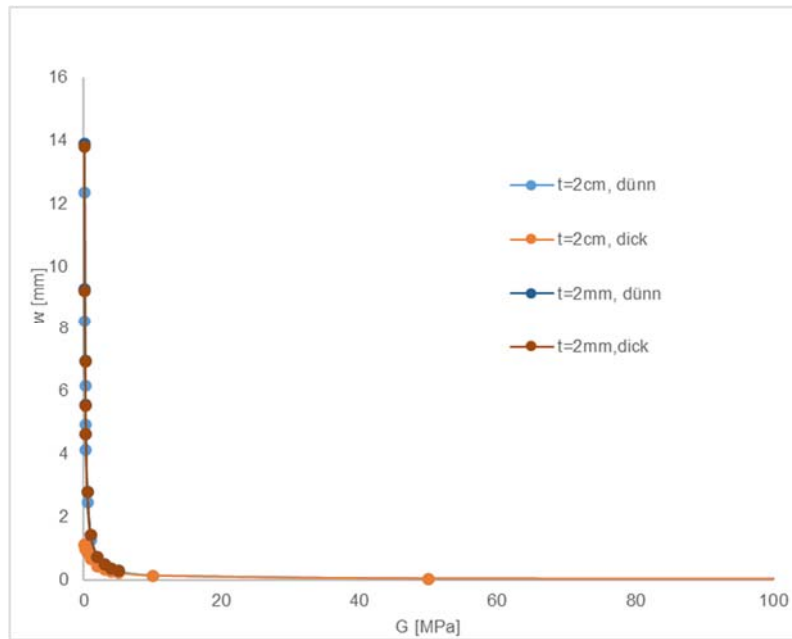
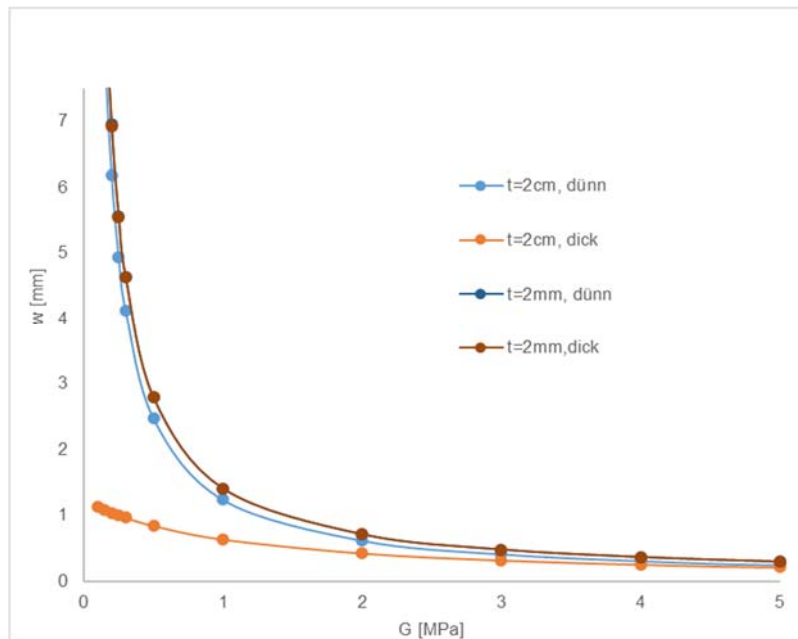


Abbildung A.28 Schubspannungen  $\tau_{xz}$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier

Abbildung A.29 Schubspannungen  $\tau_{yz}$  einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus PapierTabelleA.16 Prozentuale Abweichungen der Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$  in den Deckschichten sowie im Kern einer Sandwichplatte mit Deckschichten aus Papier im Vergleich zur Referenzlösung nach Pagano

Betrachtungs- stelle	Pagano	Stamm & Witte, dünn		Stamm & Witte, dick		CLT		FSDT		FEM	
		$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
Deckschicht oben, mittig	0 %	9 %	9 %	32 %	9 %	100 %	100 %	100 %	100 %	22 %	388 %
Kernschicht mittig	0 %	2 %	2 %	2 %	1 %	9 %	25 %	84 %	82 %	6 %	11 %
Deckschicht unten, mittig	0 %	26 %	35 %	11 %	35 %	100 %	100 %	100 %	100 %	39 %	50 %

### A.6.3 Ermittlung eines Mindestschubmoduls für Kernschichten aus mineralisiertem Schaum und Deckschichten aus mrUHPC und Trayformer – Papier bei Sandwichplatten

#### Erforderlicher Schubmodul der Kernschicht von Sandwichplatten mit Deckschichten aus mrUHPC

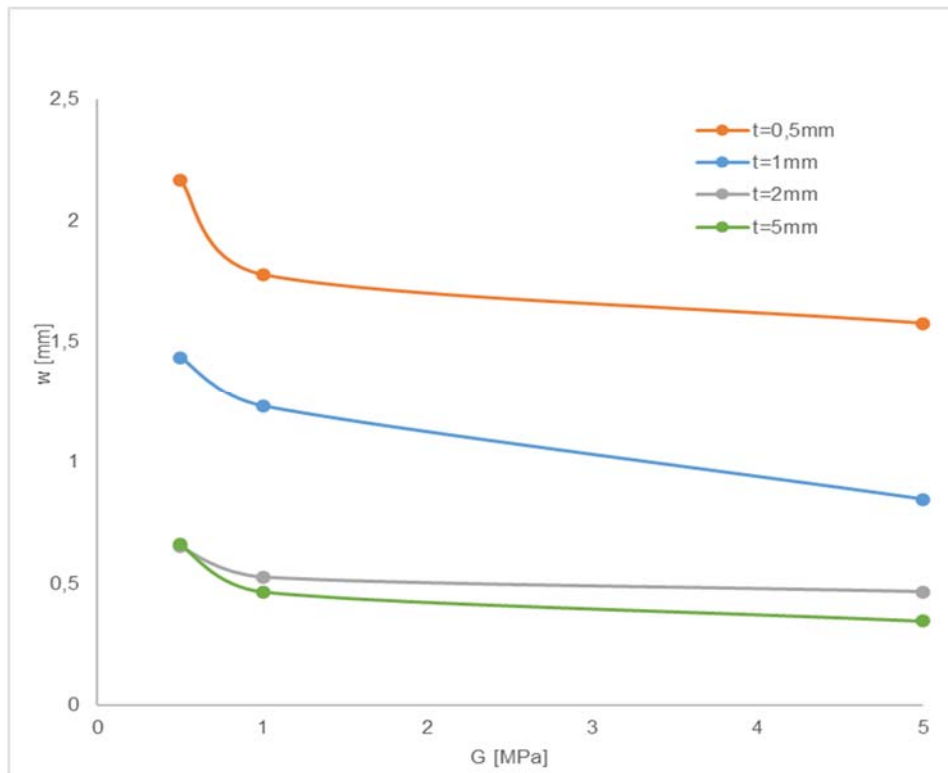


Abbildung A.30 G – w – Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus mrUHPC bei Sandwichplatten

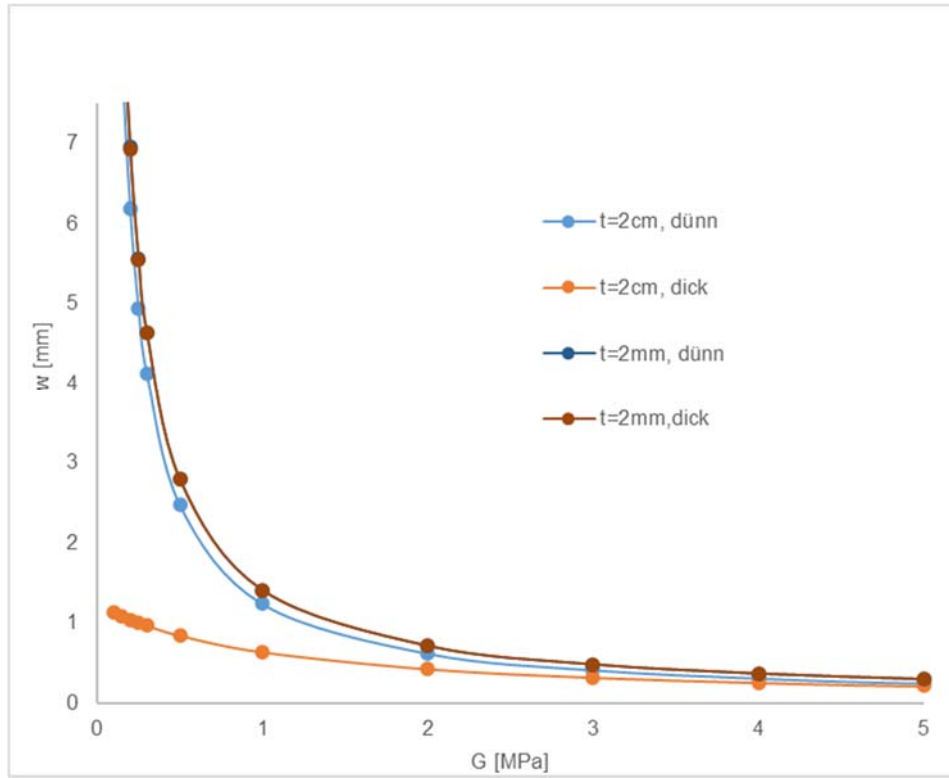


Abbildung A.31 G – w – Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus mrUHPC bei Sandwichplatten mit einem vergrößerten Ausschnitt

### Erforderlicher Schubmodul der Kernschicht von Sandwichplatten mit Deckschichten aus Trayformer - Papier

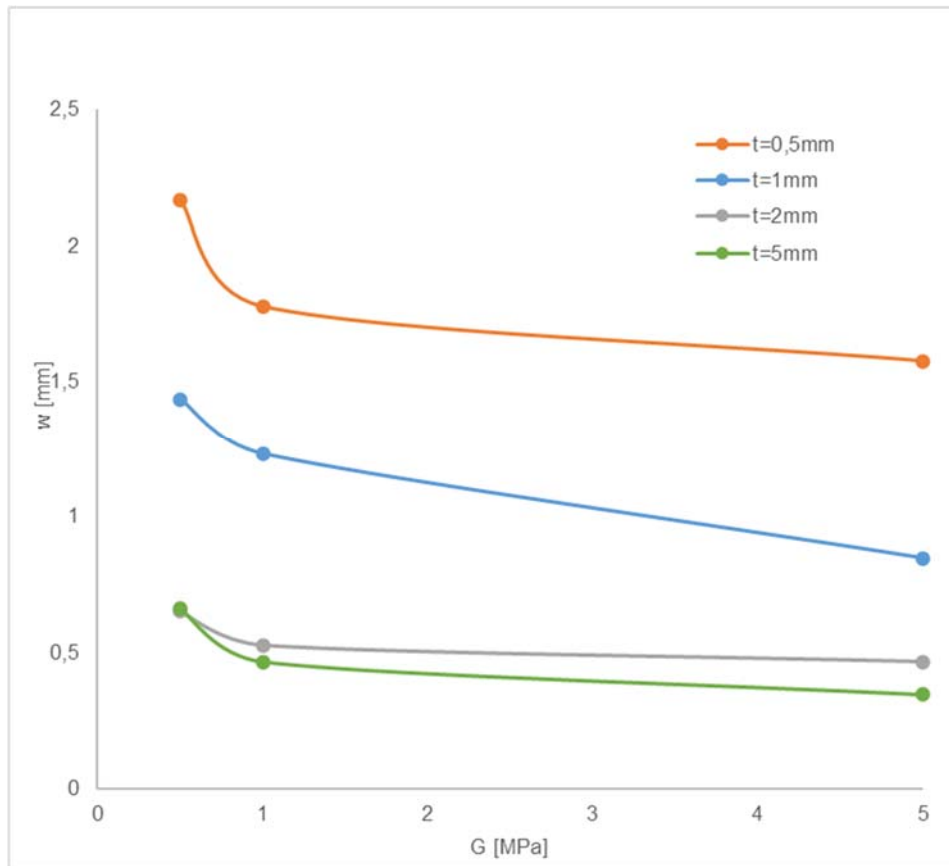


Abbildung A.32 G – w – Diagramm unter Variation der Deckschichtdicke von Deckschichten aus Papier bei Sandwichplatten mit einem vergrößerten Ausschnitt