

Zum Verhalten eigenspannungsbehafteter, biegebeanspruchter Federelemente unter einmaliger und zyklischer Belastung

vom Fachbereich Maschinenbau
zur
Erlangung eines Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Max Benedikt Geilen, M. Sc.

aus Andernach

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Matthias Oechsner
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Martina Zimmermann
Tag der Einreichung:	21.06.2022
Tag der mündlichen Prüfung:	25.10.2022

Darmstadt 2022

D17

Geilen, Max Benedikt: Zum Verhalten eigenspannungsbehafteter, biegebeanspruchter Federelemente unter einmaliger und zyklischer Belastung
Darmstadt, Technische Universität Darmstadt
Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUprints: 2023
Tag der mündlichen Prüfung: 25.10.2022
Veröffentlicht unter CC BY-SA 4.0 International
<https://creativecommons.org/licenses/>

Kurzfassung

Die Funktion eines Federelements ist das Aufbringen vorgegebener Federkräfte bei vorgegebenen Federwegen oder -winkeln. Wenn es diese Funktion nicht (mehr) erfüllt, können erhebliche Folgeschäden inklusive Personenschäden entstehen. Um das Ausschöpfen von Leichtbaupotential ohne erhöhtes Risiko erheblicher Folgeschäden zu ermöglichen, wird im Rahmen dieser Arbeit das Verhalten eigenspannungsbehafteter, biegebeanspruchter Federelemente unter einmaliger und zyklischer Belastung am Beispiel der Tellerfeder untersucht.

Aufgrund der jeweils geometrisch nichtlinearen, überlagerten Biege- und Verschiebungsbeanspruchung sind die Kennlinien von Tellerfedern nichtlinear. Infolge dieser Nichtlinearität hängt das Verformungsverhalten der Tellerfeder im elastischen Bereich entgegen dem bisherigen Stand der Technik nicht nur vom Elastizitätsmodul und der Geometrie ab, sondern auch von der Verteilung der Eigenspannungen: Nachdem die vorgesetzte Feder über den Gleichgewichtszustand hinaus elastisch verformt wird, nimmt die Steifigkeit der Feder ab (Nichtlinearität der Kennlinie). Durch die reduzierte Steifigkeit verursachen die Eigenspannungen eine zusätzliche Verformung. So verformt sich eine vorgesetzte Tellerfeder unter einer gegebenen Federkraft stärker als eine geometrie- und elastizitätsmodulgleiche, aber nicht vorgesetzte Tellerfeder.

Nach bisherigem Stand der Forschung wird der Rissausgang bei Tellerfedern dort erwartet, wo die analytisch berechnete Referenzspannung am größten ist. Er wird aber vielmals an anderen Positionen beobachtet. Im Rahmen dieser Arbeit wird gezeigt, dass bei den hier untersuchten Federn zwei Populationen mit unterschiedlichen Versagensmechanismen auftreten:

In der ersten Population initiieren Primärrisse in der Nähe des nach der klassischen Referenzspannung erwarteten Rissausgangsorts. Hier versagen die Federn durch klassische Ermüdungsmechanismen und die Abweichungen der Rissausgänge von den rechnerisch höchstbeanspruchten Stellen sind auf den statistischen Größeneinfluss, die Möglichkeit der Interaktion mehrerer Risse, die Tiefenverläufe der Eigenspannungen und der Lastspannungen sowie den langsameren Abbau des tragenden Restquerschnitts bei Rissen, die Kanten einschließen, zurückzuführen.

Die zweite Population versagt ausgehend vom Kontaktbereich zwischen Auflage und Unterseite der Tellerfeder. Die Risse gehen von Ausbrüchen aus, die infolge von Kontaktermüdung entstehen. Die zweite Population tritt nur bei relativ niedrigen Mittellasten auf.

Bisher wird die analytisch berechnete Referenzspannung auch als Beanspruchungsmaß in quantitativen Modellen eingesetzt. Die Beschreibung der Federn einer Charge bei verschiedenen Umkehrlasten führt dabei zu einer Streuung, die die statistische Streuung des Werkstoffs deutlich übersteigt. Die Betrachtung mehrerer Chargen, die sich in ihrer Geometrie oder dem Fertigungsprozess unterscheiden, erhöht diese Streuung noch einmal erheblich.

Im Rahmen dieser Arbeit werden neue Modelle entwickelt und das am besten geeignete Modell ausgewählt. Im ausgewählten Modell sind die Streuspannen deutlich reduziert. Die Übertragbarkeit zwischen Chargen aus unterschiedlichen Fertigungsprozessen (kugelgestrahlt – nicht kugelgestrahlt; vorgesetzt – nicht vorgesetzt; gedreht – feingeschnitten; verwendetes Halbzeug; Wärmebehandlung) und mit unterschiedlichen Geometrien (Kantenradien; Zusammenhang zwischen Innendurchmesser, Außendurchmesser, Dicke und Federhöhe; Größe) sowie auf andere Belastungen (größere Umkehrkräfte; unterschiedliche Kraftverhältnisse) ist deutlich erhöht.

Abstract

Spring elements are deployed to deliver specified forces at given deflections or angles. Failure to fulfill this function may cause considerable damages, including injury to persons. To allow full exploitation of lightweight construction potential without increased risk of damage, the one-time and cyclic behaviors of spring elements with residual stresses under bending loading are investigated. This investigation is conducted on the model spring element disc spring.

Since disc springs are loaded simultaneously by geometrically nonlinear bending and geometrically nonlinear displacement, their characteristics are nonlinear. Due to this nonlinearity, the elastic deformation behavior of disc springs does not only depend on YOUNG's modulus and geometry, but also on the distribution of residual stresses: after a preset spring is deformed beyond equilibrium, its stiffness reduces (nonlinearity of characteristic). Because the stiffness reduces, the residual stresses cause further deformation. Thus, at a given loading force, a preset disc spring's deflection exceeds the deflection of a non-preset disc spring with the same geometry and the same YOUNG's modulus.

The current state of research on disc springs expects crack initiation in the location of the maximum of the analytically computed reference stress. Crack initiation is, however, regularly observed in other locations. In the springs investigated in this work, two populations with different mechanisms of failure were observed.

In the first population, primary cracks originate from locations close to the maximum of the analytically computed reference stress. This group fails due to classic fatigue mechanisms, and the deviations of the crack initiation locations are explained by statistical size effects, likelihoods of interactions between multiple cracks, gradients of residual and load stresses as well as differences in the speed of the decrease in residual cross section area.

In the second population, cracks originate from the contact area on the bottom of the disc spring. Specifically, they initiate at ruptures caused by contact fatigue. This mode of failure only occurs at relatively low mean loads.

Up until now, analytically computed reference stresses have been used in quantitative lifetime models. This leads to a scatter in lifetime exceeding the scatter observed in axial fatigue specimens considerably, even if only springs from a single batch are investigated (at different loads). Investigating multiple batches with different geometries or production processes increases scatter even further.

In this work, new models have been developed and the most suitable model has been identified. In this model, scatter is decreased considerably. Differences between batches from different production processes (shot peened – not shot peened; preset – not preset; turning – fine cutting; sheets used; heat treatment) and with different geometries (edge radii; relationship of inner diameter, outer diameter, thickness and height; size) as well as between different loading conditions (higher amplitudes; different force ratios) are decreased considerably.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen	ix
Nomenklatur	xi
1 Motivation, Zielsetzung und Vorgehensweise	1
2 Stand der Technik	3
2.1 Mechanische Beschreibung von Tellerfedern	3
2.1.1 Beschreibung mithilfe analytischer Formeln	4
2.1.2 Beschreibung mithilfe der Finite Elemente Methode	14
2.2 Ermüdungsverhalten	18
2.2.1 Qualitative Beschreibungen	18
2.2.2 Quantitative Beschreibungen	20
3 Experimentelle Untersuchungen	23
3.1 Untersuchte Proben	23
3.2 Werkstoffanalytische Untersuchungen	24
3.2.1 Chemische Zusammensetzung	24
3.2.2 Gefügecharakterisierung	24
3.2.3 Untersuchung des Eigenspannungszustands	26
3.3 Untersuchung der Oberflächen	33
3.3.1 Rauheitsmessungen	33
3.3.2 Erfassung der Federgeometrien	33
3.4 Mechanisch-technologische Untersuchungen	34
3.4.1 Zugversuche	34
3.4.2 Härtmessungen	35
3.4.3 Erfassung der Federkennlinien	35
3.5 Untersuchungen zur Lebensdauer	36
3.5.1 Regelungsart	37
3.5.2 Phosphatierung	39
3.5.3 Feingeschnittene Tellerfedern	40
3.5.4 Gedrehte Tellerfedern	42
3.6 Unterbrochene Schwingversuche	43
3.6.1 Entwicklung der Rauheit	43
3.6.2 Entwicklung der Federhöhe	43
3.6.3 Entwicklung der Eigenspannungen	44
3.6.4 Entwicklung der Versetzungsdichte	47
4 Simulationsschemata	51
4.1 Deskriptives Simulationsschema	51
4.1.1 Geometrische Modellierung einer Tellerfeder	54
4.1.2 Weiterer Modellaufbau	57
4.1.3 Berechnung der Beanspruchung	58

4.1.4	Definition eines skalaren Beanspruchungsmaßes	60
4.1.5	Weitere Beanspruchungsmaße	61
4.2	Prädiktives Simulationsschema	62
5	Numerische Untersuchungen	65
5.1	Eingangsdaten der numerischen Versuche	65
5.2	Exemplarische Berechnung	66
5.3	Berechnen und Kalibrieren numerischer Kennlinien	72
5.4	Berechnung lokaler Beanspruchungsmaße	75
5.5	Berechnung quantitativer Lebensdauermodelle	78
6	Diskussion	81
6.1	Verhalten unter einmaliger Be- und Entlastung	81
6.1.1	Bewertung des deskriptiven Modells	81
6.1.2	Bewertung wirksamer Reibfaktoren	82
6.1.3	Bewertung des Elastizitätsmoduls	84
6.1.4	Bewertung der Superposition von Eigenspannungen	85
6.2	Mechanismenbasierte Beschreibung des Bruchhergangs	88
6.2.1	Beobachtete und vorhergesagte Rissausgangsorte	88
6.2.2	Primärrissausgänge um Kante II	91
6.2.3	Primärrissausgänge um Kante III	95
6.3	Phänomenologische Beschreibung der Lebensdauer	102
6.3.1	Ermittlung eines geeigneten Modells	102
6.3.2	Bewertung der Modellbestandteile	110
6.3.3	Übertragbarkeit des Modells	116
7	Zusammenfassung und Ausblick	123
7.1	Zusammenfassung	123
7.2	Ausblick	124
	Abbildungen	127
	Tabellen	131
	Literatur	133

Abkürzungen

cae	Dateiformat zum Pre- und Postprocessingprogramm Abaqus/CAE (Computer Aided Engineering)
csv	Dateiformat comma-separated value
inp	Dateiformat Abaqus input
json	Dateiformat JavaScript Object Notation
odb	Dateiformat output database
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
L-BFGS-B	Limited Memory BROYDEN FLETCHER GOLDFARB SHANNO Algorithm mit Randbedingungen
MMK	MANSON-MCKNIGHT
MPA-IfW	Zentrum für Konstruktionswerkstoffe der Technischen Universität Darmstadt
STL	Dateiformat Standard Triangle Language
SWT	SMITH-WATSON-TOPPER
TF_250_nkg_np	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm, nicht kugelgestrahlt, vorgesetzt, nicht phosphatiert
TF_250_nkg_nv	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm, nicht kugelgestrahlt, nicht vorgesetzt, nicht phosphatiert
TF_250_nkg_pp	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm, nicht kugelgestrahlt, vorgesetzt, phosphatiert
TF_250_kg_np	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm, kugelgestrahlt, vorgesetzt, nicht phosphatiert
TF_250_kg_nv	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm, kugelgestrahlt, nicht vorgesetzt, nicht phosphatiert
TF_250_kg_pp	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm, kugelgestrahlt, vorgesetzt, phosphatiert
TF_250_x	Alle untersuchten Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm
TF_600_0	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 6,0 mm, alle Kantenradien 0,3 mm
TF_600_I	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 6,0 mm, Radius an Kante I 3,0 mm, alle anderen Kantenradien 0,3 mm
TF_600_II	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 6,0 mm, Radius an Kante II 3,0 mm, alle anderen Kantenradien 0,3 mm
TF_600_III	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 6,0 mm, Radius an Kante III 3,0 mm, alle

	anderen Kantenradien 0,3 mm
TF_600_IV	Untersuchte Tellerfedern mit Dicke 6,0 mm, Radius an Kante IV 3,0 mm, alle anderen Kantenradien 0,3 mm
TF_600_x	Alle untersuchten Tellerfedern mit Dicke 6,0 mm
Z_250	Aus selbem Blech wie Tellerfedern mit Dicke 2,5 mm gefertigte Zugproben

Nomenklatur

Lateinische Kleinbuchstaben

c	-	Volumenschwerpunkt eines geschlossenen Oberflächennetzes
$conv$	-	Konvexe Hülle einer Punktwolke
e_i	-	i tes Dreieck einer Menge von Dreiecken
f	-	Zielfunktion eines Optimierungsproblems
h	mm	Gesamthöhe der verformten Tellerfeder
h_0	mm	Ausgangskegelhöhe einer Tellerfeder
$h_{\text{Kontakt,exp}}$	mm	Experimentell ermittelte Kontaktfederhöhe
$h_{\text{Kontakt},i}$	mm	Numerische Kontaktfederhöhe der i ten Iterationsschleife
$h_{\text{max},i}$	mm	Obere Grenzfederhöhe der i ten Iterationsschleife
$h_{\text{min},i}$	mm	Untere Grenzfederhöhe der i ten Iterationsschleife
i	-	Index der Iterationsschleife
j	-	Index innerhalb der Iterationsschleife
k_{Weibull}	-	WEIBULL-Exponenten
l_0	mm	Ausgangsgesamthöhe einer Tellerfeder
n	-	Anzahl gleichsinnig geschichteter Federn
r	mm	Lokale Koordinate parallel zu Mantelfläche
r_I	mm	Radius an Kante I
r_{II}	mm	Radius an Kante II
r_{III}	mm	Radius an Kante III
r_{IV}	mm	Radius an Kante IV
s	mm	Federweg einer Tellerfeder
s_{max}	mm	Maximaler Federweg einer Kennlinie
s_{radial}	mm	Radiale Verschiebung der Kontaktstellen zwischen Feder und Platte
t	mm	Dicke einer Tellerfeder
\mathbf{t}	-	Verschiebungsvektor
t_x	mm	Verschiebung entlang x -Achse
t_y	mm	Verschiebung entlang y -Achse
t_z	mm	Verschiebung entlang z -Achse
u	mm	Lokale Koordinate senkrecht zu Mantelfläche
$\mathbf{v}_{\text{ausgerichtet},i}$	-	i ter Punkt einer ausgerichteten Punktwolke
\mathbf{v}_i	-	i ter Punkt einer Punktwolke
$\mathbf{v}_{xy,i}$	-	i ter Punkt einer in die xy -Ebene projizierten Punktwolke
w	-	COULOMBSCHE Reibfaktor
w_i	-	COULOMBSCHE Reibfaktor der i ten Iterationsschleife
w_M	-	Reibfaktor zwischen Mantelflächen von Federn
w_R	-	Reibfaktor zwischen Federn und Auflageplatten
x	mm	Erste Koordinate im kartesischen Koordinatensystem
$x_{\text{ausgerichtet},i}$	mm	Erste Koordinate des i ten Punkts nach Ausrichten
x_i	mm	Erste Koordinate des i ten Punkts

$x_{xy,i}$	mm	Erste Koordinate des i ten projizierten Punkts
y	mm	Zweite Koordinate im kartesischen Koordinatensystem
$y_{\text{ausgerichtet},i}$	mm	Zweite Koordinate des i ten Punkts nach Ausrichten
y_i	mm	Zweite Koordinate des i ten Punkts
$y_{xy,i}$	mm	Zweite Koordinate des i ten projizierten Punkts
z	mm	Dritte Koordinate im kartesischen Koordinatensystem
$z_{\text{ausgerichtet},i}$	mm	Dritte Koordinate des i ten Punkts nach Ausrichten
z_i	mm	Dritte Koordinate des i ten Punkts

Lateinische Großbuchstaben

A	mm ²	Flächeninhalt
A_i	mm ²	Flächeninhalt des i ten Dreiecks
$A_{\text{projiziert}}$	mm ²	Projizierte Fläche eines Defekts
A_{akk}	mm ²	Akkumulierte Fläche mit Mindestbeanspruchung
A_{krit}	mm ²	Flächeninhalt der kritisch beanspruchten Fläche
\mathbf{A}	-	Drehmatrix
D_e	mm	Außendurchmesser einer Tellerfeder
D_i	mm	Innendurchmesser einer Tellerfeder
D_O	mm	Durchmesser des Stülpmittelpunktkreises
E	MPa	Elastizitätsmodul
\mathbf{E}	-	Menge von Dreiecken
$E_{\text{dissipiert}}$	J	Durch Reibung dissipierte Energie
$E_{\Delta F}$	J	Durch zusätzliche Kraft aufgebraachte Energie
E_1	MPa	Elastizitätsmodul einer Kennlinie
E_2	MPa	Elastizitätsmodul einer anderen Kennlinie
F	N	Reibungsfreie Federkraft
F_{max}	N	Maximale berücksichtigte Federkraft
F_o	N	Oberer Umkehrpunkt der Federkraft
F_u	N	Unterer Umkehrpunkt der Federkraft
$F_{\text{Belast,exp}}$	N	Belastungsast der experimentellen Federkennlinie
$F_{\text{Belast},i,j}$	N	Belastungsast der numerischen Federkennlinie, äußere Iterationsschleife i , innerer Index j
$F_{\text{Belast,umgerechnet}}$	N	Belastungsast der Federkennlinie, auf anderen Reibfaktor umgerechnet
$F_{\text{Entlast,exp}}$	N	Entlastungsast der experimentellen Federkennlinie
$F_{\text{Entlast},i,j}$	N	Entlastungsast der numerischen Federkennlinie, äußere Iterationsschleife i , innerer Index j
$F_{\text{Entlast,umgerechnet}}$	N	Entlastungsast der Federkennlinie, auf anderen Reibfaktor umgerechnet
F_{Kontakt}	N	Kontaktkraft
$F_{\text{Meister,exp}}$	N	Experimentelle Meisterkennlinie
$F_{\text{Meister},i,j}$	N	Numerische Meisterkennlinie, äußere Iterationsschleife i , innerer Index j
F_R	N	Reibungsbehaftete Kennlinie
F_{RO}	N	Reibungsbehaftete Kennlinie nach OZAKI
K_1	-	Federwegfaktor (dimensionslose Kennzahl)
K_2	-	Federwegfaktor (dimensionslose Kennzahl)
K_3	-	Federwegfaktor (dimensionslose Kennzahl)

K_5	mm ³	Federwegsummand
$M_{\text{ausgerichtet}}$	-	Oberflächennetz nach Ausrichten
M_{biege}	Nm	Durch Biegung einer Tellerfeder hervorgerufenes Drehmoment
M_{last}	Nm	Durch Belastung einer Tellerfeder im reibungsfreien Zustand hervorgerufenes Drehmoment
$M_{\text{last,Reibung}}$	Nm	Durch Belastung einer Tellerfeder und damit einhergehende Reibung hervorgerufenes Drehmoment
M_{start}	-	Oberflächennetz vor Ausrichten
$M_{\text{verschoben}}$	-	Oberflächennetz nach Verschieben
$M_{\text{widerstand}}$	Nm	Durch Verformung einer Tellerfeder hervorgerufenes Drehmoment
$M_{\Delta r}$	Nm	Durch radiale Verschiebung erzeugtes Drehmoment
O	-	Stülpmittelpunkt
P_{SWT}	MPa	lokale SMITH-WATSON-TOPPER-Beanspruchung (Spannungsansatz)
$P_{\text{SWT,global}}$	MPa	SMITH-WATSON-TOPPER-Beanspruchung eines Bauteils (Spannungsansatz)
$P_{\text{SWT},i}$	MPa	SMITH-WATSON-TOPPER-Beanspruchung des i ten Dreiecks (Spannungsansatz)
$P_{\text{SWT,max}}$	MPa	Maximale berücksichtigte SMITH-WATSON-TOPPER-Beanspruchung eines Bauteils (Spannungsansatz)
R	N/mm	Federrate
V	mm	Hebelarm einer Tellerfeder
V_i	MPa	Verformungsmodul der i ten Iterationsschleife
V	-	Punktvolke
$V_{\text{ausgerichtet}}$	-	Punktvolke nach Ausrichten
V_{start}	-	Punktvolke vor Ausrichten
V_{xy}	-	Auf xy -Ebene projizierte Punktvolke
$W_{\text{experimentell}}$	J	In Hysterese der experimentellen Kennlinie verrichtete Arbeit
$W_{\text{numerisch}}$	J	In Hysterese der numerischen Kennlinie verrichtete Arbeit
$W_{\text{numerisch},i}$	J	In der Hysterese numerischen Kennlinie der i ten Iteration verrichtete Arbeit

Griechische Kleinbuchstaben

α_i	rad	Innerer Querschnittswinkel
α_a	rad	Äußerer Querschnittswinkel
γ	-	Beanspruchungsexponent oder -faktor
δ	-	Dirac-Delta
δ	-	Federwegfaktor (dimensionslose Kennzahl)
$\delta_{F,i}$	-	Kraftskalierungsfaktor
δ_i	-	Dirac-Funktion des i ten Dreiecks
φ	rad	Drehwinkel um Stülpmittelpunkt
φ	rad	Winkelposition eines Querschnitts einer Tellerfeder
μ	-	Querkontraktionszahl
σ_{amp}	MPa	Spannungsamplitude
$\sigma_{\text{biege,tan}}$	MPa	Durch Biegung hervorgerufene Tangentialspannung
$\sigma_{\text{dreh,tan}}$	MPa	Durch Drehung hervorgerufene Tangentialspannung
$\sigma_{\text{dreh,I,tan}}$	MPa	Durch Drehung hervorgerufene Tangentialspannung in Kante I

$\sigma_{\text{dreh,II,tan}}$	MPa	Durch Drehung hervorgerufene Tangentialspannung in Kante II
$\sigma_{\text{dreh,III,tan}}$	MPa	Durch Drehung hervorgerufene Tangentialspannung in Kante III
$\sigma_{\text{dreh,IV,tan}}$	MPa	Durch Drehung hervorgerufene Tangentialspannung in Kante IV
$\sigma_{\text{eigen,rad}}$	MPa	Eigenspannung in radialer Richtung
$\sigma_{\text{eigen,tan}}$	MPa	Eigenspannung in tangentialer Richtung
$\sigma_{\text{last,1,max}}$	MPa	Erste Hauptlastspannung bei maximaler Last
$\sigma_{\text{last,1,min}}$	MPa	Erste Hauptlastspannung bei minimaler Last
$\sigma_{\text{last,2,max}}$	MPa	Zweite Hauptlastspannung bei maximaler Last
$\sigma'_{\text{last,2,max}}$	MPa	Zweite ebene Hauptlastspannung bei maximaler Last
$\sigma_{\text{last,2,min}}$	MPa	Zweite Hauptlastspannung bei minimaler Last
$\sigma'_{\text{last,2,min}}$	MPa	Zweite ebene Hauptlastspannung bei minimaler Last
$\sigma_{\text{last,3,max}}$	MPa	Dritte Hauptlastspannung bei maximaler Last
$\sigma_{\text{last,3,min}}$	MPa	Dritte Hauptlastspannung bei minimaler Last
σ_{max}	MPa	Höchstspannung
σ_{mittel}	MPa	Mittelspannung
σ_{o}	MPa	Oberspannung
σ_{ref}	MPa	Referenzspannung
σ_{u}	MPa	Unterspannung
$\sigma_{\text{M,amp}}$	MPa	Amplitude der von Mises-Spannung im Zugbereich
$\sigma_{\text{M,max}}$	MPa	Maximale VON MISES-Zugspannung
$\sigma_{\text{M,min}}$	MPa	Minimale VON MISES-Zugspannung
$\sigma_{\text{M,mittel}}$	MPa	Mittelere VON MISES-Zugspannung
$\sigma_{\Delta r,\text{tan}}$	MPa	Durch radiale Verschiebung hervorgerufene Tangentialspannung
$\sigma_{1,\text{amp}}$	MPa	Amplitude der ersten Hauptspannung
$\sigma_{1,\text{max}}$	MPa	Erste Hauptspannung bei maximaler Last
$\sigma_{1,\text{max,+}}$	MPa	Höchste Zugspannung bei maximaler Last
$\sigma_{1,\text{min}}$	MPa	Erste Hauptspannung bei minimaler Last
$\sigma_{1,\text{mittel}}$	MPa	Mittlere erste Hauptspannung
$\sigma_{2,\text{amp}}$	MPa	Amplitude der zweiten Hauptspannung
$\sigma_{2,\text{max}}$	MPa	Zweite Hauptspannung bei maximaler Last
$\sigma_{2,\text{min}}$	MPa	Zweite Hauptspannung bei minimaler Last
$\sigma_{2,\text{mittel}}$	MPa	Mittlere zweite Hauptspannung
θ_x	rad	Drehwinkel um x -Achse
θ_y	rad	Drehwinkel um y -Achse
θ_z	rad	Drehwinkel um z -Achse

Griechische Großbuchstaben

Δh_i	mm	Höhendifferenz der i ten Iterationsschleife
Δr	mm	Verschiebung eines Punkts in radiale Richtung
ΔF_{max}	N	Maximale Abweichung zwischen zwei Meisterkennlinien
ΔF_{reib}	N	Zusätzliche zur Überwindung des Reibwiderstandes notwendige Kraft
ϕ	rad	Anstellwinkel einer unverformten Tellerfeder

1 Motivation, Zielsetzung und Vorgehensweise

Biegebeanspruchte Federelemente wie Blattfedern, Spiralfachfedern und Tellerfedern sind in Mobilitäts- und Industrieanwendungen sowie im Bauwesen weit verbreitet; 2020 betrug die Jahresproduktion der drei genannten Federtypen in der Europäischen Union 81.000 t [VDF21]. Durch Gewichtsreduktion können daher Ressourcen und CO₂ in erheblichem Umfang eingespart werden.

Die Funktion dieser Federelemente ist das Aufbringen vorgegebener Federkräfte bei vorgegebenen Federwegen beziehungsweise Federwinkeln. Wenn sie diese Funktion nicht (mehr) erfüllen, können erhebliche Folgeschäden inklusive Personenschäden entstehen. Um das Ausschöpfen von Leichtbaupotential ohne erhöhtes Risiko erheblicher Folgeschäden zu ermöglichen, wird im Rahmen dieser Arbeit das Verhalten eigenspannungsbehafteter, biegebeanspruchter Federelemente unter einmaliger und zyklischer Belastung untersucht. Dazu wird das biegebeanspruchte Federelement mit der am Gewicht gemessenen höchsten Produktion (2020 in der Europäischen Union 31.000 t [VDF21]) betrachtet, die Tellerfeder.

Das erste Ziel dieser Untersuchung ist die Verbesserung der Beschreibung und des Verständnisses der Kennlinien von Tellerfedern. Dazu werden die Geometrien von Tellerfedern aufgezeichnet und die elastischen Eigenschaften des Werkstoffs im Ausgangszustand sowie nach plastischer Verformung charakterisiert, Abschnitte 3.3 und 3.4. Mithilfe eines automatisierten Simulationsschemas, Abschnitt 4.1, wird aus diesen Ergebnissen eine numerische Kennlinie je Feder berechnet. Experimentelle Kennlinien der Federn werden aufgezeichnet, Abschnitt 3.4. Die numerischen Kennlinien werden mit den experimentellen Kennlinien verglichen, Abschnitt 5.3. Die Ergebnisse dieses Vergleichs werden statistisch und werkstoffkundlich diskutiert, Abschnitt 6.1, und zum Erreichen des im Folgenden beschriebenen dritten Ziels weiterverwendet.

Das zweite Ziel ist die Erweiterung des Verständnisses der Mechanismen, die zum Versagen von Tellerfedern unter zyklischer Belastung führen. Mithilfe des im vorangehenden Absatz genannten Simulationsschemas werden Verteilungen von Beanspruchungsmaßen an den Oberflächen von Federn berechnet und mit beobachteten Rissausgangsorten verglichen, Abschnitt 5.4. Um Rissausgangsorte zu beobachten, werden zyklische Versuche durchgeführt, Abschnitt 3.5. Den berechneten Lastspannungen werden experimentell ermittelte Eigenspannungen, Abschnitt 3.2 und Abschnitt 3.6, überlagert. Die Federn werden nach ihren Rissausgängen in zwei Populationen eingeteilt und die Versagensmechanismen beider Populationen werden erörtert, Abschnitt 6.2.

Das dritte Ziel ist die Entwicklung verbesserter quantitativer Modelle zur Beschreibung der Lebensdauer von Tellerfedern. In zyklischen Versuchen werden Lebensdauerdaten generiert, Abschnitt 3.5. Zu den Versuchen werden unter Zuhilfenahme eines ressourceneffizienten Simulationsschemas, Abschnitt 4.2, verschiedene Lebensdauermodelle generiert, Abschnitt 5.5. Dabei werden Modelle nach einem Versuchsplan aus unterschiedlichen Modellbestandteilen zusammengesetzt: Die Modellbestandteile umfassen unterschiedliche Methoden zur Berechnung von Spannungen unter Annahme unterschiedlicher Geometrien, zur Berücksichtigung von Eigenspannungen, zur Berücksichtigung der Erkenntnisse zur Kennlinie aus dem ersten Ziel, zur Berechnung der lokalen Beanspruchung und zur Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses. Aus diesen Modellen wird ein Modell ausgewählt, das auch bei unterschiedlichen Chargen zuverlässig gute Ergebnisse liefert, Abschnitt 6.3. Dieses Modell wird in Bezug auf die Übertragbarkeit bewertet.

2 Stand der Technik

In diesem Kapitel wird der Stand der Technik zu Tellerfedern dargestellt. Abschnitt 2.1 behandelt Möglichkeiten zur Beschreibung der Kennlinien von Tellerfedern und der Spannungen in Tellerfedern mithilfe analytischer Formeln und der Finite Elemente Methode (FEM). Abschnitt 2.2 gibt einen Überblick über vorangehende Untersuchungen zur Lebensdauer von Tellerfedern.

2.1 Mechanische Beschreibung von Tellerfedern

Die achsensymmetrische Tellerfeder mit rechteckigem Querschnitt wurde von JULIEN-FRANCOIS BELLEVILLE 1861 patentiert [Mei+09; Bha10; MS96]. Noch heute wird sie im englisch- und im französischsprachigen Raum nach BELLEVILLE benannt. Da zunächst keine mechanisch begründete Berechnungsbasis bekannt war, wurden Tellerfedern über Jahrzehnte hinweg anhand empirisch ermittelter Kennlinien entworfen.

Die erste mechanisch begründete Beschreibung von Kennlinien und Spannungen von Tellerfedern geht auf ALMEN und LASZLO zurück. Sie wurde im Rahmen ihrer Tätigkeit bei General Motors hergeleitet und einige Jahre später publiziert [AL36]. Sie ermöglicht eine Abschätzung der nichtlinearen Kennlinien von Tellerfedern sowie eine Vorhersage des Ermüdungsverhaltens anhand berechneter Spannungen und findet noch heute in abgewandelter Form in der in Deutschland gültigen Norm zur Berechnung von Tellerfedern [DIN17b] Anwendung. Auch in der Norm zur Festlegung zulässiger Kennlinien [DIN17a] findet sie Anwendung. Damit hat die Formel gemeinsam mit ihren Modifikationen einen rückkoppelnden Einfluss auf die Kennlinien tatsächlich gefertigter Tellerfedern – wo die gemessene Kennlinie zu stark von der berechneten Sollkennlinie abweicht, variiert der Hersteller die Geometrien im Rahmen der Toleranzen, sodass die Kennlinien von im Handel erhältlichen Tellerfedern in aller Regel gut durch die modifizierte ALMEN-LASZLO-Formel beschrieben werden. Würde der Hersteller die Geometrien nicht anpassen, wären die Federn schwer verkäuflich, da sie nicht der gültigen Norm [DIN17a] entsprächen.

Seither wurden verschiedene weitere analytische Ansätze (weiter-) entwickelt, die beispielsweise die Genauigkeit der Abbildung der Verformung verbessern oder Reibung berücksichtigen.

Seit den 1980er-Jahren [CA82; SD87; WW87] wird neben analytischen Formeln auch die FEM zur Berechnung von Tellerfedern eingesetzt. Sie bietet besonders bei nichtlinearem und anisotropem Materialverhalten sowie komplexen Geometrien neue Möglichkeiten. Der Preis für diese neuen Möglichkeiten sind um mehrere Größenordnungen längere Rechenzeiten und erhebliche Lizenzkosten für kommerzielle Softwarepakete. Die Lizenzkosten können durch Open Source oder Freeware Software umgangen werden, in der Literatur zu Tellerfedern findet sich jedoch nur ein Beispiel der Anwendung von kostenloser Finite-Elemente (FE)-Software [Weh+10]. Die Softwarepakete ANSYS und Abaqus herrschen vor.

Die detailliertere mathematische Beschreibung der Tellerfeder erfordert auch eine detailliertere experimentelle Untersuchung: Modellparameter wie Reibfaktoren müssen kalibriert werden und das Experiment dient als letztgültige Methode zur Validierung unterschiedlicher Berechnungsmodelle. Die FEM ist zur Verifikation, nicht aber zur Validierung geeignet.

Die Validierung der im Folgenden beschriebenen Modelle erfolgt in der Regel mithilfe experimentell ermittelter Kennlinien. Die Kennlinien von Tellerfedern werden mithilfe von Universalprüfmaschinen oder anderen Axialprüfmaschinen physikalisch erfasst. Die Kennlinien von Tellerfedersäulen werden analog in axialen Versuchen bestimmt. Normativ wird von Auflageplatten eine Härte von mindestens 60 HRC und eine glatte und einwandfrei beschaffene Oberfläche gefordert [DIN17a]. Dies wird beispielsweise durch die Prozesskette Härten, Schleifen und Polieren realisiert.

Eine weitere Methode ist der Vergleich berechneter Dehnungen mit experimentell ermittelten Dehnungen, in der Regel in tangentialer Richtung [Tel02; KMS18]. Die Messung der Dehnung unter Last erfolgt mithilfe von Dehnungsmessstreifen, eine vollflächige Analyse mit optischen Messsystemen ist möglich, wurde aber in der bisherigen Literatur nicht dokumentiert.

Berechnete Eigenspannungen werden mithilfe experimentell ermittelter Eigenspannungen in unbelasteten Federn validiert. Die experimentelle Ermittlung der Eigenspannungen erfolgt in der Regel röntgenografisch über die Ermittlung der Gitterabstände, die über die elastische Dehnung linear mit der Spannung zusammenhängen, vereinzelt wird die Bohrlochmethode eingesetzt [Baa+17].

In den folgenden Abschnitten werden die unterschiedlichen Möglichkeiten zur rechnerischen Beschreibung von Tellerfedern thematisch geordnet vorgestellt. Am Rande werden dazu entwickelte tellerfederspezifische Experimente erläutert.

2.1.1 Beschreibung mithilfe analytischer Formeln

Das Almen-Laszlo-Modell

ALMEN und LASZLO [AL36] führen eine Konvention zur Definition des Querschnitts und der Bemaßung der Tellerfeder ein. Diese Definition impliziert, dass die Tellerfeder ideal achsensymmetrisch und ihr Querschnitt rechteckig ist. Bei der Berechnung wird angenommen, dass der Anstellwinkel der Tellerfeder klein ist, sodass die Kleinwinkelnäherung gilt. In Abbildung 2.1 ist die Tellerfeder dargestellt, wie sie in DIN EN 16983 [DIN17a] definiert wird. ALMEN und LASZLO [AL36] verwenden ähnliche Werte, der innere und äußere Durchmesser wird aber in der neutralen Phase vermessen. Die Bezeichnungen orientieren sich an den heute üblicheren Formelzeichen entsprechend der in Deutschland gültigen Normen [DIN17a; DIN17b]. Den Kanten werden die Nummern I bis IV zugeordnet. Die überwiegende Mehrheit der analytischen Ansätze setzt ein richtungsunabhängiges, elastisches Materialgesetz mit dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl μ ein.

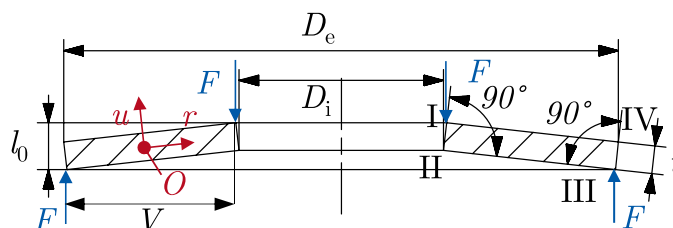


Abbildung 2.1: Definition des Querschnitts der Tellerfeder im Ansatz nach ALMEN und LASZLO [AL36]. Die Definition des Außendurchmessers D_e und des Innendurchmessers D_i weicht in Übereinstimmung zu gültigen Normen [DIN17a; DIN17b] von der ursprünglichen Definition ab.

Auf die Feder wirken genau zwei Kräfte. Diese Kräfte sind betragsmäßig gleich und zeigen in entgegengesetzte Richtungen, ergeben in Summe also null. Das gewährleistet die Einhaltung des

Kräftegleichgewichts in axialer Richtung. Radiale Kräfte greifen in diesem Modell nicht an. Der Betrag der axialen Kräfte heißt F . Volumenkräfte, wie sie etwa die Schwerkraft erzeugt, werden vernachlässigt.

Die Kräfte erzeugen in Abhängigkeit des Hebelarms V , Abbildung 2.1, im Querschnitt ein Drehmoment M_{last} . Basierend auf der Kleinwinkelnäherung wird angenommen, dass der horizontale Abstand zwischen den Kanten I und II sowie III und IV gleich null ist, sodass die Kräfte am Innendurchmesser D_i und am Außendurchmesser D_e angreifen. Für das Momentengleichgewicht wird ein infinitesimal um $d\theta$ rotierter Querschnitt betrachtet. Da die Kraft F die gesamte Feder verformt und nicht nur einen Querschnitt, wird sie durch Division durch 2π normiert:

$$M_{\text{last}} = \int \frac{F}{2\pi} \frac{D_e - D_i}{2} d\theta \quad (2.1)$$

Das einzige Drehmoment, das diesem Lastmoment M_{last} entgegenwirkt, ist das durch die Verformung der Feder hervorgerufene Drehmoment $M_{\text{widerstand}}$. Das hervorgerufene Drehmoment $M_{\text{widerstand}}$ steigt mit der tangentialen Dehnung der Tellerfeder an. Im ansteigenden Bereich der Federkennlinie gilt: Ein größeres Drehmoment bedeutet auch einen größeren Federweg.

$$M_{\text{widerstand}} = M_{\text{last}} \quad (2.2)$$

ALMEN und LASZLO treffen in ihrem Berechnungsmodell die Annahme, dass radiale Spannungen vernachlässigbar sind und dass sich die Tellerfeder ausschließlich in tangentialer Richtung – nicht in radialer Richtung – dehnt, während die Verschiebung der Kraftangriffspunkte ausschließlich durch eine Drehbewegung des Querschnitts um den Winkel φ um den Stülpmittelpunkt O realisiert wird. Weiter nehmen sie an, dass dieser Stülpmittelpunkt genau in der Mitte zwischen den beiden langen Flächen der Tellerfeder liegt (neutrale Phase). Dies bedeutet, dass sich der Umriss des Querschnitts nach diesem Modell nicht verformt. Die radiale Position des Stülpmittelpunkts ist als die Hälfte des Durchmessers des Stülpmittelpunktkreises D_O definiert und wird im Folgenden noch hergeleitet. Die Drehung ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Die Abbildung zeigt eine weitere Abweichung des Modells von der Realität: Die Kräfte greifen in der neutralen Phase des Querschnitts an. Diese Abweichung ist unter Annahme kleiner Anstellwinkel vernachlässigbar klein.



Abbildung 2.2: Querschnitt vor (schwarz) und nach (rot) Drehung um φ um den Stülpmittelpunkt O infolge der Federkräfte F (Anstellwinkel der unverformten Feder zur Verdeutlichung vergrößert dargestellt).

Tatsächlich stimmen die berechneten Kennlinien besser mit experimentell ermittelten Kennlinien überein, wenn mit dem gemessenen Innen- und Außendurchmesser gerechnet wird, als mit den Durchmessern an den eingezeichneten Stellen [Nie83]. Das liegt daran, dass durch diesen Fehler eine Überschätzung der Federkraft aufgrund der von ALMEN und LASZLO getätigten Annahmen teilweise ausgeglichen wird [Nie83].

Die Drehung verursacht im Querschnitt der Tellerfeder tangentiale Biegespannungen. Zusätzlich verschiebt sie jeden materiellen Punkt der Tellerfeder in radialer Richtung. Die Tellerfeder ist

achsensymmetrisch und bleibt es auch unter axialer, symmetrischer Last. Deshalb geht eine radiale Verschiebung Δr eines materiellen Punkts von der Symmetrieachse weg mit einer Erhöhung des Durchmessers der Tellerfeder in diesem materiellen Punkt einher. Dieser erhöhte Durchmesser erzwingt eine positive (technische) Dehnung, diese wiederum verursacht eine Zugspannung. In materiellen Punkten, die zur Symmetrieachse hin verschoben werden, reduziert sich der Durchmesser der Tellerfeder; negative (technische) Dehnungen treten auf und rufen Druckspannungen hervor. Der Übergang zwischen Druck- und Zugspannungen liegt genau im Stülpmittelpunkt O , nahe der Symmetrieachse herrschen Druckspannungen, von ihr entfernt herrschen Zugspannungen (bezogen auf den Spannungszustand durch Verschiebung, nicht auf den Gesamtspannungszustand). Dieser Effekt wird in Richtung u (Abbildung 2.1) als konstant angenommen. Das folgt aus der Annahme eines kleinen Anstellwinkels und der Kleinwinkelnäherung. Die durch die radiale Verschiebung verursachte tangentielle Spannung $\sigma_{\Delta r, \tan}$ berechnet sich folgendermaßen:

$$\sigma_{\Delta r, \tan}(r) = \frac{E r}{1 - \mu^2} \frac{\varphi \left(\phi - \frac{\varphi}{2} \right)}{\frac{D_0}{2} - r} \quad (2.3)$$

Aus der Biegung des Querschnitts folgt keine Kraft in tangentialer Richtung. Dementsprechend müssen sich die Zug- und Druckspannungen infolge der radialen Verschiebung genau ausgleichen, wenn der Querschnitt parallel zur u -Achse (Abbildung 2.1) durchlaufen wird, da ansonsten das Kräftegleichgewicht verletzt würde:

$$\int_{\frac{D_0}{2} - \frac{D_e}{2}}^{\frac{D_0}{2} - \frac{D_i}{2}} \sigma_{\Delta r, \tan} t \, dr = 0 \quad (2.4)$$

Daraus ergibt sich die radiale Position des Stülpmittelpunkts, $D_0/2$:

$$\frac{D_0}{2} = \frac{D_e - D_i}{2 \ln \left(\frac{D_e}{D_i} \right)} \quad (2.5)$$

Die Biegung des Querschnitts erzeugt die tangentielle Biegespannung $\sigma_{\text{biege, tan}}$:

$$\sigma_{\text{biege, tan}}(r, u) = \frac{E \varphi}{1 - \mu^2} \frac{u}{\frac{D_0}{2} - r} \quad (2.6)$$

Die beiden Spannungen werden aufgrund des linearen Materialgesetzes zu der tangentialen Gesamtspannung $\sigma_{\text{dreh, tan}}$ superponiert:

$$\sigma_{\text{dreh, tan}}(r, u) = \sigma_{\Delta r, \tan}(r) + \sigma_{\text{biege, tan}}(r, u) \quad (2.7)$$

Das der Verformung entgegenwirkende Drehmoment $M_{\text{widerstand}}$ wird durch Integration der tangentialen Gesamtspannung $\sigma_{\text{dreh, tan}}$ über den infinitesimal rotierten Querschnitt der Tellerfeder berechnet:

$$\begin{aligned} M_{\text{widerstand}} &= \int \int_{-\frac{t}{2} \frac{D_0}{2} - \frac{D_e}{2}}^{\frac{t}{2} \frac{D_0}{2} - \frac{D_i}{2}} \int \sigma_{\text{dreh, tan}}(r, u) \, dr \, du \, d\theta \\ &= \int \int_{-\frac{t}{2} \frac{D_0}{2} - \frac{D_e}{2}}^{\frac{t}{2} \frac{D_0}{2} - \frac{D_i}{2}} \int \sigma_{\Delta r, \tan}(r) \, dr \, du \, d\theta + \int \int_{-\frac{t}{2} \frac{D_0}{2} - \frac{D_e}{2}}^{\frac{t}{2} \frac{D_0}{2} - \frac{D_i}{2}} \int \sigma_{\text{biege, tan}}(r, u) \, dr \, du \, d\theta \\ &= M_{\Delta r} + M_{\text{biege}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$M_{\Delta r} = \int \frac{E t \varphi (\phi - \varphi)(\phi - \frac{\varphi}{2})}{1 - \mu^2} \left[\frac{D_e^2}{2} - \frac{D_i^2}{2} - \frac{D_0(D_e - D_i)}{2} + \frac{D_0^2}{2^2} \ln \left(\frac{D_e}{D_i} \right) \right] d\theta \quad (2.9)$$

$$M_{\text{biege}} = \int \frac{E t^3 \varphi}{12 (1 - \mu^2)} \ln \left(\frac{D_e}{D_i} \right) d\theta \quad (2.10)$$

Mithilfe der Kleinwinkelnäherung wird der Federweg s in Abhängigkeit des Drehwinkels φ berechnet:

$$s = \varphi \left(\frac{D_e}{2} - \frac{D_i}{2} \right) \quad (2.11)$$

Durch Einsetzen der Beziehung zwischen Drehwinkel und Federweg (2.11), der Definition des Lastmoments (2.1), der Berechnungsformel des dem Lastmoment entgegenwirkenden Widerstandsmoments (2.8) sowie dessen Verschiebungs- und Biegeanteile (2.9) und (2.10) in das Momentengleichgewicht (2.2) und anschließendes Lösen ergibt sich die Kraft-Weg-Kennlinie der Tellerfeder. Deren Angabe erfolgt üblicherweise mithilfe sogenannter Federwegfaktoren K_1 und δ [DIN17b]:

$$F(s) = \frac{4 E}{1 - \mu^2} \frac{t^4}{K_1 D_e^2} \frac{s}{t} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right] \quad (2.12)$$

$$\delta = \frac{D_e}{D_i} \quad (2.13)$$

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\delta-1}{\delta} \right)^2}{\frac{\delta+1}{\delta-1} - \frac{2}{\ln(\delta)}} \quad (2.14)$$

Dazu wird die Ausgangskegelhöhe h_0 definiert:

$$h_0 = l_0 - s \quad (2.15)$$

Durch Einsetzen der Federkennlinie (2.12) und des Zusammenhangs zwischen Federweg und Anstellwinkel (2.11) in die tangentielle Gesamtspannung $\sigma_{\text{dreh,tan}}$ nach den Gleichungen (2.3), (2.6) und (2.7) lässt sich die Spannung in jedem Punkt der Feder in Abhängigkeit des Federwegs s und der lokalen Koordinaten r und u berechnen:

$$\sigma_{\text{biege,tan}}(s, r, u) = u \frac{2 s}{D_e - D_i} \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{1}{\frac{D_e - D_i}{2 \ln(\delta)} - r} \quad (2.16)$$

$$\sigma_{\Delta r, \text{tan}}(s, r) = r \frac{2 s}{D_e - D_i} \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{1}{\frac{D_e - D_i}{2 \ln(\delta)} - r} \left(\frac{2 h_0}{D_e - D_i} - \frac{s}{D_e - D_i} \right) \quad (2.17)$$

$$\sigma_{\text{dreh,tan}}(s, r, u) = \frac{2 s}{D_e - D_i} \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{1}{\frac{D_e - D_i}{2 \ln(\delta)} - r} \left[r \left(\frac{2 h_0}{D_e - D_i} - \frac{s}{D_e - D_i} \right) + u \right] \quad (2.18)$$

Da das lokale Koordinatensystem r, u an das in der FEM übliche normierte lokale Koordinatensystem erinnert, sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass in der angegebenen Form keine Normierung stattgefunden hat, die Werte also als absolute Längenmaße einzusetzen sind.

Das lokale Koordinatensystem dreht sich mit der Feder mit. Da die lokalen Koordinaten der Kanten I bis IV durch die Federgeometrie definiert sind, wird jeweils eine explizite Formel angegeben, die die Berechnung der Spannung ohne lokale Koordinaten ermöglicht. Zur vereinfachten Darstellung werden üblicherweise die weiteren Federwegfaktoren K_2 und K_3 eingeführt [DIN17b]:

$$K_2 = \frac{6}{\pi} \frac{\left(\frac{\delta-1}{\ln \delta} \right)^2}{\ln \delta} \quad (2.19)$$

$$K_3 = \frac{3}{\pi} \frac{\delta - 1}{\ln \delta} \quad (2.20)$$

$$\sigma_{\text{dreh,I,tan}}(s) = s \frac{4 E}{1 - \mu^2} \frac{t}{K_1 D_e^2} \left[K_2 \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right] \quad (2.21)$$

$$\sigma_{\text{dreh,II,tan}}(s) = s \frac{4 E}{1 - \mu^2} \frac{t}{K_1 D_e^2} \left[K_2 \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right] \quad (2.22)$$

$$\sigma_{\text{dreh,III,tan}}(s) = s \frac{4 E}{1 - \mu^2} \frac{t D_i}{K_1 D_e^3} \left[(K_2 - 2 K_3) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right] \quad (2.23)$$

$$\sigma_{\text{dreh,IV,tan}}(s) = s \frac{4 E}{1 - \mu^2} \frac{t D_i}{K_1 D_e^3} \left[(K_2 - 2 K_3) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right] \quad (2.24)$$

Die Unterschiede der Spannungen in den Kanten lassen sich wieder auf die unterschiedlichen lokalen Koordinaten der Kanten zurückführen: Der Term $\pm K_3$ in Gleichungen (2.23) und (2.24) lässt sich auf die unterschiedlichen u -Koordinaten und damit auf den Biegeanteil $\sigma_{\text{biege,tan}}$ zurückführen. Die unterschiedlichen r -Koordinaten führen dazu, dass in Gleichungen (2.23) und (2.24) $2 K_3$ von K_2 abgezogen wird, in Gleichungen (2.21) und (2.22) nicht. Dies kann allerdings nicht dem biegebedingten Anteil $\sigma_{\text{biege,tan}}$ oder dem verschiebungsbedingten Anteil $\sigma_{\Delta r,\text{tan}}$ zugeordnet werden, sondern ergibt sich aus Superposition beider.

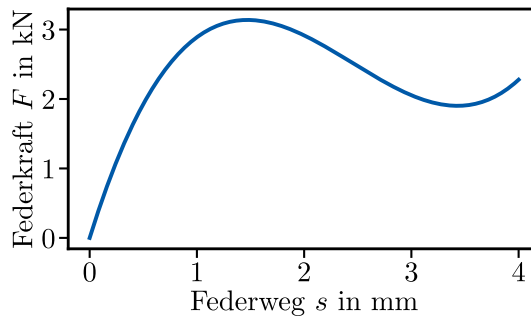


Abbildung 2.3: Berechnete Kennlinie einer Tellerfeder mit der Geometrie $D_e = 50$ mm, $D_i = 25,4$ mm, $t = 1,25$ mm, $h_0 = 2,45$ mm und den Materialparametern $E = 206$ GPa, $\mu = 0,3$.

In diesem Modell steigt die Federkraft zu Beginn der Kennlinie mit zunehmendem Federweg s mehr oder weniger degressiv an. Bei großen Verhältnissen $h_0/t > \sqrt{2}$ fällt die Kennlinie ab einem bestimmten Federweg wieder ab, Abbildung 2.3. Bei kleineren Verhältnissen $h_0/t \leq \sqrt{2}$ ist die Kennlinie monoton steigend. Dieses Verhalten im Modell spiegelt die Realität qualitativ korrekt wieder, obgleich durch die Annahmen des Modells quantitative Ungenauigkeiten bestehen. In der Praxis kommen sowohl Geometrien vor, bei denen $h_0/t > \sqrt{2}$ zutrifft (Sonderformen, insbesondere als Schalter eingesetzte Tellerfedern und geschlitzte Tellerfedern allgemein), als auch Geometrien, bei denen dies nicht zutrifft (Reihen A, B und C nach [DIN17a]). Im Bereich vor einem möglichen Maximum der Federkraft ist die Kennlinie invertierbar:

$$s(F) = h_0 + \sqrt[3]{K_5} + \frac{\frac{h_0^2}{3} + \frac{2t^2}{3}}{\sqrt[3]{K_5}} \quad (2.25)$$

$$K_5 = \sqrt{\frac{(FK_1 D_e^2 (\mu^2 - 1) + 4Eh_0 t^3)^2}{16 E^2 t^2} + \frac{2 t^2 (h_0^2 - 2t^2)^2}{27} - \frac{h_0^2 (h_0^2 - 2t^2)^2}{27}} + \frac{D_e^2 F K_1 (1 - \mu^2)}{4 E t} - h_0 t^2 \quad (2.26)$$

Die eindeutige Angabe der Spannungen $\sigma_{\text{dreh,I,tan}}$ bis $\sigma_{\text{dreh,IV,tan}}$ in Abhängigkeit der Federkraft ist durch Einsetzen von Gleichung (2.25) in die entsprechenden Gleichungen (2.21) bis (2.24) möglich.

Geschichtete Tellerfedern

Tellerfedern werden gleichsinnig geschichtet eingesetzt, um größere Kräfte bei gleichen Federwegen zu realisieren oder um die Energiedissipation durch Reibung zu erhöhen. Diese Schichtung wird auch Parallelschaltung genannt. Sie werden wechsellinienig geschichtet eingesetzt, um größere Federwege zu erreichen. Diese Schichtung wird auch Reihenschaltung genannt. Parallelschaltungen von Tellerfedern werden auch in Reihe geschaltet, um spezielle Federkennlinien zu erhalten oder große Wege und große Kräfte zu realisieren. Schichtungen von Tellerfedern werden Federsäulen oder Tellerfedersäulen genannt.

Die Berechnung von Tellerfedersäulen wird normgerecht [DIN17b] wie die von einzelnen Tellerfedern mithilfe der Formeln nach ALMEN und LASZLO durchgeführt. Dabei werden die Säulen als System aus parallel beziehungsweise in Reihe geschalteten idealisierten Federelementen modelliert. Um zwei parallel geschaltete Federn um denselben Weg zu verformen wie eine Einzelne, ist demzufolge die doppelte Kraft notwendig, während zwei in Reihe geschaltete Federn oder Federsäulen bei derselben Kraft den doppelten Federweg zurücklegen wie eine Einzelne.

Insbesondere bei gleichsinnig geschichteten Tellerfedern treten bereits im geometrisch idealisierten Fall andere Randbedingungen auf, als bei der Berechnung berücksichtigt, Abbildung 2.4. Bei den in der Realität unvermeidlich auftretenden geometrischen Abweichungen kommt es entsprechend zu stärkeren Abweichungen der Kennlinien als bei einzelnen Tellerfedern. Dementsprechend verhalten sich auch die in den Federn wirkenden Spannungen anders. Dadurch sind die Lebensdauervorhersagen bei geschichteten Tellerfedern unzuverlässiger als bei einzelnen Tellerfedern.

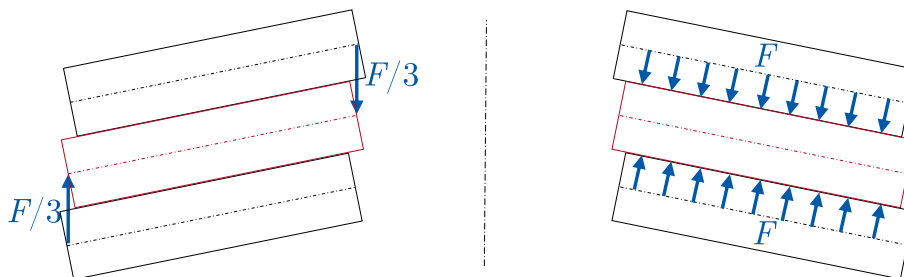


Abbildung 2.4: Auf die mittlere von drei parallel geschalteten Federn wirkende Randbedingungen; links: Normgerechtes Modell parallel geschalteter Federn: Jede Feder wird belastet, als wäre sie in Kontakt mit der Platte und würde ein Drittel der Gesamtkraft tragen; rechts: Näher an der Realität: Die Kraft wird flächig an den Mantelflächen übertragen, jede Feder trägt die gesamte Kraft mit verringerten Hebelarmen.

Bei Dehnungsmessungen an in Reihe geschalteten Tellerfedern zeigt sich, dass Federn, die der Krafteinleitung näher sind, stärker verformt werden, als Federn, die weiter von der Krafteinleitung

entfernt sind. HERTZER [Her59] führt das auf unterschiedliche Reibkräfte am Führungsdorn – bedingt durch einen geschwindigkeitsabhängigen Reibfaktor – und Massenkräfte zurück. Auch bei nicht geschwindigkeitsabhängigen Reibfaktor wären die unterschiedlichen Verformungen zu erwarten, da die Axialkraft ausgehend von der maximalen Kraft in der Krafteinleitungsstelle mit jedem Kontakt zum Dorn abfällt.

Berücksichtigung der Reibung

Die Reibung zwischen Tellerfeder und Platte beeinflusst die Kennlinie der Tellerfeder. Die reale Kennlinie bei Belastung verläuft oberhalb der realen Kennlinie bei Entlastung. Das Modell nach ALMEN und LASZLO berücksichtigt den Einfluss der Reibung jedoch nicht, die Belastungskennlinie unterscheidet sich nicht von der Entlastungskennlinie.

CURTI und MONTANINI [CM99] entwickeln ein Modell, das die Reibung mithilfe des COULOMBSCHEN Gesetzes abbildet. In Abhängigkeit des COULOMBSCHEN Reibfaktors w greift an den beiden Kontaktstellen jeweils eine zusätzliche horizontale Kraft an, Abbildung 2.5.

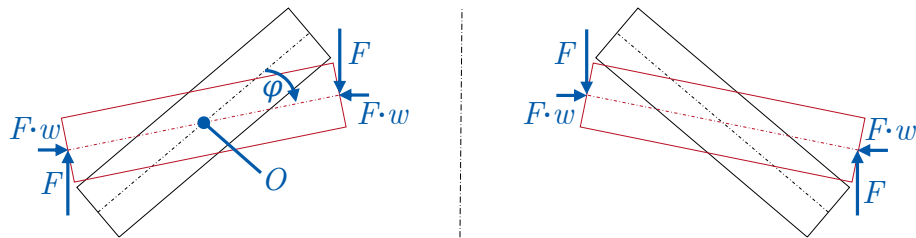


Abbildung 2.5: Querschnitt vor (schwarz) und nach (rot) Drehung um φ um den Stülpmittelpunkt O und Federkraft F sowie Reibkraft $F \cdot w$ beim Belasten. Beim Entlasten wirkt die Reibkraft in entgegengesetzter Richtung.

Die beiden Reibkräfte erzeugen ein zusätzliches Lastmoment, das dem Lastmoment nach ALMEN und LASZLO entsprechend Gleichung (2.1) superponiert wird. Aufgrund der Kleinwinkelnäherung und der Annahme kleiner Federwege ergibt sich folgende Formulierung des Lastmoments unter Berücksichtigung der Reibung, $M_{\text{last,Reibung}}$:

$$M_{\text{last,Reibung}} = \int \frac{F}{2\pi} \frac{D_e - D_i}{2} d\theta \pm \int \frac{F \cdot w}{2\pi} \left(\frac{D_e - D_i}{2} (\phi - \varphi) + t \right) d\theta \quad (2.27)$$

Aus der geänderten Formulierung des Lastmoments folgt bei ansonsten gleicher Herleitung und wiederholtem Einsatz der Kleinwinkelnäherung eine geänderte Formulierung der Kennlinie nach Gleichung (2.12):

$$\begin{aligned} F_R(s) &= \frac{F(s)}{1 \pm w \frac{2(h_0 - s + t)}{D_e - D_i}} \\ &= \frac{1}{1 \pm w \frac{2(h_0 - s + t)}{D_e - D_i}} \frac{4 E}{1 - \mu^2} \frac{t^4}{K_1 D_e^2} \frac{s}{t} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

Die Formeln der Be- und Entlastungskennlinie unterscheiden sich nur durch ein Plus (Entlastung) beziehungsweise ein Minus (Belastung) im Nenner. CURTI und MONTANINI [CM99] leiten diese Formeln für einen vereinfachten Berechnungsansatz [COP80] her. Die hier dargestellte Anwendung auf die Formulierung nach ALMEN und LASZLO ist aber unabhängig davon gültig.

OZAKI et al. [OTT12] bilden die Kennlinien von Tellerfedern mit Reibungseinfluss mithilfe von Meisterkennlinien ab. Die Meisterkennlinie ist die Kennlinie der Feder im reibungsfreien Zustand. Zur Berechnung der Meisterkennlinie kann ein beliebiges analytisches Verfahren, die FEM oder ein anderes numerisches Verfahren verwendet werden.

Die Differenz zwischen der Kraft einer Be- oder Entlastungskennlinie mit Reibungseinfluss und der Meisterkennlinie wird anhand des Energieerhaltungssatzes berechnet: Wie in Abbildung 2.6 dargestellt, wirken in diesem Modell die Reibkräfte an den Kanten, die in Kontakt mit den Auflageplatten stehen. Diese Kraftangriffspunkte bewegen sich infolge der Belastung um den Weg s_{radial} parallel zur Reibkraft. Bei dieser Bewegung wird die Energie $E_{\text{dissipiert}}$ dissipiert:

$$E_{\text{dissipiert}}(s_{\text{radial}}) = \int_0^{s_{\text{radial}}} 2 F w \, dx \quad (2.29)$$

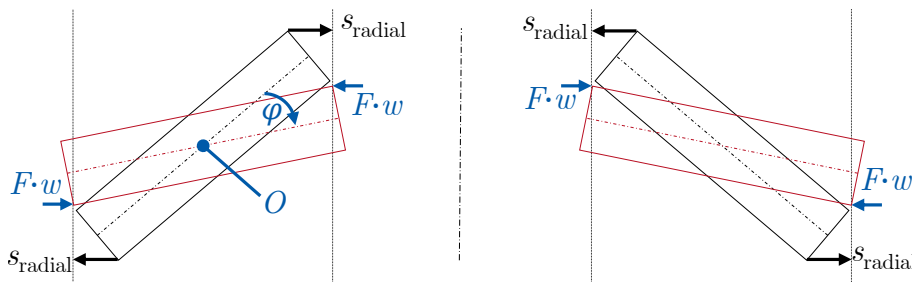


Abbildung 2.6: Reibkräfte und radiale Verschiebung der Kontaktstellen einer belasteten Feder

Um den axialen Federweg einer Tellerfeder unter Reibung inkrementell zu erhöhen, ist nicht nur die Federkraft entsprechend der Meisterkennlinie erforderlich, sondern zusätzlich eine Kraft ΔF_{reib} . Durch die axiale Verschiebung des Kraftangriffspunkts wird hier die Energie $E_{\Delta F}$ eingebracht:

$$E_{\Delta F}(s) = \int_0^s \Delta F_{\text{reib}} \, dx \quad (2.30)$$

Dem Energieerhaltungssatz folgend entspricht die zusätzlich eingebrachte Energie genau der Energie, die durch Reibung dissipiert:

$$\frac{dE_{\Delta F}}{ds} = \frac{dE_{\text{dissipiert}}}{ds} \quad (2.31)$$

Durch Ableiten ergibt sich die zusätzliche Kraft ΔF_{reib} :

$$\Delta F_{\text{reib}} = 2 F w \frac{ds_{\text{radial}}}{ds} \quad (2.32)$$

Das Konzept der Meisterkennlinie lässt sich auch auf Tellerfedersäulen anwenden [OTT12; Mah+20].

Eine Anwendung mit zwei unterschiedlichen Reibfaktoren in den beiden Kontaktstellen ist möglich, dazu wird der Term $2 w$ durch die Summe beider Reibfaktoren ersetzt. MASTRICOLA et al. [MDS17] entwickeln einen weiteren Ansatz zur Berücksichtigung unterschiedlicher Reibfaktoren an beiden Kontaktstellen.

KOBELEV [Kob16] leitet mithilfe der Schalentheorie und dem Prinzip der virtuellen Arbeit Formeln zur analytischen Berechnung von Tellerfedern mit axialen und radialen Kräften her. Durch

Kopplung der radialen Kräfte an die axialen Kräfte mithilfe eines Reibfaktors ermöglicht dies die Berücksichtigung von Reibung in der Berechnung der Kennlinie.

CURTI und MONTANINI [CM99] führen einen Versuchsaufbau zur Bestimmung des Reibfaktors zwischen Tellerfeder und Führungsplatte ein. Dazu wird eine Führungsplatte zwischen zwei Tellerfedern eingespannt. In Abhängigkeit der Einspannkraft wird der Reibfaktor als Quotient der Einspannkraft und der zum Wegschieben der eingespannten Platte notwendigen Kraft berechnet.

MASTRICOLA und SINGH [MDS17] führen ein vereinfachtes Verfahren ein, das die experimentelle Ermittlung des Reibfaktors mithilfe einer schiefen Ebene erlaubt: Eine mit einem Gewicht belastete Feder wird auf eine Platte gestellt. Durch Erhöhen des Anstellwinkels der Platte wird die Hangabtriebskraft größer, bis die Feder anfängt zu gleiten. Aus den Anstellwinkeln, bei denen die Feder beginnt und aufhört zu gleiten, ergeben sich die Reibfaktoren der Paarung Feder-Platte. Mit diesem Verfahren können die beiden Kontaktpaarungen zwischen Kante I und Platte sowie zwischen Kante III und Platte unabhängig voneinander untersucht werden.

MASTRICOLA et al. [MS17] vergleichen die mithilfe ihrer Methode (nach Kalibrierung) vorhergesagten zusätzlichen Federkräfte (analog zu ΔF_{reib}) mit experimentellen Ergebnissen und erzielen gute Übereinstimmungen.

In der aktuell gültigen Norm [DIN17b] wird ein vereinfachter Ansatz verfolgt: Bei einzelnen Federn wird die nach ALMEN und LASZLO berechnete Federkraft mit einem Faktor multipliziert beziehungsweise durch den Faktor dividiert. Dazu gibt die Norm für die Maßreihen A, B und C jeweils einen Reibfaktor an. Die Herkunft dieses Ansatzes und insbesondere der verwendeten Reibfaktoren ist nicht bekannt. Bei Säulen aus mehreren Tellerfedern werden Kontakte gleichsinnig geschichteter Federn mit dem Mantelreibungsfaktor w_M und Kontakte zwischen den Federn und den Führungsplatten mit dem Randeinreibungsfaktor w_R berücksichtigt. Der Faktor n gibt die Anzahl der gleichsinnig geschichteten Federn an. Reibung zwischen wechselsinnig geschichteten Federn wird nicht berücksichtigt. Reibung zwischen Federn und Führungsdorn oder -hülse bleibt ebenfalls unberücksichtigt:

$$F_R(s) = \frac{F(s) n}{1 \pm w_M (n - 1) \pm w_R} \quad (2.33)$$

Weiterentwicklungen des Berechnungskonzepts

Das Modell nach ALMEN und LASZLO überschätzt aufgrund der getätigten Annahmen die Steifigkeit der Tellerfeder systematisch. Das zeigt sich beispielsweise beim Vergleich mit den Ergebnissen von FE-Simulationen [Nie83; OTT12]. Daher wurden von verschiedenen Autorenkollektiven neue Verfahren entwickelt.

LUTZ und WALTER [LW67] entwickeln ein Modell, das die Krümmung der Mantellinie unter Last berücksichtigt. Die Berücksichtigung dieser Krümmung führt zu einer weniger steifen Kennlinie. Die Krümmung ist sowohl an belasteten Tellerfedern als auch an unbelasteten, vorgesetzten Tellerfedern, deren Mantelflächen je nach Vorsetzmaß stärker oder weniger stark gekrümmt sind, zu erkennen.

CURTI und ORLANDO [CO79] berücksichtigen zusätzlich Radialspannungen, indem sie annehmen, dass die radialen Dehnungen vernachlässigbar sind. CURTI et al. [COP80] vereinfachen diese Berechnungsmethode [CO79] mithilfe zusätzlicher Annahmen, sodass sich Kennlinien ergeben, die sich nur durch den Faktor $1 - \mu^2$ von den Kennlinien nach ALMEN und LASZLO unterscheiden. Die vereinfachte Berechnungsmethode stimmt gut mit FE-Simulationen überein [CA82; Nie83]. Für den praktischen Einsatz empfiehlt NIEPAGE [Nie83] dennoch die Formel nach Norm [DIN17b]. Bei Berechnung mit der FEM ergeben sich Druck-Radialspannungen zwischen den Kanten II

und III.

HÜBNER und EMMERLING [HE82] stellen eine nichtlineare Lösungsstrategie vor, die ebenfalls weniger steife Kennlinien als der Ansatz nach ALMEN und LASZLO berechnet. Diese Lösungsstrategie bietet jedoch keine explizite Formel, sondern ein Gleichungssystem, das numerisch gelöst wird, beispielsweise mit dem RUNGE-KUTTA-Verfahren [Run95; Kut01]. Der Rechenaufwand ist höher als bei gelösten analytischen Formeln, aber niedriger als bei Simulationen mit der FEM. Zur Reduktion der Rechenzeit entwickelte HÜBNER ein vereinfachtes Verfahren [HE82].

ZHENG et al. [ZJZ14] leiten mithilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit ein Modell zur Berechnung von dicken Tellerfedern mit hohen Anstellwinkeln her. Die Kennlinie des Modells unterscheidet sich von der nach ALMEN und LASZLO in den Koeffizienten, ist aber ebenfalls ein kubisches Polynom. FAWAZI und LEE [FL16] erlauben in ihrem Modell radiale Verschiebung, vereinfachen das geometrische Modell jedoch nicht zu einem Polynom. Beide Modelle zeigen eine gute Übereinstimmung mit der FEM.

KOBELEV [Kob16] berechnet die Kennlinie ausgehend vom Anstellwinkel der Tellerfeder. So berechnete Kennlinien von Tellerfedern mit hohen Anstellwinkeln zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der FEM [Kob21]. Bei kleinen Anstellwinkeln liefert der Ansatz ähnliche Ergebnisse wie der nach CURTI und ORLANDO [CO79].

LUXENBURG und GIVLI [LG21] leiten eine Heuristik zur Beschreibung der Verformung des Querschnitts unter Last her und verbessern so die Genauigkeit gegenüber anderen analytischen Beschreibungen.

CHEN et al. [Che+21] berücksichtigen die Verformung der Kanten I und III im Bereich der Krafteinleitung und berechnen Kennlinien durch Reihenschaltung von Kontaktsteifigkeiten und von klassisch berechneten Federsteifigkeiten.

Anelastisches und anisotropes Materialverhalten

Das Materialverhalten wird im Ansatz nach ALMEN und LASZLO als isotrop und ideal elastisch angenommen. Feinkörniges 51CrV4 verhält sich im elastischen Bereich isotrop, Bandmaterial verhält sich im plastischen Bereich aufgrund der eingebrachten Textur und zur Walzrichtung orientierter Seigerungszeilen anisotrop. In der Literatur wurden verschiedene erweiterte Materialmodelle in Modelle integriert:

HERTZER [Her59] berechnet den Eigenspannungszustand vorgesetzter Tellerfedern in Abhängigkeit des elastisch-plastischen Materialverhaltens und des Setzmaßes unter Annahme des für elastisches Materialverhalten berechneten Dehnfeldes.

LUTZ [Lut60] betrachtet die Verformung der Tellerfeder als eine Stülpung der (zweidimensionalen) Querschnittsfläche anstatt nur der (eindimensionalen) neutralen Phase. Dadurch ist keine gesonderte Betrachtung der Biegung mehr erforderlich. Dieser Ansatz ermöglicht die anschauliche, grafische Konstruktion von Linien gleicher Spannungen über dem Querschnitt. Die so hergeleiteten Formeln sind identisch zu denen nach ALMEN und LASZLO. Basierend auf diesem Ansatz berechnet er Vorsetzeigenspannungen unter Annahme eines elastisch-ideal plastischen Materialgesetzes. Er zeigt, dass sich der Stülpmittelpunkt durch das anelastische Verhalten verlagert.

HENGSTENBERG [Hen83] entwickelt ein numerisches Verfahren, das den Querschnitt in finite Flächen einteilt, die neutrale Phase in einer diskretisierten Zeitskala dreht und die Federkraft anhand der Momentenbilanz berechnet. Das Verfahren erlaubt die Verwendung eines für die damalige Zeit sehr komplexen Materialgesetzes mit BAUSCHINGER-Effekt [Bau86] (Reduktion der Streckgrenze bei Rückverformung). Er beobachtet in numerischen Versuchen einen kleinen

Einfluss des BAUSCHINGER-Effekts auf das Vorsetzmaß und die Eigenspannungen zwischen Kante II und Kante III aber einen erheblichen Einfluss auf die Eigenspannungen an Kante I. Weiter beobachtet HENGSTENBERG, dass beim Superponieren von durch Kugelstrahlen eingebrachten Eigenspannungen und durch Vorsetzen eingebrachten Eigenspannungen beträchtliche Fehler entstehen, insbesondere bei hohen Vorsetzmaßen.

Vorsetzen ist das plastische Verformen von Federn durch einmalige axiale Überlast. Es ist Teil der üblichen Prozessketten zur Produktion von Tellerfedern. Es bringt den Lastspannungen entgegengesetzte Eigenspannungen ein und erhöht damit die Festigkeit und reduziert (zyklisches) Kriechen. Die Höhe der Federn nimmt durch den Prozessschritt ab, die Reduktion der Höhe heißt Vorsetzmaß. Klassisch findet Vorsetzen bei Raumtemperatur statt, wenn bei höheren Temperaturen vorgesetzt wird, heißt der Prozess Warmvorsetzen.

KOBELEV [Kob21] leitet analytische Formeln zur Berechnung des Relaxationsverhaltens von Tellerfedern her.

Verschiedene Arbeiten beschreiben das Verhalten von aus Kompositwerkstoffen gefertigten Tellerfedern anhand analytischer Formeln [DB07; PAC16].

Abweichende Geometrien

Bereits die Sollquerschnitte vieler realer Tellerfedern weichen von der im Modell nach ALMEN und LASZLO angenommenen rechteckigen Form ab, für die tatsächlich gefertigten Querschnitte gilt dies umso mehr. Verschiedene Arbeiten entwickeln Modelle, die andere idealisierte Querschnitte annehmen.

MUHR und NIEPAGE [MN66] entwickeln ein Modell für Tellerfedern mit Auflageflächen, bei dem mit reduzierten Hebelarmen und gleichbleibender Querschnittsfläche gerechnet wird. Dieses Modell wird in der Praxis entsprechend der aktuellen Norm [DIN17b] angewendet. FERRARI [Fer13] präsentiert einen alternativen Ansatz zur analytischen Berechnung von Tellerfedern mit Auflageflächen, der Ansatz erfordert allerdings die iterative Berechnung des Anstellwinkels.

LA ROSA et al. [LMR01] entwickeln ein Modell zur Berechnung von Tellerfedern mit trapezförmigem Querschnitt. SAINI et al. [SKT07] präsentieren ein darauf aufbauendes Modell zur Berechnung von Tellerfedern mit gekrümmten Mantelflächen. LEININGER et al. [Lei+22] berücksichtigen abgerundete Kanten und schräge Flächen zwischen jeweils den Kanten I und II sowie III und IV.

Verschiedene Arbeiten befassen sich mit der analytischen Beschreibung des Verformungsverhaltens von nicht achsensymmetrischen Tellerfedern. Geschlitzte Tellerfedern, die insbesondere wegen des horizontalen Bereichs ihrer Kennlinie verwendet werden, werden als Kombination einer klassischen Tellerfeder mit einem Biegebalken modelliert [Sch72; CO81; CM99; FLO12].

2.1.2 Beschreibung mithilfe der Finite Elemente Methode

Einfache Modelle

Erste FE-Modelle von Tellerfedern [CA82; WW87] kamen in den 1980ern auf und berechneten Tellerfedern mit Geometrien, wie sie von ALMEN und LASZLO angenommen werden, mit linear-elastischen Materialgesetzen. Dabei erzielten sie bereits eine hohe Genauigkeit. Eine Anwendung dieser genauen Berechnung ist die Bewertung unterschiedlicher analytischer Methoden zur Berechnung von Tellerfedern [CA82; BCM91].

Bei einfachen Modellen wird ein Knoten entweder an Kante I oder an Kante III in axialer Richtung festgehalten und ein Knoten an der jeweils anderen Kante wird mit der axialen Federkraft beaufschlagt. Bei relativ grob vernetzten Modellen ergibt sich daraus kein besonderes auffälliges Verhalten, bei fein vernetzten Modellen wird eine Singularität an der Krafteinleitungsstelle deutlich, Abbildung 2.7. Krafteinleitung durch Aufbringen einer erzwungenen Verschiebung in einem einzelnen Knoten eliminiert die Singularität nicht.

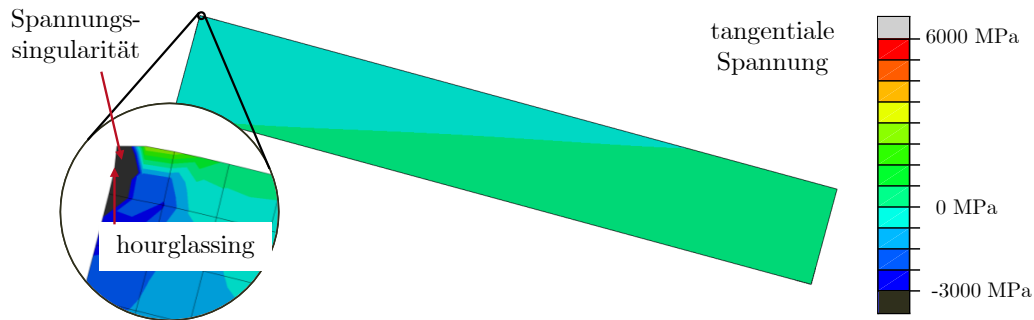


Abbildung 2.7: Tangentiale Lastspannungen in einer Tellerfeder, die in Kante III festgehalten und in Kante I mit einer Kraft beaufschlagt wird. In Kante I tritt eine Spannungssingularität auf. Berechnung rein elastisch. Rechnung mit voll integrierten Elementen mit quadratischer Formfunktion.

Das ist vorrangig kein numerischer Fehler, sondern eine numerisch korrekte Abbildung der physikalisch falsch modellierten Situation: Im Modell greift die Kraft auf einer mit zunehmender Netzfeinheit immer kleiner werdenden Fläche an, da die Kraft durch die Raumdiskretisierung auf die zum Knoten gehörigen Kanten projiziert wird. Bei infinitesimaler Kantenlänge wird der Druck an der Oberfläche unendlich groß.

Dieses Phänomen tritt bei mit LAGRANGE-Formulierung – also Formulierungen, die ein Eindringen der Bauteile ineinander nicht zulassen – implementierten Kontaktbedingungen unvermindert, bei mit Penalty-Formulierung – also Formulierungen, die ein Eindringen der Bauteile ineinander nach vorgegebenen Regeln zulassen – implementierten Kontaktbedingungen nur noch reduziert auf. Das liegt nicht daran, dass die Penalty-Formulierung die Realität grundsätzlich besser abbildet, sondern daran, dass ein Fehler einen anderen teilweise ausgleicht, das Eindringen der Platte in die Feder vergrößert die Kontaktfläche.

Zur Beseitigung der unrealistischen Spannungsspitzen sind zwei Modifikationen des Modells naheliegend: Einerseits ein Abrunden der Kanten im Modell, denn die Kanten von Tellerfedern sind tatsächlich abgerundet, andererseits die Verwendung eines elastisch-plastischen Materialgesetzes. In Abschnitt 3.2.3 werden experimentelle Hinweise darauf dargestellt, dass der Werkstoff der Kontaktstellen aufgrund der Flächenpressung stärker plastisch verformt, als der Werkstoff der umgebenden oberflächennahen Bereiche.

Der in Abbildung 2.7 auftretende Hourglassing-Effekt ist stark lokalisiert und wirkt sich nur unwesentlich auf andere Bereiche aus. Beim Hourglassing werden finite Elemente in Eigenmoden verformt, das heißt ohne Energie aufzunehmen. Die Feder verformt sich daher bei gleicher Kraft stärker. Bei Verwendung von linearen Elementen, besonders mit reduzierter Integration, tritt starkes Hourglassing auf, das die Konvergenz verschlechtert.

Da die Tellerfeder biegebelastet ist, tritt bei linearen Elementen mit voller Integration zusätzlich Shearlockig auf. Dabei tritt eine Scherspannung auf, weil sich die Kanten aufgrund ihrer linearen Natur nicht krümmen können. Die Scherspannungen binden Energie und führen deshalb zu

niedrigeren Federwegen bei gegebenen Federkräften.

BAGAVATHIPERUMAL et al. [BCM91] bilden den Kontakt von in Reihe geschalteten Tellerfedern durch eine Kopplung (Englisch Coupling) in Kontakt stehender Knoten und die Parallelschaltung von Tellerfedern durch ein Skalieren der Steifigkeitsmatrix ab. In der weiteren Literatur hat sich der Ansatz durchgesetzt, gleichsinnig gestapelte Federn mithilfe von Kontaktbedingungen und wechselsinnig geschichtete Federn mithilfe von Kontaktbedingungen oder Kopplungen abzubilden.

Waren FE-Simulationen zu Beginn der Entwicklung noch so teuer, dass sie „im Allgemeinen als Instrument für die übliche Konstruktion nicht einsetzbar“ [CA82] waren, sind sie heute mit so geringem Rechenaufwand verbunden, dass sie an Stellen zum Einsatz kommen, wo auch eine analytische Berechnung hinreichend genau ist [BN10; XFL17; ZG18]. Die Genauigkeit moderner analytischer Methoden zur Berechnung von Tellerfedern ist mit der der FE-Simulation vergleichbar, die Implementierung und die Anbindung an ein FE-System sind aber mit einem nicht unerheblichen Arbeitsaufwand verbunden.

Modellierung der Reibung

Die Reibung kann in modernen FE-Systemen einfach berücksichtigt werden, da entsprechende allgemein anwendbare Algorithmen in der Kontaktmodellierung implementiert sind. YAHATA et al. [YWI93] setzten als erste Kontaktbedingungen ein, modellieren den Kontakt aber noch reibungsfrei. Reibung wird in diversen Arbeiten zur FE-Simulation von Tellerfedern berücksichtigt [CCC09; OTT12; JZ14; Akt+16; Zhu+18]. Heute liegt die größte Herausforderung bei der Berücksichtigung von Reibung in der Ermittlung geeigneter Reibfaktoren. Ein Modell, das das Abreiben von Material an Tellerfedern und den Führungsplatten beschreibt, liegt in der Literatur nicht vor.

OZAKI et al. [OTT12] beschreiben FE-Modelle zur Berechnung von Kennlinien einzelner sowie gleich- und wechselsinnig gestapelter Tellerfedern unter Berücksichtigung COULOMBSCHER Reibung. Zwischen den modellierten Platten und den Tellerfedern sowie zwischen parallel gestapelten Tellerfedern werden jeweils unterschiedliche Reibfaktoren verwendet. Die Kontakte werden mithilfe der Penalty-Methode berechnet. Der Kontakt zwischen wechselsinnig gestapelten Federn wird nicht löslich und reibungsfrei modelliert. In Abschnitt 2.1.1 wird eine von OZAKI et al. [OTT12] vorgeschlagene Methode zur Berücksichtigung von in der FEM ohne Reibung berechneten Meisterkurven zur Berechnung von Kennlinien unter Berücksichtigung der Reibung beschrieben.

Anelastisches Materialverhalten in Stahlfedern

Tellerfedern werden aufgrund der relativ kostengünstigen Fertigung, der hohen Steifigkeit und der hohen Ermüdungsfestigkeit in der Regel aus Stahl gefertigt. Die aktuell gültige Norm zur Regelung von Qualitätsanforderungen an Tellerfedern [DIN17a] stellt Regeln für Tellerfedern aus bestimmten Stählen [DIN02; DIN03; DIN06a; DIN06b; DIN07] auf, nicht jedoch für andere Werkstoffe – hier verweist DIN EN 16983 [DIN17a] auf die Federhersteller. Alle Tellerfedern entsprechend dieser Norm [DIN17a] sind durch einmalige Überlast kaltverfestigt. Der Prozess des Überlastens wird Vorsetzen genannt, da er das zyklische Setzen durch schwingende Belastung vermindert. Vorsetzen bei erhöhten Temperaturen wirkt der Relaxation des Werkstoffs stärker entgegen als Vorsetzen bei Raumtemperatur [MNW75]. Zusätzlich werden zyklisch belastete Tellerfedern zur Erhöhung der Ermüdungsfestigkeit in der Regel kugelgestrahlt [DIN17a], vereinzelt wird die Oberfläche zusätzlich festgewalzt [Hes+08; Uem17]. Derzeit wird inkrementelles Umformen als

alternative Fertigungsmethode für Tellerfedern aus metastabilen austenitischen Stählen numerisch und experimentell erforscht [Baa+17; Haj+19; Maq+19a; Maq+19b; Afz+20].

SCHIFFNER und DIETRICH [SD87] simulieren den Vorsetzprozess eigenspannungsfreier Tellerfedern und beschreiben das Problem der plastischen Rückverformung bei zu hohen Anstellwinkeln vor dem Vorsetzen. Der Vorsetzprozess wird durch virtuelles Drücken der Feder in Planlage simuliert – ohne den Kontakt zwischen Feder und Presse zu berücksichtigen. Sie weisen darauf hin, dass im Härtingsprozess Eigenspannungen entstehen, nehmen diese jedoch als vernachlässigbar hin. Aufgrund des damaligen Stands der Technik ist davon auszugehen, dass hier ein elastisch-ideal plastisches Materialgesetz angenommen wurde.

CURTI und RAFFA [CR92] simulieren den Vorsetzprozess einer Tellerfeder mithilfe eines hexalinen Materialgesetzes. Sie berichten, dass das Aufbringen der Randbedingungen als Verschiebung zu einem besseren Konvergenzverhalten führt. Ein Vergleich der Kennlinien vor und nach dem Vorsetzen zeigt einen flacheren Verlauf danach. In den vorgestellten Simulationen tritt bei Belastung auf Planlage nach der Erstbelastung in der höchstbelasteten Stelle stets die Fließspannung auf, eine weitere plastische Verformung der Feder erfolgt nicht. Diese Beobachtung wird von CURTI und RAFFA [CR92] als wahres Verhalten von Tellerfedern betrachtet. Diese Aussagen sind kritisch zu hinterfragen, da Kohlenstoffstähle bei Spannungsverhältnissen ungleich minus eins zyklisch kriechen [Gla88].

VELEVA et al. [BV10; VKB10; Vel12] beschreiben das Relaxationsverhalten von Tellerfedern numerisch und erreichen eine hohe Vorhersagegenauigkeit des experimentell bestimmten Relaxationsverhaltens durch mit Relaxationsversuchen an Werkstoffproben kalibrierte Materialgesetze. Eigenspannungen werden in einem numerischen Vorsetzprozess berechnet und in der Berechnung der Relaxation berücksichtigt.

YUBING et al. [YD17] untersuchen den Einfluss des Vorsetzens einer geschlitzten Tellerfeder auf ihre Kennlinie. Dabei stellen sie fest, dass die Finger der Feder eine große bleibende Verschiebung erfahren, obwohl keine Eigenspannungen zugegen sind. Bei nicht geschlitzten Federn erzeugt die bleibende Verformung in radialer Richtung selbst Eigenspannungen, analog zur Verformung unter Last in der Beschreibung nach ALMEN und LASZLO entsprechend Gleichung (2.3). YUBING et al. [YD17] äußern die Annahme, dass Eigenspannungen die Kennlinie einerseits direkt durch eine direkte Änderung der lokalen Steifigkeit und andererseits durch die Änderung der Geometrie verändern.

KRISHNASAMY et al. [KMS18] stellen einen Simulationsprozess vor, der das Feinschneiden, das Abschrecken, das Anlassen, das Kugelstrahlen und die Lastsimulation umfasst. Die berechneten Eigenspannungen werden durch spezielle Algorithmen zwischen verschiedenen Schritten weitergereicht. Bezüglich der Kugelstrahlbehandlung ist anzumerken, dass in der Literatur kein validiertes Modell beschrieben wird, das zur auslegungsrelevanten Beschreibung der Kugelstrahlbehandlung einer Tellerfeder geeignet ist und dass KRISHNASAMY et al. [KMS18] das verwendete Modell auch nicht näher beschreiben.

Federn aus anderen Werkstoffen als Stahl

Trotz der Dominanz von Stahl werden auch Tellerfedern aus anderen Werkstoffen gefertigt und eingesetzt. Im Folgenden wird die Literatur zu Tellerfedern aus anderen Werkstoffen als Stahl dargestellt.

Um Leichtbaupotential auszuschöpfen, werden Tellerfedern aus Kompositwerkstoffen entwickelt und angewendet. Mithilfe der FEM wird eine Berechnungsbasis geschaffen, das Systemverständnis verbessert und analytische Formeln verifiziert [Kar12; PAC16].

Durch den Einsatz von Formgedächtnislegierungen erfüllen Tellerfedern grundsätzlich neuartige Funktionen, die mit Stahlfedern nicht erfüllt werden können, beispielsweise die des Festkörpersperators [MFF13]. In der Literatur werden die Entwicklung und die Berechnung von Tellerfedern [MFF13; SMF16; Fan+16] und Baugruppen mit Tellerfedern [Fan+18] aus Formgedächtnislegierungen beschrieben.

Keramik eignet sich grundsätzlich aufgrund der hohen Steifigkeit gut als Federwerkstoff, das geringe Verformungsvermögen erschwert die Verwendung aber erheblich. Dennoch wurden Keramikfedern erfolgreich gefertigt und modelliert [Kop+19; Kha+20].

2.2 Ermüdungsverhalten

Die ersten veröffentlichten systematischen Untersuchungen zur Ermüdungsfestigkeit von Tellerfedern wurden von HERTZER, SCHREMMER und LUTZ [Her59; Sch65] durchgeführt. Später wurden Untersuchungen zur Ermüdungsfestigkeit von Tellerfedersäulen von TELLER, KAISER und BERGER [BKT01; Tel02] sowie Untersuchungen zur Ermüdungsfestigkeit von Tellerfedern unter komplexer Belastung mit Korrosion von LI, KAISER und BERGER [BKL06; Li07] durchgeführt. Zuletzt führten SPIES, VELEVA, BEYER und OECHSNER [SBO15; Spi+15; OS15] ergänzende Untersuchungen zur Ermüdungsfestigkeit von Tellerfedern bei Raumtemperatur und erhöhter Temperatur durch.

2.2.1 Qualitative Beschreibungen

Im Einsatz verursacht die Federkraft schwingende Zugspannungen in den Kanten II und III sowie schwingende Druckspannungen in den Kanten I und IV. Für Versagen durch zyklische Belastung ist in der Regel eine Zugspannung verantwortlich, da Risse im Druckbereich geschlossen sind. Nach der Theorie von ALMEN und LASZLO [AL36] liegt der Punkt der höchsten Zugspannung entweder in Kante II oder in Kante III.

HERTZER [Her59] beobachtet Anrissbildung von Kante I her. Er führt die Rissausgänge auf Oberflächen- und Gefügeeinflüsse zurück. Teilweise arretieren die Risse aufgrund von Eigenspannungsabbau oder dem Herauswachsen aus der zugegenspannungsbehafteten Zone. Einbringen von Druckeigenspannungen in Kante I (Kugelstrahlen) unterdrückt das Ausbilden von Rissen an Kante I [Her59]. HERTZER [Her59] gibt an, dass diese Risse in keinem Zusammenhang zu versagensursächlichen Rissen aus Bereichen mit Zuglastspannungen stehen. Da die Risse eine Verformung hervorrufen, ist das aus kontinuumsmechanischer Sicht fraglich.

Im Rahmen der zyklischen Belastung kommt es zu einer dauerhaften Verformung der von HERTZER [Her59] untersuchten Federn. Zunächst sinkt die Bauhöhe der Tellerfeder aufgrund von plastischer Verformung und Kriechen [Her59]. Bei Anrissbildung an Kante I stellt sich die Tellerfeder bedingt durch die wachsenden Risse auf [Her59]. Nach Arrest dieser Risse ist ein Abfall der Federhöhe möglich. Diese Effekte sind dem kontinuierlichen Abrieb der Tellerfeder an den Kontaktstellen überlagert [Her59].

Bei zu starkem Vorsetzen können von Kante I ausgehende Risse Bauteilversagen auslösen. Daher liegt nahe, Federn zusätzlich zur Auslegung nach der höchsten Zugspannung anhand der sich in Kante I einstellenden Druckspannung auszulegen. Da in der Regel keine plastischen Materialgesetze vorliegen, erfolgen solche Auslegungsrechnungen in aller Regel unter Zuhilfenahme eines rein elastischen Materialgesetzes. BÜHL [Büh71] zeigt, dass die Spannung in einem Punkt zwischen Kante I und Kante IV ein besserer Indikator für den Vorsetzgrad einer Tellerfeder ist. Der anhand der Spannung in diesem Punkt vorhergesagte Anteil des Volumens, der beim Vorsetzen

plastifiziert, ist weniger abhängig von der Geometrie der Tellerfeder, als der anhand der Spannung in Kante I vorhergesagte Anteil. Daher ist normativ die Spannung in diesem Punkt anstatt in Kante I begrenzt [DIN17b]. Die Anrisse entstehen nur bei relativ kleinen unteren Federwegen der schwingenden Belastung [Sch65]. Der untere Federweg sollte bei schwingender Belastung mindestens zwischen $0,15 h_0$ und $0,2 h_0$ liegen [DIN17b]. Diese Leitlinie gilt für Federn mit normgerechten Geometrien, bei erheblich abweichenden Geometrien sollte der untere Federweg, wie von BÜHL [Büh71] vorgeschlagen, anhand der Spannung im Punkt zwischen Kante I und Kante IV begrenzt werden.

HENGSTENBERG [Hen83] registriert Anrisse von Kante I, diese korrelieren nicht mit verkürzten Lebensdauern.

Tellerfedern mit reduzierter Rauheit zeigen eine erhöhte Lebensdauer, dies wurde sowohl anhand von polierten und nicht polierten Tellerfedern [Her59] als auch anhand von Federn ohne zusätzliche Oberflächenbehandlung mit Rautiefen von 1 bis $12 \mu\text{m}$ [Sch65] gezeigt. Bei gedrehten Tellerfedern mit Rautiefen von 10 bis $20 \mu\text{m}$ zeigte sich jedoch kein Unterschied, da die Rauheit durch Drehriefen bedingt war, die sich aufgrund ihrer Richtung nicht als Kerben auswirken [Sch65]. Der Einfluss der Rauheit auf die Lebensdauer wurde bisher nicht in quantitative Modelle integriert.

Tellerfedern werden geschmiert zwischen Platten mit sehr hohen Härten geprüft, um Verschleiß durch Reibung zu vermeiden. Dennoch graben sich die Tellerfedern in die Prüfplatten ein und die Ober- und Unterkräfte im wegeregulierten Versuch driften auseinander [BKT01]. Aufgrund dessen ändert sich die Beanspruchung auch während eines Schwingversuchs mit konstanten Amplituden. Das Ausmaß der Änderung hängt neben den Reibbedingungen von der Regelungsart ab.

Grundsätzlich ist der Rissausgang in der Position des größten Beanspruchungsmaßes zu erwarten. SPIES et al. [SBO15] beobachten davon abweichende Rissausgangspositionen. SCHREMMER [Sch65] untersucht dieselbe Fragestellung anhand einer breiten Datenbasis und stellt gegensätzlich fest, dass die vorhergesagten Bruchausgangsstellen mit einem verschwommenen Übergangsbereich zutreffend sind. Aufgrund des Fortschritts der Werkstoff- und Federntechnik in den 50 Jahren zwischen beiden Untersuchungen ist nicht offensichtlich, ob systematische Unterschiede in den Untersuchungsmethoden zu diesen unterschiedlichen Schlussfolgerungen führen oder systematische Unterschiede in den untersuchten Tellerfedern; bis in die 1980er war es beispielsweise üblich, Tellerfedern mit Dicken zwischen 1 mm und 5,5 mm zu stanzen und drehend nachzubearbeiten, heute werden sie oft feingeschnitten. BÜHL [Büh80] gibt an, dass beim Feinschneiden die Kanten lebensdauererweiternd kaltverfestigt werden und dass die Kaltverfestigung durch den Vergütungsprozess nur teilweise aufgehoben wird. Bei feingeschnittenen Federn wurden zwar Stanzrisse beobachtet [Büh80], es ist aber naheliegend, dass beim Feinschneiden eingebrachte Risse weniger kritisch sind als beim Stanzen eingebrachte, da die Stanzrisse der feingeschnittenen Federn nur zwischen den Kanten I und II sowie III und IV beobachtet wurden, beim Stanzen aber Risse direkt an den nach analytischer Berechnung höchstbeanspruchten Stellen, den Kanten II und III, entstehen. Weiter ist naheliegend, dass beim Stanzen tiefere Stanzrisse entstehen als beim Feinschneiden.

HENGSTENBERG [Hen83] beobachtet an warmvorgesetzten Federn aus 51CrV4 ganz überwiegend Bruchausgänge zwischen den Kanten II und III, teilweise ausgehend von Oberflächenverletzungen. Er beobachtet oftmals mehrere Rissausgänge, die sich zu makroskopischen Rissen verbinden. Dabei bilden sie Stufen. Die Risse verlaufen teilweise radial, teilweise gemischt radial und in Walzrichtung. Bei Stahl mit vorwiegend sulfidischen Einschlüssen reißen die Federn bevorzugt in Walzrichtung, bei Stahl mit bevorzugt oxidischen Einschlüssen stellt HENGSTENBERG keine Vorzugsrichtung fest.

Größere Tellerfedern zeigen bei gleicher berechneter Referenzspannung verkürzte Lebensdauern.

ern [Hen83]. HENGSTENBERG [Hen83] identifiziert als Einflussfaktoren den halbzeugbedingten Größeneinfluss (Benachteiligung größerer Halbzeuge in Bezug auf Gleichmäßigkeit des Gefüges, umsetzbare Abkühl- und Aufheizraten, Einschlussverteilung etc.), den spannungsmechanischen Größeneinfluss (Spannungsgradienten), den oberflächentechnologischen Größeneinfluss (Tiefenwirkung des Kugelstrahlens) und den statistischen Größeneinfluss (Benachteiligung größerer Bauteile in Bezug auf Oberflächenfehler etc.). Er bildet alle Einflüsse gemeinsam mathematisch ab. Bei nicht kugelgestrahlten Federn ermittelt er einen stärkeren Einfluss als bei kugelgestrahlten Federn. Das führt er auf die reduzierte Anfälligkeit kugelgestrahlter Bauteile gegenüber Oberflächendefekten zurück.

TELLER [Tel02] beobachtet von den Kanten abweichende Bruchausgangsstellen bei zwischenstufenvergüteten Tellerfedern aus 51CrV4 hoher Festigkeit mit Oberflächendefekten und führt das auf die mit der Zugfestigkeit ansteigende Kerbempfindlichkeit zurück. Diese auf für Tellerfedern hohe Härten zwischenstufenvergüteten Tellerfedern versagen im Schwingversuch früher als auf niedrigere Härten zwischenstufenvergütete oder konventionell vergütete Tellerfedern. Bei kugelgestrahlten Federn derselben Charge tritt diese Problematik nicht auf.

Tellerfedern im Säulenverbund zeigen nicht nur nicht dieselben Lebensdauern wie einzeln geprüfte Tellerfedern, sondern auch unterschiedliche Lebensdauern in verschiedenen Säulenpositionen bei scheinbar egalitärer Schichtung. Bei reiner Reihenschaltung der Federn werden größere Dehnungen an Federn gemessen, die der Krafteinleitung näher sind, die also größere Wege zurücklegen [Her59; Büh77; Chr]. Die Unterschiede werden bei zunehmender Federzahl größer [Her59]. Sie führen zu unterschiedlichen mittleren Lebensdauern der Federn in unterschiedlichen Positionen [Her59; OS15; Tel02]. Die Orientierung beeinflusst die Lebensdauer ebenfalls, da die Reibkraft am Führungsdorn bezogen auf die Tellerfeder in die jeweils entgegengesetzte Richtung wirkt: Bei Prüfungen an zehn wechselsinnig geschichteten Federn wurden an jeder zweiten Position vermehrt frühere Brüche beobachtet [OS15].

Wasserstoff versprödet Stahl und reduziert seine Schwingfestigkeit erheblich. Fertigungsbedingter Wasserstoff kann bereits bei der Montage zum Versagen von Tellerfedern führen und lässt sich durch einen geeigneten Wärmebehandlungsprozess aus Tellerfedern entfernen [APA06].

2.2.2 Quantitative Beschreibungen

Aufgrund der Dominanz der Tangentialspannung werden Tellerfedern anhand der Normalspannungshypothese ausgelegt. In allen Untersuchungen zur Lebensdauer von Tellerfedern wird von Risswachstum in der Querschnittebene berichtet. Das ist ein Hinweis auf die (näherungsweise) Gültigkeit der Normalspannungshypothese. Bei Federn aus anisotropen Blechen kommt es auch zu z-förmigen Bruchflächen [Hen83].

HERTZER [Her59] führt als Prädiktor für die Lebensdauer die Hubspannung auf der Tellerfederunterseite ein. Aufgrund einer besseren Abbildung der tatsächlich beobachteten Brüche empfiehlt er die Bewertung anhand der Spannung in Kante III. Anhand der Hubspannung kalibrierte Lebensdauermodelle gelten jeweils für eine festgelegte Mittelspannung. Auf Basis bei unterschiedlichen Mittelspannungen ermittelter Hubfestigkeiten schlägt HERTZER [Her59] die Auslegung anhand eines Festigkeitsschaubilds nach GOODMAN vor. Verschiedene Einflüsse, beispielsweise der statistische und der technologische Größeneinfluss, werden durch die Verwendung unterschiedlicher Schaubilder für Federn mit unterschiedlichen Dicken berücksichtigt.

SCHREMMER [Sch65] entwickelt diesen Ansatz weiter, indem er die Spannung in Kante III durch das Maximum der Spannungen in den Kanten II und III ersetzt. Anhand experimentell ermittelter Steigungen der Oberspannungen σ_o über der Unterspannung σ_u in Diagrammen nach GOODMAN

legt er die Referenzspannung σ_{ref} fest:

$$\sigma_{\text{ref}} = \sigma_o - 0,5 \sigma_u \quad (2.34)$$

Diese Referenzspannung wird im weiteren Verlauf der Arbeit in Abgrenzung zu einer entwickelten Verallgemeinerung klassische Referenzspannung genannt. Aus der mathematischen Beziehung einer Begrenzung des Maximums aus Oberspannung σ_o und Referenzspannung σ_{ref} unter eine Schwellenspannung ergibt sich eine Designvorgabe, die grafisch als Schaubild nach GOODMAN abgebildet werden kann. Solche Schaubilder nach GOODMAN werden noch heute in der entsprechenden Norm [DIN17a] vorgegeben. Auch die Unterscheidung verschiedener Dicken durch unterschiedliche Schwellenspannungen ist weiterhin Stand der Technik. Der Faktor 0,5 wurde experimentell an nicht kugelgestrahlten Tellerfedern aus 51CrV4 (damals 50CrV4) ermittelt. Über diese Kalibrierung hinaus ist er nicht werkstofftechnisch begründet.

SCHREMMER [Sch65] betrachtet Eigenspannungen und merkt an, dass diese Lastspannungen zu superponieren sind, integriert sie jedoch nicht in sein Vorhersagemodell. Nach Superposition berechnete Referenzspannungen an der Oberseite der Tellerfeder sieht HERTZER [Her59] als nicht versagensrelevant an, da hier Zugeigenspannungen herrschen und in seinen Untersuchungen die entsprechenden Risse arretieren.

SCHREMMER [Sch65] superponiert Dehnungen aus dem Setzprozess mit Dehnungen, von denen er annimmt, dass sie aus dem Wärmebehandlungsprozess folgen, und berechnet anhand der superponierten Dehnungen den Eigenspannungszustand unter Berücksichtigung eines in der Belastungskurve und der Entlastungskurve jeweils bilinearen Materialgesetzes, das den BAUSCHINGER-Effekt berücksichtigt. Einer analytischen Fallstudie [Sch65] zufolge klingt der positive Einfluss der Eigenspannungen aus dem Vergütungsprozess mit zunehmendem Vorsetzmaß ab. In einer experimentellen Fallstudie [Sch65] werden Federn mit unterschiedlichem Vorsetzmaß schwingend beansprucht. Die Versagensschwingspielzahlen werden mit berechneten Referenzspannungen verglichen. Dabei werden die Referenzspannungen auf drei verschiedene Arten berechnet, einmal ohne Berücksichtigung von Eigenspannungen, einmal mit Berücksichtigung von Vorsetzeigenspannungen und einmal mit Berücksichtigung von Vorsetz- und Wärmebehandlungseigenspannungen. Durch Berücksichtigung der Vorsetzeigenspannungen wird die Streuung im Vergleich zur Berechnung ohne Eigenspannungen reduziert, die Vorhersage verbessert sich also. Bei zusätzlicher Berücksichtigung der Eigenspannungen aus der Wärmebehandlung verschlechtern sich die Vorhersagen wieder.

OECHSNER und SPIES [OS15] superponieren experimentell ermittelte Eigenspannungen berechneten Lastspannungen und verbessern so die Vorhersagekraft des verwendeten Modells und die Übereinstimmung von Ergebnissen an Tellerfedern mit Ergebnissen an Werkstoffproben.

KRISHNASAMY et al. [KMS18] berechnen die Spannungsamplitude und die Mittelspannung einer Kupplungs-Tellerfeder im höchstbelasteten Punkt durch Superposition von Eigen- und Lastspannungen. Darauf basierend berechnen sie die Lebensdauer anhand einer experimentell ermittelten Wöhlerlinie mit Mittelspannungskorrektur. In einer experimentellen Validierung mit zwei Bauteilen zeigen sie eine hohe Vorhersagegenauigkeit mit einer relativen Abweichung in Lebensdauerrichtung kleiner zwei. Sie treffen Betriebsfestigkeitsvorhersagen anhand der konservativen PALMGREN MINER Regel [Pal24; Lan37; Min45].

3 Experimentelle Untersuchungen

Dieses Kapitel gibt die durchgeführten experimentellen Arbeiten wieder. Die untersuchten Proben werden in Abschnitt 3.1 eingeführt. Der Ausgangszustand wird in den Abschnitten 3.2, 3.3 und 3.4 charakterisiert. In Abschnitt 3.5 werden Lebensdauerdaten aus Schwingversuchen angegeben. In Abschnitt 3.6 werden Änderungen des Verhaltens und der Eigenschaften von Tellerfedern unter schwingender Belastung vorgestellt.

3.1 Untersuchte Proben

Die in dieser Arbeit untersuchten Proben wurden aus zwei Bändern aus 51CrV4 (1.8159) [DIN02; DIN03] mit unterschiedlichen Banddicken (2,5 mm und 12 mm) gefertigt. Die untersuchten Chargen und ihre Fertigungsschritte sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Die feingeschnittenen Chargen werden nach folgendem Schema benannt: Probentyp_Dicke_Kugelstrahlen_Zustand. Der Probentyp Tellerfeder wird mit dem Kürzel TF abgekürzt. Die Dicke wird für die Tellerfedern aus 2,5 mm dicken Bändern als 250 angegeben. Nicht kugelgestrahlte Federn sind mit dem Kürzel nkg versehen, kugelgestrahlte mit dem Kürzel kg. Die Bezeichnung von Federn, die vorgesetzt und phosphatiert wurden, wird mit pp abgeschlossen, die von vorgesetzten und nicht phosphatierten Federn mit np und die von nicht vorgesetzten und nicht phosphatierten Federn mit nv.

Tabelle 3.1: Fertigungsschritte der feingeschnittenen Tellerfederchargen TF_250_x sowie der gedrehten Tellerfederchargen.

Bezeichnung	nkg_pp	kg_pp	nkg_np	kg_np	nkg_nv	kg_nv	gedreht
Feinschneiden	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x
Umformen	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x
Kantenrunden	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x
Drehen	x	x	x	x	x	x	✓
Vergüten	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Kugelstrahlen	x	✓	x	✓	x	✓	x
Vorsetzen	✓	✓	✓	✓	x	x	✓
Phosphatieren	✓	✓	x	x	x	x	✓

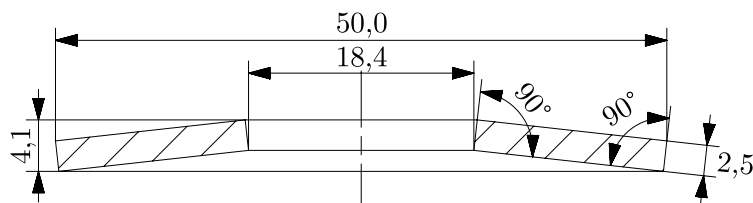


Abbildung 3.1: Sollgeometrien der Tellerfedern der vorgesetzten Chargen TF_250_x.

Die Sollgeometrien der vorgesetzten, feingeschnittenen Tellerfedern sind Abbildung 3.1 dokumentiert. Die Kantenradien werden vom Hersteller wie üblich gefertigt, Sollmaße liegen nicht vor.

Zu den feingeschnittenen Tellerfedern wurden aus dem Bandmaterial zusätzlich Zugproben entsprechend DIN 50125 [DIN16] gefertigt. Diese Zugproben wurden vom Federhersteller in einem mit dem Vergütungsprozess der Tellerfedern vergleichbaren Prozess vergütet. Sie werden im Folgenden als Z_250 bezeichnet.

Die gedrehten Tellerfedern wurden aus einem 12 mm dicken Band gefertigt. Die Solldicke der einzelnen Tellerfedern ist 6 mm. Insgesamt wurden fünf Chargen gedrehter Tellerfedern mit, abgesehen von den eingestellten Geometrieparametern, gleichem Fertigungsprozess und ähnlichen Geometrien gefertigt. Die Grundgeometrie der Charge TF_600_0 ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

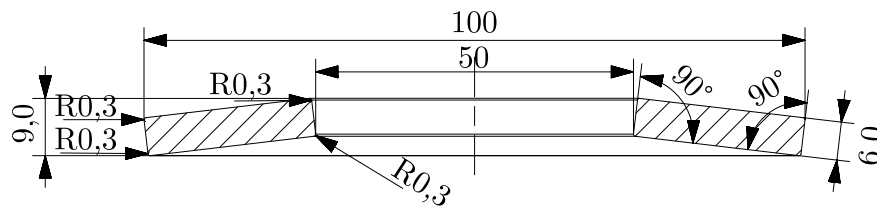


Abbildung 3.2: Sollgeometrien der Tellerfedern der Charge TF_600_0.

Die Sollgeometrien der Chargen TF_600_I bis TF_600_IV unterscheiden sich von den Sollgeometrien der Charge TF_600_0 in den Kantenradien. Für TF_600_I ist der Radius an Kante I 3,0 mm anstatt 0,3 mm, für TF_600_II ist der Radius an Kante II 3,0 mm anstatt 0,3 mm etc.

3.2 Werkstoffanalytische Untersuchungen

3.2.1 Chemische Zusammensetzung

Die Chargen TF_250_x sind aus zuerst warmgewalztem, dann kaltgewalztem Band, die Chargen TF_600_x aus warmgewalztem Band gefertigt. Daher gelten zwei unterschiedliche Normen [DIN02; DIN03]. Die chemischen Zusammensetzungen der untersuchten Proben entsprechen den beiden relevanten Normen.

3.2.2 Gefügecharakterisierung

Zur Gefügecharakterisierung wurden Gefügeaufnahmen der Querschnitte gedrehter und nicht gedrehter Tellerfedern sowie von Zugproben erstellt. Dazu wurden die Proben geschliffen und mit alkoholischer dreiprozentiger Salpetersäure geätzt.

Das Gefüge der Tellerfedern der Chargen TF_250_x und der zugehörigen Zugproben Z_250 ist bainitisch mit Karbiden, Abbildung 3.3.

Die aus Warmband gefertigten Tellerfedern der Chargen TF_600_x zeigen im Vergleich zu den Tellerfedern TF_250_x stärkere Seigerungszonen, die durch den Walzprozess erzeugt wurden. Die Ausprägung der Seigerungszonen ist in Abhängigkeit der Orientierung zur Walzrichtung unterschiedlich stark.



Abbildung 3.3: Gefüge der Charge Z_250 im Längsschliff (Kern).

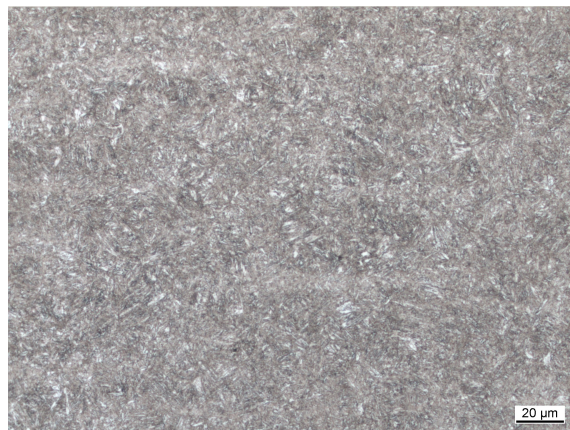


Abbildung 3.4: Gefüge einer Tellerfeder der Charge TF_600_0 (Kern, 90°).

Das Gefüge der Tellerfedern der Chargen TF_600_x ist teilweise bainitisch mit Karbiden, Abbildung 3.5.

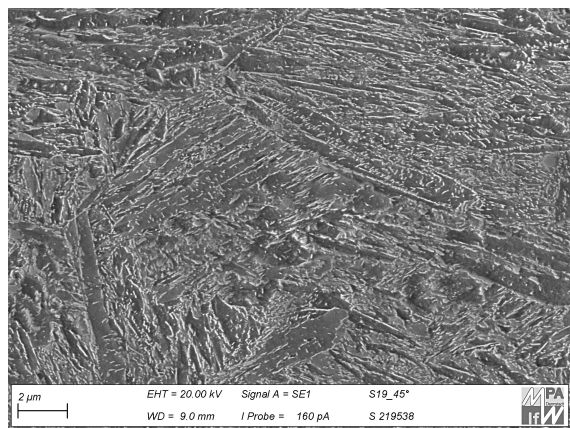
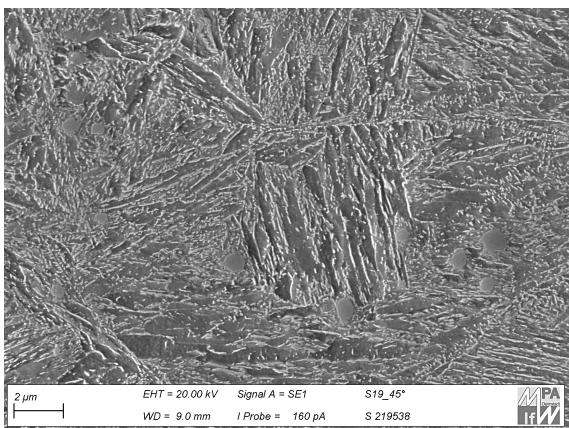


Abbildung 3.5: Rasterelektronenmikroskopie-Aufnahmen des Gefüges einer Tellerfeder der Charge TF_600_IV, typisch für Bainit sind die parallel angeordneten Nadeln mit Karbiden innerhalb der sowie zwischen den einzelnen Nadeln (links) und die Zellstrukturen mit 60°-Winkeln (rechts).

Die ehemaligen Austenitkörner der Chargen TF_600_x sind größer als die der Chargen TF_250_x.

3.2.3 Untersuchung des Eigenspannungszustands

Auf der Unterseite einer Tellerfeder der Charge TF_600_0 wurden vier Pfade von Kante II zu Kante III mit 90° Versatz definiert. Entlang jedes einzelnen Pfades wurden zehn Punkte definiert und an jedem Punkt wurden die oberflächennahen Eigenspannungen in tangentialer und in radialer Richtung ermittelt. Diese Messungen wurden einmal am Zentrum für Konstruktionswerkstoffe der Technischen Universität Darmstadt (MPA-IfW) und einmal von einem Industriepartner durchgeführt, um die Wiederholbarkeit der Messungen zu gewährleisten. Zur Berechnung der Eigenspannungen aus den röntgenografisch ermittelten Gitterdehnungen wurden der Elastizitätsmodul 206 GPa und die Querkontraktionszahl 0,3 verwendet. Die Gitterabstände – und damit die Eigendehnungen – wurden bei einem Kollimatordurchmesser von 1 mm mithilfe der $\sin^2\psi$ -Methode bestimmt. Der Röntgenstrahl dringt etwa $6\ \mu\text{m}$ in die Tellerfeder ein. Die Streuspannen der Messungen ergeben sich aus Messungen mit unterschiedlichen Einstrahlwinkeln ψ ; jeder dargestellte Punkt ergibt sich aus 7 Einzelmessungen (MPA-IfW) beziehungsweise 9 Einzelmessungen (Industrie) mit verschiedenen äquidistant zwischen -45° und 45° verteilten Winkeln ψ .

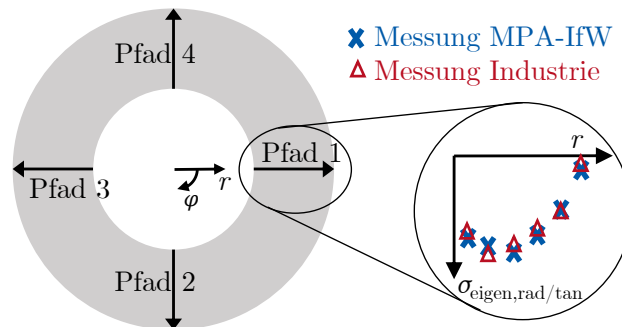


Abbildung 3.6: Prinzipskizze der Pfade, entlang derer Eigenspannungen ermittelt wurden.

Die ermittelten tangentialen Eigenspannungen der einzelnen Pfade $\sigma_{\text{eigen,tan}}$ sind in den Abbildungen 3.7 und 3.8 dargestellt. Sie liegen zwischen $-450\ \text{MPa}$ und $-700\ \text{MPa}$ im Druckbereich. Die Eigenspannungen an Kante II (kleine Polabstände r) sind betragsmäßig größer als die an Kante III (große Polabstände r). Auf den gegenüberliegenden Pfaden 1 und 3 steigen die tangentialen Eigenspannungen an Kante II entgegen dem allgemein festgestellten Trend an. Für die gegenüberliegenden Pfade 2 und 4 tun sie dies nicht. Damit einhergehend sind die minimalen Eigenspannungen der Pfade 2 und 4 kleiner als die minimalen Eigenspannungen der Pfade 1 und 3. Diese Ähnlichkeit der Verläufe gegenüberliegender Pfade weist darauf hin, dass die unterschiedlichen gemessenen Eigenspannungen auf den Pfaden nicht alleine auf zufällige Schwankungen zurückzuführen sind, sondern eine Richtungsabhängigkeit vorliegt; die Eigenspannungen hängen systematisch von der Winkelposition φ ab.

Die Eigenspannungen auf den Unterseiten von Tellerfedern hängen sowohl vom Polabstand als auch von der Winkelposition ab.

Die naheliegendsten Annahmen zur Herkunft dieser Richtungsabhängigkeit sind richtungsabhängiges (anisotropes) Materialverhalten (bedingt durch den Walzprozess), eine ortsabhängige Wärmebehandlung (bedingt durch ungleichmäßiges Aufwärmen beim Austenitisieren sowie

Abkühlen beim Härten) und imperfekte Rotationssymmetrie im Vorsetzprozess (infolge realer Werkzeuggeometrien und -nachgiebigkeiten vor und während des Vorsetzens sowie anisotropem Materialverhalten und ortsabhängiger Wärmebehandlung).

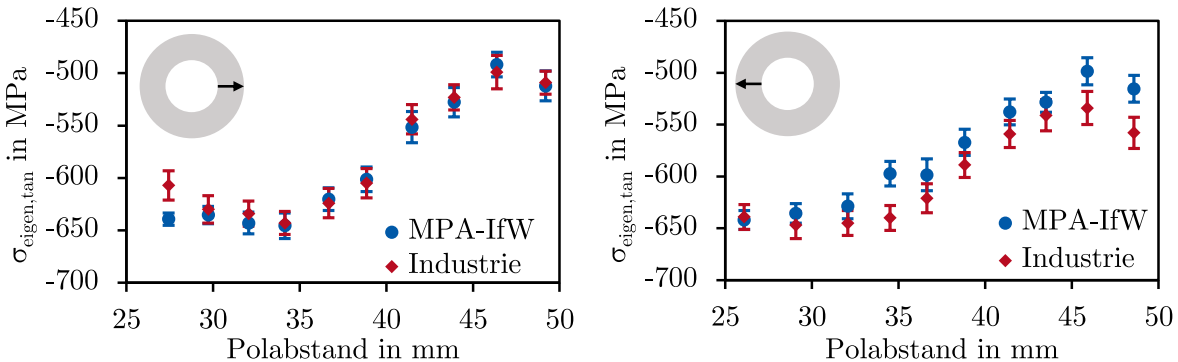


Abbildung 3.7: Tangentiale Eigenspannung einer Feder der Charge TF_600_0 entlang der Pfade 1 (links) und 3 (rechts).

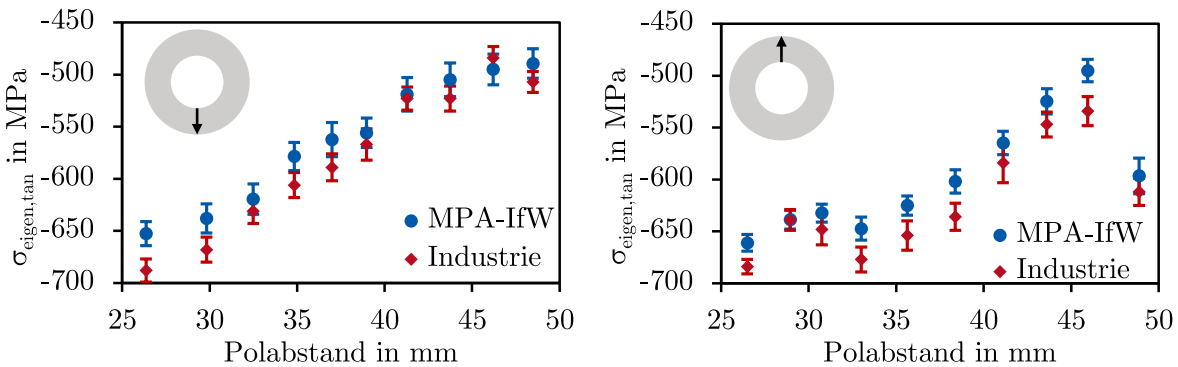


Abbildung 3.8: Tangentiale Eigenspannung einer Feder der Charge TF_600_0 entlang der Pfade 2 (links) und 4 (rechts).

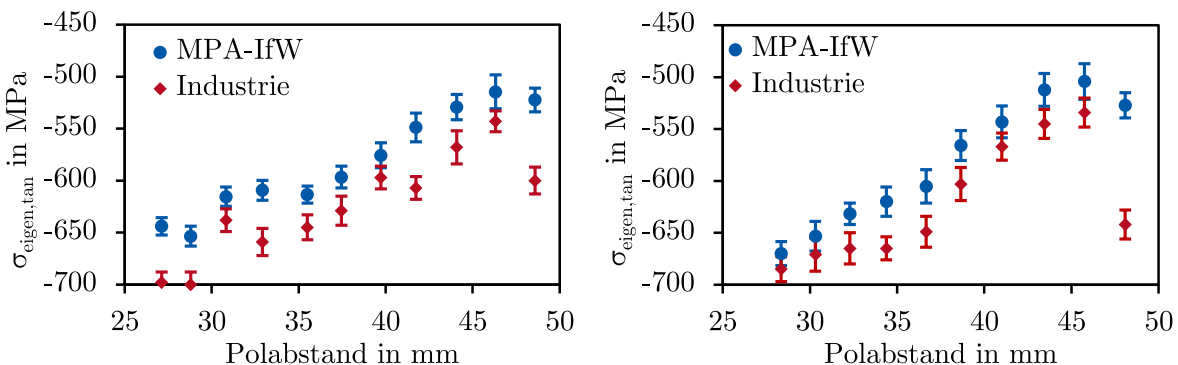


Abbildung 3.9: Tangentiale Eigenspannung zweier Federn der Chargen TF_600_I (links) und TF_600_II (rechts).

Weiter wurden tangentielle Eigenspannungen an jeweils einem Pfad auf jeweils einer Tellerfeder der Chargen TF_600_I bis TF_600_IV ermittelt, Abbildungen 3.9 und 3.10. Eine Zuordnung

zu den Ausrichtungen der Pfade auf der Feder der Charge TF_600_0 oder der weiteren Pfade untereinander ist nicht möglich.

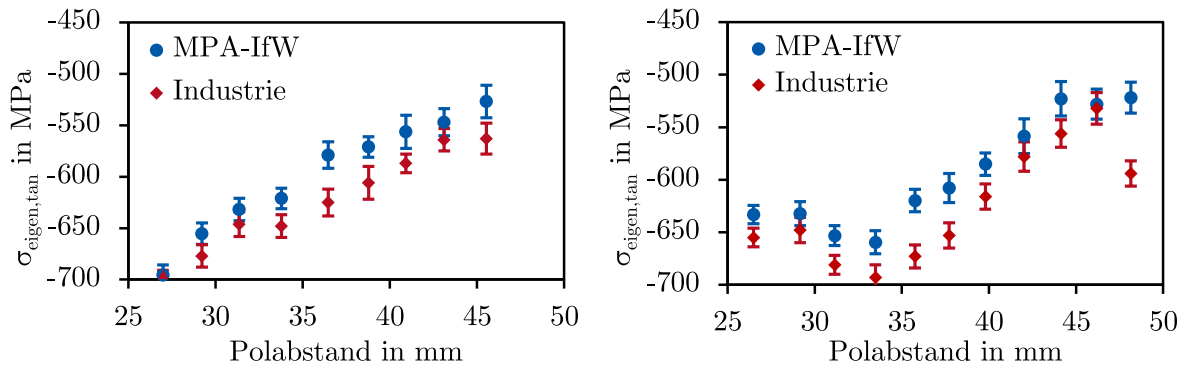


Abbildung 3.10: Tangentiale Eigenspannung zweier Federn der Chargen TF_600_III (links) und TF_600_IV (rechts).

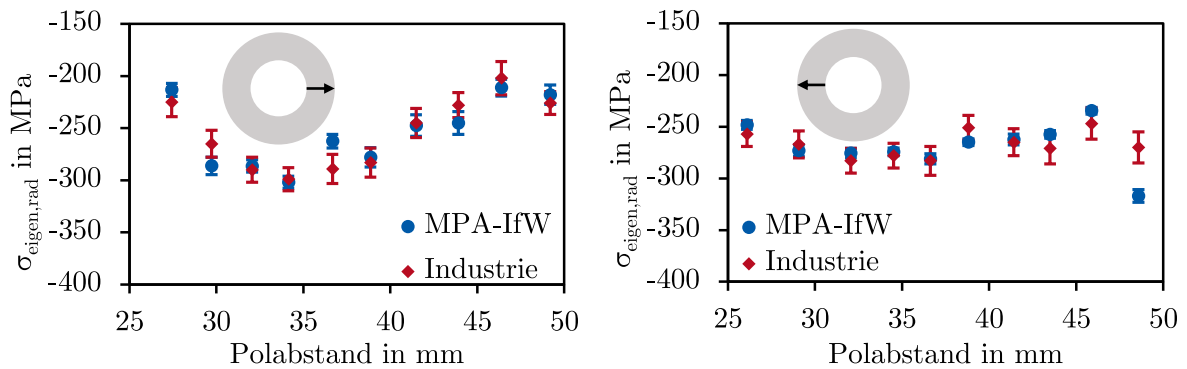


Abbildung 3.11: Radiale Eigenspannung einer Feder der Charge TF_600_0 entlang der Pfade 1 (links) und 3 (rechts).

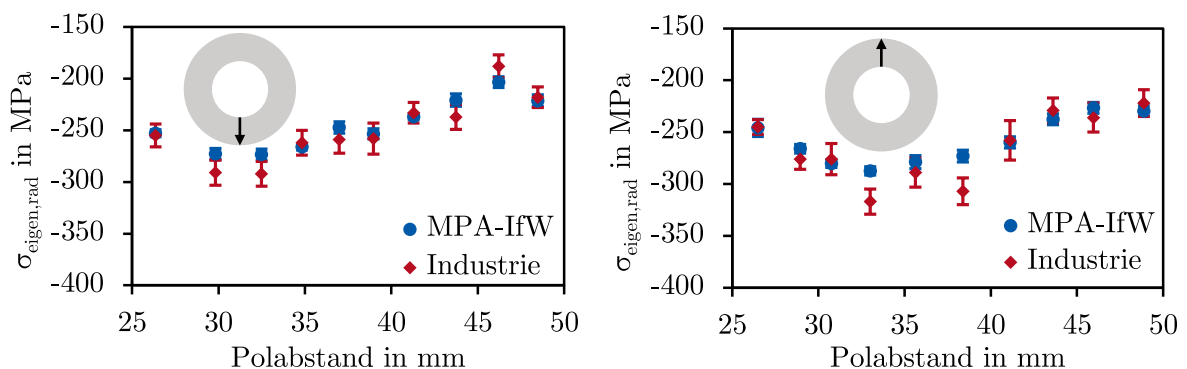


Abbildung 3.12: Radiale Eigenspannung einer Feder der Charge TF_600_0 entlang der Pfade 2 (links) und 4 (rechts).

Analog zu den tangentialen Eigenspannungen wurden die radialen Eigenspannungen $\sigma_{\text{eigen,rad}}$ auf den vier Pfaden der Tellerfeder der Charge TF_600_0 ermittelt, Abbildungen 3.11 und 3.12. Die Druckeigenspannungen laufen von -200 MPa bis -250 MPa an Kante II in ein Minimum um -300 MPa bei Polabständen r um 30 mm bis 35 mm und steigen dann im Fall von Pfad 1 und Pfad

3 auf das Niveau von Kante II, im Fall von Pfad 2 und Pfad 4 etwas über das Niveau von Kante II an. In Pfad 1 sind die radialen Eigenspannungen an den Kanten II und III betragsmäßig kleiner als in den anderen Pfaden.

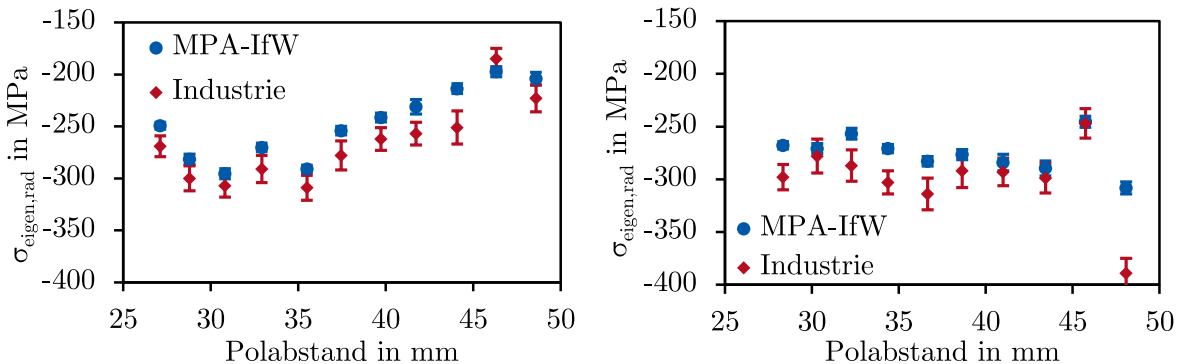


Abbildung 3.13: Radiale Eigenspannung zweier Federn der Chargen TF_600_I (links) und TF_600_II (rechts).

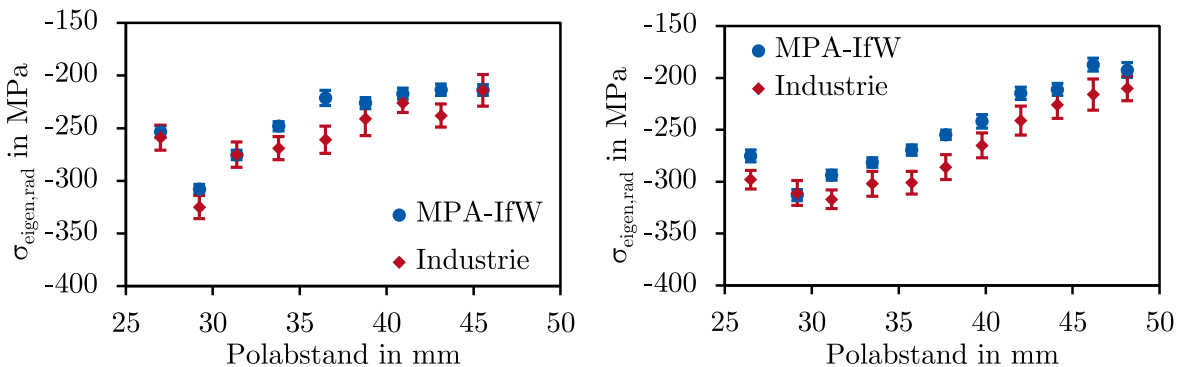


Abbildung 3.14: Radiale Eigenspannung zweier Federn der Chargen TF_600_III (links) und TF_600_IV (rechts).

Zusätzlich wurden die radialen Eigenspannungen an jeweils einem Pfad auf jeweils einer Tellerfeder der Chargen TF_600_I bis TF_600_IV ermittelt, Abbildungen 3.13 und 3.14. Eine Zuordnung zu den Ausrichtungen der Pfade auf der Feder der Charge TF_600_0 oder der weiteren Pfade untereinander ist auch hier nicht möglich, zur Ermittlung der radialen Eigenspannungen wurden dieselben Punkte wie zur Ermittlung der tangentialen Eigenspannungen anvisiert.

Bei den tangentialen Eigenspannungen tritt in Pfad 4 der Feder der Charge TF_600_0 ein Sprung an Kante III auf (letzter Punkt rechts), dieser Sprung deutet sich in Pfad 3 durch einen Wertabfall und durch die Divergenz der Messung beim Industriepartner von der Messung an der TU Darmstadt an. In Pfad 1 und Pfad 2 fällt die tangentielle Eigenspannung leicht ab, eine Unstetigkeit ist jedoch nicht zu erkennen. Bei den radialen Eigenspannungen ist dieser Sprung nur in Pfad 3 zu erkennen, in Pfad 1 und 2 fällt die Eigenspannung an Kante II ab, in Pfad 4 ist weder ein Sprung noch ein moderater Abfall zu erkennen.

In den Messungen der tangentialen Eigenspannungen an Federn der Chargen TF_600_I, TF_600_II und TF_600_IV treten ebenfalls Sprünge an Kante III auf, in den Messungen der radialen Eigenspannungen nur bei der Feder der Charge TF_600_II. Bei Messungen an einer Feder der Charge TF_250_nkg_pp tritt ebenfalls ein Sprung auf.

Aufgrund der Vielzahl an Beobachtungen der Überhöhung der Eigenspannungen ist ausgeschlossen,

dass es sich um Messfehler handelt. Im Vorsetzprozess steht ein Teil der Oberfläche an Kante III in Kontakt zur Vorsetzvorrichtung. Dieser Kontakt führt – insbesondere bei kleinen Kantenradien – zu Spannungsmaxima direkt an und einige (je nach Radius an Kante III zig) Mikrometer unter der Oberfläche. Eine plausible Erklärung für die stark lokalisierten Eigenspannungen ist die lokal deutlich erhöhte plastischer Verformung infolge der stark lokalisierten Krafteinleitung. In der FE-Simulation des Vorsetzprozesses ergibt sich eine etwa 100 μm breite Zone mit erhöhter Plastizität sowie erhöhten Druckeigenspannungen in tangentialer Richtung und reduzierten Druck- oder erhöhten Zugeigenspannungen in radialer Richtung.

In der Röntgendiffraktometrie wurden auch die Halbwertsbreiten der Maxima der Intensität des reflektierten Röntgenstrahls aufgezeichnet. Höhere Halbwertsbreiten weisen auf höhere Defektdichten, und daher bei ansonsten gleichem Werkstoffzustand auf höhere Versetzungsdichten [Sch05] hin

In der Röntgendiffraktometrie wurden auch die Halbwertsbreiten der Intensität des reflektierten Röntgenstrahls aufgezeichnet. Höhere Halbwertsbreiten weisen auf höhere Defektdichten, und daher bei ansonsten gleichem Werkstoffzustand auf eine höhere Versetzungsdichte hin [Sch05]

Infolge der stärkeren plastischen Verformung wäre zu erwarten, dass die Defektdichten und damit die Halbwertsbreiten der Maxima der Intensität über dem Einfallswinkel gemeinsam mit den Eigenspannungen springen: Die Zone der größeren plastischen Verformung (und daher abweichender Halbwertsbreite) sollte etwa denselben Bereich einnehmen wie die Zone der erhöhten Eigenspannungen, daher sollten die Sprünge stark korrelieren. Dass sie denselben Bereich einnehmen sollten folgt aus den im vorangehenden Abschnitt beschriebenen FE-Simulationen. Dieser Zusammenhang geht jedoch nicht eindeutig aus den Versuchsdaten hervor, Abbildung 3.15. Weiter treten in radialer Richtung eher betragsmäßig größere Druckeigenspannungen auf, in FE-Simulationen wird aber das Gegenteil vorhergesagt. Zur endgültigen Klärung der Beobachtungen sind gesonderte Untersuchungen zum Vorsetzprozess erforderlich.

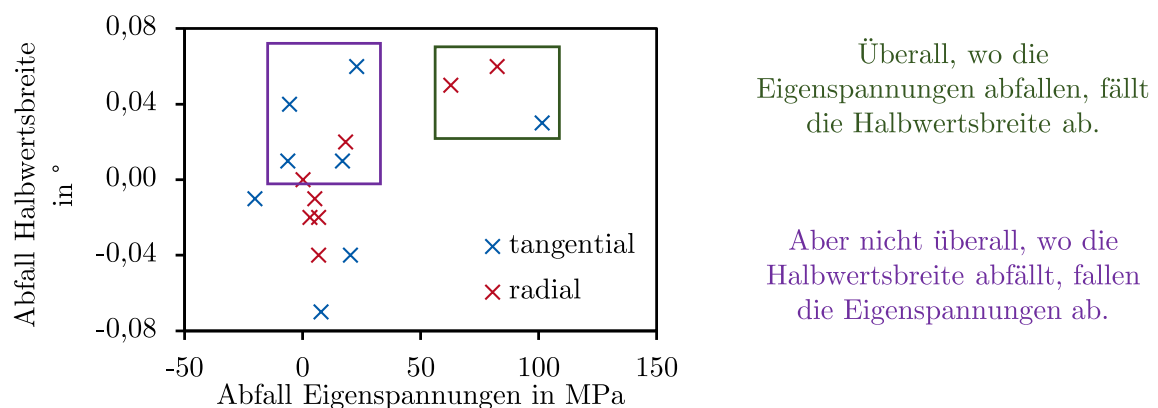


Abbildung 3.15: Zusammenhang zwischen Abfall der Halbwertsbreite und Abfall der Eigenspannung zwischen dem vorletzten und dem letzten Messpunkt an Kante III. Die Daten folgen aus denselben Messungen wie die der vorangehenden Diagramme, ausgewertet sind nur die Versuche der TU Darmstadt.

Da auch an Kante I Kontakt auftritt, sind entsprechende Bereiche an Kante I zu erwarten. Da sich die hier vorgestellten Untersuchungen auf den versagensrelevanten Bereich zwischen Kante II und Kante III konzentrieren, liegen dazu keine Daten vor.

Im Kontaktbereich an Kante III treten stark lokalisierte Überhöhungen der Eigenspannungen auf. Dies ist wahrscheinlich auf stark lokalisierte Flächenpressung zurückzuführen. An Kante I sind ähnliche Überhöhungen zu erwarten.

Um die zu Beginn der Untersuchungen in der Federnindustrie verbreitete Annahme, dass handelsübliche Tellerfedern nach der Wärmebehandlung frei von Eigenspannungen sind, zu überprüfen, wurden die Eigenspannungen einer nicht vorgesetzten, nicht phosphatierten Feder, also einer Feder direkt nach der Wärmebehandlung, an zwei Punkten zwischen den Kanten II und III sowie an zwei Punkten zwischen den Kanten I und IV ermittelt.

Dazu wurde eine Feder der Charge TF_600_0 mit unterbrochener Fertigungskette verwendet. Die so ermittelten Eigenspannungen in radialer Richtung liegen zwischen -250 MPa und -400 MPa, Abbildung 3.16. Die Annahme vernachlässigbarer Eigenspannungen ist also widerlegt.

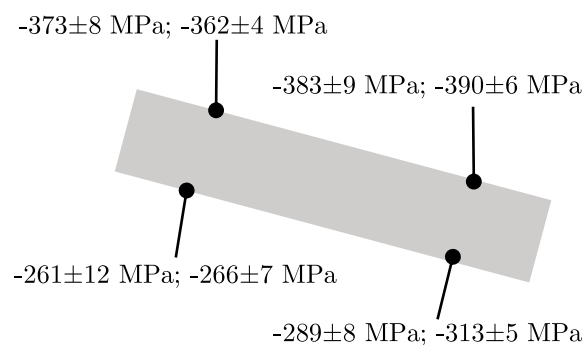


Abbildung 3.16: Tangentiale und radiale Eigenspannung (in der Reihenfolge) an ausgewählten Punkten einer Tellerfeder nach der Wärmebehandlung.

Nach der Wärmebehandlung der Tellerfedern liegen Eigenspannungen an der Oberfläche vor.

SCHREMMER [Sch65] berichtet unter Verweis auf von General Motors durchgeführte Messungen von wärmebehandlungsbedingten Druckeigenspannungen von -300 MPa bis -500 MPa an der Oberfläche. SCHREMMER geht von einem bilinearen Verlauf der wärmebehandlungsbedingten Eigenspannungen über die Tellerfederdicke hinweg aus, der an beiden Oberflächen sein Minimum und in der Mitte sein betragsmäßig gleiches Maximum zeigt.

HENGSTENBERG [Hen83] registriert an Tellerfedern nach einem martensitischen Vergütungsprozess bei Dicken zwischen 6,4 mm und 25,6 mm betragsmäßig kleine Eigenspannungen, bei der Dicke 3,2 mm geringe Druckeigenspannungen. Das niedrige Eigenspannungsniveau erklärt er damit, dass beim Härten entstandene Eigenspannungen während des zweistündigen Anlassens zwischen 480°C und 500 °C abgebaut wurden. Dass bei den dünnen Federn wiederum Eigenspannungen vorliegen, erklärt er damit, dass die höhere Abkühlrate nach dem Anlassen neue thermisch bedingte Eigenspannungen hervorruft.

An zwischenstufenvergüteten Tellerfedern registriert HENGSTENBERG [Hen83] an der Oberfläche Zugeigenspannungen. Er identifiziert die Volumenzunahme bei Umwandlung von Austenit in Bainit als Ursache und folgert aus dem Vorzeichen der Eigenspannungen, dass die thermisch bedingten Eigenspannungen hier nachrangig wirken, dies plausibilisiert er anhand der geringeren Abkühlraten.

Da die Superposition von Eigenspannungen zumindest in Abwesenheit anderer Nichtlinearitäten zulässig ist, ist naheliegend, dass die Eigenspannungen nach der Wärmebehandlung in Bereichen, deren Streckgrenze im Vorsetzprozess nicht überschritten wird, den Eigenspannungen aus dem Vorsetzprozess superponierbar sind.

Aus FE-Simulationen (ausgehend von einem eigenspannungsfreien Zustand) folgt, dass im Vorsetzprozess relativ geringe radiale Eigenspannungen (Betrag kleiner 100 MPa) eingebracht werden. Die gemessenen radialen Eigenspannungen an der Unterseite der nicht vorgesetzten Feder stimmen im Rahmen der Streuung mit den gemessenen radialen Eigenspannungen der vorgesetzten Federn überein.

Während und nach der Wärmebehandlung der Tellerfeder kann es zu Verzug kommen [Her59]. Die in dieser Arbeit untersuchten Tellerfedern zeigen keinen sichtbaren Verzug, dennoch sind weitere Untersuchungen notwendig, um zu bewerten, ob die hier festgestellten Asymmetrien in den Eigenspannungen teilweise oder vollständig durch Verzug oder andere Asymmetrien im Wärmebehandlungsprozess verursacht wurden.

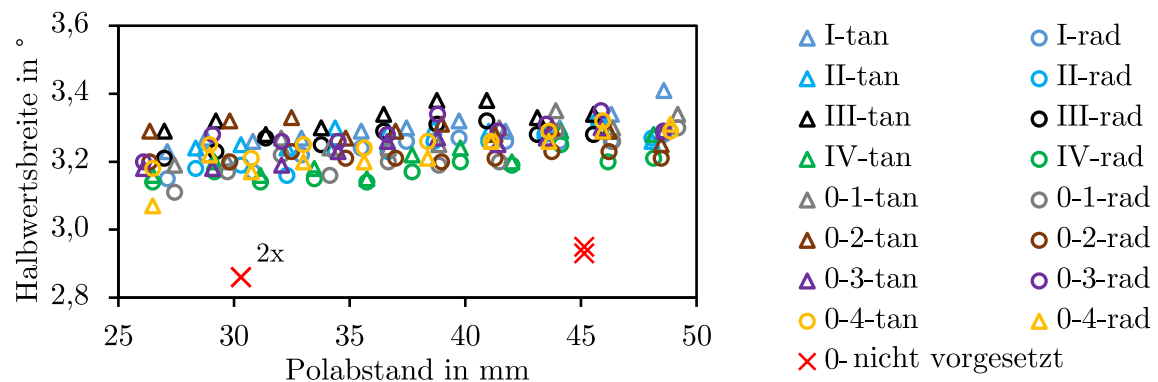


Abbildung 3.17: Bei Messungen in radialer (rad) und tangentialer (tan) Richtung ermittelte Halbwertsbreiten. Bei den nicht vorgesetzten Federn liegen die beiden Datenpunkte bei 30 mm übereinander. Die Daten folgen aus denselben Messungen in den vorangehenden Diagrammen, ausgewertet sind nur die Versuche der TU Darmstadt. Null und römische Zahlen zeigen die Charge an, arabische Zahlen die Nummer des Pfads.

Die Halbwertsbreiten der vorgesetzten Federn überschreiten die Halbwertsbreiten der nicht vorgesetzten Federn deutlich, Abbildung 3.17. Das weist darauf hin, dass die Federn im Vorsetzprozess im gesamten Bereich zwischen Kante II und Kante III plastisch verformt werden.

Bei großen Polabständen sind die Halbwertsbreiten vor und nach dem Vorsetzen größer als bei kleinen Polabständen (p-Wert berechnet anhand PEARSON-Korrelationskoeffizient für vorgesetzte Federn kleiner ein Promille). Da nur vier Datenpunkte, die sich auf zwei Messpositionen beziehen, an nicht vorgesetzten Federn vorliegen, ist eine vollständige Bewertung der Verläufe der Halbwertsbreiten über den Produktionsprozess hinweg nicht möglich, der Produktionsprozess insgesamt führt zu höheren Halbwertsbreiten an Kante III als an Kante II.

Vorangehend wurde von Unterschieden in den Halbwertsbreiten vorgesetzter, phosphatierter Federn und nicht vorgesetzter, nicht phosphatierter Federn auf die Entwicklung im Vorsetzprozess geschlossen. Bei Messungen an vorgesetzten, nicht phosphatierten Federn ergeben sich Halbwertsbreiten im Streubereich der vorgesetzten, phosphatierten Federn. Der Schluss ist daher zulässig.

3.3 Untersuchung der Oberflächen

3.3.1 Rauheitsmessungen

Die Rauheiten der untersuchten Federn entsprechen den normativen Anforderungen an Tellerfedern [DIN17a]. Die kugelgestrahlten Federn sind deutlich rauer als die nicht kugelgestrahlten Federn, hier ist von einer Reduktion der Lebensdauer durch die Aufrauung der Oberfläche auszugehen. Diese Reduktion ist aber experimentell nicht ohne weiteres von der Verlängerung der Lebensdauer durch die positiv wirkenden Eigenspannungen und die Kaltverfestigung durch den Kugelstrahlprozess trennbar und wird von ihr vollständig überdeckt. Insgesamt wirkt sich der Kugelstrahlprozess positiv auf die Lebensdauer von Tellerfedern aus [NGV93; Chr; Mub; BNW15]. Reduktion der Rauheit kugelgestrahlter Werkstoffproben durch elektrochemisches Polieren erhöht deren Ermüdungsfestigkeit [Lep16].

3.3.2 Erfassung der Federgeometrien

Die Probengeometrien ausgewählter Tellerfedern wurden mithilfe eines optischen Messgeräts vom Typ GOM ATOS aufgezeichnet. Dieses zeichnet die Oberfläche der Tellerfeder mithilfe der Streifenlichtprojektion mit zwei in einem definierten Winkel eingestellten Kameras aus unterschiedlichen Perspektiven auf. Der Messaufbau ist in Abbildung 3.18 dargestellt.

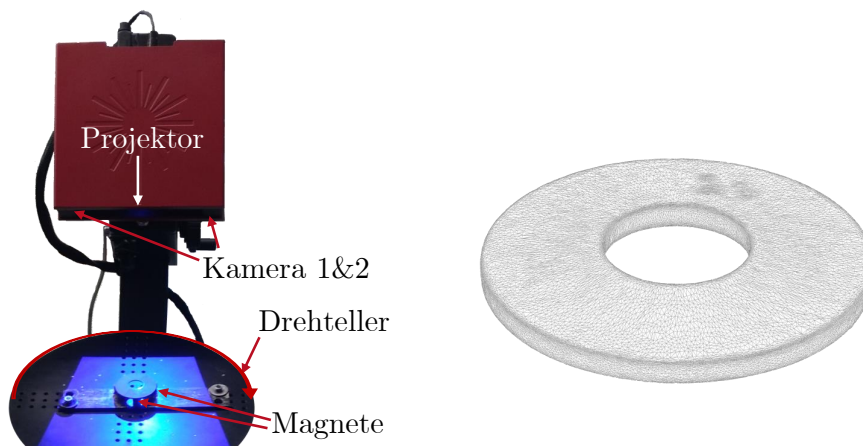


Abbildung 3.18: Experimenteller Aufbau zur Aufnahme der Geometrie (links) und Ergebnis der Aufzeichnung mit reduziertem Oberflächennetz (rechts).

Der Projektor wirft verschiedene Muster auf den Messbereich. Die Beugung der Muster wird von beiden Kameras erfasst; ein proprietärer Algorithmus kombiniert Bilder, die von beiden Kameras bei den verschiedenen Mustern und verschiedenen Belichtungszeiten aufgezeichnet wurden, zu einer Punktwolke. Diese Punktwolke wird als Grundlage zur Rekonstruktion der Oberfläche des Messobjekts weiterverwendet. Da so nur die Bereiche der Tellerfeder erfasst werden, die zum Messzeitpunkt im Sichtfeld beider Kameras liegen, werden mehrere Aufnahmen der Tellerfeder gemacht und mithilfe von Referenzpunkten (in weiß auf dem Drehteller erkennbar) in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert. Dazu wird der Drehteller, wie mit dem roten Pfeil dargestellt, rotiert. Die Tellerfeder ist magnetisch auf dem Drehteller fixiert, sodass sie sich relativ zu den Referenzpunkten nicht bewegt. So werden die Oberseite und die Unterseite der Tellerfeder einzeln erfasst, auf beiden werden jeweils drei Referenzpunkte aufgeklebt. Um diese zu

korrelieren, wird eine separate Messung mit einer speziellen Einspannvorrichtung durchgeführt. Die bei diesen Messungen ermittelte Punktwolke wird verworfen, da Aufnahmen in ungünstigen Winkeln durchgeführt werden.

Das verwendete Messgerät erzeugt bei der Aufzeichnung metallisch glänzender Oberflächen ungünstige Aufnahmen. Das ist auf Lichtreflexionen und damit einhergehende Überstrahlungseffekte zurückzuführen. Bei der Aufzeichnung metallisch glänzender Bauteile wird daher üblicherweise eine temporäre Pulverbeschichtung (Kreidepulver) verwendet. Dadurch ist das digitale Abbild der Geometrie größer als die reale Geometrie. Die Vergrößerung der Geometrie ist vom angewendeten Pulver und vom Prüfenden abhängig. Da die Auftragung manuell erfolgt, kann nicht sichergestellt werden, dass die Beschichtung überall gleich dick aufgetragen ist. Eine quantitative Untersuchung der erzielbaren Schichtdicke liegt in der Literatur nicht vor.

Um die beschriebenen negativen Einflüsse auf die Genauigkeit der digitalen Geometrie zu eliminieren, wurden alle Tellerfedern, deren Geometrie aufgezeichnet wurde, phosphatiert. Das erlaubt die Aufzeichnung ohne Pulverbeschichtung.

Der Scanprozess von Federn der Chargen TF_250_x wurde mit der Zielsetzung der Minimierung von Löchern im Oberflächennetz und von Oberflächendreiecken mit starken Winkelabweichungen sowie einer Begrenzung der Messdauer in einem adaptiven Versuchsplan optimiert [Fra19]. Löcher im Oberflächennetz entstehen, wenn in einem Bereich in keiner der umgesetzten Perspektiven eine Oberfläche erkannt wird, beispielsweise infolge von Überstrahleffekten oder weil der Bereich nicht im Sichtfeld beider Kameras liegt. Dazu wurden die Drehwinkel des Drehtellers (und damit die Anzahl der Messungen), zwei Belichtungszeiten und der Anstellwinkel des Drehtellers jeweils für die Vermessung der Ober- und Unterseite der Tellerfeder variiert. Die resultierende Verfahrensanweisung wurde für die weiteren Geometrien leicht angepasst, um auch hier ein möglichst gutes Scanergebnis zu garantieren. Die verwendeten Messparameter sind in [OKG22] wiedergegeben.

3.4 Mechanisch-technologische Untersuchungen

3.4.1 Zugversuche

An Zugproben Z_250 nach DIN 50125 [DIN16] wurden fünf Zugversuche nach DIN EN ISO 6892-1 [DIN20] durchgeführt, Abbildung 3.19.

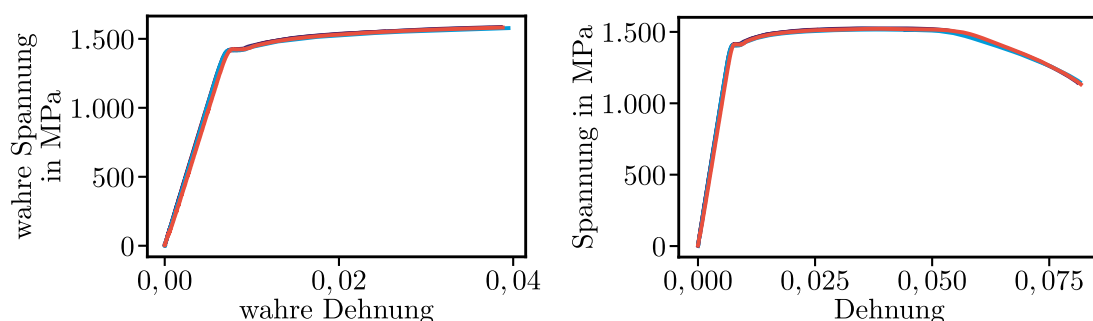


Abbildung 3.19: Wahre (links) und technische (rechts) Spannungs-Dehnungs-Diagramme des Werkstoffs der Charge TF_250_x mit vergleichbarer Wärmebehandlung. Links und rechts sind jeweils dieselben Proben in denselben Farben dargestellt.

Der Werkstoff zeigt eine Streckgrenzenerscheinung, konventionell wird das bei vergüteten Kohlen-

stoffstählen nicht erwartet. An 50CrMo4 wurde gezeigt, dass Wärmebehandlungen mit niedrigen Austenittemperatur zu ausgeprägten Streckgrenzen führen [Jás+19]. Das wird auf unvollständige Homogenisierung der Legierungselemente zurückgeführt [Jás+19]. In vorangehenden Untersuchungen an 51CrV4 in tellerfedertypischen Vergütungszuständen wurden teilweise Streckgrenzenerscheinungen beobachtet [Vel12], teilweise nicht [OS15].

Aus den Zugversuchen ergeben sich technische Zugfestigkeiten um 1.500 MPa und technische Bruchdehnungen um 7,5%. Das sind typische Werte für Tellerfedern [BV10; OS15]. Die ermittelten Elastizitätsmoduln unterscheiden sich weder erheblich (Mittelwert 204,2 GPa) noch signifikant (p-Wert 40,5%) von den normativ [DIN17a] vorgegeben 206 GPa.

Basierend auf linearer Superposition der Einflüsse der Sollkonzentrationen der Legierungselemente wäre ein Elastizitätsmodul von 204,7 GPa zu erwarten [BM17; MB05]. Bei der Berechnung wurde Vanadium, für das keine solchen Untersuchungen vorliegen, vernachlässigt. Die Abweichung dieses Werts von 206 GPa liegt im Bereich der Messungenauigkeit.

3.4.2 Härtemessungen

Die Härte der untersuchten Federn liegt mit etwa 450 HV10 bis etwa 520 HV10 im Toleranzfeld der gültigen Norm [DIN17a]. Die aus den Härten umgerechnete Zugfestigkeit von im Mittel 1.510 MPa stimmt mit den Ergebnissen der Zugversuche gut überein.

3.4.3 Erfassung der Federkennlinien

Die Kennlinien der Tellerfedern der Chargen TF_250_x wurden an einer Universalprüfmaschine unter Zuhilfenahme des in Abbildung 3.20 dargestellten Aufbaus bestimmt. Die Tellerfedern wurden zwischen einer polierten Kontaktscheibe und einer polierten Kontaktplatte belastet. Die Kontaktscheibe wurde durch Blechabschnitte senkrecht zum Laststrang ausgerichtet, die Kontaktplatte wurde mithilfe einer Kalotte unter Last parallel zur Kontaktscheibe ausgerichtet. In einen Käfig wurde ein inkrementeller Wegtaster parallel zum Laststrang integriert. Die Parallelität wurde durch Tolerierung einer Abweichung von maximal einem Mikrometer bei Einlegen eines einen Millimeter hohen Endmaßes sichergestellt. Die Federkraft wurde durch eine Kraftmessdose der Klasse 1 registriert. Vor dem Ermitteln der Kennlinie wurde jede Feder einmal bis zur maximalen Kennlinienkraft belastet. Da auch der dargestellte Laststrang nicht ideal steif ist, wurde der Federweg mithilfe einer experimentell ermittelten Ausgleichsgerade korrigiert. Die Kennlinien der Tellerfedern der Chargen TF_600_x wurden an einem ähnlichen Aufbau ermittelt.

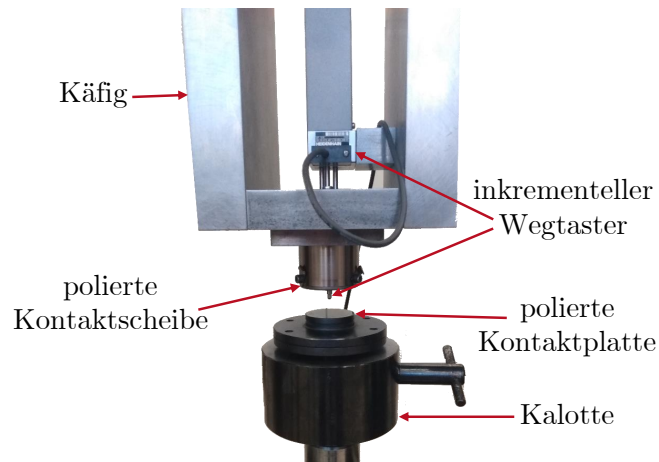


Abbildung 3.20: Experimenteller Aufbau zur Aufnahme der Kennlinien der Tellerfedern TF_250_x.

Die Parallelität der Kontaktscheibe und der Kontaktplatte – und damit die Wiederholgenauigkeit der Messung in Bezug auf die gemessene Gesamthöhe einer Tellerfeder bei Verdrehen der Tellerfeder im Messaufbau – wurde durch neunmalige Aufzeichnung der Kennlinie einer Tellerfeder mit dazwischenliegender Rotation der Tellerfeder um 45° dokumentiert, Abbildung 3.21.

Vor und nach jeder Messreihe wurde eine Validierung wie in Abbildung 3.21 durchgeführt. Dabei wurde eine Abweichung von $5\ \mu\text{m}$ bei einer Kraft von $200\ \text{N}$ toleriert, Messdaten von Versuchsreihen, bei denen diese Toleranz nach der Messung nicht mehr eingehalten wurde, wurden verworfen.

Wie von WERNITZ [Wer54] beschrieben, verlaufen die Kennlinien zunächst progressiv, dann degressiv. Ein zweiter progressiver Bereich tritt nicht auf, da die Tellerfedern nicht in der Nähe der Planlage belastet wurden.

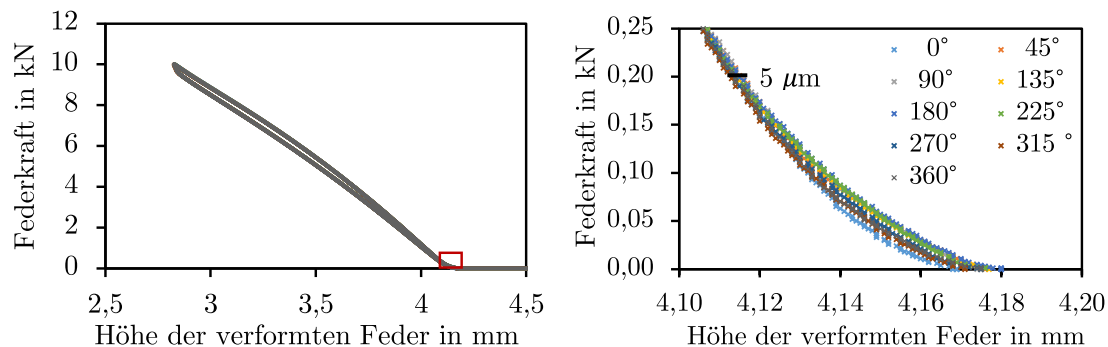


Abbildung 3.21: Be- und Entlastung einer Feder der Charge TF_250_nkg_pp in Drehinkrementen von 45° (links), Detail der Belastungskennlinien (rechts).

3.5 Untersuchungen zur Lebensdauer

Die Schwingversuche wurden an servohydraulischen Prüfmaschinen durchgeführt. Dabei kamen Versuchsaufbauten, die vergleichbar zu denen der Kennlinienaufzeichnung, Abbildung 3.20, sind, zum Einsatz, Abbildung 3.22. Nichtparallelitäten von bis zu $0,05\ \text{mm}$ wurden toleriert.

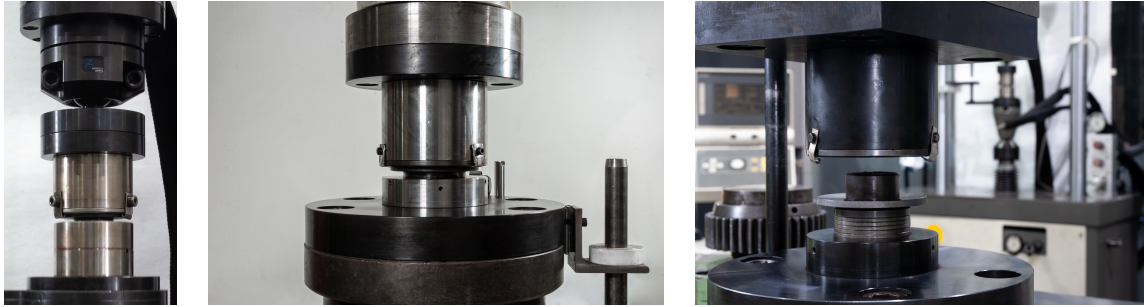


Abbildung 3.22: Versuchsaufbauten zur Durchführung von Schwingversuchen an feingeschnittenen Tellerfedern (links) und gedrehten Tellerfedern (mittig und rechts).

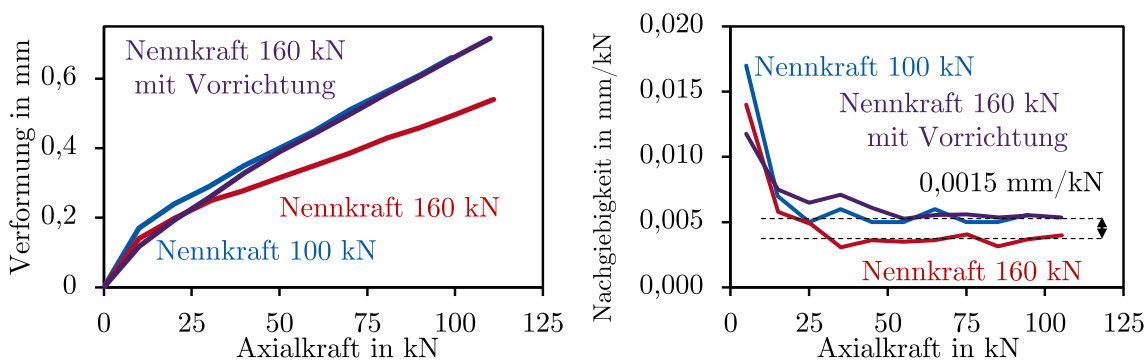


Abbildung 3.23: Verformungen und daraus abgeleitete Nachgiebigkeiten der für die gedrehten Federn verwendeten Versuchsaufbauten.

Die zwei Aufbauten für gedrehte Tellerfedern sind in unterschiedliche servohydraulische Prüfmaschinen mit den Nennkräften 100 kN und 160 kN integriert. Die Nachgiebigkeiten der beiden Aufbauten unterscheiden sich. Das Nachgeben beeinflusst den Verlauf der Kraftamplituden im kolbenwegeregelten Versuch. Zur Quantifizierung des Steifigkeitseinflusses wurden Kennlinien beider Aufbauten mit massiven Ringen anstatt mit Tellerfedern aufgezeichnet, Abbildung 3.23 blau und rot.

Die Nachgiebigkeiten unterscheiden sich im relevanten Bereich um etwa 0,0015 mm/kN. Bei einer Verschiebung der Oberkraft um 20 kN ergibt sich ein Unterschied von 0,03 mm im oberen Umkehrpunkt der Verformung. Zur Kompensation wurde der Prüfaufbau des Prüfsystems mit Nennkraft 160 kN nachgiebiger gestaltet, indem ein Aluminium-Zylinder integriert wurde, Abbildung 3.23 violett.

3.5.1 Regelungsart

Der Versuchsaufbau ähnelt einem bei Axialversuchen an Werkstoffproben angewendeten Versuchsaufbau. Daher liegt nahe, ähnliches Verhalten zu erwarten wie bei Axialversuchen an Werkstoffproben aus Kohlenstoffstahl. Dort steigt die Wegamplitude im Verlauf von kraftgeregelten Versuchen an und die Kraftamplitude fällt im Verlauf von weggeregelten Versuchen ab.

Um dies zu überprüfen, wurden an Tellerfedern der Charge TF_250_nkg_np Versuche zur Regelungsart durchgeführt. Dazu wurden Federn kraft geregelt zwischen 4 kN und 15 kN und weggeregt bei Umkehrwegen, aus denen sich anfängliche Umkehrkräfte von etwa 4 kN und etwa 15 kN ergeben, belastet. Bei den kraftgeregelten Versuchen sank die Wegamplitude im Verlauf des

Versuchs ab, bei den weggeregelten Versuchen stieg die Kraftamplitude im Verlauf des Versuchs zunächst an und bewegte sich darauffolgend auf einem Plateau oder fiel wieder ab.

Bei kraftgeregelten Versuchen an Tellerfedern fällt die Wegamplitude im Verlauf des Versuchs ab, bei weggeregelten Versuchen steigt die Kraftamplitude im Verlauf des Versuchs zunächst an und fällt nach einem mehr oder weniger ausgeprägten Plateau wieder ab. Eintretende Brüche können dazu führen, dass das Plateau oder der spätere Abfall nicht erreicht werden.

Eine Ursache für dieses überraschende Verhalten ist das Eingraben der Tellerfedern in die Prüfplatten, das zu einem höheren wirksamen Reibfaktor führt. Dieser Mechanismus wurde von TELLER [Tel02] näher untersucht. Durch abgetragenes Material wird das Schmiermittel verunreinigt. So steigt der wirksame Reibfaktor weiter. Eine weitere potentielle Ursache ist das Aufstellen der Tellerfedern infolge Anrissbildung an Kante I und zyklischem Abbau der beim Vorsetzen eingebrachten Eigenspannungen, an Federn der Charge TF_600_0 wurde jedoch eine Reduktion der Federhöhe registriert, Abschnitt 3.6.2.

Aufgrund der Verläufe der Umkehrkräfte und -wege ist in den weggeregelten Versuchen eine kürzere Lebensdauer zu erwarten, als in den kraftgeregelten Versuchen. Die Bruchschwingspielzahlen sind in Abbildung 3.24 dargestellt. Die weggeregelten Versuche zeigen wie erwartet eine niedrigere mittlere Lebensdauer. Weiter zeigen sie eine deutlich geringere Streuung. Daher wurden die weiteren Versuche weggeregelt durchgeführt. Dass Bruchereignisse der kraftgeregelten Versuche stärker streuen, liegt daran, dass die Beanspruchung während der Versuchslaufzeit abnimmt, dadurch wird die Lebensdauer von Federn, die ohnehin relativ spät versagen, weiter erhöht. Ob die Beanspruchung in den weggeregelten Versuchen zu- oder abnimmt, kann anhand der vorliegenden Daten nicht abschließend bewertet werden. Falls sie abnimmt, nimmt sie aber langsamer ab als in kraftgeregelten Versuchen.

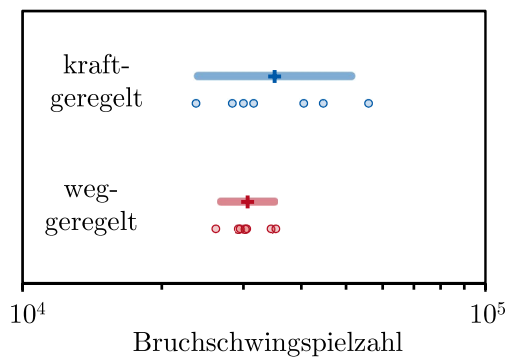


Abbildung 3.24: Bruchschwingspielzahlen der Versuche an der Charge TF_250_nkg_np zum Vergleich der Regelungsart, darüber Mittelwerte und Streuspannen der unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung geschätzten 10%- und 90%-Überlebenswahrscheinlichkeit (blaue und rote Linien).

In einem LEVENE-Test ergibt eine Überprüfung auf ungleiche logarithmische Standardabweichungen beider Datensets (Heteroskedastizität) einen p-Wert von 1,0%, die logarithmischen Standardabweichungen unterscheiden sich also signifikant.

Bei Vergleich der Logarithmen der Bruchschwingspielzahlen in einem WELCH-Test (t-Test bei heteroskedastischen Datensets), ergibt sich ein p-Wert von 54,0%. Anstatt der Schwingspielzahlen selbst wurden ihre Logarithmen analysiert, weil Bruchereignisse in der Regel gut durch logarithmische Normalverteilungen abgebildet werden, nicht durch klassische Normalverteilungen [Mül15;

Mül+17]. Aus werkstoffkundlicher Sicht wären gleiche Mittelwerte der Lebensdauer trotz unterschiedlicher Versuchsverläufe sehr überraschend; hier liegt möglicherweise ein Fehler zweiter Art, bedingt durch die große Streuung der Ergebnisse aus dem kraftgeregelten Versuch, vor – bei höherer Probenzahl sollten sich signifikante Unterschiede ergeben.

Wegen der geringeren Streuung wurden die im Folgenden beschriebenen Versuche weggeregelt durchgeführt.

3.5.2 Phosphatierung

Durch phosphatieren der Federn wird deren Widerstand gegen korrosiven Angriff erhöht. Das zusätzlich eingebrachte Phosphor kann in nachfolgenden Wärmebehandlungsschritten die Bildung von Delta-Ferrit begünstigen, dieser Delta-Ferrit kann lebensdauermindernd wirken. Bei den hier untersuchten Federn wurde kein Delta-Ferrit in relevanten Mengen (Ansammlungen von mehr als zwei Körnern) an Stellen, von denen versagensursächliche Risse ausgehen, beobachtet. Da die Phosphatschicht sehr dünn ist und auf der Fläche zwischen Kante II und Kante III (von der in der Regel der Bruch ausgeht) kein korrosiver Angriff in relevantem Maß stattfindet, ist zu erwarten, dass der Phosphatierungsprozess die Lebensdauer der untersuchten Tellerfedern unter ausschließlich schwingender Beanspruchung nicht beeinflusst.

Um das zu überprüfen, wurde die Lebensdauer der Charge TF_250_nkg_np mit der Lebensdauer der Charge TF_250_nkg_pp verglichen. Diese Chargen unterscheiden sich ausschließlich darin, dass TF_250_nkg_pp phosphatiert wurde und TF_250_nkg_np nicht. Dazu wurden zusätzlich zu den in Abbildung 3.24 bereits vorgestellten weggeregelten Schwingversuchen weggeregelte Schwingversuche auf vergleichbaren Lasthorizonten an Tellerfedern der Charge TF_250_nkg_pp durchgeführt, Abbildung 3.25. Aufgrund der iterativen Einstellung der weggeregelten Lasthorizonte zu anfänglichen Minimal- und Maximalkräften wurden die Federn etwas unterschiedlich belastet. Bei der bei 22.262 Schwingspielen gebrochenen Feder stellte sich eine größere Vergleichskraft ein als bei den anderen hier untersuchten Federn. Daher wurde neben der Auswertung aller Datenpunkte zusätzlich eine Auswertung aller Datenpunkte außer diesem durchgeführt, die berechneten Streuspannen sind übereinander dargestellt.

In der folgenden Diskussion wird das Ergebnis dieser zweiten Auswertung berücksichtigt. Die Bruchschwingspielzahlen liegen im Rahmen der erwarteten Streuung. Bei Vergleich der Logarithmen der Bruchschwingspielzahlen in einem t-Test ergibt sich ein p-Wert von 86,9%: Bei dieser Untersuchung unterscheidet sich die Lebensdauer der phosphatierten Federn nicht signifikant von der der nicht Phosphatierten.

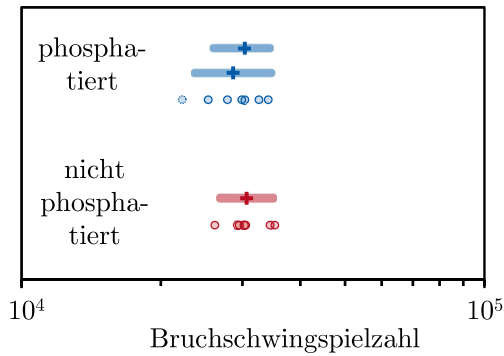


Abbildung 3.25: Bruchschwingspielzahlen weggeregelter Versuche an den Chargen TF_250_nkg_np und TF_250_nkg_pp auf ähnlichen Lasthorizonten zur Bewertung des Einflusses der Phosphatierung auf die Lebensdauer, darüber Mittelwerte und Streuspannen der unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung geschätzten 10%- und 90%-Überlebenswahrscheinlichkeit (blaue und rote Linien), oben zusätzlich Mittelwerte und Streuspannen, wenn der Versuch mit der niedrigsten Bruchschwingspielzahl ignoriert wird.

Die Phosphatschicht reduziert allgemein den Abrieb an den Kanten und reduziert den wirksamen Reibfaktor. Sie wird jedoch relativ früh abgerieben und hat daher keinen weiteren Einfluss. Ein größerer Einfluss ist bei niedrigeren Lasten oder niedriger Prüffrequenz insbesondere in schädigender Atmosphäre denkbar, da die Phosphatschicht Korrosion an der Federoberfläche reduziert.

3.5.3 Feingschnittene Tellerfedern

Die Ergebnisse der Schwingversuche an den Charge TF_250_x sind in Abbildung 3.26 bis Abbildung 3.30 dargestellt. In dieser Darstellung wird die Ordinate nach der Vergleichskraft, die als Oberkraft minus halbe Unterkraft definiert ist, beziehungsweise der klassischen Referenzspannung σ_{ref} entsprechend Gleichung (2.34) gewählt. Die Vergleichskräfte und Referenzspannungen wurden auf Basis der zu Beginn des Versuchs beobachteten Umkehrkräfte mit den idealisierten Geometrien nach Abbildung 3.1, dem Elastizitätsmodul 206 GPa und der Querkontraktionszahl 0,3 berechnet.

Die Charge TF_250_nkg_pp beinhaltet einen Ausreißer mit der Referenzspannung 3.933 MPa, der erst nach 54.439 Schwingspielen gebrochen ist. Der Verlauf des oberen Umkehrpunkts der Kraft im weggeregelter Versuch zeigt einen untypischen Verlauf: Anstatt anfänglich anzusteigen fällt er anfänglich ab, wahrscheinlich aufgrund plastischer Verformung. Daher wird seine Oberkraft auf das Minimum des oberen Umkehrpunkts korrigiert.

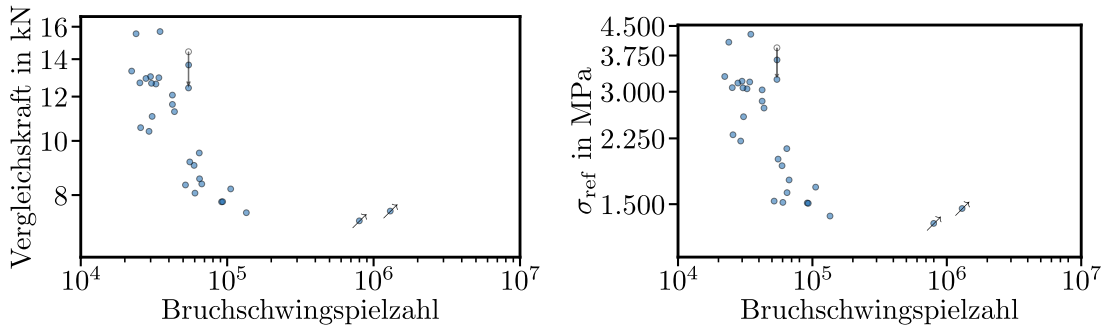


Abbildung 3.26: Ergebnisse der Schwingversuche an Federn der Charge TF_250_nkg_pp; Vergleichskraft (links) und klassische Referenzspannung (rechts). Vertikaler Pfeil: Verschiebung der Vergleichskraft beziehungsweise der Referenzspannung durch Korrektur der Oberkraft.

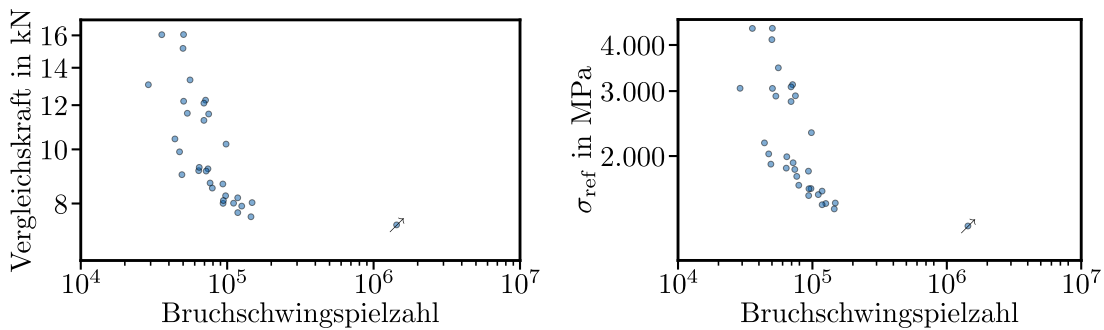


Abbildung 3.27: Ergebnisse der Schwingversuche an Federn der Charge TF_250_kg_pp; Vergleichskraft (links) und klassische Referenzspannung (rechts).

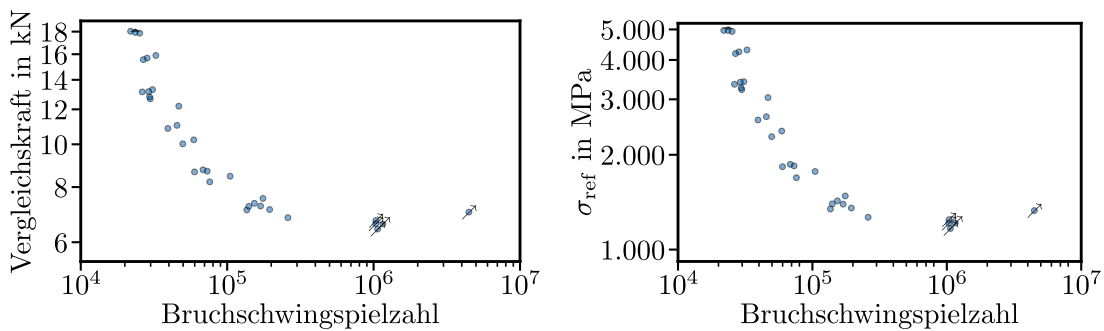


Abbildung 3.28: Ergebnisse der Schwingversuche an Federn der Charge TF_250_kg_np; Vergleichskraft (links) und klassische Referenzspannung (rechts).

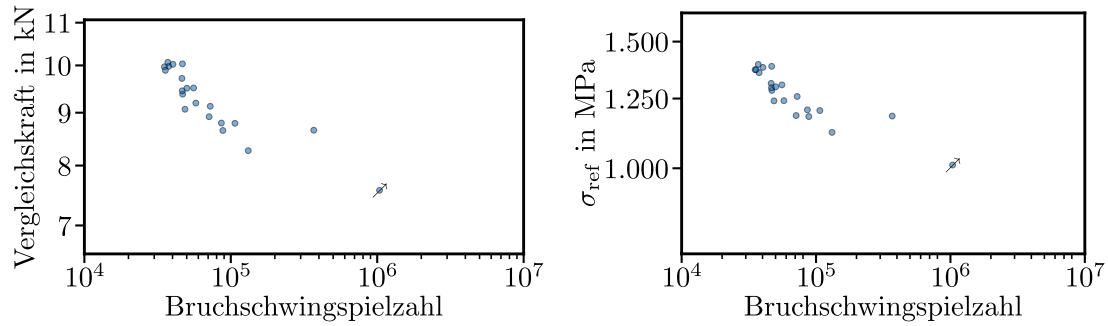


Abbildung 3.29: Ergebnisse der Schwingversuche an Federn der Charge TF_250_nkg_nv; Vergleichskraft (links) und klassische Referenzspannung (rechts).

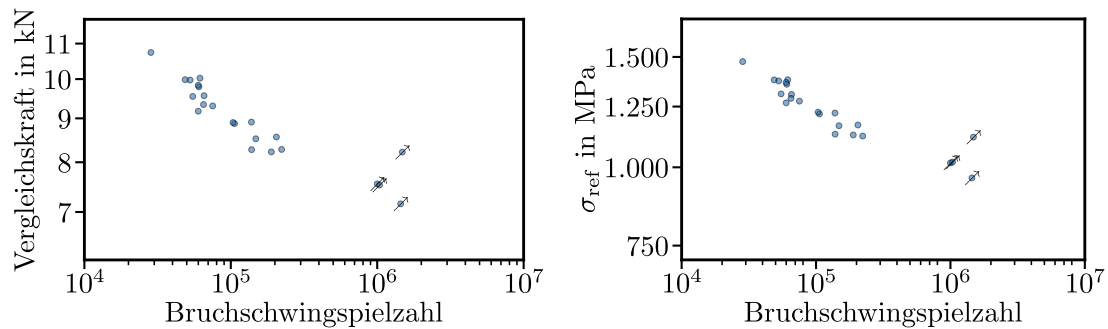


Abbildung 3.30: Ergebnisse der Schwingversuche an Federn der Charge TF_250_kg_nv; Vergleichskraft (links) und klassische Referenzspannung (rechts).

3.5.4 Gedrehte Tellerfedern

Die Ergebnisse der Schwingversuche an den Chargen TF_600_x sind in Abbildung 3.31 dargestellt.

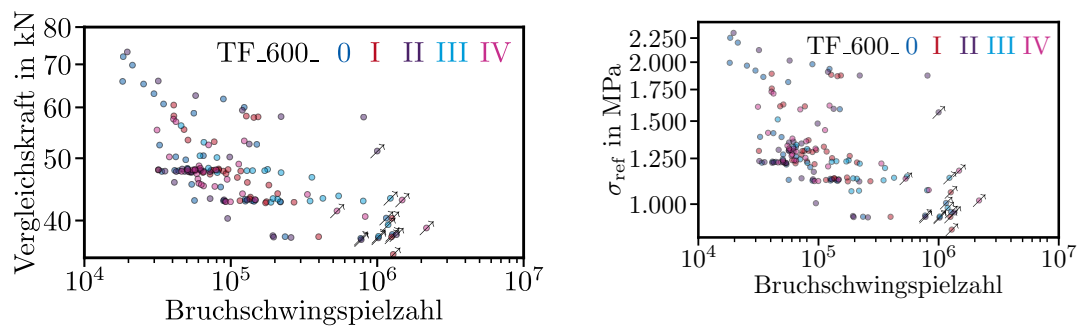


Abbildung 3.31: Ergebnisse der Schwingversuche an Federn der Chargen TF_600_x; Vergleichskraft (links) und klassische Referenzspannung (rechts). Die Federn der verschiedenen Chargen sind in den folgenden Farben dargestellt: TF_600_0–dunkelblau; TF_600_I–rot; TF_600_II–violett; TF_600_III–hellblau; TF_600_IV–pink.

Die Vergleichskräfte und Referenzspannungen wurden auf Basis der zu Beginn des Versuchs beobachteten Umkehrkräfte mit den idealisierten Geometrien nach Abbildung 3.2, dem Elastizitätsmodul 206 GPa und der Querkontraktionszahl 0,3 berechnet.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Versuche wurden an zwei servohydraulischen Prüfmaschinen durchgeführt. Die Ergebnisse der beiden Prüfmaschinen sind miteinander vergleichbar.

3.6 Unterbrochene Schwingversuche

3.6.1 Entwicklung der Rauheit

Zur Bewertung der Entwicklung der Rauheit im Schwingversuch wurde ein unterbrochener Versuch gefahren. Dabei wurde eine Feder der Charge TF_600_0 zwischen 25 kN und 55 kN belastet und die Rauheit wurde vor dem Versuch sowie jeweils nach 1, 100 und 10.000 Schwingspielen an drei Stellen zwischen Kante II und Kante III in radialer und tangentialer Richtung analysiert, Abbildung 3.32. Die Rauheit ändert sich nicht oder nur in der Größenordnung der Streuung.

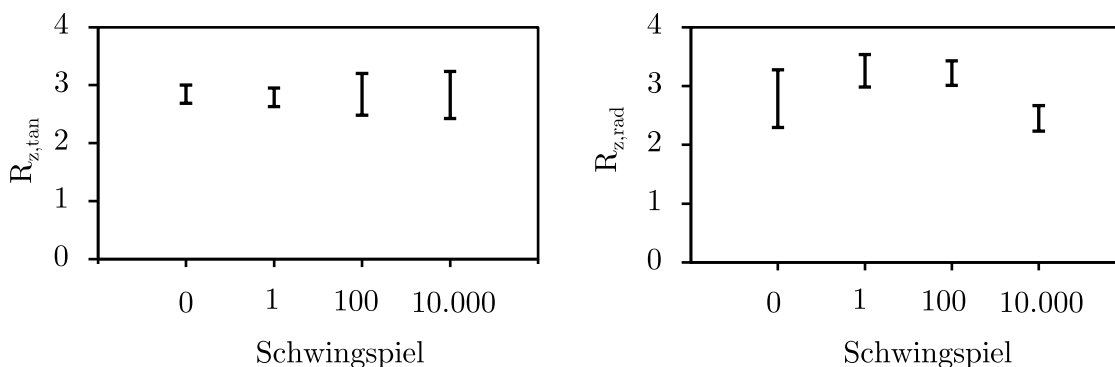


Abbildung 3.32: Entwicklung der Rauheit einer zwischen etwa 25 kN und 55 kN zyklisch belasteten Feder. Angegeben ist der von drei Messungen aufgespannte Wertebereich.

3.6.2 Entwicklung der Federhöhe

Mit der zyklischen Belastung von Tellerfedern gehen verschiedene Phänomene einher, die sich auf die Höhe der Tellerfedern auswirken; Risswachstum an Kante I führt zum Aufstellen der Feder, zyklisches Kriechen vermindert den Anstellwinkel und damit die Federhöhe und durch das Abreiben der Kontaktkanten nimmt die Federhöhe ab. Um die Veränderung der Höhe von Tellerfedern zu charakterisieren, wurden weitere unterbrochene zyklische Versuche zwischen 25 kN und 55 kN gefahren. Vor den Versuchen und während der Unterbrechungen wurde die Höhe jeder Feder an 48 Stellen im Abstand von $7,5^\circ$ vermessen, Abbildung 3.33.

Die Federhöhe nimmt kontinuierlich ab. Die lokalisierte Abnahme zeigt keine klare Abhängigkeit von der lokalisierten Ausgangsfederhöhe. Auch die Zunahme der Federhöhe wurde bereits beobachtet und begründet [Her59].

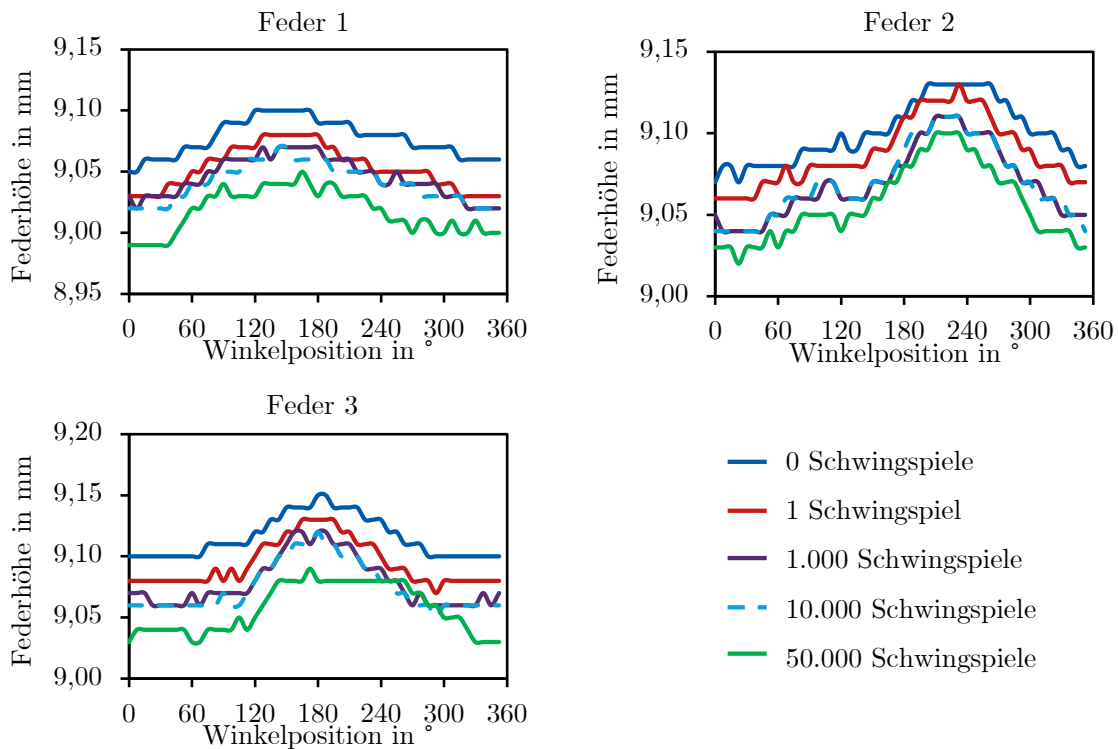


Abbildung 3.33: Entwicklung der lokalisierten Höhe von drei zwischen etwa 25 kN und 55 kN zyklisch belasteten Federn der Charge TF_600_0.

3.6.3 Entwicklung der Eigenspannungen

Bei zyklischer Ermüdung werden Eigenspannungen oft als Mittelspannungen modelliert. Dieses Vorgehen ist genau dann sinnvoll, wenn die Eigenspannungen stabil sind, sich also nicht verändern: Wenn die Eigenspannungen nach der Hälfte der ertragbaren Schwingspiele abgebaut sind, schützen sie das Bauteil auch nur in der ersten Hälfte der Lebensdauer.

Zur Bewertung der Stabilität wurden parallel zu den Höhen auch die Eigenspannungen der im vorangehenden Abschnitt behandelten Federn vor den Versuchen und während der Unterbrechungen mit einem Röntgendiffraktometer ermittelt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.34 und Abbildung 3.35 aufgetragen. Die Federn oben rechts, oben links und unten links in Abbildung 3.34 und Abbildung 3.35 sind jeweils dieselben wie die in den selben Position in Abbildung 3.33. Die für die Lebensdauer relevanten tangentialen Eigenspannungen nehmen betragsmäßig teilweise zu, teilweise bleiben sie konstant; die Annahme, dass die Eigenspannungen stabil sind, ist aus Ingenieurssicht gerechtfertigt.

Weiter wurde die Entwicklung der Eigenspannungen auf der Ober- und Unterseite der in Abbildung 3.32 bezüglich ihrer Rauheit charakterisierten Tellerfeder bei verschiedenen Schwingspielzahlen dokumentiert. Auch hier sind die Eigenspannungen stabil, Abbildung 3.36 und Abbildung 3.37. Auf der Oberseite zeigt sich erwartungsgemäß ein Maximum an Kante I, die Eigenspannungen nehmen zu Kante IV hin ab.

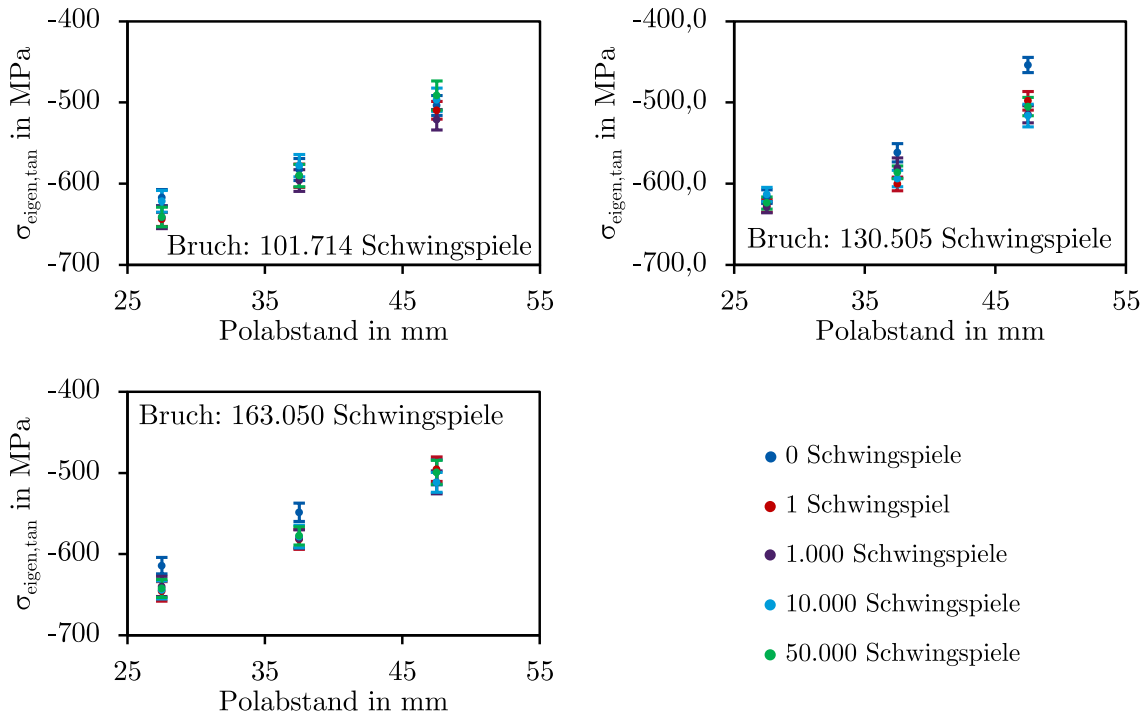


Abbildung 3.34: Entwicklung der tangentialen Eigenspannungen von drei zwischen 25 kN und 55 kN zyklisch belasteten Federn der Charge TF_600_0 (Unterseite).

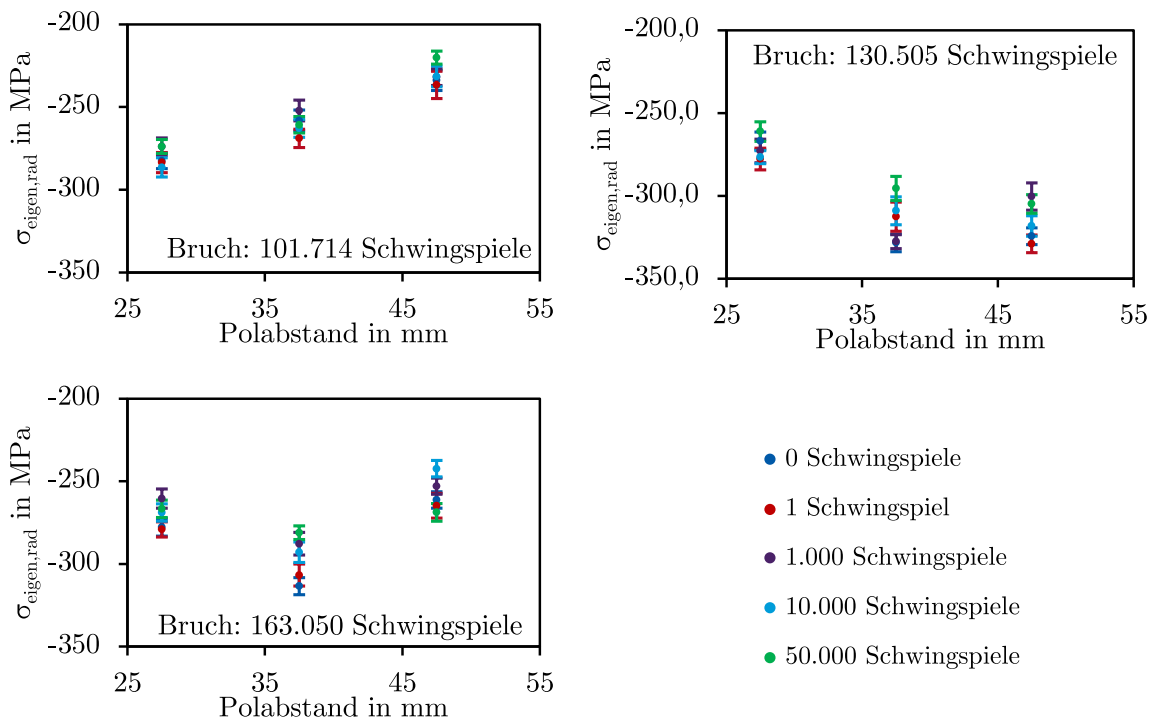


Abbildung 3.35: Entwicklung der radialen Eigenspannungen von drei zwischen etwa 25 kN und 55 kN zyklisch belasteten Federn der Charge TF_600_0 (Unterseite).

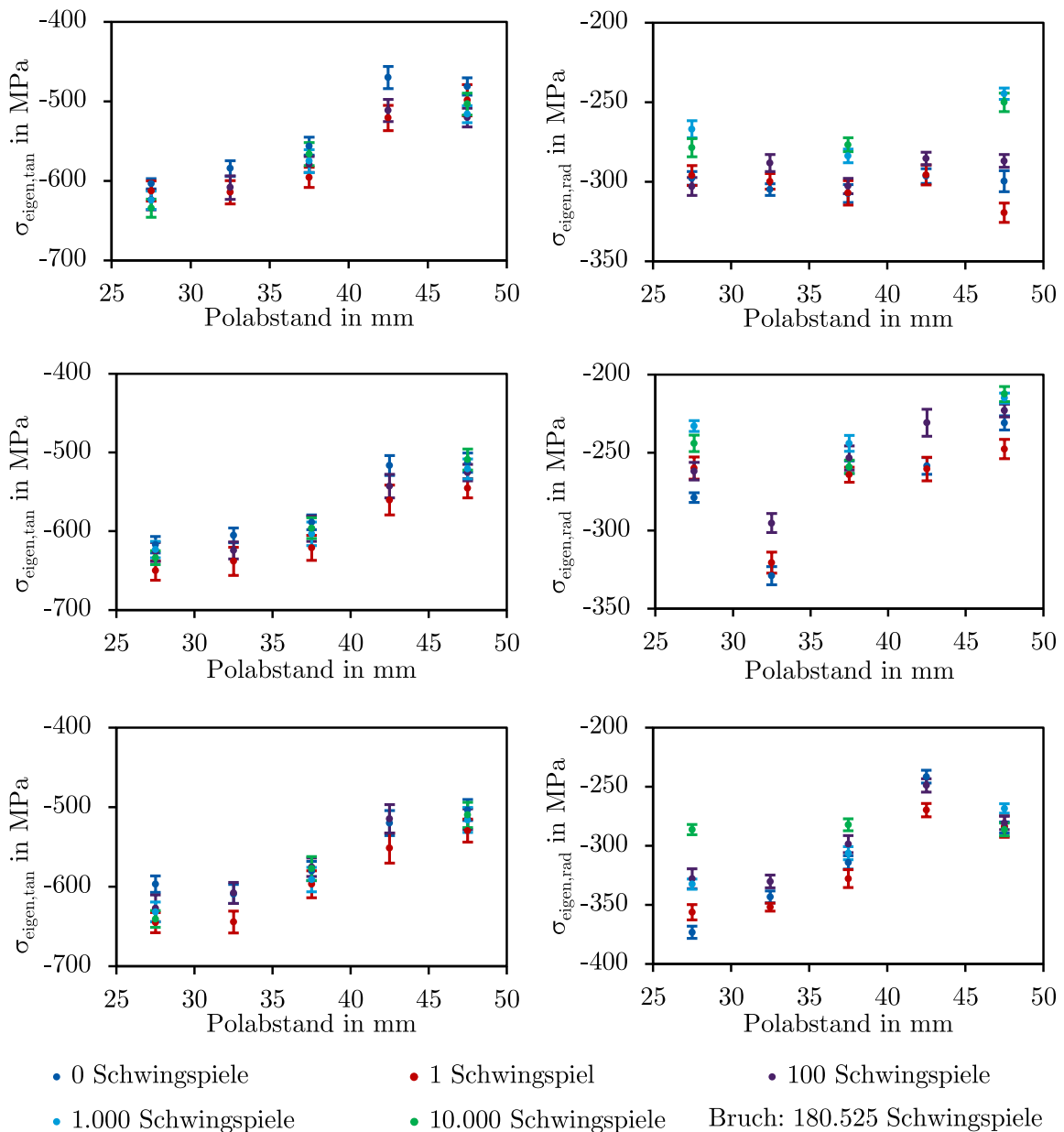
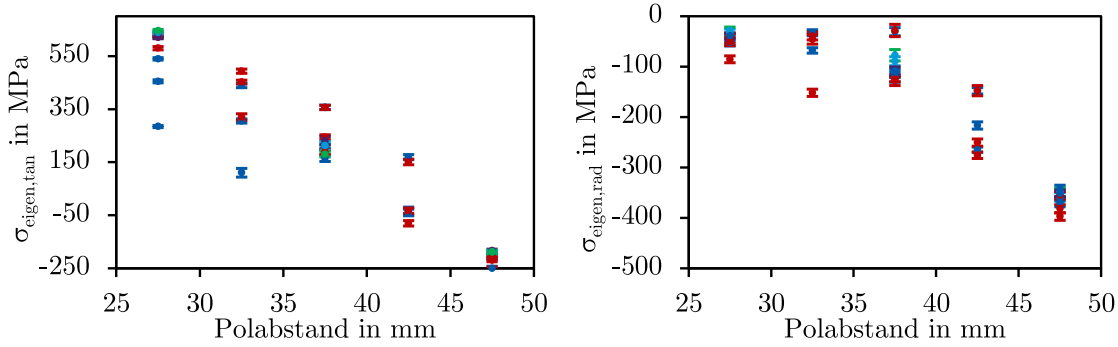


Abbildung 3.36: Entwicklung der Eigenspannungen auf der Unterseite einer zwischen etwa 25 kN und 55 kN zyklisch belasteten Feder der Charge TF_600_0 auf drei Pfaden mit 120° Phasenabstand.

Auch HENGSTENBERG [Hen83] registriert keinen erheblichen Auf- oder Abbau von Eigenspannungen. An dieser Stelle sei jedoch darauf hingewiesen, dass sich die Eigenspannungen auf sehr hohen Lasthorizonten anders verhalten können. Insbesondere wenn messbare makroskopische Verformung im ersten Schwingspiel auftritt, ist davon auszugehen, dass Eigenspannungen auf- oder abgebaut werden.

Im Schwingversuch zwischen 25 kN und 55 kN ändern sich die Eigenspannungen der Tellerfedern nicht oder nur in der Größenordnung der Messungenauigkeit (echte Messungenauigkeit, nicht Standardabweichung Einzelmessungen).

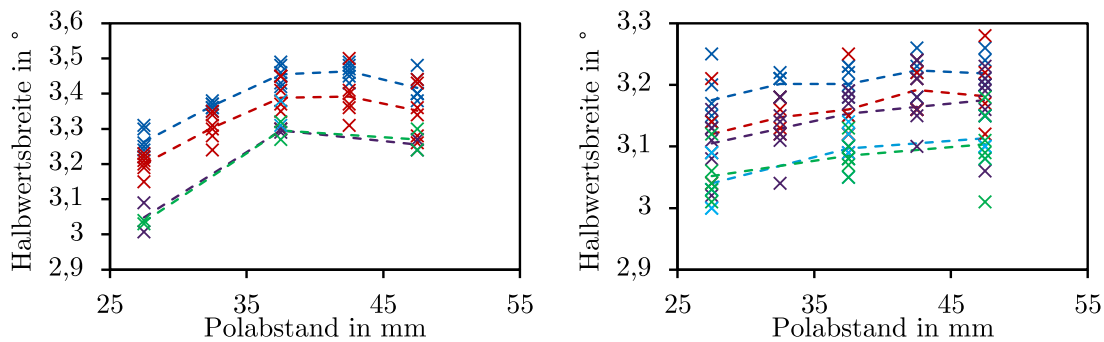


- 0 Schwingspiele
- 1 Schwingspiel
- 100 Schwingspiele
- 1.000 Schwingspiele
- 10.000 Schwingspiele
- Bruch: 180.525 Schwingspiele

Abbildung 3.37: Entwicklung der Eigenspannungen auf der Oberseite einer zwischen etwa 25 kN und 55 kN zyklisch belasteten Feder der Charge TF_600_0 auf drei Pfaden mit 120° Phasenabstand. Daten bei 32,5 mm und 42,5 mm bei 1.000 und 10.000 Schwingspielen wurden nicht erhoben.

3.6.4 Entwicklung der Versetzungsdichte

In der Röntgendiffraktometrie wurden auch die Halbwertsbreiten der Intensität des reflektierten Röntgenstrahls aufgezeichnet. Sie liegen im Fall des an der Technischen Universität Darmstadt verwendeten Röntgendiffraktrometers an der Unterseite zwischen 3,0° und 3,3°, an der Oberseite zwischen 3,0° und 3,5°, Abbildung 3.38.



- × 0 Schwingspiele
- × 1 Schwingspiel
- × 100 Schwingspiele
- × 1000 Schwingspiele
- × 10000 Schwingspiele
- Bruch: 180.525 Schwingspiele

Abbildung 3.38: Entwicklung der Halbwertsbreite auf der Oberseite (links) und auf der Unterseite (rechts) einer zwischen etwa 25 und 55 kN zyklisch belasteten Feder der Charge TF_600_0 auf drei Pfaden mit 120° Phasenabstand. Daten bei 32,5 mm und 42,5 mm bei 1.000 und 10.000 Schwingspielen wurden nicht erhoben. Gestrichelte Linien geben Mittelwertverlauf wieder. Fünf Paare von Ausreißern (Abweichung radialer Messung von Tangentialer größer 0,1°; zwei links, drei rechts) wurden nicht berücksichtigt.

Höhere Halbwertsbreiten weisen auf höhere Defektdichten, und daher bei ansonsten gleichem Werkstoffzustand auf höhere Versetzungsdichten [Sch05] hin. Als Begründung ist die größere plastische Verformung an der Oberseite naheliegend. Allein aufgrund der plastischen Verformung wäre die größte Versetzungsdichte an Kante I zu erwarten, da hier die betragsmäßig größte Spannung berechnet wird. Das Maximum liegt jedoch zwischen den Kanten I und IV eher in Richtung Kante IV, Abbildung 3.38 links.

Die unerwartet niedrige Versetzungsdichte in Kante I bereits zu Beginn des Versuchs ist nicht (direkt) auf eine durch geometrische Effekte leicht unterschiedliche Wärmebehandlung zurückzuführen, sondern auf den Vorsetzprozess. Das folgt, weil die Härte einer nicht vorgesetzten Feder in der Nähe von Kante I nicht reduziert ist, Abbildung 3.39 dunkelblau.

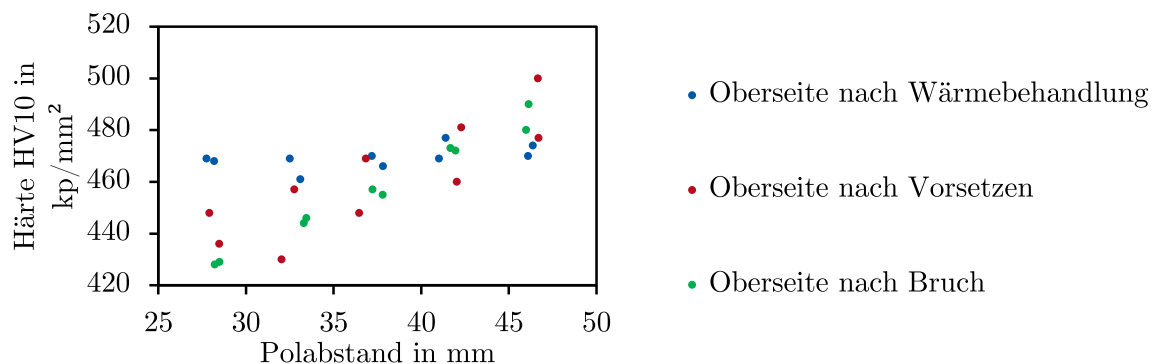


Abbildung 3.39: Entwicklung der Vickershärte auf der Oberseite und auf der Unterseite von Federn der Chargen TF_600_x. Auf der Oberseite wurden jeweils zwei naheliegende Pfade erfasst, auf der Unterseite ein einzelner. Die gebrochene untersuchte Feder ist dieselbe wie in Abbildung 3.38, die beiden anderen Federn gehören der Charge TF_600_III an.

Die Härte in der Nähe von Kante I ist nach dem Vorsetzen gegenüber nach der Wärmebehandlung reduziert, Abbildung 3.39 rot gegenüber blau. Die bezogen auf den Polabstand kontinuierliche Zunahme der Härte korreliert zum bezogen auf den Polabstand kontinuierlichen Abfall der plastischen Verformung. Die reduzierte Härte weist auf Entfestigung hin. Das impliziert Entfestigung durch plastische Verformung bereits bei Erstbelastung. Nach dem Bruch ist die Härte bei Kante I weiter reduziert, Abbildung 3.39 grün gegenüber rot. Das impliziert im Analogieschluss, dass der Werkstoff um Kante I während des Schwingversuchs weiter entfestigt. Letzteres Verhalten ist typisch für Kohlenstoffstähle [Gla88].

Das entspricht nicht dem typischen Verhalten von Kohlenstoffstählen; diese verfestigen typischerweise bei Erstbelastung. PAUL et al. [Pau+11] zeigen anhand eines ferritisch-perlitischen Stahls, dass Proben bei hohen Vordehnungen bereits im ersten Schwingspiel entfestigen und führen diese genau wie jede andere Abweichung vom MASING-Verhalten (von Werkstoffen, in denen keine platizitätsinduzierten Phasenübergänge erfolgen) primär auf heterogen verteilte Versetzungen, die sich gegenseitig ausgleichen, zurück. Hier wurde der Werkstoff vor dem Vorsetzen zwar nicht makroskopisch plastisch verformt, bei der Zwischenstufenvergütung verformt sich der bainitische Ferrit aber aufgrund der umwandlungs- und temperaturbedingten Volumenänderung plastisch [Bha19]. Hier ist keine direkte Lastumkehr gegeben, obgleich die Belastungsart von mehrdimensionaler Druckbeanspruchung zu näherungsweise uniaxialer Druckbeanspruchung wechselt. Eine starke plastische Vorverformung ist nicht gegeben. Das kollektive Verhalten von Versetzungen hängt aber von der Prozesstemperatur ab [KFA02]; es ist naheliegend, dass hier der Unterschied der Prozesstemperatur im Verlauf der Wärmebehandlung zu der Prozesstemperatur

während des Vorsetzens die Tendenz zum gegenseitigen Auslöschen von Versetzungen hervorruft. Die Halbwertsbreiten auf der Ober- und auf der Unterseite nehmen bereits mit dem ersten Schwingspiel und dann kontinuierlich über den gesamten Versuch hinweg ab, Abbildung 3.38.

Die Abnahme der Halbwertsbreiten weist ebenfalls auf zyklische Entfestigung hin [Sch05]. Die Halbwertsbreiten an der Oberseite werden schneller reduziert als die an der Unterseite, Abbildung 3.38 links gegenüber Abbildung 3.38 rechts. Das ist dadurch zu erklären, dass die Spannungsamplituden an der Oberseite größer sind als an der Unterseite.

Im Schwingversuch an Tellerfedern aus 51CrV4 entfestigt der Werkstoff zyklisch. Die lokale Entfestigung ist umso stärker, umso höher die lokale Spannungsamplitude ist.

4 Simulationsschemata

In Kapitel 5 werden etwa 2.000 FE-Simulationen durchgeführt. Diese Rechnungen wurden durch zwei Simulationsschemata automatisiert. In Abschnitt 4.1 wird das deskriptive Schema beschrieben, das Federn anhand rekonstruierter Geometrien aus dem 3D-Scan berechnet. In Abschnitt 4.2 wird das prädiktive Schema beschrieben, das idealisierte Geometrien berücksichtigt und die Federn dadurch deutlich ressourceneffizienter berechnet.

4.1 Deskriptives Simulationsschema

Die Belastungen der Tellerfedern im Experiment werden in Form einer Sinusschwingung im Kraft- oder Wegkanal vorgegeben. Da diese Schwingungen keine Informationen über die Tellerfeder berücksichtigen, können sie offensichtlich nicht direkt zur Bewertung der Lebensdauer herangezogen werden. Daher wird die lokale Beanspruchung der Tellerfedern in FE-Modellen berechnet.

Das hier vorgestellte FE-Modell heißt in Abgrenzung zum in Abschnitt 4.2 vorgestellten prädiktiven Modell deskriptives Modell, da es erst nach der Fertigung einer Feder umgesetzt wird: Die Geometrie muss im Dateiformat Standard Triangle Language (STL) vorliegen (also z.B. in einem optischen Messsystem vermessen worden sein, Abschnitt 3.3.2) und die Eigenspannungen in radialer und tangentialer Richtung müssen abhängig vom Polabstand bekannt sein (also z.B. röntgenographisch ermittelt, Abschnitt 3.2.3). Solche Daten könnten auch künstlich erzeugt werden, das ist aber nicht sinnvoll, da der rechnerische Aufwand des deskriptiven Modells den des prädiktiven Modells bei vergleichbarer Netzfeinheit deutlich übersteigt.

Das deskriptive Modell ist nach dem Designmuster einer Pipeline implementiert: Eingangsdaten werden an eine erste Methode übergeben, die diese Daten weiterverarbeitet und eine modifizierte Version der Daten an eine zweite Methode übergibt, die dann eine weiter modifizierte Version an eine dritte Methode übergibt. Dieses Vorgehen wird bis zur letzten Methode fortgeführt, die Daten sind dann so modifiziert, dass sie dem gewünschten Berechnungsergebnis entsprechen.

Die gesamte Pipeline ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Optionale Schritte sind gestrichelt dargestellt. Zum Ausführen eines optionalen Schritts ist das Ausführen vorangehender optionaler Schritte derselben Strichelung erforderlich. Die wichtigsten Ausgabedaten sind die direkten Ergebnisse der FE-Simulation sowie eine abgeleitete Kennlinie und die Verteilung der Beanspruchung über der Fläche der Feder in grafischer und tabellarischer Form.

Das Programm liest diverse Eingabedaten im Dateiformat JavaScript Object Notation (json), beispielsweise Lasten, Materialgesetze und Dateipfade zu STL-Dateien, ein und speichert diese in einem abstrakten Modell. Dieses abstrakte Modell liegt direkt im Programmspeicher und da das Programm im abaquseigenen Interpreter ausgeführt wird, können seine Elemente direkt an den Abaqus Kernel übergeben werden.

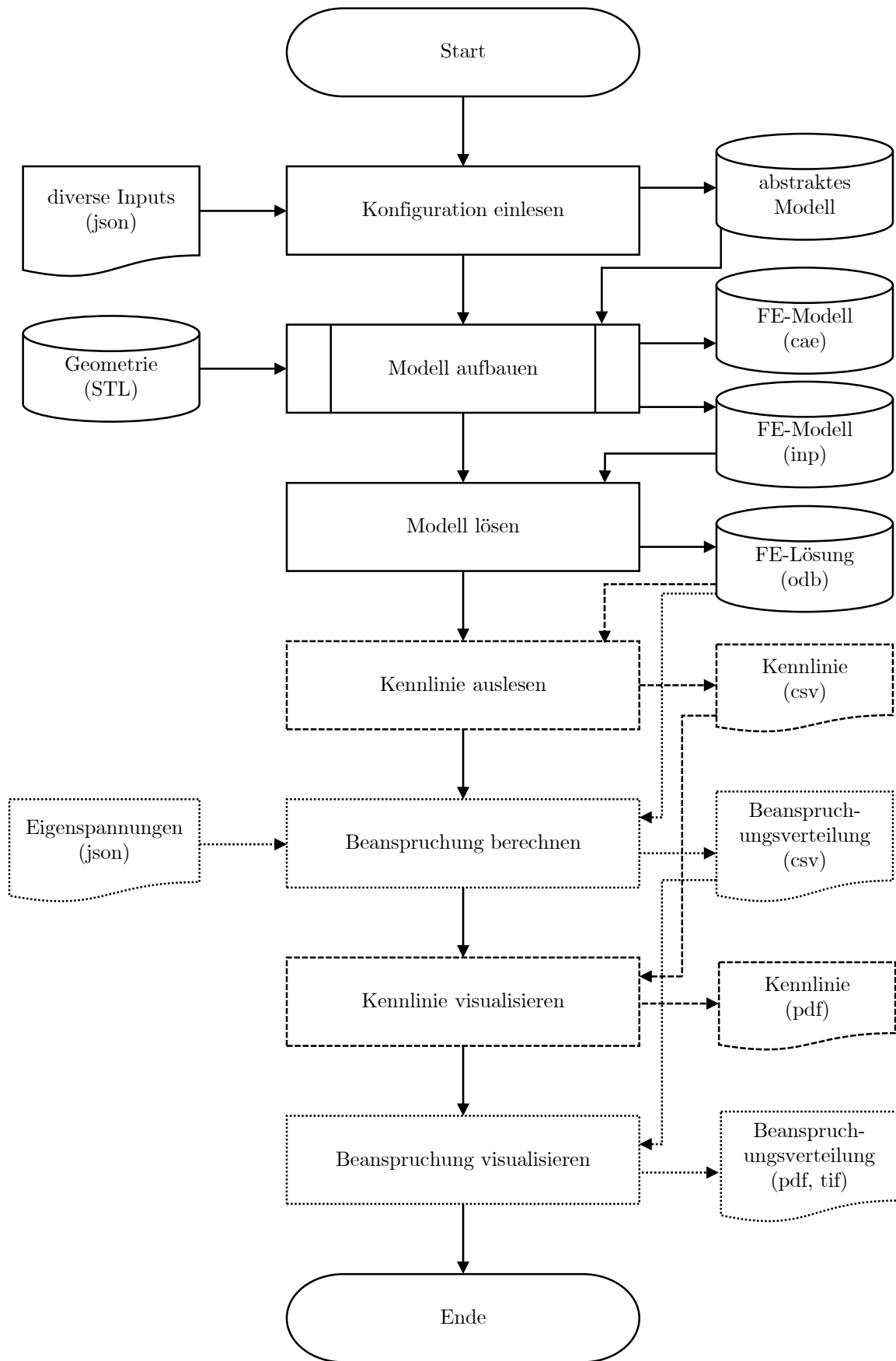


Abbildung 4.1: Ablauf des Programms zur Durchführung des deskriptiven Simulationsschemas.

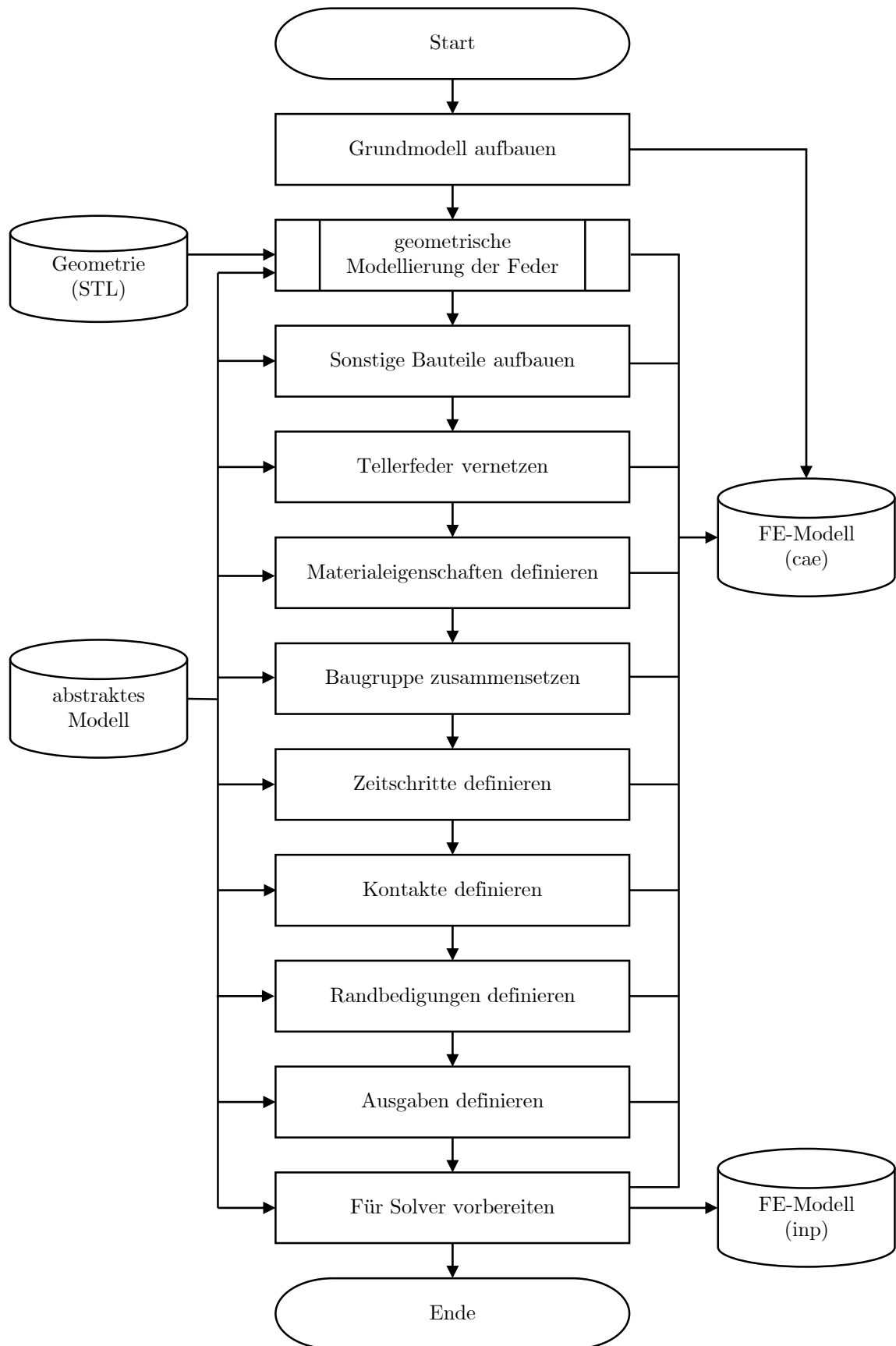


Abbildung 4.2: Ablauf der Methode zum Erstellen des FE-Modells in Abaqus.

Auf Basis des abstrakten Modells baut das Programm mithilfe der Programmierschnittstelle von Abaqus [Das18a; Das18b] ein FE-Modell in einem Dateiformat zum Pre- und Postprocessingprogramm Abaqus/CAE (Computer Aided Engineering) (cae) beziehungsweise im Dateiformat Abaqus input (inp) auf. Der Ablauf der Methode zum Aufbau des FE-Modells ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

Der Aufbau des FE-Modells beginnt mit dem Laden eines Grundmodells, das in dieser Pipeline noch keine Elemente beinhaltet, sondern sich nur im Namen von dem Modell unterscheidet, das im Programm Abaqus/CAE bei Starten des Programms automatisch erstellt wird. Basierend auf dem abstrakten Modell und der als STL-Datei übergebenen vermessenen Geometrie wird ein Bauteil-Objekt erstellt, das die Geometrie der Tellerfeder abbildet. Die Methode zum Aufbau des Tellerfeder-Objekts ist in Abschnitt 4.1.1 beschrieben.

Der darauffolgende weitere Aufbau des FE-Modells ist in Abschnitt 4.1.2 beschrieben. Die von dieser Methode erzeugte inp-Datei wird dem Gleichungslöser Abaqus/Standard übergeben, sodass dieser eine Datei im Dateiformat output database (odb) erzeugt, die die Lösung des FE-Modells speichert.

Basierend darauf wird die Kennlinie optional im Dateiformat comma-separated value (csv) ausgegeben, die Verteilungen verschiedener Beanspruchungsmaße werden berechnet (Abschnitt 4.1.3) und als csv-Datei ausgegeben. Auf Basis der csv-Dateien werden optional Grafiken erstellt, die die Kennlinie und die Verläufe der Beanspruchungsmaße abbilden. Zusätzlich zu den Beanspruchungsflächen-Diagrammen können die Verläufe verschiedener Beanspruchungsmerkmale auf der Oberfläche der Tellerfeder grafisch ausgegeben werden.

In diesem Simulationsschema werden bei typischer Vernetzung die Fernfeldspannungen berechnet; die Spannungsüberhöhungen in den Kontaktstellen werden nicht berücksichtigt.

4.1.1 Geometrische Modellierung einer Tellerfeder

Die Methode zur geometrischen Modellierung ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Die Geometrie der Tellerfeder liegt zwar unmittelbar als STL-Datei vor, kann so aber nicht direkt zum Aufbau eines Modells verwendet werden.

Das verwendete optische Messgerät erzeugt ein Oberflächennetz, das so fein ist, dass die verfügbaren Rechenkapazitäten für ein daraus aufgebautes FE-Modell nicht ausreichen. Um den Rechenaufwand zu begrenzen, wird die Anzahl der Oberflächendreiecke mithilfe des Quadric Edge Collapse Decimation Algorithmus reduziert. Dazu wird MeshLab mithilfe eines Systemaufrufs über seine Programmierschnittstelle angesprochen [Cig+08]. Dieser Algorithmus ist hier besonders geeignet, da er die Netzfeinheit an den flachen Oberflächen stärker reduziert als an den Kanten, an denen feinere Strukturen eine höhere Auflösung erfordern.

Das so erstellte virtuelle Abbild einer Feder hat zwar eine angemessene Anzahl an Oberflächendreiecken, ist jedoch mehr oder weniger zufällig im Raum ausgerichtet. Um ein Modell aufzubauen, müssen Position und Orientierung aber bekannt sein. Um den weiteren Algorithmus zu vereinfachen, werden nicht Position und Orientierung bestimmt und im weiteren berücksichtigt, sondern die Feder wird in eine vorgegebene Ausrichtung versetzt. Die vorgegebene Position ist der Ursprung des Koordinatensystems und die vorgegebene Orientierung ist näherungsweise achsensymmetrisch zur y -Achse.

Zur Ausrichtung wird das Oberflächennetz nach dem Dezimieren der Oberflächendreiecke $\mathbf{M}_{\text{start}}$ als eine Punktwolke $\mathbf{V}_{\text{start}} = \{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_v\}$ betrachtet, deren Punkte durch eine Menge von Dreiecken $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_e\}$ verbunden sind.

Die Punkte $\mathbf{v}_i = (x_i, y_i, z_i)$ sind entsprechend dem STL-Standard in einem kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) definiert. Die Punktwolke wird durch eine Verschiebung $\mathbf{t}(t_x, t_y, t_z, \mathbf{V})$ entlang den und eine Drehung $\mathbf{A}(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ um die Achsen des Koordinatensystems zur ausgerichteten Punktwolke $\mathbf{V}_{\text{ausgerichtet}} = \{\mathbf{v}_{\text{ausgerichtet},1}, \dots, \mathbf{v}_{\text{ausgerichtet},v}\}$ mit den Punkten $\mathbf{v}_{\text{ausgerichtet},i} = (x_{\text{ausgerichtet},i}, y_{\text{ausgerichtet},i}, z_{\text{ausgerichtet},i})$ ausgerichtet:

$$\mathbf{V}_{\text{ausgerichtet}}(\mathbf{A}, \mathbf{t}, \mathbf{V}_{\text{start}}) = \mathbf{A}(\theta_x, \theta_y, \theta_z) \mathbf{t}(t_x, t_y, t_z, \mathbf{V}_{\text{start}}) \quad (4.1)$$

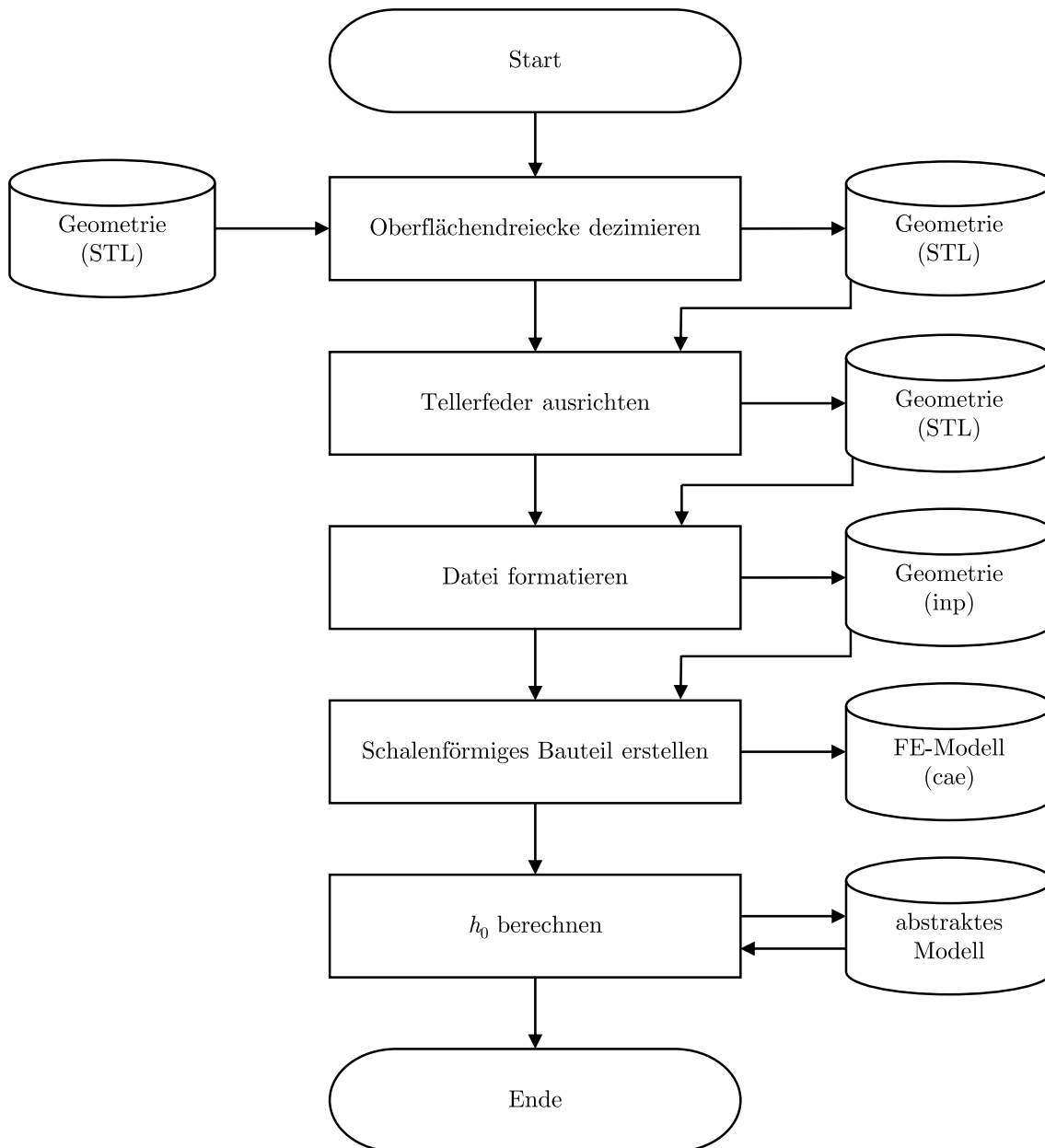


Abbildung 4.3: Ablauf der Methode zur geometrischen Modellierung einer Tellerfeder in Abaqus.

Da die Dreiecke \mathbf{E} die Koinzidenz der Punkte beschreiben und diese bei Verschiebungen und Drehungen gleich bleibt, ist das ausgerichtete Oberflächennetz $\mathbf{M}_{\text{ausgerichtet}}$ durch die Punktwolke $\mathbf{V}_{\text{ausgerichtet}}$ und die Dreiecke \mathbf{E} vollständig beschrieben.

Der passende Verschiebungsvektor \mathbf{t} und die passende Drehmatrix A werden durch Lösen eines Optimierungsproblems gefunden:

$$\min_{\theta_{x,y,z}, t_{x,y,z}} f(\mathbf{V}_{\text{ausgerichtet}}(\mathbf{A}, \mathbf{t}, \mathbf{V}_{\text{start}})) \quad (4.2)$$

Zur Berechnung der Zielfunktion wird die ausgerichtete Punktwolke $\mathbf{V}_{\text{ausgerichtet}}$ durch Drehen um die y -Achse auf die xy -Ebene projiziert. So entsteht die projizierte Punktwolke $\mathbf{V}_{xy} = \{\mathbf{v}_{xy,1}, \dots, \mathbf{v}_{xy,v}\}$ im zweidimensionalen Raum:

$$\mathbf{v}_{xy,i} = \begin{pmatrix} \sqrt{x_{\text{ausgerichtet},i}^2 + z_{\text{ausgerichtet},i}^2} \\ y_{\text{ausgerichtet},i} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Als Zielfunktion wird entweder die Fläche A der konvexen Hülle der projizierten Punktwolke \mathbf{V}_{xy} oder die Höhe der ausgerichteten Punktwolke gewählt:

$$f = A(\text{conv}\{\mathbf{V}_{xy}\}) \quad (4.4)$$

$$f = \max_i z_{\text{ausgerichtet},i} - \min_i z_{\text{ausgerichtet},i} \quad (4.5)$$

Die konvexe Hülle wird mithilfe des Quickhull Algorithmus [BDH96; Vir+20] berechnet. Die anhand der Höhe erzielten Ausrichtungen sind anfälliger gegenüber Messartefakten, beanspruchen aber weniger Rechenzeit. Um die Rechenzeit weiter zu reduzieren, wird der Optimierung des Flächeninhalts der konvexen Hülle eine Optimierung der Höhe vorgeschaltet. Aufgrund der leicht unterschiedlichen Ausrichtungen unterscheiden sich die für beide Methoden berechneten Eigenspannungsfelder und infolgedessen auch die berechneten Beanspruchungsmaße leicht.

Die Zielfunktion ist invariant gegenüber Drehungen um die y -Achse, daher wird θ_y gleich null gesetzt und aus dem Optimierungsproblem eliminiert.

Um die Rechenzeit des Optimierungsproblems weiter zu reduzieren, wird angenommen, dass der Volumenschwerpunkt des ausgerichteten Netzes $\mathbf{c}\{\mathbf{M}_{\text{ausgerichtet}}\}$ im Ursprung des Koordinatensystems liegt. Diese Annahme gilt zwar genau genommen nur für ideal symmetrische Tellerfedern, für annähernd symmetrische Tellerfedern gilt sie aber zumindest näherungsweise.

Daher wird die Verschiebung \mathbf{t} so definiert, dass der Volumenschwerpunkt \mathbf{c} des verschobenen Netzes $\mathbf{M}_{\text{verschoben}} = (t_x, t_y, t_z, \mathbf{V}_{\text{start}})$ im Koordinatenursprung liegt:

$$\mathbf{c}\{\mathbf{M}_{\text{verschoben}}\} = (0, 0, 0) \quad (4.6)$$

In der darauffolgenden Drehung A wird das Netz um die Koordinatenachsen gedreht. Da der Volumenschwerpunkt auf allen Koordinatenachsen liegt, ist er invariant gegenüber der Drehung A . Daher kann die Verschiebung \mathbf{t} unabhängig von der Drehung A festgelegt werden:

$$\mathbf{c}\{\mathbf{M}_{\text{ausgerichtet}}\} = \mathbf{c}\{\mathbf{M}_{\text{verschoben}}\} = (0, 0, 0) \quad (4.7)$$

Bei der Berechnung der passenden Verschiebung fallen nur geringfügige Kosten an, da der Volumenschwerpunkt nur einmal und ohne aufwendige Operationen wie dem Lösen eines Optimierungsproblems berechnet wird.

So wird das Optimierungsproblem von ursprünglich sechs auf zwei Dimensionen reduziert. Die verbleibenden Parameter θ_x und θ_z werden mithilfe des Limited Memory BROYDEN FLETCHER GOLDFARB SHANNO Algorithm mit Randbedingungen (L-BFGS-B) optimiert [Vir+20; Byr+95; Zhu+97].

Das so ausgerichtete Netz $M_{\text{ausgerichtet}}$ steht möglicherweise auf dem Kopf. Wenn das der Fall ist, wird es um 180° um die x -Achse gedreht. Um die Weiterverarbeitung zu vereinfachen, wird es entlang der y -Achse verschoben, sodass sein niedrigster Punkt in der xz -Ebene liegt:

$$\min (y_{\text{ausgerichtet},i}) = 0 \quad (4.8)$$

Die ausgerichtete Tellerfeder wird als STL-Datei ausgegeben. In Abaqus/CAE ist es zwar grundsätzlich möglich, STL-Dateien einzulesen, dazu ist jedoch eine Toolbox notwendig, die in der Programmierschnittstelle nicht zur Verfügung steht. Daher wird anhand der STL-Datei eine inp-Datei erstellt, die dann in Abaqus/CAE eingelesen wird. Die Tellerfeder ist nun als Schalenstruktur, die die Oberfläche der Feder aufspannt, im Abaqus/CAE-internen Modellbaum hinterlegt.

Ungenauere Ausrichtungen führen zu Fehlern in der Zuordnung der Eigenspannung. Diese Fehler sind jedoch bei den im Rahmen dieser Arbeit aufgetretenen Ungenauigkeiten im Verhältnis zu den Lastspannungen im versagensrelevanten Bereich klein.

4.1.2 Weiterer Modellaufbau

Nachdem die geometrische Modellierung der Tellerfeder abgeschlossen ist, wird das FE-Modell entsprechend Abbildung 4.2 weiter aufgebaut. Die Struktur des Aufbaus orientiert sich an den Modulen von Abaqus/CAE.

Zur Berechnung der Tellerfeder wird auch deren unmittelbare Umgebung modelliert. Dazu werden ein Führungsdorn (idealisierte Zylinder mit benutzerdefiniertem Durchmesser und Höhe entsprechend der Tellerfeder) und zwei Führungsplatten (kreisförmige abgerundete Scheiben mit benutzerdefiniertem Durchmesser) als analytische Oberflächen ohne Nachgiebigkeit definiert.

Das schalenförmige Netz der Tellerfeder wird mithilfe des Vernetzungs-Moduls in ein Volumennetz überführt. Voraussetzung dazu ist, dass das Oberflächennetz geschlossen ist. Das ist eine sinnvolle Anforderung an die Eingabedaten, da das Problem im Fall eines nicht geschlossenen Oberflächennetzes nicht klar definiert wäre und ein weiterverarbeitender Algorithmus Annahmen darüber tätigen müsste, wie die Oberfläche im Bereich der Löcher verläuft. Die Tetraeder-Elemente C3D10 mit quadratischer Formfunktion werden verwendet. Sie sind gegenüber der linearen Alternative C3D4 überlegen, da die Tellerfeder auf Biegung belastet wird. Das lineare Element C3D4 wirkt bei Biegeproblemen aufgrund von Shearlocking zu steif. Das modifizierte quadratische Element C3D10M ist zwar theoretisch gut geeignet, in Vorversuchen hat sich aber gezeigt, dass einige ansonsten gleiche Modelle mit C3D10 konvergieren, aber nicht mit C3D10M, da C3D10M eine geringere Toleranz gegenüber Verformung aufweist. Die übrigen Bauteile bleiben als analytische Oberflächen unvernetzt.

Im deskriptiven Modell wird der FE-Simulation ein elastisches Materialgesetz zugrundegelegt. Dementsprechend wird den finiten Elementen der Tellerfeder ein Elastizitätsmodul und eine Poissonzahl zugewiesen. Zu Beginn der Simulation berührt die Tellerfeder die Platten nur an zwei Punkten und ist daher in ihrer Bewegung unterbestimmt. Dieses Problem wird eliminiert, indem den Elementen der Feder eine Dichte zugewiesen wird. Dadurch erhält das System eine Trägheit, die sich positiv auf die Konvergenz auswirkt. Die Konvergenz wird durch die Definition einer Volumenkraft weiter verbessert (das erfolgt erst im Schritt „Randbedingungen definieren“). Die Volumenkraft bildet die im Experiment wirkende Schwerkraft ab, hat aber keinen erheblichen Einfluss auf die berechnete Kennlinie oder das berechnete Beanspruchungsmaß.

Der Aufbau der Baugruppe erfolgt durch das Definieren von Instanzen der Tellerfeder, des Dorns sowie der oberen und der unteren Platte. Die obere Platte wird entlang der y -Achse verschoben, die übrigen Bauteile sind durch die vorgenommene Ausrichtung der Tellerfeder bereits in Position.

Zeitschritte werden entsprechend einer Benutzervorgabe, die ins abstrakte Modell übernommen wurde, definiert. Um die verbesserte Konvergenz durch die eingebrachte Trägheit zu ermöglichen, werden implizit gerechnete, dynamische Zeitschritte definiert. Durch die Reibung in der Kontaktfläche entstehen Steifigkeitssprünge bei Lastumkehr. Die Lastumkehr muss berechnet werden, um die relevanten Spannungen sowie die Entlastungskennlinien zu berechnen. Damit die Berechnungen trotz dieser Sprünge konvergieren, werden die Matrizen des Gleichungssystems nicht als symmetrisch angenommen und wird auf Extrapolation von Trends aus vorangehenden Inkrementen verzichtet. Diese beiden Maßnahmen werden üblicherweise ohne Nutzer-Interaktion in FE-Simulationen mit Abaqus/Standard getroffen, um die Rechenzeit zu reduzieren.

Dadurch, dass mit nichtparametrischen Geometrien gearbeitet wird, sind die Dreiecke an der Oberfläche der Tellerfeder unregelmäßig und an den Kanten, die in Kontakt zur Platte stehen, erzeugen Artefakte infolge eines nicht perfekten Scanprozesses künstliche Kanten. Um zuverlässige Konvergenz zu gewährleisten, wird ein nachgiebiger Kontakt mit einer linearen Penalty-Methode zur Abbildung des normalen Verhaltens (das Eindringen der Bauteile ineinander) gewählt. Das tangential Verhalten (die Reibung) wird ebenfalls durch eine Penalty-Methode abgebildet. Aufgrund der erheblich reduzierten Rechenzeit [GKO19] wird die General Contact-Formulierung gewählt.

Die untere Platte und der Dorn werden festgehalten, die obere Platte wird entsprechend den vom Benutzer festgelegten Schritten kraft- oder verschiebungsgeregelt belastet. Im Fall kraft geregelter Belastung wird zur Beschleunigung der Kontaktfindung ein zusätzlicher verschiebungsgeregelter Zeitschritt hinzugefügt. Auf die Tellerfeder wirken neben der die Schwerkraft abbildende Volumenkraft nur Kontaktkräfte.

Die Ausgaben werden soweit möglich über die Programmierschnittstelle definiert. Nach dem Einstellen von Solverparametern wird eine inp-Datei erstellt, die alle zur Lösung des Modells erforderlichen Informationen beinhaltet. Da die Koordinaten der Integrationspunkte zur Auswertung der Beanspruchung erforderlich sind, aber über die Programmierschnittstelle nicht erfragt werden können, wird die inp-Datei nachträglich so modifiziert, dass sie erfragt werden. Diese neue inp-Datei wird dem Solver Abaqus/Standard übergeben.

4.1.3 Berechnung der Beanspruchung

Nach Lösen der abgeleiteten partiellen Differenzialgleichungen durch Abaqus/Standard werden die erfragten Ergebnisse in einer odb-Datei zur Verfügung gestellt. Zur Berechnung der Beanspruchung in den Integrationspunkten sind die Spannungen im oberen und im unteren Umkehrpunkt sowie die Eigenspannungen in radialer und tangentialer Richtung erforderlich.

Während die Lastspannungen in der odb-Datei vorliegen, müssen bezüglich der Eigenspannungen noch zusätzliche Informationen erzeugt werden. Dazu werden basierend auf Messungen der radialen und tangentialen Eigenspannungen sowie den Positionen dieser Messungen auf der Feder mithilfe der Methode der kleinsten Quadrate lineare Modelle erstellt, die die radiale und tangentiale Eigenspannung in Abhängigkeit des Polabstands r (Abbildung 3.6) beschreiben. Auf Basis dieser Modelle werden in allen Integrationspunkten die radialen und die tangentialen Eigenspannungen $\sigma_{\text{eigen,rad}}$ und $\sigma_{\text{eigen,tan}}$ bestimmt. Die Zulässigkeit der Annahmen eines linearen Verlaufs der Eigenspannungen sowie der Symmetrie der Eigenspannungen wird in Abschnitt 5.1 bewertet.

Dieses Modell gilt nur für die Beanspruchung in dem Bereich, in dem die Eigenspannungsmessungen vorgenommen wurden, in dieser Arbeit ist das an der Oberfläche zwischen Kante II und Kante III. Das ist akzeptabel, da die versagensursächlichen Risse bei Tellerfedern bei den im

Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen wie bei den meisten Versagensfällen in der Praxis zwischen Kante II und Kante III starten. Das liegt daran, dass dort die höchsten Zugspannungen vorliegen. Ein Nachteil des Modells ist, dass die berechneten Beanspruchungen wirklich nur an der Oberfläche des Bauteils gelten und daher keine Information über den Tiefenverlauf abgeleitet werden können, da im Inneren der Federn die Eigenspannungen angenommen werden, die an der Oberfläche ermittelt wurden – das mindert die Ergebnisqualität erheblich. Genau genommen gilt das Modell für die Integrationspunkte nicht, da diese im Bauteilinneren liegen, mit steigender Netzfeinheit nähern sie sich jedoch asymptotisch der Oberfläche an. Entsprechend gilt das Modell näherungsweise und konvergiert mit erhöhter Netzfeinheit. Dieses Verhalten wird in einer Konvergenzstudie bestätigt.

Der Spannungszustand an der freien Oberfläche ist ebener Natur. Die Lastspannungen bei maximaler und minimaler Last (Oberlast und Unterlast) werden durch die Hauptzugspannungen $\sigma_{\text{last},1,\text{min}}$ und $\sigma_{\text{last},1,\text{max}}$ dominiert. Daher muss entweder die zweite oder die dritte Hauptspannung, also jeweils $\sigma_{\text{last},2,\text{min}}$ oder $\sigma_{\text{last},3,\text{min}}$ und $\sigma_{\text{last},2,\text{max}}$ oder $\sigma_{\text{last},3,\text{max}}$ gleich null sein:

$$\sigma_{\text{last},2,\text{min}} = 0 \vee \sigma_{\text{last},3,\text{min}} = 0 \quad (4.9)$$

$$\sigma_{\text{last},2,\text{max}} = 0 \vee \sigma_{\text{last},3,\text{max}} = 0 \quad (4.10)$$

Daher werden die Paare zu jeweils einer ebenen zweiten Hauptspannung, $\sigma'_{\text{last},2,\text{min}}$ und $\sigma'_{\text{last},2,\text{max}}$ reduziert:

$$\sigma'_{\text{last},2,\text{min}} = \sigma_{\text{last},2,\text{min}} + \sigma_{\text{last},3,\text{min}} \quad (4.11)$$

$$\sigma'_{\text{last},2,\text{max}} = \sigma_{\text{last},2,\text{max}} + \sigma_{\text{last},3,\text{max}} \quad (4.12)$$

Auf der Oberfläche von Tellerfedern zeigen $\sigma_{\text{last},1,\text{min}}$ und $\sigma_{\text{last},1,\text{max}}$ näherungsweise in tangentialer Richtung, $\sigma'_{\text{last},2,\text{min}}$ und $\sigma'_{\text{last},2,\text{max}}$ näherungsweise in radialer Richtung. Daher werden sie mit den in tangentialer und radialer Richtung modellierten Eigenspannungen superponiert. So ergeben sich die Gesamtspannungen in radialer und tangentialer Richtung bei minimaler und maximaler Last, $\sigma_{1,\text{min}}$, $\sigma_{2,\text{min}}$, $\sigma_{1,\text{max}}$ und $\sigma_{2,\text{max}}$:

$$\sigma_{1,\text{max}} = \sigma_{\text{last},1,\text{max}} + \sigma_{\text{eigen,tan}} \quad (4.13)$$

$$\sigma_{1,\text{min}} = \sigma_{\text{last},1,\text{min}} + \sigma_{\text{eigen,tan}} \quad (4.14)$$

$$\sigma_{2,\text{max}} = \sigma'_{\text{last},2,\text{max}} + \sigma_{\text{eigen,rad}} \quad (4.15)$$

$$\sigma_{2,\text{min}} = \sigma'_{\text{last},2,\text{min}} + \sigma_{\text{eigen,rad}} \quad (4.16)$$

Die im folgenden dargestellte Berechnung der SMITH-WATSON-TOPPER (SWT)-Beanspruchung orientiert sich an der Berechnung der WALKER-Beanspruchung nach GYEKENYESI et al. [GMM14], die auf eine modifizierte Version einer Auswertemethode nach MANSON-McKNIGHT (MMK) zurückgreifen. Aus den Gesamtspannungen werden die Spannungsamplituden $\sigma_{1,\text{amp}}$ und $\sigma_{2,\text{amp}}$ sowie die Mittelspannungen $\sigma_{1,\text{mittel}}$ und $\sigma_{2,\text{mittel}}$ berechnet:

$$\sigma_{1,\text{amp}} = 0,5 \cdot |\sigma_{1,\text{max}} - \sigma_{1,\text{min}}| \quad (4.17)$$

$$\sigma_{2,\text{amp}} = 0,5 \cdot |\sigma_{2,\text{max}} - \sigma_{2,\text{min}}| \quad (4.18)$$

$$\sigma_{1,\text{mittel}} = 0,5 \cdot (\sigma_{1,\text{max}} + \sigma_{1,\text{min}}) \quad (4.19)$$

$$\sigma_{2,\text{mittel}} = 0,5 \cdot (\sigma_{2,\text{max}} + \sigma_{2,\text{min}}) \quad (4.20)$$

Die Komponenten werden zur Spannungsamplitude σ_{amp} und zur Mittelspannung σ_{mittel} zusammengeführt:

$$\sigma_{\text{amp}} = \sqrt{\frac{\sigma_{1,\text{amp}}^2 + (\sigma_{1,\text{amp}} - \sigma_{2,\text{amp}})^2 + \sigma_{2,\text{amp}}^2}{2}} \quad (4.21)$$

$$\sigma_{\text{mittel}} = \frac{\sigma_{1,\text{mittel}} - \sigma_{2,\text{mittel}}}{\sigma_{1,\text{mittel}} + \sigma_{2,\text{mittel}}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{1,\text{mittel}}^2 + (\sigma_{1,\text{mittel}} - \sigma_{2,\text{mittel}})^2 + \sigma_{2,\text{mittel}}^2}{2}} \quad (4.22)$$

Die maximale Spannung σ_{max} wird auf null begrenzt, sodass komplexe Zahlen als SWT-Beanspruchung vermieden werden. Darunter leidet die Vorhersagekraft des Modells nicht, da in diesen Bereichen kein Versagen zu erwarten ist.

$$\sigma_{\text{max}} = \max(\sigma_{\text{mittel}} + \sigma_{\text{amp}}, 0) \quad (4.23)$$

Die SWT-Beanspruchung P_{SWT} berechnet sich aus der maximalen Spannung σ_{max} und der Spannungsamplitude σ_{amp} . Diese Darstellung unterscheidet sich im Bereich elastischer Verformung nur formal von der üblicheren Darstellung mit Dehnung.

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{\sigma_{\text{max}} \sigma_{\text{amp}}} \quad (4.24)$$

Nachdem diese Berechnung in jedem Integrationspunkt durchgeführt wurde, liegt die SWT-Beanspruchung als Feld in der odb-Datei vor. Um die Lebensdauer der gesamten Feder zu bewerten, wird dieses Feld zunächst auf eine eindimensionale Verteilung reduziert.

Dazu werden die Dreiecke der Tetraeder des Modells betrachtet. Zunächst werden sie gefiltert, sodass nur Dreiecke an der Oberfläche des Bauteils betrachtet werden. Für jedes Dreieck wird sein Flächeninhalt A_i und seine SWT-Beanspruchung $P_{\text{SWT},i}$ berechnet. Zur Berechnung der SWT-Beanspruchung werden die berechneten Werte der sechs zugehörigen Knoten (berechnet durch Extrapolation von den Integrationspunkten des zur Fläche gehörigen Elements) gemittelt.

Als lineare Verteilung wird die akkumulierte Fläche A_{akk} gewählt, die mindestens eine gegebene Beanspruchung P_{SWT} erleidet. Zur Berechnung der akkumulierten Fläche A_{akk} wird zu jedem Oberflächendreieck eine DIRAC-Funktion δ_i definiert:

$$\delta_i(P_{\text{SWT}}) = A_i \cdot \delta(P_{\text{SWT}} - P_{\text{SWT},i}) \quad (4.25)$$

$$A_{\text{akk}}(P_{\text{SWT}}) = \int_{P_{\text{SWT}}}^{\infty} \sum_i \delta_i(P_{\text{SWT}}) dP_{\text{SWT}} \quad (4.26)$$

Diese Funktion beinhaltet einen großen Anteil der Informationen über die Lebensdauer der Tellerfeder bei dem Vorzug einer deutlich höheren Informationsdichte. Sie wird für alle relevanten Beanspruchungen P_{SWT} in Schritten von einem Megapascal berechnet und als csv-Datei ausgegeben. Optional wird eine grafische Repräsentation mithilfe von Matplotlib [Hun07] erzeugt. Weiter werden optional Abbildungen der Verteilungen berechneter Felder (P_{SWT} , σ_{mittel} , σ_{amp} , Spannungsverhältnis) erstellt.

4.1.4 Definition eines skalaren Beanspruchungsmaßes

Um quantitative Lebensdauermodelle zu erstellen, wird die eindimensionale Verteilung in ein skalares Beanspruchungsmaß überführt, das die Position auf der Ordinate des Lebensdauerdiagramms definiert.

Bereits HERTZER [Her59] merkt an, dass die Größe der Tellerfeder ihre Ermüdungsfestigkeit beeinflusst. Er führt aber keinen Ansatz zur Berücksichtigung der kritisch beanspruchten Oberfläche beziehungsweise des kritisch beanspruchten Volumens ein – solche Methoden fanden erst später weite Verbreitung. Zwischenzeitlich wurde der statistische Größeneinfluss in der Literatur intensiv diskutiert [Wei39; Kuh56; BH82; LZ91; LZ95; KKF95; FKK98; BLM99; Mak01; FM04; CF09; HV12; Ai+19; Vaa+20] und ist heute so gut verstanden, dass er in Auslegungsrichtlinien [Ren+20; Fie+19; Kle+20] berücksichtigt wird.

Hier wird ein Ansatz, der sich an der FKM-Richtlinie [Son93; Ren+20] orientiert, verwendet, um die kritisch beanspruchte Fläche A_{krit} im globalen Beanspruchungsmaß $P_{\text{SWT,global}}$ zu berücksichtigen. Zur kritisch beanspruchten Fläche A_{krit} gehören alle Dreiecke auf der Oberfläche der Tellerfeder, deren Beanspruchungen einen Grenzwert überschreiten, üblicherweise werden 90% eines Maßes für die Beanspruchung (hier $P_{\text{SWT,max}}$) als Grenzwert gewählt [Son93; Kle+20; Ren+20]. Es wäre naheliegend, das globale Maximum der Beanspruchung $P_{\text{SWT,max}}$ zu verwenden, aufgrund des Scanprozesses treten aber Singularitäten auf, die zu einem unrealistisch hohen Beanspruchungsparameter und damit zu einer schwachen Vorhersagekraft führen. Daher wird die Beanspruchung im 99,9%-Quantil der akkumulierten Fläche als $P_{\text{SWT,max}}$ verwendet, Abbildung 4.4. Damit wird das Beanspruchungsmaß systematisch unterschätzt, bei gleichbleibender Scanqualität und Vernetzungsstrategie werden aber beim Kalibrieren und bei der Anwendung des Modells ähnliche Fehler gemacht, die sich teilweise ausgleichen. Gleichbleibende Scanqualität wird im Rahmen dieser Arbeit durch eine Arbeitsanweisung gesichert, Abschnitt 3.3.2.

$$P_{\text{SWT,global}} = P_{\text{SWT,max}} \cdot \left(\frac{A_{\text{krit}}}{500 \text{ mm}^2} \right)^{\frac{1}{k_{\text{Weibull}}}} \quad (4.27)$$

Diese Berechnungsvorschrift berücksichtigt den statistischen Größeneinfluss mithilfe des WEIBULL-Exponenten k_{Weibull} . Der WEIBULL-Exponenten hängt von verschiedenen Einflussparametern, beispielsweise Risswachstumsmodus und Werkstoff, ab. Falls nicht näher ausgeführt, wird im Rahmen dieser Arbeit mit dem in der klassischen Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM)-Richtlinie [Ren+20] für Stahl angegebenen WEIBULL-Exponenten 30 gerechnet.

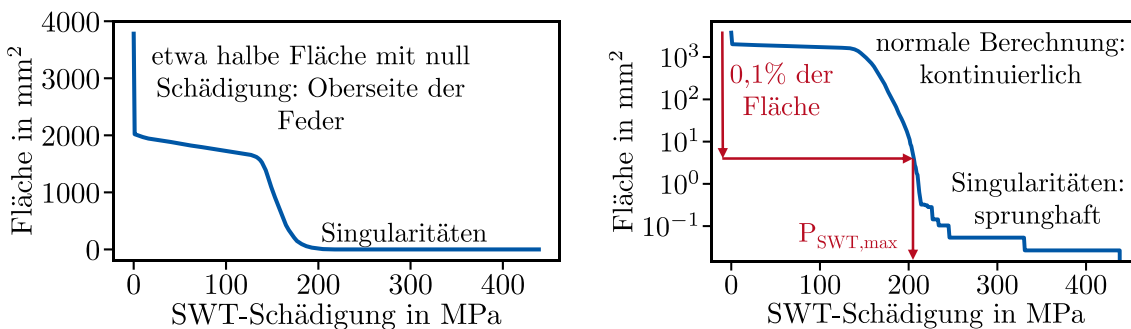


Abbildung 4.4: Verteilung der SWT-Beanspruchung einer Feder über deren Flächeninhalt, Ordinate linear (links) und logarithmisch (rechts).

4.1.5 Weitere Beanspruchungsmaße

Neben der SWT-Beanspruchung, ausgewertet nach MMK, werden acht weitere Beanspruchungsmaße zunächst lokal in den Integrationspunkten und folgend über die Oberflächendreiecke global ausgewertet: Neben der SWT-Beanspruchung werden Beanspruchungen dem Ansatz nach

WALKER [Wal70] nach der modifizierten MMK Methode [GMM14] sowie nach direkter Differenzbildung der VON MISES-Zugspannungen und der ersten Hauptspannungen im Zugbereich berechnet. Zusätzlich wird die verallgemeinerte Referenzspannung nach SCHREMMER [Sch65] anhand der drei Methoden berechnet. Aufgrund des im Bereich Tellerfedern üblichen Sprachgebrauchs wird die Beanspruchung nach SCHREMMER [Sch65] im Weiteren Referenzspannung genannt. Die zugehörigen Formeln sind in Tabelle 4.1 angegeben.

Zur vereinfachten Darstellung der uniaxialen Beanspruchungsmaße wird die höchste Zugspannung $\sigma_{1,\max,+}$ eingeführt:

$$\sigma_{1,\max,+} = \max(\sigma_{1,\max}, 0) \quad (4.28)$$

Zur vereinfachten Darstellung der Beanspruchungsmaße nach Differenzbildung der VON MISES-Spannung werden die minimale, die mittlere und die maximale VON MISES-Zugspannung $\sigma_{M,\min}$, $\sigma_{M,\text{mittel}}$ und $\sigma_{M,\max}$ sowie die Amplitude der VON MISES-Spannung im Zugbereich $\sigma_{M,\text{amp}}$ definiert:

$$\sigma_{M,\min} = \delta(\sigma_{1,\min}) \sqrt{\frac{\sigma_{1,\min}^2 + (\sigma_{1,\min} - \sigma_{2,\min})^2 + \sigma_{2,\min}^2}{2}} \quad (4.29)$$

$$\sigma_{M,\max} = \delta(\sigma_{1,\max}) \sqrt{\frac{\sigma_{1,\max}^2 + (\sigma_{1,\max} - \sigma_{2,\max})^2 + \sigma_{2,\max}^2}{2}} \quad (4.30)$$

$$\sigma_{M,\text{mittel}} = \frac{\sigma_{M,\max} + \sigma_{M,\min}}{2} \quad (4.31)$$

$$\sigma_{M,\text{amp}} = \left| \frac{\sigma_{M,\max} - \sigma_{M,\min}}{2} \right| \quad (4.32)$$

Tabelle 4.1: Formeln zur Berechnung unterschiedlicher Beanspruchungsmaße.

	uniaxial	Differenz VON MISES	MMK
SWT	$\sigma_{1,\max,+}^{0,5} \sigma_{1,\text{amp}}^{0,5}$	$\sigma_{M,\max}^{0,5} \sigma_{M,\text{amp}}^{0,5}$	$\sigma_{\max}^{0,5} \sigma_{\text{amp}}^{0,5}$
WALKER	$\sigma_{1,\max,+}^{1-\gamma} \sigma_{1,\text{amp}}^{\gamma}$	$\sigma_{M,\max}^{1-\gamma} \sigma_{M,\text{amp}}^{\gamma}$	$\sigma_{\max}^{1-\gamma} \sigma_{\text{amp}}^{\gamma}$
Referenzspannung	$\sigma_{1,\max} - \gamma \sigma_{1,\min}$	$\sigma_{M,\max} - \gamma \sigma_{M,\min}$	$(1 - \gamma) \sigma_{\text{mittel}} + (1 + \gamma) \sigma_{\text{amp}}$

4.2 Prädiktives Simulationsschema

Das in Abschnitt 4.1 vorgestellte deskriptive Simulationsschema bildet die Spannungsverteilung in einer vermessenen Tellerfeder präzise ab. Es ist jedoch sehr rechenintensiv. Das in diesem Abschnitt vorgestellte prädiktive Simulationsschema erlaubt die kostengünstige Berechnung von Tellerfedern auf Kosten einer gegenüber dem deskriptiven Simulationsschema reduzierten Abbildungsgenauigkeit.

Grundsätzlich laufen die Berechnungen der beiden Simulationsschemata gleich ab, auch die Berechnung des prädiktiven Modells folgt dem in den Abbildungen 4.1 und 4.2 dargestellten Berechnungsablauf. Der Aufbau des Bauteils, der in Abbildung 4.3 für das deskriptive Simulationsschema dargestellt ist, unterscheidet sich jedoch erheblich: Da die Geometrie der zu berechnenden

Feder explizit bekannt ist, wird diese mithilfe einer Skizze abgebildet und basierend auf dieser Skizze wird ein achsensymmetrisches Bauteil erstellt. Die Skizze wird durch Einlesen und inkrementelles Anpassen einer Vorlage erstellt. Dabei werden die Parameter Innendurchmesser D_i , Außendurchmesser D_e , innerer Querschnittswinkel α_i , äußerer Querschnittswinkel α_a , Dicke t und freie Kegelhöhe h_0 sowie die vier Kantenradien r_I bis r_{IV} entsprechend Abbildung 4.5 festgelegt. Die Platten und die Säule werden als Linienelemente modelliert. Für den Fall r_I bis r_{IV} gleich null wird mit rechteckigem Querschnitt gerechnet.

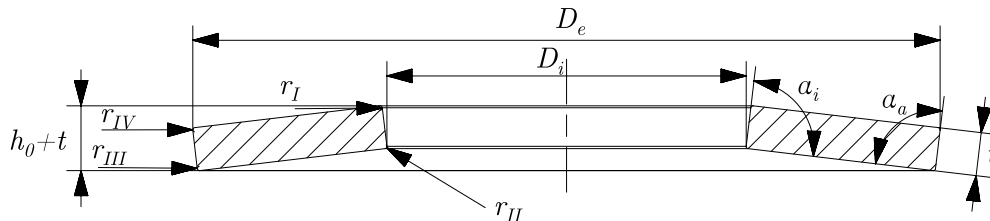


Abbildung 4.5: Dem prädiktiven Simulationsschema zugrundeliegender Querschnitt.

Die Auswertung der Beanspruchung erfolgt grundsätzlich genauso wie beim deskriptiven Modell. Die Eigenspannungen können entweder durch elastisch-plastische Simulation berechnet oder als Messwerte importiert werden. Anstatt mit Dreiecken wird beim Bestimmen der Verteilung der Beanspruchung mit Linien gearbeitet, der Flächeninhalt, der von einer gegebenen Linie repräsentiert wird, wird in Abhängigkeit der Länge der Linie und des Abstands von der Symmetrieachse berechnet. Da im Fall der elastisch-plastischen Berechnung der Eigenspannungen auch Zugeigenspannungen berücksichtigt werden, gilt die Bewertung der Beanspruchung für die gesamte Feder, nicht nur für den Bereich zwischen den Kanten II und III.

5 Numerische Untersuchungen

In diesem Kapitel werden numerische Untersuchungen vorgestellt. Abschnitt 5.1 beschreibt die dabei verwendeten Eingangsdaten. Abschnitt 5.2 stellt ein Beispiel einer Umsetzung des deskriptiven Simulationsschemas vor. In den folgenden Abschnitten werden die Versuchsreihen eingeführt, die in Kapitel 6 diskutiert werden: Die Berechnung von Kennlinien inklusive der Kalibrierung von Parametern in Abschnitt 5.3, die Berechnung lokaler Beanspruchungsmaße zur qualitativen Bewertung des Bruchhergangs in Abschnitt 5.4 sowie die Berechnung globaler Beanspruchungsmaße zum Herleiten und Bewerten von quantitativen Lebensdauermodellen in Abschnitt 5.5.

5.1 Eingangsdaten der numerischen Versuche

Zur Berechnung der lokalen Beanspruchung benötigen die eingesetzten Modelle die lokalen Eigenspannungen als Eingangsdaten. Diese werden mithilfe eines linearen Modells abgebildet, die Eigenspannungen verlaufen aber nicht exakt linear. Die an den Chargen TF_600_x ermittelten Eigenspannungen sind in den Abbildungen 5.1 und 5.2 im Gegensatz zur Darstellung in Abschnitt 3.2.3 so dargestellt, dass die Skala null einschließt.

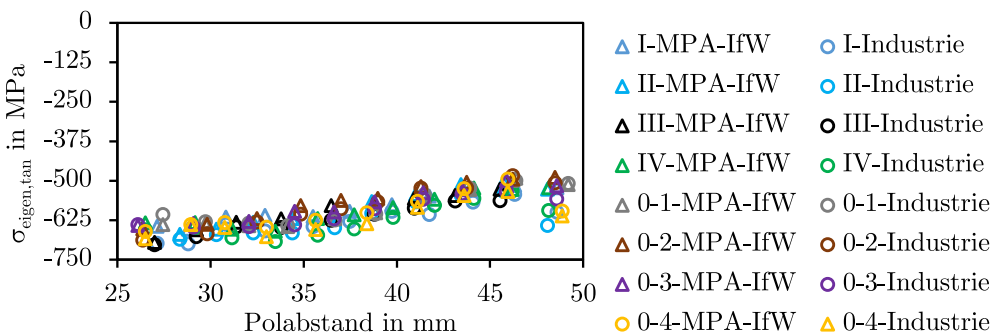


Abbildung 5.1: Tangentiale Eigenspannung verschiedener Federn der Chargen TF_600_x.

Die tangentialen Eigenspannungen zeigen abgesehen von den Singularitäten an Kante III (große Polabstände) einen Verlauf, dessen Approximation durch eine lineare Funktion zu einer aus Ingenieurssicht akzeptablen Abweichung führt. Die systematischen Abweichungen sind klein gegenüber der Streuung der Versuchsergebnisse. Eine Diskussion der Beanspruchung in der Kontaktstelle erfolgt in Abschnitt 6.2.3.

Der Fehler bei der linearen Approximation der Eigenspannungen über dem Polabstand ist aus Ingenieurssicht hinnehmbar.

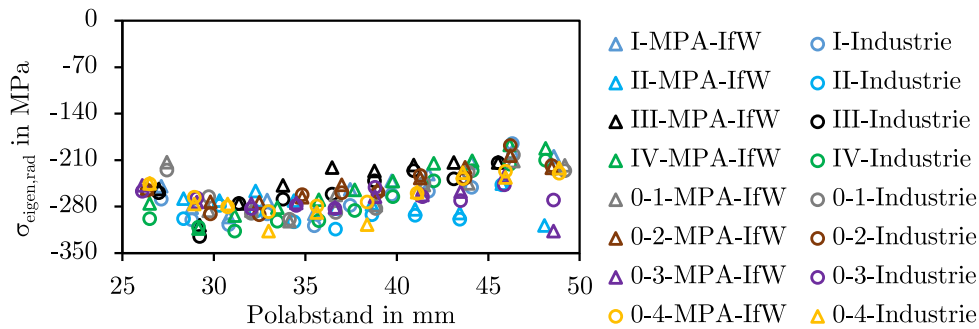


Abbildung 5.2: Radiale Eigenspannung verschiedener Federn der Chargen TF_600_x.

Die radialen Eigenspannungen verlaufen weniger linear. Diese Ungenauigkeit wird an dieser Stelle jedoch hingenommen, da die radialen Eigenspannungen einen geringeren Einfluss auf die Beanspruchung haben als die tangentialen Eigenspannungen.

Daher wird für die Berechnung der Beanspruchungen der Tellerfedern der Chargen TF_600_x ein aus diesen Datensätzen abgeleiteter linearer Verlauf der Eigenspannungen verwendet. Für Tellerfedern der Chargen TF_250_x werden an Federn der einzelnen Chargen ermittelte lineare Verläufe verwendet. Bei der Berechnung von Federn der Charge TF_250_kg_np wird der für die Charge TF_250_kg_pp ermittelte Verlauf verwendet. Auch hier ist der Rückgriff auf einen linearen Verlauf aus Ingenieurssicht angemessen.

Für die Berechnungen wird, wenn nicht anders angegeben, der Elastizitätsmodul 206 GPa und die Querkontraktionszahl 0,3 verwendet, Abschnitt 3.4.1. Anelastische Verformungen werden nicht berücksichtigt, wenn nicht anders angegeben. Falls nicht explizit genannt, wird der Reibfaktor 0,175 für alle Kontakte verwendet, die tatsächlich beobachteten Reibfaktoren liegen zwischen 0,11 und 0,23, Abschnitt 6.1.2.

Die wie in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen bestimmten Geometrien der einzelnen Tellerfedern werden verwendet, um die Unterschiede in der Geometrie einzelner Tellerfedern zu berücksichtigen. Die Geometrien der simulierten Prüfeinrichtung orientieren sich an den Geometrien der Prüfeinrichtungen in den Abschnitten 3.4.3 und 3.5.

5.2 Exemplarische Berechnung

In diesem Abschnitt wird das Ergebnis einer Anwendung des deskriptiven Simulationsschemas untersucht. Dazu wird exemplarisch eine Tellerfeder der Charge TF_250_kg_pp mit einem COULOMBSCHEN Reibfaktor von 0,175 numerisch in der Reihenfolge der Nennung mit 6 kN, 4 kN und 16 kN belastet.

Der zugehörige Verlauf der Federkraft und des Federwegs sowie die daraus folgende Kennlinie sind in Abbildung 5.3 dargestellt. Die Kennlinie ist nicht geschlossen, da die Feder nicht entlastet wird. Bei sehr niedrigen Lasten verläuft die Kennlinie progressiv, darüber bis etwa 10 kN degressiv und über 10 kN wieder progressiv.

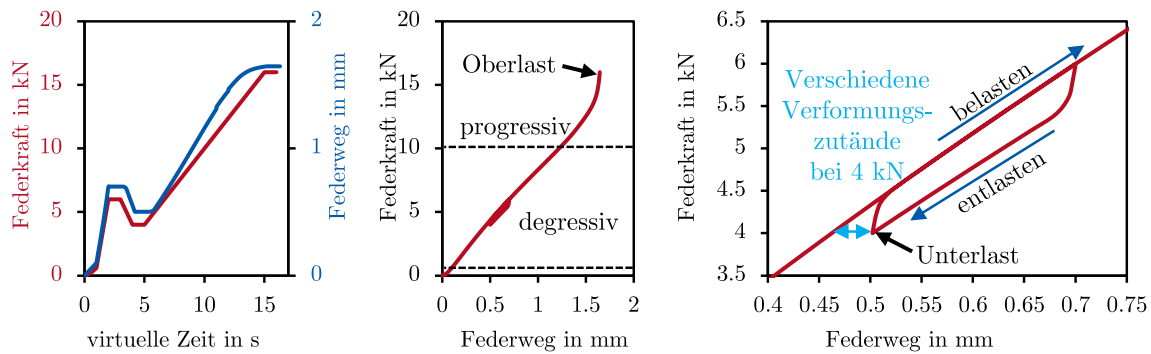


Abbildung 5.3: Verlauf der Federkraft und des Federwegs während der kraftgeregelten Simulation (links) sowie daraus folgende Kennlinie in Gesamtansicht (mittig) und Entlastungsbereich im Detail (rechts).

Die Unterlast 4 kN wird im Verlauf der Simulation zweimal durchlaufen, einmal bei Erstbelastung und einmal nach der Teilentlastung, Abbildung 5.3 rechts. Beim Durchlaufen bei Erstbelastung ist der Federweg niedriger als beim Teilentlasten. Das liegt daran, dass die Reibkraft in umgekehrte Richtung wirkt und beim Belasten somit eine höhere Federkraft zum Einstellen eines bestimmten Federwegs erforderlich ist.

Mit den unterschiedlichen Federwegen gehen unterschiedliche Verformungs- und Spannungszustände einher. Die Wahl des Punkts, in dem der Spannungszustand bei Unterlast ausgewertet wird, beeinflusst demzufolge das berechnete Beanspruchungsmaß. In der zyklischen Belastung wird die Unterlast auf dem Entlastungsast angefahren, daher wird in dem in Abbildung 5.3 rechts markierten Punkt ausgewertet. Analog dazu wird der Spannungszustand bei Oberlast wie in Abbildung 5.3 mittig dargestellt auf dem Belastungsast ausgewertet.

Die tangentialen Lastspannungen sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Druckscheiben und der Dorn sind grau dargestellt. Die bei 16 kN berechneten Lastspannungen sind sehr hoch aber realistisch.

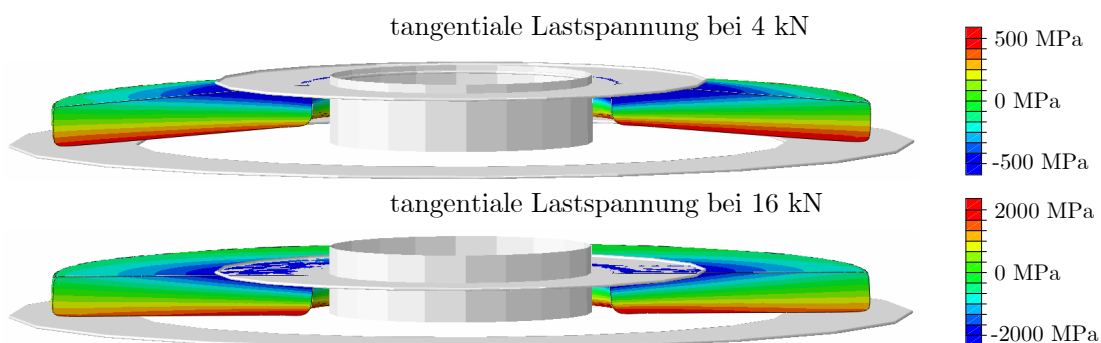


Abbildung 5.4: Berechnete tangentialen Lastspannungen der Beispielfeder bei 4 kN und 16 kN, ausgewertet unmittelbar nach Lastumkehr (horizontaler Bereich in Abbildung 5.3). Nur die Werte im Querschnitt sind gültig.

Die Spannungen sind sowohl bei 4 kN als auch bei 16 kN nur eingeschränkt symmetrisch verteilt. Bei 4 kN weichen die Spannungen auf den gegenüberliegenden Seiten stärker voneinander ab als bei 16 kN. Das liegt daran, dass die Feder zu einer symmetrischeren Geometrie hin verformt wird. Das ist daran zu erkennen, dass Tellerfedern bei sehr kleinen Federwegen nur an zwei gegenüberliegenden Stellen mit den Platten in Kontakt stehen, bei großen Federwegen hingegen

die Kanten I und III komplett begradigt sind, sodass ein Linienkontakt besteht. In vor Verformung höheren Bereichen einer Tellerfeder ist der Anpressdruck auch bei großen Federwegen größer.

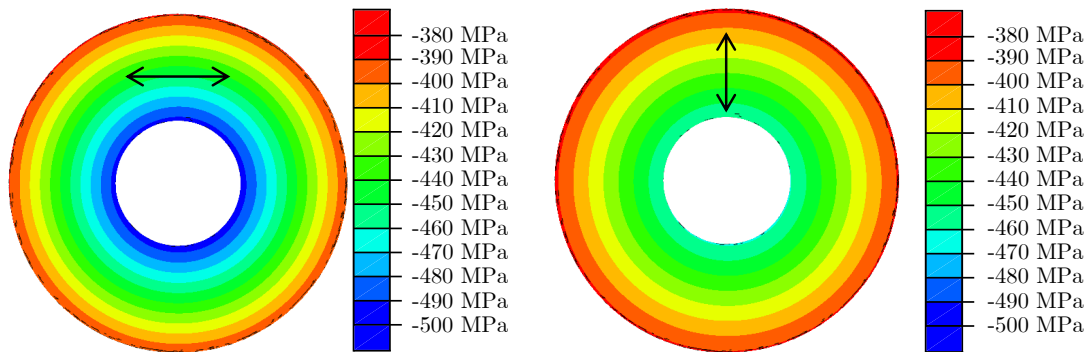


Abbildung 5.5: Typische Eigenspannungen der Unterseite einer Tellerfeder in tangentialer (links) und radialer (rechts) Richtung.

Auf Basis dieser Spannungszustände und modellierter Eigenspannungen, Abbildung 5.5, wird die SWT-Beanspruchung in jedem Integrationspunkt entsprechend der Gleichungen (4.11) bis (4.24) berechnet. Weiter wird die uniaxiale Referenzspannung entsprechend Tabelle 4.1 berechnet. Die nach dem klassischen Ansatz [Sch65] analytisch berechnete Referenzspannung ist 3.541 MPa in Kante II und 1.713 MPa in Kante III. Diese unrealistisch hohen Werte sind durch Modellfehler bedingt. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Aufgrund der schützenden Wirkung der Eigenspannungen und der reduzierten Lastspannung durch Berücksichtigung geometrischer Nichtlinearitäten liegen die in der FEM berechneten Referenzspannungen deutlich unter den analytisch berechneten Referenzspannungen. Die Berücksichtigung vermessener Geometrien führt zu dem asymmetrischen Ergebnis und beeinflusst die berechneten Beanspruchungen ebenfalls.

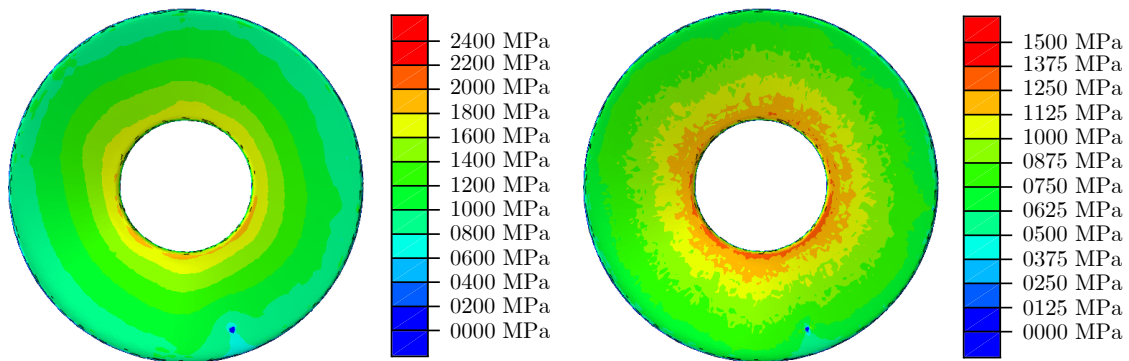


Abbildung 5.6: Berechnete Beanspruchungen der Unterseite der Beispielfeder: Uniaxial ausgewertete Referenzspannung unter Berücksichtigung von Eigenspannungen (links) und nach MMK ausgewertete SWT-Beanspruchung unter Berücksichtigung von Eigenspannungen (rechts).

Dass die Beanspruchungen unterschiedlich groß sind, ist nicht verwunderlich, da sie Referenzmaße sind, aus denen ohne Kalibrierung kein sinnvoller quantitativer Schluss über die Lebensdauer gezogen werden kann. Beide Modelle zeigen Beanspruchungsmaxima zwischen drei und sieben Uhr an Kante II.

Um den Einfluss der Eigenspannungen zu bewerten, sind die Beanspruchungen ohne Berücksichti-

gung der Eigenspannungen in Abbildung 5.7 dargestellt. Die Beanspruchungsverteilungen ähneln qualitativ denen mit Eigenspannungen, liegen quantitativ aber erwartungsgemäß darüber.

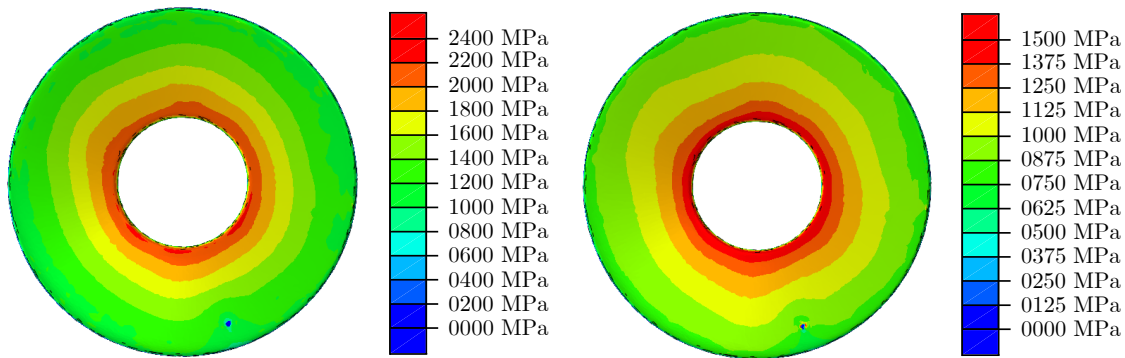


Abbildung 5.7: Berechnete Beanspruchungen der Unterseite der Beispielfeder: Uniaxial ausgewertete Referenzspannung ohne Eigenspannungen (links) und nach MMK ausgewertete SWT-Beanspruchung ohne Eigenspannungen (rechts).

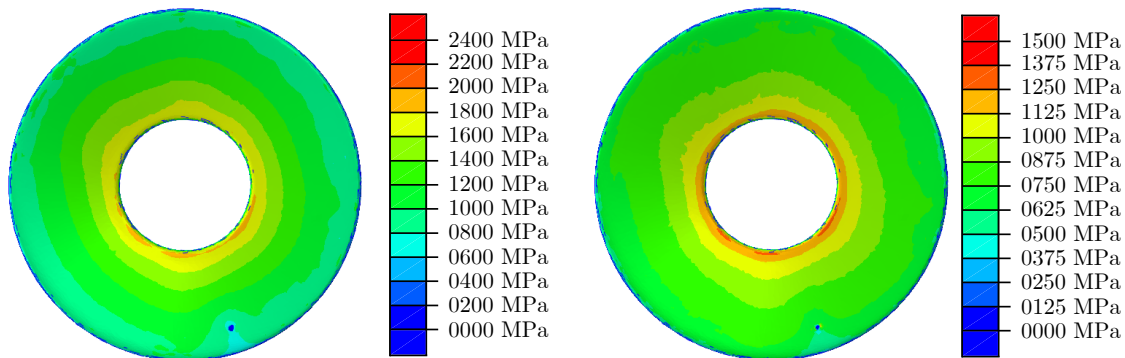


Abbildung 5.8: Berechnete Beanspruchungen der Unterseite der Beispielfeder: Uniaxial ausgewertete Referenzspannung (links) und nach MMK ausgewertete SWT-Beanspruchung (rechts). Auswertung mit tangentialen und ohne radiale Eigenspannungen

Die tangentialen Eigenspannungen wirken parallel zur ersten Komponente der Lastspannung. Daher reduzieren sie die Referenzspannung und die SWT-Beanspruchung. Somit verlängern sie die Lebensdauer.

Ob die Druckeigenspannungen in radialer Richtung die Lebensdauer ebenso verlängern, wird anhand der Referenzspannung und der SWT-Beanspruchung bewertet. Dazu wird die Beanspruchung der Beispielfeder mit tangentialen aber ohne radiale Eigenspannungen ausgewertet, Abbildung 5.8.

Die uniaxial ausgewertete Referenzspannung ändert sich nicht gegenüber der Auswertung mit tangentialen und radialen Eigenspannungen, das liegt daran, dass die radiale Eigenspannung nicht in die Berechnung einfließt. Die nach MMK ausgewertete SWT-Beanspruchung ist erwartungsgemäß niedriger als bei der Auswertung ohne Eigenspannungen, aber entgegen der Erwartung auch niedriger als bei der Auswertung mit radialen und tangentialen Eigenspannungen. Die radialen Eigenspannungen heben das globale Beanspruchungsmaß von 1.174 MPa auf 1.209 MPa an. Das impliziert, dass radiale Druckeigenspannungen die Lebensdauer verkürzen.

Der Anstieg der Beanspruchung liegt in einem Anstieg der Mittelspannung begründet, die Spannungsamplitude bleibt schließlich unberührt. Die radiale Mittel-Lastspannung ist betragsmäßig

kleiner als die radiale Eigenspannung. Daher wandert der Spannungszustand vom ersten in den vierten Quadranten, Abbildung 5.9. Dadurch wird die von MISES-Spannung erhöht.

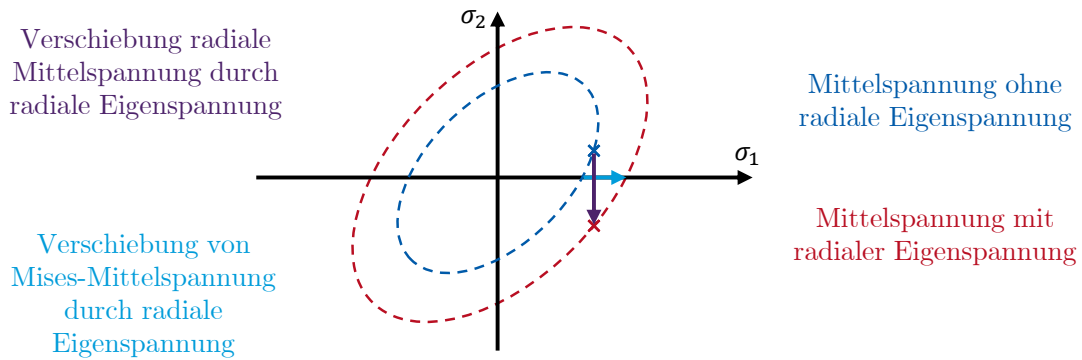


Abbildung 5.9: Einfluss einer Druckeigenspannung in Richtung zweite Hauptspannung auf die von MISES-Spannung in einem von der ersten Hauptspannung dominierten ebenen Spannungszustand.

Die Mittelspannungen unter Berücksichtigung der Eigenspannungen und die Spannungsamplituden sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Der fleckenhafte Charakter der Mittelspannungen folgt aus der Extrapolation der Werte, die in den Integrationspunkten durch Superposition zweier grundsätzlich unterschiedlicher Spannungsfelder und deren Extrapolation innerhalb der finiten Elemente erzeugt wurden, Abbildung 5.11. Die Flecken sind auch in der Darstellung der SWT-Beanspruchungen noch sichtbar, aber deutlich schwächer, weil die Mittelspannung nur einen Teil der Beanspruchung ausmacht. Die Fleckigkeit setzt sich in reduzierter Form in der numerischen Auswertung nach den Gleichungen (4.25) bis (4.27) fort, da dazu zwar extrapolierte Werte verwendet werden, für jede Fläche jedoch der Mittelwert aus sechs verschiedenen Knoten gebildet wird.

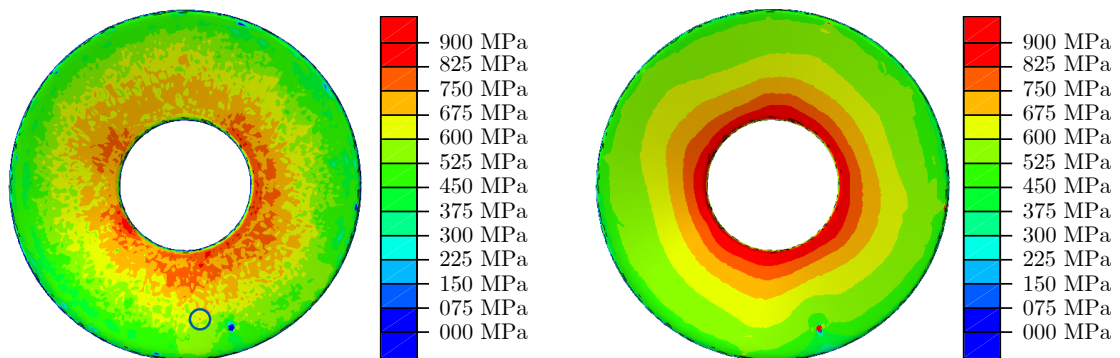


Abbildung 5.10: Berechnete Mittelspannungen unter Berücksichtigung von Eigenspannungen (links) und Spannungsamplituden (rechts) der Unterseite der Beispieltellerfeder. Der blaue Kreis dient als Referenz für Abbildung 5.11

Der Verlauf der Mittelspannung unterscheidet sich bereits qualitativ vom Verlauf der Spannungsamplitude, weil die Beanspruchung nichtlinear und nichtproportional ist: Die örtlichen Lastspannungen sind nichtlinear vom Federweg abhängig und das Verhältnis der radialen zu den tangentialen Eigenspannungen ist erheblich größer als das Verhältnis der radialen zu den tangentialen Lastspannungen. Dazu kommt die asymmetrische Krafteinleitung, durch die bestimmte Bereiche der Tellerfeder (hier zwischen zwei und sechs Uhr, vereinzelt auf acht und zehn Uhr, Abbildung 5.10 links) bei niedrigeren Kräften höheren Spannungen ausgesetzt sind als andere

Bereiche mit gleichem Polabstand. Bei höheren Kräften sind die Spannungen weniger einseitig erhöht (zu erkennen an den relativ symmetrisch verteilten Spannungsamplituden).

Extrapolation mit quadratischer Formulierung bei hohem Gradienten führt zu unrealistisch hohen Werten

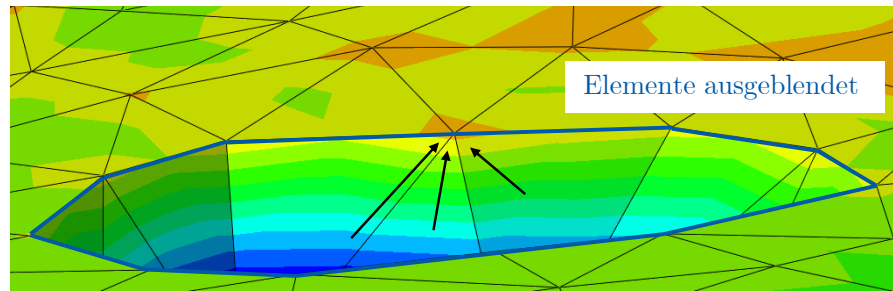


Abbildung 5.11: Nähere Betrachtung des blau umkreisten Flecks in Abbildung 5.10 (links) unten rechts. Der hoch geschätzte Wert ist das Resultat einer Extrapolation. Der in den Integrationspunkten berechnete Wert ist niedriger.

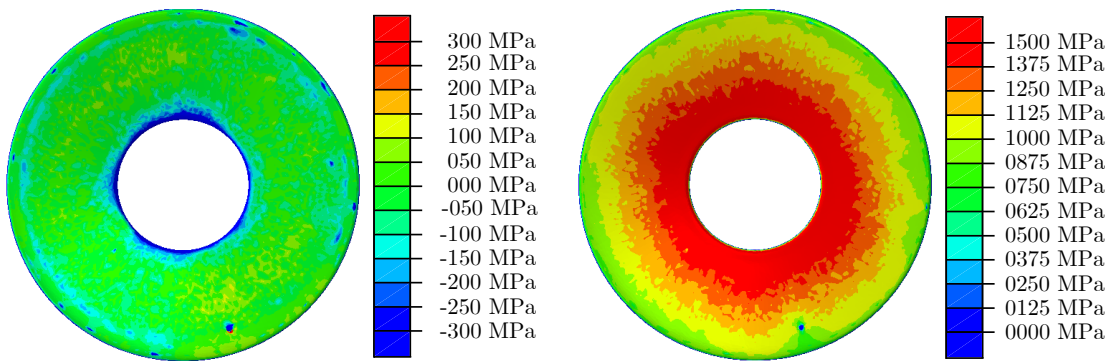


Abbildung 5.12: Berechnete vorzeichenbehaftete von Mises-Spannungen der Unterseite der Beispieltellerfeder im unteren Umkehrpunkt (links) und im oberen Umkehrpunkt (rechts).

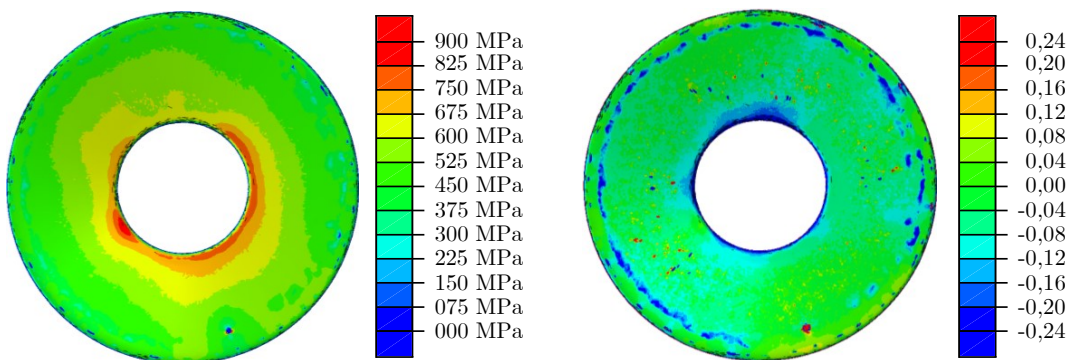


Abbildung 5.13: Ergebnisse einer Simulation der Beispielfeder mit deutlich erhöhter Element- und Knotenzahl: Mittelspannung (links) und Spannungsverhältnis (rechts) unter Berücksichtigung der Eigenspannungen.

Da die Spannungsamplituden und die Mittelspannungen betragsmäßig in ähnlichen Bereichen liegen, liegen die vorzeichenbehafteten von Mises-Unterspannungen teilweise leicht über, teilweise leicht unter null, Abbildung 5.12. Daher ist die Beispieltellerfeder bei der gegebenen Belastung

gleichzeitig an manchen Stellen mit positiven, an anderen Stellen mit negativen Spannungsverhältnissen beansprucht, Abbildung 5.13. Deshalb ist es wichtig, dass auf Tellerfedern angewendete Beanspruchungsmaße über verschiedene Spannungsverhältnisse hinweg gelten.

Bei Verwendung eines feineren Netzes erscheint die Mittelspannung glatt, Abbildung 5.13 links. Die höhere Auflösung erlaubt auch die Darstellung des Spannungsverhältnisses, das im Fall der niedrigeren Auflösung nicht sinnvoll interpretierbar ist, weil die Fleckigkeit die Oberhand gewinnt. Die näherungsweise kreisförmig verteilten Bereiche mit negativem Lastverhältnis an Kante III sind der Teil des Kontaktbereichs, der bei 4 kN nicht in Kontakt (mit erheblichem Anpressdruck) steht, aber bei 16 kN.

5.3 Berechnen und Kalibrieren numerischer Kennlinien

OZAKI et al. [OTT12] entwickeln – basierend auf der Einsicht, dass die Reibkräfte den Verformungszustand axial belasteter Tellerfedern bei gegebenen Federwegen nur unerheblich beeinflussen sowie den von ALMEN und LASZLO getroffenen Annahmen – ein Meisterkennlinienkonzept. Dieses Meisterlinienkonzept wenden sie auf mithilfe der ALMEN-LASZLO Gleichungen sowie mithilfe der FEM berechnete Kennlinien an. Reibungsbehaftete Kennlinien nach OZAKI, F_{RO} , werden mit beliebig berechneten reibungsfreien (Meister-) Kennlinien F und den Verschiebungen der Kontaktkanten zur Federaufnahme, s_{radial} , berechnet:

$$F_{RO}(s) = F(s) \left(1 \pm 2 w \frac{ds_{\text{radial}}}{ds} \right) \approx F(s) \left(1 \pm \frac{w h_0}{0,5 D_e - 0,5 D_i} \right) \quad (5.1)$$

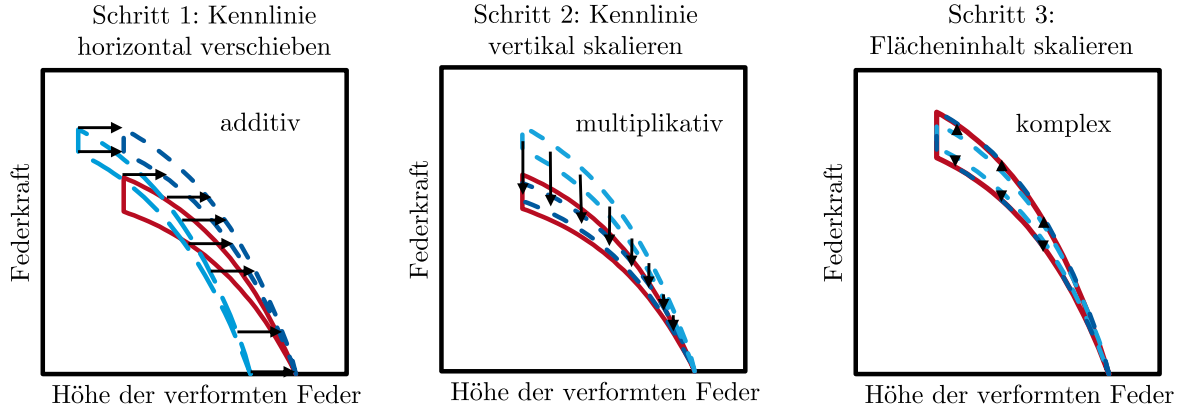
Bei bekannten Federgeometrien kann die Verschiebung s_{radial} analytisch berechnet und differenziert werden. OZAKI et al. [OTT12] erweitern dieses Modell, sodass es auch Kontaktstellen zwischen Tellerfedern mit unterschiedlichen Reibfaktoren berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird von einzelnen Tellerfedern mit einheitlichen Reibfaktoren in beiden Kontaktstellen ausgegangen.

OZAKI et al. [OTT12] kalibrieren Reibfaktoren, indem sie Reibfaktoren in ihrem analytischen Modell variieren und die so berechneten Kennlinien mit experimentell ermittelten Kennlinien vergleichen. So ist eine anwendungsnahe Reibsituation gewährleistet. Der Kalibrierprozess beeinflusst das Modell aber aufgrund der manuellen Durchführung subjektiv.

Der hier vorgestellte Kalibrieralgorithmus ermittelt den Reibfaktor in der Tradition des Ansatzes nach OZAKI [OTT12] anhand einer aufgezeichneten Kennlinie und überwindet dabei das Problem der Subjektivität. Dazu wählt er den Reibfaktor so, dass die in der Hysterese der kalibrierten Kennlinie verrichtete Arbeit $W_{\text{numerisch}}$ gleich derjenigen Arbeit $W_{\text{experimentell}}$ ist, die in der Hysterese der experimentell ermittelten Kennlinie verrichtet wird. Weiter wird die Steifigkeit anhand des Verformungsmoduls skaliert, sodass das Verhältnis zwischen der kalibrierten Meisterkennlinie und der Meisterkennlinie der experimentell ermittelten Kennlinie im Mittel gleich eins ist. Dazu werden die Kraftverläufe beider Meisterkennlinien über der Federhöhe betrachtet. Die Kraft der kalibrierten Kennlinie wird entlang der Federhöhe verschoben, sodass bei beiden Federkennlinien der erste Kontakt (definiert durch Erreichen einer Kontaktkraft in der Meisterkennlinie) bei derselben Federhöhe auftritt. Das entspricht (bei Vorgabe einer kleinen Kontaktkraft) dem in der Literatur [Nie83; WW87; CR92; Weh+10; Sfa+11; Vel12; ZJZ14; Zhu+18] üblichen Nullsetzen der Federkraft bei dem Federweg null.

Die drei Schritte des Algorithmus sind vereinfacht in Abbildung 5.14 dargestellt. Reale Federn folgen aber nicht genau den durch den Algorithmus beschriebenen Abweichungen, deshalb scheitert eine Überführung des dargestellten Schemas in einen direkt lösenden Algorithmus

bereits bei der Bestimmung der horizontalen Verschiebung. Daher wird ein iterativer Algorithmus eingesetzt, der verwendete Index i beschreibt die Nummer der Iteration. Da einzelne Werte oder Wertreihen mehrmals innerhalb einer Iteration angepasst werden, wird ein innerer Index j verwendet. Der Algorithmus startet mit benutzerdefinierten Startwerten bei $i = j = 0$.



numerische Kennlinie vor Anpassung experimentelle Kennlinie numerische Kennlinie nach Anpassung

Abbildung 5.14: Vereinfachte Darstellung der Kalibrierung in drei Schritten.

Aus numerischen Kennlinien lassen sich nach dem Konzept von OZAKI [OTT12] Meisterkennlinien $F_{\text{Meister},i,j}(h)$ ableiten, die näherungsweise die Kennlinien im reibungsfreien Zustand beschreiben. Dazu wird die Kennlinie in den Belastungsast $F_{\text{Belast},i,j}(h)$ und den Entlastungsast $F_{\text{Entlast},i,j}(h)$ geteilt. Da der Federweg s sich je nach Interpretation auf verschiedene Ausgangsfederhöhen beziehen kann, berücksichtigt der Algorithmus die eindeutig definierte Höhe der verformten Feder h :

$$F_{\text{Meister},i,j}(h) = \frac{F_{\text{Belast},i,j}(h) + F_{\text{Entlast},i,j}(h)}{2} \quad (5.2)$$

Die experimentelle Meisterkennlinie $F_{\text{Meister,exp}}(h)$ verläuft zwischen dem experimentellen Be- und dem experimentellen Entlastungsast, $F_{\text{Belast,exp}}(h)$ und $F_{\text{Entlast,exp}}(h)$:

$$F_{\text{Meister,exp}}(h) = \frac{F_{\text{Belast,exp}}(h) + F_{\text{Entlast,exp}}(h)}{2} \quad (5.3)$$

Die Kontaktfederhöhen $h_{\text{Kontakt},i}$ und $h_{\text{Kontakt,exp}}$ ergeben sich in Abhängigkeit der benutzerdefinierten Kontaktkraft F_{Kontakt} aus den Meisterkennlinien:

$$F_{\text{Meister},i,1}(h_{\text{Kontakt},i}) = F_{\text{Kontakt}} \quad (5.4)$$

$$F_{\text{Meister,exp}}(h_{\text{Kontakt,exp}}) = F_{\text{Kontakt}} \quad (5.5)$$

Daraus ergibt sich die Höhendifferenz Δh_i :

$$\Delta h_i = h_{\text{Kontakt},i} - h_{\text{Kontakt,exp}} \quad (5.6)$$

Die numerischen Be- und Entlastungskennlinien werden um die Höhendifferenz Δh_i verschoben. Mit dieser Verschiebung springt der Index j von null auf eins:

$$F_{\text{Belast},i,1}(h) = F_{\text{Belast},i,0}(h + \Delta h_i) \quad (5.7)$$

$$F_{\text{Entlast},i,1}(h) = F_{\text{Entlast},i,0}(h + \Delta h_i) \quad (5.8)$$

Zur Anpassung der Steifigkeit wird der Verformungsmodul eingeführt, der die Federkraft analog zum Elastizitätsmodul linear skaliert. Die numerische Kennlinie wird so skaliert, dass sie und die experimentelle Kennlinie nach dem verwendeten mathematischen Kriterium (Quotient der Meisterkennlinien) im Mittel gleich steif sind. Dabei werden Kräfte unterhalb der Kontaktkraft F_{Kontakt} nicht berücksichtigt. Die Grenzfederhöhen $h_{\text{min},i}$ und $h_{\text{max},i}$ geben den berücksichtigten Bereich an. Die maximale Kraft F_{max} begrenzt den Bereich der Kennlinien, der zur Kalibrierung berücksichtigt wird, nach oben hin:

$$F_{\text{Belast},i,1}(h_{\text{min},i}) = F_{\text{max}} \quad (5.9)$$

$$F_{\text{Meister},i,1}(h_{\text{max},i}) = F_{\text{Kontakt}} \quad (5.10)$$

$$\delta_{F,i} = \int_{h_{\text{min},i}}^{h_{\text{max},i}} \frac{F_{\text{Meister},i,1}(h)}{F_{\text{Meister,exp}}(h)} dh / (h_{\text{max},i} - h_{\text{min},i}) \quad (5.11)$$

$$F_{\text{Belast},i,2}(h) = \delta_{F,i} F_{\text{Belast},i,1}(h) \quad (5.12)$$

$$F_{\text{Entlast},i,2}(h) = \delta_{F,i} F_{\text{Entlast},i,1}(h) \quad (5.13)$$

Damit springt j von eins auf zwei und die Kalibrierung der Steifigkeit durch den Verformungsmodul V_i ist abgeschlossen. Der Verformungsmodul V_i berechnet sich rekursiv aus den Kraftskalierungsfaktoren $\delta_{F,i}$ und dem Verformungsmodul V_{-1} , der gleich dem im ursprünglichen Modell verwendeten Modellparameter „Elastizitätsmodul“ ist:

$$V_i = V_{i-1} \delta_{F,i} \quad (5.14)$$

Bei fehlerfreier Abbildung der physikalischen Situation durch das Berechnungsmodell und in Abwesenheit von Messfehlern ist der Verformungsmodul gleich dem Werkstoffparameter Elastizitätsmodul.

Die von der kalibrierten Kennlinie verrichtete Arbeit ist näherungsweise proportional zum wirksamen Reibfaktor w_i . Das liegt daran, dass die Reibkräfte den Verformungszustand der Tellerfedern bei gegebener Einfederung kaum beeinflussen. Daher wird der Reibfaktor über dem Quotienten der Arbeiten skaliert, die in der experimentellen und der numerischen Kennlinie verrichtet werden, $W_{\text{experimentell}}$ und $W_{\text{numerisch},i}$. Analog zum Modellparameter „Elastizitätsmodul“ wird der Modellparameter „Reibfaktor“ des ursprünglich verwendeten Modells, w_{-1} , verwendet:

$$w_i = w_{i-1} \cdot \frac{W_{\text{experimentell}}}{W_{\text{numerisch},i}} \quad (5.15)$$

Die Integrale der Be- und Entlastungskennlinien über den Federhöhen geben die verrichteten Arbeiten an:

$$W_{\text{numerisch},i} = \int_{h_{\text{min},i}}^{h_{\text{max},i}} F_{\text{Belast},i,2}(h) dh + \int_{h_{\text{max},i}}^{h_{\text{min},i}} F_{\text{Entlast},i,2}(h) dh \quad (5.16)$$

$$W_{\text{experimentell}} = \int_{h_{\text{min},i}}^{h_{\text{max},i}} F_{\text{Belast,experimentell}}(h) dh + \int_{h_{\text{max},i}}^{h_{\text{min},i}} F_{\text{Entlast,experimentell}}(h) dh \quad (5.17)$$

Mithilfe des kalibrierten Reibfaktors w_i wird die numerische Ausgangskennlinie der nächsten Iteration berechnet. Die folgenden Gleichungen werden iterativ gelöst:

$$F_{\text{Belast},i+1,0}(h) = F_{\text{Meister},i,2}(h) + (F_{\text{Belast},i+1,0}(h) - F_{\text{Meister},i,2}(h)) \frac{w_i}{w_{i-1}} \quad (5.18)$$

$$F_{\text{Entlast},i+1,0}(h) = F_{\text{Meister},i,2}(h) - (F_{\text{Meister},i,2}(h) - F_{\text{Entlast},i+1,0}(h)) \frac{w_i}{w_{i-1}} \quad (5.19)$$

Durch iteratives Durchlaufen der Gleichungen (5.2) bis (5.19) findet der Algorithmus diejenige Kombination der Parameter Höhenverschiebung (kann als Fehlschätzung der Höhe der Feder bei Kontaktkraft interpretiert werden), Verformungsmodul (bei fehlerfreier Abbildung gleich dem Werkstoffparameter Elastizitätsmodul) und Reibfaktor, die zur (im Sinne der beschriebenen mathematischen Kriterien) bestmöglichen Übereinstimmung der kalibrierten numerischen Kennlinie mit der experimentell ermittelten Kennlinie führen.

Durch Verwendung berechneter Be- und Entlastungskennlinien werden die Geometrieparameter in Gleichung (5.1) eliminiert. Dadurch ist der Algorithmus ohne Anpassung auf geometrisch anders gestaltete Federelemente (mit elastischem Materialverhalten, unidirektionaler Lastaufnahme und einem einzigen Reibfaktor) anwendbar. Eine Anwendung auf Federgruppen mit mehreren wirksamen Reibfaktoren ist durch einen mehrstufigen Versuchsaufbau zu implementieren.

Die Kennlinien der Chargen TF_250_nkg_pp, TF_250_kg_pp und TF_600_x werden mit dem beschriebenen Algorithmus kalibriert. Der Algorithmus erhält als Eingangsdaten neben der experimentell (an einer Universalprüfmaschine) ermittelten Kennlinie, Abschnitt 3.4.3, eine numerisch ermittelte Kennlinie. Die Berechnungsmethode kann grundsätzlich beliebig gewählt werden, hier wurde der Algorithmus zweimal auf jede untersuchte Feder angewendet: Einmal mit analytischer Berechnung der Spannung nach ALMEN-LASZLO mit dem Reibungsmodell nach CURTI-MONTANINI, Gleichung (2.28), und einmal mit dem deskriptiven Simulationsschema, das für jede einzelne Feder mit einem optischen Messsystem ermittelte Geometrien, Abschnitt 3.3.2, berücksichtigt.

In Abbildung 5.15 sind exemplarisch zwei Kalibrierergebnisse dargestellt. Die mit der FEM ermittelten Kennlinien bilden den experimentell ermittelten Verlauf der Kennlinien besser ab. Bei kleinen Kräften wird ein progressiver Verlauf von dem Modell mit FEM korrekt vorhergesagt, weil Abweichungen von der achsensymmetrischen Idealgeometrie berücksichtigt werden. Dieses Verhalten wird in der analytischen Berechnung grundsätzlich nicht berücksichtigt.

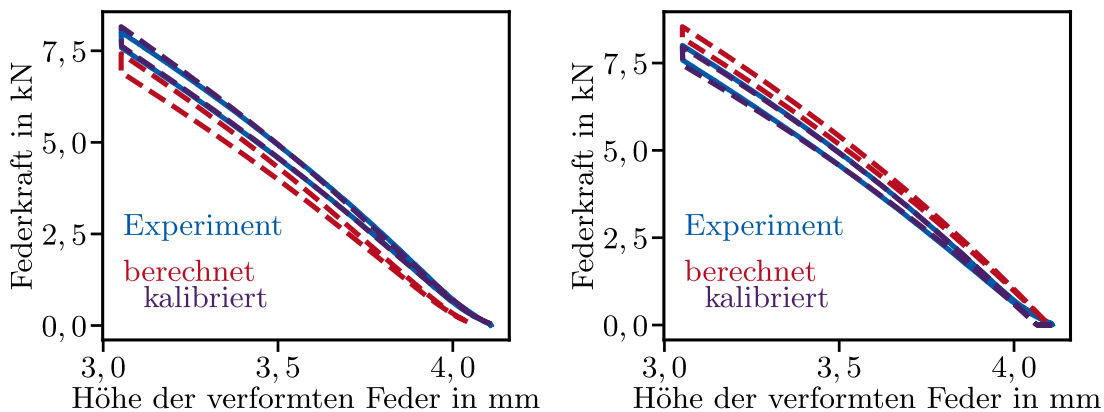


Abbildung 5.15: Mithilfe der FEM (links) und analytisch (rechts) berechnete Kennlinien einer Beispielfeder der Charge TF_250_nkg_pp vor und nach Kalibrieren mit der experimentell ermittelten Kennlinie.

Die Ergebnisse werden in Abschnitt 6.1 statistisch ausgewertet und werkstoffkundlich bewertet.

5.4 Berechnung lokaler Beanspruchungsmaße

An Federn der Chargen TF_600_x wurden die Verteilungen verschiedener Beanspruchungsmaße unter Berücksichtigung der Geometrie der einzelnen Federn mithilfe des deskriptiven Simulati-

onsschemas ermittelt. Dabei wurde mit dem WALKER-Exponenten beziehungsweise dem Faktor der Referenzspannung 0,75 gerechnet. Radiale und tangentielle Eigenspannungen wurden berücksichtigt.

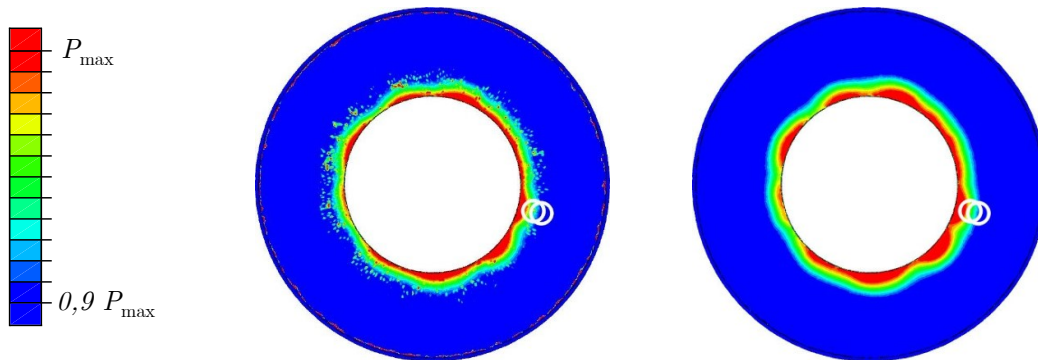


Abbildung 5.16: Nach MMK (links) und uniaxial (rechts) ermittelte WALKER-Beanspruchung und tatsächlich beobachteter Rissausgangsort der Feder TF_600_0-1. Oberkraft 65 kN, Unterkraft 29 kN.

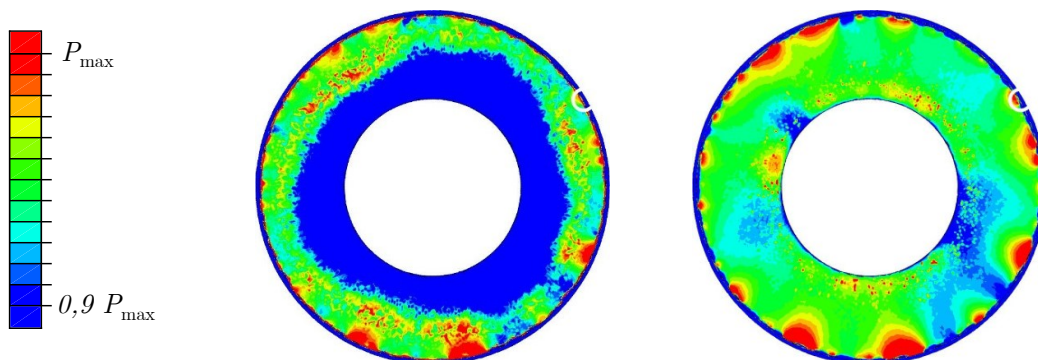


Abbildung 5.17: Nach MMK (links) und uniaxial (rechts) ermittelte WALKER-Beanspruchung und tatsächlich beobachteter Rissausgangsort der Feder TF_600_I-40. Oberkraft 55 kN, Unterkraft 15 kN.

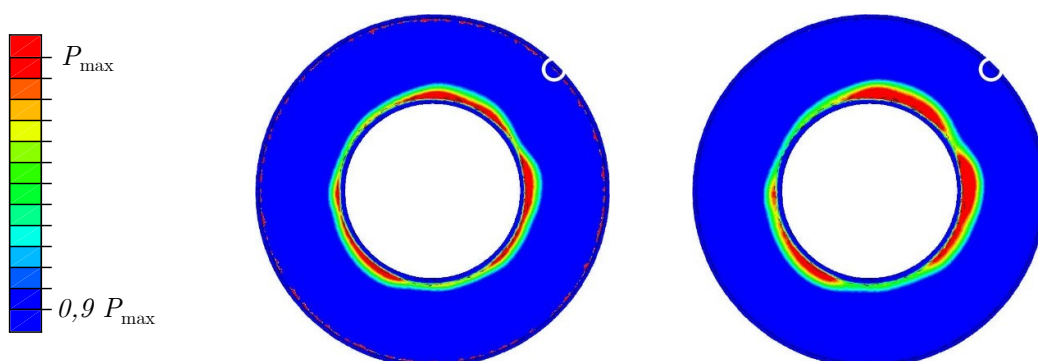


Abbildung 5.18: Nach MMK (links) und uniaxial (rechts) ermittelte WALKER-Beanspruchung und tatsächlich beobachteter Rissausgangsort der Feder TF_600_II-39. Oberkraft 85 kN, Unterkraft 54 kN.

Ergänzend werden die real beobachteten Rissausgangsorte aufgetragen, Abbildungen 5.16 bis 5.20. Teilweise liegen die beobachteten Rissausgänge im Bereich der kritisch beanspruchten Fläche (definiert als diejenige Fläche mit mindestens 90% der maximalen Beanspruchung), teilweise außerhalb. Am häufigsten vertreten ist der Fall, dass die maximale berechnete Beanspruchung im Bereich von Kante II liegt und der Bruch zwischen Kante II und Kante III – tendenziell näher an Kante II – auftritt, Abbildung 5.16 und Abbildung 5.20. Teilweise gehen die Brüche von mehreren Stellen aus, die nicht eindeutig als Primär- und Sekundärrissausgang differenzierbar sind, Abbildung 5.16.

Teilweise wird auch der Rissausgang an oder um Kante III vorhergesagt, Abbildung 5.17 links. Teilweise erstreckt sich der kritisch beanspruchte Bereich auch mindestens über Teile von Kante II und von Kante III, Abbildung 5.17 rechts und Abbildung 5.19. Dann liegen die Rissausgänge eher direkt an Kante III.

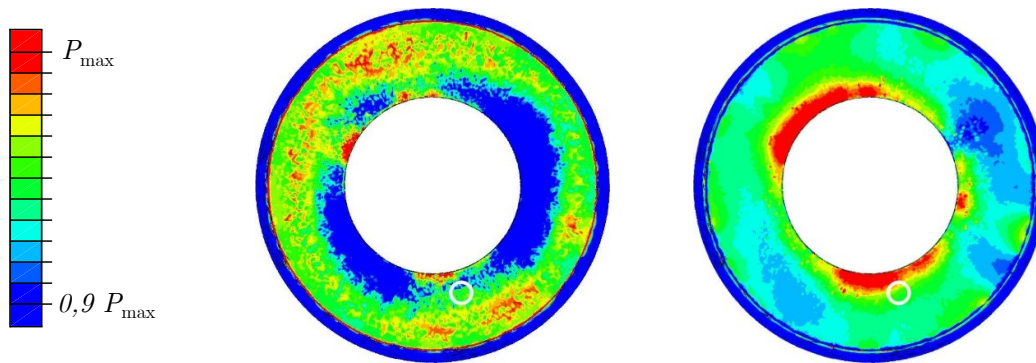


Abbildung 5.19: Nach MMK (links) und uniaxial (rechts) ermittelte WALKER-Beanspruchung und tatsächlich beobachteter Rissausgangsort der Feder TF_600_III-8. Oberkraft 63 kN, Unterkraft 13 kN.

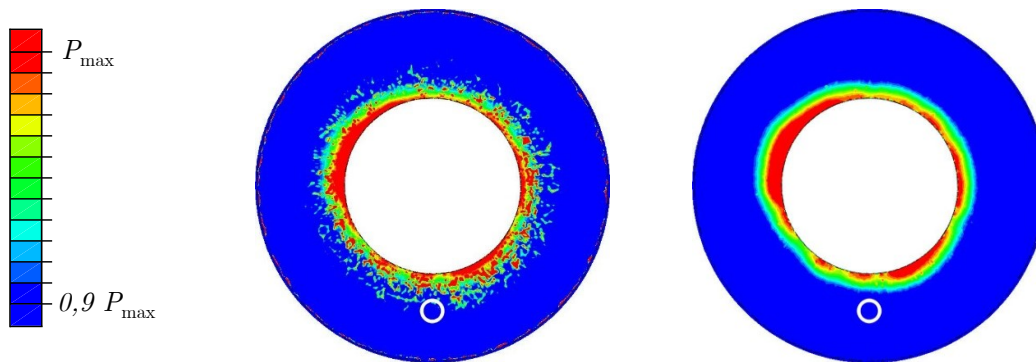


Abbildung 5.20: Nach MMK (links) und uniaxial (rechts) ermittelte WALKER-Beanspruchung und tatsächlich beobachteter Rissausgangsort der Feder TF_600_IV-29. Oberkraft 60 kN, Unterkraft 30 kN.

Die Beanspruchungen variieren in Abhängigkeit der Winkelposition. Ein klarer Zusammenhang zwischen der Winkelposition der höchsten Beanspruchung und der Winkelposition des tatsächlichen Rissausgangs ist nicht zu erkennen, Abbildungen 5.16 bis 5.20.

Die statistische Verteilung der Rissausgangsorte wird in Abschnitt 6.2 erörtert und mechanismenbasiert erklärt.

5.5 Berechnung quantitativer Lebensdauermodelle

Zur Bewertung der Korrelation zwischen der Lebensdauer und den verschiedenen Beanspruchungsmaßen der einzelnen Federn werden Beanspruchungsmaße entsprechend einem faktoriellen Versuchsplan berechnet. Je Parameterkombination im Versuchsplan wird eine Zeitfestigkeitsgerade abgeleitet. Dabei werden jeweils die Federn der Chargen TF_250_x sowie TF_600_x gemeinsam betrachtet, da die Fertigungsketten innerhalb der beiden Gruppen ähnlich sind. Die Zeitfestigkeitsgeraden werden anhand ihrer Streuspannen bewertet. Aufgrund des hohen Rechenaufwands wird der vollfaktorielle Versuchsplan mit dem prädiktiven Modell berechnet. Zur Zeitfestigkeitsgerade werden alle Brüche gezählt, die innerhalb der ersten 200.000 Schwingspiele auftreten.

Der Versuchsplan ist in Abbildung 5.21 wiedergegeben. Die Spannungen wurden in vier verschiedenen Modellen berechnet, dabei wurden verschiedene Querschnitte berücksichtigt. Dieser Faktor wurde teilweise nicht vollfaktoriell belegt, da für die Chargen TF_250_x keine Zeichnungen vorliegen. Die radialen und tangentialen Eigenspannungen wurden in allen möglichen Kombinationen berücksichtigt oder nicht berücksichtigt. Der Verformungsmodul wird nach drei verschiedenen Methoden definiert: Für alle Federn als 206 GPa oder für alle Federn als 197,5 GPa oder für vorgesetzte Federn als 197,5 GPa und für nicht vorgesetzte Federn als 206 GPa. Für die gedrehten Federn entfällt die gemischte Modellierung des Verformungsmoduls, weil alle geschwungenen Federn dieser Chargen vorgesetzt sind, diese Modellierung ist daher identisch mit alle Federn 197,5 GPa. Der Verformungsmodul und die korrekte Berücksichtigung bei der Berechnung werden in Abschnitt 6.1.4 erläutert.

Berechnung Spannungen	Berechnung Beanspruchung	Statistischer Größeneinfluss
Berechnungsmodell	Schädigungsmaß	Grenzschädigung
analytisch FE rekonstruiert FE Zeichnung FE Rechteck	Walker Referenzspannung	80% 90% 95%
Eigenspannungen	Exponent/Faktor	Weibull-Exponent
tangential radial tangential & radial keine	0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0	5,0 10,0 12,5 15,0 17,5 20,0 10 000
Verformungsmodul	Mehrachsigkeit	
206,0 GPa 197,5 GPa gemischt	uniaxial von Mises Differenz Manson-McKnight	

Abbildung 5.21: Versuchsplan der Berechnungen wirksamer Beanspruchungsmaße und daraus folgender Zeitfestigkeitsgeraden. Der Versuchsplan wurde soweit möglich und sinnvoll vollfaktoriell durchgeführt.

Die WALKER-Beanspruchung und die verallgemeinerte Referenzspannung werden mit verschie-

denen Exponenten beziehungsweise Faktoren bei unterschiedlichen Mehrachsigen Modellen berechnet.

Der statistische Größeneinfluss wird in Modellen mit unterschiedlichen Untergrenzen für die kritisch beanspruchte Fläche und unterschiedlichen WEIBULL-Exponenten berücksichtigt.

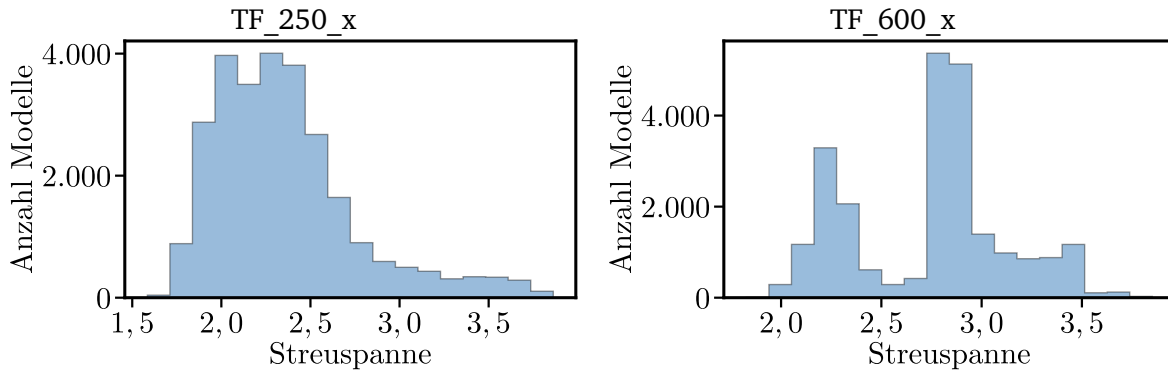


Abbildung 5.22: Verteilungen der Streuspannen aller berechneter Modelle der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Die einzelnen Modelle werden anhand der beiden berechneten Streuspannen für gedrehte und für feingeschnittene Federn bewertet, die Verteilungen der Streuspannen sind in Abbildung 5.22 dargestellt. Die Streuspannen des Modells, das dem Stand der Technik entspricht, sind 2,62 bei den Chargen TF_250_x und 2,82 bei den Chargen TF_600_x. Demgegenüber besteht ein deutliches Verbesserungspotential, die niedrigsten berechneten Streuspannen sind 1,66 (TF_250_x) und 1,91 (TF_600_x).

Das Modell mit der niedrigsten Streuspanne zu verwenden, wäre aber eine Überanpassung und die Übertragbarkeit auf andere Chargen von Tellerfedern wäre nicht gewährleistet. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 6.3 diskutiert.

6 Diskussion

In diesem Kapitel werden die experimentellen und die numerischen Untersuchungen zusammengeführt, um das Verhalten von Tellerfedern zu diskutieren und zu bewerten. In Abschnitt 6.1 wird das Verhalten unter einmaliger Be- und Entlastung diskutiert. In Abschnitt 6.2 und Abschnitt 6.3 wird die Lebensdauer qualitativ mechanismenbasiert und quantitativ phänomenologisch beschrieben.

6.1 Verhalten unter einmaliger Be- und Entlastung

In Abschnitt 5.3 wurden numerische Kennlinien berechnet und anhand der experimentell ermittelten Kennlinien, Abschnitt 3.4.3, kalibriert. Die Ergebnisse dieser Berechnungen werden hier statistisch ausgewertet und werkstoffkundlich diskutiert.

Bei der statistischen Auswertung werden die Chargen TF_250_nkg_pp und TF_250_kg_pp einzeln betrachtet, die Chargen TF_600_x werden gemeinsam oder einzeln vergleichend ausgewertet. Federn, die in der Höhendifferenz, der maximalen Abweichung der Meisterkennlinien in Krafrichtung, dem Verformungsmodul oder dem Reibfaktor um mindestens drei Standardabweichungen vom Mittelwert der Charge abweichen, werden in einem zweistufigen Verfahren als Ausreißer aus dem Datensatz entfernt. Diese entstehen beispielsweise aufgrund von Korrelationsfehlern im 3D-Scan.

6.1.1 Bewertung des deskriptiven Modells

Die mit dem deskriptiven Modell berechneten Kennlinien bilden die experimentell ermittelten Kennlinien augenscheinlich besser ab, als die analytisch berechneten Kennlinien, Abbildung 5.15.

Die bessere oder schlechtere Abbildung wird anhand der ermittelten maximalen Abweichungen der kalibrierten numerischen Meisterkennlinien von den experimentellen Meisterkennlinien bewertet. Die Abweichungen sind im Fall der deskriptiven Modelle deutlich geringer als im Fall der analytischen Modelle, Abbildung 6.1. Das liegt vorrangig an dem epistemischen Vorsprung (genauere Beschreibung der Federhöhe und anderer Geometrien), nachrangig an der auch sonst genaueren Modellierung der Federn, so wird etwa nur im analytischen Modell die Annahme getroffen, dass der Querschnitt sich nicht verformt. In t-Tests, ob die maximalen Abweichungen der Kräfte in den Modellen mit FEM niedriger sind als in den Modellen mit analytischer Berechnung, ergeben sich p-Werte deutlich unter einem Promille. Die beobachteten Unterschiede liegen bei etwa 120 N und 170 N bei betrachteten Kennlinien bis 8 kN (TF_250_x) sowie bei etwa 750 N bei betrachteten Kennlinien bis 25 kN (TF_600_x).

Mit dem deskriptiven Simulationsschema berechnete Kennlinien bilden das reale Verhalten von Tellerfedern besser ab, als nach ALMEN-LASZLO berechnete Kennlinien.

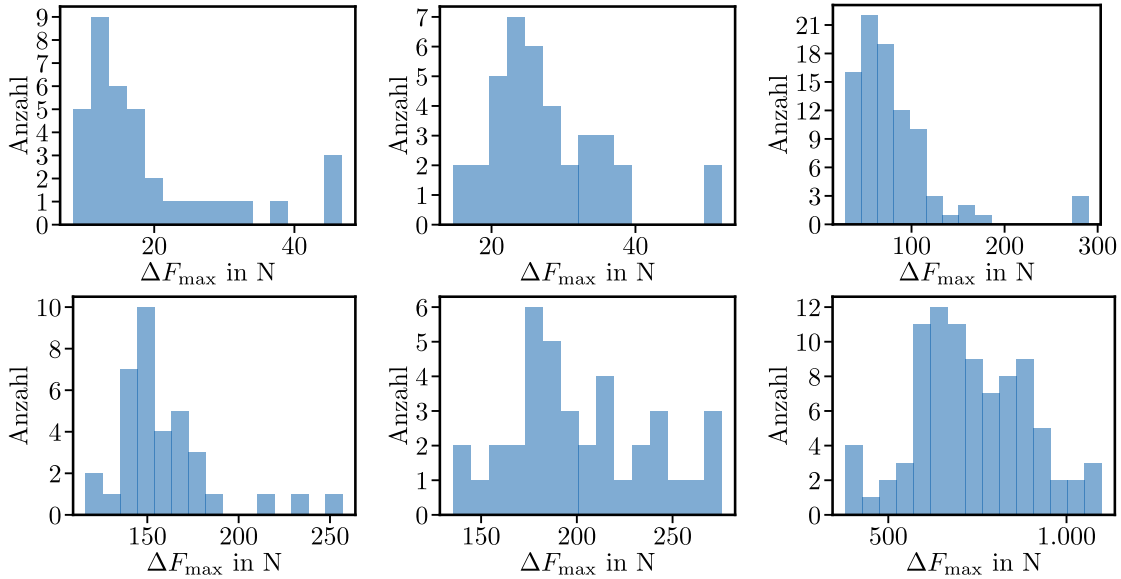


Abbildung 6.1: Verteilungen der maximalen Abweichungen ΔF_{\max} zwischen experimenteller und kalibrierter Meisterkennlinie der Federn der Chargen TF_250_nkg_pp (links), TF_250_kg_pp (mittig) und TF_600_x (rechts), berechnet mit deskriptiven (oben) und analytischen (unten) Modellen.

6.1.2 Bewertung wirksamer Reibfaktoren

Die experimentellen Kennlinien wurden an einer geschliffenen Platte ohne Schmiermittel ermittelt, d.h. die ermittelten Reibfaktoren, Abbildung 6.2, gelten unter diesen Bedingungen.

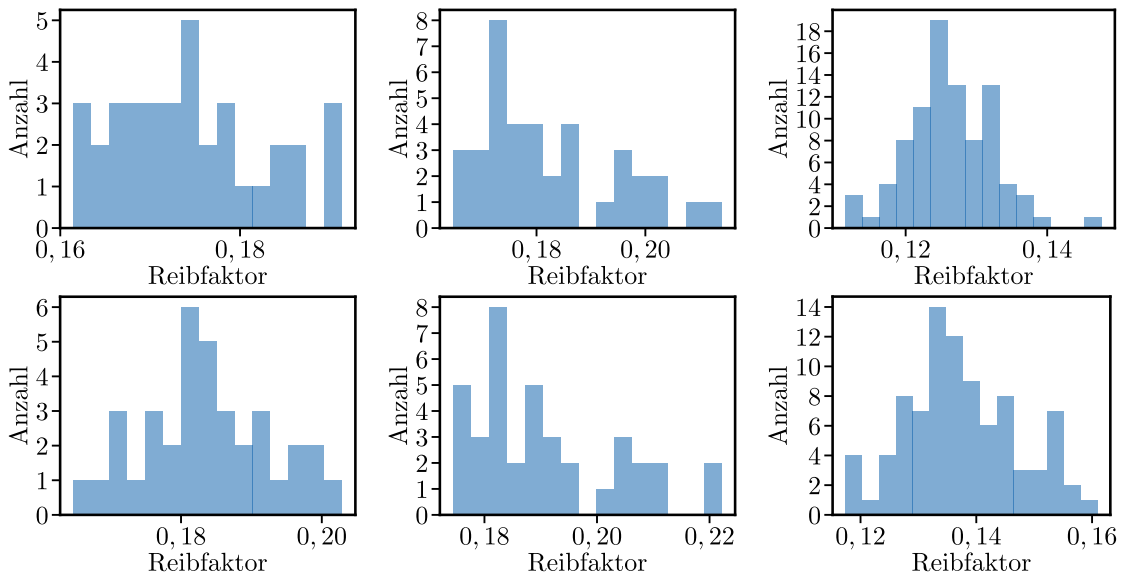


Abbildung 6.2: Verteilungen der im Kalibrierprozess ermittelten Reibfaktoren der Federn der Chargen TF_250_nkg_pp (links), TF_250_kg_pp (mittig) und TF_600_x (rechts), berechnet mit deskriptiven (oben) und analytischen (unten) Modellen.

Die Reibfaktoren korrelieren stark zu den im Experiment verrichteten Arbeiten, Abbildung 6.3.

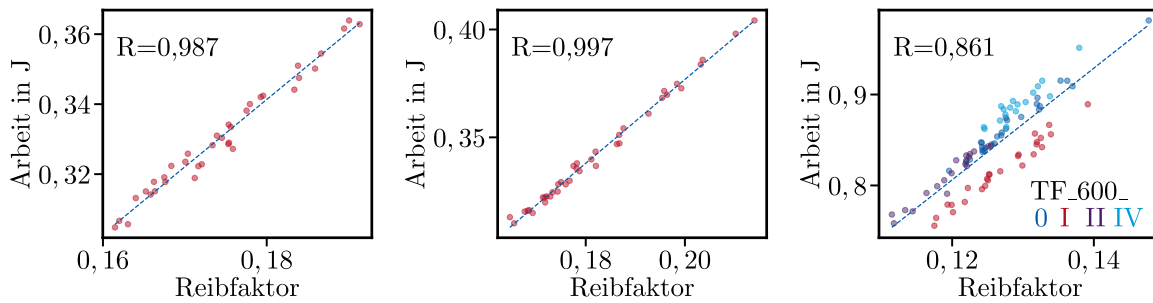


Abbildung 6.3: Korrelation des ermittelten Reibfaktors zur im Experiment verrichteten Arbeit der Federn der Chargen TF_250_nkg_pp (links), TF_250_kg_pp (mittig) und TF_600_x (rechts), berechnet mit dem deskriptiven Modellen.

Demzufolge ist davon auszugehen, dass die Schwankungen in den ermittelten Reibfaktoren nicht aus Modellfehlern folgen, sondern Schwankungen in den tatsächlich wirksamen Reibfaktoren abbilden. Solche Schwankungen entstehen beispielsweise durch Verunreinigungen wie Ölrückstände an den Federoberflächen oder zufällige Abweichungen in den Oberflächenrauheiten der Kontaktbereiche der Tellerfedern.

Der Zusammenhang zwischen Reibfaktor und Arbeit der Charge TF_600_I unterscheidet sich von dem der Chargen TF_600_0, TF_600_II und TF_600_IV, Abbildung 6.3 rechts. Das liegt in geometrischen Unterschieden der Charge TF_600_I von den anderen Chargen begründet: Deren (aufgrund der Abrundung an Kante I) kürzerer Hebelarm bedeutet, dass die 25 kN, bis zu denen hier ausgewertet wird, bereits bei kleinerer Einfederung erreicht werden (kleinerer Hebelarm bedeutet größere Kraft, um mit näherungsweise gleichem Lastmoment das näherungsweise gleiche Widerstandsmoment auszugleichen, das bei gleichem Federweg entsteht). Eine kleinere Einfederung bedeutet bei gleichem Reibfaktor einen kleineren Flächeninhalt der Hystereseschleife und daher weniger verrichtete Arbeit. Im ALMEN-LASZLO Modell ist der Zusammenhang zwischen Hebelarm, Federkraft und Widerstandsmoment in den Gleichungen (2.1) und (2.2) wiederzufinden.

Die Mittelwerte der Reibfaktoren der einzelnen Chargen TF_600_x unterscheiden sich untereinander leicht, Abbildung 6.3 rechts. Das liegt wahrscheinlich in leicht unterschiedlichen Prüfbedingungen begründet, die Federn wurden in Chargen gruppiert geprüft. Die an den Federn der Charge TF_600_I ermittelten Reibfaktoren unterscheiden sich nicht grundsätzlich von denen der anderen Chargen. Daher ist nicht davon auszugehen, dass der Reibfaktor erheblich vom Radius der Kante im Kontakt abhängt.

Nach HERTZ [Her82] unterscheidet sich der Anpressdruck bei der Charge TF_600_I an Kante I (Radius 3 mm) von dem der anderen Chargen TF_600_x (Radius 0,3 mm) um den Faktor $\sqrt{3 \text{ mm}}/\sqrt{0,3 \text{ mm}} \approx 3$. Da sich trotzdem vergleichbare Reibfaktoren ergeben, ist nicht von einer Abhängigkeit des Reibfaktors vom Anpressdruck auszugehen. Demzufolge ist der Reibfaktor auch über die gesamte Federkennlinie hinweg konstant.

Der wirksame Reibfaktor ist unabhängig von der makroskopischen Geometrie der untersuchten Tellerfeder. Er ist unabhängig vom Anpressdruck und daher auch über die Kennlinie hinweg konstant.

Bei gedrehten Federn treten niedrigere Reibfaktoren auf, als bei feingeschnittenen Federn. Das ist aufgrund der unterschiedlichen Fertigungsketten und den damit einhergehenden unterschiedlichen Oberflächenzuständen nicht überraschend. Das Kugelstrahlen hat hier offenbar nur einen

geringfügigen Einfluss auf die Reibung. Diese Zusammenhänge sind nicht verallgemeinerbar; Dreh- und Kugelstrahlprozesse können zu sehr unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheiten führen, die wiederum zu sehr unterschiedlichen wirksamen Reibfaktoren führen.

Die am analytischen Modell ermittelten Reibfaktoren bewegen sich in derselben Größenordnung wie die am FE-Modell ermittelten Reibfaktoren. Das bestätigt, dass der analytische Ansatz zur Beschreibung der Reibung das physikalische Verhalten ähnlich beschreibt wie der FE-Ansatz.

6.1.3 Bewertung des Elastizitätsmoduls

Die ermittelten Verformungsmoduln liegen mehrheitlich zwischen 190 GPa und 200 GPa, Abbildung 6.4. Das ist überraschend, da der Elastizitätsmodul von 51CrV4 in tellerfedertypischen Vergütungszuständen um 206 GPa liegt; würde das reale Verhalten der Federn fehlerfrei abgebildet, ergäben sich demzufolge einheitlich Verformungsmoduln um 206 GPa.

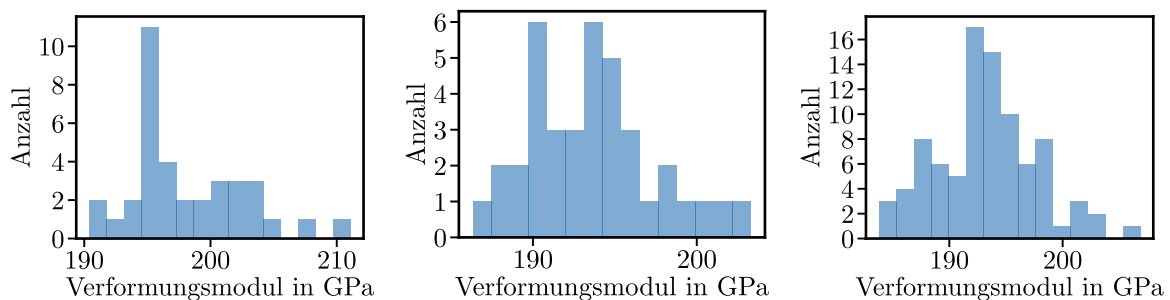


Abbildung 6.4: Verteilungen der im Kalibrierprozess ermittelten Verformungsmoduln der Federn der Chargen TF_250_nkg_pp (links), TF_250_kg_pp (mittig) und TF_600_x (rechts), berechnet mit deskriptiven Modellen.

Die naheliegendste Auflösung dieses Widerspruchs wäre, dass die Elastizitätsmoduln der verarbeiteten Bandabschnitte von diesem als typisch angenommenen Wert abweichen. Aus dem Halbzeug, aus dem die Federn der Chargen TF_250_x gefertigt wurden, wurden Zugproben gefertigt (Zugrichtung längs des Blechs) und in einem mit dem Vergütungsprozess der zugehörigen Federn vergleichbaren Prozess vergütet. In Zugversuchen ergaben sich Elastizitätsmoduln zwischen 199 GPa und 208 GPa, die Verformungsmoduln bilden also nicht von typischen Werten abweichende Elastizitätsmoduln ab.

Die Federindustrie berichtet von reduzierten Elastizitätsmoduln infolge plastischer Verformung im Vorsetzprozess. Diese Berichte in Verbindung mit den ermittelten Verformungsmoduln legen nahe, dass der Elastizitätsmodul des verarbeiteten Werkstoffs vor dem Vorsetzen um 206 GPa, danach zwischen 190 GPa und 200 GPa liegt.

Ähnliches Verhalten wird tatsächlich beobachtet: Bei Untersuchungen an verschiedenen Stählen werden in Zugversuchen nach plastischer Verformung andere „Elastizitätsmoduln“ ermittelt als davor. Diese Änderungen werden auf entstehende bewegliche Versetzungen in der Nähe von Korngrenzen und mit diesen einhergehende Mikroplastizität zurückgeführt [YAS04; SW11; Kim+13]. Aus der Identifikation als Mikroplastizität folgt die Vorhersage einer Hysterese beim Ent- und darauffolgenden Belasten (innere Reibung), dies wird beispielsweise bei Dualphasenstählen beobachtet [SW11]. Diese Untersuchungen beziehen sich jedoch auf Werkstoffzustände ohne ausgeprägte Streckgrenze.

Aus einer vorgesetzten und einer nicht vorgesetzten Feder der Charge TF_600_IV wurden jeweils vier Axialproben zwischen Kante II und Kante III entnommen, in Resonanzfrequenz-

Dämpfungsanalysen (Prüfrichtung entspricht näherungsweise tangentialer Richtung in der Feder) wurden keine erheblichen Unterschiede in den Elastizitätsmoduln beobachtet; die Mittelwerte unterscheiden sich um etwa 250 MPa. In einem einseitigen (zweiseitigen) t-Test ergibt sich ein p-Wert von 22,7% (45,4%).

Da eine Studie [Che+16] nahelegt, dass die Resonanzfrequenz-Dämpfungsanalyse Änderungen der Steifigkeit infolge plastischer Verformung grundsätzlich nicht registriert, wurde zur Absicherung aus den acht Proben jeweils eine (nicht normgerechte) Axialprobe gefertigt. Die Proben wurden so gefertigt, dass die axiale Richtung der Probe näherungsweise der tangentialen Richtung in der Tellerfeder entspricht. An diesen Proben wurde der Elastizitätsmodul in Axialversuchen mit beidseitig applizierten Dehnungsmessstreifen vergleichend ermittelt. Die Absolutwerte sind als Materialparameter nur eingeschränkt aussagekräftig, aber untereinander vergleichbar. Für die vorgesetzte Feder wurden im Mittel um etwa 1.600 MPa höhere Elastizitätsmoduln ermittelt als für die nicht vorgesetzte Feder. In einem einseitigen (zweiseitigen) t-Test, der die Ergebnisse der vorgesetzten Feder mit denen der nicht vorgesetzten Feder vergleicht, ergibt sich ein p-Wert von 84,4% (31,2%). Die Ergebnisse der Messung mit Dehnungsmessstreifen bestätigen die Ergebnisse der Resonanzfrequenz-Dämpfungsanalyse; der Elastizitätsmodul des Werkstoffs ändert sich nicht durch das Vorsetzen.

Die größte Änderung des Elastizitätsmoduls wäre aufgrund der größten erwarteten Umformung in der unmittelbaren Umgebung von Kante I zu erwarten. Die Geometrien der Chargen TF_600_x und TF_250_x erlauben aufgrund ihrer begrenzten Größe jedoch nicht, eine Axialprobe ausschließlich aus der unmittelbaren Umgebung von Kante I zu lösen. Daher wurden Proben aus der unmittelbaren Umgebung von Kante I sowie aus der unmittelbaren Umgebung von Kante II einer martensitisch vergüteten, kugelgestrahlten, vorgesetzten Feder aus 51CrV4 mit der Dicke 15,9 mm gelöst. An diesen Proben wurde in einer verfahrensgleichen Untersuchung der Elastizitätsmodul bestimmt. Die mittleren Elastizitätsmoduln unterscheiden sich um etwa 200 MPa. In einem einseitigen (zweiseitigen) t-Test, der die Ergebnisse von Kante I mit den Ergebnissen von Kante II vergleicht, ergibt sich ein p-Wert von 43,8% (87,5%). Dies stützt den Befund der vorangehenden Abschnitte, dass sich der Elastizitätsmodul nicht ändert.

Die in der Literatur, insbesondere bei Karosseriestählen, beobachtete Änderung des „Elastizitätsmoduls“ wird durch Bake Hardening, eine Wärmebehandlung bei typischerweise 170 °C mit typischerweise 20 Minuten Haltezeit, zurückgenommen [BM17]. Beim Bake Hardening treten Reckalterungsprozesse auf. Bei den hier untersuchten Vergütungszuständen von 51CrV4 treten Streckgrenzenerscheinungen auf, Abbildung 3.19. Das weist darauf hin, dass Kohlenstoff in einer hinreichenden Menge gelöst ist, sodass statische Reckalterung bei Raumtemperatur auftritt. Demzufolge ist plausibel, dass die Nachgiebigkeit des Werkstoffs zwar bei plastischer Verformung durch Veränderung der Plastizität vorübergehend reduziert wird, diese Reduzierung aber durch die bei Raumtemperatur auftretende Reckalterung zurückgenommen wird.

Der Elastizitätsmodul des verarbeiteten Werkstoffs liegt um 206 GPa und ändert sich nicht durch das Vorsetzen.

6.1.4 Bewertung der Superposition von Eigenspannungen

In linearen Modellen wird der Spannungszustand bei Überlagerung unterschiedlicher Lastfälle durch Superposition der Spannungszustände der einzelnen Lastfälle berechnet [VHZ18]. So werden Eigenspannungen bei linear elastischem Materialverhalten den berechneten Lastspannungen superponiert [MK89]. Dieses Vorgehen ist bei Tellerfedern üblich, auch wenn sich das Material

während des Vorsetzens und des Kugelstrahlens nichtlinear verhält [OS15; SBO15; Her59], die den zyklischen Lasten vorgeschaltete plastische Verformung allein schränkt die Zulässigkeit des Vorgehens nicht ein. Die Superposition ist mathematisch jedoch genau dann zulässig, wenn auch sonst keine Nichtlinearitäten auftreten. Das ist bei Tellerfedern nicht der Fall, sie verhalten sich geometrisch nichtlinear.

Da die Modelle nach dem deskriptiven Simulationsschema die Realität abgesehen von den Eigenspannungen sehr genau abbilden, erscheint die Vernachlässigung der Eigenspannungen als die wahrscheinlichste Ursache für die Abweichungen. Die folgende Fallstudie zeigt, dass und wie die Vernachlässigung der Eigenspannungen zu den Abweichungen der Verformungsmoduln vom Elastizitätsmodul führt.

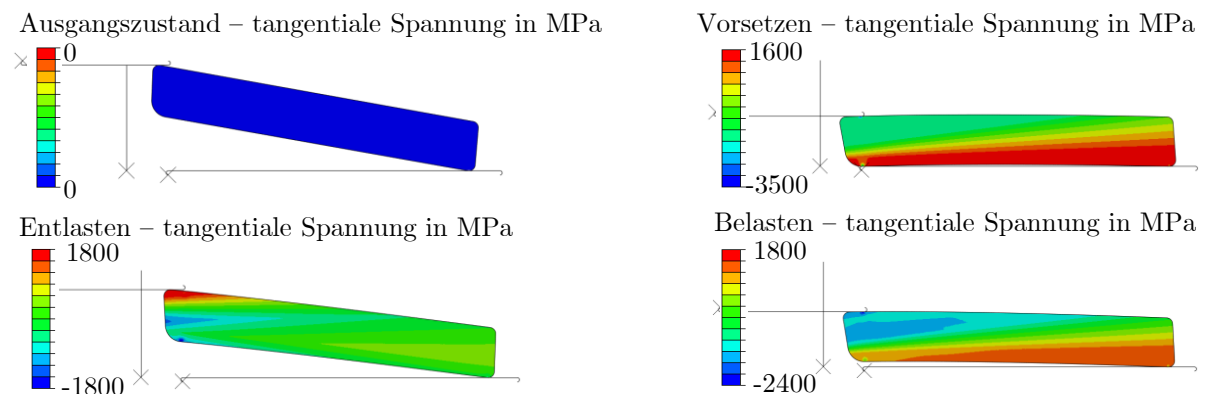


Abbildung 6.5: Berechnete Verteilung der tangentialen Spannungen während eines Vorsetzprozesses an einer Feder der Geometrie 18,4 mm x 50,0 mm x 2,5 mm x 5,1 mm (Innendurchmesser x Außendurchmesser x Dicke x Federhöhe; Ausgangszustand) und anschließender rein elastischer Belastung. Der Vorsetzprozess wurde nur zur Ableitung qualitativer Aussagen simuliert und entspricht nicht dem Vorsetzprozess, der an den untersuchten Federn der Chargen TF_250_x vorgenommen wurde. Handelsübliche Tellerfedern aus 51CrV4 sind vor dem Vorsetzen entgegen der hier getätigten Annahmen nicht frei von Eigenspannungen.

Dazu wird eine Feder mit den Geometrien der Chargen TF_250_x mit einem Vorsetzmaß von 1 mm untersucht. Die Feder wurde virtuell mit einer Vorsetzkraft von 30 kN belastet, auf 1 N entlastet und wieder auf 10 kN belastet, Abbildung 6.5. Im Folgenden wird die Belastungskennlinie nach Entlasten bis Ende des Belastens betrachtet – einmal berechnet mit Eigenspannungen und einmal berechnet ohne Eigenspannungen. Beide Berechnungen wurden durch Reimport des Netzes nach dem Entlastungsschritt implementiert.

Die mit Eigenspannungen berechnete Kennlinie liegt unterhalb der ohne Eigenspannungen berechneten Kennlinie, Abbildung 6.6 links (schwarz verglichen mit rot). Die über 190 GPa/206 GPa skalierte Kennlinie ohne Eigenspannungen stimmt gut mit der Kennlinie mit Eigenspannungen überein, Abbildung 6.6 links (schwarz verglichen mit hellblau).

So lässt sich anhand eines Gedankenexperiments die beobachtete Verschiebung der ermittelten Verformungsmoduln, Abbildung 6.4, gegenüber experimentell ermittelten Elastizitätsmoduln verstehen: Die mit Eigenspannungen ermittelte Kennlinie sei die Kennlinie einer realen Tellerfeder, der Elastizitätsmodul des Stahls sei konstant 206 GPa. In einer fehlerfreien Messung an dieser realen Tellerfeder ergäbe sich dieselbe Kennlinie als experimentell ermittelte Kennlinie. Das Ergebnis eines numerischen Modells, das die reale Feder grundsätzlich fehlerfrei abbildet, nur die Eigenspannungen nicht berücksichtigt, ist dann gleich der ohne Eigenspannungen ermittelten

Kennlinie. Würde der Kalibrierprozess (Reibung zur Vereinfachung ausgelassen) auf die beiden Kennlinien angewendet, würde ein Verformungsmodul um 190 GPa ermittelt. Da wir in diesem Fall aber wissen, dass der Elastizitätsmodul 206 GPa ist, da dies bei der Rechnung zugrunde gelegt wurde, und das Modell keine sonstigen Fehler erzeugt, können wir folgern, dass der niedrigere ermittelte Verformungsmodul in diesem Gedankenexperiment eine Folge der Nichtberücksichtigung des Eigenspannungszustands ist.

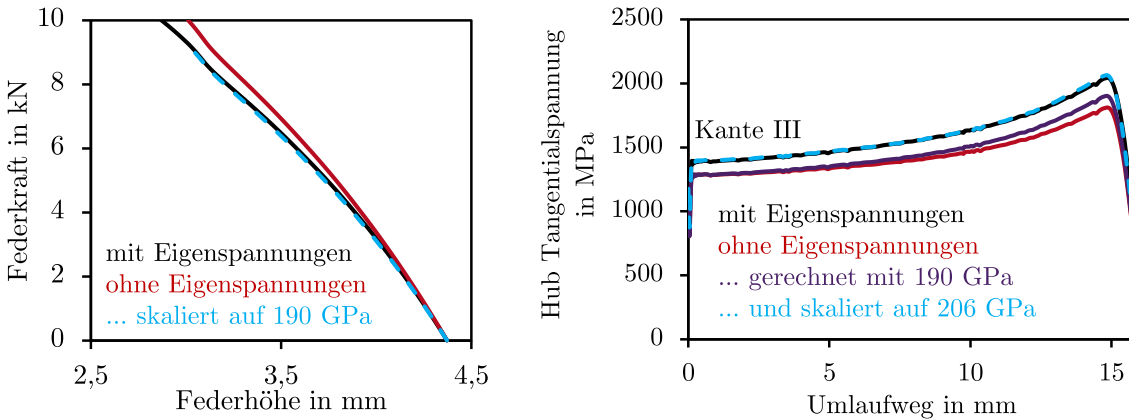


Abbildung 6.6: Vergleich der Berechnung der Tellerfeder mit und ohne Eigenspannungen: Kennlinien (links) und Spannungsverläufe zwischen Kante II und III (rechts).

Unter Berücksichtigung der erweiterten experimentellen Untersuchungen zum Elastizitätsmodul folgt als Schluss auf die beste Erklärung, dass die unerwartet niedrigen ermittelten Verformungsmoduln wie im Gedankenexperiment aus dem Eigenspannungszustand und dessen Vernachlässigung in den Berechnungsmodellen folgen.

Durch Vorsetzen eingebrachte Eigenspannungen reduzieren die Steifigkeit von Tellerfedern. Geometrie- und werkstoffgleiche Tellerfedern, die nicht vorgesetzt werden, wirken steifer, als solche, die vorgesetzt werden.

Bei der Berechnung mit Eigenspannungen stellt sich ein anderer Hub der Tangentialspannung (also die sich nach Belasten einstellende Spannung minus die gegebenenfalls vorhandenen Eigenspannung) ein als bei der Berechnung ohne Eigenspannungen, Abbildung 6.6 rechts (schwarz verglichen mit rot). Die Unterschiede in den berechneten Spannungshüben werden durch Rechnung mit dem ermittelten Verformungsmodul 190 GPa und Skalierung der Spannungen über 206 GPa/190 GPa auf ein aus Ingenieurssicht vernachlässigbares Niveau reduziert, Abbildung 6.6 rechts (hellblau verglichen mit schwarz). Das entspricht in der numerischen Umsetzung der Berechnung des Dehnungszustands mit dem „Elastizitätsmodul“ 190 GPa (bezieht sich auf einen Parameter im numerischen Modell, nicht auf den Werkstoffparameter) und der Ableitung des Spannungszustands mit dem Elastizitätsmodul 206 GPa (bezieht sich auf einen Parameter im numerischen Modell und auf den Werkstoffparameter). In einer weggeregelter Betrachtung ist der Einfluss des Verformungsmoduls auf den Hub der Tangentialspannung klein, da der Dehnungszustand in Tellerfedern aus Stahl bei einem vorgegeben Federweg nur geringfügig vom Elastizitätsmodul abhängt.

In einer qualitativen analytischen Modellvorstellung wird der Widerstand des Querschnitts gegenüber dem Lastmoment reduziert, weil die (bei einem gegebenen Federweg vergleichbaren) Lastdehnungen den Eigendehnungen superponiert werden. Durch die Einfederung wird das

Widerstandsmoment der Feder reduziert, ein Teil der Eigenspannungen trägt demzufolge zur Einfederung bei. Die Federkraft, bei der eine gegebene Einfederung erreicht wird, ist daher bei gegebenen Vorsetzeigenspannungen gegenüber dem eigenspannungsfreien Zustand reduziert – dort wird die Einfederung einzig durch die Federkraft erwirkt.

Die korrekten Lastspannungen im kraftgeregelten Versuch können bei bekanntem Verformungsmodul aber unbekannter Eigenspannungsverteilung durch skalieren der elastischen Werkstoffnachgiebigkeit und folgend umgekehrtes Skalieren der Spannungen angenähert werden. Im weggeregelten Versuch ist keine Korrektur erforderlich.

6.2 Mechanismenbasierte Beschreibung des Bruchhergangs

6.2.1 Beobachtete und vorhergesagte Rissausgangsorte

Bei der Beschreibung der Lebensdauer von Tellerfedern unter schwingender Belastung wird klassischerweise angenommen, dass der Primärriss an der Stelle der größten klassischen Referenzspannung startet. Einige Beobachtungen in vorangehenden Arbeiten stützen die Annahme [Sch65; Tel02], andere widersprechen ihr [Hen83; Tel02; OS15].

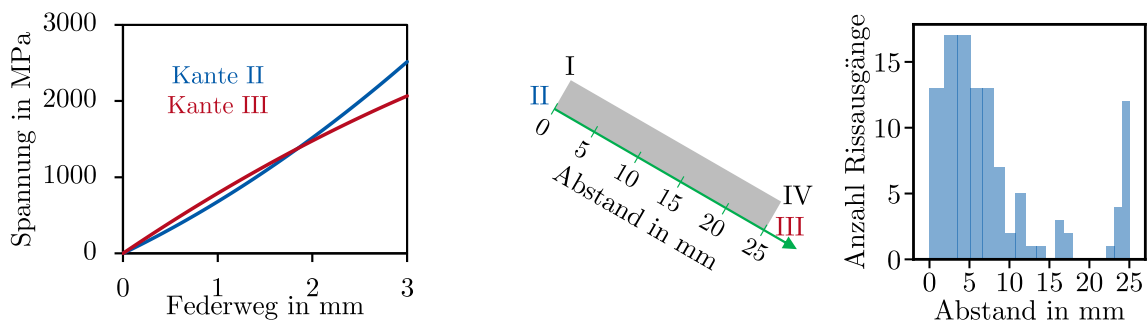


Abbildung 6.7: Analytisch [AL36] berechnete Spannungen der Federn der Chargen TF_600_x (links), Erklärung der Skala „Abstand in mm“ (mittig) und Verteilung der Abstände der Rissausgangsorte von Kante II (rechts; unterschiedliche experimentell eingestellte Federwege).

An allen Federn der Chargen TF_600_x wird der Rissausgang bei angemessener Unterlast (Federweg größer $0,15 h_0$) von Kante II erwartet, Abbildung 6.7 links (klassische Referenzspannung gleich Oberspannung minus halbe Unterspannung). Tatsächlich treten Risse statistisch über die Unterseite der Tellerfeder verteilt auf, Abbildung 6.7 rechts.

In Abbildung 6.7 rechts (und in allen folgenden gleichartigen Abbildungen) sind die Grenzen der einzelnen Balken nicht äquidistant gewählt sondern so, dass jeder Balken die gleiche Fläche auf der Feder abbildet. In dieser Auftragung werden Federn mit mehreren Rissausgängen, von denen keiner eindeutig als Primärrissausgang identifiziert werden kann, mehrmals berücksichtigt. Bei den Federn, bei denen das der Fall ist, liegt die Mehrheit der Rissausgänge um Kante II; ein einziger liegt an Kante III. Dieser wird in Abschnitt 6.2.3 diskutiert. Die zweite Rissausgangsstelle dieser Feder ist nicht eindeutig identifiziert.

Die im Rahmen dieser Arbeit berechneten Verteilungen von Beanspruchungsmaßen sagen im Gegensatz zur klassischen Referenzspannung nicht für alle Versuche Rissausgang von Kante II

vorher, Abschnitt 5.4. Nachdem sich die klassische Referenzspannung offenbar nicht zur Vorhersage des Rissausgangs eignet, wird die Eignung der anderen Beanspruchungsmaße untersucht.

Die Verteilung der Rissausgänge ist in den Abbildungen 6.8 bis 6.11 für jeweils ein Beanspruchungsmaß abgebildet. Die Brüche sind differenziert nach berechneter Beanspruchungsverteilung auf die drei Diagramme aufgeteilt: Links sind jeweils alle Rissausgänge derjenigen Federn aufsummiert, für die bei dem jeweiligen Beanspruchungsmaß ausschließlich Bereiche um Kante II kritisch beansprucht sind. Bei Annahme idealer Abbildung des Versagensverhaltens durch das Beanspruchungsmaß sollten alle Rissausgänge auf Kante II – dem Abstand 0 mm – liegen. Rechts sind jeweils alle Rissausgänge derjenigen Federn aufsummiert, für die bei dem jeweiligen Beanspruchungsmaß ausschließlich Bereiche um Kante III kritisch beansprucht sind. Bei Annahme idealer Abbildung des Versagensverhaltens durch das Beanspruchungsmaß sollten alle Rissausgänge bei Kante III – dem Abstand 25 mm – liegen. In der Mitte sind die Rissausgänge derjenigen Federn aufsummiert, deren Beanspruchungsverteilungen keine der beiden genannten Bedingungen erfüllen. Als kritisch gelten hier Beanspruchungen ab 90% der maximal beobachteten Beanspruchung.

Die Maxima der berechneten Beanspruchungen korrelieren besser zu den tatsächlichen Rissausgängen, als die Maxima der bisher genutzten klassischen Referenzspannung; insbesondere bei der WALKER-Beanspruchung treten Brüche vermehrt an Kante III auf, wenn dies durch das Beanspruchungsmaß vorhergesagt wird, Abbildungen 6.8 und 6.9 mittig und rechts. Bei vorhergesagtem Rissausgang an Kante II brechen die Federn zwar bevorzugt an Kante II, es treten jedoch auch Brüche zwischen Kante II und Kante III sowie in der Nähe von Kante III auf, Abbildungen 6.8 und 6.9 links. Die Trennung ist im Fall der uniaxialen Auswertung schärfer, Abbildung 6.9 gegenüber Abbildung 6.8.

Bei der Auswertung der Referenzspannung wird seltener fälschlich Rissausgang von Kante II vorhergesagt, Abbildungen 6.10 und 6.11 links. Es ist wahrscheinlicher, dass sich die kritisch beanspruchte Fläche über Kante II und Kante III erstreckt, wenn der Riss von Kante II ausgeht, und unwahrscheinlicher, wenn der Riss von Kante III ausgeht, Abbildungen 6.10 und 6.11 mittig. Durch die Referenzspannung wird deutlich öfter (sowohl korrekt als auch fälschlich) Rissausgang von Kante III vorhergesagt, Abbildungen 6.10 und 6.11 rechts.

Diese Beobachtungen verdeutlichen, dass keines der untersuchten Beanspruchungsmaße zuverlässig korrekt Rissausgang von Kante III vorhersagt.

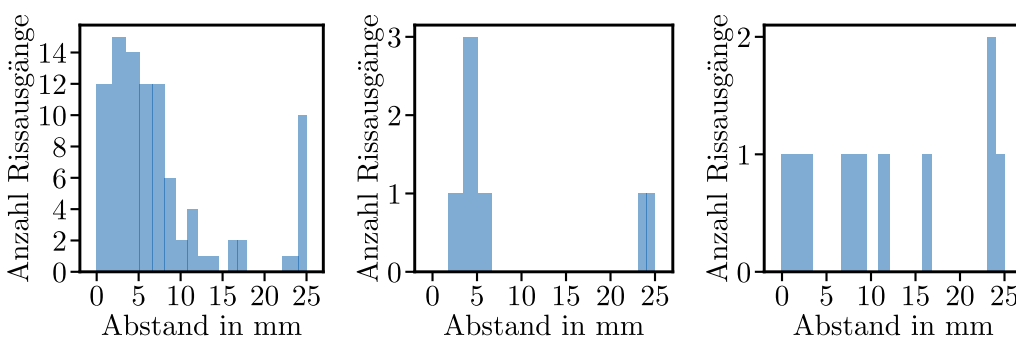


Abbildung 6.8: Verteilung der Abstände der tatsächlich beobachteten Rissausgangsorte von Kante II in Abhängigkeit der auf Basis der nach MMK ausgewerteten WALKER-Beanspruchung naheliegenden Rissausgangsorte: An Kante II (links); an Kante II oder Kante III (mittig) sowie an Kante III (rechts).

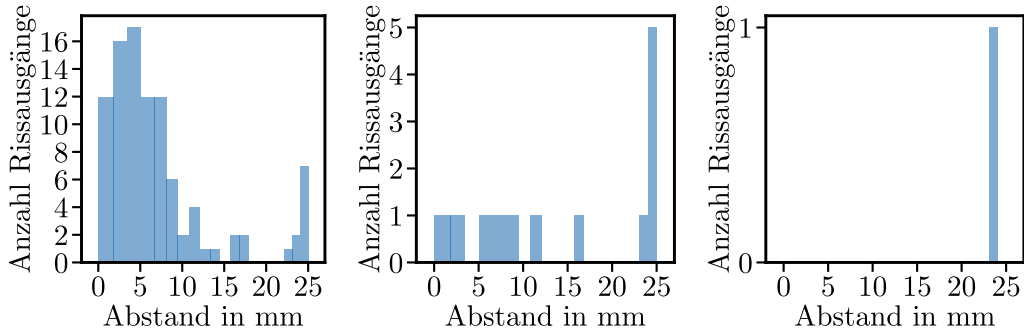


Abbildung 6.9: Verteilung der Abstände der tatsächlich beobachteten Rissausgangsorte von Kante II in Abhängigkeit der auf Basis der uniaxial ausgewerteten WALKER-Beanspruchung naheliegenden Rissausgangsorte: An Kante II (links); an Kante II oder Kante III (mittig) sowie an Kante III (rechts).

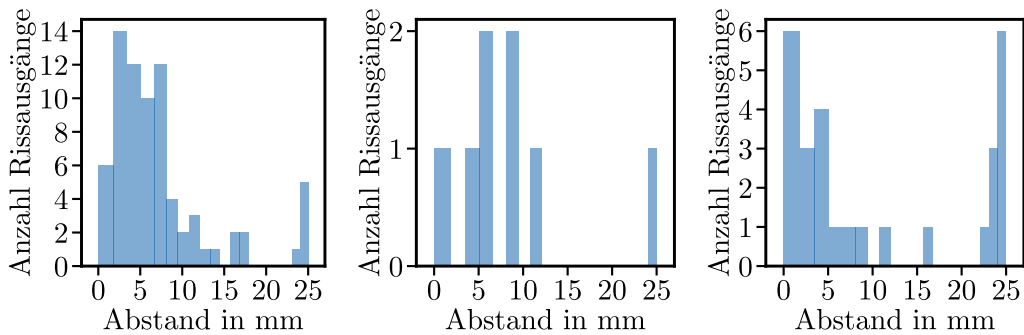


Abbildung 6.10: Verteilung der Abstände der tatsächlich beobachteten Rissausgangsorte von Kante II in Abhängigkeit der auf Basis der nach MMK ausgewerteten Referenzspannung naheliegenden Rissausgangsorte: An Kante II (links); an Kante II oder Kante III (mittig) sowie an Kante III (rechts).

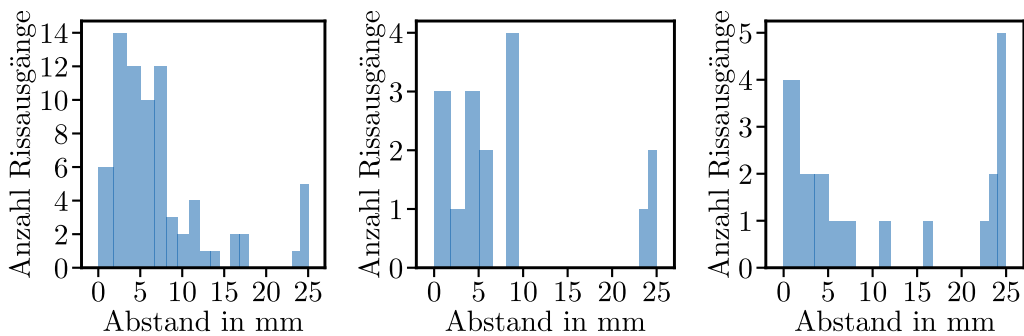


Abbildung 6.11: Verteilung der Abstände der tatsächlich beobachteten Rissausgangsorte von Kante II in Abhängigkeit der auf Basis der uniaxial ausgewerteten Referenzspannung naheliegenden Rissausgangsorte: An Kante II (links); an Kante II oder Kante III (mittig) sowie an Kante III (rechts).

Aufgrund der beobachteten systematischen Unterschiede werden im Folgenden die Federn in zwei Populationen aufgeteilt und getrennt behandelt: Einerseits Federn mit Rissausgang um Kante II (Abstand von Kante II kleiner 20 mm), andererseits Federn mit Rissausgang um Kante III (Abstand von Kante II größer 20 mm). Diese Trennung ist gerechtfertigt, da die Abstände der

Rissausgänge von Kante II für beide Populationen für sich jeweils Verteilungen annehmen, die für einen einzelnen Mechanismus plausibel sind, die Abstände der Rissausgänge von Kante II beider Populationen gemeinsam jedoch nicht. Eine abweichende Einteilung in Populationen mit ähnlich plausiblen Verteilungen ist nicht möglich.

Die beobachteten Bruchereignisse setzen sich aus zwei Populationen mit unterschiedlichen Versagensmechanismen zusammen. Die beiden Populationen lassen sich anhand des Abstands des Rissausgangs von Kante II (größer beziehungsweise kleiner 20 mm) eindeutig trennen.

6.2.2 Primärrissausgänge um Kante II

Die WALKER-Beanspruchung sagt die Rissausgangsorte der von Kante II brechenden Population zuverlässig korrekt vorher; bei uniaxialer Auswertung erfolgt hier keine Fehlkategorisierung (Abbildung 6.9). Daher besteht kein Anlass, von der Annahme abzuweichen, dass Risse an persistenten Gleitbändern, an Einschlüssen oder an durch Fertigung oder durch Handhabung entstandenen scharfen Kerben initiieren und dann aufgrund der Fernfeldspannung bis zum Versagen wachsen.

In der Mehrheit der Modelle wird Rissausgang direkt von Kante II vorhergesagt. Daher wäre nach der WEIBULL-Theorie (angenommen, dass die Defekte im Bauteil gleichmäßig verteilt sind) die höchste Dichte an Rissausgängen direkt in Kante II zu erwarten, das Maximum der Dichte tritt aber etwa 5 mm von Kante II entfernt auf. Der Abstand des beobachteten Maximums vom erwarteten Maximum ist jedoch nicht groß. Folgend werden mögliche Ursachen für diesen Abstand erörtert.

Wenn zwei nah beieinanderliegende Risse gleichzeitig wachsen, vereinigen sie sich und wachsen danach als ein Riss weiter. Die dabei entstehende Bruchfläche verläuft in der Regel senkrecht zu den Bruchflächen der beiden Risse. Derart gemeinsam wachsende Risse wachsen bei gleicher Ausgangsdefektgröße insgesamt schneller als einzelne Risse, weil der Spannungsintensitätsfaktor nach dem Zusammenschluss deutlich ansteigt, da die Risslänge ebenfalls deutlich ansteigt. Risse, die einige Millimeter von Kante II entfernt starten, haben eine größere Chance, auf einen zweiten, naheliegenden Riss zu treffen, da sie auf beiden Seiten auf einen zweiten Riss treffen können, während Risse, die von Kante II ausgehen, nur in Richtung Kante III auf einen zweiten Riss treffen können. Der minimale beobachtete Abstand von Kante II in einem Paar von Rissausgängen, von denen keines eindeutig als Primärriss zu identifizieren ist, ist 1 mm.

Die Möglichkeit der Interaktion mehrerer Risse begünstigt den Rissausgang einige Millimeter von Kante II entfernt.

Auch wenn Risse unmittelbar an Kante II initiieren, wachsen sie in der Nähe von Kante II schon während der ersten Millimeter des Risswachstums langsamer, als von Kante II entfernt. Der Unterschied des Risswachstums ist so groß, dass die vertikale Komponente direkt über dem Rissausgang kleiner ist, als vom Rissausgang in Richtung Kante III versetzt, Abbildung 6.12. Dies ist deshalb beachtlich, weil das Wachstum in der in Richtung Kante III versetzten Position (zunächst) eine zusätzliche horizontale Komponente ungleich null hat, die horizontale Komponente oberhalb des Rissausgangs aber zunächst gleich null ist.

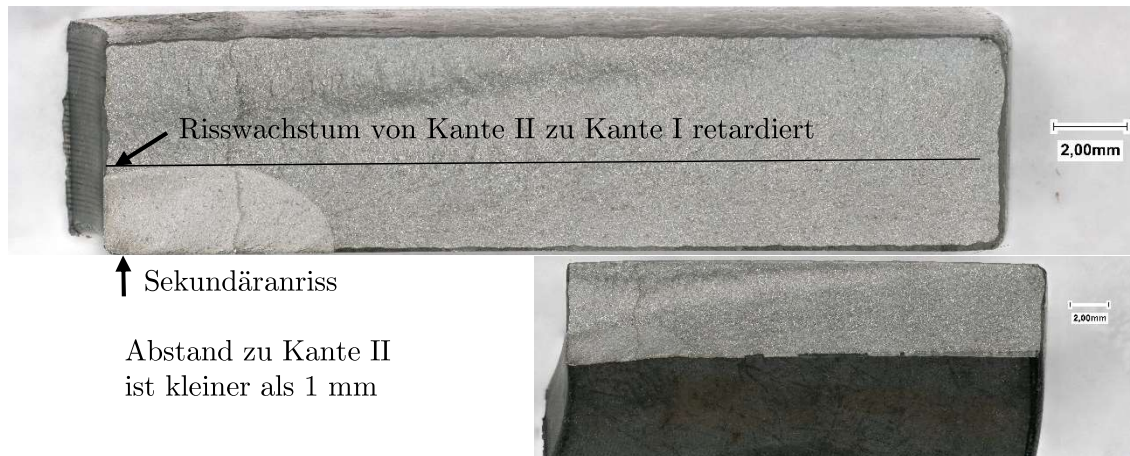


Abbildung 6.12: Sekundärbruchfläche einer Feder der Charge TF_600_0 mit Anriss nah an Kante II. Die horizontale Linie markiert das tiefste Vordringen des Risses senkrecht zur Mantelfläche.

Dieses Verhalten verstärkt sich mit weiterem Risswachstum, Abbildung 6.13: Die vertikale Risswachstumsgeschwindigkeit liegt direkt am Anriss unterhalb derjenigen rechts des Anrisses; die Risswachstumsrate rechts des Anrisses ist größer als direkt oberhalb des Anrisses, obwohl die (an der Oberfläche) berechnete Beanspruchung entgegen Kante III kleiner wird.



Abbildung 6.13: Bruchfläche einer von einem Defekt zwischen Kante II und Kante III gebrochenen Feder. Die vertikale Ausdehnung der Bruchfläche ist direkt am Rissausgangsort kleiner als rechts davon.

Die beim Vorsetzen eingebrachten tangentialen Eigenspannungen sind zwischen Kante I und Kante II deutlich niedriger (betragsmäßig größer) als in der restlichen neutralen Phase der Feder, Abbildung 6.5 unten links.

Wenn der Riss diesen Bereich erreicht, hemmen diese Eigenspannungen das Risswachstum stärker, als das bei Rissinitiierung weiter von Kante II entfernt der Fall wäre. Diese Eigenspannungen erklären, warum der Riss in Abbildung 6.12 direkt oberhalb des Sekundäranrisses weniger hoch ist als rechts davon.

Die erhöhten Eigenspannungen zwischen den Kanten I und II begünstigen den Rissausgang einige Millimeter von Kante II entfernt.

In Abbildung 6.5 unten rechts liegt auch ein Maximum der Eigenspannungen direkt an Kante II vor,

das wurde jedoch bei den untersuchten Federn nicht beobachtet. Offenbar wurden die Federn in einer geometrisch anders gestalteten Vorrichtung oder mit niedrigeren Vorsetzkräften vorgesetzt.

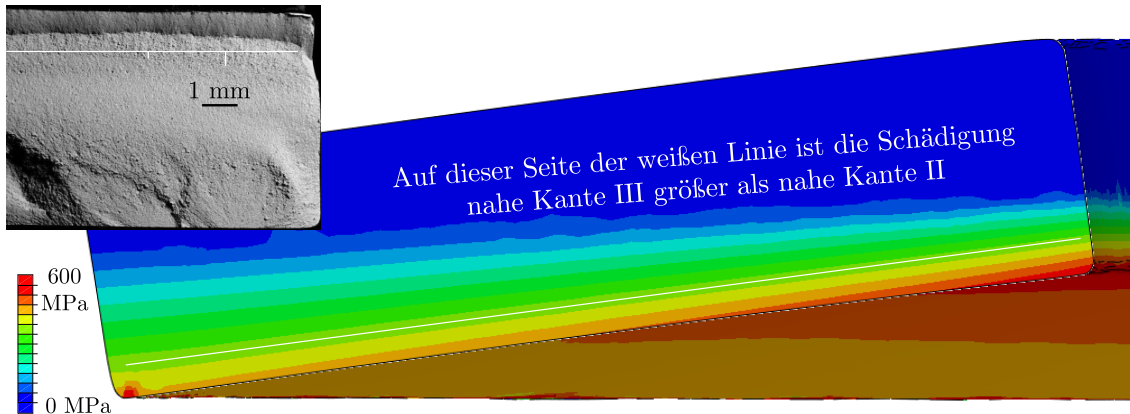


Abbildung 6.14: Verteilung der WALKER-Beanspruchung (Auswertung nach MMK; Exponent 0,75; ohne Eigenspannungen) einer Feder der Charge TF_600_0 bei Belastung zwischen 30 kN und 65 kN sowie beobachtete Bruchfläche mit zwei Rissausgängen in der Nähe von Kante II.

Oberhalb von Kante II ist darüber hinaus der Gradient der Lastspannungen senkrecht zur Mantelfläche größer, Abbildung 6.14. Das begünstigt ebenfalls das Ausgehen von Primärrissen abseits Kante II.

An Kante II ist der Gradient der Beanspruchung senkrecht zur Mantelfläche gegenüber Kante III reduziert. Das begünstigt Rissausgang einige Millimeter von Kante II entfernt.

Risse in der Nähe von Kante II sind auch geometrisch in ihren Möglichkeiten zu wachsen begrenzt: Im Grenzfall eines Risses genau an Kante II eines rechteckigen Querschnitts wächst der Riss idealisiert in Form einer viertel Ellipse, in der Mitte wächst er idealisiert in Form einer halben Ellipse (Spannungsgradienten vernachlässigt).

Die Fläche des Risses wächst bei im Sinne der Bruchmechanik gleicher Risswachstumsrate doppelt so schnell, daher ist das exponentielle Wachstum des Spannungskonzentrationsfaktors nach MURAKAMI [Mur19] bei Annahme eines Risswachstumsgesetzes in Abhängigkeit des so berechneten Spannungsintensitätsfaktors beschleunigt.

Im Modell nach GRIFFITH [Gri21] besteht allerdings kein Unterschied zwischen den Spannungsintensitätsfaktoren halbkreis- und viertelkreisförmiger Risse gleicher Tiefe, das exponentielle Wachstum des Spannungsintensitätsfaktors wird nach diesem Modell weder beschleunigt noch verlangsamt.

Bei analytischer Berechnung [TPI00] der Spannungsintensitätsfaktoren an den Spitzen eines viertelkreis- und eines halbkreisförmigen Risses ergeben sich leicht erhöhte Spannungsintensitätsfaktoren für den viertelkreisförmigen Riss, Abbildung 6.15.

Die analytische Berechnung ist genauer als die beiden anderen Methoden, da sie die geometrischen Besonderheiten beider Fälle berücksichtigt. Aus den analytisch berechneten Verläufen folgt, dass ein Riss ausgehend von Kante II bei gleichen Fernfeldspannungen höhere Spannungsintensitätsfaktoren und daher höhere Risswachstumsraten an der Rissfront aufweist, als ein Riss ausgehend von der Fläche zwischen Kante II und Kante III. Das Risswachstum an Kante II ist also aufgrund

des unmittelbaren geometrischen Einflusses beschleunigt. Dieser Effekt wirkt in der untersuchten Charge offenbar nachrangig.

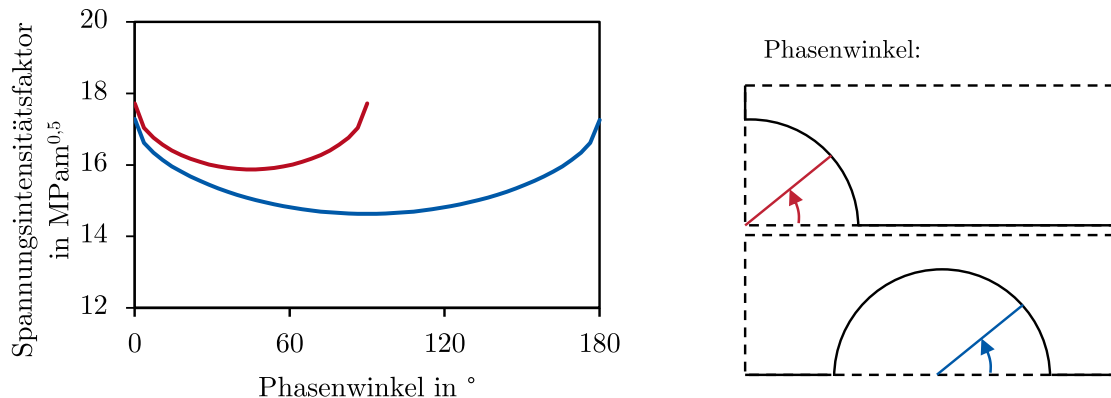


Abbildung 6.15: Spannungsfaktoren an der Spitze eines viertel- und eines halbkreisförmigen Risses der Länge 1 mm bei Fernfeldzugspannungen von 400 MPa. Berechnung nach TADA et al. [TPI00]. In der Realität ist auch beim viertelkreisförmigen Riss das horizontale Risswachstum (Phasenwinkel 0°) größer als das vertikale Risswachstum (Phasenwinkel 90°), da die Fernfeldspannungen an der Bauteilunterseite größer sind als im Bauteilinneren. Das gilt umso mehr, je größer der Riss ist.

Dass die Rechnung mit Spannungsfaktoren nach MURAKAMI [Mur19] hier entgegengesetzte Vorhersagen liefert, liegt darin begründet, dass er zwar das Einschließen einer Oberfläche durch einen erhöhten Vorfaktor berücksichtigt, das Einschließen einer zweiten Oberfläche aber unberücksichtigt bleibt. Im Fall des viertelkreisförmigen Risses wird der Spannungsfaktor durch die Nähe (Phasenwinkel bis 90°) zu zwei Oberflächen zweifach überhöht. Im Fall des halbkreisförmigen Risses ist jeder Punkt in der Rissfront nur in der Nähe (Phasenwinkel bis 90°) einer einzelnen Oberfläche und wird daher auch nur einfach überhöht.

Die Unterschiede in den Spannungsfaktoren sind nicht groß, Abbildung 6.15 links rot entgegen blau bei Phasenwinkel 0° . Daher ist davon auszugehen, dass der halbkreisförmige Riss flächenmäßig schneller wächst als der viertelkreisförmige Riss. Die verbleibende tragende Querschnittsfläche schrumpft im Fall des Risswachstums ausgehend von Kante II also langsamer. Dadurch erhöhen sich die Fernfeldspannungen langsamer, das Risswachstum wird gegenüber dem halbkreisförmigen Riss reduziert. Dieser Effekt ist im frühen Verlauf des Risswachstums nur sehr schwach, nimmt aber im Verlauf des Risswachstums an Bedeutung zu, weil die Fläche des Risses und sein absolutes Wachstum dann deutlich größer sind. Er wirkt sich also auch auf Risse aus, deren Rissfront Kante II erst bei relativ hohen Schwingspielzahlen durchquert. Dazu gehören auch Risse, die innerhalb weniger Millimeter von Kante II initiieren.

In einfachen FE-Modellen zur Modellierung der Fernfeldspannung an der Risspitze ergeben sich für den halbellipsenförmigen Riss deutlich höhere Fernfeldspannungen um die Risspitze als für den viertelellipsenförmigen Riss, Abbildung 6.16. Das gilt ausschließlich, wenn der Riss einen erheblichen Anteil des Querschnitts einnimmt. Das bestätigt die Überlegung des vorangehenden Absatzes.

Die begrenzten Möglichkeiten zum Risswachstum führen durch einen kleineren Flächeninhalt des Risses zu einer langsameren Abnahme des verbleibenden tragenden Querschnitts bei Rissen, die

näher an Kante II starten. Dieser Umstand begünstigt Rissausgang einige Millimeter von Kante II entfernt.

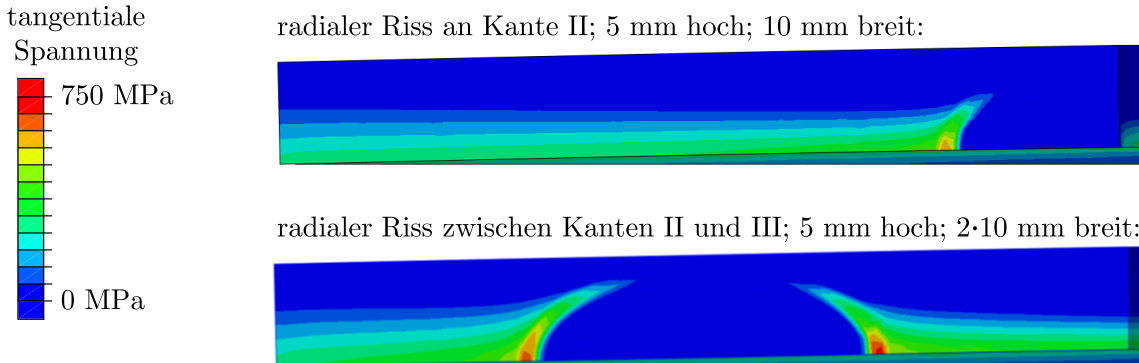


Abbildung 6.16: Spannung einer Feder bei Federweg 2 mm mit viertelellipsenförmigem Riss an Kante II (oben) und halbellipsenförmigem Riss zwischen Kante II und Kante III (unten). Die Feder wurde als 180°-Modell mit Symmetriebedingung auf der gesamten Schnittfläche außer dem Riss modelliert. Grundgeometrie der Chargen TF_600_x mit Rechteckquerschnitt. Rein elastische Berechnung, keine Eigenspannungen, Vernetzungen an Rissfront vergleichbar.

Bei den in dieser Arbeit analysierten Schwingversuchen ist von einem Anteil des Risswachstums an der Lebensdauer von über 10% auszugehen: Beim Aufbrechen von Tellerfedern werden in der Regel Sekundärbruchflächen mit mehrere Millimeter langen Anrissen freigelegt. Da die Streuung der Lebensdauer deutlich über 10% liegt, wäre zu erwarten, dass sich der zweitgrößte Riss in der Regel noch in der Initiierungsphase befände, weil die Feder noch nicht 90% ihrer Lebensdauer erreicht hätte, wenn der für den Primäranriss ursächliche Defekt nicht vorläge. Dieser Schluss setzt voraus, dass die Streuung zu erheblichen Anteilen aus der Streuung der Ausgangsdefektgröße folgt. Die Beobachtung erheblich abweichender Ausgangsdefektgrößen bestätigt diese Voraussetzung, der Schluss ist also zulässig.

6.2.3 Primärrissausgänge um Kante III

Keines der betrachteten Beanspruchungsmaße sagt Rissausgänge von Kante III zuverlässig vorher, Abschnitt 6.2.1; die bisher beschriebenen Beanspruchungsmaße und -mechanismen liefern keine zufriedenstellende Erklärung für die Primärrissausgänge an Kante III.

Am abgeriebenen Bereich um Kante III der um Kante III gebrochenen Federn treten Ausbrüche in der Nähe des Rissausgangs und an diskreten weiteren Stellen auf, Abbildung 6.17 und Abbildung 6.18 links. Die direkte Umgebung des Risses ist frei von Ausbrüchen – dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, dass dieser Bereich stärker abgerieben ist, als die umliegenden Bereiche, weil die Feder im Bereich des Risses bei hohen Federkräften bereits vor Bruch auseinanderklafft.

Das stärkere Abreiben führt dazu, dass Material tiefer abgetragen wird. Das ist an den abgebrochenen Zungen zu erkennen, Abbildung 6.17 links innere Pfeile gegenüber äußere Pfeile. Der Abtrag führt dazu, dass die metallisch blanke Fläche im Bereich des Risses radial weiter ausgedehnt ist, als davon entfernt (vergleichbar Abbildung 6.18 links); die Fläche nimmt lokal die Ausformung einer Ellipse an.

Diese Ausbrüche erreichen Tiefen um $30\ \mu\text{m}$, durch die sie als Anrisse oder Kerben wirken, Abbildungen 6.18 und 6.19. Aufgrund der im Vergleich zu den Fernfeldspannungen an Kante II nicht unerheblichen Fernfeldspannungen an Kante III können daraus vergleichsweise große zyklische Kerbspannungen oder Spannungsintensitätsfaktoren folgen, die zu einer vergleichsweise schnellen Rissinitierung oder einem vergleichsweise schnellen Risswachstum führen.

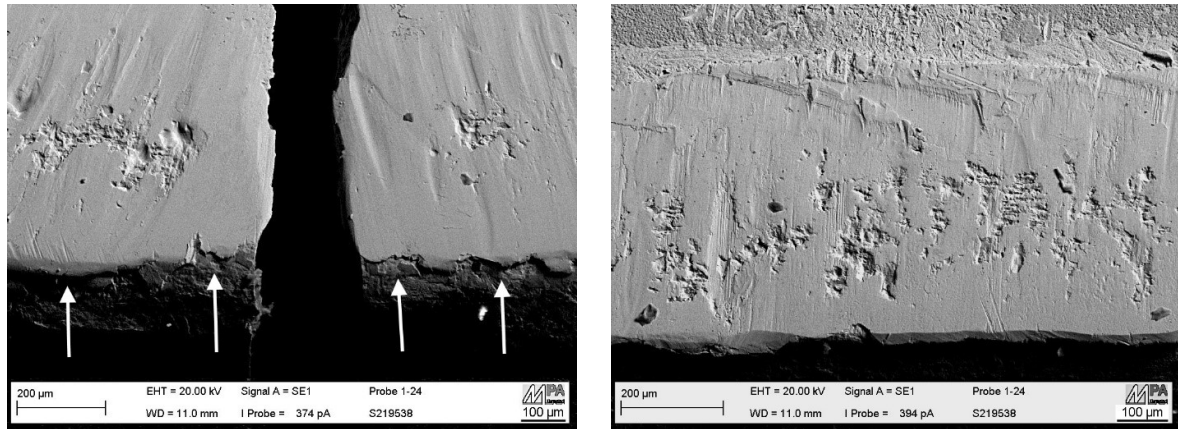


Abbildung 6.17: Ausbrüche im blank geriebenen Bereich der Kontaktfläche in der Umgebung der Anrissbildung (links) und an einer weiteren Stelle (rechts).

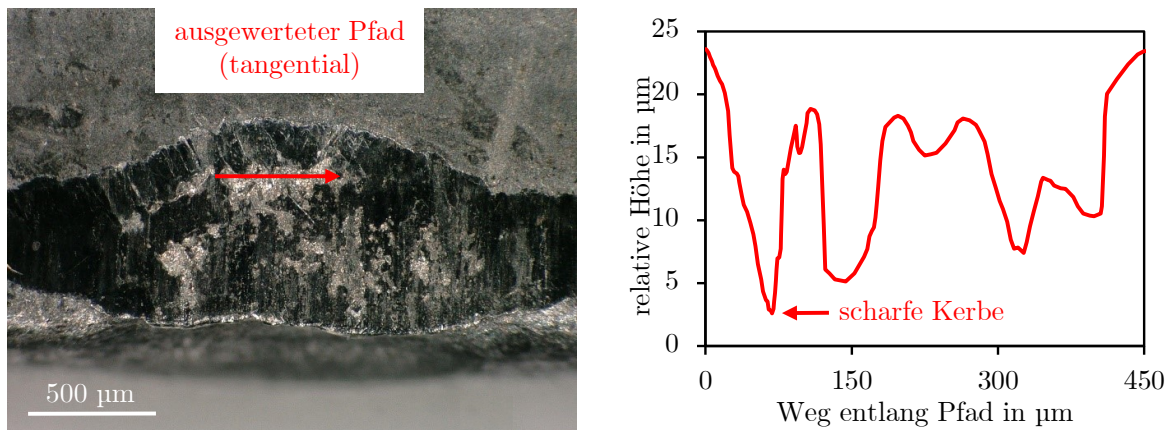


Abbildung 6.18: Ausbrüche an einer metallisch blanken Kontaktstelle an Kante III: Tangential orientierter Pfad auf Oberfläche (links) und Höhenverlauf mit scharfer Kerbe (rechts; horizontale Skala unterscheidet sich von vertikaler Skala).

Aufgrund dieses schnellen Risswachstums führen die Anrisse an Kante III dann schneller zu Bauteilversagen als Anrisse an Kante II, obwohl die Fernfeldspannung kleiner ist. Mögliche Ursachen für die Ausbrüche sind Kontaktermüdung infolge Flächenpressung und Korrosion. In beiden Fällen wachsen an den Ausbrüchen initiierte Risse nach Durchschreiten des Kontaktbereichs hauptsächlich aufgrund der tangentialen Lastspannungen, die aus der Rotation des Querschnitts folgen.

Um ihre Ursache zu ermitteln, werden die Ausbrüche näher betrachtet. Sie erscheinen teilweise sehr tief im Vergleich zu ihrer flächigen Ausbreitung, Abbildung 6.20 links. Das ist ein (schwaches) Indiz für Korrosion. An den Oberflächen der Ausbrüche sind aber eindeutig Bruchflächen zu erkennen, Abbildung 6.20 links und mittig. Das ist ein starkes Indiz für Kontaktermüdung. Einige

Defekte entstehen offensichtlich durch Kontakt zu Partikeln in der Größenordnung 100 μm oder durch entsprechend große Oberflächenstrukturen auf der Auflageplatte, Abbildung 6.20 rechts. Die Kerbwirkung solcher Defekte ist aber geringer als die der Ausbrüche.

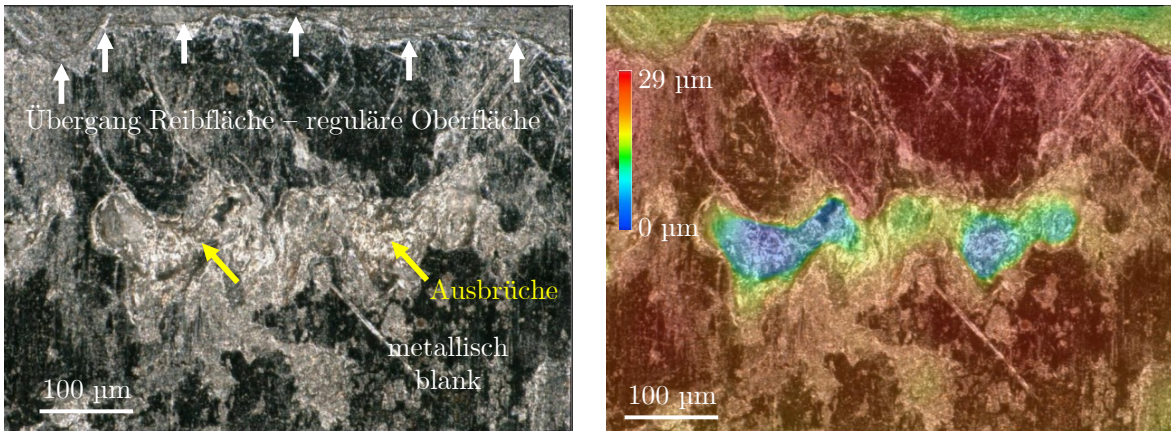


Abbildung 6.19: Ausbrüche an einer metallisch blanken Kontaktstelle an Kante II: Lichtbild (links) und Höhenverlauf. Die dargestellte Stelle ist dieselbe wie in Abbildung 6.18

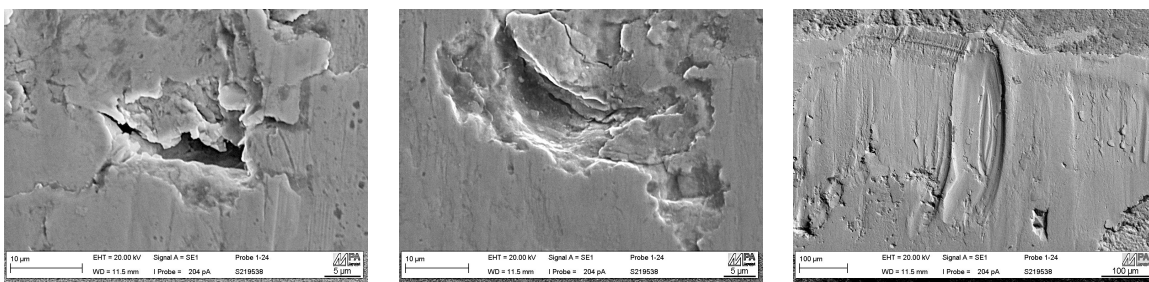


Abbildung 6.20: Ausbruch (links), Ausbruch (mittig) und durch einen großen Partikel erzeugter Defekt (rechts).

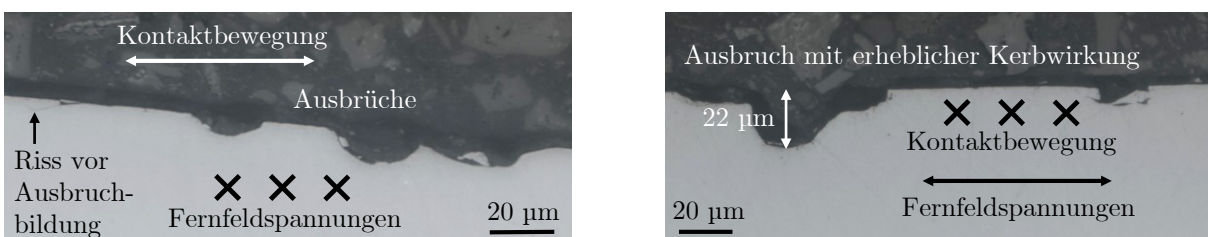


Abbildung 6.21: Schliffe durch Bereich mit Ausbrüchen: Blickrichtung tangential (links) und radial (rechts).

Im Schliff ist Anrissbildung vor Ausbruchbildung zu beobachten, Abbildung 6.21 links und Abbildung 6.22 rechts. Aufgrund der Hinweise auf Ausbrechen durch Rissbildung bei gleichzeitigem Ausbleiben von aussagekräftigen Hinweisen auf Korrosion ist davon auszugehen, dass die Ausbrüche durch Kontakttermüdung entstehen.

Risse wie in Abbildung 6.21 links wurden an mehreren Stellen beobachtet, in jedem Fall bleiben sie oberflächennah und wachsen nicht ins Bauteil hinein; die Ausbrüche wirken wahrscheinlich als Kerben, nicht als Anrisse.

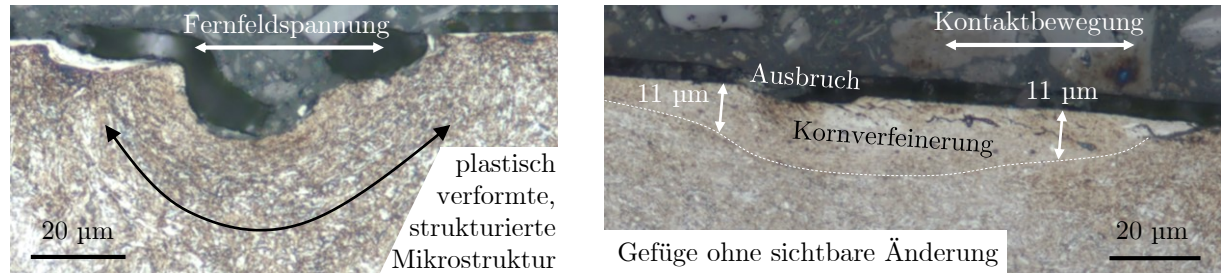


Abbildung 6.22: Mit dreiprozentiger Salpetersäure geätzte Schilfe durch Bereich mit Ausbrüchen: Blickrichtung radial (links, nachträglich aufgehellt) und tangential (rechts).

Unterhalb der Ausbrüche plastifiziert der Werkstoff zu einer strukturierten Mikrostruktur. In dieser Mikrostruktur sind die Körner parallel zum Spannungsverlauf infolge der Fernfeldspannung und der Kerbe gelängt, Abbildung 6.22 links. Dabei ist nicht offensichtlich, ob zuerst die strukturierte Mikrostruktur oder zuerst die Ausbrüche vorliegen. An Stellen im Kontaktbereich abseits der Ausbrüche ist die Strukturierung nicht zu erkennen. Die starke Korrelation weist auf einen kausalen Zusammenhang oder eine gemeinsame Ursache hin. Naheliegend ist, dass die durch die Kerbwirkung überhöhte Beanspruchung mit hohem Gradienten zur lokal begrenzten Strukturierung führt.

Im Bereich des Kontakts treten stellenweise Kornverfeinerungen mit Rissen im verfeinerten Bereich auf, Abbildung 6.22 rechts. Die örtliche Nähe zu Ausbrüchen, der kleine Ausbruch, der bereits vorhanden ist, und die Risse im verfeinerten Bereich legen nahe, dass diese Erscheinungsform eine Vorform größerer Ausbrüche ist. Unterhalb der größeren beobachteten Ausbrüche tritt keine derartige Kornverfeinerung auf. In Abbildung 6.22 links ist oben links möglicherweise ein weiter verfeinerter Werkstoffzustand zu beobachten (strukturloser Martensit).

Die Kornverfeinerung und die Anrissbildung unter der Oberfläche weisen auf starke zyklische plastische Verformung hin. Diese folgt aus stark lokalisierten Kontaktspannungen an Kante III, Abbildung 6.23 rechts: Durch den Kontakt bildet sich bereits bei Erstbelastung eine einige Mikrometer tiefe Zone plastischer Verformung.

Einerseits wandert der aktive Kontaktbereich durch die Verformung der Feder bei unterschiedlichen Lasten und andererseits wechselt das betragsmäßige Maximum der horizontalen Spannungs-komponente im Kontaktbereich bei Lastumkehr infolge der Umorientierung der Reibkraft die Seiten. Damit wandert auch das von Mises-Spannungsmaximum. Das Wandern ist durch schwarze Kreuze in Abbildung 6.23 wiedergegeben. Dadurch vergrößert sich die Amplitude der Spannung im Kontaktbereich im Vergleich zur Situation konstanter Position des Spannungsmaximums.

In der Realität sind die Spannungen im Kontaktbereich niedriger als in Abbildung 6.23 angegeben. Das liegt einerseits daran, dass der Werkstoff plastisch verformt und andererseits daran, dass Material abgetragen wird. Das vergrößert den Kontaktbereich und reduziert damit die Flächenpressung. Kontaktspannungen in der Größenordnung einiger Gigapascal werden auch bei Wälz- und Rollenlagern berechnet, die unter ähnlichen Mechanismen versagen [Sad+09].

Durch den größeren Kontaktradius treten bei der Charge TF_600_III deutlich geringere Kontaktspannungen auf, Abbildung 6.23. Im reibungsfreien Zustand liegt das Maximum der von Mises-Spannung tiefer unterhalb der Oberfläche, aufgrund der Reibkräfte kann es aber auch an die Oberfläche wandern. Wegen der deutlich größeren Kontaktfläche sind die beiden Spannungs-maxima bei 25 kN und bei 60 kN weiter voneinander entfernt (weiterer Sprung bei Umkehr der Kontaktkraft). Dies wirkt sich wiederum negativ auf die Ermüdungsfestigkeit aus, weil potentiell größere Risslängen innerhalb der Kontaktzone erreicht werden können. Der Unterschied zwischen

beiden Geometrien wird in dieser Betrachtung überschätzt, weil TF_600_III schwächer plastisch deformiert und (betrachtet als Tiefenabtrag je Schwingenspiel) langsamer abreibt. Reduktion des Reibfaktors führt bei gleichbleibenden Umkehrkräften zu kleineren Abständen der Spannungsmaxima und zu geringfügig niedrigeren von MISES-Spannungen, wirkt sich also positiv auf die Ermüdungsfestigkeit aus.

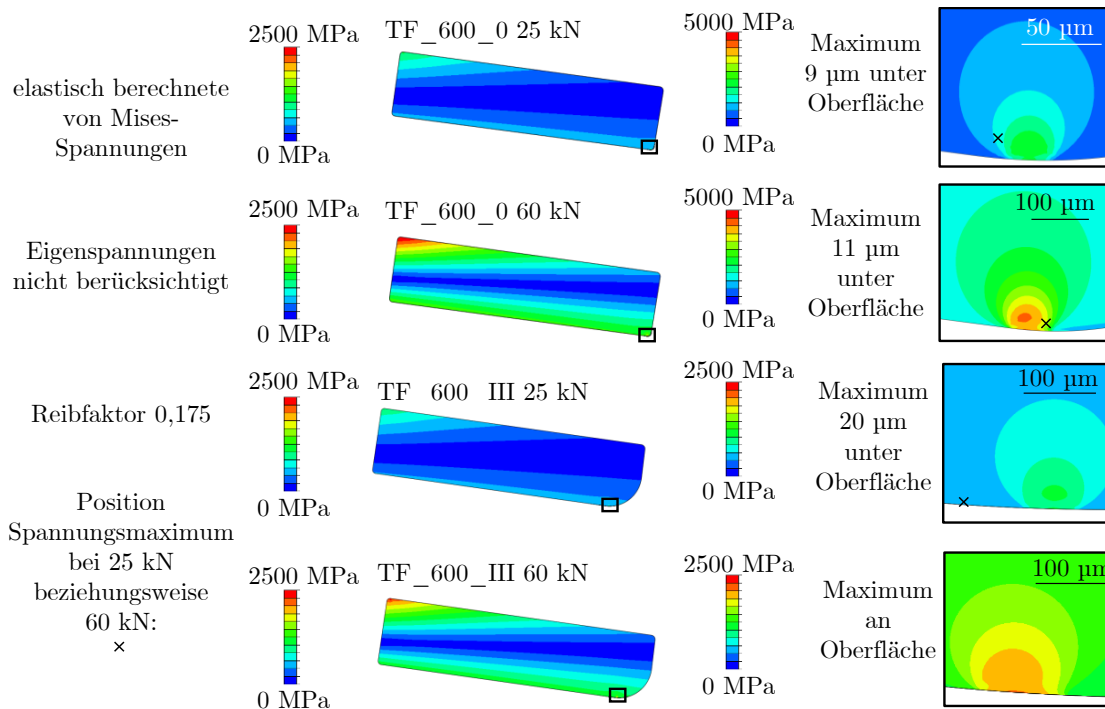


Abbildung 6.23: Vergleichend berechnete makroskopische von MISES-Spannungen und von MISES-Spannungen im Kontaktbereich an Kante III einer Feder der Charge TF_600_0 und einer Feder der Charge TF_600_III. Rechts unterscheiden sich die Skalen. Die Ergebnisse wurden unter der unrealistischen Annahme ideal elastischen Materialverhaltens erzeugt und sind daher quantitativ weder plausibel noch korrekt; sie sind aber zu einem qualitativen Vergleich geeignet.

Unter Kontaktermüdung erhöht sich typischerweise zu Beginn des Versuchs der Reibfaktor aufgrund der Mischung von Abrieb in das Schmiermittel. Eine Verunreinigung des Schmiermittels durch oxidierte Partikel ist anhand einer schwarzen Verfärbung während des Versuchs und roter Verfärbung des Residuums nach Verdünnen und Filtern des Schmiermittels zu erkennen. Der Flächeninhalt der Hysteresekurve – also die in jedem Schwingenspiel verrichtete Arbeit – erhöht sich in den meisten zyklischen Versuchen erheblich innerhalb der ersten 20.000 Schwingenspiele (etwa verdoppelt). Entnahme, Neuschmierung und Neustart des Versuchs reduziert die in jedem Schwingenspiel verrichtete Arbeit wieder [Sch21]. Das weist auf einen Anstieg des Reibfaktors durch Verunreinigung des Schmiermittels hin. Dieser Anstieg wird möglicherweise durch Abreißen des Schmierfilms verstärkt.

Risse um Kante III werden durch Kontaktermüdung infolge Flächenpressung initiiert. Sie wachsen hauptsächlich aufgrund der tangentialen Lastspannungen, die aus der Rotation des Querschnitts folgen, über den Kontaktbereich hinaus.

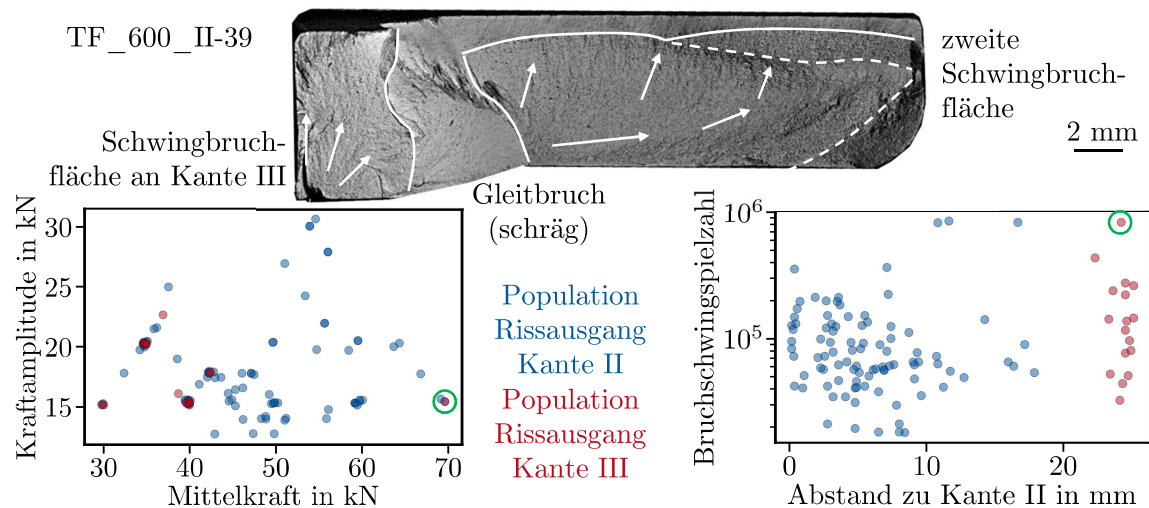


Abbildung 6.24: Zusammenhang zwischen Kraftamplitude, Mittelkraft und Rissausgang (unten links); Zusammenhang zwischen Rissausgang und Lebensdauer sowie Betrachtung des Ausreißers TF_600_II-39 (oben; unten grün markiert).

Rissausgänge ausgehend von Kante III erfolgen grundsätzlich unter ähnlichen Bedingungen wie Rissausgänge von Kante II; sie treten jedoch ausschließlich dann auf, wenn gleichzeitig Kraftamplitude und Mittelkraft relativ klein sind, Abbildung 6.24 unten links.

Von diesem Verhalten weicht nur die Feder TF_600_II-39 ab, Abbildung 6.24 oben und Abbildung 6.24 unten grün. In dieser Feder liegt eine Schwingbruchfläche ausgehend von Kante III und eine Schwingbruchfläche ausgehend von einem nicht eindeutig identifizierten Rissausgang zwischen Kante II und Kante III vor. Die beiden Bruchflächen sind eindeutig durch eine Gleitbruchfläche getrennt. Die zweite Schwingbruchfläche läuft rechts mit großen duktilen Anteilen in Form von wabenförmigen Bruchmikrostrukturen aus. Die Gleitbruchfläche durchläuft die Ebene, in der die zweite Schwingbruchfläche liegt, und läuft dahinter als Riss auf der Unterseite der Tellerfeder weiter. Daher ist davon auszugehen, dass dieser Gleitbruch von links nach rechts verläuft. Ob die zweite Schwingbruchfläche als eine Reihe von Verzweigungen des Gleitbruchs initiiert ist oder ob sie an einer Stelle hinter der Gleitbruchfläche initiiert ist, lässt sich nicht eindeutig nachweisen. Eine Verlängerung der Ebene der zweiten Schwingbruchfläche als Riss ist nicht zu erkennen, aufgrund tangentialer Druckeigenstressungen sind radial verlaufende Risse an Tellerfedern oft vor dem Bruch nicht zu erkennen. Da die Feder aber als einzige Feder bei hohen Mittellasten von Kante III her bricht, ist naheliegend, dass der Anriss an Kante III nicht alleine versagensursächlich ist.

Dass das Bruchbild nur bei relativ geringen Mittelkräften auftritt, ist folgendermaßen zu erklären: Erstens führt eine niedrigere Mittelkraft zu weniger Abrieb. Abrieb verkürzt die durch Kontakt ermüdung wachsenden Risse, das reduziert den Spannungsintensitätsfaktor und hemmt somit das Risswachstum. Zweitens sind die Spannungsamplituden um Kante III relativ zu denen um Kante II umso größer, je kleiner die Mittelspannung ist, Abbildung 6.7 links.

Dem wirkt zwar entgegen, dass die mittlere Flächenpressung bei hohen Mittelspannungen höher ist. Das fällt aber offenbar weniger stark ins Gewicht, da an Kante II nicht nur die Mittelspannung, sondern auch der Spannungshub ansteigt, Abbildung 6.7 links.

Bezüglich der Lebensdauern heben sich die beiden Populationen nicht erheblich voneinander ab, Abbildung 6.24 unten rechts und Abschnitt 6.3.3. Federn mit Rissausgang an Kante III tendieren leicht zu längeren Lebensdauern, das ist aber vor dem Hintergrund, dass die Mittelkräfte und

die Kraftamplituden im unteren Bereich liegen, nicht verwunderlich. Da Korrosion kontinuierlich auftritt und im Gegensatz zur Anrissbildung durch Kontaktermüdung nicht in ihrer Tiefenwirkung begrenzt ist, wäre zu erwarten, dass sie als Mechanismus bei höheren Schwingenspielzahlen Überhand nimmt, das ist aber nicht der Fall. Ein noch stärkeres Argument gegen Korrosion ist das starke Abknicken der Ermüdungskurve, zu erkennen in Abbildung 3.31: Bei korrosionsbedingter Beanspruchung tritt ein solches Abknicken nicht oder nur schwach ausgeprägt auf.

Statistisch betrachtet heben sich die Lebensdauern der beiden Populationen signifikant voneinander ab (p-Wert aus t-Test 1,4% bei Annahme Homoskedastizität, sonst 3,3%; p-Wert aus LEVENE-Test 43,8%; mittlere Schwingenspielzahl $1,1 \cdot 10^5$ bei Bruch zwischen Kante II und III, mittlere Schwingenspielzahl $1,9 \cdot 10^5$ bei Bruch an Kante III). Dies ist auf Stichprobenverzerrung zurückzuführen, da die Federn mit Brüchen zwischen Kante II und III im Mittel deutlich höher belastet werden, Abbildung 6.24 links.

Bei Betrachtung der zwischen 25 kN und 55 kN belasteten Federn, Abbildung 6.25 links, leben die Federn, die an Kante III brechen, signifikant länger, als die Federn, die zwischen den Kanten II und III brechen (p-Wert aus t-Test 4,2% bei Annahme Homoskedastizität, sonst 7,3%; p-Wert aus LEVENE-Test 88,3%; mittlere Schwingenspielzahlen $1,4 \cdot 10^5$ und $2,3 \cdot 10^5$). Dieser Effekt könnte auf die Verteilung auf verschiedene Chargen zurückzuführen sein, die sich untereinander erheblich in ihrer Lebensdauer unterscheiden (Stichprobenverzerrung). Die Lebensdauern der zwischen 15 kN und 55 kN belasteten Federn beider Populationen unterscheiden sich nicht signifikant (p-Wert aus t-Test 76,7% bei Annahme Homoskedastizität, sonst 73,5%; p-Wert aus LEVENE-Test 60,1%; mittlere Schwingenspielzahlen $1,0 \cdot 10^5$ und $7,4 \cdot 10^4$). Ausschließen der offensichtlich länger lebenden Federn der Charge TF_600_III aus der Analyse reduziert den p-Wert nicht (t-Test homoskedastisch 82,6%, sonst 81,8%, LEVENE-Test 74,3%).

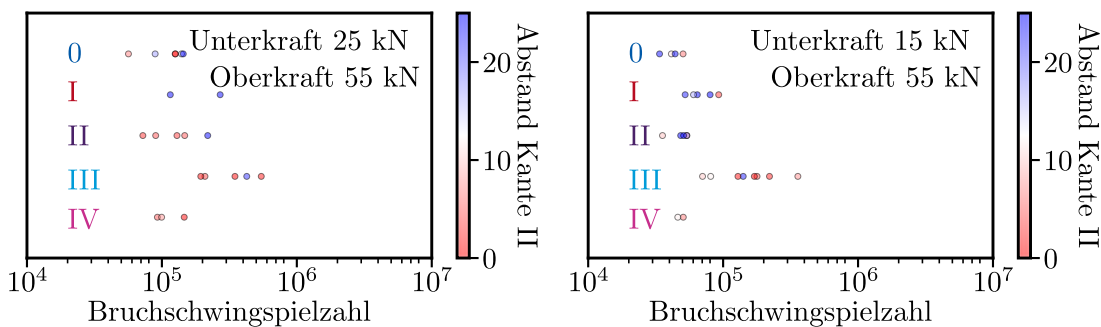


Abbildung 6.25: Lebensdauern der Tellerfedern der Chargen TF_600_0 bis TF_600_IV bei Belastung zwischen etwa 25 kN und 55 kN (links) sowie zwischen etwa 15 kN und 55 kN (rechts) und ermittelte tatsächliche Rissausgangsorte.

Ogleich hier ein schwacher Nachweis eines signifikanten Unterschieds der Mittelwerte und kein Nachweis eines signifikanten Unterschieds der Varianzen geführt wurde, ist davon auszugehen, dass die unterschiedlichen Bruchmechanismen sowohl zu unterschiedlichen mittleren Lebensdauern führen als auch zu Unterschieden in der Varianz der Lebensdauern – auch wenn diese Unterschiede in der hier betrachteten Charge nicht sehr groß sind. Die vorliegenden Daten weisen aber darauf hin, dass die mittleren relativen Versagensschwingenspielzahlen beider Mechanismen stark von der Belastung der Feder abhängen: Bei höheren Mittellasten führt Rissinitiation zwischen den Kanten II und III früher zu Versagen (Abbildung 6.25 links und Abwesenheit von Rissausgängen von Kante III bei hohen Mittellasten, Abbildung 6.24 unten links); bei niedrigeren Mittellasten führt Rissinitiation von Kante III früher zu Versagen (Abbildung 6.25 rechts). Die vorliegenden Daten lassen keinen Schluss zu, ob sich dieses Verhalten als unterschiedliche

Steigungen der Wöhlerlinie oder als unterschiedliche Abknicklasten ausdrückt.

An Federn der Chargen TF_250_x wurde ebenfalls eine Erhöhung des Reibfaktors beobachtet, Rissausgänge von Kante III jedoch nicht. Dies könnte unterschiedliche Gründe haben:

Kontaktermüdung tritt nur dann auf, wenn eine Mindestlänge (Größenordnung 0,1 mm bis 1 mm) des Kontaktbereichs überschritten wird [NDD06]. Das liegt daran, dass im Kontaktbereich zunächst kurze Risse wachsen. Diese Risse müssen eine kritische Länge erreichen, um außerhalb des Kontaktbereichs (aufgrund der Fernfeldspannung) weiter zu wachsen [NDD06]. Wenn der Kontaktbereich aber kleiner ist, als die kritische Länge, dann arretieren sie und Bruch von Kante III erfolgt nicht.

Bei kleineren Federn mit skalierten Geometrien (beispielsweise alle Längenmaße und die Federwege halbiert) unterscheiden sich die Anpressdrücke aufgrund der Ähnlichkeitsbeziehung zunächst nicht von denen größerer Federn. Deshalb werden sie in absoluten Maßen genauso schnell abgetragen wie größere Federn (Abtragtiefe pro Schwingspiel), relativ zu ihrer Größe (auf Dicke normierte Abtragtiefe pro Schwingspiel) aber schneller. Deshalb nimmt die Flächenpressung schneller ab und das Versagensrisiko durch Kontaktermüdung wird reduziert.

Die Radien in Kante III der Chargen TF_600_x (abgesehen von der Charge TF_600_III) sind im Verhältnis zu den sonstigen Federgeometrien kleiner als bei den Federn der Chargen TF_250_x. Dadurch sind bei letzteren die Anpressdrücke bereits zu Versuchsbeginn kleiner.

Einige Bruchflächen verlaufen im Bereich des Schwingbruchs ausgehend von einer oder mehreren Stellen zwischen den Kanten II und III radial (teilweise mit Stufen), knicken aber im Bereich der Restgewaltbruchfläche an Kante III schräg ab (wie in Abbildung 6.13). Dieses Verhalten könnte durch arretierte Risse im Bereich der Restgewaltbruchfläche verursacht werden. Möglicherweise sind die Risse nicht arretiert, sondern wachsen nur verhältnismäßig langsam. Bei den Federn der Chargen TF_600_x ist dieses Verhalten der Regelfall.

Ein möglicher Einflussfaktor sind unterschiedliche Zustände der Auflagen, bei Messungen an den verschiedenen Auflagescheiben ergeben sich aber einheitlich Härten zwischen 790 HV10 und 810 HV10.

6.3 Phänomenologische Beschreibung der Lebensdauer

6.3.1 Ermittlung eines geeigneten Modells

Die Mechanismen des Versagens wurden qualitativ im vorangehenden Abschnitt 6.2 beschrieben. In der industriellen Praxis bedarf es aber nicht nur eines qualitativen Verständnisses, sondern auch einer quantitativen Beschreibung. Aus wissenschaftlicher Sicht sollte die quantitative Beschreibung möglichst ebenfalls mechanismenbasiert sein und dabei das Initiieren des Risses und den Rissfortschritt einzeln beschreiben. Zum jetzigen Stand der Technik erfolgt die Auslegung aber noch mit phänomenologischen Modellen.

Daher werden die in Abschnitt 5.5 berechneten phänomenologischen Modelle verglichen und bewertet. Ziel dieses Vergleichs ist die Auswahl eines Modells, das zuverlässig und übertragbar gute Vorhersagen liefert. Eine Vorhersage wird als gut bewertet, wenn die Streuspanne der Zeitfestigkeitsgerade niedrig ist, auch wenn bei der Berechnung mehrere Chargen berücksichtigt werden.

Übertragbarkeit innerhalb ähnlicher Fertigungsketten wird dadurch sichergestellt, dass bei den gedrehten und feingeschnittenen Tellerfedern jeweils fünf Chargen verglichen werden. Bei stark unterschiedlichen Fertigungsketten ist eine Neukalibrierung der Modelle erforderlich. Die Über-

tragbarkeit der Modelle auf weitere Fertigungsketten (nach Kalibrierung mit Federn der neuen Fertigungsketten) wird sichergestellt, indem Modelle ausgewählt werden, deren Streuspannen sowohl für die feingeschnittenen als auch für die gedrehten Federn nach Kalibrierung klein sind.

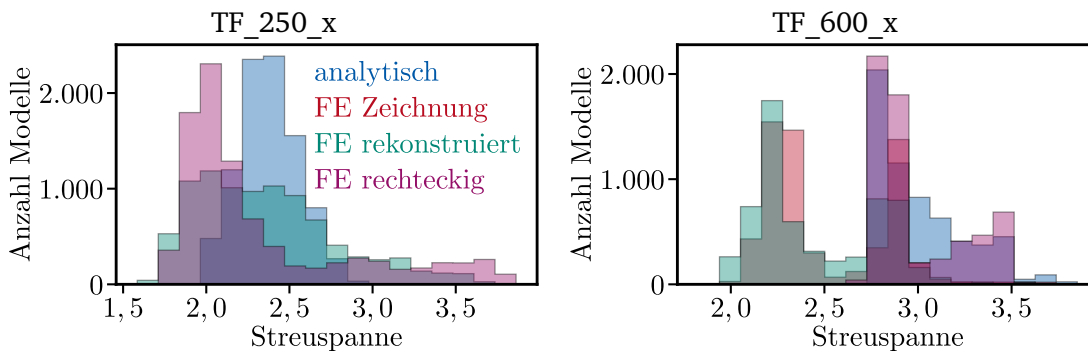


Abbildung 6.26: Verteilungen der Streuspannen mit unterschiedlichen Methoden und Geometrien berechneter Modelle der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts). Farbzordnung rechts wie links.

Zur Berechnung der Spannungen wurden vier verschiedene Ansätze eingesetzt: Analytische Rechnung nach ALMEN-LASZLO [AL36] sowie FE-Simulation mit rechteckigem Querschnitt, mit Geometrien nach Zeichnung und mit aus einem 3D-Scan rekonstruierten Geometrien. In Abbildung 6.26 sind die Verteilungen der Streuspannen eingezeichnet, die nach dem Versuchsplan in Abschnitt 5.5 berechnet wurden; je Punkt im Versuchsplan wurde ein Modell (eine Zeitfestigkeitsgerade) berechnet, diese wurden entsprechend der Grenzen der Balken nach berechneter Streuspanne aufgeteilt und aufsummiert.

Im Fall der Chargen TF_250_x schneidet das Modell mit Rechteckquerschnitt ähnlich gut ab wie das mit rekonstruierten Geometrien. Die Kanten geometrien der Chargen TF_250_x sind nominell gleich; die Fehler beim Ermitteln der Beanspruchungsmaße mit Rechteckquerschnitt sind bei den verschiedenen Chargen vergleichbar. Außerdem sind die rekonstruierten Querschnitte der Chargen TF_250_nkg_nv und TF_250_kg_nv nicht auf Basis von 3D-Scans erstellt, sondern abgeschätzt, weil kein Analogon der Federn in phosphatiertem Zustand vorliegt. Bei den Chargen TF_600_x sind die Kantenradien unterschiedlich und infolgedessen schneidet das FE-Modell mit Rechteckquerschnitt schlecht ab.

Das FE-Modell mit Querschnitt nach Zeichnung schneidet für die Chargen TF_600_x etwas schlechter ab, als das mit rekonstruiertem Querschnitt. Hier liegt nahe, dass die genauere Abbildung des Querschnitts zu einer etwas besseren Beschreibung führt. Da die Zeichnungen aber nicht stark von den rekonstruierten Geometrien abweichen, sind die Abweichungen nicht sehr groß. Bei den Federn der Chargen TF_250_x liegen keine Zeichnungen vor, daher wurden auch keine entsprechenden Modelle erstellt.

Das analytische Modell schneidet in beiden Fällen deutlich schlechter ab. Bei den Chargen TF_600_x schneidet es ähnlich schlecht ab, wie das FE-Modell mit rechteckigem Querschnitt, weil es ebenfalls einen rechteckigen Querschnitt annimmt. Die anderen Modellfehler sind hier offenbar nachrangig. Bei den Chargen TF_250_x fallen die anderen Modellfehler gegenüber dem FE-Modell stärker ins Gewicht. Das liegt einerseits daran, dass die relativ kleinen Modellfehler nicht durch deutlich größere Geometriefehler überdeckt werden, andererseits daran, dass die Federn der Chargen TF_250_x näher an die Planlage heran belastet werden. In der Nähe der Planlage nehmen die Fehler im analytischen Modell, das die Verkürzung des Hebelarms nicht berücksichtigt, zu.

Das einzige Modell, das sowohl bei den Chargen TF_250_x als auch bei den Chargen TF_600_x mit die besten Ergebnisse liefert, ist das FE-Modell mit rekonstruierten Geometrien. Das entspricht der Erwartung, da das Modell die Feder am genauesten abbildet. Im Weiteren werden für die Chargen TF_600_x die Zeitfestigkeitsgeraden, die mit FE-Modellen mit rekonstruierten Geometrien berechnet wurden, berücksichtigt. Für die Chargen TF_250_x werden die Zeitfestigkeitsgeraden, die mit FE-Modellen mit rechteckigem Querschnitt berechnet wurden, berücksichtigt, um die Beeinflussung durch systematische Unterschiede in den Methoden – und daher auch in den Ergebnissen – der Rekonstruktion zu unterbinden.

Die Verwendung des FE-Modells mit realitätsnahen Geometrien führt zu Lebensdauermodellen mit kleinen Streuspannen.

Die tatsächlich wirksamen Verformungsmoduln von vorgesetzten Tellerfedern sind niedriger als der Elastizitätsmodul des verwendeten Werkstoffs, Abschnitte 6.1.3 und 6.1.4. Die Variation des Verformungsmoduls im Rechengang beeinflusst den Dehnungs- und Spannungszustand und damit die berechneten Beanspruchungsmaße.

In den Chargen TF_600_x beeinflusst der Verformungsmodul die Vorhersagegenauigkeit kaum, Abbildung 6.27 rechts. Die Chargen sind alle vorgesetzt und bei Kalibrierung ergeben sich Verformungsmoduln um 197,5 GPa, Abschnitt 6.1.3. Die Rechnung mit 197,5 GPa bringt kaum Vorteile gegenüber der Rechnung mit 206 GPa, weil bei Rechnung mit 206 GPa in jeder einzelnen Rechnung ein ähnlicher Fehler gemacht wird und die Fehler sich bei der Kalibrierung teilweise ausgleichen, auch weil der Unterschied zwischen 197,5 GPa und 206 GPa relativ klein (unter 5%) ist und die Kennlinien der Federn nur schwach degressiv sind.

Die Chargen TF_250_x sind teilweise vorgesetzt, teilweise nicht. Somit sind hier die wirksamen Verformungsmoduln teilweise 206 GPa (nicht vorgesetzt; diese Zuordnung ist aus den Ergebnissen der Abschnitte 6.1.3 und 6.1.4 abgeleitet) und teilweise 197,5 GPa (vorgesetzt, Abschnitt 6.1.3). Die Berechnung mit den entsprechend zugeordneten Verformungsmoduln (gemischt) liefert die höchste Vorhersagegenauigkeit, Abbildung 6.27 links. Dies entspricht der Erwartung und im weiteren wird dieser Datensatz weiterbehandelt. Für die Chargen TF_600_x bedeutet das Rechnung mit 197,5 GPa.

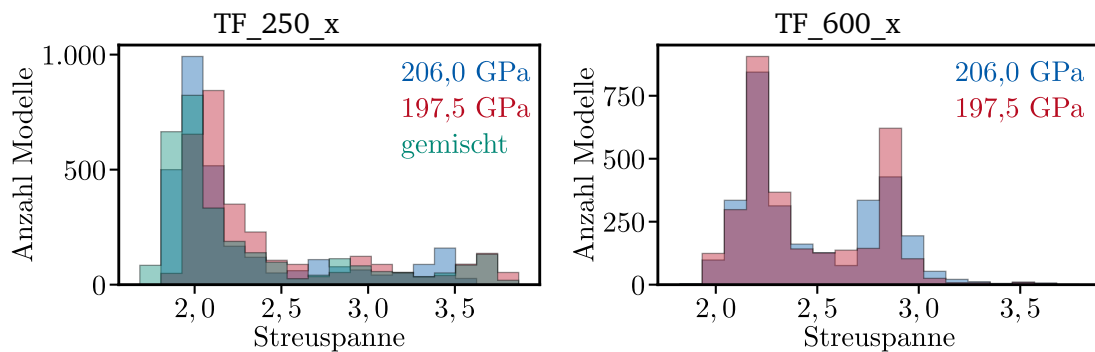


Abbildung 6.27: Verteilungen der Streuspannen mit unterschiedlichen Verformungsmoduln berechneter Modelle der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Die Berücksichtigung tatsächlich wirksamer Verformungsmoduln führt zu Lebensdauermodellen mit kleinen Streuspannen.

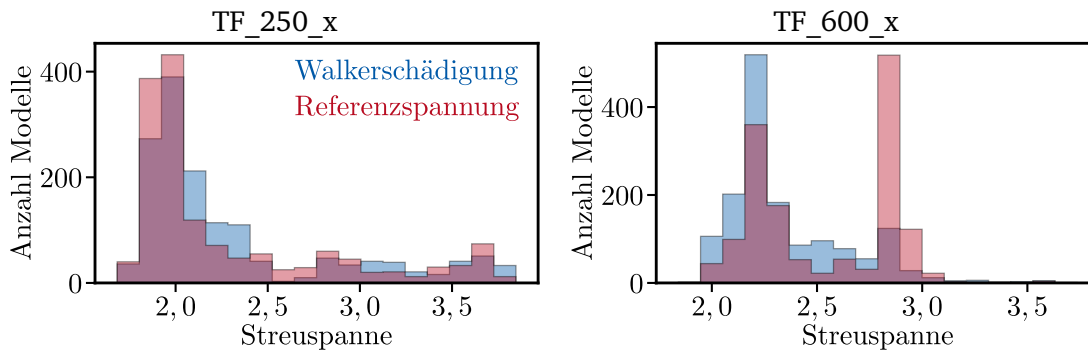


Abbildung 6.28: Verteilungen der Streuspannen mit unterschiedlichen Beanspruchungsmaßen berechneter Modelle der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts). Farbzordnung rechts wie links.

Als Beanspruchungsmaße werden die WALKER-Beanspruchung und die verallgemeinerte Referenzspannung untersucht, Abbildung 6.28. Bei den Federn der Chargen TF_250_x schneidet die Referenzspannung besser ab, bei den Federn der Chargen TF_600_x die WALKER-Beanspruchung. In beiden Fällen sind die Unterschiede nicht sehr groß, die Streuspannen unterscheiden sich nur in der Häufigkeit der Auftragung, im Rahmen der gewählten Schrittweite liegen sie horizontal im selben Bereich. Die WALKER-Beanspruchung ist besser im Forschungskontext verankert und intensiver bewertet. Daher werden im Weiteren nur noch die Modelle mit WALKER-Beanspruchung betrachtet.

Die Mehrachsigkeit wird in einer uniaxialen Auswertung, nach MMK oder durch direkte Differenzbildung der von Mises-Spannungen berücksichtigt, Abbildung 6.29. Die uniaxialen Modelle bilden das Verhalten besser ab als die Modelle der beiden anderen Ansätze. Dass die direkte Differenzbildung der von Mises-Spannungen deutlich schlechter abschneidet, ist aus der Literatur bekannt. Dass die Berechnung nach MMK schlechter abschneidet als die uniaxiale Berechnung, ist hingegen überraschend, da bei der uniaxialen Berechnung weniger Informationen berücksichtigt werden (radiale Last- und Eigenspannungen fließen nicht ein).

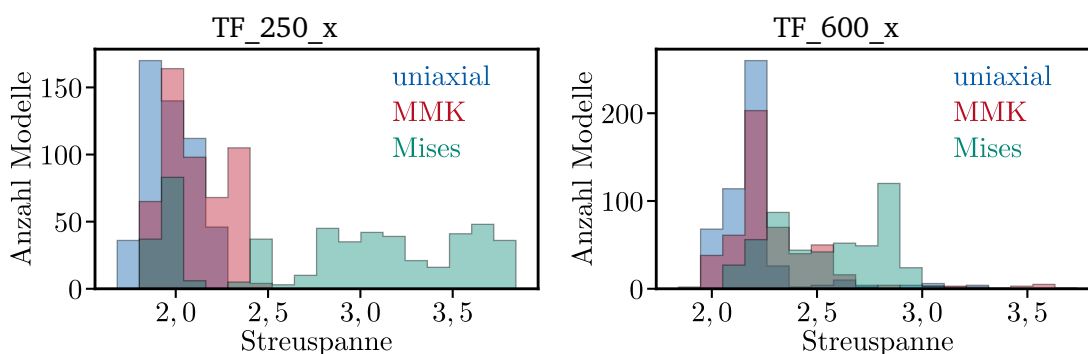


Abbildung 6.29: Verteilungen der Streuspannen mit unterschiedlichen Mehrachsigeitsansätzen berechneter Modelle der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Die uniaxiale Berechnung der WALKER-Beanspruchung führt zu Lebensdauermodellen mit kleinen Streuspannen.

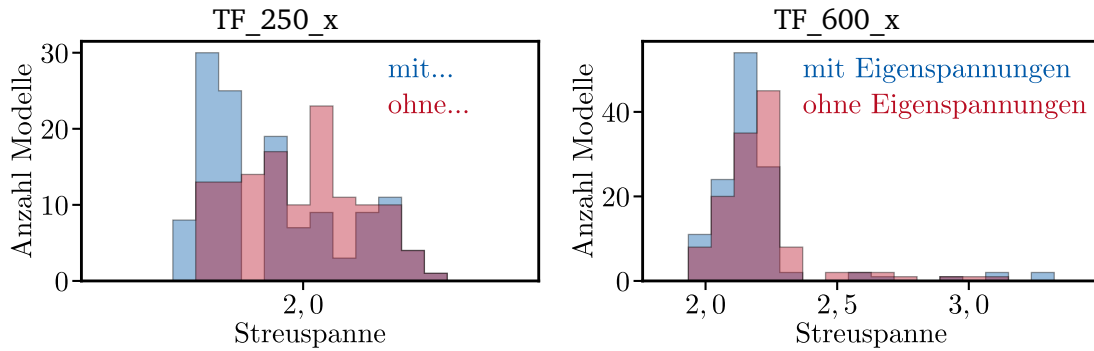


Abbildung 6.30: Verteilungen der Streuspannen mit und ohne Berücksichtigung der (tangentialen) Eigenspannungen berechneter Modelle der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Im ursprünglichen Datensatz wurden Eigenspannungen in den Kombinationen nur radial, nur tangential, radial und tangential sowie weder radial noch tangential berücksichtigt. Durch Reduktion des Datensatzes auf uniaxiale Modelle werden diese Kombinationen zu tangentialen Eigenspannungen berücksichtigt und nicht berücksichtigt reduziert, die berechneten Beanspruchungen werden nicht durch Berücksichtigung oder Nichtberücksichtigung der radialen Eigenspannungen beeinflusst.

Die Beschreibung der Federn ist zutreffender, wenn Eigenspannungen berücksichtigt werden, Abbildung 6.30 links und rechts. Da die Eigenspannungen stabil sind, entspricht das der Erwartung; folgend werden die Modelle, die die Eigenspannungen berücksichtigen, betrachtet.

Die Berücksichtigung der tangentialen Eigenspannungen führt zu Lebensdauermodellen mit kleinen Streuspannen. Größere tangentiale Druckeigenspannungen zwischen Kante II und Kante III führen zu kleineren Beanspruchungsmaßen; sie erhöhen die Lebensdauer. Größere radiale Druckeigenspannungen beeinflussen die Lebensdauer nicht oder wirken entgegengesetzt.

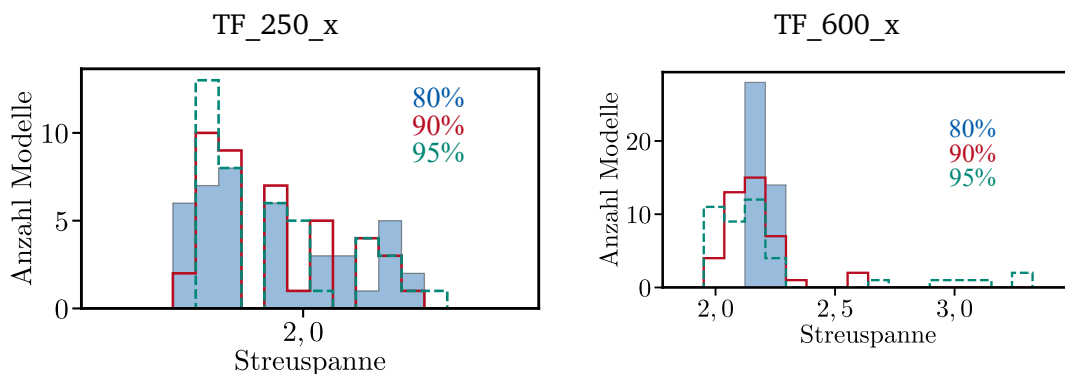


Abbildung 6.31: Verteilungen der Streuspannen von anhand verschiedener Grenzen für die kritisch beanspruchte Fläche berechneten Modellen der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Modelle mit kritisch beanspruchten Flächen ab 90% und 95% der maximal berechneten Beanspruchung bilden das Verhalten der Chargen TF_600_x besser, das Verhalten der Chargen TF_250_x etwas schlechter ab als Modelle mit dem Grenzwert 80%. Hier ist das Verhalten der

Chargen TF_600_x aussagekräftiger, weil bei ihnen die relativen Abweichungen der statistischen Stützzahl innerhalb der einzelnen Lebensdauermodelle größer sind – beim letztendlich ausgewählten Lebensdauermodell liegen die Stützzahlen (größer bedeutet längere Lebensdauer) der Federn der Chargen TF_600_x zwischen 0,78 und 0,95, die der Federn der Chargen TF_250_x liegen zwischen 0,98 und 1,04. Die Modelle mit dem Grenzwert 95% schneiden etwas besser ab, aufgrund der Konsistenz zur FKM-Richtlinie Federn und Federelemente [Kle+20; Son93] werden Modelle mit dem Grenzwert 90% weiter betrachtet.

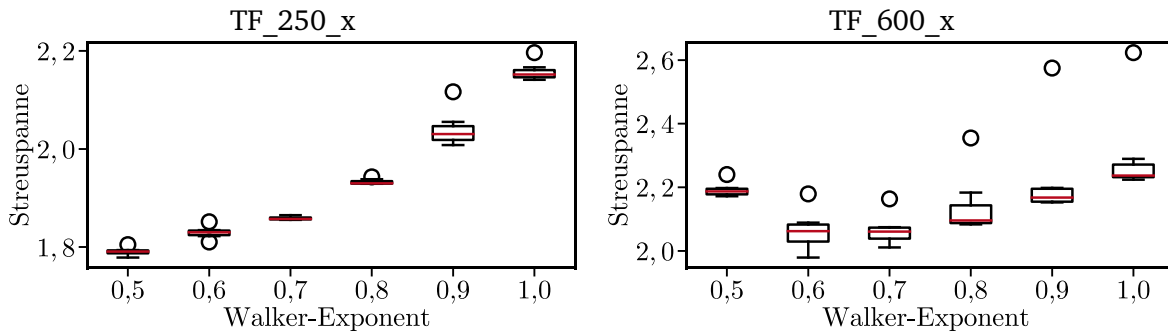


Abbildung 6.32: Verteilungen der Streuspannen von mit verschiedenen WALKER-Exponenten berechneten Modellen der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Der WALKER-Exponent bildet den Mittelspannungseinfluss ab. Ein WALKER-Exponent von 0,5 zeigt einen starken Mittelspannungseinfluss an, ein WALKER-Exponent von 1,0 zeigt an, dass das Ermüdungsverhalten unabhängig von der Mittelspannung ist.

In beiden Fällen führen relativ kleine WALKER-Exponenten zwischen 0,5 und 0,7 zu kleinen Streuspannen. DOWLING et al. [DCA09] ermitteln an Werkstoffproben aus 50CrMo4 mit der Zugfestigkeit 1.086 MPa den optimierten WALKER-Exponenten 0,78 und stellen ein Modell auf, das für Stähle der Zugfestigkeit 1.500 MPa den WALKER-Exponenten 0,58 empfiehlt. Modelle mit dem WALKER-Exponenten 0,7 liegen somit im nach der Literatur plausiblen Bereich und beschreiben das Verhalten der Chargen TF_250_x und TF_600_x gut. Diese Modelle werden weiter betrachtet.

Die Berechnung der Beanspruchung nach WALKER mit dem Exponenten 0,7 führt zu Lebensdauermodellen mit kleinen Streuspannen.

Bei den verbleibenden Modellen bildet das WEIBULL-Modell mit dem Exponenten 10 in beiden Gruppen das Verhalten der Federn am besten ab, Abbildung 6.33 links und rechts. Dies impliziert einen stark ausgeprägten Größeneinfluss, eine Beobachtung, die sich mit in der Literatur beobachteten großen Streuspannen bei Werkstoffproben aus 51CrV4 [OS15; Ber+18] deckt.

Die Verwendung eines WEIBULL-Modells mit kritisch beanspruchter Fläche ab 90% der maximalen Beanspruchung und dem WEIBULL-Exponenten 10 führt zu Lebensdauermodellen mit kleinen Streuspannen.

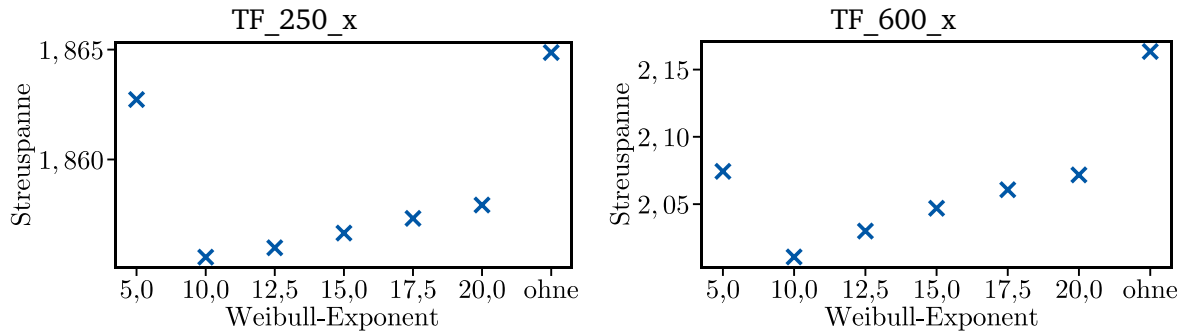


Abbildung 6.33: Verteilungen der Streuspannen von mit verschiedenen WEIBULL-Exponenten berechneten Modellen der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts).

Gegenüber dem klassischen Modell, bei dem sich für die Chargen TF_250_x die Streuspanne 2,62 und für die Chargen TF_600_x die Streuspanne 2,86 ergibt, sind die Streuspannen dieser beiden Modelle (1,86 bei den Chargen TF_250_x und 2,01 bei den Chargen TF_600_x) deutlich reduziert.

Die minimalen Streuspannen des gesamten Datensets (1,66 für die Chargen TF_250_x und 1,91 für die Chargen TF_600_x) liegen insbesondere für die Chargen TF_250_x erheblich niedriger. Für diese Modelle ist allerdings nicht sichergestellt, dass sie auf andere Chargen übertragbar sind (Überanpassung). So werden bei dem Modell mit der kleinsten Streuspanne der Chargen TF_250_x nur die radialen Eigenspannungen berücksichtigt. Das ergibt aus werkstoffkundlicher Sicht keinen Sinn.

Im Folgenden werden die Modelle in 45°-Diagrammen gezeigt. Die Lebensdauer von Datenpunkten auf der im 45°-Winkel aufgetragenen Gerade wird genau korrekt vorhergesagt, je weiter die Punkte darüber liegen, desto nichtkonservativer und je weiter sie darunter liegen, desto konservativer.

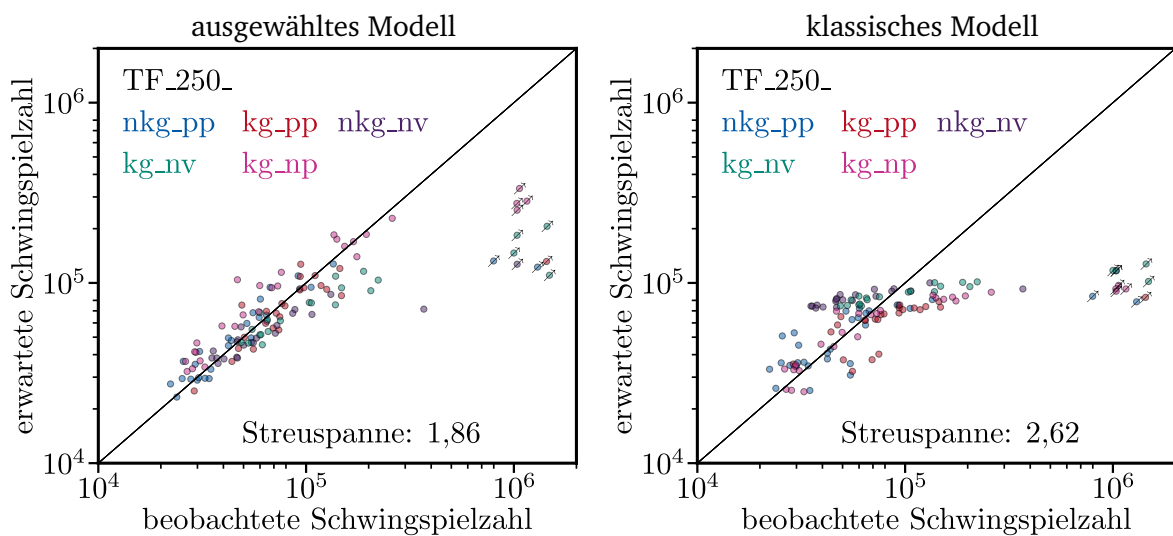


Abbildung 6.34: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_250_x mit dem ausgewählten Modell (links) im Vergleich zu klassischem Modell (rechts). Federn mit oberen Umkehrkräften bis 20 kN berücksichtigt. Abkürzungen: kg: kugelgestrahlt, nkg: nicht kugelgestrahlt, pp: vorgesetzt und phosphatiert, np: vorgesetzt aber nicht phosphatiert, nv: nicht vorgesetzt und nicht phosphatiert.

In Abbildung 6.34 ist das ausgewählte Modell im Vergleich zum klassischen Modell für die Chargen

TF_250_x dargestellt. Bei der Berechnung der zugehörigen Zeitfestigkeitsgerade wurden Brüche bis 200.000 Schwingspiele berücksichtigt. Die Streuspanne in Richtung Schwingenspielzahl ist bei dem ausgewählten Modell mit 1,86 gegenüber dem klassischen Modell mit 2,62 deutlich reduziert. Im Übergangsbereich laufen die Datenpunkte beider Modelle nach rechts. Das bildet die Tatsache ab, dass die Zeitfestigkeitsgerade im Übergangsbereich übermäßig konservativ ist. Das ausgewählte Modell ist jedoch bei den brechenden Federn deutlich weniger konservativ als das klassische Modell (die Brüche laufen in Abbildung 6.34 links weniger stark nach rechts als in Abbildung 6.34 rechts).

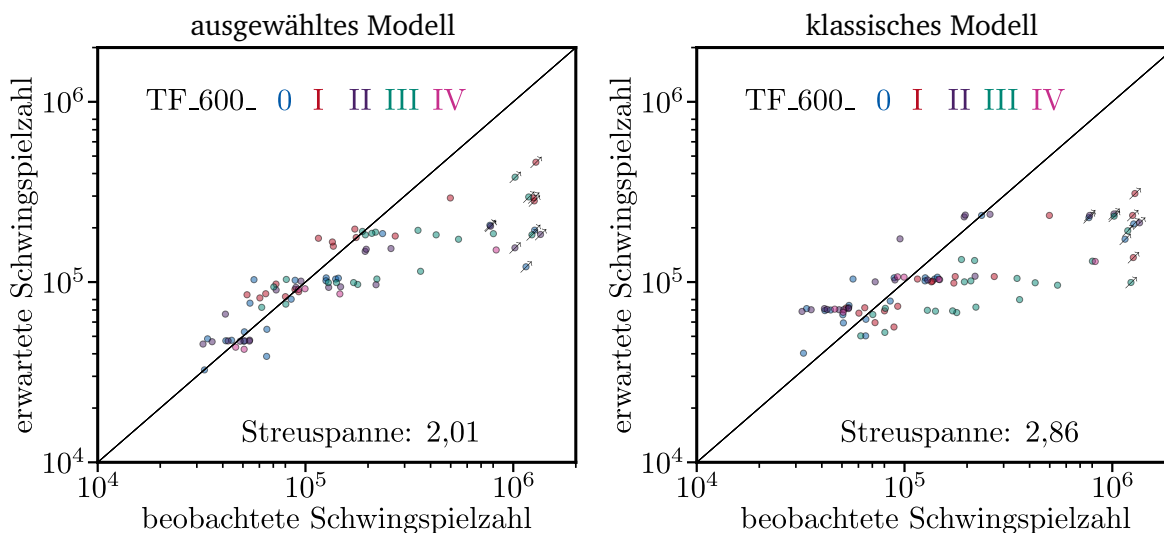


Abbildung 6.35: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_600_x mit dem ausgewählten Modell (links) im Vergleich zu klassischem Modell (rechts). Federn mit oberen Umkehrkräften bis 60 kN berücksichtigt. Die jeweilige Nummer I bis IV gibt die Kante mit Radius 3 mm an, Radius an allen anderen Kanten 0,3 mm.

In Abbildung 6.35 ist das ausgewählte Modell im Vergleich zum klassischen Modell für die Chargen TF_600_x dargestellt. Die Streuspanne in Richtung Schwingenspielzahl ist mit 2,01 gegenüber 2,86 ebenfalls deutlich reduziert. Hier wird der Übergangsbereich schlechter abgebildet als bei den Chargen TF_250_x. Das liegt wahrscheinlich in einem abweichenden Übergangsverhalten begründet: während bei den Chargen TF_250_x nur ein einziger Bruch nach 300.000 Schwingspielen auftritt, treten bei den Chargen TF_600_x auch im untersuchten Übergangsbereich kontinuierlich Brüche auf.

Im klassischen Modell sind die Lebensdauervorhersagen der Federn der Charge TF_600_III systematisch konservativer als die der anderen Chargen. Im ausgewählten Modell ist ein derartiger Zusammenhang nicht zu erkennen.

Im ausgewählten Modell werden sowohl die Chargen TF_250_x als auch die Chargen TF_600_x im Bereich der Zeitfestigkeitsgerade von jeweils einer homoskedastischen logarithmischen Normalverteilung gut abgebildet, Abbildung 6.36; im SHAPIRO-WILK-Test zum Nachweis einer Abweichung von der logarithmischen Normalverteilung ergeben sich p-Werte von 51,4% und 82,5%. Auch die Verteilungen der klassischen Modelle weichen im Zeitfestigkeitsbereich nicht signifikant von der logarithmischen Normalverteilung ab.

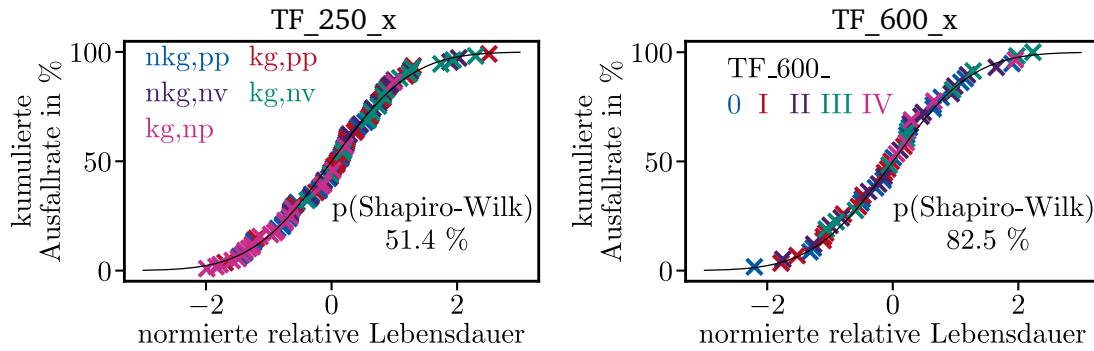


Abbildung 6.36: Vergleich der beobachteten kumulierten Ausfallrate (Kreuze) mit der nach logarithmischer Normalverteilung erwarteten kumulierten Ausfallrate (schwarze Linie) über der normierten relativen Lebensdauer.

6.3.2 Bewertung der Modellbestandteile

Im vorangehenden Abschnitt wurde ein Modell ausgewählt, das auch bei leicht modifizierten Modellbestandteilen gute Ergebnisse liefert. In diesem Abschnitt werden die einzelnen Modellbestandteile variiert, um zu bewerten, wie sich stark abweichende Modellbestandteile auf die Prädiktivität auswirken. Dazu werden die 45°-Diagramme mit modifizierten Modellbestandteilen erstellt und mit Abbildung 6.34 links und Abbildung 6.35 links verglichen.

Bei den Modellen der Chargen TF_600_x erhöht sich die Streuspanne bei Verwendung eines FE-Modells mit rechteckigem Querschnitt von 2,01 auf 2,75 und bei Verwendung des analytischen Modells weiter auf 3,18. Die Federn der Charge TF_600_I werden etwas konservativer, die der Charge TF_600_III deutlich konservativer bewertet als die der anderen Chargen, Abbildung 6.37.

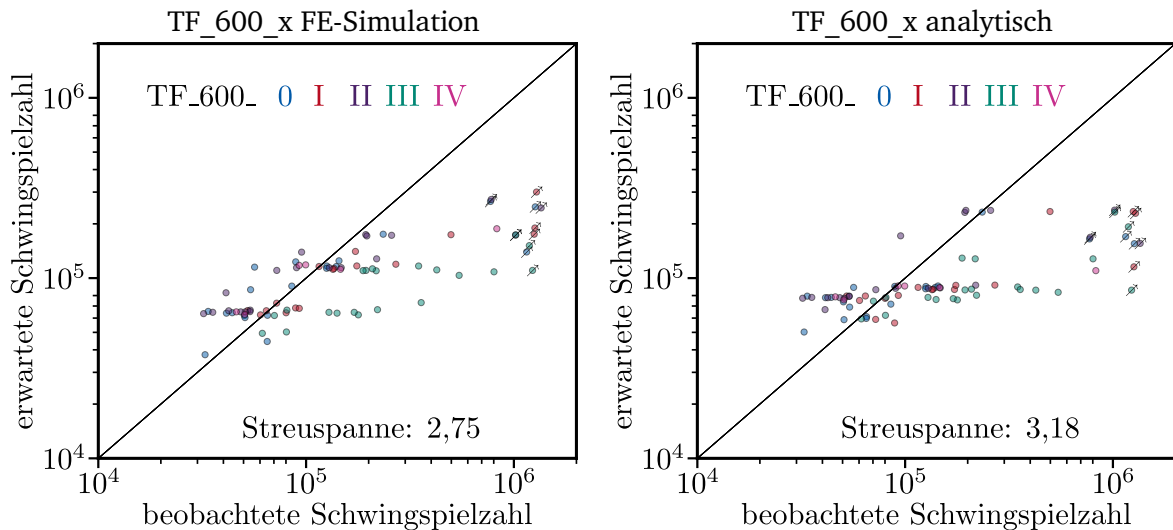


Abbildung 6.37: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_600_x mit FE- (links) und analytischen (rechts) Modellen mit rechteckigem Querschnitt.

Die längere Lebensdauer der Chargen TF_600_I und TF_600_III ist auf die kürzeren Hebelarme der beiden Chargen zurückzuführen, die bei Annahme eines rechteckigen Querschnitts nicht berücksichtigt werden. Die höheren Streuspannen erklären sich teilweise ebenfalls durch die Nichtberücksichtigung der unterschiedlichen Hebelarme und teilweise durch die unterschiedlichen

lokal berechneten Spannungen im kritisch beanspruchten Bereich durch das stärkere Abrunden von Kante II der Charge TF_600_II.

Bei Modellen der Chargen TF_250_x berücksichtigt bereits das ausgewählte Modell einen rechteckigen Querschnitt, bei analytischer Berechnung erhöht sich die Streuspanne von 1,86 auf 2,44. Die Ergebnisse der nicht vorgesetzten Chargen trennen sich wie im klassischen Modell, Abbildung 6.34 rechts, von denen der vorgesetzten Chargen.

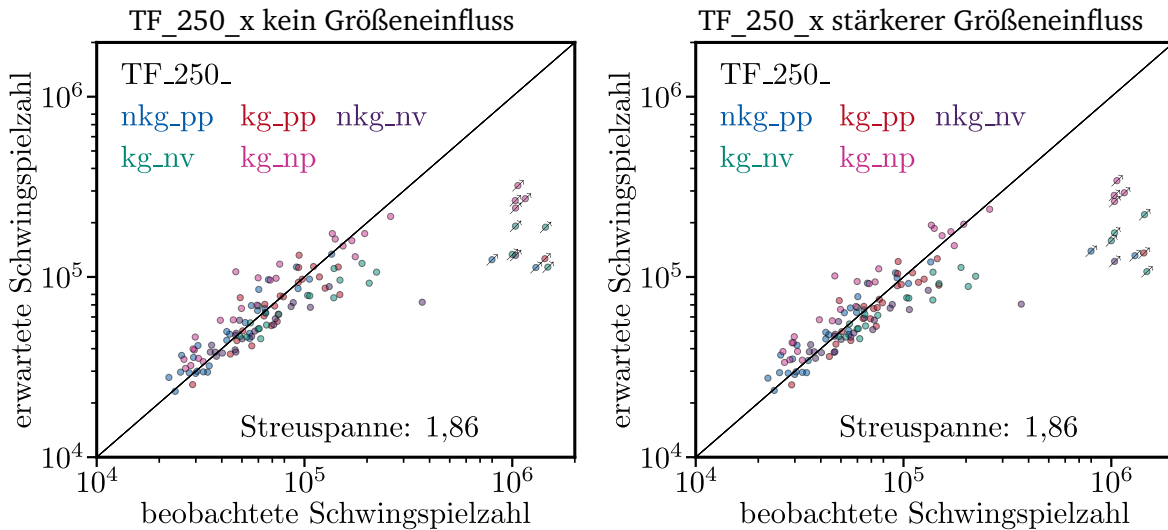


Abbildung 6.38: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_250_x mit WEIBULL-Exponent 10.000 (kein statistischer Größeneinfluss, links) und mit WEIBULL-Exponent 5 (überhöhter statistischer Größeneinfluss, rechts).

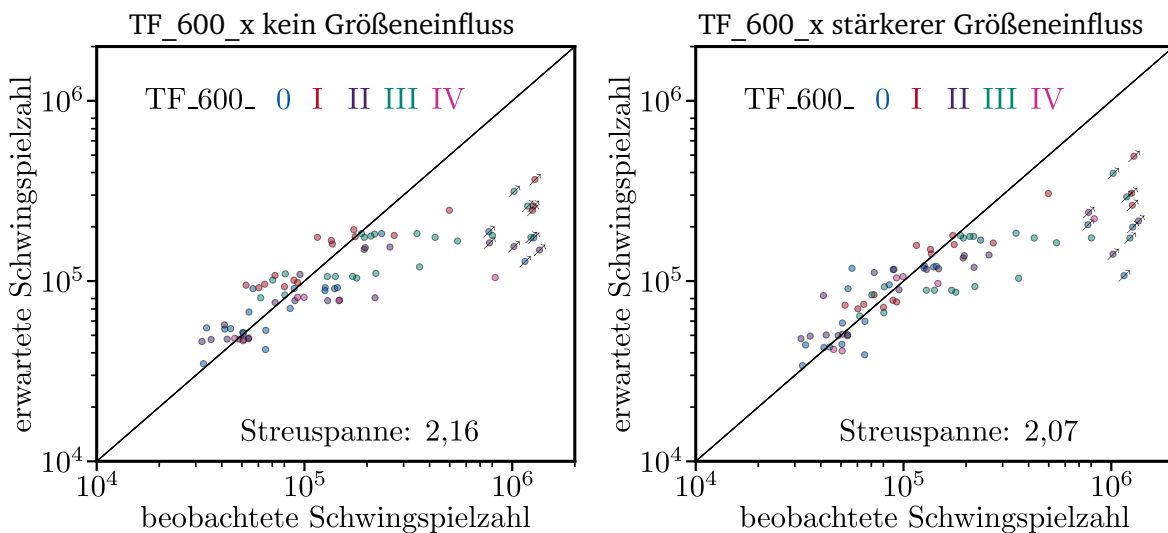


Abbildung 6.39: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_600_x mit WEIBULL-Exponent 10.000 (kein statistischer Größeneinfluss, links) und mit WEIBULL-Exponent 5 (überhöhter statistischer Größeneinfluss, rechts).

Die Vorhersagekraft der Modelle der Chargen TF_250_x wird kaum vom statistischen Größeneinfluss beeinflusst; weder bei einem stärkeren Größeneinfluss (WEIBULL-Exponent 5) noch bei Vernachlässigung des Größeneinflusses erhöht sich die Streuspanne nach Runden ab der zwei-

ten Nachkommastelle. Das liegt daran, dass die kritisch beanspruchte Fläche nur relativ wenig schwankt (zwischen 337 mm² und 584 mm²).

Bei den Chargen TF_600_x führt das Vernachlässigen und Überhöhen des statistischen Größeneinflusses mit 2,16 und 2,07 gegenüber 2,01 zu mäßig erhöhten Streuspannen, Abbildung 6.39. Die Verschiebung der einzelnen Datenpunkte in den konservativeren beziehungsweise weniger konservativen Bereich hängt direkt mit den kritisch beanspruchten Flächen zusammen, die tendenziell bei den Chargen TF_600_I und TF_600_III sowie bei niedrigeren oberen Umkehrkräften größer sind. Eine klare Trennung der Chargen resultiert nicht, links werden die Federn der Charge TF_600_I eher nichtkonservativer, rechts werden die Federn der Charge TF_600_III eher konservativer als die der jeweils restlichen Chargen bewertet.

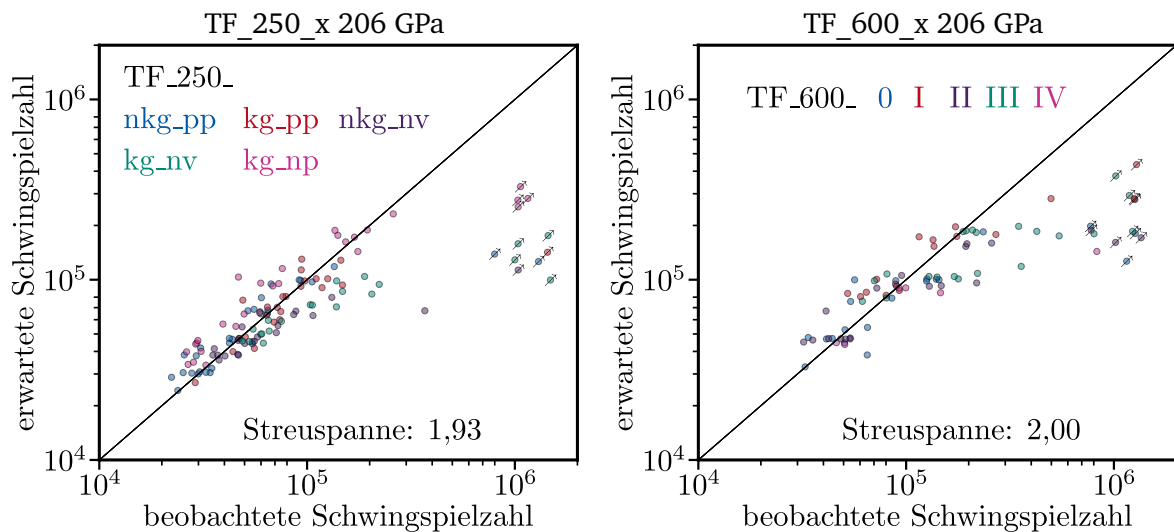


Abbildung 6.40: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts) mit Verformungsmodul 206 GPa.

Rechnen mit dem konstanten Verformungsmodul 206 GPa führt bei den Chargen TF_250_x zu einer Verschiebung der vorgesetzten Chargen gegenüber den nicht vorgesetzten Chargen in den nichtkonservativen Bereich, das hebt die Streuspanne von 1,86 auf 1,93 an, Abbildung 6.40 links. Die Verschiebung liegt darin begründet, dass nicht mehr zwischen vorgesetzten und nicht vorgesetzten Federn differenziert wird: An der Berechnung der nicht vorgesetzten Federn ändert sich nichts, bei den vorgesetzten Federn werden aufgrund der höher angenommenen Steifigkeit niedrigere Lastspannungen berechnet. Das führt zu einer weniger konservativen Abschätzung der Lebensdauer, weil die realen Spannungen nicht mit den berechneten Spannungen abfallen, sondern gleich bleiben.

Bei den Chargen TF_600_x führt die Anhebung des Verformungsmoduls nur zu kleinen Änderungen, da bei allen Federn ähnliche Fehler eingeführt werden. Diese Fehler führen zu einer Reduktion der Streuspanne von 2,01 auf 2,00. Aufgrund der betragsmäßig kleinen Verbesserung ist hier von einem zufälligen Effekt auszugehen.

Das Vernachlässigen der (tangentialen) Eigenspannungen führt bei den Chargen TF_250_x wie bei den Chargen TF_600_x erwartungsgemäß zu ungenaueren Modellen, Abbildung 6.41.

Die Chargen mit betragsmäßig hohen Eigenspannungen verschieben sich tendenziell in den konservativen Bereich, die mit betragsmäßig niedrigen Eigenspannungen in den nichtkonservativen Bereich, Abbildung 6.41. Die Richtungen der Verschiebungen sind aber innerhalb der Chargen nicht konstant, sondern variieren in Abhängigkeit der Belastung der jeweiligen Feder.

Der Eigenspannungszustand wird hier durch das Kugelstrahlen dominiert, die beim Vorsetzen eingebrachten Eigenspannungen sind betragsmäßig kleiner.

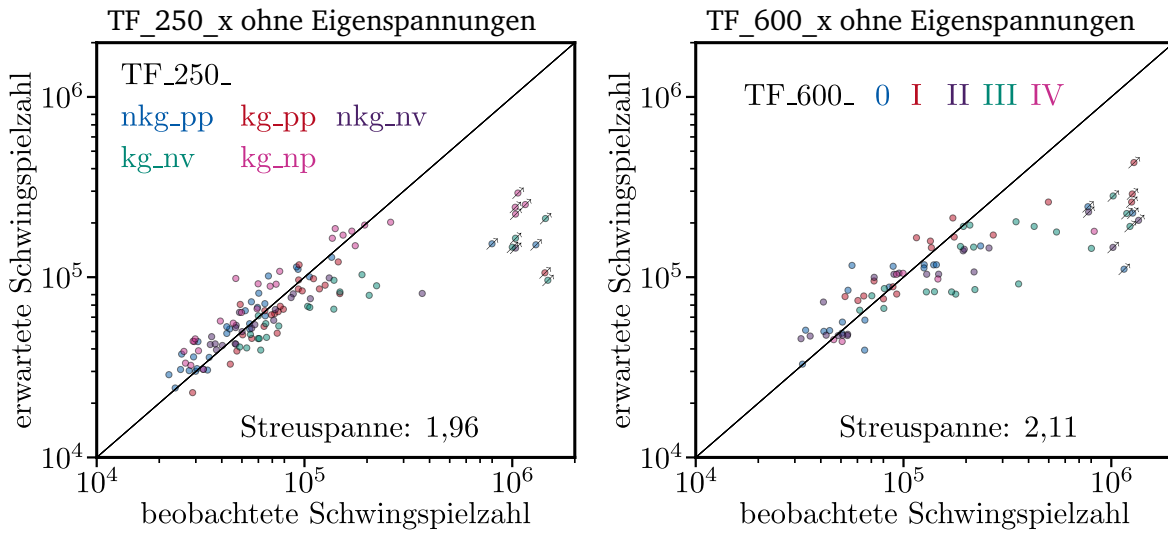


Abbildung 6.41: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts) ohne Berücksichtigung der Eigenspannungen.

Die Reduktion des WALKER-Exponenten auf 0,5 führt zur SWT-Beanspruchung mit einem relativ hohen Mittelspannungseinfluss und die Erhöhung auf 1,0 führt dazu, dass die Mittelspannung nicht explizit berücksichtigt wird (also nur durch Abschneiden des Druckbereichs beim Berechnen der Amplitude).

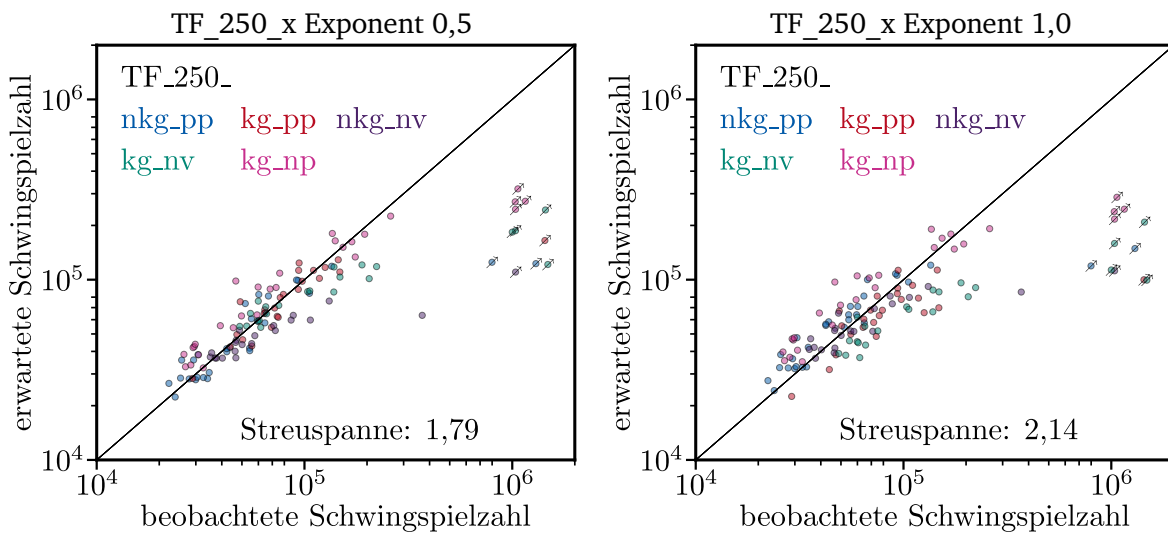


Abbildung 6.42: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_250_x mit Modellen mit reduzierten (links) und erhöhten (rechts) WALKER-Exponenten.

Bei den Chargen TF_250_x führt eine Verstärkung des Mittelspannungseinflusses zu einer Reduktion der Streuspanne von 1,86 auf 1,79. Dazu leistet die erhöhte Varianz in den Vorhersagen der nicht vorgesetzten Federn einen erheblichen Beitrag – im ausgewählten Modell variieren die vorhergesagten Lebensdauern der nicht vorgesetzten Federn immer noch weniger stark als die

beobachteten Lebensdauern derselben. Eliminieren des Mittelspannungseinflusses erhöht die Streuspanne auf 2,14.

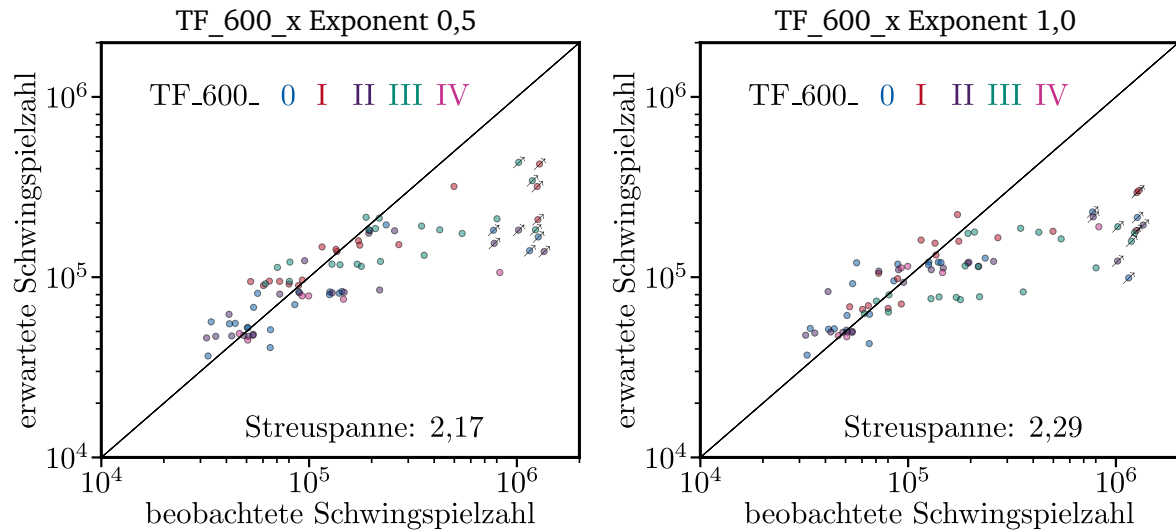


Abbildung 6.43: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_600_x mit Modellen mit reduzierten (links) und erhöhten (rechts) WALKER-Exponenten.

Bei den Chargen TF_600_x führt das Verstärken und Eliminieren des Mittelspannungseinflusses zu höheren Streuspannen, der Verlauf über dem WALKER-Exponenten ist mit 2,17, 2,01 und 2,29 in der genannten Reihenfolge stark nichtlinear.

Die Auswertung nach MMK unterscheidet sich von der uniaxialen Auswertung darin, dass auch die radialen Spannungen berücksichtigt werden. Aus dem Ansatz folgt unter anderem, dass Druckeigenstressungen in radialer Richtung die Mittelspannungen anheben, Abschnitt 5.2. Da der Ansatz in der Literatur etabliert ist und gegenüber dem uniaxialen Modell mehr Informationen verarbeitet werden, wären reduzierte Streuspannen zu erwarten.

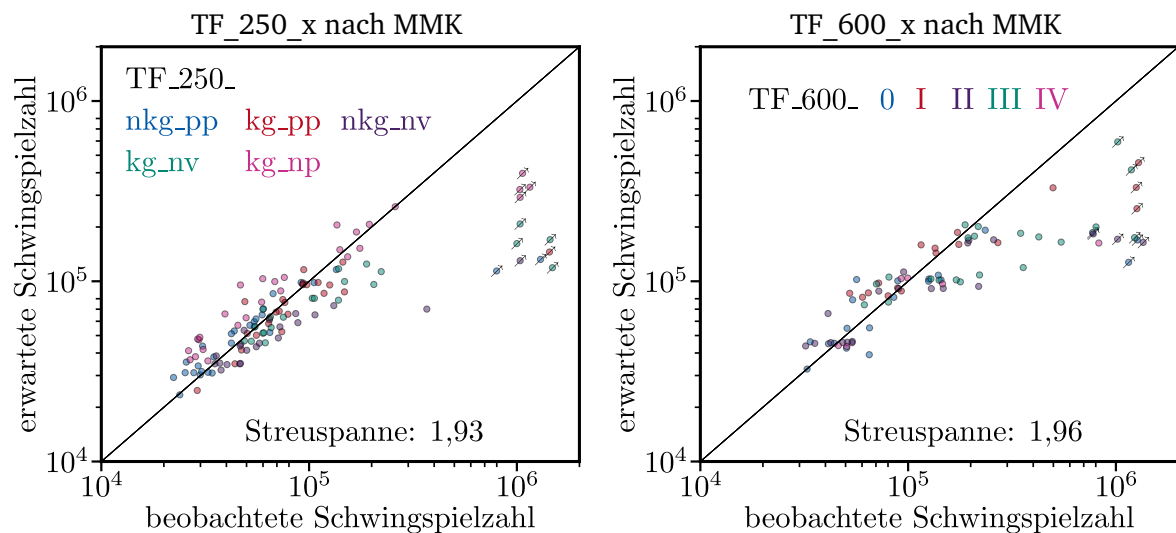


Abbildung 6.44: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_250_x (links) und TF_600_x (rechts) ausgewertet nach MMK.

Bei den Chargen TF_250_x ist die Streuspanne mit 1,93 gegenüber 1,86 erhöht. Bei den Chargen TF_600_x führt die Auswertung nach MMK zu einer von 2,01 auf 1,96 reduzierten Streuspanne. Letztlich bleibt ungeklärt, wie es zu der Erhöhung der Streuspanne bei den Chargen TF_250_x kommt. Die geringen Abweichungen der Streuspannen legen aber den Verdacht nahe, dass die Mehrachsigkeit aufgrund der Dominanz der Tangentialspannung gegenüber der Radialspannung – und möglicherweise auch aufgrund der Dominanz des Rissfortschritts gegenüber der Rissinitiierung – im Ermüdungsprozess nur nachrangig wirkt.

Mit zunehmender Risslänge nimmt der Einfluss der Hauptnormalspannung gegenüber den höchsten Schubspannungen zu [Kru04]. Möglicherweise beschreibt der uniaxiale Ansatz, der die Hauptnormalspannung berücksichtigt, die Lebensdauern der Tellerfedern teilweise besser, weil die Phase der Rissinitiierung und des Kurzrischwachstums gegenüber der Phase des Langrischwachstums relativ kurz ist.

Die in diesem Abschnitt diskutierten Streuspannen sind in Abbildung 6.45 für die Chargen TF_250_x und in Abbildung 6.46 für die Chargen TF_600_x zusammengefasst. Der größte Anteil der Verbesserung gegenüber dem klassischen Modell folgt aus der Berücksichtigung nicht-rechteckiger Querschnitte (bei Federn der Chargen TF_600_x) in FE-Modellen (besonders bei Federn der Chargen TF_250_x). Die Berücksichtigung gemessener Eigenspannungen, der Reduktion der Steifigkeit durch diese, des statistischen Größeneinflusses und eines angepassten Mittelspannungseinfluss sind demgegenüber untergeordnet.

Bei der Methode zur Berücksichtigung der Mehrachsigkeit und der Wahl des WALKER-Exponenten führen Abweichungen vom ausgewählten Modell teilweise zu reduzierten Streuspannen. Hier könnte eine Integration weiterer aus der Fertigung folgender Eigenschaften im Modell Klarheit schaffen. Die ausgewählten Modelle liefern aber bereits jetzt gegenüber dem bisherigen Stand der Forschung deutlich verbesserte Vorhersagen.

Der starke statistische Größeneinfluss, die Streuung von Versuchen auf gegebenen Lasthorizonten (Abbildung 6.25), unterschiedliche beobachtete Ausgangsdefektgrößen und die Streuung von Werkstoffproben in der Literatur [OS15; Ber+18] legen aber nahe, dass ein erheblicher Anteil der verbleibenden Streuspanne durch zufällige Unterschiede innerhalb der einzelnen Chargen bedingt ist. Eine Wiederholung der Reduktion der Streuspanne wie vom klassischen zum ausgewählten Modell ist daher in Folgearbeiten nicht mehr zu erwarten.

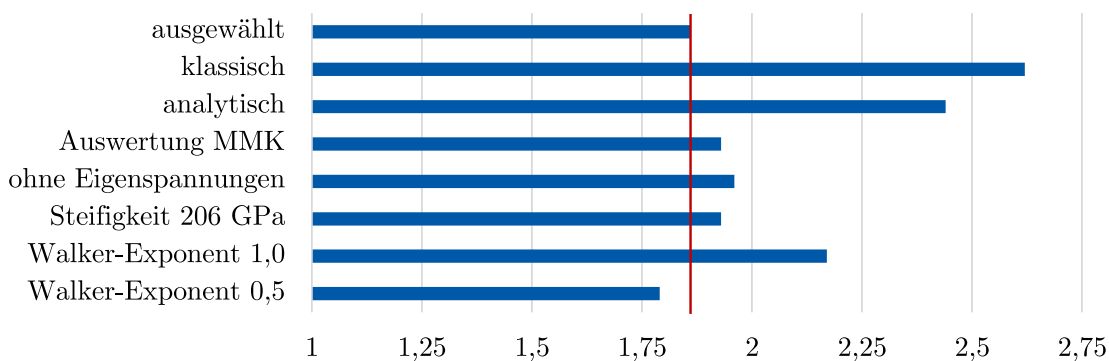


Abbildung 6.45: Zusammenfassung des Einflusses der verschiedenen Modellbestandteile auf die Streuspanne der Modelle der Chargen TF_250_x. Angegeben sind die Streuspannen des ausgewählten und des klassischen Modells sowie die in diesem Abschnitt diskutierten Modifikationen. Modifikationen mit geringfügigem Einfluss sind ausgelassen.

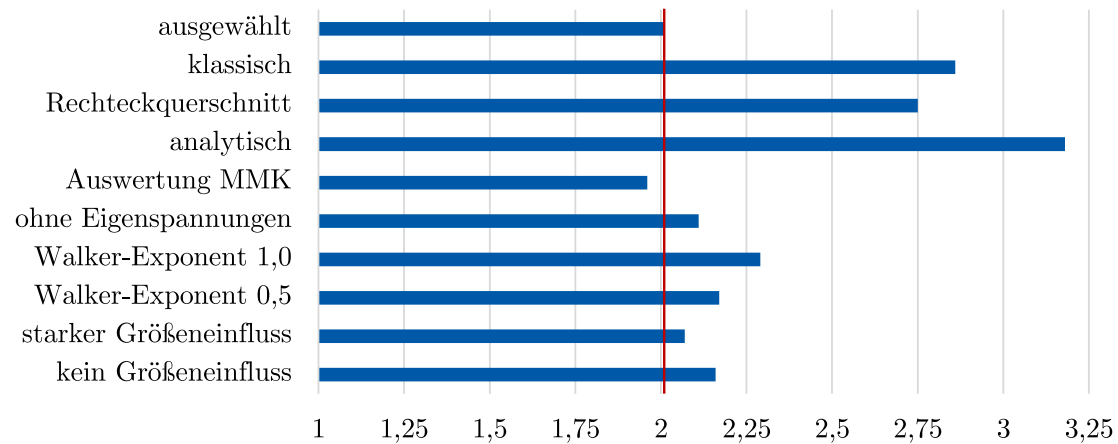


Abbildung 6.46: Zusammenfassung des Einflusses der verschiedenen Modellbestandteile auf die Streuspanne der Modelle der Chargen TF_600_x. Angegeben sind die Streuspannen des ausgewählten und des klassischen Modells sowie die in diesem Abschnitt diskutierten Modifikationen. Modifikationen mit geringfügigem Einfluss sind ausgelassen.

6.3.3 Übertragbarkeit des Modells

Bisher wurde bewertet, wie zutreffend die ausgewählten Lebensdauermodelle die Lebensdauer von Federn vorhersagen, die zu ihrer Kalibrierung herangezogen wurden. In diesem Abschnitt wird bewertet, wie gut die Modelle Federn einordnen, die sich durch verschiedene Eigenschaften von den zur Kalibrierung eingesetzten Federn unterscheiden.

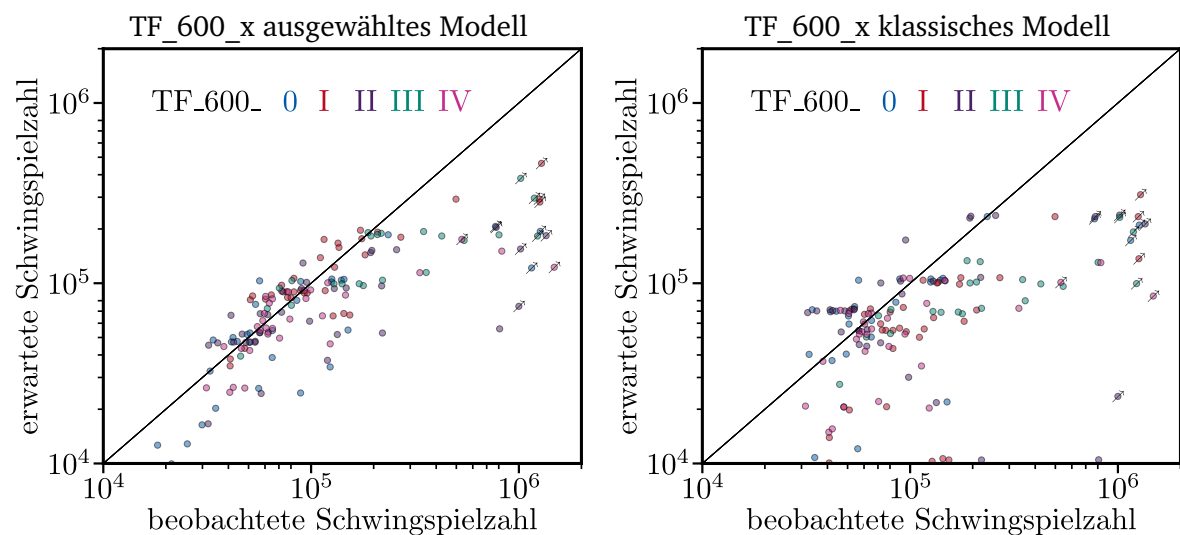


Abbildung 6.47: 45°-Diagramme der Federn der Chargen TF_600_x inklusive der über 60 kN belasteten Federn nach dem ausgewählten Modell (links) und dem klassischen Modell (rechts).

Bei der Kalibrierung des Modells der Chargen TF_600_x wurden nur Federn mit Umkehrkräften bis 60 kN berücksichtigt, da sich die Federn bei höheren Lasten bereits im ersten Schwingspiel merklich plastisch verformen. In Abbildung 6.47 sind zusätzlich bei über 60 kN geschwungene

Federn dargestellt, die Modelle sind unverändert. Beim ausgewählten wie beim klassischen Modell liegen die neu dazugekommenen Federn überwiegend im konservativ bewerteten Bereich, vereinzelt außerhalb des dargestellten Bereichs. Das ausgewählte Modell ist in Bezug auf die neu dazugekommenen Federn deutlich weniger konservativ als das klassische Modell. Das ausgewählte Modell erlaubt also eine höhere Übertragbarkeit in Richtung höherer Belastungen.

Die untersuchten Federn wurden mit unterschiedlichen Kraftverhältnissen (untere Umkehrkraft durch obere Umkehrkraft) geschwungen. Das ausgewählte Modell tätigt im Fall der Chargen TF_250_x vom Kraftverhältnis relativ unabhängige Lebensdauervorhersagen, Abbildung 6.48 links.

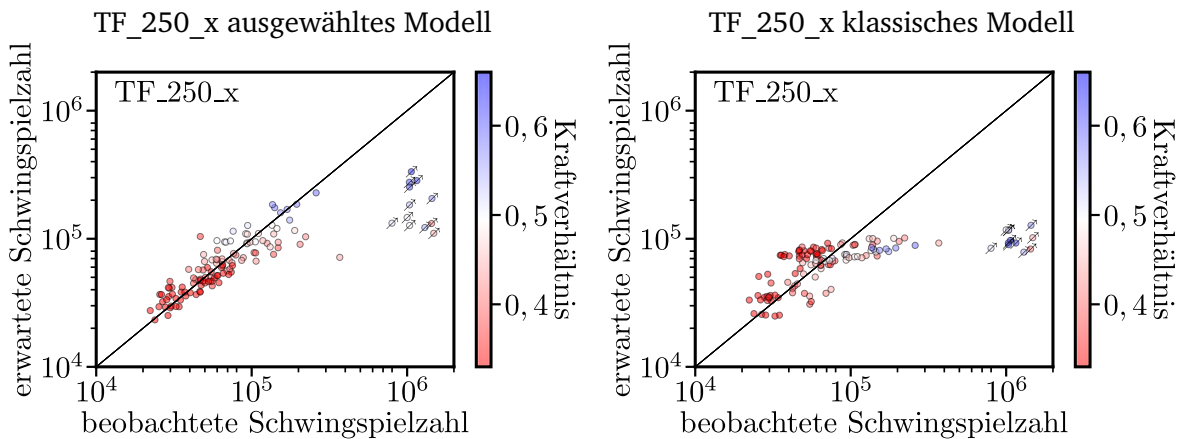


Abbildung 6.48: 45°-Diagramme mit Kraftverhältnissen der Federn der Chargen TF_250_x mit dem ausgewählten Modell (links) im Vergleich zum klassischen Modell (rechts).

Bei den Chargen TF_600_x wird eine Gruppe von Federn mit Kraftverhältnissen um 0,6 konservativ bewertet, mittig in Abbildung 6.49 links. Die Konservativität stammt daher, dass die Federn bereits im ersten Schwingspiel merklich plastisch deformiert wurden. Davon abgesehen sind die Federn der Chargen TF_600_x in Bezug auf das Kraftverhältnis durchmisch, auch Federn mit Kraftverhältnissen über 0,5 sind in der nichtkonservativen Hälfte des 45°-Diagramms zu finden.

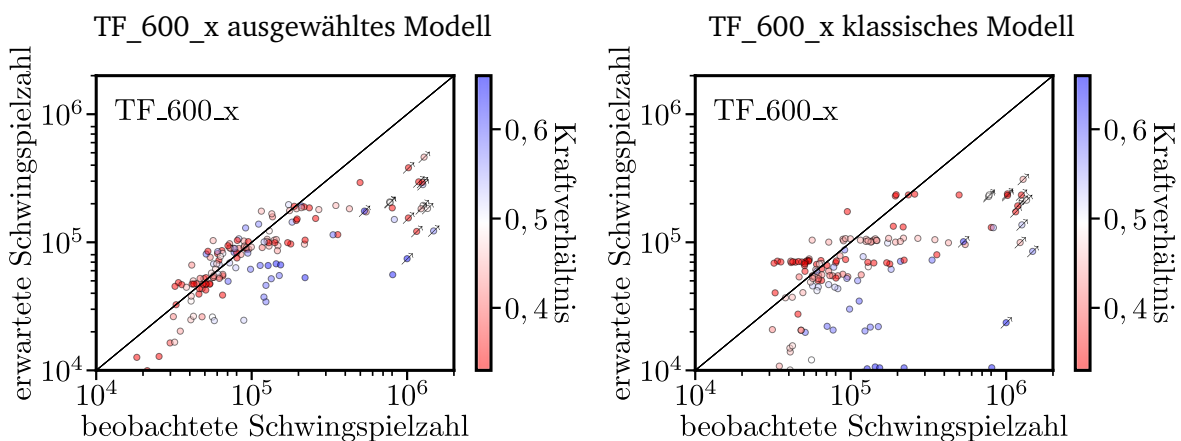


Abbildung 6.49: 45°-Diagramme mit Kraftverhältnissen der Federn der Chargen TF_600_x mit dem ausgewählten Modell (links) im Vergleich zum klassischen Modell (rechts).

Die klassischen Modelle schätzen Federn mit höheren Kraftverhältnissen konservativer ein, als Federn mit niedrigeren Kraftverhältnissen. Das ist in den Abbildungen 6.48 rechts und 6.49 rechts

an dem rot-blau-Gradienten von oben links nach unten rechts zu erkennen. Das ausgewählte Modell verbessert also die Übertragbarkeit auf andere Kraftverhältnisse.

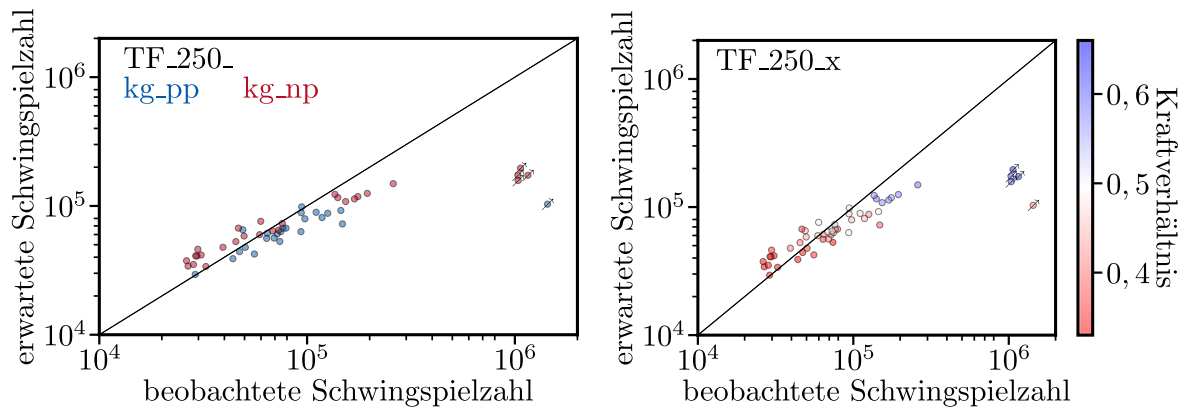


Abbildung 6.50: 45°-Diagramm der Federn der Chargen TF_250_kg_pp und TF_250_kg_np nach dem ausgewählten Modell (links und rechts dieselben Daten; rekonstruierte Geometrien).

Die Chargen TF_250_kg_pp und TF_250_kg_np unterscheiden sich nur darin, dass letztere den Phosphatierungsprozess nicht durchlaufen hat. Die berücksichtigten Eigenspannungen wurden an phosphatierten Federn ermittelt, für die nicht phosphatierten Federn wurde dieselbe Verteilung angenommen. Die phosphatierten Federn werden konservativer bewertet, das bedeutet, dass sie bei selber Belastung länger leben, Abbildung 6.50 links. Dieser Unterschied ist signifikant (p-Wert 0,1%). Die hier untersuchten Federn wurden bei unterschiedlichen Kraftverhältnissen geschwungen, Abbildung 6.50 rechts, eine klare Zuordnung zwischen Lebensdauer und Kraftverhältnis besteht aber nicht. Die Beobachtungen widersprechen den Befunden in Abschnitt 3.5.2, die besagen, dass Phosphatieren die Lebensdauer unter schwingender Belastung nicht beeinflusst. Nach derzeitigem Kenntnisstand ist die Übertragung von nicht phosphatierten Federn auf phosphatierte Federn konservativ, die von phosphatierten Federn auf nicht phosphatierte Federn aber nicht.

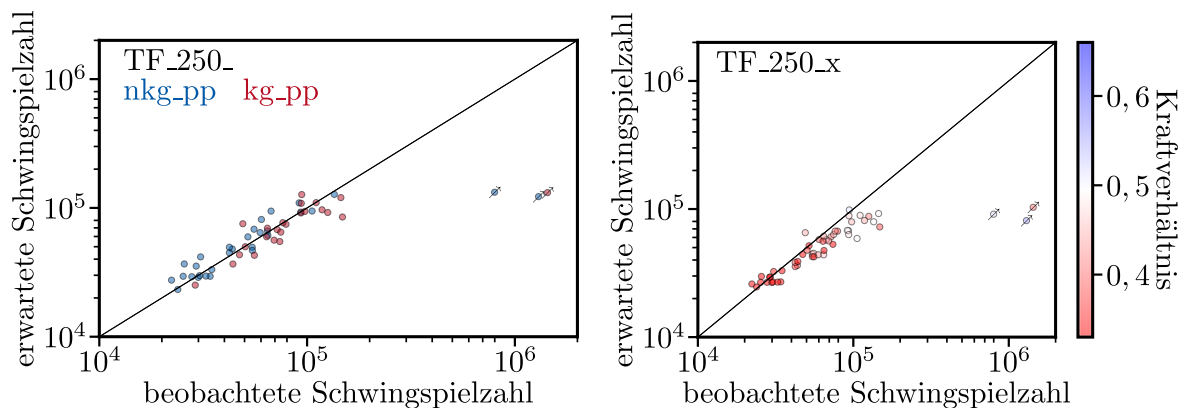


Abbildung 6.51: 45°-Diagramm der Federn der Chargen TF_250_nkg_pp und TF_250_kg_pp nach dem ausgewählten Modell (links und rechts dieselben Daten; rekonstruierte Geometrien).

Die Lebensdauern der kugelgestrahlten Federn unterscheiden sich bei Berücksichtigung von FE-Modellen mit rechteckigem Querschnitt nicht signifikant von denen der nicht kugelgestrahlten

Federn (p-Wert 55,9%); mit kugelgestrahlten Federn kalibrierte Modelle sind auf nicht kugelgestrahlte Federn anwendbar und umgekehrt. Dabei sind die unterschiedlichen Eigenspannungen zu berücksichtigen.

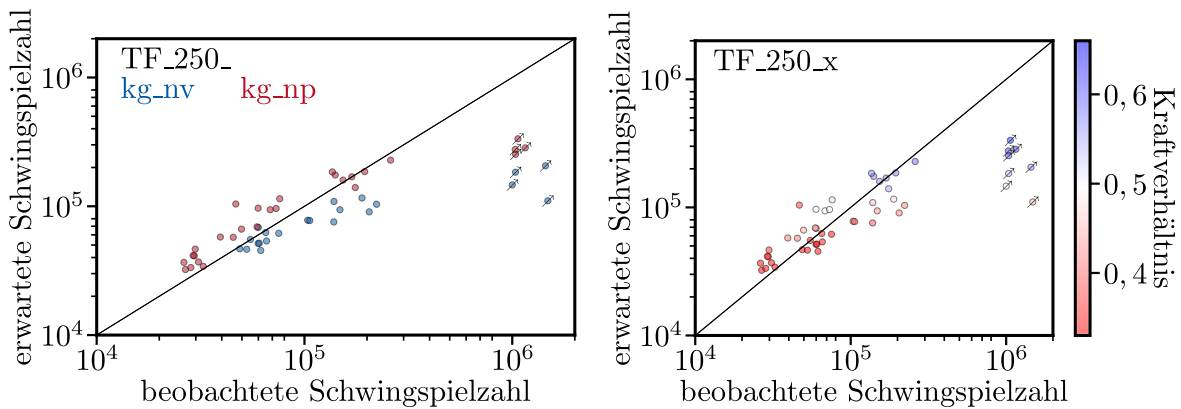


Abbildung 6.52: 45°-Diagramm der Federn der Chargen TF_250_kg_np und TF_250_kg_nv nach dem ausgewählten Modell (links und rechts dieselben Daten; rechteckiger Querschnitt).

Die Chargen TF_250_kg_nv und TF_250_kg_np unterscheiden sich nur darin, dass die eine Charge vorgesetzt ist, die andere nicht. Die nicht vorgesetzten Federn werden signifikant und deutlich konservativer bewertet als die vorgesetzten Federn (p-Wert 0,3%). Das liegt primär daran, dass die nicht vorgesetzten Federn bereits im ersten Schwingspiel merklich plastisch verformt werden. So werden Lastspannungen mit der Federhöhe reduziert und kompressible Eigenspannungen im versagenskritischen Bereich eingebracht. Eine Übertragung von vorgesetzten auf nicht vorgesetzte Federn ist also nichtkonservativ. Normgerechte [DIN17a] Tellerfedern sind vorgesetzt.

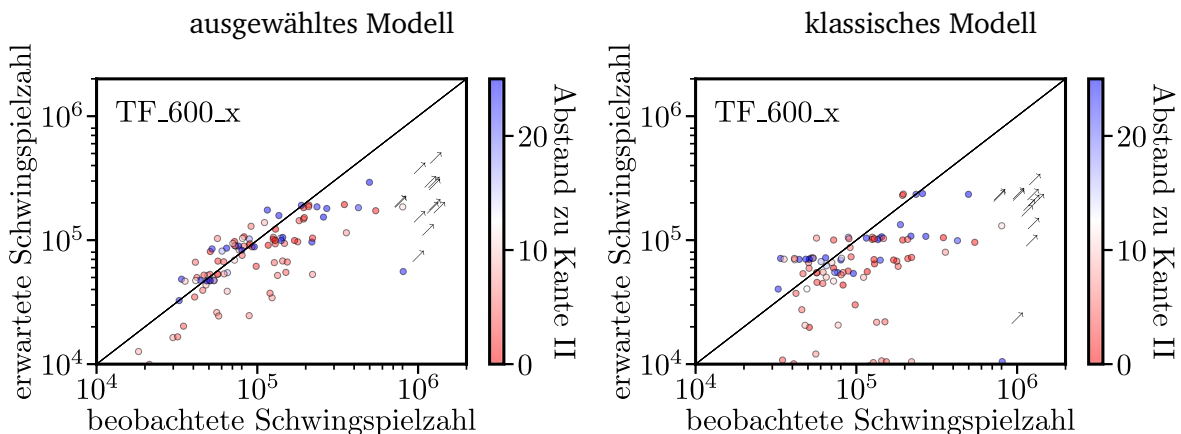


Abbildung 6.53: 45°-Diagramme mit Abständen der Rissausgänge von Kante II der Federn der Chargen TF_600_x mit dem ausgewählten Modell (links) im Vergleich zum klassischen Modell (rechts).

In den Chargen TF_600_x treten zwei verschiedene Bruchmechanismen auf, beschrieben in Abschnitt 6.2. Brüche ausgehend von der Kontaktfläche an Kante III sind in Abbildung 6.53 in kräftigem blau, Brüche ausgehend von der Fläche zwischen Kante II und Kante III sind in Abbildung 6.53 in weniger kräftigem blau, rot oder weiß dargestellt. Weder im ausgewählten Modell noch im klassischen Modell unterscheiden sich die Abweichungen der Bruchschwingspielzahlen

vom Erwartungswert beider Populationen (bei bis 60 kN belasteten Federn) erkennbar oder signifikant (p-Wert ausgewähltes Modell 18,2%, klassisches Modell 44,6%) voneinander. Da Bruch von der Kontaktstele in Kante III nur bei niedrigen Mittellasten erfolgt, liegen die zugehörigen Datenpunkte eher im oberen Bereich des Diagramms. Da sich die Lagen der Datenpunkte mit Rissausgang um Kante III im nichtkonservativen Bereich nicht grundsätzlich von denen mit Rissausgang zwischen Kante II und Kante III unterscheiden, bilden das ausgewählte und das klassische Modell für diese Charge beide Bruchmechanismen angemessen gemeinsam ab. Ob das Zufall oder verallgemeinerbar ist, bedarf weiterer Untersuchungen.

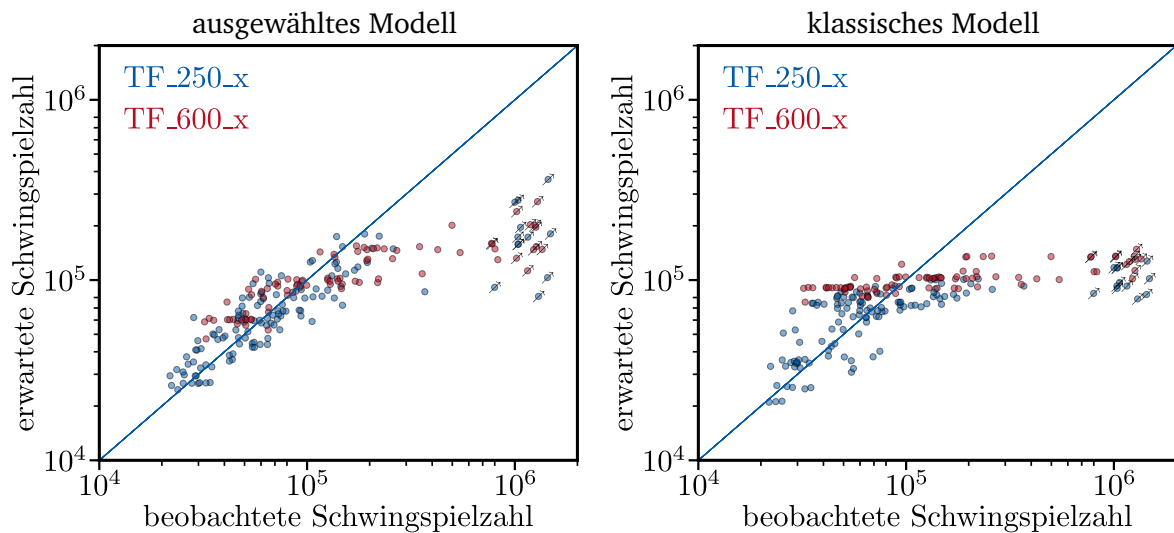


Abbildung 6.54: 45°-Diagramme der beiden Fertigungsketten mit dem Modell aus den Chargen TF_250_x. Im ausgewählten Modell wurden zur Aufrechterhaltung der Konsistenz auch bei den Chargen TF_250_x rekonstruierte Geometrien berücksichtigt.

Vorangehend wurden die beiden Gruppen TF_600_x und TF_250_x gesondert betrachtet, da die Chargen innerhalb beider Gruppen sich nur durch Hinzufügen oder Auslassen einzelner Fertigungsschritte beziehungsweise der Sollgeometrie unterscheiden und daher untereinander besser vergleichbar sind als mit den Chargen der jeweils anderen Gruppe. Die beiden Gruppen sind in unterschiedlichen Fertigungsprozessen (gedreht – feingeschnitten), mit unterschiedlicher Wärmebehandlung, aus unterschiedlichen Halbzeugchargen mit unterschiedlichen Blechdicken (2,5 mm und 12 mm), an unterschiedlichen Produktionsstandorten unterschiedlicher Hersteller gefertigt.

Mit dem ausgewählten Modell werden dennoch keine stark konservativen oder stark nichtkonservativen Vorhersagen getroffen, wenn die Federn der Chargen TF_600_x mit einem Modell bewertet werden, das anhand der Federn der Chargen TF_250_x kalibriert wurde, Abbildung 6.54 links. Umgekehrt werden auch keine stark konservativen oder stark nichtkonservativen Vorhersagen getroffen, wenn die Übertragung in umgekehrter Anordnung erfolgt, Abbildung 6.55 links.

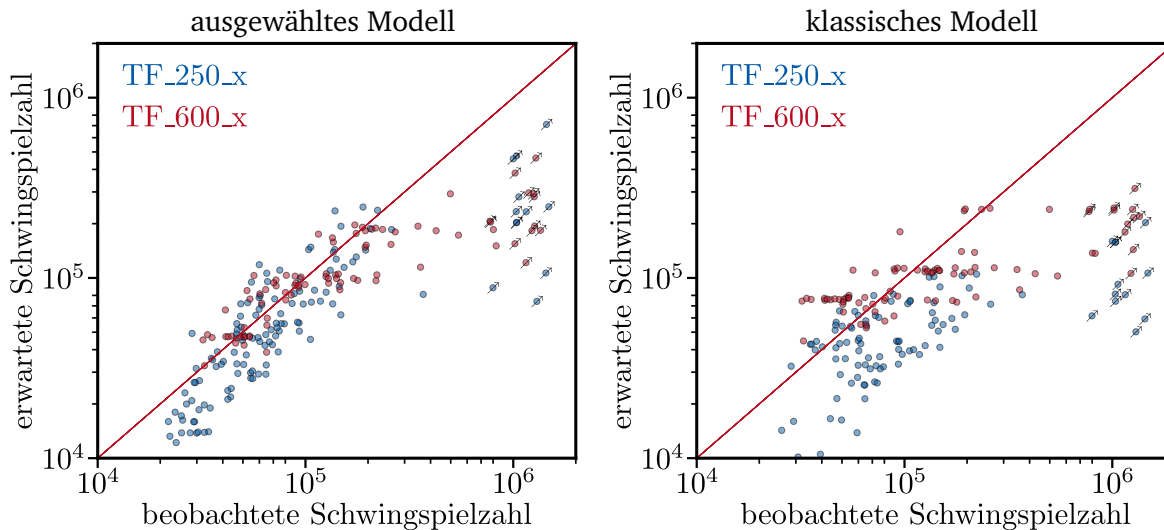


Abbildung 6.55: 45°-Diagramme der beiden Fertigungsketten mit dem Modell aus den Chargen TF_600_x. Im ausgewählten Modell wurden zur Aufrechterhaltung der Konsistenz auch bei den Chargen TF_250_x rekonstruierte Geometrien berücksichtigt.

Beim klassischen Modell ist das nicht der Fall: Werden Federn der Chargen TF_600_x mit dem Modell der anderen Chargen bewertet, fällt die Bewertung teilweise stark nichtkonservativ aus, Abbildung 6.54 rechts. Werden Federn der Chargen TF_250_x mit dem Modell der anderen Chargen bewertet, fällt die Bewertung überwiegend konservativ aus, Abbildung 6.55 rechts.

Die Übertragbarkeit zwischen Chargen aus unterschiedlichen Fertigungsprozessen (kugelgestrahlt – nicht kugelgestrahlt; vorgesetzt – nicht vorgesetzt; gedreht – feingeschnitten; verwendetes Halbzeug; Wärmebehandlung) und mit unterschiedlichen Geometrien (Kantenradien; Zusammenhang zwischen Innendurchmesser, Außendurchmesser, Dicke und Federhöhe; Größe) sowie auf andere Belastungen (größere Umkehrkräfte; unterschiedliche Kraftverhältnisse) ist beim ausgewählten Modell deutlich erhöht.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Die Krümmung der Mantelfläche einer axial belasteten Tellerfeder ist gegenüber einer unbelasteten Tellerfeder reduziert; die Feder ist biegebeansprucht. Weiter werden die Bereiche in der Nähe der Symmetrieachse zur Symmetrieachse hin, die Bereiche weit von ihr entfernt von ihr weg bewegt. Das erzeugt in der Nähe des Innendurchmessers Druck- und in der Nähe des Außendurchmessers Zugspannungen. Durch diese zusammengesetzte Beanspruchung und geometrische Nichtlinearitäten ist die Kennlinie der Feder nichtlinear.

Infolge dieser Nichtlinearität hängt das Verformungsverhalten der Tellerfeder im elastischen Bereich entgegen dem bisherigen Stand der Technik nicht nur vom Elastizitätsmodul und der Geometrie ab, sondern auch von der Verteilung der Eigenspannungen: Nachdem eine Axialkraft auf eine vorgesetzte Feder im Gleichgewichtszustand aufgebracht wird, wird die Feder weiter (über die Verformung der Geometrie der unbelasteten Feder nach Vorsetzen hinaus) verformt. Durch die Verformung nimmt die Steifigkeit der Feder ab. Die Eigenspannungen, die bei der zuvor gegebenen Steifigkeit zu dem Vorsetzmaß geführt haben, führen nun wegen der reduzierten Steifigkeit zu einer größeren Verformung als bloß dem Vorsetzmaß. Durch diesen zusätzlichen Beitrag zum Federweg unter Last verformt sich eine vorgesetzte Tellerfeder unter einer gegebenen Federkraft stärker als eine geometrie- und elastizitätsmodulgleiche, aber nicht vorgesetzte Tellerfeder.

Bei bisherigen Berechnungsmodellen verlaufen die Kennlinien von Tellerfedern zu Beginn degressiv, entgegen Planlage teilweise progressiv. Experimentell ermittelte Kennlinien verlaufen zu Beginn der Kennlinie progressiv, dann degressiv und entgegen Planlage ebenfalls wieder progressiv. In nicht achsensymmetrischen Modellen konnte die anfängliche Progressivität reproduziert und auf Asymmetrien zurückgeführt werden.

In der industriellen Praxis war bisher die Annahme weit verbreitet, dass die Reduktion der Steifigkeit eine Folge der Reduktion des Elastizitätsmoduls infolge plastischer Verformung ist. Diese Annahme wurde für 51CrV4 in den untersuchten Vergütungszuständen experimentell widerlegt.

Nach bisherigem Stand der Technik wird der Rissausgang bei Tellerfedern an der nach der analytisch berechneten Referenzspannung (Oberspannung minus halbe Unterspannung) höchstbeanspruchten Stelle erwartet. Er wird aber vielmals an anderen Positionen beobachtet. Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, dass bei den hier untersuchten Federn zwei Populationen mit unterschiedlichen Versagensmechanismen auftreten:

Die erste Population versagt in der Nähe des nach der klassischen Referenzspannung erwarteten Rissausgangsorts. Hier versagen die Federn durch klassische Ermüdungsmechanismen. Die Abweichungen der Rissausgänge von den rechnerisch höchstbeanspruchten Stellen sind auf den statistischen Größeneinfluss, die Möglichkeit der Interaktion mehrerer Risse, die Tiefenverläufe der Eigenspannungen und der Lastspannungen sowie den langsameren Abbau des tragenden Restquerschnitts bei Rissen, die Kanten einschließen, zurückzuführen.

Die zweite Population versagt ausgehend vom Kontaktbereich zwischen der Auflage und der zugebeanspruchten Unterseite der Tellerfeder. Die Risse gehen von Ausbrüchen aus, die infolge

von Kontaktermüdung entstehen. Sie wachsen aufgrund der Fernfeldspannung um Kante III, nachdem sie die Kontaktzone durchlaufen haben. Die zweite Population tritt nur bei niedrigen Mittelspannungen auf.

Bisher wird die analytisch berechnete Referenzspannung auch als Beanspruchungsmaß in quantitativen Modellen eingesetzt. Experimentell beobachtete Lebensdauern weichen auch dann stärker von den Erwartungswerten ab, als aufgrund der statistischen Streuung des Werkstoffs zu erwarten, wenn ein Modell auf Federn der Charge angewendet wird, mit der es kalibriert wurde. Die Betrachtung mehrerer Chargen, die sich in ihrer Geometrie oder dem Fertigungsprozess unterscheiden, erhöht diese Streuung noch einmal erheblich.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden neue Modelle entwickelt und ein gut geeignetes Modell wurde ausgewählt. In diesem Modell wird der Querschnitt der Feder mithilfe rekonstruierter Geometrien beschrieben und die Lastspannungen werden mithilfe von FE-Modellen berechnet.

Dabei wird die reduzierte Steifigkeit vorgesetzter Federn berücksichtigt. Zur Berechnung der Lastspannungen wird ein neu entwickeltes Verfahren eingesetzt, das nicht den Tiefenverlauf der Eigenspannungen benötigt, sondern nur den kalibrierten Verformungsmodul.

Die Gesamtspannungen werden durch Superposition der Lastspannungen und gemessener, stabiler Eigenspannung ermittelt. Der Verlauf der Eigenspannungen zwischen Kante II und Kante III wird durch einen linearen Verlauf angenähert, diese Näherung ist aus Ingenieurssicht zulässig. Tatsächlich hängen die Eigenspannungen nicht nur vom Abstand zu den Kanten, sondern auch von der Winkelposition auf der Tellerfeder ab. An der Kontaktstelle an Kante III treten gegenüber der Umgebung deutlich erhöhte Druckeigenspannungen auf. Die in der industriellen Praxis weit verbreitete Annahme, dass marktübliche Tellerfedern aus 51CrV4 nach der Wärmebehandlung weitgehend eigenspannungsfrei sind, wurde experimentell widerlegt.

Die lokale Beanspruchung wird durch die uniaxial ausgewertete WALKER-Beanspruchung mit dem Exponenten 0,7 abgebildet. Das globale Beanspruchungsmaß wird auf Basis der lokalen Beanspruchung in einem WEIBULL-Modell mit einer kritisch beanspruchten Fläche ab 90% der maximalen ermittelten Beanspruchung und einem Exponenten von 10 berechnet.

Im ausgewählten Modell sind die Streuspannen deutlich reduziert und die Übertragbarkeit zwischen Chargen aus unterschiedlichen Fertigungsprozessen (kugelgestrahlt – nicht kugelgestrahlt; vorgesetzt – nicht vorgesetzt; gedreht – feingeschnitten; verwendetes Halbzeug; Wärmebehandlung) und mit unterschiedlichen Geometrien (Kantenradien; Zusammenhang zwischen Innendurchmesser, Außendurchmesser, Dicke und Federhöhe; Größe) sowie auf andere Belastungen (größere Umkehrkräfte; unterschiedliche Kraftverhältnisse) ist deutlich erhöht.

7.2 Ausblick

In dieser Arbeit wurden eigenspannungsbehaftete, biegebeanspruchte Federelemente am Beispiel von Tellerfedern aus 51CrV4 untersucht. Eine Validierung der Übertragbarkeit der quantitativen Modellierung der Lebensdauer auf weitere eigenspannungsbehaftete, biegebeanspruchte Federelemente sowie andere Werkstoffe ist wünschenswert.

Der Versatz des Maximums der beobachteten Rissausgänge vom Maximum in den berechneten Beanspruchungsmaxima weist auf weiteres Optimierungspotential in der quantitativen Beschreibung der Lebensdauer von Tellerfedern im Speziellen aber auch eigenspannungsbehafteter, biegebeanspruchter Federelemente im Allgemeinen hin. Dazu sollten bruchmechanische Berechnungskonzepte auf eigenspannungsbehaftete, biegebeanspruchte Federelemente angewendet werden, um den Einfluss der Risswachstumsphase auf die Lebensdauer zu berücksichtigen. Diese

Rechnungen wären anhand der Frage zu bewerten, ob der Ort, an dem ein Anriss (bei einheitlichen Umkehrkräften und gleicher Anrisslänge) zur kürzesten berechneten Restlebensdauer führt, mit dem Maximum der Dichte der experimentell beobachteten Rissausgänge übereinstimmt.

Zur weiteren Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit kann die zyklische Verformung der Tellerfedern infolge des Risswachstums, infolge des Abreibens der Kanten, die in Kontakt mit den Auflagen stehen, und infolge des zyklischen anelastischen Werkstoffverhaltens in das quantitative Modell integriert werden.

Der entwickelte Ansatz zur quantitativen Modellierung kann in seiner jetzigen Form zur Auslegung eingesetzt werden. Um die Umsetzung zu vereinfachen, kann ein benutzerfreundliches Oberflächenprogramm entwickelt werden. Weiter können anhand von Versuchsreihen die Grenzen der Übertragbarkeit sowie optimale Kalibrierstrategien für Tellerfedern im Speziellen und für eigenspannungsbehaftete, biegebeanspruchte Federelemente im Allgemeinen ermittelt werden.

Die Erkenntnisse zur Kennlinie können aufgrund der Allgemeingültigkeit auf alle anderen einmalig überlasteten, geometrisch nichtlinearen Bauteile übertragen werden. Das ist nicht nur für eigenspannungsbehaftete, biegebeanspruchte Federelemente von hoher Relevanz, sondern auch für viele weitere komplizierte Systeme. Allerdings sollte noch erforscht werden, ob Eigenspannungen aus Kugelstrahlprozessen ebenfalls die Kennlinie beeinflussen und ob auch die Steifigkeit von Federelementen mit linearen Kennlinien aufgrund einmaliger Überlast oder Kugelstrahlen herabgesetzt wird.

Abbildungen

2.1	Definition Querschnittsgeometrie	4
2.2	Querschnitt vor und nach Drehung	5
2.3	Kennlinie mit degressivem Bereich	8
2.4	Kräfte bei gleichsinnig geschichteten Tellerfedern	9
2.5	Reibkräfte im Modell nach Curti und Montanini	10
2.6	Reibkräfte im Modell nach Ozaki et al.	11
2.7	Spannungssingularität in Kante I	15
3.1	Sollgeometrien untersuchter Federn I	23
3.2	Sollgeometrien untersuchter Federn II	24
3.3	Gefüge I	25
3.4	Gefüge II	25
3.5	Gefüge III	25
3.6	Orientierung Pfade ermittelter Eigenspannungen	26
3.7	Tangentiale Eigenspannung I	27
3.8	Tangentiale Eigenspannung II	27
3.9	Tangentiale Eigenspannung III	27
3.10	Tangentiale Eigenspannung IV	28
3.11	Radiale Eigenspannung I	28
3.12	Radiale Eigenspannung II	28
3.13	Radiale Eigenspannung III	29
3.14	Radiale Eigenspannung IV	29
3.15	Eigenspannungen und Halbwertsbreiten	30
3.16	Eigenspannungen nicht vorgesetzter Feder	31
3.17	Halbwertsbreiten	32
3.18	Messaufbau zur optischen Vermessung der Geometrie	33
3.19	Spannungs-Dehnungs-Diagramme Z_250	34
3.20	Experimenteller Aufbau Kennlinien	36
3.21	Be- und Entlastungskennlinie einer Feder	36
3.22	Experimenteller Aufbau Schwingversuche	37
3.23	Nachgiebigkeiten der Versuchsaufbauten zyklisch	37
3.24	Schwingversuche zur Regelungsart	38
3.25	Schwingversuche zur Phosphatierung	40
3.26	Wöhlerlinien klassisch TF_250_nkg_pp	41
3.27	Wöhlerlinien klassisch TF_250_kg_pp	41
3.28	Wöhlerlinien klassisch TF_250_kg_np	41
3.29	Wöhlerlinien klassisch TF_250_nkg_nv	42
3.30	Wöhlerlinien klassisch TF_250_kg_nv	42
3.31	Wöhlerlinien klassisch TF_600_x	42
3.32	Rauheit zyklisch	43
3.33	Federhöhe zyklisch	44
3.34	Eigenspannungen zyklisch I	45
3.35	Eigenspannungen zyklisch II	45

3.36	Eigenstressen zyklisch III	46
3.37	Eigenstressen zyklisch IV	47
3.38	Halbwertsbreiten zyklisch	47
3.39	Entwicklung der Vickershärte	48
4.1	Ablaufplan deskriptives Simulationsschema I	52
4.2	Ablaufplan deskriptives Simulationsschema II	53
4.3	Ablaufplan deskriptives Simulationsschema III	55
4.4	Geometrische Konstruktion skalares Beanspruchungsmaß	61
4.5	Definition parametrischer Querschnitt	63
5.1	Zusammenfassung tangentialer Eigenstressen	65
5.2	Zusammenfassung radialer Eigenstressen	66
5.3	Beispielfeder: Federkraft und Federweg	67
5.4	Beispielfeder: Tangentiale Lastspannungen	67
5.5	Beispielfeder: Modellierete Eigenstressen	68
5.6	Beispielfeder: Beanspruchung mit Eigenstressen	68
5.7	Beispielfeder: Beanspruchung ohne Eigenstressen	69
5.8	Beispielfeder: Beanspruchung mit tangentialen Eigenstressen	69
5.9	Einfluss der radialen Eigenstressung auf die Mittelspannung	70
5.10	Beispielfeder: Mittelspannung und Spannungsamplitude	70
5.11	Beispielfeder: Nahaufnahme Extrapolation	71
5.12	Beispielfeder: Minimale und maximale von Mises-Spannung	71
5.13	Beispielfeder feiner vernetzt: Spannungsverhältnis	71
5.14	Grundkonzept des Kalibrieralgorithmus	73
5.15	Beispielkennlinien Kalibrierung	75
5.16	Rissausgangsort-Beanspruchung I	76
5.17	Rissausgangsort-Beanspruchung II	76
5.18	Rissausgangsort-Beanspruchung III	76
5.19	Rissausgangsort-Beanspruchung IV	77
5.20	Rissausgangsort-Beanspruchung V	77
5.21	Versuchsplan quantitative Lebensdauermodelle	78
5.22	Streuspannen quantitativer Lebensdauermodelle	79
6.1	Maximale Abweichungen kalibrierter Kennlinien	82
6.2	Ermittelte Reibfaktoren	82
6.3	Korrelation Reibfaktor – verrichtete Arbeit	83
6.4	Ermittelte Verformungsmoduln	84
6.5	Simulation Kennlinie vorgesetzter Feder	86
6.6	Kennlinien und Lastspannungen (nicht) vorgesetzter Federn	87
6.7	Verteilung Abstände Rissausgänge zu Kante II I	88
6.8	Verteilung Abstände Rissausgänge zu Kante II II	89
6.9	Verteilung Abstände Rissausgänge zu Kante II III	90
6.10	Verteilung Abstände Rissausgänge zu Kante II IV	90
6.11	Verteilung Abstände Rissausgänge zu Kante II V	90
6.12	Sekundärrissausgang nahe Kante II	92
6.13	Risswachstum nahe Kante II	92
6.14	Gradient Beanspruchungsmaß	93
6.15	Spannungsintensitätsfaktoren viertel- und halbkreisförmiger Riss	94
6.16	Spannungskonzentration Halbellipse und Viertelellipse	95
6.17	Ausbrüche an Kante III: Makroaufnahme	96

6.18	Ausbrüche an Kante III: Tiefenverlauf Pfad	96
6.19	Ausbrüche an Kante III: Tiefenverlauf flächig	97
6.20	Ausbrüche an Kante III: Detailaufnahme	97
6.21	Ausbrüche an Kante III: Schliffe	97
6.22	Ausbrüche an Kante III: Schliffe geätzt	98
6.23	Berechnete Kontaktspannungen	99
6.24	Belastung und Rissausgang	100
6.25	Ausgewählte Belastungszustände TF_600_x	101
6.26	Streuspannen Querschnitt	103
6.27	Streuspannen Verformungsmodul	104
6.28	Streuspannen Beanspruchungsmaße	105
6.29	Streuspannen Mehrachsigkeit	105
6.30	Streuspannen Eigenspannungen	106
6.31	Streuspannen Schwellenbeanspruchung	106
6.32	Streuspannen Walker-Exponent	107
6.33	Streuspannen Weibull-Exponent	108
6.34	45°-Diagramm TF_250_x	108
6.35	45°-Diagramm TF_600_x	109
6.36	Analyse logarithmische Normalverteilung	110
6.37	45°-Diagramm FE – analytisch	110
6.38	45°-Diagramm statistischer Größeneinfluss TF_250_x	111
6.39	45°-Diagramm statistischer Größeneinfluss TF_600_x	111
6.40	45°-Diagramm Verformungsmodul	112
6.41	45°-Diagramm Eigenspannungen	113
6.42	45°-Diagramm Walker-Exponent TF_250_x	113
6.43	45°-Diagramm Walker-Exponent TF_600_x	114
6.44	45°-Diagramm Eigenspannungen	114
6.45	Modellbestandteile TF_250_x	115
6.46	Modellbestandteile TF_600_x	116
6.47	45°-Diagramm Höchstkräfte	116
6.48	45°-Diagramm Kraftverhältnisse TF_250_x	117
6.49	45°-Diagramm Kraftverhältnisse TF_600_x	117
6.50	45°-Diagramm (nicht) phosphatiert	118
6.51	45°-Diagramm (nicht) kugelgestrahlt	118
6.52	45°-Diagramm (nicht) vorgesetzt	119
6.53	45°-Diagramm Abstand zu Kante II	119
6.54	45°-Diagramm Fertigungsketten I	120
6.55	45°-Diagramm Fertigungsketten II	121

Tabellen

3.1	Fertigungsschritte untersuchter Tellerfedern	23
4.1	Formeln zur Berechnung unterschiedlicher Beanspruchungsmaße	62

Literatur

- [Afz+20] M. J. Afzal, F. Maqbool, R. Hajavifard, J. Buhl, F. Walther und M. Bambach. „Modelling the Residual Stresses Induced in the Metastable Austenitic Stainless Steel Disc Springs manufactured by Incremental Sheet Forming by a Combined Hardening Model with Phase Transformation“. In: *Procedia Manufacturing* 47.ESAFORM 2020 (2020), S. 1410–1415.
- [Ai+19] Y. Ai, S.-P. Zhu, D. Liao, J. A. Correia, A. M. P. de Jesus und B. Keshtegar. „Probabilistic modelling of notch fatigue and size effect of components using highly stressed volume approach“. In: *International Journal of Fatigue* 127 (2019), S. 110–119.
- [Akt+16] Y. Aktir, J.-F. Brunel, P. Dufrenoy und H. Mahé. „Three-dimensional finite element model of an automotive clutch for analysis of axial vibrations“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 230.10 (2016), S. 1324–1337.
- [AL36] I. O. Almen und A. Laszlo. „The Uniform-Section Disc-Spring“. In: *Transaction of American Society of Mechanical Engineers* 58 (1936), S. 305–314.
- [APA06] G. Atxaga, A. Pelayo und Am Irisarri. „Failure analysis of a set of stainless steel disc springs“. In: *Engineering Failure Analysis* 13.2 (2006), S. 226–234.
- [Baa+17] N. Baak, M. Garlich, A. Schmiedt, M. Bambach und F. Walther. „Characterization of residual stresses in austenitic disc springs induced by martensite formation during incremental forming using micromagnetic methods“. In: *Materials Testing* 59.4 (2017), S. 309–314.
- [BCM91] P. Bagavathiperumal, K. Chandrasekaran und S. Manivasagam. „Elastic load displacement predictions for coned disc springs subjected to axial loading using the finite element method“. In: *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 26.3 (1991), S. 147–152.
- [BDH96] C. B. Barber, D. P. Dobkin und H. Huhdanpaa. „The quickhull algorithm for convex hulls“. In: *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* 22.4 (1996), S. 469–483.
- [Bau86] J. Bauschinger. *Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen, durch Erwärmen und Abkühlen und durch oftmals wiederholte Beanspruchung*. Bd. 13. Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der königlich technischen Hochschule in München. München: Königlicher Buchhändler Theodor Ackermann, 1886.
- [BKT01] C. Berger, B. Kaiser und C. Teller. „AVIF A 115: Schwingfestigkeitsuntersuchungen an einzelnen Tellerfedern und Tellerfedern beliebiger Schichtung“. Abschlussbericht. Darmstadt: TU Darmstadt, 2001.
- [BV10] C. Berger und D. Veleva. „AVIF A 244: Experimentelle Untersuchung und numerische Simulation des Relaxationsverhaltens von Tellerfedern“. Abschlussbericht. Darmstadt: TU Darmstadt, 2010.

- [BKL06] C. Berger, B. Kaiser und Y. Li. „AVIF A 210: Untersuchungen zum Korrosionsverhalten von Tellerfedern und Tellerfedersäulen“. Abschlussbericht. Darmstadt: TU Darmstadt, 2006.
- [Ber+18] J. Bergström u. a. „Influence of cycling frequency on fatigue strength and crack growth of engineering steels for demanding applications“. Abschlussbericht. Brüssel, 2018.
- [Bha19] Bhadeshia, H K D H. *Bainite in steels: theory and practice*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2019.
- [Bha10] V. B. Bhandari. *Design of machine elements*. Neu-Delhi: Tata McGraw-Hill Education, 2010.
- [BM17] W. Bleck und E. Moeller. *Handbuch Stahl: Auswahl, Verarbeitung, Anwendung*. München: Carl Hanser Verlag, 2017.
- [BH82] J. Böhm und K. Heckel. „Die Vorhersage der Dauerschwingfestigkeit unter Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 13.4 (1982), S. 120–128.
- [BLM99] H. Bomas, T. Linkewitz und P. Mayr. „Application of a weakest-link concept to the fatigue limit of the bearing steel SAE 52100 in a bainitic condition“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 22.9 (1999), S. 733–741.
- [BN10] A.-H. Bouzid und A. Nechache. „The modelling of bolted flange joints used with disc springs and tube spacers to reduce relaxation“. In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 87.12 (2010), S. 730–736.
- [BNW15] B. Buchfink, K. C. Naue und G. Wunderle. *Tellerfedern: Funktion, Fertigung, Werkstoffe*. Die Bibliothek der Technik. Landsberg am Lech: Verlag Moderne Industrie, 2015.
- [Büh71] P. Bühl. „Zur Spannungsberechnung von Tellerfedern“. In: *Draht* 22.11 (1971), S. 760–763.
- [Büh77] P. Bühl. „Mechanische Schwingungen bei Tellerfedersäulen“. In: *Draht* 28.2 (1977), S. 48–53.
- [Büh80] P. Bühl. „Tellerfedern - gedreht oder feingeschnitten“. In: *Draht* 31.5 (1980), S. 295–299.
- [Byr+95] R. H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal und C. Zhu. „A limited memory algorithm for bound constrained optimization“. In: *SIAM Journal on Scientific Computing* 16.5 (1995), S. 1190–1208.
- [CF09] E. Castillo und A. Fernandez-Canteli. *A unified statistical methodology for modeling fatigue damage*. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 2009.
- [Che+21] R. Chen, X. Li, Z. Yang, J. Xu und H. Yang. „Nonlinear behavior of disk spring with complex contact state“. In: *Science Progress* 104.4 (2021), S. 00368504211052360.
- [CCC09] Y. S. Chen, C. C. Chiu und Y. D. Cheng. „Dynamic analysis of disc spring effects on the contact pressure of the collet—spindle interface in a high-speed spindle system“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 223.5 (2009), S. 1191–1201.
- [Che+16] Z. Chen, U. Gandhi, J. Lee und R. H. Wagoner. „Variation and consistency of Young’s modulus in steel“. In: *Journal of Materials Processing Technology* 227 (2016), S. 227–243.
- [Chr] Christian Bauer GmbH & Co. KG. *Tellerfedern - Theorie und Praxis*. Welzheim.

- [Cig+08] P. Cignoni, M. Callieri, M. Corsini, M. Dellepiane, F. Ganovelli und G. Ranzuglia. „Meshlab: an open-source mesh processing tool“. In: *Eurographics Italian chapter conference*. Salerno, 2008, S. 129–136.
- [CA82] G. Curti und D. Appendino. „Vergleich von Berechnungsverfahren für Tellerfedern“. In: *Draht* 33.1 (1982), S. 38–40.
- [CO79] G. Curti und M. Orlando. „Ein neues Berechnungsverfahren für Tellerfedern“. In: *Wire* 29.5 (1979), S. 199–204.
- [CO81] G. Curti und M. Orlando. „Geschlitzte Tellerfedern“. In: *Draht* 32.11 (1981), S. 608–615.
- [COP80] G. Curti, M. Orlando und G. Podda. „Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung von Tellerfedern“. In: *Draht* 31.11 (1980), S. 789–792.
- [CR92] G. Curti und F. A. Raffa. „Material nonlinearity effects in the stress analysis of conical disk springs“. In: *Journal of Mechanical Design* 114.2 (1992), S. 238–244.
- [CM99] G. Curti und R. Montanini. „On the influence of friction in the calculation of conical disk springs“. In: *Journal of Mechanical Design* 121.4 (1999), S. 622–627.
- [Das18a] Dassault Systemes. *Abaqus 2018 Scripting User's Guide*. 2018.
- [Das18b] Dassault Systemes. *Abaqus 2018 Scripting User's Reference Guide*. 2018.
- [DB07] C. K. H. Dharan und J. A. Bauman. „Composite disc springs“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38.12 (2007), S. 2511–2516.
- [DIN16] DIN 50125. *Prüfung metallischer Werkstoffe – Zugproben*. Berlin, 2016.
- [DIN06a] DIN EN 10083-1:2006. *Vergütungsstähle - Teil 1: Allgemeine technische Lieferbedingungen*. Belin, 2006.
- [DIN06b] DIN EN 10083-2:2006. *Vergütungsstähle - Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Stähle*. Belin, 2006.
- [DIN07] DIN EN 10083-3:2007. *Vergütungsstähle - Teil 3: Technische Lieferbedingungen für legierte Stähle*. Berlin, 2007.
- [DIN03] DIN EN 10089. *Warmgewalzte Stähle für vergütbare Federn - Technische Lieferbedingungen*. Berlin, 2003.
- [DIN02] DIN EN 10132-4. *Kaltband aus Stahl für eine Wärmebehandlung - Technische Lieferbedingungen: Teil 4: Federstähle und andere Anwendungen*. Berlin, 2002.
- [DIN17a] DIN EN 16983. *Tellerfedern – Qualitätsanforderungen – Maße*. Berlin, 2017.
- [DIN17b] DIN EN 16984. *Tellerfedern – Berechnung*. Berlin, 2017.
- [DIN20] DIN EN ISO. *Metallische Werkstoffe - Zugversuch - Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur: Deutsche Fassung EN ISO 6892-1:2019*. Berlin, 2020.
- [DCA09] N. E. Dowling, C. A. Calhoun und A. Arcari. „Mean stress effects in stress–life fatigue and the Walker equation“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 32.3 (2009), S. 163–179.
- [Fan+18] C. Fang, M. C. H. Yam, T.-M. Chan, W. Wang, X. Yang und X. Lin. „A study of hybrid self-centring connections equipped with shape memory alloy washers and bolts“. In: *Engineering Structures* 164.6 (2018), S. 155–168.
- [Fan+16] C. Fang, X. Zhou, A. I. Osofero, Z. Shu und M. Corradi. „Superelastic SMA Belleville washers for seismic resisting applications: Experimental study and modelling strategy“. In: *Smart Materials and Structures* 25.10 (2016), S. 105013.

- [FL16] N. Fawazi und J. Y. Lee. „An improved load-displacement prediction for a coned disc spring using the energy method“. In: *ARP Journal of Engineering and Applied Sciences* 11.2 (2016), S. 833–836.
- [FLO12] N. Fawazi, J.-Y. Lee und J.-E. Oh. „A load–displacement prediction for a bended slotted disc using the energy method“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 226.8 (2012), S. 2126–2137.
- [Fer13] G. Ferrari. „A new calculation method for belleville disc springs with contact flats and reduced thickness“. In: *International Journal of Manufacturing, Materials, and Mechanical Engineering* 3.2 (2013), S. 63–73.
- [Fie+19] M. Fiedler, M. Wächter, Varfolomeev, I., Vormwald, M. und A. Esderts. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis unter expliziter Erfassung nichtlinearen Werkstoffverhaltens für Maschinenbauteile aus Stahl, Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen*. 1. Aufl. FKM-Richtlinie. Frankfurt am Main: VDMA Verlag, 2019.
- [FM04] L. Flacelière und F. Morel. „Probabilistic approach in high-cycle multiaxial fatigue: volume and surface effects“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 27.12 (2004), S. 1123–1135.
- [Fra19] J. Franz. „Reverse Engineering: Entwicklung einer Verfahrensanweisung zur Bestimmung der realen Geometrien von Tellerfedern mithilfe eines optischen 3D-Scanners“. Bachelorthesis. Darmstadt: TU Darmstadt, 2019.
- [FKK98] H. Friederich, B. Kaiser und K. H. Kloos. „Anwendung der Fehlstellentheorie nach Weibull zur Berechnung des statistischen Größeneinflusses bei Dauerschwingbeanspruchung“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 29.4 (1998), S. 178–184.
- [GKO19] M. B. Geilen, M. Klein und M. Oechsner. „Building Models with 3D-Scanned Geometry using Abaqus Scripting - A Case Study on Disc Springs“. In: *3DEXPERIENCE Conference - Design, Modeling & Simulation*. Darmstadt, 2019.
- [Gla88] A. Glaser. „Mittelspannungseinfluß auf das Verformungsverhalten von Ck45 und 42CrMo4 bei spannungs- und dehnungskontrollierter homogen-einachsiger Schwingbeanspruchung“. Dissertation. Karlsruhe: KIT, 1988.
- [Gri21] A. A. Griffith. „VI. The phenomena of rupture and flow in solids“. In: *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character* 221.582-593 (1921), S. 163–198.
- [GMM14] J. Z. Gyekenyesi, P. L. N. Murthy und S. K. Mital. *NASALIFE-Component fatigue and creep life prediction program*. Hrsg. von NASA. Washington D.C., 2014.
- [Haj+19] R. Hajavifard, F. Maqbool, A. Schmiedt-Kalenborn, J. Buhl, M. Bambach und F. Walther. „Integrated forming and surface engineering of disc springs by inducing residual stresses by incremental sheet forming“. In: *Materials* 12.10 (2019), S. 1646.
- [Hen83] R. Hengstenberg. „Eigenspannungsentstehung in Tellerfedern und Schwingfestigkeit von Tellerfedern großer Scheibendicke“. Dissertation. Aachen: RWTH Aachen, 1983.
- [HV12] O. Hertel und M. Vormwald. „Statistical and geometrical size effects in notched members based on weakest-link and short-crack modelling“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 95 (2012), S. 72–83.
- [Her82] H. Hertz. „Ueber die Berührung fester elastischer Körper“. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1882), S. 156–171.

- [Her59] K.-H. Hertzner. „Über die Dauerfestigkeit und das Setzen von Tellerfedern“. Dissertation. Braunschweig: Technische Hochschule Carolo-Wilhelmina, 1959.
- [Hes+08] B. Hesselmann, S. Roth, P. Buchner, A. Rinsdorf und T. Muhr. „Boundary layer improvement of plate springs or undulating springs“. US20080006351A1. 2008.
- [HE82] W. Hübner und F. A. Emmerling. „Axialsymmetrische große Deformationen einer elastischen Kegelschale“. In: *ZAMM* 62.8 (1982), S. 404–406.
- [Hun07] J. D. Hunter. „Matplotlib: A 2D graphics environment“. In: *Computing in science & engineering* 9.3 (2007), S. 90–95.
- [Jás+19] V. Jászfi, P. Prevedel, A. Eggbauer, Y. Godai, P. Raninger, D. Mevec, M. Panzenböck und R. Ebner. „Influence of the Parameters of Induction Heat Treatment on the Mechanical Properties of 50CrMo4“. In: *HTM Journal of Heat Treatment and Materials* 74.6 (2019), S. 366–379.
- [JZ14] F. Jia und F. C. Zhang. „A Study on the Mechanical Properties of Disc Spring Vibration Isolator with Viscous Dampers“. In: *Advanced Materials Research* 904.3 (2014), S. 454–459.
- [Kar12] Ş. Karakaya. „Investigation of hybrid and different cross-section composite disc springs using finite element method“. In: *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering* 36.4 (2012), S. 399–412.
- [Kha+20] I. Khader, C. Koplín, C. Schröder, J. Stockmann, W. Beckert, W. Kunz und A. Kailer. „Characterization of a silicon nitride ceramic material for ceramic springs“. In: *Journal of the European Ceramic Society* 40.10 (2020), S. 3541–3554.
- [Kim+13] H. Kim, C. Kim, F. Barlat, E. Pavlina und M.-G. Lee. „Nonlinear elastic behaviors of low and high strength steels in unloading and reloading“. In: *Materials Science and Engineering: A* 562 (2013), S. 161–171.
- [Kle+20] U. Kletzin, R. Reich, M. Oechsner, A. Spies, B. Pyttel, G. Hanning, R. Rennert und E. Kullig. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente*. 1. Aufl. FKM-Richtlinie. Frankfurt am Main: VDMA Verlag, 2020.
- [KKF95] K. H. Kloos, B. Kaiser und H. Friederich. „Einfluß der Probengröße auf das Verformungs- und Versagensverhalten von Vergütungsstahl 42 CrMo 4 unter Schwingbeanspruchung“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 26.6 (1995), S. 330–336.
- [Kob16] V. Kobelev. „Exact shell solutions for conical springs“. In: *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 44.4 (2016), S. 317–339.
- [Kob21] V. Kobelev. *Durability of springs*. 2. Aufl. Cham: Springer, 2021.
- [Kop+19] C. Koplín, C. Schröder, W. Beckert, J. Stockmann und A. Kailer. „Demonstration der Zuverlässigkeit von keramischen Schraubendruck- und Tellerfedern für korrosive Umgebungen und hohe Temperaturen“. In: *Ilmenauer Federntag 2019*. Ilmenau, 2019, S. 11–21.
- [KMS18] K. Krishnasamy, F. Masse und O. Simon. „Fatigue analysis of Diaphragm spring in double dry clutch including manufacturing process“. In: *Procedia Engineering* 213.7th International Conference on Fatigue Design (2018), S. 606–612.
- [Kru04] U. Krupp. „Mikrostrukturelle Aspekte der Rissinitiierung und-ausbreitung in metallischen Werkstoffen“. Habilitation. Siegen: Universität Siegen, 2004.
- [KFA02] L. P. Kubin, C. Fressengeas und G. Ananthakrishna. „Collective behaviour of dislocations in plasticity“. In: *Dislocations in solids*. Bd. 11. Elsevier, 2002, S. 101–192.

-
- [Kuh56] P. Kuhn. „Effect of geometric size on notch fatigue“. In: *Colloquium on fatigue*. Stockholm: Springer, 1956, S. 131–140.
- [Kut01] W. Kutta. „Beitrag zur Näherungsweise Integration totaler Differentialgleichungen“. In: *Z. Math. Phys.* 46 (1901), S. 435–453.
- [LMR01] G. La Rosa, M. Messina und A. Risitano. „Stiffness of variable thickness Belleville springs“. In: *Journal of Mechanical Design* 123.2 (2001), S. 294–299.
- [Lan37] B. F. Langer. „Fatigue failure from stress cycles of varying amplitude“. In: *Journal of Applied Mechanics* 59 (1937), A160–A162.
- [Lei+22] D. S. Leininger, M. B. Geilen, M. Klein und M. Oechsner. „A New Method for the Calculation of Characteristics of Disc Springs with Trapezoidal Cross-Sections and Rounded Edges“. In: *Materials (Basel, Switzerland)* 15.5 (2022), S. 1954.
- [Lep16] K. Lepper. „Entwicklung einer Auslegungsmethodik für ermüdungsfeste Stahlbauteile unter Berücksichtigung von fertigungsabhängigen Werkstoffzuständen“. Dissertation. Karlsruhe: KIT, 2016.
- [Li07] Y. Li. „Korrosionsverhalten von Tellerfedern und Tellerfedersäulen unter Komplexbeanspruchung“. Dissertation. Darmstadt: TU Darmstadt, 2007.
- [LZ91] J. Liu und H. Zenner. „Berechnung der Dauerschwingfestigkeit unter Berücksichtigung der spannungsmechanischen und statistischen Stützziffer“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 22.6 (1991), S. 187–196.
- [LZ95] J. Liu und H. Zenner. „Berechnung von Bauteilwöhlerlinien unter Berücksichtigung der statistischen und spannungsmechanischen Stützziffer“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 26.1 (1995), S. 14–21.
- [Lut60] O. Lutz. „Zur Berechnung der Tellerfeder“. In: *Konstruktion* 12.2 (1960), S. 57–59.
- [LW67] O. Lutz und W. Wernitz. „Stülpfen einer konischen Ringscheibe (Tellerfeder) unter Berücksichtigung der Mantellinienkrümmung“. In: *Forschung im Ingenieurwesen A* 33.3 (1967), S. 77–84.
- [LG21] Y. Luxenburg und S. Givli. „The static response of axisymmetric conical shells exhibiting bistable behavior“. In: *Journal of Applied Mechanics* 88.11 (2021), S. 1–13.
- [MK89] E. Macherauch und K. H. Kloos. „Bewertung von Eigenspannungen bei quasistatischer und schwingender Werkstoffbeanspruchung“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 20.1 (1989), S. 1–13.
- [Mah+20] D. Maharjan, S. Shah, A. Abugharara und S. Butt. „Calculating Frictional Losses in Belleville Springs by Geometrical Interpolation“. In: *OMAE2020*. 2020, S. 1–6.
- [Mak01] M. Makkonen. „Statistical size effect in the fatigue limit of steel“. In: *International Journal of Fatigue* 23.5 (2001), S. 395–402.
- [MFF13] C. Maletta, L. Filice und F. Furgiuele. „NiTi Belleville washers: Design, manufacturing and testing“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 24.6 (2013), S. 695–703.
- [Maq+19a] F. Maqbool, R. Hajavifard, F. Walther und M. Bambach. „Engineering the residual stress state of the metastable austenitic stainless steel (MASS) disc springs by incremental sheet forming (ISF)“. In: *Production Engineering* 13.2 (2019), S. 139–148.

- [Maq+19b] F. Maqbool, R. Hajavifard, F. Walther und M. Bambach. „Experimental investigation and finite element modelling of residual stress control in disc springs made of metastable austenitic stainless steel (MASS) using incremental sheet forming (ISF)“. In: *Procedia Manufacturing* 29.SHEMET 2019 (2019), S. 12–20.
- [MDS17] N. P. Mastricola, J. T. Dreyer und R. Singh. „Analytical and experimental characterization of nonlinear coned disk springs with focus on edge friction contribution to force-deflection hysteresis“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 91 (2017), S. 215–232.
- [MS17] N. P. Mastricola und R. Singh. „Nonlinear load-deflection and stiffness characteristics of coned springs in four primary configurations“. In: *Mechanism and Machine Theory* 116.10 (2017), S. 513–528.
- [Mei+09] M. Meissner, F. Fischer, K. Wanke und M. Plitzko. *Die Geschichte der Metallfedern und der Federntechnik in Deutschland*. Ilmenau: Universitätsverlag Ilmenau, 2009.
- [Min45] M. A. Miner. „Cumulative damage in fatigue“. In: *Journal of Applied Mechanics* 12.3 (1945), S. 159–164.
- [MS96] C. R. Mischke und J. E. Shigley. *Standard handbook of machine design*. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [Mub] Mubea Tellerfedern und Spannelemente GmbH. *Mubea Disc Springs Manual*. Daa-den.
- [MN66] K. H. Muhr und P. Niepage. „Zur Berechnung von Tellerfedern mit rechteckigem Querschnitt und Auflageflächen“. In: *Konstruktion* 18.1 (1966), S. 24–27.
- [MNW75] K.-H. Muhr, P. Niepage und H. Willwacher. „Warmvorsetzen vermindert die Relaxation von Tellerfedern“. In: *Konstruktion* 27.12 (1975), S. 468–471.
- [Mül15] C. Müller. „Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien“. Dissertation. Clausthal: TU Clausthal, 2015.
- [Mül+17] C. Müller, M. Wächter, R. Masendorf und A. Esderts. „Distribution functions for the linear region of the SN curve“. In: *Materials Testing* 59.7-8 (2017), S. 625–629.
- [MB05] S. Münstermann und W. Bleck. „Einflussgrößen auf den Elastizitätsmodul von Stählen für den Karosseriebau“. In: *Materials Testing* 47.6 (2005), S. 337–344.
- [Mur19] Y. Murakami. *Metal fatigue: effects of small defects and nonmetallic inclusions*. Amsterdam: Elsevier, 2019.
- [Nie83] P. Niepage. „Vergleich verschiedener Verfahren zur Berechnung von Tellerfedern - Teil I“. In: *Draht* 34.3 (1983), S. 105–108, 255–258.
- [NGV93] P. Niepage, B. Grahn und K. H. Virnich. „Der Einfluss des Eigenspannungszustandes auf die Schwingfestigkeit von Tellerfedern“. In: *Draht* 44.4 (1993), S. 224–227.
- [NDD06] D. Nowell, D. Dini und Da Hills. „Recent developments in the understanding of fretting fatigue“. In: *Engineering fracture mechanics* 73.2 (2006), S. 207–222.
- [OKG22] M. Oechsner, M. Klein und M. B. Geilen. „AVIF A 309: Bewertung des Einflusses realer Bauteilgeometrien auf die Beanspruchbarkeit von Tellerfedern anhand numerischer Simulation“. Abschlussbericht. Darmstadt: TU Darmstadt, 2022.
- [OS15] M. Oechsner und A. Spies. „AVIF A 272: Ermittlung und Bewertung der Schwingfestigkeitseigenschaften von Tellerfedern aus verschiedenen Werkstoffen“. Abschlussbericht. Darmsatdt: TU Darmstadt, 2015.

-
- [OTT12] S. Ozaki, K. Tsuda und J. Tominaga. „Analyses of static and dynamic behavior of coned disk springs: Effects of friction boundaries“. In: *Thin-Walled Structures* 59 (2012), S. 132–143.
- [Pal24] A. G. Palmgren. „Die Lebensdauer von Kugellagern“. In: *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 68 (1924), S. 339–341.
- [PAC16] W. Patangtalo, S. Aimmanee und S. Chutima. „A unified analysis of isotropic and composite Belleville springs“. In: *Thin-Walled Structures* 109 (2016), S. 285–295.
- [Pau+11] S. K. Paul, S. Sivaprasad, S. Dhar und S. Tarafder. „Key issues in cyclic plastic deformation: experimentation“. In: *Mechanics of materials* 43.11 (2011), S. 705–720.
- [Ren+20] R. Rennert, E. Kullig, M. Vormwald, A. Esderts und M. Luke. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen*. 7. Aufl. FKM-Richtlinie. Frankfurt am Main: VDMA Verlag, 2020.
- [Run95] C. Runge. „Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen“. In: *Mathematische Annalen* 46.2 (1895), S. 167–178.
- [Sad+09] F. Sadeghi, B. Jalalahmadi, T. S. Slack, N. Rajee und N. K. Arakere. „A review of rolling contact fatigue“. In: *Journal of Tribology* 131.4 (2009), S. 414031–4140315.
- [SKT07] P. K. Saini, P. Kumar und P. Tandon. „Design and analysis of radially tapered disc springs with parabolically varying thickness“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 221.2 (2007), S. 151–158.
- [SD87] K. Schiffner und M. Dietrich. „Numerische Simulation der Entstehung von Eigenstressungen 1. Art an Tellerfedern“. In: *ZAMM* 67.4 (1987), S. 235–237.
- [Sch72] G. Schremmer. „Die geschlitzte Tellerfeder“. In: *Konstruktion* 24.6 (1972), S. 226–229.
- [Sch65] G. Schremmer. „Über die dynamische Festigkeit von Tellerfedern“. Dissertation. Braunschweig: Technische Hochschule Carolo-Wilhelmina, 1965.
- [Sch21] T. Schulte. „Untersuchung des Ermüdungsverhaltens von Tellerfedern unter zyklischer Belastung“. Masterthesis. Darmstadt: TU Darmstadt, 2021.
- [Sch05] V. Schulze. *Modern mechanical surface treatment: states, stability, effects*. Weinheim: Wiley, 2005.
- [Sfa+11] S. Sfarni, E. Bellenger, J. Fortin und M. Malley. „Numerical and experimental study of automotive riveted clutch discs with contact pressure analysis for the prediction of facing wear“. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 47.2 (2011), S. 129–141.
- [SMF16] E. Sgambitterra, C. Maletta und F. Furguele. „Modeling and simulation of the thermo-mechanical response of NiTi-based Belleville springs“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 27.1 (2016), S. 81–91.
- [Son93] C. M. Sonsino. „Zur Bewertung des Schwingfestigkeitsverhaltens von Bauteilen mit Hilfe örtlicher Beanspruchungen“. In: *Konstruktion* 45.1 (1993), S. 25–33.
- [SBO15] A. Spies, J. Beyer und M. Oechsner. „Ermittlung und Bewertung der Schwingfestigkeitseigenschaften von Tellerfedern aus verschiedenen Werkstoffen“. In: *Ilmenauer Federntag 2015*. Ilmenau, 2015, S. 121–130.
- [Spi+15] A. Spies, D. Veleva, J. Beyer und M. Oechsner. „Influence of Temperature on the Fatigue Strength of Disc Springs and Stacks of Disc Springs“. In: *ICST-1*. Tokyo, 2015, S. 7–12.

- [SW11] L. Sun und R. H. Wagoner. „Complex unloading behavior: Nature of the deformation and its consistent constitutive representation“. In: *International Journal of Plasticity* 27.7 (2011), S. 1126–1144.
- [TPI00] H. Tada, P. C. Paris und Irwin George R. *The stress analysis of cracks handbook*. 3. Aufl. New York: ASME Press, 2000.
- [Tel02] C. Teller. „Schwingfestigkeit von Tellerfedersäulen in Abhängigkeit von Schichtung, Werkstoff- und Fertigungszustand“. Dissertation. Darmstadt: TU Darmstadt, 2002.
- [Uem17] Y. Uematse. *Neuentwickelte hoch beanspruchbare Tellerfedern zur Kolbenrückstellung in modernen Automatikgetrieben – Potenzial zur Systemoptimierung*. Hrsg. von Muhr und Bender KG. Attendorn, 2017.
- [Vaa+20] J. Vaara, M. Vääntänen, P. Kämäräinen, J. Kempainen und T. Frondelius. „Bayesian analysis of critical fatigue failure sources“. In: *International Journal of Fatigue* 130 (2020), S. 105282.
- [VDF21] VDFI – Verband der Deutschen Federnindustrie e.V. *2020 – Produktion – Importe – Exporte*: <https://www.federnverband.de/wp-content/uploads/2020-Produktion-Importe-Exporte-gekuerzt.pdf>. Hagen, 2021.
- [Vel12] D. Veleva. „Experimentelle Untersuchung und numerische Simulation des Relaxationsverhaltens von Tellerfedern“. Dissertation. Darmstadt: TU Darmstadt, 2012.
- [VKB10] D. Veleva, B. Kaiser und C. Berger. „Experimentelle Untersuchung und numerische Simulation des Relaxationsverhaltens von Tellerfedern“. In: *Ilmenauer Federntag 2010*. Ilmenau, 2010, S. 71–78.
- [Vir+20] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser und J. Bright. „SciPy 1.0–Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature methods* 17.3 (2020), S. 261–272.
- [VHZ18] M. Vormwald, O. Hertel und P. Zerres. „Fatigue of engineering structures under combined nonproportional loads: An overview“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 41.7 (2018), S. 1449–1468.
- [WW87] W. Wagner und M. Wetzel. „Berechnung von Tellerfedern mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente“. In: *Konstruktion* 39.4 (1987), S. 147–150.
- [Wal70] K. Walker. „The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum“. In: *Effects of environment and complex load history on fatigue life*. West Conshohocken, USA: ASTM International, 1970, S. 1–14.
- [Weh+10] C. Wehmann, M. Neidnicht, F. Nützel, B. Roith und F. Rieg. „Finite Elementen Analysen zur Berechnung von Maschinenelementen mit nichtlinearem Verhalten“. In: *8. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik*. Bd. 8. Magdeburg, 2010, S. 47–52.
- [Wei39] W. Weibull. *A statistical theory of strength of materials*. Stockholm: Generalstabens litografiska anstalts förlag, 1939.
- [Wer54] W. Wernitz. „Die Tellerfeder“. In: *Konstruktion* 6.10 (1954), S. 361–376.
- [XFL17] L. Xu, X. Fan und Z. Li. „Experimental behavior and analysis of self-centering steel brace with pre-pressed disc springs“. In: *Journal of Constructional Steel Research* 139 (2017), S. 363–373.
- [YWI93] N. Yahata, M. Watanabe und N. Ishii. „Analysis of coned disc spring by finite element method“. In: *The Japan Society of Mechanical Engineering* 59 (1993), S. 260–265.

-
- [YAS04] M. Yang, Y. Akiyama und T. Sasaki. „Evaluation of change in material properties due to plastic deformation“. In: *Journal of Materials Processing Technology* 151.1-3 (2004), S. 232–236.
- [YD17] G. Yubing und Z. Defeng. „Mechanism for the Forced Strengthening on the Diaphragm Spring’s Load-Deflection Characteristic“. In: *International Journal of Engineering and Technology* 9.4 (2017), S. 287–292.
- [ZG18] R. G. Zala und K. R. Gawande. „Disc Spring Washer: Design and Axisymmetric analysis using ANSYS“. In: *Trends in Machine Design* 4.3 (2018), S. 21–25.
- [ZJZ14] E. Zheng, F. Jia und X. Zhou. „Energy-based method for nonlinear characteristics analysis of Belleville springs“. In: *Thin-Walled Structures* 79 (2014), S. 52–61.
- [Zhu+97] C. Zhu, R. H. Byrd, P. Lu und J. Nocedal. „L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound-constrained optimization“. In: *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* 23.4 (1997), S. 550–560.
- [Zhu+18] D. Zhu, F. Ding, H. Liu, S. Zhao und G. Liu. „Mechanical property analysis of disc spring“. In: *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 40.230 (2018), S. 1–12.

Zum Autor

Berufliche Tätigkeiten

seit 01/2023	Zuverlässigkeitsingenieur <i>Produktentwicklung Mechanik ADAS (AE/EDA2) Robert Bosch GmbH</i>
04/2022 - 12/2022	Stellvertretender Kompetenzbereichsleiter Bauteilfestigkeit <i>Zentrum für Konstruktionswerkstoffe (MPA-IfW) TU Darmstadt</i>
12/2021 - 12/2022	Kompetenzfeldverantwortlicher Numerische Simulation und Berechnungsverfahren <i>Zentrum für Konstruktionswerkstoffe (MPA-IfW) TU Darmstadt</i>
03/2019 – 12/2021	Kompetenzfeldverantwortlicher Bruchmechanik <i>Zentrum für Konstruktionswerkstoffe (MPA-IfW) TU Darmstadt</i>
07/2018 - 12/2022	Kompetenzfeldverantwortlicher Federn und Federelemente <i>Zentrum für Konstruktionswerkstoffe (MPA-IfW) TU Darmstadt</i>
02/2018 - 12/2022	Wissenschaftlicher Mitarbeiter <i>Zentrum für Konstruktionswerkstoffe (MPA-IfW) TU Darmstadt</i>
03/2015 – 08/2017	Studentische Hilfskraft <i>Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD Universität Bayreuth</i>

Bildungsweg

04/2015 – 11/2017	Masterstudium: Automotive und Mechatronik M. Sc. <i>Universität Bayreuth</i>
10/2012 – 04/2015	Bachelorstudium: Engineering Science B. Sc. <i>Universität Bayreuth</i>
10/2011 – 09/2012	Orientierungsstudium: Philosophie, Ökonomie, Informatik <i>Universität Bayreuth</i>
09/2002 – 03/2011	Allgemeine Hochschulreife <i>Kurfürst-Salentin-Gymnasium Andernach</i>

Zeitschriftenbeiträge:

- K. Deese, M. B. Geilen, F. Rieg: A Two-Step Smoothing Algorithm for an Automated Product Development Process. *International Journal of Simulation Modelling* 17 (2) 2019.
- M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Ermüdungsverhalten von Schraubendruckfedern bei konstanten und variablen Beanspruchungsamplituden bei sehr hohen Schwingungszahlen. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 50 (11) 2019.
- M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: A Novel Algorithm for the Determination of Walker Damage in Loaded Disc Springs. *Materials* 13 (7) 2020.
- M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner, M. Kaffenberger, K. Störzel, T. Melz: A Method for the Strain Rate Dependent Correction for Control Type of Fatigue Tests. *International Journal of Fatigue* 138 (9) 2020.
- M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: On the Influence of Ultimate Number of Cycles on Lifetime Prediction for Compression Springs Manufactured from VDSiCr Class Spring Wire. *Materials* 13 (14) 2020.
- M. B. Geilen, J. A. Schönherr, M. Klein, D. S. Leininger, A. Giertler, U. Krupp, M. Oechsner: On the Influence of Control Type and Strain Rate on the Lifetime of 50CrMo4. *Metals* 10 (11) 2020.
- M. B. Geilen, M. Klein, E. Sharma, M. Oechsner: Eine generische Programmstruktur zur Durchführung von Simulationsschemata. *NAFFEMS Online-Magazin* 16 (4) 2020.
- T. J. Niwinski, M. B. Geilen, M. Klein, E. Sharma, J. O. Schommartz, M. Oechsner: Ermüdungsfestigkeit von Schraubendruckfedern - Vergleich der Berechnung nach DIN EN 13906-1 und der Richtlinie des Forschungskuratoriums Maschinenbau (FKM) „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente“. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 52 (2) 2021.
- D. S. Leininger, M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: A New Method for the Calculation of Characteristics of Disc Springs with Trapezoidal Cross-Sections and Rounded Edges. *Materials* 15 (5) 2022.
- J. A. Schönherr, L. Duarte, M. Madia, U. Zerbst, M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Robust Determination of Fatigue Crack Propagation Thresholds from Crack Growth Data. *Materials* 15 (14) 2022.
- L. Duarte, J. A. Schönherr, M. Madia, U. Zerbst, M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Recent developments in the determination of fatigue crack propagation thresholds. *International Journal of Fatigue* 164 (4) 2022.
- M. B. Geilen, M. Klein, A. Kolyshkin, R. Kühne, M. Oechsner: Increase in residual lifetime due to low amplitude cycles and dwell times at room temperature: observations and suspected mechanisms. *International Journal of Fatigue* 168 (2) 2022.

Buchbeiträge:

- M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: A Novel Algorithm for the Determination of Stress States in Loaded Disc Springs. 1st Compendium of Modern Spring Technologies. VDFI: Hagen 2021.

Konferenzbeiträge:

M. B. Geilen, F. Hüter, F. Rieg: Numerische Strömungsmechanik mit Z88: Finite-Elemente-Analyse von Stokes-Strömungen. 18. Bayreuther Konstrukteurstag, Bayreuth 2016.

K. Deese, M. B. Geilen, F. Rieg: Zweischritt-Glättungsalgorithmus als Basis eines vollautomatisierten Produktentwicklungsprozesses. 15. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik, Duisburg 2017.

M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Spring_stack – ein Modul zur numerischen Simulation von Tellerfedern und Tellerfedersäulen. Ilmenauer Federntag 2019, Ilmenau 2019.

M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Building Models with 3D-Scanned Geometry using Abaqus Scripting – A Case Study on Disc Springs. 3DEXPERIENCE Conference – Design, Modeling & Simulation Germany, Darmstadt 2019.

M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Eine generische Programmstruktur zur Durchführung von FE-Analysen. NAFEMS DACH Konferenz 2020, Online 2020.

M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Fully automated finite element simulation and evaluation thereof as white-box elements in grey-box models. MSE 2020, Online 2020.

M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: On the influence of maximum number of load cycles in fatigue tests on derived S-N curves. VHCF8, Online 2021.

M. B. Geilen, M. Klein, J. A. Schönherr, A. Giertler, U. Krupp, M. Oechsner: Comparison of fatigue results of SAE 4150 under force-control and displacement-control. VHCF8, Online 2021.

M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Kalibrierung und Bewertung von analytischen und FE-Modellen von Tellerfedern mithilfe aufgezeichneter Kennlinien. Ilmenauer Federntag 2021, Ilmenau 2021.

T. J. Niwinski, M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Ermüdungsfestigkeit von Schraubendruckfedern – Vergleich der Berechnung nach DIN EN 13906-1 und der FKM-Richtlinie „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente“. Neue Entwicklungen für die Bauteilfestigkeitsnachweise, Berlin 2022.

J. A. Schönherr, L. Duarte, M. Madia, U. Zerbst, M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Robust Determination of Fatigue Crack Propagation Thresholds from Crack Growth Data. ECF23, Funchal 2023.

M. B. Geilen, M. Klein, R. Kühne, M. Oechsner: Medium carbon steels: when and why do low loads and holding times increase lifetime? ECF23, Funchal 2023.

J. A. Schönherr, M. B. Geilen, M. Klein, M. Oechsner: Ermittlung des Schwellenwerts gegen Ermüdungsrissausbreitung bei hohen Lastverhältnissen in kontrollierter Atmosphäre. Werkstoffprüfung 2022, Dresden 2022.

Betreute studentische Arbeiten:

Jonathan Franz: Reverse Engineering: Entwicklung einer Verfahrensanweisung zur Bestimmung der realen Geometrien von Tellerfedern mithilfe eines optischen 3D-Scanners. Bachelorthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2019.

Dominik Sebastian Leininger: Ermittlung des Einflusses realer Geometrien auf den Hebelarm und den Anstellwinkel von Tellerfedern mithilfe der statistischen Versuchsplanung und Python.

Bachelorthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2019.

Marcel Knapp: Reverse Engineering im Entwicklungsprozess – Entwicklung, Implementierung mit Python und Validierung eines Algorithmus zur Extraktion von Features aus Punktwolken. Masterthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2019.

Marcel Dominik Simons: Numerische Simulation der Wasserstoffdiffusion in einem auf Zug beanspruchten metallischen Werkstoff. Masterthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2019.

Cengiz Karahan: Entwicklung eines webbasierten Systems zur ferngesteuerten Erfassung von Messdaten. Bachelorthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2020.

Thorben Schulte: Untersuchung des Ermüdungsverhaltens von Tellerfedern unter zyklischer Belastung. Masterthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2021.

Marc-Simon Stutz: Bewertung der Abbildungsqualität optisch aufgezeichneter digitaler geometrischer Repräsentationen metallischer Bauteile. Masterthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2022.

Inigo Ullate Alcalá: Investigation of the Influence of Cyclic Loads below the Technical Fatigue Strength on Fatigue Lifetime. Bachelorthesis. Darmstadt: TU Darmstadt 2022.

David Sada Aramendia: Investigation of the Influence of Incremental Holding Times on the Lifetime of Metals. Darmstadt: TU Darmstadt 2022.