

LMI-Entwurf schneller Regler mit impliziten Ljapunov-Funktionen

LMI Design of Fast Control Employing Implicit Lyapunov Functions

Dilyana Yankulova und Jürgen Adamy

Weiche strukturvariable Regler mit impliziten Ljapunov-Funktionen sind nichtlineare Zustandsrückführungen für lineare Systeme mit Stellgrößenbeschränkung. Die Parameter des Reglers werden kontinuierlich abhängig vom Systemzustand verändert, sodass der Stellgrößenbereich möglichst gut ausgenutzt wird, ohne die Beschränkung zu verletzen. Dadurch kann ein fast zeitoptimales Verhalten bei einem verhältnismäßig geringen Entwurfsaufwand erreicht werden. Dieser Entwurf erfolgt durch die numerische Lösung eines Optimierungsproblems mittels eines Suchverfahrens, z. B. einer Evolutionsstrategie. Der Entwurfsaufwand wird in diesem Artikel durch Formulierung dieses Problems als LMI (lineare Matrixungleichung) basiertes Optimierungsproblem deutlich verringert.

Soft variable-structure controls employing implicit Lyapunov functions are nonlinear state feedback controls for linear plants with input constraints. Their parameters are changed continuously in dependency on the system state such that the available input range is exploited as much as possible, without violating the input constraints. The result is a nearly time-optimal performance with comparatively low design effort. In this article the effort is reduced considerably by formulating the original problem as an LMI (linear matrix inequality) optimization problem.

Schlagwörter: Lineare Matrixungleichung, weiche strukturvariable Regelung, implizite Ljapunov-Funktionen, fast zeitoptimale Regelung

Keywords: Linear matrix inequality, soft-variable structure control, implicit Lyapunov function, nearly time-optimal control

1 Einleitung

Lineare Regelungen sind aufgrund ihrer leicht handhabbaren Entwurfsverfahren weit verbreitet. Sie eignen sich aber nur bedingt für Strecken mit Stellgrößenbeschränkung. Insbesondere wenn hohe Anforderungen an die Ausregelzeit gestellt werden, muss die Stellgröße innerhalb der gegebenen Grenzen möglichst gut ausgenutzt werden. Lineare Regelungen werden aber meistens so ausgelegt, dass die Stellgrößenbeschränkung nie verletzt wird, was zu einer schlechten Stellgrößenausnutzung für kleinere Auslenkungen führt. Aufgrund dieser schlechten Stellgrößenausnutzung bleiben die linearen Regelungen hinter den zur Verfügung stehenden Möglichkeiten zurück.

Mit Hilfe des Maximum-Prinzips von Pontrjagin lassen sich zeitoptimale Regelungen entwerfen. Theoretisch existiert eine solche Regelung für jede steuerbare lineare Strecke.

Es gibt jedoch zwei Nachteile: Erstens ist der Entwurf sehr aufwändig und das Regelgesetz lässt sich besonders bei höherdimensionalen Strecken nicht explizit angeben. Zweitens wird bei der zeitoptimalen Regelung immer sprunghaft zwischen maximaler und minimaler Stellgröße hin- und hergeschaltet, was die meisten Aktoren nicht leisten können.

Weiche strukturvariable Regelungen¹ bieten einen guten Kompromiss zwischen Ausregelzeit und Entwurfsaufwand. Die Idee besteht darin, die Reglerparameter in Abhängigkeit vom Systemzustand kontinuierlich zu variieren, wobei der Stellgrößenbereich möglichst gut ausgenutzt wird. Das Regelgesetz ist im Allgemeinen als

$$u = \mathcal{F}(\mathbf{x}, p) \quad (1)$$

¹Weiche strukturvariable Regelungen sind nicht mit Sliding-mode-Reglern zu verwechseln, die in der anglo-amerikanischen Literatur auch als „variable-structure controls“ bezeichnet werden.

vorgegeben und hängt vom Systemzustand \mathbf{x} und einem stetig verlaufenden Selektionsparameter p ab. Es gibt verschiedene Möglichkeiten diesen Selektionsparameter vorzugeben: explizit [2; 5], als Lösung einer Differenzialgleichung [2; 9] oder implizit [2; 4]. Eine weitere Möglichkeit wird in [8] vorgestellt, der Selektionsparameter wird hier durch Lösen der Riccati-Gleichung bestimmt.

In diesem Artikel betrachten wir eine weiche strukturvariable Regelung mit implizit vorgegebenem Selektionsparameter. Das Funktionsprinzip und der Entwurf dieser Regelung werden im nächsten Abschnitt näher erläutert. Der bisherige Entwurf basiert auf einem Optimierungsproblem, das mittels eines Suchverfahrens, z. B. einer Evolutionsstrategie, gelöst werden kann. Der Entwurf kann durch Transformation der Nebenbedingungen in LMI-Form wesentlich vereinfacht werden. Diese Umformung wird in Abschnitt 3 vorgestellt. Nach dem Festlegen einer Gütefunktion in Abschnitt 4 entsteht dann ein semidefinites Optimierungsproblem, das sich schnell und zuverlässig mit Innere-Punkte-Verfahren lösen lässt. Am Ende werden in Abschnitt 5 der LMI-Entwurf anhand eines Beispiels demonstriert und die Ergebnisse in Abschnitt 6 zusammengefasst.

2 Weiche strukturvariable Regelung mittels impliziter Ljapunov-Funktionen

Eine ausführliche Herleitung und Darstellung weicher strukturvariabler Regelungen mittels impliziter Ljapunov-Funktionen findet sich in [2; 4]. Daher wird das Funktionsprinzip der Regelung hier nur kurz erläutert. Es werden lineare Systeme der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \quad (2)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (3)$$

betrachtet, die eine Stellgrößenbeschränkung

$$|u| \leq u_0 \quad (4)$$

aufweisen und deren Anfangswerte in einem Gebiet

$$\mathcal{X}_0 = \{\mathbf{x} | x_{iu} \leq x_i \leq x_{io}\}. \quad (5)$$

liegen.

Die weichen strukturvariablen Regelungen mit impliziten Ljapunov-Funktionen sind eine systematische Weiterentwicklung [2; 4] des Schachtelungsreglers mit abschnittsweise linearem Regelgesetz aus [10; 15]. Ein Schachtelungsregler wird durch eine Familie von linearen Reglern $u = -\mathbf{k}_p^T \mathbf{x}$ und eine Familie von den Reglern zugeordneten, ineinander geschachtelten Ljapunov-Gebieten $\mathcal{G}_p = \{\mathbf{x} | v_p(\mathbf{x}) < c_p\}$ festgelegt, wobei v_p die entsprechende Ljapunov-Funktion ist und c_p die Größe des Gebietes bestimmt. Dabei werden die Gebiete \mathcal{G}_p anhand des Parameters c_p so skaliert, dass sie die Stellgrößenbegrenzung $|\mathbf{k}_p^T \mathbf{x}| \leq u_0$ tangieren. Bei quadratischen Ljapunov-Funktionen $v_p = \mathbf{x}^T \mathbf{R}_p \mathbf{x}$ sind die Gebiete ineinandergeschachtelte Ellipsen (siehe Bild 1). Um die Stellgröße

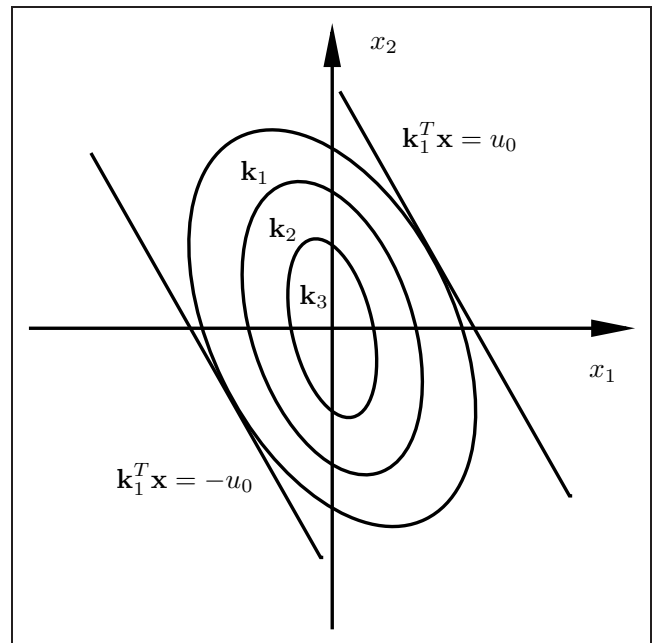


Bild 1: Familie von ineinander geschachtelten Ljapunov-Gebieten.

besser auszunutzen, wird zwischen den Reglern so umgeschaltet, dass in jedem Gebiet \mathcal{G}_p der zugeordnete Regler \mathbf{k}_p aktiv ist. Innerhalb der äußeren Ellipse ist der Regler \mathbf{k}_1 , in der mittleren \mathbf{k}_2 und in der inneren \mathbf{k}_3 aktiv (siehe Bild 1). Da die Ellipsen Ljapunov-Gebiete sind, ist sichergestellt, dass die Trajektorien nie die Ellipse verlassen, in der sie sich befinden. Durch die Schachtelung wird eine eindeutige Zuordnung eines Gebietes zum jeweiligen zugehörigen Regler erreicht. Bei richtigem Entwurf kann der Schachtelungsregler deutlich schneller sein als ein linearer Regler. Nachteilig sind jedoch der höhere Entwurfsaufwand und die Sprünge des Stellgrößenverlaufs beim Umschalten.

Diese Sprünge lassen sich vermeiden und die Ausregelgeschwindigkeit lässt sich deutlich steigern, wenn anstelle einer endlichen Anzahl von Reglern ein Reglerkontinuum verwendet wird und die Ljapunov-Gebiete infinitesimal dicht geschachtelt werden. Als Ljapunov-Gebiete werden n -dimensionale Ellipsoide

$$\mathcal{G}(v) = \{\mathbf{x} | g(v, \mathbf{x}) = e(v) \mathbf{x}^T \mathbf{R}(v) \mathbf{x} - 1 < 0\}, \quad (6)$$

$$e(v) = \frac{\mathbf{k}(v)^T \mathbf{R}^{-1}(v) \mathbf{k}(v)}{u_0^2}, \quad (7)$$

benutzt. Das Polynom $e(v)$ ist ein Skalierungsfaktor, der die Ellipsoide so skaliert, dass die Hyperebenen $|\mathbf{k}^T(v) \mathbf{x}| = u_0$ sie tangieren. Der stetig von \mathbf{x} abhängige Selektionsparameter v ist implizit durch die Gleichung $g(v, \mathbf{x}) = e(v) \mathbf{x}^T \mathbf{R}(v) \mathbf{x} - 1 = 0$ vorgegeben. Es lässt sich zeigen [2; 4], dass v eine Ljapunov-Funktion des geregelten Systems darstellt. Die Regelung wird deswegen als weiche strukturvariable Regelung mittels impliziter Ljapunov-Funktionen [1] bezeichnet. Ihre Struktur ist in Bild 2 gezeigt. Die Gleichung $g(v, \mathbf{x}) = 0$ ist immer sicher und schnell lösbar [2; 4]. Das implizite Auswahlgesetz

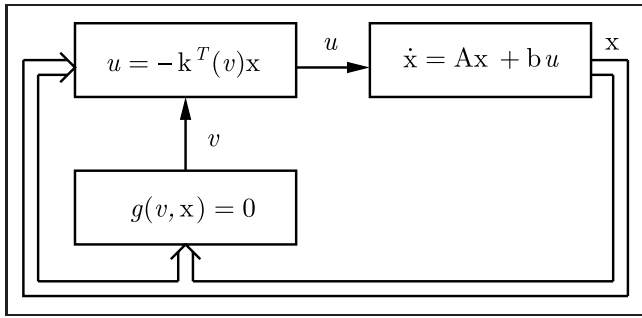


Bild 2: Struktur einer weichen strukturvariablen Regelung mit impliziter Ljapunov-Funktion.

$g(v, \mathbf{x}) = 0$ stellt daher in der Praxis keinen Nachteil gegenüber einem expliziten dar.

Das geregelte System sieht dann folgendermaßen aus:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T(v))\mathbf{x} = \hat{\mathbf{A}}(v)\mathbf{x}. \quad (8)$$

Die Aufgabe ist es jetzt, $\mathbf{k}(v)$ so zu bestimmen, dass das geregelte System stabil ist und die Ljapunov-Gebiete infinitesimal dicht ineinander geschachtelt werden.

Für den Entwurf ist die Strecke in Regelungsnormalform umzuwandeln, was für ein steuerbares System ohne Beschränkung der Allgemeinheit möglich ist und im Weiteren vorausgesetzt wird. Es wird auch festgelegt, dass der Parameter v nur Werte zwischen 0 und 1 annimmt und die Eigenwerte $\lambda_i(v)$ von $\hat{\mathbf{A}}(v)$ mit abnehmendem v auf Strahlen gemäß $\lambda_i(v) = \lambda_{1i}/v$, von den Anfangseigenwerten $\lambda_{1i} = \lambda_i(1)$ aus, immer weiter nach links in der komplexen Ebene verschoben werden. Dann lässt sich die variable Systemmatrix in der Form

$$\hat{\mathbf{A}}(v) = \frac{1}{v}\mathbf{D}(v)\hat{\mathbf{A}}_1\mathbf{D}^{-1}(v) \quad (9)$$

schreiben, wobei $\mathbf{D}(v) = \text{diag}(v^n, \dots, v^2, v)$ und $\hat{\mathbf{A}}_1 = \hat{\mathbf{A}}(1)$. Der Regler kann dann in der Form

$$\mathbf{k}(v) = \mathbf{D}^{-1}(v)\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a} \quad (10)$$

darstellt werden. Dabei werden mit $\mathbf{a} = (a_0, \dots, a_{n-1})^T$ die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms von \mathbf{A} und mit $\hat{\mathbf{a}} = (\hat{a}_0, \dots, \hat{a}_{n-1})^T$ die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms von $\hat{\mathbf{A}}_1$ bezeichnet. Durch Wahl der Matrix $\mathbf{R}(v)$ zu

$$\mathbf{R}(v) = \mathbf{D}^{-1}(v)\mathbf{R}_1\mathbf{D}^{-1}(v) \quad (11)$$

lässt sich der Entwurf als ein restringiertes Optimierungsproblem mit den fünf Nebenbedingungen

$$\mathbf{R}_1 \succ 0, \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_1^T \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1 \hat{\mathbf{A}}_1 \prec 0, \quad (13)$$

$$\mathbf{N}\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1\mathbf{N} \prec 0, \quad (14)$$

$$\max_{v \in (0,1]} e'(v) \leq 0, \quad (15)$$

$$\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{G}(1) = \{\mathbf{x} | e(1)\mathbf{x}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{x} - 1 < 0\}. \quad (16)$$

darstellen [2; 4]. Hierbei bedeutet $\mathbf{X} \succ 0$, dass die Matrix \mathbf{X} positiv definit ist. Die Matrix \mathbf{N} ist definiert als $\mathbf{N} = \text{diag}(-n, \dots, -1)$. Die Funktion $e'(v)$ in Gl. (15) resultiert aus der Ableitung von Gl. (7) nach v und stellt ein Polynom der Ordnung $m \leq 2n - 1$ dar, wobei n die Systemordnung ist. Gesucht werden die Matrix \mathbf{R}_1 und der Vektor $\hat{\mathbf{a}}$. Die Suche erfolgte bisher [2; 4] mittels einer Evolutionsstrategie [14], wobei die Wahl der Gütefunktion frei ist. Beispielsweise werden das Volumen des Ellipsoids $\mathcal{G}(1)$, die quadratische Regelfläche oder die Ausregelzeit bis zum Erreichen von 5% maximale Überschwingweite verwendet. Nachteile von allen auf evolutionäre Optimierung angewiesenen Entwürfen sind jedoch die langen Rechenzeiten und die Abhängigkeit von der Wahl guter Initialwerte für Objekt- und Strategieparameter. Außerdem kann nicht sichergestellt werden, dass das gefundene Optimum global ist.

Da die ersten drei Bedingungen in der Form von linearen Matrixungleichungen (LMIs) vorliegen, stellt sich die Frage, ob es möglich ist, auch die restlichen zwei Bedingungen (15), (16) in Form von LMIs zu formulieren. Dies würde die Überführung des Entwurfs in ein konvexes Optimierungsproblem ermöglichen. Das Problem wäre dann mit Innere-Punkte-Verfahren lösbar, die theoretisch in polynomialer Zeit das Optimum finden und bei den meisten praktischen Problemen noch viel effizienter sind [6; 12]. Da dann ein konvexes Problem vorläge, gäbe es nur ein einziges Optimum. Im Weiteren werden wir aus diesen Gründen die Umformulierung des obigen Optimierungsproblems in eine LMI basierte Optimierungsaufgabe vornehmen.

3 Umformen der Nebenbedingungen in lineare Matrixungleichungen

In diesem Kapitel werden die Bedingungen (15) und (16) in LMIs umgeformt und anschließend der Gesamtentwurf präsentiert. Zuerst wird die Bedingung (15) betrachtet. Nach Einsetzen von Gl. (10) und Gl. (11) in Gl. (7) und Ableiten nach v erhält man

$$e'(v) = \frac{1}{u_0^2} [\mathbf{a}^T \mathbf{D}'(v) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{D}(v) \mathbf{a} + \mathbf{a}^T \mathbf{D}(v) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{D}'(v) \mathbf{a} - 2\hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{D}'(v) \mathbf{a}]. \quad (17)$$

Da $\mathbf{D}(v)$ eine Diagonalmatrix ist und $\mathbf{D}'(v) = -\frac{1}{v}\mathbf{N}\mathbf{D}(v)$, lässt sich Gl. (17) weiter zu

$$e'(v) = \frac{-2}{u_0^2 v} [\mathbf{a}^T \mathbf{D}(v) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{D}(v) \mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{D}(v) \mathbf{a}] \quad (18)$$

vereinfachen. Gesucht werden jetzt eine oder mehrere Bedingungen, die garantieren, dass das Polynom $e'(v)$ aus Gl. (18) im Intervall $(0, 1]$ nicht positiv wird. Die Bedingungen sollen linear in den unbekanntenen Variablen \mathbf{R}_1^{-1} und $\mathbf{z}^T = \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1}$ sein², damit LMIs vorliegen. Bevor wir das gewünschte Kriterium vorstellen, wird in Anlehnung an [13] ein für den Beweis notwendiges Lemma angegeben.

² Wegen der einfacheren Handhabbarkeit ist erwünscht, dass die unbekanntene Matrix \mathbf{R}_1^{-1} und der Vektor $\mathbf{z}^T = \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1}$ nicht in einzelne Elemente aufgeteilt werden.

Lemma 1 (Newton-Regel) Gegeben ist ein reelles Polynom m -ter Ordnung

$$p(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_0 \quad (19)$$

mit $m > 0$ und einer reellen Zahl L . Wenn an der Stelle L das Polynom und seine sämtlichen Ableitungen $p^{(i)}(L) \geq 0$, $\forall i \in \{0, 1, \dots, m\}$ sind, dann ist $p(x) > 0$, $\forall x > L$, d. h., L ist eine obere Schranke für die reellen Nullstellen der Gleichung $p(x) = 0$.

Beweis Wir setzen $x = L + y$, $y > 0$ und entwickeln das Polynom an der Stelle L nach der Taylorschen Formel

$$p(x) = p(L) + yp'(L) + \frac{y^2}{2} p''(L) + \dots + \frac{y^m}{m} p^{(m)}(L). \quad (20)$$

Es gilt $p^{(i)}(L) \geq 0$ für $\forall i \in \{0, 1, \dots, m\}$, und da das Polynom $p(x)$ m -ter Ordnung ist, ist $p^{(m)}(L) = m! \cdot a_m \neq 0$. Daher ist $p(x) > 0$, $\forall x > L$. \square

Die Regel von Newton ist nicht direkt auf unser Problem anwendbar, denn in Gl. (15) betrachten wir das Intervall $(0, 1]$. Um Newtons Regel doch anwenden zu können, transformieren wir mittels

$$v = \frac{1}{\tilde{v}} \quad (21)$$

das Intervall $(0, 1]$ in das Intervall $[1, \infty)$. Die transformierte Funktion ist

$$e'(v) = e' \left(\frac{1}{\tilde{v}} \right) = -\frac{2}{u_0^2 \tilde{v}^{2n-1}} p(\tilde{v}), \quad (22)$$

wobei

$$p(\tilde{v}) = \mathbf{a}^T \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{a} - \tilde{v}^n \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{a}, \quad (23)$$

$$\mathbf{T}(\tilde{v}) = \tilde{v}^n \mathbf{D} \left(\frac{1}{\tilde{v}} \right) = \text{diag}(1, \tilde{v}, \dots, \tilde{v}^{n-1}) \quad (24)$$

ist. Die Forderung $e'(v) \leq 0$, $\forall v \in (0, 1]$ ist also äquivalent zur Forderung $p(\tilde{v}) \geq 0$, $\forall \tilde{v} \in [1, \infty)$, da der Vorfaktor

$$-\frac{2}{u_0^2 \tilde{v}^{2n-1}}$$

auf dem Intervall $[1, \infty)$ negativ ist. Die Forderung $p(\tilde{v}) \geq 0$ hat jedoch den Vorteil, dass Lemma 1 angewendet werden kann, um $p(\tilde{v}) \geq 0$, $\forall \tilde{v} \in [1, \infty)$ sicherzustellen. Zu diesem Zweck werden die m Ableitungen des Polynoms $p(\tilde{v})$ berechnet. Mittels vollständiger Induktion (siehe Anhang) kann man beweisen, dass sich die i -te Ableitung des Polynoms nach der Formel

$$p^{(i)}(\tilde{v}) = \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} \mathbf{a}^T \mathbf{T}^{(i-k)}(\tilde{v}) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{T}^{(k)}(\tilde{v}) \mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} (\tilde{v}^n \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i)} \mathbf{a}, \quad (25)$$

$$(\tilde{v}^n \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i)} = \tilde{v}^{n-i} \mathbf{T}(\tilde{v}) \prod_{q=0}^{i-1} [(n-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}],$$

$$\mathbf{T}^{(i)}(\tilde{v}) = \tilde{v}^{-i} \mathbf{T}(\tilde{v}) \prod_{q=0}^{i-1} [-q\mathbf{I} + \mathbf{M}]$$

berechnen lässt, wobei $\mathbf{M} = \text{diag}(0, 1, \dots, n-1)$ ist. Zur Abkürzung wird

$$\mathbf{P}(l, k) = \begin{cases} \prod_{q=0}^{k-1} [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}] & \text{für } k \neq 0 \\ \mathbf{I} & \text{für } k = 0. \end{cases} \quad (26)$$

eingeführt. Dann ergibt sich:

Satz 1 Sei $m \leq 2n-1$ die Ordnung des Polynoms $p(\tilde{v})$. Wenn $\forall i \in \{0, 1, \dots, m\}$

$$p^{(i)}(1) = \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} \mathbf{a}^T \mathbf{P}(0, i-k) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{P}(0, k) \mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{P}(n, i) \mathbf{a} \geq 0 \quad (27)$$

gilt, dann ist die Ungleichung $\max_{v \in (0, 1]} e'(v) \leq 0$ erfüllt.

Beweis Die Ungleichungen (27) stellen sicher, dass das Polynom $p(\tilde{v})$ und seine sämtlichen Ableitungen für $\tilde{v} > 1$ positiv sind, d. h.

$$p(\tilde{v}) > 0, \forall \tilde{v} > 1, \\ \Rightarrow e'(v) = -\frac{2v^{2n-1}}{u_0^2} p \left(\frac{1}{v} \right) < 0, \forall v \in (0, 1).$$

Für $\tilde{v} = 1$ ist der Beweis trivial. \square

Damit wurde die Bedingung (15) in m Bedingungen der LMI-Form (27) umgeformt.

Jetzt ist nur noch Bedingung (16) zu vereinfachen. Diese lässt sich leichter als LMI darstellen, wenn der Skalierungsfaktor $e(1)$ und die Ellipsenungleichung $\mathbf{x}^T \mathbf{R}(v) \mathbf{x} - 1 < 0$ getrennt betrachtet werden. Diese Aufteilung stellt keine Beschränkung der Allgemeinheit dar, da die Matrix \mathbf{R}_1 beliebig skalierbar ist.

Satz 2 Es existiert ein Faktor α , sodass für $\hat{\mathbf{R}}_1 = \alpha^{-1} \mathbf{R}_1$ die Ungleichung (16) äquivalent zu den Forderungen

$$\mathbf{x}^T \hat{\mathbf{R}}_1 \mathbf{x} < 1, \forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}_0, \quad (28)$$

$$\hat{e}(1) < 1 \quad (29)$$

ist, wobei gilt

$$\hat{e}(1) = \frac{1}{u_0^2} [\mathbf{a}^T \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \mathbf{a} - 2\hat{\mathbf{a}}^T \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \mathbf{a} + \hat{\mathbf{a}}^T \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{a}}] = \alpha e(1).$$

Beweis Es ist offensichtlich, dass auch (16) erfüllt ist, wenn (28) und (29) gelten. Zu beweisen bleibt, dass bei Wahl einer geeigneten Skalierung für \mathbf{R}_1 aus Bedingung (16) die Bedingungen (28) und (29) folgen. Dies geschieht wie folgt:

$$\forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}_0: e(1) \mathbf{x}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{x} - 1 < 0,$$

$$\Leftrightarrow \forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}_0: \mathbf{x}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{x} < \frac{1}{e(1)}, \text{ da } e(1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \exists \alpha, \forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}_0: \mathbf{x}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{x} < \alpha < \frac{1}{e(1)}$$

$$\Leftrightarrow \forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}_0: \mathbf{x}^T \alpha^{-1} \mathbf{R}_1 \mathbf{x} < 1 \text{ und } \alpha e(1) < 1$$

$$\Leftrightarrow \forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}_0: \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{R}}_1 \mathbf{x} < 1 \text{ und } \hat{e}(1) = \alpha e(1) < 1. \quad \square$$

Dadurch sind jetzt alle Nebenbedingungen leicht als LMIs in den Variablen

$$\mathbf{Q} = \mathbf{R}_1^{-1} \text{ und } \mathbf{z} = \mathbf{R}_1^{-1} \hat{\mathbf{a}}$$

zu formulieren. Die Matrixungleichungen (13) und (14) werden durch beidseitige Multiplikation mit der regulären Matrix \mathbf{R}_1^{-1} in die nachfolgenden Ungleichungen (31) und (32) überführt. Des Weiteren erhält man die Matrixungleichungen (33) und (34) nach Anwendung des Schur-Komplements [6] auf die Ungleichungen (28) und (29). Alle Nebenbedingungen für den LMI-Entwurf lassen sich dann folgendermaßen zusammenfassen:

$$\mathbf{Q} > 0, \quad (30)$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{A}^T + \mathbf{a}\mathbf{b}^T) + (\mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{a}^T)\mathbf{Q} - \mathbf{z}\mathbf{b}^T - \mathbf{b}\mathbf{z}^T < 0, \quad (31)$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{N} + \mathbf{N}\mathbf{Q} < 0, \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{x}_j^T \\ \mathbf{x}_j & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \succ 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, 2^n\}, \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} u_0^2 - \mathbf{a}^T \mathbf{Q} \mathbf{a} + 2\mathbf{a}^T \mathbf{z} & \mathbf{z}^T \\ \mathbf{z} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \succ 0, \quad (34)$$

$$\forall i \in \{0, 1, \dots, m\}:$$

$$\sum_{k=0}^i \binom{i}{k} \mathbf{a}^T \mathbf{P}(0, i-k) \mathbf{Q} \mathbf{N} \mathbf{P}(0, k) \mathbf{a} - \mathbf{z}^T \mathbf{N} \mathbf{P}(n, i) \mathbf{a} \geq 0, \quad (35)$$

wobei mit \mathbf{x}_j die Eckpunkte von \mathcal{X}_0 bezeichnet werden. Die Ungleichungen (30) bis (35) beschreiben den zulässigen Raum von Reglerparametern $\hat{\mathbf{a}}$ und \mathbf{R}_1 , die eine stabile Regelung garantieren. In Abhängigkeit vom Entwurfsziel ist jetzt eine konvexe Gütefunktion festzulegen.

4 Wahl einer Gütefunktion

Bei der Optimierung verwenden wir hier drei verschiedene Gütefunktionen und vergleichen sie miteinander. Sie werden im Folgenden beschrieben.

(a) Maximieren des Volumens des Anfangsgebiets $\mathcal{G}(1)$:

Dadurch wird der Bereich maximiert, in dem das geregelte System stabil ist [2;4]. Der Anfangsregler $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}(1) = \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}$ ist vorgegeben und nur die Matrix \mathbf{R}_1 ist unbekannt. Das Volumen ist proportional zum Wert $1/\sqrt{\det(\mathbf{R}_1)}$. Das Problem ist also äquivalent zum konvexen Determinanten-Maximierungsproblem

$$\max_{\mathbf{Q}} \det \mathbf{Q}, \quad (36)$$

siehe [11].

(b) Maximieren der Abklingrate α des Systems $\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}_1^T)\mathbf{x}$:

Die Abklingrate eines System ist definiert als das größte α , für das gilt (siehe [6]):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \exp(\alpha t) |\mathbf{x}(t)| = 0.$$

Bei LTI-Systemen entspricht $-\alpha$ dem maximalen Realteil der Eigenwerte der Systemmatrix. Beim Reglerentwurf ist das Maximieren von α als eine Verschiebung der Eigenwerte des Systems nach links zu verstehen: je größer α , desto weiter links liegen die Pole. Das größte α lässt sich in unserem Fall durch Lösen des generalisierten Eigenwertproblems

$$\max_{\mathbf{Q}, \mathbf{z}} \alpha$$

unter der Nebenbedingung

$$\mathbf{Q}(\mathbf{A}^T + \mathbf{a}\mathbf{b}^T) + (\mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{a}^T)\mathbf{Q} - \mathbf{z}\mathbf{b}^T - \mathbf{b}\mathbf{z}^T + 2\alpha\mathbf{Q} < 0 \quad (37)$$

anstelle von Gl. (31) bestimmen. Dies stellt ein LMI-Standardproblem dar [6].

(c) Minimieren des quadratischen Gütemaßes

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{w}\mathbf{w}^T \mathbf{x} dt. \quad (38)$$

für den Anfangsregler \mathbf{k}_1 :

Die Gewichtungsmatrix $\mathbf{w}\mathbf{w}^T$ wird vorgegeben. Das Integral (38) lässt sich abschätzen, wobei die obere Schranke mit γ bezeichnet wird (vgl. [6]). Das Optimierungsproblem kann man dann formulieren als

$$\min_{\mathbf{Q}, \mathbf{z}} \gamma$$

unter der zusätzlichen Nebenbedingung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}(\mathbf{A}^T + \mathbf{a}\mathbf{b}^T) + (\mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{a}^T)\mathbf{Q} - \mathbf{z}\mathbf{b}^T - \mathbf{b}\mathbf{z}^T & \mathbf{Q}\mathbf{w} \\ \mathbf{w}^T \mathbf{Q} & -\gamma \end{bmatrix} \succ 0.$$

Zu beachten ist, dass je nach Gütefunktion verschiedene Vorgaben notwendig sind. Während im Fall (b) der Entwurf völlig automatisch erfolgt, muss im Fall (a) der Anfangsregler \mathbf{k}_1 und im Fall (c) die Gewichtungsmatrix $\mathbf{w}\mathbf{w}^T$ vorgegeben werden.

Im Weiteren ist anzumerken, dass die Ausregelzeit, die zu minimieren ist, in allen drei Fällen nur indirekt über die Gütefunktionen beeinflusst wird. Je nach Fall kann das eine oder das andere Kriterium bessere Ergebnisse liefern. Sehr gute Ausregelzeiten sind in den meisten Fällen mittels Methode (a) zu erreichen, wenn man einen zulässigen Anfangsregler \mathbf{k}_1 festlegt, der möglichst gut die Stellgröße ausnutzt, und dann \mathbf{R}_1 durch Maximieren des Volumens des Anfangsgebiets $\mathcal{G}(1)$ bestimmt.

5 LMI-Entwurf am Beispiel eines hydraulischen Aktors

Die Ergebnisse des LMI-Entwurfs werden am Beispiel des hydraulischen Aktors aus [3] demonstriert (siehe Bild 3). Die Stellgröße ist die Eingangsspannung u , wodurch der Druck p_1 eingestellt wird. Existiert eine Differenz zwischen dem eingestellten Druck p_1 und dem Druck am

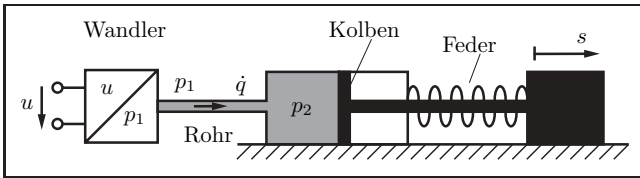


Bild 3: Aufbau des hydraulischen Aktors.

Zylinderkolben p_2 , so entsteht ein Volumenstrom \dot{q} bzw. eine Kraft auf den Kolben, die zu einer Bewegung des Werkzeugs führt. Das Ziel ist, die Werkzeugposition s zu regeln.

Das Zustandsmodell des Systems lautet:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -10 & -1,167 & 25 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,4 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [1 \ 0 \ 0] \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [s \ \dot{s} \ p_1]^T$ und der Stellgrößenbeschränkung

$$|u| \leq u_0 = 10,5.$$

Die Menge

$$\mathcal{X}_0 = \{\mathbf{x} \mid |x_1| \leq 20, |x_2| \leq 10, |x_3| \leq 10\}$$

enthält alle möglichen Anfangszustände \mathbf{x} . Die Systemmatrix \mathbf{A} hat die Eigenwerte $\lambda_1 = -0,8$ und $\lambda_{2,3} = -0,584 \pm 3,108i$.

Zuerst ist in den Bildern 4 und 5 das Ergebnis dargestellt, das Methode (a) erzielt und bei dem der Anfangsregler $\mathbf{k}_1 = \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}$ vorgegeben ist. Dabei wird $\hat{\mathbf{a}} = [25,6520 \ 17,2047 \ 4,0502]^T$ aus [4] entnommen. Die Matrix \mathbf{R}_1 wird dann durch Lösen des semidefiniten Optimierungsproblems (36) bestimmt, bei dem das Volumen des Anfangsgebiets $\mathcal{G}(1)$ maximiert wird. Zum Vergleich sind der bestmögliche³ lineare Regler $\mathbf{k}_{lin} = [-0,0567 \ 0,104 \ 0,916]^T$ und der zeitoptimale Regler dar-

³ Der Regler \mathbf{k}_{lin} wurde mittels Evolutionsstrategien entworfen, indem die Ausregelzeit $T_{5\%}$ minimiert wurde.

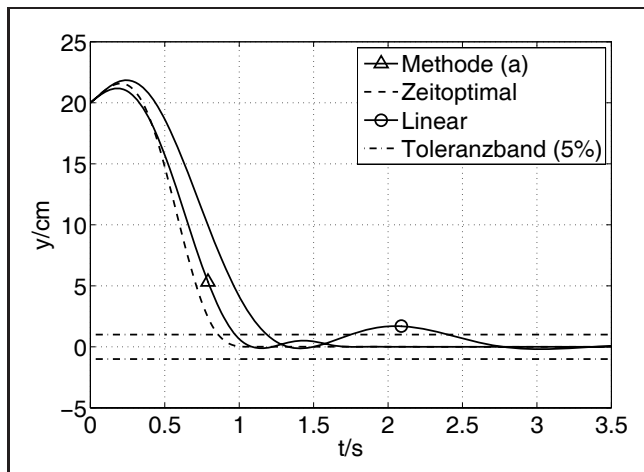


Bild 4: Reglerentwurf mittels Methode (a) beim vorgegebenen Anfangsregler \mathbf{k}_1 . Positionsverläufe für die Anfangsauslenkung $\mathbf{x}(0) = [20 \ 10 \ 10]^T$.

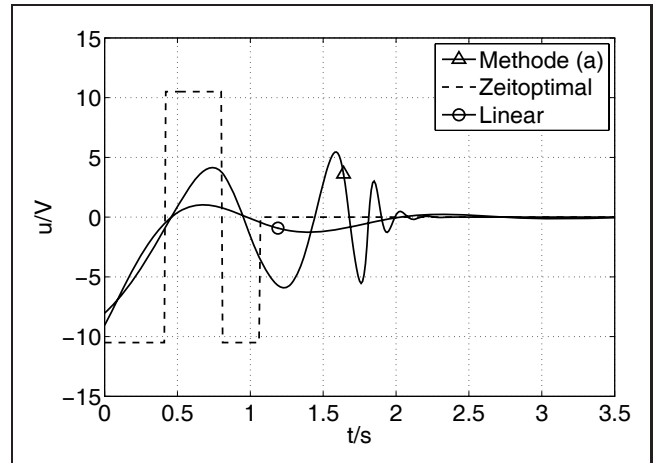


Bild 5: Reglerentwurf mittels Methode (a) beim vorgegebenen Anfangsregler \mathbf{k}_1 . Stellgrößenverläufe für die Anfangsauslenkung $\mathbf{x}(0) = [20 \ 10 \ 10]^T$.

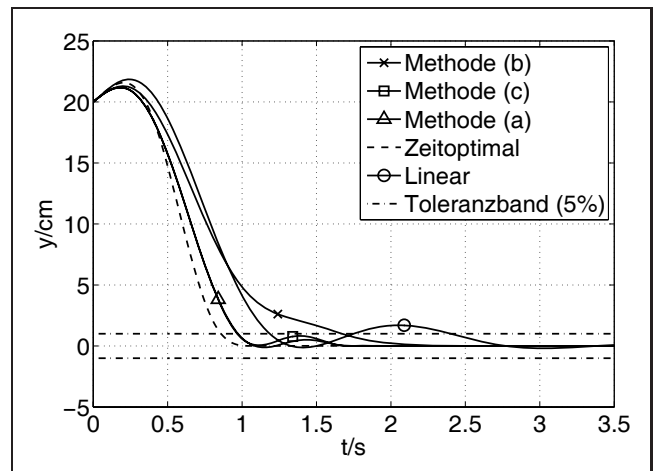


Bild 6: Vergleich der drei Gütefunktionen. Positionsverläufe für die Anfangsauslenkung $\mathbf{x}(0) = [20 \ 10 \ 10]^T$.

gestellt. Es ist zu erkennen, dass der weiche strukturvariable Regler mit einer Ausregelzeit von $T_{5\%}^{WSVF} = 0,98$ s deutlich schneller als der bestmögliche lineare Regler mit $T_{5\%}^{lin} = 2,4$ s ist und fast die Ausregelzeit des zeitoptimalen Reglers $T_{5\%}^{opt} = 0,86$ s erreicht. Sichtbar ist auch die bessere Stellgrößenausnutzung im Vergleich zum linearen Fall. Die Ausregelzeit von $T_{5\%}^{WSVF} = 0,98$ s der mittels Methode (a) entworfenen Regelung ist auch vergleichbar mit der Ausregelzeit von $T_{5\%}^{WSVF} = 0,97$ s der mittels Evolutionsstrategie unter den Entwurfsbedingungen (13) bis (16) in [4] entworfenen Regelung. Der Entwurfsaufwand ist jedoch deutlich geringer.

Eine andere Möglichkeit, den Regler zu entwerfen, besteht darin, statt $\hat{\mathbf{a}}$ vorzugeben, die Parameter $\hat{\mathbf{a}}$ und \mathbf{R}_1 gleichzeitig mit einer der Methoden (b) oder (c) zu optimieren. Man könnte erwarten, dass die Ergebnisse besser werden, da in der Optimierung auch noch die Freiheiten im Vektor $\hat{\mathbf{a}}$ genutzt werden. Der Vergleich der Zeitverläufe in Bild 6 und der Ausregelzeiten in Bild 7 zeigt aber, dass die Regler, bei denen beide Parameter gleichzeitig optimiert werden, ge-

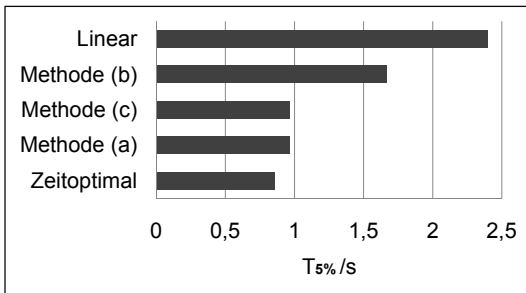


Bild 7: Vergleich der Regler bezogen auf die Ausregelzeit $T_{5\%}$ der Position für die Anfangsauslenkung $\mathbf{x}(0) = [20 \ 10 \ 10]^T$.

nauso lang oder länger brauchen, um das 5%-Toleranzband zu erreichen, als der mittels Methode (a) entworfene Regler, bei dem der Vektor $\hat{\mathbf{a}}$ im Voraus festgelegt ist. Dies liegt an der Tatsache, dass sowohl die Abklingrate als auch das quadratische Gütemaß nur indirekt die Ausregelzeit des mit dem nichtlinearen Regler $\mathbf{k}(v)$ geregelten Systems beeinflussen. Der Vorteil des Entwurfs mittels Methode (b), bei dem die Abklingrate maximiert wird, ist jedoch, dass außer dem Streckenmodell, der Stellgrößenbeschränkung und der Menge möglicher Anfangszustände keine weiteren Vorgaben notwendig sind.

6 Zusammenfassung

In dem Artikel wurde gezeigt, dass die Nebenbedingungen für den Entwurf eines weichen strukturvariablen Reglers mittels impliziter Ljapunov-Funktionen in Form von LMIs darstellbar sind. Dadurch reduziert sich der Entwurf eines Reglers bei Wahl einer konvexen Gütefunktion auf ein semidefinites Optimierungsproblem, das durch Innere-Punkte-Verfahren innerhalb weniger Sekunden lösbar ist. Im Vergleich dazu kann die Optimierung mittels Evolutionsstrategien einige Stunden dauern. Die Entwurfszeit und die für die Optimierung notwendigen Vorkenntnisse (z. B. Initialwerte für die Strategie- und Objektparameter) werden bei dem LMI-Entwurf deutlich reduziert und trotzdem wird eine fast zeitoptimale Ausregelzeit erreicht.

Die Ergebnisse des LMI-Entwurfs wurden am Beispiel eines hydraulischen Aktors demonstriert, wobei verschiedene konvexe Gütemaße verglichen wurden. Die besten Ausregelzeiten für diese Strecke sind bei Vorgabe eines zulässigen Anfangsreglers \mathbf{k}_1 , der möglichst gut die Stellgröße ausnutzt, und nachfolgender Bestimmung der Matrix \mathbf{R}_1 zu erreichen.

Anhang

Hier wird die i -te Ableitung des Polynoms (23) nach \tilde{v} berechnet. Das Polynom wird in zwei Polynome $p_1(\tilde{v})$ und $p_2(\tilde{v})$ aufgeteilt:

$$p(\tilde{v}) = \underbrace{\mathbf{a}^T \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{a}}_{p_1(\tilde{v})} - \underbrace{\tilde{v}^n \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{a}}_{p_2(\tilde{v})}. \quad (39)$$

Zur Berechnung der i -ten Ableitung von $p_1(\tilde{v})$ schreibt man $p_1(\tilde{v}) = \mathbf{f}(\tilde{v}) \mathbf{g}(\tilde{v})$ mit $\mathbf{f}(\tilde{v}) = \mathbf{a}^T \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{R}_1^{-1}$ und $\mathbf{g}(\tilde{v}) = \mathbf{N} \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{a}$ und nutzt die Leibnitz'sche Regel [7]

$$(\mathbf{f}(\tilde{v}) \mathbf{g}(\tilde{v}))^{(i)} = \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} (\mathbf{f}(\tilde{v}))^{(i-k)} (\mathbf{g}(\tilde{v}))^{(k)}. \quad (40)$$

Für die i -te Ableitung von $p_1(\tilde{v})$ erhält man also

$$p_1^{(i)}(\tilde{v}) = \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} \mathbf{a}^T \mathbf{T}^{(i-k)}(\tilde{v}) \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{N} \mathbf{T}^{(k)}(\tilde{v}) \mathbf{a}, \quad (41)$$

$$\text{wobei } \mathbf{T}^{(0)}(\tilde{v}) = \mathbf{T}(\tilde{v}). \quad (42)$$

Im Weiteren sind nun die Ableitung $\mathbf{T}^{(i)}(\tilde{v})$ und die Ableitung von $p_2(\tilde{v}) \sim (\tilde{v}^n \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i)}$ zu berechnen. Diese lassen sich gleichzeitig bestimmen, indem die Ableitung des Ausdrucks $(\tilde{v}^l \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i)}$, $l \in \mathbb{N}$ bestimmt wird, die für $l=0$ und $l=n$ mit den gesuchten Ableitungen übereinstimmt. Der Beweis erfolgt mittels vollständiger Induktion. Wir nehmen an, dass sich die i -te Ableitung gemäß

$$(\tilde{v}^l \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i)} = \tilde{v}^{(l-i)} \mathbf{T}(\tilde{v}) \prod_{q=0}^{i-1} [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}], \quad (43)$$

$$\text{mit } \mathbf{M} = \text{diag}(0, 1, \dots, n-1) \text{ und } (\tilde{v}^l \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(0)} = \tilde{v}^l \mathbf{T}(\tilde{v})$$

berechnen lässt. Die Formel gilt für $i=0$ und $i=1$. Es ist also zu beweisen, dass aus Gl. (43)

$$(\tilde{v}^l \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i+1)} = \tilde{v}^{(l-i-1)} \mathbf{T}(\tilde{v}) \prod_{q=0}^i [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}] \quad (44)$$

folgt. Dazu wird (43) ein weiteres mal abgeleitet:

$$\begin{aligned} (\tilde{v}^l \mathbf{T}(\tilde{v}))^{(i+1)} &= \\ &= (l-i) \tilde{v}^{(l-i-1)} \mathbf{T}(\tilde{v}) \prod_{q=0}^{i-1} [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}] + \dots \\ &\quad + \tilde{v}^{(l-i-1)} \mathbf{T}(\tilde{v}) \mathbf{M} \prod_{q=0}^{i-1} [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}] \\ &= \tilde{v}^{(l-i-1)} \mathbf{T}(\tilde{v}) ((l-i)\mathbf{I} + \mathbf{M}) \prod_{q=0}^{i-1} [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}] \\ &= \tilde{v}^{(l-i-1)} \mathbf{T}(\tilde{v}) \prod_{q=0}^i [(l-q)\mathbf{I} + \mathbf{M}]. \end{aligned}$$

Literatur

- [1] ADAMY, J.: Implicit Lyapunov Functions and Isochrones of Linear Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 50 (2005), Nr. 6, S. 874–879.
- [2] ADAMY, J.; FLEMMING, A.: Soft variable-structure controls: a survey. In: *Automatica* 40 (2004), Nr. 40, S. 1821–1844.
- [3] ADAMY, J.; LENS, H.: Weiche strukturvariable Regelungen mit Beobachtern für einen hydraulischen Aktor. In: *Automatisierungstechnik* 55 (2007), August, Nr. 8, S. 411–417.
- [4] ADAMY, J.: *Strukturvariable Regelungen mittels impliziter Ljapunov-Funktionen*, Fortschrittsberichte VDI Reihe 8. Bd. 271, VDI Verlag, 1991.

- [5] ALBERS, K.: *Syntheseverfahren für nichtlineare parameter- und strukturvariable Zustandsregler unter Berücksichtigung von Begrenzungen*, Universität Dortmund, Diss., 1983.
- [6] BOYD, S.; EL GHAOUI, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V.: *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM, 1994.
- [7] BRONSTEIN, I.; SEMENDJAJEW, K.; MUSIOL, G.; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 2001.
- [8] BUHL, M.; JOOS, P.; LOHMANN, B.: Sättigende weiche strukturvariable Regelung. In: *Automatisierungstechnik* 6 (2008), S. 316–323.
- [9] FRANKE, D.: Strukturvariable Regelung ohne Gleitzustände. In: *Regelungstechnik* 8 (1982), S. 271–276.
- [10] KIENDL, H.: *Suboptimale Regler mit abschnittweise linear Struktur*. Springer Verlag, 1972.
- [11] LÖFBERG, J.: YALMIP : A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB. In: *Proceedings of the CACSD Conference*. Taipei, Taiwan, 2004.
- [12] NEMIROVSKI, A.: *Interior Point Polynomial Time Methods in Convex Programming*. Lecture Notes – Georgia Institute of Technology, 2004.
- [13] OBRESCHKOFF, N.: *Verteilung und Berechnung der Nullstellen reeller Polynome*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1963.
- [14] RECHENBERG, I.: *Evolutionsstrategie '94*. Frommann Holzboog, 1994.
- [15] WREDENHAGEN, G.F.; BÉLANGER, P.R.: Piecewise-linear LQ control for systems with input constraints. In: *Automatica* 30 (1994), Nr. 3, S. 403–416.

Manuskripteingang: 25. April 2008.



Dipl.-Ing. Dilyana Yankulova promoviert am Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik im Bereich nichtlineare Regelungen. Hauptarbeitsgebiet: Entwurfsverfahren für weiche strukturvariable Regelungen.

Adresse: Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik, Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik, Landgraf-Georg-Str. 4, 64283 Darmstadt, Fax: +49-(0)6151-16-5329, E-Mail: dyankulova@rtr.tu-darmstadt.de



Prof. Dr.-Ing. Jürgen Adamy ist Leiter des Fachgebietes Regelungstheorie und Robotik im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Darmstadt. Hauptarbeitsgebiete: Regelungsverfahren, Computational Intelligence, Bionik und autonome mobile Roboter.

Adresse: Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik, Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik, Landgraf-Georg-Str. 4, 64283 Darmstadt, Fax: +49-(0)6151-16-2507, E-Mail: adamy@rtr.tu-darmstadt.de

Verfügbar unter
lediglich die vom Gesetz vorgesehenen Nutzungsrechte gemäß UrhG