Diskretes Modell der Flächengewichts-Querprofilentstehung bei Papiermaschinen

Jürgen Adamy, Steffen Lorenz und Klemens Graf, Erlangen

Dr.-Ing. Jürgen Adamy ist Leiter der Gruppe „Automatisierungsverfahren, Fuzzy- und Neuro-Systeme“ im Forschungszentrum Erlangen der Siemens AG. Hauptarbeitsfelder: Entwicklung und Realisierung von regelungstechnischen Verfahren, Fuzzy-Systeme, neuronale Netze, Modellbildung und Simulation.

Adresse: Siemens AG, Abteilung AUT 94, Paul-Gossen-Straße 100, D-91052 Erlangen, Tel.: (09131)7-33124.

Dipl.-Ing. Steffen Lorenz ist Mitarbeiter der Siemens AG im Bereich Verkehrstechnik. Hauptarbeitsfelder: Elektrische Systeme für Schienenfahrzeuge.

Adresse: Siemens AG, 7464 French Road, Sacramento CA 95828, USA.

Dipl.-Ing. Klemens Graf war Entwicklungsingenieur der Siemens AG im Bereich Medizinische Technik. Er ist heute wissenschaftlicher Assistent des Lehrstuhls für Regelungstechnik (Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt) an der Universität Erlangen-Nürnberg. Hauptarbeitsfelder: Simulation und Regelung von Robotern.

Adresse: Universität Erlangen-Nürnberg, Institut und Lehrstuhl für Regelungstechnik, Cauerstraße 7, D-91058 Erlangen.

Das Flächengewichts-Querprofil ist ein wichtiges Qualitätsmerkmal bei der Erzeugung von Papierbahnen, da es unerwünschte Schwankungen des Flächengewichts in der Bahn beschreibt. Diese Schwankungen sollen möglichst gering sein, und daher glättet man sie im allgemeinen mittels einer Querprofilregelung. Für den Entwurf einer solchen Regelung wird ein zeitdiskretes Prozeßmodell mit konzentrierten Parametern benötigt, da die zu regelnde Prozeßgröße, das Flächengewichts-Querprofil, nur in Zeitintervallen und als Vektor von Profilwerten gemessen wird. Ein solches Modell wird in diesem Artikel aus der bereits in [1] aufgestellten zeitkontinuierlichen Prozeßbeschreibung mit verteilten Parametern gewonnen.

Discrete model for forming the cross-direction basis weight on paper machines

The cross-direction profile of the paper weight is an important quality feature in manufacturing paperwebs since it depicts undesirable variations of the paper weight across the web. These variations should be as small as possible. Therefore, they are smoothed by means of cross-direction control. To design such a control a discrete-time model with lumped parameters is required since the controlled process value, the cross-direction basis weight, is only measured at periodic intervals and as a vector of cross-direction values. In this article such a model is obtained from a continuous-time process description with distributed parameters already developed in [1].

1 Einleitung

Papierbahnen, die kontinuierlich in Papiermaschinen hergestellt werden, sollen möglichst homogen sein, d. h. Eigenschaften wie Feuchte, Dicke und Flächengewicht sollen innerhalb der Bahn nur wenig schwanken. Diese Gleichmäßigkeit ist unter anderem wesentlich für die Schneidbarkeit, Bedruckbarkeit und Festigkeit des Papiers [2]. Ein Maß für die Gleichmäßigkeit sind Profile, die die Schwankungen einer Papiereigenschaft um ihren Mittelwert herum und quer über die Bahn angeben. Diese mittelwertfreien Querprofile werden als Profilvektoren mit einer Auflösung von bis zu ca. 1000 Werten alle 15 ... 60 s am Maschinenende gemessen. Die angestrebte Gleichmäßigkeit erzielt man – zumindest näherungsweise – durch Querprofilregelungen, die die Profilwerte mit ca. 50 bis 100 Stellgliedern, die quer über die Bahn angeordnet sind, zu Null auszuregulieren suchen und so Profilschwankungen glätten.

Alle Querprofilregelungen sind Mehrgrößenregelungen mit ca. 50 bis 100 Eingangs- und bis zu ca. 1000 Ausgangsgrößen. Im Gegensatz zur Feuchte- und Dicke-Querprofilregelung, die Stand der Technik sind, ist die Regelung des Flächengewichts problembehafteter, da die Strecke zeitvariant ist und oft nicht vernachlässigbare Verkopplungen besitzt. Diese Regelung ist daher adaptiv und fallweise mit einer geeigneten Entkopplung auszuliegen [3 bis 7]. Darüber hinaus komplizieren bei Maschinen mit niedriger Papiertransportgeschwindigkeit

große Totzeiten den Regelungsentwurf zusätzlich. Für die Auslegung einer effizienten Regelung ist daher ein geeignetes Prozeßmodell erforderlich.

Das für diesen Zweck im allgemeinen verwendete Prozeßmodell ist empirisch entstanden und stark vereinfacht [4 bis 6]. Eine detailliertere Modellierung bestimmter Prozeßteile findet sich in [3; 8; 9]. Dieser Erkenntnisstand bei der Modellierung der Flächengewichts-Querprofilentstehung war Ausgangspunkt für die zwei Ziele der Arbeit [1] und ihrer Fortsetzung in diesem Artikel: (1) Es soll ein Modell auf Basis der physikalischen Prozeßzusammenhänge erstellt werden, so daß es möglich ist, die grundlegenden Prozeßeigenschaften zu erkennen, die das Flächengewichts-Querprofil prägen und die für eine Querprofilregelung wesentlich sind. (2) Das Modell soll einfach handhabbar sein, aber auch alle für die Ausbildung des Profils und die Querprofilregelung wesentlichen Prozeßanteile beinhalten. Dazu gehören insbesondere bisher unberücksichtigte wichtige Teilprozesse wie die Schrumpfung der Papierbahn und der Abtastvorgang der Querfilmmessung.

Das in [1] schon ermittelte Modell der Entstehung des Flächengewichts-Querprofils ist zeitkontinuierlich und besitzt, da das Profil $y(x, t)$ von der Querkoordinate x der Papierbahn abhängt, verteilte Parameter. Für den Regelungsentwurf kann dieses Modell noch nicht verwendet werden, da die Messung des Profils mit der heute ausschließlich eingesetzten Sensorik orts- und zeitdiskret in Form eines Profilvektors erfolgt. Dementsprechend ist auch die Querprofilregelung orts- und zeitdiskret und muß auf Basis eines orts- und zeitdiskreten Modells entworfen werden. Aufbauend auf der Prozeßbeschreibung in [1], die im weiteren nochmals kurz dargestellt ist, wird daher in dieser Arbeit ein diskretes Modell hergeleitet.

2 Das zeitkontinuierliche Modell mit verteilten Parametern

Das Flächengewichts-Querprofil¹ wird in aufeinanderfolgenden Teilabschnitten der Papiermaschine jeweils charakteristisch beeinflusst: (1) Am Maschinenanfang wird durch n Spindelschrauben, deren Positionen $u_i(t)$ die Stell- und Eingangsgrößen des Prozesses bilden, die Oberkante des Düsenpals verbogen, durch den die Wasser-Zellstoff-Suspension auf das Sieb gespritzt wird. Die Biegelinie bildet sich auf den Öffnungsquerschnitt und über einen Proportionalitätsfaktor μ auf das Flächengewichts-Querprofil ab. Hierbei überlagern sich die mittelwertfreien Verformungen $k_i(x) - \bar{k}_i$ der Düsenpaltoberkante, die jeweils durch eine Spindel i verursacht werden, und es ergibt sich das Flächengewichts-Querprofil

¹ Das Flächengewicht ist das Gewicht der Feststoffe ohne Wasseranteil pro Flächeneinheit – das otro-Gewicht (otro ist die Abk. von ofentrocken), von dem hier ausgegangen wird. Das lutro-Gewicht (lutro ist die Abk. von lufttrocken) bezieht auch den Wasserbestandteil mit ein. Bezüglich der verfahrenstechnischen Entstehung des Flächengewichts-Querprofils und der Funktionsweise der Papiermaschine siehe [1 bis 3].

$$y_1(x, t) = \mu \sum_{i=1}^n (k_i(x) - \bar{k}_i) \cdot u_i(t) \quad (1)$$

am Siebanfang. Da die Verformungen $k_i(x)$ sich überschneiden, werden sie Koppelkurven genannt. Die Dynamik der Spindelverstellrichtung kann im Falle von Motoren vernachlässigt werden; bei thermischen Ausdehnungsstäben ist ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer Zeitkonstanten von 1 ... 4 min zu berücksichtigen.

(2) Durch inhomogene Faserkonzentrationen der Suspension, Turbulenzen auf dem Sieb etc. entstehen hochfrequente Störungen des Flächengewichts, und durch Variationen der Düsen-Ausströmgeschwindigkeit können örtlich langwellige, sich zeitlich ändernde Schwankungen auftreten. Ihnen, in $y_{s2}(x, t)$ zusammengefaßt, überlagern sich zeitunabhängige Störungen $y_{s1}(x)$, z. B. aufgrund von Fertigungsunebenheiten im Düsenpalt. So ergibt sich

$$y_2(x, t) = y_1(x, t) + y_{s1}(x) + y_{s2}(x, t) \quad (2)$$

für das Profil am Siebende.

(3) In der Pressen- und vor allem in der Trockenpartie schrumpft [7; 10; 11] das Papier um 2 ... 10%. Die Längsschrumpfung α , d. h. die Schrumpfung in Richtung des Papiertransportes, ist in Querrichtung x konstant. Die Querschrumpfung $\beta(x, t)$ mit dem örtlichen Mittelwert $\bar{\beta}(t)$ ist dagegen abhängig von x und zeitvariant. Durch sie ändert sich die Querposition der Papierteilchen: Am Maschinenanfang besitzen die Teilchen die Naßkoordinate x und am Ende die Trockenkoordinate $\bar{x}$, was sich durch die Zuordnung $\bar{x} = f(x, t)$ mit $\beta(x, t) = 1 - \partial f(x, t) / \partial x$ beschreiben läßt. Diese Ortsänderung bewirkt, daß sich auch die Profilorte ändern, auf die die Stellglieder wirken. Die Kenntnis von f ist daher für eine stabile Querprofilregelung unbedingt erforderlich.

Aufgrund der Schrumpfung besteht das Profil

$$y_3(\bar{x}, t) = \frac{y_2(x, t - T_{PM})}{(1 - \alpha)(1 - \beta(x, t))} + \frac{\beta(x, t) - \bar{\beta}(t)}{1 - \beta(x, t)} \cdot \bar{p}_3(t) \quad (3)$$

mit $x = f^{-1}(\bar{x}, t)$

am Maschinenende zum einen aus dem Anteil y_2 , der um die Transportzeit T_{PM} der Maschine verzögert und durch die Schrumpfung α und $\beta(x, t)$ geringfügig verändert wird². Zum anderen weist es einen Störterm auf, der – wenn man $1 - \beta(x, t) \approx 1$ nähert – aus dem Produkt des mittelwertfreien Schrumpfungsprofils

² Gl. (3) ergibt sich aus den in [1] angegebenen Beziehungen

$$y_3(\bar{x}, t) = \frac{1}{1 - \alpha} \left(\frac{\bar{p}_2 + y_2(x, t - T_{PM})}{1 - \beta(x, t)} - \frac{l_p}{l_p^*(t)} \bar{p}_2 \right) \quad \text{mit } x = f^{-1}(\bar{x}, t)$$

und

$$\frac{l_p}{l_p^*(t)} = \frac{1}{1 - \bar{\beta}(t)} \quad \text{sowie} \quad \bar{p}_3(t) = \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \frac{l_p}{l_p^*(t)} \cdot \bar{p}_2$$

Hierbei ist l_p die Breite der ungeschrumpften Papierbahn, $l_p^*(t)$ die Breite der geschrumpften und $\bar{p}_2$ ist das mittlere Flächengewicht des Papiers zwischen Sieb und Presse.

$\beta(x, t) - \bar{\beta}(t)$ und dem mittleren Flächengewicht $\bar{\rho}_3(t)$ des fertigen Papiers besteht, z.B. bei Schreibpapier $\bar{\rho}_3(t) \approx 80 \text{ g/m}^2$.

3 Messung und Diskretisierung des Querprofils

Die Meßanordnung zur Bestimmung der Papiereigenschaften besteht aus einem Sensorkopf mit Sensoren für Flächengewicht, Feuchte, Dicke usw. und einem Meßrahmen, in dem der Sensorkopf jeweils in der Zeit $T_{\text{trav}} = 15 \dots 60 \text{ s}$ quer über die Papierbahn hin- und hertraversiert [3; 12; 13]. Da das Papier mit bis zu ca. 30 m/s den Sensorkopf passiert, verläuft der Meßweg und damit auch ein gemessenes Profil diagonal. Bild 1 illustriert den Vorgang, wobei der Sensorweg gestaucht dargestellt ist.

Ein senkrecht zur Bahnkante verlaufendes Flächengewichts-Querprofil wird also nicht bestimmt, und es stellt sich die Frage, inwieweit Diagonal- und Querprofil zusammenhängen. Für ihre Klärung [3; 12; 13] betrachtet man das Flächengewicht $\rho(x, t)$ in Abhängigkeit von der Querkoordinate x sowie der Zeit und teilt es auf in

$$\rho(x, t) = \bar{\rho}(t) + y_n(x, t) + y_h(x, t). \quad (4)$$

Hierbei ist $\bar{\rho}(t)$ der Mittelwert quer über die Bahn, Längsprofil genannt, und $y(x, t) = y_n(x, t) + y_h(x, t)$ ist das mittelwertfreie Querprofil. Der Summand $y_n(x, t)$ beinhaltet die Anteile, die so niederfrequent sind, daß sie sich nicht oder nur langsam ändern und prinzipiell durch eine Querprofilregelung ausregelbar sind. Die höherfrequenten, nicht ausregelbaren Anteile enthält $y_h(x, t)$.

Ein gemessenes Diagonalprofil ist immer eine Mischung aus Längsprofil $\bar{\rho}(t)$ und mehreren aufeinanderfolgenden Querprofilen $y(x, t)$. Nur für den Fall $\bar{\rho}(t) = \text{const.}$ und $y_h(x, t) = 0$ (und weil vorausgesetzt ist, daß $y_n(x, t)$ ausregelbar ist, sich also während einer Traversierung nicht ändert), kann das Querprofil rekonstruiert werden, indem man vom Diagonalprofil seinen Mittelwert subtrahiert. Obwohl obiger Fall in der Praxis nicht gegeben ist, verwendet man das mittelwertbefreite Diagonalprofil als Näherung für das Querprofil [3; 4 bis 6; 14]; siehe auch [12; 13]. Das ist im wesentlichen auf zwei Gründe zurückzuführen:

(1) Querprofil- und Längsprofilregelung werden dynamisch entkoppelt betrieben. Für die Längsprofilregelung wird nach jeder Traversierung der Mittelwert des Diagonalprofils als Näherung für den Längsprofilwert bestimmt und als Regelgröße verwendet [3; 12; 13]. Die Querprofilregelung dagegen arbeitet deutlich langsamer. Hier wird das mittelwertbefreite Diagonalprofil nicht direkt zur Regelung verwendet, sondern mehrere, z.B. acht Profile werden gemittelt bzw.

Bild 1: Weg des Sensorkopfes über die Papierbahn.

gefiltert, und erst das gefilterte Profil wird zur Regelung genutzt. Durch die Filterung werden schnelle Schwankungen des Längsprofils $\bar{\rho}(t)$, die eine Dauer in der Größenordnung der Traversierzeit T_{trav} oder kleiner aufweisen, unterdrückt. Langsame Schwankungen von $\bar{\rho}(t)$ mit einer Dauer größer T_{trav} regelt die Längsprofilregelung so schnell aus, daß ihr Einfluß auf das gefilterte Querprofil gering ist. Daher gilt für das von der Regelung verwendete Querprofil näherungsweise $\bar{\rho}(t) = \text{const.}$ [3].

(2) Das Diagonalprofil enthält auch Teile der hochfrequenten, nicht ausregelbaren Rauschanteile $y_h(x, t)$ mehrerer aufeinanderfolgender Querprofile. Der aus ihnen zusammengesetzte Anteil des Diagonalprofils hat zwar einen anderen Verlauf, aber denselben Charakter, d.h. näherungsweise dieselbe Varianz, wie das Rauschen eines der Querprofile. Und für die Querprofilregelung ist nur der Charakter des Rauschprozesses wesentlich, die einzelnen Rauschamplituden sind es nicht (denn der Rauschanteil $y_h(x, t)$ ist nicht ausregelbar). Des weiteren wird durch die oben beschriebene Mittelung bzw. Filterung der Profile dieser Rauschanteil deutlich reduziert, so daß man sich mit einem Querprofil, das aus der Filterung mittelwertbefreiter Diagonalprofile resultiert, dem Fall $y_h(x, t) = 0$ zumindest nähert.

Obwohl die Trennung des Diagonalprofils in Längs- und Queranteil nur näherungsweise möglich ist, wird im weiteren, wie es auch in der Praxis der Fall ist [3; 4 bis 6; 14], das gemessene, mittelwertbefreite Diagonalprofil als Querprofil verwendet.

Gemessen wird das Flächengewicht, genaugenommen die Flächenmasse, mit einem β -Strahler und einem Sensor, der die nicht vom Papier absorbierte Strahlung bestimmt [14]. So werden bei einer Traversierung k bis zu $m = 1000$ Flächengewichts-Meßwerte $\rho_{3,j}(k)$ erfaßt, wobei jeder Meßwert $\rho_{3,j}(k)$ der Mittelwert des Flächengewichts in einer Meßzone j mit der Anfangskoordinate $\tilde{x}_j$, der Endkoordinate $\tilde{x}_{j+1}$ und der Breite $\Delta\tilde{x} = \tilde{x}_{j+1} - \tilde{x}_j$ ist. Dabei ist zu beachten, daß die Meßzonenbreite $\Delta\tilde{x}$ nicht kleiner als die Sensorbreite gewählt wird, wenn man vermeiden möchte, daß der Sensor eine Mittelung über mehrere Meßzonenbreiten vornimmt und so jeden Meßwert $\rho_{3,j}(k)$ durch seine

Nachbarwerte verfälscht. Typische Sensorbreiten liegen um 10 ... 20 mm, so daß bei z.B. 10 m Papierbahnbreite 500 ... 1000 Meßzonen möglich sind, ohne daß es zu Meßwertverfälschungen kommt. Am Ende der Traversierung werden aus den Einzelwerten $\rho_{3,j}(k)$ der Mittelwert $\bar{\rho}_3(k)$ und die Schwankungen $y_{3,j}(k) = \rho_{3,j}(k) - \bar{\rho}_3(k)$ um ihn herum bestimmt. Diese Schwankungen bilden die Elemente des Querprofilvektors $y_3(k)$, der orts- und zeitdiskreten Näherung für $y_3(\bar{x}, t)$. Das Meßprinzip ist der Grund und die Basis für die Modelldiskretisierung.

4 Herleitung konzentrierter Parameter

Durch die Ortsdiskretisierung des Querprofils y_3 im Modell (1) bis (3) erhält man den Querprofilvektor y_3 und eine Systembeschreibung mit konzentrierten Parametern. Die Zeitdiskretisierung kann, da die kontinuierliche Systemdynamik nicht von x abhängt, davon getrennt erfolgen und wird im nächsten Kapitel vorgenommen. Aufgrund der Unabhängigkeit beider Diskretisierungsschritte wird die Zeit in diesem Kapitel nicht mitgeführt.

4.1 Ortsdiskretisierung von Profil und Modell

Durchgeführt wird die Ortsdiskretisierung, indem man in jeder Meßzone j den dortigen Mittelwert

$$y_{3,j} = \frac{1}{\Delta\bar{x}} \int_{\bar{x}_j}^{\bar{x}_{j+1}} y_3(\bar{x}) d\bar{x} \quad \text{für } j = 1, \dots, m, \quad (5)$$

des Profils $y_3(\bar{x})$ bestimmt, der jeweils ein Element von y_3 bildet. Dabei ist zu beachten, daß die Breite $l_p^*(t)$ der geschrumpften Papierbahn kleiner ist als die des Meßrahmens. Einige Zonen am linken wie rechten Rand des Meßrahmens sind daher nicht von der Papierbahn bedeckt. Auch die Meßzonen an den Bahnändern $\bar{x}_l$ bzw. $\bar{x}_r$ sind normalerweise nur teilbedeckt. In diesen nichtüberdeckten Bereichen – die aufgrund der zeitvarianten Schrumpfung bzw. Breite $l_p^*(t)$ variieren – wird das Profil $y_3(\bar{x})$ durch seinen Mittelwert ergänzt, d.h. dort gilt $y_3(\bar{x}) = 0$. So ist gewährleistet, daß y_3 trotz schwankender Profilbreite $l_p^*(t)$ konstante Dimension m besitzt und alle seine Elemente definiert sind.

Bild 2: Verlauf der inversen Zuordnungsfunktion $x = f^{-1}(\bar{x})$.

Für die Diskretisierung des Modells (1) bis (3) wird Gl. (3) in Gl. (5) eingesetzt:

$$y_{3,j} = \frac{1}{\Delta\bar{x}(1-\alpha)} \int_{\bar{x}_j}^{\bar{x}_{j+1}} \frac{y_2(x)}{1-\beta(x)} d\bar{x} + \frac{1}{\Delta\bar{x}} \int_{\bar{x}_j}^{\bar{x}_{j+1}} \bar{\rho}_3 \frac{\beta(x) - \bar{\beta}}{1-\beta(x)} d\bar{x}. \quad (6)$$

Es wird $\bar{x} = f(x)$ substituiert, und mit $f'(x) = 1 - \beta(x)$ gilt

$$y_{3,j} = \frac{1}{\Delta\bar{x}(1-\alpha)} \int_{f^{-1}(\bar{x}_j)}^{f^{-1}(\bar{x}_{j+1})} y_2(x) dx + \frac{\bar{\rho}_3}{\Delta\bar{x}} \int_{f^{-1}(\bar{x}_j)}^{f^{-1}(\bar{x}_{j+1})} (\beta(x) - \bar{\beta}) dx. \quad (7)$$

Dabei ergibt sich wiederum ein Problem mit den nicht von der Papierbahn überdeckten Meßzonen: Dort ist f^{-1} nicht definiert und die Integration in Gl. (7) daher nicht ausführbar. Andererseits soll das Profil in den nicht von der Bahn überdeckten Bereichen links von $\bar{x}_l$ bzw. rechts von $\bar{x}_r$ durch den Wert Null ergänzt werden. Eine einfache Lösung dieses Problems ist die stetige Fortsetzung der inversen Zuordnung durch $f^{-1}(\bar{x}) = 0$ für $\bar{x} < \bar{x}_l$ und $f^{-1}(\bar{x}) = l_p$ für $\bar{x} > \bar{x}_r$. Siehe Bild 2.

Der Rechengang wird fortgesetzt und in Gl. (7) das zweite Integral, wieder unter Nutzung von $\beta(x) = 1 - f'(x)$ und $\Delta\bar{x} = \bar{x}_{j+1} - \bar{x}_j$, bestimmt. Man erhält

$$y_{3,j} = \frac{1}{\Delta\bar{x}(1-\alpha)} \int_{f^{-1}(\bar{x}_j)}^{f^{-1}(\bar{x}_{j+1})} y_2(x) dx + \bar{\rho}_3 \left((1-\bar{\beta}) \frac{f^{-1}(\bar{x}_{j+1}) - f^{-1}(\bar{x}_j)}{\Delta\bar{x}} - 1 \right). \quad (8)$$

Gl. (8) ist ein Zwischenergebnis, in dem noch das Integral des ersten Terms zu berechnen ist. Zu diesem Zweck setzt man Gl. (1) und (2) in dieses Integral ein und erhält mit den zu $y_s(x) = y_{s1}(x) + y_{s2}(x)$ zusammengefaßten Störtermen aus Gl. (2) die Beziehung

$$\int_{f^{-1}(\bar{x}_j)}^{f^{-1}(\bar{x}_{j+1})} y_2(x) dx = \mu \sum_{i=1}^n \int_{f^{-1}(\bar{x}_j)}^{f^{-1}(\bar{x}_{j+1})} (k_i(x) - \bar{k}_i) dx \cdot u_i + \int_{f^{-1}(\bar{x}_j)}^{f^{-1}(\bar{x}_{j+1})} y_s(x) dx. \quad (9)$$

Mit diesen Ergebnissen läßt sich der Profilvektor y_3 in der Form

$$y_3 = \frac{\mu}{1-\alpha} \mathbf{G} \mathbf{u} + y_{3s} + \bar{p}_3 [(1-\bar{\beta}) \Delta f - i] \quad (10)$$

darstellen. Hierbei besteht $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ aus den Elementen u_i . Des weiteren sind $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und y_{3s} , Δf , $i \in \mathbb{R}^m$, und für ihre Elemente gilt

$$G_{ji} = \frac{1}{\Delta \tilde{x}} \int_{f^{-1}(\tilde{x}_j)}^{f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})} (k_i(x) - \bar{k}_i) dx, \quad (11)$$

$$y_{3s,j} = \frac{1}{\Delta \tilde{x}(1-\alpha)} \int_{f^{-1}(\tilde{x}_j)}^{f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})} y_s(x) dx, \quad (12)$$

$$\Delta f_j = \frac{f^{-1}(\tilde{x}_{j+1}) - f^{-1}(\tilde{x}_j)}{\Delta \tilde{x}} \quad \text{und} \quad i_j = 1. \quad (13)$$

Wie $y_3(x)$ in Gl. (3) ist auch der Profilvektor y_3 in Gl. (10) mittelfrei. Die Gl. (10) bis (13) bilden das Pendant zum ortskontinuierlichen Modell. Es lassen sich allerdings noch Vereinfachungen bzw. Näherungen vornehmen, die das Modell transparenter und handhabbarer machen.

4.2 Vereinfachungen durch Diskretisierung der Koppelkurven

Die Matrix $\mathbf{G}$ beinhaltet den statischen Teil der Streckencharakteristik. Ihre Elemente G_{ji} werden in Gl. (11) aus den Spindelwirkungen bzw. Koppelkurven k_i und der Zuordnung f bestimmt. Das birgt zwei Probleme: Erstens ist die Berechnung von $\mathbf{G}$ aufwendig, da $m \times n$ Integrale in Gl. (11) zu berechnen sind und diese Berechnung für eine veränderte Zuordnung f zu wiederholen ist. Zweitens spiegelt die Struktur von $\mathbf{G}$ nicht wider, daß die Spindelwirkungen k_i und die Zuordnung f in der Papiermaschine unabhängig und nacheinander erfolgen. Man möchte $\mathbf{G}$ also einfacher berechnen können und zerlegen in $\mathbf{G} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}$, wobei $\mathbf{K}$ nur von k_i und $\mathbf{F}$ nur von f abhängt.

³ Der hier gewählte Weg ist die einfachste Möglichkeit zur Zerlegung der Matrix $\mathbf{G}$ in $\mathbf{G} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}$. Es gibt eine weitere: Die Koppelkurven $k_i(x)$ sind Biegelinien-Polynome 3. Ordnung, die stückweise aneinanderschließen [1]. Setzt man diese Polynome in (11) ein, so kann das Integral exakt berechnet werden und $\mathbf{G}$ läßt sich ebenfalls zu $\mathbf{G} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}$ zerlegen. Die Teilmatrizen $\mathbf{F}$ und $\mathbf{K}$ sind dann allerdings größer und komplexer als im dargestellten Fall.

Beides läßt sich erzielen, indem man die Spindelwirkungen k_i örtlich zu Vektoren k_i diskretisiert – siehe Bild 3 – und mit ihnen die Matrixelemente G_{ji} in Gl. (11) näherungsweise berechnet³. Auf diese Weise können auch alle Profile und Profilstörungen im Bereich von Sieb und Presse diskretisiert werden. Die sich ergebenden Vereinfachungen überwiegen den entstehenden geringfügigen Verlust an Modellgenauigkeit bei weitem.

Die Diskretisierungsintervalle $[x_j, x_{j+1}]$ wählt man so, daß sie die Breite $x_{j+1} - x_j = \Delta \tilde{x}$ der Meßzonen besitzen und die Stoffauflaufdüse vom linken Rand mit $x_1 = 0$ beginnend überdecken. Man interpretiert diese Diskretisierung daher, als basiere sie auf einem virtuellen Meßrahmen am Siebanfang, der in der Meßzonenbreite aber nicht in Querpositionierung und Breite dem realen entspricht (siehe Bild 4). Die p Elemente von k_i ergeben sich durch Mittelung wie in Gl. (5) zu

$$k_{i,j} = \frac{1}{\Delta \tilde{x}} \int_{x_j}^{x_{j+1}} (k_i(x) - \bar{k}_i) dx, \quad (14)$$

und für die Spindelwirkungen gilt näherungsweise

$$k_i(x) - \bar{k}_i \approx k_{i,j} \quad \text{für } x \in [x_j, x_{j+1}]. \quad (15)$$

Bild 3: Kontinuierliche und diskretisierte Koppelkurven in den Teilbildern (a) und (b).

Bild 4: Veranschaulichung der Diskretisierung anhand der Papiermaschinendraufsicht.

Der Grund für obige Wahl der Diskretisierung ist der nur geringe Verlust an Modellgenauigkeit, da in der Regel 4 bis 15 Meßzonen zwischen zwei Spindeln liegen. Außerdem können die Spindelwirkungen k_i , wenn man sie durch Identifikation am Prozeß [3 bis 5; 7] ermittelt, auch nur in dieser Auflösung bestimmt werden.

Mit der Näherung aus Gl. (15) werden die Matrixelemente G_{ji} in Gl. (11) berechnet. Da dann der Integrand aus Gl. (11) in den Zonen $[x_j, x_{j+1}]$ des virtuellen Meßrahmens konstant ist, kann die Integration einfach ausgeführt werden, indem man das Integrationsintervall in diese Zonen untergliedert. Dabei können (mit Ausnahme der teilüberdeckten Meßzonen an den Bahnändern) nur zwei Fälle auftreten: Da die Schrumpfung 1% bis 10% beträgt und daher das ungeschrumpfte Integrationsintervall $[f^{-1}(\tilde{x}_j), f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})]$ um diesen Betrag größer ist als das aus ihm hervorgehende geschrumpfte $[\tilde{x}_j, \tilde{x}_{j+1}]$, überdeckt das Integrationsintervall entweder zwei oder drei Meßzonen $[x_j, x_{j+1}]$ des virtuellen Meßrahmens. Es teilt sich daher, wie in Bild 4 gezeigt, in

$$(a) [f^{-1}(\tilde{x}_j), x_{k+1}], [x_{k+1}, x_{k+2}] \text{ und } [x_{k+2}, f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})] \text{ oder} \quad (16)$$

$$(b) [f^{-1}(\tilde{x}_j), x_{k+1}] \text{ und } [x_{k+1}, f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})] \quad (17)$$

auf. Hierbei ist der Index k durch

$$k(j) = 1 + \text{int}\left(\frac{f^{-1}(\tilde{x}_j)}{\Delta\tilde{x}}\right) \quad (18)$$

bestimmt, wobei die Funktion int den ganzzahligen Teil einer Zahl ermittelt. Fall (a) stellt sich ein, wenn $k(j) + 2 = k(j+1)$ ist, Fall (b), wenn $k(j) + 1 = k(j+1)$ ist. Bezüglich der teilüberdeckten Meßzonen am Bahnrand gilt eine der obigen Intervallteilungen oder das Integrationsintervall liegt nur in einer virtuellen Meßzone $k(j)$, d.h. es gilt der Sonderfall

$$(c) [f^{-1}(\tilde{x}_j), f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})] \text{ für } k(j) = k(j+1) \text{ und } f^{-1}(\tilde{x}_j) \neq f^{-1}(\tilde{x}_{j+1}). \quad (19)$$

Bei den nicht überdeckten Meßzonen links und rechts vom Bahnrand ergibt sich aufgrund der stetigen Erweiterung von f^{-1} die Beziehung $f^{-1}(\tilde{x}_j) = f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})$, und es ist $G_{ji} = 0$.

Mit der Näherung (15) und obigen Intervallunterteilungen wird das Integral in Gl. (11) berechnet. Man erhält

$$(a) G_{ji} \approx \frac{x_{k+1} - f^{-1}(\tilde{x}_j)}{\Delta\tilde{x}} k_{i,k} + k_{i,k+1} + \frac{f^{-1}(\tilde{x}_{j+1}) - x_{k+2}}{\Delta\tilde{x}} k_{i,k+2}, \quad (20)$$

$$(b) G_{ji} \approx \frac{x_{k+1} - f^{-1}(\tilde{x}_j)}{\Delta\tilde{x}} k_{i,k} + \frac{f^{-1}(\tilde{x}_{j+1}) - x_{k+1}}{\Delta\tilde{x}} k_{i,k+1}, \quad (21)$$

$$(c) G_{ji} \approx \frac{f^{-1}(\tilde{x}_{j+1}) - f^{-1}(\tilde{x}_j)}{\Delta\tilde{x}} k_{i,k}, \quad (22)$$

wobei $k = k(j)$ ist. Zusammengesetzt aus diesen Elementen kann die $m \times n$ -Matrix G in die $m \times p$ -Matrix F und die $p \times n$ -Matrix K mit

$$G \approx F \cdot K \quad (23)$$

zerlegt werden. Für die Elemente der Matrix F die aus den Brüchen in Gl. (20) bis (22) bestehen, gilt mit Gl. (18) und $x_k = (k-1)\Delta\tilde{x}$

$$F_{ji} = \begin{cases} k(j) - f^{-1}(\tilde{x}_j)/\Delta\tilde{x} & \text{für } i=k(j) \text{ und} \\ & \text{Fall (a) bzw. (b),} \\ 1 & \text{für } i=k(j)+1 \\ & \text{und Fall (a),} \\ f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})/\Delta\tilde{x} - k(j) - 1 & \text{für } i=k(j)+2 \\ & \text{und Fall (a),} \\ f^{-1}(\tilde{x}_{j+1})/\Delta\tilde{x} - k(j) & \text{für } i=k(j)+1 \\ & \text{und Fall (b),} \\ (f^{-1}(\tilde{x}_{j+1}) - f^{-1}(\tilde{x}_j))/\Delta\tilde{x} & \text{für } i=k(j) \\ & \text{und Fall (c),} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (24)$$

wobei auch die nichtüberdeckten Meßzonen am Rand mit $F_{jk(j)} = 0$ berücksichtigt sind. Jede Zeile von F besitzt nur ein bis drei Elemente, die von Null verschieden und je nach Zuordnung f links, rechts oder auf der Diagonale angeordnet sind. Da die Anzahl m der Meßzonen bis zu ca. 1000 betragen kann, ist F eine sehr schwach besetzte Bandmatrix.

Die Elemente der Matrix K ergeben sich zu

$$K_{ji} = k_{i,j}, \quad (25)$$

d.h., die Spalten von K werden durch die diskretisierten Spindelwirkungen k_i gebildet.

Mit der Diskretisierung auf Basis des virtuellen Meßrahmens läßt sich auch die Berechnung des Störvektors y_{3s} aus Gl. (10) und (12) vereinfachen. Man diskretisiert das Störprofil $y_s(x)$ entsprechend der virtuellen Zonenteilung zum Vektor y_s und erhält mit ähnlichem Rechengang wie bei G den Störvektor

$$y_{3s} \approx \frac{1}{1-\alpha} F y_s \quad (26)$$

am Maschinenende. Mit den Ergebnissen (23) und (26) ergibt sich

$$y_3 \approx \frac{\mu}{1-\alpha} F K u + \frac{1}{1-\alpha} F y_s + \bar{\rho}_3 [(1-\bar{\beta}) \Delta f - i] \quad (27)$$

als Näherung für die ortsdiskrete Modellgleichung (10).

5 Zeitdiskretisierung des kontinuierlichen Modells

Bevor die Zeitdiskretisierung erfolgt, werden die bei der Ortsdiskretisierung unterschlagenen Dynamikanteile der Modellgleichung (27) wieder hinzugefügt. Dabei wirken die drei Profilsommanden in Gl. (27),

abhängig vom Ort ihres Auftretens in der Maschine, über unterschiedliche Dynamikanteile auf das Profil y_3 : Die Streckendynamik $G(s)$ zwischen u und y_3 beinhaltet Spindeldynamik sowie Maschinentotzeit und ist in allen Pfaden gleich, die Stördynamik zwischen y_s und y_3 enthält nur die Totzeit und die Störung $\bar{p}_3[(1-\bar{\beta})\Delta f - i]$ wirkt unmittelbar auf y_3 . Entsprechend in Gl. (27) berücksichtigt, ergibt sich

$$Y_3(s) \approx G(s) \frac{\mu}{1-\alpha} FKU(s) + e^{-T_{PMs}} \frac{1}{1-\alpha} FY_s(s) + \bar{p}_3[(1-\bar{\beta})\Delta f - i]. \quad (28)$$

Hiervon ausgehend werden im folgenden die beiden Störterme in (28) vorerst vernachlässigt, und auf Basis des Meßprinzips wird die Streckendynamik $G(s)$ diskretisiert.

5.1 Das Strukturbild der Streckendynamik

Die Streckendynamik kann so aufgefaßt werden, als wäre sie der Wirkung

$$\tilde{U}(s) = \frac{\mu}{1-\alpha} FKU(s) \quad (29)$$

von Verkopplung und Zuordnung nachgeschaltet und käme erst am Maschinenende zur Geltung. So gilt

$$Y_3(s) = G(s) \tilde{U}(s), \quad (30)$$

wobei jedes Element $Y_{3,j}(s)$, genauer $y_{3,j}(t)$, in der zugehörigen Meßzone j durch den Sensor abgetastet wird. Da dieser Abtastvorgang in allen Meßzonen vergleichbar abläuft, ist es ausreichend, nur eine einzelne Meßzone mit $Y_{3,j}(s) = G(s) \tilde{U}_j(s)$ zu betrachten.

Die Stellgrößen u_i und damit die Elemente $\tilde{u}_j$ des Vektors $\tilde{u}(t)$ werden im allgemeinen gleichzeitig verändert. Dabei ist es sinnvoll und üblich, für die Taktrate der Stellgrößen ein Vielfaches der Traversierzeit T_{trav} zu wählen und neue Stellwerte in den Umkehrzeitpunkten des Sensors aufzuschalten, nachdem ein neues Profil ausgegeben wurde.

Für die Berechnung des diskreten Übertragungsverhaltens müssen die Abtastintervalle äquidistant sein. Das ist hier nicht der Fall, wie das in Bild 5 dargestellte Abtastschema einer Meßzone illustriert. Allerdings wiederholt sich das Abtastschema periodisch mit der zweifachen Traversierzeit $T = 2 T_{\text{trav}}$. Für solche Systeme mit nichtäquidistanter, aber periodischer Abtastung gibt es eine einfache Systematik, um die notwendige Äquidistanz künstlich zu erzeugen [15 bis 17]: Innerhalb einer Periode $[kT, (k+1)T]$ wird jeder Abtastwert $y(kT + c_i T)$ mit positivem $c_i T < T$ durch ein entsprechendes Totzeitglied $e^{-c_i T s}$ zeitlich so verschoben, daß alle Abtastwerte synchron mit T im Zeitpunkt kT abtastbar sind. Nach der synchronen Abtastung wird die Verschiebung der Abtastwerte durch Totzeitglieder $e^{-c_i T s}$ wieder rückgängig gemacht. In Bild 6 ist diese Vorgehensweise für einen Fall mit drei Abtastungen je Periode dargestellt. Dabei symbolisiert ein Schalter einen δ -Abtaster, der ein Signal $y(t)$ durch Multiplikation mit einer Reihe von Dirac-Impulsen $\delta(t - iT)$ in eine Impulsfolge

Bild 5: Abtastschema einer Meßzone mit nichtäquidistanten Abtastpunkten aber periodischer Wiederholung des Abtastschemas mit Periodendauer T .

Bild 6: Beispiel einer nichtäquidistanten, periodischen Abtastung in Teilbild (a) und dem äquivalenten Strukturbild mit synchroner Abtastung in Teilbild (b).

$$y^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} y(t) \delta(t - iT) \quad (31)$$

umwandelt. Hierbei und auch im weiteren kennzeichnet der Stern im Zeit- wie im Laplace-Bereich, z.B. bei $y^*(t)$ bzw. $\mathcal{L}\{y^*(t)\} = Y^*(s)$, eine δ -Abtastung bzw. eine Impulsfolge.

Bild 7: Strukturbild der Streckendynamik mit synchroner Abtastung in den Zeitpunkten kT .

So ausgerüstet kann man die diskrete Streckendynamik ermitteln. Eine Periode hat die Dauer $T = 2 T_{\text{trav}}$. Als Periodenanfang kT und -ende $(k+1)T$ werden die Umkehrpunkte des Sensorkopfes am Bahnrand, der bezüglich der Transportrichtung links liegt, gewählt. Alle Abtastwerte der Periode sind dann gemäß obigem Schema in den Zeitpunkt kT zu verschieben, wobei vier Dynamikanteile, deren Strukturen Bild 7 zeigt, zu betrachten sind:

(1) Die Abtastung durch den Sensor. In einer Periode finden zwei Traversierungen statt, wobei die erste von kT bis $(k+1/2)T$ dauert und die zweite von $(k+1/2)T$ bis $(k+1)T$. Siehe hierzu Bild 5. In der ersten Traversierung wird ein Profilwert bestimmt, der um aT mit $0 < a < 1/2$ hinter dem Periodenanfang kT liegt. Dieser Wert wird im Meßsystem durch ein Halteglied $H_{(1-2a)T}(s)$ mit der Übertragungsfunktion

$$H_{\tau}(s) = \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} \quad (32)$$

für die Dauer $(1-2a)T$ gespeichert, bis in der zweiten Traversierung der nächste Profilwert gemessen wird. Dieser liegt um $(1-a)T$ hinter kT und wird im Meßsystem durch ein Halteglied $H_{2aT}(s)$ gespeichert, bis in der nächsten Periode wieder ein neuer Wert gemessen wird. Beide Abtastwerte müssen künstlich in den synchronen Abtastpunkt kT verschoben werden. Dies geschieht mit dem Abtastwert, der aus der ersten Traversierung stammt und in $H_{(1-2a)T}(s)$ gespeichert wird, mittels e^{aTs} und für den aus der zweiten Traversierung mittels $e^{(1-a)Ts}$.

(2) Die Profilausgabe. Alle Meßwerte $y_{3,j}^*$ einer Traversierung werden in den Umkehrzeitpunkten $kT_{\text{trav}} = kT/2$ des Sensorkopfes zu einem Profil y_3 zusammengestellt und dann vom Meßsystem zu diesen Zeitpunkten ausgegeben. Dies entspricht einer Abtastung des Meßwertes, d.h. des Ausgangswertes des Systems aus (1), zu den Zeiten $kT/2$. Je Periode gibt es also zwei Werte, wobei einer bereits synchron abgetastet wird und der zweite zu diesem Zweck um $T/2$ in den synchronen Abtastpunkt kT zu verschieben ist.

(3) Die Strecke. Ihre Dynamik $G(s)$ setzt sich aus dem Totzeitglied $e^{-T_{PM}s}$ der Papiermaschine und der Dynamik der Spindelantriebe zusammen und ist für alle Meßzonen gleich. Bei thermischen Ausdehnungsstäben ist ein Verzögerungsglied $K_s/(1+T_s s)$ für die Spindeldynamik anzusetzen. Bei motorgetriebenen Spindeln kann die Spindeldynamik gegenüber dem Totzeitglied $e^{-T_{PM}s}$ vernachlässigt werden.

(4) Die Stellgrößenaufschaltung. Auf die Strecke $G(s)$ wirkt die Größe $\tilde{u}_j$ mit der Taktrate der Stellgrößen u_i , die ein Vielfaches der Traversierzeit $T_{\text{trav}} = T/2$ ist. Die zwei wichtigsten Taktraten werden betrachtet: $T/2$ und T . Im Fall T – und Stellgrößenaufschaltung in den Zeitpunkten kT – ist die Impulsfolge $u_j^*(t)$ der Stellgröße synchron mit den Abtastzeitpunkten kT . Siehe auch Bild 5. Beträgt dagegen die Taktrate $T/2$, so erfolgt die Stellgrößenaufschaltung an der Papiermaschine jeweils zu den Zeitpunkten kT und $(k+1/2)T$. Damit die Abtastung auch in diesem Fall wieder synchron mit T in den Zeitpunkten kT erfolgt, muß jeder zweite Stellwert – nämlich der aus dem Zeitpunkt $(k+1/2)T$ – mittels $e^{0.5Ts}$ in den synchronen Abtastzeitpunkt kT verschoben werden. Um beide Fälle gemeinsam behandeln zu können, wird, wie in Bild 7 gezeigt, ein Auswahlfaktor q verwendet. Für $q = 1$ ist die Taktrate T und der untere Pfad in Teil (4) des Bildes 7 unterbrochen, also nicht wirksam. Für $q = 1/2$ erfolgt die Abtastung mit $T/2$, und der untere Pfad in Bild 7 verschiebt die Stellwerte aus den Zeitpunkten $(k+1/2)T$ wie gefordert mittels $e^{0.5Ts}$ in den synchronen Abtastpunkt kT . In beiden Fällen wird die so aus $\tilde{u}_j$ gebildete Impulsfolge über ein Halteglied $H_{qT}(s)$ in eine Treppenfunktion gewandelt⁴ und bildet dann die Eingangsgröße von $G(s)$.

5.2 Berechnung der diskreten Streckendynamik

Ausgehend von diesen Ergebnissen, die das Strukturbild, d.h. Bild 7, komprimiert zeigt, werden zuerst die acht Laplace-Teilübertragungsfunktionen $Q_{kl}^*(s) = W_{l,j}^*(s)/V_{k,j}^*(s)$ und $P_{kl}^*(s) = V_{l,j}^*(s)/U_{k,j}^*(s)$ ermittelt, und mit ihrer Hilfe wird dann die Gesamtdynamik berechnet. Zuerst wird Q_{11}^* bestimmt. Man erhält

$$Q_{11}^*(s) = \frac{W_{1,j}^*(s)}{V_{1,j}^*(s)} = \left[H_{2aT}(s) e^{-(1-a)Ts} \right]^*, \quad (33)$$

⁴ Motorgetriebene Spindeln werden mit einem kurzen Stellimpuls in eine vorgegebene Position gebracht, in der sie bis zum nächsten Stellimpuls bleiben. Der Verlauf der Stellgröße, d.h. der Spindelposition, hat daher die Form einer Treppenfunktion und bildet direkt die Eingangsgröße von $G(s)$. Thermische Ausdehnungsstäbe werden in den Stellintervallen mit konstanter Leistung geheizt, und die Spindelposition ergibt sich aus der Heizleistung über ein Verzögerungsglied erster Ordnung. Da das Verzögerungsglied der Strecke $G(s)$ zugeordnet wurde, ist die Eingangsgröße von $G(s)$ die Heizleistung. Das heißt, auch in diesem Fall ist der Eingangsgrößenverlauf treppenförmig.

da für ein System $L(s)$ mit Abtastung der Ein- und Ausgangsgrößen $U(s)$ und $Y(s)$ der Zusammenhang $Y^*(s) = [L(s)U^*(s)]^* = L^*(s)U^*(s)$ gilt. Hierbei ist $L^*(s)$ die Impulsübertragungsfunktion. Berücksichtigt man, daß die Impulsantwort eines Haltegliedes $H_T(s)$ ein Rechteckimpuls

$$h_T(t) = \text{rect}_{0 \rightarrow T}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < T, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (34)$$

ist, so gilt für die Retransformierte von $Q_{11}^*(s)$ aus Gl. (33)

$$q_{11}^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \text{rect}_{0 \rightarrow T}(t - (1-a)T) \cdot \delta(t - iT) = \delta(t - T). \quad (35)$$

Also ist $Q_{11}^*(s) = e^{-Ts}$. Auf ähnliche Weise erhält man die anderen $Q_{kl}^*(s)$, und zusammengefaßt gilt

$$Q_{11}^*(s) = e^{-Ts}, \quad Q_{12}^*(s) = 0, \quad Q_{22}^*(s) = 1, \quad Q_{21}^*(s) = 0. \quad (36)$$

Die Teilübertragungsfunktionen $P_{kl}^*(s)$ lauten

$$\begin{aligned} P_{11}^*(s) &= [G(s)H_T(s)e^{(1-a)Ts}]^*, \\ P_{21}^*(s) &= [G(s)H_T(s)e^{(1-a-q)Ts}]^*, \\ P_{22}^*(s) &= [G(s)H_T(s)e^{(a-q)Ts}]^*, \\ P_{12}^*(s) &= [G(s)H_T(s)e^{aTs}]^*. \end{aligned} \quad (37)$$

Mit $P_{kl}^*(s)$ und $Q_{kl}^*(s)$ läßt sich das Gesamtübertragungsverhalten der in Bild 7 dargestellten Strecke zu

$$\begin{aligned} Y_{3,j}^*(s) &= (e^{-Ts}P_{11}^*(s) + e^{-0.5Ts}P_{12}^*(s))\tilde{U}_j^*(s) + \\ &+ (e^{-Ts}P_{21}^*(s) + e^{-0.5Ts}P_{22}^*(s)) \cdot \\ &\cdot [(2-2q)e^{qTs}\tilde{U}_j(s)]^* \end{aligned} \quad (38)$$

bestimmen. Transformiert man Gl. (38) in den z -Bereich, so erhält man schließlich das gesuchte diskrete Dynamikverhalten. Für die Transformation sind folgende zwei Sachverhalte wesentlich.

Zum einen ergibt sich aus dem Impulsübertragungsverhalten $Y^*(s) = L^*(s)U^*(s)$ einer Strecke $L(s)$ direkt das diskrete Übertragungsverhalten $Y_z(z) = L_z(z)U_z(z)$, wobei $Y_z(z)$, $L_z(z)$, $U_z(z)$ jeweils die z -Transformierten $\mathcal{Z}\{Y^*(s)\}$, $\mathcal{Z}\{L^*(s)\}$, $\mathcal{Z}\{U^*(s)\}$ sind.

Zum anderen basiert die z -Transformation auf der Abtastzeit T in den Zeitpunkten kT . Daher und weil ausschließlich Impulsfolgen betrachtet werden, gilt $z = e^{Ts}$. Zu beachten ist allerdings, daß die Profilausgabe mit halber Abtastzeit $T/2$ zu den Zeitpunkten $kT/2$ erfolgt und für eine entsprechende z -Transformation $z_2 = e^{0.5Ts}$ anzusetzen ist. Es ist also außer dem z -Bereich auch der z_2 -Bereich, der die Abtastwerte in den

Zeitpunkten kT und $(k+1/2)T$ beschreibt, zu betrachten. Dabei gilt der Zusammenhang $z_2 = z^{1/2}$, mit dem beide Bereiche ineinander umrechenbar sind [15 bis 17].

Somit folgt aus Gl. (38) mit den z -Transformierten $P_{kl,z}(z) = \mathcal{Z}\{P_{kl}^*(s)\}$ und der Substitution $z = e^{Ts}$ das diskrete Übertragungsverhalten

$$\begin{aligned} Y_{3,j,z}(z) &= (z^{-1}P_{11,z}(z) + z^{-1/2}P_{12,z}(z))\tilde{U}_{j,z}(z) + \\ &+ (z^{-1}P_{21,z}(z) + z^{-1/2}P_{22,z}(z)) \cdot \\ &\cdot (2-2q)\hat{U}_{j,z}(z), \\ \text{mit } \hat{U}_{j,z}(z) &= \mathcal{Z}\{e^{qTs}\tilde{U}_j(s)\}. \end{aligned} \quad (39)$$

Es weist einige Besonderheiten auf. So ist beispielsweise für $q = 1/2$ das Übertragungsverhalten nicht durch eine Übertragungsfunktion beschreibbar, da sich der Verlauf von $\tilde{u}_j(t)$ im z -Bereich in die zwei Teile $\tilde{U}_{j,z}(z)$ und $\hat{U}_{j,z}(z)$ aufteilt. Im Fall einer Impulsfolge $\tilde{u}_j^*(t)$ beschreibt $\tilde{U}_{j,z}(z)$ alle Impulse aus den Zeitpunkten kT und $\hat{U}_{j,z}(z)$ alle aus den Zeitpunkten $(k+1/2)T$. Des weiteren hängt die Übertragungsscharakteristik – siehe Gl. (37) – vom Faktor a und damit von der Querposition der jeweiligen Meßzone j ab. Diese Besonderheiten sind auch zentral für den folgenden Abschnitt, in dem die wichtigsten in der Praxis vorkommenden Dynamikausprägungen untersucht werden.

5.3 Das Übertragungsverhalten bei vernachlässigbarer Stelldynamik

Bei den meisten Papiermaschinen werden motorgetriebene Spindeln verwendet. Die Spindeldynamik kann dann vernachlässigt werden, und die Streckendynamik besteht nur aus dem Totzeitverhalten der Papiermaschine, d.h. $G(s) = e^{-T_{PM}s}$. In diesem Fall, der im weiteren betrachtet wird, vereinfacht sich die Berechnung der Teilübertragungsfunktionen $P_{kl,z}(z)$ und damit die des Übertragungsverhaltens in Gl. (39) wesentlich.

Für die Stellgrößen wird zuerst mit $q = 1$ als Taktrate die zweifache Traversierzeit $T = 2T_{trav}$ ausgewählt. Als Folge entfällt der zweite Summand in Gl. (39), so daß nur $P_{11,z}(z)$ und $P_{12,z}(z)$ zu berechnen sind. Des weiteren ist dann das Übertragungsverhalten durch eine Übertragungsfunktion beschreibbar. Mit Gl. (37) gilt

$$P_{11}^*(s) = [e^{-T_{PM}s}H_T(s)e^{(1-a)Ts}]^*, \quad (40)$$

und man erhält für die Retransformierte

$$p_{11}^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \text{rect}_{0 \rightarrow T}(t - \lambda T - (\Delta - 1 + a)T) \cdot \delta(t - iT), \quad (41)$$

wobei die Totzeit in

$$T_{PM} = \lambda T + \Delta T, \quad \lambda = \text{int}\left(\frac{T_{PM}}{T}\right) \quad \text{und} \quad 0 \leq \Delta < 1, \quad (42)$$

aufgeteilt wurde. Hierbei gibt der ganzzahlige Wert λ an, wie oft T in der Totzeit T_{PM} enthalten ist, und Δ beschreibt den nichtganzzahligen Rest. Je nach Größe des Wertes a , der von der Position der betrachteten

⁵ Der Zusammenhang $z = e^{Ts}$ gilt nur, wenn eine Impulsfolge $y^*(t)$, genauer ihre Laplacetransformierte $Y^*(s)$, in den z -Bereich transformiert wird [15]. Denn nur dann entspricht die Laplace-transformierte $Y^*(s) = \sum_{i=0}^{\infty} y^*(iT) e^{-iT_s}$ der z -Transformierten $Y_z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} y^*(iT) z^{-i}$ für $z = e^{Ts}$.

Meßzone j abhängt und für den $0 < a < 1/2$ gilt, verläuft die Impulsfolge $p_{11}^*(t)$ unterschiedlich. Es gibt zwei Fälle:

$$\begin{aligned} p_{11}^*(t) &= \delta(t - \lambda T) & \text{für } \Delta - 1 + a \leq 0, \\ p_{11}^*(t) &= \delta(t - \lambda T - T) & \text{für } 0 < \Delta - 1 + a. \end{aligned} \quad (43)$$

Aus Gl. (43) erhält man

$$P_{11,z}(z) = \begin{cases} z^{-\lambda} & \text{für } a \leq 1 - \Delta, \\ z^{-1-\lambda} & \text{für } 1 - \Delta < a, \end{cases} \quad (44)$$

und auf ähnliche Weise ergibt sich

$$P_{12,z}(z) = \begin{cases} z^{-\lambda} & \text{für } \Delta \leq a, \\ z^{-1-\lambda} & \text{für } a < \Delta. \end{cases} \quad (45)$$

Die Teilübertragungsfunktionen $P_{11,z}(z)$ und $P_{12,z}(z)$ werden gemäß Gl. (39) zum Übertragungsverhalten

$$Y_{3,j,z}(z) = \begin{cases} (z^{-1} + z^{-1/2}) z^{-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 1,} \\ (z^{-1} + z^{-3/2}) z^{-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 2,} \\ (z^{-2} + z^{-3/2}) z^{-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 3,} \end{cases}$$

mit Fall 1: $\Delta \leq a$,
 Fall 2: $a < \Delta$ und $a \leq 1 - \Delta$,
 Fall 3: $1 - \Delta < a$ (46)

bzw. zur Übertragungsfunktion $G_{j,z}(z) = Y_{3,j,z}(z) / \tilde{U}_{j,z}(z)$ zusammengefaßt, wobei sich abhängig von den Parametern a und Δ drei verschiedene Möglichkeiten ergeben. Die drei Parameterbereiche, in denen sich jeweils eine der Übertragungsfunktionen aus Gl. (46) einstellt, zeigt Teilbild (a) des Bildes 8. Gemäß den Ungleichungen in Gl. (46), sind diese Bereiche im Bild durch die Fälle 1 bis 3 gekennzeichnet und durch die Geraden $a = \Delta$ und $a = 1 - \Delta$ voneinander separiert.

Da der Parameter a für jede Meßzone j unterschiedlich ist und zwischen 0 und $1/2$ liegt, können den Meßzonen gemäß Gl. (46) verschiedene Übertragungsverhalten zugeordnet sein. Anhand Teilbild (a) des Bildes 8 ist dies erkennbar: Für einen festen Wert Δ bewegt sich a in seinem Variationsbereich zwischen 0

und $1/2$ auf einer senkrechten Geraden und diese läuft durch zwei Parameterbereiche mit jeweils unterschiedlichem Übertragungsverhalten, z. B. für $\Delta = 1/4$ durch die Bereiche der Fälle 1 und 2. Für die Ausnahmen $\Delta = 0$ und $\Delta = 1/2$ liegt diese Senkrechte in nur einem Parameterbereich, und es ergibt sich nur eine Übertragungsfunktion. Die m Profilwerte $y_{3,j}$ bzw. die m Meßzonen des Systems sind also durch zwei verschiedene oder in den Ausnahmefällen $\Delta = 0$ und $\Delta = 1/2$ durch nur ein Übertragungsverhalten gekennzeichnet.

Gerade die Ausnahmefälle sind interessant, da dann alle Meßzonen durch dieselbe Übertragungsfunktion gekennzeichnet sind und das Modell einfacher aufgebaut ist. Außer den beiden Ausnahmefällen gibt es weitere Fälle mit nur einer Übertragungsfunktion, wenn man nicht alle m Meßzonen, sondern nur die von der Papierbahn überdeckten betrachtet (und nur diese sind praktisch relevant). Dann ist der Parameter a durch die Werte a_u und a_o der Meßzonen an den Bahnrändern mit $0 < a_u \leq a \leq a_o < 1/2$ eingeschränkt. Siehe auch Bild 5. Folglich gibt es Werte Δ , nämlich die mit

$$\begin{aligned} 0 \leq \Delta \leq a_u \quad \text{oder} \quad a_o < \Delta \leq 1 - a_o \\ \text{oder} \quad 1 - a_u < \Delta < 1, \end{aligned} \quad (47)$$

für die alle Werte von a mit $a_u \leq a \leq a_o$ ein senkrechtes Geradenstück im Teilbild (a) des Bildes 8 beschreiben, das vollständig in nur einem der drei Parameterbereiche des Bildes liegt. Entsprechend ergibt sich auch nur eine Übertragungsfunktion für alle papierüberdeckten Meßzonen. Teilbild (b) des Bildes 8 zeigt die durch Gl. (47) erlaubte Variationsbreite des Wertes Δ . Man kann diese Situation auch herbeiführen, indem man die Traversierzeit T_{trav} , aus der sich Δ als der nichtganzzahlige Anteil des Quotienten $T_{PM} / (2 T_{\text{trav}})$ ergibt, so wählt, daß Δ der Bedingung (47) genügt.

Im weiteren wird der Fall $q = 1/2$ betrachtet. Die Taktrate der Stellgröße entspricht dann der Traversierzeit $T_{\text{trav}} = T/2$, und es sind alle vier Teilübertragungsfunktionen $P_{kl,z}(z)$ zu berechnen. Man geht wie in obigem Fall für $q = 1$ vor und erhält sieben mögliche Übertragungsverhalten:

$$Y_{3,j,z}(z) = \begin{cases} z^{-1/2-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) + z^{-1-\lambda} \hat{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 1,} \\ z^{-1-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) + z^{-1/2-\lambda} \hat{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 2,} \\ z^{-1-\lambda} \hat{U}_{j,z}(z) + z^{-3/2-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 3,} \\ z^{-1-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) + z^{-3/2-\lambda} \hat{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 4,} \\ z^{-2-\lambda} \hat{U}_{j,z}(z) + z^{-3/2-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 5,} \\ z^{-1-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) + z^{-3/2-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 6,} \\ z^{-3/2-\lambda} \tilde{U}_{j,z}(z) + z^{-2-\lambda} \hat{U}_{j,z}(z) & \text{für Fall 7,} \end{cases}$$

mit Fall 1: $\Delta \leq a \leq 1/2 - \Delta$,
 Fall 2: $\Delta \leq a$ und $1/2 - \Delta < a$,
 Fall 3: $a < \Delta$ und $a \leq 1/2 - \Delta$,
 Fall 4: $\Delta - 1/2 \leq a < \Delta$
 und $1/2 - \Delta < a \leq 1 - \Delta$,
 Fall 5: $1 - \Delta < a$ und $\Delta - 1/2 \leq a$,
 Fall 6: $a < \Delta - 1/2$ und $a \leq 1 - \Delta$,
 Fall 7: $1 - \Delta < a < \Delta - 1/2$. (48)

Bild 8: Parameterbereiche bei $q = 1$, d. h. einer Stellgrößentaktrate von $2 T_{\text{trav}}$. Teilbild (a) zeigt die Parameterbereiche der Fälle 1 bis 3. In Teilbild (b) sind die Werte von Δ und a , für die die Meßzonen die gleiche Übertragungsfunktion besitzen, grau dargestellt.

Bild 9: Parameterbereiche bei $q = 1/2$, d.h. einer Stellgrößentakttrate von T_{trav} .

Bild 9 veranschaulicht die durch die Ungleichungen in (48) beschriebenen Parameterbereiche der Fälle 1 bis 7 auf ähnliche Weise, wie Bild 8 die Situation für $q = 1$ illustriert.

Vier der Dynamikversionen in Gl. (48) sind entweder nur von $\tilde{U}_{j,z}(z)$ oder nur von $\hat{U}_{j,z}(z)$ abhängig. D.h., es gibt Situationen, in denen die Wirkung einer der beiden Stellgrößenfolgen in der Ausgangsgröße nicht wahrgenommen werden kann. Das ist gerade dann der Fall, wenn die Wirkung einer Stellgrößenänderung mit der Länge $T/2$ zwischen den Abtastimpulsen des Intervalles $[kT, (k+1)T[$ liegt. Siehe auch Bild 1 und Bild 5. Diese unerwünschte Situation läßt sich vermeiden, indem man – ähnlich wie bei $q = 1$ – mittels einer geeigneten Traversierzeit T_{trav} den Parameter Δ so wählt, daß es nur eine Dynamik mit $\tilde{U}_{j,z}(z)$ und $\hat{U}_{j,z}(z)$ gibt.

5.4 Strecken- und Stördynamik in Matrixdarstellung

Sinnvollerweise stellt man obige Ergebnisse in Matrixform dar. Ausgehend von Gl. (39) werden die m Variablen $\tilde{U}_{j,z}(z)$ bzw. $\hat{U}_{j,z}(z)$ zum Vektor $\tilde{U}_z(z)$ bzw. $\hat{U}_z(z) = \mathcal{Z}\{e^{qTs}\tilde{U}(s)\}$ zusammengefaßt. Man erhält so die Streckendynamik

$$Y_{3,z}(z) = \tilde{G}_u(z)\tilde{U}_z(z) + (2-2q)\hat{G}_u(z)\mathcal{Z}\{e^{qTs}\tilde{U}(s)\} \quad (49)$$

in Matrixform. Sie bildet das diskrete Pendant zur kontinuierlichen Streckendynamik aus Gl. (30). Die Matrizen $\tilde{G}_u(z)$ und $\hat{G}_u(z)$ sind $m \times m$ -Diagonalmatrizen, und ihr j -tes Diagonalelement enthält das zur Meßzone j gehörende Übertragungsverhalten gemäß Gl. (39).

Die Störungen – bisher vernachlässigt, d.h. zu Null gesetzt – werden nun wieder in die Betrachtungen einbezogen: Der dynamikbehaftete, kontinuierliche Störterm

$$Y_{3s}(s) = e^{-T_{PM}s}\tilde{Y}_s(s)$$

$$\text{mit } \tilde{Y}_s(s) = \frac{1}{1-\alpha}FY_s(s) \quad (50)$$

aus Gl. (28) besitzt nur das Totzeitglied $e^{-T_{PM}}$ der Papiermaschine als dynamisches Element. Die Stördynamik entspricht also der Streckendynamik aus Gl. (30) für den Fall vernachlässigbarer Stelldynamik, und deshalb können für die diskrete Stördynamik die Ergebnisse aus Kapitel 5.3 übernommen werden. Man erhält

$$Y_{3s,z}(z) = \tilde{G}_s(z)\tilde{Y}_{s,z}(z) + (2-2q)\hat{G}_s(z)\mathcal{Z}\{e^{qTs}\tilde{Y}_s(s)\}. \quad (51)$$

Die Matrizen $\tilde{G}_s(z)$ und $\hat{G}_s(z)$ sind wieder $m \times m$ -Diagonalmatrizen, und ihre Diagonalelemente enthalten das zu den Meßzonen j gehörende Übertragungsverhalten aus den Gl. (46) bzw. (48). Für den Fall vernachlässigbarer Stelldynamik gilt $\tilde{G}_s(z) = \tilde{G}_u(z)$ und $\hat{G}_s(z) = \hat{G}_u(z)$.

Die Zeitdiskretisierung ist mit diesen Ergebnissen abgeschlossen. Es verbleibt die Aufgabe, die orts- und zeitdiskreten Modellteile zum Prozeßmodell zusammenzufügen.

6 Prozeßmodell

Das vollständige Prozeßmodell erhält man, indem man in der zeitkontinuierlichen, ortsdiskreten Modellgleichung (28) die beiden kontinuierlichen Dynamikanteile durch ihre diskreten Pendanten ersetzt. Dies geschieht wie folgt: In Gl. (49) wird $\tilde{U}(s) = \mu FKU(s)/(1-\alpha)$ aus Gl. (29) eingesetzt. So ergibt sich das zeitdiskrete Übertragungsverhalten zwischen Stellgrößenvektor und gemessenem Profilvektor, das sein kontinuierliches Gegenstück, den ersten Summanden in Gl. (28), ersetzt.

Ähnlich verfährt man im Fall des Störterms, dem zweiten Summanden in Gl. (28). Er wird durch das zeitdiskrete Übertragungsverhalten zwischen Störvektor am Maschinenanfang und gemessenem Profilvektor ersetzt, das sich durch Einsetzen von $\tilde{Y}_s(s) = FY_s(s)/(1-\alpha)$ in Gl. (51) ergibt. Der dynamiklose Störterm, der dritte Summand in Gl. (28), bleibt unbehelligt. So ergibt sich als zeitdiskretes Prozeßmodell mit konzentrierten Parametern

$$\begin{aligned} Y_{3,z}(z) \approx & \frac{\mu}{1-\alpha}(\tilde{G}_u(z)FK \cdot U_z(z) + \\ & + (2-2q)\hat{G}_u(z)FK \cdot \mathcal{Z}\{e^{qTs}U(s)\}) + \\ & + \frac{1}{1-\alpha}(\tilde{G}_s(z)F \cdot Y_{s,z}(z) + \\ & + (2-2q)\hat{G}_s(z)F \cdot \mathcal{Z}\{e^{qTs}Y_s(s)\}) + \\ & + \bar{p}_3[(1-\bar{\beta})\Delta f - i], \end{aligned} \quad (52)$$

Bild 10: Strukturbild des zeitdiskreten Prozeßmodells mit konzentrierten Parametern.

dessen Struktur Bild 10 zeigt. Zu berücksichtigen ist, daß das gemessene Profil $y_3(k)$ bzw. $Y_{3,z}(z)$ im allgemeinen nicht mehr mittelwertfrei ist, da durch die unterschiedliche Dynamik der einzelnen Pfade bzw. Meßzonen die Wirkung verschiedener Stellgrößenprofile kombiniert wird. Daher ist noch der Profilmittelwert zu eliminieren, so daß man ein mittelwertfreies Profil $Y_{3,z}^0(z) = Y_{3,z}(z) - (i/m) \sum_{j=1}^m Y_{3,j,z}(z)$ erhält.

Das Prozeßmodell aus Gl. (52) unterscheidet sich vom im allgemeinen verwendeten Standardmodell $Y(z) = G(z)KU(z) + Y_s(z)$ durch die Einbeziehung der Schrumpfung bzw. Zuordnung und durch die Berücksichtigung des vom Meßsystem geprägten Abtastverhaltens. Nicht berücksichtigt wurden im Modell aus Gl. (52) Wellenphänomene, die im Siebbereich auftreten können. Diese bei den meisten Maschinen nicht auftretende Problematik ist ausführlich in [3] behandelt.

Seine Gültigkeit behält das Prozeßmodell auch für Papiermaschinen, die mit einer Klasse von neuentwickelten Stoffaufläufen ausgerüstet sind [18; 19]. Bei ihnen werden anstelle des Düsenpaltes eine Reihe verstellbarer Einzeldüsen verwendet. Die Modellstruktur in Gl. (52) bleibt davon unberührt. Lediglich die diskretisierten Koppelkurven, die Spalten der Matrix K , unterscheiden sich von denen des verbiegbaren Düsenpaltes.

7 Zusammenfassung

Das hier angegebene zeitdiskrete Mehrgrößenmodell der Flächengewichts-Querprofilentstehung ist Ausgangsbasis für den Entwurf der Querprofilregelung. Unter Berücksichtigung des heute ausschließlich genutzten Meßverfahrens wurde es aus der zeit- wie ortsdiskreten Prozeßbeschreibung in [1] hergeleitet. Dabei sind sinnvolle Vereinfachungen vorgenommen und Festlegungen getroffen worden, die zu einer einfach handhabbaren, anschaulichen Modellstruktur führen und die für einen Regelungsentwurf günstig sind. Zentrale Aufgabenstellungen des Regelungsentwurfes sind dann die Auslegung der Regeldynamik, die Zuordnung und ihre Adaption sowie die Entkopplung der Stellgliedwirkungen.

Danksagung

Die Autoren danken PD Dr.-Ing. Ch. Wurmthaler für wertvolle Hinweise.

Literatur

- [1] Adamy, J., Graf, K. und Wurmthaler, Ch.: Modellierung von Papiermaschinen für Flächengewichts-Querprofilregelungen. *Automatisierungstechnik* 43 (1995) 10, S. 468–475.
- [2] Zerler, D. (Hrsg.): *Lehrbuch der Papier- und Kartonerzeugung*. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 2. Auflage, 1986.
- [3] Westermeyer, W. N.: *Modellbildung und Simulation der Papiermaschine zur Regelung des flächenbezogenen Massequerprofils der Papierbahn*. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg 1987.
- [4] Neddermeyer, W.: *Praxisorientierte Vertiefungen zur Regelkreissynthese bei parameterunsicheren Ein- und Mehrgrößenregelstrecken*. Dissertation, TH Darmstadt 1990.
- [5] Kristinsson, K. und Dumont, G. A.: Cross-directional Control on Paper Machines using Gram Polynomials. *Automatica* 32 (1996) 4, S. 533–548.
- [6] Heaven, E. M., Jonsson, I. M., Kean, T. M., Manness, M. A. und Vyse, R. N.: Recent Advances in Cross Machine Profile Control. *IEEE Control Systems Magazine* 14 (1994) 5, S. 35–46.
- [7] Adamy, J.: Adaptation of Cross-Direction Basis Weight Control at Paper Machines Using Fuzzy Decision Logic. *International Journal of Approximate Reasoning* 16 (1997), S. 25–42.
- [8] Balakrishnan, R. und McFarlin, D.: The Application of a Model of the Slice Lip as an Elastic Beam for Weight Profile Control. *Proceedings of the Tappi Process Control Symposium*. Boston (1985), S. 105–109.
- [9] Kjaer, A., Waller, M. und Wellstead, P.: Headbox modelling for cross-direction basis weight control. *ISA Transactions* 33 (1994), S. 245–254.
- [10] Praast, H. und Götsching, L.: Lokale Querschrumpfung von Papierbahnen. *Das Papier* 4 (1995), S. 151–161.
- [11] Guesalaga, A. R., Foessel, A. D., Kropholler, H. W. und Rodriguez, F.: On-line Measurement of Paper Shrinkage for Monitoring & Quality Control. *Pulp & Paper Canada* 95/7 (1994), S. 282–286.
- [12] Wang, X. G., Dumont, G. A. und Davies, M. S.: Estimation in Paper Machine Control. *IEEE Control Systems Magazine* 13 (1993), S. 34–43.
- [13] Chen, S.-C.: Full-Width Sheet Property Estimation from Scanning Measurements. *Proceedings Control Systems '92*, Whistler (1992), S. 123–130.
- [14] Jordan, G.: Neuentwicklung in Meßtechnik und Querprofilregelung des Flächengewichts. *Wochenblatt für Papierfabrikation* 22 (1988), S. 953–957.
- [15] Kuo, B. C.: *Analysis and Synthesis of Sampled-data Control Systems*. Prentice Hall, 1963.
- [16] Ragazzini, J. R. und Franklin, G. F.: *Sampled-data Control Systems*. McGraw-Hill Book Company, 1958.
- [17] Tou, J. T.: *Digital and Sampled-data Control Systems*. McGraw-Hill Book Company, 1959.
- [18] Wurster, H. und Weitkämper, K.: Stoffdichteabhängige Querprofilregelung – Betriebserfahrungen. *Das Papier* 10A (1995), S. V99–V105.
- [19] Begemann, U.: Module Jet, das neue Stoffauflaufkonzept mit Stoffdichte-Querprofilregelung. *Das Papier* 10A (1993), S. V149–V155.

Manuskripteingang: 20. Januar 1997.