## Charakterisierung und Modellbildung des Elastomerlagerverhaltens bei Betriebs- und Sonderlasten

im Rahmen der virtuellen Schnittlastermittlung im Fahrwerk

Vom Fachbereich Maschinenbau an der Technischen Universität Darmstadt zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte

## **Dissertation**

vorgelegt von

M.Sc. Frieder Riedel

aus Pößneck

Erstreferent: Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Herbert Baaser

Tag der Einreichung: 20.10.2020 Tag der mündlichen Prüfung: 27.01.2021

Darmstadt, 2021

Riedel, Frieder : Charakterisierung und Modellbildung des Elastomerlagerverhaltens bei

Betriebs- und Sonderlasten

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt,

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUprints: 2021

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-177648

URI: https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/17764

Tag der Einreichung: 20.10.2020

Tag der mündlichen Prüfung: 27.01.2021

Veröffentlicht unter CC BY-SA 4.0 International

https://creativecommons.org/licenses/

## Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Doktorand in der Abteilung Betriebsfestigkeit Fahrwerk der Mercedes-Benz AG in Sindelfingen. Die wissenschaftliche Betreuung übernahm das Fachgebiet Systemzuverlässigkeit, Adaptronik und Maschinenakustik (SAM) der Technischen Universität Darmstadt in Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF) in Darmstadt.

In erster Linie möchte ich mich bei meinen Vorgesetzen Herrn Dipl.-Ing. Bruno Seufert, Dipl.-Ing. Uwe Leidner und Dr. Karl-Josef Rieger des Bereichs Betriebsfestigkeit Fahrwerk der Mercedes-Benz AG für die herausfordernde Aufgabenstellung und die Ermöglichung der Arbeit bedanken. Meinem Team Lastkollektivermittlung und meiner Abteilung Betriebsfestigkeit Fahrwerk danke ich herzlichst für die tatkräftige Unterstützung. Die Bereitstellung der Prüfmaschinen und Simulationsumgebung ermöglichte mir eine effiziente Erarbeitung der Datengrundlage für eine fundierte Beantwortung meiner Forschungsfrage. Ein Gelingen der Arbeit wäre ohne die Beteiligung zahlreicher Kollegen der Abteilung nicht möglich gewesen.

Weiterhin gilt ein besonderer Dank meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz, dem Leiter des SAM und LBF, sowie Herrn Dipl.-Ing. Riccardo Möller, Leiter der Gruppe Numerische Systemanalyse des LBF, für die wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit. Die konstruktiven und fachlichen Diskussionen halfen mir stets bei der zielgerichteten Bearbeitung meiner Aufgabenstellung.

Darüber hinaus geht mein Dank an Herrn Dipl.-Ing. Michael Baumann, der mir über die gesamte Laufzeit meiner Dissertation mit Rat und Tat zur Seite stand. Sein Interesse am Dissertationsthema, sein hohes Engagement und sein wissenschaftlicher Blickwinkel waren mir in unseren Diskussionen stets eine große Hilfe. Vielen Dank dafür.

Abschließend bedanke ich mich bei allen Freunden und Kollegen, die sich Zeit für die Korrektur der Dissertation genommen haben, sowie bei meiner Freundin Lisanne, die mir stets den notwendigen Rückhalt gegeben hat. Meinen größten Dank richte ich an meine Eltern. Durch ihre moralische und praktische Unterstützung ermöglichten sie den von mir eingeschlagenen Ausbildungsweg.

Stuttgart, im März 2021

Frieder Riedel

Frieder Riedel iii

## Kurzfassung

Virtuelle Methoden dienen in der betriebsfesten Bemessung des Fahrwerks in verschiedenen Entwicklungsphasen der Optimierung der Bauteile, um den Reifegrad der ersten Prototypen zu erhöhen und damit die Entwicklungskosten und -zeit zu senken. Die im Rahmen der Betriebsfestigkeitsabsicherung notwendigen Schnittlasten werden mittels der Methode der Mehrkörpersimulation ermittelt. Das Mehrkörpermodell des Gesamtfahrzeugs umfasst neben den flexiblen Fahrwerksbauteilen diverse Komponentenmodelle. Darin inbegriffen ist das Elastomerlagermodell. Elastomerlager fungieren in der Fahrwerkstruktur als komfort- und abstimmungsrelevantes Koppelelement und übertragen die fahrbahn- und manövererregten Radlasten in den Aufbau. Dabei beeinflussen sie mit ihren elastischen und dämpfenden Eigenschaften das Schwingverhalten der Achse und damit die resultierenden Schnittlasten. Eine aktuelle Herausforderung ist die Steigerung der Prognosefähigkeit der Simulation im hohen Lastbereich. Das Verhalten der Elastomerlager in diesem Lastbereich ist unzureichend untersucht.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich daher mit der Charakterisierung und Modellierung des Übertragungsverhaltens der Fahrwerkelastomerlager im Bereich der Betriebs- und Sonderlasten. Das Übertragungsverhalten bei Betriebs- und Sonderlasten ist durch eine starke Nichtlinearität und eine ausgeprägte, quasistatische Hysterese gekennzeichnet. Der Kraftanstiegsgradient der Hysterese variiert in Abhängigkeit der eingeleiteten Last. Daraus folgt eine erhöhte Energiedissipation im hohen Lastbereich. Die Modellierung der identifizierten Elastomerlagereffekte erfolgt mit rheologischen Ersatzmodellen. Die in der Literatur und Industrie bestehenden Modelle weisen erhebliche Schwächen hinsichtlich des real auftretenden Lagerverhaltens auf. Aus diesem Grund wird eine neue Elastomerlagermodellierung eingeführt und validiert, welche die Abbildungsgüte der Verlustarbeit im stark nichtlinearen Bereich der Lager erhöht. Ferner wird der Einfluss der Elastomerlagermodellierung auf die Schnittlasten aufgezeigt, der im Besonderen im hohen Lastbereich zu beobachten ist. Durch das neu eingeführte Elastomerlagermodell mit erhöhter dissipativer Arbeit im hohen Lastbereich wird grundsätzlich eine Steigerung der MKS-Simulationsgüte im Rahmen der virtuellen Schnittlastermittlung erzielt.

iv Frieder Riedel

## **Abstract**

Virtual methods are used to optimize the components in the durable design of the chassis at various stages of vehicle development in order to increase the maturity of the first prototypes and thus reduce the development costs and time. The cutting loads required in the context of fatigue strength analysis are determined by means of the multibody simulation (MBS) method. In addition to the flexible chassis components, the multi-body model of the entire vehicle includes various component models. This includes the elastomer bushing model. Elastomer bushings act as a comfort- and tuning-relevant coupling element in the chassis structure and transfer the road- and manoeuvre-excited wheel loads into the bodywork. With their elastic and damping properties, they influence the vibration behavior of the axis and thus the resulting cutting loads. A current challenge is to increase the predictive capability of the simulation in the high load range. The behaviour of the elastomer bushings in this load range is insufficiently investigated. The present work therefore deals with the characterization and modelling of the transmission behavior of the chassis elastomer bushings in the field of operating and special loads. The transmission behavior during operating and special loads is characterized by a strong nonlinearity and a pronounced hysteresis. The increase in the force gradient of hysteresis varies depending on the initiated load. This results in increased energy dissipation in the high load range. The modelling of the identified elastomer bushing effects is carried out with rheological analogous models. The models in literature and industry show considerable weaknesses in terms of the actual dissipative bushing behavior. For this reason, a new elastomer bushing modeling is proposed and validated, which increases the calculation quality of the loss work in the strongly nonlinear area of the bushings. In addition, the influence of elastomer bushing modelling on the cutting loads is shown, which can be observed in particular in the special event excitation. The newly introduced elastomer bushing model with increased dissipative work in the high load range basically achieves an increase in the MBS-simulation quality within the framework of virtual cutting load determination.

Frieder Riedel

# Inhaltsverzeichnis

Notationen und Formelzeichen								
Gl	ossar			xix				
1.	<b>Einl</b> 1.1.	Einleitung						
	1.1.		der Forschung	2 5				
2	Gru	ndlagen	•	7				
			bsfestigkeit	7				
		2.1.1.	Beanspruchung	7				
		2.1.2.	Beanspruchbarkeit	10				
		2.1.3.	•	11				
	2.2.	Elasto	merlager	12				
		2.2.1.	Lagertypen	13				
		2.2.2.	Definition der Lagerkenngrößen	15				
	2.3.	Eigens	schaften der Elastomere	17				
		2.3.1.	Entropieelastizität	19				
		2.3.2.	Viskoelastizität	20				
		2.3.3.	Mullins-Effekt	23				
		2.3.4.	Innere Reibung	23				
		2.3.5.	Bleibende Dehnung	25				
		2.3.6.	Einflussfaktoren	26				
	2.4.		matische Modellbildung	27				
		2.4.1.	Rheologische Modelle	27				
			2.4.1.1. Feder	28				
			2.4.1.2. Dämpfer	28				
			2.4.1.3. Reibelement	29				
			2.4.1.4. Prandtl-Element	30				
			2.4.1.5. Kelvin-Voigt-Element	31				
			2.4.1.6. Maxwell-Element	32				
		2.4.2	2.4.1.7. Spring-Pot-Element	33				
		2.4.2.	Mehrkörpersimulation	36				
3.	Exp	eriment	telle Untersuchungen	38				
	3.1.		bsfestigkeitsrelevante Beanspruchungen	38				
	3.2.		mfang und -aufbau	41				
	3.3.		merlagercharakterisierung	41				
		3.3.1.	Mullins-Effekt	42				
		3.3.2.	Relaxationsverhalten	45				
		3.3.3.	Quasistische Hysterese	46				
		3.3.4.	Eigenerwärmung	49				
		3.3.5.	Dynamische Charakterisierung	50				
		3.3.6.	Verhalten bei transienten Anregungen	58				
	3.4.	Zusam	menfassung und Fazit	60				

vi Frieder Riedel

4.	Nun	Numerische Untersuchungen 62					
	4.1.	Model	lierung				
		4.1.1.	Bestimmung der Materialkennwerte 6				
		4.1.2.	Diskretisierung des Elastomerlagers				
	4.2.	Lokale	r Spannungs- und Verzerrungszustand 69				
	4.3.	Progno	se der statischen Grundkennlinie				
	4.4.	Therm	ische Ausdehnung				
	4.5.		menfassung				
5.	Mod	ellanaly	vse 70				
			mark-Analyse von Elastomerlagermodellen				
		5.1.1.	Untersuchte Modelle				
			5.1.1.1. Kelvin-Voigt-Modell				
			5.1.1.2. Pfeffer-Modell				
			5.1.1.3. Dzierzek-Modell				
			5.1.1.4. Sjöberg-Modell				
			5.1.1.5. GHP-Modell				
		5.1.2.	Nutzwertanalyse				
			5.1.2.1. Parameteridentifikation				
			5.1.2.2. Performance				
			5.1.2.3. Validität				
		5.1.3.	Ergebnis und Fazit				
	5.2. Sensitivitätsanalyse im MKS-Modell						
		5.2.1.					
		5.2.2.					
			5.2.2.1. Vorderachse				
			5.2.2.2. Hinterachse				
		5.2.3.					
	N / L - J	. 111. 21.3	ing 9'				
6.		ellbildu					
	6.1. 6.2.		lerungen der Schnittlastermittlung unter hohen Lasten				
	0.2.		e de la companya de				
		6.2.2.	Federmodul         100           Reibmodul         100				
		6.2.3.	Dynamikmodul				
	6.3.		eteridentifikation				
	0.5.	6.3.1.					
		6.3.2.					
		6.3.3.	Parametrierungsprozess				
	6.4		menfassung				
	0.4.	Zusam	memassung				
<b>7.</b>		ellvalid	9				
	7.1.	•	onentenebene				
		7.1.1.	<b>&amp;</b>				
		7.1.2.	$oldsymbol{arepsilon}$				
	7.2.		merlagerabgleich im MKS-Umfeld				
		7.2.1.	MKS-Simulationsumgebung				
		7.2.2.	Simulation von Betriebslasten				

### Inhaltsverzeichnis

	7.2.3. Simulation von Sonderlasten	
8.	Zusammenfassung und Ausblick	130
Α.	Tabellen	134
В.	Abbildungen	135
Lit	teraturverzeichnis	160

# Abbildungsverzeichnis

1.1.	Lastarteneinteilung der Betriebsfestigkeit des Fahrwerks
2.1.	Klassierung nach der Klassengrenzenüberschreitungszählung (nach [48])
2.2.	Klassierung nach der Bereichspaarzählung (nach [48])
2.3.	Klassierung nach der Rainflow-Zählung mit Speicherung der Ober- und Unterwerte (nach [48])
2.4.	Kennwerte einer Wöhlerlinie und Abgrenzung der Bereiche [38]
2.5.	Lineare Schadensakkumulation (nach [91])
2.6.	Verbausituation der untersuchten Elastomerlager in der Achse
2.7.	Untersuchte Elastomerlager
2.8.	Veranschaulichung der Kraft-Weg-Hysterese, der Sekantensteifigkeit $c$ , des Verlustwinkels $\varphi$ und der Verlustarbeit $W_{loss}$
2.9.	Molekulare Struktur von Elastomeren (nach [92])
2.10.	Spannungs-Dehnungs-Kurven des Elastomers des Schubstrebenlagers in uniaxialer, planarer und biaxialer Zugrichtung bei Extension
	Zeitlicher Verlauf des Relaxationsmoduls
2.12.	Darstellung des Mullins-Effekts: Dehnungsanregung (links) und Spannungs- Dehnungs-Kurve (rechts)
2.13.	Quasistatische Hysteresen des Elastomers des Schubstrebenlagers (oben) und die dazugehörigen Hysteresebreiten (unten)
2.14.	Veranschaulichung des Payne-Effekts
	Amplitudenabhängigkeit des Elastomers des Schubstrebenlagers: dyn. Steifigkeit (links) und Verlustwinkel (rechts)
2 16	Federelement
	Dämpferelement
	Reibelement
	Prandtl-Element
	Generalisiertes Prandtl-Element mit Gedächtniseigenschaften
	Kelvin-Voigt-Element
	Maxwell-Element
	Spring-Pot-Element
	Veranschaulichung eines Mehrkörpersystems
3.1.	Kraft-Weg-Kennlinie des Federlenkerlagers
3.2.	Kraftsignal, Klassendurchgangszählung und fiktive Summenschädigung einer Betriebslast (oben) und Kraftsignal verschiedener Sonderereignisse (unten) des Federlenkerlagers
3.3.	Kraftsignal (oben) und STFT (unten) in einer Zugstrebe für eine Schlechtwegbremsung (links) und für ein Vertikalereignis (rechts)
3.4.	Mullins-Effekt im Querlenkerlager: Kraft-Weg-Kennlinie der ersten 10 Schwingspiele (oben) und norm. Steifigkeitsabnahme (unten)
3.5.	Mullins-Effekt im Federlenkerlager: Kraft-Weg-Kennlinie der ersten 10 Schwingspiele (oben) und norm. Steifigkeitsabnahme (unten)

Frieder Riedel ix

3.6.	Mullins-Effekt: Norm. Verlustarbeit der ersten 10 Schwingspiele für das Querlenker- (links) und Federlenkerlager (rechts) bei verschiedenen Anre-	
3.7.	gungsfrequenzen	44
3.8.	uniaxialen Zug (links) und auf Bauteilebene für radiale Auslenkungen (rechts) . Equilibrium: Prozesssteuerung (links) und Kraft-Weg-Kennlinie (rechts) der	45
3.9.	Relaxationsmessung	46
	ne Hysteresen (unten) des Federlenkerlagers (links) und des Zugstrebenlagers (rechts)	47
3.10.	Quasistat. Hysterese: Hysteresen des Zugstrebenlagers (oben) und Hysteresebreiten (unten) ohne Vorlast (mitte) sowie mit +7 kN Vorlast (rechts)	48
	Eigenerwärmung des Führungslagers infolge harmonischer Sinusanregungen . Dyn. Steifigkeit (links) und quasistat. Hysterese mit Auswertebereich (rechts)	49
	des Schubstrebenlagers in radialer Richtung	50
	des Führungslagers in radialer Richtung	51
	und des Führungslagers (rechts) in radialer Richtung	51
	Zugstrebenlagers (7kN, rechts) in radialer Richtung	52
	Querlenkerlagers (rechts) in radialer Richtung	52
	dialer Richtung	53
	lagers (rechts) in radialer Richtung ohne und mit 7 kN Vorlast	54
	Zugstrebenlagers (rechts) in radialer Richtung	55
	des hydraulischen Zugstrebenlagers in radialer Richtung	55 56
	Verlustarbeit (links) und Verlustwinkel (rechts) des hydraulischen Zugstrebenlagers in radialer Richtung	57
3.23.	Temperaturabhängigkeit der dyn. Steifigkeit (links) und der Verlustarbeit (rechts) des hydraulischen Zugstrebenlagers in radialer Richtung	57
3.24.	Dyn. Steifigkeit (links) und Verlustarbeit (rechts) des linearen Hydrolagermodells mit variierender hydraulischer Dämpfung	58
3.25.	Kraftsignal (oben) und kumulierte Verlustarbeit (unten) des Federlenkerlagers verschiedener Sonderereignisse	59
3.26.	Kraft-Weg-Kennlinie des transienten Signals aus Abb. 3.25 im Zeitfenster $17.2 \le t \le 17.6 \text{ s}$	60
4.1.	Idealisierter Mullins-Effekt des Ogden-Roxburgh-Modells (nach [19])	66
4.2.	Kalibrierung des Yeoh-Modells an die uniaxiale, planare und biaxiale Material- charakterisierung des Schubstrebenlagers	67
4.3.	Kalibrierung des Ogden-Roxburgh-Modells an die uniaxiale, planare und biaxiale Materialcharakterisierung des Schubstrebenlagers	68

4.4.	FE-Modell des Schubstrebenlagers im nicht-kalibrierten Zustand (1) und im	
	kalibrierten, radial ausgelenkten Zustand (2)	69
4.5.	Mises-Spannung nach der Kalibrierung im Schubstreben- und Querlenkerlager	70
4.6.	Vergleichsdehnungen im Schubstreben- und Querlenkerlager bei maximaler Sonderlast in radialer Hauptrichtung	70
4.7.	Schädigungsenergie infolge des Mullins-Modells im Schubstreben- und Quer-	
	lenkerlager nach einem Schwingspiel mit maximaler Sonderlast in radialer	
	Hauptrichtung	71
4.8.	Grundkennlinie (links) und Steifigkeit (rechts) von drei gemessenen Prüflingen und vom FE-Modell des Schubstrebenlagers in radialer Anregungsrichtung	72
4.9.	Grundkennlinie (oben) und Steifigkeit (unten) von gemessenen Prüflingen und vom FE-Modell des Querlenkerlagers in y- (links) und z-Richtung (rechts)	72
4.10.	Mises-Spannung im kalibrierten Schubstrebenlager bei 25 °C und 80 °C	73
	Simulierte Grundkennlinie (oben) und Steifigkeit (unten) des Schubstrebenlagers (links) und des Querlenkerlagers (rechts) in radialer Hauptrichtung bei un-	
	terschiedlichen Temperaturen	74
5.1.	Pfeffer-Modell	77
5.2.	Dzierzek-Modell (links) und Reibhysterese des Modells (rechts)	78
5.3.	Sjöberg-Modell (links) und Reibhysterese des Modells (rechts)	80
5.4.	GHP-Modell (links) und Reibhysterese des Modells (rechts)	81
5.5.	Bewertungskriterien der Nutzwertanalyse mit den zugehörigen Gewichtungs-	
	faktoren	82
5.6.	Dyn. Steifigkeit des Pfeffer- und GHP-Modells am Beispiel des Querlenkerlagers (links) und <i>RQF</i> über der Amplitude (rechts)	84
5.7.	Verlustarbeit des Pfeffer- und GHP-Modells am Beispiel des Querlenkerlagers	04
	(links) und RQF über der Amplitude (rechts)	84
5.8.	Fehler <i>RQF</i> der Modelle über den Frequenzabschnitten in Bezug auf das Querlenkerlager	85
5.9.	Simulierte Kräfte der Hysteresemodule der Modelle bei verschiedenen Auslen-	
	kungsamplituden in Bezug auf das Querlenkerlager	86
5.10.	Normierte Rechenzeiten über der Frequenz	86
5.11.	Normiertes Kraftsignal des Querlenkerlagers der einzelnen Sonderereignisse (oben) und max. Kraftfehler (neg./pos.) der Modelle pro Sonderereignis (un-	
	ten)	87
5.12.	Funktionswert der normierten Hysteresefunktion nach Dzierzek (s. Gl. 5.5) bei	
	dargestellter Weganregung	88
5.13.	Kumulierte Verlustarbeit des Sonderereignissignals in Bezug auf das Querlenkerlager	88
5 14	Faktoren des KV-Modells	91
	Rechenbeispiel für die Bestimmung der Mittelwerte und des Effekts	92
	Gemittelte Sensitivitäten der Faktoren der Vorderachse bezüglich der Schädigung	93
	Effektmatrix der Schädigungen für die SStrecke für die VA	94
	Effektmatrix der schadigungen für die Sstrecke für die VA	95
6.1.	Gemessene, reine Hys. des Federlenkerlagers und simulierte Hys. des mod.	
	Berg-Modells (links) sowie deren Hysteresebreiten und die Skalierung $S_{wh}$ bzw.	01
	Subter (rechts)	90

6.2.	·	100
6.3.	ten und korrigierten mod. Berg-Modells	100
0.5.	sen des GHP-Modells unterschiedlicher Amplituden	100
6.4.	Kraft-Weg-, Grund- sowie Equilibrium-Kennlinie des Federlenkerlagers (links)	100
0.4.	und Zugstrebenlagers (rechts)	101
6.5.	Belastungspfade unterschiedlicher Amplituden des Federlenkerlagers (links)	101
0.5.	und deren Steifigkeitsverläufe (rechts)	101
6.6.	Gemessene und berechnete Relaxationskurven des Elastomers des Schubstre-	101
0.0.	benlagers (links) und zugehörige Parameter (rechts)	103
6.7.	Verhältnis der Equilibrium-Spannung $\sigma_{\infty}$ zur Gesamtspannung $\sigma$ nach Glei-	100
0.7.	chung 6.11 mit den Parametern aus Abbildung 6.6	104
6.8.	Bestimmung des Verhältnisses der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad	
0.0.	der Kraft-Weg-Kurve	104
6.9.	Aufbau des Reibmoduls des neuen GHP-Modells	105
6.10.	Bestimmung der Skalierungsfunktion $S_{lp}$ (links) sowie gemessene und simu-	
	lierte, reine Hysterese (rechts) am Beispiel des Federlenkerlagers	106
6.11.	Hysteresebreite $w_h$ und berechneter Parameter $k_F$ des Federlenkerlagers	107
	Hystereseanteile ( $F_f$ , $F_{f,ps}$ ) und Gesamthysteresekraft $F_{f,tot}$ des neuen Reibmo-	
	duls am Beispiel des Federlenkerlagers für unterschiedliche Amplituden	108
6.13.	Ablauf der Parametrierung des neuen Elastomerlagermodells	110
7.1.	Dyn. Steifigkeit des alten und neuen GHP-Modells (links) und <i>RQF</i> -Fehler pro	
	Amplitude (rechts) am Beispiel des Federlenkerlagers	114
7.2.	Verlustarbeit des alten und neuen GHP-Modells (links) und RQF-Fehler pro	
	Amplitude (rechts) am Beispiel des Federlenkerlagers	115
7.3.	Verlustarbeit des alten und neuen GHP-Modells (links) und RQF-Fehler pro	
	Amplitude (rechts) am Beispiel des Zugstrebenlagers	115
7.4.	Quasistatische Kraft-Weg-Kennlinien des alten und neuen GHP-Modells (links	
	bzw. rechts) am Beispiel des Zugstrebenlagers unter 14 kN Vorlast	116
7.5.	Dyn. Steifigkeit (links) und Verlustarbeit (rechts) des alten und neuen	
	GHP-Modells bei quasistatischer Anregung am Beispiel des Zugstrebenlagers	117
7.6	unter 14 kN Vorlast	116
7.6.	Normiertes Target-Signal (oben), maximale Kraftfehler (neg./pos.) der Modelle	
	pro Sonderereignis (mittig) und kumulierte Verlustarbeit (unten) am Beispiel	117
7.7	der Sonderereignisanregung des Zugstrebenlagers	117
7.7.	Normierte Kraft-Weg-Kennlinie im Zeitfenster $39.57 \le t \le 39.93$ s des Sonderereignissignals aus Abb. 7.6	110
7.0	Klassendurchgangszählung (links) und fiktive Schädigung (rechts) der Zugstre-	118
7.8.	benkraft der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite für das KV-, alte und neue	
	GHP-Modell	120
7.9.	Klassendurchgangszählung (links) und fiktive Schädigung (rechts) der Feder-	120
1.7.	lenkerkraft der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite für das KV-, alte und	
	neue GHP-Modell	121
7 10	Leistungsdichte (oben), Klassendurchgangszählung (mittig) und fiktive Schä-	141
7.10.	digung (unten) der vorderen und hinteren Fahrschemellagerkraft in x-Richtung	
	(links bzw. rechts) der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite für das KV-,	
	alte und neue GHP-Modell	122
	WIND DEED TO SEE THE STEEL SEE SEE SEE SEE SEE SEE SEE SEE SEE	144

7.11.	Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft $F_{ZS_V}$ der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell	123
7.12.	Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft $F_{ZS_V}$ der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis Schwelle für das KV-, alte	124
7.13.	Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Federlenkerkraft $F_{FL_V}$ der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell	124
7.14.	Kraft-Weg-Kurve in Strebenrichtung des linken Zugstreben- (links) und Federlenkerlagers (rechts) im Zeitfenster $0.55 < t < 0.85$ s der WaschBr aus Abb. B.26 für das KV-, alte und neue GHP-Modell	125
7.15.	Kraft-Weg-Kennlinien der KanBr-Simulationen der linken Führungsstreben- kraft $F_{FU}$ aus Abb. B.31 im Zeitfenster $0.6 < t < 1$ s	125
7.16.	Kraft-Weg-Kennlinien der KanBr-Simulationen der linken Sturzstrebenkraft $F_{ST}$ aus Abb. B.31 im Zeitfenster $0.6 < t < 1$ s	126
7.17.	Gemessene und simulierte Kraftsignale der Schubstrebenkraft $F_{SS}$ der Bremsung auf der Schlechtwegstrecke	127
B.1. B.2.	Übertragungsverhalten des KV-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers Übertragungsverhalten des Pfeffer-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers	135 135
B.3.	Übertragungsverhalten des Dzierzek-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers	136
B.4.	Übertragungsverhalten des Sjöberg-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers	
B.5.	Übertragungsverhalten des GHP-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers.	137
B.6.	Sensitivitätsanalyse (OFAT) des KV-Modells	137
B.7.		137
		138
B.9.	Sensitivitätsanalyse (OFAT) des Sjöberg-Modells	138
B.10.	Sensitivitätsanalyse (OFAT) des GHP-Modells	138
B.11.	Effektmatrix der min./max. Kräfte für die KanAnf für die VA	138
B.12.	Effektmatrix der min./max. Kräfte für die KanBr für die VA	139
B.13.	Effektmatrix der min./max. Kräfte für die wellFB für die VA	139
B.14.	Gemittelte Sensitivitäten der Faktoren der Hinterachse bezüglich der Schädigung	140
B.15.	Effektmatrix der Schädigungen für die SStrecke für die HA	140
B.16.	Effektmatrix der min./max. Kräfte für die KanBr für die HA	141
B.17.	Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Federlenkerlagers in y- (links) und in z-Richtung (rechts)	141
B.18.	Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Zugstrebenla-	
B.19.	gers in y- (links) und in z-Richtung (rechts)	142
<b>-</b> ••	gers in y- (links) und in z-Richtung (rechts)	142
B.20.	Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Führungslagers (links) und des hydr. Zugstrebenlagers in z-Richtung (rechts)	142
B.21.	Gemessene reine Hysterese des Schubstrebenlagers und simulierte Hysterese- kraft des originalen GHP-Reibmoduls (links) und des neuen Reibmoduls (rechts)	143
B.22.	Gemessene reine Hysterese des Zugstrebenlagers und simulierte Hysteresekraft des originalen GHP-Reibmoduls (links) und des neuen Reibmoduls (rechts)	

B.23. Gemessene reine Hysterese des hydr. Zugstrebenlagers und simulierte Hysteresekraft des originalen GHP-Reibmoduls (links) und des neuen Reibmoduls	
(rechts)	143
B.24. Klassendurchgangszählungen verschiedener Validierungsgrößen der Messung und Simulation des Referenzmodells der linken (-) und rechten () Fahrzeug-	144
seite für die Schlechtwegstreckenanregung	144
B.25. Leistungsdichte (oben), Klassendurchgangszählung (mittig) und fiktive Schädigung (unten) der vorderen und hinteren Fahrschemellagerkraft in y-Richtung (links bzw. rechts) der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite für das KV-, alte und neue GHP-Modell	145
B.26. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft $F_{ZS_V}$ der linken	
(-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis WaschBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell	146
B.27. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft $F_{ZS_V}$ der linken	
(-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis Senke für das KV-, alte	
und neue GHP-Modell	146
B.28. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Federlenkerkraft $F_{FLv}$ der linken	
(-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis Schwelle für das KV-, alte	
und neue GHP-Modell	146
B.29. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Federlenkerkraft $F_{FL_V}$ der linken	
(-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis Senke für das KV-, alte	
und neue GHP-Modell	147
B.30. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der hinteren, oberen Querlenkerkraft	
$F_{OOLH,y_V}$ der linken (-) und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr	
für das KV-, alte und neue GHP-Modell	147
B.31. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der HA-Strebenkräfte der linken (-)	
und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und	
neue GHP-Modell	148
B.32. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der HA-Strebenkräfte der linken (-)	140
und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis WaschBr für das KV-, alte	
und neue GHP-Modell	149
B.33. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Fahrschemellager der linken (-)	177
und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und	
neue GHP-Modell	150
B.34. Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Fahrschemellager der linken (-)	150
und rechten () Fahrzeugseite des Sonderereignis WaschBr für das KV-, alte	
und neue GHP-Modell	151

# **Tabellenverzeichnis**

5.1.	Bewertungstabelle der Nutzwertanalyse der Elastomerlagermodelle	90
5.2.	Betrachtete Lastfälle	93
5.3.	Elastomerlager der Vorderachse	93
<b>A.</b> 1.	Definition der Koordinatensysteme der Elastomerlager nach gelagerter Bauteilart	134
A.2.	Elastomerlager der Hinterachse	134

Frieder Riedel xv

# **Notationen und Formelzeichen**

Notation	Beschreibung
$oldsymbol{x},oldsymbol{X}$	Tensor
x, X	Skalar
$\Re(\cdot)$	Realteil
$\Im(\cdot)$	Imaginärteil
$(\cdot)^*$	komplexe Größe
$(\hat{\cdot})$	Amplitude
$(\overline{\cdot})$	deviatorischer (gestaltändernder) Anteil
$D^{lpha}$	fraktionale Ableitung
$f(\cdot)$	Funktion

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\boldsymbol{\mathcal{C}}$	rechter Cauchy-Green-Deformationstensor	_
D	Schädigung	_
E	Effekt eines Faktors (DoE)	(Faktoreinheit)
$E_R$	Relaxationsmodul	$N/m^{(2)}$
$E_{\infty}$	Equilibriummodul	$N/m^{(2)}$
E'	Speichermodul	$N/m^{(2)}$
E''	Verlustmodul	$N/m^{(2)}$
$\boldsymbol{F}$	Deformationsgradient	_
F	Kraft	N
$F_{\infty}$	Kraft der Equilibrium-Kennlinie	N
$F_{fs}$	Kraft des letzten Umkehrpunkts	m
$\ddot{F_{lp}}$	Kraft des Belastungspfads	N
$G^{'}$	Übertragungsfunktion	$N/m^{(2)}$
$G_{lpha}$	Grünwaldkoeffizient	_
I	Einheitstensor	_
N	Schwingspielanzahl	_
$P_i$	Hauptspannungen des ersten Piola-Kirchhoff Spannungstensors	$N/m^2$
RQF	relativer, quadratischer Fehler	_
S	Skalierungsfaktor (DoE)	_
$S_{lp}$	Skalierungsfunktion des Belastungspfads	_
$S_{wh}$	Skalierungsfunktion der Hysteresebreite	_
$T_G$	Glasübergangstemperatur	$^{\circ}\mathrm{C}$
W	Wertigkeit	_
$W_{loss}$	Verlustarbeit	Nm
$\boldsymbol{b}$	linker Cauchy-Green-Deformationstensor	_
b	Spring-Pot-Konstante	$N s^{\alpha}/m$
c	Steifigkeit	N/m
c	spezifische Wärmekapazität	J/(kg K)
$c^*$	komplexe Steifigkeit	N/m
$c_0$	lin. Steifigkeit um Nulllage (DoE)	N/m
$c_{dyn}$	dynamische Steifigkeit nach Sekantendefinition	N/m
$c_{dyn,lin}$	dynamische Steifigkeit nach DIN53513	N/m
d	Dämpfungskonstante	kg/s

xvi Frieder Riedel

$\Delta e_R$	normalisierter, transienter Relaxationsmodul	_
f	Frequenz	Hz
$g_A$	geometrischer Anschlag (DoE)	mm
$g_K$	Knotengewichtung	_
$g_S$	Stufengewichtung	_
$g_i$	normalisierter Modul der Prony-Reihe	_
h	Nichtlinearitätsfaktor	_
$k_F$	Parameter des Berg-Modells	N
$k_x$	Parameter des Berg-Modells	m
m	Anstieg	_
t	Zeit	S
$t_{norm}$	normierte Zeit	_
$\Delta t$	Verweildauer	S
$w_h$	Hysteresebreite	N
X	Weg	m
$x_0$	Anregungsamplitude	m
$X_{S}$	Weg des letzten Umkehrpunkts	m
Ψ	spezif. Formänderungsenergiedichte (freie Helmholtz'sche	J/m <sup>3</sup>
	Energie)	
Γ	Gamma-Funktion	_
$\alpha$	Ordnung der fraktionalen Ableitung	_
$\vartheta$	Temperatur	°C
$\theta$	Temperatur	K
$\eta$	Viskosität	$N s/m^2$
$\mu$	Steifigkeit	N/m <sup>2</sup>
ρ	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
σ	Cauchy-Spannungstensor (wahre Spannung)	N/m <sup>2</sup>
σ	Spannung	N/m <sup>2</sup>
arepsilon	Dehnung	_
ω	Kreisfrequenz	1/s
φ	Verlustwinkel (Phasenwinkel)	Grad
ξ	reduzierte Zeit	S
τ	Zeitkonstante	S

#### Subskript Beschreibung Ursprung/Wert bei 0 0 DBG Drehstabgestänge FL Federlenker FS Fahrschemel FU Führungsstrebe Hinterachse/hinten Η Kelvin-Voigt KV MW Maxwell oberer Querlenker OQL SP Spring-Pot Schubstrebe SS STSturzstrebe

Vorderachse/vorne

V

### Notationen und Formelzeichen

ZS	Zugstrebe
i	Zähler
lp	Belastungspfad (load path)
ps	bleibende Dehnung (permanent set)
tot	total/gesamt

## Glossar

BZF Beanspruchungs-Zeit-Funktion

CAE Rechnergestützte Entwicklung (engl.: Computer Aided Engineering)

CRG Curved Regular Grid-Straßenformat

DAE Differential-algebraische Gleichung (engl.: Differential Algebraic Equation)

DoE Statistische Versuchsplanung (engl.: *Design of Experiments*)

FEM Finite Elemente Methode

FFT Fourier-Transformation (engl.: Fast Fourier Transformation)

GA Genetischer Algorithmus

GHP Gummi-Hydraulisches-Lager und Puffer (Mercedes-Benz AG)

HA Hinterachse

KV KELVIN-VOIGT-Element

LSM Methode der kleinsten Quadrate (engl.: Least-Squares-Method)

MKS Mehrkörpersimulation MW MAXWELL-Element

NR Naturkautschuk (engl.: *Natural Rubber*)
OFAT "One-Factor-At-a-Time"-Methode

PSD Leistungsdichtespektrum (engl.: *Power Spectral Density*)

RT Raumtemperatur

SBR Styrol-Butadien-Kautschuk (engl.: Styrene Butadine Rubber)

SE Sonderereignis

SQP Sequentielle Quadratische Programmierung

STFT Kurz-Zeit-Fourier-Transformation (engl.: *Short Time Fourier Transformation*)

VA Vorderachse

VDA Verband der Automobilbauindustrie © e. V.

VL LMS Virtual.Lab Motion (Software)

Frieder Riedel xix

xx Frieder Riedel

## 1. Einleitung

Der globale Wettbewerbsdruck fordert vom modernen Fahrzeugentwicklungsprozess sinkende Innovationszykluszeiten und steigende Qualität bei gleichzeitig zunehmender Variantenvielfalt. Ein integraler Bestandteil dieses Prozesses ist dabei der Einsatz von rechnergestützten Methoden, sogenannten CAE-Methoden (engl.: Computer-Aided-Engineering), mit denen in verschiedenen Entwicklungsphasen Bauteile und Systeme konstruiert und bezüglich spezifischer Anforderungen vorausgelegt werden können. Die digitale Voroptimierung ermöglicht den Reifegrad der ersten Prototypen zu erhöhen und schlussendlich Entwicklungskosten und -zeit zu senken. In der Automobilbaubranche kommen in den vielfältigen Ingenieursdisziplinen die rechnergestützten Methoden zum Einsatz. Darunter fallen unter anderem Berechnungen der Fahrdynamik, des Fahrkomforts, des Thermomanagements, der Aerodynamik, der passiven Sicherheit oder auch der Betriebsfestigkeit. In der Betriebsfestigkeit steht die auftretende Beanspruchung der Beanspruchbarkeit der Komponente gegenüber. Dabei unterliegen die Beanspruchungen und Beanspruchbarkeiten Streuungen, die durch unterschiedliche Nutzungs- und Randbedingungen bzw. Werkstoff- und Fertigungseinflüssen hervorgerufen werden. Überschreitet die Beanspruchung die Beanspruchbarkeit, kommt es zum Bauteilversagen. Das Ziel der betriebsfesten Bauteilauslegung ist das Erreichen der geforderten Lebensdauer für eine definierte Ausfallwahrscheinlichkeit bei gleichzeitiger Forderung nach Leichtbau. Neben der Ermüdungsfestigkeit unter zyklischer Belastung wird in der modernen, betriebsfesten Bauteilbemessung ebenso das Bauteilverhalten unter Sonder- und Missbrauchsereignissen untersucht [91]. Im Fahrwerk rufen dementsprechend unterschiedliche Fahrsituationen drei Lastkategorien hervor: Betriebs-, Sonder- und Missbrauchslasten (s. Abb. 1.1). Dabei steigt das maximal auftretende Lastniveau von Betriebs- zu Missbrauchslasten sukzessive an.

Die Beanspruchungen stellen im Fahrzeug die Schnittlasten in den Achskomponenten dar, welche mit Gesamtfahrzeug-Mehrkörpersimulationen (MKS) ermittelt werden können. Ein stetiges Ziel der Schnittlastensimulation ist die Steigerung der Prognosefähigkeit, um frühzeitig aussagekräftige, auslegungsrelevante Lastkollektive bereitzustellen, einen hohen Reifegrad des digi-

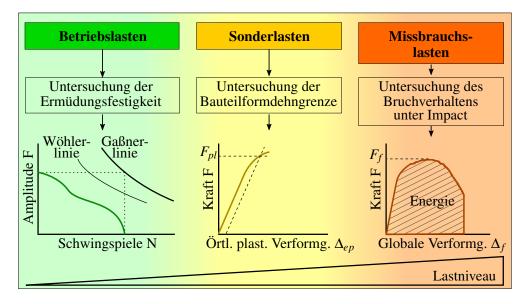


Abb. 1.1.: Lastarteneinteilung der Betriebsfestigkeit des Fahrwerks

Frieder Riedel 1

#### 1. Einleitung

talen Prototyps zu gewinnen und dadurch kostenintensive Hardwareschleifen einzusparen. Die Ergebnisgüte der Schnittlastberechnung wird vom MKS-Fahrzeugmodell, von Regelsystemmodellen sowie der Definition der Randbedingungen beeinflusst. Einzelne Komponenten wie z.B. die Reifen, der Schwingungsdämpfer und ebenso das Elastomerlager werden mit Submodellen in das Fahrzeugmodell integriert. Eine höhere Ergebnisgüte auf Komponentenebene führt schließlich zu einer Steigerung der Prognosefähigkeit des Gesamtfahrzeugmodells.

Betriebs- und Sonderlasten werden durch fahrbahn- und manövererregte Ereignisse über die Reifen in die Fahrwerkstruktur und Karosserie eingeleitet. Zwischen Achskomponenten sowie Aggregaten und Karosserie fungiert das Elastomerlager als komfort- und abstimmungsrelevantes Koppelelement. Das Elastomerlager weist elastische und dämpfende Eigenschaften auf und wirkt somit als Energiespeicher bzw. Energiesenke. Dadurch beeinflusst das Elastomerlager maßgeblich das Schwingungsverhalten der Achsstruktur und die entstehenden Kräfte in den Achskomponenten. Die genaue Kenntnis der Elastomerlagereigenschaften im hohen Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse ist die Grundvoraussetzung für die Modellierung des Übertragungsverhaltens. Die für die Betriebsfestigkeit relevanten Elastomereigenschaften müssen von dem in der MKS eingebetteten Elastomerlagermodell abgebildet werden. Neben der Abbildungsgüte kommt dem Parametrierungsaufwand und der Performance maßgebliche Bedeutung zu.

## 1.1. Stand der Forschung

Die Untersuchung bzw. Optimierung von Bauteilen und Systemen mittels numerischer Simulationen ist seit Einführung der Rechner Gegenstand der Produktentwicklung. Eine aus wirtschaftlicher Sicht entscheidende Randbedingung beim Einsatz virtueller Methoden ist die verfügbare Hardware. Die stetige Steigerung der Rechenleistung und Speicherkapazität in den letzten Jahrzehnten ermöglichte eine kontinuierliche Erhöhung der Größe und des Detailierungsgrades von Simulationsmodellen. Im Folgenden werden wissenschaftliche Arbeiten zu Gesamtfahrzeugsimulationen mit Schlechtwegstrecken und Missbrauchsereignissen sowie zu Elastomerlagermodellen dargestellt.

LION UND SEDLAN (2001) [55] untersuchen den Einsatz spezieller Komponentenmodelle in der Mehrkörpersimulation von Fahrwerksbelastungen auf Schlechtwegstrecken. Dabei verwenden sie unter anderem das Reifenmodell RMOD-K, ein thermomechanisch gekoppeltes Dämpfermodell und flexible Strukturen für einzelne Achskomponenten. Ferner verwenden Sie für die Elastomerlagermodellierung eine Parallelschaltung aus nichtlinearer Feder und einem Maxwell-Element<sup>1</sup> mit nichtlinearem Dämpfer. Sie erzielen dadurch eine nichtlineare Frequenz- und Amplitudenabhängigkeit und keine quasistatische Hysterese.

Die Arbeit von TROULIS (2002) [94] beschäftigt sich ebenso mit der Einbindung eines speziellen Elastomerlagermodells in die Mehrkörpersimulation. Er verwendet das von BERG [7] eingeführte Elastomerlagermodell, auf welches im folgenden Abschnitt näher eingegangen wird. Der Hauptfokus von TROULIS liegt auf den komfortrelevanten Bereich von 0 bis 100 Hz und nicht auf betriebsfestigkeitsrelevante Lasten.

KRAMARCZUK (2012) [50] widmet sich in seiner Arbeit der Belastungsermittlung an Aggregatelagern und entwickelt einen neuen rheologischen Modellansatz für Hydrolager. Das Hydrolagermodell besteht aus einer Parallelschaltung einer Feder, mehreren Prandtl-Elementen<sup>2</sup>,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Reihenschaltung aus Feder und Dämpfer

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Reihenschaltung aus Feder und Reibelement

einem Dämpfer, einem Maxwell-Element und einem speziellen Ast für die hydraulischen Eigenschaften. Aufgrund numerischer Instabilitäten bei der Berechnung der Prandtl-Elemente werden diese im weiteren Verlauf der Arbeit entfernt. Damit bildet das verwendete Modell keine quasistatische Hysterese ab. Die Validierung des Modells erfolgt an statischen und dynamischen Komponentenmessungen mit maximalen Anregungsamplituden von 10 kN bzw. 7.5 mm. Für die Verifizierung wird das Hydrolagermodell in die MKS-Umgebung eingebunden und mit realen Motorlagermessungen im Fahrbetrieb auf einer Schlechtwegstrecke abgeglichen.

Eine ähnliche Untersuchung führt SCHEIBLEGGER ET AL. (2014) [83] durch. Ausgehend von Schnittlastermittlungen in Lastkraftwagen wird die Modellierung des Übertragungsverhaltens von Kabinen- und Fahrwerkelastomerlagern betrachtet. SCHEIBLEGGER baut dafür auf dem Elastomerlagermodell von Pfeffer UND Hofer [73] auf und validiert sein neues nichtlineares Modell bezüglich Ergebnisgüte, Bedienbarkeit und Rechenzeit anhand Messungen mit maximalen Anregungsamplituden von 10 kN bzw. 8 mm.

Eine Arbeit, die sich mit Berechnung im Lastbereich von Sonder- und Missbrauchsereignissen auseinandersetzt, ist die von WIRJE UND CARLSON (2011) [97]. Die Autoren wenden sich speziell den Ereignissen Bordsteinüberfahrt und dem Schleudern gegen einen Bordstein zu. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Reifen, den Schwingungsdämpfer, die Elastomerlager, die Anschlagpuffer, den Reifen-Straßen- sowie Felgen-Straßen-Kontakt gelegt. Die Elastomerlagermodellierung folgt durch ein Kelvin-Voigt-Modell<sup>3</sup> mit steifigkeitsabhängiger Dämpfung. Die Validierung zeigt gute Übereinstimmungen der Simulations- und Messergebnisse im Belastungspfad des Impact-Ereignisses. Der gesamte dynamische Kraftverlauf der Komponenten mit dem Rückschwingvorgang wird jedoch meist nicht aufgezeigt.

HAUKE (2003) [41] stellt eine Simulationsmethode des Missbrauchsverhaltens von Gesamtfahrzeugen vor. Er unterteilt die auf das Fahrzeug einwirkenden Beanspruchungen in Standard-, Sonder-, Crash- und Missbrauchslastfälle. Für die Methodenentwicklung werden kritische Missbrauchslastfälle ausgewählt und mit einem Gesamtfahrzeugmodell simuliert, bei dem einzelne Fahrwerkbauteile durch spezielle Komponentenmodelle abgebildet sind. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Berechnung des plastischen Verformungsverhaltens der Bauteile und befindet sich damit außerhalb des Schwerpunkts der hier erstellten Arbeit.

In der Literatur lassen sich somit einige Arbeiten über die Gesamtfahrzeugsimulation im Bereich der Betriebs- und Missbrauchslasten finden. Die Auswirkung und Simulation von Sonderlasten im Fahrwerk wurde jedoch unzureichend betrachtet. Zudem existieren vorrangig Elastomerlagermessungen im Lastniveau der Betriebs- (OK ET AL. (2007) [65], SEDLACZEK ET AL. (2010) [86], u.a.) sowie Missbrauchs- und Crash-Ereignisse (ENGELMANN (2013) [28], PARK ET AL. (2005) [70], BOIS ET AL. (2006) [25], u.a.), jedoch nicht für Sonderlastfälle.

Das Übertragungsverhalten von Elastomerlagern kann auf unterschiedlichem Weise modelliert werden. Im Zuge der MKS haben sich die semi-physikalischen, phänomenologischen Modelle durchgesetzt (s. Abs. 2.4). Sie beruhen auf der Beobachtung der phänomenologischen Effekte des realen Systemverhaltens. Die Modellbildung folgt dabei aus der Reihen- und/oder Parallelschaltung von einzelnen rheologischen Elementen. Elastomere antworten auf zyklische Anregungen vereinfacht gesehen mit einem elastischen und viskosen Verhalten. Die in der Literatur bekannteste Modellierung ist in diesem Fall das Kelvin-Voigt-Element.

BERG (1998) [7] stellt in seiner Arbeit ein nichtlineares Elastomerlagermodell vor. Das Übertragungsverhalten ergibt sich aus einer Parallelschaltung eines Elastizitäts-, Dämpfungs- und Reibanteils. Die Elastizität und Dämpfung ist durch eine Feder bzw. ein Maxwell-Element modelliert. Die Besonderheit des Berg-Modells ist die Einführung einer nichtlinearen Reibungs-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Parallelschaltung aus Feder und Dämpfer

#### 1. Einleitung

kraft mittels einer algebraischen Formfunktion. Dadurch kann eine quasistatische Hysterese sowie die Amplitudenabhängigkeit abgebildet werden.

Wahle et al. (2000) [52] und Dzierzek (2000) [26] erstellen ihre Elastomerlagermodell in der gleichen Weise. Sie unterscheiden sich nur in der Modellierung der Reibkraft. Wahle et al. verwendet mehrere parallel geschaltete, nichtlineare Prandtl-Elemente. Dzierzek entwickelt eine empirische Beziehung für die Reibung, die in Abhängigkeit der Auslenkung, Geschwindigkeit und Beschleunigung steht. Mit diesem Ansatz können knochenförmige Hysteresen beschrieben werden. Er eignet sich damit auch für größere Amplituden.

Die Arbeit von SJÖBERG (2000) [90] zeigt die Abbildung der Frequenzabhängigkeit mittels fraktionalen Ableitungen<sup>4</sup> innerhalb eines Elastomerlagermodells auf. Das Verhalten des fraktionalen Elements, welches auch als *Spring-Pot* bezeichnet wird, ist eine Kombination aus dem Verhalten einer Feder und eines Dämpfers. Der Spring-Pot erlaubt für konventionelle Lager eine gesteigerte Simulationsgüte in einem weiten Frequenzbereich im Vergleich zum Maxwell-Element.

Eine weitere Elastomerlagermodellierung wird in PFEFFER UND HOFER (2002) [73] behandelt. Eine Kombination aus Feder- und Dämpferelementen bildet die Frequenzabhängigkeit ab und wird als lineares Modul bezeichnet. Parallel zu diesem linearen Modul führen die Autoren ein nichtlineares Modul ein, welches unter Verwendung einer Logarithmusfunktion die quasistatische Hysterese beschreibt. Die Validierung des neuen Elastomerlagermodells erfolgt mittels Ausschwingversuchen.

Für die Abbildung eines nichtlinearen Hystereseverhaltens führen BOUC (1967) [12] und WEN (1975) [96] ein Modell in Form von Differenzialgleichungen ein, welches die Abhängigkeit des Elastomers von der Belastungshistorie berücksichtigt. OK (2008) [66] nutzt die Bouc-Wen-Hysterese, um damit die Elastomerlagereigenschaften zu modellieren. Sein Modell ist in der Lage die quasistatische Hysterese und das Relaxationsverhalten der Lager abzubilden. Weiterhin validiert OK sein Modell an einer transienten Komponentenmessung.

MELJNIKOV (2003) [57] stellt ein Modell vor, bei dem die Reibkraft auf dem Berg-Hysteresemodell basiert. Durch die Umformulierung des ursprünglichen Modells und Einführung eines Zustandsautomaten gelingt es MELJNIKOV das Gedächtnisverhalten des Elastomers mit
einer Formfunktion darzustellen. Der weitere Modellaufbau für die dynamischen Eigenschaften besteht aus einer Feder und zwei Maxwell-Elementen in Parallelschaltung. Die Defizite im
Frequenzbereich des Modells greifen DRONKA UND RAUH (2007) [24] auf und ersetzten die
Maxwell-Elemente durch ein Dämpfer und Spring-Pot-Element, um den Anforderungen der Simulationsgüte oberhalb von 50 Hz gerecht zu werden. Die Modelländerungen zogen weiterhin
eine Anpassung der Parametrierroutinen mit sich. Eine weitere Anpassung des Modells nehmen
SEDLACZEK ET AL. (2010) [86] vor. Je nach Anwendungsfall können modulare Bestandteile des Modells aktiviert und deaktiviert werden. Die Autoren zeigen an zwei konventionellen
Fahrwerkelastomerlagern unter betriebsfestigkeitsspezifischen Lasten die praktische Handhabung und gute Performance des Modells.

Grundsätzlich beschäftigen sich in der Literatur mehrere Arbeiten mit Elastomerlagermodellierungen mit unterschiedlichen Detailierungsgraden. Ob eine der bestehenden Modellierungen den Anforderungen der Simulationen im hohen Lastbereich der Betriebs- und Sonderlasten gerecht wird und welche Erweiterungen gegebenenfalls notwendig sind, ist Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>nicht-ganzzahlige Ableitungen

## 1.2. Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit widmet sich der Frage, welches Übertragungsverhalten die Elastomerlager im Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse aufweisen, inwieweit dieses Übertragungsverhalten mit Ersatzmodellen abgebildet werden kann und welche Auswirkungen unterschiedliche Elastomerlagermodellierungen auf die rechnerische Schnittlastermittlung in der Betriebsfestigkeit aufzeigen. Der Fokus der Arbeit liegt dabei auf Elastomerlagern des Fahrwerks.

Die gesamtheitliche Analyse des Elastomerlagerverhaltens und dessen Modellierung unter Betriebs- und Sonderlasten dient dem Teilziel der Steigerung der Abbildungsgüte des Ersatzmodells des Elastomerlagers. Im Rahmen der virtuellen Schnittlastermittlung soll durch das optimierte Elastomerlagermodell zudem die Prognosefähigkeit des MKS-Modells gesteigert werden.

Der Aufbau der Arbeit ist wie folgt untergliedert: In Kapitel 2 werden zunächst ausgewählte Grundlagen für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten Themenfelder dargelegt. Vor diesem Hintergrund beschreibt das Kapitel 2 Grundlagen der Betriebsfestigkeit, darunter die Klassierungen der Beanspruchungen und die Beanspruchbarkeit mit der linearen Schadensakkumulation. Des Weiteren werden die betrachteten Elastomerlagertypen und deren Kenngrößen sowie die Elastomereigenschaften vorgestellt. Die Grundlagen der mathematischen Modellbildung der rheologischen Modelle und der MKS schließen das Kapitel ab.

Kapitel 3 beinhaltet die experimentelle Untersuchung des Elastomerlagerverhaltens unter Betriebs- und Sonderlasten. Zu Beginn werden die betriebsfestigkeitsrelevanten Beanspruchungen sowie der Messumfang und -aufbau abgegrenzt. Anschließend folgt eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse der Charakterisierungsmessungen hinsichtlich der elastomertypischen Effekte.

Die numerischen Untersuchungen mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) erfolgen in Kapitel 4. Aufgrund der besonderen mechanischen Eigenschaften des Elastomers erfordert die FE-Simulation spezielle Materialmodelle. Es werden verschiedene, im Rahmen dieser Arbeit geeignete Modelle aus der Literatur vorgestellt. Nach der Beschreibung der Modellierungsmethodik werden die Berechnungsergebnisse des lokalen Spannungs- und Verzerrungszustands, der Prognosegüte der statischen Grundkennlinie und des Einflusses der thermischen Ausdehnung veranschaulicht.

Kapitel 5 umfasst eine Benchmark-Analyse bestehender, rheologischer Elastomerlagermodelle hinsichtlich der Verwendung im hohen Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse. Durch eine Nutzwertanalyse kann die Anwendbarkeit der Modelle für die Betriebsfestigkeit quantitativ bewertet werden. Ferner zeigt eine Sensitivitätsanalyse eines Elastomerlagermodells im MKS-Achsmodell den Einfluss der Modellparameter auf die Schnittlasten auf.

Die Erkenntnisse aus den vorigen Kapiteln werden in Kapitel 6 im Rahmen der Weiterentwicklung eines Elastomerlagermodells zusammengeführt. Neben der Beschreibung der Modellanpassungen für die Berechnung im hohen Lastbereich wird der Parameteridentifikationsprozess für das in dieser Dissertation erarbeitete, neue Modell behandelt.

In Kapitel 7 erfolgt die Validierung des neuen Elastomerlagermodells zum einen mit harmonischen Signalen und transienten Nachfahrsignalen auf Komponentenebene. Zum anderen wird ein Abgleich mit weiteren Elastomerlagermodellen im Zusammenspiel mit dem MKS-Gesamtfahrzeug durchgeführt und der Einfluss auf die Schnittlasten aufgezeigt bzw. diskutiert.

Abschließend werden die wesentlichen Erkenntnisse hinsichtlich des Übertragungsverhaltens des Elastomerlagers bei Betriebs- und Sonderlasten, dessen Modellierung und der Einfluss der

## 1. Einleitung

Elastomerlagermodellierung auf die Schnittlasten in Kapitel 8 zusammengefasst.

## 2. Grundlagen

Zum Verständnis der in der vorliegenden Arbeit durchgeführten experimentellen und numerischen Untersuchungen sind Kenntnisse aus verschiedenen Bereichen erforderlich. Im Abschnitt 2.1 werden Grundlagen der Betriebsfestigkeit und ihrer Bewertungsmethoden dargestellt. Es folgt eine Einteilung der Elastomerlagertypen und die Definition der Lagerkenngrößen (s. Abs. 2.2). Um das Übertragungsverhalten der Lager nachzuvollziehen, wird im Abschnitt 2.3 auf die Werkstoffeigenschaften des Elastomers eingegangen. Abschließend befasst sich das Kapitel im Rahmen der mathematischen Modellbildung mit den rheologischen Modellen und der Mehrkörpersimulation (s. Abs. 2.4).

## 2.1. Betriebsfestigkeit

Die betriebsfeste Bauteilbemessung dient dem Ziel Bauteilschäden abzuwenden, insbesondere dann, wenn mögliche Folgen eines Bauteilversagens Gefahren für Mensch, Umwelt oder Wirtschaft verursachen. Die Belastungsarten unterteilen sich in der Betriebsfestigkeit in Schwing-, Sonder-, Missbrauchs-, Kriechbelastung und Verschleiß [91]. Kriechbelastungen treten bspw. in Turbinen unter hohen Temperaturen und Fliehkräften auf. Verschleißerscheinungen entstehen bei Reibpaarungen, wie z.B. Wälzlagern, Zahnradpaarungen oder Gelenken. Die Ermüdungsfestigkeit von Bauteilen wird mit Schwingbelastungen bzw. Betriebslasten untersucht, die sich durch den bestimmungsgemäßen Gebrauch, also den allgemeinen Fahrbetrieb, einstellen. Dabei bezeichnen Betriebslasten zyklische Belastungen mit konstanten oder variablen Amplituden, welche mit montage- oder belastungsbedingten Mittelwerten überlagert werden können [77]. Der Beanspruchungsablauf über der Zeit wird auch als Beanspruchungs-Zeit-Funktion (BZF) bezeichnet. Sonderereignisse führen zu sogenannten Überlasten bzw. Sonderlasten. Im Gegensatz zu Betriebslasten treten diese mit sehr kleiner Häufigkeit auf. Sie leiten jedoch deutlich höhere Kraftamplituden in die Bauteile ein, welche zu lokalen Plastifizierungen führen können. Zum Bewerten der Sonderereignisse wird zum einen die lokale Formdehngrenze herangezogen. Sollte diese überschritten werden, ist ein Lebensdauernachweis mit den anzusetzenden Lasten erforderlich. Zum anderen müssen die Bauteile die Lasten ohne bleibenden Schaden ertragen können [91]. Im Fahrwerk stellen Sonderereignisse bspw. die Überfahrt einer Schwelle, eine Vollbremsung in einen tieferen Kanaldeckel oder auch das Abfahren von einer Bordsteinkante dar. Im Gegensatz zu Sonderereignissen darf es beim Missbrauch zu sichtbaren Schäden kommen. Der Fahrer muss den Missbrauch eindeutig erkennen und beherrschen können. Hierbei kommt der Grundsatz "Verformung vor Bruch" zum Tragen [48]. Die Bauteile werden dabei so bemessen, dass im Schadensfall eine definierte Schadenskette eingehalten wird, die dem Fahrer, z.B. durch Schiefstellung der Räder oder ein abgesenktes Fahrzeugniveau, eine eindeutige Rückmeldung gibt. Sonder- und Missbrauchslasten zählen zum nicht-bestimmungsgemäßen Gebrauch. Dabei gilt jedoch, dass sich die Sonderlasten nur unwesentlich auf die Ermüdungsfestigkeit auswirken dürfen [41, 91, 48].

### 2.1.1. Beanspruchung

Für die Bewertung der Ermüdungsfestigkeit sind aufgrund der Schädigungsmechanismen bei metallischen Werkstoffen die Minima und Maxima der BZF maßgeblich. Statistische Zählverfahren (Klassierverfahren) bieten hierbei die Möglichkeit, den Amplitudengehalt einer BZF zu

Frieder Riedel 7

erfassen. Die Darstellung der Amplitudengröße über der Häufigkeit wird als Beanspruchungsoder Lastkollektiv bezeichnet. Mit der Klassierung einer BZF geht auch immer eine Datenreduktion einher. Informationen über Frequenzen, Amplitudenreihenfolge und Schwingform (Sinus, Dreieck, Sägezahn, usw.) sind nicht im Lastkollektiv enthalten. In der Literatur wird zwischen ein- und zweiparametrischen Zählverfahren differenziert [48]. Zweiparametrische Zählungen speichern im Gegensatz zu einparametrischen die Information über die jeweiligen Mittelwerte der Schwingbreiten. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Lastkollektivermittlung basiert auf dem zweiparametrischen Rainflow-Zählverfahren. Für eine anschauliche Kollektivdarstellung kommen ebenso einparametrische Zählverfahren zum Einsatz, die sich aus der
Rainflow-Klassierung ableiten lassen. Allen Zählverfahren gemein ist die Einteilung des Messbereichs in Klassen, welche vom minimalen bis zum maximalen Messwert durchnummeriert
werden. Um ein mögliches Rauschen in der Signalauswertung zu unterdrücken, wird zudem eine Rückstellbreite definiert, ab der ein Schwingspiel in die Zählung hineinfließt. Im Folgenden
werden die verwendeten Zählverfahren näher erläutert.

Die Klassengrenzenüberschreitungszählung (engl.: level crossing counting) oder auch Klassendurchgangszählung ergibt die Überschreitungshäufigkeit von Klassengrenzen. Eine Überschreitung wird entweder an der positiven oder negativen Flanke der BZF gezählt. In Abbildung 2.1 ist die Zählung an positiven Flanken illustriert. Durch die Klassierung reduziert sich die BZF auf die Absolutwerte der Schwingspiele. Die Information über Amplitude und Mittelwert gehen verloren. Der Vorteil der Klassengrenzenüberschreitungszählung ist die Anschaulichkeit der auftretenden Extremwerte. Aus diesem Grund wird sie häufig für den Kollektivvergleich herangezogen. Für eine Lebensdauerabschätzung ist die Klassierung jedoch ungeeignet, da sie Schwingbreiten in bestimmten Fällen falsch ermittelt und dadurch im Vergleich zu anderen Zählverfahren zu einer deutlich höheren Streuung der Schädigungszahlen führt [29].

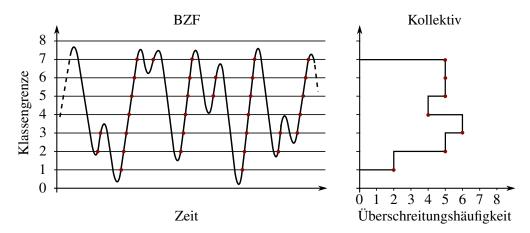


Abb. 2.1.: Klassierung nach der Klassengrenzenüberschreitungszählung (nach [48])

Das Verfahren der *Bereichspaarzählung* (engl.: *range pair counting*) liefert als Ergebnis die Häufigkeit von Schwingbreiten. Der Zählalgorithmus teilt die positiven und negativen Flanken der BZF beginnend an den jeweiligen Umkehrpunkten in Klassen. Damit bildet jedes Minimum und Maximum einen neuen Zählnullpunkt. Eine Schwingbreite (Bereichspaar) kann gezählt werden, sobald der Bereich einer Flanke den Bereich einer gegenläufigen Flanke erreicht bzw. überschreitet (s. Abb. 2.2). Dabei müssen die zueinander passenden Flanken nicht direkt aufeinander folgen, sondern können innerhalb der BZF auch erst in größeren Abständen auftreten. Sofern Schwingspiele nicht geschlossen werden, bilden diese das Residuum. Die Bereichs-

paarzählung kann für die Lebensdauerabschätzung herangezogen werden, da die Häufigkeiten der auftretenden Schwingspielamplituden als maßgebliche Schädigungsgrößen im Kollektiv enthalten sind. Informationen der Absolutwerte der Minima und Maxima sowie der Mittelwerte der Schwingspiele geht durch die Klassierung verloren.

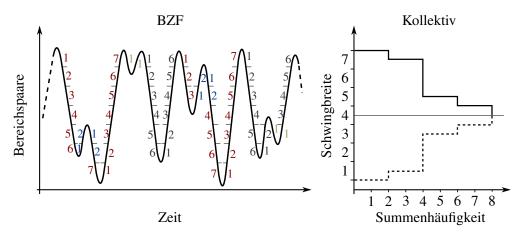


Abb. 2.2.: Klassierung nach der Bereichspaarzählung (nach [48])

Bei der *Rainflow-Klassierung* (engl.: *rain flow counting*) erfolgt eine Zählung der geschlossenen Hysteresen. Der Unterschied zu den bisher erwähnten, einparametrischen Zählverfahren ist die zusätzliche Information der Mittelwerte der Schwingbreiten. Durch eine Rainflow-Zählung werden die Umkehrpunkte der geschlossenen Hysteresen entweder als Ober- und Unterwerte oder als Amplitude und Mittelwert in Matrizen gespeichert (s. Abb. 2.3). Hysteresen, die nicht geschlossen werden können, ergeben wiederum das Residuum. Die zentrale Bedeutung des Verfahrens ergibt sich aus der werkstoffmechanischen Analogie. Die in den Hysteresen eingeschlossene Fläche kann als Energie angesehen werden, welche plastische Verformungen, Rissbildung und Rissfortschritt begünstigt bzw. einleitet. Aus diesem Grund ist die Rainflow-Zählung ein entscheidendes Werkzeug in der Lebensdauerabschätzung. In der Literatur existieren unterschiedliche Algorithmen zur Erkennung geschlossener Hysteresen [51, 23, 36, 72, 3]. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den Algorithmen ist die Weiterbehandlung des Residuums. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Berücksichtigung nicht ge-

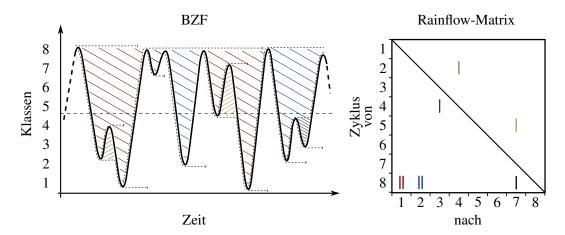


Abb. 2.3.: Klassierung nach der Rainflow-Zählung mit Speicherung der Ober- und Unterwerte (nach [48])

#### 2. Grundlagen

schlossener Hysteresen mit der sogenannten doppelten Residuumsbehandlung. Dabei wird das Residuumssignal dupliziert, fortlaufend zusammengefügt und einer erneuten Zählung unterzogen.

#### 2.1.2. Beanspruchbarkeit

Neben dem Beanspruchungskollektiv wird für die rechnerische Lebensdauerabschätzung die Beanspruchbarkeit des Werkstoffs oder des Bauteils benötigt. Ein Pionier bei der Ermittlung von Schwingfestigkeiten war AUGUST WÖHLER (1870) [98]. Mit seiner Arbeit legte er den Grundstein der nach ihm benannten Wöhlerversuche bzw. Wöhlerkurve. Unter den Wöhlerversuchen wird die Ermittlung der Schwingfestigkeit eines Werkstoffs oder Bauteils unter zyklischer, meist sinusförmiger Belastung mit konstanter Amplitude und konstantem Mittelwert verstanden. Das Ergebnis der Versuche ist die bis zum technischen Schwinganriss oder Schwingbruch ertragbare Häufigkeit der Schwingspiele für verschiedene Belastungsamplituden. Die logarithmische Darstellung der Belastungsamplitude über der ertragbaren Schwingspielzahl wird als Wöhlerkurve bezeichnet. Die Belastungsamplitude kann dabei durch eine Spannung oder eine Dehnung ausgedrückt werden. Abbildung 2.4 illustriert die Kennwerte einer Wöhlerlinie und zeigt die charakteristischen Bereiche der Dauer-, Zeit- und Kurzzeitfestigkeit auf. Im Kurzzeitfestigkeitsbereich K tritt durch hohe plastische Dehnung ein schnelles Werkstoffversagen ein. Der Bereich unterhalb der Spannungsamplitude  $\sigma_D$  wird der Dauerfestigkeit D zugeordnet. In Abhängigkeit des Werkstoffs, der Fertigung und den Umgebungsbedingungen kommt es im Dauerfestigkeitsbereich zu einem geringen bis keinem Abfall der Schwingfestigkeit [77]. Der mittlere Bereich, die Zeitfestigkeit Z, ist im doppellogarithmischen Maßstab durch eine Gerade charakterisiert. Sie kann mit der Gleichung

$$N = N_D \cdot (\sigma_a/\sigma_D)^{-k} \quad \text{für} \quad \sigma_a \ge \sigma_D$$
 (2.1)

beschrieben werden. Dabei entspricht der Exponent k der Geradenneigung und der Punkt  $(N_D, \sigma_D)$  dem Abknickpunkt in die Dauerfestigkeit [38]. Für den Exponenten k gilt: je grö-

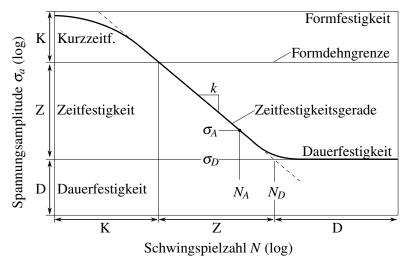


Abb. 2.4.: Kennwerte einer Wöhlerlinie und Abgrenzung der Bereiche [38]

Bere Wert *k* annimmt, desto flacher verläuft die Zeitfestigkeitsgerade.

Wöhlerversuche stellen den einfachsten Fall einer Schwingbelastung dar. Im allgemeinen Fahrbetrieb treten jedoch Belastungen mit variablen Amplituden und Mittelwerten auf. Die auf ERNST GASSNER (1939) [32] zurückzuführende Lebensdauer- oder auch Gaßnerlinie stellt die ertragbaren Schwingspielzahlen von Kollektiven mit variablen Amplituden dar. Der Verlauf der Gaßnerlinie ist analog dem S-förmigen Verlauf der Wöhlerlinie, mit dem Unterschied, dass die Gaßnerlinie zu höheren Schwingspielzahlen versetzt ist. Ein Punkt auf der Gaßnerlinie wird durch den Kollektivhöchstwert  $\bar{\sigma}_a$  einer BZF und der ertragbaren Schwingspielanzahl  $\bar{N}$  (Kollektivumfang) dieser BZF beschrieben. Da dem Kollektivhöchstwert kleinere Amplituden unterschiedlicher Häufigkeit folgen, wird die Zeitfestigkeitsgerade der Wöhlerlinie mit analoger Spannungsamplitude  $\sigma_a$  überschritten. Die Wöhlerlinie bildet damit den untersten Grenzfall aller möglichen Gaßnerlinien ab.

#### 2.1.3. Lineare Schadensakkumulation

In der Betriebsfestigkeit werden die drei Kriterien der statischen, dauerfesten und betriebsfesten Bauteilbemessung angewendet [91]. Bei der statischen und dauerfesten Bemessung ist ein Vergleich von Kennwerten möglich. Bei der betriebsfesten Bemessung im Zeitfestigkeitsbereich mit variablen Amplituden sind hingegen Kennfunktionen, wie die Bauteilwöhlerlinie und das Beanspruchungskollektiv, notwendig. Schadensakkumulationshypothesen führen diese Kennfunktionen zusammen und liefern als Ergebnis eine ertragbare Schwingspielzahl oder Schädigungssumme.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die lineare Schadensakkumulation nach PALMGREN [69] und MINER [58] verwendet. Die Schadensakkumulationshypothese besagt, dass die Teilschädigungen der einzelnen Beanspruchungszyklen linear zu einer Gesamtschädigung addiert werden können. Die Teilschädigung  $\Delta D_i$  eines Schwingspiels in der Form

$$\Delta D_i = \frac{1}{N_i} \quad \text{mit} \quad N_i = N(\sigma_{ai})$$

beschreibt den auf die Wöhlerlinie bezogenen "verbrauchten" Lebensdaueranteil (siehe Abb. 2.5).  $N_i$  steht dabei für die aus der Wöhlerlinie bekannten, ertragbare Schwingspielzahl der Schwingstufe i für die Spannungsamplitude  $\sigma_{ai}$ . Die Summation der Teilschädigungen des Beanspruchungskollektivs

$$D = \sum_{i=1}^{j} \frac{n_i}{N_i} \tag{2.2}$$

führt auf die Gesamtschädigung D [38]. Aus theoretischer Sicht führt die Schädigungssumme von D=1 zum Versagen des Bauteils. In der Praxis zeigen sich durch schwankende Randbedingungen jedoch erhebliche Abweichungen von diesem Versagenswert [77].

Nach der original Palmgren-Miner-Regel weisen Schwingspiele mit einer Spannungsamplitude innerhalb des Bereichs der Dauerfestigkeit keine Schädigungsbeiträge auf. Da diese Annahme oft nicht zutrifft, wird die Wöhlerlinie nach dem Abknickpunkt mit einer geänderten Neigung weitergeführt. In Abbildung 2.5 sind neben dem original Miner beispielhaft die modifizierte und elementare Form dargestellt.

In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich Relativaussagen über die Lebensdauer vorgenommen. Eine rechnerische Lebensdauerabschätzung von Bauteilen findet nicht statt. Die

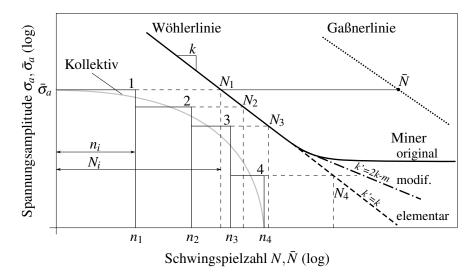


Abb. 2.5.: Lineare Schadensakkumulation (nach [91])

Auswertung der Schädigungsinhalte dient dem Vergleichszweck verschiedener Betriebslasten. Aus diesem Grund wird im weiteren Kontext der Arbeit von der "fiktiven" Schädigung  $D_f$  gesprochen. Die fiktive Wöhlerlinie nach dem elementar Miner ist durch den Punkt  $(N_D=10^5,\sigma_D=1000)$  und die Neigung k=5 definiert. Diese Annahmen sind nach HÄNEL [39] für nicht-geschweißte Stahl- und Aluminiumwerkstoffe unter Zug- und Druckbeanspruchungen legitim und damit auch für die folgenden Betrachtungen der Kräfte in den Fahrwerkskomponenten geeignet. Die fiktive Wöhlerlinie ist bewusst zu hohen Schwingspielzahlen versetzt, damit der Anwender stets an der sehr kleinen Schädigungszahl erkennt, dass es sich um einen fiktiven Wert handelt.

## 2.2. Elastomerlager

Für die Realisierung der Fahrwerkskinematik kommen zum einen Gelenke, zum anderen Elastomerlager zur Kopplung der radführenden Komponenten zum Einsatz. Infolge der Elastizität der Elastomerlager, der Komponenten und des Federungs-Dämpfungs-Systems, wird im Fahrwerk auch von der sogenannten Elastokinematik gesprochen. Die Verwendung der Elastomerlager beschränkt sich im Fahrzeug nicht allein auf die Radführung. Sie fungieren ebenso als Lagerung von Aggregaten (Motor, Getriebe, Tragrahmen u.a.). Die Aufgaben der Elastomerlager lassen sich in das Tragen von statischen und dynamischen Lasten, die Isolation von Vibrationen und das Bedämpfen von Schwingungen unterteilen. Im Fahrwerk müssen straßen- und manövereregte Schwingungen, Rauhigkeiten und Geräusche aus Sicht des Fahrkomforts durch weiche Lager mit geringer Dämpfung isoliert werden. Andererseits soll eine hohe Elastomerdämpfung maximale Schwingamplituden mindern bzw. beschränken. Aus Sicht der Fahrdynamik müssen die Elastomerlager die Umsetzung der elastokinematischen Eigenschaften durch entsprechende Elastizitäten gewährleisten [43]. Die Betriebsfestigkeit stellt neben einer definierten Lebensdauer die Anforderung maximale Kräfte abzufangen, die bei Betriebs- oder Sonderereignissen entstehen. Die Funktionserfüllung der teils unterschiedlichen Anforderungen erfolgt einerseits durch die Wahl eines geeigneten Elastomers, andererseits durch konstruktive Maßnahmen, wie die Funktionsbereichstrennung mittels ausgeprägten Nichtlinearitäten [93].

Im Folgenden werden die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Elastomerlagertypen und deren Kenngrößen zur Charakterisierung vorgestellt.

### 2.2.1. Lagertypen

Das Elastomerlager besitzt bei kleinen Auslenkungen als einziges Gelenk sechs Freiheitsgrade. Die Elastizitäten in den drei Raumrichtungen können dabei weitestgehend unabhängig voneinander eingestellt werden. Dies gelingt unter anderem durch unterschiedliche konstruktive Gestaltungsmöglichkeiten.

Elastomerlager unterteilen sich in Druck- und Buchsenlager. Drucklager bestehen aus einem Elastomerkörper, an dessen Enden Bleche mit Anbindungselementen befestigt sind. Der Elastomerkörper mit meist runder oder rechteckiger Form wird hauptsächlich mit Druckkräften belastet, wodurch die Namensgebung erfolgt. In Kraftfahrzeugen finden Drucklager an den Lagerungen der Motor-Getriebe-Einheit Anwendung. Die verbreitetste Bauform im Kraftfahrzeug ist die des Buchsenlagers. Bei diesem ist ein Elastomerkörper innen und außen an Metall- oder Kunststoffteilen durch eine materielle Bindung, seltener durch Form- oder Reibschluss, befestigt. Der Kern des Buchsenlager ist vorwiegend mit einer durchgehenden Bohrung versehen und steht über die Außenhülse hinaus, um eine Verschraubung zu ermöglichen [93]. Die Ausführungen können ebenso variieren.

In Abbildung 2.7 sind sechs Buchsenlager unterschiedlicher Ausführung dargestellt, die Gegenstand experimenteller und numerischer Untersuchungen der vorliegenden Arbeit sind. Die ausgewählten Elastomerlager bilden einen repräsentativen Teilumfang aus dem gegenwärtigen Fahrwerklagerportfolio unterschiedlicher Achskonzepte ab. In Abbildung 2.6 ist zusätzlich die Verbausituation der Elastomerlager in den jeweiligen Achsen illustriert.

Das Schubstrebenlager (1) stellt mit seiner Rotationssymmetrie die einfachste Bauart eines Buchsenlagers dar. In den radialen Belastungsrichtungen liegen dabei dieselben funktionalen Eigenschaften vor. Die äußere Kontur des Lagerkerns weist eine ballige Form auf, welche die Nachgiebigkeit bei kardanischer Auslenkung erhöht. Das ebenso roationssymmetrische Führungslager (2) ist in der McPherson-Achse im 3-Punkt-Querlenker karosserieseitig am vorderen Anbindungspunkt verbaut. Der Aufbau ähnelt dem des Schubstrebenlagers, mit dem Unterschied einer an den balligen Kern angepassten Form der Außenhülse. Neben einer ho-

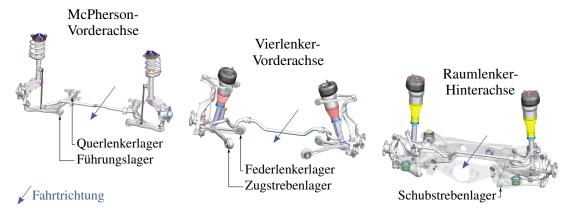


Abb. 2.6.: Verbausituation der untersuchten Elastomerlager in der Achse

#### 2. Grundlagen



Abb. 2.7.: Untersuchte Elastomerlager

hen radialen Steifigkeit bedingt die geometrische Gestaltung des Lagers ein ausgeprägtes progressives Verhalten der Grundkennlinie in radialer sowie axialer Belastungsrichtung. Die hohe Steifigkeit des Führungslagers dient maßgeblich der Abstützung von Kräften resultierend aus Fahrzeugquer- und Fahrzeuglängsbeschleunigungen. Bei sehr hohen Bremskräften verhindert der axiale Anschlag einen Kontakt zwischen Querlenker und Karosserie. Am hinteren Anbindungspunkt des Querlenkers an die Karosserie ist das unsymmetrische Querlenkerlager (3) verbaut. Es weist zwei Nieren in radialer Hauptrichtung auf, welche die Steifigkeit im Auslenkungsbereich der Nierengröße reduzieren. Fahrbahneregte Längskräfte werden durch Rotation des Querlenkers um das Führungslager auf das Querlenkerlager übertragen. Die relativ niedrige Steifigkeit erhöht in diesem Falle durch Schwingungsisolation den Fahrkomfort, weshalb das Lager auch die Bezeichnung Komfortlager trägt. Hohe Kräfte werden wiederum über den Anschlagpuffer an der Hülse abgestützt. Das Federlenkerlager (4) stellt eine Ausführung mit geschlitzter Außenhülse und einem im Elastomer eingebetteten Einlegeblech (Inlay) dar. Geschlitzte Elastomerlager müssen vor der Montage radial vorgespannt werden. Die Vorspannung erhöht zum einen die radiale sowie kardanische Steifigkeit, zum anderen wirken sich die induzierten Druckspannungen positiv auf die Lebensdauer des Elastomerkörpers aus. Das Einfügen des Inlays im Federlenkerlager führt zu einer erhöhten radialen Steifigkeit bei einer nahezu unveränderten Torsionssteifigkeit. Das Zugstrebenlager (5) ist als geschlitztes Nierenlager ausgeführt. Analog zum Querlenkerlager dienen die Nieren dem komfortrelevanten Verhalten. Die bis hierhin erläuterten Lager gehören den konventionellen Elastomerlagern an. Werden besonders hohe Anforderungen an den Fahrkomfort gestellt, genügt nicht allein die Dämpfung des Elastomerkörpers. An dieser Stelle kommen spezielle Hydrobuchsen, wie das hydraulische Zugstrebenlager (6), zum Einsatz. Bei diesem sind die Nierenbereiche mit einer hydraulischen Flüssigkeit gefüllt und durch einen Überströmkanal unter der Außenhülse miteinander verbunden. Bei Anregungen in Nierenrichtung entstehen Druckdifferenzen zwischen den Arbeitskammern, durch die das Fluid durch den Überströmkanal gepumpt wird. Dabei entsteht ein zusätzlicher Dämpfungsbeitrag, der fahrbahnerregte Vibrationen bedämpft.

Hydrobuchsen werden ebenso bei der Kopplung des Achsträgers der Hinterachse, auch Fahrschemel genannt, an die Karosserie eingesetzt. Die axiale Richtung der Fahrschemellager ist meist entlang der Fahrzeughochachse ausgerichtet. Axiale Anschläge begrenzen dabei maximale vertikale Auslenkungen. Da die maximalen Kräfte in den Fahrschemellagern während der Betriebs- und Sonderereignisse unterhalb der maximalen Kräfte in den Streben liegen, werden diese Lager im Rahmen der experimentellen Charakterisierung der vorliegenden Arbeit nicht gesondert betrachtet. Nichtsdestotrotz können die später bei der Charakterisierung der Strebenlager gewonnen Erkenntnisse auf die Fahrschemellager übertragen werden.

Abseits des Fahrwerks kommen Hydrolager im Fahrzeug bei der Lagerung von Aggregaten wie Motor und Getriebe vor. Motorlager bestehen, ähnlich der Hydrobuchse, aus einer Elastomertragfeder und einem hydraulisch dämpfenden System. Der Unterschied zwischen beiden Lagerarten besteht im Aufbau. Bei einem Motorlager wird die obere Arbeitskammer nach oben durch die Tragfeder und nach unten durch ein Düsen-Membran-System begrenzt. Unterhalb des Düsen-Membran-Systems folgt die untere Arbeitskammer, die durch einen flexiblen Rollbalg abgeschlossen wird. Das Düsen-Membran-System setzt sich aus zwei Gittern, zwischen denen eine Membran mit Spiel platziert ist, und einem umlaufenden Verbindungskanal zusammen. Bei kleinen Anregungsamplituden kann sich die Membran innerhalb des Spiels frei bewegen und die obere Arbeitskammer bleibt drucklos. Bei steigenden Anregungsamplituden, bei denen die Membran am Gitter anschlägt, wird das Fluid in der oberen Arbeitskammer unter Druck gesetzt. Das verdrängte Volumen entweicht durch den Verbindungskanal in die drucklose, untere Arbeitskammer und ruft infolge der Fluidreibung im Kanal eine hydraulische Dämpfung hervor. Dadurch gelingt es Schwingungen mit Amplituden unterhalb eines definierten Schwellenwertes zu isolieren und Anregungen mit Amplituden oberhalb dieses Schwellenwertes zu bedämpfen. Detailliertere Ausführungen zu Motor- und Getriebelagern können TRELLEBORGVIBRACOU-STIC [93] entnommen werden.

Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf den Fahrwerklagern. Anregungen aus Betriebs- und Sonderereignissen induzieren in die Fahrwerklager im Gegensatz zu den Motor- und Getriebelagern deutlich höhere Kräfte, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden. Zudem weicht der strukturelle Aufbau der Lager des Motor-Getriebe-Verbunds von denen des Fahrwerks ab, sodass eine gesonderte Betrachtung zu empfehlen ist. Die Erkenntnisse aus den Untersuchungen der Buchsenlager können jedoch auf die Tragfeder der hydraulischen Motorlager übertragen werden.

#### 2.2.2. Definition der Lagerkenngrößen

Für die Beschreibung der Charakteristik der Elastomerlager werden im folgenden Begriffserklärungen vorgenommen und Lagerkenngrößen eingeführt. Die Kenngrößen ermöglichen es, das Übertragungsverhalten verschiedener Elastomerlager miteinander zu vergleichen. In Abbildung 2.8 links ist die nichtlineare Kraftantwort eines Elastomerlagers auf eine sinusförmige, radiale Weganregung dargestellt. Durch das Auftragen der Kraft über den Weg entsteht die auf der rechten Seite abgebildete Kraft-Weg-Hysterese. Sie ist meist, wie auch in diesem Beispiel, durch einen linearen Bereich in der Mitte und einen progressiven Bereich zu größeren Auslenkungen charakterisiert. Die Hysterese kann weiterhin in einen oberen und unteren Hystereseast unterteilt werden. Die Mittelung beider Äste wird fortlaufend als Grundkennlinie bezeichnet

#### 2. Grundlagen

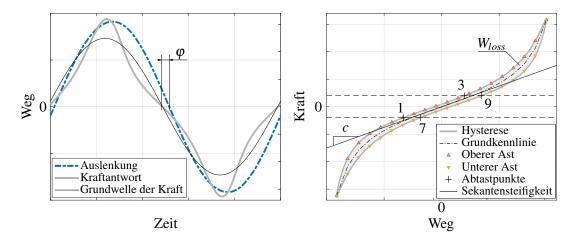


Abb. 2.8.: Veranschaulichung der Kraft-Weg-Hysterese, der Sekantensteifigkeit c, des Verlustwinkels  $\varphi$  und der Verlustarbeit  $W_{loss}$ 

und deren Anstieg im linearen Bereich als lineare Steifigkeit. Die Differenz aus oberen und unteren Hystereseast ergibt die Hysteresebreite.

Um die statische Grundkennlinie (statische Steifigkeit) eines Elastomerlagers zu ermitteln, müsste die Anregung theoretisch mit einer Frequenz  $f \to 0$  Hz erfolgen. Da dies aus versuchstechnischen Gründen nicht umsetzbar ist, gilt für die folgenden Untersuchungen eine Anregungsfrequenz  $f \le 0.1$  Hz als "quasi"-statisch.

Elastomere zeigen aufgrund ihrer viskoelastischen Eigenschaften ein frequenzabhängiges Verhalten auf. Für den Vergleich verschiedener Elastomerlager werden skalare, dynamische Kenngrößen eingeführt, die das viskoelastische Verhalten im Frequenzbereich charakterisieren. Ausgehend von dem vereinfachten Fall, dass die Kraftantwort auf eine sinusförmige Weganregung ebenfalls sinusförmig ist (lineares System), können Weg und Kraft als komplexe Größen in der Form

$$x^*(t) = x_0 e^{i\omega t} \tag{2.3}$$

$$F^*(t) = \hat{F}(\omega)e^{i(\omega t + \varphi)} \tag{2.4}$$

mit der Anregungsamplitude  $x_0$ , der komplexen Kraftamplitude  $\hat{F}(\omega)$  und dem Verlustwinkel  $\varphi$  dargestellt werden. Aus dem Quotient der komplexen Größen aus Gleichung 2.3 und 2.4 resultiert die komplexe Steifigkeit nach DIN53535 [20] zu:

$$c^{*}(\omega) = \frac{F^{*}(t)}{x^{*}(t)} = \frac{\hat{F}(\omega)}{x_{0}} e^{i\varphi} = E'(\omega) + iE''(\omega). \tag{2.5}$$

Der Realteil der komplexen Größe  $c^*$  wird als Speichermodul E' und der Imaginärteil als Verlustmodul E'' bezeichnet. Aus dem Betrag der komplexen Steifigkeit folgt schließlich die dynamische Steifigkeit nach DIN53513 [21] zu:

$$c_{dyn,lin}(\boldsymbol{\omega}) = |c^*(\boldsymbol{\omega})| = \frac{\hat{F}(\boldsymbol{\omega})}{x_0}.$$
 (2.6)

Die dynamische Steifigkeit  $c_{dyn,lin}$  kann für den linearen Bereich eines Elastomerlagers ange-

wendet werden (ellipsenförmige Hysterese). Bei der Betrachtung von Anregungsamplituden außerhalb des linearen Bereichs führt die Gleichung 2.6 jedoch auf eine missverständliche Steifigkeitsauswertung. Mit steigender Anregungsamplitude im nichtlinearen Auslenkungsbereich würde ebenso die Steifigkeit  $c_{dyn,lin}$  progressiv zunehmen. Dieses Verhalten steht konträr zum sogenannten Payne-Effekt (s. Abs. 2.3.4). Da in dieser Arbeit explizit das Verhalten der Elastomerlager im hohen Lastbereich im Fokus steht und dadurch die Anregungsamplituden bis weit in die Progression hineinreichen, wird im weiteren Kontext unter der dynamischen Steifigkeit  $c_{dyn}$  folgende Formulierung verstanden:

$$c_{dyn}(\omega) = \frac{c_{1/3}(\omega) + c_{7/9}(\omega)}{2}.$$
 (2.7)

Dabei ist  $c_{1/3}$  bzw.  $c_{7/9}$  die Sekantensteifigkeit der Abtastpunkte (1/3) bzw. (7/9). Die Abtastpunkte sind für jedes Elastomerlager individuell durch Kraftvorgaben, wie in Abbildung 2.8 rechts illustriert, oder Wegvorgaben innerhalb des linearen Bereiches definiert.

Der Verlustwinkel  $\varphi$  gibt die Phasenverschiebung zwischen Weganregung und Kraftantwort wieder. Durch Umstellen des komplexen Zeigers aus Gleichung 2.5 folgt der Verlustwinkel zu

$$\varphi = \arctan \frac{\Im\{c_{dyn}^*\}}{\Re\{c_{dyn}^*\}}.$$
 (2.8)

Je größere Werte der Verlustwinkel annimmt, desto größer ist die Hysteresebreite und damit einhergehend die in der Hysterese eingeschlossenen Fläche. Die Hysteresefläche spiegelt die geleistete Dämpfungsarbeit des Elastomerlagers wider. In der praktischen Anwendung kann der Verlustwinkel einerseits, wie in DIN53513 beschrieben, bei linearem Verhalten mittels der Hysteresefläche berechnet werden, anderseits mithilfe einer Fourier-Transformation. Der Verlustwinkel ergibt sich im zweiten Falle aus der Differenz der Phasenwinkel der Grundwellen der Kraft und des Weges (s. Abb. 2.8 links). Durch die ausschließliche Berücksichtigung der Grundwelle geht ein Großteil des Informationsgehalts des nichtlinearen Kraftsignals verloren. Aus diesem Grund wird im weiteren Kontext die Verlustarbeit  $W_{loss}$  in Form der Hysteresefläche zur Beurteilung der Dämpfung herangezogen. Sie ergibt sich zu

$$W_{loss}(\omega) = \oint F \, \mathrm{d}x. \tag{2.9}$$

# 2.3. Eigenschaften der Elastomere

Elastomere verfügen über die besondere Eigenschaft, auf ein Vielfaches ihrer Ausgangslänge gestreckt zu werden und in den Ausgangszustand wieder zurückzukehren. Die dafür notwendigen Kräfte sind im Vergleich zu metallischen Werkstoffen um ein Vielfaches geringer. Durch ihre hohe Elastizität ("Gummielastizität") finden Elastomere neben dem Tragen, Isolieren und Dämpfen auch beim Abdichten und Toleranzausgleich technische Anwendung.

Im Anwendungsgebiet des Automobilbaus kommen der Naturkautschuk (NR) (engl.: *natural rubber*) und der Synthesekautschuk Styrol-Butadien-Kautschuk (SBR) (engl.: *styrene-butadiene-rubber*) in Elastomerlagern und Reifen am häufigsten vor [93]. Die Elastomerkörper der in dieser Arbeit untersuchten Elastomerlager (s. Abb. 2.7) bestehen ebenso hauptsächlich aus NR und SBR. NR ist als nachwachsender Rohstoff für seine hohe statische und

#### 2. Grundlagen

dynamische Festigkeit, hohe Lebensdauer unter zyklischer Belastung und sein gutes Kriechverhalten bekannt. Zudem weist er eine gute Bindefähigkeit mit Metallen und anderen Kunststoffen auf und lässt sich leicht verarbeiten. Schwächen zeigt das Elastomer in der Beständigkeit gegen Alterung und unpolaren Flüssigkeiten (Mineralöle, Kraftstoffe). SBR erzielt durch sein sehr gutes Festigkeits- und Abriebverhaltens die größte Bedeutung in der Reifen-Herstellung. Die Hitzebeständigkeit des SBR liegt etwas oberhalb des NR. Zudem weist SBR eine gute Kältebeständigkeit auf [93, 6].

Der Aufbau von Elastomerwerkstoffen ist durch eine regellose Anordnung einzelner Polymerketten geprägt, welche durch chemische Vernetzungsstellen weitmaschig verbunden sind und Verschlaufungen ausbilden. Zwischen benachbarten Molekülketten wirken schwache Bindungen, die sogenannten Van-der-Waals-Bindungen. Wie in Abbildung 2.9 dargestellt, werden den Elastomeren zur Steigerung der Materialeigenschaften Additive zugesetzt, die mit dem Polymer eine mechanische oder chemische Bindung eingehen [92]. Durch das Aufbringen einer äußeren Kraft längen sich zunächst die langkettigen Elastomermoleküle. Ab einem gewissen Dehnungsniveau gibt die Struktur durch Umlagerungen von Verschlaufungen (Entschlaufung, Abgleiten) in Grenzen nach. Bei übermäßiger Streckung zerreißen Molekülketten sowie Vernetzungsstellen irreversibel.

Mit Additiven versehene Elastomere werden als gefüllte Elastomere bezeichnet. Ein essentielles Additiv, der Füllstoff, dient zur Erhöhung der Steifigkeit, Festigkeit und des Abriebwiderstands, indem der Füllstoff Wechselwirkungen mit der Polymermatrix ausbildet. Der häufigste Vertreter ist Ruß, gefolgt von Kieselsäure, Kreide, Silikate und Kaolin [49]. Ruß lagert sich bspw. in Form von Ruß-Partikel-Aggregaten in die Molekülstruktur ein (s. Abb. 2.9). Der Durchmesser der Partikel beträgt dabei 10 nm bis 100 nm, die der Aggregate 100 nm bis 500 nm [6]. Weitere Additive sind unter anderem Weichmacher, Vernetzer, Alterungsschutz- und Verarbeitungshilfsmittel. Detaillierte Ausführungen zu den Additiven kann RÖTHEMEYER [80] und RINNBAUER [79] entnommen werden.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit geprüften Elastomerlagern bilden gefüllte NR- und SBR-Mischungen mit Härtegraden zwischen 45 und 65 Shore A die Elastomertragkörper. Der molekulare Aufbau der gefüllten Elastomere führt zu den im Folgenden erläuterten Materialeigenschaften und -effekten. Einzelne Darstellungen aus der Materialcharakterisierung des im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Elastomers des Schubstrebenlagers veranschaulichen die Materialeigenschaften. Die Eigenschaften auf Materialebene sind ebenso auf die Bauteilebene übertragbar.

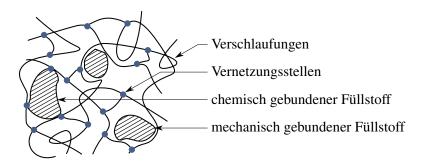


Abb. 2.9.: Molekulare Struktur von Elastomeren (nach [92])

## 2.3.1. Entropieelastizität

Elastomere besitzen die Eigenschaft der *Entropieelastizität*. Unter Einwirkung einer Kraft wird die knäulartige Struktur des Elastomers in Belastungsrichtung gestreckt. Die Molekülketten werden aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt und in einen geordneteren Zustand überführt. Die Entropie nimmt ab. Aufgrund der Wärmebewegung der Molekülketten ist die Struktur stets bestrebt, den Zustand mit maximaler Entropie zu erreichen. Aus diesem Bestreben folgt eine Rückstellkraft der Molekülketten – die Entropieelastizität. Bei Entlastung gehen die Molekülketten wieder in ihren energetisch günstigeren Knäulzustand über [30]. Eine Wärmezufuhr begünstigt die Rückstellkraft.

Im Gegensatz zu entropieelastischen Strukturen weisen energieelastische meist eine kristalline Struktur auf, deren Deformationsenergie in der Änderung der Atomabstände oder -winkel gespeichert ist. Elastomere gehen in den energieelastischen Bereich über, sobald die Glasübergangstemperatur  $T_G$  unterschritten wird. Unterhalb der Glastemperatur friert die amorphe Struktur ein. Die Molekülketten können nicht mehr aneinander abgleiten, wodurch sich das Material hartelastisch verhält. Erst bei Überschreitung der Glastemperatur ( $T_G < -40$  °C) weisen Elastomere ihre ausgeprägten elastischen Eigenschaften mit relativ geringem E-Modul und hoher Verformbarkeit auf.

Das elastische Verhalten eines Elastomers kann mit der *Hyperelastizität* beschrieben werden. Gegensätzlich zur Hooke'schen Elastizität stehen die Spannungen dabei in einer nichtlinearen Potenzialbeziehung (Helmholtz'sche freie Energie) mit den Dehnungen. Dabei ist die Materialantwort von den Deformationsmoden abhängig. In Abbildung 2.10 sind für die drei Deformationszustände uniaxialer, biaxialer und planarer Zug die Spannungs-Dehnungs-Kurven für die Streckung von Probekörpern aus dem Elastomer des Schubstrebenlagers ( $60\pm5$  Shore A) dargestellt. Der Spannungszuwachs fällt zunächst mit fortschreitender Dehnung ab und beginnt zu höheren Dehnungswerten  $\varepsilon > 0.5$  wieder anzusteigen. Es bildet sich der typische S-förmige Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurve aus. In kleinen Dehnungsbereichen  $\varepsilon < 0.1$  kann das Material mit linearen Materialgesetzen, wie der Hooke'schen Geraden, angenähert werden.

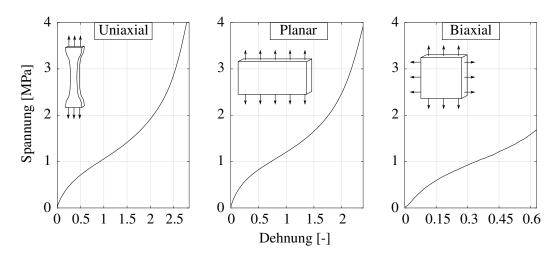


Abb. 2.10.: Spannungs-Dehnungs-Kurven des Elastomers des Schubstrebenlagers in uniaxialer, planarer und biaxialer Zugrichtung bei Extension

#### 2.3.2. Viskoelastizität

Das dynamische Verhalten der Elastomere ist durch die Viskoelastizität geprägt. Elastomere vereinigen dabei elastische sowie viskose Materialeigenschaften. Letztere führen zu dem zeitabhängigen Relaxations- und Retardationsverhalten des Elastomers. Beim Anlegen einer konstanten Dehnung an einer Elastomerprobe ist über der Zeit ein Spannungsabbau bzw. ein Abbau der äußeren Last zu beobachten. Im Elastomer gleiten Molekülketten aneinander ab und Verschlaufungen lagern sich in einen energetisch günstigeren Zustand um, wodurch sich innere Spannungen abbauen. Das Material relaxiert. Demgegenüber retardiert bzw. kriecht das Material, wenn auf die Elastomerprobe eine konstante Spannung aufgebracht wird und die Dehnung zunimmt. Der Spannungsabbau bzw. die Dehnungszunahme weist dabei zu Beginn den größten Anstieg auf und verhält sich anschließend degressiv über der Zeit. Aus der Viskoelastizität resultiert weiterhin die Zunahme der dynamischen Steifigkeit und Verlustarbeit über der Frequenz. Dieser Effekt wird dynamischen Verhärtung genannt und kann in der Gegenwart der Van-der-Waals-Kräfte zwischen den Molekülketten begründet werden. Infolge einer erhöhten Frequenz müssen im selben Moment mehrere Bindungen getrennt und neu ausgebildet werden. Die erhöhte Anzahl an Bindungsänderungen führt schlussendlich zu der dynamischen Verhärtung [6]. Für die im Rahmen dieser Arbeit geprüften Materialien fällt die Steifigkeitserhöhung mit  $\Delta c_{dyn} < 5$  % von f = 0 Hz bis 50 Hz relativ gering aus. Höhere Frequenzen müssen vor dem Hintergrund der Aufgabenstellung nicht betrachtet werden.

Die *Viskoelastizität* unterteilt sich grundsätzlich in linear- und nichtlinear-viskoelastische Deformation. Die Grundlage der linearen Viskoelastizität liefert das Boltzmann'sche Superpositionsprinzip [11]. Jeder Belastungsschritt trägt dabei einen unabhängigen Anteil zum finalen Zustand bei. Für den uniaxialen Spannungszustand folgt die lineare Viskoelastizität in integraler Form zu

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^{t} E_R(t - \tau) \, \mathrm{d}\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} E_R(t - \tau) \frac{\mathrm{d}\varepsilon(\tau)}{\mathrm{d}\tau} \, \mathrm{d}\tau \tag{2.10}$$

mit  $\varepsilon(-\infty) = 0$  [8].  $E_R(t)$  wird als Relaxationsmodul bezeichnet. Ein typischer Verlauf des Moduls ist in Abbildung 2.11 illustriert, wobei  $E_0 = E_R(t=0)$  den Kurzzeit-E-Modul und  $E_\infty = E_R(t \to \infty)$  den Langzeit-E-Modul (Equilibriummodul) kennzeichnet [13]. Ist der zeitabhängige Relaxationsmodul  $E_R(t)$  bekannt, so kann die Spannungsantwort für eine beliebige

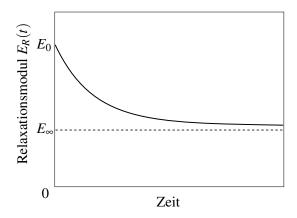


Abb. 2.11.: Zeitlicher Verlauf des Relaxationsmoduls

Dehnungshistorie berechnet werden. Im Sonderfall einer rein elastischen Materialantwort mit konstantem E-Modul  $E_R(t) = E_0$  geht Gleichung 2.10 in das Hooke'sche Gesetz über. Mithilfe des Equilibriummoduls lässt sich die normalisierte Relaxationsfunktion zu

$$e_R = \frac{E_R(t)}{E_m} - 1 (2.11)$$

ableiten [81]. Durch Tauschen der Variablen in Gleichung 2.10 unter Verwendung der Gleichung 2.11 und anschließender Integration in Teilen kann die Spannung der linearen Viskoelastizität auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$\sigma(t) = \underbrace{E_{\infty}\varepsilon(t)}_{\sigma_{elast}} + \underbrace{\int_{-\infty}^{t} e_{R}(t-\tau)E_{\infty}\frac{\mathrm{d}\varepsilon(\tau)}{\mathrm{d}\tau}\,\mathrm{d}\tau}_{\sigma_{visko}}.$$
(2.12)

Die Spannung setzt sich demnach aus einem (hyper-)elastischen  $\sigma_{elast}$  und einem viskosen Anteil  $\sigma_{visko}$  zusammen.

Der Bereich der linearen Viskoelastizität wird überschritten, sofern physikalische oder geometrische Nichtlinearitäten im Material auftreten. Letztere resultieren bspw. aus besonders großen Verformungen. Der Relaxationsmodul ist im Falle der nichtlinearen Viskoelastizität nicht nur abhängig von der Zeit, sondern ebenso von der Höhe der Belastung. Um die nichtlinearen Effekte berechnen zu können, muss Gleichung 2.12 modifiziert werden. Neben der Methode der mehrfachen Integrale [37, 13] lieferte SCHAPERY [82] einen wesentlichen Beitrag zur Bestimmung der nichtlinearen Viskoelastizität. Für den einaxialen Relaxationstyp lautet die Gleichung nach Schapery wie folgt:

$$\sigma(t) = h_{\infty} E_{\infty} \varepsilon(t) + h_1 \int_0^t \Delta E_R(\xi - \xi') \frac{\partial}{\partial \tau} (h_2 \varepsilon(\tau)) d\tau.$$
 (2.13)

Dabei beschreiben  $h_{\infty}$ ,  $h_1$  und  $h_2$  dehnungsabhängig Nichtlinearitätsfaktoren und  $\Delta E_R(\xi)$  indiziert den transienten, zeitabhängigen Anteil des Relaxationsmoduls. Die Variable  $\xi$  stellt die "reduzierte Zeit" mit

$$\xi = \int_0^t \frac{\mathrm{d}s}{a_e(\varepsilon, T)} \tag{2.14}$$

$$\xi' = \int_0^\tau \frac{\mathrm{d}s}{a_e(\varepsilon, T)}, \quad a_e > 0 \tag{2.15}$$

dar, wobei der Faktor  $a_e$  von der Temperatur sowie der Dehnung abhängt und eine Spreizung oder Stauchung der Zeit bewirkt. Gleichung 2.13 geht für den isothermen, einaxialen Zustand  $(a_e=1)$  und für kleine Dehnungen im linearen Bereich  $(h_\infty=h_1=h_2=1)$  in Gleichung 2.12 über.

Durch die Viskoelastizität kommt es zur Eigenerwärmung des Elastomers. Während einer dynamischen Anregung wird die Verlustarbeit in Wärmeenergie umgewandelt. Jedes Schwingspiel trägt damit zur Erhöhung der Elastomertemperatur bei. Dabei gilt: je höher die Anregungsfrequenz ist, desto größer ist die Verlustarbeit durch die dynamische Verhärtung und desto weniger Zeit bleibt für die Übertragung der Wärme an die Umgebung. Die Eigenerwärmung kann auf analytischem Wege mithilfe eines Ersatzmodells für Elastomere abgeschätzt werden. Ein solches Ersatzmodell stellt das 3-Parameter-Modell dar, welches das viskoelastische Materialverhalten mit einer Parallelschaltung einer Feder und eines Maxwell-Elements annähert (s.

Abs. 2.4.1). Dabei trägt ausschließlich das Maxwell-Element (Reihenschaltung aus Feder und Dämpfer) mit der Steifigkeit  $\mu$  und Viskosität  $\eta$  aufgrund des inelastischen Dämpfungsanteils zu den dissipativen Eigenschaften bei. Die Übertragungsfunktion des Maxwell-Elements lautet:

$$G_{MW} = \underbrace{\frac{\mu \omega^2 \tau^2}{\omega^2 \tau^2 + 1}}_{F'} + i \underbrace{\frac{\mu \omega \tau}{\omega^2 \tau^2 + 1}}_{F''} \quad \text{mit } \tau = \frac{\eta}{\mu}. \tag{2.16}$$

Die partikuläre Spannungsantwort  $\sigma_{MW}$  auf eine zyklische Dehnungsanregung ergibt sich mithilfe des Speichermoduls E' und Verlustmoduls E'' aus Gleichung 2.16 mit der Dehnungsamplitude  $\hat{\varepsilon}$  zu:

$$\sigma_{MW} = (E' \sin \omega t + E'' \cos \omega t) \hat{\varepsilon}. \tag{2.17}$$

Bei Annahme eines adiabaten Systemverhaltens und Vernachlässigung der Wärmestrahlung kann mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik in der Form

$$\rho_0 c \dot{\theta} = \sigma_{MW} \dot{\varepsilon}_{in} \tag{2.18}$$

die Eigenerwärmung berechnet werden. Die Änderung der inneren Energie aus dem Produkt der Dichte  $\rho_0$ , der spezifischen Wärmekapazität c und der Temperaturänderung  $\dot{\theta}$  entspricht der dissipativen Arbeit. Die inelastische Dehnung  $\varepsilon_{in}$  des Dämpfers in Gleichung 2.18 wird durch den Ausdruck  $\sigma_{MW}/\eta$  substituiert, sodass Gleichung 2.17 in 2.18 eingesetzt werden kann. Nach einigen Umformungen folgt der Zusammenhang für die Temperaturrate zu:

$$\dot{\theta} = \frac{1}{\rho_0 c \eta} \hat{\varepsilon}^2 \left( \frac{1}{2} \left( E'^2 + E''^2 \right) + \frac{1}{2} \left( E''^2 - E'^2 \right) \cos 2\omega t + E' E'' \sin 2\omega t \right). \tag{2.19}$$

Eine Integration der Gleichung 2.19 mit der Anfangsbedingung  $\theta(0) = \theta_0$  führt auf den gesuchten Temperaturverlauf des Maxwell-Elements durch Eigenerwärmung:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{2\rho_0 c\eta} \hat{\varepsilon}^2 \left( \left( E'^2 + E''^2 \right) t + \frac{E''^2 - E'^2}{2\omega} \sin 2\omega t - \frac{E'E''}{\omega} \left( 1 - \cos 2\omega t \right) \right). \tag{2.20}$$

Unter den genannten Randbedingungen ist die Eigenerwärmung proportional zum Quadrat der Anregungsamplitude. Außerdem besitzt Gleichung 2.20 einen von der Zeit abhängigen linearen Term, welcher von zwei sinusförmigen Schwingungen mit der doppelten Anregungsfrequenz überlagert wird [33, 22]. Bei Auswertung der Gleichung 2.20 zu einem Zeitpunkt, der ein beliebiges Vielfaches der Anregungsperiodendauer darstellt ( $t = 2\pi n/\omega$ ), reduziert sich der Klammerausdruck auf den von der Zeit linear abhängigen Term. Es folgt mit Gleichung 2.21 die Eigenerwärmung in Abhängigkeit der Schwingspielanzahl n.

$$\theta(n) = \theta_0 + \frac{\pi E''}{\rho_0 c} \hat{\varepsilon}^2 n \tag{2.21}$$

Die Frequenzabhängigkeit der Eigenerwärmung wird damit nur vom Verlustmodul E'' bestimmt, welcher einen degressiven Verlauf über der Frequenz aufweist (s. Gl. 2.16).

## 2.3.3. Mullins-Effekt

Der Mullins-Effekt ist eine besondere Eigenschaft der Elastomere. Beim Anlegen einer zyklischen Dehnung konstanter Amplitude an eine neue, zuvor unbelastete Elastomerprobe ist ein Spannungsabfall aufeinanderfolgender Schwingspiele zu beobachten. Dabei konvergiert die Spannungsabnahme mit fortschreitender Schwingspielzahl gegen null. Abbildung 2.12 veranschaulicht den nach MULLINS ET AL. [60] bekannten Effekt anhand eines planaren Zugversuches des Elastomers des Schubstrebenlagers. Die Anregung setzt sich dabei aus drei sukzessiv ansteigenden Dehnungsamplituden mit jeweils fünf konstanten Schwingspielen zusammen. Nach den ersten fünf Schwingspielen mit der Dehnungsamplitude  $\hat{\varepsilon} = 1$  reduziert sich die maximale Spannung um 12 %. Durch eine Anhebung der Dehnungsamplitude auf  $\hat{\epsilon} = 1.5$  bzw. 2.5 kommt es zur erneuten Entfestigung des Elastomers. Jeweils fünf Schwingspiele später fällt die maximale Spannung um 16 bzw. 27 % ab. Das Elastomer entfestigt damit umso mehr, je stärker es gestreckt wird. Der Mullins-Effekt ist nach den fünf Schwingspielen mit konstanter Dehnungsamplitude weitestgehend abgeschlossen. Bei jeder weiteren Belastung stellt sich die gleiche Spannungs-Dehnungs-Kurve ein. Mullins zeigt in seinen Versuchen auf, dass die Entfestigung in gefüllten sowie ungefüllten Elastomeren auftritt [59, 61]. BUECHE (1960) [17] stellt in seiner Arbeit fest, dass der Mullins-Effekt zu Teilen reversible ist und die Wiederherstellung der Ausgangssteifigkeit durch Wärmezufuhr beschleunigt werden kann. Neben MULLINS und BUECHE wurde der Effekt in weiteren Arbeiten [40, 44, 10] untersucht. Für die Phänomenologie des Effekts besteht in der Literatur keine einstimmige, physikalische Beschreibung. LION (2006) [54] begründet den Mullins-Effekt in der Zerstörung der schwächsten physikalischen Bindung im Elastomer.

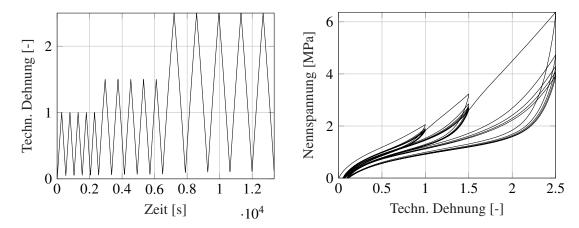


Abb. 2.12.: Darstellung des Mullins-Effekts: Dehnungsanregung (links) und Spannungs-Dehnungs-Kurve (rechts)

# 2.3.4. Innere Reibung

Innere Reibung im Elastomer entsteht durch Scherbewegungen benachbarter Molekülketten. Die zwischen den Molekülketten wirkenden Van-der-Waals-Kräfte brechen durch die Relativbewegung auf und bilden sich an günstigeren Stellen neu aus. Dadurch resultiert ein zusätzlicher Spannungsnettobeitrag bei Dehnungszunahme und eine Spannungsreduktion bei Dehnungsabnahme. Folglich ist die *quasistatische Hysterese* zu beobachten, die auch bei sehr kleinen Anre-

gungsfrequenzen f < 0.1 Hz auftritt. Die Hysteresebreite ist grundsätzlich vom Material abhängig. Ungefüllte Naturkautschuke weisen dabei im Vergleich zu gefüllten eine schmalere Hysterese auf [6]. In Abbildung 2.13 sind oben die quasistatischen Hysteresen des jeweils fünften Schwingspiels der Anregung aus Abbildung 2.12 links für die drei Belastungszustände uniaxialen, planaren sowie biaxialen Zug illustriert. Zusätzlich sind in Abbildung 2.13 unten die dazugehörigen Hysteresebreiten über der Dehnung aufgetragen. Die biaxiale Zugprobe konnte aus versuchstechnischen Gründen lediglich bis zu einem Wert von  $\varepsilon \approx 0.65$  gestreckt werden. Die Hyperelastizitätskurve weist in diesem Dehnungsbereich unter biaxialer Belastung keine nennenswerte Progression auf und die Hysteresebreiten sind nahezu konstant. Im Falle der uniaxialen und planaren Zugbelastung beginnt die Progression der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen bei  $\varepsilon > 0.8$ . Ab dieser Dehnung nimmt die Hysteresebreite mit zunehmender Streckung rapide zu. Die Hysteresebreite steigt demnach in Abhängigkeit der Progression der Elastizitätskurve.

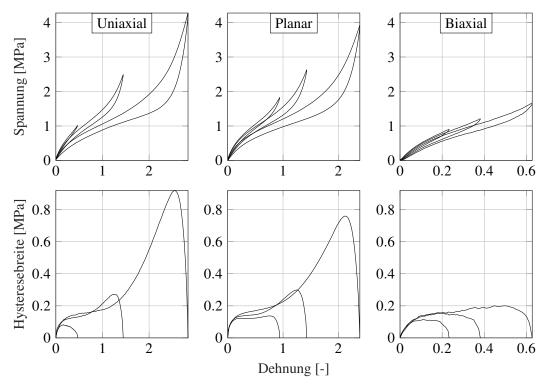


Abb. 2.13.: Quasistatische Hysteresen des Elastomers des Schubstrebenlagers (oben) und die dazugehörigen Hysteresebreiten (unten)

Der *Payne-Effekt* beschreibt die amplitudenabhängige Steifigkeit des Elastomers, die aus den Hystereseeigenschaften des Elastomers resultieren. In Abbildung 2.14 ist der Effekt schematisch anhand mehrerer Spannungs-Dehnungs-Hysteresen veranschaulicht. Nach PAYNE (1962) [71] verringert sich der Schubmodul bei gefüllten Elastomeren maßgeblich in einem Dehnungsamplitudenbereich von 0.1 % bis 10 %. PAYNE führt den Effekt allein auf das Füller-Füller-Netzwerk zurück. Aktive Füllstoffe in Form von Partikeln und Agglomeraten bauen durch Van-der-Waals-Bindungen ein verstärkendes Netzwerk im Elastomer auf. Durch eine Erhöhung der Dehnung wird dieses Netzwerk aufgebrochen und die Steifigkeit sinkt [9]. Dieser Zusammenhang begründet zudem, weshalb ungefüllte Elastomere eine sehr geringe bis gar keine Amplitudenabhängigkeit aufweisen. Neuere Arbeiten begründen die Amplitudenabhängigkeit hingegen mit dem Modell der variablen Netzbogendichte [56].

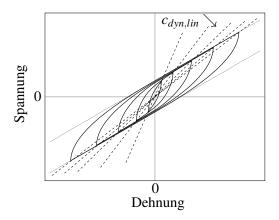


Abb. 2.14.: Veranschaulichung des Payne-Effekts

Für das Elastomer des Schubstrebenlagers ist das Amplitudenband einer Scherbelastung für  $f=10~{\rm Hz}$  in Abbildung 2.15 dargestellt. Je größer die Anregungsamplitude ist, desto geringer fällt die Ausprägung des Payne-Effekts aus. Auch bei sehr kleinen Amplituden ( $\gamma < 0.01$ ), die zu keinem signifikanten Aufbrechen des Füller-Füller-Netzwerks führen, ist kein maßgeblicher Payne-Effekt zu beobachten. Der Verlustwinkel zeigt über der Amplitude ein schwaches Maximum auf. LION [54] erklärt dies mit parallel ablaufenden Zerstörungs- und Rekombinationsvorgängen der schwachen Bindungen im Elastomer.

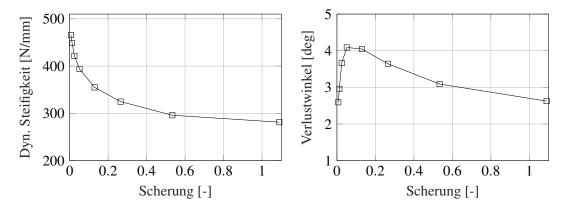


Abb. 2.15.: Amplitudenabhängigkeit des Elastomers des Schubstrebenlagers: dyn. Steifigkeit (links) und Verlustwinkel (rechts)

# 2.3.5. Bleibende Dehnung

Die bleibende Dehnung bezeichnet die residuale Dehnung, die sich durch Aufbringen und Rücknahme einer definierten Kraft einstellt. Dabei steigt die bleibende Dehnung mit der Höhe der maximal angefahrenen Auslenkungsamplitude und der Verweildauer im verformten Zustand. In Abbildung 2.12 ist neben dem Mullins-Effekt die bleibende Dehnung zu erkennen. Bei Entlastung stellt sich bei jeder der drei Dehnungsamplituden ein anderer Wert der bleibenden Dehnung ein, welcher bei der Nennspannung  $\sigma = 0$  MPa abzulesen ist. Nach jeweils fünf Schwingspielen

mit der Amplitude  $\hat{\epsilon}=1$ , 1.5 und 2.5 beträgt die bleibende Dehnung 5.9 %, 7.3 % bzw. 11.6 %. Da der Versuch aus Abbildung 2.12 trotz der quasistatischen Anregung viskose Anteile enthält, würde das Elastomer durch eine entsprechende Haltezeit mit  $\sigma=0$  MPa kriechen. Demzufolge würden sich die eben aufgeführten Dehnungswerte geringfügig verringern.

#### 2.3.6. Einflussfaktoren

Die bis hierhin dargestellten Materialeigenschaften werden durch folgende Faktoren beeinflusst:

- Anregung (Frequenz, Amplitude, Mehraxialität, Vorgeschichte),
- Temperatur und
- Alterung.

Neben der Frequenz- und Amplitudenabhängigkeit des Elastomers (s. Abs. 2.3.2 bzw. 2.3.4) sowie der Vorgeschichte bezüglich des Mullins-Effekts bei maximaler Anregungsamplitude (s. Abs. 2.3.3) hat ebenso die *Mehraxialität* der Anregung einen maßgeblichen Einfluss auf die Materialeigenschaften. Eine gleichzeitige Belastung in mehrere Raumrichtungen wirkt sich zum einen auf die statische und dynamische Steifigkeit und zum anderem auf die Verlustarbeit aus. Auf Komponentenebene spielt dabei die Geometrie des Elastomerkörpers eine entscheidende Rolle in welche Richtung sich diese Eigenschaften ändern.

Die *Temperatur* beeinflusst die Steifigkeit und die viskoelastischen Eigenschaften. Im Allgemeinen reduziert sich durch eine Temperaturerhöhung die Steifigkeit und der Verlustwinkel bzw. die Verlustarbeit. Eine Erhöhung der Umgebungstemperatur von 23 °C auf 85 °C des Elastomers des Schubstrebenlagers verringert bspw. die Steifigkeit und den Verlustwinkel um ca. 15 % bzw. 45 %. Ferner wird die Relaxations- bzw. Kriechgeschwindigkeit durch eine gesteigerte Temperatur beschleunigt. Ursächlich ist zum einen eine mit der Temperatur gesteigerte Mobilität der Elastomerkettensegmente und -verschlaufungen. Zum anderen schwächt die Temperaturerhöhung die Van-der-Waals-Bindungen zwischen den Kettensegmenten, wodurch die Hysteresebreite und damit der Verlustwinkel sinkt [6].

Die Alterung führt zur zeitlich reduzierten Anwendbarkeit der Elastomere infolge veränderter Materialeigenschaften, die durch chemische und physikalische Prozesse hervorgerufen werden [27]. Die Alterung ist durch zwei konkurrierende Prozesse geprägt: den Kettenaufbau durch Nachvernetzung und den Kettenabbau durch Spaltung der Hauptketten und Schwefelbrücken [78]. Aus der Nachvernetzung folgt eine höhere Steifigkeit des Werkstoffs, die Kettenspaltung bedingt wiederum eine Abnahme der Steifigkeit und Viskosität. Die Ursachen der Alterung sind vielfältig. Zu den werkstoffinneren Ursachen zählen eine unvollständige Polymersynthese, Eigen- sowie Orientierungsspannungen und begrenzte Mischbarkeit von Additiven und Polymermaterialien. Äußere Ursachen sind Energiezufuhr durch Wärme oder Strahlung, mechanische Beanspruchungen, atmosphärische Einwirkungen, Einflüsse durch Chemikalien und kombinierte Belastungen [30]. Ein bedeutender Alterungsprozess ist bspw. die thermooxidative Alterung. Unter Einwirkung von Wärme und Sauerstoff kommt es zur Kettenspaltung und -vernetzung. Der thermooxidative Abbau äußert sich in einer Reduzierung der Viskosität, Dehnbarkeit, Schlag- und Zugfestigkeit. Schutzmaßnahmen gegen Alterung sind sogenannte Stabilisatoren, die den Alterungsprozessen hemmend entgegenwirken und in Form von Additiven im Polymer integriert werden. Weitere Ausführungen zu den Alterungsursachen, -vorgängen, -einflüssen und -schutzmaßnahmen können EYERER [30], EHRENSTEIN [27] und REINCKE [78] entnommen werden.

# 2.4. Mathematische Modellbildung

Numerische Simulationen bieten die Möglichkeit ein tiefes Verständnis der Eigenschaften eines realen Systems zu erlangen. Dafür ist es nötig, das reale System in ein idealisiertes Ersatzsystem zu überführen. Die für die Idealisierung getroffenen Vereinfachungen müssen je nach Problemstellung sinnvoll und zulässig sein. Das Ersatzmodell lässt sich anschließend mit mathematischen Beziehungen beschreiben und numerisch lösen.

Die mathematische Modellbildung lässt sich grundsätzlich in physikalische, semi-physikalische und nicht-physikalische Modellbildung differenzieren. Physikalische Modelle basieren auf Naturgesetzen, wie bspw. dem Newton'schen Gesetz. Sie werden auch als White-Box-Modelle bezeichnet, da die theoretischen Systemzusammenhänge und -parameter bekannt sind. Nicht-physikalische Modelle werden wiederum als Black-Box-Modelle deklariert. Das mathematische Modell leitet sich bei diesen über Beobachtungen bzw. Messung (Experimente) des Eingangsund Ausgangsverhaltens mittels Systemidentifikationen ab. Ein Beispiel dieser Modellbildung sind Neuronale Netze, die nur mit experimentellen Untersuchungen des realen Systems parametriert (trainiert) werden können. In digitalen Entwicklungsphasen besteht genau darin ein großer Nachteil der nicht-physikalischen Modelle, da das reale System noch nicht vorliegt. Im Zuge der physikalischen Modellbildung kommt es oftmals vor, dass zum einen einige zugrundeliegende Parameter unbekannt sind oder zum anderen einzelne Systemeigenschaften mit mathematisch-generischen Ausdrücken beschrieben werden. In diesen Fällen handelt es sich um semi-physikalische Modelle oder auch Grey-Box-Modelle. Die semi-physikalischen Modellparameter werden anhand von Messungen abgeschätzt [85]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird der Fokus auf die semi-physikalischen Modelle gelegt, da diese in Kombination mit der MKS vergleichsweise eine probate Performance und ein praktikables Handling aufweisen. Ferner können die Modellparameter abgeschätzt oder anhand weniger Messungen identifiziert werden.

# 2.4.1. Rheologische Modelle

Die rheologischen Modell, auch als phänomenologischen Modelle bezeichnet, gliedern sich in die semi-physikalischen Modelle ein. Die Rheologie beschreibt als Wissenschaft des Fließund Deformationsverhaltens der Werkstoffe die Beziehung zwischen Verformung und äußerer Spannung. Grundlegende Modellkörper, wie die Feder, der Dämpfer und der Reibklotz beschreiben dabei die idealisierten Materialeigenschaften Elastizität, Viskosität bzw. Plastizität.
Eine Kombination dieser Grundelemente in Reihen- und/oder Parallelschaltung ermöglicht die
Modellierung komplexen Materialverhaltens. In der Materialtheorie werden mathematische Zusammenhänge zwischen Spannungstensor und der Verzerrung formuliert. Für die Modellierung
des Elastomerlagerverhaltens wird die tensorielle Beschreibung auf eindimensionale, vektorielle Größen überführt:

Spannung  $\sigma \leftrightarrow \operatorname{Kraft} F$ 

Dehnung  $\varepsilon \leftrightarrow \text{Verschiebung/Weg } x$ 

E-Modul  $E \leftrightarrow Steifigkeit c$ 

Viskosität  $\eta \leftrightarrow \text{Dämpfungskonstante } d$ 

Im Folgenden werden die einzelnen Modellkörper und deren Verhalten vorgestellt. Zudem folgt eine Darstellung einzelner, elementarer Kombinationen aus den Grundelementen. Dabei gilt für eine Reihenschaltung, dass in jedem Element die gleiche Kraft wirkt. Die Gesamtverschiebung setzt sich aus den Verschiebungen der einzelnen Elemente zusammen. Bei einer Parallelschal-

#### 2. Grundlagen

tung liegt hingegen die gleiche Verschiebung in jedem Element vor und die Gesamtkraft summiert sich aus den einzelnen Elementkräften.

#### 2.4.1.1. Feder

Die masselose HOOK'sche Feder (s. Abb. 2.16) beschreibt die Elastizität mit der Federkonstanten bzw. Steifigkeit c. Die geleistete Verformungsarbeit wird in Form von potentieller Energie in der Feder gespeichert. Bei Entlastung wird dieser Energieinhalt vollständig zurückgewonnen. Die Gleichung für das Feder-Element lautet:

$$F(t) = cx(t). (2.22)$$

Die Federsteifigkeit einer linearen Feder ist konstant. Um eine nichtlineare Federkennlinie zu erhalten, muss der Ausdruck der rechten Seite der Gleichung 2.22 durch eine nichtlineare Funktion f(x(t)) ersetzt werden.

Die Übertragung der Systemgleichung 2.22 vom Zeit- in den Frequenzbereich ergibt:

$$\hat{F}(\omega) = cx_0. \tag{2.23}$$

Die komplexe Steifigkeit der Feder  $c^* = c$  besteht nur aus einem Realteil, womit der Speichermodul E' sowie die dynamische Steifigkeit  $c_{dyn}$  der komplexen Steifigkeit gleichzusetzen ist. Der Verlustmodul E'' und der Verlustwinkel betragen null. Demnach steht die Anregung in Phase mit der Kraftantwort.

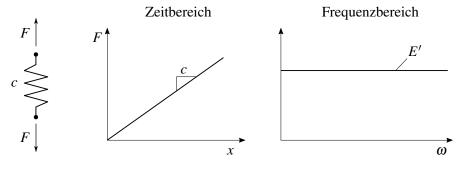


Abb. 2.16.: Federelement

#### 2.4.1.2. Dämpfer

Der NEWTON'sche Dämpfer stellt die Viskosität des Materials dar (s. Abb. 2.17). Durch die Bewegung eines Kolbens wird eine Flüssigkeit verdrängt. Die Verdrängungskraft ist dabei proportional zur zeitlichen Änderung der Verschiebung:

$$F(t) = d\dot{x}(t). \tag{2.24}$$

Der Proportionalitätsfaktor *d* in Gleichung 2.24 wird als Dämpfungskonstante bezeichnet. Im Gegensatz zur Feder wird die während einer Deformation des Dämpfers geleisteten Arbeit vollständig dissipiert und in Wärme umgewandelt.

Die Transformation der Gleichung 2.24 in den Frequenzbereich führt zu:

$$\hat{F}(\omega) = i\omega dx_0. \tag{2.25}$$

Aus Gleichung 2.25 resultiert die komplexe Steifigkeit  $c^* = i\omega d$  mit dem Speichermodul E' = 0 und dem Verlustmodul  $E'' = \omega d$ . Die dynamische Steifigkeit beträgt  $c_{dyn} = \omega d$  und der Verlustwinkel  $\varphi = \pi/2$ . Der Dämpfer weist somit, konträr zur Feder, ein frequenzabhängiges Verhalten auf.

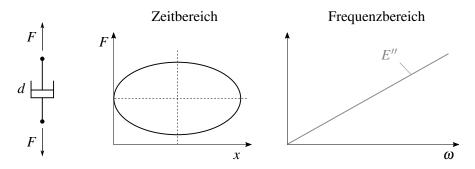


Abb. 2.17.: Dämpferelement

# 2.4.1.3. Reibelement

Das ideal plastische Materialverhalten kann durch das ST.-VENANT'sche Reibelement abgebildet werden (s. Abb. 2.18). Es verhält sich unterhalb der Fließgrenze analog eines ideal starren Körpers und oberhalb der Fließgrenze wie eine Flüssigkeit, deren Viskosität gegen null geht. Die Modellierung des St.-Venant'schen Elements erfolgt mit einem Reibklotz (COULOMB'sche Reibung), dessen Haftreibungsgrenze  $F_R$  mit der Fließgrenze gleichzusetzen ist. Die Systemgleichung lautet:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{, wenn } |F| < F_R \\ x(t) & \text{, sonst.} \end{cases}$$
 (2.26)

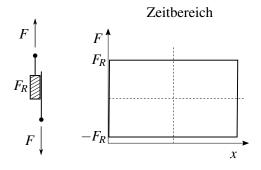


Abb. 2.18.: Reibelement

#### 2.4.1.4. Prandtl-Element

Die Reihenschaltung einer Feder und eines Reibelements ergibt das PRANDTL-Element (s. Abb. 2.19). Bei einer Deformation des Prandtl-Elements wird zu Beginn einzig die Feder ausgelenkt. Erst beim Erreichen der Haftreibungskraft beginnt die Verschiebung im St.-Venant-Element. Gleichzeitig stagniert der Kraftzuwachs. Das Systemverhalten wird im Zeitbereich durch folgende Fallunterscheidung beschrieben:

$$\dot{F}(t) = \begin{cases} 0 & \text{, wenn } F^2 = F_R^2 \text{ und } F\dot{x} > 0 \\ c\dot{x}(t) & \text{, sonst.} \end{cases}$$
 (2.27)

Aufgrund des nichtlinearen Charakters des Prandtl-Elements, muss zur Ermittlung des Speicher- und Verlustmoduls eine Fourier-Analyse der Übertragungsfunktion durchgeführt werden (s. Gl. 2.28).

$$\frac{F(t)}{x_0} = \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t \right) \tag{2.28}$$

Mit der harmonischen Anregung  $x(t) = x_0 \cos \omega t$  und dem Symmetriefall  $F(t + \pi/\omega) = -F(t)$  gilt für die ersten Fourierkoeffizienten:

$$x_0 E' = b_1 = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} F(t) \cos \omega t \, dt \quad \text{sowie}$$
 (2.29)

$$x_0 E'' = a_1 = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} F(t) \sin \omega t \, dt. \tag{2.30}$$

Durch Auswertung der beiden Integrale 2.29 und 2.30 folgt nach LION [53] der Speichermodul zu

$$E' = \begin{cases} c & \text{, wenn } \bar{x} \le 1\\ \frac{c}{\pi} \left( \arccos \frac{\bar{x} - 2}{\bar{x}} - \frac{2(\bar{x} - 2)\sqrt{\bar{x} - 1}}{\bar{x}^2} \right) & \text{, sonst} \end{cases}$$
 (2.31)

und der Verlustmodul zu

$$E'' = \begin{cases} 0 & \text{, wenn } \bar{x} \le 1\\ \frac{c}{\pi} \frac{4(\bar{x} - 1)}{\bar{x}^2} & \text{, sonst} \end{cases}$$
 (2.32)

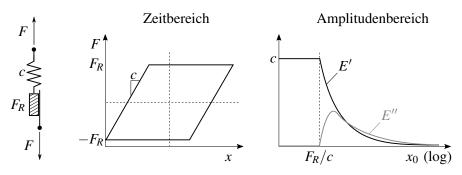


Abb. 2.19.: Prandtl-Element

mit der normalisierten Anregungsamplitude  $\bar{x}=cx_0/F_R$ . Aus Gleichung 2.31 und 2.32 wird ersichtlich, dass das Prandtl-Element keine Frequenzabhängigkeit aufweist, jedoch eine Amplitudenabhängigkeit. Im Falle kleiner Anregungsamplituden, die nicht die Haftreibungskraft überschreiten ( $\bar{x} \leq 1$ ), verhält sich das Prandtl-Element analog einer Feder. Sobald die Haftreibungskraft durch die Anregung überschritten wird, fällt der Speichermodul E' monoton über der Anregungsamplitude ab. Der Verlustmodul E'' zeigt hingegen ein ausgeprägtes Maximum bei der Anregungsamplitude, für die  $cx_0 = 2F_R$  gilt.

Durch die Parallelschaltung einer Feder und mehrerer Prandtl-Elemente mit unterschiedlichen Steifigkeiten und Haftreibungskräften entsteht das generalisierte Prandtl-Modell, welches auch als MASING-Modell bezeichnet wird. Es ist in der Lage das Gummigedächtnis des Elastomers abzubilden. Das Gedächtnis kennzeichnet dabei die Eigenschaft der Elastomere, sich bei regellosen Anregungen vorangegangene Lastpfade zu merken. Das Gummigedächtnis ist in Abbildung 2.20 veranschaulicht. Durch die Verschiebung von Punkt 1 nach 2 werden zunächst alle Federn des generalisierten Prandtl-Elements gespannt. Ab einer bestimmten Kraft beginnt das erste Reibelement zu rutschen, die dazugehörige Feder wird nicht weiter ausgelenkt und die Kraft-Dehnungs-Kurve knickt ab. Je weiter die Verschiebung zunimmt, desto mehr Reibelement beginnen sukzessive zu rutschen. Nach der Richtungsumkehr an Punkt 2 haften erneut alle Reibelemente. Das sukzessive Losreißen wiederholt sich auf dem Pfad von 2 nach 1. Es entsteht die quasistatische Hysterese. Bei der Richtungsumkehr in Punkt 3 haften noch einzelne Reibelemente und speichern damit Informationen über die Belastungsvorgeschichte. Selbiges gilt für die Richtungsumkehr in Punkt 4. Bei der Verschiebung von Punkt 5 nach 4 bzw. Punkt 6 nach 3 werden die jeweils geöffneten Hystereseschleifen geschlossen. Durch die gespeicherten Informationen in Punkt 4 bzw. 3 folgt die Fortsetzung der ursprünglichen Kraftpfade 3-6 bzw. 1-2 der jeweils vorangegangenen, größeren Hystereseschleife.

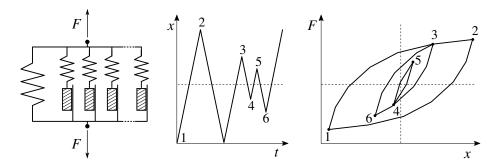


Abb. 2.20.: Generalisiertes Prandtl-Element mit Gedächtniseigenschaften

#### 2.4.1.5. Kelvin-Voigt-Element

Das KELVIN-VOIGT-Element (s. Abb. 2.21) ist das einfachste Modell, mit dem das Elastomerverhalten angenähert werden kann. Durch die geringe Modellgröße und das vergleichsweise einfache Handling findet das Kelvin-Voigt-Element in der praktischen Anwendung häufigen Einsatz. Die Parallelschaltung aus Feder und Dämpfer wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$F(t) = cx(t) + d\dot{x}(t). \tag{2.33}$$

#### 2. Grundlagen

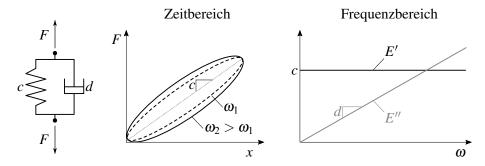


Abb. 2.21.: Kelvin-Voigt-Element

Unter quasistatischer Anregung verschwindet der viskose Term aus Gleichung 2.33 und das Kelvin-Voigt-Element verhält sich analog einer Feder.

Die Fourier-Transformation der Gleichung 2.33 ergibt

$$\hat{F}(\omega) = cx_0 + i\omega dx_0. \tag{2.34}$$

Durch das Dividieren der Gleichung 2.34 mit  $x_0$  folgt die komplexe Steifigkeit (s. Gl. 2.35).

$$c^*(\omega) = c + i\omega d \tag{2.35}$$

Der Speichermodul beträgt damit E'=c und der Verlustmodul  $E''=\omega d$ . Die dynamische Steifigkeit mit

$$c_{dyn}(\omega) = \sqrt{c^2 + \omega^2 d^2} \tag{2.36}$$

sowie der Verlustwinkel mit

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\omega d}{c} \tag{2.37}$$

zeigen eine Frequenzabhängigkeit auf. Für  $d \ll c$  verhält sich die dynamische Steifigkeit und der Verlustwinkel in grober Näherung linear über der Frequenz.

## 2.4.1.6. Maxwell-Element

Eine viskoelastische Flüssigkeit wird durch das MAXWELL-Element (MW), die Reihenschaltung aus Feder und Dämpfer, abgebildet (s. Abb. 2.22). Der Dämpfer bedingt eine unbegrenzte und irreversible Verformung. Bei einer Lasteinleitung beginnt unmittelbar die Auslenkung der Feder. Erst mit der Zeit entfaltet der Dämpfer seine Wirkung. Ein Auslenkungssprung verursacht bspw. einen unmittelbaren Kraftsprung, der sich mit zunehmender Zeit abbaut. Das Material relaxiert. Die Systemgleichung des Maxwell-Elements lautet im Zeitbereich:

$$\dot{x}(t) = \frac{\dot{F}(t)}{c} + \frac{F(t)}{d}.$$
 (2.38)

Im Frequenzbereich resultiert die komplexe Kraftantwort zu

$$\hat{F}(\omega) = \frac{i\omega cd}{c + i\omega d} x_0 \tag{2.39}$$

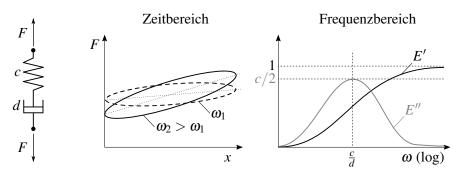


Abb. 2.22.: Maxwell-Element

und die komplexe Steifigkeit nach einigen Umformungen zu

$$c^*(\omega) = \frac{\omega^2 c d^2 + i\omega c^2 d}{c^2 + \omega^2 d^2}.$$
 (2.40)

Aus Gleichung 2.40 folgen der Speicher- und Verlustmodul aus Real- bzw. Imaginärteil:

$$E'(\omega) = \frac{\omega^2 c d^2}{c^2 + \omega^2 d^2} \quad \text{bzw.}$$
 (2.41)

$$E''(\omega) = \frac{\omega c^2 d}{c^2 + \omega^2 d^2}.$$
 (2.42)

Die dynamische Steifigkeit und der Verlustwinkel lauten:

$$c_{dyn}(\omega) = \frac{\omega c d}{\sqrt{c^2 + \omega^2 d^2}} \quad \text{bzw.}$$
 (2.43)

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{c}{\omega d}.$$
 (2.44)

Die frequenzabhängigen Verläufe der Moduln aus den Gleichungen 2.41 und 2.42 sind in Abbildung 2.22 rechts dargestellt. Der Speichermodul nähert sich im hohen Frequenzbereich einer horizontalen Asymptote. An der Stelle des Wendepunkts des Speichermoduls  $\omega=c/d$  weist der Verlustmodul ein Maxima auf. Mit zunehmender Frequenz verringert sich der Verlustmodul. Durch die Parallelschaltung mehrerer Maxwell-Elemente mit unterschiedlichen Maxwell-Zeitkonstanten  $\tau=d/c$  kann der Frequenzbereich mit steigendem Verlustmodul vergrößert und der Phasenabfall zu höheren Frequenzen verschoben werden.

# 2.4.1.7. Spring-Pot-Element

Das Spring-Pot-Element vereinigt die Eigenschaften einer Feder und eines Dämpfers. Die Grundlage des Spring-Pot-Elements sind nicht-ganzzahlige Ableitungen, die sogenannten *fraktionalen Ableitungen* (s. Gl. 2.45), deren Konzept unter anderem auf OLDHAM und SPANIER (1974) [67] zurückgeht.

$$\frac{\mathrm{d}^{\alpha}f(t)}{\mathrm{d}t^{\alpha}} = D^{\alpha}f(t) \tag{2.45}$$

#### 2. Grundlagen

In Gleichung 2.45 indiziert der Parameter  $\alpha$  die fraktionale Ordnung der Ableitung. Die Systemgleichung für das Spring-Pot-Element lautet:

$$F(t) = bD^{\alpha}x(t) \tag{2.46}$$

mit der Spring-Pot-Konstanten b. Der Parameter  $\alpha$  ist im Bereich [0,1] der reellen Zahlen definiert. Mit  $\alpha=0$  wird keine Differentiation vorgenommen und das Spring-Pot-Element geht in eine Feder über (s. Gl. 2.22). Mit  $\alpha=1$  folgt die erste Ableitung des Weges und damit das Verhalten eines Dämpfers (s. Gl. 2.24).

Die verbreitetste Definition der fraktionalen Ableitung ergibt sich durch das REIMANN-LIOUVILLE-Integral zu

$$D^{\alpha}f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha}} \,\mathrm{d}\tau \quad \text{für } 0 \le \alpha < 1$$
 (2.47)

mit der Gamma-Funktion

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-t} dt \quad \text{für } n > 0.$$
(2.48)

Im Hinblick der numerischen Integration folgt eine weitere Darstellung der fraktionellen Ableitung mittels der diskreten GRÜNWALD-Definition [67]:

$$D^{\alpha}f(t) = \lim_{n \to \infty} \left[ \underbrace{\left(\frac{t}{n}\right)^{-\alpha}}_{\text{Skalierung}} \sum_{m=0}^{n-1} \underbrace{\frac{\Gamma(m-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(m+1)}}_{\text{Grünwaldkoeff. } G_{\alpha}(m)} \underbrace{f\left(t-\frac{mt}{n}\right)}_{\text{Vorgeschichte}} \right]. \tag{2.49}$$

Gleichung 2.49 repräsentiert eine infinite Summation vergangener Funktionswerte mit den sogenannten Grünwaldkoeffizienten  $G_{\alpha}(m)$ . Da Gleichung 2.49 nicht direkt numerisch ausgewertet werden kann, wird eine Approximation durch eine begrenzte Anzahl n an vergangenen Funktionswerten mit einer konstanten Zeitschrittweite  $\Delta t = t/n$  ( $f(t_i) = f_i$ ) eingeführt. Aus den Vereinfachungen folgt aus Gleichung 2.49 die Berechnungsvorschrift für die approximierte, diskrete fraktionale Ableitung:

$$D^{\alpha} f_n \approx \sum_{m=0}^{n-1} a_m f_{n-m} \quad \text{mit } a_m = \Delta t^{-\alpha} G_{\alpha}(m). \tag{2.50}$$

Detaillierte Ausführungen über die Herleitungen der Gleichungen 2.47 bis 2.49 können [67, 75] entnommen werden.

Durch Ersetzten der Funktionswerte  $f_n$  in Gleichung 2.50 mit dem Weg  $x_n$  und Einsetzten der Gleichung 2.50 in Gleichung 2.46 ergibt sich die diskrete Berechnungsvorschrift für das Spring-Pot-Element zu:

$$F(t_n) = bD^{\alpha} x_n \approx \sum_{m=0}^{n-1} A_m x_{n-m} \quad \text{mit } A_m = ba_m.$$
 (2.51)

Aufgrund der Summation der letzten n Zeitschritte mit konstanten Koeffizienten  $A_m$  kann Gleichung 2.51 als nicht-rekursiver Filter (engl.: Finite Impulse Response) angesehen werden. Die Filterkoeffizienten werden dabei im Preprocessing bestimmt und über den gesamten Simulati-

onsverlauf konstant gehalten. Die Einschränkung der Summanden auf eine endliche Anzahl n in Gleichung 2.51 findet durch die Auswertung der Grünwaldkoeffizienten Berechtigung. Die Koeffizienten  $G_{\alpha}$  fallen bei steigendem Indize m unter der Bedingung  $0 < \alpha < 1$  rasch ab und konvergieren gegen null. Demnach besitzen nur die kürzlich vergangenen Zeitschritte einen signifikanten Einfluss auf die diskrete, fraktionale Ableitung. Neben den Parametern b und  $\alpha$  des Spring-Pot-Elements müssen die durch die Diskretisierung zusätzlich entstandenen Parameter n und  $\alpha$  identifiziert werden. SEDLACZEK (2010) [86] untermauert, dass für typische Lastfälle für Fahrwerkelastomerlager eine Filterlänge von n=150 unter der Zeitschrittweite  $\alpha$  1 ms eine numerisch probate und ausreichend genaue Parametrierung darstellt.

Fraktionale Ableitungen werden mithilfe der Hauptwurzel Fourier-transformiert [46]. Aus Gleichung 2.46 resultiert die Fourier-Transformierte der fraktionalen Ableitung zu

$$D^{\alpha}x(\omega) = (i\omega)^{\alpha}x(\omega) = \omega^{\alpha}e^{i\frac{\pi}{2}\alpha + \frac{\pi}{2}n\alpha}.$$
(2.52)

Mit der Hauptwurzel für n = 0 reduziert sich Gleichung 2.52 zu

$$(i\omega)^{\alpha}x(\omega) = \omega^{\alpha}e^{i\frac{\pi}{2}\alpha} = \omega^{\alpha}\left(\cos\frac{\pi}{2}\alpha + i\sin\frac{\pi}{2}\alpha\right). \tag{2.53}$$

Mit Gleichung 2.53 folgt die Fourier-Transformierte der Kraft des Spring-Pot-Elements (s. Gl. 2.46) zu

$$\hat{F}(\omega) = b(i\omega)^{\alpha} x_0 = b\omega^{\alpha} \left(\cos\frac{\pi}{2}\alpha + i\sin\frac{\pi}{2}\alpha\right) x_0 \tag{2.54}$$

sowie die komplexe Steifigkeit zu

$$c^*(\omega) = b\omega^{\alpha} \left(\cos\frac{\pi}{2}\alpha + i\sin\frac{\pi}{2}\alpha\right). \tag{2.55}$$

Aus Gleichung 2.55 kann wiederum der Speichermodul

$$E'(\omega) = b\omega^{\alpha}\cos\frac{\pi}{2}\alpha\tag{2.56}$$

und der Verlustmodul

$$E''(\omega) = b\omega^{\alpha} \sin \frac{\pi}{2} \alpha \tag{2.57}$$

abgeleitet werden, deren Frequenzverhalten Abbildung 2.23 veranschaulicht. Gleichungen 2.56 und 2.57 stellen Potenzfunktionen mit einem Exponent kleiner eins dar. Der Verlauf über der Frequenz ist damit degressiv. Im Falle  $\alpha=0.5$  stimmen der Speicher- und Verlustmodul überein. Die dynamische Steifigkeit mit

$$c_{dyn}(\omega) = b\omega^{\alpha} \tag{2.58}$$

zeigt qualitativ ein analoges Verhalten. Der Verlustwinkel ist mit

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\alpha\tag{2.59}$$

unabhängig von der Kreisfrequenz.

#### 2. Grundlagen

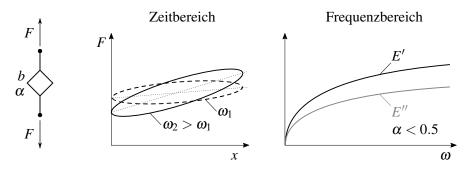


Abb. 2.23.: Spring-Pot-Element

## 2.4.2. Mehrkörpersimulation

Die Modellbildung eines mechanischen Systems, wie bspw. die des Fahrwerks eines Kraftfahrzeugs, kann mit Mehrkörpersystemen erfolgen. Bei einem Mehrkörpersystem sind starre Körper zu einem Mechanismus gekoppelt (s. Abb. 2.24). Die Verbindung der Körper erfolgt einerseits über masselose Gelenke, die gezielt Freiheitsgrade sperren. Andererseits fungieren Federn, Dämpfer sowie Submodelle von Elastomerlagern, Reifen, Federungssystemen (z.B. Luftfeder) und anderen als Koppelelemente, die eingeprägte Kräfte im Mehrkörpersystem erzeugen. Dämpfung wird durch Reiberscheinungen in Gelenken, durch Werkstoffdämpfung oder durch konstruktiv gestaltete Dämpferelemente berücksichtigt. An den Verbindungsstellen der einzelnen Körper wirken neben den inneren Schnittkräften äußere Kräfte, die durch Kraftfelder (z.B. Gravitation), Antriebselemente oder als Reaktion auf eine vorgegebene Bewegung bzw. Lagerung entstehen. Die Kopplung aller Mehrkörperelement idealisiert schlussendlich die mechanischen Eigenschaften Trägheit, Elastizität, Dämpfung und äußere Kraft eines realen Systems [1]. Neben den starren Körpern besteht die Möglichkeit der Einbindung von flexiblen Strukturen, um ein realistischeres Ersatzmodell zu erhalten. In Mehrkörpermodellen wird zwischen konzentrierten und verteilten Parametern unterschieden. Handelt es sich um starre Körper mit Punktmassen, masselosen Feder und Dämpfern, wird von Modellen mit konzentrierten Parametern gesprochen. Modelle mit elastischen Körpern der Kontinuumsmechanik weisen hingegen verteilte Parameter auf [84].

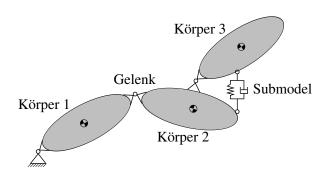


Abb. 2.24.: Veranschaulichung eines Mehrkörpersystems

Das Handling komplexer Mehrkörpermodelle erfolgt meist über MKS-Programme, die eine grafische Oberfläche zur Modellerstellung bereitstellen und die Bewegungsgleichungen des Gesamtsystems über MKS-Formalismen aufstellen. Das gewonnene Gesamtsystem setzt sich aus differential-algebraischen Gleichungen (engl.: *Differential Algebraic Equations* DAEs) zusam-

men, die mittels numerischer Integration im Zeitbereich gelöst werden. Im Vergleich zur Finite-Elemente-Methode ist die Anzahl der Freiheitsgrade und damit die Modellgröße der Mehrkörpermodelle um ein Vielfaches geringer. Gleiches gilt damit für die Rechenzeit.

Die Mehrkörpersimulation dient unter anderem der Untersuchung der Bewegungsgrößen der Schwer- und Anbindungspunkte der einzelnen Körper und der elastokinematischen Eigenschaften des Gesamtsystems. Für die betriebsfeste Bauteilbemessung wird die MKS vor allem für die Ermittlung der Schnittkräfte und -momente an den Anbindungspunkten der Bauteile verwendet.

# 3. Experimentelle Untersuchungen

Die Modellierung des Elastomerlagerverhaltens bedingt ein grundlegendes Verständnis aller relevanten Effekte im Realbetrieb. Aufgrund der unzureichenden Datengrundlage in der Literatur wird im folgenden Kapitel eine experimentelle Untersuchung der betrachteten Elastomerlager unter betriebsfestigkeitsrelevanten Beanspruchungen, mit besonderem Fokus auf die sehr hohen Lastniveaus der Sonderereignisanregungen, durchgeführt. Das hohe Lastniveau führt wiederum zu großen Auslenkungsamplituden und -geschwindigkeiten, welche die Grenzen konventioneller Prüfmaschinen schnell übersteigen.

Das Kapitel beschäftigt sich zu Beginn mit der Einteilung betriebsfestigkeitsrelevanten Beanspruchungen (s. Abs. 3.1). Ferner wird ein Lastbeispiel einer Betriebs- und Sonderlast auf seine Frequenzinhalte untersucht. Im Abschnitt 3.2 folgt eine kurze Darstellung des Messumfangs und -aufbaus. Schließlich werden in Abschnitt 3.3 die Messergebnisse unter quasistatischen und dynamischen Anregungen mit hohen Lasten vorgestellt. Die Erläuterung der einzelnen Messprogramme folgt in Unterabschnitten. Eine Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse schließt das Kapitel ab (s. Abs. 3.4).

# 3.1. Betriebsfestigkeitsrelevante Beanspruchungen

Betriebsfestigkeitsrelevante Beanspruchungen, wie Betriebs-, Sonder- und Missbrauchslasten (s. Abb. 1.1), sind durch Fahrbahn-, Antriebsanregungen bzw. unfallartigen Fahrmanövern (z.B. Bordsteinrempeln) bedingt. Die Anregungen bei Missbrauchsereignissen können zu hohen plastischen Verformungen und Brüchen der Bauteile führen. Missbrauchslasten werden nicht mithilfe der MKS untersucht, weshalb das Hauptaugenmerk auf den Betriebs- und Sonderlasten liegt. Im Rahmen des Fahrwerks auftretende Betriebslasten ergeben sich durch Überfahrten unterschiedlicher Schlechtwegstrecken, Brems- und Anfahrvorgängen. Sonderereignisse stellen unter anderem die Überfahrt einer Schwelle bzw. Senke, die Vollbremsung auf einer Waschbrett-Fahrbahn bzw. in einen Kanaldeckel oder das Bordsteinauffahren bzw. -abfahren dar. Allen Anregungen ist ein Frequenzbereich von 0 < f < 40 Hz gemein, in dem sich Aufbauschwingungen bei ca. 5 Hz, Achsschwingungen bei ca. 15 Hz und das Zittern (Karosserie- und Lenkungszittern) bis max. 40 Hz bewegen [43, 100, 74].

Die Richtung der Beanspruchungen in einem Elastomerlager ergeben sich durch die jeweilige Achstopologie (s. Abb. 2.6). In Fahrwerkstreben, die zweiseitig angebunden sind (z.B. Zugstrebe, Schubstrebe), richtet sich der Kraftvektor überwiegend entlang der Wirklinie der Anbindungspunkte aus. Durch die Einbausituation der Elastomerlager in der Strebe ist dies meist die radiale Belastungsrichtung im Lager. Demgegenüber sind die Maxima der axialen und rotatorischen Größen um ein Vielfaches geringer und spielen bei Betriebs- und Sonderlasten meist eine untergeordnete Rolle. In einem Querlenker liegen drei bis vier Anbindungspunkte vor. Es dominieren die radiale und axiale Belastungsrichtung. Ein mehraxial belastetes Fahrwerkelastomerlager, dass in mehr als zwei Richtungen signifikante Auslenkungen erfährt, ist das Fahrschemellager der Hinterachse.

Abbildung 3.1 illustriert die Kraft-Weg-Kennlinie des Federlenkerlagers unter radialer, quasistatischer Auslenkung. In dem Amplitudenband  $-2 < \hat{x} < 2$  mm bzw. dem Kraftbereich  $-15 < \hat{F} < 15$  kN weist das Lager lineares Verhalten auf. Mit steigender Auslenkung nimmt die Steifigkeit zu. In standardisierten Lagercharakterisierungen wird aus Sicht der Betriebsfestigkeit ein relativ geringes Kraftniveau angefahren. Im Falle des betrachteten Federlenkerlagers er-

38 Frieder Riedel

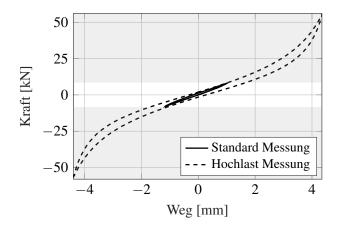


Abb. 3.1.: Kraft-Weg-Kennlinie des Federlenkerlagers

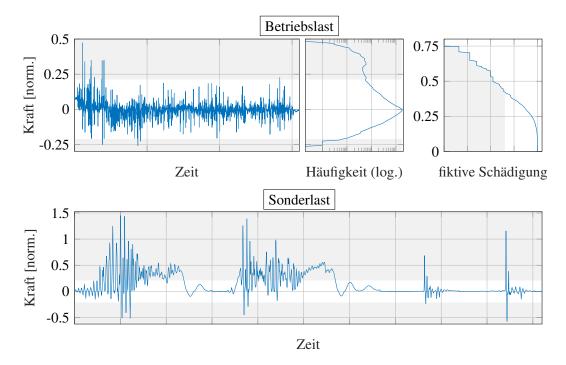


Abb. 3.2.: Kraftsignal, Klassendurchgangszählung und fiktive Summenschädigung einer Betriebslast (oben) und Kraftsignal verschiedener Sonderereignisse (unten) des Federlenkerlagers

reicht die Standard-Messung eine maximale Kraftamplitude von  $\hat{F}=8$  kN. Damit enthält diese Messung keine Information über die Progression des Lagers. Die Bedeutung des grau hinterlegten Kraftbereichs außerhalb der  $\pm 8$  kN Grenze verdeutlichen Lastbeispiele einer Betriebs- und verschiedener Sonderlasten. In Abbildung 3.2 ist oben für das Federlenkerlager eine Betriebslast, deren Klassendurchgangszählung und fiktive Summenschädigung dargestellt. Nur wenige Schwingspiele der Betriebslast überschreiten die  $\pm 8$  kN Grenze, jedoch wirken sich die hohen Kraftspitzen signifikant auf die Schädigungen aus. Die Schwingbreiten über 16 kN führen zu über 60 % des gesamten Schädigungsinhalts, was im Schädigungsdiagramm zu erkennen ist. Im

#### 3. Experimentelle Untersuchungen

Fahrwerk erreichen maximale Sonderlasten das zwei- bis dreifache der maximalen Betriebslasten. In Abbildung 3.2 unten sind die Kraftsignale von vier unterschiedlichen Sonderereignissen über der Zeit aufgetragen. Der Großteil der Schwingspiele befindet sich außerhalb des Bereichs der standardisierten Messung. Die genaue Kenntnis über die realen Übertragungseigenschaften des Elastomerlagers ist für diesen Lastbereich unabdingbar. Sonderereignisse können ebenso zu einem Verlust des Reifen-Boden-Kontaktes führen, wodurch die Radaufhängung ein frei schwingendes System darstellt. Das als Energiespeicher und -senke wirkende Elastomerlager hat dabei einen maßgeblichen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Fahrwerks, weswegen im Rahmen dieser Arbeit ein besonderes Augenmerk auf eine hohe Abbildungsgüte der Kraft-Weg-Hysterese gelegt wird.

Die Analyse der auftretenden Frequenzen eines transienten Signals ermöglicht die Kurz-Zeit-Fourier-Transformation (engl.: Short Time Fourier Transformation STFT). Dabei wird das zu untersuchende Zeitsignal in kürzere Segmente unterteilt und für jedes einzelne Segment eine Fourier-Transformation durchgeführt. Das Resultat ist ein Spektrogramm, welches die Intensitäten der Frequenzen über dem Zeitverlauf des Signals darstellt. Abbildung 3.3 zeigt die Frequenzinhalte zweier im Fahrzeug gemessener Sonderereignissignale einer Zugstrebe auf: links für eine Schlechtwegbremsung und rechts für ein Vertikalereignis. Die dominierende Frequenz erscheint für beide Signale im Frequenzbereich zwischen 10 Hz und 20 Hz, in dem sich ebenso die Achseigenfrequenz befindet. Die Signale zeigen zudem weitere Frequenzinhalte in etwas abgeschwächter Form für Vielfache der Hauptfrequenz ( $f_0 \approx 14$  Hz) bis 100 Hz auf, die in Abbildung 3.3 unten mit gestrichelten Linien hervorgehoben sind. Dabei fällt auf, dass die Vielfachen nur im Bereich der entsprechend hohen Kraftspitzen auftreten (s. Abb. 3.3 links für 0.7 < t < 2.2 s und rechts für 0.65 < t < 1.1 s). Die Vielfachen resultieren aus der nichtlinearen

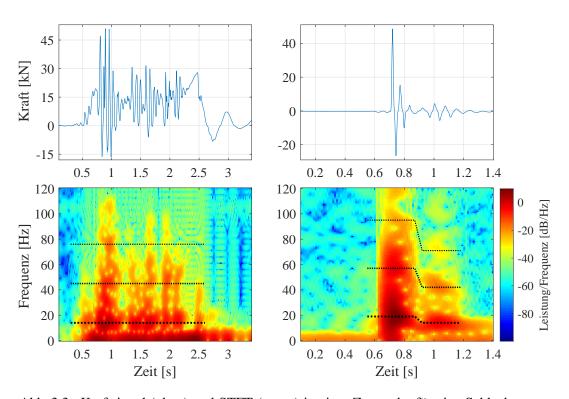


Abb. 3.3.: Kraftsignal (oben) und STFT (unten) in einer Zugstrebe für eine Schlechtwegbremsung (links) und für ein Vertikalereignis (rechts)

Kraft-Weg-Kennlinie des Elastomerlagers. Bei einer nichtlinearen Kraft-Weg-Beziehung lässt sich die Kraftantwort einer harmonischen Sinusweganregung in eine Grundschwingung zerlegen, welche mit ungeraden Vielfachen der Grundwelle überlagert sind. Die Amplituden der ungeraden Harmonischen nehmen dabei mit steigender Frequenz ab. In Abbildung 3.3 unten ist für beide Sonderereignissignale ebenso zu erkennen, dass nach Ereigniseintritt mit fortschreitender Zeit und abfallender maximaler Kraftamplitude die erste Hauptfrequenz sinkt. Besonders deutlich ist dies beim Vertikalereignis (rechts), bei dem sich die Hauptfrequenz von 19 Hz auf 14 Hz reduziert. Neben der Achseigenfrequenz ist eine weitere Frequenz bei etwa 35 Hz auffällig. Bei der Schlechtwegbremsung werden die aus der Achseigenfrequenz resultierenden Hauptschwingungen durch kleinere Schwingungen überlagert. Die Beobachtungen lassen sich ebenso für weitere Sonderereignisse und Bauteile feststellen.

# 3.2. Messumfang und -aufbau

Der Messumfang beinhaltet die in Abbildung 2.7 dargestellten Elastomerlager. Die Lager sind jeweils einer Produktionscharge entnommen, um Einflüsse durch unterschiedliche Elastomermischungen oder Fertigungsbedingungen auszuschließen. Eine kurze Lagerung lässt zudem den Schluss zu, dass keine maßgeblichen Alterungserscheinungen aufgetreten sind.

Da die Messprogramme Anregungen mit sehr hohen Lasten enthalten, wird ein besonderes Augenmerk auf den Messaufbau gelegt. Die Charakterisierung der Elastomerlager erfolgt an einem einaxialen, servo-hydraulischen Prüfstand. Der Prüfling ist dabei der Einbausituation im Fahrzeug entsprechend in einem Prüfring aus Stahl adaptiert. Die Auslenkung des Elastomerlagers erfolgt durch die Verschiebung des Lagerkerns, der über eine Prüfgabel mit dem servo-hydraulischen Zylinder verbunden ist. Die Wegaufnehmer werden direkt zwischen Prüfring und der sich bewegenden Prüfgabel geschaltet. Dies gewährleistet geringe Einflüsse durch Verschraubungen (Hystereseeffekte) und Elastizitäten des Messaufbaus. Ferner ist ein Temperierungssystem vorgesehen, welches einen Temperaturbereich von  $RT \le \vartheta \le 80$  °C bedienen kann.

# 3.3. Elastomerlagercharakterisierung

Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Charakterisierungen umfassen Untersuchungen der Elastomerlager im hohen Lastbereich bezüglich des Mullins-Effektes, der Relaxation, der quasistatischen Hysterese, der Amplituden- und Frequenzabhängigkeit unter Temperatureinfluss sowie des Verhaltens bei transienten Anregungen. Die Belastungen erfolgen einaxial. Der Effekt der Mehraxialität ist nicht Untersuchungsgegenstand der Arbeit. Zudem wird der Einfluss der Alterung nicht betrachtet, da dieser bei der Lastkollektivermittlung eine untergeordnete Rolle spielt. Die simulative und messtechnische Bestimmung der Bauteilschnittlasten erfolgt in einem entsprechend kurzen Zeitrahmen, in dem die Alterung vernachlässigt werden kann. Im Folgenden werden die Messprogramme mit den dazugehörigen Messergebnissen vorgestellt. Die Experimente dienen in erster Linie dem Erkenntnisgewinn vom Übertragungsverhalten der Elastomerlager im hohen Lastbereich sowie der späteren Modellbildung und Parameteridentifikation des Elastomerlagermodells. Punktuell platzierte Diagramme einzelner Messungen und Prüflinge veranschaulichen das global betrachtete, qualitative Übertragungsverhalten der

#### 3. Experimentelle Untersuchungen

Elastomerlager. Grundsätzlich erfolgt bei allen Messprogrammen, abgesehen vom Mullins-Programm (s. Abs. 3.3.1), vorab eine Vorkonditionierung der Prüflinge. Die Vorkonditionierung besteht dabei aus einer quasistatischen Anregung mit fünf Schwingspielen konstanter Amplitude, deren Wert der im Messprogramm maximal vorkommenden Auslenkung entspricht. Dadurch ist gewährleistet, dass die Messergebnisse nicht durch die Entfestigung verfälscht werden.

#### 3.3.1. Mullins-Effekt

Die Entfestigung besitzt bei der virtuellen Betriebsfestigkeitsauslegung bisweilen einen weniger praktischen Hintergrund. Die häufig auftretenden maximalen Kraftamplituden bei Betriebslasten führen schnell zu einem stationären Zustand. Die Materialentfestigung stagniert. Wird die Deformation des Elastomers im Fahrwerklager jedoch weiter gesteigert, z.B. durch Aufbringen einer Sonderlast, so tritt eine erneute Entfestigung auf. Da zudem die Höhe der Entfestigung von der Materialstreckung bzw. Auslenkungsamplitude abhängt, wird der Mullins-Effekt in diesem Abschnitt im Hochlastbereich untersucht.

Die Untersuchung des Mullins-Effekts im hohen Lastbereich erfolgt unter anderem anhand quasistatischer Anregungen mit unterschiedlichen Amplitudenhöhen. In Abbildung 3.4 sind oben für einen Prüfling des Querlenkerlagers die ersten zehn Schwingspiele zweier quasistatischer Anregungen in radialer Hauptrichtung (Nierenrichtung) mit konstanten Wegamplituden dargestellt. Das Querlenkerlager weist zwei Nieren in radialer Hauptrichtung auf, wodurch eine relativ kleine, nahezu lineare Steifigkeit von c=340 N/mm  $\pm 10$  % im Auslenkungsbereich der Nierengröße -2.5 < x < 0 mm erreicht wird. Sobald der Spalt zwischen Lagerkern und äußerem Anschlagpuffer geschlossen wird, steigt die Steifigkeit progressiv an. Neben den ersten 10

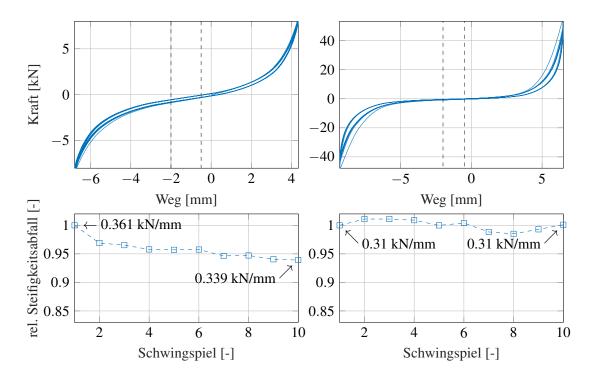


Abb. 3.4.: Mullins-Effekt im Querlenkerlager: Kraft-Weg-Kennlinie der ersten 10 Schwingspiele (oben) und norm. Steifigkeitsabnahme (unten)

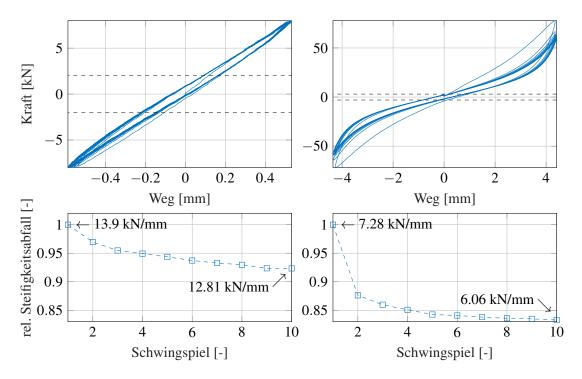


Abb. 3.5.: Mullins-Effekt im Federlenkerlager: Kraft-Weg-Kennlinie der ersten 10 Schwingspiele (oben) und norm. Steifigkeitsabnahme (unten)

Schwingspielen zeigt Abbildung 3.4 unten den normierten Steifigkeitsabfall auf, der sich auf das erste Schwingspiel bezieht. Die Steifigkeitsauswertung erfolgt dabei nach Gleichung 2.7 an den vertikalen, gestrichelten Linien. Für die kleine Auslenkungsamplitude  $\hat{x}=5.5$  mm ist ein Abfall der linearen Steifigkeit von  $\Delta c\approx 6$  % nach 10 Zyklen zu erkennen. Die anschließende Erhöhung der Amplitude auf  $\hat{x}=7.8$  mm führt lediglich in der Progression zur Entfestigung, wodurch sich die Lageranschläge zu betragsmäßig höheren Auslenkungen verschieben. Die Steifigkeit im linearen Bereich verweilt nahezu auf einem konstanten Wert. Eine Anregung in Stegrichtung auf dem Kraftniveau von  $\pm 8$  kN führt auf eine Steifigkeitsabnahme von  $\Delta c\approx 4$  %. Bei Erhöhung des Kraftniveaus in Stegrichtung ist im Gegensatz zur Nierenrichtung ein weiterer Steifigkeitsabfall zu beobachten.

Der Mullins-Effekt für einen Prüfling des vorgespannten Federlenkerlagers in radialer Hauptrichtung ist in Abbildung 3.5 illustriert. Mit gleichem Elastomerwerkstoff und nahezu übereinstimmender Shore A Härte weist es im Vergleich zum Querlenkerlager im Nulldurchgang mit c=11 kN/mm  $\pm 10$  % eine deutlich höhere Steifigkeit auf. Ursächlich sind die Vollgummikontur, die Vorspannung und das Metall-Inlay. Das Federlenkerlager verliert nach 10 Schwingspielen auf dem Kraftniveau von 8 kN ( $\hat{x}=0.55$  mm) etwa 8 % seiner Ausgangssteifigkeit (vgl. Abb. 3.4 links). Im Gegensatz zum Querlenkerlager ist bei der größeren Amplitude  $\hat{x}=4.3$  mm eine hohe Entfestigung festzustellen (s. Abb. 3.5 rechts). Die Steifigkeit reduziert sich im linearen Bereich nach 10 Schwingspielen um knapp 17 %. Um die Steifigkeiten nach den beiden Anregungen mit  $\hat{x}=0.55$  bzw. 4.3 mm miteinander vergleichen zu können und dabei den Payne-Effekt nicht zu berücksichtigen, wird ein weiterer Zyklus auf dem Kraftniveau der kleineren Amplitude (8 kN) gemessen. Es resultiert eine Steifigkeitsreduzierung von 12.81 kN/mm auf 7.11 kN/mm nach 10 Schwingspielen mit  $\hat{x}=4.3$  mm. Dies entspricht einem Abfall von ca. 45 %.

#### 3. Experimentelle Untersuchungen

Die weiterhin untersuchten Vollgummi- und Nierenlager (s. Abb. 2.7) weisen ein qualitativ analoges Verhalten zu dem Federlenker- bzw. Querlenkerlager auf. Die Ursache für die unterschiedliche Ausprägung des Mullins-Effekts in den beiden Lagertypen liegt in den unterschiedlichen Verzerrungszuständen. Wie in Abschnitt 2.3.3 erwähnt, steigt der Entfestigungsgrad mit der Streckung des Materials. Im Gegensatz zum Federlenkerlager treten im Querlenkerlager geringe Verzerrungen im Elastomer durch die Nieren und die damit einhergehende größere freie Elastomeroberfläche auf. In Abschnitt 4.2 folgt eine detaillierte Betrachtung der lokalen Dehnungen in einem Nieren- und Vollgummilager mittels numerischer FE-Simulationen.

In der Literatur wird der Mullins-Effekt als ein quasistatisches Phänomen referenziert. Die durch Sonderereignisse induzierten Lasten werden jedoch dynamisch f > 10 Hz in die Fahrwerkstruktur eingeleitet (s. Abb. 3.3). Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit die Entfestigung bei harmonischen Sinus-Anregungen mit konstanter Amplitude und steigender Anregungsfrequenz untersucht. Da beim Querlenkerlager kein Steifigkeitsabfall im linearen Bereich durch den Mullins-Effekt auftritt, dafür jedoch in der Progression (s. Abb. 3.4 rechts), wird als Maß für die Entfestigung die pro Schwingspiel geleistete Verlustarbeit herangezogen. Die Verlustarbeit fällt dabei mit zunehmenden Schwingspielen ab und konvergiert gegen einen konstanten Wert. Abbildung 3.6 veranschaulicht das Messergebnis von jeweils vier, zuvor unbelasteten Prüflingen. Es ist gezielt eine normierte Darstellung der Verlustarbeit über der Schwingspielzahl gewählt, um beide Lagertypen miteinander vergleichen zu können und den Effekt aus der Viskoelastizität nicht darzustellen. Es kann beobachtet werden, dass der Abbau der Verlustarbeit über der Schwingspielzahl mit steigender Anregungsfrequenz abnimmt und damit einhergehend die Entfestigung des Materials. Die Grundsteifigkeit des Federlenkerlagers reduziert sich bspw. nach drei Schwingspielen mit  $\hat{x} = 4.5 \text{ mm}$  ( $\hat{F} \approx 75 \text{ kN}$ ) und f = 0.1 Hzum 41 %, bei einer erhöhten Frequenz von f = 20 Hz um 33.5 %. Weiterhin zeigt eine an die 10 Schwingspiele mit f = 20 Hz anschließend quasistatische Messung das bestehende Entfestigungspotenzial auf: die Grundsteifigkeit fällt um weitere 3 % ab. Im direkten Vergleich der in Abbildung 3.6 dargestellten Lagertypen weisen beide Lager im ersten Schwingspiel die größte Entfestigung auf. Der prozentuale Abbau der Verlustarbeit ist jedoch im Federlenkerlager nach 10 Schwingspielen um ca. 15 % höher. Das erwähnte, höhere Entfestigungspotenzial des Vollgummilagers bestätigt sich. Ein möglicher Erklärungsansatz für dieses Phänomen sind die

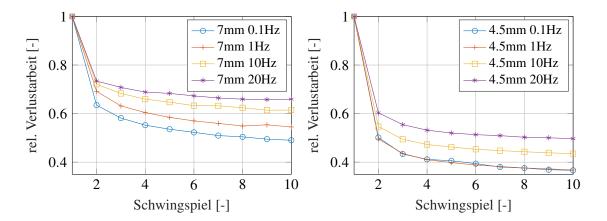


Abb. 3.6.: Mullins-Effekt: Norm. Verlustarbeit der ersten 10 Schwingspiele für das Querlenker- (links) und Federlenkerlager (rechts) bei verschiedenen Anregungsfrequenzen

unterschiedlichen Verweildauern im hohen Lastbereich. Die Verweildauer gibt die Summe der Zeiten an, in denen das Signal innerhalb einer Klassengrenze verweilt [48]. Ausgehend von einem Schwingspiel eines harmonischen Signals resultiert die Verweildauer  $\Delta t$  innerhalb einer definierten Klassengrenze  $(a_1\hat{x} \le x < a_2\hat{x})$  zu

$$\Delta t = 2/(\pi f) \left( \sin^{-1} a_2 - \sin^{-1} a_1 \right) . \tag{3.1}$$

Damit gilt für harmonische Signale  $\Delta t \propto 1/f$ . In Bezug auf die in Abbildung 3.6 dargestellten Ergebnisse bedeutet dies bspw., dass innerhalb eines Schwingspiels die Verweildauer einer Klassengrenze bei einer Frequenz von 0.1 Hz um den Faktor 100 größer als bei 10 Hz ist. Durch eine geringere Verweildauer im hohen Lastbereich bei höheren Frequenzen besteht weniger Zeit für die molekularen Umbauprozesse, die den Mullins-Effekt hervorrufen.

Alle weiter untersuchten Elastomerlager weisen qualitativ ein analoges Verhalten auf, die Ausprägung des Effekts nimmt dabei vom vorgespannten Vollgummilager über das symmetrische Buchsenlager hin zum Nierenlager ab. Somit hat zusammenfassend betrachtet die Amplitude sowie die konstruktive Ausprägung einen sehr starken Einfluss auf den Mullins-Effekt. Weiterhin wird die Höhe der Entfestigung von der Frequenz beeinflusst.

#### 3.3.2. Relaxationsverhalten

Die Relaxationsmessung ist ein bewährtes Mittel, um die Zeitabhängigkeit und damit die viskoelastischen Eigenschaften des Materials zu untersuchen. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Relaxationsmessungen am Material und Elastomerlager beinhaltet Anregungsamplituden im Bereich der Betriebs- und Sonderlasten. Die Messungen im hohen Lastbereich zeigen auf, dass sich das reine Elastomer sowie das gesamte Bauteil bei großen Verformungen nichtlinear viskos verhält (s. Abs. 2.3.2). In Abbildung 3.7 links sind die normalisierten Relaxationskurven des Elastomers des Schubstrebenlagers für den uniaxialen Belastungszustand dargestellt. Die Abhängigkeit der Relaxationsgeschwindigkeit von der Dehnung ist für alle gemessenen Amplituden deutlich zu erkennen (s. Gl. 2.13). Die Spannung relaxiert nach t=1000 s bei der Dehnung  $\varepsilon=50$  % auf ca. 91 % und bei  $\varepsilon=125$  % auf ca. 85 % der Ausgangsspannung. Im Falle des Bauteilverhaltens ist bei radialer Auslenkung des Kerns ab einer Auslenkung von

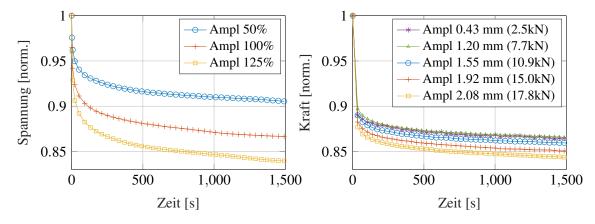


Abb. 3.7.: Relaxation: Relaxationskurven des Schubstrebenlagers auf Materialebene für uniaxialen Zug (links) und auf Bauteilebene für radiale Auslenkungen (rechts)

ca. 1.6 mm ebenso eine Dehnungsabhängigkeit zu beobachten (s. Abb. 3.7 rechts). Große Verformungen führen somit zu einer gesteigerten Relaxationsgeschwindigkeit sowie gesteigertem Spannungsabbau. Im Bereich von Auslenkungen  $\hat{x} = < 1.6$  mm kann das Bauteilverhalten des Schubstrebenlagers durch die lineare Viskoelastizität angenähert werden.

#### **Equilibrium-Kennlinie**

Die quasistatische Hysterese tritt bei Elastomeren auch bei sehr kleinen Anregungsgeschwindigkeiten bzw. -frequenzen (f < 0.1 Hz) auf. Die Kraftantwort ist neben dem elastischen Anteil dabei immer mit einem viskosen Anteil sowie einem Reibanteil überlagert. Um das rein elastische Verhalten des Materials zu erhalten, können während eines Anregungszyklus verschiedene Auslenkungsstufen angefahren und gehalten werden. Die Prozesssteuerung für die Weganregung ist in Abbildung 3.8 links veranschaulicht. Während der integrierten Haltezeiten relaxiert das Material. Die Relaxationsphasen enden nach jeweils t = 40 min in den in Abbildung 3.8 rot gekennzeichneten Relaxationspunkten. Die Hysterese aus der Relaxationsmessung des Schubstrebenlagers ist beispielhaft der Abbildung 3.8 rechts zu entnehmen. Bei der Unterbrechung positiver Anregungsgeschwindigkeiten (auf dem oberen Hystereseast) sinkt die Kraft während der Haltezeit. Bei negativen Geschwindigkeiten (auf dem unteren Hystereseast) steigt sie hingegen, wodurch sich die Relaxationspunkte des oberen und unteren Hystereseastes aufeinander zubewegen. Die Relaxationspunkte liegen nicht direkt aufeinander. Dies deutet darauf hin, dass das volle Relaxationsvermögen nicht erreicht ist. Durch die Verbindung der Relaxationspunkte zu einer Schleife entsteht eine sehr schmale Hysterese, die jedoch vernachlässigt werden kann. Aus der Mittelung der Relaxationspunkte einer Auslenkungsstufe resultiert die relaxierte Kennlinie, die im weiteren Kontext auch als Equilibrium-Kennlinie bezeichnet wird [87]. Sie repräsentiert das rein elastische Verhalten des Elastomerlagers und wird bei der folgenden Messauswertung sowie im Kapitel Modellbildung herangezogen (s. Kap. 6).

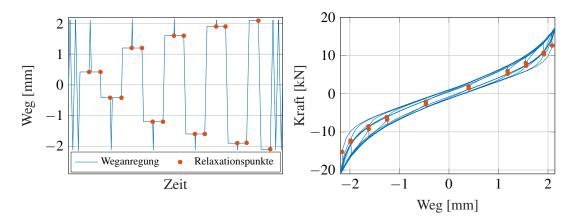


Abb. 3.8.: Equilibrium: Prozesssteuerung (links) und Kraft-Weg-Kennlinie (rechts) der Relaxationsmessung

## 3.3.3. Quasistische Hysterese

Die Kraft-Weg-Kennlinie der Elastomerlager zeichnet sich in radialer Richtung durch ein ausgeprägt progressives Verhalten aus. Abbildungen 3.9 oben veranschaulicht die Kraft-Weg-Hysteresen für ein Vollgummi- (links) und Nierenlager (rechts). Neben den quasistatischen Hysteresen sind die Equilibrium-Kennlinien der Lager dargestellt. Aus der Differenz der quasistati-

schen Kraft-Weg- und Equilibrium-Kennlinie resultiert der dissipative Anteil, der fortlaufend als reine Hysterese bezeichnet wird. In Abbildung 3.9 unten sind die reinen Hysteresen unterschiedlicher Amplituden der beiden Lager dargestellt. Für kleinere Amplituden ( $\hat{x} \le 1$  mm) nehmen die reinen Hysteresen eine elliptische Form an und weisen im Nulldurchgang die größte Breite auf. Bei jeweils größeren, zur Progression führenden Amplituden, nimmt der Gradient des Kraftanstiegspfads mit steigender Auslenkung zu. Neben der Versteifung im Kraftanstiegspfad ist eine Zunahme des Kraftgradienten nach Richtungsumkehr erkennbar. Dies führt zu einem Überschwingen und schließlich zu einem Verschieben der maximalen Hysteresebreite in Richtung der Umkehrpunkte. Das Verhältnis der maximalen Hysteresebreite zur Breite im Nulldurchgang beträgt beim Federlenkerlager ca. 2.77 für die größte Amplitude. Im Zugstrebenlager beträgt dieses Verhältnis in etwa 77.3, womit die Hystereseaufweitung im Nierenlager im Vergleich zum Vollgummilager deutlich ausgeprägter ausfällt. Die Ausbildung der Hysterese lässt sich allgemein im Auf- und Abbau der Van-der-Waals-Kräfte zwischen benachbarten, sich relativ zueinander bewegenden Molekülketten begründen (s. Abs. 2.3.4). Ein möglicher Erklärungsansatz für die Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten ist die vermehrte Ausbildung dieser schwachen Bindungen infolge stark verzerrter, parallelisierter Molekülkettensegmente im hohen Lastbereich.

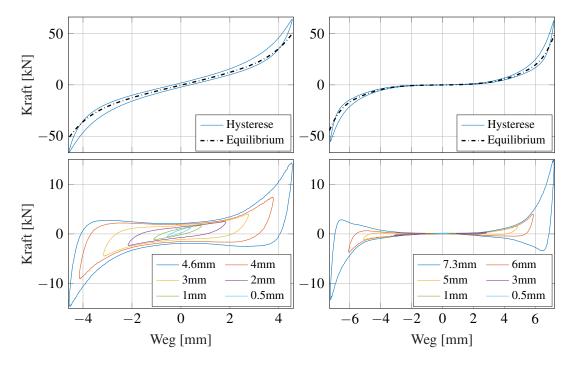


Abb. 3.9.: Quasistat. Hysterese: Hysterese sowie Equilibrium-Kennlinie (oben) und reine Hysteresen (unten) des Federlenkerlagers (links) und des Zugstrebenlagers (rechts)

Neben der reinen Hysterese veranschaulicht das Federlenkerlager den Effekt der bleibenden Dehnung (s. Abb. 3.9 links unten). Beginnend mit der kleinsten Auslenkungsamplitude berühren die jeweiligen Hystereseäste annähernd die der folgenden Auslenkungsamplitude. Ab der Amplitude  $\hat{x} \ge 3$  mm vergrößert sich der Abstand zwischen den Hysteresen, was im Besonderen an den Umkehrpunkten deutlich erkennbar ist. Die bleibende Dehnung tritt ebenso im Zugstrebenlager in Nierenrichtung auf (s. Abb. 3.9 rechts unten). Die Ausprägung des Effektes fällt

#### 3. Experimentelle Untersuchungen

im Vergleich zum Federlenkerlager geringer aus. Die Ursachen sind zum einen die geringeren Verzerrungen im Stegbereich, zum anderen das passive Verhalten des Anschlagpuffers sobald sich die Niere beim Entlasten öffnet.

In Abbildung 3.9 beträgt der Arbeitspunkt bzw. Lastmittelwert null. Im Fahrwerk kann es jedoch zur Verschiebung des Arbeitspunktes durch Gravitations- und Trägheitskräfte kommen. So wirkt bspw. einerseits die Aufbaumasse auf das Federbeinfußpunktlager. Andererseits werden Trägheits-induzierte Längs- und Querkräfte während Beschleunigungsvorgängen, wie Anfahren, Bremsen oder eine Kreisfahrt, zu großen Teilen im Zugstreben- bzw. Federlenkerlager abgesetzt. Bei diesen Belastungssituationen verschiebt sich der Arbeitspunkt auf der Grundkennlinie des Elastomerlagers in positive oder negative Richtung. Das untersuchte Zugstrebenlager wird bei einer starken Bremsung mit etwa 7 kN belastet. Zusätzliche Anregungen durch Fahrbahnunebenheiten sind dieser Vorlast überlagert. Der Einfluss der Vorlast von 7 kN auf die quasistatische Hysterese des Zugstrebenlagers ist in Abbildung 3.10 oben anhand zweier quasistatischer Hysteresen mit der Amplitude  $\hat{x} = 0.5$  mm und 1 mm veranschaulicht. Grundsätzlich gilt für alle untersuchten Elastomerlager, dass eine Kraft-Weg-Hysterese mit oder ohne Vorlast von der nächst größeren eingeschlossen ist. So umhüllt die Hysterese mit  $\hat{x} = 6$  mm alle dargestellten, kleineren Hysteresen. Je nachdem wann die Progression der Grundkennlinie eintritt, erhöht sich die Steifigkeit des Lagers mit steigender Vorlast. In diesem Fall erhöht sich die Steifigkeit der Kraft-Weg-Kennlinie mit  $\hat{x} = 0.5$  mm von 0.33 kN/mm auf 5.8 kN/mm. Neben der Steifigkeit nimmt ebenso die Verlustarbeit unter Vorlast rapide zu. In Abbildung 3.10 unten sind die Hysteresebreiten über der Auslenkung aufgetragen. Für die große Hysterese mit  $\hat{x} = 6$  mm ergibt sich an den Umkehrpunkten die größte Hysteresebreite. Die Hysteresebreiten der Amplitude  $\hat{x} = 0.5$  mm bzw. 1 mm verhalten sich unter verschiedenen Vorlasten divergent. Ohne Vorlast bilden sich im linearen Bereich der Grundkennlinie Hysteresen mit elliptischer

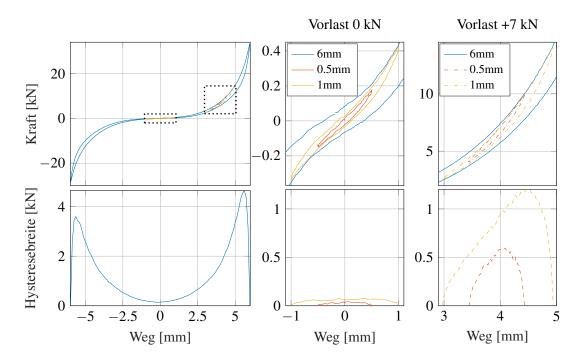


Abb. 3.10.: Quasistat. Hysterese: Hysteresen des Zugstrebenlagers (oben) und Hysteresebreiten (unten) ohne Vorlast (mitte) sowie mit +7 kN Vorlast (rechts)

Form aus. Mit der Vorlast von 7 kN verschiebt sich der Arbeitspunkt der quasistatischen Hysteresen in die Progression, wodurch die Verlustarbeit stark zunimmt. Die Verlustarbeit erhöht sich dabei von  $W_{loss}(\hat{x}=0.5)=0.027$  Nm auf 0.41 Nm bzw. von  $W_{loss}(\hat{x}=1)=0.11$  Nm auf 1.51 Nm. Die Hysteresen mit Vorlast weisen am Umkehrpunkt der absolut betrachtet maximalen Kraft die größte Breite auf. Alle weiter untersuchten Elastomerlager zeigen ein qualitativ analoges Verhalten bezüglich der quasistatischen Hysterese.

# 3.3.4. Eigenerwärmung

Die aufgrund des Lastniveaus auftretende hohe Verlustarbeit in den Elastomerlagern wird in thermische Energie umgesetzt. Vollgummilager weisen im Vergleich zu Nierenlagern ein verstärktes Potential der Eigenerwärmung auf, da durch ihre geringe freie Oberfläche weniger Wärme abgeleitet werden kann. Der Wärmeleitkoeffizient des Elastomers von  $\lambda < 1$  W/mK begünstigt diesen Effekt. Aus diesem Grund wird vor der Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften die Eigenerwärmung der Vollgummilager untersucht, um das dynamische Messprogramm so zu gestalten, dass möglichst keine Effekte aus der Eigenerwärmung Einfluss auf die Messergebnisse nehmen.

Im Rahmen der Arbeit wird die Eigenerwärmung in den Elastomerkörpern der Lager anhand sinusförmiger Anregungen in Abhängigkeit der Auslenkungsamplitude und Frequenz an ruhender Luft untersucht. Die Elastomerlager sind in einem Prüfring aus Stahl adaptiert und werden einaxial angeregt. Die Temperaturmessung erfolgt mit einem Thermoelement, dessen Messspitze in stark verzerrten Elastomerbereichen platziert ist. Es wird angenommen, dass der theoretische Messfehler, der infolge einer Erwärmung durch Kontaktreibung zwischen Messspitze und Elastomer entstehen kann, vernachlässigbar ist. Die Temperatursignale des Federlenkerlagers klingen nach Beendigung der harmonischen Anregung erst nach einer Dauer von  $\Delta t_1 = 10 \, \mathrm{s}$  signifikant ab. Nach  $\Delta t_2 \approx 50 \, \mathrm{min}$  entspricht die Elastomertemperatur wieder der Raumtemperatur (22 °C). Dieses Abkühlverhalten deutet darauf hin, dass die Wärmemenge in großen Bereichen des Elastomerkörpers und nicht an einer lokalen Stelle um die Thermoelementmessspitze verteilt ist.

Die Eigenerwärmung des Führungslagers infolge der harmonischen Sinusanregungen ist in Ab-

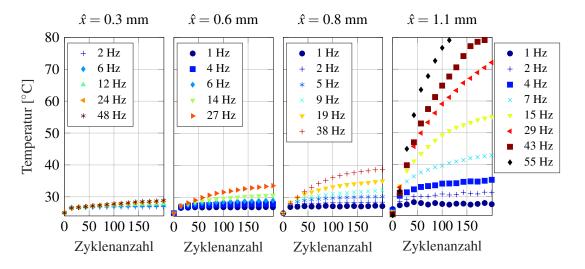


Abb. 3.11.: Eigenerwärmung des Führungslagers infolge harmonischer Sinusanregungen

bildung 3.11 illustriert. Obwohl der Messaufbau durch Wärmeleitung und -strahlung kein adiabates System darstellt, zeigen sich die theoretischen Zusammenhänge aus Gleichung 2.21. Die Eigenerwärmung hängt maßgeblich von der Anregungsamplitude ab und nimmt mit steigender Amplitude progressiv zu. Die Frequenzabhängigkeit äußert sich in einer degressiven Zunahme der Eigenerwärmung. Bei den folgenden dynamischen Charakterisierungen muss die Eigenerwärmung im hohen Lastbereich beachtet werden. Um eine weitestgehend konstante Temperatur im Elastomerkörper des Prüflings zu gewährleisten, wird die Anzahl an aufeinanderfolgenden Schwingspielen auf maximal 35 Zyklen begrenzt und am Prüfling eine Kühlung mit Raumluft installiert. Ferner werden Pausezeiten zwischen den einzelnen Frequenz- und Amplitudenstufen eingefügt.

# 3.3.5. Dynamische Charakterisierung

Die dynamische Charakterisierung der Elastomerlager mittels Sinusanregungen erfolgt im Frequenzbereich von  $0 < f \le 40$  Hz. Die individuell definierten Amplitudenstufen jedes Elastomerlagers ergeben sich aus dem aus Messungen bekannten Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse. Da die Lager in diesem Bereich eine starke Nichtlinearität aufweisen, wird die Steifigkeit anhand Gleichung 2.7 mittels definierten Abtastpunkten im linearen Bereich ausgewertet. Für die Bewertung der dämpfenden Eigenschaften wird die Verlustarbeit herangezogen.

Die dynamischen Steifigkeiten der untersuchten Lager, abgesehen vom hydraulischen Zugstrebenlager, weisen qualitativ die gleichen Charakteristika auf. Über der Frequenz nimmt die Steifigkeit bis etwa 5 Hz degressive zu, darüber hinaus ist eine geringere, lineare Zunahme erkennbar (s. Abb. 3.12 und 3.13). Die dynamische Verhärtung nimmt dabei mit steigender Auslenkungsamplitude ab. Neben der Reduzierung des degressiven Steifigkeitszuwachs im Bereich 0 < f < 5 Hz fällt der lineare Anstieg der dynamischen Steifigkeit oberhalb von 5 Hz ab. So beträgt bspw. der Anstieg der dynamischen Steifigkeit ab 5 Hz beim Schubstrebenlager 7.47 N/(mm Hz) für  $\hat{x} = 0.56$  mm und 6.76 N/(mm Hz) für  $\hat{x} = 1.67$  mm. Für das Führungslager ergeben sich 34.2 N/(mm Hz) für  $\hat{x} = 0.18$  mm und 16.6 N/(mm Hz) für  $\hat{x} = 1.06$  mm. Die Amplitudenabhängigkeit der Elastomerlager ist qualitativ der des reinen Materials gleichzusetzen (s. Abs. 2.3.4). Es zeigt sich der nach PAYNE bekannte Effekt: mit steigender Amplitude sinkt die Steifigkeit der Lager (s. Abb. 3.12 und 3.13). In Abbildung 3.14 ist die dynamische

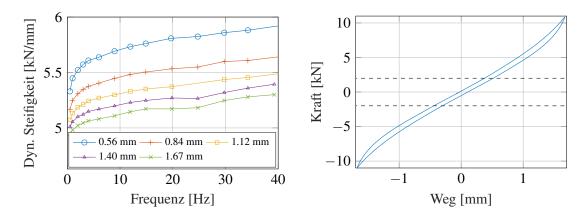


Abb. 3.12.: Dyn. Steifigkeit (links) und quasistat. Hysterese mit Auswertebereich (rechts) des Schubstrebenlagers in radialer Richtung

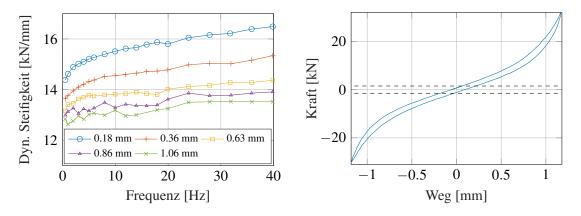


Abb. 3.13.: Dyn. Steifigkeit (links) und quasistat. Hysterese mit Auswertebereich (rechts) des Führungslagers in radialer Richtung

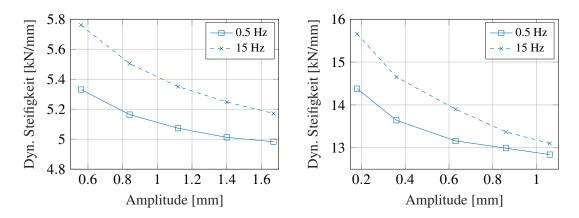


Abb. 3.14.: Payne-Effekt: Dyn. Steifigkeit über der Amplitude des Schubstreben- (links) und des Führungslagers (rechts) in radialer Richtung

Steifigkeit des Schubstreben- und Führungslagers für 0.5 Hz und 15 Hz über der Auslenkungsamplitude aufgetragen. Beide Elastomerlager weisen den regressiven Zusammenhang der Steifigkeit über der Amplitude auf. Damit ist der Payne-Effekt im hohen Lastbereich gegenüber dem Kleinsignalbereich schwächer ausgeprägt. Der höhere Steifigkeitsabfall bei 15 Hz kann mit der dynamischen Verhärtung begründet werden. Diese sinkt mit steigender Amplitude. Eine Vorlast, die den Arbeitspunkt in die Progression verschiebt, bewirkt eine Erhöhung der dynamischen Steifigkeit. In Abbildung 3.15 ist die dynamische Steifigkeit des Schubstrebenlagers unter einer Vorlast von F = 4 kN bzw. die des Zugstrebenlagers unter F = 7 kN dargestellt. Im Falle des Schubstrebenlagers erhöht sich die dynamische Steifigkeit um etwa 1,2 kN/mm (vgl. Abb. 3.12 links). Die dynamische Verhärtung und die Amplitudenabhängigkeit bleiben unverändert. Das Zugstrebenlager hat unter quasistatischer Anregung bei  $\hat{x} = 1$  mm eine Steifigkeit von  $c_{dyn} = 0.3$  kN/mm. Unter der Vorlast von 7 kN steigt diese auf  $c_{dyn} = 5.65$  kN/mm an. Auch hier bleibt der Payne-Effekt erhalten. Bei beiden Messung fällt auf, dass der degressive Steifigkeitsverlauf im Bereich 0 < f < 5 Hz mit steigender Amplitude verschwindet. Für die größte gemessene Amplitude ergibt sich annähernd ein linearer Verlauf der Steifigkeit über dem betrachteten Frequenzbereich.

Neben der Vorlast hat die Temperatur einen maßgeblichen Einfluss auf die statische und dy-

#### 3. Experimentelle Untersuchungen

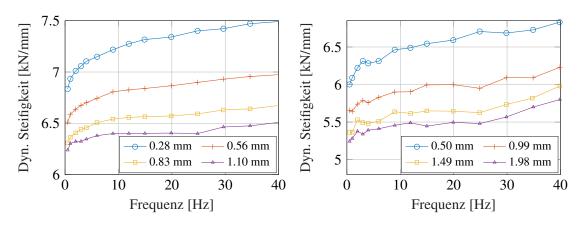


Abb. 3.15.: Vorlastabhängigkeit der dyn. Steifigkeit des Schubstreben- (4kN, links) und des Zugstrebenlagers (7kN, rechts) in radialer Richtung

namische Steifigkeit. Die Elastomertemperatur der Fahrwerklager wird durch die Eigenerwärmung, die Außenlufttemperatur und die Motorabwärme beeinflusst. Dabei spielen die Fahrtgeschwindigkeit und die Motorlast eine wesentliche Rolle. So können bspw. bei einer langsamen Bergfahrt unter Volllast sehr hohe Temperaturen durch hohe Motorabwärme und geringe Luftzirkulation entstehen. Minimale und maximale Umgebungstemperaturen an Fahrwerklagern nehmen damit in extremen Fällen Werte weit unter null bzw. Werte bis etwa  $100\,^{\circ}\mathrm{C}$  an. Abbildung 3.16 illustriert die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Steifigkeit des Schubstrebenund Querlenkerlagers in radialer Belastungsrichtung für zwei Frequenzen. Eine Temperaturerhöhung von RT auf  $80\,^{\circ}\mathrm{C}$  bewirkt eine Steifigkeitszunahme von rund  $12\,\%$  im Schubstrebenlager und etwa  $9\,\%$  im Querlenkerlager. Im vorgespannten Federlenkerlager und im Führungslager, das eine sehr geringe freie Oberfläche aufweist, ergibt sich bei selbiger Temperaturspanne eine Steifigkeitserhöhung von maximal  $17\,\%$  bzw.  $23\,\%$ . Allen geprüften Lagern ist gemein, dass sich mit steigender Amplitude der Einfluss der Temperatur auf  $c_{dyn}$  vergrößert. Das temperaturabhängige Bauteilverhalten steht konträr zum reinen Materialverhalten (s. Abs. 2.3.6), welches sich in einer Steifigkeitsreduktion äußert. Die Steifigkeitszunahme des Elastomerlagers

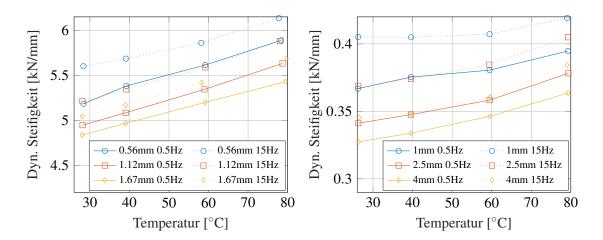


Abb. 3.16.: Temperaturabhängigkeit der dyn. Steifigkeit des Schubstreben- (links) und des Querlenkerlagers (rechts) in radialer Richtung

kann in der thermischen Ausdehnung des Elastomerkörpers begründet werden, die mit Temperaturerhöhung erhöhte Druckspannungen im Elastomer induziert. Detailliertere Ausführungen zu der temperaturabhängigen Steifigkeit folgen im Kapitel "Numerische Untersuchungen" (s. Abs. 4.4).

Die dynamische Verhärtung hat neben der dynamischen Steifigkeit ebenso Auswirkungen auf die Verlustarbeit. Grundsätzlich nimmt die Verlustarbeit für konventionelle Elastomerlager über der Anregungsfrequenz zu. In Abbildung 3.17 ist das frequenzabhängige Verhalten der Verlustarbeit eines Vollgummi- (links) und Nierenlagers (rechts) im logarithmischen Maßstab dargestellt. Der qualitative Verlauf der Verlustarbeit über der Frequenz ist mit dem der dynamischen Steifigkeit vergleichbar. Es stellt sich ein degressiver Verlauf ein. Im Bereich von  $0 < f \le 40~{\rm Hz}$  ist dabei eine Zunahme der Verlustarbeit von 40~% bis 60~% für alle konventionellen Elastomerlager zu beobachten, wobei der relative Verlustarbeitszuwachs über der Frequenz mit steigender Amplitude sinkt. Eine mögliche Ursache dieser Beobachtung könnte die Eigenerwärmung der Lager sein. Trotz Kühlung und Pausenzeiten kann bei der dynamischen Charakterisierung nicht gewährleistet werden, dass bei den besonders hohen Amplituden die Elastomertemperatur auf konstantem Niveau verweilt. Eine Folge einer erhöhten Elastomertemperatur ist die Absenkung der Verlustarbeit, auf die im Laufe dieser Arbeit genauer eingegangen wird.

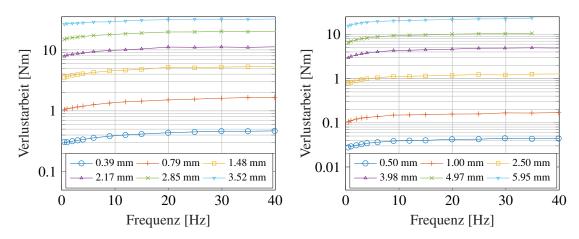


Abb. 3.17.: Verlustarbeit des Federlenker- (links) und des Zugstrebenlagers (rechts) in radialer Richtung

Betragsmäßig betrachtet weist das Federlenkerlager bei in etwa gleicher geometrischer äußerer Abmessung der beiden Lager eine deutlich höhere Verlustarbeit auf. Bei einer Amplitude von  $\hat{x}=0.5$  bzw. 2.5 mm und einer Frequenz von f=0.5 Hz ergeben sich im Federlenkerlager Werte der Verlustarbeit von ca.  $W_{loss}=0.513$  Nm bzw. 11.25 Nm, im Zugstrebenlager lediglich  $W_{loss}=0.0276$  Nm bzw. 0.784 Nm (s. Abb. 3.18). Ursächlich ist der unterschiedliche Verzerrungszustand in den Lagern. Im Federlenkerlager resultieren aus einer radialen Auslenkung des Kerns relativ zum Nierenlager betrachtet im gesamten Umfang höhere Verzerrungen, die wiederum zu der erhöhten Verlustarbeit führen.

Die Amplitudenabhängigkeit der Verlustarbeit äußert sich für alle untersuchten konventionellen Elastomerlager in einer progressiven Zunahme. Abbildung 3.18 veranschaulicht den Verlustarbeitszuwachs des Federlenker- und Zugstrebenlagers über der Amplitude. Der progressive Verlauf ist dabei beim Zugstrebenlager stärker ausgeprägt, da Nierenlager im Vergleich zu Vollgummilagern in radialer Hauptrichtung eine größere Hystereseaufweitung bei steigender Amplitude aufweisen (s. Abb. 3.9). Abbildung 3.18 illustriert zudem die Verlustarbeit bei einer

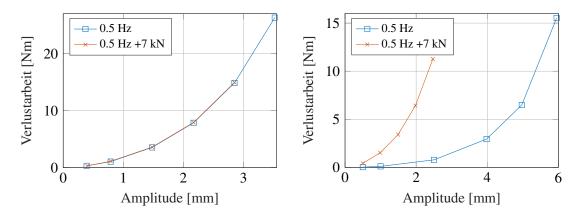


Abb. 3.18.: Verlustarbeit über der Amplitude des Federlenker- (links) und des Zugstrebenlagers (rechts) in radialer Richtung ohne und mit 7 kN Vorlast

Vorlast von 7 kN. Der Vorlasteinfluss auf das Zugstrebenlager ist deutlich zu erkennen. Die Vorlast bewirkt das Schließen des Nierenbereiches, wodurch der Anschlagpuffer im ständigen Kontakt mit dem Lagerkern steht. Der Arbeitspunkt befindet sich damit im Bereich der Progression des Zugstrebenlagers. Die Folge ist eine stark erhöhte Verlustarbeit unter der gegebenen Vorlast. Auf das Federlenkerlager hat die Vorlast im dargestellten Amplitudenbereich keinen markanten Einfluss. Die Ursache liegt in dem relativ breiten linearen Bereich  $-3 < \hat{x} < 3$  mm  $(-25 < \hat{F} < 25 \text{ kN})$  des Lagers. Lediglich die Amplitude  $\hat{x} = 2.85 \text{ mm}$  reicht unter der Vorlast von 7 kN in die Progression des Federlenkerlagers hinein. Dabei weitet sich die dazugehörige Hysterese in der Progression auf der einen Seite auf, verjüngt sich jedoch auf der anderen. Hierdurch stellt sich bei der hier dargestellten Vorlast im Federlenkerlager keine Erhöhung der Verlustarbeit ein. Das Schubstrebenlager, welches dem Federlenkerlager als Vollgummilager ähnelt, zeigt eine um etwa 25 % erhöhte Verlustarbeit unter einer Vorlast von 4 kN auf. Bei Verdopplung der Vorlast wird beim Schubstrebenlager der Arbeitspunkt bis in die Progression verschoben. Die Verlustarbeit erhöht sich dabei um den Faktor zwei. Die weiterhin geprüften Nierenlager verhalten sich analog dem Zugstrebenlager. Damit wirkt sich besonders bei Nierenlagern die Vorlast sensitiv auf die Verlustarbeit aus. Bei Vollgummilagern ist der Vorlasteinfluss hingegen schwächer ausgeprägt.

Eine Temperaturerhöhung führt bei allen konventionellen Elastomerlagern zu einer Reduktion der Verlustarbeit. Bauteil- und Materialverhalten stimmen damit überein (s. Abs. 2.3.6). Abbildung 3.19 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Verlustarbeit des Federlenker- und Zugstrebelagers im Temperaturbereich von  $RT < \vartheta < 80$  °C auf. Dabei sind jeweils drei Amplituden mit f = 0.5 Hz und 15 Hz dargestellt. Es kann beobachtet werden, dass die Verlustarbeit bei erhöhter Frequenz über der Temperatur stärker abfällt. So reduziert sich bspw. die Verlustarbeit des Federlenkerlagers bei einer Temperaturerhöhung von RT auf 80 °C bei der Amplitude  $\hat{x} = 2.17$  mm um 13.1 % bei f = 0.5 Hz bzw. um 43.2 % bei f = 15 Hz. Im Zugstrebenlager fällt die Verlustarbeit bei gleicher Temperaturerhöhung und größter Amplitude um 26.5 % bei f = 0.5 Hz bzw. um 35.9 % bei f = 15 Hz ab. Die Reduktion der Verlustarbeit kann in der temperaturabhängigen Bindungsenergie der Van-der-Waals-Kräfte begründet werden. Je höher die Temperatur ist, desto schwächer sind die Bindungen zwischen den Elastomerketten. Demzufolge verringert sich die Breite der quasistatischen Hysterese bei Erwärmung des Elastomers. Ferner ist der größere, temperaturabhängige Verlustarbeitsabfall bei erhöhter Frequenz mit einer reduzierten dynamischen Verhärtung zu begründen. Durch eine Temperaturerhöhung kön-

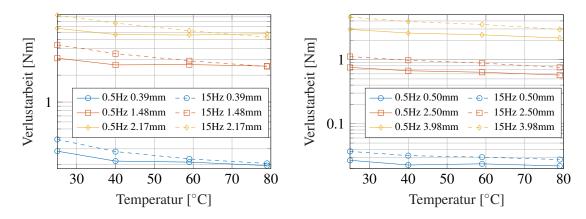


Abb. 3.19.: Temperaturabhängigkeit der Verlustarbeit des Federlenker- (links) und des Zugstrebenlagers (rechts) in radialer Richtung

nen die Van-der-Waals-Bindungen schneller gelöst und wiederhergestellt werden. Damit wird die Mobilität der Elastomerketten angehoben und der Anstieg der Verlustarbeit über der Frequenz abgesenkt. Diese Beobachtung lässt sich für alle geprüften, konventionellen Elastomerlager feststellen. Die reduzierte dynamische Verhärtung bei Temperaturerhöhung kann bei der dynamischen Steifigkeit schwächer ausgeprägt beobachtet werden (s. Abb. 3.16 kleinste Amplitude). Eine Besonderheit tritt beim Federlenkerlager bei der Amplitude  $\hat{x}=2.17$  mm und f=0.5 Hz auf. Die Verlustarbeit fällt zunächst im Temperaturbereich  $RT \leq \vartheta \leq 60$  °C ab, steigt jedoch bei weiterer Temperaturerhöhung wieder an. Die gleiche Beobachtung kann bei den weiteren Vollgummilagern (Schubstreben- und Führungslager) bei hohen Amplituden vollzogen werden.

Das hydraulische Zugstrebenlager stellt eine Sonderbauart der Elastomerlager dar. In diesem überlagern sich in radialer Hauptrichtung die Materialeigenschaften des Elastomers mit den dynamischen Dämpfungseffekten, hervorgerufen durch das zusätzlich strömende Fluid. Abbildung 3.20 veranschaulicht die dynamische Steifigkeit und die quasistatische Hysterese des hydraulischen Zugstrebenlagers. Im Auslenkungsbereich -3 < x < 0.5 mm der Nierenrich-

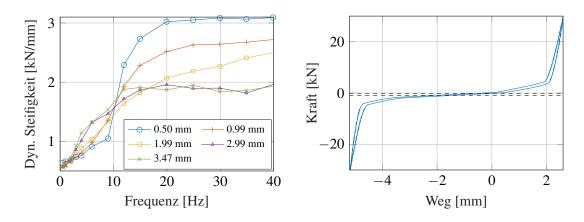


Abb. 3.20.: Dyn. Steifigkeit (links) und quasistat. Hysterese mit Auswertebereich (rechts) des hydraulischen Zugstrebenlagers in radialer Richtung

### 3. Experimentelle Untersuchungen

tung trägt allein der Steg des Lagers zur Steifigkeit bei. Bei quasistatischer Anregung beträgt die Steifigkeit in diesem Bereich c=0.5 kN/mm  $\pm 10$  %. Den ersten Steifigkeitssprung in der Kraft-Weg-Kennlinie bei x<-3 mm bzw. x>0.5 mm erzeugen im Elastomer gelagerte Polyamid-Anschläge. Gehen diese mit der Außenhülse auf Block, resultiert der zweite Steifigkeitssprung (x<-4.5 bzw. x>2 mm). In Abbildung 3.20 links ist zu erkennen, dass das hydraulische Lager eine im Vergleich zu den vorgestellten, konventionellen Elastomerlagern starke dynamische Steifigkeitsänderung über der Frequenz aufweist. Für quasistatische Anregung zeigt sich die bekannte Steifigkeitsabnahme über der Amplitude. Im Frequenzbereich  $1 \le f \le 20$  Hz nimmt die Steifigkeit rapide zu. Die Ursache für diese Charakteristik kann anhand eines linearen Ersatzmodells eines Hydrolagers hergeleitet werden [47]. Das Hydrolagermodell ergibt sich aus der Parallelschaltung eines Kelvin-Voigt-Elements und einem Einmassenschwinger (s. Abb. 3.21):

$$F(t) = c_{KV}x(t) + d_{KV}x(t) + c_k(x(t) - x_k(t))$$
(3.2)

$$0 = m_k \ddot{x}_k(t) + d_k \dot{x}_k(t) + c_k (x_k(t) - x(t)) . \tag{3.3}$$

Der Einmassenschwinger stellt dabei das Fluid in dem Kanal, der die beiden Arbeitskammern verbindet, mit der Fluidmasse  $m_k$ , der Blähsteifigkeit der Arbeitskammern  $c_k$  und der hydraulischen Dämpfung  $d_k$  dar. Die Auslenkung des Lagerkerns in Nierenrichtung führt zum Austausch des Fluides zwischen den beiden Arbeitskammern. Durch die Trägheit der Fluidmasse und der Blähsteifigkeit der Arbeitskammern tritt ein Tilgereffekt ein. Oberhalb der Eigenfrequenz des Tilgersystems  $\omega_e = \sqrt{c_k/m_k}$  findet der Austausch des Fluides zwischen den Kammern nicht mehr im vollen Umfang statt. Die dynamische Steifigkeit des Lagers resultiert dann aus einer Parallelschaltung der Steifigkeit des Elastomerkörpers  $c_{KV}$  und der Blähsteifigkeiten der Arbeitskammern  $c_k$ .

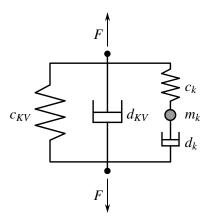


Abb. 3.21.: Lineares Ersatzmodell eines Hydrolagers

Das hydraulische Zugstrebenlager weist, ähnlich dem Übertragungsverhalten eines Maxwell-Elements (s. Abs. 2.4.1.6), ein Maximum im Frequenzverlauf der Verlustarbeit bzw. des Verlustwinkels auf (s. Abb. 3.22). Die maximale Verlustarbeit befindet sich mit  $f \approx 20$  Hz in etwa an der Stelle der Resonanzfrequenz der Fluidmasse  $\omega_e$ . Die durch Reibverluste verursachte hydraulische Dämpfung  $d_k$  bewirkt dabei eine Verschiebung des Maximums zu geringeren Frequenzen. Verglichen mit den geometrisch ähnlichen, konventionellen Nierenlagern (Querlenker- und Zugstrebenlager) führt das hydraulische System zu einer um mehr als das zehnfache gesteigerten Dämpfungsarbeit. Dies spiegelt sich ebenso im Verlustwinkel wider, der einen maximalen

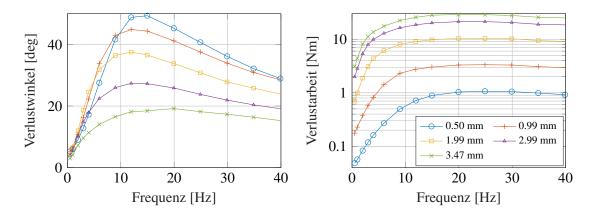


Abb. 3.22.: Verlustarbeit (links) und Verlustwinkel (rechts) des hydraulischen Zugstrebenlagers in radialer Richtung

Wert von  $\varphi = 49.4^\circ$  für die Amplitude  $\hat{x} = 0.5$  mm annimmt. Die konventionellen Elastomerlager erreichen dahingegen Verlustwinkel im Bereich von  $4 < \varphi < 8^\circ$ . Nur bei quasistatischer Anregung sind die Dämpfungseigenschaften der Lagertypen vergleichbar.

Unter Temperaturänderung dominiert im hydraulischen Zugstrebenlager der Einfluss des Hydrauliksystems. Eine Temperaturerhöhung bedingt für alle Anregungsamplituden im Bereich der Resonanzfrequenz 10 < f < 25 Hz einen Anstieg der dynamischen Steifigkeit (s. Abb. 3.23). Um diese Beobachtung zu untersuchen, wird das lineare Hydrolagermodell zugrunde gelegt. Die Auswirkung der Variation der hydraulischen Dämpfung auf die dynamische Steifigkeit und Verlustarbeit ist in Abbildung 3.24 dargestellt. Es stellt sich heraus, dass sich mit sinkender Dämpfung ein wachsendes, ausgeprägtes Maximum der dynamischen Steifigkeit an der

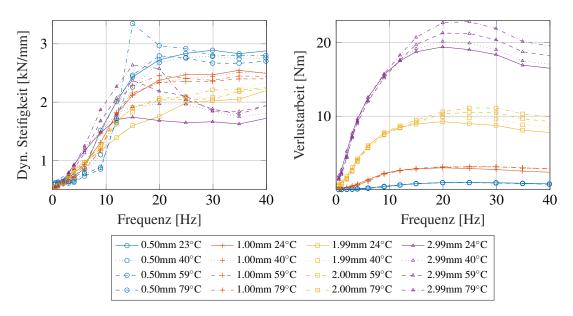


Abb. 3.23.: Temperaturabhängigkeit der dyn. Steifigkeit (links) und der Verlustarbeit (rechts) des hydraulischen Zugstrebenlagers in radialer Richtung

### 3. Experimentelle Untersuchungen

Stelle der Resonanzfrequenz einstellt. Im Falle des realen Hydrolagers ist die sinkende Dämpfung durch eine verringerte Viskosität des Fluides infolge der Temperaturerhöhung bedingt. Im Resonanzfall resultiert aus der geringeren Dämpfung eine höhere Auslenkungsamplitude der Fluidmasse im Überströmkanal, die wiederum zur erhöhten dynamischen Steifigkeit führt. Oberhalb der Frequenz f=25 Hz fällt die Steifigkeit bei Anregungsamplituden  $\hat{x} \leq 1$  mm ab. Die Ursache liegt in dem über der Temperatur abnehmenden dynamischen Modul des gefüllten Elastomers, welches die Blähsteifigkeit darstellt. Im Gegensatz dazu steigt die Steifigkeit bei Amplituden  $\hat{x} \geq 2$  mm. Es wird angenommen, dass diese Beobachtung mit dem temperaturabhängigen Anstieg der radialen Steifigkeit der konventionellen Lager infolge der Gummidilatation gleichzusetzen ist. Die Verlustarbeit unterliegt einem maßgeblichen Temperatureinfluss bei Frequenzen f>10 Hz und Amplituden  $\hat{x} \geq 1$  mm. Dabei erhöht sich mit steigender Amplitude die Verlustarbeit im betrachteten Frequenzbereich. Zudem verschiebt sich das Maxima zu größeren Frequenzen. Auch diese Beobachtung lässt sich mit dem linearen Hydrolagermodell nachvollziehen (s. Abb. 3.24 rechts). Die mit der Temperatur sinkende Dämpfungswirkung des Fluides führt auch bei der Verlustarbeit zu einem Ansteigen des Maximums im Resonanzfall.

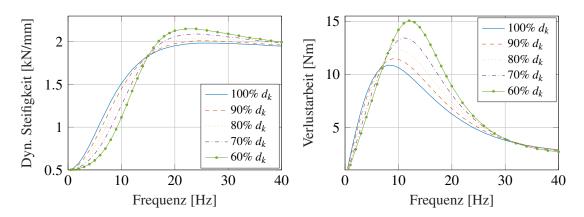


Abb. 3.24.: Dyn. Steifigkeit (links) und Verlustarbeit (rechts) des linearen Hydrolagermodells mit variierender hydraulischer Dämpfung

### 3.3.6. Verhalten bei transienten Anregungen

Im Realbetrieb im Fahrwerk erfahren die Elastomerlager transiente Anregungen mit variierenden Amplituden. Um die Abbildungsgüte der später in dieser Arbeit untersuchten Elastomerlagermodelle zu bewerten, dienen gemessene Anregungen aus Sonderereignissen dem Vergleich zwischen realem und simuliertem Übertragungsverhalten. Standardmäßig werden in der Fahrwerkentwicklung die Kräfte in Streben nur in Richtung der Anbindungspunkte (Strebenrichtung) gemessen. Eine Messung der Kräfte und Momente im Elastomerlager in allen sechs Freiheitsgraden ist sehr komplex bzw. aufgrund weiterer Randbedingungen, wie die beengte Package-Situation nicht möglich. Für die Messung von Verschiebungen des Elastomerlagerkerns im Realfahrzeug bei Anregungen mit sechs Freiheitsgraden besteht ebenso keine etablierte Methode. Da in einem Elastomerlager einer Fahrwerkstrebe jedoch nur kleine kardanische Winkel und mäßige Torsionswinkel auftreten, wird die im Realfahrzeug gemessene Kraft in Strebenrichtung als einaxiale Beanspruchung auf die Elastomerlager angesehen. Bei Lenkern (Querlenker, Federlenker) und dem Achsträger trifft dies nicht zu. Die gemessenen Kraftsigna-

le der Sonderereignisse, hier als Targetsignal bezeichnet, dienen in einem sogenannten Nachfahrversuch indirekt der Anregung des servo-hydraulischen Prüfstands. Dabei wird im Rahmen einer Prüfstandsiteration der Verlauf der Soll-Anregung solange angepasst, bis die Abweichung zwischen Ist-Kraftsignal und Targetsignal einen definierten Grenzwert unterschreitet. Es folgt die zum iterierten Kraftsignal am Prüfstand gemessene Auslenkung des Lagerkerns des Elastomerlagers, die wiederum als Anregung der Elastomerlagermodelle in Kapitel 5 dient.

Abbildung 3.25 illustriert das normierte Kraftsignal des Federlenkerlagers in radialer Hauptrichtung aus fünf unterschiedlichen Sonderereignissen, davon zwei Schlechtwegbremsungen im Zeitfenster  $0 \le t < 6$  s und  $15 \le t < 22$  s, einem Anfahrereignis im Zeitfenster  $6 \le t < 15$  s sowie zwei Vertikalereignissen im restlichen Zeitverlauf. In Abbildung 3.25 ist unten weiterhin die kumulierte Verlustarbeit des Lagers für die Sonderereignis-Anregung dargestellt. Bei den Zeitpunkten, an denen besonders hohe Amplituden auftreten, steigt die Verlustarbeit rapide an. Am Ende der Anregung summiert sich die geleistete Verlustarbeit auf etwa  $W_{loss} = 600$  Nm auf. Abbildung 3.26 zeigt beispielhaft das Hystereseverhalten des Federlenkerlagers bei der transienten Anregung aus Abbildung 3.25 im Zeitfenster 17.2 s  $\le t \le 17.6$  s auf. Die Kraft-Weg-Kennlinie veranschaulicht den Effekt des Gummigedächtnisses: jede kleinere Hysterese wird von der nächst größeren umschlossen und der ursprüngliche Kraftpfad nach dem Schließen einer Hysterese wird reaktiviert. Ferner ist die Eigenschaft der Hystereseaufweitung anhand der größten Hysterese-Schleife zu erkennen. Die Hysteresebreite beträgt bspw. bei der Auslenkung x = -4 mm den 2.5-fachen Wert der Hysteresebreite im Nulldurchgang.

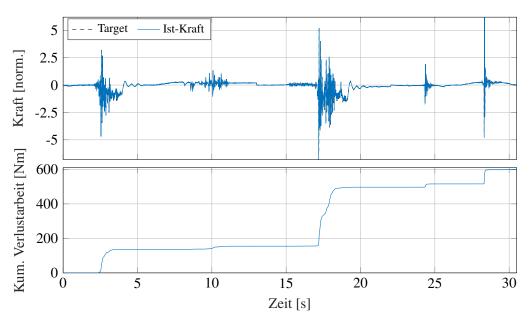


Abb. 3.25.: Kraftsignal (oben) und kumulierte Verlustarbeit (unten) des Federlenkerlagers verschiedener Sonderereignisse

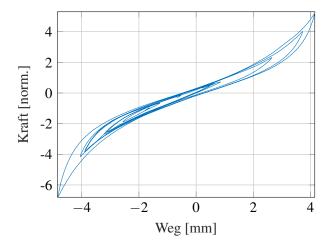


Abb. 3.26.: Kraft-Weg-Kennlinie des transienten Signals aus Abb. 3.25 im Zeitfenster  $17.2 \le t \le 17.6 \text{ s}$ 

# 3.4. Zusammenfassung und Fazit

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden sechs repräsentative Fahrwerkelastomerlager aus Naturkautschuk-Elastomermischungen betrachtet. Die Lagercharakterisierung unterteilt sich in verschiedene quasistatische und dynamische Messprogramme, die der Untersuchung des Verhaltens der elastomertypischen Effekte in Bezug auf Anregungsamplituden aus Betriebs- und Sonderlasten dienen. Die Messungen erfolgen an einem servo-hydraulischen, einaxialen Prüfstand im Frequenzbereich von 0 bis 40 Hz.

Die Charakterisierung der sechs repräsentativen Elastomerlager im Lastniveau der Betriebs- und Sonderlasten zeigt einen maßgeblichen Einfluss des Mullins-Effekts auf die Grundsteifigkeit bei Vollgummilagern. Nierenlager entfestigen in Nierenrichtung maßgeblich im Anschlagpuffer, wodurch sich die Progression zu größeren Auslenkungen verschiebt. Dabei ist zum einen der Großteil des Entfestigungspotenzials auf dem jeweils betrachteten Amplitudenniveau nach den ersten drei Schwingspielen erreicht. Zum anderen nimmt der Entfestigungsgrad mit der Verzerrungsamplitude im Elastomer zu. Weiterhin ist zu beobachten, dass mit steigender Anregungsfrequenz die Elastomerlager geringer entfestigen. Dadurch kann aus einer quasistatischen Lager-Charakterisierung nicht auf die Steifigkeitsverhältnisse im Elastomerlager im Fahrzeug nach einem Sonderereignis, bei dem maximale Kraftspitzen mit einer Anregungsfrequenz weit über 10 Hz auftreten, geschlossen werden. Da der Mullins-Effekt die Grundkennlinie maßgeblich bestimmt und diese wiederum einen hohen Einfluss auf die berechneten Last-Zeit-Reihen hat (s. Abs. 5.2), muss der Mullins-Effekt in der virtuellen Lastkollektivermittlung entweder in der Modellierung oder Parametrierung berücksichtigt werden.

Die geprüften Elastomerlager verhalten sich im hohen Lastbereich nichtlinear viskoelastisch. Dies führt zu einer verstärkten Relaxation bei hohen Anregungsamplituden. Durch Abziehen der Equilibrium-Kennlinie von der quasistatischen Kraft-Weg-Hysterese folgt die reine Hysterese, welche den dissipativen Anteil bei quasistatischer Anregung darstellt. Mit Einsetzten der Progression der Grundkennlinie der Elastomerlager beginnt die Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten der reinen Hysterese sowie der Effekt der bleibenden Dehnung. Die Dämpfung der Lager nimmt dadurch progressiv über der Auslenkungsamplitude zu. Für die virtuelle

Schnittlastberechnung in der Betriebsfestigkeit hat die reine Hysterese eine ausschlaggebende Bedeutung. Die hohen Lastniveaus bei Sonderereignissen führen in den Elastomerlagern zu Auslenkungen im stark nichtlinearen Bereich. Es bildet sich die in Abbildung 3.9 unten aufgezeigte Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten aus. Infolgedessen wächst die Verlustarbeit bzw. die Dämpfung der Lager progressiv über der Auslenkungsamplitude an. Das verwendete Elastomerlagermodell muss die reine Hysterese in Größe und Gestalt abbilden, um die im hohen Lastbereich real auftretende Dämpfungsarbeit der Elastomerlager zu berücksichtigen.

Die Charakterisierung der dynamischen Steifigkeiten der Elastomerlager bei vergleichsweise hohen Auslenkungsamplituden im Hochlastbereich ergibt keine signifikanten Auffälligkeiten. Die Elastomerlager weisen qualitativ den gleichen Steifigkeitsverlauf auf wie bei kleineren Amplituden. Die konventionellen Elastomerlager verhärten im Frequenzspektrum der Betriebsfestigkeitslastfälle nur geringfügig, wohingegen die hydraulische Ausführung durch das zusätzlich strömende Fluid einen deutlich komplexeren Verlauf über der Frequenz aufweist. Der Payne-Effekt führt bei den konventionellen Lagern zu einer Steifigkeitsverringerung von bis zu 30 % für das im Rahmen dieser Arbeit geprüfte Amplitudenband der Betriebs- und Sonderlasten. Bei einer Lastkollektivberechnung mit stark variierenden Anregungsamplituden ist es demnach empfehlenswert, ein Elastomerlagermodell zu verwenden, welches die Amplitudenabhängigkeit abbildet. Die Verlustarbeit verhält sich über der Frequenz analog zur dynamischen Steifigkeit. Für eine qualitativ hochwertige Annäherung des realen Übertragungsverhaltens muss die konventionelle und hydraulische Variante der Elastomerlager durch entsprechende Modelle berechnet werden können. Der Temperatureinfluss auf die dynamischen Eigenschaften ist ebenso nicht zu vernachlässigen. Die Verlustarbeit der konventionellen Vollgummilager verringert sich bei einer Temperaturerhöhung von 25 auf 80 °C bis auf die Hälfte ihres Ausgangswertes. Bei dem hydraulischen Zugstrebenlager dominiert unter Temperatureinfluss das hydraulische System, wobei je nach Anregungsamplitude und -frequenz die dynamische Steifigkeit bzw. Verlustarbeit zu- oder abnimmt. Bei der Schnittlastberechnung muss geprüft werden, welcher Temperaturverlauf sich im Elastomerlager bei dem jeweils zu simulierenden Lastfall real im Fahrzeug einstellt, um die thermischen Randbedingungen bei der Charakterisierung zu berücksichtigen.

Die Nachfahrversuche von transienten Anregungen dienen der späteren Gegenüberstellung der Abbildungsgüte unterschiedlicher Elastomerlagermodellierungen. Zudem zeigen die Anregungen der Sonderereignisse die im Elastomerlager dissipierte Arbeit auf, die vom Elastomerlagermodell prognostiziert werden muss. Die Darstellung der Kraft-Weg-Kennlinie illustriert das Gummigedächtnis am realen Elastomerlager.

Alle aufgezeigten Messergebnisse gelten zunächst nur für die dargestellten Elastomerlager, da sie sich in ihrer Geometrie, dem Aufbau und der Materialmischung unterscheiden. Um eine umfassende, allgemeingültige Aussage über das Elastomerlagerverhalten treffen zu können, müssten weitere gängige Lagertypen mit unterschiedlichen Materialien untersucht werden. Da jedoch der Naturkautschuk aufgrund seiner geeigneten Eigenschaften häufige Verwendung im Fahrwerk findet und die aufgezeigten Messergebnisse der geprüften Lager qualitativ vergleichbar sind, wird angenommen, dass das identifizierte, qualitative Übertragungsverhalten im hohen Lastbereich auf weitere Lager mit ähnlichem Aufbau übertragbar ist.

# 4. Numerische Untersuchungen

Numerische Simulationen mittels Finite-Elemente-Diskretisierung ermöglichen, im Gegensatz zur 1D-Systemsimulation, eine Untersuchung des globalen Bauteilverhaltens sowie des lokalen Spannungs- und Dehnungszustands. Als Input dienen die Informationen über Bauteilgeometrie, Lasteinleitung und Materialverhalten. Im Folgenden wird die grundlegende Modellierung des Materialverhaltens des Elastomers, die Bestimmung der Materialkennwerte und der Modellaufbau des gesamten Elastomerlagers vorgestellt (s. Abs. 4.1). Anschließend folgt eine Darstellung statischer Berechnungsergebnisse, die sich in eine Auswertung der lokalen Dehnungszustände und der daraus resultierenden Auswirkungen des Mullins-Effekts auf das Bauteilverhalten untergliedert (s. Abs. 4.2). Der Abgleich der Berechnungs- und Messergebnisse im Abschnitt 4.3 liefert weiterhin eine Aussage über die Prognosefähigkeit der FE-Simulation, die statische Grundkennlinie zu ermitteln. Schlussendlich folgt die Betrachtung der Auswirkung der Gummidilatation infolge einer Temperaturerhöhung.

# 4.1. Modellierung

In der FEM ist ein entscheidender Schritt die Modellierung der Materialien, da diese das Berechnungsergebnis maßgeblich beeinflussen. Das Materialmodell wird aus konstitutiven Gleichungen und den dazugehörigen Materialparametern gebildet. Die Komplexität des Materialmodells hängt dabei vom Material selbst und vom gewünschten Einsatzbereich ab. So genügt bspw. in guter Näherung das Hooke'sche Gesetz für die Berechnung von metallischen Werkstoffen im linear elastischen Bereich. Für die statische und dynamische Berechnung von elastomeren Werkstoffen in einem weiten Dehnungsbereich fallen die konstitutiven Materialgleichungen hingegen weitaus komplexer aus. Das Elastomer ist maßgeblich durch die Eigenschaften der Hyperelastizität, der Viskoelastizität, der inneren Reibung und den Mullins-Effekt geprägt (s. Abs. 2.3). Die Abbildung dieser Eigenschaften erfolgt in der FEM häufig durch getrennte Modelle.

Hyperelastische Materialformulierungen basieren auf der Beschreibung der auf das Volumen bezogenen Formänderungsenergiedichte  $\Psi$ , auch freie Helmholtz'sche Energie genannt, in Abhängigkeit des aktuellen Deformationszustands und der Temperatur. Die Belastungsvorgeschichte und zeitliche Einflüsse bleiben unberücksichtigt, womit das hyperelastische Modell allein die quasistatische Grundkennlinie abbildet. Die Cauchy-Spannung (wahre Spannung) des thermoelastischen Materials ergibt sich zu

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{\theta}_0) = \frac{1}{I} \frac{\partial \Psi(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{\theta}_0)}{\partial \boldsymbol{F}} \boldsymbol{F}^T$$
(4.1)

mit dem Deformationsgradienten F und der Jacobi-Determinanten  $J := \det(F)$  [8]. Handelt es sich um ein isotropes Materialverhalten ist es einerseits zweckmäßig, die Formänderungsenergiedichte anhand der Invarianten des rechten (oder linken) Cauchy-Green-Deformationstensors C (oder b) auszudrücken:

$$I_1(\mathbf{C}) = \operatorname{spur}(\mathbf{C}) \qquad \qquad = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \tag{4.2}$$

$$I_2(\mathbf{C}) = \frac{1}{2} \left( \operatorname{spur}(\mathbf{C})^2 + \operatorname{spur}(\mathbf{C}^2) \right) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2, \tag{4.3}$$

$$I_3(\mathbf{C}) = \det(\mathbf{C}) \qquad \qquad = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2. \tag{4.4}$$

62 Frieder Riedel

 $\lambda_i$  (i=1,2,3) entsprechen den Eigenwerten des Deformationsgradienten, den sogenannten Hauptstreckungen [5]. Mit den Invarianten aus den Gleichung 4.2 bis 4.4 und der Formänderungsenergiedichte  $\Psi(I_1,I_2,J)$  resultiert aus Gleichung 4.1 die Cauchy-Spannung nach einigen Umformungen zu [8]:

$$\boldsymbol{\sigma}(I_1, I_2, J, \theta_0) = \frac{2}{J} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \right) \boldsymbol{b} - \frac{2}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \boldsymbol{b}^2 + \frac{\partial \Psi}{\partial J} \boldsymbol{I}.$$
(4.5)

Dabei stellt J die dritte Invariante des Deformationsgradienten  $I_3(\mathbf{F}) = J$  und I den Einheitstensor dar. Ferner kann die Formänderungsenergiedichte unter Verwendung der Hauptstreckungen  $\lambda_i$  (i = 1, 2, 3) beschrieben werden. In diesem Fall folgen die Hauptspannungen des Cauchy-Spannungstensors zu:

$$\sigma_i(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta_0) = \frac{\lambda_i}{J} \frac{\partial \Psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta)}{\partial \lambda_i}.$$
(4.6)

Die Umrechnung der Cauchy-Spannung in die erste Piola-Kirchhoff-Spannung (technische Spannung) ergibt [92]

$$P_i(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta_0) = \frac{\partial \Psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta)}{\partial \lambda_i}.$$
(4.7)

Die Grundlagen der Kontinuumsmechanik können HAUPT (2002) [42] oder ALTENBACH (2012) [2] entnommen werden.

### Hyperelastische-Modelle

In der Literatur existieren verschiedene hyperelastische Materialmodelle, welche die Formänderungsenergiedichte basierend auf einer spezifischen Funktion in Abhängigkeit der Invarianten und/oder Hauptstreckungen beschreiben. Ein effizientes hyperelastisches Modell muss nach CHAGNON ET AL. (2004) [18] die folgenden vier Eigenschaften besitzen. Das Modell muss in der Lage sein die S-förmige Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu reproduzieren und in allen Deformationsmoden (uniaxial, planar, biaxial) eine hohe Ergebnisgüte erzielen. Weiterhin sollte das Modell mathematisch einfach formuliert sein und wenige Parameter aufweisen, um den experimentellen Charakterisierungsaufwand gering zu halten. Im Folgenden werden fünf geläufige, hyperelastische Materialformulierungen vorgestellt, die in kommerziellen FE-Programmen implementiert sind. Dabei erfolgt meist eine Trennung des Deformationsgradienten in einen volumetrischen und deviatorischen (unimodularen) Anteil:  ${\bf F}=J^{1/3}\bar{\bf F}$ . Der Querstrich symbolisiert hierbei den deviatorischen Anteil der skalaren oder tensoriellen Größe.

Das Neo-Hookean-Modell (NH) ist mit

$$\Psi = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 \tag{4.8}$$

beschrieben. Das Modell beinhaltet die Materialparameter  $C_{10}$  sowie  $D_1$  und verhält sich proportional zur ersten, deviatorischen Invariante  $\bar{I}_1 = J^{-2/3}I_1$ . Das elastische Volumenverhältnis  $J_{el}$  ergibt sich dabei mit der linearen thermischen Ausdehnung  $\varepsilon_{th}$  zu

$$J_{el} = \frac{J}{J_{th}} = \frac{J}{(1 + \varepsilon_{th})^3}.$$
(4.9)

Die Parameter  $C_i$  bzw.  $D_i$  beschreiben in dem NH-Modell sowie in den folgenden grundsätzlich

### 4. Numerische Untersuchungen

den deviatorischen bzw. volumetrischen Anteil.

Die *Mooney-Rivlin*-Formulierung (MR) stellt eine Erweiterung des NH-Modells dar. Sie enthält eine lineare Abhängigkeit von der zweiten Invariante des linken Cauchy-Green-Tensors:

$$\Psi = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2. \tag{4.10}$$

Das MR- und NH-Modell sind aufgrund der linearen Beziehungen der Invarianten nicht in der Lage die Progression der Spannungs-Dehnungs-Kurve bei höheren Dehnungen abzubilden.

Das *Yeoh*-Modell [99] kann hingegen den S-förmigen Verlauf durch nichtlineare Terme annähern, die von der ersten Invariante abhängen. Mit der allgemeinen Formulierung des reduzierten Polynomansatzes

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N} C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$
(4.11)

resultiert mit N=3 das Yeoh-Modell. Während der Parameter  $C_{10}$  positive Werte annimmt, ist der zweite Parameter  $C_{20}$  üblicherweise negativ sowie um ein bis zwei Zehnerpotenzen niedriger und der dritte Parameter  $C_{30}$  wiederum positiv sowie weitere ein bis zwei Zehnerpotenzen niedriger [19]. Für kleine Dehnungen repräsentiert der Parameter  $C_{10}$  den initialen Schubmodul, der bei steigender Dehnung zunächst durch den negativen Wert von  $C_{20}$  reduziert wird. Die Progression in großen Dehnungsbereichen wird schließlich durch den positiven dritten Parameter  $C_{30}$  erzielt. Das Yeoh-Modell kann somit die reale Spannungs-Dehnungs-Beziehung in einem weiten Dehnungsbereich approximieren. Die volumetrischen Terme mit  $D_2$  sowie  $D_3$  können aufgrund des nahezu inkompressiblen Verhaltens des Elastomers vernachlässigt werden, womit insgesamt vier Parameter für das Yeoh-Modell zu bestimmen sind.

Der Grundgedanke des hyperelastischen *Arruda-Boyce*-Modells (AB) [4] entstammt dem Deformationsverhalten der Mikrostruktur des Elastomers. Ausgehend von der Annahme, dass die Makromoleküle im Schnitt gesehen entlang der Diagonalen eines repräsentativen, kubischen Volumenelements orientiert sind, entstehen acht Ketten (Federn), die den Mittelpunkt des Volumenelements mit dessen Ecken verbinden. Das AB-Modell trägt dadurch ebenso den Namen Acht-Ketten-Modell. Unter einem generellen Deformationszustand werden alle Ketten des Modells gleichmäßig ausgelenkt. Es lässt sich zeigen, dass allein mit der ersten Invariante  $\bar{I}_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$  die Ketten-Auslenkung dargestellt werden kann [8]. Die Modellgleichung des AB-Modells lautet:

$$\Psi = \mu \sum_{i=1}^{5} \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} \left( \vec{I}_1^i - 3^i \right) + \frac{1}{D} \left( \frac{J_{el}^2 - 1}{2} - \ln J_{el} \right)$$
(4.12)

mit

$$C_1 = \frac{1}{2}$$
,  $C_2 = \frac{1}{20}$ ,  $C_3 = \frac{11}{1050}$ ,  $C_4 = \frac{19}{7000}$  und  $C_5 = \frac{519}{673750}$ .

Die zu bestimmenden Parameter des Modells sind der Schubmodul  $\mu$ , der Kompressionsparameter D und die Sperrverzerrung  $\lambda_m$ , welche die maximal mögliche Verzerrung der Kettensegmente definiert.

Das Ogden-Modell [63] beschreibt die Formänderungsenergiedichte anhand der Hauptstreckun-

gen

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N} \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} \left( \bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3 \right) + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$
(4.13)

mit den deviatorischen Hauptstreckungen  $\bar{\lambda}_i = J^{-1/3}\lambda_i$ . Damit ist die linke Summation aus Gleichung 4.13 von den Invarianten  $\bar{I}_1$  und  $\bar{I}_2$  abhängig. Gleichung 4.13 kann jedoch nicht explizit mit diesen beiden Invarianten ausgedrückt werden. Gesetzt den Fall, dass die Parameter N=2,  $\alpha_1=2$  und  $\alpha_2=-2$  festgelegt werden, geht das Ogden- in das MR-Modell über (s. Gl. 4.10). Die Reduzierung auf N=1 und  $\alpha_1=2$  führt zum NH-Modell (s. Gl. 4.8).

Ein Vergleich der Prognose- und Verwendungseigenschaften der hier dargestellten Modelle zeigen BERGSTRÖM [8] und SHAHZAD ET AL. [88] anhand zweier unterschiedlicher Elastomere auf. Beide Autoren gelangen zu dem Schluss, dass das NH- und MR-Modell nur in einem kleinen Dehnungsbereich angewendet werden kann, da beide Modelle den progressiven Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei hohen Streckungen nicht abbilden. Das Yeoh-, ABund Ogden-Modell (N = 3) liefern hingehen in einem weiten Dehnungsbereich qualitativ hochwertige Ergebnisse. Dabei weist das Ogden-Modell mit sieben zu identifizierenden Parametern die höchste Parameteranzahl und damit den höchsten Parametrieraufwand auf. Es folgt das Yeoh-Modell mit vier, das AB- und MR-Modell mit jeweils drei und das NH-Modell mit zwei Parametern. Ein weiteres Bewertungskriterium ist die Anzahl der notwendigen Kalibrierungsmessungen. Die Anzahl der Messungen steht im direkten Zusammenhang mit den abhängigen Invarianten. Demzufolge genügt für die Kalibrierung des NH-, AB- und Yeoh-Modells eine Messung, für die beiden anderen Modelle sind mindestens zwei Messungen erforderlich. In den folgenden numerischen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit wird das Yeoh-Modell verwendet, da es in einem weiten Dehnungsbereich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der betrachteten NR-Mischungen mit geringen Abweichungen annähert (s. Abs. 4.1.1), relativ wenige Parameter aufweist und sich in der Simulation mit teils extremen Verzerrungen stabil verhält.

### **Mullins-Modell**

Da es bei den in dieser Arbeit betrachteten Verformungen zu lokal stark unterschiedlichen Verzerrungen im Bauteil kommt, bedarf es einer Modellierung des Mullins-Effekts für qualitativ hochwertige Simulationsergebnisse. Der Mullins-Effekt kann als Schädigung im Elastomer betrachtet werden, die nur in Materialbereichen auftritt, in denen die zuvor maximal erreichte Verzerrung überschritten wird. Dabei weist das erste Schwingspiel den größten Schädigungsbeitrag auf, der mit den anschließenden sukzessive abnimmt. In der Literatur existieren mehrere Formulierungen zur Annäherung des Mullins-Effekts. In der vorliegenden Arbeit findet das idealisierte Mullins-Modell nach Ogden-Roxburgh [64] Anwendung. Es bildet eine Spannungserweichung durch eine zusätzliche Schädigungsfunktion  $\Phi(n)$  ab. Die Formänderungsenergiedichte setzt sich damit aus dem deviatorischen und volumetrischen Anteil sowie der kontinuierlichen Schädigungsfunktion zusammen [19]

$$\Psi = \eta \tilde{\Psi}_{dev}(\bar{\lambda}_i) + \Phi(\eta) + \tilde{\Psi}_{vol}(J_{el}), \tag{4.14}$$

wobei  $\tilde{\Psi}_{dev}(\bar{\lambda}_i)$  den deviatorischen Anteil und  $\tilde{\Psi}_{vol}(J_{el})$  den volumetrischen Anteil der Erstbelastungskurve der hyperelastischen Materialantwort darstellt. Im Falle des Yeoh-Modells ist  $\tilde{\Psi}_{dev}$  durch den ersten Term der Gleichung 4.11 und  $\tilde{\Psi}_{vol}$  durch deren zweiten Term definiert. In Gleichung 4.14 ist zu erkennen, dass allein der deviatorische Anteil durch die Schädigungsvariable  $\eta$  im Zusammenhang mit der deviatorischen Energiedichte der Erstbelastungskurve steht.

### 4. Numerische Untersuchungen

Der volumetrische Anteil aus Gleichung 4.14 ist dem des hyperelastischen Modells gleichzusetzen. Damit wird die Entfestigung beim Ogden-Roxburgh-Modell nur mit den gestaltändernden Verzerrungen assoziiert. Die Schädigungsvariable  $\eta$  ergibt sich zu [64]

$$\eta = 1 - \frac{1}{r} \operatorname{erf} \left( \frac{\Psi_{dev}^{m} - \tilde{\Psi}_{dev}}{m + \beta \Psi_{dev}^{m}} \right)$$
(4.15)

mit der Fehlerfunktion

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-w^2) \, dw,$$
 (4.16)

den Materialkonstanten r,m und  $\beta$  sowie dem in der Deformationsgeschichte maximal erreichten Wert der deviatorischen Formänderungsenergiedichte  $\Psi^m_{dev}$ . Die Schädigungsvariable bewegt sich während des Deformationsprozesses kontinuierlich im Bereich  $0 < \eta \le 1$ . Befindet sich der Deformationszustand beispielsweise auf der Erstbelastungskurve, beträgt  $\eta = 1$  und  $\Phi = 0$ , wodurch sich Gleichung 4.14 wiederum zu dem rein hyperelastischen Material aus Gleichung 4.11 reduziert. Weitere Ausführungen zum Ogden-Roxburgh-Modell sind OGDEN UND ROXBURGH [64] bzw. der ABAQUS-Dokumentation [19] zu entnehmen.

Das Verhalten des Ogden-Roxburgh-Modells ist in Abbildung 4.1 illustriert. Bei Streckung einer zuvor unbelasteten, neuwertigen Elastomerprobe folgt der Spannung-Dehnungs-Verlauf dem Pfad a. Nach der Richtungsumkehr bei der Dehnung 1 stellt sich der Pfad b ein. Das Material ist auf dem Dehnungsniveau 1 entfestigt. Der Schädigungsinhalt durch den Mullins-Effekt entspricht dabei der grau hinterlegten Fläche zwischen Pfad a und b. Die Fläche unterhalb von b stellt die reversible Formänderungsenergie dar. Bei erneuter Streckung des Elastomers folgt die Spannung der Kurve bb, wobei b, die Fortsetzung der Erstbelastungskurve ab, c, d ist, deren Verlauf eine neuwertige Probe ohne zwischenzeitliche Entlastung annehmen würde. Durch die Entlastung des Elastomers bei der Dehnung 2 stellt sich der Pfad c ein. Würden weitere Belastungen die Dehnung 2 nicht überschreiten, so entspreche die Kurve c der fortlaufenden, elastischen Materialantwort. Eine Belastung mit einer Dehnung größer 2 führt erneut auf die Erstbelastungskurve und eine weitere Entfestigung.

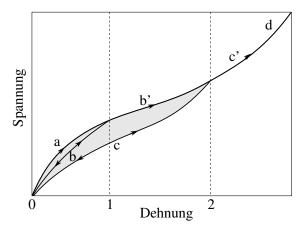


Abb. 4.1.: Idealisierter Mullins-Effekt des Ogden-Roxburgh-Modells (nach [19])

### 4.1.1. Bestimmung der Materialkennwerte

Für die Bestimmung der Materialparameter (Kalibrierung) des Yeoh- und Mullins-Modells ist grundsätzlich nur eine Charakterisierungsmessung mit einem Deformationszustand notwendig. Um die Genauigkeit der Modelle zu erhöhen, werden jedoch uniaxiale, planare und biaxiale Materialcharakterisierungen an den Elastomerproben durchgeführt. Dabei sind die maximal angefahrenen Streckungen höher als die im Elastomerlager zu erwartenden, um nach der Kalibrierung die Zuverlässigkeit und Stabilität der Modelle zu überprüfen. Die Bestimmung der Materialparameter erfolgt mittels einer Fitting-Routine, welche die Fehlerquadrate zwischen Test- und Modelldaten minimiert.

Das Yeoh-Modell wird anhand der Erstbelastungskurve parametriert. In Abbildung 4.2 sind bspw. die uniaxialen, planaren und biaxialen Materialcharakterisierungen des Schubstrebenlagers dargestellt. Die quasistatischen Messungen beinhalten drei sukzessiv gesteigerte Dehnungsamplituden. Die Amplitudenerhöhung erfolgt dabei jeweils nach fünf konstanten Schwingspielen. Für die Bestimmung der Materialparameter des Yeoh-Modells genügt die Erstbelastungskurve, die sich aus den Belastungspfaden der jeweilig ersten Schwingspiele der drei Dehnungsamplituden zusammensetzt. Das Parameter-Fitting wird durch das FE-Programm ABAQUS¹ durchgeführt. Abbildung 4.2 zeigt auf, dass das Yeoh-Modell mit maximalen Spannungs-Abweichungen von  $\Delta\sigma < 5$ % an die Erstbelastungskurven des Elastomers des Schubstrebenlagers im betrachteten Dehnungsbereich angepasst werden kann. Aus den später aufgeführten Simulationsergebnissen des Schubstreben- und Querlenkerlagers resultieren maximale Dehnungswerte von  $\varepsilon < 2$  in weiten Bereichen des Elastomerkörpers (s. Abs. 4.2). Da sich diese maximalen Dehnungen innerhalb des gemessenen Dehnungsbereichs (uniaxial:  $-0.3 \le \varepsilon \le 3$ ) der Materialcharakterisierung befinden, ist gewährleistet, dass das parametrierte Yeoh-Modell quantitativ hochwertige und stabile Ergebnisse liefert.

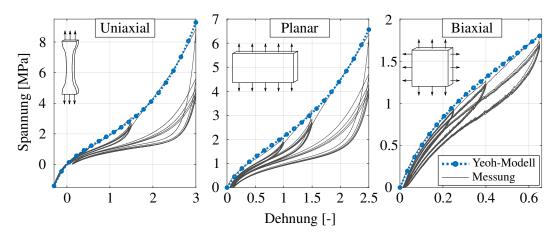


Abb. 4.2.: Kalibrierung des Yeoh-Modells an die uniaxiale, planare und biaxiale Materialcharakterisierung des Schubstrebenlagers

An die Kalibrierung des hyperelastischen Modells schließt die des Mullins-Modells an. Die Parametrierung des Ogden-Roxburgh-Modells erfolgt ebenso anhand der zyklischen Messungen mit stufenweise steigenden Dehnungsamplituden aus Abbildung 4.2. Im Gegensatz zum hyperelastischen Modell wird für die Parametrierung des Mullins-Modells der gesamte Spannung-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>ABAQUS 2017 © 2002-2020 Dassault Systemes - SIMULIA

### 4. Numerische Untersuchungen

Dehnungs-Verlauf benötigt. Die Parameter werden wiederum durch eine Fitting-Routine der Software ABAQUS ermittelt. Da das Ogden-Roxburgh-Modell nicht den gesamten Dehnungsbereich der Materialcharakterisierung der hier betrachteten Elastomere quantitativ hochwertig abbilden kann, wird der Parametersatz dahingehend optimiert, dass im Dehnungsbereich  $\varepsilon < 2$  minimale Abweichungen zwischen Messung und Simulation resultieren. Das Kalibrierergebnis des Mullins-Modells ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Aufgrund des idealisierten Mullins-Effekts genügt mit dem Modell eine Be- und Entlastung auf jeder Dehnungsstufe, um die entsprechende Entfestigung hervorzurufen (s. Abb. 4.1). Der qualitative Spannungs-Dehnungs-Verlauf des Ogden-Roxburgh-Modells stimmt mit dem realen Mullins-Effekt überein. Die Abweichungen zwischen den gemessenen und simulierten Belastungspfaden der entfestigten Kurven sind dabei jedoch für die unterschiedlichen Amplituden divergent. Die Fehlerabweichungen der Hysteresen mit  $\varepsilon > 2$  weisen einen deutlich höheren Wert auf, als die der Hysteresen mit  $\varepsilon < 2$ . Vor dem Hintergrund, dass die maximalen Dehnungen im Elastomerlager den Wert  $\varepsilon = 2$  nicht oder nur an kleinen lokalen Stellen überschreiten, kann die Genauigkeit des Mullins-Modells akzeptiert werden.

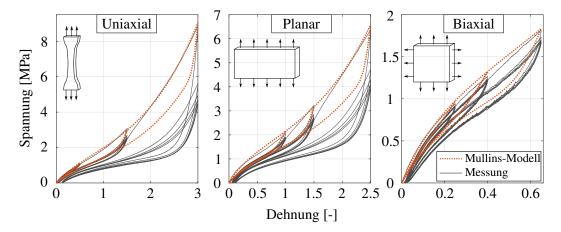


Abb. 4.3.: Kalibrierung des Ogden-Roxburgh-Modells an die uniaxiale, planare und biaxiale Materialcharakterisierung des Schubstrebenlagers

### 4.1.2. Diskretisierung des Elastomerlagers

Der Herstellungsprozess der Elastomerlager hat einen maßgeblichen Einfluss auf den initialen, realen Spannungszustand im Elastomerkörper. Zum einen führt die Abkühlung des Lagers nach der Vulkanisation<sup>2</sup> aufgrund der unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten der Aluminiumteile und des Elastomers ( $\alpha_{Rubber} \approx 6\alpha_{Alu}$ ) zu Zugspannungen. Da sich diese negativ auf die Lebensdauer des Elastomers auswirken, wird zum anderen eine Kalibrierung<sup>3</sup> der Elastomerlager durchgeführt, welche Druckspannungen im Elastomer induzieren. Es bedarf einer Simulation beider Prozessschritte, um den realen Spannungs-Dehnungszustand im Elastomerkörper anzunähern (s. Abb. 4.5).

Bei der FE-Modellierung des Elastomerlagers müssen dementsprechend die Geometrien der nicht-kalibrierten Aluminium-Außenhülse und des Formwerkzeugs des Elastomerkörpers be-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Herstellungsprozess zur Ausbildung der Schwefelbrücken im Elastomer

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>mechanische Durchmesserreduzierung der Lageraußenhülse durch plastische Verformung

rücksichtigt werden. Ferner dienen bspw. beim Schubstrebenlager zusätzliche Stützflächen der Modellierung der Einbausituation im Fahrzeug und im Prüfstand. Die Stützflächen stellen dabei umliegende Bauteile dar (s. Abb. 4.4). Die Berechnung der Elastomerlager ist grundsätzlich in drei Schritte unterteilt. Im ersten Schritt findet der Abkühlprozess von der Vulkanisationstemperatur ( $\vartheta \approx 140~^{\circ}\text{C}$ ) auf RT statt. Es folgt die Kalibrierung der Lageraußenhülse, indem eine zusätzliche, ideal starre Fläche in Anlehnung an das Kalibrierwerkzeug die Außenhülse um den Kalibrierwert zusammenschrumpft (s. Abb. 4.4). Anschließend kann in einem dritten Schritt der Lagerkern in die gewünschte Richtung ausgelenkt werden.

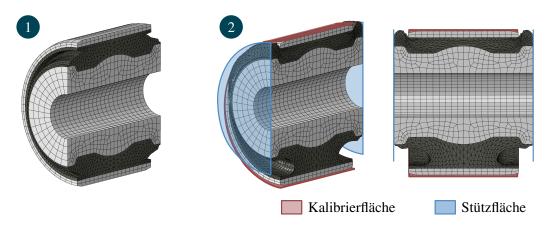


Abb. 4.4.: FE-Modell des Schubstrebenlagers im nicht-kalibrierten Zustand (1) und im kalibrierten, radial ausgelenkten Zustand (2)

Für die folgenden numerischen Berechnungen am Bauteil wird das explizite Integrationsverfahren verwendet. Vorangestellte Untersuchungen der Integrationsmethode ergeben, dass bei der globalen Betrachtung der Lagereigenschaften zwischen den Integrationsverfahren vernachlässigbare Unterschiede vorliegen. Das explizite Verfahren bietet jedoch bei den extremen Elementverzerrungen Vorteile bezüglich der Berechnungsstabilität. Als probate Vernetzungselemente der Elastomerkörper stellen sich Tetraeder zweiter Ordnung heraus, da diese die benötigte Genauigkeit und das Vermögen, beliebige Geometrien zu vernetzen, aufweisen. Lageraußenhülse und -kern können mit Hexaeder-Elementen erster Ordnung vernetzt werden.

# 4.2. Lokaler Spannungs- und Verzerrungszustand

Den FE-Untersuchungen unterliegen das Schubstreben- und Querlenkerlager als Vertreter der Vollgummi- bzw. Nierenlager. Es folgt zunächst eine Betrachtung des lokalen Spannungszustands nach der Kalibrierung der Elastomerlager. Anschließend wird auf den Verzerrungszustand in den Elastomerkörpern bei quasistatischer Anregung in radialer Belastungsrichtung mit maximalen Belastungsamplituden eingegangen.

Abbildung 4.5 veranschaulicht den lokalen Spannungszustand nach der Kalibrierung im Elastomerkörper des Schubstreben- und Querlenkerlagers. Der Lagerkern ist nicht dargestellt. Obwohl das Querlenkerlager im Vergleich zum Schubstrebenlager relativ zum Lagerdurchmesser betrachtet mit dem doppelten Wert kalibriert wird, herrschen im Schubstrebenlager nach der Kalibrierung entlang des gesamten Umfangs höhere Spannung. Der Grund hierfür liegt in der kleineren freien Oberfläche des Elastomerkörpers des Schubstrebenlagers. Das durch die Kalibrierung verdrängte Volumen kann nur in axiale Richtung entweichen. Im Querlenkerlager wird

### 4. Numerische Untersuchungen

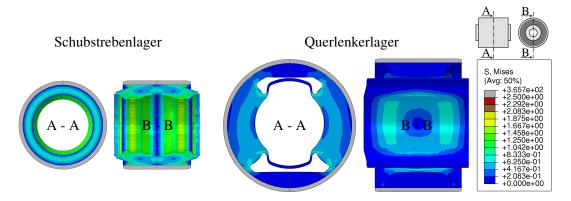


Abb. 4.5.: Mises-Spannung nach der Kalibrierung im Schubstreben- und Querlenkerlager

durch die Kalibrierung lediglich der Stegbereich vorgespannt. Zudem kann sich das verdrängte Volumen in Axial- und Umfangsrichtung verschieben. Es stellen sich somit im Querlenkerlager maximale Kalibrierspannungen im Steg ein, die in etwa dem halben Wert der maximalen Spannungen im Schubstrebenlager entsprechen.

Unter Einleitung der maximalen Lasten aus Betriebs- und Sonderereignissen entstehen extreme Verzerrung in den Elastomerkörpern (s. Abb. 4.4). Zum Bewerten des lokalen Verzerrungszustands kann die Von-Mises-Vergleichsdehnung in der Form

$$\varepsilon_{V} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{6} \left( (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})^{2} + (\varepsilon_{2} - \varepsilon_{3})^{2} + (\varepsilon_{3} - \varepsilon_{1})^{2} \right)}$$
(4.17)

mit den Hauptdehnungen  $\varepsilon_i(i=1,2,3)$  herangezogen werden. In Abbildung 4.6 ist die Vergleichsdehnung des Schubstreben- und Querlenkerlagers bei entsprechend maximalen Sonderlasten in radialer Hauptrichtung dargestellt. Im Schubstrebenlager ergibt sich die maximale Sonderlast bei einer radialen Verschiebung des Lagerkerns um  $\hat{x}=2.15$  mm. Relativ betrachtet ent-

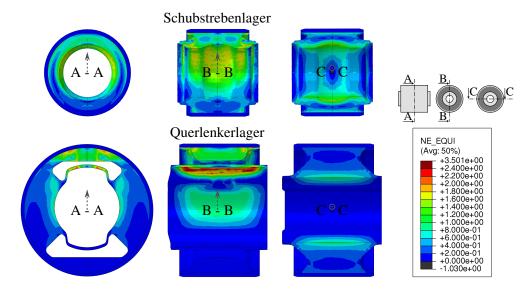


Abb. 4.6.: Vergleichsdehnungen im Schubstreben- und Querlenkerlager bei maximaler Sonderlast in radialer Hauptrichtung

spricht diese Verschiebung in etwa 40 % der mittleren Elastomerdicke in radialer Richtung. Im Querlenkerlager wird der Lagerkern durch die maximalen Sonderlasten um  $\hat{x} = 7.3$  mm verschoben. Dies entspricht 70 % des Abstands zwischen Lagerkern und -hülse bzw. einer Stauchung des Anschlagpuffers in Anregungsrichtung von ca. 63 %. Die Vergleichsdehnungen im Schubstrebenlager betragen in großen Bereichen des Elastomerkörpers Werte von  $\varepsilon_V > 0.9$ . Im Gegensatz dazu stellen sich im Querlenkerlager trotz der größeren Auslenkung des Lagerkerns nur im Anschlagpuffer analoge Dehnungswerte ein. Im Stegbereich ergibt sich lediglich eine mittlere Vergleichsdehnung von  $\varepsilon_V \approx 0.4$ . Der unterschiedliche Verzerrungszustand resultiert aus der größeren freien Oberfläche des Elastomerkörpers des Querlenkerlagers. In den Elastomerbereichen lateral zur Anregungsrichtung treten dadurch geringe Verzerrungen auf, die wiederum zu einer geringen Entfestigung des Elastomers führen. In Abbildung 4.7 ist die Schädigungsenergie infolge des Mullins-Modells nach einem vollen Schwingspiel dargestellt. Im Schubstrebenlager tritt die Entfestigung bei radialer Auslenkung im gesamten Umfang auf. Demgegenüber ist im Querlenkerlager nur im Anschlagpuffer eine signifikante Entfestigung zu erkennen. Daraus folgt, dass der Mullins-Effekt bei radialer Anregung in Nierenrichtung einen relativ geringen Einfluss im linearen Bereich des Nierenlagers aufweist, da die Steifigkeit im linearen Bereich allein aus der Scherung des Stegs resultiert. Damit bestätigen sich die in Abschnitt 3.3.1 aufgezeigten Beobachtungen am Querlenkerlager bezüglich der Auswirkungen des Mullins-Effektes auf die Grundkennlinie des Lagers.

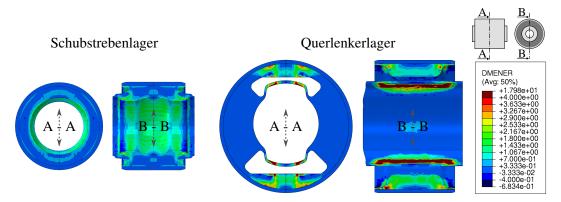


Abb. 4.7.: Schädigungsenergie infolge des Mullins-Modells im Schubstreben- und Querlenkerlager nach einem Schwingspiel mit maximaler Sonderlast in radialer Hauptrichtung

# 4.3. Prognose der statischen Grundkennlinie

Mit der Auswertung der auf den Lagerkern wirkenden Kraft bzw. der sich einstellenden Verschiebung des Lagerkerns folgt die Beurteilung der Prognosefähigkeit der Grundkennlinie der FE-Modelle. Es wird aufgezeigt, mit welcher Genauigkeit das statische Verhalten der Elastomerlager im hohen Lastbereich mit der im Rahmen der Arbeit aufgezeigten Modellierungstiefe vorhergesagt werden kann.

Abbildung 4.8 stellt Mess- und Simulationsergebnisse des Schubstrebenlagers gegenüber. Neben den Grundkennlinien sind deren Steifigkeiten über der Auslenkung dargestellt. Das FE-Modell ist in der Lage, den linearen Bereich sowie die Progression der Grundkennlinie qualitativ in sehr guter Näherung abzubilden. Die relative, maximale Abweichung zwischen

### 4. Numerische Untersuchungen

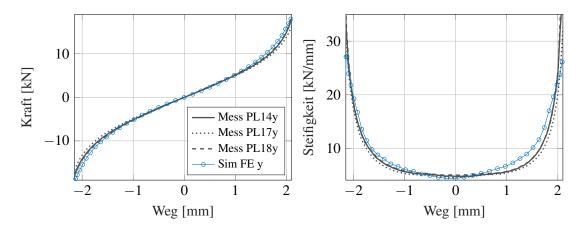


Abb. 4.8.: Grundkennlinie (links) und Steifigkeit (rechts) von drei gemessenen Prüflingen und vom FE-Modell des Schubstrebenlagers in radialer Anregungsrichtung

der Grundkennlinie der Messung (gemittelt) und der Simulation liegt unter 12 %. Im Nullpunkt beträgt die Steifigkeit der Simulation  $c_{Sim} = 4.5$  kN/mm, die der Messungen im Schnitt  $c_{Mess} \approx 4.8$  kN/mm. Die prognostizierte Steifigkeit ist im Nulldurchgang damit um 6.3 % kleiner als die der Messung. Ab einer Auslenkung von  $\hat{x} \approx 0.7$  mm übersteigt die Steifigkeit des FE-Modells geringfügig die der Prüflinge.

Abbildung 4.9 illustriert für das Querlenkerlager die Grundkennlinien und Steifigkeiten der Mess- und Simulationsergebnisse für die radiale Auslenkung in Nieren- und Stegrichtung. Auch bei diesem Elastomerlager kann mit der vorgestellten FE-Modellierung der qualitative Verlauf

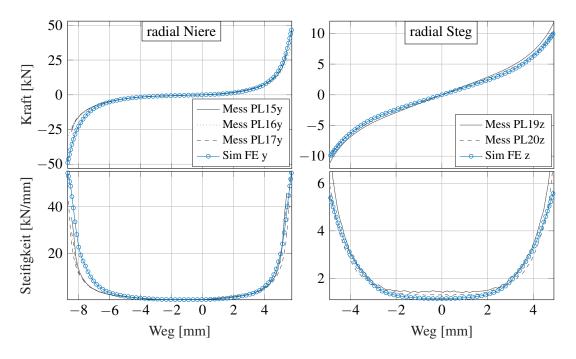


Abb. 4.9.: Grundkennlinie (oben) und Steifigkeit (unten) von gemessenen Prüflingen und vom FE-Modell des Querlenkerlagers in y- (links) und z-Richtung (rechts)

der Kraft-Weg-Kennlinie in beiden radialen Anregungsrichtungen prognostiziert werden. Abgesehen vom Anschlagverhalten bei hohen negativen Auslenkungen beträgt die absolute Abweichung in Nierenrichtung zwischen Messung (gemittelt) und Simulation im linearen Bereich maximal 0.5 kN/mm und in der Progression 4 kN/mm, was einem relativen, maximalen Fehler von 20 % entspricht. Die Steifigkeit der Simulation im linearen Bereich mit  $c_{Sim} = 314$  N/mm weicht von der Messung mit  $c_{Mess} \approx 327$  N/mm lediglich um 4 % ab. Größere Abweichungen treten in der Progression auf. Der Anschlag im negativen Auslenkungsbereich setzt im FE-Modell im Vergleich zur Messung zu früh ein. Neben Messungenauigkeiten könnten weitere Ursachen dafür in der nicht exakten Simulation der Prozessschritte des Abkühlens und der Kalibrierung liegen. Weichen die eingestellte Vulkanisationstemperatur, der Ausdehnungskoeffizient des Elastomers und der Kalibrierungswert von den realen Werten ab, kommt es zu verfälschten geometrischen Randbedingungen bzw. zu einem verfälschten Abstand zwischen Anschlagpuffer und Lagerkern. Dieser Abstand bestimmt den Beginn der Progression in Nierenrichtung maßgeblich. In Stegrichtung beträgt der relative, maximale Fehler zwischen Messung (gemittelt) und Simulation 15 %. Die Abweichung der linearen Steifigkeit in Stegrichtung weist mit 15 % im Gegensatz zur Nierenrichtung einen höheren Wert auf. Der Beginn der Progression der Simulation bei  $\hat{x} = 2.4$  mm stimmt mit dem der Messung überein. Damit ist es möglich, aus einer Materialcharakterisierung mit entsprechenden Streckungen, der Werkzeuggeometrie des Elastomerlagers und der Berücksichtigung des Vulkanisations- sowie Kalibrierungsschrittes das statische Verhalten der Elastomerlager im Bereich der Betriebs- und Sonderlasten in guter Näherung zu prognostizieren. Die FE-Simulationsergebnisse können als Input der Parametrierung der rheologischen Modelle aus Abschnitt 5.1.1 dienen.

# 4.4. Thermische Ausdehnung

Im Abschnitt 3.3.5 wurde die Temperaturabhängigkeit der Steifigkeit in radialer Belastungsrichtung aufgezeigt. Die Ursache für die Steifigkeitszunahme liegt in der thermischen Ausdehnung des Elastomers. Abbildung 4.10 veranschaulicht die Änderung der maximalen Hauptspannungen des Schubstrebenlagers bei einer Temperaturerhöhung von 25 °C auf 80 °C. Dabei findet aufgrund der Effektdarstellung nur der Ausdehnungskoeffizient Berücksichtigung (keine Tem-

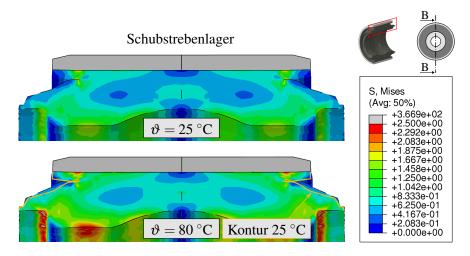


Abb. 4.10.: Mises-Spannung im kalibrierten Schubstrebenlager bei 25 °C und 80 °C

### 4. Numerische Untersuchungen

peraturabhängigkeit der  $\sigma/\varepsilon$ -Beziehung). Neben den erhöhten Spannungen ist zu erkennen, dass sich die Querschnittsfläche der Gummikontur vergrößert und der freie Raum zwischen Lagerhülse und -kern durch das zusätzliche Materialvolumen schließt. Daraus resultiert die in Abbildung 4.11 links dargestellte Kraft-Weg-Kennlinie. Die Steifigkeit im Nulldurchgang nimmt bei  $\vartheta = 80$  °C einen Wert von  $c \approx 5.4$  kN/mm an und ist damit gegenüber der RT um 22.5 % höher. Im Vergleich zur Steifigkeitserhöhung am realen Bauteil (s. Abb. 3.16), die in etwa 12 % entspricht, führt die Berechnung auf den doppelten Wert. Der Grund hierfür liegt, wie schon erwähnt, in dem Vernachlässigen der temperaturabhängigen Steifigkeit des reinen Elastomers. Im Querlenkerlager steigt die Steifigkeit im Nulldurchgang bei der Temperaturerhöhung von c=314 N/mm auf 326 N/mm (+4 %) an (s. Abb. 4.11 rechts). Da sich das durch die thermische Ausdehnung verdrängte Volumen im Nierenlager freier verteilen kann, entstehen geringere Druckspannungen und die Steifigkeitserhöhung fällt im Gegensatz zum Vollgummilager geringer aus. Zudem wirken sich die erhöhten Druckspannungen im Steg des Lagers in Bezug auf die Steifigkeitserhöhung in Nierenrichtung schwächer aus. Wie bereits in Abschnitt 2.3 aufgezeigt, reagiert das reine Material bei der Temperaturerhöhung mit einer Steifigkeitsreduktion. Die Messungen dieser Arbeit und bspw. der von KOCH [47] zeigen jedoch auf, dass die statische und dynamische Steifigkeit steigt, sobald der Elastomerkörper in Anregungsrichtung durch einen Metallkörper (oder steifen Kunststoffkörper) umschlossen wird. Der Effekt aus der thermischen Ausdehnung im Bauteil dominiert vor der Temperaturabhängigkeit des reinen Materials.

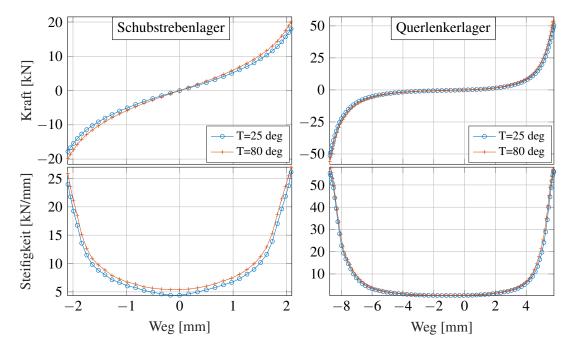


Abb. 4.11.: Simulierte Grundkennlinie (oben) und Steifigkeit (unten) des Schubstrebenlagers (links) und des Querlenkerlagers (rechts) in radialer Hauptrichtung bei unterschiedlichen Temperaturen

# 4.5. Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird das globale und lokale Elastomerlagerverhalten unter quasistatischer Anregung mittels Finite-Elemente-Simulationen untersucht. Die Modellierung des Elastomerlagerverhaltens beinhaltet die Darstellung der Hyperelastizität sowie des Mullins-Effekts unter Verwendung des Yeoh- bzw. Ogden-Roxburgh-Modells. Die Parametrierung der beiden Modelle erfolgt an uniaxialen, biaxialen und planaren Charakterisierungsmessungen von Elastomerproben mit maximalen Dehnungen bis zu 300 %. Bei den betrachteten FE-Simulationen werden die bedeutenden Herstellungsprozessschritte des Abkühlens sowie der Kalibrierung berücksichtigt.

Aus der Gegenüberstellung des lokalen Verzerrungszustands in einem Vollgummi- bzw. Nierenlager bei maximaler radialer Auslenkung des Lagerkerns in die jeweilige Hauptbelastungsrichtung geht hervor, dass die Verzerrungen im Elastomerkörper des Vollgummilagers in einem volumetrisch betrachtet größeren Bereich höher sind als die Verzerrungen im Nierenlager. Diese Beobachtung ist auf die geringere freie Oberfläche im Vollgummilager zurückzuführen. Mit dem Verzerrungsmaß des Elastomers geht ebenso das Entfestigungspotenzial des Elastomerlagers einher. Die Simulationen zeigen auf, dass im Vollgummilager bei einem vollen Schwingspiel entlang des gesamten Umfangs des Elastomerkörpers Bereiche mit hoher Entfestigung auftreten. Dadurch ist der Mullins-Effekt im gesamten Auslenkungsbereich des Vollgummilagers zu beobachten. Demgegenüber stellt sich im Nierenlager lediglich im Anschlagpuffer eine signifikante Entfestigung bei Anregung in Nierenrichtung ein, womit sich der Mullins-Effekt bei diesem Lager nur im Anschlagbereich auswirkt.

Mit der vorgestellten FE-Modellierung, einer entsprechenden Materialcharakterisierung und den Informationen über Werkzeuggeometrie, Vulkanisationstemperatur sowie Kalibriermaß können die quasistatischen Kraft-Weg-Kurven der Elastomerlager in guter Näherung prognostiziert werden. Die Simulationsergebnisse des Vollgummi- sowie Nierenlagers zeigen zu den gemessenen Größen maximale Abweichungen von 20 % auf.

Ferner lässt sich anhand der FE-Simulationen der Effekt der temperaturabhängigen Steifigkeit der Elastomerlager ergründen. Infolge der Ausdehnung des Elastomers bei Temperaturerhöhung entstehen Druckspannungen im Elastomerkörper, die die globale Bauteilsteifigkeit erhöhen. Dieser Effekt übersteigt den gegenläufigen Steifigkeitsabfall aus dem temperaturabhängigen Materialverhalten.

# 5. Modellanalyse

Das in den vorherigen Kapiteln aufgezeigte Übertragungsverhalten der Elastomerlager im Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse muss für die virtuelle Schnittlastermittlung mittels der MKS durch ein Ersatzmodell abgebildet werden. Im Rahmen des Kapitels werden in Abschnitt 5.1 bestehende, phänomenologische Elastomerlagermodelle hinsichtlich ihrer Eignung für die Berechnung im hohen Lastbereich der Betriebsfestigkeit analysiert. Anschließend folgt eine Sensitivitätsanalyse eines Elastomerlagermodells in der MKS-Umgebung, um die Bedeutung einzelner Eigenschaften des Übertragungsverhaltens der Elastomerlager auf die berechneten Schnittlasten herauszustellen (s. Abs. 5.2).

# 5.1. Benchmark-Analyse von Elastomerlagermodellen

Für den Vergleich der bestehenden, eindimensionalen Elastomerlagermodelle wird eine Benchmark-Analyse durchgeführt, wobei der Fokus auf dem Lastbereich der Sonderereignisse liegt. Die Bewertung erfolgt anhand definierter Qualitätskriterien. Die Ergebnisse der Untersuchung fließen quantitativ in eine Nutzwertanalyse ein, welche die Wertigkeiten der einzelnen Modelle leicht erkenntlich gegenüberstellt.

Für die Benchmark-Analyse wird die Software MATLAB<sup>1</sup> verwendet. Die DAEs der Elastomerlagermodelle werden zunächst in MATLAB implementiert. Die Parameteridentifikation erfolgt über einen globalen und anschließend lokalen Optimierungsalgorithmus (s. Abs. 6.3.3) anhand der im Rahmen der Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen der Elastomerlager. Nach erfolgreicher Identifikation schließt die Bewertung und Nutzwertanalyse der Elastomerlagermodelle an.

### **5.1.1.** Untersuchte Modelle

Der Benchmark-Analyse unterliegen folgende Modelle:

- KELVIN-VOIGT-Modell,
- PFEFFER-Modell,
- DZIERZEK-Modell,
- SJÖBERG-Modell und
- GHP-Modell (Mercedes-Benz AG).

Die Modelle setzten sich aus einer Parallelschalung verschiedener, rheologischer Zweige zusammen. Die Hauptzweige bilden dabei jeweils die Materialeigenschaft der Elastizität, Viskoelastizität bzw. der inneren Reibung (quasistatische Hysterese) ab. Es folgt eine Darstellung der Elastomerlagermodelle und von deren Übertragungsverhalten.

76 Frieder Riedel

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>MATLAB<sup>©</sup> 1994-2020 The MathWorks, Inc.

### 5.1.1.1. Kelvin-Voigt-Modell

Die Modellgleichungen des Kelvin-Voigt-Modells (KV) wurden bereits in Abschnitt 2.4.1.5 beschrieben:

$$F_{out} = cx + d\dot{x}. ag{2.33}$$

Da Gleichung 2.33 keine Reibkraft beinhaltet, kann das KV-Modell keine quasistatische Hysterese abbilden. Damit betragen der Verlustwinkel und die Verlustarbeit im Frequenzpunkt f=0 Hz den Wert null. Das Modell weist weiterhin keine Amplitudenabhängigkeit und eine im betrachteten Frequenzbereich nahezu lineare Frequenzabhängigkeit auf, wobei es sich nur auf einen Frequenzpunkt der Messung einstellen lässt. Ein großer Vorteil des KV-Modells ist die einfache Handhabung. Die Parameteridentifikation erfolgt anhand ablesbarer Größen der Charakterisierungsmessung, die direkt in die Modellparameter der Steifigkeit c und Dämpfung d umgerechnet werden können. Das Übertragungsverhalten des KV-Modells veranschaulicht Abbildung B.1 im Anhang anhand der Messdaten des Schubstrebenlagers. Die kleinste Amplitude und die Frequenz f=15 Hz bilden dabei die Referenzwerte für die Parametrierung.

### 5.1.1.2. Pfeffer-Modell

Die Gesamtkraft des Modells nach PFEFFER und HOFER [73] setzt sich neben einem elastischen und viskosen Anteil ebenso aus einem nichtlinearen Hystereseanteil zusammen. Der elastische Anteil entspricht der Federkraft  $F_e$  und der frequenzabhängige, viskose Anteil der Kraft  $F_v$ , die sich aus der Reihenschaltung eines Dämpfers und KV-Elements ergibt (s. Abb. 5.1). Die aus  $F_e$  und  $F_v$  resultierende Kraft folgt zu

$$F_{lin} = F_e + F_v = c_1 x + d_1(\dot{x} - \dot{z}) = c_1 x + c_2 z + d_2 \dot{z}. \tag{5.1}$$

Die Amplitudenabhängigkeit und quasistatische Hysterese bildet ein nichtlineares Modul ab. Pfeffer und Hofer referenzieren die nichtlineare Kraft  $F_{NL}$  zu der inneren Werkstoffreibung. Diese beruht auf einer Logarithmusfunktion mit den Hilfsparametern RM sowie pM und kann

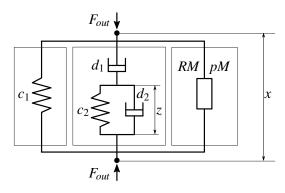


Abb. 5.1.: Pfeffer-Modell

mit der Wegkoordinate des *i*-ten Umkehrpunktes  $x_{s,i}$  wie folgt berechnet werden:

$$F_{NL}(t) = \left[ \sum_{i=1}^{n} \operatorname{sign}(\dot{x}|x \in ]x_{s,i-1}; x_{s,i}[) \cdot RM \cdot \ln(1 + pM|x_{s,1} - x_{s,i-1}|) \right] + \operatorname{sign}(\dot{x}|x > x_{s,i}) \cdot RM \cdot \ln(1 + pM|x(t) - x_{s,i}|).$$
(5.2)

Die Addition der drei Anteile  $F_e$ ,  $F_v$  und  $F_{NL}$  mündet in der Gesamtkraft  $F_{out}$ . Durch die nichtlineare Kraft  $F_{NL}$  aus Gleichung 5.2 ist das Pfeffer-Modell in der Lage die quasistatische Hysterese und den Payne-Effekt abzubilden (s. Abb. B.2). Die Reihenschaltung des Dämpfers mit dem KV-Element führt zu einem frequenzabhängigen Verhalten, das dem realen, qualitativen Verhalten des Schubstrebenlagers annähernd entspricht. Die quasistatische Hysterese des Pfeffer-Modells führt dazu, dass die Verlustarbeit bei  $f \ll 1$  Hz nicht null beträgt.

### 5.1.1.3. Dzierzek-Modell

Dzierzek [26] zerlegt die Kraft-Weg-Hysterese des Elastomerlagers in eine elastische Kraft, eine viskose Kraft und eine geschwindigkeitsabhängige Reibkraft (s. Abb. 5.2 links). Die elastische Federkraft  $F_e$  wird mithilfe einer Tangensfunktion modelliert:

$$F_e = c_t \frac{2d_t}{\pi} \tan \frac{\pi x}{2d_t}.\tag{5.3}$$

Dabei symbolisieren die Parameter  $c_t$  und  $d_t$  den Steifigkeitskoeffizienten (Anstieg im Nulldurchgang) bzw. die charakteristische Elastomerdicke des Lagers, welche die Lage der Asymptoten der Steifigkeitskennlinie definieren. Die Amplitudenabhängigkeit erreicht Dzierzek durch eine Anpassung des Steifigkeitskoeffizienten  $c_t$  in der Form:

$$c_t = \frac{p}{x_{max} + q} + r. \tag{5.4}$$

Der Koeffizient  $c_t$  ist damit von der maximalen Anregungsamplitude  $x_{max}$  und drei weiteren Subparametern (p, q, r) abhängig.

Die viskose Kraft  $F_v$  resultiert aus einer Parallelschaltung eines linearen Dämpfers und zweier MW-Elemente (s. Abs. 2.4.1.2 bzw. 2.4.1.6). Der Phasenwinkel eines MW-Elements weist ein ausgeprägtes Maximum an der Stelle  $\omega = c/d$  auf und fällt zu größeren Frequenzen ab. Dieser Phasenabfall beschreibt das physikalische Verhalten eines Elastomerlagers jedoch nur unzurei-

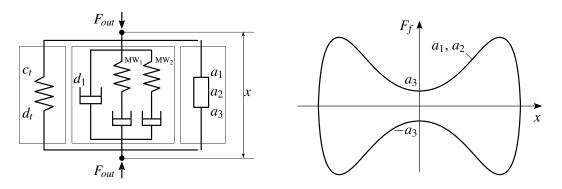


Abb. 5.2.: Dzierzek-Modell (links) und Reibhysterese des Modells (rechts)

chend. Um den Phasenabfall zu reduzieren und das reale Bauteilverhalten für einen größeren Frequenzbereich anzunähern, werden zwei MW-Elemente mit unterschiedlichen Zeitkonstanten parallelgeschaltet. Der zusätzliche lineare Dämpfer wirkt diesem Effekt ebenfalls entgegen. Die Reibkraft  $F_f$  bildet die Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten für radiale Auslenkungen ab und ist zudem vom Profil der Anregungsgeschwindigkeit abhängig:

$$F_{f} = \left[ a_{1} \left( \underbrace{c_{t} \frac{2d_{t}}{\pi} \tan \frac{\pi x}{2d_{t}}}_{F_{e}} - c_{t} x \right)^{a_{2}} + a_{3} \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{|\dot{x}^{2} - x \ddot{x}|}}.$$
 (5.5)

Der Ausdruck in den eckigen Klammern der Gleichung 5.5 stellt einen Skalierungsfaktor dar. Der Skalierungsfaktor resultiert aus dem progressiven Anteil der Gleichung 5.3, indem von der nichtlinearen Kraft  $F_e$  der lineare Anteil im Symmetriepunkt  $c_t x$  abgezogen wird. Die Hilfsparameter  $a_1$  und  $a_2$  beeinflussen die Form der Skalierungsfunktion und  $a_3$  bestimmt die Hysteresebreite im Nulldurchgang (s. Abb. 5.2 rechts). Der Bruch zum Ende der Gleichung 5.5 definiert eine geschwindigkeitsnormierte Hysteresefunktion, deren Absolutwerte im Nulldurchgang maximal 1 betragen. An den Umkehrpunkten ergibt die Hysteresefunktion den Wert 0. Dadurch erzielt Dzierzek eine vom Profil der Geschwindigkeit abhängige Reibungskraft, die er bei experimentellen Untersuchungen mit Dreieck- bzw. Sinusanregungen beobachtet hat.

Die im Vergleich zum Pfeffer-Modell komplexere Modellierung der Frequenzabhängigkeit führt zu einer Steigerung der Abbildungsgüte der dynamischen Eigenschaften über der Frequenz (s. Abb. B.3). Mit der Modellierung der Hystereseaufweitung ist das Dzierzek-Modell im Falle des Schubstrebenlagers in der Lage, über das gesamte Amplitudenband die Verlustarbeit mit einer relativ geringen Fehlerabweichung anzunähern.

### 5.1.1.4. Sjöberg-Modell

Der modulare Modellansatz nach Sjöberg [90] beinhaltet drei Komponenten: die Federkraft  $F_e$ , die Kraft eines Elements mit einer fraktionalen Ableitung  $F_v$  und die Reibkraft  $F_f$  (s. Abb. 5.3 links). Der Unterschied zum Pfeffer-Modell besteht in der Modellierung der Frequenz- und Amplitudenabhängigkeit.

Wie im vorigen Abschnitt erläutert, weist der Verlustwinkel des MW-Elements ein Maximum auf. Die Parallelschaltung mehrerer MW-Elemente führt einerseits zur Steigerung der Abbildungsgüte, andererseits zu einem starken Anstieg der Modellkomplexität bzw. Rechenzeit. Spring-Pot-Elemente mit fraktionalen Ableitungen bieten an dieser Stelle eine Möglichkeit, die limitierenden Eigenschaften der MW-Elemente zu umgehen (s. Abs. 2.4.1.7). Die konstitutive Gleichung des Spring-Pot-Moduls entspricht der viskosen Kraft  $F_{\nu}$  des Sjöberg-Modells und ist Gleichung 2.46 zu entnehmen.

Um das Reibungsverhalten und damit ebenso den Payne-Effekt abzubilden, nutzt Sjöberg den Ansatz von BERG [7]. Die Hysteresekurve wird dabei in den oberen und unteren Hystereseast unterteilt und mittels einer algebraischen Formfunktion beschrieben. So lautet die Gleichung für den oberen bzw. unteren Hystereseast

$$F_f(t) = F_{fs}^l + \frac{x(t) - x_s^l}{x_2(1 - \mu) + (x(t) - x_s^l)} (F_{fmax} - F_{fs}^l) \quad \text{für } \dot{x}(t) \ge 0$$
 (5.6)

$$F_f(t) = F_{fs}^u + \frac{x(t) - x_s^u}{x_2(1+\mu) - (x(t) - x_s^u)} (F_{fmax} + F_{fs}^u) \quad \text{für } \dot{x}(t) < 0$$
 (5.7)

#### 5. Modellanalyse

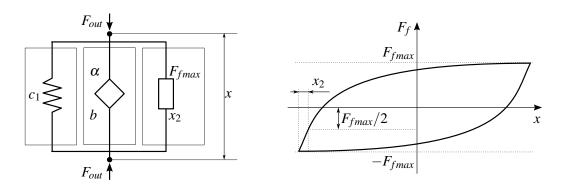


Abb. 5.3.: Sjöberg-Modell (links) und Reibhysterese des Modells (rechts)

mit  $\mu = F_{fs}/F_{fmax}$ . Der Parameter  $F_{fmax}$  stellt die maximale Reibungskraft und  $x_2$  die Auslenkung dar, welche zum Erreichen der halben maximalen Reibungskraft benötigt wird.  $F_{fs}$  und  $x_s$ repräsentieren den Startpunkt für die jeweilige Hysteresekurve und müssen bei jeder Richtungsumkehr der Auslenkung aktualisiert werden. In Abbildung 5.3 rechts ist die Funktionsweise des Reibmoduls anhand einer Kraft-Weg-Hysterese veranschaulicht.

Das dynamische Übertragungsverhalten des Sjöberg-Modells ist hinsichtlich der Messergebnisse des Schubstrebenlagers in Abbildung B.4 im Anhang dargestellt. Im Vergleich zu den bisher vorgestellten Elastomerlagermodellen nähert sich der qualitative Frequenzverlauf des Sjöberg-Modells durch das Spring-Pot-Element sichtbar dem des realen Bauteilverhaltens an.

### **5.1.1.5. GHP-Modell**

Das GHP-Modell (Gummi-, Hydrauliklager und Puffer) ist ein im Hause der Mercedes-Benz entwickeltes phänomenologisches, modular aufgebautes Elastomerlagermodell. MELJNIKOV [57] legte 2003 mit seiner Modellierung den Grundstein des Modells. In den folgenden Jahren wurde das Modell sukzessive weiterentwickelt [24, 86]. Es gliedert sich analog zu Sjöberg in drei Zweige: der erste Zweig bildet die statische Steifigkeit ab, der zweite die statische Reibung sowie Amplitudenabhängigkeit und der dritte die frequenzabhängigen Eigenschaften (s. Abb. 5.4 links). Letzterer Zweig unterscheidet sich zum Sjöberg-Modell darin, dass zum einen entweder ein Spring-Pot- oder zwei MW-Elemente ausgewählt werden können. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist stets das Spring-Pot-Element aktiv. Zum anderen wirkt ein zusätzlicher, linearer Dämpfer entgegen dem Phasenabfall zu höheren Frequenzen. Das Reibmodell basiert auf dem algebraischen Ansatz von BERG [7]. MELJNIKOV modifiziert den originalen Ansatz des oberen bzw. unteren Hystereseastes in der Form:

$$F_{f}(t) = F_{fs}^{l} + k_{F} \frac{2(x(t) - x_{s}^{l})}{2k_{x} + (x(t) - x_{s}^{l})} \quad \text{für } \dot{x}(t) \ge 0$$

$$F_{f}(t) = F_{fs}^{u} + k_{F} \frac{2(x(t) - x_{s}^{u})}{2k_{x} - (x(t) - x_{s}^{l})} \quad \text{für } \dot{x}(t) < 0.$$

$$(5.8)$$

$$F_f(t) = F_{fs}^u + k_F \frac{2(x(t) - x_s^u)}{2k_x - (x(t) - x_s^l)} \quad \text{für} \quad \dot{x}(t) < 0.$$
 (5.9)

Der Anstieg nach dem oberen bzw. unteren Umkehrpunkt ( $[x_s^u, F_{fs}^u]$  bzw.  $[x_s^l, F_{fs}^l]$ ) ergibt sich aus dem Verhältnis der Hilfsparameter  $k_F$  zu  $k_x$ . Um das Gummigedächtnis mit den Gleichungen 5.8 und 5.9 abbilden zu können, wird zusätzlich ein Zustandsautomat benötigt, der in Abhängigkeit des Öffnens oder Schließens von Hystereseschleifen die letzten Umkehrpunkte setzt. Das Verhalten der Reibmodelle nach Berg (s. Gl. 5.6, 5.7) und nach Meljnikov (s. Gl. 5.8, 5.9)

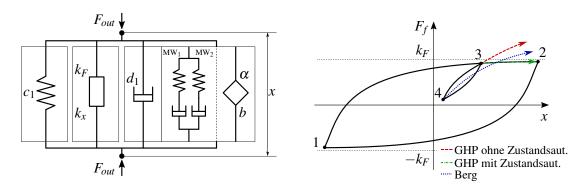


Abb. 5.4.: GHP-Modell (links) und Reibhysterese des Modells (rechts)

beim Schließen von geöffneten Hystereseschleifen ist in Abbildung 5.4 rechts gegenübergestellt. Innerhalb einer großen Hystereseschleife 1-2 wird eine kleinere Hystereseschleife durch die Auslenkung von 3 nach 4 geöffnet. Beim Schließen der Hystereseschleife 3-4-3 in Richtung 2 verhalten sich die beiden Reibmodelle divergent. Das Meljnikov-Model folgt mit deaktiviertem Zustandsautomaten dem rot gestrichelten Verlauf, mit aktiviertem dem Verlauf von 3 nach 2 und damit dem Verlauf des realen Elastomerlagerverhaltens. Die blau punktierte Linie illustriert den Kraftpfad des Berg-Modells, bei dem die Hystereseschleife nicht in Punkt 3 geschlossen und der alte Kraftpfad 3-2 nicht reaktiviert wird. Die Ursache liegt in der von der Lage der Umkehrpunkte abhängigen Skalierung der Ansatzfunktion (hinterer Klammerausdruck in Gl. 5.6 und 5.7).

Die Hystereseaufweitung des GHP-Modells wird durch die Multiplikation der Reibkraft  $F_f$  mit einer parabelförmigen Skalierungsfunktion erzielt. Genauere Ausführungen zur Skalierungsfunktion folgen im nächsten Kapitel. Das dynamische Übertragungsverhalten des GHP-Modells in Bezug auf das Schubstrebenlager ist in Abbildung B.5 im Anhang veranschaulicht.

### 5.1.2. Nutzwertanalyse

Die Nutzwertanalyse dient der Bewertung der Tauglichkeit der vorgestellten Elastomerlagermodelle bezüglich des Einsatzes in der MKS für Berechnungen von Betriebs- und Sonderlasten. Die Modelle werden anhand der Hauptkriterien Parameteridentifikation, Performance und Validität untersucht, die sich wiederum in weitere Teilfunktionen unterteilen (s. Abb. 5.5). Um die Gesamtwertigkeit W eines Modells zu erhalten, bedarf es einer Zusammenfassung der Bewertungen der Teilfunktionen  $w_i$  über Gewichtungsfaktoren  $g_i$ . Diese beschreiben die Bedeutung einer Teilfunktion für die Erfüllung der Gesamtfunktion. Die Ableitung der Gewichtungsfaktoren erfolgt mittels einer stufenweisen Abstraktion. Dafür werden den einzelnen Funktionen Knoten- und Stufengewichtungen zugeordnet. Die Knotengewichtung  $g_K$  gibt dabei den Bedeutungsgrad der jeweiligen Teilfunktion hinsichtlich der direkt übergeordneten Funktion an, wodurch die Summe der untergeordneten Knotengewichtungen eines Überziels stets den Wert 1 ergibt. Aus der Multiplikation der Knotengewichtungen entlang eines Pfades resultieren die Stufengewichtungen  $g_S$ , die auf der jeweils untersten Zielstufe die gesuchten Gewichtungsfaktoren für die Berechnung der Gesamtwertigkeit darstellen. Aufsummiert müssen sie den Wert 1 ergeben [31]. Die Maßzahlen bzw. Wertigkeiten für die Teilfunktionen auf der untersten Zielstufe leiten sich aus der Bewertungsskala der technischen Wertigkeit nach der VDI-Richtlinie 2225 [95] ab. Es werden Punkte zwischen 0 und 4 für die Zielerfüllung vergeben, wobei 0

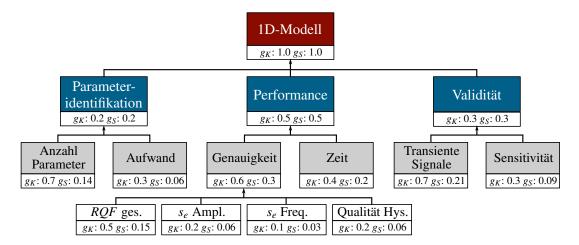


Abb. 5.5.: Bewertungskriterien der Nutzwertanalyse mit den zugehörigen Gewichtungsfaktoren

"unbefriedigend" und 4 "sehr gut" darstellt (s. Tab. 5.1). Die Gesamtwertigkeit folgt zu

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_{S,i} \cdot w_i}{w_{max} \cdot \sum_{i=1}^{n} g_{S,i}},$$
(5.10)

wobei n die Anzahl der Kriterien und  $w_{max}$  die maximal erreichbare Maßzahl darstellt. Eine Modellwertigkeit von W=1 würde somit die maximale Funktionserfüllung der Kriterien aus Abbildung 5.5 entsprechen.

Im Folgenden werden die Teilfunktionsbewertungen mit einigen beispielhaften Berechnungsergebnissen der Elastomerlagermodelle vorgestellt. Der hier durchgeführten Nutzwertanalyse liegen die Messergebnisse des Querlenkerlagers zugrunde, da dieses Lager mit seiner ausgeprägten Nichtlinearität und Asymmetrie besondere Anforderung an die Elastomerlagermodelle stellt.

### 5.1.2.1. Parameteridentifikation

Der erste Schritt in der Modellanwendung ist die Bestimmung der Modellparameter. Der Paramteridentifikation liegt eine standardisierte Charakterisierungsmessung der statischen Grundkennlinie und der dynamischen Eigenschaften des Querlenkerlagers zugrunde. Da nur wenige Modellparameter a priori aus den Messergebnissen abgelesen bzw. auf analytischem Wege bestimmt werden können, bedarf es einer Optimierungsroutine zur Parameteridentifikation. Die Optimierung minimiert den relativen, quadratischen Fehler *RQF* im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate (engl.: *least-squares-method* LSM) zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen harmonischer Anregungen. Durch den annähernd optimalen Parametersatz für das jeweilige Modell ist gewährleistet, dass die reine Abbildungsgüte der Modelle unabhängig von der jeweilig empfohlenen Parametrierroutine verglichen werden kann. Die Optimierungsroutine startet mit einer globalen Optimierungsmethode, genauer einem genetischen Algorithmus, und wird nach einem definierten Abbruch mit einer lokalen Optimierungsmethode (Gradientenverfahren) fortgeführt (s. Abs. 6.3.3). Dadurch kann ein globales Minimum in der Gegenwart mehrerer lokaler Minima im abgegrenzten Parametersuchraum lokalisiert werden.

Die elastische Federkraft wird bei allen Elastomerlagermodellen mit der gemessenen, nichtli-

nearen Grundkennlinie parametriert. Beim Dzierzek-Modell ist die Federkraft theoretisch über die Tangensfeder nach Gleichung 5.3 definiert. Aufgrund der Asymmetrie und des nicht tangensförmigen Verlaufs der Grundkennlinie des Querlenkerlagers kann diese Funktion nicht angewendet werden. Durch die Verwendung der gemessenen Grundkennlinie als elastische Federkraft muss im Dzierzek-Modell die Amplitudenabhängigkeit und Reibkraft  $F_f$  angepasst werden. Dafür wird die Kraft  $F_e$  in Gleichung 5.5 durch die Federkennlinie ersetzt. Der Parameter  $c_t$  entspricht der linearen Steifigkeit der Federkennlinie. Die Amplitudenabhängigkeit wird über eine Skalierung der Federkennlinie erzielt, deren Skalierungsfaktor aus der hyperbolischen Funktion aus Gleichung 5.4 abgeleitet wird. Die Hilfsparameter p, q und r ergeben sich wiederum aus einer nichtlinearen LSM-Fitting-Routine der Software MATLAB.

Die Parameter der dynamischen Zweige werden grundlegend über die Optimierung identifiziert. Das KV-Modell stellt hierbei eine Ausnahme dar. Der Dämpfungsparameter d des KV-Modells lässt sich durch Umstellen der Gleichung 2.37 und Einsetzten der statischen Steifigkeit c sowie des bei einer definierten Frequenz abgelesenen Verlustwinkels  $\varphi_{Mess}(f)$  auf analytischem Wege bestimmen. Die restlichen Parameter der dynamischen Zweige aller weiteren Modelle unterziehen sich der Optimierung. Es müssen definierte, modellabhängige Wertebereichsgrenzen beachtet werden, um ein nichtphysikalisches Modellverhalten zu umgehen. Bei der Eingrenzung der Wertebereiche der MW-Parameter des Dzierzek-Modells bedarf es einer Beachtung der Lage der MW-Eigenfrequenzen.

Die Parameteridentifizierung der Hysteresemodule erfolgt ebenso über die Optimierung. Die Skalierungsfunktion des GHP-Modells leitet sich aus der gemessenen, quasistatischen Kraft-Weg-Hysterese ab. Von dieser können auch weitere Parameter, wie bspw. der Parameter  $a_3$  des Dzierzek-Reibmoduls, direkt abgelesen bzw. abgeschätzt werden.

Die Wertigkeit des Kriteriums Parameteridentifikation der Benchmark ergibt sich aus der Parameteranzahl und dem Parametrieraufwand. Bei letztgenannter Kategorie erfolgt die Bewertung auf Basis weicher (subjektiver) Faktoren, welche sich an der VDI 2225 anlehnen. Das KV-Modell weist unter den betrachteten Modellen bezüglich des Parametrieraufwands das einfachste Handling auf. Das Dzierzek-Modell weist den größten Parametrieraufwand auf. Die Parameteranzahl der Modelle variiert von minimal 2 des KV- bis maximal 12 des Dzierzek-Modells.

### 5.1.2.2. Performance

Die Performance untergliedert sich zum einen in die Teilfunktion Genauigkeit, die sich in weitere Unterziele aufteilt, und zum anderen in die Teilfunktion Zeit.

Die Genauigkeit bezieht sich primär auf die Bewertung der Abbildungsgüte der dynamischen Steifigkeit und Verlustarbeit über den relativen, quadratischen Fehler *RQF*.

$$RQF = \sum_{i=1}^{n} \left( 1 - \frac{y_{Sim}}{y_{Mess}} \right)^2 \tag{5.11}$$

Der Gesamtfehler ergibt sich aus der Addition der über der Amplitude aufsummierten Fehler der dynamischen Steifigkeit und der Verlustarbeit. Weitere Faktoren der Genauigkeit stellen die empirischen Standardabweichungen  $s_e$  der Amplituden- und Frequenzabhängigkeit dar.

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (RQF_i - RQF_{mean})^2}$$
 (5.12)

### 5. Modellanalyse

Dafür werden die relativen, quadratischen Fehler der einzelnen Amplituden sowie dreier Frequenzbereiche ausgewertet. Das Frequenzband unterteilt sich in den degressiven Bereich von  $0 < f \le 5$  Hz, den mittleren, linearen Bereich von  $5 < f \le 25$  Hz und den höherfrequenten Bereich von  $25 < f \le 40$  Hz. Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streubreiten der Fehlergrößen und gibt damit Aufschluss über die Qualität eines Modells hinsichtlich seiner amplituden- und frequenzabhängigen Eigenschaften. Eine niedrige Standardabweichung weist auf eine hohe Abbildungsgüte hin, da kleine sowie große Amplituden bzw. Frequenzen im gleichen Maße abgebildet werden.

Aus den Abbildungen 5.6 und 5.7 können beispielhaft die Simulationsergebnisse des Pfefferund GHP-Modells für das Querlenkerlager entnommen werden. Neben dem dynamischen Verhalten auf der linken Seite ist auf der rechten jeweils der über den Amplituden aufsummierte, relative, quadratische Fehler für die beiden Modelle gegenübergestellt. Es ist zu erkennen, dass vor allem bei großen Amplituden das GHP-Modell einen deutlich kleineren Fehler aufweist. Die

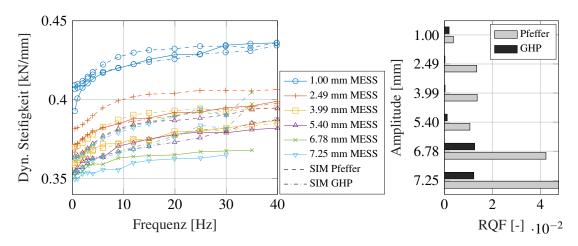


Abb. 5.6.: Dyn. Steifigkeit des Pfeffer- und GHP-Modells am Beispiel des Querlenkerlagers (links) und *RQF* über der Amplitude (rechts)

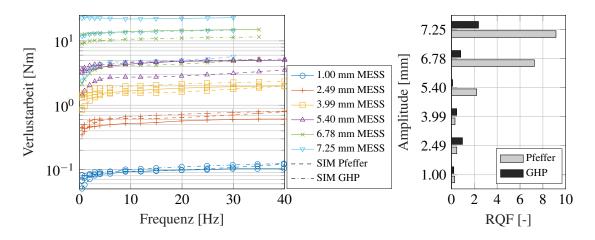


Abb. 5.7.: Verlustarbeit des Pfeffer- und GHP-Modells am Beispiel des Querlenkerlagers (links) und *RQF* über der Amplitude (rechts)

berechnete Verlustarbeit der beiden Modelle ist im Amplitudenbereich  $0 < \hat{x} < 4$  mm gleichwertig. In diesem Bereich ähneln sich die simulierten Reibhysteresen. Erst bei höheren Amplituden kommt die zusätzliche Hystereseskalierung des GHP-Modells zum Tragen und resultiert in einer höheren Abbildungsgüte. In Abbildung 5.8 sind die über den drei Frequenzbändern summierten Fehler aller Modelle illustriert. Das KV-Modell weist prinzipiell die größten Fehler auf, das GHP-Modell die geringsten. Weiterhin steigt der Fehler der dynamischen Steifigkeit bei allen Modellen, abgesehen vom Pfeffer-Modell, mit steigender Frequenz an. Der relative, quadratische Fehler der Verlustarbeit sinkt mit steigender Frequenz, abgesehen vom KV- und Dzierzek-Modell. Im Frequenzabschnitt  $25 < f \le 40$  Hz ergibt der Fehler der KV-Modellierung in etwa 120 und ist aus Gründen der Anschaulichkeit nicht dargestellt. Der stark variierende Fehler zeigt auf, dass das KV-Modell den betrachteten Frequenzbereich nur ungenügend abbilden kann. Die Schwankung des Fehlers spiegelt sich in der frequenzbezogenen Standardabweichung mit  $s_e = 46.5$  wider (s. Tab. 5.1). Das GHP-Modell erweist sich aufgrund des über das gesamte Frequenzband minimalen Fehlers als die performanteste Modellierung.

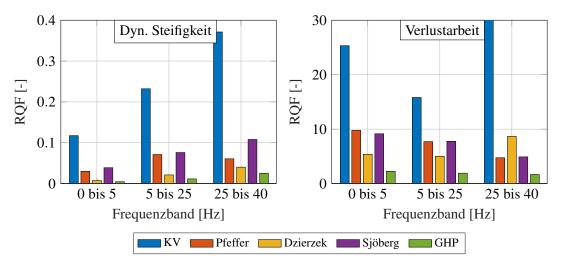


Abb. 5.8.: Fehler *RQF* der Modelle über den Frequenzabschnitten in Bezug auf das Querlenkerlager

Die vierte Unterfunktion der Genauigkeit ist die Qualität der reinen Hysterese. Da Betriebsund Sonderlasten Auslenkungen des Lagerkerns hervorrufen, die weit in die nichtlinearen Bereiche (Progression) des Lagers hineinreichen, kommt es durch die innere Reibung im Elastomer zur Hystereseaufweitung. Aus diesem Grund wird besonderes Augenmerk auf die Qualität der quasistatischen Hysteresen der Elastomerlagermodelle gelegt. Abbildung 5.9 illustriert
die Reibkräfte der Modelle bei unterschiedlicher Auslenkungsamplitude. Die Reibmodule des
Dzierzek- und GHP-Modells können die Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten abbilden. Die Form der Dzierzek-Hysterese ist durch die Skalierung in Form einer Potenzfunktion
nach Gleichung 5.5 jedoch stark beschränkt. Auch die Hystereseformulierung des GHP-Modells
zeigt Schwächen bei der Abbildung der größten Amplitude. Die Modelle nach Pfeffer und Sjöberg berücksichtigen das Elastomerverhalten der Hystereseaufweitung nicht. Der LogarithmusAnsatz nach Pfeffer weist zudem einen Offset auf.

Ein performantes Simulationsmodell zeichnet sich neben der Berechnungsgenauigkeit durch eine geringe Rechenzeit aus. Als Bewertungsmaß wird die normierte Rechenzeit  $t_{norm}$  herangezogen, die das Verhältnis der Rechenzeit  $t_{Re}$  zur Simulationsdauer  $t_{Sim}$  definiert.

### 5. Modellanalyse

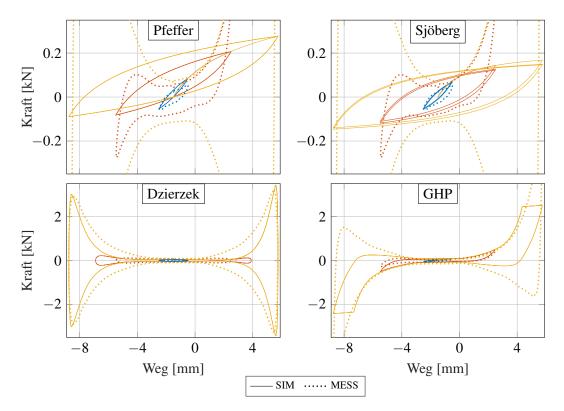


Abb. 5.9.: Simulierte Kräfte der Hysteresemodule der Modelle bei verschiedenen Auslenkungsamplituden in Bezug auf das Querlenkerlager

$$t_{norm} = t_{Re}/t_{Sim} \tag{5.13}$$

Die Simulationsdauer entspricht in der Nutzwertanalyse dem Zeitvektor der zu berechnenden harmonischen Anregungen. Die normierte Rechenzeit wird sowohl für jeden Frequenzpunkt der jeweiligen Anregungsamplitude, als auch kumuliert über alle Frequenzpunkte ausgewertet. In Abbildung 5.10 sind die normierten Rechenzeiten der Elastomerlagermodelle über der Frequenz veranschaulicht. Bei allen Modellen nimmt die Rechenzeit mit der Frequenz zu. Das Dzierzek-Modell weist durch die zwei zu lösenden Differentialgleichungen der MW-Elemen-

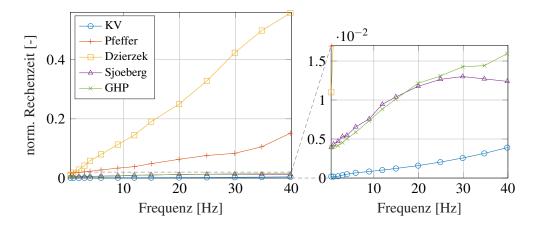


Abb. 5.10.: Normierte Rechenzeiten über der Frequenz

te die längste Rechenzeit auf. Die Systemgleichungen des Sjöberg- und GHP-Modells können hingegen um einen Faktor größer 20 schneller gelöst werden. Die Kurven der beiden Modelle liegen annähernd übereinander, da beide Modelle über ein Spring-Pot-Element und eine ähnliche Hystereseformulierung verfügen.

#### **5.1.2.3.** Validität

Eine Teilfunktion des Gütekriteriums der Validität ist die Sensitivität. Die Sensitivitätsanalyse erfolgt mit der "One-Factor-At-a-Time"-Methode (OFAT), bei der jeder Parameter einzeln variiert wird, um die Auswirkung der Parameter isoliert zu betrachten. Als Ausgangspunkt der Parametervariation dienen die jeweils aus der Optimierung abgeleiteten Parameter, deren Werte als Basis bezeichnet werden. Für die Beurteilung der Sensitivität wird die absolute Änderung des relativen, quadratischen Gesamtfehlers ausgewertet. Demgemäß beträgt die Fehleränderung beim Basis-Parametersatz den Wert 0. Das Ergebnis der OFAT ist in den Abbildungen B.6 bis B.10 dargestellt. Die niedrigsten Parametersensitivitäten weist das Modell nach Pfeffer auf, die höchsten das KV- und Dzierzek-Modell. Beim KV-Modell wirkt sich der Parameter d sehr sensitiv auf die Verlustarbeit aus. Im Falle des Modells nach Dzierzek betrifft dies die Parameter der Reibfunktion. Die Bewertung der Sensitivität erfolgt mit weichen Faktoren (s. Tab. 5.1).

Die bisherigen Untersuchungen ergeben sich ausschließlich anhand des Modellverhaltens bei harmonischen Anregungen. Bei realen Belastungen kommt es hingegen zu regellosen, transienten Anregungen mit variierender Amplitude und Frequenz. Das Modellverhalten bei derartiger Anregung ist für die virtuelle Schnittlastermittlung von essentieller Bedeutung. Aus diesem Grund ist die zweite Teilfunktion der Validität die Simulationsgüte bei transienten Anregungen (Sonderereignisanregungen). Die Bewertung erfolgt mit weichen Faktoren und basiert auf der Auswertung des absoluten Kraftfehlers und der kumulierten Verlustarbeit. Dafür werden alle Modelle mit der gemessenen Weganregung des Querlenkerlagers aus dem Prüfstandversuch berechnet. Das normierte Kraftsignal der Sonderereignisse ist in Abbildung 5.11 oben illustriert. Dabei entsprechen die Zeitabschnitte  $40 \le t < 50$  s und  $60 \le t < 70$  s den Schlechtwegbrem-

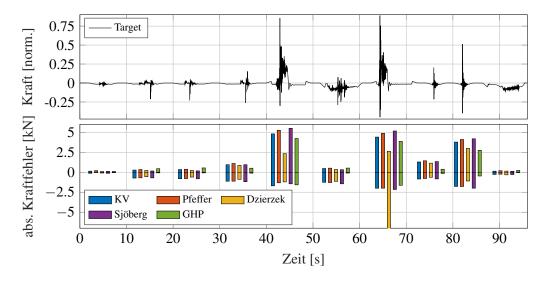


Abb. 5.11.: Normiertes Kraftsignal des Querlenkerlagers der einzelnen Sonderereignisse (oben) und max. Kraftfehler (neg./pos.) der Modelle pro Sonderereignis (unten)

### 5. Modellanalyse

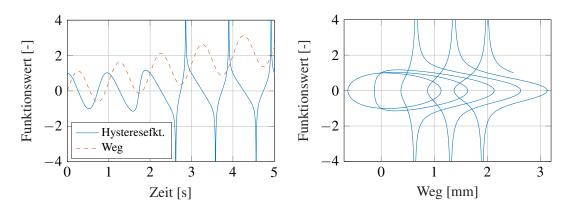


Abb. 5.12.: Funktionswert der normierten Hysteresefunktion nach Dzierzek (s. Gl. 5.5) bei dargestellter Weganregung

sungen,  $50 \le t < 60$  s und  $85 \le t < 95$  s den Anfahrereignissen und die restlichen Zeitabschnitte den Vertikalereignissen. Darunter sind die maximalen, negativen und positiven Kraftfehler jedes Modells über dem jeweiligen Sonderereignis aufgetragen. Die geringste Fehlerabweichung tritt für nahezu jedes Ereignis beim GHP-Modell auf. Beim Dzierzek-Modell erscheint es zunächst, als ergeben sich ähnlich kleine Fehlerabweichungen. Der maximale negative Kraftfehler im Zeitfenster 60 < t < 70 s beträgt jedoch in etwa -20 kN. Bei der Hysteresefunktion nach Gleichung 5.5 kann es zu Polstellen kommen, die zu extremen Funktionswerten führen. Ursache ist die geschwindigkeitsnormierte Hysteresefunktion. Abbildung 5.12 veranschaulicht deren Funktionswert bei einer harmonischen Sinus-Schwingung mit wachsendem Mittelwert. Sobald die Weganregung nicht mehr in negative Bereiche hineinreicht, treten vor und nach dem unteren Umkehrpunkt Polstellen auf. Des Weiteren ist die Modellierung der Amplitudenabhängigkeit nach Gleichung 5.4 nicht direkt auf transiente Anregung mit variierender Amplitude anwendbar. Das beschriebene Modell nach Dzierzek ist somit nicht ohne weitere Anpassungen für beliebige transiente Anregung geeignet. Im Rahmen der hier durchgeführten Benchmark wurde bei der transienten Berechnung für den Parameter  $x_{max}$  aus Gleichung 5.4 die maximal vorkommende Auslenkungsamplitude angenommen und die Funktionswerte der normierten Hysteresefunktion auf maximale, absolute Werte von 1 begrenzt.

In Abbildung 5.13 ist die kumulierte Verlustarbeit des Sollsignals (Target) und der Modelle dar-

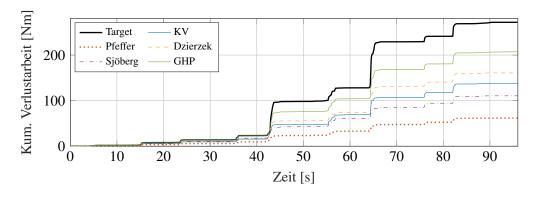


Abb. 5.13.: Kumulierte Verlustarbeit des Sonderereignissignals in Bezug auf das Querlenkerlager

gestellt. Das GHP-Modell prognostiziert am Ende der Anregung 76 % der real aufgetretenen Verlustarbeit. Das Modell nach Pfeffer prognostiziert lediglich 23 %. Bei großen Auslenkungsamplituden ( $t \approx 42$  und  $t \approx 64$  s) ist zu erkennen, dass das GHP- und Dzierzek-Modell im Vergleich zu den anderen Modellen die größten Sprünge in der Verlustarbeit vollziehen. Ein entscheidender Grund dafür ist die Abbildung der Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten. Das KV-Modell bildet am Ende des Signals 50 % der realen Verlustarbeit ab, obwohl es keine quasistatische Hysterese aufweist. Der relativ hohe Wert der Verlustarbeit wird durch eine Überdämpfung bei Frequenzen verursacht, die den eingestellten Arbeitspunkt überschreiten (s. Abb. B.1). Diese Dämpfung widerspricht jedoch dem realen Elastomerlagerverhalten, da die Kraft-Weg-Hysterese unter der viskosen Dämpfungskraft nur im Symmetriepunkt an Breite gewinnt.

# **5.1.3.** Ergebnis und Fazit

Für das Übertragungsverhalten der beschriebenen Elastomerlagermodelle im Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse führt die Benchmark zu dem in Tabelle 5.1 zusammengefassten Ergebnis. Unter allen Modellen weist das KV-Element die geringste Performance und Validität auf. Grund hierfür ist, wie in Abschnitt 5.1.1.1 erwähnt, eine lineare Frequenz- und keine Amplitudenabhängigkeit. Positiv zu bewerten ist der sehr geringe Parametrieraufwand und die Rechenzeit. Beim Pfeffer- und Sjöberg-Modell ergeben sich akzeptable Fehlerabweichungen für kleine bis moderate Anregungsamplituden. Ebenso in der Anwenderfreundlichkeit zeigen sie gute Eigenschaften. Bei der Simulation von Anregungsamplituden im hohen Lastbereich fallen jedoch Defizite auf. Die Reibungsmodelle nach Pfeffer und Berg können die Hystereseaufweitung in der Progression nicht abbilden, wodurch bei entsprechend großen Amplituden die Verlustarbeit zu gering ausfällt. Das Modell nach Dzierzek enthält hingegen ein Reibmodell, welches die exponentielle Dämpfung und damit die Verlustarbeit quantitativ hochwertiger prognostizieren kann. Die Skalierung der Hysteresebreite in Form einer Exponentialfunktion beschränkt jedoch die Abbildung beliebiger Hysteresebreiten. Zudem kann beim Dzierzek-Modell bei unsymmetrischen bzw. nicht tangensförmigen Federkennlinien die Tangensfeder nach Gleichung 5.3 nicht angewendet werden. Nachteilig wirken sich ebenso die hohe Parameteranzahl, Berechnungsdauer und geringe Validität aus. Das GHP-Modell erzielt in der Performance und Validität die höchste Wertigkeit. Durch die inkludierte Skalierungsfunktion der Hysteresekurve können beliebige Kraftpfade unsymmetrischer Lager generiert werden. Ferner besitzt das Modell mit einer Anzahl von 7 relativ wenige Parameter und agiert wie das Sjöberg-Modell mit einer kleinen normierten Rechenzeit.

Für die Anwendung in der MKS in der Betriebsfestigkeit stellt sich das GHP-Modell von den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Elastomerlagermodellen als das performanteste und qualitativ hochwertigste Modell heraus, welches die beschriebenen Teilfunktionen im Mittel am besten erfüllt. Optimierungspotenziale ergeben sich bei der Modellierung der quasistatischen Hysterese (s. Abs. 6.2).

Tab. 5.1.: Bewertungstabelle der Nutzwertanalyse der Elastomerlagermodelle

Benchmark	ParamIdent		Performance				Validität			
					ıigkeit		Zeit			
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Faktor	Anzahl Param.	Aufw. Ident.	RQF ges.	Std.abw. Ampl.	Std.abw. Freq.	Qualität Hys.	Rechenzeit	Trans. Signal	Sensitivität	
Gewichtung	0.14	0.06	0.15	0.06	0.03	0.06	0.2	0.21	0.09	1
Pkt.	Bewertungsskala nach VDI 2225									
0	15	sehr h	90.00	8.00	50.00	ò	0.300		sehr h	1
1	12	hoch	35.00	5.00	5.00	/eit	0.200	loss	hoch	
2	9	gering	17.50	3.50	3.50	Hys.aufweitg.	0.136	$\Delta \mathrm{F,~W_{loss}}$	gering	
3	5	sehr g	10.25	2.00	2.00	/s.a	0.073	ΔF,	sehr g	
4	2	kein	4.70	0.50	0.50	Ħ.	0.010		keine	
			Vergeber	er Wert -	Bewertung	sskala - N	ierenlager			
Vergebener Wert - Bewertungsskala - 1  Modell Wert nach VDI 2225					<i>3</i>			$ \mathbf{w} $		
	Gewichteter Wert									
	2	kein	88.5	8	46.5	-	0.0013	-	hoch	
Kelvin Voigt	4	4	0	0	0	0	4	2	1	
	0.56	0.24	0	0	0	0	0.8	0.42	0.09	0.53
	6	gering	19.8	3.6	2.1	_	0.05	-	sehr g	
Pfeffer	2	2	1	1	2	1	3	1	3	
	0.28	0.12	0.15	0.06	0.06	0.06	0.6	0.21	0.27	0.45
	12	hoch	13.4	2.1	1.65	-	0.195	-	hoch	
Dzierzek	1	1	2	2	3	2	1	1	1	
	0.14	0.06	0.3	0.12	0.09	0.12	0.2	0.21	0.09	0.33
	5	sehr g	19.4	3.6	1.8	-	0.0086	2	gering	
Sjöberg	3	3	1	1	3	1	4	2	2	
	0.42	0.18	0.15	0.06	0.09	0.06	0.8	0.42	0.18	0.59
	7	gering	4.9	0.8	0.25	_	0.0088	-	gering	
GuHyLaPu	2	2	3	3	4	3	4	3	2	
	0.28	0.12	0.45	0.18	0.12	0.18	0.8	0.63	0.18	0.74

# 5.2. Sensitivitätsanalyse im MKS-Modell

Im folgenden Abschnitt wird die Bedeutung der einzelnen Elastomerlager und deren Eigenschaften auf die Schnittlasten im Gesamtfahrzeug mittels einer Sensitivitätsanalyse identifiziert. Das KV-Modell dient dabei als grundlegende Elastomerlagermodellierung innerhalb der MKS-Umgebung. Eine mögliche Vorgehensweise zur Untersuchung der Sensitivitäten der Elastomerlager stellt die statistische Versuchsplanung (engl.: *Design of Experiments* DoE) dar. Der große Vorteil der DoE gegenüber der OFAT-Methode liegt einerseits in einer drastischen Reduzierung der Versuchsdurchläufe und andererseits in dem Erkennen von Interaktionen der variierenden Designparameter.

# 5.2.1. Untersuchungsumfang und -methodik

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine Vierlenker-Vorderachse mit fünf Elastomerlagern und eine Raumlenker-Hinterachse mit 14 Elastomerlagern einer Oberklasse-Limousine betrach-

tet (s. Abb. 2.6). Die Elastomerlager werden durch KV-Modelle abgebildet, deren Parameter die Eingangsgrößen der DoE darstellen. Bei mehrfachem Einbau gleicher Lager erfolgt keine Unterscheidung in der Parametrierung.

Die Bewertung des Einflusses der Elastomerlagerparameter auf die Schnittlasten erfolgt anhand verschiedener Qualitätsmerkmale. Dazu zählen unter anderem die fiktive Schädigungszahl sowie die maximalen und minimalen Kräfte. Die Parameter, die während der DoE variieren, werden als Faktoren und deren Einstellungen als Stufen bezeichnet. Hierbei wird jeder Faktor mindestens auf zwei Stufen getestet, da andernfalls keine Effektberechnung möglich ist. Bei zwei Stufen erfolgt die Kodierung der minimalen und maximalen Faktoreinstellung über — bzw. +. Das verwendete KV-Modell ist mit einer Federkennlinie und einem Dämpfungswert parametriert. Auf die Federkennlinie beziehen sich drei Faktoren. Der erste Faktor ist die Skalierung S der gesamten Federkennlinie und entspricht einer dynamischen Verhärtung. Weiterhin werden die Faktoren der linearen Grundsteifigkeit  $c_0$  und des geometrischen Anschlags  $g_A$  eingeführt (s. Abb. 5.14), um den Einfluss der Bereiche der nichtlinearen Federkennlinie zu identifizieren. Die beiden letztgenannten Faktoren existieren für jede Raumrichtung des Elastomerlagers. Die Faktoren S und S0 wirken global auf alle Freiheitsgrade. Damit liegen für das KV-Modell mit dem Faktor der Dämpfung S1 insgesamt 14 Faktoren vor.

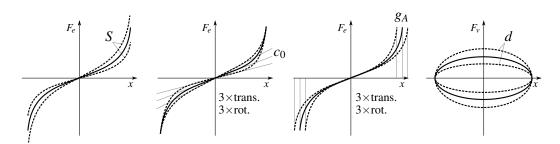


Abb. 5.14.: Faktoren des KV-Modells

Mithilfe des sogenannten Haupteffekts wird die Wirkung eines Faktors auf die Qualitätsmerkmale quantifiziert. Der Effekt gibt grundsätzlich die Differenz zweier Mittelwerte MW, dem Mittelwert der Einstellung + bzw. –, wieder. Ein Rechenbeispiel ist dem Versuchsplan der Abbildung 5.15 zu entnehmen. Das Beispiel zeigt den Einfluss der Einstellungen dreier Faktoren (A, B und C) auf ein Qualitätsmerkmal QM. Der Effekt  $E_A$  des Faktors A resultiert bspw. zu [89]:

$$E_A = \underbrace{\frac{y_2 + y_4 + y_6 + y_8}{4}}_{MW} - \underbrace{\frac{y_2 + y_4 + y_6 + y_8}{4}}_{MW}.$$
 (5.14)

Der Effekt stell somit ein Maß für die mittlere registrierte Veränderung des Qualitätsmerkmals dar. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Definition des Effekts abgewandelt. Die Stufeneinstellungen +/- folgen aus der Variation der Werte einer definierten Referenzparametrierung um +20 bzw. -20 %. Um eine relative, mittlere Veränderung des Qualitätsmerkmals hinsichtlich des Qualitätsmerkmals der Referenzparametrierung auszuwerten, wird folgende Effektbestimmung eingeführt:

$$E = \frac{0.5(MW_{+} - MW_{-})}{QM_{Ref}}. (5.15)$$

	A	B	C	QM
	_	_	_	$\tilde{4.12}$
	+	_	_	2.76
	_	+	_	3.44
	+	+	_	2.27
	_	_	+	8.09
	+	_	+	5.58
	_	+	+	6.81
	+	+	+	4.69
$MW_{+}$	3.83	4.31	6.3	
$MW_{-}$	5.62	5.14	3.15	
$\overline{E}$	-1,79	-0.83	3.15	

Abb. 5.15.: Rechenbeispiel für die Bestimmung der Mittelwerte und des Effekts

Unter Annahme eines annähernd linearen Verhaltens zwischen der negativen und positiven Einstellung eines Faktors bedeutet ein Effektwert von E=0.1 nach Gleichung 5.15, dass die Einstellung + bzw. – des Faktors eine Erhöhung bzw. Reduzierung des betrachteten Qualitätsmerkmals um 10 % verursacht. Neben Haupteffekten existieren Wechselwirkungen, welche Abhängigkeiten des Effekts eines Faktors von der Einstellung eines anderen Faktors beschreiben.

Der Versuchsplan einer DoE beinhaltet eine definierte Kombination der Einstellungen aller Faktoren. Werden dabei alle möglichen Kombinationen der Faktoren betrachtet, handelt es sich um einen sogenannten Vollfaktorplan. Im Beispiel aus Abbildung 5.15 ergibt sich aus der Stufenanzhal  $n_s$  und Faktoranzahl  $n_f$  ein Versuchsaufwand von  $n_r = n_s^{n_f} = 2^3 = 8$ . Im Falle der Sensitivitätsanalyse des KV-Modells würde sich bei einem Vollfaktorplan allein mit der Vorderachse (VA) und deren 5 Elastomerlagern mit je 14 Faktoren eine Versuchsanzahl von  $n_r = 2^{5\cdot 14} \approx 1.18\,\mathrm{e} + 21$  ergeben. Abhilfe bei dieser enormen Versuchsanzahl schaffen Teilfaktorpläne (Screening Versuchspläne). Diese gewährleisten einen minimalen Informationsverlust bei maximaler Komprimierung des Versuchsaufwands. Der Preis für die gesteigerte Effizienz der Untersuchung ist die Vermengung von Haupt- und Wechselwirkungen höherer Ordnung (3-fach und höher) sowie von Zweifachwechselwirkungen untereinander. Wechselwirkungen höherer Ordnung sind im Vergleich zum Haupteffekt jedoch um ein Vielfaches kleiner und können vernachlässigt werden. Die Sensitivitäten der Haupteffekte werden damit sicher identifiziert. Ein Screening-Versuchsplan nach PLACKETT und BURMAN (1946) mit einer Faltung² reduziert den Versuchsaufwand für die Vorderachse auf 144 Versuche [89].

Die Durchführung der DoE erfolgt an einem virtuellen Achsprüfstand mithilfe des MKS-Programms LMS VIRTUAL.LAB<sup>3</sup>. Der Achsprüfstand ist mit flexiblen Körpern der Achskomponenten aufgebaut und wird über am Realfahrzeug gemessene Radkräfte angeregt. Die Lastfälle unterteilen sich in eine Schlechtwegstrecke (Betriebslasten) und verschiedene Sonderereignisse (SE) (s. Tab. 5.2).

## 5.2.2. Ergebnisse

Zur besseren Übersicht werden in der folgenden Ergebnisdarstellung lediglich Schnittkräfte der linken Fahrzeughälfte betrachtet. Zu den relevanten Schnittkräften zählen die Kräfte der Streben und Dämpfungs-Komponenten in Hauptbelastungsrichtung der Elastomerlager. Eine

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Kopie des ursprünglichen Versuchsplans mit gleichzeitiger Invertierung der Einstellungen

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>LMS VIRTUAL.LAB MOTION © Siemens PLM Software

Tab. 5.2.: Betrachtete Lastfälle

Abk.	Beschreibung
SStrecke	Schlechtwegstrecke
WaschBr	SE Waschbrettbremsung
KanAnf	SE Kanaldeckelanfahrt
KanBr	SE Kanaldeckelbremsung
wellFB	SE wellige Fahrbahn

Tab. 5.3.: Elastomerlager der Vorderachse

Abk.	Beschreibung
FL	Federlenkerlager
OQL	oberes Querlenkerlager
ZUGS	Zugstrebenlager
DAEO	Dämpferkopflager
DAEU	Dämpferfußpunktlager

Ausnahme stellen die mehraxial belasteten Fahrschemellager der Hinterachse (HA) dar, von denen die Schnittkräfte der drei translatorischen Raumrichtungen in die Analyse einfließen.

#### 5.2.2.1. Vorderachse

Die Auswertung der Sensitivitätsanalyse beginnt mit der Betrachtung der Sensitivitäten der Vorderachselastomerlager (s. Tab. 5.3). Abbildung 5.16 gibt einen Überblick über die gemittelten Effekte der Faktorgruppen (d, S,  $c_0$ ,  $g_A$ ) der Elastomerlager auf die Schädigung der untersuchten Schnittkräfte für die einzelnen Lastfälle. Die Darstellung resultiert aus der Bildung des Durchschnitts der absoluten Effektwerte eines Faktors über alle Schnittlastkanäle der Vorderachse und gibt somit Aufschluss über die grundlegende Sensitivität bzw. Empfindlichkeit des Faktors auf die Schnittlasten. Bei Strebenlagern entspricht die lokale Koordinatenrichtung y der Hauptbelastungsrichtung. Bei den Dämpferlagern wirkt die Hauptbelastung in z-Richtung (s. Tab. A.1). Die weitaus sensitivsten Werte weist die  $g_{A,y}$ -Faktorgruppe auf, insbesondere der Faktor des ZUGS. Dieser beträgt für die SStrecke 27.9 % und erreicht bei den Sonderereignissen einen maximalen Wert von 66.8 %. Die Faktorgruppe d zeigt, dicht gefolgt von S, die zweithöchsten Sensitivitäten auf. Überwiegend kleinere Effekte unter 9 % ergeben sich für die Faktorgruppe  $c_{0,y}$ . Eine Ausnahme bildet das Lager ZUGS mit 20.8 % für den Lastfall wellFB, da bei diesem Lastfall ein Großteil der Schwingspiele im linearen Bereich des Lagers liegen. Lediglich zwei weitere Faktoren aus den bisher nicht genannten Faktorgruppen weisen Werte oberhalb von

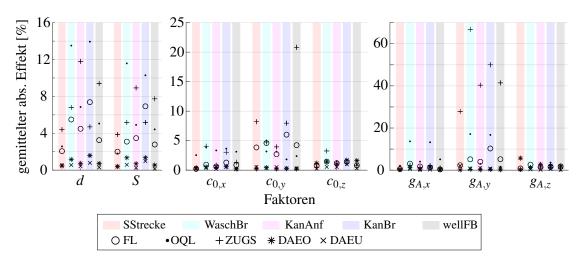


Abb. 5.16.: Gemittelte Sensitivitäten der Faktoren der Vorderachse bezüglich der Schädigung

#### 5. Modellanalyse

5 % auf. Darunter fallen die Faktoren  $g_{A,x}$  des OQL und  $g_{A,z}$  des DAEO. Alle anderen Faktoren sowie die nicht dargestellten rotatorischen Größen sind nicht relevant (E < 4 %). Allgemein sind die Faktoren des ZUGS am sensitivsten. Die Effektwerte der Faktoren des OQL liegen im Mittel etwas oberhalb der des FL. Ebenso erreichen die Faktoren bei den SEs höhere Effekte als bei der SStrecke. Ferner sind die Faktorengruppen  $c_{0,y}$  und  $g_{A,y}$  wesentlich sensitiver als die Faktoren der anderen Raumrichtungen.

Eine detailliertere Darstellungsweise der Effekte ist die Effektmatrix. Abbildung 5.17 illustriert die Schädigungs-Effektmatrix für die SStrecke. Es sind nur diejenigen Faktoren dargestellt, die einen gemittelten Effekt über 5 % aufweisen. Die Zeilen der Matrix entsprechen den jeweiligen Faktoren und die Spalten den Schnittkräften, wobei sich die Namen der Bauteilschnittkräfte aus dem Buchstaben "F", den Bezeichnungen aus Tabelle 5.3 und der lokalen Wirkrichtung zusammensetzen. Bei einzelnen Bauteilen, wie dem oberen Querlenker, wird zudem zwischen vorderem ("v") und hinterem ("h") Anbindungspunkt unterschieden. Auf der rechten Seite der Effektmatrix sind die gemittelten absoluten Effekte pro Faktor und oberhalb die fiktiven Schädigungen der Referenzrechnung pro Schnittkraftkanal aufgetragen. In Abbildung 5.17 sticht der Faktor ZUGS  $g_{A,y}$  hervor. Eine Verschiebung des geometrischen Anschlags des ZUGS um 20 % zu größeren Auslenkungen hat eine Erhöhung der FZUGSy-Schädigung um 74.7 % zur Folge. Zusätzlich ruft der Faktor ein Schädigungszuwachs der Schnittkraftkanäle FFLy und FOQLhy um 42.5 % bzw. 27.4 % hervor. Durch die Umverteilung der Lasten reduziert sich jedoch die Schädigung des Kanals FOQLvy um 12.6 %. Weiterhin wirkt sich eine höhere Grundsteifigkeit des ZUGS  $g_{A,y}$  tendenziell schädigungsmindernd auf die dargestellten Schnittlasten aus.

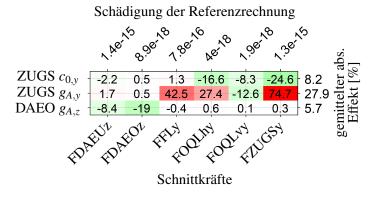


Abb. 5.17.: Effektmatrix der Schädigungen für die SStrecke für die VA

Im Falle der Sonderereignisse ist das Qualitätsmerkmal der minimalen und maximalen Kräfte zweckmäßiger. In Abbildung 5.18 ist beispielhaft die Effektmatrix der sensitivsten Faktoren für das Sonderereignis WaschBr dargestellt. Jedem Faktor sind zwei Zeilen der Matrix zugeordnet: die untere Zeile gibt den Effekt für die minimale Kraft und die obere für die maximale Kraft an. Der Abbildung 5.18 kann entnommen werden, dass wiederum der Anschlag des ZUGS am sensitivsten wirkt. Aus einer Verschiebung des Anschlags des ZUGS zu höheren Auslenkungen folgt eine Steigerung der minimalen und maximalen Kräfte aller dargestellten Schnittlasten bis auf die des DAEU. Weiterhin sind die Anschläge des OQL in x- und y-Richtung sensitiv. Eine Zunahme der Faktoren OQL  $g_{A,x}$  und  $g_{A,y}$  bedingt für die meisten Kanäle eine Spitzenlastreduzierung. Neben den Faktoren  $g_A$  und  $g_A$  stellt sich für die WaschBR der Faktor  $g_A$  ebenso als sensitiv heraus. Die Zunahme des Faktor OQL  $g_A$  bewirkt eine deutliche Reduzierung der Lastspitzen in den Schnittkräften FZUGSy, FOQLvy und FOQLhy.

Auch bei den weiteren Sonderereignissen weist der geometrische Anschlag des ZUGS die

höchste Sensitivität auf (s. Abb. B.11 bis B.13). Das Ereignis KanBr ähnelt stark der WaschBr. Beim KanAnf ist der zweitsensitivste Faktor die Dämpfung d, bei der wellFB wiederum die Grundsteifigkeit  $c_{0,y}$  des ZUGS.

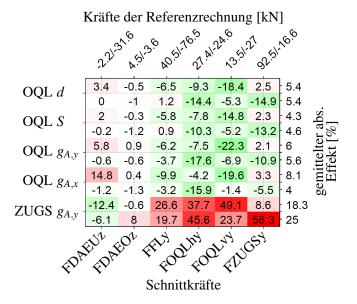


Abb. 5.18.: Effektmatrix der min./max. Kräfte für die WaschBr für die VA

#### 5.2.2.2. Hinterachse

Die gemittelten Sensitivitäten der Hinterachse sind Abbildung B.14 zu entnehmen (Namenskonvention s. Tab. A.2). Die Faktoren der Dämpferlager sowie alle rotatorischen Größen können vernachlässigt werden, da sie Werte von E < 3% aufweisen. In der Hinterachse ergeben sich bei den gemittelten absoluten Effekten ähnliche Zusammenhänge wie in der Vorderachse. Die sensitivsten Faktoren sind die geometrischen Anschläge, gefolgt von der Dämpfung, Verhärtung und Grundsteifigkeit. Die Fahrschemellager mit den Faktoren  $g_{A,x}$  stechen dabei besonders hervor. Auch deren weitere Faktoren  $(d, S \text{ und } c_0)$  weisen in der jeweiligen Gruppe die höchsten Effektwerte auf. Die Sensitivitäten der Strebenlager der Hinterachse sind im Vergleich zu denen der Vorderachse mit E < 6% schwächer ausgeprägt. Weiterhin sind die Effektwerte der SStrecke und der SEs vergleichbar.

Effektmatrizen der Hinterachse sind beispielhaft für die SStrecke und KanBr in Abbildung B.15 bzw. B.16 illustriert. Die Anschläge der vorderen Fahrschemellager wirken sehr sensitiv auf die Schnittkräfte der hinteren und vice versa. Eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung von FSv  $g_{A,x}$  verschiebt beim Auftreten hoher Kräfte den Lastpfad auf die hinteren bzw. vorderen Fahrschemellager. Gleiches gilt in analoger Weise für den Faktor FSh  $g_{A,x}$ . Der sensitivste Dämpfungsparameter ist der des hinteren Fahrschemellagers. Eine Erhöhung dieses Faktors wirkt auf nahezu alle Schnittlastkanäle spitzenlastreduzierend.

## 5.2.3. Fazit

Die Sensitivitätsanalyse des KV-Modells in der MKS-Umgebung ergibt, dass die geometrischen Anschläge in Hauptrichtung der Elastomerlager lastfallunabhängig und für beide Achsen

am sensitivsten sind. Der Faktor erreicht für die Zugstrebe der Vorderachse einen gemittelten absoluten Effekt bezüglich der Schädigung von 66.8~%. Die zweitsensitivste Faktorgruppe stellt die Dämpfung d dar. In der Vorderachse liegen die gemittelten Effekte des Zugstreben-, Federlenker- und Querlenkerlagers im Bereich von 2 < E < 14~%. In der Hinterachse ergeben sich lediglich für die Fahrschemellager gemittelte Effekte zwischen 5 und 11~%. Es ist festzuhalten, dass eine Erhöhung des Dämpfungsfaktors tendenziell last- und damit auch schädigungsmindernd wirkt. Vor dem Hintergrund, dass das KV-Modell die quasistatische Hysterese sowie die Hystereseaufweitung der Elastomerlager nicht abbildet, ist der Effekt der Dämpfung zu relativieren. Der geometrische Anschlag erlangt durch die fehlerhaft prognostizierte Verlustarbeit des KV-Modells vor allem im hohen Lastbereich eine höhere Gewichtung. Damit muss der Dämpfung des Elastomerlagermodells gesteigerte Bedeutung beigemessen werden. Als weniger sensitiv stellen sich die Grundsteifigkeiten der Lager heraus. Die durchschnittlichen Effekte dieser Faktorgruppe in Lagerhauptrichtung nehmen, bis auf den Wert des Zugstrebenlagers auf der wellFB (s. Abb. 5.16), Werte unter 10~% ein.

Das sensitivste Lager der Vierlenker-Vorderachse ist das Zugstrebenlager, gefolgt von dem Federlenker- und Querlenkerlager. In der Raumlenker-Hinterachse resultieren die höchsten Effekte in den Fahrschemellagern, gefolgt vom Hinterachsgetriebe- und Zugstrebenlager.

Der Verhärtungsfaktor S sowie die Grundsteifigkeit c beeinflussen die Steifigkeit im Nulldurchgang der Kraft-Weg-Kennlinie des Elastomerlagers. Dabei skaliert der Verhärtungsfaktor ebenso den progressiven Verlauf der Grundkennlinie. Da der Payne-Effekt die Lage des geometrischen Anschlags nicht verschiebt, können nur aus dem Faktor c Rückschlüsse auf den Einfluss des Payne-Effekts auf die Schnittlasten gezogen werden. Dadurch, dass der Faktor c die geringste Sensitivität aufweist, nimmt der Payne-Effekt folglich eine untergeordnete Rolle bezüglich der Schädigungswerte der Schnittlasten ein. Da die Elastomerlagermodelle mit Grundkennlinien aus dem hohen Lastbereich bedatet werden, beeinflusst der Payne-Effekt lediglich Schwingspiele mit kleinen Anregungsamplituden. Diese haben wiederum einen geringen Einfluss auf die Summenschädigung.

Der Verhärtungsfaktor S steht im Bezug zur frequenzabhängigen Versteifung und weist eine vergleichbare Sensitivität wie der Faktor d auf. Die maximalen, gemittelten Effekte von  $E\approx 12$  % werden bei einer Faktorerhöhung von 20 % erreicht. Da die dynamische Verhärtung der konventionellen Lager jedoch mit maximal  $\Delta c(f:0\to 40~{\rm Hz})\approx 10$  % gering ausfällt (s. Abs. 3.3.5) und die Achseigenfrequenz im Schlechtwegsignal dominiert, ist eine grobe Modellierung des Effekts bei den betrachteten Lastfällen hinreichend.

Bei Fahrwerkstreben, die zweiseitig angebunden sind, ergeben sich die höchsten Sensitivitäten in der Hauptbelastungsrichtung (Strebenrichtung). Die Faktoren der translatorischen Nebenrichtungen sowie aller rotatorischen Größen weisen deutlich kleinere Sensitivitäten auf. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass Elastomerlagereffekte, die aus der Mehraxialität resultieren, bei Fahrwerkstreben einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Schnittlasten haben.

Neben der Ermittlung der Sensitivitäten bietet die DoE einen weiteren Vorteil: Mit der vorgestellten Methode kann die Auswirkung der Erhöhung oder Reduzierung der einzelnen Faktoren auf alle Schnittlastkanäle identifiziert werden. Damit können im Entwicklungsprozess des Fahrwerks die Veränderungen der Schnittlasten bei geänderter Lagercharakteristik direkt abgeschätzt und Empfehlungen bezüglich der Betriebsfestigkeit des Fahrwerks ausgesprochen werden.

# 6. Modellbildung

Das Kapitel der Modellbildung greift die Analyseergebnisse aus dem vorigen Kapitel auf und befasst sich mit der in dieser Arbeit hergeleiteten Weiterentwicklung des GHP-Modells für die Simulation der Betriebs- und Sonderlasten. Dafür werden im Abschnitt 6.1 die Anforderungen der Schnittlastermittlung unter hohen Lasten an das Elastomerlagermodell aus den bisherigen Erkenntnissen zusammengefasst. Im Abschnitt 6.2 folgt eine detaillierte Beschreibung der Schwachstellen des originalen GHP-Modells und der neu eingeführten Modifikationen des Feder- und Reibmoduls. Der letzte Abschnitt des Kapitels behandelt die Parameteridentifikation der neuen Modellierungsvorschrift dieser Arbeit.

# 6.1. Anforderungen der Schnittlastermittlung unter hohen Lasten

Aus den experimentellen Untersuchungen aus Kapitel 3 sowie der Benchmark und Sensitivitätsanalyse aus Kapitel 5 können die spezifischen Anforderungen der Schnittlastermittlung unter hohen Lasten an die Elastomerlagermodelle abgeleitet werden. Nachfolgend werden die Anforderungen bezüglich des Übertragungsverhaltens, der Modellierung und Parametrierung zusammengefasst.

Der Mullins-Effekt beeinflusst die Grundsteifigkeit der Elastomerlager, vor allem die der Vollgummilager, in hohem Maße und muss dementsprechend beachtet werden. Der Verlauf der Entfestigung in den ersten Schwingspielen ist bei einer Betriebslast hingegen von untergeordneter Bedeutung, da die maximalen Kraftspitzen mit hoher Häufigkeit auftreten. Bei Sonderereignissen ist die Wiederholrate der maximalen Belastungsamplituden deutlich geringer. Nach drei Schwingspielen ist jedoch der Großteil der Entfestigung abgeschlossen. Somit ist auch bei Sonderereignissen die entfestigte Federkennlinie ausschlaggebend. Mit dieser ergibt sich zudem die konservativere Betrachtungsweise, da aus einer geringeren Grundsteifigkeit tendenziell eine Erhöhung der Schnittlasten folgt (s. Abs. 5.2.2). Das Elastomerlagermodell muss dementsprechend den Mullins-Effekt nicht abbilden können. Die Entfestigung muss jedoch in der Parametrierung der Federkennlinie Berücksichtigung finden. Dafür muss das erwartete maximale Lastniveau der zu simulierenden Lastfälle bekannt sein bzw. abgeschätzt werden.

Aus den Elastomerlagermessungen geht hervor, dass die quasistatische Hysterese bei Belastungen, die in die Progression der Federkennlinie hineinreichen, an den Umkehrpunkten an Breite gewinnt. Aus der Hystereseaufweitung und der bleibenden Dehnung im hohen Lastbereich resultiert eine über der Amplitude progressiv ansteigende Dämpfung, die das Elastomerlagermodell annähern muss. Insbesondere bei Nierenlagern entspricht die maximale Hysteresebreite an den Umkehrpunkten einem Wert weit über dem Zehnfachen der Breite im Nulldurchgang (s. Abs. 3.3.3).

Das relativ große Amplitudenband der Betriebs- und Sonderereignisse fordert die Modellierung des Payne-Effekts, um quantitativ hochwertige Schnittlasten zu ermitteln. Der Einfluss des Payne-Effekts auf die Schädigungen und Spitzenwerte der Schnittlasten spielt jedoch eine untergeordnete Rolle (s. Abs. 5.2.3). Ungeachtet dessen ist der Payne-Effekt bei der Modellierung der quasistatischen Hysterese mit dem Berg- oder Pfeffer-Reibmodul stets inkludiert.

Das dynamische Verhalten über der Frequenz ist bei Anregungen mit kleineren und größeren Amplituden vergleichbar. Die Dynamik einer Hydrobuchse unterscheidet sich gravierend von der eines konventionellen Lagers (s. Abs. 3.3.5). Ein Elastomerlagermodell in der Fahrwerkentwicklung muss in der Lage sein, das Hydrauliksystem einer Hydrobuchse anzunähern, da

Frieder Riedel 97

Hydrobuchsen im Fahrwerk und bei der Aggregatelagerung aus komfortrelevanten Gründen häufigen Einsatz finden.

Die Temperatur hat einen bedeutenden Einfluss auf die Verlustarbeit der Elastomerlager. Die Temperaturen der Fahrwerklager können je nach Verbauort von der Strahlungswärme des Verbrennungsmotors oder der Abgasanlage beeinflusst werden. Solange keine extremen Betriebsszenarien, wie bspw. eine langsame Bergfahrt, betrachtet werden, stellen sich in den Fahrwerklagern relativ konstante Temperaturverläufe ( $\approx \pm 5\,^{\circ}\text{C}$ ) ein, die maßgeblich von der Umgebungstemperatur bestimmt werden. In kaltgemäßigten Zonen weisen die Fahrwerklager somit ein anderes Verhalten auf als in subtropischen. Die Modellierung der Temperaturabhängigkeit ist bei nahezu konstanten Temperaturverläufen nicht zwangsläufig notwendig. Der Einfluss der Temperatur auf die Elastomerlagereigenschaften wird mit der entsprechenden Parametrierung dargestellt, die aus Charakterisierungsmessungen bei der erwarteten Temperatur abzuleiten sind. Die virtuelle Schnittlastermittlung stellt weiterhin die Anforderung der Berechnungsfähigkeit von transienten Signalen an die Elastomerlagermodelle. Dafür muss das Modell dem Gummigedächtnis Rechnung tragen. Das Kraftsignal muss zu jedem Zeitpunkt stetig sein und es darf zu keinem Kraftdrift kommen.

Neben der Abbildungsgüte ist die Rechenzeit des Elastomerlagermodells aus wirtschaftlicher Sicht ein ausschlaggebender Faktor. Das Elastomerlagermodell darf die Rechenzeit des MKS-Gesamtfahrzeugmodell nicht wesentlich negativ beeinflussen. Aufgrund der hohen Anzahl an Elastomerlagern im Fahrwerk muss zudem der Parametrieraufwand vertretbar sein.

# 6.2. Weiterentwicklung des GHP-Modells

Aus der Benchmark in Abschnitt 5.1 geht hervor, dass das GHP-Modell unter den getesteten Modellen die höchste Performance und Validität hinsichtlich der Berechnung von Betriebs- und Sonderlasten erzielt. Trotz dessen weist das Modell Schwächen in Bezug auf die quasistatische Hysterese bei Sonderlasten auf, da es den vollen Umfang der Verlustarbeit nicht prognostizieren kann (s. Abb. 5.13). Der Grund dafür ist die Modellierung der Hystereseaufweitung und die fehlende Abbildung der bleibenden Dehnung.

Die Hystereseaufweitung des originalen GHP-Ansatzes basiert auf der Skalierung der Breite der Hysteresekurve des modifizierten Berg-Modells (s. Gl. 5.8 und 5.9). Die skalierte Hysteresekraft  $F_{f,skal}$  ergibt sich zu

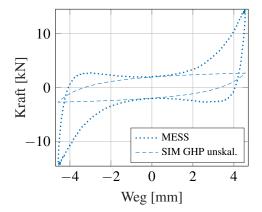
$$F_{f,skal}(x) = S_{wh}(x) \cdot F_f(x). \tag{6.1}$$

Der Berechnung der Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  unterliegen eine gemessene, quasistatische Hysterese und eine berechnete Berg-Hysterese. Die Bestimmung der dafür notwendigen Parameter  $k_F$  und  $k_x$  erfolgt auf analytischem Wege durch die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$0 = w_h - \frac{2 \hat{x}_0^2 \Delta c_{12}}{\hat{x}_2 - \hat{x}_1} \cdot \frac{(k_x + \hat{x}_1)(k_x + \hat{x}_2)}{(2k_x + 2\hat{x}_0)(2k_x + \hat{x}_0)}$$

$$k_F = \frac{\Delta c_{12}}{\hat{x}_2 - \hat{x}_1} (k_x + \hat{x}_1)(k_x + \hat{x}_2).$$
(6.2)

 $w_h$  entspricht der Hysteresebreite im Nullpunkt und  $\hat{x}_0$  der Amplitude der quasistatischen Messung. Die Größe  $\Delta c_{12}(f_0)$  stellt die Steifigkeitszunahme zwischen zwei Referenzamplituden  $\hat{x}_1$  bzw.  $\hat{x}_2$  der dynamischen Charakterisierung bei einer beliebigen Frequenz  $f_0$  dar. Die Her-



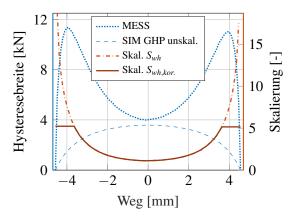


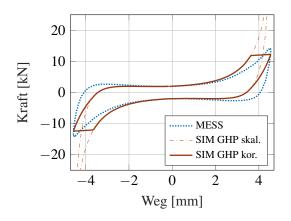
Abb. 6.1.: Gemessene, reine Hys. des Federlenkerlagers und simulierte Hys. des mod. Berg-Modells (links) sowie deren Hysteresebreiten und die Skalierung  $S_{wh}$  bzw.  $S_{wh,kor.}$  (rechts)

leitung der Gleichungen 6.2 ist [86] zu entnehmen. Mit den identifizierten Parametern wird die quasistatische Hysterese zunächst ohne Skalierung berechnet. Das Ergebnis ist am Beispiel des Federlenkerlagers in Abbildung 6.1 links illustriert. Die Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  folgt aus dem Verhältnis der gemessenen Hysteresebreite zur simulierten Breite der modifizierten Berg-Hysterese (s. Abb. 6.1 rechts).

$$S_{wh}(x) = \frac{w_{h,mess}(x)}{w_{h,sim}(x)} \tag{6.3}$$

Die Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  nimmt eine parabelförmige Form an, da die Berg-Hysterese im Gegensatz zur gemessenen Hysterese an den Umkehrpunkten schmal zuläuft. Durch die Skalierung nach Gleichung 6.1 wird die simulierte Hysterese aus Abbildung 6.1 links in der Art verbreitert, dass die Flächeninhalte und damit die Werte der Verlustarbeit der simulierten und gemessenen Hystereseschleife übereinstimmen. Der simulierte Kraftverlauf weicht jedoch vom gemessenen Verlauf ab. Das Ergebnis der Rückrechnung mit Gleichung 6.1 und der Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  aus Abbildung 6.1 rechts ergibt die in Abbildung 6.2 dargestellte skalierte Hysterese des Simulationsmodells. Da die Skalierungsfunktion an den Umkehrpunkten sehr hohe Werte aufweist, wird der Kraftverlauf an den Umkehrpunkten stark überzeichnet. Um diese hohen Kraftwerte zu verhindern, sieht die GHP-Modellierung eine Korrektur der Skalierungsfunktion vor. Die berechneten Skalierungswerte werden bei 85 % der maximalen und minimalen Auslenkungsamplitude abgeschnitten und konstant fortgeführt (s. Abb. 6.1 rechts  $S_{wh,kor}$ ). Daraus resultiert die ebenso in Abbildung 6.2 dargestellt korrigierte Hysterese des GHP-Modells. Durch die Begrenzung der Skalierungsfunktion entsteht ein Steifigkeitssprung im Belastungsund Entlastungspfad der Hysteresekurve. Die Überzeichnung des Kraftverlaufs im Belastungspfad muss mittels einer Anpassung der Steifigkeit der Federkennlinie korrigiert werden. Zudem können die Kennlinien der Federkraft und der Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  nur ungenügend extrapoliert werden, sofern die simulierten Auslenkungen die gemessenen überschreiten.

Abbildung 6.3 zeigt die gemessenen, reinen Hysteresen des Federlenkerlagers und die simulierten Hysteresen des GHP-Modells unterschiedlicher Amplituden auf. An den gemessenen Hysteresekurven ist der Effekt der bleibenden Dehnung zu erkennen (s. Abs. 3.3.3). Bei der Simulation berührt hingegen jeder Hystereseast den Ast der nächst größeren Amplitude. Das GHP-Modell ist demnach nicht in der Lage, die bleibende Dehnung abzubilden.



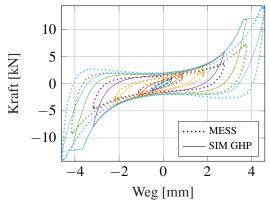


Abb. 6.2.: Gemessene, reine Hys. des Federlenkerlagers sowie simulierte Hys. des skalierten und korrigierten mod. Berg-Modells

Abb. 6.3.: Gemessene, reine Hysteresen des Federlenkerlagers sowie simulierte Hysteresen des GHP-Modells unterschiedlicher Amplituden

Die originale GHP-Modellierung zeigt somit grundlegende Unzulänglichkeiten hinsichtlich der quasistatischen Reibeffekte und damit in der qualitativ hochwertigen Abbildung von Sonderereignislasten. Im Folgenden werden die im Rahmen dieser Arbeit hergeleiteten Weiterentwicklungen des ursprünglichen GHP-Modells vorgestellt. Um die aufgezeigten Unzulänglichkeiten zu eliminieren, werden das Feder- und Reibmodul modifiziert. Fortlaufend wird das ursprüngliche GHP-Modell und das im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelte Modell als altes bzw. neues GHP-Modell bezeichnet.

#### 6.2.1. Federmodul

Die Federkennlinie des GHP-Modells ist mit der Grundkennlinie parametriert. Dadurch, dass die Grundkennlinie die Mittelung der Äste einer quasistatischen Kraft-Weg-Kurve darstellt, sind in der Grundkennlinie die elastischen Eigenschaften des Lagers mit viskosen Eigenschaften und Reibeffekten vermischt. Für die neue Modellierung wird vom Autor vorgeschlagen, die Equilibrium-Kennlinie als Federkennlinie einzusetzen. Durch die Relaxation spiegelt sie das rein elastische Vermögen des Elastomerlagers wider (s. Abs. 3.3.2). Im Gegensatz zur Grundkennlinie ist die Equilibrium-Kennlinie unabhängig von der Anregungsamplitude. In Abbildung 6.4 sind die Grund- und Equilibrium-Kennlinien des Federlenker- und Zugstrebenlagers gegenübergestellt. Die Equilibrium-Kennlinie weist verglichen mit der Grundkennlinie eine um etwa 4 % bis 10 % geringere lineare Steifigkeit auf. In der Progression vergrößert sich der Abstand der Steifigkeitskurven. Bei der jeweilig maximalen Auslenkung beträgt die Steifigkeit der Equilibrium-Kennlinie in etwa 55 % der Steifigkeit der Grundkennlinie. Ursache ist zum einen das höhere Relaxationsvermögen des Elastomers bei hohen Auslenkungen und zum anderen die Steifigkeitsüberhöhung der Grundkennlinie an den Umkehrpunkten durch die Mittelung der Hystereseäste.

Die messtechnische Bestimmung der Equilibrium-Kennlinie erfolgt in dieser Arbeit durch das Anfahren der Haltepunkte (s. Abb. 3.8 links). Eine hinreichend hohe Auflösung der Kennlinie mit mehreren Haltepunkten stellt sich jedoch aus messtechnischer Sicht als sehr zeitintensiv heraus. Eine Messung der Equilibrium-Kennlinie mit 20 Punkten würde bspw. eine Dau-

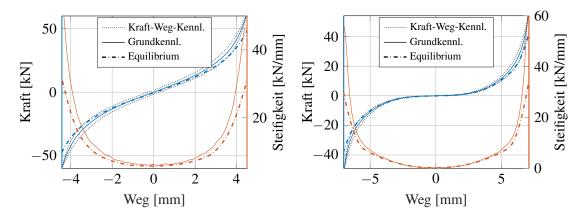


Abb. 6.4.: Kraft-Weg-, Grund- sowie Equilibrium-Kennlinie des Federlenkerlagers (links) und Zugstrebenlagers (rechts)

er von  $t \approx 24$  h einnehmen. Aus diesem Grund wird im Rahmen der Arbeit eine alternative Berechnungsvorschrift eingeführt, die es ermöglicht, mit wenigen Relaxationspunkten die Equilibrium-Kennlinie aus der quasistatischen Kraft-Weg-Kurve zu ermitteln.

Für die Berechnung der Equilibrium-Kennlinie wird der Belastungspfad der Kraft-Weg-Kurve bei einer Dreiecksanregung zu Grunde gelegt. Der Belastungspfad stellt den positiven Teil des oberen sowie den negativen Teil des unteren Hystereseastes dar. Die Steifigkeit des Belastungspfads ist in guter Näherung amplitudenunabhängig. In Abbildung 6.5 sind links die Belastungspfade des Federlenkerlagers unterschiedlicher Amplituden im ersten Quadranten und rechts deren Steifigkeitsverläufe dargestellt. Die Kurven sind kraftseitig in den Nullpunkt verschoben. Abgesehen von den kleineren Auslenkungsamplituden ( $\hat{x} < 1$  mm) liegen die Belastungspfade der unterschiedlichen Kurven nahezu übereinander. Der Belastungspfad unterscheidet sich von der Equilibriumkennlinie durch den viskosen Anteil. Wie aus Abschnitt 3.3.2 hervorgeht, verhalten sich die geprüften Elastomerlager unter hohen Lasten nichtlinear viskoelastisch. Die nichtlineare Viskoelastizität kann in Form der Spannung durch Gleichung 2.13 ausgedrückt

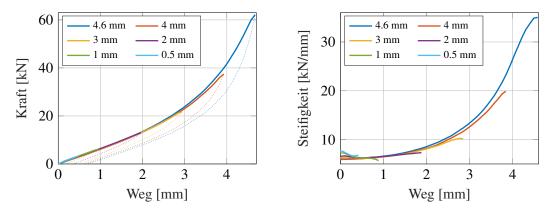


Abb. 6.5.: Belastungspfade unterschiedlicher Amplituden des Federlenkerlagers (links) und deren Steifigkeitsverläufe (rechts)

werden:

$$\sigma(t) = h_{\infty} E_{\infty} \varepsilon(t) + h_1 \int_0^t \Delta E_R(\xi - \xi') \frac{\partial}{\partial \tau} (h_2 \varepsilon(\tau)) d\tau.$$
 (2.13)

Der Nichtlinearitätsfaktor  $h_{\infty}$  skaliert den Equilibriummodul  $E_{\infty}$ . Die Faktoren  $h_1$  und  $h_2$  erfassen den nichtlinearen Effekt der Relaxation bzw. den Effekt bezüglich der Dehnratenabhängigkeiten. Durch Ersetzen des transienten Relaxationsmoduls  $\Delta E_R$  mit

$$\Delta E_R(t) = E_R(t) - E_\infty = E_\infty \Delta e_R(t) \tag{6.4}$$

geht bei einaxialer, isothermer Belastung ( $a_e = 1$ ) mit konstanter Dehnrate  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 = konst$ . (Rampe) Gleichung 2.13 in folgende Form über:

$$\sigma(t) = h_{\infty} E_{\infty} \varepsilon(t) + h_1 h_2 E_{\infty} \dot{\varepsilon}_0 \int_0^t \Delta e_R(t - \tau) d\tau.$$
(6.5)

Um Gleichung 6.5 weiterhin zu vereinfachen, kann der normalisierte Relaxationsmodul  $\Delta e_R(t)$  durch den transienten Anteil einer Prony-Reihe ersetzt werden:

$$\Delta e_R(t) = \sum_{i=1}^n g_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \tag{6.6}$$

Die Parameter  $g_i$  stellen die normalisierten Moduln und  $\tau_i$  die Zeitkonstanten der Prony-Reihe dar. Durch Einsetzen der Gleichung 6.6 in 6.5 und Auflösung des Integrals folgt die Spannung zu

$$\sigma(t) = h_{\infty}(\varepsilon) E_{\infty} \varepsilon(t) + h_{t}(\varepsilon) E_{\infty} \dot{\varepsilon}_{0} \sum_{i=1}^{n} g_{i} \tau_{i} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{i}}} \right) \quad \text{mit} \quad h_{t}(\varepsilon) = h_{1} h_{2}. \tag{6.7}$$

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird angenommen, dass der Nichtlinearitätsfaktor  $h_{\infty}$  den Wert 1 annimmt. Das bedeutet, dass zu Beginn der Anregung ( $t \ll 0$  s) das Material rein elastisch antwortet. Erst mit fortschreitender Zeit nimmt der viskoelastische Anteil zu. Der Nichtlinearitätsfaktor  $h_t$  wird aus Relaxations- oder Retardationsversuchen ermittelt [13] und kann durch Polynomfunktionen angenähert werden [16, 14, 15, 45]. Für den Faktor  $h_t$  wird vereinfacht betrachtet eine Polynomfunktion zweiten Grades angenommen.

$$h_t(\varepsilon) = a_2 \varepsilon^2 + a_1 \varepsilon + a_0 \tag{6.8}$$

Mit dem Einsetzen der Gleichung 6.8 in 6.7 resultiert die Spannungsbeziehung

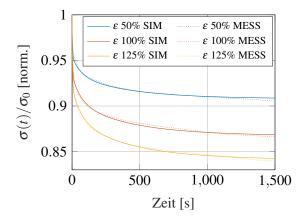
$$\sigma(t) = \underbrace{E_{\infty}\varepsilon(t)}_{\sigma_{e,\infty}} + \underbrace{E_{\infty}\dot{\varepsilon}_0 \left(a_2\varepsilon^2(t) + a_1\varepsilon(t) + a_0\right) \sum_{i=1}^n g_i \tau_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}\right)}_{\sigma_{v,nl}}.$$
(6.9)

Die Spannung aus Gleichung 6.9 setzt sich aus einem rein elastischen Anteil  $\sigma_{e,\infty}$ , dem Equilibrium-Anteil, und einem nichtlinear viskoelastischen Anteil  $\sigma_{v,nl}$  zusammen, der von der Zeit und Dehnung abhängt. Im Falle eines Dehnungssprungs (Relaxation) ergibt sich die Span-

nung zu

$$\sigma(t) = E_{\infty}\varepsilon(t) + E_{\infty}\varepsilon(t)h_t(\varepsilon)\sum_{i=1}^n g_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}.$$
(6.10)

Mit Gleichung 6.10 lassen sich zunächst die Parameter von  $h_t$  sowie  $g_i$  und  $\tau_i$  anhand einer Relaxationsmessung bestimmen. Dies erfolgt beispielhaft für die Relaxationsmessung des Elastomers des Schubstrebenlagers aus Abbildung 3.7 links. Mit einer Prony-Reihe von n = 5 folgen aus einer Fitting-Routine die in Abbildung 6.6 dargestellten Relaxationskurven.



$g_1 = 0.249$	$\tau_1 = 3.406 \text{ s}$
$g_2 = 0.100$	$\tau_2 = 77.8 \text{ s}$
$g_3 = 0.070$	$\tau_3 = 311 \text{ s}$
$g_4 = 0.050$	$\tau_4 = 814 \text{ s}$
$g_5 = 0.030$	$\tau_5 = 3336 \text{ s}$
$a_2 = 0.0228$	
$a_1 = 0.21$	
$a_0 = 0.1$	

Abb. 6.6.: Gemessene und berechnete Relaxationskurven des Elastomers des Schubstrebenlagers (links) und zugehörige Parameter (rechts)

Mit den aus der Relaxationsmessung bestimmten Parametern kann nun der Zusammenhang zwischen der Equilibrium-Kennlinie und dem Belastungspfad bei konstanter Dehnrate untersucht werden. Dafür wird das Verhältnis des elastischen Spannungsbeitrags  $\sigma_{e,\infty}$  (Equilibrium) zur Gesamtspannung  $\sigma(t)$  (Belastungspfad) der Gleichung 6.9 gebildet.

$$\frac{\sigma_{e,\infty}}{\sigma(t)} = \frac{1}{1 + \dot{\varepsilon}_0 \varepsilon^{-1}(t) h_t(\varepsilon) \sum_{i=1}^n g_i \tau_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}\right)}$$
(6.11)

Das Auftragen des Quotienten  $\sigma_{e,\infty}/\sigma(t)$  über der Dehnung ergibt mit der Dehnrate  $\dot{\varepsilon}_0 = 0.01~{\rm s}^{-1}$  den Kurvenverlauf aus Abbildung 6.7. Der degressive Verlauf zwischen  $0 \le \varepsilon \le 0.125$  wird maßgeblich durch die erste Zeitkonstante  $\tau_1$  beeinflusst, deren Prony-Term nach  $t = 4\tau_1 \approx 13.6$  s nahezu konstant ist. Für Dehnungen  $\varepsilon > 0.125$  sellt sich in guter Näherung ein linearer Verlauf des Verhältnisses  $\sigma_{e,\infty}/\sigma(t)$  ein.

Aus Sicht des Elastomerlagers entspricht der Quotient aus Gleichung 6.11 dem Verhältnis aus Equilibrium-Kennlinie und Belastungspfad der Kraft-Weg-Kurve. Abbildung 6.8 veranschaulicht das Verhältnis anhand der Messergebnisse des Schubstrebenlagers. Der Belastungspfad in positiver und negativer Auslenkungsrichtung wird von der Kraft-Weg-Kurve abgeleitet und kraftseitig in den Nullpunkt verschoben. Die Equilibrium-Kennlinie geht aus der Relaxationsmessung hervor. Das Verhältnis der Relaxationspunkte der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad ist der rechten Diagrammachse in Abbildung 6.8 zugeordnet. Es ist wiederum ein nahezu linearer Zusammenhang über der Auslenkung zu erkennen (vgl. Abb. 6.7), der ebenso bei den weiter geprüften Elastomerlagern zu beobachten ist (s. Abb. B.17 bis B.20). Dementspre-

## 6. Modellbildung

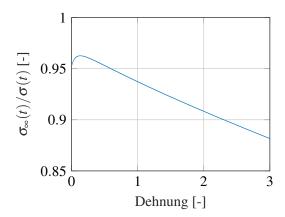


Abb. 6.7.: Verhältnis der Equilibrium-Spannung  $\sigma_{\infty}$  zur Gesamtspannung  $\sigma$  nach Gleichung 6.11 mit den Parametern aus Abbildung 6.6

chend lässt sich eine Berechnungsvorschrift zur näherungsweisen Bestimmung der Equilibrium-Kennlinie aus dem Belastungspfad ableiten. Das Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie  $F_{\infty}$  zum Belastungspfad  $F_{lp}$  kann durch eine Fallunterscheidung mit zwei linearen Geraden angenähert werden, die durch den Punkt (0|1) verlaufen.

$$\frac{F_{\infty}(x)}{F_{lp}(x)} \approx \begin{cases} m_1 x + 1 & \text{, wenn } x \ge 0\\ m_2 x + 1 & \text{, sonst} \end{cases}$$
(6.12)

Im Falle einer symmetrischen Kennlinie reduziert sich die Fallunterscheidung auf

$$\frac{F_{\infty}(x)}{F_{lp}(x)} \approx -m|x| + 1. \tag{6.13}$$

Durch Umstellen der Gleichung 6.13 ergibt sich die in dieser Arbeit hergeleiteten Berechnungs-

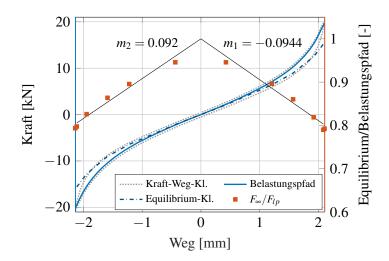


Abb. 6.8.: Bestimmung des Verhältnisses der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad der Kraft-Weg-Kurve

vorschrift für die näherungsweise Bestimmung der Equilibrium-Kennlinie aus dem Belastungspfad zu

$$F_{\infty}(x) \approx (-m|x|+1) \cdot F_{lp}(x). \tag{6.14}$$

Die Bestimmung der Parameter  $m_{1|2}$  erfordert mindestens zwei Relaxationspunkte: einen im negativen und einen im positiven Auslenkungsbereich. Die Relaxationspunkte müssen bei hohen Auslenkungen aufgenommen werden, bei denen sich das Elastomerlager nichtlinear viskoelastisch verhält. Die Bestimmung des Parameters  $m_2$  aus Abbildung 6.8 verdeutlicht beispielhaft den Einfluss der Lage des Relaxationspunkts. Mit einem Relaxationspunkt im nichtlinearen Bereich des Lagers (|x| > 1.2 mm) ergeben sich Wert zwischen  $0.086 \le m_2 \le 0.096$  bzw. Abweichungen vom Ausgangswert  $m_2 = 0.092$  von maximal 6.5 %. Dahingegen resultiert aus dem Relaxationspunkt im linearen Bereich des Lagers bei x = -0.44 mm ein Wert von  $m_2 = 0.124$ . Dies entspricht 135 % des Ausgangswertes und würde zu einer verfälschten Bestimmung der Equilibrium-Kennlinie führen.

## 6.2.2. Reibmodul

Die vom Autor erarbeiteten Anpassungen des Reibmoduls betreffen die Abbildung der Hystereseaufweitung und der bleibenden Dehnung. Die Zusammensetzung der gesamten, reinen Hysterese des neuen GHP-Modells ist in Abbildung 6.9 schematisch dargestellt. Der Reibkraftanteil  $F_f$  bildet den Effekt der grundlegenden, quasistatischen Hysterese sowie die Amplitudenabhängigkeit ab und der zusätzliche Anteil  $F_{f,ps}$  den Effekt der bleibenden Dehnung. Durch die neue Skalierungsfunktion  $S_{lp}$  wird die Hystereseaufweitung erzielt.

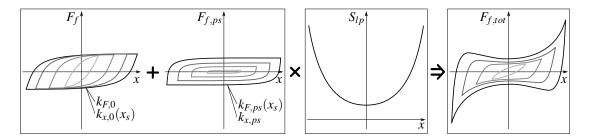


Abb. 6.9.: Aufbau des Reibmoduls des neuen GHP-Modells

Die Berechnungsbasis der Hysteresekraft  $F_f$  stellt weiterhin das modifizierte Berg-Modell dar (s. Gl. 5.8 und 5.9). Der Unterschied zum originalen GHP-Modell besteht in der Möglichkeit, den Parameter  $k_{x,0}(x_s)$  in Abhängigkeit der Auslenkung in Form des letzten Umkehrpunkts zu setzen. Dadurch können die Gradienten des Hystereseastes nach Richtungsumkehr sowie das Überschwingverhalten über der Auslenkungsamplitude gesteuert werden.

Das Berg-Modell spiegelt das linear viskoelastische Verhalten wider. Das nichtlinear viskoelastische Verhalten der Elastomerlager im hohen Lastbereich kann durch die Skalierungsfunktion realisiert werden. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingeführte Skalierungsfunktion  $S_{lp}$  geht aus der Gleichung 6.7 hervor. Dabei entspricht die Spannung  $\sigma_{e,\infty}$  der Federkennlinie. Der nichtlinear viskoelastische Anteil  $\sigma_{v,nl}$  wird wiederum im Elastomerlagermodell durch die Kombination aus Reib- und Dynamikmodul dargestellt. Der Nichtlinearitätsfaktor  $h_t(\varepsilon)$  skaliert den Belastungspfad in Abhängigkeit der Dehnung. Die wegabhängige Skalierungsfunktion  $S_{lp}(x)$  fungiert in analoger Art und Weise. Sie skaliert den Belastungspfad des Berg-Modells

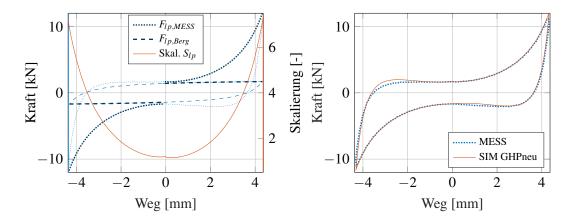


Abb. 6.10.: Bestimmung der Skalierungsfunktion  $S_{lp}$  (links) sowie gemessene und simulierte, reine Hysterese (rechts) am Beispiel des Federlenkerlagers

auf den Belastungspfad der gemessenen, reinen Hysterese (s. Abb. 6.10 links).

$$S_{lp}(x) = \frac{F_{lp,MESS}}{F_{lp,Berg}} \tag{6.15}$$

Abbildung 6.10 rechts illustriert die skalierte Hysterese des modifizierten Berg-Modells. Die neu eingeführte Skalierungsfunktion ermöglicht die exakte Abbildung des Belastungspfads. Nach Richtungsumkehr wird ebenso das Überschwingen der reinen Hysterese qualitativ sowie quantitativ hochwertig angenähert. Im Gegensatz zur Skalierungsfunktion der Hysteresebreite des ursprünglichen GHP-Ansatzes ist eine Korrektur der Endwerte nicht notwendig. Ferner muss die Steifigkeit der Federkennlinie nicht korrigiert werden, da der Kraftbeitrag aus dem Reibmodul im Gegensatz zum originalen GHP-Modell nicht auf die Grundkennlinie, sondern auf die Equilibrium-Kennlinie aufaddiert wird. Ein weiterer Vorteil der neu eingeführten Skalierungsfunktion  $S_{lp}$  ist die Möglichkeit der Extrapolation. In der Praxis liegen die quasistatischen Kraft-Weg-Kennlinien häufig nicht im gewünschten Kraftbereich vor. Durch die Extrapolation des Belastungspfads mit einem Polynom-Ansatz oder ähnlichem folgt im gleichen Maße die Extrapolation der Equilibrium-Kennlinie (s. Gl. 6.14) und der Skalierungsfunktion (s. Gl. 6.15). Die Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  des originalen GHP-Ansatzes kann lediglich auf konstantem Niveau extrapoliert werden.

Die bleibende Dehnung wird im Zuge der Arbeit durch die zusätzliche Hysteresekraft  $F_{f,ps}$  modelliert. Die Kraft  $F_{f,ps}$  weist dabei eine Abhängigkeit vom letzten Umkehrpunkt auf. Je größer der Betrag des letzten Umkehrpunkts ist, desto größer ist die Hysteresebreite. Die Hysteresebreite wird maßgeblich durch den Parameter  $k_F$  bestimmt.  $k_F$  kann durch Bildung der Differenz des oberen und unteren Hystereseastes des modifizierten Berg-Modells und einigen Umformungen durch folgende Gleichung berechnet werden:

$$k_F = \frac{w_h(2k_x + x_0) \cdot (k_x + x_0)}{2x_0^2}. (6.16)$$

Der initiale Wert für  $k_x$  entstammt der Lösung des Gleichungssystems 6.2. In Abbildung 6.11 sind die Hysteresebreiten der quasistatischen Hysteresen des Federlenkerlagers (s. Abb. 3.9) und die mit Gleichung 6.16 berechneten Werte für  $k_F$  über der Auslenkungsamplitude aufgetragen. Die Hysteresebreite nimmt in guter Näherung linear über der Amplitude zu. Der Parameter

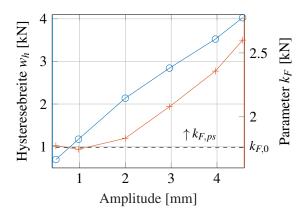


Abb. 6.11.: Hysteresebreite  $w_h$  und berechneter Parameter  $k_F$  des Federlenkerlagers

 $k_F$  steigt maßgeblich ab der Amplitude  $\hat{x} > 2$  mm an, bei der ebenso die Progression des Lagers einsetzt. Der Zuwachs von  $k_F$  referenziert der Autor zum Effekt der bleibenden Dehnung. Dementsprechend setzt sich  $k_F$  aus einem konstanten Anteil  $k_{F,0}$  und einem variablen Anteil  $k_{F,ps}(x_s)$  zusammen, der in Abhängigkeit des letzten Umkehrpunktes  $x_s$  steht.

$$k_F(x_s) = k_{F,0} + k_{F,ps}(x_s)$$
 (6.17)

Der konstante Anteil  $k_{F,0}$  ist der Hysteresekraft  $F_f$  aus Abbildung 6.9 zugeordnet. Der variable Anteil  $k_{F,ps}(x_s)$  dient der Berechnung der Hysteresekraft  $F_{f,ps}$  und drückt den Grad der bleibenden Dehnung aus. Die Reibkraft  $F_{f,ps}$  wird mittels folgender Gleichungen für den oberen

$$F_{f,ps} = F_{fs}^{l} + \left(k_{F,ps}(x_{s}^{l}) - F_{fs}^{l}\right) \frac{x - x_{s}^{l}}{k_{x,ps} + (x - x_{s}^{l})} \quad \text{für} \quad \dot{x}(t) \ge 0$$
(6.18)

bzw. unteren Hystereseast

$$F_{f,ps} = F_{fs}^{u} + \left(k_{F,ps}(x_{s}^{u}) + F_{fs}^{u}\right) \frac{x - x_{s}^{u}}{k_{x,ps} - (x - x_{s}^{u})} \quad \text{für } \dot{x}(t) < 0.$$
 (6.19)

berechnet. Durch diese Formulierung ist im Gegensatz zum modifizierten Berg-Modell kein Zustandsautomat notwendig. Der Parameter  $k_{x,ps}$  bestimmt den Anstieg des Hystereseastes nach Richtungsumkehr. Da die bleibende Dehnung unmittelbar nach Richtungsumkehr durch die Ausbildung neuer Verbindungstellen innerhalb der Polymerketten auftritt, muss  $k_{x,ps}$  einen kleinen Wert annehmen. Aus diesem Grund wird im Zuge der Arbeit  $k_{x,ps}$  für alle berechneten Elastomerlager auf einen Wert von  $k_{x,ps} = 0.2$  mm festgelegt. Damit stellt sich beim Erreichen des Weges 0.2 mm nach Richtungsumkehr die Hälfte der Reibkraft  $k_{F,ps}(x_s)$  ein. Nach Untersuchungen würde ein geringerer Wert von  $k_{x,ps}$  die Ergebnisgüte nicht verbessern und die Berechnungsdauer des MKS-Solvers negativ beeinflussen.

Abbildung 6.12 illustriert die berechneten Hystereseanteile sowie die Gesamthysterese des neuen Reibmoduls am Beispiel des Federlenkerlagers für verschiedene Amplituden. Die Hysteresekraft  $F_{f,ps}$  beträgt für die Amplitude  $\hat{x}=2$  mm in etwa null. Erst höhere Auslenkungen führen zum Auftreten der bleibenden Dehnung. Die Gesamtkraft des Reibmoduls beschreibt die gemessene, reine Hysterese im gesamten Auslenkungsbereich qualitativ hochwertig. Die maximalen Kraftabweichungen belaufen sich auf  $\Delta F < 1$  kN. Die berechnete Verlustarbeit weicht

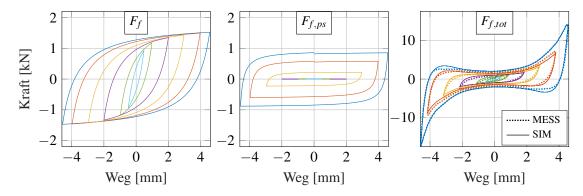


Abb. 6.12.: Hystereseanteile  $(F_f, F_{f,ps})$  und Gesamthysteresekraft  $F_{f,tot}$  des neuen Reibmoduls am Beispiel des Federlenkerlagers für unterschiedliche Amplituden

von der gemessenen maximal um 10 % ab. Im Anhang sind den Messungen der reinen Hysterese die Simulationsergebnisse des originalen GHP-Reibmoduls und des neu eingeführten Reibmoduls am Beispiel des Schubstrebenlagers und der beiden Zugstrebenlager gegenübergestellt (s. Abb. B.21 bis B.23). Es ist eine deutliche Steigerung der Abbildungsgüte im hohen Lastbereich zu erkennen. Die Nachteile der originalen GHP-Modellierung (s. Abs. 6.2) sind mit der neuen Modellierungsvorschrift des Feder- und Reibmoduls eliminiert.

# 6.2.3. Dynamikmodul

Das Dynamikmodul mit der Auswahl zwischen zwei parallel geschalteten MW-Elementen oder dem Spring-Pot-Element ist für das gesamte Amplitudenband der Betriebs- und Sonderereignisse geeignet und bedarf keiner Anpassungen. Vor allem die frequenzabhängige Modellierung des Spring-Pot-Elements erfasst den degressiven Verlauf im Bereich  $0 < f \le 5$  Hz und den nahezu linearen Abschnitt zwischen 5 und 40 Hz qualitativ hochwertig. Zudem erfolgt die Beschreibung des Spring-Pot-Elements mit Matrizengleichungen (s. Abs. 2.4.1.7), wodurch sich eine sehr kleine Rechenzeit einstellt, die mit dem KV-Modell vergleichbar ist.

Wie in Abschnitt 6.1 beschrieben, muss das Elastomerlagermodell ebenso das dynamische Verhalten von Hydrobuchsen abbilden können. Dafür kann anstatt dem konventionellen Dynamikmodul ein hydraulisches Modul verwendet werden, das entweder durch ein lineares oder nichtlineares Hydrolagermodell definiert ist. Das lineare Modell wurde bereits durch die Gleichungen 3.2 und 3.3 beschrieben. Nichtlineare Hydrolagermodelle beinhalten bspw. zusätzlich eine Lose und/oder einen zusätzlichen quadratischen Dämpfungsparameter im Fluidkanal, wodurch sowohl die Frequenz- als auch Amplitudenabhängigkeit erfasst wird.

Damit sind alle im Rahmen der Arbeit eingeführten Modifikationen für das neue GHP-Modell beschrieben. Bevor die Leistungsfähigkeit des neuen Elastomerlagermodells bei Betriebs- und vor allem Sonderereignisanregung auf Komponentenebene sowie im MKS-Gesamtfahrzeug im Kapitel 7 dargestellt wird, folgt ein Abschnitt zur Erläuterung der Parameteridentifikation.

# 6.3. Parameteridentifikation

In der Anwendung eines Komponentenmodells ist neben der qualitativ hochwertigen Abbildungsgüte eine entscheidende Grundvoraussetzung die anwenderfreundliche, effiziente und robuste Umsetzung des Parametrierungsprozesses. Die Parametrierung des neuen GHP-Modells basiert auf gewöhnlichen Charakterisierungsmessungen. Aus diesen werden definierte Eingangsgrößen abgelesen, die durch algebraische Gleichungen in interne Modellparameter umgewandelt werden [86]. Es folgt die Beschreibung der im Zuge der Arbeit definierten Charakterisierungsmessungen, des Parametrierungsprozesses sowie der verwendeten Optimierungsalgorithmen.

# 6.3.1. Charakterisierungsmessungen

Der Parametrierungsprozess des neuen Elastomerlagermodells erfordert im Vergleich zum originalen GHP-Ansatz zusätzliche Charakterisierungsmessungen infolge der höheren Komplexität. Für die Parametrierung des Federmoduls wird eine quasistatische Kraft-Weg-Kennlinie und eine Relaxationsmessung (s. Abb. 3.8) mit mindestens zwei Haltepunkten, einen im negativen und einen im positiven Auslenkungsbereich, benötigt. Die Haltepunkte sollten dabei bei maximal angefahrener Auslenkung  $\pm \hat{x}$  gesetzt werden. Eine höhere Anzahl an Haltepunkten steigert grundsätzlich die Bestimmungsgenauigkeit der Parameter  $m_1$  und  $m_2$ .

Das Reibmodul wird anhand mehrerer quasistatischer Kraft-Weg-Kennlinien unterschiedlicher Amplituden parametriert. Eine Mindestanzahl von drei Kraft-Weg-Kennlinien, von denen zwei in den progressiven Bereich des Lagers hineinreichen, erlaubt eine zuverlässige Bestimmung des Parameters  $k_{F,ps}$  über der Auslenkung. Für die Berechnung der Skalierungsfunktion wird neben einer quasistatischen Kraft-Weg-Kennlinien die Equilibrium-Kennlinie benötigt, die aus der Parametrierung des elastischen Zweiges hervorgeht.

Die Parametrierung des Dynamikmoduls erfolgt mit zwei dynamischen Sinus-Sweep-Messungen unterschiedlicher Amplitude. Der erforderliche Frequenzbereich richtet sich nach dem betrachteten Lastfall. Für die Ermittlung der Schnittlasten in der Betriebsfestigkeit genügt der Frequenzbereich  $0 < f \le 40~\mathrm{Hz}$ .

## **6.3.2.** Parametrierungsprozess

Der Ablauf der Parametrierung ist im Prozessschaubild in Abbildung 6.13 veranschaulicht. Im ersten Schritt folgt die Bestimmung der Parameter des Federmoduls. Aus der gemessenen quasistatischen Hysterese mit der größten Amplitude wird dafür der Belastungspfad in positiver und negativer Auslenkungsrichtung selektiert und anschließend kraftseitig in den Nullpunkt verschoben. Entspricht die Höhe der gemessenen Auslenkungsamplitude nicht dem erwarteten Anregungshorizont der Simulation, so kann der Belastungspfad bspw. unter Berücksichtigung der Lagergeometrie extrapoliert werden. Aus der Relaxationsmessung leiten sich die Parameter  $m_1$  und  $m_2$  ab (s. Gl. 6.12), mit denen schließlich die Equilibrium-Kennlinie nach Gleichung (s. Gl. 6.14) berechnet werden kann.

Im zweiten Schritt wird das Reibmodul parametriert. Die Skalierungsfunktion resultiert nach Gleichung 6.15 aus dem Belastungspfad der Messung und dem des modifizierten Berg-Modells. Für die initiale Berechnung des Berg-Modells folgt die Identifikation der Parameter  $k_F$  und  $k_x$  durch die Lösung des Gleichungssystems 6.2 nach [86]. Die dafür notwendigen Eingangsgrößen werden aus der quasistatischen und dynamischen Messung abgeleitet. Anhand der quasistatischen und dynamischen Messung abgeleitet.

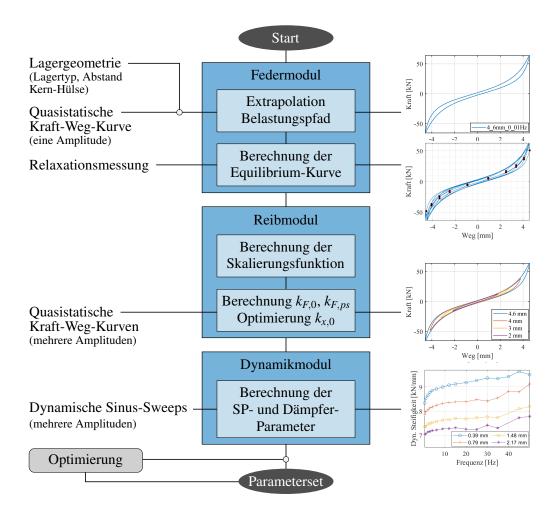


Abb. 6.13.: Ablauf der Parametrierung des neuen Elastomerlagermodells

tischen Hysteresen unterschiedlicher Amplitude resultieren aus Gleichung 6.16 die Hystereseparameter  $k_{F,0}$  und  $k_{F,ps}(x)$ . Der Parameter  $k_{x,0}$  kann wie  $k_{F,ps}$  in Abhängigkeit der Auslenkung gesetzt werden. Dafür wird  $k_{x,0}(x)$  für jede Amplitude der quasistatischen Messungen in der Art optimiert, dass sich minimale Abweichungen zwischen den Verlustarbeiten sowie den Gradienten nach Richtungsumkehr der Messung und Simulation einstellen. Die Optimierung erfolgt in Iterationsschleifen, da mit jeder Änderung von  $k_{x,0}$  die Skalierungsfunktion  $S_{lp}$  neu berechnet werden muss.

Die Parametrierung des Spring-Pot-Elements und des Dämpfers beruht auf den Ausführungen von SEDLACZEK ET AL. [86]. Der Speicher- und Verlustmodul der komplexen Steifigkeit des Sping-Pot-Elements müssen mit den Eingangsgrößen der dynamischen Messung in der Form

$$E'(\omega) = (c_0 + m_c \omega) \cos(\varphi_0 + m_\omega \omega) - c_0 \cos(\varphi_0) \quad \text{und}$$
(6.20)

$$E''(\omega) = (c_0 + m_c \omega) \sin(\varphi_0 + m_{\varphi}\omega) - c_0 \sin(\varphi_0)$$
(6.21)

übereinstimmen. Dabei entsprechen die Eingangsgrößen  $c_0$  bzw.  $\varphi_0$  der dynamischen Steifigkeit bzw. dem Verlustwinkel bei  $\omega=0$  s<sup>-1</sup> und  $m_c$  bzw.  $m_{\varphi}$  dem jeweiligen Anstieg über der Frequenz. Die dynamische Steifigkeit und der Verlustwinkel sind durch die Gleichungen 2.58 bzw. 2.59 analytisch beschrieben. Die Parameter  $\alpha$  und b können somit bei einer vom Anwender de-

finierten Kreisfrequenz  $\omega_1$  direkt berechnet werden. Das Spring-Pot-Element leistet durch die Grünwald-Approximation einen zusätzlichen Steifigkeitsbeitrag  $c_{dyn,d}$  bei 0 Hz, der sich zu

$$c_{dyn,d}(\omega = 0) = \sum_{m=0}^{n-1} A_m$$
 (6.22)

ergibt. Dieser muss von der Steifigkeit der Federkennlinie abgezogen werden. Die nahezu konstante Phase des Spring-Pot-Elements wird durch den linearen Dämpfer mit dem Verlustmodul  $\omega d$  korrigiert. Der Parameter d kann durch die Bedingung

$$E''_{tot}(\omega_1) = E''_{Berg} + E''_{SP}(\omega_1) + \omega d$$
 (6.23)

berechnet werden.

Damit sind alle Parameter und Kennlinien des neuen Elastomerlagermodells identifiziert. Eine Feinjustierung der Modellparameter kann durch eine anschließende Optimierung der dynamischen Steifigkeit und Verlustarbeit erfolgen.

# 6.3.3. Optimierungsalgorithmen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wendet der Autor für die Optimierungsaufgaben ein globales und ein lokales Verfahren an. Handelt es sich um ein Optimierungsproblem mit mehreren lokalen Minima, so wird dem lokalen Suchalgorithmus ein globaler vorgeschaltet, um die Position des absoluten Minimums im Suchraum zu finden bzw. sich diesem zu nähern. Das anschließende lokale Optimierungsverfahren garantiert den minimalen Zielfunktionswert im gefundenen Zielfunktionstal.

Als globales Optimierungsverfahren wird ein genetischer Algorithmus (GA) eingesetzt. Er gliedert sich in die stochastischen Suchverfahren ein und beruht auf den Prinzipien der biologischen Evolution, bei denen "Der Stärkere überlebt" gilt [76]. Der GA baut auf sogenannten Populationen auf, die sich aus mehreren Individuen zusammensetzen. Ein Individuum stellt dabei eine mögliche Lösung des Optimierungsproblems dar. Der Optimierungsablauf erstreckt sich über mehrere Generationen (s. Alg. 1). In jeder Generation werden die Individuen entsprechend ih-

```
Algorithmus 1: Genereller Ablauf des Genetischen Algorithmus
```

```
Eingabe: Modellparameter X, Suchraum von X, Zielfunktion Z(X)
  Ausgabe: optimierter Parametersatz Xopt
1 Generation gen := 0
2 Initialisiere zufällige Anfangspopulation P(gen)
3 Berechne Fitness der Individuen mit Z(\mathbf{X})
  while Abbruchkriterium nicht erfüllt do
       gen := gen + 1
      Bildung der neuen Generation
6
          Selektiere Individuen für Fortpflanzung (Eltern)
          Rekombiniere Eltern und produziere Nachkommen
8
          Mutiere Nachkommen
10
          Berechne Fitness der Nachkommen
          Füge Nachkommen in Population P(gen - 1) ein => neue Population P(gen)
11
13 X_{opt} := Individuum von P(gen) mit höchster Fitness
```

res Zielfunktionswerts mit einem Fitnesslevel bewertet und diejenigen mit der höchsten Fitness ausgewählt. Durch evolutionäre Reproduktionsoperatoren werden die ausgewählten Individuen neu erzeugt und in die bestehende Population eingefügt. Die neue Population ist der Ausgangspunkt für die nächste Generation. Das Durchlaufen mehrerer Generationen führt zu einem evolutionären Prozess, bei dem sich in jeder Generation die Individuen besser an die Zielstellung anpassen. Für die Reproduktionsoperatoren der Selektion, Rekombination, Mutation und Reinsertion (Wiedereinfügen) sowie der Fitnesszuweisung existieren verschiedene Verfahren, die POHLHEIM [76] oder auch GERDES [34] entnommen werden können. Der Optimierungsablauf wird beendet, wenn eine definierte Zielfunktionswertgrenze, eine Konvergenzbedingung erfüllt und/oder eine maximale Generationenanzahl erreicht ist. Das Individuum mit der höchsten Fitness bzw. mit dem geringsten Zielfunktionswert der letzten Generation entspricht der Lösung der Optimierung. Die Lösung befindet sich dabei mit hoher Wahrscheinlichkeit im Bereich des globalen Optimums im definierten Suchraum.

Lokale Optimierungsverfahren können zwar kein globales Optimum finden, sie führen jedoch mit einer vergleichsweise hohen Konvergenzgeschwindigkeit auf den minimalen Zielfunktionswert in unmittelbarer Nähe des gewählten Startpunkts. Aus diesem Grund wird dem GA ein lokales Optimierungsverfahren nachgeschaltet, um ausgehend von der Lösung des GAs den Parametersatz mit lokal minimalen Zielfunktionswert zu ermitteln. In der vorliegenden Arbeit wird der *Sequentielle Quadratische Programmierung* Algorithmus (SQP) verwendet, der es ermöglicht eine Zielfunktion mit mehreren Variablen und Wertebereichsgrenzen zu minimieren. Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus ist NOCEDAL [62] zu entnehmen.

# 6.4. Zusammenfassung

Aus den experimentellen Untersuchungen sowie der Benchmark und Sensitivitätsanalyse lassen sich die Anforderungen der Schnittlastermittlung unter Betriebs- und Sonderereignissen an die Elastomerlagermodellierung ableiten. Das Elastomerlagermodell muss die Hysterese-aufweitung im hohen Lastbereich sowie die Frequenzabhängigkeit von konventionellen und hydraulischen Lagern abbilden können. Für die Abbildung des Mullins-Effekts sowie der temperaturabhängigen dynamischen Eigenschaften genügt es, die entsprechenden Parametrierdaten heranzuziehen, die den Erwartungswerten des maximalen Lasthorizonts bzw. der Umgebungstemperatur gerecht werden. Ferner stellt die virtuelle Schnittlastermittlung folgende zusätzliche Anforderungen an das Elastomerlagermodell: die Berechnungsfähigkeit von transienten Signalen, eine geringe Rechenzeit sowie einen geringen Parametrieraufwand.

Die Grundlage für die Weiterentwicklungen ist das GHP-Modell. Die originale Formulierung weist jedoch grundlegende Defizite hinsichtlich der quasistatischen Hysteresekraft auf. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden diese Defizite durch eine neue Modellierung des Federund Reibmoduls eliminiert. Für die Darstellung der elastischen Federkraft des Elastomerlagers wird anstatt der Grundkennlinie die Equilibrium-Kennlinie verwendet. Diese ist amplitudenunabhängig und frei von viskosen Effekten. Die Weiterentwicklung des Reibmoduls beruht auf der Einführung zweier Hysteresekräfte und einer neuen Skalierungsfunktion. Die beiden Hysteresekräfte bilden zum einen die grundlegende Hysteresekraft inklusive des Payne-Effekts ab und zum anderen den Effekt der bleibenden Dehnung. Die neue Skalierungsfunktion basiert auf der Skalierung des Belastungspfads. Sie hat den Vorteil, dass der gemessene Belastungspfad mit absoluter Genauigkeit wiedergegeben wird, dass keine Korrekturen mehr notwendig sind und dass die Möglichkeit einer Extrapolation besteht. Abgesehen vom Feder- und Reibmodul bedarf

das Dynamikmodul keiner Anpassungen und kann für den Anregungsbereich der Betriebs- und Sonderlasten verwendet werden.

Für die Parametrierung des neuen GHP-Modells werden eine Relaxationsmessung mit mindestens zwei Haltepunkten sowie eine quasistatische und dynamische Messung mit harmonischer Anregung auf unterschiedlichen Amplitudenhöhen benötigt. Ein Großteil der Modellparameter kann direkt aus den Charakterisierungsmessungen abgeleitet werden. Alle weiteren Parameter gehen aus Optimierungsproblemen hervor.

# 7. Modellvalidierung

Im vorliegenden Kapitel erfolgt die Validierung des im Abschnitt 6.2 neu eingeführten Elastomerlagermodells auf Komponentenebene (s. Abs. 7.1) und in Verbindung mit dem MKS-Modell im Rahmen der virtuellen Schnittlastermittlung (s. Abs. 7.2).

# 7.1. Komponentenebene

Auf Komponentenebene dienen die harmonischen und transienten Anregungssignale der Prüfstandversuche aus Kapitel 3 der Validierung.

# 7.1.1. Harmonische Signale

Den harmonischen Signalen ordnen sich Sinusanregungen ohne und mit Vorlast unter. Es werden zunächst die harmonischen Anregungen ohne Vorlast betrachtet, die gleichzeitig der Parameteridentifikation der Elastomerlagermodelle zugrunde liegen. Abbildung 7.1 illustriert die dynamische Steifigkeit der alten und in dieser Arbeit erstellten, neuen GHP-Modellierung am Beispiel des Federlenkerlagers. Auf der rechten Seite der Abbildung 7.1 ist der relative, quadratische Fehler RQF der Modelle über der Amplitude dargestellt. Beide Modelle erzielen hinsichtlich der dynamischen Steifigkeit vergleichbare Ergebnisse. Die Amplitudenabhängigkeit der dynamischen Steifigkeit kann nicht im vollem Umfang abgebildet werden, was am Fehler RQF = 0.092 bei  $\hat{x} = 3.55$  mm zu erkennen ist. Im Vergleich zur alten GHP-Modellierung des Reibmoduls führt die neue mit der bleibenden Dehnung dazu, dass sich der RQF-Fehler verkleinert. Dabei wird der Fehler der beiden größten Amplituden nahezu halbiert. Die Spreizung der Steifigkeit über der Amplitude nimmt zu und nähert sich dem Realverhalten. Beim RQF-Fehler der Verlustarbeit in Abbildung 7.2 ist die Stärke der neuen Formulierung des Reibmoduls deutlich zu erkennen. Bei der Sinus-Anregung mit  $\hat{x} > 2.87$  mm reduziert sich der Fehlerwert des neuen GHP-Modells auf ca. 10 % des Werts des alten Modells. Bei Nierenlagern ergibt sich durch die extreme Hystereseaufweitung an den Umkehrpunkten ein größeres Potenzial in der

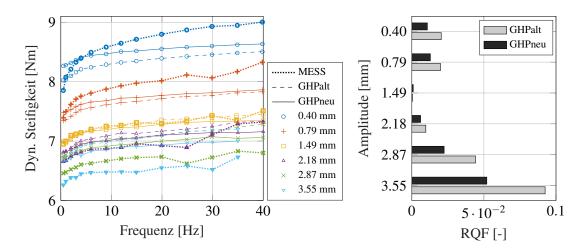


Abb. 7.1.: Dyn. Steifigkeit des alten und neuen GHP-Modells (links) und *RQF*-Fehler pro Amplitude (rechts) am Beispiel des Federlenkerlagers

114 Frieder Riedel

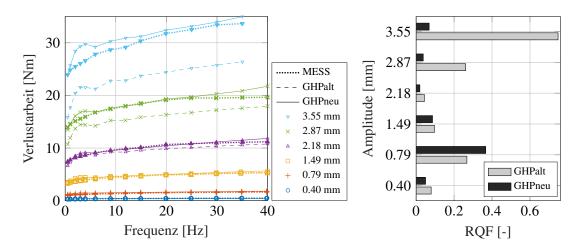


Abb. 7.2.: Verlustarbeit des alten und neuen GHP-Modells (links) und *RQF*-Fehler pro Amplitude (rechts) am Beispiel des Federlenkerlagers

Steigerung der Abbildungsgüte der Verlustarbeit. Abbildung 7.3 veranschaulicht die Verlustarbeit und die RQF-Werte des alten und neuen GHP-Modells hinsichtlich des Zugstrebenlagers. Der Fehler bei einer Amplitude von  $\hat{x}=5.95$  mm kann durch die neue Modellierung im Vergleich zur alten um etwa 93 % reduziert werden. Weiterhin ist der Fehler der Amplituden  $\hat{x} \le 1$  mm um 87 % vermindert.

Unter Vorlast antworten die Elastomerlager mit einer erhöhten Steifigkeit und Verlustarbeit. Abbildung 7.4 veranschaulicht quasistatische Kraft-Weg-Kennlinien unterschiedlicher Amplitude des alten und neuen GHP-Modells am Beispiel des Zugstrebenlagers bei einer Vorlast von F=14 kN. Bei den Kraft-Weg-Hysteresen des alten GHP-Modells ist zu erkennen, dass die Hysteresebreite für x>5.5 mm durch die begrenzte Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  stark abnimmt. Die simulierten Kurven des neuen GHP-Modells liegen annähernd über denen der Messung. Der Unterschied zwischen den beiden Modellen unter Vorlast wird am Verlauf der Steifigkeit und Verlustarbeit über der Amplitude ersichtlich. Der qualitative Verlauf der Steifigkeit über der Amplitude wird durch das neue GHP-Modell realitätsnäher abgebildet (s. Abb. 7.5 links). Die

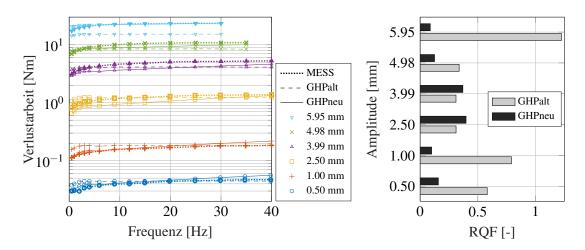


Abb. 7.3.: Verlustarbeit des alten und neuen GHP-Modells (links) und *RQF*-Fehler pro Amplitude (rechts) am Beispiel des Zugstrebenlagers

#### 7. Modellvalidierung

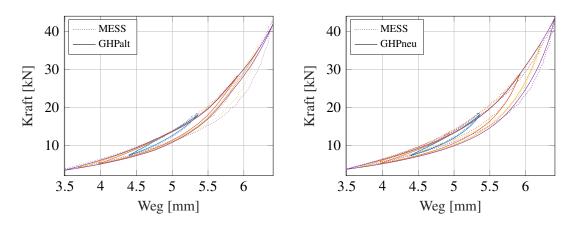


Abb. 7.4.: Quasistatische Kraft-Weg-Kennlinien des alten und neuen GHP-Modells (links bzw. rechts) am Beispiel des Zugstrebenlagers unter 14 kN Vorlast

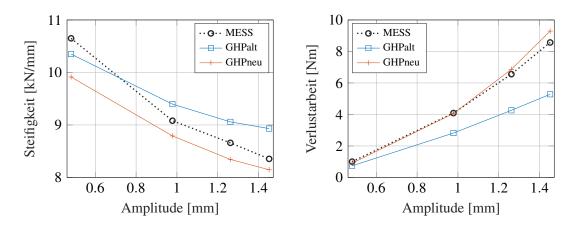


Abb. 7.5.: Dyn. Steifigkeit (links) und Verlustarbeit (rechts) des alten und neuen GHP-Modells bei quasistatischer Anregung am Beispiel des Zugstrebenlagers unter 14 kN Vorlast

Abweichung von der Messung des Zugstrebenlagers beträgt im Schnitt 4 %. Die Verlustarbeit unter Vorlast kann durch das neue GHP-Modell im Gegensatz zur alten Modellierung mit einer signifikant höheren Ergebnisgüte approximiert werden (s. Abb. 7.5 rechts). Die Abweichung zwischen Messung und Simulation ergibt für  $\hat{x} = 1.45$  mm im Falle des alten GHP-Modells 28.4 % und im Falle des neuen GHP-Modells 8.5 %.

Bei den harmonischen Anregungen weist die normierte Rechenzeit des neuen GHP-Modells im Vergleich zum alten GHP-Modell einen um den Faktor 4 höheren Anstieg über der Frequenz auf (vgl. Abb. 5.10). Die normierte Rechenzeit des neuen GHP-Modells entspricht bei  $f=40~{\rm Hz}$  einem Wert von ca. 0.06, die des alten GHP-Modells 0.015.

# 7.1.2. Nachfahrsignale

Die Nachfahrsignale entsprechen den transienten Anregungssignalen aus den Sonderereignissen. Die Berechnungsergebnisse des neuen Elastomerlagermodells werden dem KV- und dem

alten GHP-Modell gegenübergestellt. Abbildung 7.6 beinhaltet die Simulationsergebnisse bezüglich der Sonderereignisanregungen des Zugstrebenlagers. Dabei ist im oberen Bereich das Target-Signal, im mittleren die maximalen Kraftabweichungen im negativen und positiven Bereich pro Sonderereignis und im unteren Bereich die kumulierte Verlustarbeit dargestellt. Das KV-Modell weist bei jedem Sonderereignis betragsmäßig die größten Kraftabweichungen zum Target-Signal auf. Ferner resultiert aus der KV-Simulation lediglich 37 % der real auftretenden Verlustarbeit, da es den Effekt der Hystereseaufweitung nicht darstellt (s. Abb. 7.6). Das Simulationsergebnis des alten GHP-Modells ergibt im Vergleich zu dem des KV-Modells signifikant geringere Abweichungen zum Target-Signal. Bei hohen Kraftspitzen sind jedoch die Auswirkungen der Defizite der Modellierung zu erkennen. Der absolute Kraftfehler und die Abweichungen bezüglich der prognostizierten Verlustarbeit im Bereich der Schlechtwegbremsungen bei 25 s und 40 s sowie im Bereich der Vertikalereignisse bei 90 s und 96 s weisen hohe Werte auf. Die neue GHP-Modellierung führt unter den betrachteten Modellen auf die quantitativ hochwertigste Simulationsgüte. Die größten Kraftfehler des alten GHP-Modells im negativen Kraftbereich werden nahezu halbiert. Die Abweichung hinsichtlich der kumulierten Verlustarbeit können durch das neue GHP-Modell gegenüber dem alten von 30 % auf 15 % reduziert werden. Ursache für die gesteigerte Ergebnisgüte sind die im Rahmen der Arbeit eingeführ-

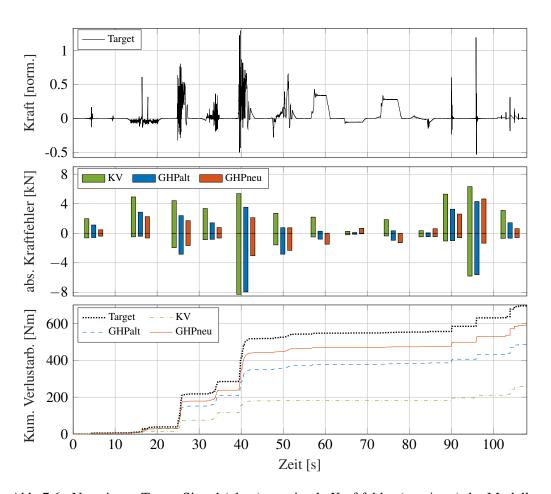


Abb. 7.6.: Normiertes Target-Signal (oben), maximale Kraftfehler (neg./pos.) der Modelle pro Sonderereignis (mittig) und kumulierte Verlustarbeit (unten) am Beispiel der Sonderereignisanregung des Zugstrebenlagers

#### 7. Modellvalidierung

te neue Skalierungsfunktion und Modellierung der bleibenden Dehnung. Abbildung 7.7 veranschaulicht beispielhaft die Kraft-Weg-Kennlinien im ersten Quadranten der Elastomerlagermodelle im Zeitfenster  $39.6 \le t \le 39.9$  s des Sonderereignissignals aus Abbildung 7.6 oben. Beim neuen GHP-Modell ist zu erkennen, dass die Hysteresebreite im gesamten positiven Auslenkungsbereich vollumfänglich abgebildet werden kann.

Die normierten Rechenzeiten des KV-, des alten und neuen GHP-Modells betragen für das in Abbildung 7.6 oben dargestellte Signal 2.15 e-4, 3.8 e-3 bzw. 3.71 e-2. Die Modellerweiterungen des neuen GHP-Modells führen bei transienten Anregungen damit zu einer Rechenzeiterhöhung um den Faktor 10 im Vergleich zum alten GHP-Modell.

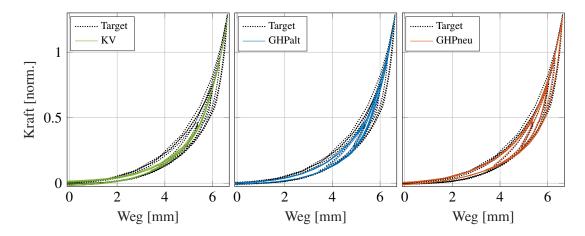


Abb. 7.7.: Normierte Kraft-Weg-Kennlinie im Zeitfenster  $39.57 \le t \le 39.93$  s des Sonderereignissignals aus Abb. 7.6

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass das neue GHP-Modell im Vergleich zum alten auf Komponentenebene eine höhere Ergebnisgüte aufweist. Dies betrifft vor allem den hohen Lastbereich der Sonderereignisse. Der reale Verlauf der Steifigkeit und Verlustarbeit über der Amplitude bei harmonischen Anregungen kann mit der neuen Modellierung qualitativ und quantitativ hochwertig approximiert werden. Gleiches gilt für harmonische Anregungen unter Vorlast. Bei Betrachtung transienter Anregungen stellt sich heraus, dass die absoluten Kraftabweichungen mit der neuen GHP-Modellierung reduziert werden können. Ferner erzielt das neue GHP-Modell im Vergleich zum alten eine signifikant gesteigerte Verlustarbeit.

# 7.2. Elastomerlagerabgleich im MKS-Umfeld

Im Folgenden werden die Auswirkungen des Übertragungsverhaltens des Elastomerlagermodells auf die Schnittlasten des Fahrwerks beurteilt. Durch die Unterschiede in den elastischen und vor allem dämpfenden Eigenschaften der Elastomerlagermodelle ergibt sich ein unterschiedliches Schwingungsverhalten des Achsverbunds und damit variierende Kräfte in den
Komponenten. Der Elastomerlagerabgleich im MKS-Modell beinhaltet analog dem vorherigen
Abschnitt Simulationsergebnisse mit dem KV-, dem alten sowie neuen GHP-Modell. Es werden
die Auswirkungen dieser drei Modellierungen auf die Schnittlasten aufgezeigt.

# 7.2.1. MKS-Simulationsumgebung

Die MKS-Betrachtungen im folgenden Abschnitt basieren auf dem Modell der Oberklasse-Limousine aus Abschnitt 5.2. Die Achstopologie entspricht vorne einer Vierlenker- und hinten einer Raumlenkerachse (s. Abb. 2.6). Alle Fahrwerkstreben, der Hinterachsfahrschemel und die Karosserie sind als flexible Körper eingebunden. Grundsätzlich werden alle Elastomerlager im Fahrwerk in den sechs Freiheitsgraden mit dem KV-Modell modelliert. Dieser Ausgangszustand wird als Referenzmodell bezeichnet. Im Zuge der Variation der Elastomerlagermodellierung erfolgt die Integration des GHP-Modells in die MKS-Umgebung durch eine Co-Simulationsschnittstelle. Das bedeutet, dass die Systemgleichungen des GHP-Modells entkoppelt vom MKS-Solver gelöst werden. Das Gesamtfahrzeug weist in der Vorderachse insgesamt 12 und in der Hinterachse 31 Elastomerlager auf. Eine Implementierung des Modells über die Co-Simulationsschnittstelle für jedes Lager in allen Freiheitsgraden würde zu einer enormen Modellvergrößerung führen, was sich in einem starken Anstieg der Rechenzeit äußert. Da die Fahrwerkstreben und Federungs-Dämpfungs-Komponenten jedoch nur in einer Hauptrichtung maßgeblich beansprucht werden, ist die gezielte Einbindung des komplexen GHP-Modells in translatorischer Hauptrichtung für die Untersuchung des Einflusses der Elastomerlagermodellierung auf die Schnittlasten hinreichend. Diese Annahme wird durch die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse des KV-Modells im MKS-Modell aus Abschnitt 5.2 gestützt. Damit kann für die translatorischen Nebenrichtungen und alle rotatorischen Größen die KV-Modellierung bestehen bleiben. Eine Ausnahme stellen hierbei die Fahrschemellager dar, die in allen translatorischen Richtungen signifikante Beanspruchungen erfahren. Demzufolge werden bei der Variation der Elastomerlagermodelle in den Fahrschemellagern alle translatorischen Richtungen betrachtet. Neben dem Fahrzeugmodell bedarf es weiterer Komponenten für die Berechnung der Betriebsund Sonderereignisse. Einerseits betrifft dies die Modellierung der Reifen durch das Reifenstrukturmodell FTIRE [35]. Andererseits wird für die Anregung des Fahrzeugmodells eine digitale Beschreibung der Straßenoberfläche benötigt. Im Rahmen der Untersuchung findet das Curved Regular Grid (CRG)-Straßenformat [68] Verwendung, welches eine effiziente Kontaktpunktauswertung gewährleistet und geringe Speicherplatzanforderungen stellt. Neben den mechanischen Komponenten und den Straßenoberflächeninformationen wird ein Fahrermodell benötigt, welches die jeweiligen Manövervorgaben des Lastfalls bzw. Ereignisses umsetzt. Das Fahrermodell setzt sich dabei aus einem Pedal- und einem Lenkregler zusammen. Ersterer regelt durch das Stellen des Fahr- und Bremspedals die Längsbeschleunigungen des Fahrzeugs. Der Lenkregler übersetzt Informationen über die aktuelle Fahrzeugposition in ein Lenkradmoment und sorgt damit dafür, dass das Fahrzeug der Solltrajektorie folgt.

# 7.2.2. Simulation von Betriebslasten

Betriebslasten werden durch die Überfahrt einer Schlechtwegstrecke generiert. Die Schlechtwegstrecke beinhaltet Abschnitte mit verschiedenen Oberflächenbeschaffenheiten. Zudem rufen Anfahr- und Bremsvorgänge sowie Kurvenanteile Längs- bzw. Querbeschleunigungen hervor. Das Referenzmodell der Oberklasse-Limousine stellt ein validiertes Modell dar. In Abbildung B.24 im Anhang sind für die Schlechtwegstreckenanregung die Klassendurchgangszählungen einzelner Validierungsgrößen der Messung und Referenz-Simulation aufgezeigt. Die Kollektivformen der Simulation stimmen mit denen der Messungen, abgesehen von Ereignissen mit geringer Häufigkeit, gut überein. Größere Abweichungen von bis zu 20 % treten bei Häufigkeiten unter 10 bei der vorderen Radlast  $F_{Rad,z_V}$ , der hinteren, rechten Radlast  $F_{Rad,z_V}$  und der

#### 7. Modellvalidierung

vorderen, linken Federbeinkraft  $F_{FBV}$  auf. Die simulierten Kollektivformen der Radlasten in y-Richtung und der inneren Strebenkräfte entsprechen in guter Näherung denen der Messung. Damit wird die Simulationsgüte des Referenzmodells für die Untersuchung des Einflusses der Elastomerlagermodellierung als hinreichend betrachtet. In den folgenden Darstellungen liegen nicht für jede Schnittlast Messergebnisse vor. Einzelne Schnittlasten, wie bspw. die Kräfte in den Fahrschemellagern, sind ohne Umbauten messtechnisch schwer zu erfassen. Jeder Umbau bedingt eine Veränderung des Gesamtsystems, weshalb im Rahmen dieser Untersuchung hierauf verzichtet wurde.

Die Gegenüberstellung der MKS-Ergebnisse der Simulationen mit dem KV-, dem alten und neuen GHP-Modell zeigt hinsichtlich der Schlechtwegstreckenanregung grundsätzlich nur vereinzelte Schnittlastkräfte auf, die durch die Elastomerlagermodellierung maßgeblich beeinflusst werden. Dazu zählen in der Vorderachse die Zugstrebenkraft  $F_{ZS_V}$  und die Federlenkerkraft  $F_{FL_V}$ in Strebenrichtung (s. Abb. 7.8 bzw. 7.9). Die Nieren im Zugstrebenlager führen zu einer Federkennlinie mit ausgeprägtem progressiven Verhalten (vgl. Abb. 3.9 rechts). Durch die Schlechtwegstrecke erfährt das Zugstrebenlager Anregungen im stark nichtlinearen Bereich. Im Gegensatz zum KV-Modell führt das neue GHP-Modell infolge der höheren Verlustarbeit in der Progression zu einer Reduzierung der Zugstrebenkraft im Rückschwingvorgang. Dies ist an den geringeren, negativen Klassengrenzüberschreitungen zu erkennen. Aus den reduzierten Schwingbreiten folgt eine kleinere, fiktive Schädigungszahl. Das Simulationsergebnis mit dem neuen GHP-Modell nähert sich damit der Schädigung der Messung an. Die alte GHP-Formulierung bildet durch die begrenzte Skalierungsfunktion  $S_{wh}$  bei großen Auslenkungen nur einen Teil der realen Verlustarbeit des Zugstrebenlagers ab. Das KV-Modell weist hingegen gar keine Hystereseaufweitung auf, jedoch kommt es bei diesem oberhalb der Referenzfrequenz von f = 15 Hzzu einer Überdämpfung der Schwingspiele. Über das gesamte Schlechtwegsignal hinweg betrachtet resultiert dadurch bei der Simulation mit dem alten GHP-Modell ein höherer Schädigungswert im Vergleich zum KV-Modell.

Am Rad angreifende Längs- und Querkräfte werden hauptsächlich über das Zusammenspiel aus Zugstrebe und Federlenker abgestützt. Demnach unterliegen die in den beiden Bauteilen wirkenden Kräfte gegenseitiger Beeinflussung. Das Bild der fiktiven Schädigungen der Federlenkerkräfte aus Abbildung 7.9 ist dem der Zugstrebenkräfte annähernd kongruent.

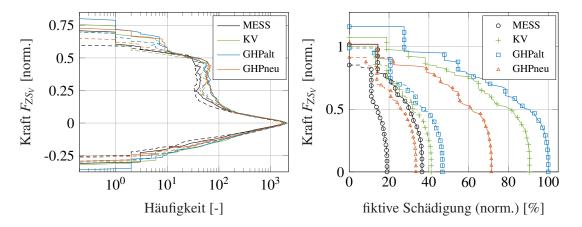


Abb. 7.8.: Klassendurchgangszählung (links) und fiktive Schädigung (rechts) der Zugstrebenkraft der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite für das KV-, alte und neue GHP-Modell

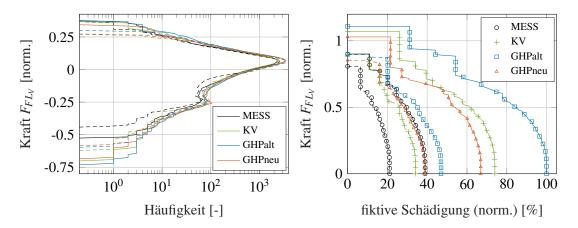


Abb. 7.9.: Klassendurchgangszählung (links) und fiktive Schädigung (rechts) der Federlenkerkraft der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite für das KV-, alte und neue GHP-Modell

Die maximalen Lasthorizonte in den Streben der Hinterachse sind im Vergleich zur denen der Vorderachse geringer. Da alle Strebenlager der Hinterachse als Vollgummilager ausgeführt sind, reichen nur wenige Lastspitzen in die nichtlinearen Auslenkungsbereiche hinein. Dementsprechend fällt der Einfluss der Elastomerlagermodellierung auf die Strebenkräfte der Hinterachse für die Schlechtwegstreckenanregung gering aus. Die größten Änderungen sind in den Kräften der Fahrschemellager zu erkennen. Das vordere Fahrschemellager weist in Fahrzeuglängsrichtung ein hydraulisches Dämpfungssystem auf, das bei den GHP-Modellen mit einem Hydrolagermodell abgebildet wird. Das KV-Modell ist in dieser Richtung mit einem Verlustwinkel von  $\varphi(15 \text{ Hz}) = 40^{\circ}$  bedatet. Das hintere Fahrschemellager ist ein konventionelles Elastomerlager und weist in Längsrichtung eine Niere auf. Abbildung 7.10 veranschaulicht die Leistungsdichte, die Klassendurchgangszählung und die fiktive Schädigung der vorderen und hinteren Fahrschemellagerkraft in Fahrzeuglängsrichtung für die unterschiedlichen Elastomerlagermodelle. Die Leistungsdichte der vorderen Fahrschemellagerkraft  $F_{FS,xv}$  zeigt den Einfluss des Hydrolagers auf. Das lokale Maxima im Bereich der Achseigenfrequenz verschiebt sich durch das Hydrolagermodell auf ca. f = 13 Hz. Die Leistungsdichte des KV-Modells verläuft ab diesem Maximum unterhalb der Leistungsdichte der GHP-Modelle. Das bedeutet, dass die resultierenden Kraftamplituden der KV-Simulation oberhalb von f = 13 Hz kleiner sind, als die der GHP-Simulationen. Dies spiegelt sich in den geringeren Häufigkeiten gleicher Klassengrenzüberschreitungen wider. Die Ursache liegt in dem Dämpfungsverhalten des KV-Modells, bei dem Schwingspiele mit f > 13 Hz zu stark bedämpft werden. Die Hystereseaufweitung der GHP-Modelle trägt dazu bei, dass sich die Schwingbreiten der hohen Anregungsamplituden im Gegensatz zum KV-Modell reduzieren. Dadurch ist die Summenschädigung bezüglich  $F_{FS,xy}$ der drei Varianten vergleichbar. An den hinteren Fahrschemellagern führen die GHP-Modelle zu einer Leistungsdichte, die im Bereich der Achseigenfrequenz unterhalb der des KV-Modells liegt. Zudem resultieren im Vergleich zur Referenzsimulation über das gesamte Schlechtwegsignal geringere Schwingbreiten. Daraus folgt eine signifikante Reduzierung der Schädigungen bei den Simulationen mit dem alten und neuen GHP-Modell.

Neben dem Einfluss auf die Fahrzeuglängsrichtung wirkt sich die Elastomerlagermodellierung ebenso auf die Fahrschemellagerkräfte in Querrichtung aus (s. Abb. B.25). Aus den Simulationen mit dem alten und neuen GHP-Modell folgt gegenüber dem Referenzmodell eine um

## 7. Modellvalidierung

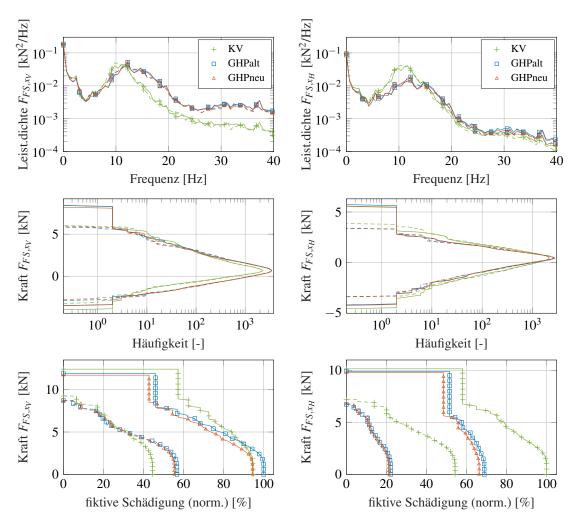


Abb. 7.10.: Leistungsdichte (oben), Klassendurchgangszählung (mittig) und fiktive Schädigung (unten) der vorderen und hinteren Fahrschemellagerkraft in x-Richtung (links bzw. rechts) der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite für das KV-, alte und neue GHP-Modell

mehr als 50 % kleinere Schädigung der vorderen Fahrschemellagerkraft in y-Richtung. An den hinteren Lagern erhöht sich die Schädigung hingegen um nahezu 40 %.

# 7.2.3. Simulation von Sonderlasten

Da Sonderereignisse in erster Linie der Absicherung der Bauteilfestigkeit dienen, sind bei diesen die betragsmäßig, maximalen Lasteinträge auslegungsrelevant. Sonderlasten werden unter anderem durch die Fahrt über eine Schwelle bzw. durch eine Senke sowie das Bremsen in kanaldeckel- und waschbrettähnliche Fahrbahnvertiefungen (Kanaldeckel- (KanBr) bzw. Waschbrettbremsung (WaschBr)) hervorgerufen. Die Schwelle und WaschBr werden beidseitig, die Senke und KanBr einseitig rechts bzw. einseitig links gefahren. Bei der Schwelle und Senke dominiert der vertikale Lastpfad in der Achse. Aus den Sonderereignissen WaschBr und KanBr ergeben sich hingegen die höchsten Längskräfte. Die vorhandenen Gesamtfahrzeugmessungen

weisen pro Sonderereignis drei Wiederholungen auf. Der Einfluss des menschlichen Fahrers wird in der Simulation durch drei Wiederholungen berücksichtigt, bei denen die Randbedingungen Fahrspur, Geschwindigkeit und Bremspunkte geringfügig variiert werden. Die Variationen liegen in einem Bereich von  $\Delta y \approx \pm 0.1$  m,  $\Delta v \approx \pm 3$  % bzw.  $\Delta x \approx \pm 0.5$  m. Dies ermöglicht eine Auswertung der Streuung der Messung und Simulation.

In der Zugstrebe der Vorderachse treten bei den Sonderereignissen WaschBr und KanBr die höchsten Kräfte auf. Abbildung 7.11 illustriert beispielhaft die Kraftsignale einer von drei Wiederholungen des Ereignisses KanBr. Bei allen folgenden Diagrammen mit demselben Layout symbolisieren die durchgezogenen und gestrichelten Linien die linke bzw. rechte Fahrzeugseite. Da bei den Sonderereignissen die Extremwerte für die betriebsfeste Auslegung relevant sind, ist neben den Kraftsignalen eine statistische Auswertung der Absolutwerte der drei Wiederholungen in Form eines Balkendiagramms am rechten Rand dargestellt. Die gelb umrandeten Marker entsprechen den minimalen bzw. maximalen Kraftwerten der jeweiligen Wiederholung. Die Mittelwerte der Minima bzw. Maxima werden durch die Übergänge vom jeweils helleren zum dunkleren Farbbalken dargestellt. Die Simulation prognostiziert über alle Varianten deutlich höhere Spitzenlasten in der linken Zugstrebe als die Messung. Durch das neue GHP-Modell kann die maximale, linke Zugstrebenkraft beim Auftreffen des Reifens auf die erste Kanaldeckelkante im Mittel um 7 % im Vergleich zur KV-Simulation gesenkt werden. Die minimale Spitzenlast beim Rückschwingvorgang reduziert sich um 5 %. In der rechten Fahrzeugseite treten ebenso vergleichsweise hohe Kräfte auf, da das rechte Rad auf Kopfsteinpflaster abgebremst wird. Die geringsten Abweichungen zu den gemessenen, maximalen Kräften der rechten Seite weist ebenso die Simulation mit dem neuen GHP-Modell auf.

Das vertikale Ereignis Schwelle kann durch die Simulation qualitativ hochwertig prognostiziert werden (s. Abb. 7.12). Die maximale Kraftspitze bei Ereigniseintritt bilden alle Simulationsvarianten gleichwertig ab. Ausgehend vom Referenzmodell wird beim Zurückschwingen die Abweichung zwischen Simulation und Messung mit dem neuen GHP-Modell mehr als halbiert. Bei den Sonderereignissen WaschBr und Senke werden ebenso mit der neuen GHP-Modellierung die geringsten Abweichungen zur Messung erzielt (s. Abb. B.26 bzw. B.27).

Im Federlenker resultieren analog zur Zugstrebe bei der KanBr die größten Beanspruchungen. Die maximalen Kraftwerte verringern sich durch die neue GHP-Formulierung gegenüber der

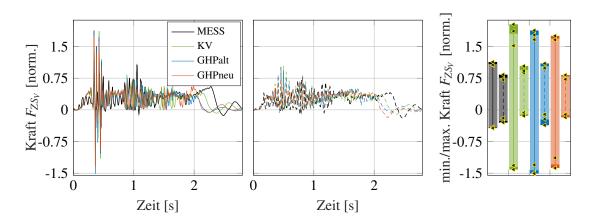


Abb. 7.11.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft  $F_{ZS_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

#### 7. Modellvalidierung

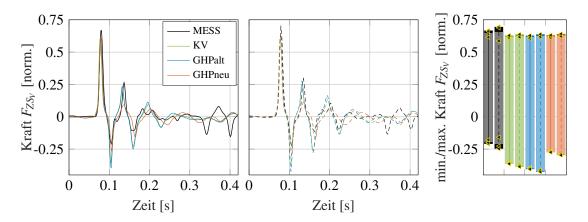


Abb. 7.12.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft  $F_{ZS_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis Schwelle für das KV-, alte und neue GHP-Modell

Referenzsimulation um etwa 11 % (s. Abb. 7.13). Auch bei den vertikalen Sonderereignissen wird der Maximalwert des Rückschwingvorgangs durch die neue Elastomerlagermodellierung signifikant reduziert (s. Abb. B.28 und B.29). Auf die Kräfte im oberen Querlenker hat die Elastomerlagermodellierung einen kleineren Einfluss. Lediglich bei der KanBr ist eine Reduzierung der Maximallasten der oberen Querlenkerkraft  $F_{OQLH,yV}$  um knapp 4 % mit dem neuen GHP-Modell zu erkennen (s. Abb. B.30).

In Abbildung 7.14 sind die simulierten Kraft-Weg-Kennlinien des linken Zugstreben- und Federlenkerlagers für das Zeitfenster 0.55 < t < 0.85 s der WaschBr aus Abbildung B.26 dargestellt. Durch die Definition der Skalierungsfunktion  $S_{lp}$  kann die Hystereseaufweitung des Zugstrebenlagers mit dem neuen Reibmodul im gesamten Auslenkungsbereich der Simulation dargestellt werden (vgl. Abb. 7.7). Der qualitative Verlauf der Kraft-Weg-Kennlinie des Federlenkerlagers des neuen GHP-Modells entspricht dem realen Übertragungsverhalten. Das KV-Modell prognostiziert im Falle des Federlenkerlagers nahezu die gleiche Verlustarbeit wie das neue GHP-Modell, weist jedoch die doppelte Hysteresebreite bei x = 0 mm auf. Die zu

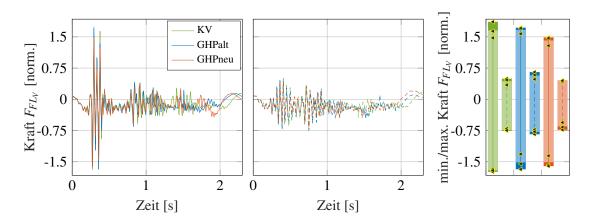


Abb. 7.13.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Federlenkerkraft  $F_{FL_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

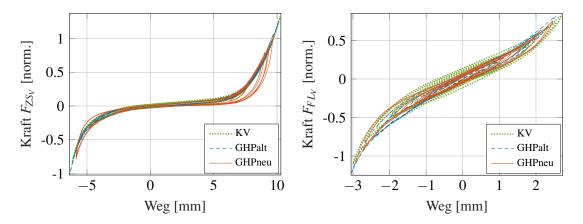


Abb. 7.14.: Kraft-Weg-Kurve in Strebenrichtung des linken Zugstreben- (links) und Federlenkerlagers (rechts) im Zeitfenster 0.55 < t < 0.85 s der WaschBr aus Abb. B.26 für das KV-, alte und neue GHP-Modell

hohe Hysteresebreite bei x = 0 mm tritt bei der KV-Simulation grundsätzlich bei allen Fahrwerkelastomerlagern bei Anregung mit f > 15 Hz auf (vgl. Abb. 7.15 und 7.16).

Aus dem Abgleich der Schnittlasten in der Vorderachse geht weiterhin hervor, dass vor allem bei Sonderereignissen, aus denen die größten Schnittlasten resultieren, hohe Abweichungen zwischen Messung und Simulation auftreten. Bei der KanBr weisen bspw. die simulierten Zugstrebenkräfte der linken Fahrzeugseite beim Rückschwingvorgang in etwa den dreifachen Wert der gemessenen Kräfte auf (s. Abb. 7.11). Eine mögliche Ursache für diese Abweichung zwischen Simulation und Messung ist das linear elastische Verhalten der flexiblen Bauteile des MKS-Modells. Sonderereignisanregungen können zum Überschreiten des elastischen Werkstoffverhaltens führen. Im Realfahrzeug wird dadurch die äußere Arbeit durch lokale Plastifizierungen der Fahrwerk- und Strukturbauteile in Formänderungsenergie umgewandelt. In der Simulation wird die in das Fahrwerk eingeleitete, kinetische Energie hingegen nur in Verlustarbeit aus Reibung und Dämpfung umgesetzt. Dadurch können im linear elastischen MKS-Modell bei entsprechenden Sonderereignisanregungen höhere Kraftspitzen als in den Messungen auftreten.

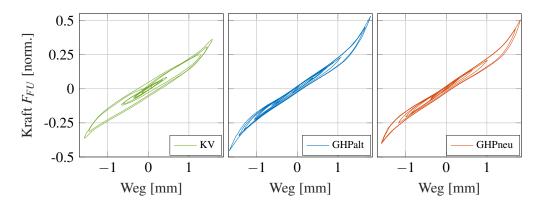


Abb. 7.15.: Kraft-Weg-Kennlinien der KanBr-Simulationen der linken Führungsstrebenkraft  $F_{FU}$  aus Abb. B.31 im Zeitfenster 0.6 < t < 1 s

#### 7. Modellvalidierung

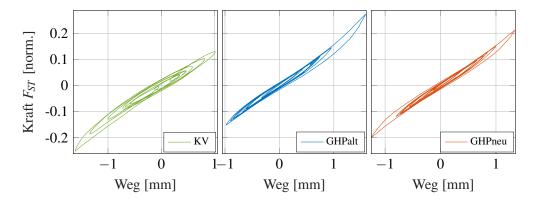


Abb. 7.16.: Kraft-Weg-Kennlinien der KanBr-Simulationen der linken Sturzstrebenkraft  $F_{ST}$  aus Abb. B.31 im Zeitfenster 0.6 < t < 1 s

In der Hinterachse ist ein maßgeblicher Einfluss der Elastomerlagermodellierung auf die Schnittlasten bei den Sonderereignissen WaschBr und KanBr zu erkennen. Bei diesen treten betragsmäßig die maximalen Lastspitzen in den Hinterachsstreben- und Fahrschemellagern auf. Die Strebenkräfte des Ereignisses KanBr sind im Anhang in Abbildung B.31 dargestellt. In der Schub- $F_{SS}$  sowie Zugstrebe  $F_{ZS_H}$  stellt sich eine Reduzierung der Maximallast von etwa 15 % durch das neue GHP-Modell ein. Die Kräfte der Führungs-  $F_{FU}$ , der Sturzstrebe  $F_{ST}$ und des Federlenkers  $F_{FL_H}$  erhöhen sich bei einzelnen Wiederholungen des Sonderereignisses durch beide GHP-Modellierungen. Abbildungen 7.15 und 7.16 veranschaulichen beispielhaft die simulierten Kraft-Weg-Kennlinien der Führungs- bzw. Sturzstrebe. Die Hysteresebreiten der GHP-Modelle entsprechen bei x = 0 mm in guter Näherung den Werten, die am Prüfstand bei harmonischen Anregungen ermittelt wurden. Die Kraft-Weg-Kennlinie des KV-Modells weist hingegen die doppelte Hysteresebreite auf. Ferner entspricht der qualitative Verlauf kleinerer Hysteresen unter Vorlast des KV-Modells nicht dem Realverhalten der Elastomerlager (vgl. Abb. 3.26). Aus beiden Beobachtungen resultiert bei dynamischen Anregungen (f > 15 Hz) im nahezu linearen Bereich des Elastomerlagers eine zu hohe Dämpfung des KV-Modells, die sich Schnittlast-reduzierend auswirkt.

Beim Sonderereignis WaschBr reduzieren sich trotz der Überdämpfung des KV-Modells die Spitzenwerte bei allen Schnittkräften der Hinterachse. Eine Übersicht ist im Anhang in Abbildung B.32 illustriert. Die maximalen Lastspitzen der Führungsstrebe und Zugstrebe werden durch die neuen GHP-Modellierung im Mittel annähernd exakt abgebildet. Das neue GHP-Modell führt gegenüber dem KV-Modell weiterhin zu einer Absenkung der maximalen Sturzstrebenkräfte. Die Messung weist an dieser Stelle grundsätzlich höhere Extremwerte auf als die Simulationen. Im Falle der Schubstreben- und Federlenkerkraft wirkt das neue GHP-Modell ebenfalls Last-reduzierend. Die Extremwerte werden um etwa 10 % verringert.

Die Elastomerlagermodellierung hat auf die Schnittlasten der Fahrschemelanbindung an die Karosserie einen signifikanten Einfluss in x- und z-Richtung. Es werden wiederum nur die beiden Sonderereignisse mit den Bremsungen betrachtet, da diese die höchsten Längs- und Vertikalkräfte im Fahrschemel hervorrufen. Im Anhang in Abbildung B.33 sind die Minima und Maxima der Schnittkräfte  $F_{FS,x_V}$ ,  $F_{FS,z_V}$  und  $F_{FS,x_H}$  für die KanBr dargestellt. Die maximale, vordere Fahrschemellagerkraft  $F_{FS,x_V}$  in Längsrichtung links erhöht sich im Zuge der GHP-Modellierung um etwa 20 %. Die Extremwerte der hinteren Fahrschemellagerkraft  $F_{FS,x_H}$  der drei Simulationsvarianten stimmen im Mittel annähernd überein. Ferner wird die maxi-

male, vertikale Kraft  $F_{FS,z_V}$  durch das neue GHP-Modell um knapp 5.5 % gesenkt. Bei der WaschBr wirkt sich die neue GHP-Modellierung auf die drei erwähnten Schnittkräfte grundsätzlich Last-reduzierend aus (s. Abb. B.34). Die Lastspitzen im vorderen und hinteren Fahrschemellager sind in Längsrichtung bei der Simulation mit dem neuen GHP-Modell im Vergleich zur KV-Simulation um etwa 20 % geringer.

Der Effekt der Hystereseaufweitung und bleibenden Dehnung kommt hauptsächlich im nichtlinearen Bereich des Elastomerlagers zum Tragen. Der Einfluss der quasistatischen Hysterese der GHP-Modelle ist hingegen bei allen niederfrequenten Anregungen (f < 5 Hz) zu erkennen. Ein Beispiel dafür ist die Aufbauschwingung in Längsrichtung nach einer Stillstandsbremsung. Abbildung 7.17 illustriert die gemessene und simulierte Schubstrebenkraft  $F_{SS}$  bei einer Bremsung mit maximaler Verzögerung auf der Schlechtwegstrecke. Ab  $t \approx 6$  s kommt das Fahrzeug zum Stillstand. Der Aufbau schwingt jedoch durch seine Trägheit mit  $f \approx 2.5$  Hz in Längsrichtung nach. Es ist zu erkennen, dass die Stillstandsschwingung mit dem neuen GHP-Modell am schnellsten abklingt, was dem Realverhalten des Fahrzeugs entspricht. Eine Sekunde nach dem Fahrzeugstillstand weist die Schwingbreite der KV-Simulation noch den doppelten Wert der Schwingbreite des GHP-Modells auf. Dadurch, dass das KV-Modell keine quasistatische Hysterese aufweist, wird die Dämpfung der Elastomerlager bei Frequenzen unterhalb der Referenzfrequenz der Parametrierung (f = 15 Hz) unterschätzt. Diese Beobachtung lässt sich bei allen Elastomerlagern bei niederfrequenten Anregungen tätigen (vgl. Abb. B.31 bzw. B.33 und B.34).

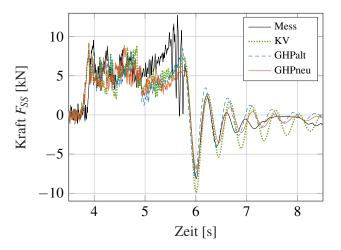


Abb. 7.17.: Gemessene und simulierte Kraftsignale der Schubstrebenkraft  $F_{SS}$  der Bremsung auf der Schlechtwegstrecke

#### **7.3.** Fazit

Die Simulationen auf Komponentenebene zeigen auf, dass das neu entwickelte GHP-Modell in der Lage ist, Betriebs- und Sonderlasten im gesamten Anregungsbereich qualitativ und quantitativ hochwertig abzubilden. Die Simulationsgüte kann im Vergleich zum KV- und alten GHP-Modell maßgeblich gesteigert werden. Den entscheidenden Beitrag dazu leistet das Reibmodul mit der in dieser Dissertation neu eingeführten Skalierungsfunktion und der Model-

#### 7. Modellvalidierung

lierung der bleibenden Dehnung.

Die Elastomerlagermodellierung hat auf die Schnittlasten im Gesamtfahrzeug einen grundlegenden Einfluss. Im Rahmen der KV-, der alten und neuen GHP-Modellierung ist dieser Einfluss besonders bei Anregungen erkennbar, die weit in den nichtlinearen Bereich des Elastomerlagers hineinreichen. Bei Betriebslasten stechen nur vereinzelte Lastkanäle hervor, die durch das Elastomerlagermodell maßgeblich beeinflusst werden. In der Vorderachse betrifft dies die Zugstreben- und Federlenkerkraft. Die neue GHP-Formulierung trägt bei diesen Schnittlasten dazu bei, dass sich ausgehend vom Referenzmodell die simulierten Schädigungswerte den gemessenen signifikant annähern. Im Gegensatz zur Vorderachse ist das durch Betriebsereignisse hervorgerufene Lastniveau in der Hinterachse geringer. Dadurch, dass im betrachteten Fahrzeug in allen Hinterachsstreben Vollgummilager mit relativ hoher Grundsteifigkeit verbaut sind, führen nur wenige Lastspitzen der Schlechtwegstreckenanregung zu Auslenkungen im nichtlinearen Bereich. In den Nierenlagern des Fahrschemels, von denen die vorderen als Hydrolager ausgeführt sind, ergeben sich hingegen größere Änderungen der Schnittlasten durch die Variation der Elastomerlagermodelle.

Die resultierenden Schädigungen aus den Betriebslasten der KV- und GHP-Simulationen sind trotz der unterschiedlichen Übertragungseigenschaften bis auf einzelne Ausnahmen vergleichbar. Der zusätzliche Dämpfungsbeitrag aus der quasistatischen Hysterese und Hystereseaufweitung der GHP-Modelle wird durch die Überdämpfung des KV-Modells über  $f=15~{\rm Hz}$  ausgeglichen bzw. überschritten. Bei Anregungen mit  $f<15~{\rm Hz}$  prognostiziert das KV-Modell eine zu geringe Dämpfung, was im Besonderen an den Stillstandsschwingungen zu erkennen ist. Durch die quasistatische Hysterese der GHP-Modelle ergibt sich bei dieser Anregung eine deutliche Annäherung der Simulations- an die Messergebnisse. Eine Implementierung der quasistatischen Hysterese in alle translatorischen und rotatorischen Richtungen der Elastomerlager fügt dem Gesamtsystem weitere Dämpfungsanteile hinzu und kann die Simulationsgüte zusätzlich steigern.

Die Simulation der Sonderereignisse führt in der Vorderachse des betrachteten Fahrzeugs im Vergleich zur Messung grundsätzlich zu höheren Strebenkräften. Mit der Einbindung des neuen GHP-Modells folgt eine maßgebliche Reduzierung der Schnittlasten in der Vorderachse. Dabei wird vor allem die Amplitude des Rückschwingvorgangs im Vergleich zum Referenzmodell abgesenkt, was dem qualitativen Verhalten des Messfahrzeugs entspricht (s. Abb. 7.12 und 7.13). Die Ursache ist die zusätzliche Dämpfung aus der Hystereseaufweitung und bleibenden Dehnung des in dieser Arbeit entwickelten Reibmoduls. Die Hystereseaufweitung wird durch das alte GHP-Modell ungenügend abgebildet (s. Abb. 7.14). Diese Tatsache sowie die teilweise zu hohe Dämpfung des KV-Modells führen dazu, dass sich die Lastspitzen durch die alte GHP-Modellierung im Vergleich zum KV-Modell tendenziell erhöhen.

In der Hinterachse ist ebenso eine tendenzielle Reduzierung der Spitzenwerte der Schnittlasten durch die neue GHP-Modellierung zu beobachten. Einzelne Kanäle bilden dabei bei einzelnen Sonderereignissen eine Ausnahme. Die Kraft-Weg-Kennlinien zeigen wiederum auf, dass das KV-Modell eine zu hohe Hysteresebreite im Nulldurchgang prognostiziert. Ferner entspricht der qualitative Verlauf der Hysteresen unter Vorlast bei transienter Anregung nicht dem am Prüfstand identifizierten Übertragungsverhalten. Neben dem Reibmodul hat ebenso das Hydrolagermodell einen bedeutenden Einfluss auf die Schnittlasten.

Aus der Untersuchung des Einflusses der Elastomerlagermodellierung auf die aus Betriebs- und Sonderereignissen resultierenden Schnittlasten in den Fahrwerkskomponenten folgt, dass die Modellierung mit dem KV-Modell aus Sicht der Betriebsfestigkeit hinreichend ist, solange die Auslenkungen nicht wesentlich in den nichtlinearen Bereich des Elastomerlagers hineinreichen.

Bei Elastomerlagern, die bis weit in den nichtlinearen Bereich angeregt werden, wird die Simulationsgüte durch die Einbindung des neuen GHP-Modells signifikant gesteigert.

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

In der Betriebsfestigkeitsabsicherung des Fahrwerks dienen virtuelle Methoden der digitalen Auslegung in frühen Entwicklungsphasen. Die Bauteile unterliegen simulativen Voroptimierungen bezüglich der Beanspruchbarkeit, bevor der eigentliche Fertigungsprozess beginnt. Die betriebsfeste Bauteilbemessung beinhaltet dabei die Untersuchung auf die Ermüdungsfestigkeit, auf die Bauteilformdehngrenze und auf das Bruchverhalten unter aufprallartigen Ereignissen. Im Fahrwerk eingeleitete Kräfte werden demnach in Betriebs-, Sonder- bzw. Missbrauchslasten eingeteilt. Die MKS stellt ein probates Mittel bereit, um die für die Bauteilauslegung notwendigen Schnittlasten aus Betriebs- und Sonderereignissen zu berechnen.

Die Prognosegüte der MKS-Berechnung von Last-Zeit-Reihen bei hohen Belastungen ist unter anderem von der Komplexität einzelner Komponentenmodelle abhängig. Eine dieser Komponenten ist das Fahrwerkelastomerlager, welches als Energiespeicher und -senke zwischen den Achskomponenten wirkt. Es beeinflusst maßgeblich das Schwingungsverhalten des Achsverbunds und damit die entstehenden Schnittlasten.

Die Kenntnis über die Elastomerlagereigenschaften im hohen Lastbereich ist für die Modellierung des Übertragungsverhaltens entscheidend. In der Literatur existieren bisweilen keine Elastomerlagercharakterisierungen im Lastbereich der Sonderereignisse sowie nur unzureichende Untersuchungen über die Modellierung des Elastomerlagerverhaltens und deren Einfluss auf die Schnittlasten im Rahmen der Betriebs- und Sonderereignisse.

In dieser Arbeit wird das Übertragungsverhalten der Elastomerlager im Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse untersucht. Im Rahmen eines bestehenden Elastomerlagermodells wird eine neue Modellformulierung für die Abbildung der quasistatischen Hysterese im Bereich der Betriebs- und Sonderereignisse eingeführt. Weiterhin zeigt der Autor die Auswirkung von Elastomerlagermodellen mit unterschiedlichen Abbildungsgüten auf die simulierten Schnittlasten auf. Den experimentellen und numerischen Untersuchungen unterliegt eine repräsentative Auswahl von sechs Fahrwerkelastomerlagern der gegenwärtigen Achstopologien. Die ganzheitliche Betrachtung des Elastomerlagereinflusses im Fahrwerk umfasst folgende Punkte: die Identifizierung des realen Übertragungsverhaltens des Elastomers und des Elastomerlagers, die numerische Untersuchung lokaler, struktureller Effekte, die Analyse bestehender 1D-Modellansätze, die Modellerweiterung und die Einflussbewertung im MKS-Gesamtfahrzeug.

Elastomerlager weisen unter hohen Lasten besondere Eigenschaften auf. Grundsätzlich bildet sich bei allen Lagertypen eine nichtlineare Kraft-Weg-Kennlinie in radialer Auslenkungsrichtung aus, welche durch eine progressive Zunahme der Steifigkeit charakterisiert ist. Zum einen resultiert die Nichtlinearität aus geometrischen Randbedingungen und zum anderen aus den Werkstoffeigenschaften. Die Materialentfestigung des Elastomers in den ersten Belastungszyklen, auch Mullins-Effekt genannt, wirkt sich primär auf Vollgummilager aus und verursacht eine signifikante Abnahme der Grundsteifigkeit. Dabei wächst der Entfestigungsgrad mit steigender Verzerrung im Elastomer an. Nach drei Schwingspielen ist die Entfestigung zum Großteil abgeschlossen. Die quasistatische Hysterese weist eine Besonderheit in der Hysteresebreite auf. Resultierend aus der inneren Reibung und den nichtlinear viskoelastischen Eigenschaften des Werkstoffs weitet sich die Hysterese beginnend mit der Progression der Grundkennlinie hin zu den Umkehrpunkten auf. Infolgedessen nimmt die Verlustarbeit bzw. Dämpfung progressiv über der Amplitude zu. Die Amplitudenabhängigkeit der Steifigkeit (Payne-Effekt) führt bei den geprüften Lagern im betrachteten Lastbereich zu einer Steifigkeitsreduktion von bis zu 30 %. Die Frequenzabhängigkeit der dynamischen Eigenschaften zeigt im Frequenzspektrum

der Betriebsfestigkeit im niedrigen sowie hohen Lastbereich ein analoges Verhalten. Weiterhin charakterisieren sich die dynamischen Eigenschaften bei steigender Temperatur durch eine moderate Zunahme der dynamischen Steifigkeit und starke Abnahme der Verlustarbeit in radialer Anregungsrichtung.

Die numerischen Untersuchungen mittels der FEM dienen der Bestätigung einzelner, bei den Messungen vollzogener Beobachtungen. Dafür werden ein Vollgummi- und ein Nierenlager der untersuchten Elastomerlager diskretisiert. In der Simulation wird der Herstellungs- und Kalibrierprozess berücksichtigt, um den realen Spannungszustand möglichst genau anzunähern. Die statischen FEM-Berechnungen der beiden Elastomerlager bestätigen die im Rahmen der experimentellen Untersuchungen vollzogenen Beobachtungen bezüglich des Mullins-Effekts sowie radialer Steifigkeitserhöhung bei Temperaturzunahme. Zudem wird aufgezeigt, dass mit der angewandten Modellierungstiefe die statische Grundkennlinie des Elastomerlagers in guter Näherung im Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse prognostiziert werden kann.

Das reale Übertragungsverhalten der Elastomerlager wird im MKS-Modell durch performante, rheologische Ersatzmodelle abgebildet. Eine Benchmark-Analyse bestehender Modelle illustriert, dass Modelle mit geringer Komplexität die grundlegenden Elastomereigenschaften der nichtlinearen Steifigkeit und der Frequenzabhängigkeit in grober Näherung approximieren können. Im hohen Lastbereich stellen sich bei diesen Modellen jedoch maßgebliche Defizite heraus. Keines der betrachteten Modelle ist in der Lage, den qualitativen Verlauf der quasistatischen Hysterese und damit die Dämpfung im gesamten Auslenkungsbereich der Betriebs- und Sonderereignisse quantitativ hochwertig abzubilden. Die Sensitivitätsanalyse des KV-Modells im MKS-Achsmodell bekräftigt die Bedeutung der Elastomerlagerdämpfung bezüglich der resultierenden Schnittlasten im Fahrwerk. Nach dem Faktor der Lage des geometrischen Anschlags ist die Dämpfung des Elastomerlagers der zweitsensitivste Faktor. Demnach liegt das Hauptaugenmerk auf der genauen Abbildung der Verlustarbeit.

Das bestehende, modular aufgebaute GHP-Modell besitzt unter den untersuchten Modellen die beste Performanz und höchste Ergebnisgüte, weshalb es als Aufsetzpunkt für die Weiterentwicklung verwendet wird. Im hohen Lastbereich weist das Modell grundlegende Defizite hinsichtlich der Hystereseaufweitung und der Extrapolationsfähigkeit der Modellkennlinien auf. Aus diesem Grund erfolgt eine neue Formulierung einzelner Module. Die Modifizierung betrifft zum einen die Definition der elastischen Federkraft. Diese wird im neuen GHP-Modell durch die Equilibrium-Kennlinie dargestellt. Zum anderen wird für das quasistatische Reibmodul eine neue Skalierungsfunktion eingeführt, die auf dem nichtlinear-viskoelastischen Verhalten der Elastomerlager beruht. Ferner folgt eine Modellierung der bleibenden Dehnung. Das neue Elastomerlagermodell bildet den qualitativen Verlauf und die bleibende Dehnung der real gemessenen quasistatischen Hysteresen mit hoher Genauigkeit im gesamten Auslenkungsbereich ab. Neben dem Kriterium einer hohen Simulationsgüte wird ebenso der Rechenzeit sowie effizienten Parametrierung maßgebliche Bedeutung beigemessen. Das modifizierte Elastomerlagermodell verfügt über wenige einzustellende Parameter, die sich zum einen aus geometrischen Randbedingungen und zum anderen aus experimentellen Charakterisierungen ableiten lassen.

Die abschließende Validierung beinhaltet die Gegenüberstellung des KV-, des alten und neuen GHP-Modells auf Komponentenebene sowie im Rahmen der Schnittlastermittlung. Die Validierung im hohen Lastbereich zeigt auf Komponentenebene auf, dass mit der neuen Modellierung des GHP-Modells bei radialen, einaxialen Anregungen eine deutliche Steigerung der Abbildungsgüte gegenüber den beiden anderen Modellen resultiert. Durch die Einbindung der

Modelle in ein MKS-Gesamtfahrzeugmodell einer Oberklasse-Limousine wird die Auswirkung der neuen Modellierung im Fahrwerkverbund untersucht. Es ist ein grundlegender Einfluss auf die Schnittlasten zu erkennen, der vor allem bei Anregungen hervorsticht, die weit in den nichtlinearen Bereich des Elastomerlagers hineinreichen.

Bei Betriebslasten betrifft dies nur vereinzelte Lager, wie das Zugstreben- und Federlenkerlager der Vorderachse sowie die Fahrschemellager. Die simulierten, fiktiven Schädigungen in der Zugstrebe und dem Federlenker nähern sich durch die neue GHP-Modellierung den gemessenen an. Trotz der zusätzlichen Dämpfung der GHP-Modelle aus der quasistatischen Hysterese und Hystereseaufweitung sind die Schädigungswerte der anderen Schnittlasten mit denen der KV-Simulation vergleichbar. Die Ursache liegt in der zu starken Dämpfung des KV-Modells oberhalb der Referenzfrequenz von f=15 Hz. Bei Anregungen mit Frequenzen unterhalb des Referenzwertes dämpft das KV-Modell hingegen zu schwach, was unter anderem an der Stillstandschwingung zu erkennen ist.

Bei den Sonderereignissen können die Spitzenwerte der berechneten Schnittlasten der Vorderachse durch die neue GHP-Formulierung signifikant reduziert werden, wodurch sich die Simulations- den Messergebnissen annähern. Durch den zusätzlichen Dämpfungsbeitrag aus der Hystereseaufweitung und bleibenden Dehnung kann vor allem die Amplitude des Rückschwingvorgangs gegenüber den anderen Modellen abgesenkt werden. In der Hinterachse ist bis auf einzelne Ausnahmen ebenso eine Reduzierung der Extrema der Schnittlasten durch das neue GHP-Modell zu beobachten.

Das neu eingeführte, einaxiale Elastomerlagermodell verfügt über eine hohe Abbildungsgüte im hohen Lastbereich. Einen fortführenden Schritt stellt die Betrachtung der Mehraxialität dar. Durch entsprechende, mehraxiale Anregungen, die unter anderem bei den Fahrschemellagern auftreten können, kann es zu Umlagerungen der Lastpfade in den Elastomerlagern kommen. Die Auswirkungen auf die Grundkennlinie, die reine Hysterese und die dynamischen Eigenschaften sind zu bewerten. Neben der Mehraxialität bildet das neue GHP-Modell den Effekt der Temperaturabhängigkeit nicht ab. Sollten Lastfälle betrachtet werden, bei denen die Umgebungstemperatur der Elastomerlager stark schwankt, so muss der Temperatureinfluss bei der Elastomerlagermodellierung Berücksichtigung finden.

Im Sinne der weiteren Digitalisierung ist die vollumfänglich simulative Parametrierung denkbar. Der aktuelle Parametrierungsprozess ist ohne experimentelle Charakterisierungsmessungen und damit ohne Hardware nicht durchführbar. In digitalen Entwicklungsphasen könnten FE-Berechnungen die notwendigen Charakterisierungsdaten bereitstellen. In der vorliegenden Arbeit wurde bereits die simulative Prognosefähigkeit der statischen Grundkennlinie aufgezeigt. Zukünftig muss dieser Zweig um die Effekte der quasistatischen Hysterese und des dynamischen Verhaltens im Lastbereich der Betriebs- und Sonderereignisse erweitert werden, um belastbare Eingangsdaten für die Parametrierung des rheologischen Modells zu generieren.

Die Ergebnisgüte der virtuellen Schnittlastermittlung kann durch die neu eingeführte Elastomerlagermodellierung im Bereich der Betriebs- und Sonderlasten grundsätzlich gesteigert werden. Eine detaillierte Validierung der Ergebnisgüte der Gesamtfahrzeugsimulation im Bereich der Sonderlasten erweist sich als sehr anspruchsvoll. Einzelne Schnittlasten, wie bspw. die Kräfte in den Fahrschemellagern, können ohne Umbauten messtechnisch nicht erfasst werden. Jeder Umbau bedingt jedoch eine Änderung des Ausgangssystems. Des Weiteren besteht für die Messung der Wege in den Elastomerlagern im Gesamtfahrzeug bisweilen kein etabliertes Messverfahren, da das Elastomerlager Bewegungen in allen sechs Freiheitsgraden zulässt. Ferner kann es durch Anregungen aus Sonderereignissen zum Überschreiten des elastischen Werkstoffverhaltens kommen. Dies kann einerseits zu Unsicherheiten bei der Kraftmessung mittels Dehnmessstreifen führen. Andererseits wird im Realfahrzeug die äußere Arbeit durch lokale Plastifizierungen der Fahrwerk- und Strukturbauteile in Formänderungsenergie umgewandelt. Die flexiblen Bauteile des MKS-Modells verfügen jedoch lediglich über elastische Eigenschaften, wodurch die in das Fahrwerk eingeleitete Energie nur in Verlustarbeit aus Reibung und Dämpfung umgesetzt werden kann. Neben den flexiblen Bauteilen stellt die Untersuchung der Komponentenmodelle des Dämpfers und des Reifens hinsichtlich des Verhaltens bei Sonderereignissen einen weiteren Handlungsbedarf dar, um die Ergebnisgüte der MKS zukünftig weiter zu erhöhen und in der digitalen Entwicklung frühzeitig qualitativ hochwertige, auslegungsrelevante Schnittlasten bereitzustellen.

# A. Tabellen

Tabellen der Sensitivitätsanalyse (DoE) des KV-Modells in der MKS-Umgebung aus dem Abschnitt 5.2.2:

Tab. A.1.: Definition der Koordinatensysteme der Elastomerlager nach gelagerter Bauteilart

Komponente	Achse	Definition
Fahrwerkstrebe	X	axial
	у	in Strebenrichtung
	Z	in Fahrzeughochrichtung
Feder/Dämpfer	X	in Fahrzeuglängsrichtung
	у	aus x- und y-Achse resultierend
	Z	in Dämpferrichtung
global	X	Fahrzeuglängsachse nach hinten
	у	aus x- und y-Achse resultierend
	Z	Fahrzeughochachse nach oben

Tab. A.2.: Elastomerlager der Hinterachse

Abk.	Beschreibung		
FS_FL	Federlenkerlager (Fahrschemelseitig)		
FS_HAGh	Hinterachsgetriebelager hinten		
FS_HAGvr	Hinterachsgetriebelager vorne rechts		
FSh	Fahrschemellager hinten		
FS_RT_SCHUB	Schubstrebenlager (beidseitig)		
FS_SST	Spurstangenlager (Fahrschemelseitig)		
FS_STUR	Sturzstrebenlager (Fahrschemelseitig)		
FSv	Fahrschemellager vorne		
FS_ZUGS	Zugstrebenlager (Fahrschemelseitig)		
RT_SST	Spurstangenlager (Radträgerseitig)		
RT_STUR	Sturzstrebenlager (Radträgerseitig)		
RT_ZUGS	Zugstrebenlager (Radträgerseitig)		

#### Abbildungen aus dem Abschnitt 5.1.1:

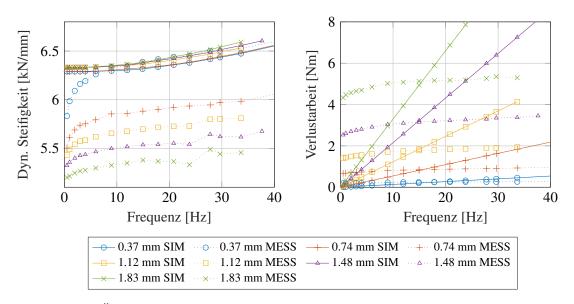


Abb. B.1.: Übertragungsverhalten des KV-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers

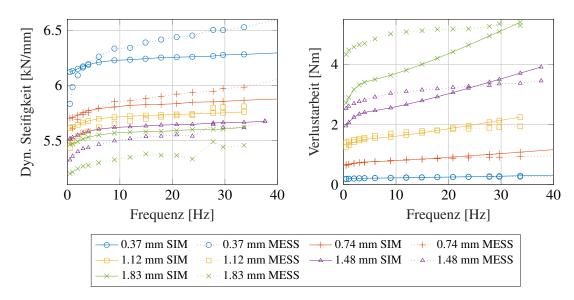


Abb. B.2.: Übertragungsverhalten des Pfeffer-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers

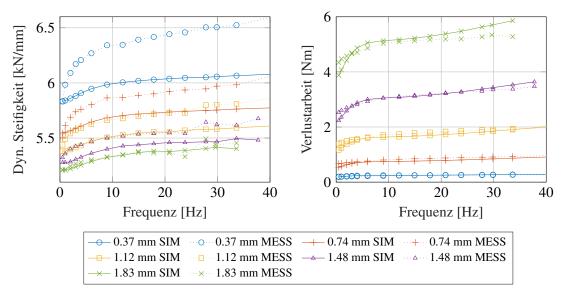


Abb. B.3.: Übertragungsverhalten des Dzierzek-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers

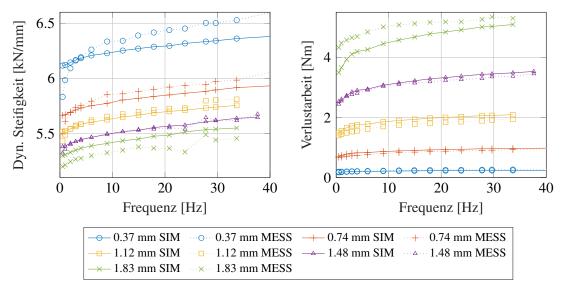


Abb. B.4.: Übertragungsverhalten des Sjöberg-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers

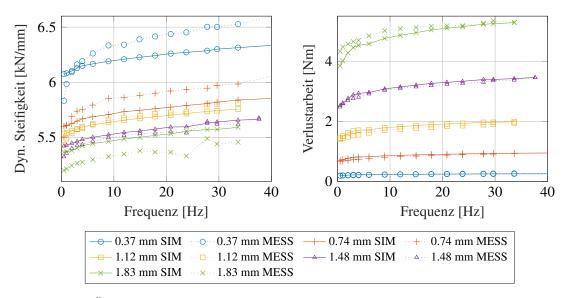


Abb. B.5.: Übertragungsverhalten des GHP-Modells am Beispiel des Schubstrebenlagers

Sensitivitätsdiagramme (OFAT) der Nutzwertanalyse aus dem Abschnitt 5.1.2.3:

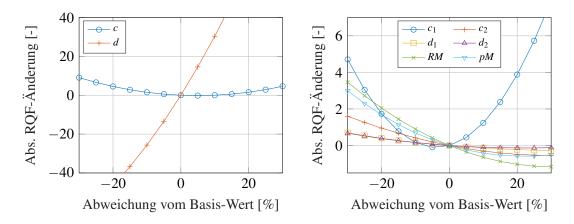
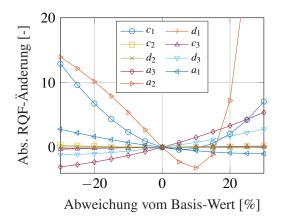


Abb. B.6.: Sensitivitätsanalyse (OFAT) des KV-Modells

Abb. B.7.: Sensitivitätsanalyse (OFAT) des Pfeffer-Modells



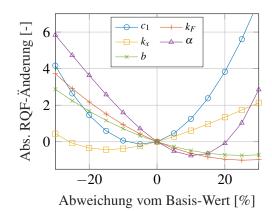


Abb. B.8.: Sensitivitätsanalyse (OFAT) des Dzierzek-Modells

Abb. B.9.: Sensitivitätsanalyse (OFAT) des Sjöberg-Modells

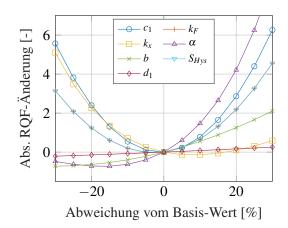


Abb. B.10.: Sensitivitätsanalyse (OFAT) des GHP-Modells

Abbildungen der Sensitivitätsanalyse (DoE) des KV-Modells in der MKS-Umgebung aus Abschnitt 5.2.2:

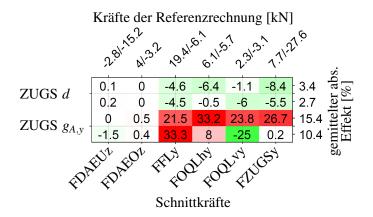


Abb. B.11.: Effektmatrix der min./max. Kräfte für die KanAnf für die VA

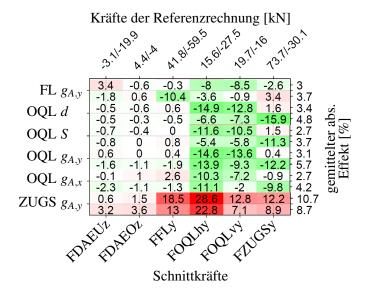


Abb. B.12.: Effektmatrix der min./max. Kräfte für die KanBr für die VA

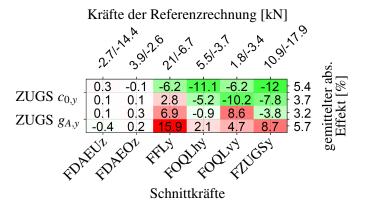


Abb. B.13.: Effektmatrix der min./max. Kräfte für die wellFB für die VA

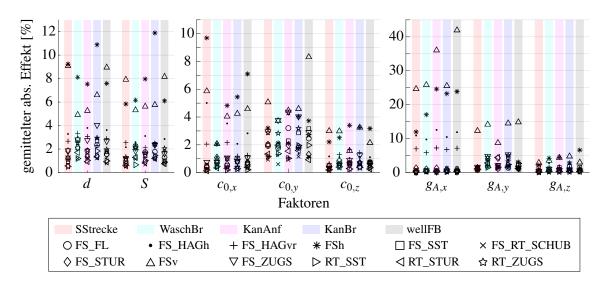
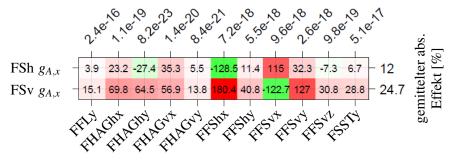


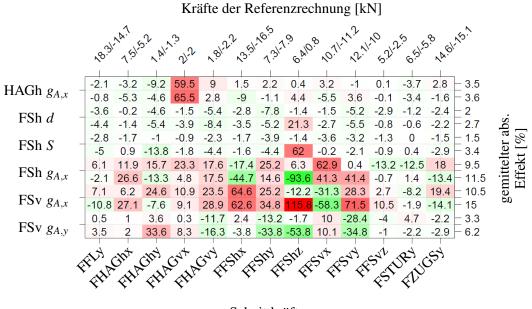
Abb. B.14.: Gemittelte Sensitivitäten der Faktoren der Hinterachse bezüglich der Schädigung

## Schädigung der Referenzrechnung



Schnittkräfte

Abb. B.15.: Effektmatrix der Schädigungen für die SStrecke für die HA



Schnittkräfte

Abb. B.16.: Effektmatrix der min./max. Kräfte für die KanBr für die HA

#### Abbildungen der Modellbildung aus Abschnitt 6.2:

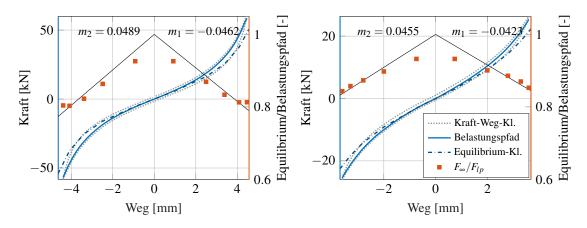


Abb. B.17.: Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Federlenkerlagers in y- (links) und in z-Richtung (rechts)

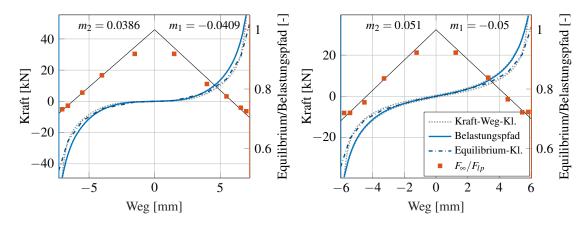


Abb. B.18.: Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Zugstrebenlagers in y- (links) und in z-Richtung (rechts)

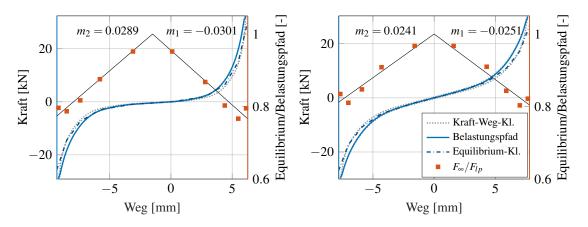


Abb. B.19.: Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Querlenkerlagers in y- (links) und in z-Richtung (rechts)

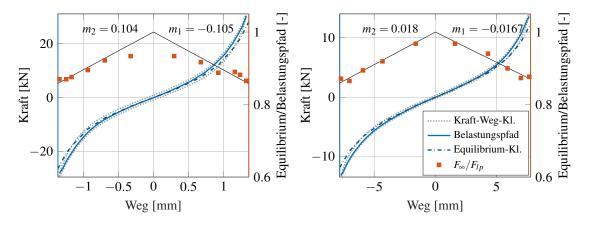


Abb. B.20.: Verhältnis der Equilibrium-Kennlinie zum Belastungspfad des Führungslagers (links) und des hydr. Zugstrebenlagers in z-Richtung (rechts)

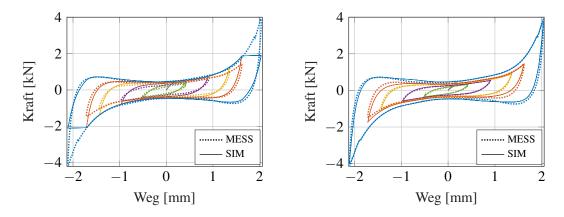


Abb. B.21.: Gemessene reine Hysterese des Schubstrebenlagers und simulierte Hysteresekraft des originalen GHP-Reibmoduls (links) und des neuen Reibmoduls (rechts)

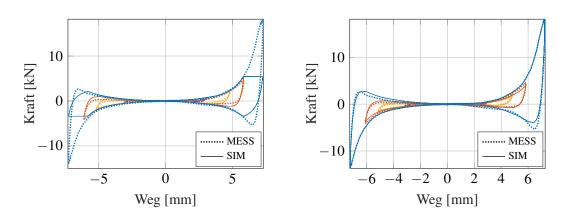


Abb. B.22.: Gemessene reine Hysterese des Zugstrebenlagers und simulierte Hysteresekraft des originalen GHP-Reibmoduls (links) und des neuen Reibmoduls (rechts)

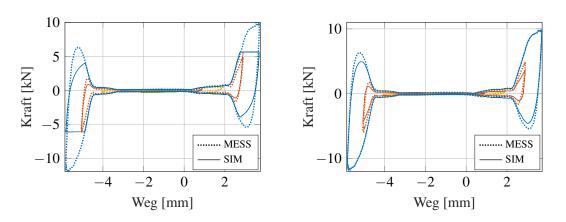


Abb. B.23.: Gemessene reine Hysterese des hydr. Zugstrebenlagers und simulierte Hysteresekraft des originalen GHP-Reibmoduls (links) und des neuen Reibmoduls (rechts)

Abbildungen der Modellvalidierung aus Abschnitt 7.2:

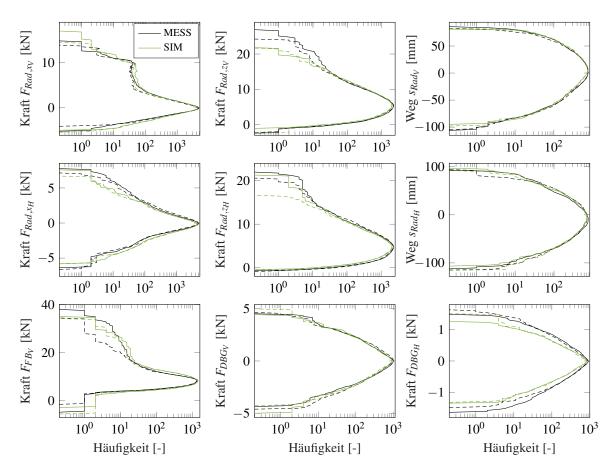


Abb. B.24.: Klassendurchgangszählungen verschiedener Validierungsgrößen der Messung und Simulation des Referenzmodells der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite für die Schlechtwegstreckenanregung

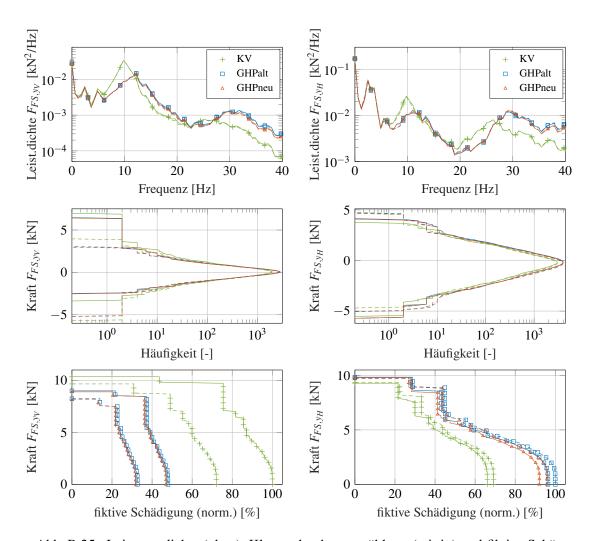


Abb. B.25.: Leistungsdichte (oben), Klassendurchgangszählung (mittig) und fiktive Schädigung (unten) der vorderen und hinteren Fahrschemellagerkraft in y-Richtung (links bzw. rechts) der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite für das KV-, alte und neue GHP-Modell

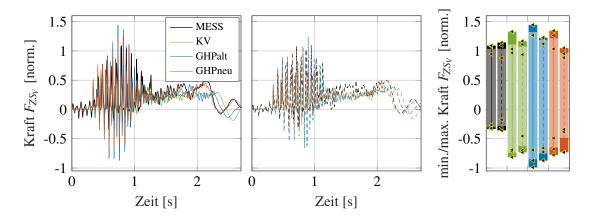


Abb. B.26.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft  $F_{ZS_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis WaschBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

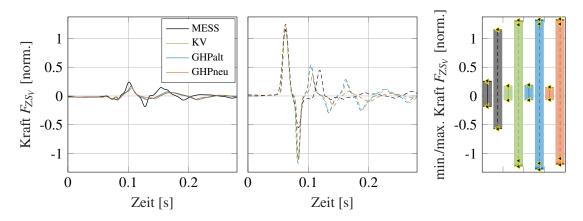


Abb. B.27.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Zugstrebenkraft  $F_{ZSV}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis Senke für das KV-, alte und neue GHP-Modell

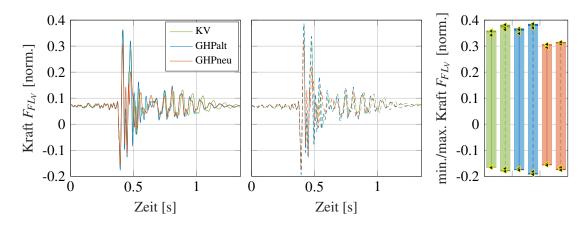


Abb. B.28.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Federlenkerkraft  $F_{FL_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis Schwelle für das KV-, alte und neue GHP-Modell

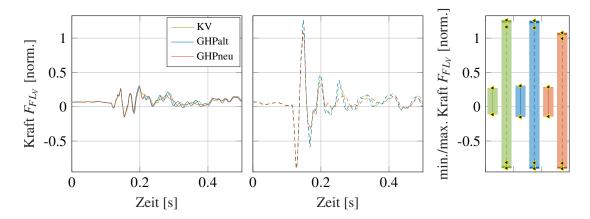


Abb. B.29.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Federlenkerkraft  $F_{FL_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis Senke für das KV-, alte und neue GHP-Modell

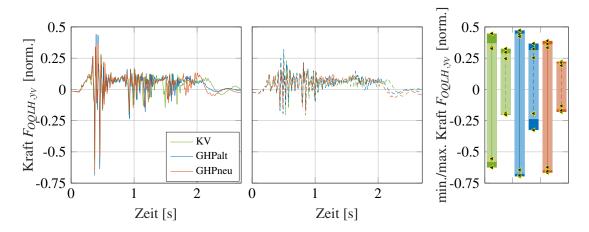


Abb. B.30.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der hinteren, oberen Querlenker-kraft  $F_{OQLH,y_V}$  der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

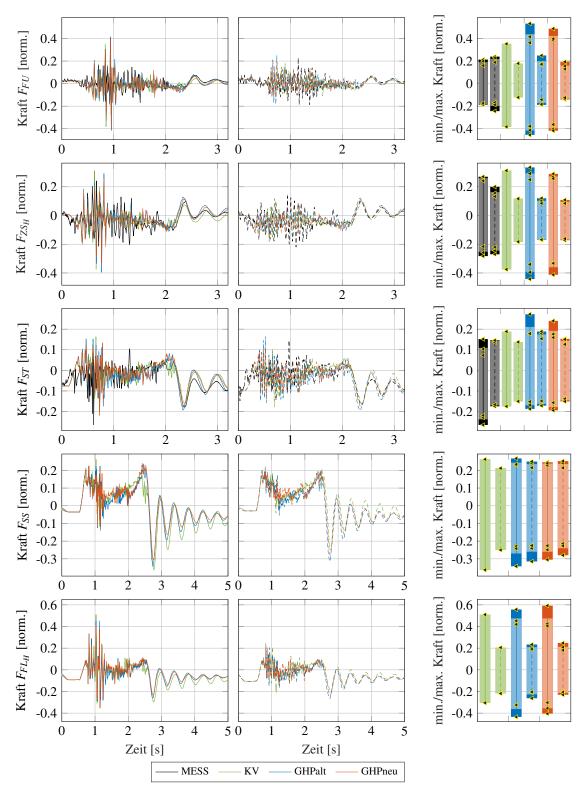


Abb. B.31.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der HA-Strebenkräfte der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

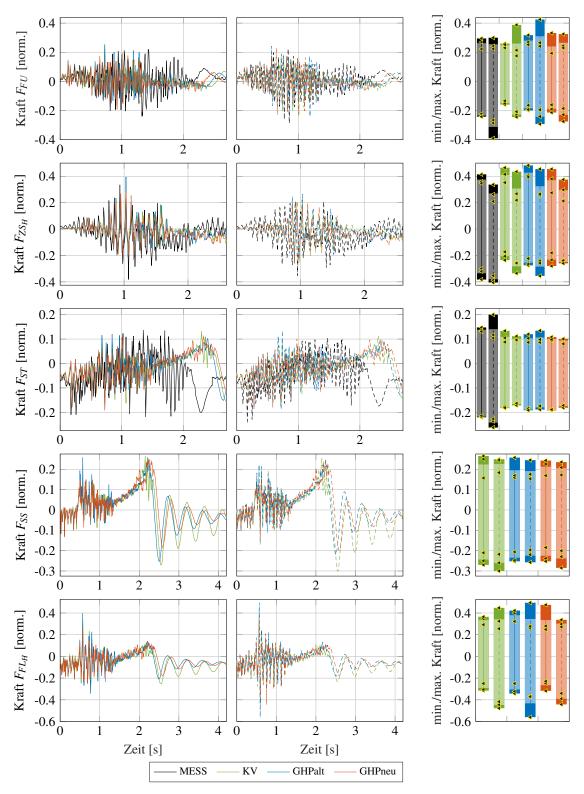


Abb. B.32.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der HA-Strebenkräfte der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis WaschBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

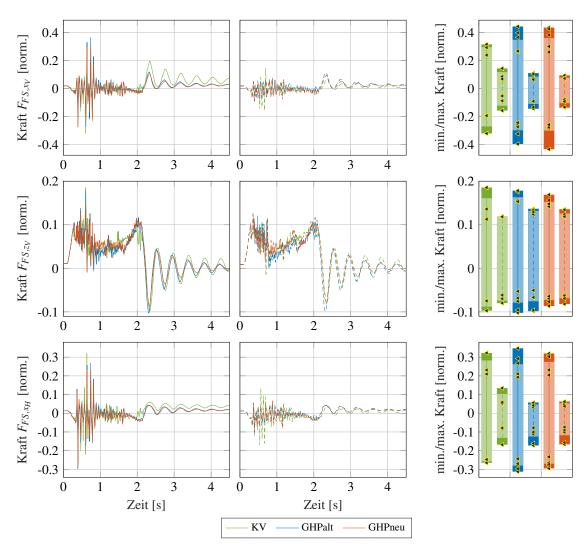


Abb. B.33.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Fahrschemellager der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis KanBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

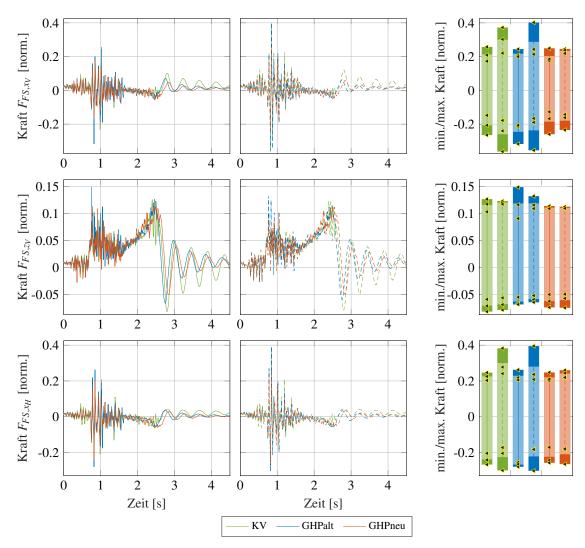


Abb. B.34.: Kraftsignale und Minimal-/Maximalwerte der Fahrschemellager der linken (-) und rechten (--) Fahrzeugseite des Sonderereignis WaschBr für das KV-, alte und neue GHP-Modell

### Literaturverzeichnis

- [1] ADAMSKI, D.: Simulation in der Fahrwerktechnik. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-06536-2. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-06536-2. ISBN 978-3-658-06535-5
- [2] ALTENBACH, H.: Kontinuumsmechanik. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-24119-2. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-24119-2. ISBN 978-3-642-24118-5
- [3] AMZALLAG, C.; GEREY, J.; ROBERT, J.; BAHUAUD, J.: Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. In: *International Journal of Fatigue* 16 (1994), Nr. 4, S. 287–293. http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123(94)90343-3. DOI 10.1016/0142-1123(94)90343-3. ISSN 01421123
- [4] ARRUDA, E. M.; BOYCE, M. C.: A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 41 (1993), Nr. 2, S. 389–412. http://dx.doi.org/10.1016/0022-5096(93) 90013-6. DOI 10.1016/0022-5096(93)90013-6. ISSN 00225096
- [5] BAASER, H.: Development and Application of the Finite Element Method based on Matlab. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13153-0. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13153-0. ISBN 978-3-642-13152-3
- [6] BAUMAN, J. T.: Fatigue, stress, and strain of rubber components: A guide for design engineers. Munich: Hanser, 2008. http://dx.doi.org/10.3139/9783446433403. http://dx.doi.org/10.3139/9783446433403. ISBN 978-1-56990-431-2
- [7] BERG, M.: A Non-Linear Rubber Spring Model for Rail Vehicle Dynamics Analysis. In: Vehicle System Dynamics 30 (1998), Nr. 3-4, S. 197–212. http://dx.doi.org/10.1080/00423119808969447. – DOI 10.1080/00423119808969447. – ISSN 0042–3114
- [8] BERGSTROM, J.: Mechanics of solid polymers: Theory and computational modeling. First edition. William Andrew is an imprint of Elsevier http://www.sciencedirect.com/science/book/9780323311502. ISBN 978-0-323-31150-2
- [9] BÖHM, J.: Der Payneeffekt: interpretaion und Anwendung in einem neuen Materialgesetz für Elastomere. Regensburg, Universität Regensburg, Dissertation, 2001
- [10] BÖL, M.: Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik / Ruhr-Universität Bochum. Bd. 135: Numerische Simulation von Polymermetzwerken mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode: Zugl.: Bochum, Ruhr-Univ., Diss., 2005. Bochum: Ruhr-Universität, 2005. – ISBN 3-935892-10-1
- [11] BOLTZMANN, L.: Zur Theorie der elastischen Nachwirkung. In: *Poggendorffs Annalen* (1876), Nr. 7, S. 624
- [12] BOUC, R.: Forced Vibrations of a Mechanical System with Hysteresis. In: ACADEMIA (Hrsg.): *Proceedings of the fourth Conference on nonlinear oscillations*. Prag, 1967, S. pp. 315

- [13] BRINSON, H. F.; BRINSON, L. C.: Polymer Engineering Science and Viscoelasticity. Boston, MA: Springer US, 2015. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4899-7485-3. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4899-7485-3. ISBN 978-1-4899-7484-6
- [14] BRUELLER, O. S.: On the nonlinear characterization of the long term behavior of polymeric materials. In: *Polymer Engineering and Science* 27 (1987), Nr. 2, S. 144–148. http://dx.doi.org/10.1002/pen.760270208. – DOI 10.1002/pen.760270208. – ISSN 0032–3888
- [15] BRÜLLER, O. S.: Zur Charakterisierung des Langzeitverhaltens von Kunststoffen. In: Archive of Applied Mechanics 63 (1993), Nr. 6, S. 363–376. http://dx.doi.org/10. 1007/BF00805737. – DOI 10.1007/BF00805737. – ISSN 0939–1533
- [16] BRÜLLER, O. S.; REICHELT, B.: Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens von Kunststoffen unter Belastung mit konstanter Dehngeschwindigkeit. In: *Rheologica Acta* 20 (1981), Nr. 3, S. 240–246. http://dx.doi.org/10.1007/BF01678025. DOI 10.1007/BF01678025. ISSN 0035–4511
- [17] BUECHE, F.: Molecular basis for the mullins effect. In: Journal of Applied Polymer Science 4 (1960), Nr. 10, S. 107-114. http://dx.doi.org/10.1002/app.1960. 070041017. - DOI 10.1002/app.1960.070041017. - ISSN 00218995
- [18] CHAGNON, G.; MARCKMANN, G.; VERRON, E.: A Comparison of the Hart-Smith Model with Arruda-Boyce and Gent Formulations for Rubber Elasticity. In: Rubber Chemistry and Technology 77 (2004), Nr. 4, S. 724–735. http://dx.doi.org/10. 5254/1.3547847. – DOI 10.5254/1.3547847. – ISSN 0035–9475
- [19] DASSAULT SYSTÈMES ; DAUSSAULT SYSTÈMES (Hrsg.): Abaqus 2016 Online Documentation. USA,
- [20] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: Grundlagen für dynamische Prüfverfahren: DIN 53 535. Berlin, März 1982
- [21] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: Bestimmung der viskoelastischen Eigenschaften von Elastomeren: DIN 53 513. Berlin, März 1990
- [22] DIPPEL, B.: Experimentelle Charakterisierung, Modellierung und FE-Berechnung thermomechanischer Kopplungen: am Beispiel eines rußgefüllten Naturkautschuks. München, Universität der Bundeswehr München, Dissertation, 2015
- [23] DOWNING, S.; SOCIE, D.: Simple rainflow counting algorithms. In: *International Journal of Fatigue* 4 (1982), Nr. 1, S. 31–40. http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123(82)90018-4. DOI 10.1016/0142-1123(82)90018-4. ISSN 01421123
- [24] DRONKA, S.; RAUH, J.: Modell zur Simulation von Fahrwerks-Gummilagern: Eigenschaften Modellstruktur Parametrierung (VDI-Berichte)
- [25] DU BOIS, P. A.; KOLLING, S.; KOESTERS, M.; FRANK, T.: Material behaviour of polymers under impact loading. In: *International Journal of Impact Engineering* 32 (2006), Nr. 5, S. 725–740. http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.02.007. DOI 10.1016/j.ijimpeng.2005.02.007. ISSN 0734743X

- [26] DZIERZEK, S.: Experiment-Based Modeling of Cylindrical Rubber Bushings for the Simulation of Wheel Suspension Dynamic Behavior, SAE International400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2000 (SAE Technical Paper Series)
- [27] EHRENSTEIN, G. W.; PONGRATZ, S.: Beständigkeit von Kunststoffen. Hanser (Edition Kunststoffe). http://www.hanser-elibrary.com/isbn/9783446218512. ISBN 9783446218512
- [28] ENGELMANN, S.: Simulation von fahrwerkdominierten Misuse–Lastfällen zur Unterstützung der virtuellen Crashsensorik. Hamburg, Universität der Bundeswehr Hamburg, Dissertation, 2013
- [29] EULITZ, K. G.; DÖCKE, H.; KOTTE, K. H.; ESDERTS, A.; ZENNER, H.: Verbesserung der Lebensdauerabschätzung durch systematische Aufarbeitung und Auswertung vorliegender Versuchsreihen. In: *FKM Forschungsheft "Lebensdauervorhersage I"* Bd. 189. 1994
- [30] EYERER, P.; ELSNER, P.; HIRTH, T.: *Die Kunststoffe und ihre Eigenschaften*. 6., neubearb. u. erw. Aufl. Berlin: Springer, 2005 (VDI-Buch). ISBN 3–540–21410–0
- [31] FELDHUSEN, J.; GROTE, K.-H.: *Pahl/Beitz Konstruktionslehre*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-29569-0. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-29569-0. ISBN 978-3-642-29568-3
- [32] GASSNER, E.: Festigkeitsverhalten mit wiederholter Beanspruchung im Flugzeugbau. In: *Luftwissen* Bd. 6. 1939, S. 61–64
- [33] GENT, A. N.: Engineering with Rubber: How to Design Rubber Components. 3rd Edition. Carl Hanser Fachbuchverlag. http://dx.doi.org/10.3139/9783446428713. http://dx.doi.org/10.3139/9783446428713. ISBN 978-3-446-42871-3
- [34] GERDES, I.; KLAWONN, F.; KRUSE, R.: *Evolutionäre Algorithmen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2004. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-322-86839-8. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-322-86839-8. ISBN 978-3-528-05570-7
- [35] GIPSER, M.; HOFMANN: FTire Flexible Structure Tire Model: Modelization and Parameter Specification. https://www.cosin.eu/wp-content/uploads/ftire\_model.pdf
- [36] GLINKA, G.; KAM, J.: Rainflow counting algorithm for very long stress histories. In: *International Journal of Fatigue* 9 (1987), Nr. 4, S. 223–228. http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123(87)90025-9. – DOI 10.1016/0142-1123(87)90025-9. – ISSN 01421123
- [37] GREEN, A. E.; RIVLIN, R. S.: The mechanics of non-linear materials with memory. In: Archive for Rational Mechanics and Analysis 1 (1957), Nr. 1, S. 1–21. http://dx.doi.org/10.1007/BF00297992. DOI 10.1007/BF00297992. ISSN 0003–9527
- [38] HAIBACH, E.: Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. 3., korrigierte und erg. Aufl. Springer (VDI-Buch). http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10183104. ISBN 3-540-29363-9

- [39] HÄNEL, B.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen. 4., erw. Ausg. Frankfurt am Main: VDMA Verl., 2002 (FKM-Richtlinie). ISBN 3816304249
- [40] HARWOOD, J. A. C.; MULLINS, L.; PAYNE, A. R.: Stress Softening in Natural Rubber Vulcanizates. Part II. Stress Softening Effects in Pure Gum and Filler Loaded Rubbers. In: *Rubber Chemistry and Technology* 39 (1966), Nr. 4, S. 814–822. http://dx.doi.org/10.5254/1.3547145. DOI 10.5254/1.3547145. ISSN 0035–9475
- [41] HAUKE, M.: Simulation des Missbrauchverhaltens von Gesamtfahrzeugen: Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2003. Aachen: Shaker, 2004 (Berichte aus der Fahrzeugtechnik). ISBN 9783832224066
- [42] HAUPT, P.: Continuum Mechanics and Theory of Materials. Second Edition. Springer (Advanced Texts in Physics). http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-04775-0. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-04775-0. ISBN 978-3-642-07718-0
- [43] HEISSING, B.: Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage. Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH Wiesbaden (Praxis ATZ/MTZ-Fachbuch). http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-8168-7. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-8168-7. ISBN 978-3-8348-0821-9
- [44] IHLEMANN, J.: Berichte aus dem Institut für Mechanik, Universität Hannover. Bd. 288: Kontinuumsmechanische Nachbildung hochbelasteter technischer Gummiwerkstoffe: Zugl.: Hannover, Univ., Diss., 2002. Als Ms. gedr. Düsseldorf: VDI-Verl., 2003. ISBN 9783183288182
- [45] KARA, H.: Untersuchung des viskoelastisch exzentrischen Knickens von Polymeren. München, Technische Universität München, Dissertation, 2005. https://mediatum.ub.tum.de/601943
- [46] KARI, L.: Extended fractional-order derivative viscoelastic material model for structureborne sound analysis. Stockholm, Royal Institute of Technology, Trita-FKT 1997:18 ISSN 1103-470x, 1997
- [47] KOCH, P.; ANGRICK, C.; BEITELSCHMIDT, D.; PROKOP, G.; KNAUER, P.: Influence of Rubber Temperature on Transfer Functions of Bushings. In: *SAE International Journal of Passenger Cars Mechanical Systems* 8 (2015), Nr. 4. http://dx.doi.org/10.4271/2015-01-9115. DOI 10.4271/2015-01-9115. ISSN 1946-4002
- [48] KÖHLER, M.; JENNE, S.; PÖTTER, K.; ZENNER, H.: Zählverfahren und Lastannahme in der Betriebsfestigkeit. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13164-6. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13164-6. ISBN 978-3-642-13163-9
- [49] KOLTZENBURG, S.; MASKOS, M.; NUYKEN, O.: Polymere: Synthese, Eigenschaften und Anwendungen. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-34773-3. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-34773-3. ISBN 978-3-642-34772-6
- [50] Kramarczuk, W.: Belastungsermittlung an Aggregatelagern mittels numerischer Simulation, Dissertation, 2012

- [51] LANGE, F.; PFEIFFER, F.: Statistisches Verfahren zur Auswertung von Betriebsbeanspruchungen auf der Basis der Bewertung geschlossener Hystereseschleifen ("Rain-Flow"). In: *IfL-Mitt.* 21 (1982), Nr. Heft 1
- [52] LASAI, S.; KOLM, H.; POHL, R.; WAHLE, M.: Schwingungsanalyse von Subsystemen mit Hilfe der Simulation. In: ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 102 (2000), Nr. 4, S. 266–270. http://dx.doi.org/10.1007/BF03221547. DOI 10.1007/BF03221547. ISSN 0001–2785
- [53] LION, A.: Phenomenological Modelling of Strain-Induced Structural Changes in Filler-Reinforced Elastomers: A Time Domain Formulation of the Kraus Model. In: *Kautschuk Gummi kunstoffe* 58 (2005), Nr. 4, S. 157–162
- [54] LION, A.: Dynamische Modellierung von elastomeren Bauteilen. München, Universität der Bundeswehr München, Diss., 2006
- [55] LION, A.; SEDLAN, K.: Anwendungen spezieller Komponentenmodelle zur Simulation von Fahrwerkbelastungen auf Schlechtwegstrecken und Komfortanalyse. In: VDI-GESELLSCHAFT FAHRZEUG- UND VERKEHRSTECHNIK (Hrsg.): VDI-Berichte, VDI Verlag GmbH, 2001
- [56] MAIER, P.; GÖRITZ, D.: Molecular interpretation of the Payne effect. In: *Kautschuk Gummi kunstoffe* (1996), Nr. Vol. 49, S. 18–21
- [57] MELJNIKOV, D.: Ein praxisgerechtes 1D-Gummilagermodell für die Fahrzeugdynamiksimulation: Presentation at the HdT-Essen-Seminar. München,
- [58] MINER, M. A.: Cumulative Damage in Fatigue. In: *Journal of Applied Mechanics* (1945), Nr. Vol. 12, S. pp. A159–164
- [59] MULLINS, L.: Effect of Stretching on the Properties of Rubber. In: Rubber Chemistry and Technology 21 (1948), Nr. 2, S. 281–300. http://dx.doi.org/10.5254/1.3546914. DOI 10.5254/1.3546914. ISSN 0035–9475
- [60] MULLINS, L.: Softening of Rubber by Deformation. In: Rubber Chemistry and Technology 42 (1969), Nr. 1, S. 339–362. http://dx.doi.org/10.5254/1.3539210. DOI 10.5254/1.3539210. ISSN 0035–9475
- [61] MULLINS, L.; TOBIN, N. R.: Theoretical Model for the Elastic Behavior of Filler-Reinforced Vulcanized Rubbers. In: *Rubber Chemistry and Technology* 30 (1957), Nr. 2, S. 555–571. http://dx.doi.org/10.5254/1.3542705. DOI 10.5254/1.3542705. ISSN 0035–9475
- [62] NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J.: Numerical Optimization. Second Edition. Springer Science+Business Media LLC (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5. http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5. ISBN 978-0387-30303-1
- [63] OGDEN, R. W.: *Non-Linear Elastic Deformations*. Dover Publications (Dover Civil and Mechanical Engineering). http://gbv.eblib.com/patron/FullRecord.aspx?p= 1897319. ISBN 0-486-69648-0

- [64] OGDEN, R. W.; ROXBURGH, D. G.: A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 455 (1999), Nr. 1988, S. 2861–2877. http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1999.0431. DOI 10.1098/rspa.1999.0431. ISSN 1471–2946
- [65] OK, J. K.; YOO, W. S.; SOHN, J. H.: Experimental Study on the Bushing Characteristics under Several Excitation Inputs for Bushing Modeling. In: *International Journal of Automotive Technology* Bd. Vol 8., S. pp. 455–465
- [66] OK, J. K.; YOO, W. S.; SOHN, J. H.: New nonlinear bushing model for general excitations using Bouc-Wen hysteretic model. In: *International Journal of Automotive Technology* 9 (2008), Nr. 2, S. 183–190. http://dx.doi.org/10.1007/s12239-008-0023-8. DOI 10.1007/s12239-008-0023-8. ISSN 1229-9138
- [67] OLDHAM, K. B.; SPANIER, J.: Mathematics in science and engineering. Bd. v. 111: The fractional calculus: Theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order. Academic Press http://www.sciencedirect.com/science/bookseries/00765392/111. ISBN 0-12-525550-0
- [68] OPENCRG; VIRES SIMULATIONSTECHNOLOGIE GMBH (Hrsg.): managing the road surface ahead. https://www.vires.com/opencrg/projectBackground.htm
- [69] PALMGREN, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. In: Zeitrschift des Vereins Deutscher Ingenieure (1924), Nr. 58, S. 339–341
- [70] PARK, S. U.; KOKA, M. R.; THOMSON, K. R.; ROBBINS, J. L.; NAMBORI, V.: A Study on Vehicle Elastomer Mount Preloading and Impact Response with Test Validation. In: SAE INTERNATIONAL (Hrsg.): *SAE Technical Paper Series* Bd. Vol. 114, SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2005 (SAE Technical Paper Series), S. pp. 713–719
- [71] PAYNE, A. R.: The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. Part I. In: *Journal of Applied Polymer Science* 6 (1962), Nr. 19, S. 57–63. http://dx.doi.org/10.1002/app.1962.070061906. DOI 10.1002/app.1962.070061906. ISSN 00218995
- [72] PERRETT, B.: An Evaluation of a Method of Reconstituting Fatigue Loading from Rainflow Counting. In: *Royal Aerospace Establishment* (1989), Nr. Technical Report 89057
- [73] PFEFFER, P.; HOFER, K.: Einfaches nichtlineares Modell für Elastomerund Hydrolager zur Optimierung der Gesamtfahrzeug-Simulation. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 104 (2002), Nr. 5, S. 442–451. http://dx.doi.org/10.1007/BF03224407. DOI 10.1007/BF03224407. ISSN 0001–2785
- [74] PISCHINGER, S.; SEIFFERT, U.: Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2016. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-09528-4. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-09528-4. ISBN 978-3-658-09527-7

- [75] PODLUBNY, I.: Mathematics in science and engineering. Bd. v. 198: Fractional differential equations: An introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications. Academic Press http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10224992. ISBN 9780080531984
- [76] POHLHEIM, H.: Evolutionäre Algorithmen. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-57137-4. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-57137-4. ISBN 978-3-642-63052-1
- [77] RADAJ, D.; VORMWALD, M.: Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Ingenieure. 3., neubearbeitete und erweiterte Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-71459-0. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-71459-0. ISBN 978-3-540-71458-3
- [78] REINCKE, K.; LANGER, B.; DÖHLER, S.; HEUERT, U.; GRELLMANN, W.: Alterung und Beständigkeitsuntersuchungen von Elastomerwerkstoffen. In: *Kautschuk Gummi kunstoffe* (2014)
- [79] RINNBAUER, M.: Die Bibliothek der Technik. Bd. Bd. 293: Technische Elastomerwerkstoffe: Basis für Hightech-Lösungen in der Dichtungs- und Schwingungstechnik. Landsberg: Verl. Moderne Industrie, 2006. ISBN 3937889426
- [80] RÖTHEMEYER, F.; SOMMER, F.: Kautschuk Technologie. München: Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, 2013. http://dx.doi.org/10.3139/9783446437609. http://dx.doi.org/10.3139/9783446437609. – ISBN 978-3-446-43776-0
- [81] SACCOMANDI, G.; OGDEN, R. W.: *Mechanics and Thermomechanics of Rubberlike Solids*. Vienna: Springer Vienna, 2004. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-2540-3. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-2540-3. ISBN 978-3-211-21251-6
- [82] SCHAPERY, R. A.: On the characterization of nonlinear viscoelastic materials. In: *Polymer Engineering and Science* 9 (1969), Nr. 4, S. 295–310. http://dx.doi.org/10.1002/pen.760090410. DOI 10.1002/pen.760090410. ISSN 0032–3888
- [83] SCHEIBLEGGER, C.; ROY, N.; SILVA PAREZ, O.; HILLIS, A.; PFEFFER, P.; DARLING, J.: Non-Linear Modeling of Bushings and Cab Mounts for Calculation of Durability Loads. In: SAE INTERNATIONAL (Hrsg.): SAE Technical Paper Series, SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2014 (SAE Technical Paper Series)
- [84] SCHIEHLEN, W.; EBERHARD, P.: Technische Dynamik: Rechnergestützte Modellierung mechanischer Systeme im Maschinen- und Fahrzeugbau. 4. Auflage. Wiesbaden: Springer, 2014. ISBN 978–3–658–06185–2
- [85] SCHMITT, T. L.; ANDRES, M.: Methoden zur Modellbildung und Simulation mechatronischer Systeme: Bondgraphen, objektorientierte Modellierungstechniken und numerische Integrationsverfahren. 1st ed. 2019 https://doi.org/10.1007/978-3-658-25089-8. ISBN 978-3-658-25089-8

- [86] SEDLACZEK, K.; DRONKA, S.; RAUH, J.: Advanced modular modelling of rubber bushings for vehicle simulations. In: Vehicle System Dynamics 49 (2010), Nr. 5, S. 741–759. http://dx.doi.org/10.1080/00423111003739806. – DOI 10.1080/00423111003739806. – ISSN 0042–3114
- [87] SEDLAN, K.: Viskoelastisches Materialverhalten von Elastomerwerkstoffen: Experimentelle Untersuchung und Modellbildung. Kassel: Univ.-Bibliothek, 2000 [erschienen] 2001 (Berichte des Instituts für Mechanik). ISBN 3–89792–050–6
- [88] SHAHZAD, M.; KAMRAN, A.; SIDDIQUI, M. Z.; FARHAN, M.: Mechanical Characterization and FE Modelling of a Hyperelastic Material. In: *Materials Research* 18 (2015), Nr. 5, S. 918–924. http://dx.doi.org/10.1590/1516-1439.320414. DOI 10.1590/1516-1439.320414
- [89] SIEBERTZ, K.; VAN BEBBER, D.; HOCHKIRCHEN, T.: Statistische Versuchsplanung. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-05493-8. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-05493-8. ISBN 978-3-642-05492-1
- [90] SJÖBERG, M.: Rubber Isolators Measurements and Modelling using Fractional Derivatives and Friction: Ph.D. thesis, SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2000 (SAE Technical Paper Series)
- [91] SONSINO, C. M.: Betriebsfestigkeit Eine Einführung in die Begriffe und ausgewählte Bemessungsgrundlagen. In: *Materials Testing* 50 (2008), Nr. 1-2, S. 77–90. http://dx.doi.org/10.3139/120.100862. DOI 10.3139/120.100862. ISSN 0025–5300
- [92] STOMMEL, M.; STOJEK, M.; KORTE, W.: FEM zur Berechnung von Kunststoffund Elastomerbauteilen. Hanser Carl http://www.hanser-elibrary.com/isbn/ 9783446421240. - ISBN 978-3-446-42124-0
- [93] TRELLEBORGVIBRACOUSTIC: Schwingungstechnik im Automobil: Grundlagen, Werkstoffe, Konstruktion, Berechnung und Anwendungen. 1. Aufl. Würzburg: Vogel Buisness Media, 2015. ISBN 9783834333575
- [94] TROULIS, M.: Übertragungsverhalten von Radaufhängungen für Personenwagen im komfortrelevanten Frequenzbereich: Simulationsmodell, experimentelle Untersuchungen und Konzeption einer Prüfeinrichtung: Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 2002. Aachen: Shaker, 2002 (Berichte aus der Fahrzeugtechnik). ISBN 383220850X
- [95] VDI VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE: Technisch-wirtschaftliches Konstruieren. Blatt 3. Berlin, 1998
- [96] WEN, Y.-K.: Approximate Method for Nonlinear Random Vibration. In: *Journal of the Engineering Mechanics* Bd. Vol. 101. 1975, S. pp. 389–401
- [97] WIRJE, A.; CARLSSON, K.: Modeling and Simulation of Peak Load Events Using Adams Driving Over a Curb and Skid Against a Curb. In: SAE INTERNATIONAL (Hrsg.): SAE Technical Paper Series, SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2011 (SAE Technical Paper Series)
- [98] WÖHLER, A.: Über die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl. Berlin: Ernst & Korn, 1870

- [99] YEOH, O. H.: Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. In: Rubber Chemistry and Technology 66 (1993), Nr. 5, S. 754–771. http://dx.doi.org/10.5254/1.3538343. DOI 10.5254/1.3538343. ISSN 0035–9475
- [100] ZELLER, P.: Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch; mit 43 Tabellen. 1. Aufl. Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden (PRAXIS | ATZ/MTZ-Fachbuch). http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9322-2. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9322-2. ISBN 978-3-8348-0651-2