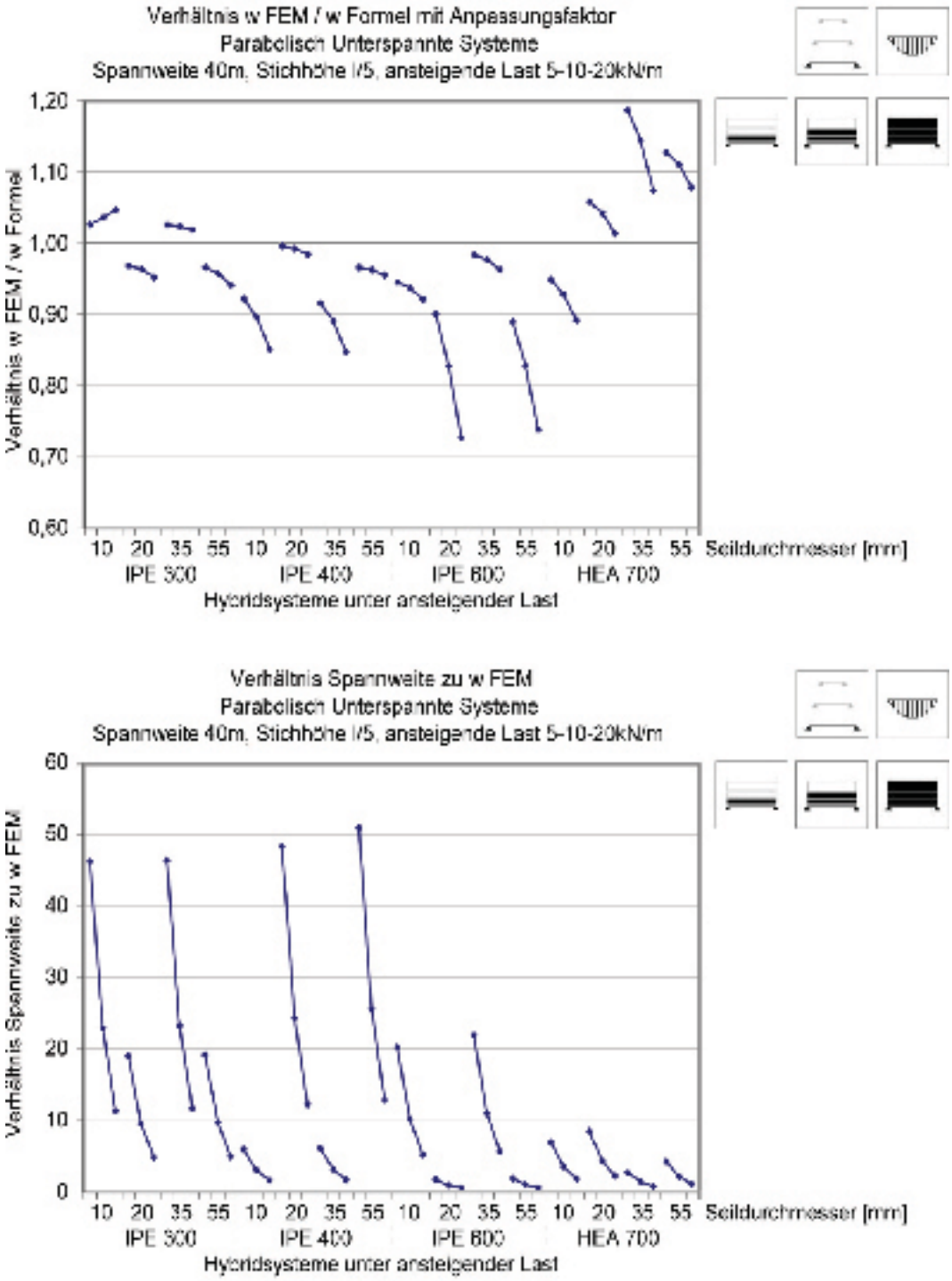


Diagramm 3 - 2d

3. 2 polygonal unterspannter Träger

Für das hybride System des polygonal unterspannten Trägers mit Seilknicken in den Drittelspunkten ergibt sich:

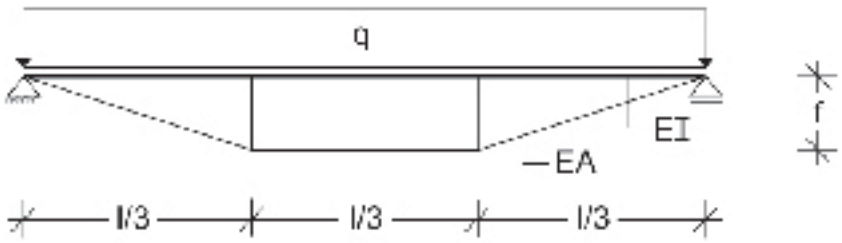


Abbildung 3 – 3

es gilt wieder allgemein $\frac{F_{Träger}}{w_{Träger}} + \frac{F_{Seil}}{w_{Seil}} \geq \frac{F_{ges}}{(zul\ w)}$

mit $w_{Träger} = w_{Seil}$

und zulässige Durchbiegung $zul\ w \geq w_{Träger}$ bzw. w_{Seil}

Bei diesem Hybridsystem sind der Biegeträger und das Seil in den Systemdrittelspunkten über die Pendelstäbe gekoppelt. Aus der allgemeinen Biegelinie des Trägers [11]

$$w(x) = \frac{(q \cdot l^4)}{24[1]} \cdot \left[\left(\frac{x}{l}\right)^4 - 2 \cdot \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \left(\frac{x}{l}\right)\right]$$

ergibt sich die Duchbiegung an der Stelle x = l/3 für den Träger zu:

$$w_{Träger} = \frac{11}{972} \cdot \left[\frac{q_{Träger} \cdot l^4}{(E_{Träger} \cdot I)}\right] \qquad (7)$$

Durchbiegung an der Systemkoppelstelle für den Träger und aus [12]

$$w_{Seil} = \frac{1}{6} \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{1}{[\cos\alpha]} \cdot \Delta l \qquad (8)$$

Durchbiegung an der Systemkoppelstelle für das Seil

aus Gleichung (8) wird mit $\Delta l = \frac{S \cdot ls}{(E_{Seil} \cdot A)}$ und $S \approx H = \frac{q_{ges} \cdot l^2}{(8f)}$

$$\frac{1}{f^2}\cdot\left(\frac{972}{11}\cdot\left(E_{Träger}\cdot I\right)+72\cos(\alpha)\cdot f^2\cdot E_{Seil}\cdot A\right)=\frac{(q\cdot l)}{(zul\,w)}$$

nach Ausklammern und Umstellen ergibt sich

$$\frac{972}{11}E_{Träger}\cdot I+72\cos(\alpha)\cdot f^2\cdot E_{Seil}\cdot A=\frac{q l^4}{(zul\,w)}$$

Analog zu Gleichung (6) beschreibt der erste Summand auf der linken Seite der Gleichung die Steifigkeit des Trägers.

$$\frac{972}{11}E_{Träger}\cdot I$$

Auf die Trägersteifigkeit haben die Systemgeometrie, die Querschnittsgeometrie und das Material Einfluss.
Der zweite Term in Gleichung (7) beschreibt die Steifigkeit der Unterspannung.

$$72\cos(\alpha)\cdot f^2\cdot E_{Seil}\cdot A$$

Die Steifigkeit der Unterspannung wird durch die Seilgeometrie, die Seilfläche und das Material bestimmt.

Die oben stehende Formel liefert für polygonal unterspannte Systeme mit senkrechten Pendelstäben unter konstanter Linienlast mit Lastanteilen der Seile bis zu 80% gute bis sehr gute Ergebnisse. Steigt der Lastanteil der Unterspannung über diese Grenze, weichen die Ergebnisse der Formel bis zu einer Größenordnung von 2 zu dem errechneten Wert ab. Damit sind die Ergebnisse der Berechnungsformel für polygonal unterspannte Systeme mit senkrechten Pendelstäben um ein Drittel ungenauer als die Ergebnisse der Berechnungsformel der parabolisch unterspannten Systeme.

Auch hier gründet diese Unschärfe auf den nicht erfassten Einflüssen auf die Systemverformung aus der elastischen Trägerdehnung infolge der Normalkraft und des nichtlinearen Verhaltens des Seils. Zusätzlich führt die elastische Dehnung der Pendelstäbe zu einer zusätzlichen Absenkung des Trägers, die für parabolisch unterspannte Systeme wegen der deutlich geringeren Belastung nur sehr geringen Einfluss auf die Verformung hat.

Zur Erfassung dieser Einflüsse wird, wie für die parabolisch unterspannten Systeme, ein Anpassungsfaktor in Abhängigkeit der Steifigkeitsverhältnisse von Träger zu Unterspannung eingeführt. Der Anpassungsfaktor hat für die polygonal unterspannten Hybridsysteme eine Größe von 2,0 bis 1,3.
In den Diagrammen 3-3a-c sind die Berechnungsergebnisse der polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben dargestellt.

Für die Berechnungsformel ist die Durchbiegung in Trägermitte interessant. Die Ergebnisse zeigen, dass die Durchbiegung in Trägermitte

über das Verhältnis 5/384 zu 11/972 = 1,15 zu erfassen ist. Für die 10m und 20m spannenden Hybridsysteme sind die Abweichungen kleiner als drei Prozent und nur für Systeme mit einem Steifigkeitsverhältnis Träger / Seil unter 0,05 vorhanden.

Über die Durchbiegung an der Koppelstelle kann die Steifigkeit der Einzelsysteme festgelegt werden, daraus sind die Lastanteile der Einzelsysteme bekannt. Die Durchbiegung des Trägers in Systemmitte kann somit über den Ansatz

$$\frac{5}{384}\cdot\left(\frac{l^{4}}{E_{Holz}\cdot I}\right)\cdot q\cdot\frac{Biegeträgersteifigkeit}{Gesamtsteifigkeit}$$

errechnet werden.

Wie für die parabolisch unterspannten Hybridsysteme ist auch hier eine anwachsende Ungenauigkeit der Berechnungsformel unter ansteigender Belastung für weiche Systeme zu erkennen.

In Diagramm 3-4 ist die Genauigkeit der Berechnungsformel für Hybridsysteme unter ansteigender Belastung dargestellt, darunter ist das Verhältnis der Systemlänge zu der, mittels eines FEM Programms berechneten, Durchbiegung des Systems abgebildet.

Wie in den Diagrammen 3-5a und 3-5b zu sehen, zeigen sich große Abweichungen in der Berechnung unter ansteigender Last nur für Hybridsysteme mit einem Verhältnis von Spannweite zu Durchbiegung gemäß FEM Berechnung von weniger als 200. Deshalb wird auch bei polygonal unterspannten Systemen mit senkrechten Pendelstäben dieses Verhalten zu Gunsten einer einfachen Handhabung der Berechnungsformel nicht erfasst.

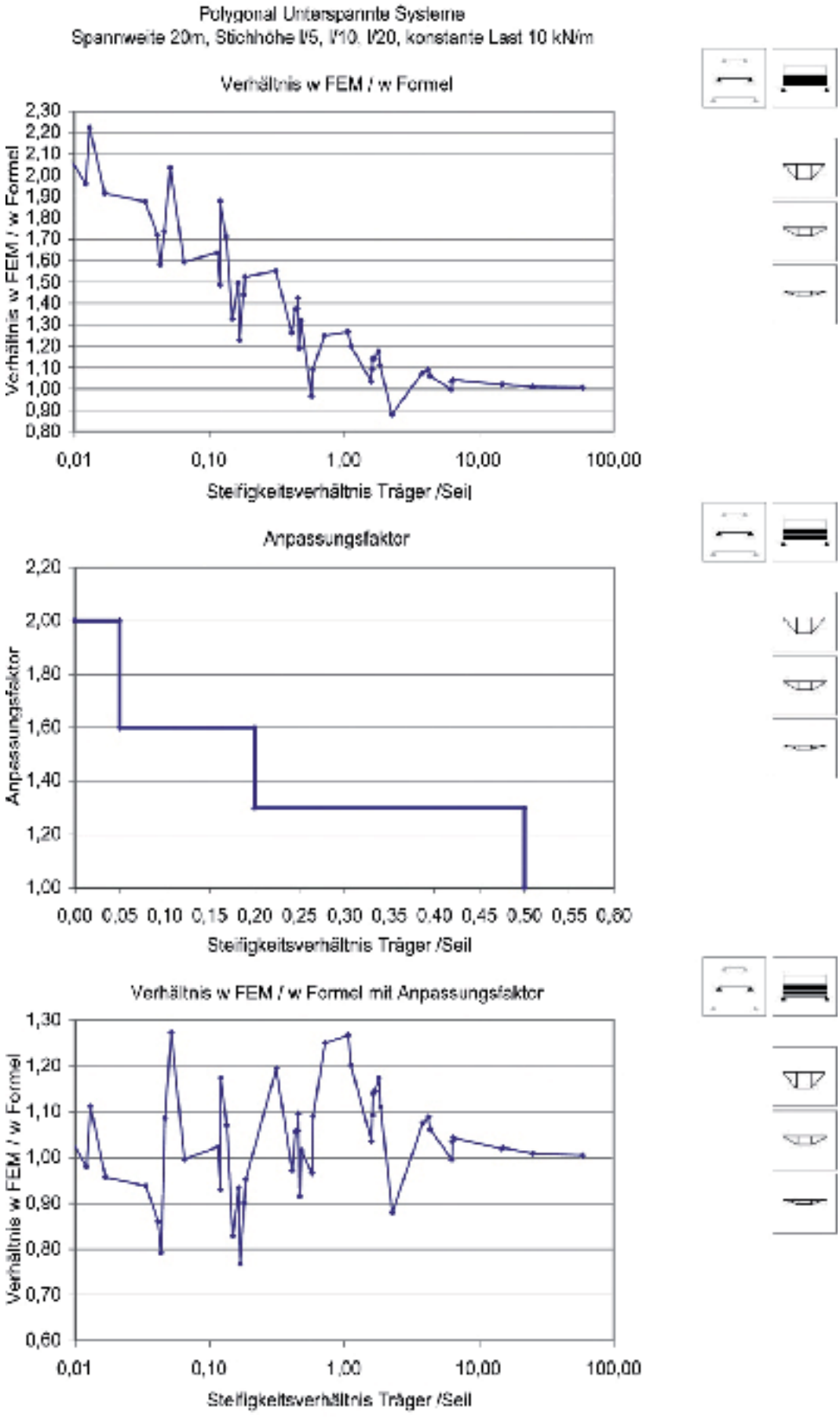


Diagramm 3 – 3a

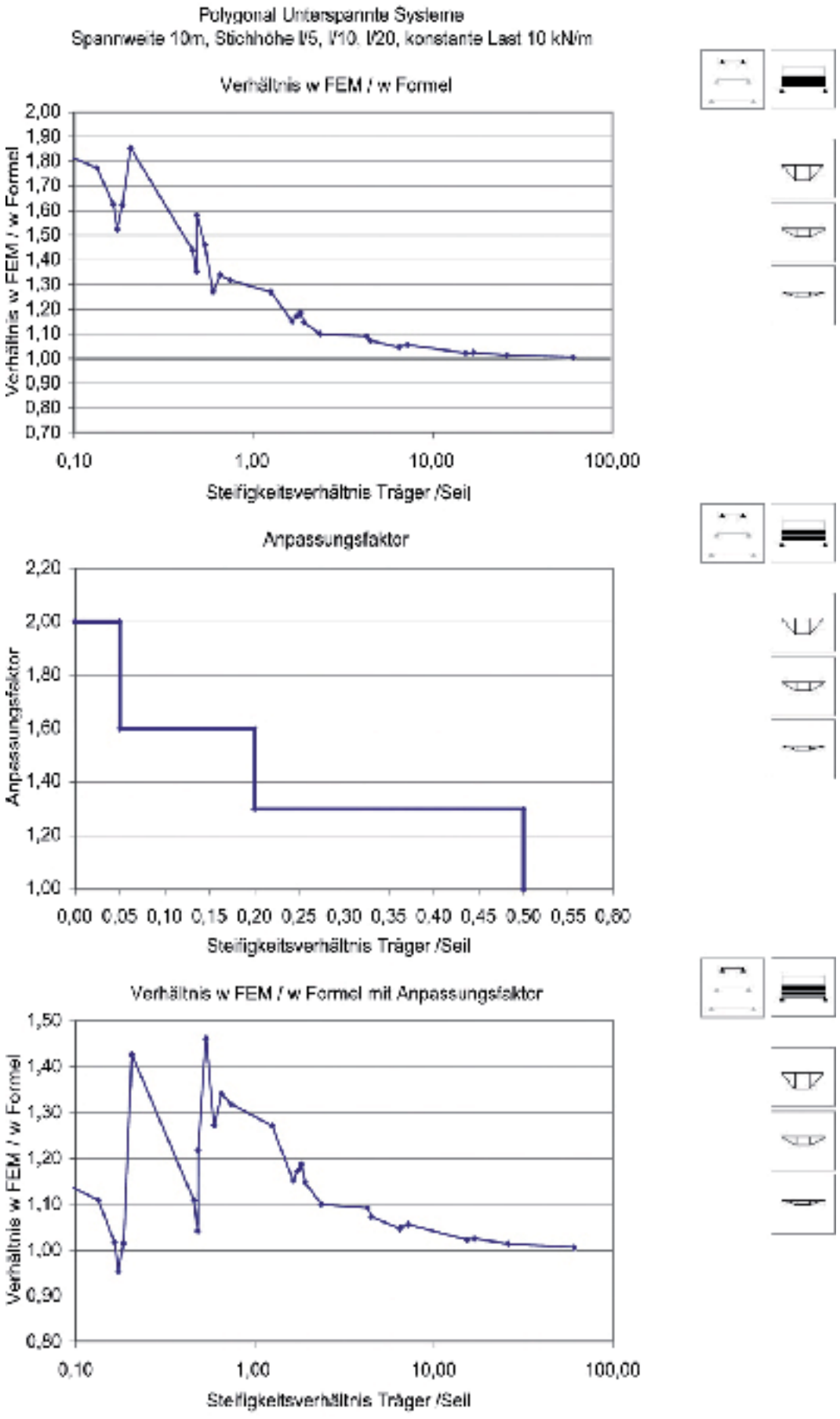


Diagramm 3 – 3b

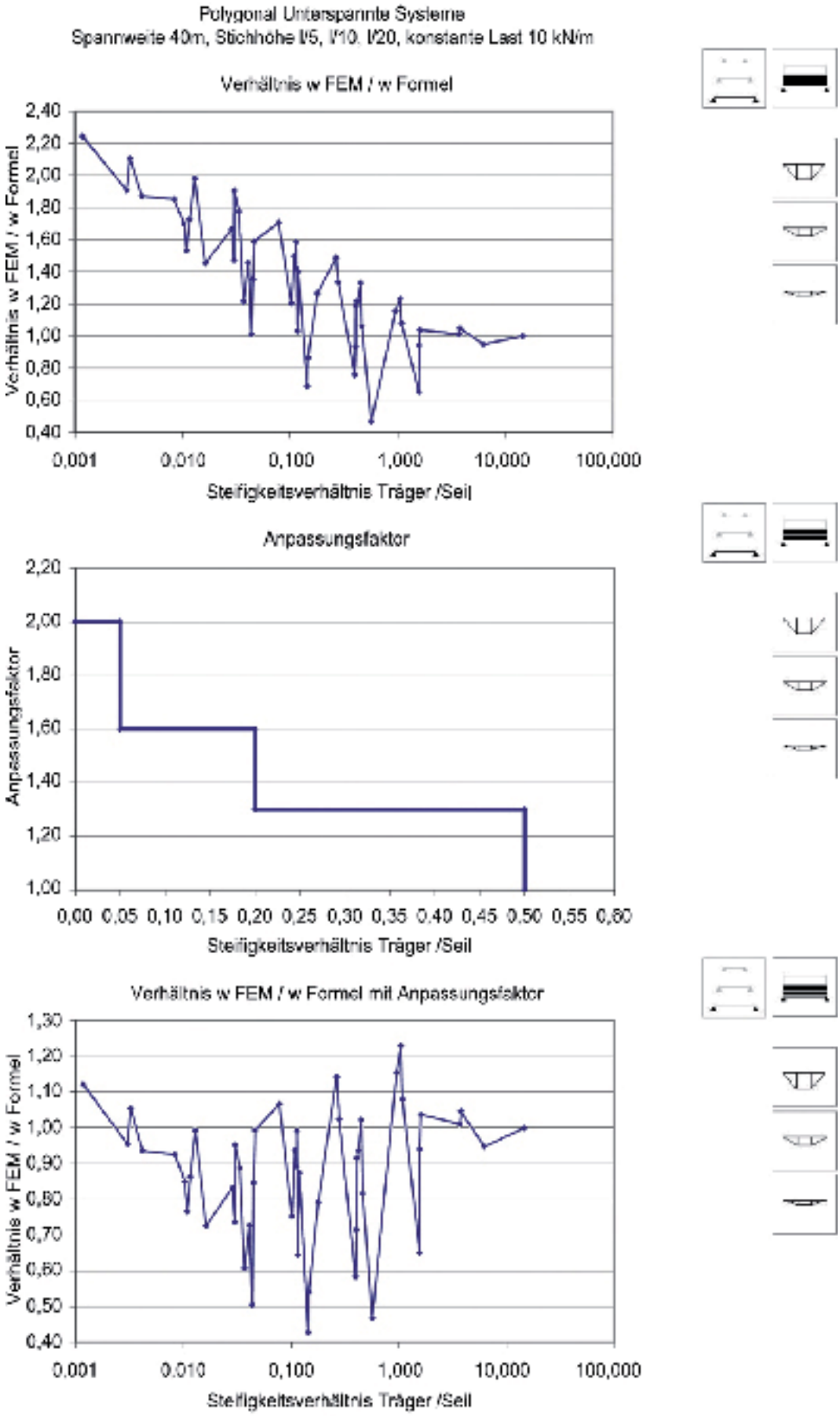


Diagramm 3 – 3c

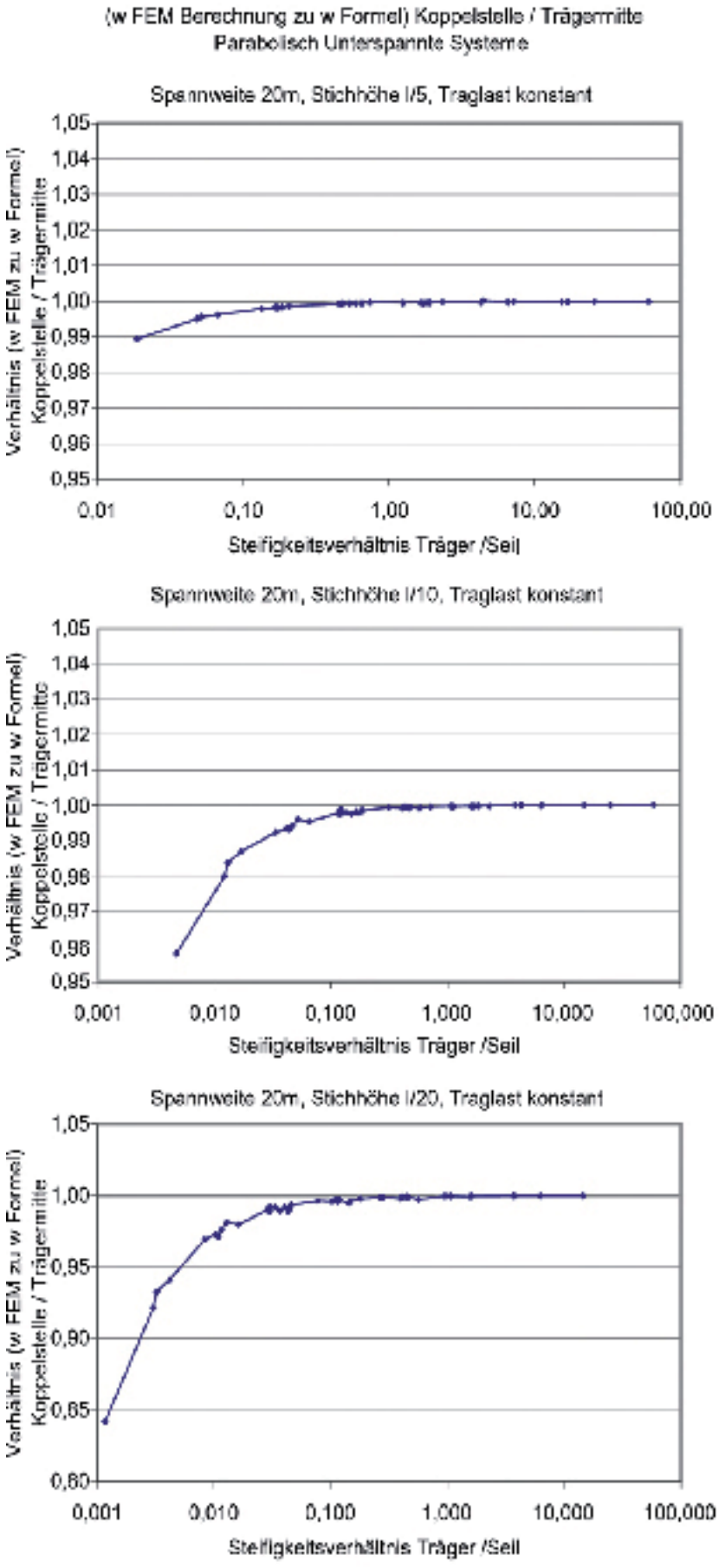
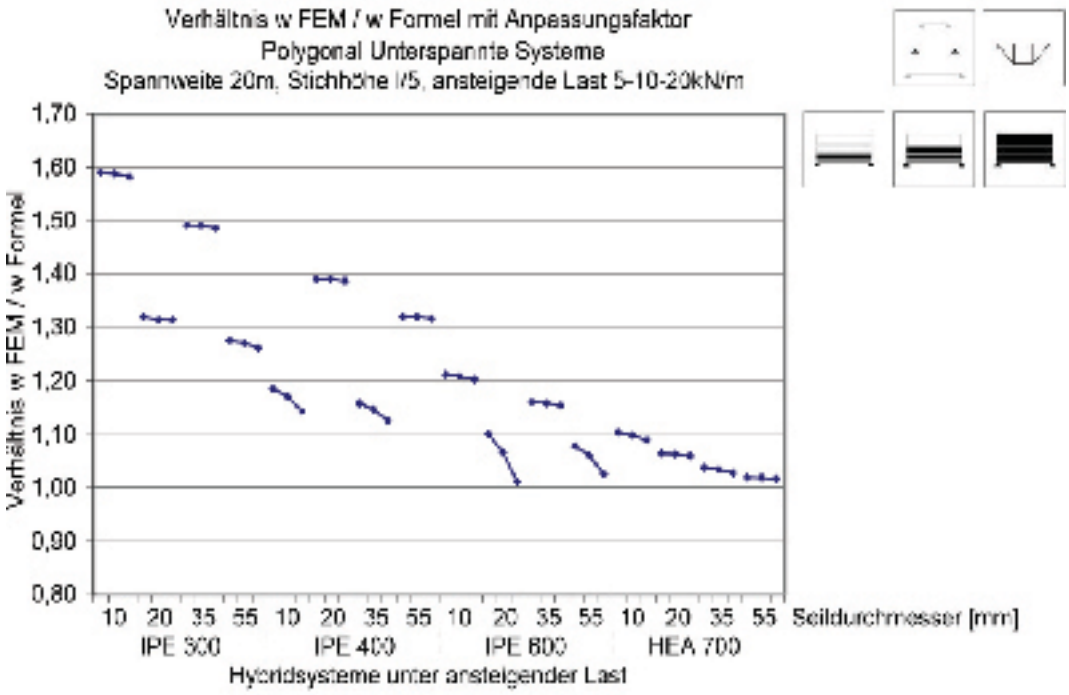

(w FEM Berechnung zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
Parabolisch Unterspannte Systeme
Spannweite 20m, Stichhöhe l/5, Traglast konstant
Verhältnis (w FEM zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
1,05
1,04
1,03
1,02
1,01
1,00
0,99
0,98
0,97
0,96
0,95
0,01
0,10
1,00
10,00
100,00
Steifigkeitsverhältnis Träger /Seil
Spannweite 20m, Stichhöhe l/10, Traglast konstant
Verhältnis (w FEM zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
0,001
0,010
0,100
1,000
10,000
100,000
Steifigkeitsverhältnis Träger /Seil
Spannweite 20m, Stichhöhe l/20, Traglast konstant
Verhältnis (w FEM zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
1,05
1,00
0,95
0,90
0,85
0,80
0,001
0,010
0,100
1,000
10,000
100,000
Steifigkeitsverhältnis Träger /Seil

Diagramm 3 – 4



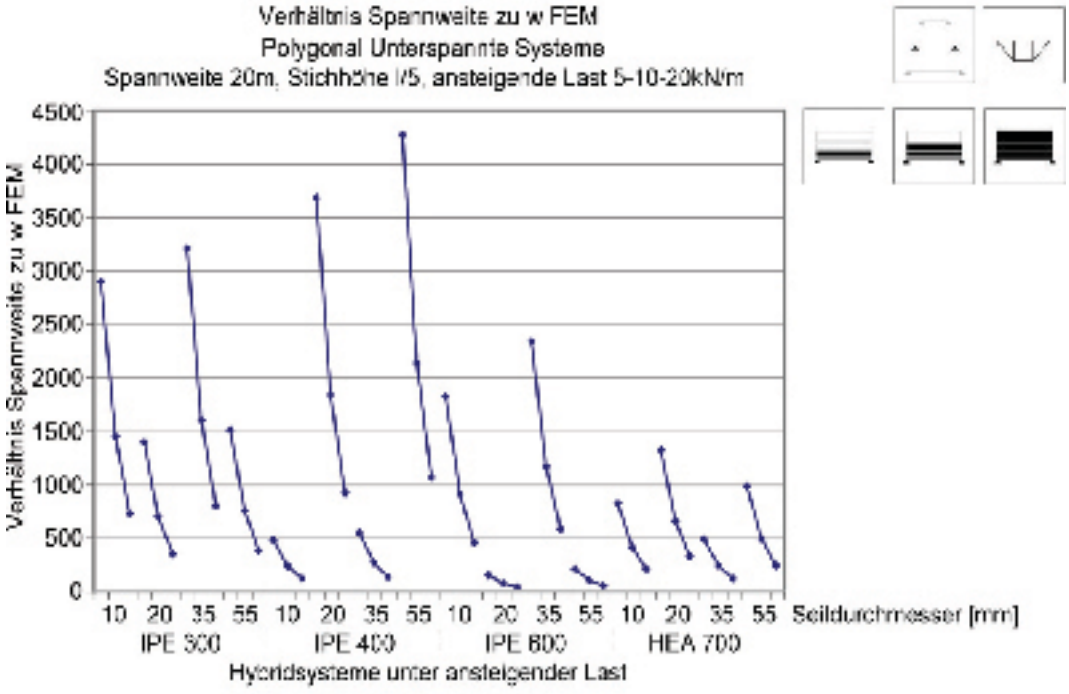


Diagramm 3 – 5a

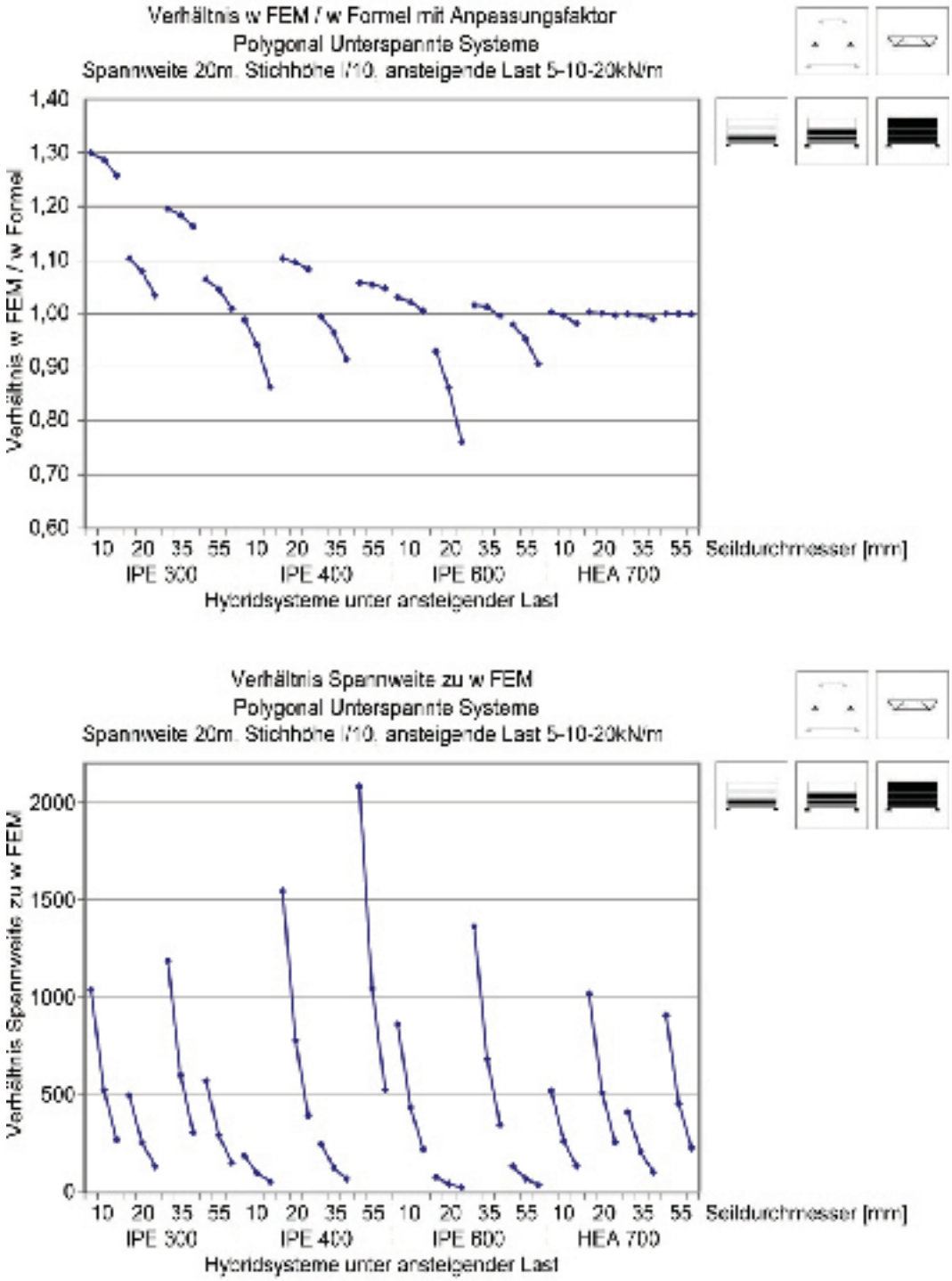
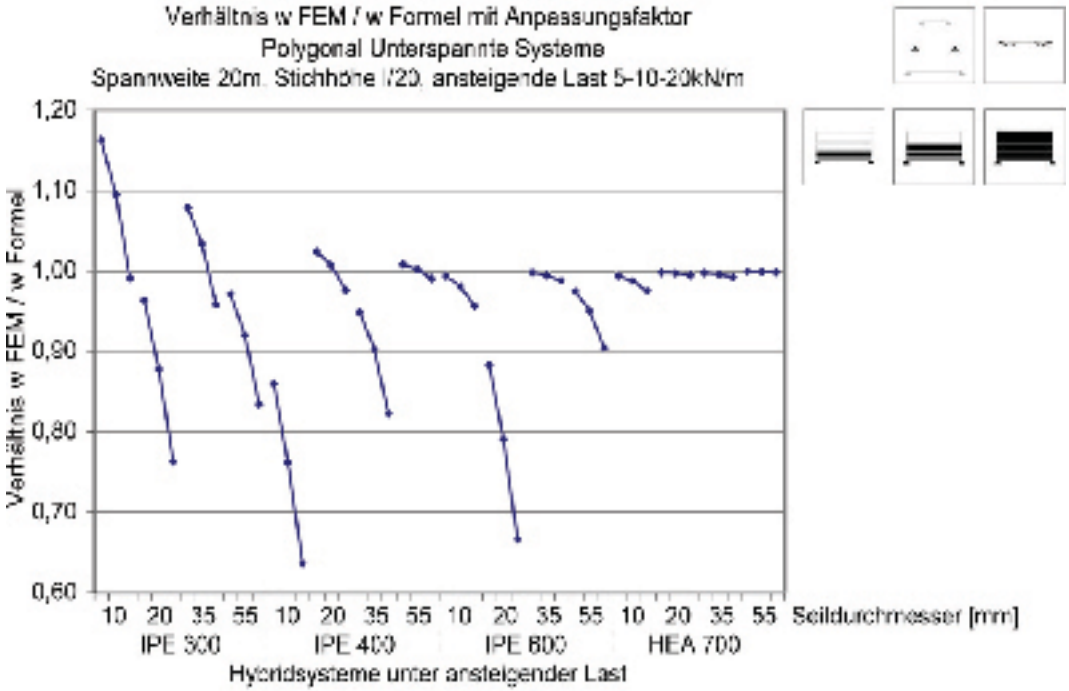


Diagramm 3 – 5b



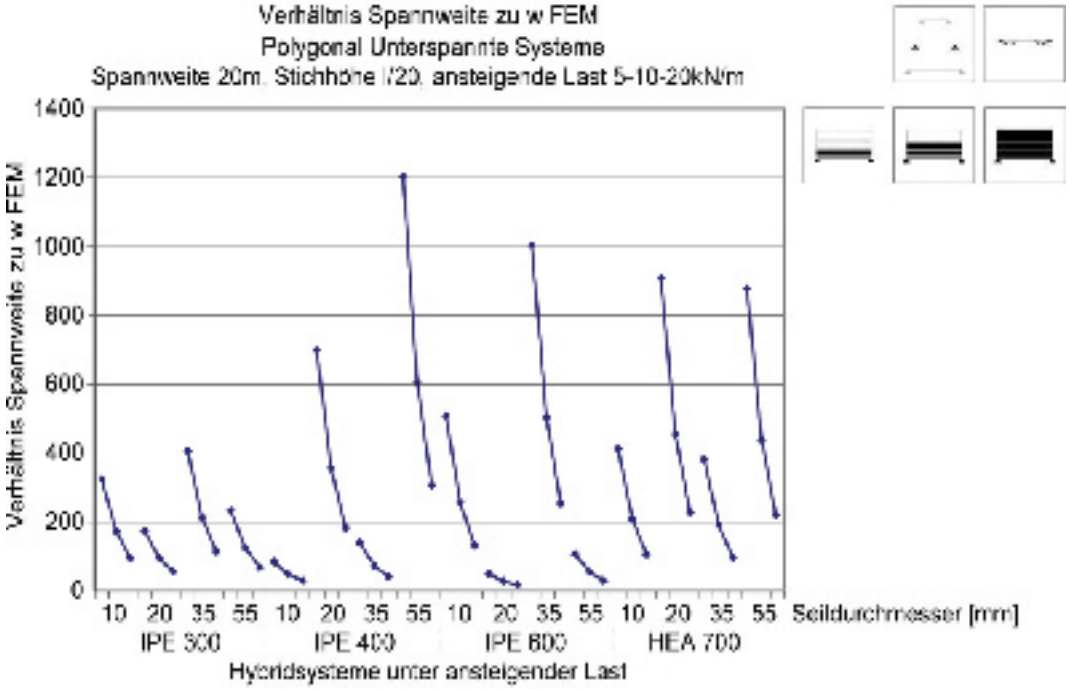


Diagramm 3 – 5c

3. 3 polygonal unterspannter Träger mit geneigten Pendelstäben

Für das hybride System des polygonal unterspannten Trägers mit Seilknicken in den Drittelspunkten und um 45° geneigten Pendelstäben wird die Abhängigkeit der Verformung von der Seillängung geometrisch abgeleitet. Die Neigung der Pendelstäbe führt zur Dehnung des horizontalen Seilabschnitts im mittleren Systembereich. Damit ist die Voraussetzung in der Herleitung der Formel aus [Quelle] nicht mehr erfüllt.

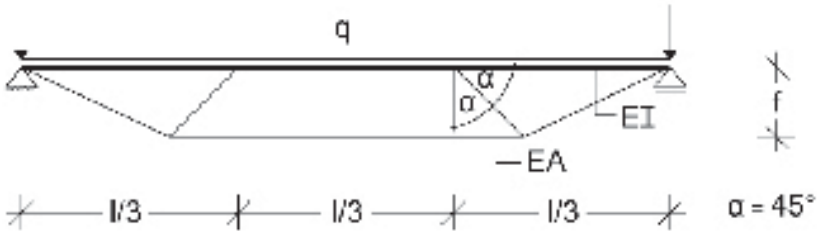


Abbildung 3 – 4

es gilt allgemein $\frac{F'_{Seil,zul}}{w_{Träger}} + \frac{F'_{Seil}}{w_{Seil}} \geq \frac{F'_{ges}}{(zul\ w)}$

mit $w_{Träger} = w_{Seil}$

und zulässige Durchbiegung $zul\ w \geq w_{Träger}$ bzw. w_{Seil}

für den Träger ergibt sich wiederum die Duchbiegung an der Stelle x = l/3 zu [11]:

$$w_{Träger} = \frac{11 \cdot q_{Träger} \cdot l^4}{972 \cdot (E_{Träger} \cdot I)}$$

Zur Bestimmung der Steifigkeit der Unterspannung wird nachfolgend das Verformungsverhalten genauer untersucht. Dazu wird aus Gründen der Symmetrie eine Hälfte des Systems betrachtet. Die vertikale Verformung des Seils am Systemkoppelpunkt resultiert aus einer Translation in Belastungsrichtung und einer Rotation um das Lager. Die Rotation folgt aus der Seildehnung im Mittelabschnitt und ist für große Stichhöhen und hohe Lastanteile der Unterspannung deutlich größer als der Verformungs-anteil der Translation.

Die Gesamtverformung setzt sich aus beiden Anteilen zusammen, so dass allgemein gilt:

$$w_{Seil} = w_{Translation} + w_{Rotation}$$

Die Ableitung der Verformung Δf aus der Seillängung Δl kann rein geometrisch erfolgen, wie hintanstehend gezeigt.

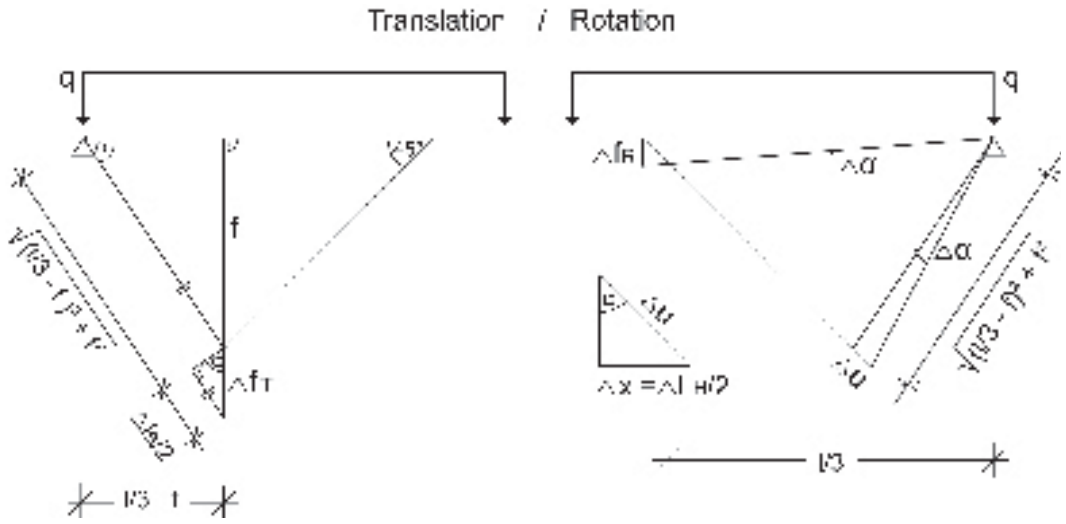


Abbildung 3 - 5

für den Translationsanteil ergibt sich gemäß Skizze:

$$\tan\alpha = \frac{f}{(l/3 - f)}$$

und

$$\tan\alpha = \frac{(\Delta l_s)}{(2\cdot(\cos\alpha)\cdot\Delta f_t)}$$

mit

$$\frac{(\Delta l_s)}{2} = \frac{(F\cdot\sqrt{(l/3-f)^2+f^2})}{(E_{Seil}\cdot A)}$$

und

$$F = \frac{1}{3}\cdot q_{Seil}\cdot\left(\frac{l}{(\sin\alpha)}\right)$$

wird

$$\Delta f_t = w_{Translation} = \frac{(q_{Seil}\cdot l\cdot(l/3 - f)\cdot\sqrt{(l/3 - f)^2 + f^2})}{(3\cdot f\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot E_{Seil}\cdot A)}$$

mit

$$\sin\alpha = f / \sqrt{(l/3-f)^2+f^2}$$

und

$$\cos\alpha = (l/3 - f) / \sqrt{(l/3-f)^2+f^2}$$

folgt

$$w_{Translation} = \frac{(q_{Seil}\cdot l\cdot((l/3-f)^2+f^2)^{(3/2)})}{(3\cdot f^2\cdot E_{Seil}\cdot A)}$$

für den Rotationsanteil ergibt sich gemäß Skizze:

$$\Delta f_R = \quad w_{Rotation} = \frac{(\Delta u \cdot l/3)}{[\sqrt{(l/3-f)^2+(f)^2}]}$$

$$\tan \alpha = \frac{f}{(l/3 \quad f)}$$

und

$$\tan \alpha = \frac{(\Delta l)}{(2\cdot[\cos \alpha]\cdot \Delta u)}$$

mit

$$\Delta l = \frac{F\cdot(l/3+2\,f)}{(E_{Seil}\cdot A)}$$

und

$$F = \frac{1}{3}\cdot q_{Seil}\cdot l\cdot\left(1+\frac{1}{(\tan[\alpha])}\right)$$

folgt

$$\Delta u = \frac{(q_{Seil}\cdot l^2\cdot(1+\frac{1}{(\tan \alpha)})\cdot[(l/3-f)\cdot(l/3+2f)])}{(6\cdot f\cdot[\cos \alpha]\cdot E_{Seil}\,A)}$$

mit

$$\cos \alpha = (l/3 - f) / \sqrt{(l/3 - f)^2+(f)^2}$$

wird daraus

$$\Delta f_R = \quad w_{Rotation} = \frac{(q_{Seil}\cdot l^3\cdot[1+1/\tan(\alpha)\cdot(l/3-2f)])}{(18\cdot f\cdot E_{Seil}\,A)}$$

aus diesen beiden Anteilen ergibt sich die Verformung der Unterspannung zu:

$$w_{Seil} = \frac{(q_{Seil}\cdot l\cdot[(l/3-f)^2-f^2])^{(9/2)}}{(3\cdot f^3\cdot E_{Seil}\,A)} - \frac{(q_{Seil}\,l^4\cdot(1+1/\tan\alpha)\cdot(l/3+2f))}{(18\cdot f\cdot E_{Seil}\,A)}$$

Mathematisches Umformen der beiden Summanden, mit dem Ziel ql^4 im Nenner stehen zu haben führt zur bekannten Form:

(10)

$$\left(\frac{972}{11}\cdot EI\right)+\left[\frac{3}{((f/l)^2-1/3)^2\cdot((f/l)^2)^{(3/2)}}\right]-\left[\frac{54}{(1/3+2\cdot f/l)}\right]\cdot(f^2\cdot E_{Seil}\,A)\geq\frac{q\cdot l^4}{(zul\,w)}$$

Analog zu Gleichung (6) stehen auf der rechten Seite die vorgegebenen Randbedingungen: zulässige Durchbiegungsbeschränkung, Belastung und Systemlänge. Aus diesen Größen lässt sich die erforderliche Systemsteifigkeit zur Erfüllung der gestellten Anforderung z.B. zul w = l / 250 bestimmen. Der erste Summand auf der linken Seite der Gleichung beschreibt die Steifigkeit des Trägers,

$$\frac{972}{11} EI$$

Auf die Trägersteifigkeit haben die Systemgeometrie, die Querschnittsgeometrie und das Material Einfluss.

Der zweite Term in Gleichung (10) beschreibt die Steifigkeit der Unterspannung, die sich aus zwei Anteilen, entsprechend den Verformungen Translation, infolge der Seildehnung im schrägen Seilabschnitt, und Rotation um das Auflager, infolge der Seildehnung des horizontalen Seilabschnittes zusammensetzt.

$$\left(\frac{3}{(l \cdot f/l - 1/3)^2 + (f/l)^2)^{3/2} \cdot l}\right) + \left(\frac{54}{(1/3 + 2 \cdot f/l) \cdot l}\right) \cdot f^2 \cdot EA$$

Die Steifigkeit der Unterspannung wird durch die Seilgeometrie, die Seilfläche und das Material bestimmt.

Noch nicht erfasst in der Berechnungsformel ist die elastische Verformung der geneigten Pendelstäbe, die für diese Systeme, wegen der höheren Kraft in den Stäben und der größeren Länge im Vergleich zu den Pendelstäben der beiden anderen untersuchten Unterspannungsgeometrien, deutlich größer ist. Die Dehnung der Pendelstäbe wirkt sich zudem, durch die Rotation dieser Systeme um das Auflager, stark auf die vertikale Verformung der Systemkoppelstelle aus und ist für Unterspannungen mit großem Stich demzufolge deutlicher als für Unterspannungen mit einer kleinen Stichhöhe.

Für die parabolische und die polygonale Unterspannung mit senkrechten Pendelstäben hat die Dehnung der Pendelstäbe keinen bzw. nur sehr geringen Einfluss und wird, wegen der Intention, die Berechnungsformel einfach zu halten, vernachlässigt.

Die nachfolgenden Berechnungen zeigen, dass dieser Einfluss für polygonale Unterspannungen mit geneigten Pendelstäben einen deutlichen Einfluss auf die Systemverformung hat und zu berücksichtigen ist. Zu diesem Zweck wird die Verformung der Unterspannung für eine Spannweite von 20m, mit Stichhöhen von 4m und 2m, untersucht. Den Ergebnissen der Berechnungsformel werden die, durch eine FEM Berechnung ermittelten Verformungen gegenübergestellt.
Nachfolgend ist das System mit einer Stichhöhe von 4m, einem Querschnitt von 0,00209 m^2 und einem Elastizitätsmodul von 160 000 MN/m^2 dargestellt. Für den Vergleich mit der Berechnungsformel sind an den Systemkoppelstellen Gelenke im Träger angeordnet, so dass dieser keine Biegesteifigkeit mehr besitzt. Beide Auflager sind horizontal unverschieblich angesetzt, damit die Dehnsteifigkeit des Trägers keinen Einfluss auf die Seilverformung hat. Die Pendelstabquerschnitte wurden als HEM 1000

mit sehr hoher Dehnsteifigkeit festgelegt. Dieses System erfährt unter einer konstanten Belastung von 10kN/m eine Verformung an der Systemkoppelstelle von 5,65 mm.

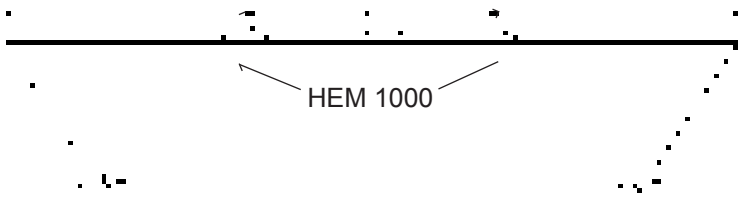


Abbildung 3 - 6

Die Berechnungsformel liefert für diese Unterspannung eine Verformung als Summe der Verformungsanteile aus Translation und Rotation von:

$$w_{Translation} = \frac{(q \cdot l \cdot ((l/3 - f)^2 - f^2)^{3/2})}{(3 \cdot f^2 \cdot EA)}$$

$$= \frac{(0{,}01\,MN/m \cdot 20\,m \cdot ((20\,m/3 - 4\,m)^2 - (4\,m)^2)^{3/2})}{(3 \cdot (4\,m)^2 \cdot 160000\,MN/m^2 \cdot 0{,}00209\,m^2)}$$

$$= 0{,}00138\ m$$

$$w_{Rotation} = \frac{(q \cdot l^2 \cdot (1 + 1/\tan(\alpha) \cdot (l/3 + 2l))}{(18 \cdot f \cdot EA)}$$

$$= \frac{(0{,}01\,MN/m^2 \cdot (20\,m)^2 \cdot (1 - 1/\tan(56°) \cdot (20\,m/3 + 2 \cdot 4\,m))}{(18 \cdot 4\,m \cdot 160000\,MN/m^2 \cdot 0{,}00209\,m^2)}$$

$$= 0{,}00408\ m$$

$$w_{gesamt} = w_{Translation} + w_{Rotation} = 0{,}00546\ m = 5{,}46\ mm$$

Eine isolierte Betrachtung der Verformungsanteile Translation und Rotation durch Aufbringen der zugehörigen Seilkräfte im schrägen bzw. horizontalen Seilabschnitt führt zu nachfolgend gezeigten Ergebnissen der FEM Berechnung. Eine Dehnung des schrägen Seilabschnittes führt zu einer senkrechten Verformung infolge Translationsbewegung der Koppestelle von 1,37mm.

Abbildung 3 - 7

Die Verformung der Koppelstelle infolge Dehnung des horizontalen Seilabschnitts und damit einhergehender Rotation um das Lager hat die Größe von 3,98 mm in der FEM Berechnung.

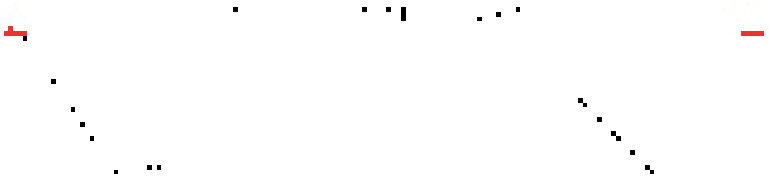


Abbildung 3 - 8

Für die Randbedingungen horizontal unverschiebliche Auflager und dehnsteife Pendelstäbe sind die Ergebnisse der Berechnungsformel gut, allerdings sind die Einflüsse der dehnweichen Pendelstäbe sehr groß, wie die FEM Berechnung mit Pendelstabprofilen IPE 100 unter ansonsten gleichen Randbedingungen zeigt.

Die Verformung an der Koppelstelle beträgt nun 9,644 mm und ist somit um den Faktor 1,7 größer als in der Berechnung mit Pendelstabquerschnitten eines HEM 1000.

Für das 20m spannende System mit einer Stichhöhe von 2m liefert die Berechnungsformel für einen Querschnitt der Unterspannung von 0,000808 m² unter einer konstanten Last von 10kN/m hintanstehende Verformungen.

$$w_{Koppelstelle} = \frac{(q \cdot l \cdot (l/3 - f) \cdot (l^2 + f^2)^{(3/2)})}{(3 \cdot f^2 \cdot EA)}$$

$$= \frac{(0{,}01\,MN/m \cdot 20m \cdot ((20m/3 - 2m)^2 + (2m)^2)^{(3/2)})}{(3 \cdot (2m)^2 \cdot 160000MN/m^2 \cdot 0{,}000808\,m^2)}$$

$$= 0{,}0169\,m$$

$$w_{Koppelstelle} = \frac{(q \cdot l^2 \cdot (1 - 1/\cos(\alpha)) \cdot (l/3 + 2f))}{(18 \cdot f \cdot EA)}$$

$$= \frac{(0{,}01\,MN/m^3 \cdot (20m)^2 \cdot (1 - 1/\tan(23.2°)) \cdot (20m/3 + 2 \cdot 2m))}{(18 \cdot 2m \cdot 160000\,MN/m^2 \cdot 0{,}000808\,m^2)}$$

$$= 0{,}0306\ m$$

$w_{gesamt} = w_{Translation} + w_{Rotation} = 0{,}0474\ m = 47{,}4\ mm$

Die Vergleichsrechnung mittels FEM – Programm ergibt für das System mit horizontal unverschieblichen Auflagern und dem Pendelstabquerschnitt eines HEM 1000 eine Verformung von 46,4 mm. Für das System mit einem horizontal verschieblichen Lager und Pendelstabquerschnitten eines IPE 100 führt die FEM Berechnung zu einer vertikalen Verformung der Koppelstelle von 52,1 mm, d.h. eine um 10% größere Verformung.

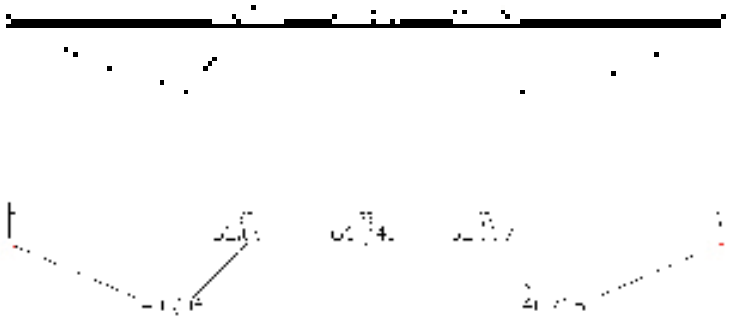


Abbildung 3 - 9

Die oben stehende Formel liefert für polygonal unterspannte Systeme mit um 45° geneigten Pendelstäben unter konstanter Linienlast schlechtere Ergebnisse als die Überschlagsformeln der Systeme mit parabolischer und polygonaler Unterspannung mit senkrechten Pendelstäben, vor allem für Systeme mit einer Stichhöhe der Unterspannung von f = l / 5. Der Grund für die größere Abweichung liegt in der Seildehnung im horizontalen Seilabschnitt und der damit einhergehenden Rotation des Systems um die Auflager. Damit hat auch die Wahl der Pendelstabquerschnitte, welche in der Formel nicht zu erfassen ist, großen Einfluss auf die Systemverformung. Die übrigen Einflüsse sind analog den zuvor untersuchten Systemen, die Systemverformung aus der elastischen Trägerdehnung infolge der Normalkraft und das nichtlinearen Verhaltens des Seils.

Wegen dieser nicht zu erfassenden Einflüsse auf die Systemverformung, wird eine einfachere Formel bestimmt, die Abweichungen werden über einen Anpassungsfaktor erfasst. In Abbildung 3 -10 wird die geometrische Vereinfachung der Formel dargestellt. Das wirkliche Verformungsverhalten aus den Anteilen Translation und Rotation, führt zu einer nicht parallelen Verschiebung des schrägen Seilabschnittes infolge der horizontalen Dehnung des Seiles. In der Näherung wird die gesamte Seildehnung auf den schrägen Seilabschnitt bezogen, wodurch sich eine einfache

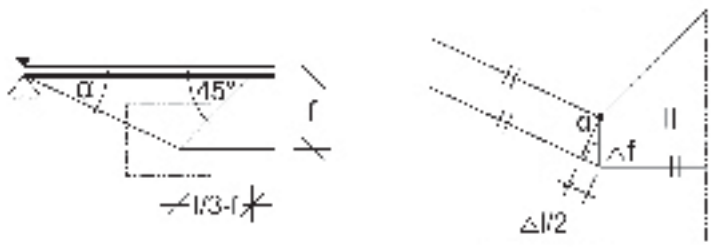


Abbildung 3 - 10

Formel ableiten lässt.
Die Ableitung der Verformung Δf lässt sich nun rein geometrisch aus der Seillängung Δl bestimmen.

$$\tan\alpha = \frac{f}{(l/3 - f)}$$

und

$$\tan\alpha = \frac{(\Delta l)}{(2(\cos\alpha)\cdot\Delta f)}$$

$$\text{mit} \quad \Delta l = \frac{S\cdot l}{(E_{Se}A)} \quad \text{und} \quad S \approx H = \frac{q_{Se}\cdot l^2}{(8f)}$$

Da der Rotationsanteil zu größeren Verformungen des Systems führt, wird die Seildehnung über die gesamte Länge, mit der für diese Systeme größeren Horizontalkraftkomponente des Seiles berechnet. Die vertikale Verformung des Systems infolge Seildehnung lässt sich somit wie folgt beschreiben:

$$\Delta f = w = \frac{(q\cdot l^3\cdot(l/3 - f))}{(16\cdot f\cdot EA\cdot\cos(\alpha))}$$

Diese Formel führt zu Systemsteifigkeiten der Unterspannung, welche im Vergleich mit der Formel für Seilsteifigkeiten der polygonal unterspannten System mit senkrechten Pendelstäben um ein Drittel höher liegen. Diese höhere Steifigkeit der polygonal unterspannten Hybridsysteme mit geneigten Pendelstäben deckt sich mit den Ergebnissen in Kapitel 1.
Für die ausgewählten Stichhöhen ergeben sich nachfolgend aufgeführte Steifigkeiten:

f = l/5 :

$$\frac{1}{w} = \frac{(120\cdot\cos(\alpha)\cdot f^2\cdot EA)}{(ql^4)}$$

f = l/10 :

$$\frac{1}{w} = \frac{(480\cdot\cos(\alpha)\cdot f^2\cdot EA)}{(7\cdot ql^4)}$$

f = l/20 :

$$\frac{1}{w} = \frac{(960\cdot\cos(\alpha)\cdot f^2\cdot EA)}{(17\cdot ql^4)}$$

Die Steifigkeit des polygonal unterspannten Hybridsystems mit geneigten Pendelstäben lässt sich an der Koppelstelle der Systeme damit beschreiben. Für eine Stichhöhe der Unterspannung von f =l/10 bestimmt sich die Hybridsystemsteifigkeit mit der bekannten Biegesteifigkeit des Trägers zu:

$$\frac{972}{11} E_{Träger} \cdot I + \frac{180}{7} \cos^2(\alpha) \cdot f^2 \cdot E_{Seil} \cdot A = \frac{q l^4}{(zul\,w)} \qquad (14)$$

Die angegebene Formel liefert für Hybridsysteme mit Lastanteilen der Seile bis zu 80% gute bis sehr gute Ergebnisse. Steigt der Lastanteil der Unterspannung über diese Grenze, weichen die Ergebnisse der Formel bis zu einer Größenordnung von 2 zu dem errechneten Wert ab. Dies ist in etwa die Genauigkeit der Berechnungsformel für polygonal unterspannte Systeme mit senkrechten Pendelstäben. Wie zuvor, wird der Unschärfe der Berechnungsformel über einen, an dem Steifigkeitsverhältnis von Träger und Seil orientierten Anpassungsfaktor begegnet. Der Anpassungsfaktor hat eine Größe von 2,0 bis 1,3. In den Diagrammen 3-6a bis 3-6c sind die Berechnungsergebnisse der polygonal unterspannten Systeme mit geneigten Pendelstäben dargestellt.

Wieder wird die Durchbiegung in Trägermitte über das Verhältnis 5/384 zu 11/972 zu erfasst. Für die 10m und 20m spannenden Hybridsysteme sind die Abweichungen kleiner als zwei Prozent und nur für Systeme mit einem Steifigkeitsverhältnis Träger / Seil unter 0,01 vorhanden.

Wie für die beiden vorher untersuchten Unterspannungsgeometrien der Hybridsysteme ist auch hier eine anwachsende Ungenauigkeit der Berechnungsformel unter ansteigender Belastung für weiche Systeme zu erkennen. Analog zu den vorherigen Untersuchungen ist in den Diagrammen 3-8a- 3-8c die Genauigkeit der Berechnungsformel für Hybridsysteme unter ansteigender Belastung dargestellt, darunter ist das Verhältnis der Spannweite zu der, mittels eines FEM Programms berechneten, Durchbiegung des Systems abgebildet.

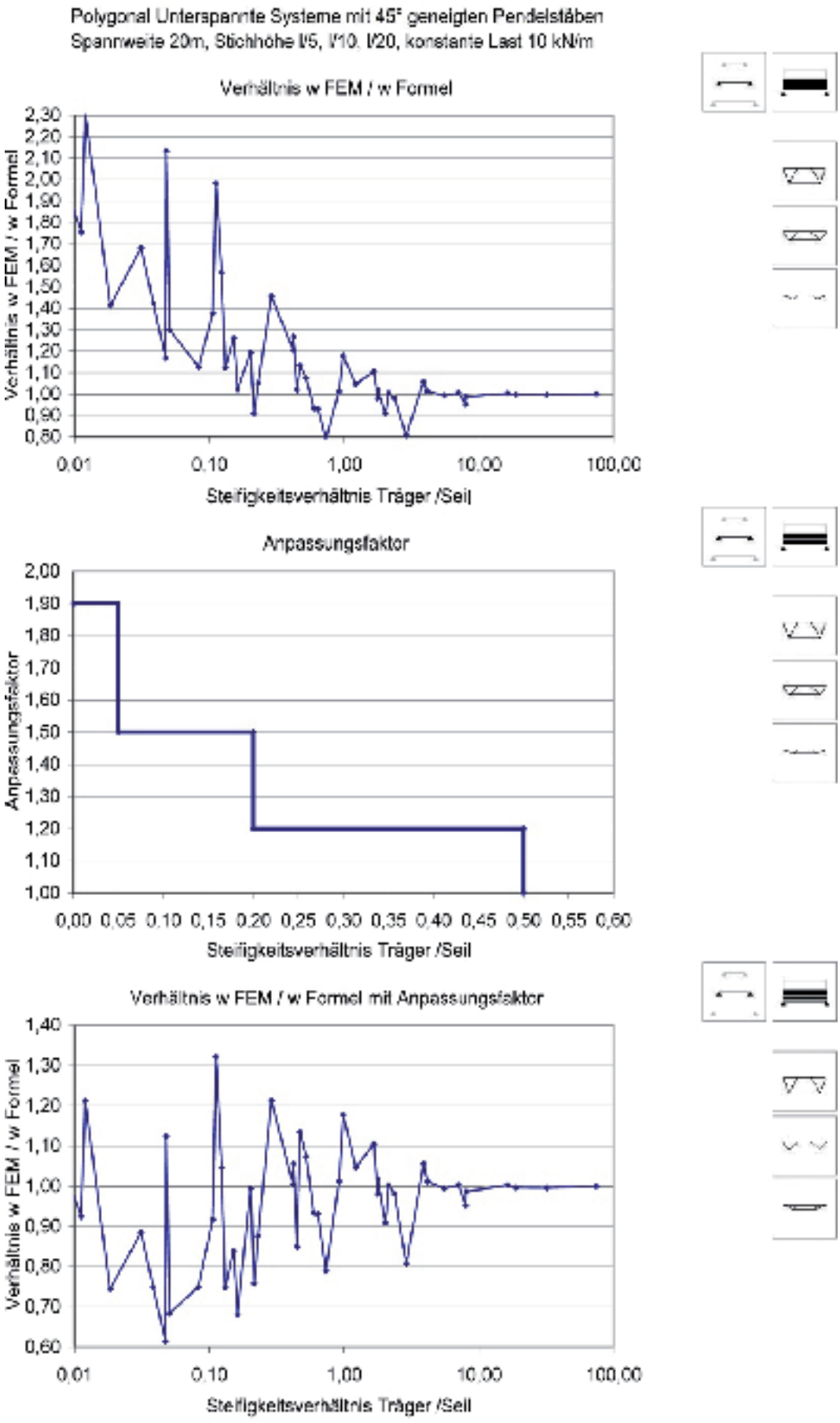


Diagramm 3 – 6a

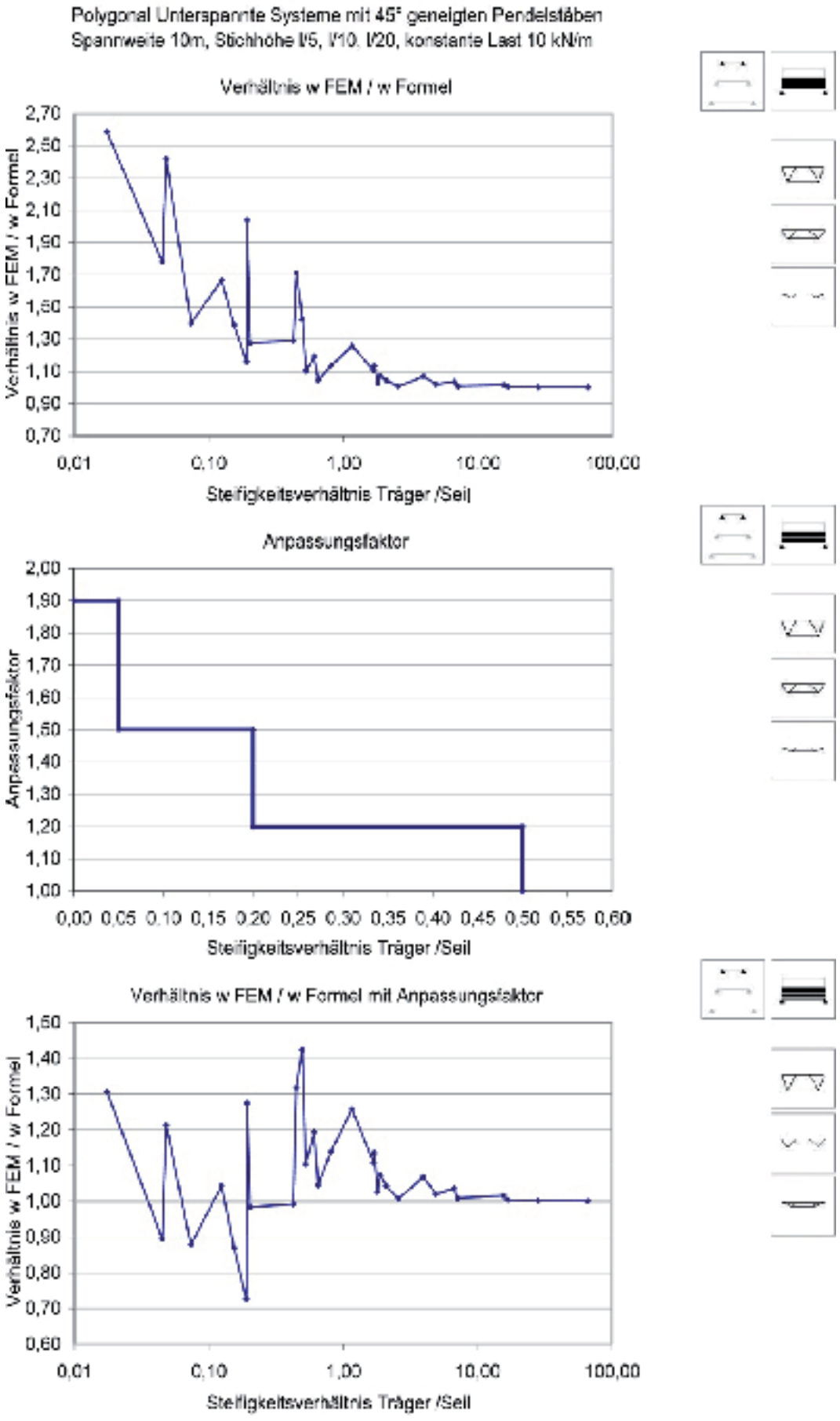


Diagramm 3 – 6b

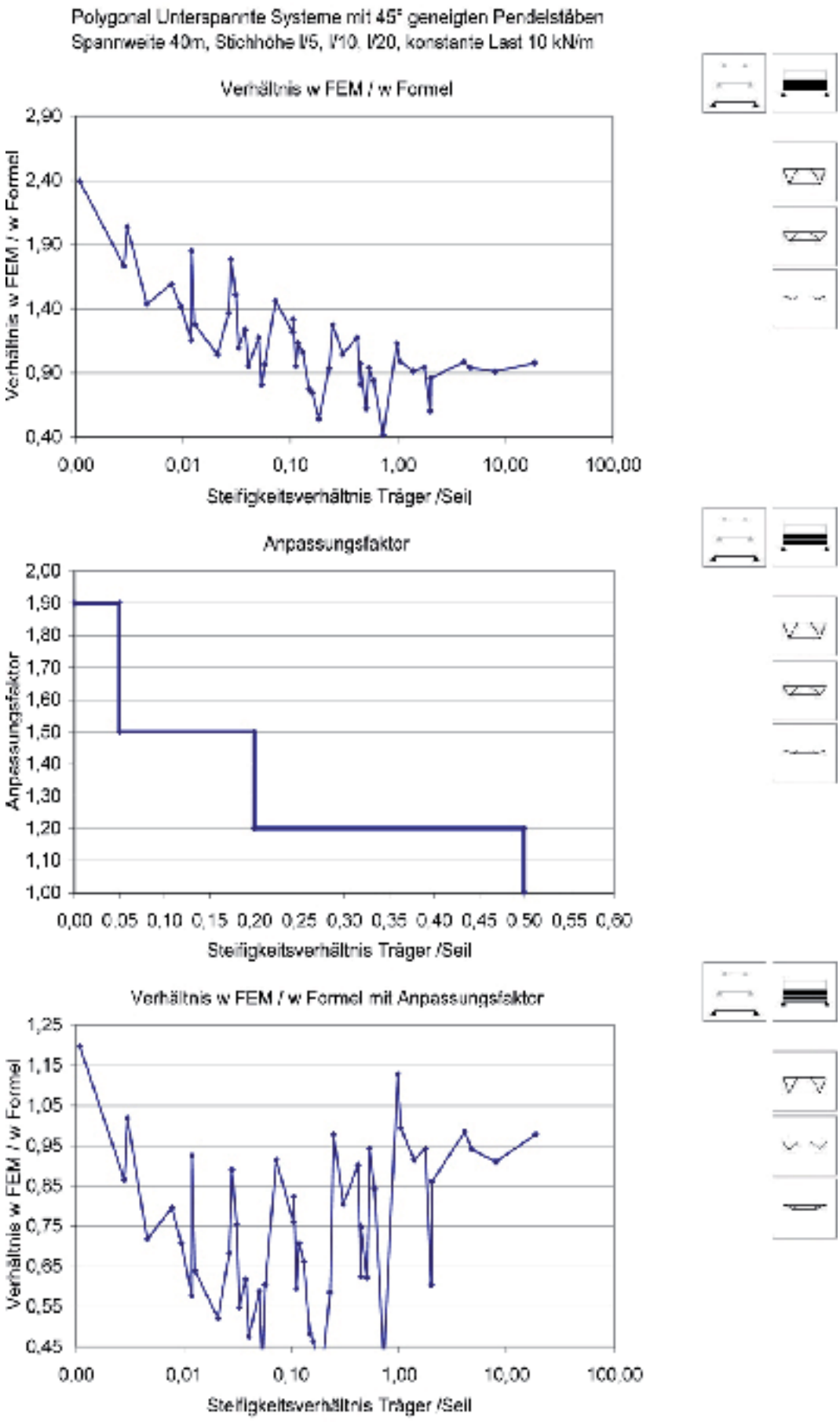


Diagramm 3 – 6c

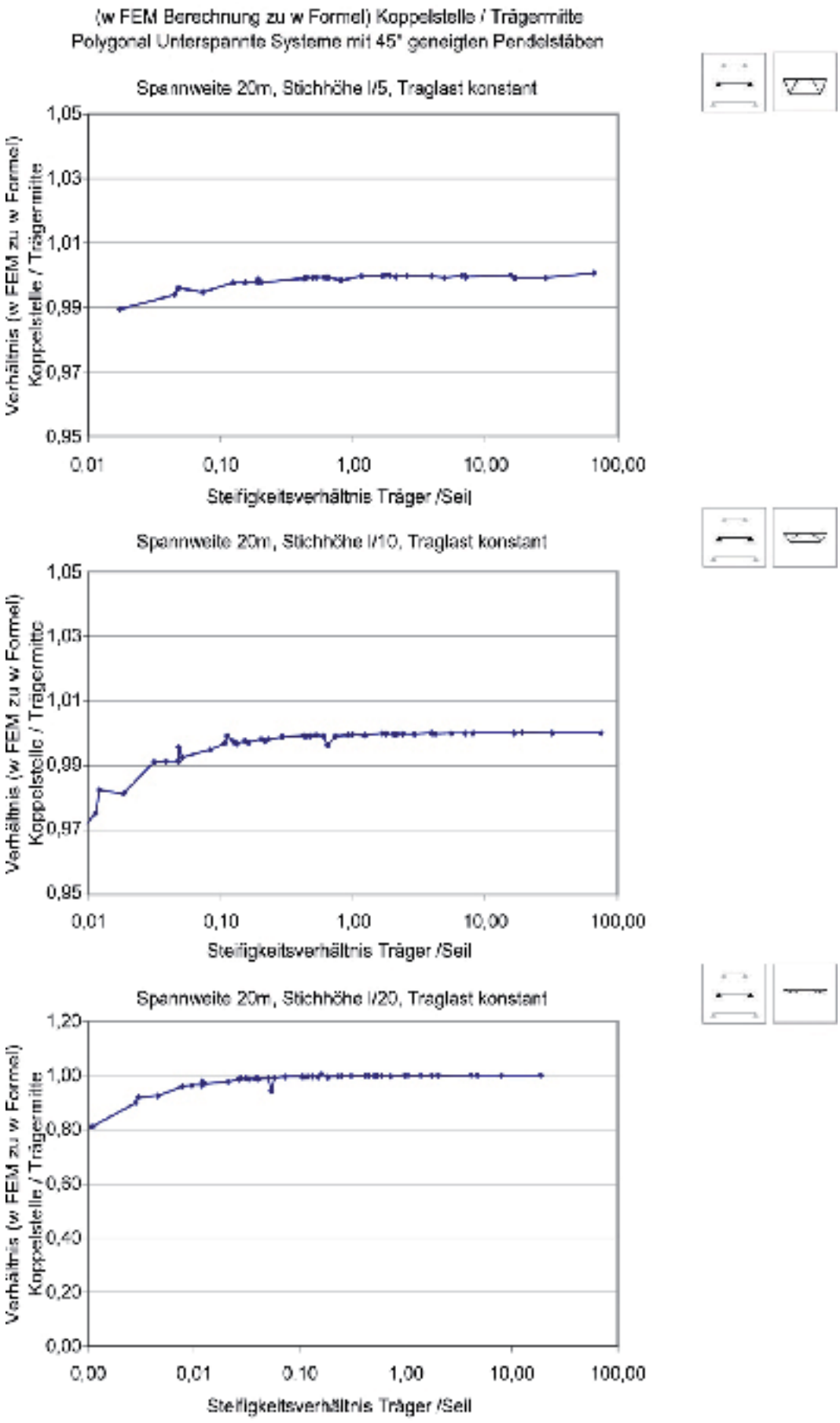
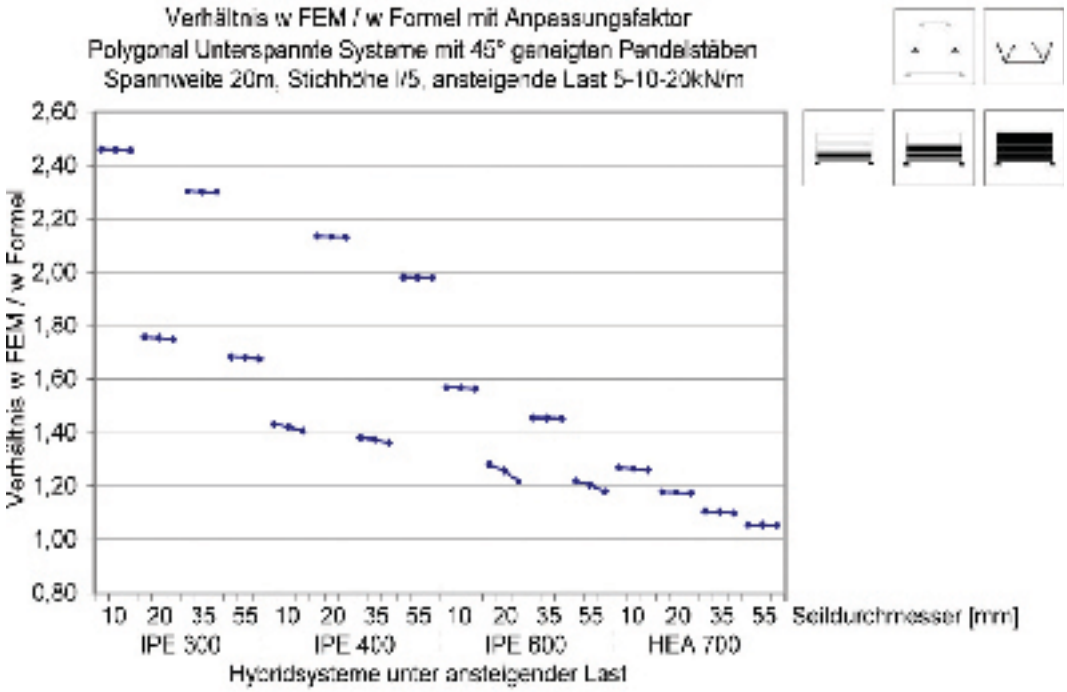

(w FEM Berechnung zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben
Spannweite 20m, Stichhöhe l/5, Traglast konstant
Verhältnis (w FEM zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
1,05
1,03
1,01
0,99
0,97
0,95
0,01
0,10
1,00
10,00
100,00
Steifigkeitsverhältnis Träger /Seil
Spannweite 20m, Stichhöhe l/10, Traglast konstant
Verhältnis (w FEM zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
1,05
1,03
1,01
0,99
0,97
0,95
0,01
0,10
1,00
10,00
100,00
Steifigkeitsverhältnis Träger /Seil
Spannweite 20m, Stichhöhe l/20, Traglast konstant
Verhältnis (w FEM zu w Formel) Koppelstelle / Trägermitte
1,20
1,00
0,80
0,60
0,40
0,20
0,00
0,00
0,01
0,10
1,00
10,00
100,00
Steifigkeitsverhältnis Träger /Seil

Diagramm 3 – 7



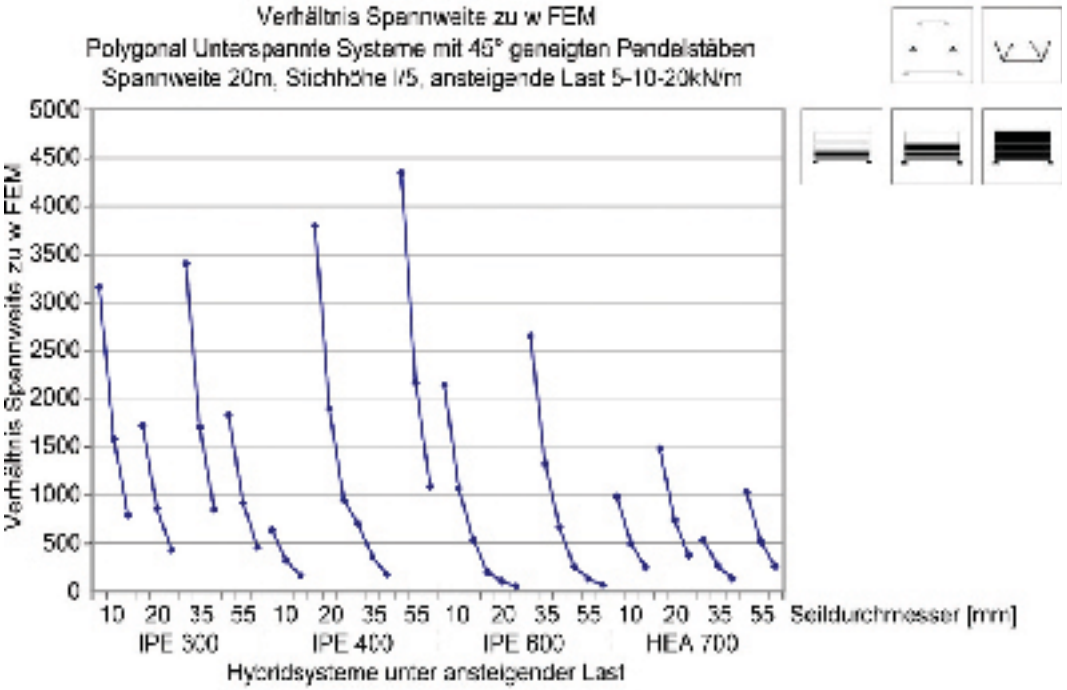
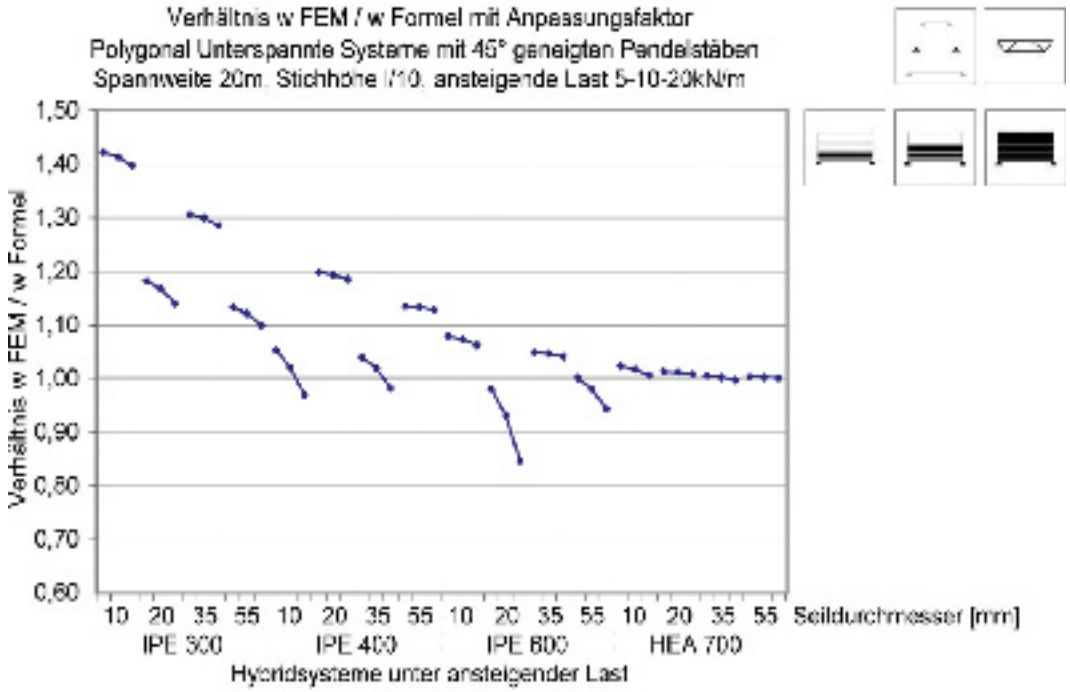


Diagramm 3 – 8a



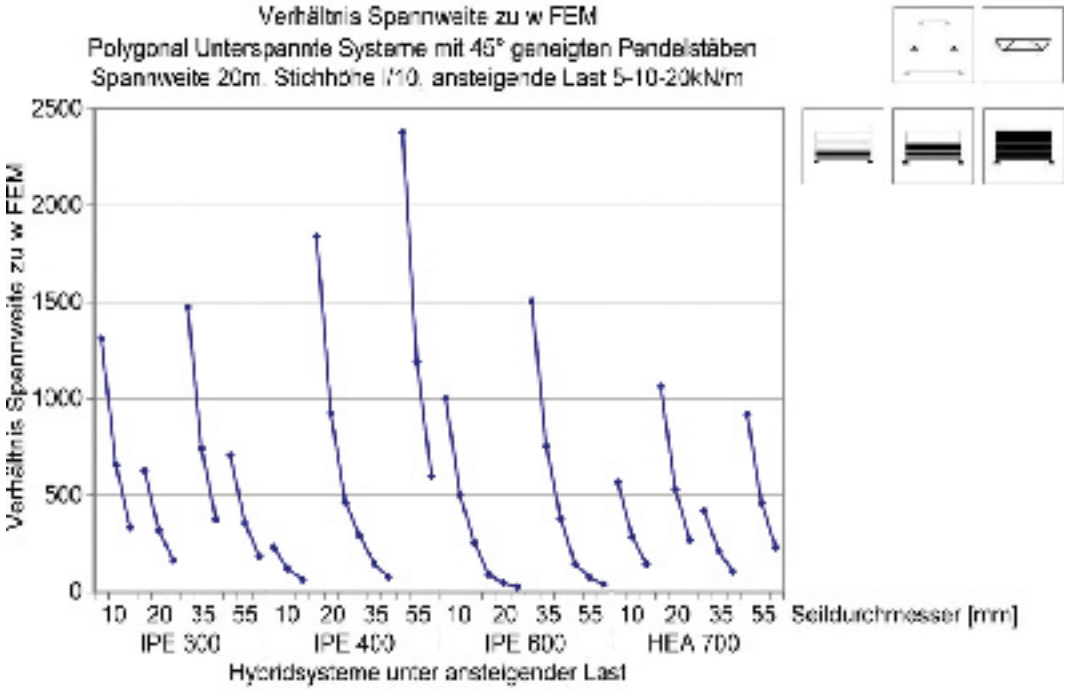
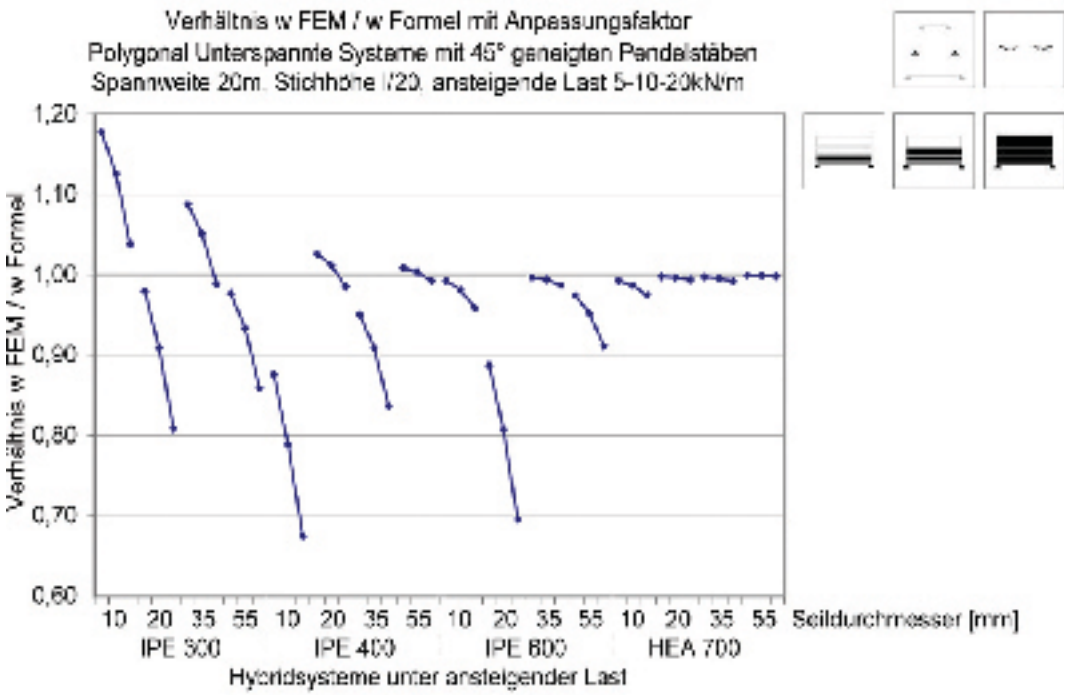


Diagramm 3 – 8b



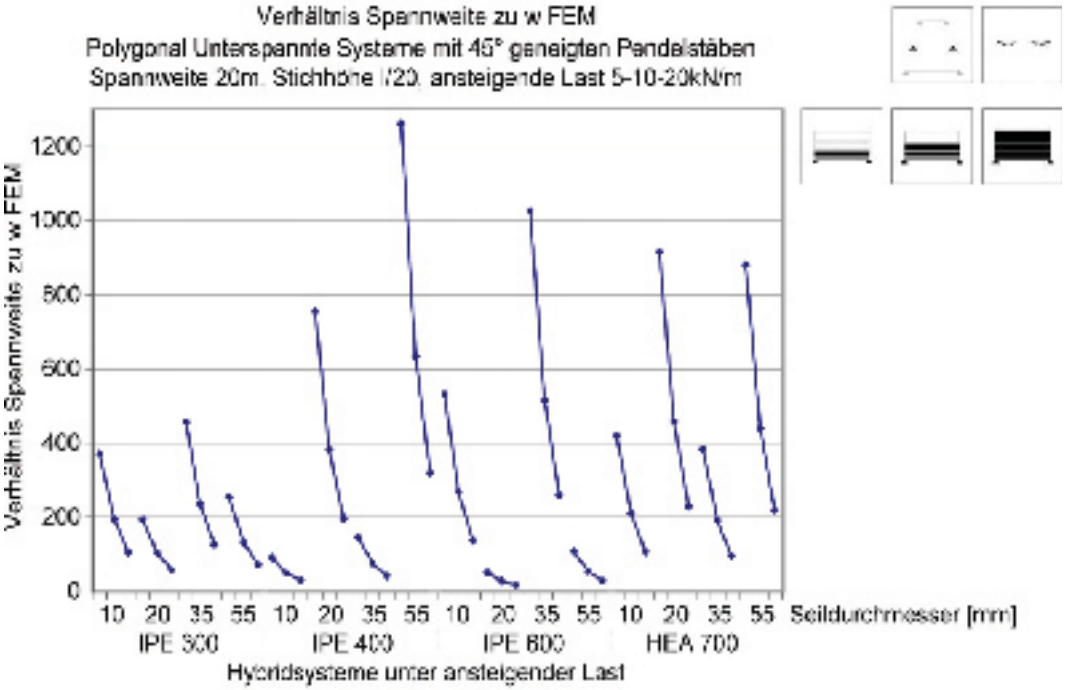


Diagramm 3 – 8c

Wieder zeigen sich große Abweichungen in der Berechnung unter ansteigender Last nur für Hybridsysteme mit einem Verhältnis von Spannweite zu Durchbiegung gemäß FEM Berechnung von weniger als 200. Wie zuvor wird deshalb bei polygonal unterspannten Systemen mit geneigten Pendelstäben dieses Verhalten zu Gunsten einer einfachen Handhabung der Berechnungsformel nicht erfasst.

Für alle drei untersuchten Unterspannungsgeometrien sind damit einfache Überschlagsformeln ermittelt, die es ermöglichen die Steifigkeiten von Hybridstrukturen zu berechnen im Hinblick auf die Gebrauchstauglichkeit mögliche Träger – Seilkombinationen auszuwählen und damit die Lastaufteilung innerhalb der Struktur zu bestimmen.

4 Beispiele

Nachfolgend soll anhand von drei Beispielen die Anwendung der Diagramme aus Kapitel 2 und der Formel aus Kapitel 3 als Grundlage für die Festlegung der Systemgeometrie und Vorauswahl der Querschnitte gezeigt werden:

Beispiel 4.1

Träger eines Innenhofdaches

Für einen Innenhof mit den Abmessungen 20m x 40m ist ein Primärtragwerk zu finden. Aufgrund der Grundrissabmessungen wird ein lineares Tragsystem mit 20m Spannweite und einem Abstand der Träger von 4m gewählt. Der Träger dieses Dachtragwerks wird im Hinblick auf einen geringen Materialverbrauch entworfen.
Nachfolgend ist die Belastung mit Teilsicherheitsbeiwerten aufgeführt:

Verkehrslast :	1,5 · 3,0 kN/m	=	4,5 kN/m
Gewicht der Eindeckung :	1,35 · 4,0 kN/m	=	5,4 kN/m
Eigengewicht der Hybridstruktur,	geschätzt: 1,35 · 0,5 kN/m	=	0,7 kN/m

Summe:	q = 7,5 kN/m	q_d =	10,6 kN/m

Aufgrund der Belastungsart, kann ein Tragsystem mit hohem Lastanteil der Unterspannung gewählt werden. Der zur Verfügung stehende große Konstruktionsraum, bietet die Möglichkeit über die Tragwerksgeometrie die Beanspruchungen gering zu halten. Beides bietet Vorteile im Hinblick auf das Gewicht der Konstruktion.

Unter diesen Voraussetzungen wird eine parabolische Unterspannung mit einem Stich von f = l/5 gewählt. Die, den Biegeträger und die Unterspannung verbindenden Pendelstäbe werden im Abstand von 2m vorgesehen. Aus den Diagrammen ist erkennbar, dass Hybridsysteme mit sehr hohem Lastanteil der Unterspannung mit einer parabolischen Unterspannungsgeometrie höhere Traglasten und geringere Verformungen als polygonal unterspannte Systeme aufweisen. Zu erkennen ist außerdem, dass eine Ausnutzung der Querschnitte beider Tragsysteme mit Wahl der hohen Lastanteile der Unterspannung nur mit einer parabolischen Seilführung erreicht werden kann.

Unter Vollast ist die Durchbiegungsbeschränkung von $\delta_{max} < L / 200$ einzuhalten, dies führt zur erforderlichen Steifigkeit des Hybridsystems

erf. $S = 200 \cdot q \cdot l^3 = 200 \cdot 7{,}5 \text{ kN/m} \cdot (20\text{m})^3 = 12\,000 \text{ MN m}^2$

Die Steifigkeiten der Einzelsysteme errechnen sich nach den bekannten Formeln
Steifigkeit des Trägers: $384 / 5 \cdot EI$

Steifigkeit der Unterspannung: $128 / 3 \cdot f^2 \cdot EA$

Mit der Wahl eines leichten Trägers IPE 140 folgt die erforderliche Steifigkeit der Unterspannung:

$12\,000\ MNm^2 - 5{,}41 \cdot 10\text{-}6\ [m^4] \cdot 210\,000\ [MN/m^2] \cdot 384 / 5 = 11\,913\ MNm^2$

Mit dieser Wahl übernimmt die Unterspannung in der Hybridstruktur fast alleine die Last, das Verhältnis der Steifigkeiten Träger zu Seil beträgt weniger als ein Prozent. Zur Ermittlung des metallischen Seilquerschnitts muss aufgrund des nichtlinearen Seilverhaltens ein Anpassungsfaktor von 1,4 berücksichtigt werden.

Der metallische Seilquerschnitt folgt unter Ausnutzung der Konstruktionshöhe mit einem Stich von 4m und der Wahl eines offenen Spiralseiles OSS zu:

$$\text{erf } A_{Seil} = 1{,}4 \cdot (11\,913[MNm^2] \cdot 3) / (128 \cdot 16[m^2] \cdot 160\,000[MN/m^2])$$
$$= 153[mm^2]$$

dies entspricht einem offenen Spiralseil mit einem Durchmesser von 17 mm. Die gefundene hybride Struktur hat ein Konstruktionsgewicht von

Gewicht des Trägers + Gewicht des Seils + Gewicht der Pendelstäbe (IPE 100)

$20m \cdot 12{,}9\ kg/m + 22m \cdot 1{,}3\ kg/m + 26{,}4m \cdot 8{,}1\ kg/m = 500{,}44\ kg$

Demgegenüber hat ein IPE 600 als leichtester möglicher Biegeträger ein Gewicht von

$20m \cdot 122\ kg/m = 2440\ kg$

Nachfolgend werden noch exemplarisch die Tragsicherheitsnachweise geführt. In der Praxis soll die Berechnungsformel nur zur Bestimmung der Tragwerkscharakteristik und zur überschlägigen Festlegung der Querschnitte genutzt werden. Die Detailnachweise und der Einsatz von Rechenprogrammen ist bei der Ermittlung der Schnittgrößen wegen der Nichtlinearitäten im Verhalten der Unterspannung unabdingbar.

Die Vergleichsrechnung mittels eines Rechenprogramms (vgl. Anlage Bsp.1) führt zu einer Verformung der Struktur von 91,6mm unter 1,0 fachen Lasten für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit und zu einer Verformung des Trägers von 13,4 cm unter γ – fachen Lasten. Im Beispiel ergeben sich unter den γ - fachen Lasten unten stehende Schnittgrößen:

Träger: $M_{y,d} = 473\ kNcm$
$N_d = 128\ kN$
$V_{z,d} = 11\ kN$

Seil: $\max S_d = 160\ kN$

Der Tragsicherheitsnachweis des Trägers nach dem Format elastisch – plastisch ergibt sich zu:

$$0{,}9 \cdot M_{y,d} / M_{pl,y,d} + N_d / N_{pl,d} < 1$$

$$0{,}9 \cdot 4{,}73 / 19{,}3 + 128 / 358 = 0{,}58$$

Der Stabilitätsnachweis wird als Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung geführt. Zur Erfassung der strukturellen Imperfektion ist für das Ausweichen in der Momentenebene eine Vorkrümmung mit dem Stich $w_0 = l / 300$ anzusetzen. Anstelle dieser Vorkrümmung wird eine Ersatzbelastung mit der Größe $q\, w_o = N*8*w_0 / l^2$ zu der γ - fachen Belastung addiert. Damit ergeben sich für den Stabilitätsnachweis die Schnittgrößen

$$M_{y,d} = 482 \text{ kNcm}$$
$$N_d = 130{,}5 \text{ kN}$$

Der Nachweis unter Ausnutzung der plastischen Querschnittsreserven lautet:

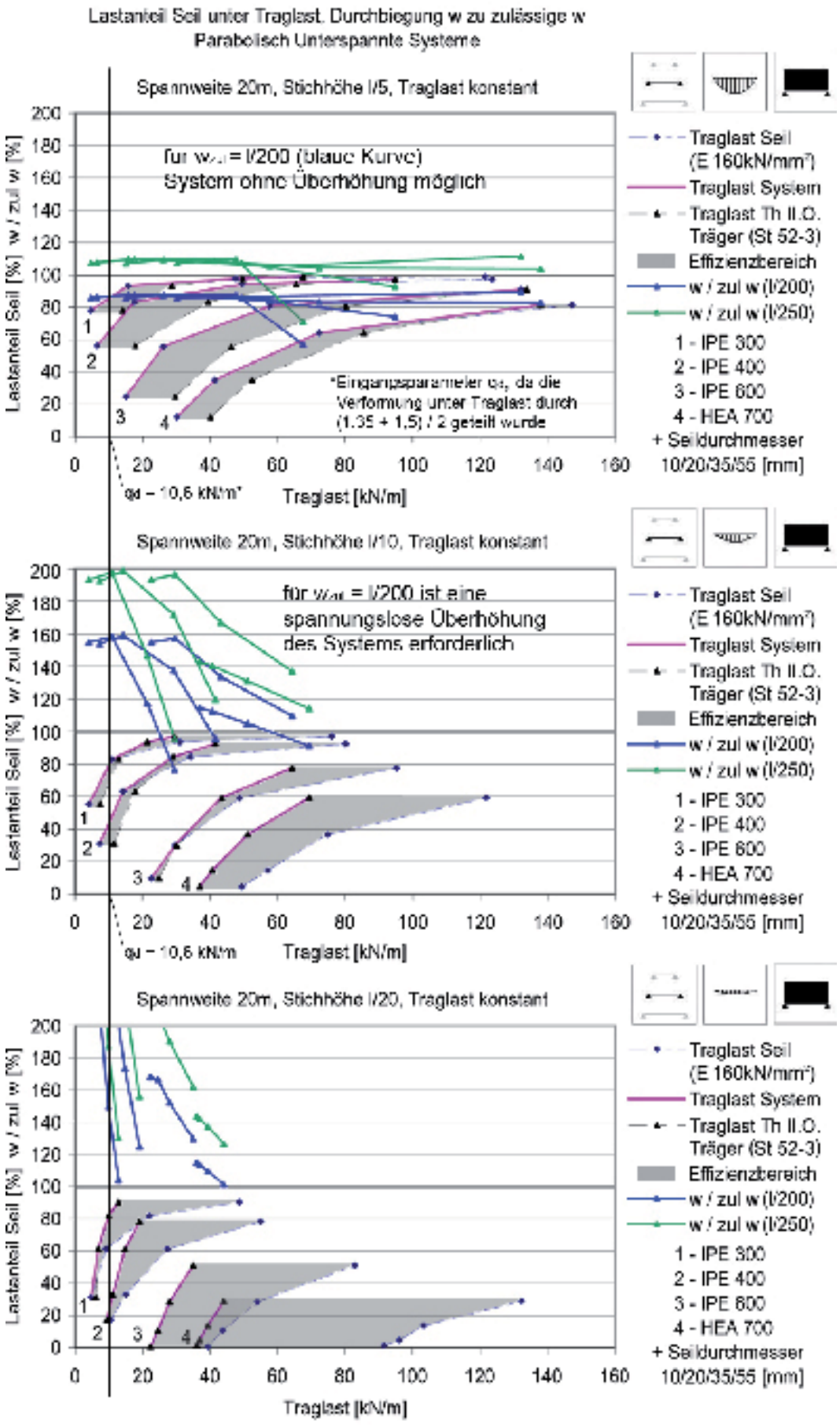
$$N_d / A + M^{II}_d / W_{pl,y} < f_{y,k} / \gamma_M$$

$$\sigma = 131 / 16{,}4 + (482 + 131 \cdot 13{,}4) / (1{,}14 \cdot 77{,}3)$$
$$= 33{,}4 \text{ kN/cm}^2$$
$$\sigma / \sigma_{Rd} = 1{,}02$$

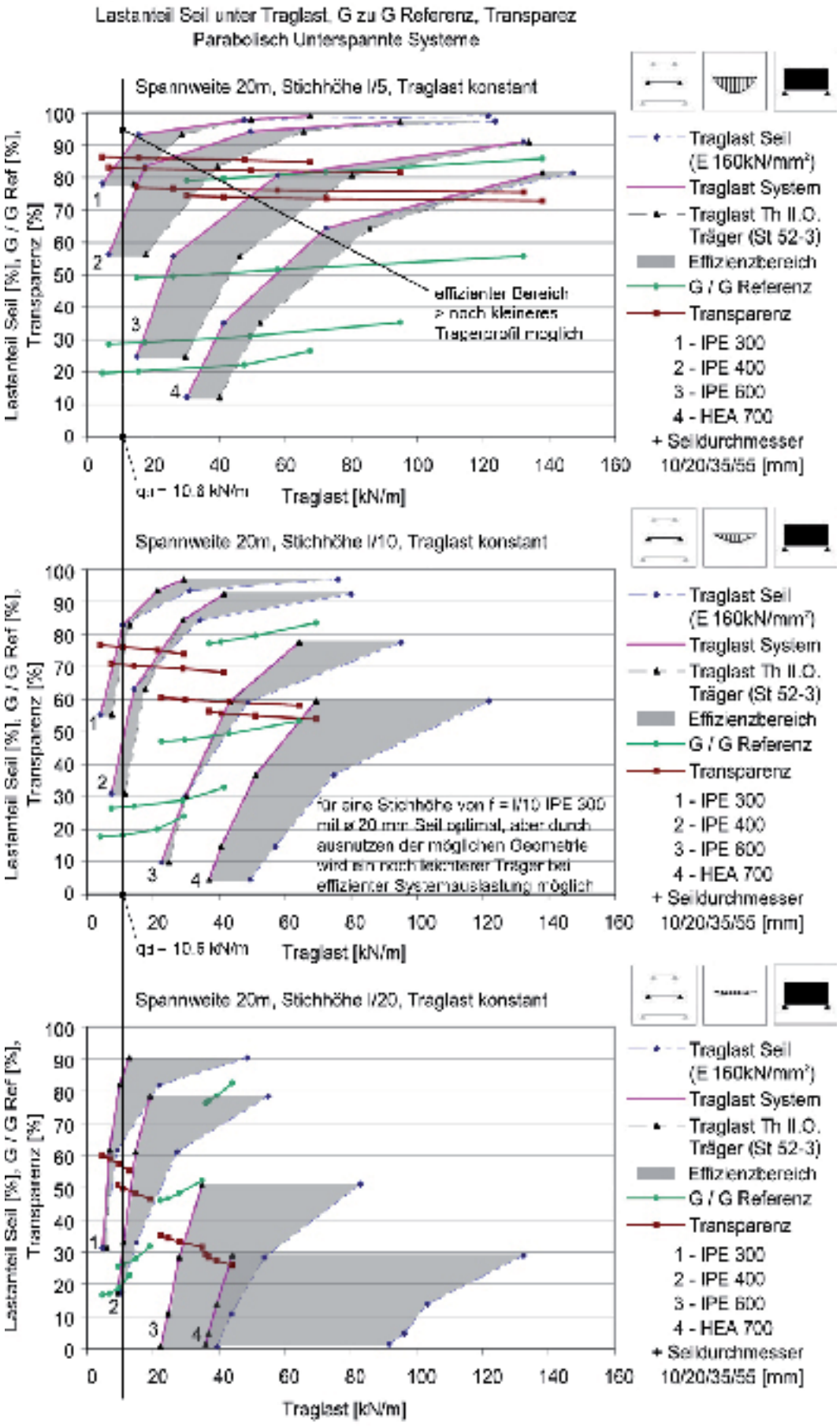
der Nachweis des Seils ergibt sich zu:

$$\max S_d / Z_{R,d} < 1{,}0$$

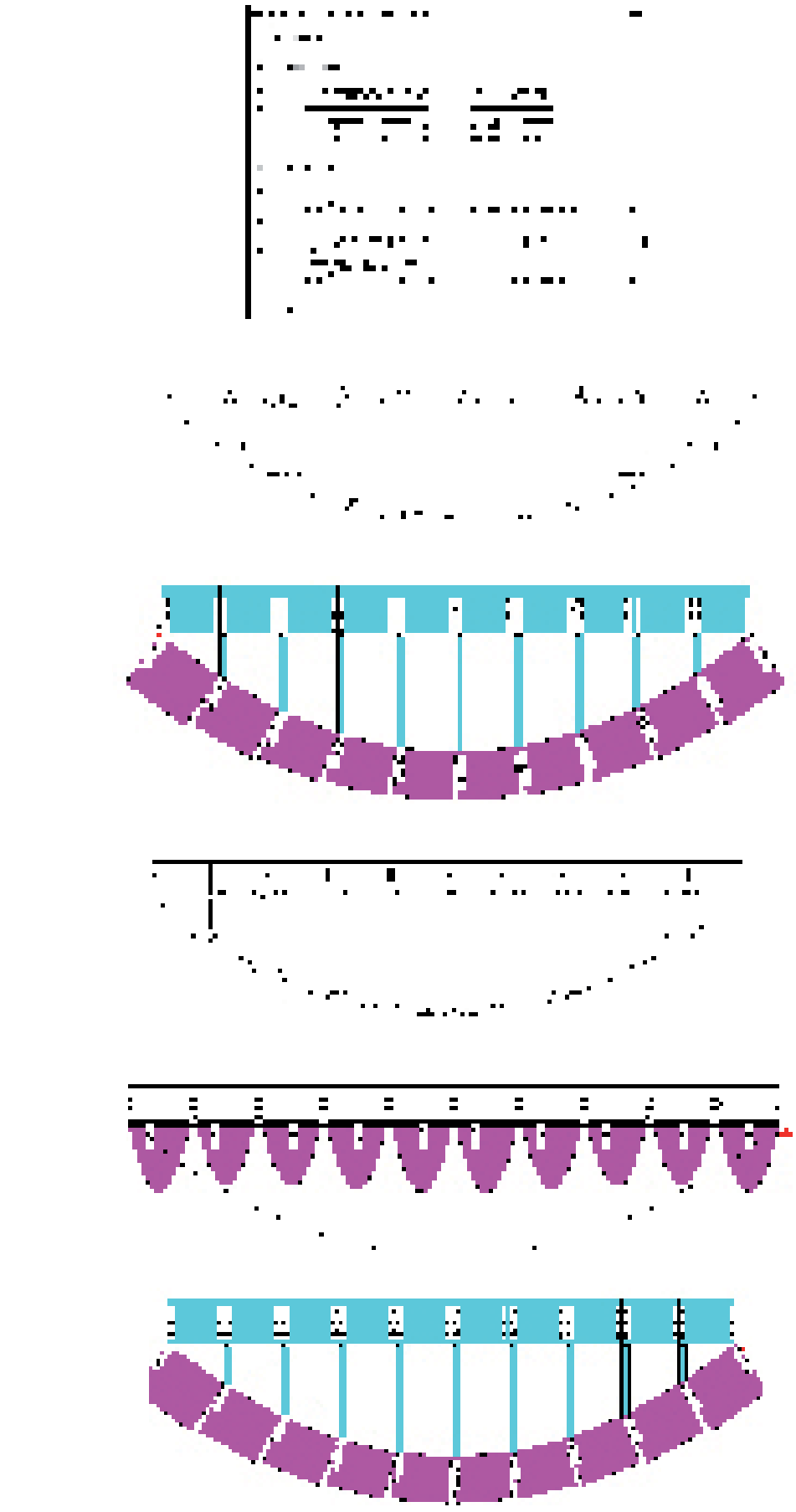
$$160 / 158 = 1{,}01$$


Lastanteil Seil unter Traglast. Durchbiegung w zu zulässige w
Parabolisch Unterspannte Systeme
Spannweite 20m, Stichhöhe l/5, Traglast konstant
für w/zul w = l/200 (blaue Kurve)
System ohne Überhöhung möglich
*Eingangsparameter qd, da die Verformung unter Traglast durch (1.35 + 1,5) / 2 geteilt wurde
qd = 10,6 kN/m*
Traglast [kN/m]
Lastanteil Seil [%] w / zul w [%]
Spannweite 20m, Stichhöhe l/10, Traglast konstant
für w/zul w = l/200 ist eine spannungslose Überhöhung des Systems erforderlich
qd = 10,6 kN/m
Traglast [kN/m]
Spannweite 20m, Stichhöhe l/20, Traglast konstant
Traglast [kN/m]
Traglast Seil (E 160kN/mm²)
Traglast System
Traglast Th II.O. Träger (St 52-3)
Effizienzbereich
w / zul w (l/200)
w / zul w (l/250)
1 - IPE 300
2 - IPE 400
3 - IPE 600
4 - HEA 700
+ Seildurchmesser 10/20/35/55 [mm]

Anlage 1 - 1


Lastanteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparez
Parabolisch Unterspannte Systeme
Spannweite 20m, Stichhöhe l/5, Traglast konstant
Lastanteil Seil [%], G / G Ref [%], Transparenz [%]
effizienter Bereich
> noch kleineres Trägerprofil möglich
qd = 10.8 kN/m
Traglast [kN/m]
Traglast Seil (E 160kN/mm²)
Traglast System
Traglast Th II.O. Träger (St 52-3)
Effizienzbereich
G / G Referenz
Transparenz
1 - IPE 300
2 - IPE 400
3 - IPE 600
4 - HEA 700
+ Seildurchmesser 10/20/35/55 [mm]
Spannweite 20m, Stichhöhe l/10, Traglast konstant
für eine Stichhöhe von f = l/10 IPE 300 mit ø 20 mm Seil optimal, aber durch ausnutzen der möglichen Geometrie wird ein noch leichterer Träger bei effizienter Systemauslastung möglich
qd = 10.8 kN/m
Spannweite 20m, Stichhöhe l/20, Traglast konstant

Anlage 1 - 2



Anlage 1 - 3 bis 1 - 8

Beispiel 4.2

Unterzug über der Eingangshalle eines Bürogebäudes

Im nachfolgenden Beispiel wird ein Unterzug als Auflager für Stahlbeton-hohldielen mit einer Spannweite von 20m entworfen. Der mögliche Konstruktionsraum für diesen Unterzug sei 2m.

Belastung des Trägers aus:

Eigengewicht der Decke:	10,0 kN/m
Verkehrslast:	10,0 kN/m
Eigengewicht der Hybridstruktur, vorerst geschätzt:	2,0 kN/m

Da eine große antimetrische Last auftreten kann wird ein Lastanteil der Unterspannung unterhalb von 90% gewählt. Aus den Entwurfsdiagrammen lässt sich herauslesen, dass eine polygonale Unterspannung mit Lastanteilen der Unterspannung von 60 bis 80% bei der Stichhöhe von 2m zu einer effektiven Hybridstruktur führt. Aufgrund des zur Verfügung stehenden Konstruktionsraumes ist ein Stich mit f = l/10 möglich. Ein Hybridsystem mit höherem Lastanteil des Trägers wird zu Gunsten eines geringeren Konstruktionsgewicht nicht gewählt.

Aus dem Diagramm 2 -6 ist zu ersehen, dass die Verformung der Struktur unter der auftretenden Last durch eine spannungslose Überhöhung ausgeglichen werden kann. Unter Vollast ist die Durchbiegungsbeschränkung von $\delta_{max} < L / 250$ in Trägermitte einzuhalten, dies führt zur erforderlichen Steifigkeit des Hybridsystems

$$\text{erf. } S = 250 \cdot q \cdot l^3 = 250 \cdot 22 \text{ kN/m} \cdot (20\text{m})^3 = 44000 \text{ MNm}^2$$

Die Steifigkeiten der Einzelsysteme errechnen sich nach den bekannten Formel

Steifigkeit des Trägers: $972 / 11 \cdot EI$

Steifigkeit der Unterspannung: $72 \cos \alpha \cdot f^2 \cdot EA$

Mit der Wahl eines Trägers IPE 500 folgt die erforderliche Steifigkeit der Unterspannung:

$44\,000 \text{ MNm}^2 – 4{,}82 \cdot 10\text{-}4 \text{ [m}^4\text{]} \cdot 210\,000 \text{ [MN/m}^2\text{]} \cdot 972 / 11 = 35055 \text{ MNm}^2$

Mit der gewählten Stichhöhe von 2m folgt der erforderliche Seilquerschnitt der Unterspannung:

$$A_m = 35055\text{m}^4 / (72 \cdot 0{,}9578 \cdot (2\text{m})^2 \cdot 160000 \text{ MN/m}^2) = 794 \text{ mm}^2$$

gewähl wird ein vollverschlossenes Spiralseil mit einem Durchmesser von 31 mm und einem metallischen Querschnitt von 634 mm² .

Der Wert wird unterschritten, da aufgrund einer möglichen antimetrischen Belastung ein Hybridsystem mit einem Lastanteil des Seils unter 80% ausgewählt wird. Die aufgrund der geringeren Systemsteifigkeit zu erwartende größere Verformung, kann durch eine Überhöhung der Tragstruktur ausgeglichen werden. Außerdem ist anhand des Diagramms bei dieser Wahl eine höhere Auslastung der Systeme zu erwarten.
Die gefundene hybride Struktur hat ein Konstruktionsgewicht von

Gewicht des Trägers + Gewicht des Seiles + Gewicht der Pendelstäbe (IPE 100)

$20m \cdot 90,7\ kg/m + 20,6m \cdot 6,8\ kg/m + 4m \cdot 8,1\ kg/m = 1986\ kg$

Demgegenüber hat ein HEA 600 als leichtester möglicher Biegeträger ein Gewicht von

$$20m \cdot 178\ kg/m = 3560\ kg$$

Zur Beurteilung der Effizienz der Hybridstruktur wird anhand der Tragsicherheitsnachweise der Auslastungsgrad der Einzeltragsysteme bestimmt. Für die Tragsicherheitsnachweise ergeben sich die Teilsicherheitsbeiwert behafteten Belastungen zu

Eigengewicht der Decke	1,35 ·10,0 kN/m	=	13,5 kN/m
Verkehrslast::	1,5 ·10,0 kN/m	=	13,5 kN/m
Eigengewicht der Hybridstruktur:	1,35 · 2,0 kN/m	=	2,7 kN/m
	$\sum$	=	31,2kN/m

Mit diesen γ - fachen Lasten erfährt das Seil eine Belastung von:

$$\max S_d = 508\ kN$$

Die Auslastung der Unterspannung folgt aus dem gemäß DIN 18800 zu führenden Nachweis:

$$\max S_d / Z_{R,d} < 1,0$$

$$508 / 555 = 0,92$$

der Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung des Trägers ist unter Ansatz einer Vorkrümmung zur Berücksichtigung der strukturellen Imperfektion gemäß DIN 18800, Teil 2 Element 204 zu führen. Die Vorkrümmung wird als gleichmäßige Ersatzbelasung deren Größe sich aus dem Stich der Vorkrümmung des Stabes in Höhe von l / 300 ergibt, der Belastung zugeschlagen.
Die Größe beträgt:

$$q_E = N \cdot 8 \cdot w_0 / l^2 = 483 \cdot 8 \cdot 20 / (300 \cdot 202) = 0,64$$

Mit dieser Zusatzlast folgen die Schnittgrößen für den Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung für den Träger:

$$M_{y,d} = 52016 \text{ kNcm}$$
$$N_d = 493 \text{ kN}$$
$$V_{z,d} = 157 \text{ kN}$$

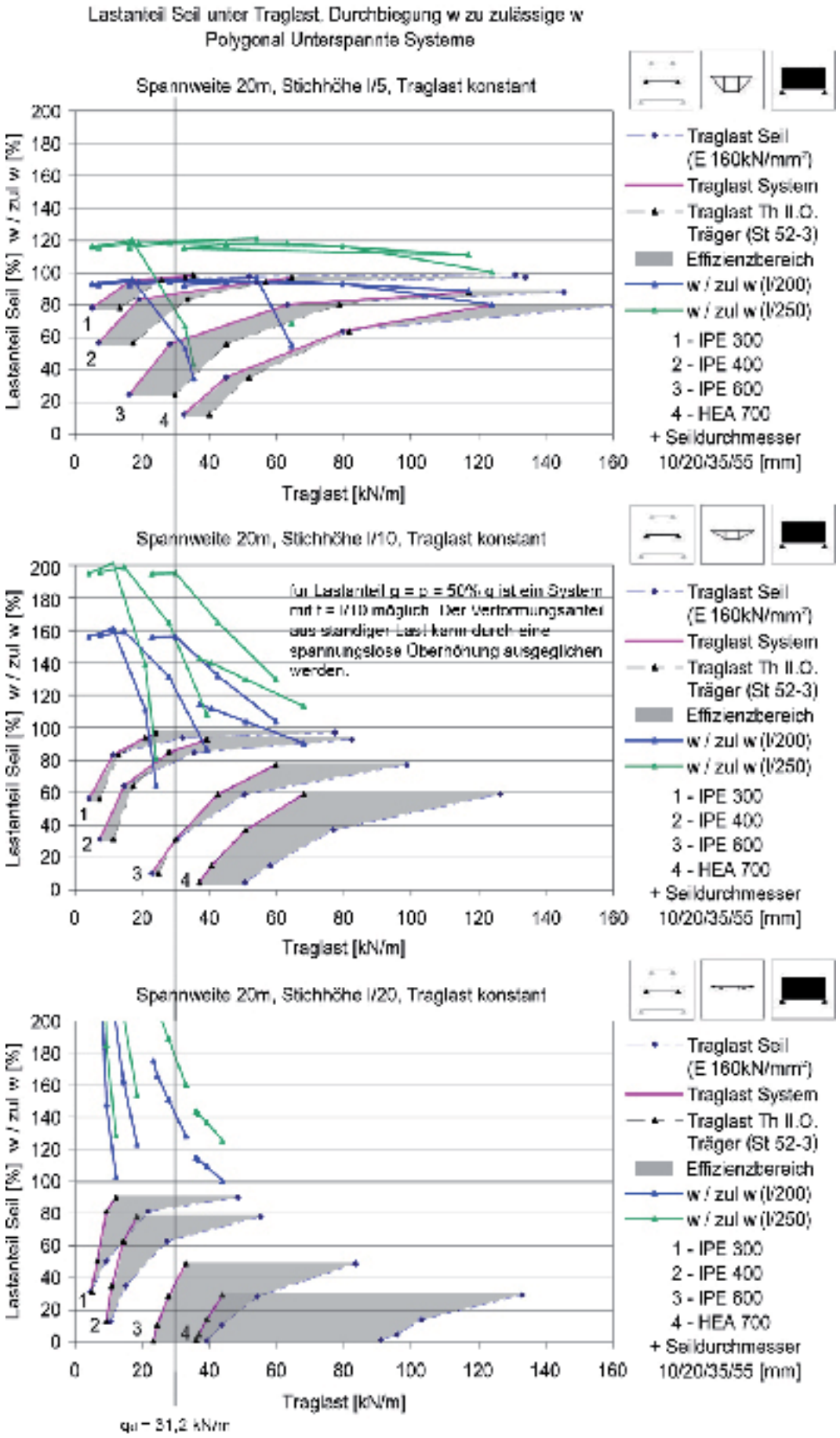
Der Nachweis ergibt unter Zulassung örtlich begrenzter Plastizierungen:
Mit diesen γ - fachen Lasten ergeben sich unten stehende Schnittgrößen:

$\sigma^{II} = 493 / 116 + (52016 + 493 \cdot 20{,}4) / (1{,}14 \cdot 1930) = 32{,}46 \text{ kN/cm}^2$

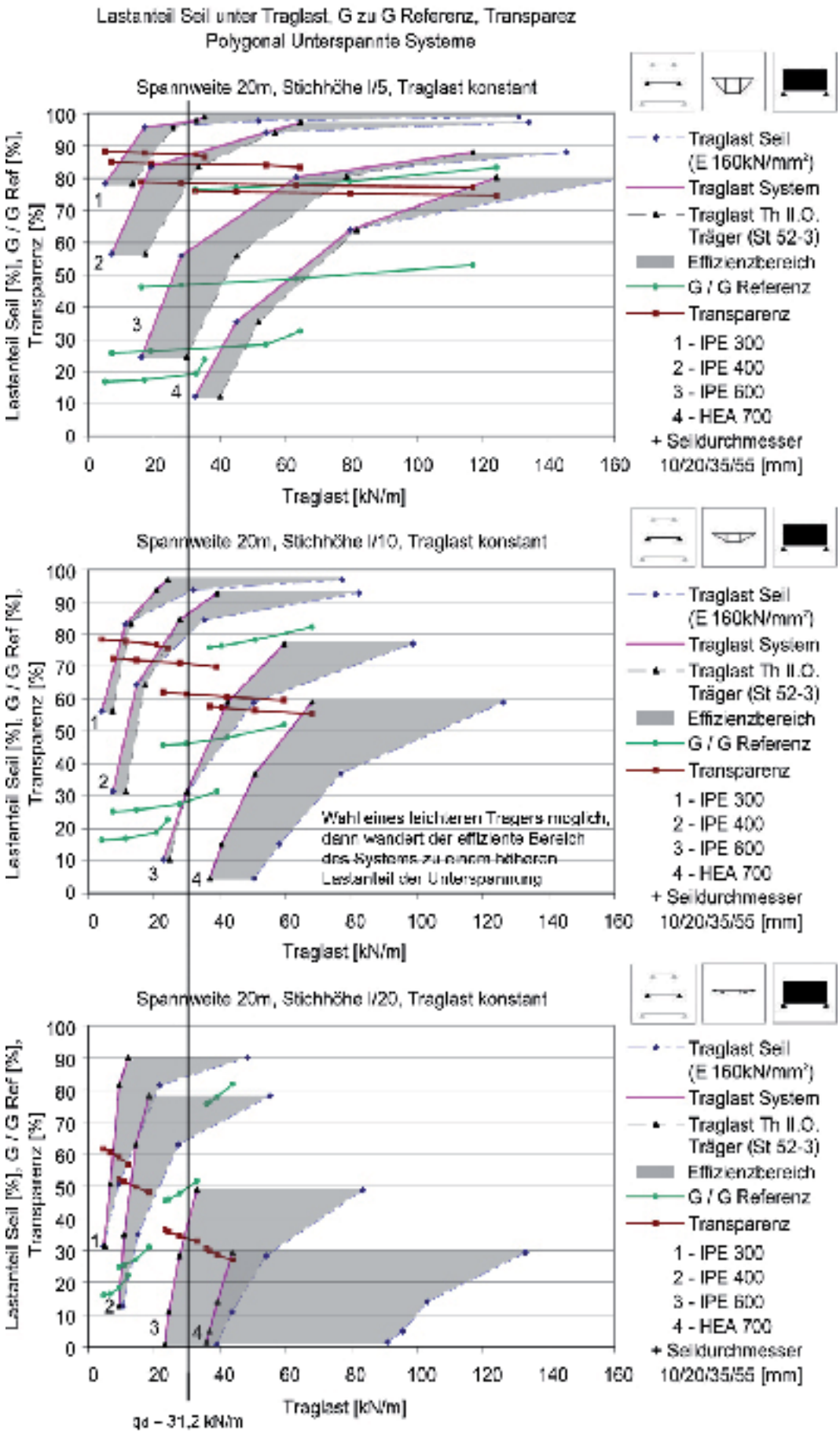
Damit folgt die Auslastung des Trägers:

$$\sigma / \sigma_{Rd} = 1{,}1 \cdot 32{,}46 / 36 = 0{,}99$$

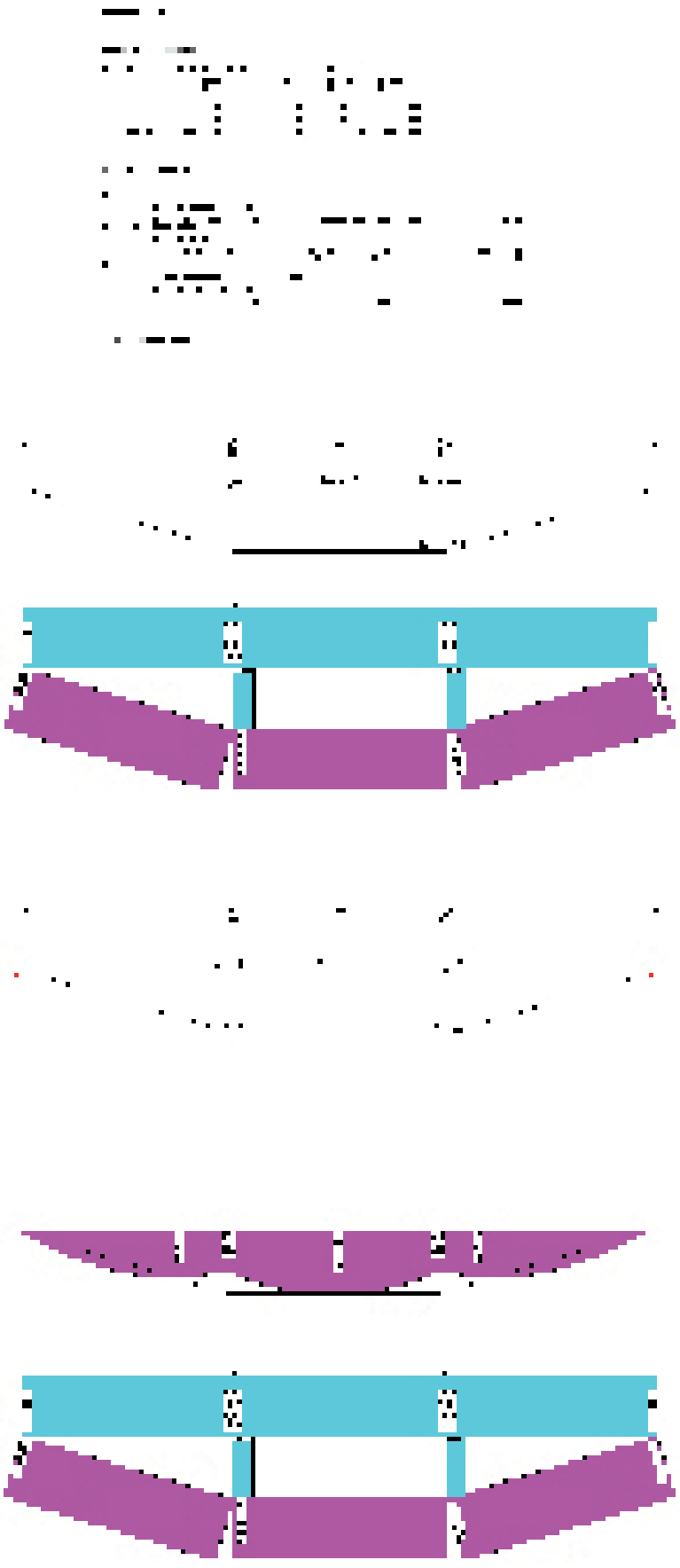
Die Berechnung mit dem Computerprogramm ergibt eine Verformung unter der 1,0 fachen Last von 14,4 cm. Die Struktur ist um 6,4cm spannungslos überhöht einzubauen.


Lastanteil Seil unter Traglast. Durchbiegung w zu zulässige w
Polygonal Unterspannte Systeme
Spannweite 20m, Stichhöhe l/5, Traglast konstant
Lastanteil Seil [%] w / zul w [%]
Traglast [kN/m]
Spannweite 20m, Stichhöhe l/10, Traglast konstant
für Lastanteil g = p = 50% g ist ein System mit f = l/10 möglich. Der Verformungsanteil aus ständiger Last kann durch eine spannungslose Überhöhung ausgeglichen werden.
Spannweite 20m, Stichhöhe l/20, Traglast konstant
Traglast Seil (E 160kN/mm²)
Traglast System
Traglast Th II.O. Träger (St 52-3)
Effizienzbereich
w / zul w (l/200)
w / zul w (l/250)
1 - IPE 300
2 - IPE 400
3 - IPE 600
4 - HEA 700
+ Seildurchmesser 10/20/35/55 [mm]

Anlage 2 - 1


Lastanteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparez
Polygonal Unterspannte Systeme
Spannweite 20m, Stichhöhe l/5, Traglast konstant
Lastanteil Seil [%], G / G Ref [%], Transparenz [%]
Traglast [kN/m]
Traglast Seil (E 160kN/mm²)
Traglast System
Traglast Th II.O. Träger (St 52-3)
Effizienzbereich
G / G Referenz
Transparenz
1 - IPE 300
2 - IPE 400
3 - IPE 600
4 - HEA 700
+ Seildurchmesser 10/20/35/55 [mm]
Spannweite 20m, Stichhöhe l/10, Traglast konstant
Wahl eines leichteren Trägers möglich, dann wandert der effiziente Bereich des Systems zu einem höheren Lastanteil der Unterspannung
Spannweite 20m, Stichhöhe l/20, Traglast konstant
qd = 31,2 kN/m

Anlage 2 - 2



Anlage 2 - 3 bis 2 - 8

Beispiel 4.3

Brettschichtholzträger

In Beispiel 4.3 wird ein unterspannter Brettschichtholzträger vorbemessen. Die Systemgeometrie und die Belastung sind analog zu [20, Bsp. 6.1.4] gewählt, damit sind die Ergebnisse - in [20] wird ein Einfeldträger bemessen – vergleichbar. Der Parallelträger aus Brettschichtholz ist Teil eines Dachtragwerks mit einer Spannweite von 15m. Das Umgebungsklima entspricht dem eines beheizten Innenraumes.
Nachfolgend ist die Belastung mit Teilsicherheitsbeiwerten aufgeführt:

Verkehrslast :	1,5 · 3,75 kN/m	5,63 kN/m
Gewicht der Eindeckung :	1,35 · 5,0 kN/m	6,75 kN/m
Summe:	q_z = 8,75 kN/m	$q_{z,d}$ = 12,4 kN/m

Der Träger wird durch eine konstante Belastung beansprucht, so dass ein Tragsystem mit hohem Lastanteil der Unterspannung gewählt werden kann. Für das Dachtragwerk wird ein großer Stich gewählt, damit die Möglichkeit über die Tragwerksgeometrie die Beanspruchungen gering zu halten genutzt wird.

Aus den Untersuchungen ging hervor, dass Hybridsysteme mit sehr hohem Lastanteil der Unterspannung mit einer parabolischen Unterspannungsgeometrie höhere Traglasten als polygonal unterspannte Systeme aufweisen.

Zur Beurteilung des Verhaltens eines Brettschichtholzträgers mit Hilfe der Diagramme ist die äquivalente Biegesteifigkeit EI eines Stahlträgers zu bestimmen. Die Biegesteifigkeit eines Brettschichtholzträgers der Güteklasse GL28c mit einen Querschnitt b/h 12/36[cm] entspricht der Biegesteifigkeit eines Stahlträgers von

$$I_{träger} \cdot E_{GL28c} / E_{St52-3} = 12 \cdot 36^3 / 12 \cdot 12600 / 21000 = 27\,994 cm^4,$$

dies liegt in der Größenordnung zwischen einem Profil IPE 400 und IPE 450.
Aus den Diagrammen für die Spannweiten 10m und 20m ist zu erkennen, dass eine Ausnutzung der Querschnitte Biegeträger und Seil mit Wahl hoher Lastanteile der Unterspannung gut mit einer parabolischen Seilführung erreicht werden kann. Dadurch wird auch die Beanspruchung des Biegeträgers quer zur Faser durch die Pendelstäbe gering gehalten.

Unter diesen Voraussetzungen wird eine parabolische Unterspannung mit einem Stich von f = 2,50m und einem Abstand der Pendelstäbe von 1,50m vorgesehen.

Die erforderliche Steifigkeit des Hybridsystems bestimmt sich über die Durchbiegungsbeschränkung von $\delta_{max} < L / 200$ unter Vollast.

$$\text{erf. } S = 200 \cdot q \cdot l^3 = 200 \cdot 8{,}75 \text{ kN/m} \cdot (15\text{m})^3 = 5\,906 \text{ MNm}^2$$

Die Steifigkeiten der Einzelsysteme errechnen sich nach den bekannten Formel

Steifigkeit des Trägers: $384 / 5 \cdot EI$

Steifigkeit der Unterspannung: $128 / 3 \cdot f^2 \cdot EA$

Es wird ein Brettschichtholzträgers b/h = 12/36cm aus einer Holzgüte GL28c mit einem E-Modul von E_{mean}= 12600 N/mm² bzw. $E_{0,05}$= 10500 N/mm² gewählt. Der Knicknachweis des Trägers wird als Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung geführt. In DIN 1052 Abschnitt 11 ist gefordert, die Verformungen für diesen Nachweis mit den 5% Fraktilwerten der Steifigkeit zu führen. In einer hybriden Tragstruktur führt der Ansatz einer geringeren Biegesteifigkeit des Trägers zu einer geringeren Belastung, so dass die Berechnung mit dem höheren E-Modul geführt wird. Allerdings wird bei der Wahl der Unterspannung die Steifigkeit des Trägers mit dem 5% Fraktilwert bestimmt, so dass die größeren Materialunterschiede im Holzbau ihre Berücksichtigung finden. Die erforderliche Steifigkeit der Unterspannung berechnet sich zu:

$5\,906\ MNm^2 - 0{,}12 \cdot (0{,}36)^3/12\ [m^4] * 10\,500\ [MN/m^2] \cdot 384/5 =$
$5\,906\ MNm^2 - 376\ Mnm^2 = 5529\ Mnm^2$

Mit dieser Wahl übernimmt die Unterspannung in der Hybridstruktur 94% der Last, das Verhältnis der Steifigkeiten Träger zu Seil beträgt 7 Prozent. Zur Ermittlung des metallischen Seilquerschnitts muss aufgrund des nichtlinearen Seilverhaltens ein Anpassungsfaktor von 1,4 berücksichtigt werden.
Der metallische Seilquerschnitt folgt mit der gewählten Stichhöhe von 2,5m und der Wahl eines offenen Spiralseiles OSS zu:

$$\text{erf } A_{Seil} = 1{,}4 \cdot (5\,529[MNm^2] \cdot 3) / (128 \cdot 2{,}5^2[m^2] \cdot 160\,000[MN/m^2] = 181[mm^2]$$

es werden zwei Seile mit einem Durchmesser von 12mm gewählt, dies entspricht einem metallischen Querschnitt von 2x 87mm² = 174 mm².

Demgegenüber wurde im Beispiel aus [20] ein Brettschichtholzträger mit den Querschnittsabmessungen b/h = 16/90cm bemessen. Nachfolgend wird noch exemplarisch der Tragsicherheitsnachweis mit Theorie II. Ordnung gemäß DIN 1052 geführt. In der Praxis soll die Berechnungsformel nur zur Bestimmung der Tragwerkscharakteristik und zur überschlägigen Festlegung der Querschnitte genutzt werden. Die Detailnachweise und der Einsatz von Rechenprogrammen ist bei der Ermittlung der Schnittgrößen wegen der Nichtlinearitäten im Verhalten der Unterspannung unabdingbar.

Die Vergleichsrechnung mittels eines Rechenprogramms führt zu einer Verformung der Struktur von 71,8mm unter 1,0 fachen Lasten für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit und zu einer Verformung des Trägers von 10,0 cm unter γ – fachen Lasten. Im Beispiel ergeben sich

unter den γ - fachen Lasten unten stehende Schnittgrößen:

Träger: $M_{y,d} = 2549$ kNcm
$F_d = 125$ kN
$V_{z,d} = 15$ kN

Seil: $\max S_d = 148$ kN

Der Stabilitätsnachweis wird als Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung geführt. Zur Erfassung der strukturellen Imperfektion ist für das Ausweichen in der Momentenebene eine Vorkrümmung mit dem Stich w 0 = 0,0025 l anzusetzen. Damit ergeben sich für den Stabilitätsnachweis die Schnittgrößen

$M^{II}_{y,d} = 2549$ kNcm $+ 125 \cdot (10\text{cm} + 0{,}0025 \cdot 1500)$
$= 2549 + 1719 = 4268$ kNcm
$M^{II}_{z,d} = 125 \cdot 0{,}0025 \cdot 500 = 156$ kNcm
$F_d = 125$ kN
$V_{max} = 14{,}77$ kN

Der Nachweis lautet:

$$(\sigma^{II}_{c,o,d} / f_{c,o,d})^2 + \sigma^{II}_{m,y,d} / f_{m,y,d} + k_{red} \cdot \sigma^{II}_{m,y,d} / f_{m,y,d} \leq 1$$

Die Bemessungswerte werden mit einem Modifikationsfaktor von 0,9 für eine kurze Einwirkungsdauer bestimmt. Für den oben stehenden Nachweis wird bei vorhandenem h/b Verhältnis kleiner 4 ein Reduktionsfaktor kred = 0,7 berücksichtigt.
Bemessungswerte für eine Festigkeitsklasse GL28c:

$f_{c,o,d} = k_{mod} \cdot X_k / \gamma_M = 0{,}9 \cdot 2{,}4 / 1{,}3 = 1{,}66$ kN/cm²
$f_{m,y,d} = f_{m,z,d} = k_{mod} \cdot X_k / \gamma_M = 0{,}9 \cdot 2{,}8 / 1{,}3 = 1{,}94$ kN/cm²
$f_{v,d} = k_{mod} \cdot X_k / \gamma_M = 0{,}9 \cdot 0{,}35 / 1{,}3 = 0{,}24$ kN/cm²

Die Spannungen im Querschnitt haben die Größe:

$\sigma^{II}_{c,o,d} = F_d / A = 125 / (12 \cdot 36) = 0{,}29$ kN/cm²
$\sigma^{II}_{m,y,d} = M^{II}_{y,d} / W_y = 4268 / (12 \cdot 362 / 6) = 1{,}65$ kN/cm²
$\sigma^{II}_{m,z,d} = M^{II}_{z,d} / W_z = 156 / (36 \cdot 122 / 6) = 0{,}18$ kN/cm²

Mit diesen Werten wird der Stabilitätsnachweis als Spannungsnachweis Th II. Ordnung geführt:

$(0{,}29 / 1{,}66)^2 + 1{,}65 / 1{,}94 + 0{,}7 \cdot 0{,}18 / 1{,}94 =$
$0{,}04 + 0{,}85 + 0{,}06 = 0{,}95 < 1$

der Schubnachweis führt zu dem Ergebnis:

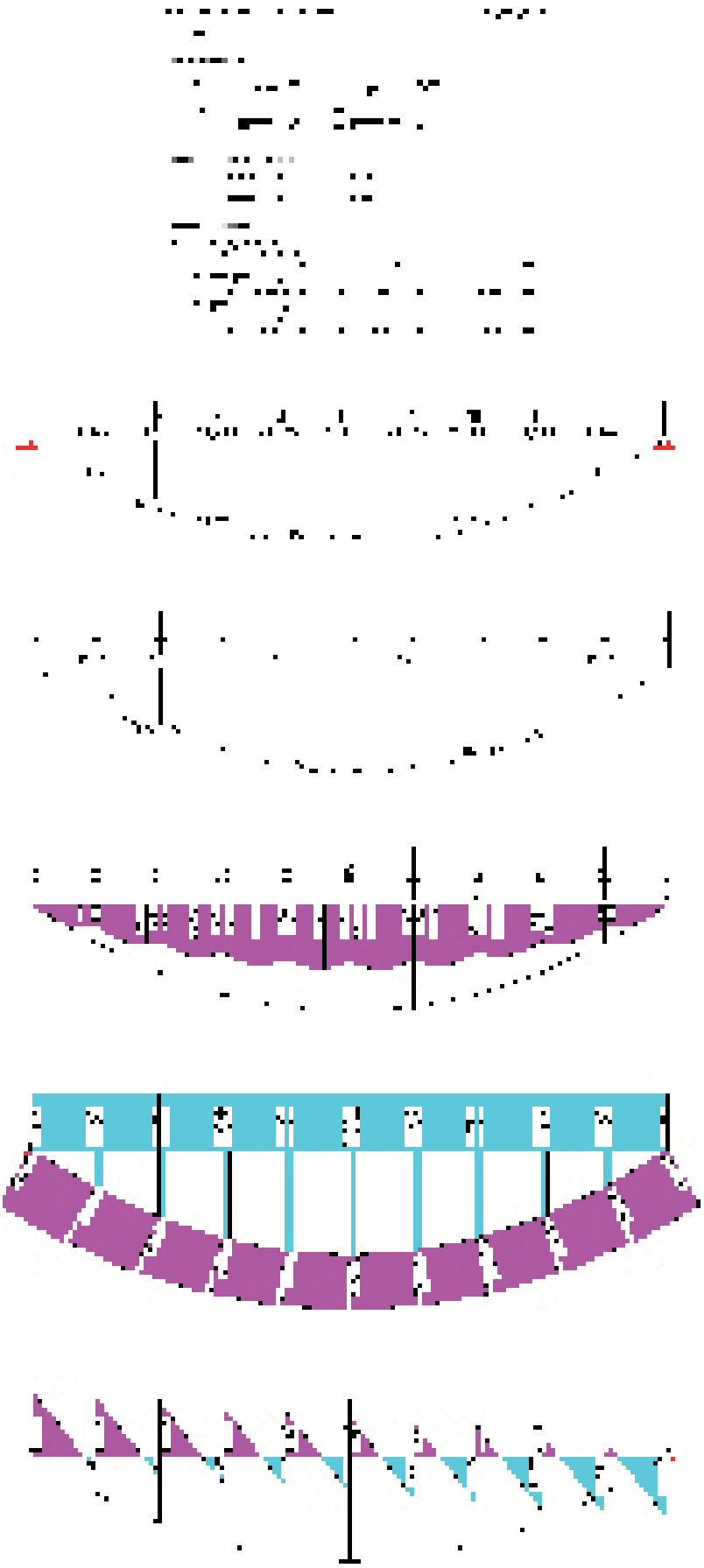
$\tau = 1{,}5 \cdot 14{,}77 / (12 \cdot 36) = 0{,}05$ kN/cm²

$$\tau / \tau_{v,d} < 1 \qquad 0{,}05 / 0{,}24 = 0{,}21 < 1$$

der Nachweis der Seile – 2 x OSS Ø 12mm - lautet:

$$\max S_d / Z_{R,d} < 1{,}0$$

$$148 / (2 \cdot 81) = 0{,}91$$



Anlage 3 - 1 bis 3 - 6

5 Anhang

Im Anhang wird die Ermittlung der Systemtraglasten der polygonal unterspannten Hybridstrukturen dargestellt. Die Grundlagen für diese Ermittlung und das Vorgehen sind analog zu dem für die parabolisch unterspannten Systeme (vergleiche hierzu Kapitel 1, Abschnitt 1.4,Seite 32ff).

Das Tragverhalten der polygonal unterspannten Hybridsysteme mit senkrechten Pendelstäben unterscheidet sich, wegen der konzentrierten Lastverteilung der Einzelsysteme an den Pendelstäben, von dem der parabolisch unterspannten Strukturen.

Ein annähernd kontinuierlich parabolischer Verlauf ist nur für Systeme mit hohem Lastanteil des Biegeträgers zu sehen. Mit zunehmender Steifigkeit der Unterspannung weist die Momentenlinie deutlicher werdende Knicke infolge der konzentrierten Lastverteilung an den Koppelstellen zur Unterspannung auf. Im Gegensatz zu den parabolisch unterspannten Hybridsystemen mit kontinuierlicher Kopplung der Einzelsysteme wird an den beiden Koppelstellen der polygonal unterspannten Hybridstrukturen der Querkraftanteil entsprechend der Steifigkeiten der Einzelsysteme konzentriert in das Seil eingeleitet. Für Hybridsysteme mit hohem Lastanteil der Unterspannung gleicht der Momentenverlauf des Trägers dem eines Balkens auf vier Stützen. Das Moment wechselt im Bereich der Einzelsystemkopplungen das Vorzeichen, die Krümmungsrichtung des Biegeträgers ändert sich.

Aufgrund der Änderung der Krümmungsrichtung reduziert sich die Knicklänge des Trägers, die Knicklast des Systems ist größer. Wird der Stabilitätsnachweis als Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung geführt, wirkt sich der Vorzeichenwechsel im Momentenverlauf und die damit einhergehende Verringerung des Feldmoments positiv auf die Knicklast aus. Die Normalkraft im Träger ist konstant und hat die Größe der Seilkraft in Systemmitte.

Analog zu den parabolisch unterspannten Hybridsystemen, ist in den nachfolgenden drei Diagrammen die Traglast der Unterspannung und die Traglast der Träger, als kleinerer Wert des Spannungsnachweises nach Theorie II. Ordnung und des elastisch- plastischen Tragsicherheitsnachweises, auf der Ordinate und der Lastanteil des Seiles auf der Abszisse aufgetragen. Wieder ist für das Versagen des Trägers in allen untersuchten Hybridsystemen der Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung maßgebend.

Wie für die parabolisch unterspannten Systeme sind in den Diagrammen jeweils die Werte der vier Hybridsysteme mit gleicher Biegeträgersteifigkeit zu einer Kurve zusammengefasst. Es sind jeweils zwei Kurven, eine für die Traglast der Unterspannung und eine für die Traglast des Trägers, für die Hybridsysteme, gleicher Biegeträger kombiniert mit den vier Seilquer-schnitten, dargestellt. Maßgebend für die Systemtraglast ist die Kurve mit den kleineren Werten.

Die Traglastkurve der Unterspannung bestimmt innerhalb der Hybridsysteme mit einer großen Stichhöhe für alle untersuchten Träger-Seil- Kombinationen die Systemtraglast. Eine Ausnahme bilden die vier Hybridsysteme mit größtem Seilquerschnitt und dem System mit kleinstem

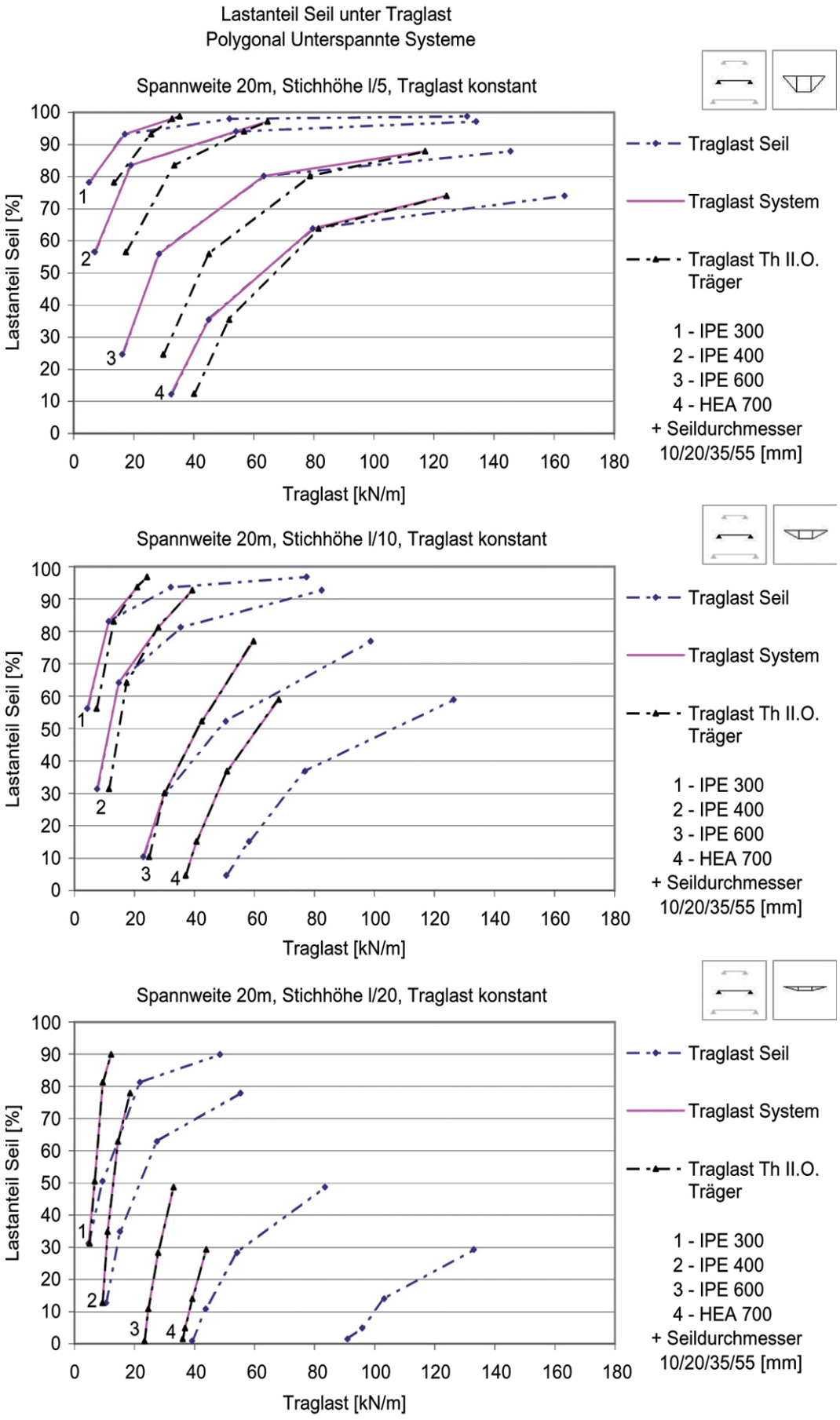


Diagramm 1 - 31a

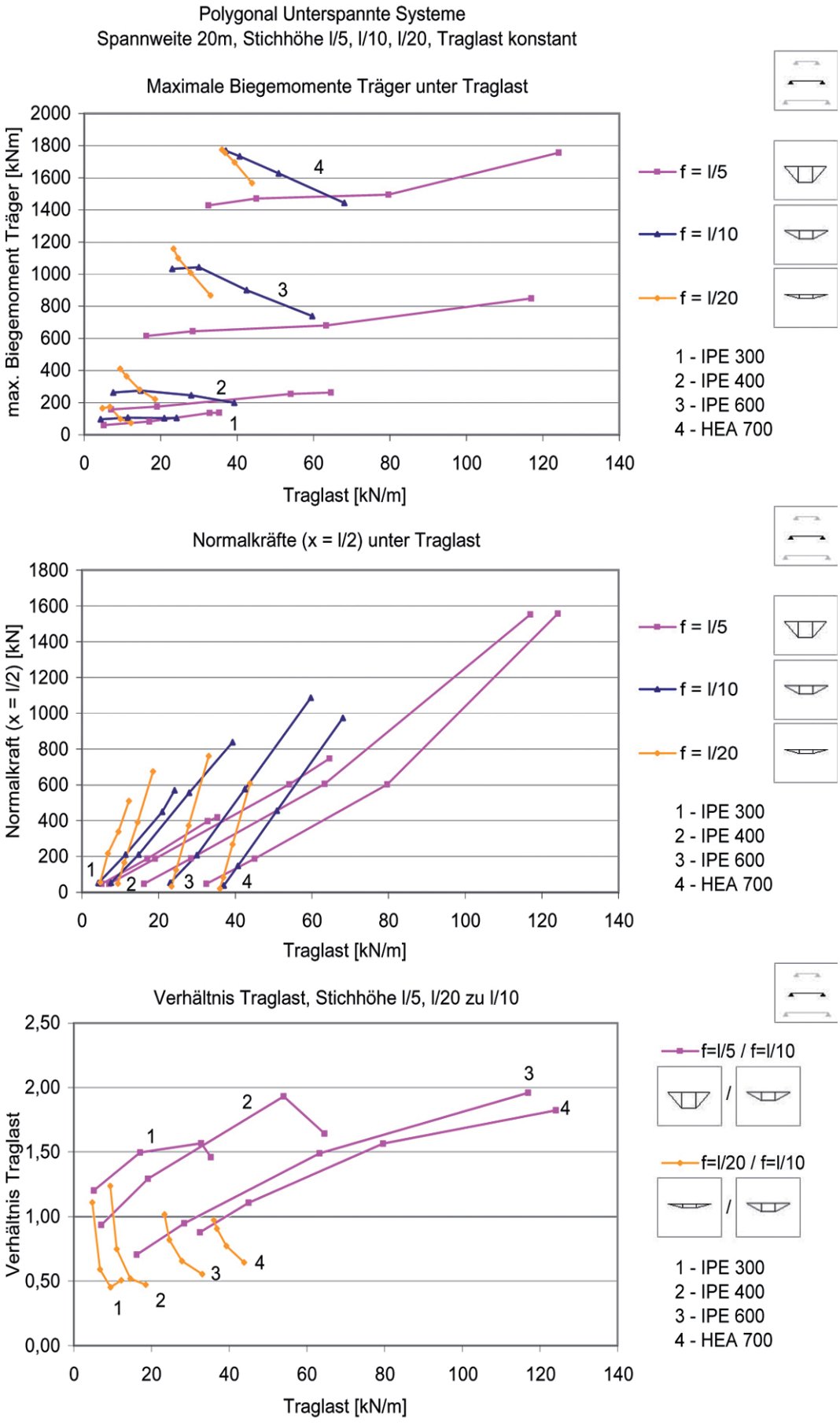


Diagramm 1 - 31b

Trägerprofil und zweitgrößtem Seilquerschnitt.

Diese Kurven verlaufen für die untersuchten Hybridsysteme, gleicher Biegeträger kombiniert mit den vier Seilquerschnitten, vor den zugehörigen Traglastkurven der Träger und schneiden diese Kurven im Bereich zwischen zweitgrößtem und größtem Seilquerschnitt, im Falle des Systems mit kleinster Trägersteifigkeit zwischen beiden mittleren Seildurchmessern; ab hier wird der Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung der Träger maßgebend.

Unterschiedliche Verläufe in Abhängigkeit der Einzelsystemsteifigkeiten zeigen die Traglastkurven der Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe von f = l / 10. Auch die polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben zeigen, wie schon die Hybridsysteme mit parabolischer Unterspannung, den prinzipiellen Verlauf der zuvor beschriebenen Systeme mit großem Seilstich. Die Traglastkurve des Biegeträgers liegt hinter der zugehörigen Traglastkurve des Seils und wird von dieser im Bereich zwischen den beiden untersuchten mittleren Seilquerschnitten gekreuzt. Bis zum Schnittpunkt bestimmt das Seilversagen die Traglast des Hybridsystems, danach ist dass Trägerversagen maßgebend für die Traglast der Hybridstruktur. Eine Ausnahme bilden die Hybridsysteme mit größtem Trägerprofil. Die Systemtraglast wird allein von der Traglast der Biegeträger bestimmt, die Traglastkurve der Unterspannung verläuft deutlich hinter der des Trägers und schneidet diese nicht.

Der Verlauf der Traglastkurven für Hybridsysteme mit kleiner Stichhöhe der Unterspannung ist für alle untersuchten Systeme prinzipiell gleich, der Abstand der Traglastkurven der Einzelsysteme Träger und Seil der Hybridsysteme mit gleichem Biegeträgerprofil nimmt mit zunehmender Biegesteifigkeit des Trägers und zunehmendem Seilquerschnitt zu. Die Traglast des Systems wird allein durch die Traglast des Biegeträgers bestimmt, die Kurven der Einzelsysteme schneiden sich nicht. Einzige Ausnahme ist das Hybridsystem mit kleinstem Trägerprofil und kleinstem Seilduchmesser, hier liegt die Traglast des Seiles knapp unterhalb der Traglast des Biegeträgers.

Anhand der Schnittgrößenverläufe der Hybridsysteme unter der Traglast, abgebildet in Diagramm 1 - 31b, ist zu erkennen, dass im Gegensatz zu den parabolisch unterspannten Systemen die Biegemomente der Träger in Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe von f = l/5 ansteigen. Analog zu den parabolisch unterspannten Hybridsystemen steigt die Normalkraft mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts stark an und die Bie-gemomente der Träger nehmen in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l/10 und f = l/20 mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts ab. Für die polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstä-ben ist der Zuwachs der Normalkraft in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l/10 und f = l/20 nur für die Hybridsysteme mit den beiden größeren Trägerprofilen deutlich kleiner im Vergleich zu den Hybridsystemen mit großer Stichhöhe. Für die Hybridstrukturen mit den beiden biegeweicheren Trägern ist der Normalkraftzuwachs von zweitgrößtem zu größtem Seilquerschnitt für die Systeme mit kleinerer Stichhöhe größer.

Das Verhältnis der Traglasten der untersuchten Hybridsysteme unterschiedlicher Stichhöhe, Systemtraglast f = l/5 und f = l/20 zur System-

traglast f = l/10, ist im Diagramm über der jeweiligen Systemtraglast aufgetragen.

Die Kurve der Hybridsysteme mit dem kleinsten Biegeträgerquerschnitt zeigt durchgängig höhere Traglasten, allerdings knickt der Kurvenverlauf ab und erreicht nur noch die anderthalbfache Traglast im Vergleich zu querschnittsgleichen Systemen mit kleinerem Stich. Die das Verhalten der Hybridstrukturen mit nächstgrößerem Trägerprofil abbildende Kurve zeigt für den kleinsten Seilquerschnitt eine kleinere Traglast im Vergleich zu den Systemen mit kleinerer Stichhöhe, erreicht mit dem zweitgrößten Seilquerschnitt den Maximalwert knapp unter zwei und fällt dann, wie schon das System mit kleinstem Trägerprofil, ab. Die Kurven der Hybridsysteme mit den beiden größten Biegeträgerprofilen verlaufen prinzipiell wie die Kurven der parabolisch unterspannten Systeme, allerdings mit kleineren Maximalwerten aber höheren Verhältniswerten in Kombination mit dem zweitgrößten Seilquerschnitt. Wieder erreichen diese Systeme in der Kombination mit dem kleinsten Seilquerschnitt nicht die Traglast der Hybridsysteme mit kleinerer Stichhöhe. Für die untersuchten Hybridsysteme mit dem zweitgrößten Biegeträgerprofil sind die Traglasten auch in der Kombination mit dem nächstgrößeren Seilquerschnitt kleiner im Vergleich zu dem querschnittsgleichen System mit kleinerer Stichhöhe.

Prinzipiell gleich zu den parabolisch unterspannten Hybridsystemen verlaufen die Verhältniskurven der Systemtraglasten f = l/20 zu f = l/10. Hier erreichen die Hybridsysteme mit kleinstem Seilquerschnitt die gleichen oder größere Traglasten im Vergleich zu Systemen mit größerer Stichhöhe. Mit größer werdendem Seilquerschnitt liegen die Traglasten unter den querschnittsgleichen Systemen mit größerem Stich und erreichen Systemtraglasten die um die Hälfte kleiner sind als die Traglasten der untersuchten Hybridsysteme mit einer Stichhöhe von f = l/10.

Unter antimetrischer Last, dargestellt in Diagramm 1-32a- weisen die polygonal unterspannten Systeme mit steifen Biegeträgern, der Lastanteil des Trägers erreicht Werte über 70%, den gleichen Biegemomentenverlauf wie die parabolisch unterspannten Systeme auf; der Bauch der Parabel im Verlauf des Moments verschiebt sich auf die Seite der größeren Last. Mit steifer werdender Unterspannung wird der Parabelabschnitt unter der größeren Last bauchiger, der Momentenverlauf weist leichte Knicke an den Systemkoppelstellen auf. Für Lastanteile der Unterspannung über 65% schlägt das Biegemoment im Bereich des Pendelstabes auf der Seite der geringeren Belastung durch und gleicht dem Momentenverlauf eines Durchlaufträgers.

Analog dem Verhalten der parabolisch unterspannten Hybridsysteme gleicht der Verlauf der Traglastkurven der polygonal unterspannten Systeme mit geraden Pendelstäben unter antimetrischer Belastung dem Kurvenverlauf unter konstanter Last.

Für Hybridsysteme mit einer großen Stichhöhe verlaufen die Traglastkurven der Seile für alle vier Hybridsystemkurven, gleicher Biegeträger kombiniert mit den vier Seilquerschnitten, vor den Traglastkurven der Träger und schneiden diese Kurven im Bereich zwischen größtem und zweitgrößtem bzw. zweit- und drittgrößtem Seilquerschnitt. Für die Hybridsysteme mit größtem Seildurchmesser ist in allen untersuchten Sys-

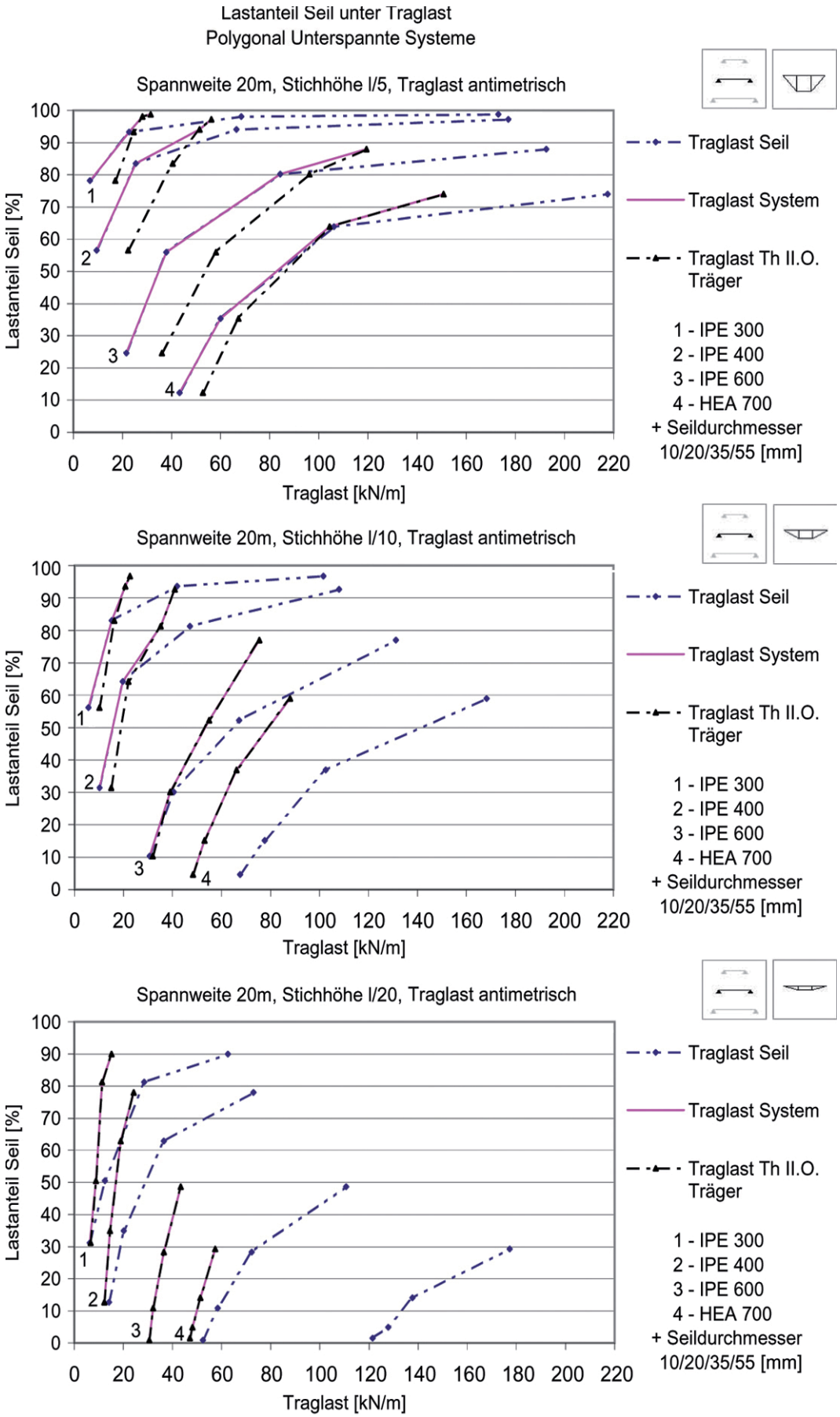


Diagramm 1 - 32a

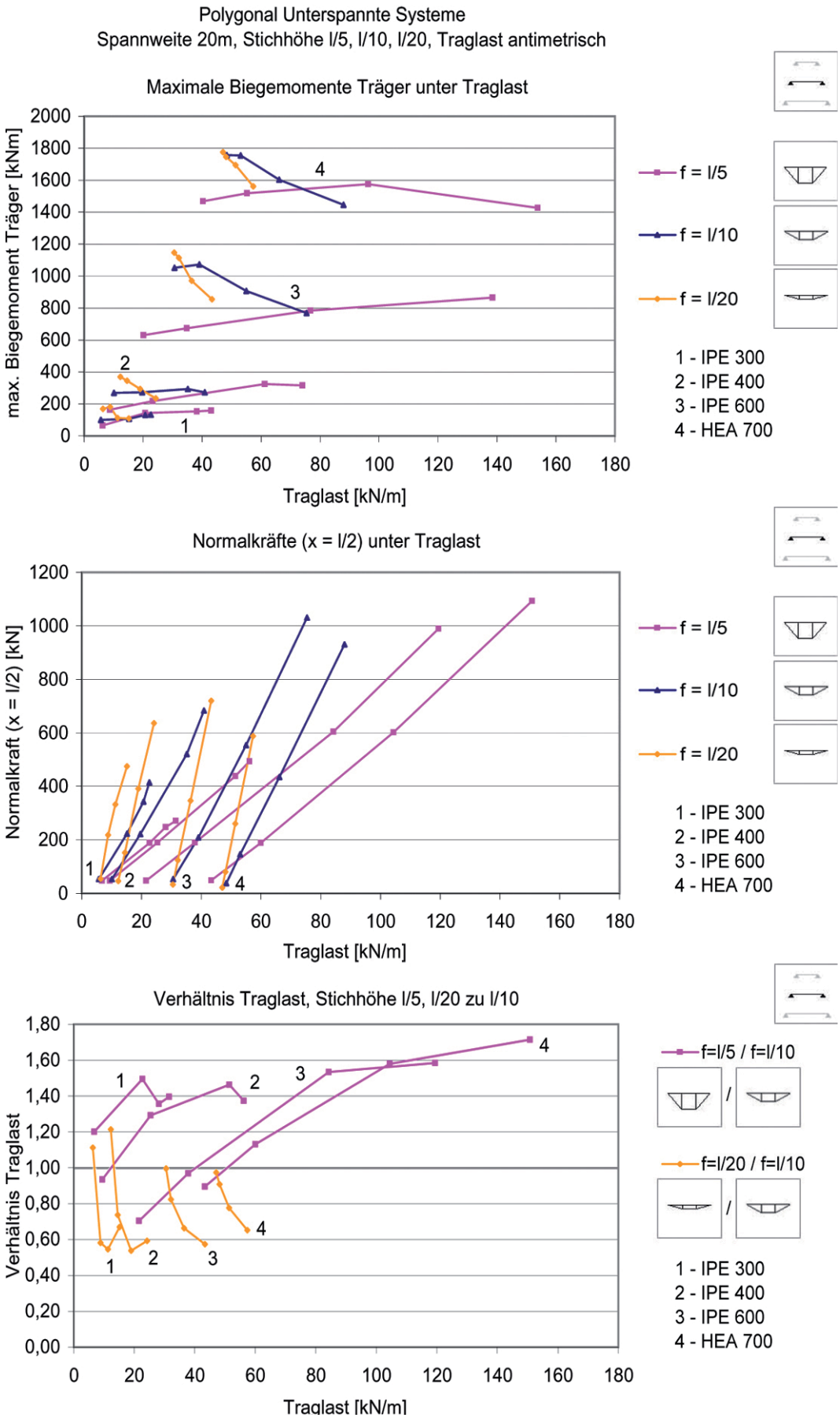


Diagramm 1 - 32b

temen der Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung der Biegeträger maßgebend. Außerdem ist die Traglast der Träger auch für die beiden Hybridsyteme mit kleineren Trägerprofilen und den zweitgrößten Seilquerschnitten bestimmend. Unter konstanter Last war der Träger nur für das Hybridsystem mit kleinstem Trägerprofil in Kombination mit dem zweitgrößten Seildurchmesser maßgebend für die Systemtraglast.

Auch für die Systeme mit einer Stichhöhe von f = l /10 gleicht der Kurvenverlauf unter antimetrischer Last dem unter konstanter Belastung. Für die Hybridsysteme mit den beiden biegeweicheren Trägern verläuft die Traglastkurve des Seiles vor der Traglastkurve des Trägers und schneidet diese im Bereich zwischen den beiden untersuchten mittleren Seilquerschnitten bzw. zwischen den beiden kleinen Seilquerschnitten. Hinter dem Schnittpunkt ist die Traglast des Biegeträgers maßgebend, davor bestimmt die Traglast der Seile die Systemtraglast. Die untersuchten Hybridsysteme mit dem biegesteifsten Träger zeigen schon den Verlauf der Systeme mit kleiner Stichhöhe. Wie unter konstanter Last bestimmt in allen Systemen mit kleiner Stichhöhe die Tragfähigkeit der Biegeträger unter antimetrischer Belastung die Systemtraglast. Die Traglastkurven des Seiles und des Trägers schneiden sich nicht und der Abstand der Kurven zueinander nimmt mit größer werdender Biegesteifigkeit und größer werdendem Seilquerschnitt zu.

Die Schnittgrößenverläufe der Hybridsysteme unter der Traglast im voran stehenden Diagramm lassen erkennen, dass die Biegemomente der Träger in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l / 5 unter antimetrischer Last anwachsen, nur für die Systeme mit größtem Trägerquerschnitt knickt die Kurve nach dem zweitgrößten Seilquerschnitt ab. Da ein Anwachsen der Biegemomente für diese Systeme auch unter konstanter Last zu beobachten war, ist die Steigerung der Momente unter antimetrischer Last im Gegensatz zu den parabolisch unterspannten Hybridstrukturen nicht sehr ausgeprägt. Im Falle der Struktur größter Biegeträger mit größtem Seilquerschnitt ist das Moment unter antimetrischer Last kleiner als unter konstanter Last.

Die Normalkraft steigt, wie schon unter konstanter Belastung, für alle untersuchten Hybridsysteme mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts an.

Die Biegemomente der polygonal unterspannten Träger unter antimetrischer Traglast steigen in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l/10 für alle Hybridsystemkurven, gleicher Biegeträger in Kombination mit den vier Seilquerschnitten, vom kleinsten Seildurchmesser hin zum nächstgrösseren an, danach weisen die Kurven einen Knick auf und fallen ab. Analog zu den parabolisch unterspannten Hybridsystemen nehmen die Biegemomente der Träger in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l/20, wie schon unter konstanter Belastung, mit jedem Wechsel zu einem Seil grösseren Querschnitts ab.

Der Zuwachs der Normalkraft in polygonal unterspannten Systemen mit Stichhöhen von f = l/10 und f = l/20 ist nur für die Hybridstrukturen mit den beiden größeren Trägerprofilen deutlich kleiner als bei den Hybridsystemen mit großer Stichhöhe. Wie schon bei den parabolisch unterspannten Systemen zeigen die Hybridsysteme mit den beiden bie-

geweicheren Trägern in Kombination mit den vier Seilquerschnitten einen grösseren Zuwachs der Normalkraft von dem zweitgrößten hin zum größten Seildurchmesser.

Das Verhältnis der Traglasten der untersuchten Hybridsysteme unter-schiedlicher Stichhöhe, Systemtraglast f = l/5 und f = l/20 zur Systemtraglast f = l/10, ist im Diagramm 1-32b über der jeweiligen Systemtraglast aufgetragen. Auch für polygonal unterspannte Systeme zeigt sich die An-

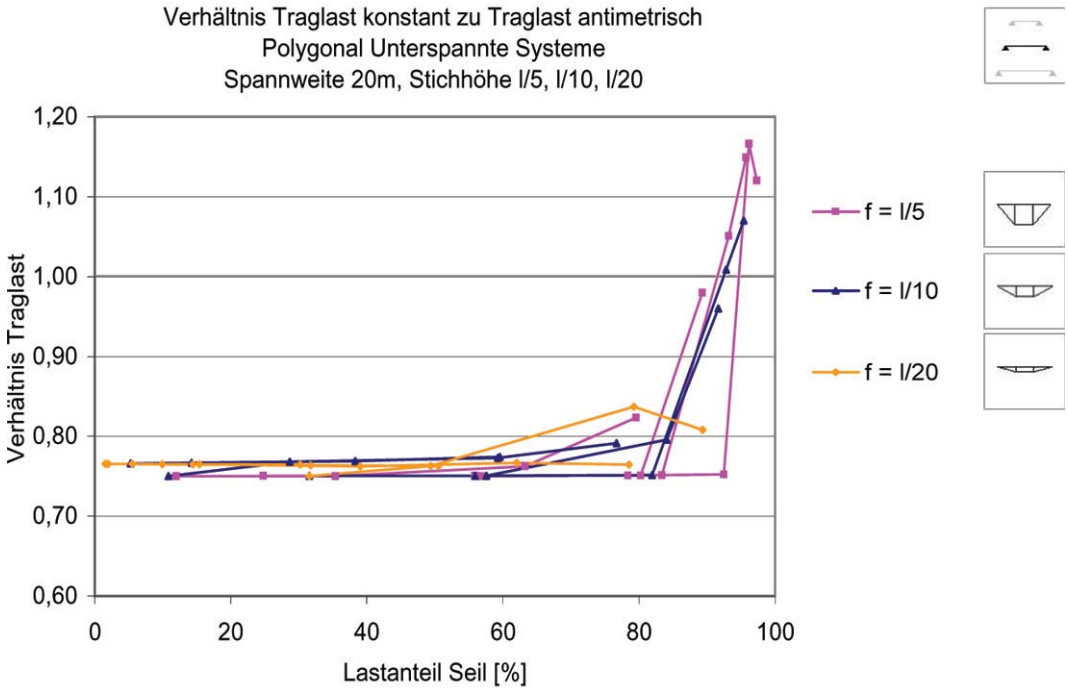


Diagramm 1 - 32c

fälligkeit der Hybridstrukturen mit hohen Lastanteilen der Unterspannung gegenüber einer antimetrischen Last. Die Kurven der Hybridsysteme mit den beiden biegeweicheren Trägern knicken, wie schon unter konstanter Last, ab und erreichen in Kombination mit den beiden größeren Seilquerschnitten nicht mehr die gleiche Traglast wie unter einer konstanten Belastung.

Hybridstrukturen mit Lastanteilen der Unterspannung unterhalb von 80% weisen unter antimetrischer Belastung den prinzipiell gleichen Verlauf der Kurven wie unter konstanter Belastung auf, die Hybridsysteme mit großer Stichhöhe und dem kleinsten Seilquerschnitt erreichen, mit Ausnahme des Hybridsystems mit kleinstem Biegeträgerprofil, nicht die Traglast der Hybridsysteme mit kleinerer Stichhöhe. Die Traglastkurven der Hybridstrukturen mit den beiden großen Trägerprofilen steigen bis hin zum zweitgrößten Seildurchmesser stetig an, flachen im weiteren Verlauf ab und erreichen nicht mehr die nahezu doppelte Traglast der Systeme mit einer Stichhöhe von f = l/10 wie unter konstanter Belastung.

Wie bereits unter konstanter Belastung verlaufen die Verhältniskurven der Systemtraglasten f = l/20 zu f = l/10 entsprechend gegensätzlich dazu. Die Hybridsysteme mit kleinstem Seilquerschnitt erreichen die gleichen oder größere Traglasten im Vergleich zu Systemen mit größerer

Stichhöhe. Mit größer werdendem Seilquerschnitt liegen die Traglasten unter den querschnittsgleichen Systemen mit größerem Stich und erreichen Werte die um knapp die Hälfte kleiner sind als die Traglasten der untersuchten Hybridsysteme mit einer Stichhöhe von f = l / 10.

Wie schon für die parabolisch unterspannten Hybridstrukturen sind in dem Diagramm 1-32c die Verhältnisse der Traglasten unter antimetrischer zu konstanter Belastung für die untersuchten Stichhöhen f = l/5, f = l/10 und f = l/20 über dem Lastanteil der Unterspannung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass Systeme mit Lastanteilen der Unterspannung von 80% und darüber anfällig auf eine antimetrische Belastung reagieren. Die Traglast dieser Systeme liegt deutlich über dem Verhältniswert von 0,75, der sich für die unterschiedlichen Belastungsgeometrien ergibt. Steigt der Lastanteil der Unterspannung über 93% an, wird die antimetrische Belastung, trotz kleinerer Gesamtlast im Vergleich zu einer konstanten Belastung, maßgebend für das Hybridsystem, die Werte im Diagramm liegen über dem Verhältniswert eins.

Das Tragverhalten der polygonal unterspannten Hybridsystems mit geneigten Pendelstäben - dargestellt in den Diagrammen 1-33a bis 1-34c - weist Unterschiede zu dem des polygonalen Systems mit senkrechten Pendelstäben im Normalkraftverlauf des Trägers und der Unterspannung auf.

Die durch die Neigung der Pendelstäbe hervorgerufene horizontale Kraft wird im mittleren Systemabschnitt kurzgeschlossen. Infolge dessen weist die Normalkraft im Seil des polygonal unterspannten Hybridsystems mit geneigten Pendelstäben einen Sprung am Kopplungspunkt zwischen Träger und Seil auf und hat das Maximum der Seilnormalkraft nicht am Auflager, wie das System mit senkrechten Pendelstäben, sondern im horizontal verlaufenden Seilabschnitt.

Ebenso hat die Normalkraft im Träger am Kopplungspunkt der Systeme einen Sprung, das Maximum in Größe der Seilkraft in Systemmitte liegt im mittleren Systemabschnitt.

Der Momentenverlauf gleicht qualitativ dem des polygonal unterspannten Systems mit senkrechten Pendelstäben. Ein kontinuierlich parabolischer Verlauf ist für Systeme mit hohem Lastanteil des Biegeträgers vorhanden. Mit zunehmender Steifigkeit der Unterspannung weist die Momentenlinie deutlicher werdende Knicke infolge der konzentrierten Lastdurchleitung an den Koppelstellen zur Unterspannung auf. Für Hybridsysteme mit hohem Lastanteil der Unterspannung gleicht der Momentenverlauf des Trägers dem eines Balkens mit vier Stützen. Das Moment wechselt im Bereich der Einzelsystemkopplungen das Vorzeichen, die Krümmungsrichtung des Biegeträgers ändert sich. Die positiven Momente sind, wegen der auf die Unterspannung versteifend wirkende Neigung der Pendelstäbe, kleiner als in vergleichbaren Hybridsystemen mit polygonaler Unterspannung und senkrechten Pendelstäben. Die negativen Momente haben entsprechend höhere Absolutwerte.

Die Traglast der Unterspannung und die Traglast der Träger, als kleinerer Wert des Spannungsnachweises nach Theorie II. Ordnung und des elastisch- plastischen Tragsicherheitsnachweises, sind im voranstehenden Diagramm auf der Ordinate und der Lastanteil des Seiles auf der

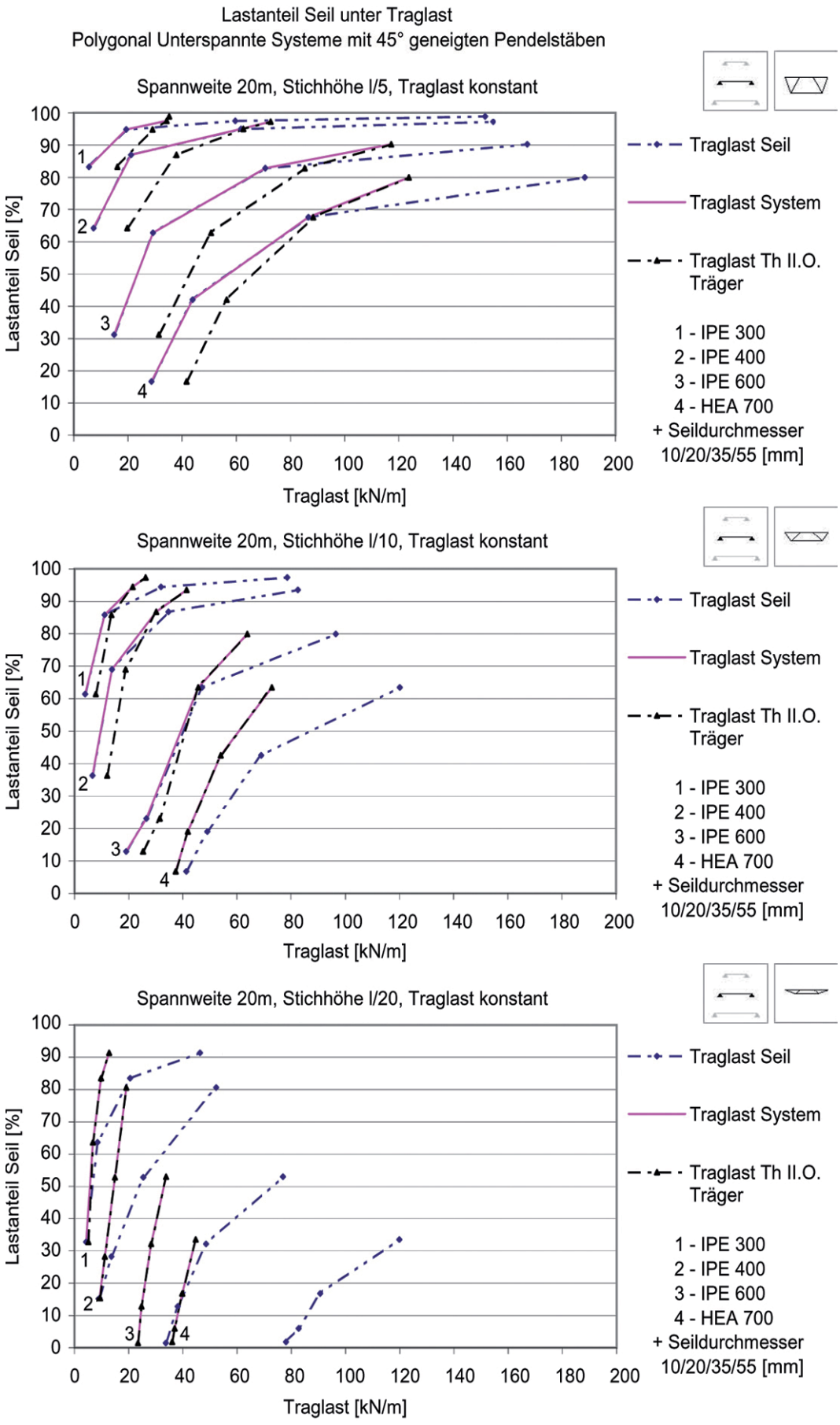


Diagramm 1 - 33a

Abszisse aufgetragen. Wie schon zuvor sind drei Diagramme für die untersuchten Stichhöhen abgebildet.

Für das Versagen des Trägers ist in allen untersuchten Hybridsystemen der Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung maßgebend. Der Kurvenverlauf der Hybridsysteme gleicht für alle untersuchten Stichhöhen bezüglich der Versagensarten und der Schnittpunkte der Traglastkurven der jeweiligen Hybridstrukturen dem Kurvenverlauf der polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben. Die Lastanteile der Seile der polygonal unterspannten Systeme mit geneigten Pendelstäben liegen in der Regel etwas höher als die Lastanteile der vergleichbaren Hybridsysteme mit parabolischer oder polygonaler Unterspannung mit senkrechten Pendelstäben. Eine Ausnahme bilden die Hybridstrukturen mit großer Stichhöhe und größtem Seildurchmesser. Der Lastanteil der Seile ist für die parabolische Unterspannung etwas höher als in polygonal unterspannten Systemen mit geneigten Pendelstäben und liegt in Kombination mit den beiden größten Trägerprofilen über den Lastanteilen der polygonal unterspannten Hybridsysteme mit senkrechten Pendelstäben. Wieder bestimmt innerhalb der Hybridsysteme mit einer großen Stichhöhe für alle untersuchten Träger- Seil- Kombinationen, mit Ausnahme der vier Hybridsysteme mit größtem Seilquerschnitt und dem System mit kleinstem Trägerprofil und zweitgrößtem Seilquerschnitt, die Traglastkurve der Unterspannung die Systemtraglast. Die Schnittpunkte der Traglastkurven von Unterspannung und Träger liegen im Bereich zwischen zweitgrößtem und größtem Seilquerschnitt, im Falle des Systems mit kleinster Trägersteifigkeit zwischen beiden mittleren Seildurchmessern; bis dahin ist das Seilversagen maßgebend, danach bestimmt die Traglast der Träger die Systemtraglast.

Die Traglastkurven der Biegeträger der Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe von f = l/10 liegen hinter der zugehörigen Traglastkurve des Seils und wird von dieser im Bereich zwischen den beiden untersuchten mittleren Seilquerschnitten geschnitten. Das Seilversagen ist bis zum Schnittpunkt maßgebend, danach ist die Traglast der Biegeträger für die Hybridsystemtraglast bestimmend. Wieder bilden die Systeme mit größtem Biegeträgerquerschnitt eine Ausnahme, die Traglastkurve der Unterspannung verläuft hinter der des Trägers und schneidet diese nicht, die Traglast des Trägers ist maßgebend für alle Systeme. Wegen der höheren Lastanteile der Unterspannung verlaufen diese Kurven mit geringerem Abstand zueinander als die vergleichbaren Kurven der parabolisch und polygonal unter-spannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben.

Für die untersuchten Hybridsysteme mit flachem Stich ist die Traglast des Trägers für alle Systeme maßgebend, eine Ausnahme bildet das Hybridsystem mit dem zweitkleinsten Trägerprofil und kleinstem Seildurchmesser, hier liegt die Traglast des Seils knapp unterhalb der Traglast des Biegeträgers. Für alle Traglastkuven der Einzelsysteme Träger und Seil der Hy-bridsysteme mit gleichem Trägerprofil nimmt der Abstand mit zunehmender Biegesteifigkeit des Trägers und zunehmendem Seilquerschnitt zueinander zu.

Im voranstehenden Diagramm sind die Schnittgrößenverläufe der Hybridsysteme unter der Systemgtraglast abgebildet. Wie zuvor beschrei-

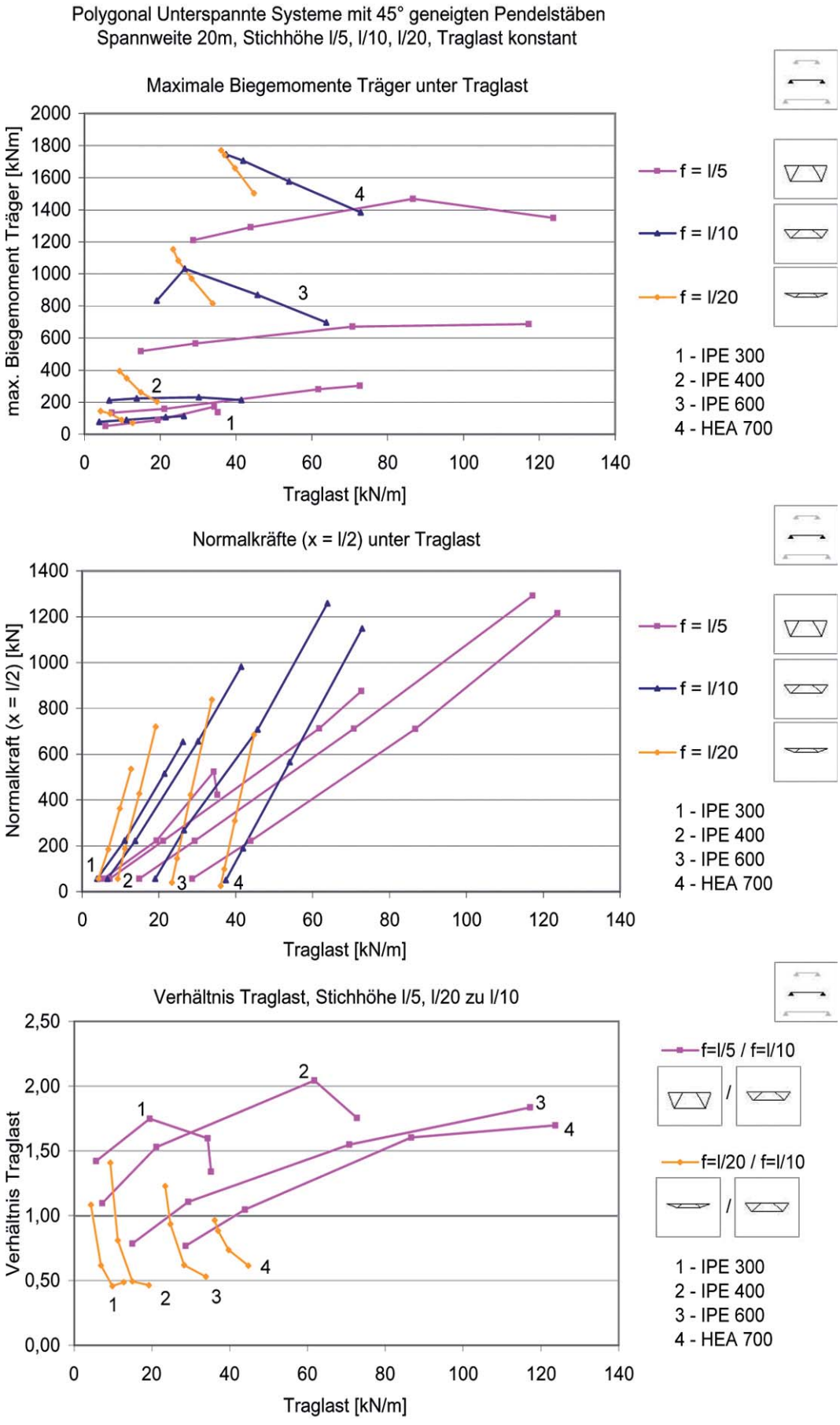


Diagramm 1 - 33b

ben jeweils Hybridsysteme mit gleichem Biegeträgerprofil eine Kurve. In Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe von f = l/5 steigen die Biegemomente der Träger bis zum Erreichen des zweitgrößten Seilquerschnitts an und bleiben danach auf gleichem Niveau oder fallen ab. Nur die Systeme mit zweitkleinstem Trägerprofil verhalten sich anders, hier nimmt das Biegemoment, wie für die polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben, stetig zu. Im Falle der Struktur mit kleinstem Trägerprofil fällt das Moment dann mit größtem Seildurchmesser wieder ab.

Die Biegemomente der Hybridsysteme mit einer Stichhöhe von f = l/10 nehmen für die Systeme mit größtem Trägerprofil mit jedem Wechsel hin zu einem größeren Seilquerschnitt ab. Für die Systeme mit dem zweitgrößten Trägerprofil steigt das Biegemoment vom kleinsten zum nächstgrößeren Seilquerschnitt an und fällt danach stetig ab. Das Biegemoment steigt in den Hybridstrukturen mit den beiden kleinen Trägerprofilen mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts leicht an und fällt in der Stuktur mit zweitgrößtem Trägerprofil wieder ab. In Hybridsystemen mit einer Stichhöhe von f = l/20 nehmen die Biegemomente für alle Systeme gleichen Trägerprofils mit jedem Wechsel hin zu einem größeren Seilquerschnitt ab.

Für alle untersuchten Stichhöhen steigt die Normalkraft mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts an. Für diese Unterspannungsgeometrie ist der Zuwachs der Normalkraft in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l/10 und f = l/20 im Vergleich zu den Hybridsystemen mit großer Stichhöhe nicht mehr deutlich kleiner. Wieder ist der Zuwachs nur für die Hybridsysteme mit den beiden steiferen Trägerprofilen für die große Stichhöhe größer. Für das Hybridsystem mit kleinstem Biegeträgerquerschnitt ist der Normalkraftzuwachs für die Stichhöhe f = l/10 am größten, für die große Stichhöhe ist die Normalkraft für das System mit zweitgrösstem Seildurchmesser größer als für das System mit größtem Seilquerschnitt.

Das Verhältnis der Traglasten der vergleichbaren Hybridsysteme mit Stichhöhen von f = l/5 und f = l/20 zu den Systemen mit der Stichhöhe f = l/10 ist über der jeweiligen Systemtraglast aufgetragen. Wie für die polygonale Unterspannung mit senkrechten Pendelstäben zeigt die Kurve der Hybridsysteme mit dem kleinsten Biegeträgerquerschnitt durchgängig höhere Traglasten im Vergleich zu Systemen gleicher Querschnitte, aber mit kleinerem Stich. Wieder knickt der Kurvenverlauf ab und erreicht den Maximalwert im Vergleich zu querschnittsgleichen Systemen mit kleinerem Stich in Kombination mit dem zweitkleinsten Seilquerschnitt. Die das Verhalten der Hybridstrukturen mit nächstgrößerem Trägerprofil abbildende Kurve zeigt mit dieser Unterspannungsgeometrie ebenfalls durchgängig höhere Traglasten im Vergleich zu den Systemen mit kleinerer Stichhöhe, erreicht mit dem zweitgrößten Seilquerschnitt den Maximalwert knapp über zwei und fällt dann, wie schon das System mit kleinstem Trägerprofil, ab.

Die Kurven der Hybridsysteme mit den beiden größten Biegeträgerprofilen erreichen in der Kombination mit dem kleinsten Seilquerschnitt nicht die Traglast der Hybridsysteme mit kleinerer Stichhöhe steigen mit jedem Wechsel zu einem größeren Seildurchmesser an und erreichen

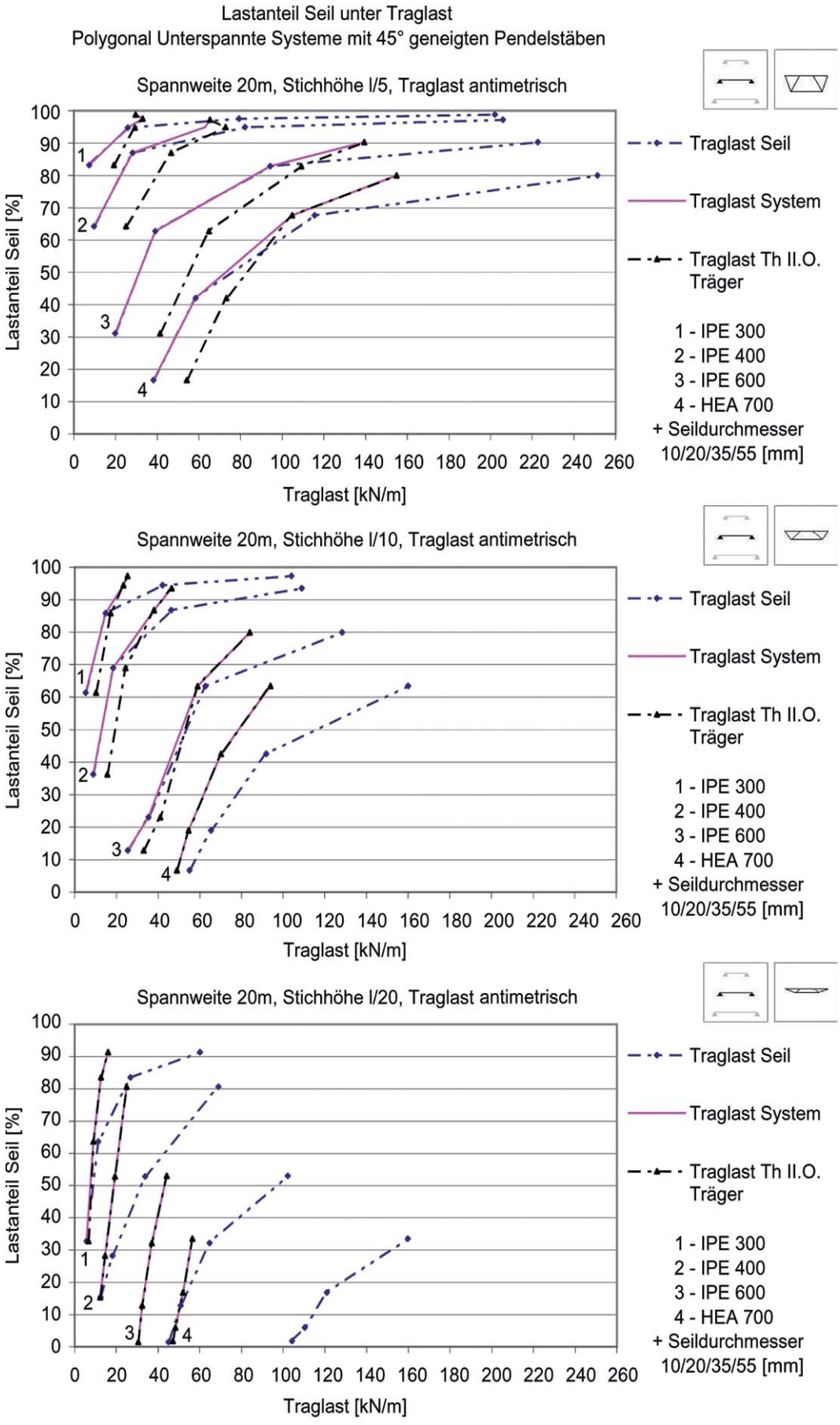


Diagramm 1 - 34a

Maximalwerte zwischen anderthalb und zwei.

Die Verhältniskurven der Systemtraglasten der Stichhöhen f = l/20 zu f = l/10 verlaufen prinzipiell gleich zu den vergleichbaren Kurven der Hybridsysteme mit parabolischer und polygonaler Unterspannung mit senkrechten Pendelstäben. Wieder erreichen die Hybridsysteme mit kleinstem Seilquerschnitt die gleichen oder größere Traglasten im Vergleich zu Systemen mit größerer Stichhöhe, allerdings mit höheren Verhältniswerten der Strukturen mit den beiden mittleren Trägerprofilen. Mit größer werdendem Seilquerschnitt liegen die Traglasten unter den querschnittsgleichen Systemen mit größerem Stich und erreichen Systemtraglasten, die um die Hälfte kleiner sind als die Traglasten der untersuchten Hybridsysteme mit einer Stichhöhe von f = l/10.

Unter antimetrischer Last verhält sich das polygonal unterspannte System mit geneigten Pendelstäben wie das System mit senkrechten Pendelstäben, mit denselben Auswirkungen infolge der versteifenden Wirkung der Pendelstabneigung wie unter konstanter Belastung beschrieben wurden.

Die positiven Momente sind kleiner, die negativen Momente, vorhanden für Lastanteile der Unterspannung von 65% und darüber, weisen höhere Absolutwerte auf.

Die Traglastkurven der Seile verlaufen für Hybridsysteme mit einer grossen Stichhöhe für alle vier Hybridsystemkurven, gleicher Biegeträger kombiniert mit den vier Seilquerschnitten, vor den Traglastkurven der Träger und schneiden diese Kurven im Bereich zwischen größtem und zweitgrösstem Seilquerschnitt; im Falle der Struktur mit größtem Trägerquerschnitt zwischen zweit- und drittgrößtem Seilquerschnitt.

In allen untersuchten Hybridsystemen ist der Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung der Biegeträger für die Systeme mit größtem Seildurchmesser maßgebend. Für die beiden Hybridsysteme mit kleineren Trägerprofilen ist die Traglast der Träger auch für die Hybridstrukturen mit zweitgrößtem Seilquerschnitt bestimmend, dabei ist für den Träger mit zweitkleinstem Profil der elastisch- plastische Tragsicherheitsnachweis maßgebend. Die Traglast dieser Systeme nimmt in Kombination mit dem größten Seildurchmesser ab.

Wieder gleicht der Kurvenverlauf unter antimetrischer Last für die Systeme mit einer Stichhöhe von f = l /10 dem unter konstanter Belastung. Für die Hybridsysteme mit den biegeweicheren Trägern verläuft die Traglastkurve des Seils vor der Traglastkurve des Trägers und schneidet diese im Bereich zwischen den beiden untersuchten mittleren Seilquerschnitten bzw. zwischen den beiden kleinen Seilquerschnitten. Bis zum Schnittpunkt ist die Traglast der Seile bestimmend, danach bestimmt die Traglast der Träger die Systemtraglast. Die Traglastkurven des Seiles und des Trägers der Hybridsysteme mit dem größten Trägerprofil schneiden sich nicht und der Abstand der Kurven zueinander nimmt mit größer werdendem Seilquerschnitt zu. Für alle Systeme bestimmt der Träger die Systemtraglast. Wie unter konstanter Last bestimmt in allen Systemen mit kleiner Stichhöhe die Tragfähigkeit der Biegeträger unter antimetrischer Belastung die Systemtraglast. Die Traglastkurven des Seils und des Trägers schneiden sich nicht und der Abstand der Kurven zueinander nimmt mit größer wer-

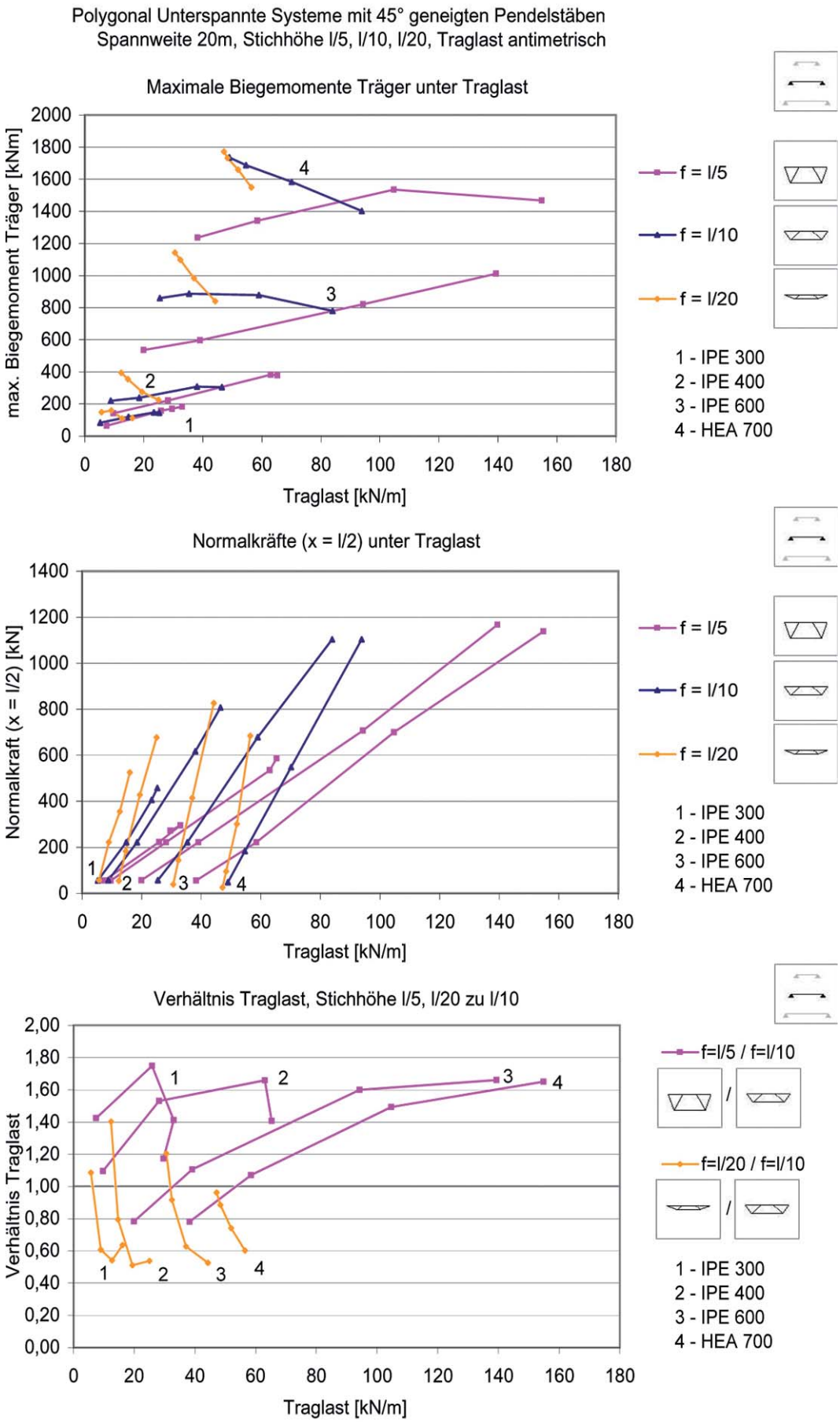


Diagramm 1 - 34b

dender Biegesteifigkeit und größer werdendem Seilquerschnitt zu. Eine Ausnahme bildet das System mit kleinstem Seildurchmesser und kleinstem Trägerprofil, hier liegt die Traglast des Seils knapp unter der Traglast des Trägers.

Im voranstehenden Diagramm sind die Schnittgrößenverläufe der Hybridsysteme unter antimetrischer Systemtraglast abgebildet. Hybridsysteme mit gleichem Biegeträgerprofil beschreiben in dem Diagramm jeweils eine Kurve. Die Momente der Biegeträger steigen in Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe von f = l/5 bis zum Erreichen des zweitgrößten Seilquerschnitts an und bleiben danach auf gleichem Niveau oder fallen ab. In den Systemen mit zweit größtem Trägerprofil steigt das Biegemoment mit jedem Wechsel zu einem größeren Seildurchmesser an.

Die Biegemomente der Hybridsysteme mit größtem Trägerprofil und einer Stichhöhe von f = l/10 nehmen mit jedem Wechsel hin zu einem größeren Seilquerschnitt ab. Für die Systeme mit dem zweitgrößten Trägerprofil steigt das Biegemoment vom kleinsten zum nächstgrößeren Seilquerschnitt leicht an, bleibt mit dem Wechsel zum nächstgrößeren Seildurchmesser nahezu konstant und fällt danach ab. Das Biegemoment steigt in den Hybridstrukturen mit den beiden kleinen Trägerprofilen mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts an und fällt in der Stuktur mit zweitgrößtem Trägerprofil wieder ab.

Die Biegemomente der Systeme gleichen Trägerprofils und einer Stichhöhe von f = l/20 nehmen mit jedem Wechsel hin zu einem größeren Seilquerschnitt ab. Eine Ausnahme bilden nur die Hybridsysteme mit kleinstem Biegeträgerprofil. Für diese Systeme steigt das Biegemoment mit dem Wechsel vom kleinsten zum nächstgrößeren Seildurchmesser leicht an, fällt dann ab und bleibt mit dem Wechsel zum größten Seilquerschnitt gleich.

Wie unter konstanter Last steigt die Normalkraft mit jedem Wechsel zu einem Seil größeren Querschnitts für alle untersuchten Stichhöhen an. Wieder ist der Zuwachs der Normalkraft in Systemen mit einer Stichhöhe von f = l/10 und f = l/20 nicht mehr deutlich kleiner im Vergleich zu den Hybridsystemen mit großer Stichhöhe. Es lassen sich Systeme finden in welchen der Normalkraftzuwachs für vergleichbare Systeme mit kleinerer Stichhöhe größer ist.

Das Verhältnis der Traglasten querschnittsgleicher Hybridsysteme mit unterschiedlicher Stichhöhe unter antimetrischer Belastung gleicht prinzipiell dem unter konstanter Last. Die Kurven der Hybridsysteme mit den beiden kleineren Trägerprofilen zeigen durchgängig höhere Traglasten im Vergleich zu querschnittsgleichen Systemen mit kleinerem Stich, haben ihren Maximalwert in Kombination mit dem zweitkleinsten bzw. zweitgrößtem Seilquerschnitt und knicken dann ab. Die Kurven der Hybridsysteme mit den beiden größten Biegeträgerprofilen erreichen, wie schon unter konstanter Last, in der Kombination mit dem kleinsten Seilquerschnitt nicht die Traglast der Hybridsysteme mit kleinerer Stichhöhe, steigen mit jedem Wechsel zu einem größeren Seildurchmesser an und erreichen Maximalwerte über 1,6.

Die Verhältniskurven der Systemtraglasten der Stichhöhen f = l/20 zu f = l/10 unter antimetrischer Last verlaufen prinzipiell gleich zu den

vergleichbaren Kurven unter konstanter Belastung. Auch unter antimetrischer Last erreichen die Hybridsysteme mit kleinstem Seilquerschnitt die gleichen oder größere Traglasten im Vergleich zu Systemen mit größerer Stichhöhe mit den beiden größten Verhältniswerten in Kombination mit den beiden mittleren Trägerprofilen. Die Traglasten liegen mit größer werdendem Seilquerschnitt unter denen der querschnittsgleichen Systeme mit größerer Stichöhe und erreichen Systemtraglasten die um die Hälfte kleiner sind als die Traglasten der Hybridsysteme mit einer Stichhöhe von f = l/10.

In dem voranstehenden Diagramm sind die Verhältnisse der Traglasten unter konstanter und antimetrischer Belastung für die untersuchten Stichhöhen f = l/5, f = l/10 und f = l/20 über dem Lastanteil der Unterspannung dargestellt. Anhand dieser Darstellung ist zu erkennen, dass Hybridsysteme mit Lastanteilen der Unterspannung von 80% und darüber anfällig auf eine antimetrische Belastung reagieren. Die Traglast dieser Systeme liegt deutlich über dem Verhältniswert von 0,75, der sich für

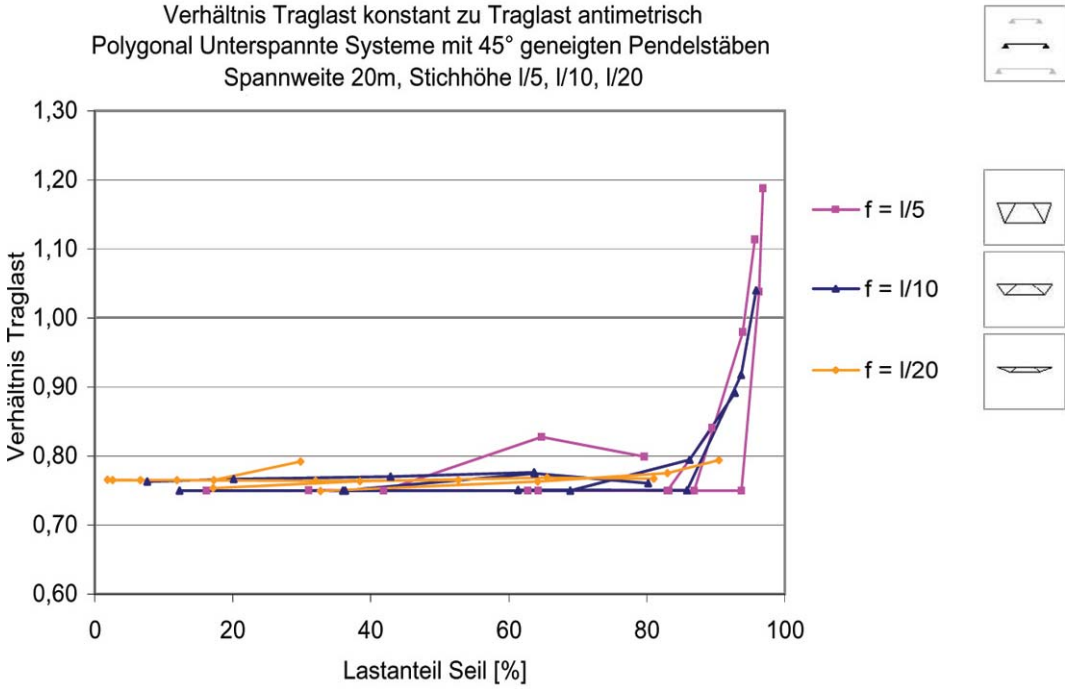


Diagramm 1 - 34c

die unterschiedlichen Belastungsgeometrien ergibt. Steigt der Lastanteil der Unterspannung über 95% an, wird die antimetrische Belastung, trotz kleinerer Gesamtlast im Vergleich zu einer konstanten Belastung, maßgebend für die Traglast des Hybridsystems, die Werte im Diagramm liegen über dem Verhältniswert eins.

Im Folgenden wird die Systemtraglast der Hybridsysteme mit unterschied-licher Unterspannungsgeometrie verglichen. Dazu sind drei Diagramme -jeweils eins für jede untersuchte Stichhöhe- mit den jeweiligen Systemtraglasten der Hybridsysteme gleicher Biegeträgersteifigkeit und Unterspannungsgeometrie dargestellt. Außerdem sind in drei weiteren Diagrammen die Hybridsystemtraglasten der polygonal unterspannten Systeme zu den Strukturen mit parabolischer Unterspannung ins Verhält-

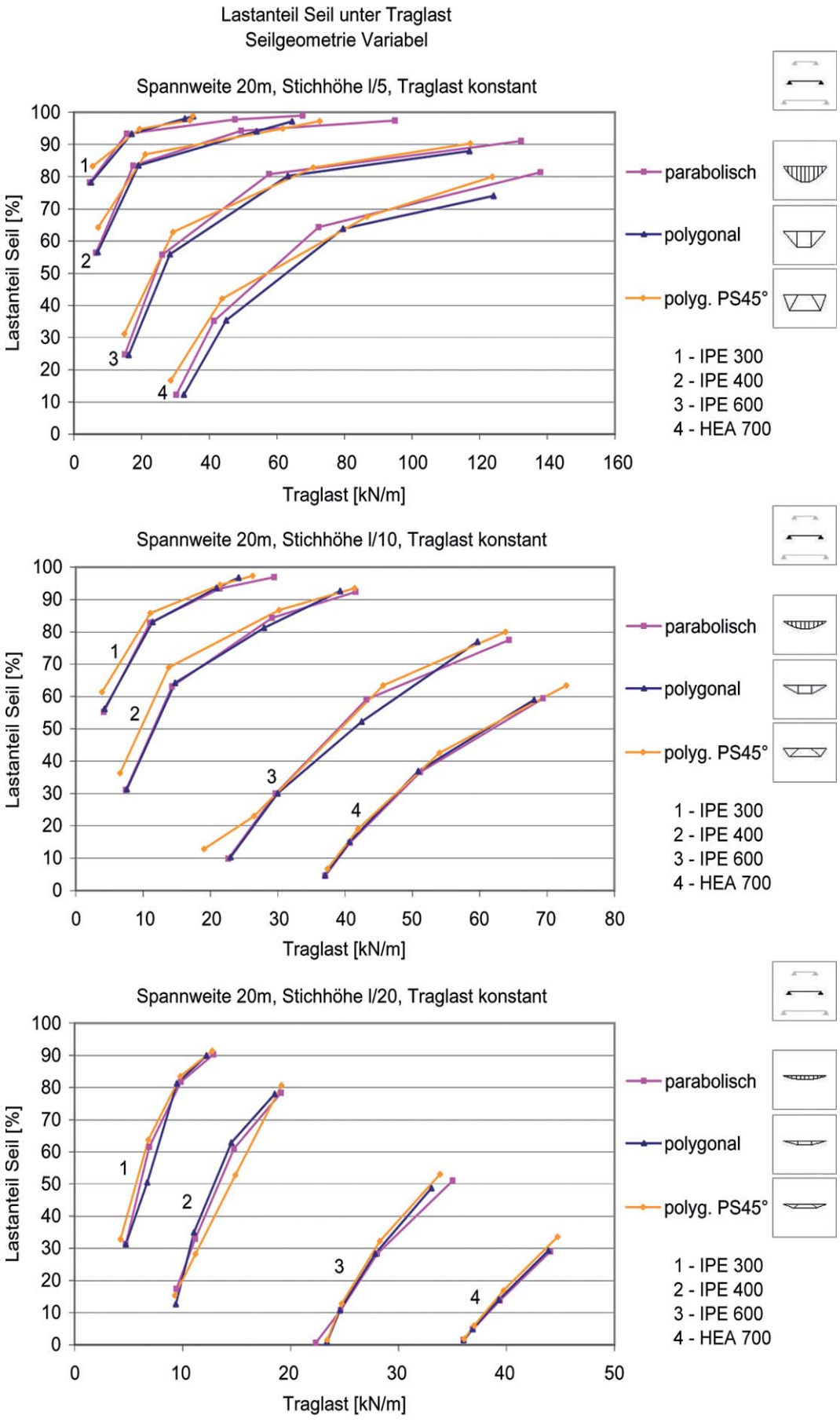


Diagramm 1 - 35a

nis gesetzt worden. Es ist gut zu erkennen, dass die untersuchten parabolisch unterspannten Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe von f = l/5 mit dem größten Seildurchmesser in Kombination mit den beiden kleinen Trägerprofilen deutlich höhere Traglasten infolge einer konstanten Belastung aufweisen als die polygonal unterspannten Systeme. Im Falle der Hybridsysteme mit kleinstem Biegeträgerprofil liefert der Vergleich mit den polygonal unterspannten Strukturen, dass dieser Träger auch in Kombination mit dem zweitgrößten Seilquerschnitt eine um 30% größere Traglast, in Kombination mit dem größten Seildurchmesser eine fast doppelt so große Traglast aufnimmt. Die parabolisch unterspannten Systeme mit der zweitkleinsten Trägerbiegesteifigkeit zeigen im Vergleich mit den polygonal unterspannten Systemen mit senkrechten Pendelstäben eine um 32% höhere Traglast in Kombination mit dem größten Seildurchmesser, im Vergleich mit den polygonal unterspannten Systemen mit geneigten Pendelstäben eine um 23% höhere Traglast. Die parabolisch unterspannten Hybridsysteme mit den beiden größten Trägerprofilen weisen in Kombination mit den größten Seilquerschnitten eine um 10% größere Traglast als die vergleichbaren Strukturen mit polygonaler Unterspannung auf. Die polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben zeigen für alle Strukturen, mit Ausnahme der Systeme mit größtem Seildurchmesser, Traglasten die um 10% größer sind, als die Traglasten der vergleichbaren Hybridsysteme mit parabolischer Unterspannung.

Die polygonal unterspannten Systeme mit geneigten Pendelstäben weisen für den zweitgrößten Seilquerschnitt in Kombination mit den drei größeren Trägerprofilen um 20% größere Systemtraglasten als die parabolisch unterspannten Systeme. Die Traglasten der Hybridsysteme mit polygonaler Unterspannung und geneigten Pendelstäben mit dem zweitkleinsten Seilquerschnitt liegen in Kombination mit den beiden biegeweicheren Trägern um 20%, in Kombination mit den beiden großen Trägerprofilen um 10% über den Traglasten vergleichbarer parabolisch unterspannter Systeme. Hybridsysteme mit dem kleinsten Seildurchmesser und einer polygonalen Unterspannungsgeometrie mit geneigten Pendelstäben haben in Kombination mit dem kleinsten Trägerprofil eine um 20%, in Kombination mit dem nächstgrößeren Trägerquerschnitt eine um 10% höhere Traglast, in Kombination mit dem zweitgrößten Biegeträgerprofil eine gleich große Traglast und in Kombination mit dem steifsten Biegeträger eine um 5% kleinere Traglast als vergleichbare Systeme mit parabolischer Unterspannung.

Die Traglasten der Hybridstrukturen unterschiedlicher Unterspannungsgeometrie mit einer Stichhöhe der Unterspannung von f = l/10 weichen nur in wenigen Fällen um mehr als 10% von einander ab, dort ist die Traglast der parabolisch unterspannten Systeme größer, im Falle der polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben nur für das Hybridsystem kleinstes Trägerprofil in Kombination mit dem größten Seildurchmesser. Das polygonal unterspannten Systems mit geneigten Pendelstäben zeigt für die Hybridsysteme mit dem kleinsten Seilquerschnitt in Kombination mit den beiden mittleren Trägerprofilen und für das System mit dem kleinsten Trägerprofil in Kombination mit dem größten Seildurchmesser Abweichungen.

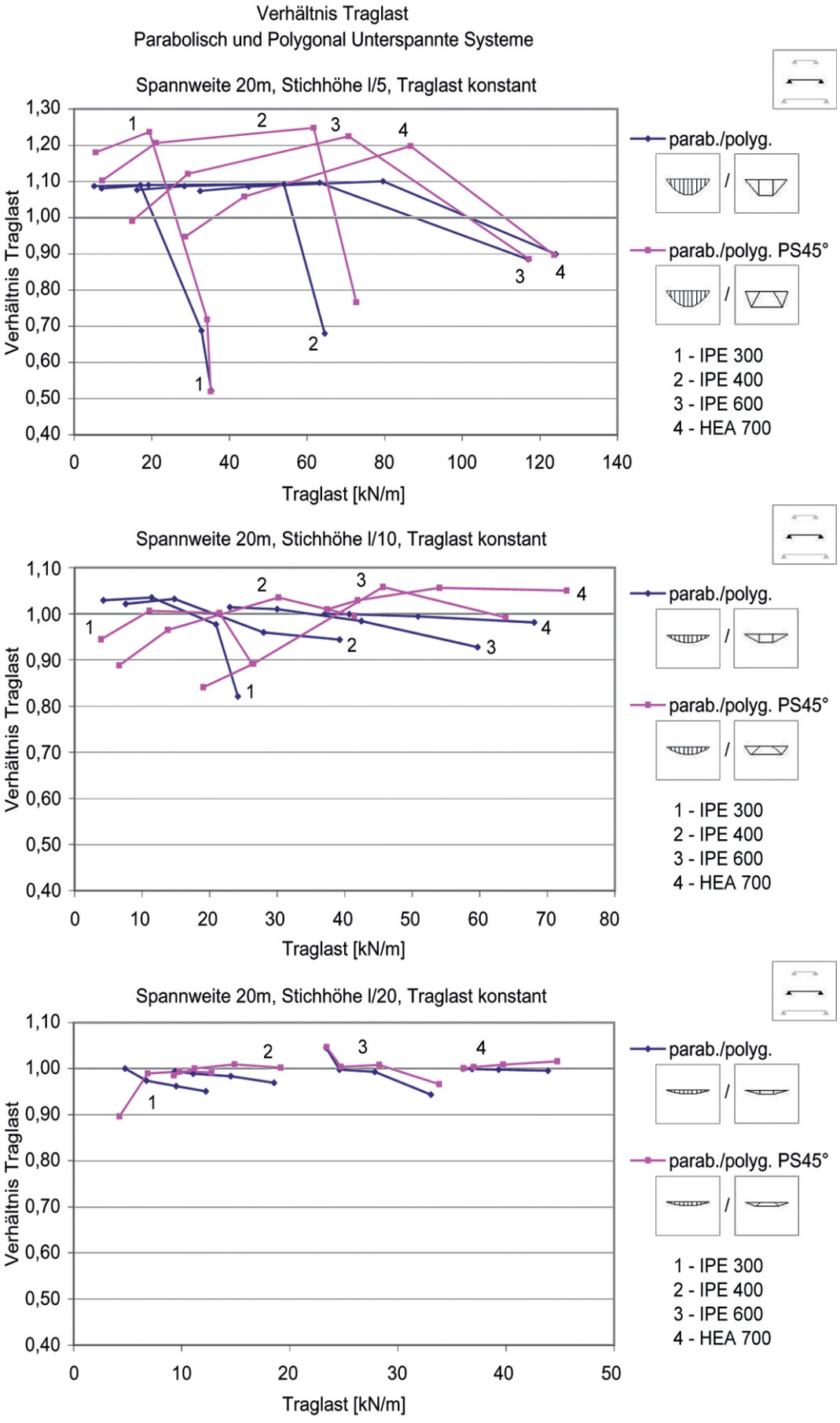


Diagramm 1 - 35b

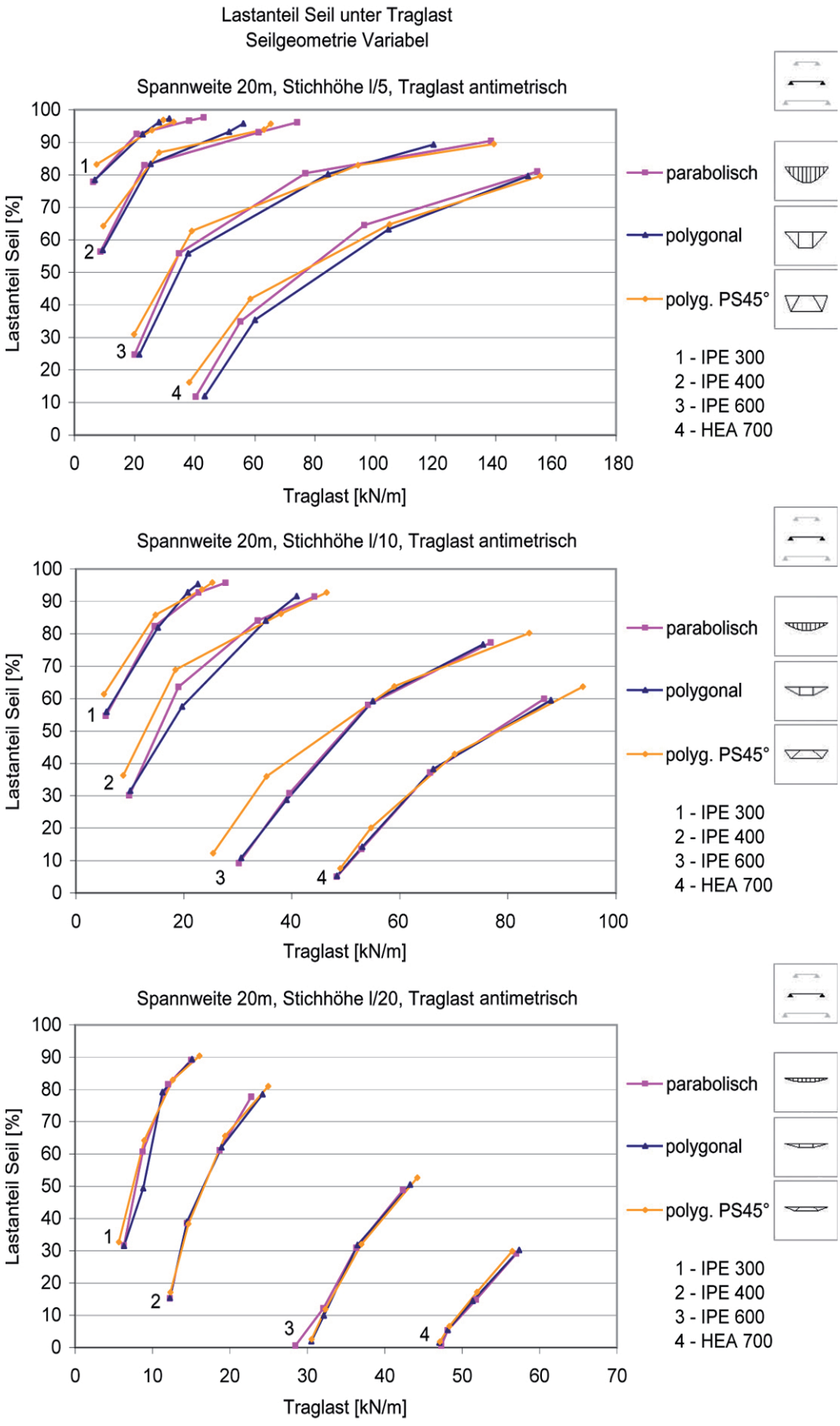


Diagramm 1 - 36a

Für die Hybridsysteme mit einer Stichhöhe der Unterspannung von f = l/20 hat nur ein System Abweichungen der Traglast von 10%. Das Hybridsystem mit geneigten Pendelstäben und dem kleinsten Trägerprofil und Seilquerschnitt hat eine um 10% kleinere Traglast als das vergleichbare System mit parabolischer Unterspannung.

Nachfolgend wird die Traglast der Hybridsysteme unterschiedlicher Unterspannungsgeometrie infolge antimetrischer Belastung verglichen. Es sind wieder drei Diagramme mit den jeweiligen Systemtraglasten der Hybridsysteme gleicher Biegeträgersteifigkeit und Unterspannungsgeometrie und drei Diagramme mit dem Verhältnis der Hybridsystemtraglasten der polygonal unterspannten Systeme zu den Strukturen mit parabolischer Unterspannung dargestellt. Aufgrund der Anfälligkeit der Hybridsysteme mit hohem Lastanteil der Unterspannung auf eine antimetrische Belastung und der damit einhergehenden höheren Beanspruchung des Biegeträgers, liegen die Traglasten der Systeme unterschiedlicher Unterspannungsgeometrie mit dem größten Seildurchmesser und einer Stichhöhe von f = l/5 deutlich näher zusammen als unter konstanter Belastung. Dieses Verhalten spiegelt sich auch in den Verhältniswerten der Traglasten infolge antimetrischer Last der polygonal unterspannten Systeme zu den parabolisch unterspannten Hybridsystemen wider. Die Verhältniswerte sind nun für alle Hybridstrukturen kleiner. Eine Ausnahme bilden die polygonal unterspannten Systeme mit geneigten Pendelstäben in den Kombinationen zweitkleinster Seilquerschnitt mit den beiden kleinen Trägerprofilen und zweitgrößter Seildurchmesser mit dem zweitgrößten Trägerprofil die weiterhin eine um 20% höhere Traglast als vergleichbare Systeme mit parabolischer Unterspannung aufnehmen. Eine weitere Ausnahme bildet das polygonal unterspannte Hybridsystem mit senkrechten Pendelstäben, welches unter antimetrischer Belastung in der Kombination zweitgrößtes Tragerprofil mit größtem Seildurchmesser eine um 14% kleinere Last aufnimmt als das vergleichbare System mit parabolischer Unterspannung, unter konstanter Last war die aufnehmbare Last um 12% kleiner. Demgegenüber ist die aufnehmbare Last für die biegesteifsten Träger in Kombination mit dem größten Seilquerschnitt für die polygonalen und die parabolische Unterspannungsgeometrie gleich; ebenso für den zweitgrößten Trägerquerschnitt in Kombination mit dem größten Seildurchmesser für die polygonale Unterspannung mit geneigten Pendelstäben und die parabolische Unterspannungsgeometrie.

Auch unter antimetrischer Belastung weichen die Traglasten der Hybridstrukturen mit einer Stichhöhe der Unterspannung von f = l/10 und unterschiedlicher Unterspannungsgeometrie nur in wenigen Fällen um 10% voneinander ab. Im Falle der polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben für die Hybridsysteme mit kleinstem Träger-profil in Kombination mit den beiden großen Seilquerschnitten ist die Traglast der parabolischen Systeme größer. Für die übrigen polygonal unterspannten Systeme mit senkrechten Pendelstäben, mit Ausnahme des Systems zweit kleinstes Trägerprofil in Kombination mit größtem Seilquerschnitt, welches eine um 7% kleinere Traglast als das vergleichbare parabolisch unterspannte System aufweist, liegen die Abweichungen unter 4%, die Traglasten sind in etwa gleich groß im Vergleich zur parabolischen

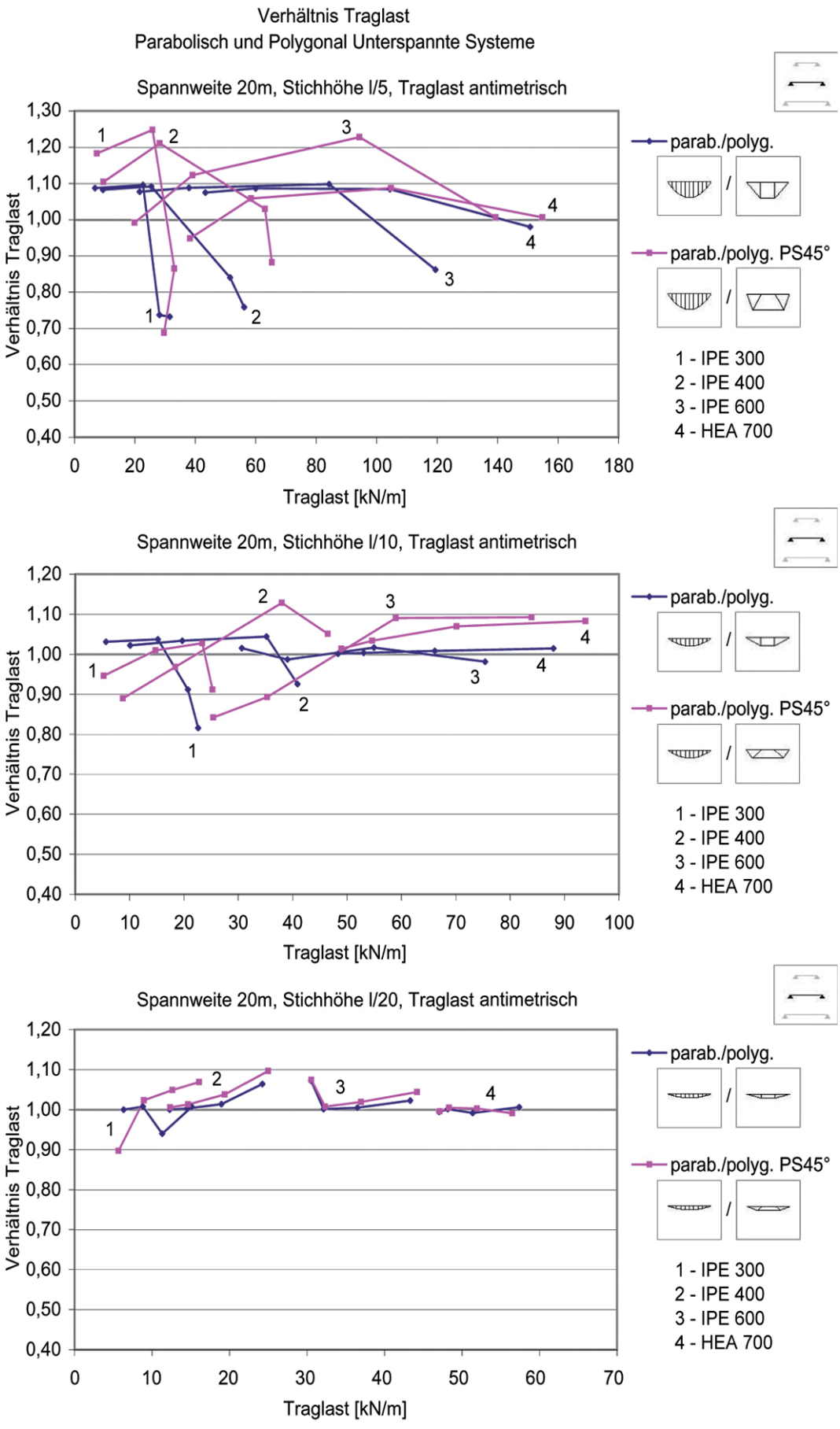


Diagramm 1 - 36b

Unterspannung. Für die polygonal unterspannten Systeme mit geneigten Pendelstäben ist zu erkennen, dass Hybridsysteme, die unter konstanter Belastung eine um 10% kleinere Traglast als die vergleichbaren parabolisch unterspannten Systeme aufwiesen, auch unter antimetrischer Last um 10% kleinere Traglasten besitzen. Erkennbar ist auch, dass die Hybridsysteme mit den beiden größten Trägerprofilen in Kombination mit den beiden großen Seilquerschnitten unter antimetrischer Last eine um 7% bis 9% höhere Traglast haben als die vergleichbaren parabolisch unterspannten Systeme. Die polygonal unterspannte Hybridstruktur mit geneigten Pendelstäben und dem zweitkleinsten Trägerprofil in Verbindung mit dem zweit größten Seildurchmesser zeigt eine um 13% höhere antimetrische Traglast im Vergleich zu dem parabolisch unterspannten System.

Wieder hat das Hybridsystem mit einer Stichchöhe von f = l/20, geneigten Pendelstäben und dem kleinsten Trägerprofil in Kombination mit dem kleinsten Seildurchmesser eine um 10% kleinere Traglast als das vergleichbare System mit parabolischer Unterspannung.

6 Zusammenfassung

Der Begriff hybride Tragstruktur bezeichnet in der vorliegenden Arbeit die Kombination von mindestens zwei für sich alleine tragfähigen Systemen unterschiedlicher Lastabtragscharakteristik. Ziel der Arbeit war, das Aufzeigen der Möglichkeit durch die Koppelung dieser in ihrer Lastabtragscharakteristik unterschiedlichen Systeme ein anpassungsfähiges Hybridsystem zu bilden.

In dieser Arbeit wurde der unterspannte Träger mit dem Ziel untersucht, das Verhalten der Hybridstruktur durch die Einzelsystemsteifigkeiten so zu steuern, dass sich die stark unterschiedlichen Systeme Biegeträger und Seil für die jeweilige Aufgabe sinnvoll ergänzen. Zur Untersuchung des Verhaltens der Hybridstruktur wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Im Rahmen dieser Untersuchung wurden die Parameter Spannweite, Geometrie der Unterspannung, Biegeträgersteifigkeit, Seildehnsteifigkeit und Belastung variiert. Es wurde das Verformungs- und das Tragverhalten der Hybridsysteme unter konstanter, antimetrischer und ansteigender Last betrachtet. Das Verhalten wurde in Bezug auf den Lastanteil des Seils dargestellt, damit ist das Beurteilungskriterium für die von den Einzelsystemsteifigkeiten bestimmte Lastabtragscharakteristik des Systems definiert.

Dieses Kriterium ist auf der Ordinate der Entwurfsdiagramme aufgetragen und bildet eine Grundlage für die in Kapitel zwei dargestellten Entwurfsdiagramme.

Eine weitere Grundlage sind die Systemtraglasten, welche als Eingangsparameter direkt in die Diagramme einfließen. Die Steifigkeit der Hybridsysteme findet ihren Eingang in die Diagramme über die zulässigen Systemdurchbiegungen, welche als prozentualer Wert zur zulässigen Verformung des Tragwerks über der Systemtraglast aufgetragen sind. In den Diagrammen ist die Möglichkeit durch eine spannungslose Überhöhung der Tragstruktur die Durchbiegungen infolge ständiger Last auszugleichen berücksichtigt.

Weitere Kriterien sind die Effizienz des Tragwerks, das Gewicht der Konstruktion und die Transparenz der Hybridstruktur.

Im Sinne des Leichtbaus ist eine Tragstruktur effizient, wenn das eingesetzte Material in hohem Maße am Lastabtrag beteiligt ist. Der in den Diagrammen dargestellte Effizienzbereich zeigt die Auslastung der Querschnitte des Seils und des Biegeträgers. Die Kriterien Gewicht, im Hinblick auf einen sparsamen Resourceneinsatz ein allgemeingültiges Kriterium, und Transparenz sind als Kurven über der Systemtraglast aufgetragen.

In den Diagrammen sind Kurven mit konstanter Trägersteifigkeit EI abgebildet. Aufgrund der großen Bandbreite ist es möglich, für beliebige Querschnitte und Materialien anhand der Diagramme Hybridsysteme nach definierten Kriterien und eigener Gewichtung auszuwählen.

In Kapitel drei sind einfache Überschlagsformeln für die Berechnung der Hybridstrukturen hergeleitet, die es ermöglichen im Rahmen der Entwurfsplanung ein für die Aufgabe optimiertes Tragwerk zu planen. Die Möglichkeit, Verformungen aus ständigen Lasten auszugleichen erlaubt eine gewisse Unschärfe in den in Kapitel drei hergeleiteten Entwurfsfor-

meln zugunsten einer einfachen Berechnung.

Die Anwendung der Diagramme im Zusammenspiel mit den Entwurfsformeln wurde anhand der Beispiele in Kapitel vier gezeigt. Es ist möglich durch einfache überschlägige Berechnungen eine für die jeweilige Aufgabe hinsichtlich der Kriterien Tragfähigkeit, Steifigkeit (Gebrauchstauglichkeit), Effizienz, Gewicht - beides Kriterien der Nachhaltigkeit - und Transparenz sinnvoll ausgewählte Tragstrukturen zu finden. Eine genaue Bemessung der Struktur mittels Computerprogramm muss dann noch erfolgen, die grundsätzlichen Entscheidungen sind indes getroffen. Eine durch die Bemessung unter Umständen notwendige Querschnittsänderung hat auf das prinzipielle Verhalten nur geringen Einfluss und kann durch eine ganzheitliche Betrachtung der Struktur leicht korrigiert werden.

Die Diagramme sind im Zusammenhang mit den Untersuchungen in Kapitel eins und den Überschlagsformeln aus Kapitel drei ein anschauliches, leicht anzuwendendes Instrumentarium für den entwerfenden Tragwerksplaner, das es ermöglicht, ein für die jeweilige Aufgabe optimal angepasstes Hybridsystem zu finden.

Eine zukünftige Architektur ist eine ganzheitliche Architektur des ökologischen Systems. Vor dem Hintergrund der Verwendung der Tragstruktur in einer zukünftigen Architektur bietet der Einsatz hybrider Tragstrukturen, welche aus Einzelsystemen bestehen deren Eigenschaften sich sinnvoll ergänzen, große Potentiale.

7 Literatur

[1] Gestalt finden
Frei Otto, Bodo Rasch
1995, Edition Axel Menges

[2] Tragfähige Gestaltung
Dietger Weischede
db 4/1996

[3] IL 23 Konstruktion
Frei Otto
1992, Institut für leichte Flächentragwerke

[4] IL 24 Prinzip Leichtbau
Frei Otto
1998, Institut für leichte Flächentragwerke

[5] Grundlagen für das Entwerfen und Konstruieren
Kurt Ackermann
1983, Verlag Karl Krämer

[6] Tragwerke in der Konstruktiven Architektur
Kurt Ackermann
1988, Deutsche Verlags-Anstalt Stuttgart

[7] leicht weit
Schlaich Jörg, Bergermann Rudolf
Katalog zur Ausstellung 22.11.03- 08.02.04
Deutsches Architektur Museum Frankfurt am Main, 2004

[8] Alan Holgate
The Art of Structural Engineering
The Work of Jörg Schlaich and his Team
1997 Edition Axel Menges, Stuttgart / London

[9] Jörg Schlaich, Rudolf Bergermann
Fußgängerbrücken 1977-1992
Katalog zur Ausstellung an der ETH Zürich
von Hans Jochen Oster

[10] Technische Mechanik 1
Gross Hauger Schnell
3. Auflage
1990 Springer Verlag Heidelberg

[11] Technische Mechanik 2
Schnell Gross Hauger

3. Auflage
1990 Springer Verlag Heidelberg

[12] Weitgespannte Flächentragwerke
Sonderforschungsbericht 64
Beitrag zur Berechnung von Seilen und Seilnetzen
K. Kleinhanß
1. Auflage 1974 Werner Verlag Düsseldorf

[13] Stahlbaukalender 2000
Ulrike Kuhlmann (Hrsg.)
2000 Ernst & Sohn Berlin

[14] Pfeifer Seilbau
Die Leichtigkeit des Bauens
Pfeifer Seil- und Hebetechnik
Katalog
2005 Pfeifer Seil- und Hebetechnig GmbH Memmingen

[15] DIN 18800 Teil 1 bis 3
Deutsches Institut für Normung
1990 Beuth Verlag Berlin

[16] Stahlbau
Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahl bauten
Christian Petersen
2.Auflage
1990 Vieweg Braunschweig, Wiesbaden

[17] Stahlbau 1
Thiele / Lohse
1993 Teubner Stuttgart

[18] Wendehorst Bautechnische Zahlentafeln
Otto W. Wetzell (Hrsg.)
31. Auflage
2004 Teubner Stuttgart, Beuth Berlin

[19] Wendehorst Baustoffkunde
Dieter Vollenschaar (Hrsg.)
26. Auflage
2004 Teubner Stuttgart

[20] Wendehorst Beispiele aus der Baupraxis
Otto W. Wetzell (Hrsg.)
1. Auflage
2005 Teubner Stuttgart, Beuth Berlin

[21] Grundlagen des Stahlbetonbaus
Einführung in die Bemessung nach DIN 1045-1
Gert König, Nguyen Viet Tue
2. Auflage
2003 Teubner Stuttgart

[22] Bauen mit Kunststoffen
Institut für das Bauen mit Kunststoffen Darmstadt
Jahrbuch 2002
Ernst & Sohn Berlin, 2001

[23] Hybride Dachtragwerke
Alexander Furche
Detail 2004, Heft 7/8, Seite 776-782

[24] Othmar Springer, Florian Büchl: Traglastberechnung unterspannter Träger; Stahlbau 2004, Nr. 5, Seite 322 - 329

[25] Beatrix Kerkhoff, Eberhard Siebel: Eigenschaften von Beton mit rezyklierten Gesteinskörnungen; beton 2001, Nr.2, Seite 105 - 108

[26] Der Tragwerksingenieur und seine Wissenschaft
Stefan Polónyi
Bautechnik 59 (1982), Heft 9, Seite 289-295

[27] Jörg Schlaich, Thomas Moschner
Die Ripshorster Brücke über den Rhein-Herne-Kanal, Oberhausen
Bautechnik 1999, Heft 6, Seite 459-462

[28] Jörg Schlaich, Hans Schober, Stefan Justiz
Entwurf und Konstruktion der Bahnsteighalle des Lehrter Bahnhofs in Berlin; Stahlbau 2002, Nr. 12, Seite 853-868

[29] InfoGraph
InfoCAD Benutzerhandbuch
2006 InfoGraph GmbH Aachen