

## C Modellierung mit MATLAB /SIMULINK

In diesem Abschnitt wird auf die Umsetzung der Modellierung aus Kapitel 4 eingegangen. Das Simulationsmodell wurde unter MATLAB Version 4.2 und SIMULINK Version 1.2 erstellt. Da das Modell relativ umfangreich ist, wird es hierarchisch gegliedert. Jede Ebene des Modells besteht aus einem Blockschaltbild mit Ein- und Ausgängen für den Austausch der Zustände mit dem übergeordneten Blockschaltbild.

Zunächst werden jedoch andere Formulierungen der Gleichungen betrachtet, die den Vorteil bieten, die numerische Steifigkeit etwas herabzusetzen. Hierbei werden die Leitungsinduktivitäten bei der Volumenstromberechnung und bei der Differentialgleichung für das Ventil mit einbezogen, anstatt diese separat in einer Leitungsgleichung zu berechnen.

### C.1 Berücksichtigung der Leitungsinduktivitäten bei der Volumenstromberechnung

Betrachtet wird ein Ventil, an das am Ein- und Auslaß eine Leitung angeschlossen ist. Das Durchflußverhalten des Ventils wird durch

$$2 \cdot d_h \cdot \dot{u}_{sp} \cdot \rho + \frac{\rho}{2} u_{sp}^2 + \frac{140 \cdot \rho \cdot v}{d_h} \cdot u_{sp} = p_u - p_o \quad (\text{C-1})$$

beschrieben.  $p_u$  steht für den Druck am Einlaß und  $p_o$  entsprechend für den Druck am Ventilauslaß. Diese Drücke werden aus dem Übertragungsverhalten der angeschlossenen Leitungen ermittelt, für die

$$p_1 - p_2 = \frac{4L\rho}{\pi D^2} \dot{Q} + \frac{128L\eta}{\pi D^4} Q \quad (\text{C-2})$$

berechnet werden kann. Faßt man in Gleichung ( C-2 ) die Konstanten Ausdrücke zusammen erhält folgende Gleichung:

$$p_1 - p_2 = I\dot{Q} + RQ \quad (\text{C-3})$$

Der Druck  $p_1$  entspricht dem am Eingang der Leitung und  $p_2$  entspricht bei Druck am Ausgang der Leitung. Kennzeichnet man alle Größen der Leitung zum Ventil hin mit einem E und alle Größen der nachgeschalteten Leitung mit einem A kann Gleichung ( C-3 ) wie folgt umgeformt werden:

$$p_{E1} - p_{E2} = I_E \dot{Q} + R_E Q \quad (\text{C-4})$$

$$p_{A1} - p_{A2} = I_A \dot{Q} + R_A Q \quad (\text{C-5})$$

mit

$$p_u = p_{E2} \quad (\text{C-6})$$

$$p_o = p_{A1} \quad (\text{C-7})$$

kann man die Differentialgleichung zur Berechnung der instationären Spaltgeschwindigkeit aus Gleichung ( C-1 ) in die nachfolgende Form überführen.

$$2d_h \dot{u}_{sp} \rho + \frac{\rho}{2} u_{sp}^2 + \frac{140\rho v}{d_h} u_{sp} = (p_{E1} - R_E \dot{Q} - I_E \dot{Q}) - (p_{A2} + R_A \dot{Q} + I_A \dot{Q}) \quad (\text{C-8})$$

Durch Umformen der Gleichung( C-8 ) erhält man

$$2d_h \dot{u}_{sp} \rho + (I_E + I_A) \cdot \dot{Q} + \frac{\rho}{2} u_{sp}^2 + \frac{140\rho v}{d_h} u_{sp} = (p_{E1} - R_E \dot{Q}) - (p_{A2} + R_A \dot{Q}) \quad (\text{C-9})$$

Die Gleichung ( C-9 ) zusammen mit der Zeitableitung des Volumenstroms

$$\dot{Q} = \ddot{h}_V \cdot S_V + \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \quad (\text{C-10})$$

führt schließlich auf den in Gleichung ( C-11 )) wiedergegeben mathematischen Zusammenhang.

$$\begin{aligned} (p_{E1} - R_E \dot{Q}) - (p_{A2} + R_A \dot{Q}) = & \left( 2 \cdot d_h \cdot \rho + (I_E + I_A) \cdot A_{sp} \right) \dot{u}_{sp} + \frac{\rho}{2} u_{sp}^2 + \\ & + \left( \frac{140 \cdot \rho \cdot v}{d_h} + (I_E + I_A) \cdot \dot{A}_{sp} \right) u_{sp} + \\ & + (I_E + I_A) \cdot S_V \cdot \ddot{h}_V \end{aligned} \quad (\text{C-11})$$

Der erste und zweite Term auf der linken Seite von ( C-11 ) entsprechen den Leitungsdrücken unter Vernachlässigung der Leitungsinduktivitäten, die jetzt auf der rechten Seite von ( C-11 ) berücksichtigt werden. Damit können die Leitungsinduktivitäten direkt in der Volumenstromberechnung berücksichtigt werden. Das Übertragungsverhalten der Leitungen wird zur Berechnung der Spaltgeschwindigkeit nach ( C-11 ) allein durch die Strömungswiderstände bestimmt. Damit wird durch den zusätzlichen Massenanteil die Differentialgleichung zur Berechnung der Spaltgeschwindigkeit langsamer, wodurch die Schrittweite größer und die benötigte Simulationszeit kleiner wird. Eine weitere Verkürzung der Rechenzeiten wird durch die Auflösung der algebraischen Schleife erzielt, die mit MATLAB/SIMULINK nur unter großer Aufwendung an Rechenzeit gelöst werden kann.

## C.2 Berücksichtigung der Leitungsinduktivitäten in der Ventil - DGL

Nachfolgend wird gezeigt, daß der Anteil der Leitungsinduktivitäten, der proportional zu  $\ddot{h}_v$  ist, direkt als zusätzliche Masse zur Masse des Ventilkörpers addiert werden kann. Gemäß Gleichung ( 4-4 ) gilt für die Ventil-Differentialgleichung folgender Zusammenhang

$$F_V = m_{v,bew} \ddot{h}_v + d\dot{h}_v + kh_v + F_{F0} + m_K g \cos g \quad (\text{C-12})$$

Kraft auf den Schließkörper  $F_V$  kann, wie hier für das Einlaßventil, nach Gleichung (4-36) zu

$$\begin{aligned} F_V = & p_{EIN} \cdot A_{EIN} - p_{AUS2} \cdot (A_{AUS2} + A_{W3}) + \\ & - \rho \frac{1}{A_{AUS1}^*} \cdot \text{sign}(Q - S_v \cdot \dot{h}_v) \cdot (Q - S_v \cdot \dot{h}_v)^2 + \\ & - \rho \frac{S_v^2}{A_{AUS2}} \cdot \text{sign}(\dot{h}_v) \cdot \dot{h}_v^2 + \rho \cdot \text{sign}(Q) \cdot \frac{Q^2}{A_{EIN}} \end{aligned} \quad (\text{C-13})$$

berechnet werden. Faßt man die Strömungskräfte zusammen ergibt sich eine einfache Beziehung für die Kraft auf den Schließkörper.

$$F_V = p_{EIN} \cdot A_{EIN} - p_{AUS2} \cdot (A_{AUS2} + A_{W3}) + \tilde{C} \quad (\text{C-14})$$

Einsetzen von ( C-14 ) in ( C-12 ) ergibt

$$p_{EIN} \cdot A_{EIN} - p_{AUS2} \cdot (A_{AUS2} + A_{W3}) + \tilde{C} = m_{v,bew} \ddot{h}_v + d\dot{h}_v + kh_v + F_{F0} + m_K g \cos g \quad (\text{C-15})$$

Die Drücke  $p_{EIN}$  und  $p_{AUS2}$  werden aus dem Übertragungsverhalten der angrenzenden Leitungen berechnet. Das Übertragungsverhalten der Leitungen kann in der folgenden Form

$$p_1 - p_2 = I\dot{Q} + RQ \quad (\text{C-16})$$

dargestellt werden. Der Druck  $p_1$  entspricht dem am Eingang der Leitung und  $p_2$  entspricht bei Druck am Ausgang der Leitung. Kennzeichnet man alle Größen der Leitung zum Ventil hin mit einem E und alle Größen der nachgeschalteten Leitung mit einem A kann Gleichung( C-16 ) wie folgt umgeformt werden:

$$p_{E1} - p_{E2} = I_E \dot{Q} + R_E Q \quad (\text{C-17})$$

und

$$p_{A1} - p_{A2} = I_A \dot{Q} + R_A Q \quad (\text{C-18})$$

Mit  $p_{EIN} = p_{E2}$  und  $p_{AUS2} = p_{A1}$  und unter Verwendung der Gleichung für die Zeitableitung des Volumenstroms

$$\dot{Q} = \ddot{h}_V \cdot S_V + \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \quad (\text{C-19})$$

können die Leitungsdrücke in die folgende Form überführt werden:

$$p_{EIN} = p_{E1} - I_E \left( \ddot{h}_V \cdot S_V + \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \right) - R_E Q \quad (\text{C-20})$$

und

$$p_{AUS2} = p_{A2} + I_A \left( \ddot{h}_V \cdot S_V + \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \right) + R_A Q \quad (\text{C-21})$$

Einsetzen der Gleichungen ( C-20 ) und ( C-21 ) in ( C-15 ) führt auf die folgenden Form der Ventil - Differentialgleichung

$$\begin{aligned} m_{v,bew} \ddot{h}_v + d\dot{h}_v + kh_v + F_{F0} + m_K g \cos g = \\ \left( p_{E1} - I_E \left( \ddot{h}_V \cdot S_V + \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \right) - R_E Q \right) \cdot A_{EIN} + \\ - \left( p_{A2} + I_A \left( \ddot{h}_V \cdot S_V + \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \right) + R_A Q \right) \cdot (A_{AUS2} + A_{W3}) + \tilde{C} \end{aligned} \quad (\text{C-22})$$

die umgeformt folgende Gestalt annimmt:

$$\begin{aligned} \left( m_{v,bew} + I_E S_V A_{EIN} + I_A S_V (A_{AUS2} + A_{W3}) \right) \ddot{h}_v + d\dot{h}_v + kh_v + F_{F0} + m_K g \cos \gamma = \\ \left( p_{E1} - I_E \left( \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \right) - R_E Q \right) \cdot A_{EIN} + \\ - \left( p_{A2} + I_A \left( \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \right) + R_A Q \right) \cdot (A_{AUS2} + A_{W3}) + \tilde{C} \end{aligned} \quad (\text{C-23})$$

Anhand Gleichung ( C-23 ) wird deutlich, daß Anteile der Leitungsinduktivitäten in der Bewegungsgleichung für den Ventilschließkörper eingesetzt werden können, die man als zusätzliche Massen betrachten kann.

Die Ableitung des Volumenstroms muß in diesem Fall um den Anteil der Ventilbeschleunigung verringert in der folgenden Form

$$\dot{Q}^* = \dot{u}_{sp} \cdot A_{sp} + u_{sp} \cdot \dot{A}_{sp} \quad (\text{C-24})$$

zur Berechnung des Übertragungsverhaltens der Leitungen herangezogen werden. Mit der hier wiedergegebenen Umstellung des Gleichungssystems ist es möglich ein algebraische Schleife aufzubrechen, die mit MATLAB/SIMULINK nur unter erheblichem Aufwand an Rechenzeit zu lösen ist.

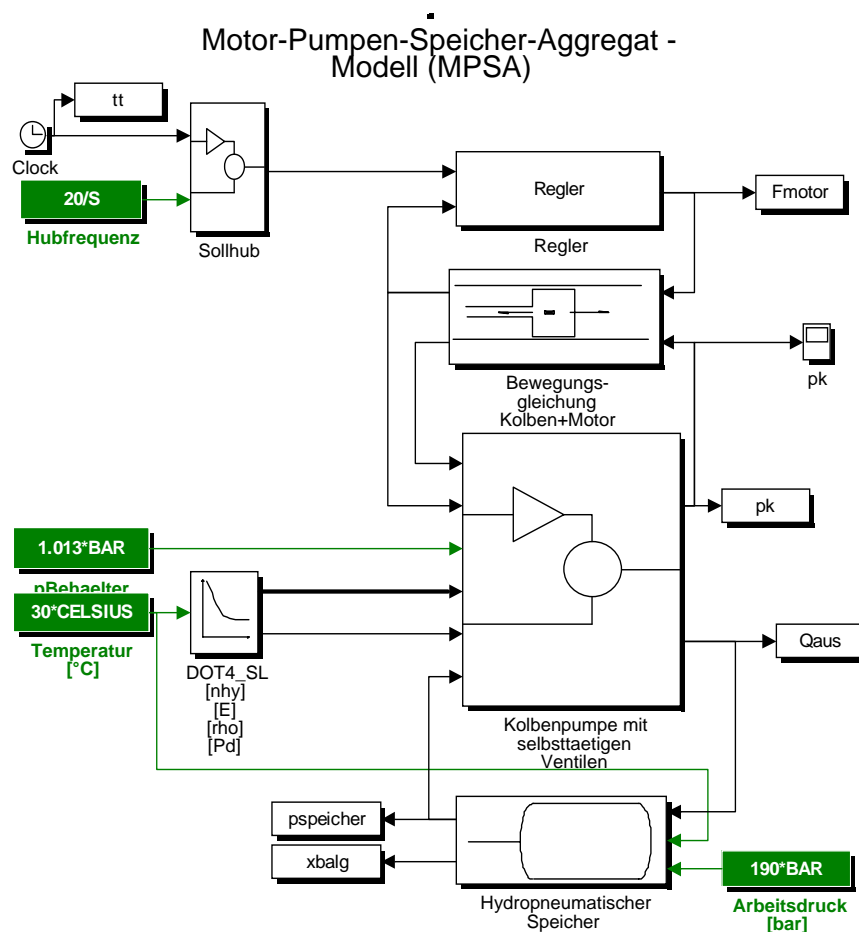
### C.3 Struktur des Modells

Durch die eingangs erwähnte Struktur des Modells mit verschiedene Ebenen, ergeben sich relativ viele Blockschaltbilder in SIMULINK, die in einer Baumstruktur mit entsprechenden Verzweigungen an der obersten Ebene (Wurzel der Baumstruktur) in

Bild C-1 angeordnet sind. Der Aufbau der Verzweigungen ist entweder nach Baugruppen oder Funktionsgruppen gegliedert. An der obersten Ebene sind die untergeordneten Funktionsgruppen „Regler“ und „Bewegungsgleichung“ und die Baugruppen „Kolbenpumpe mit selbsthelfenden Ventilen“ und „Hydropneumatischer Speicher“ angeordnet. Durch diese Struktur fällt es leicht, sich durch das Modell zu bewegen um ggf. Änderungen vorzunehmen. Weiterhin ist der modulare Aufbau zu erwähnen. Wie an dem Beispiel des Einlaßventils in Bild C-4 und des Auslaßventils in Bild C-6 zu erkennen ist, haben beide Blockschaltbilder die gleiche Struktur. Durch diesen modularen Aufbau ist es auch möglich, relativ bequem eine andere Kolbenpumpe (z.B. eine Mehrkolbenpumpe) zu konfigurieren.

In Bild C-1 ist ein Block mit der Bezeichnung DOT-4SL zu erkennen. Hier werden anhand der Eingabeparameter Wassergehalt in Prozent und der Temperatur in Grad Celsius die Eigenschaften der Bremsflüssigkeit aus abgelegten Tabellen ermittelt. Die Meßdaten, die diesen Tabellen zugrunde liegen stammen von der Bremsflüssigkeit mit dem Handelsnamen ATEDOT 4 SL.

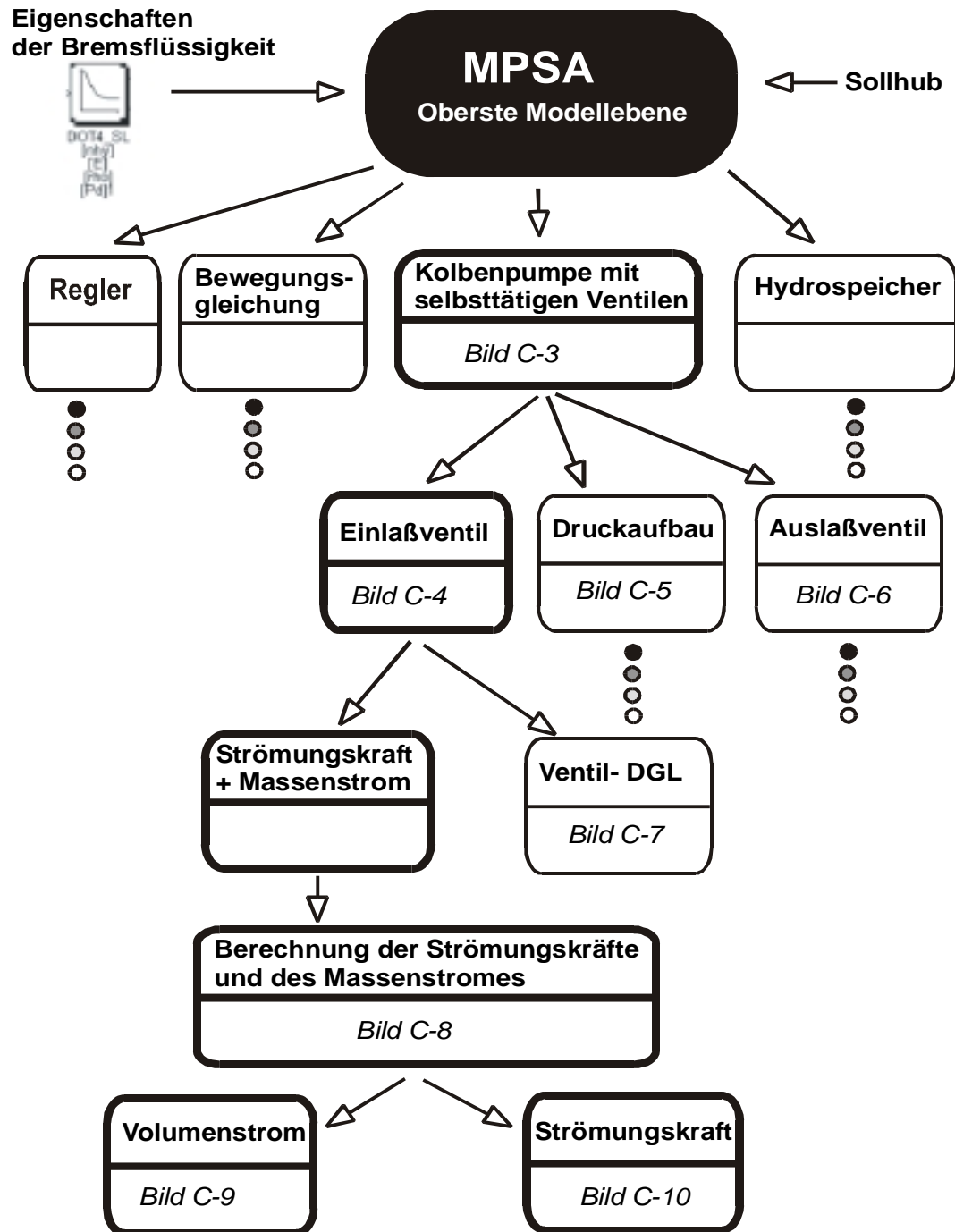
Die Hierarchie der einzelnen Module ist in Bild C-2 dargestellt. Um ein Einblick in das Modell zu geben soll hier exemplarisch in den Bildern C-3 bis C-10 der Weg durch die umgekehrte Baumstruktur von der Wurzel bis in die Astspitzen aufgezeigt werden. In



**Bild C-1: oberste Ebene Modell MPSA01.M**

Bild C-2 sind verweise an der entsprechenden Stelle auf die Blockschaltbilder (Bsp.: Bild C-5 ist das Blockschaltbild für den Druckaufbau).

Gesondert zu erwähnen sind noch die in Bild C-5 schwarz hinterlegten Blöcke der Logikschaltung für die Umsetzung der Modellierung der Saugdrosselung. Diese realisieren die in Bild 4-12 gezeigte Saugdrosselung.



- Drei analytische Gleichungen
1. Leitungssystem Pumpe / Speicher
  2. Spaltgeschwindigkeit  $u_{sp}$
  3. Leitungssystem Kolben / Speicher

Impulssatz

**Bild C-2: Hierarchie des Simulink-Modells MPSA01.M**

## Kolbenpumpe mit selbsttätigen Ventilen

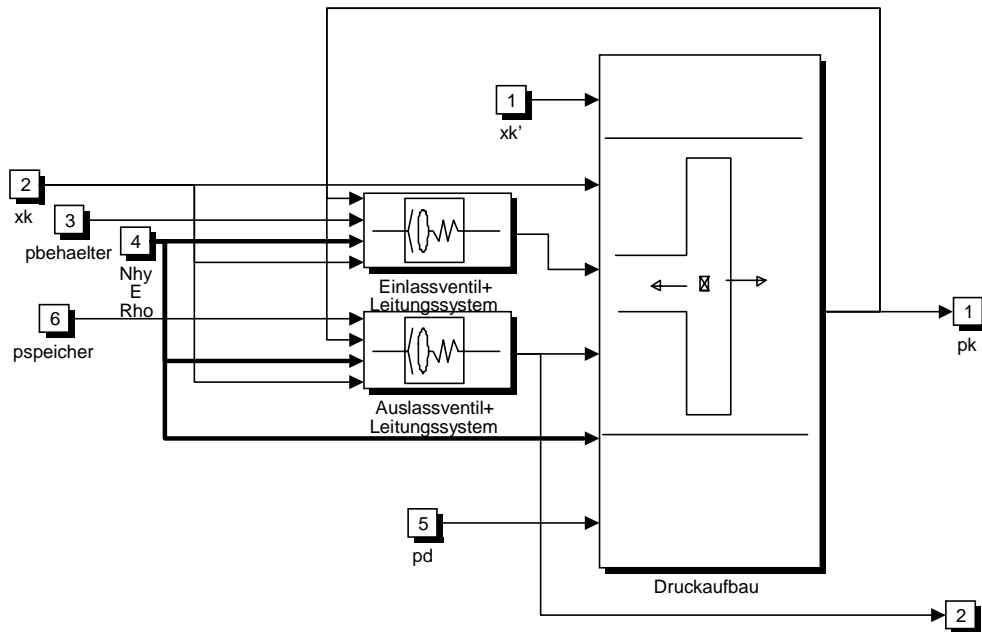


Bild C-3: Abbildung der Kolbenpumpe mit selbsttätigen Ventilen

## Einlassventil + Leitungssystem

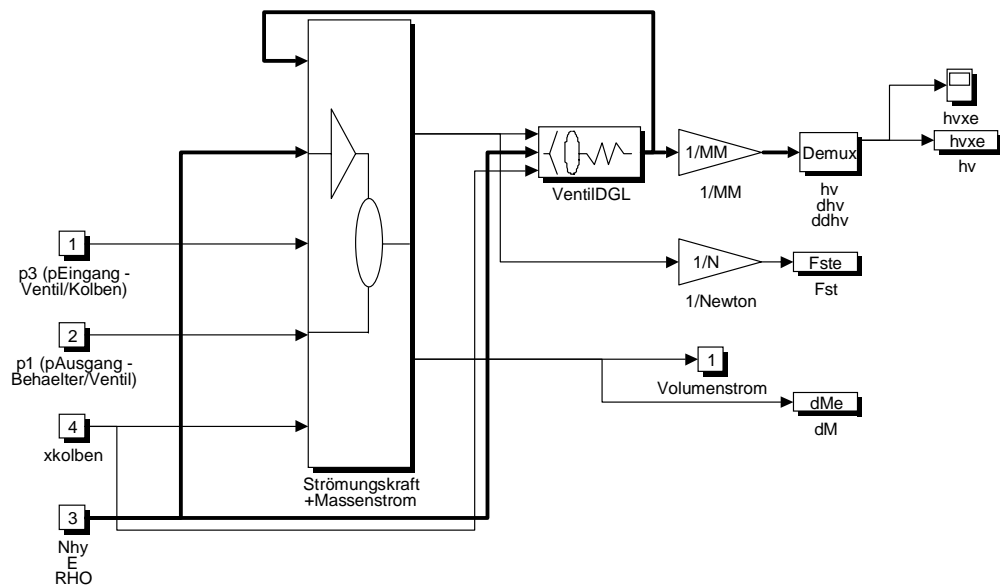
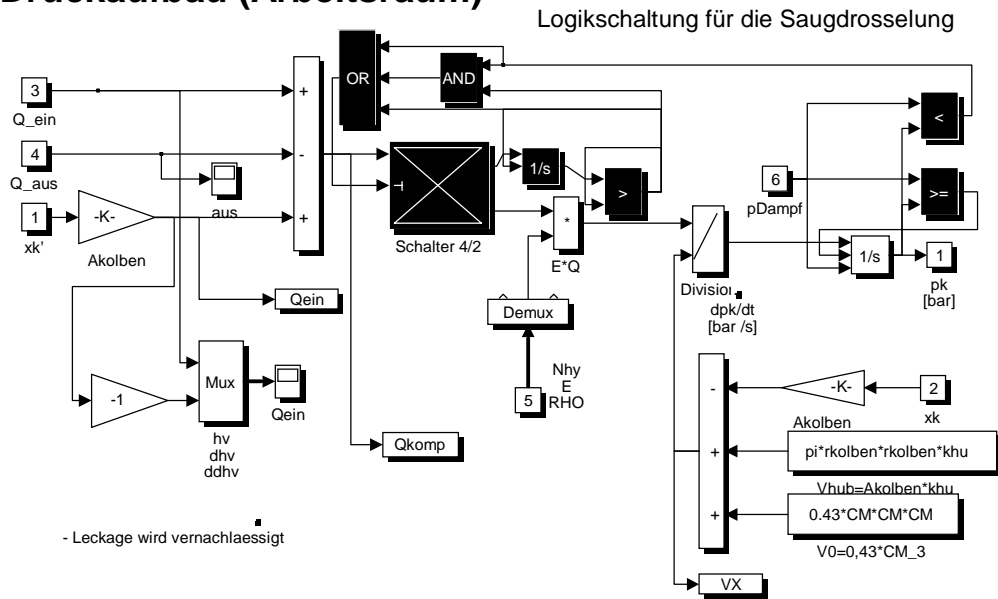


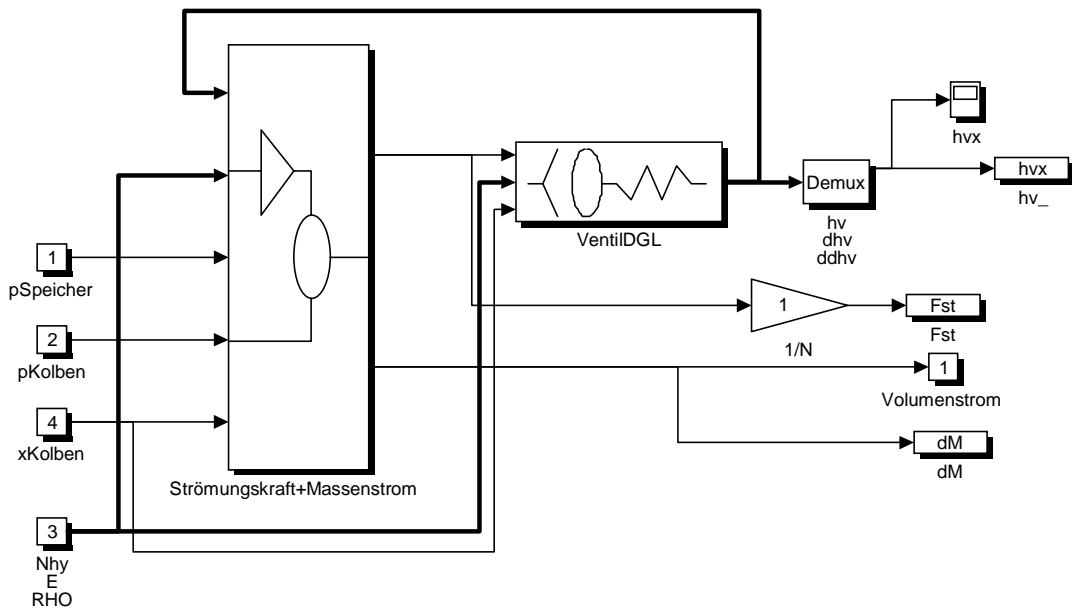
Bild C-4: Modellierung des Einlaßventils

## Druckaufbau (Arbeitsraum)



**Bild C-5: Modellierung des Druckaufbaus**

## Auslassventil + Leitungssystem



**Bild C-6: Modellierung des Auslaßventils (analog zu dem Einlaßventil)**



## Bewegungsgleichung Ventil

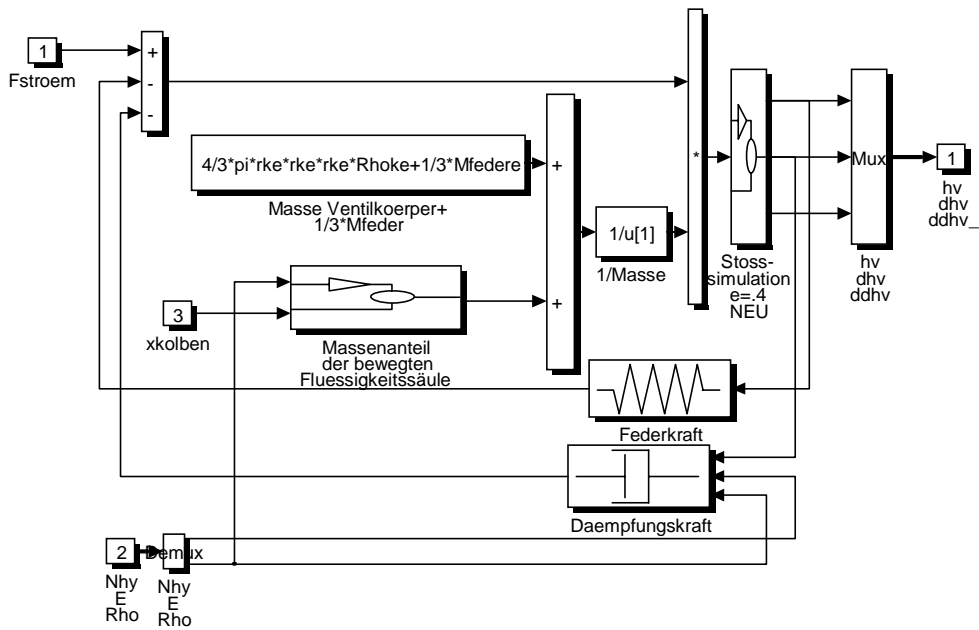


Bild C-7: Blockschaltbild der Differentialgleichung für die Ventildynamik

## Berechnung der Strömungskraft und des Massenstroms

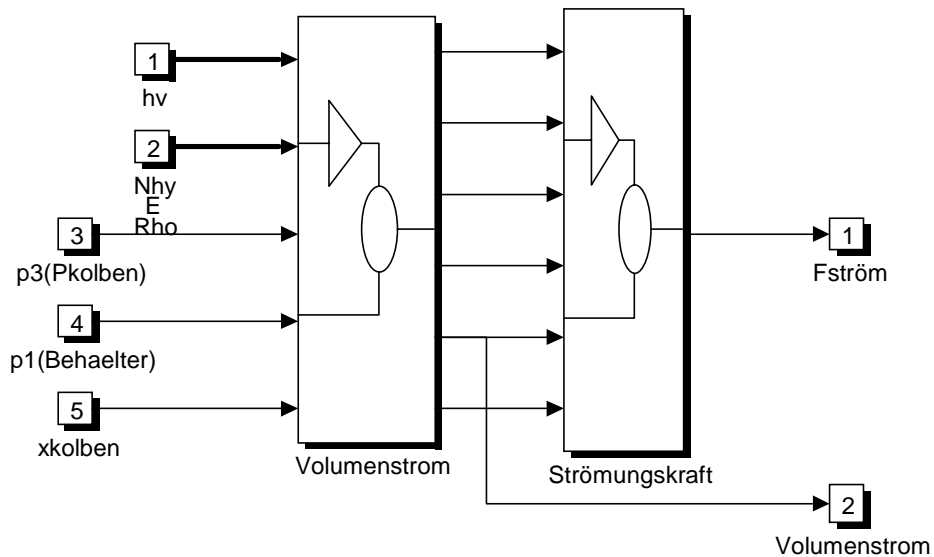


Bild C-8: Aufteilung der Berechnung von Volumenstrom und Strömungskraft

